

L'INSTITUT NATIONAL DE PHYSIQUE NUCLEAIRE ET DE PHYSIQUE DES PARTICULES DU CNRS

*en collaboration avec*

LA DIRECTION DES SCIENCES DE LA MATIERE DU CEA,

LE FONDS NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE DE BELGIQUE

ET LE SERVICE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE DU CEA/DAM

**ECOLE JOLIOT-CURIE  
DE  
PHYSIQUE NUCLEAIRE  
2005**

**LA QCD A L'ŒUVRE : DES HADRONS AU PLASMA**

*P. AURENCHE*

*O. PENE*

*F. GULMINELLI*

*B. MOUSSALLAM*

*J.-M. LE GOFF*

*R. GRANIER DE CASSAGNAC*

*C. ROY*

*P. DUPIEUX*

**ECOLE INTERNATIONALE JOLIOT-CURIE**  
**DE PHYSIQUE NUCLEAIRE**

Maubuisson, France

24<sup>ème</sup> session, 11-17 Septembre 2005

L'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules du CNRS

en collaboration avec

La Direction des Sciences de la Matière du CEA,

le Fonds National de la Recherche Scientifique de Belgique

et le Service de Physique Nucléaire du CEA/DAM

**LA QCD A L'OEUVRE : DES HADRONS AU PLASMA**

*P. AURENCHE*

*O. PENE*

*F. GULMINELLI*

*B. MOUSSALLAM*

*J.-M. LE GOFF*

*R. GRANIER DE CASSAGNAC*

*C. ROY*

*P. DUPIEUX*

### **Conseil Scientifique**

G. BELIER (CEA Bruyères-Le-Châtel), B. BLANK (CEN Bordeaux), P. BONCHE (CEA Saclay), B. CHEYNIS (IPN Lyon), J. CUGNON (U Liège), G. DE FRANCE (GANIL Caen), P. DESSAGNE (IPHC Strasbourg), P. DUPIEUX (LPC Clermont), Ch. FINCK (SUBATECH Nantes), M. GUIDAL (IPN Orsay), P.-H. HEENEN (UL Bruxelles), D. LACROIX (LPC Caen), V. LAPOUX (CEA Saclay), C. LECLERCQ-WILLAIN (UL Bruxelles), A. LEFEBVRE (CSNSM Orsay), P. LELEUX (UC Louvain), D. LHUILLIER (CEA Saclay), J.-F. MATHIOT (LPC Clermont), J.-Y. OLLITRAULT (CEA Saclay), M.-G. PORQUET (CSNSM Orsay), N. REDON (IPN Lyon), G. ROYER (SUBATECH Nantes), G. RUDOLF (IPHC, Strasbourg), C. SEMAY (U Mons), B. SILVESTRE-BRAC (LPSC Grenoble), O. SORLIN (GANIL Caen), C. VOLPE (IPN Orsay).

### **Comité d'Organisation**

B. CHEYNIS, Ch. FINCK, M. GUIDAL, D. LHUILLIER, M.-G. PORQUET, C. SEMAY, B. SILVESTRE-BRAC

*Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire :*

- 1982 : COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI  
H. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain, R. Babinet, J. Cugnon, D. Guerreau, C. Guet, J. Menet, H. Pirner
- 1983 : STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE  
J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski, S. Della Negra, J. Delorme, S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.-P. Vivien.
- 1984 : MESONS, BARYONS, QUARKS ET PHYSIQUE NUCLEAIRE  
B. Desplanques, B. Frois, U. Gastaldi, E. Predazzi, G. Ripka, J. Arvieux, J.-J. Aubert, M. Ericson, G. London, B. Vignon.
- 1985 : LA MATIERE NUCLEAIRE DANS TOUS SES ETATS  
P. Bonche, J. Cugnon, R. Babinet, J.-F. Mathiot, L. Van Hove, M. Buenerd, J. Galin, M.-C. Lemaire, J. Meyer.
- 1986 : SYMETRIES ET PHYSIQUE NUCLEAIRE  
P. Depommier, S. Gales, Nguyen Van Giai, P. Guichon, P. Schuck, D. Goutte, M. Vergnes, M. Avenier, P. Hubert, G. Girardi, B. Loiseau.
- 1987 : AU-DELA DU CHAMP MOYEN  
K. Dietrich, G.-J. Wagner, C. Grégoire, X. Campi, B. Silvestre-Brac, S. Platchkov, B. Mayer, Y. Abgrall, O. Bohigas, P. Grangé, C. Signarbieux.
- 1988 : a/ INSTRUMENTATION EN PHYSIQUE NUCLEAIRE ET PHYSIQUE DES PARTICULES  
F. Sauli, V. Comparat, M. Suffert, J. Séguinot, P. Farthouat, R. Wigmans, B. Equer, D. L'Hôte, L. Fayard, H. Videau, J.-M. Durand, A. Boudart, H. Fanet, F. Bourgeois, D. Perret-Gallix, L. Gonzalez-Mestres (*en vente aux éditions de Physique, Paris*)  
  
b/ LA RECHERCHE DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS : LES COLLISIONS D'IONS LOURDS ULTRARELATIVISTES - ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE  
J.-P. Blaizot, J.-N. Capdevielle, A. Capella, J. Gosset, G. Lандаud, P. Lutz, A. Morel, B. Pire, D. Vautherin.
- 1989 : NUCLEONS DANS LE NOYAU, MAIS ENCORE...  
P. Grangé, J.-F. Mathiot, M. Ericson, H.-J. Pirner, M. Roy-Stephan, J. Delorme, R. Frascaria, S. Gales, A. Magnon, M. Arnould.
- 1990 : LA PHYSIQUE NUCLEAIRE DU LABORATOIRE AUX ETOILES  
N. Prantzos, M. Arnould, E. Schatzman, J.-P. Thibaud, P. Descouvemont, J.-P. Dufour, P. Quentin, E. Suraud, R. Schaeffer.
- 1991 : LES NOYAUX EN PLEINES FORMES  
Z. Szymanski, P.-H. Heenen, J.-F. Berger, K. Heyde, B. Haas, R. Janssens, D. Paya, D. Gogny, G. Huber, S. Bjørnholm, M. Brack.
- 1992 : MATIERE HADRONIQUE OU...AUJOURD'HUI ET DEMAIN AVEC LES ELECTRONS  
V. Breton, H. Fonvieille, B. Frois, R. Van de Vyver, G. Smadja, J. Martino, J.-P. Blaizot, J.-F. Mathiot, P. Vernin, X. Artru, J. Remillieux
- 1993 : LES NOYAUX EN 1993 : *une nouvelle façon d'exister*  
J. Meyer, G. Sletten, S. Gales, A. Mueller, D. Vautherin, J.-P. Dufour, P. Armbruster, B. Tamain, P. Leleux, M. Belakhovsky.

- 1994 : PHYSIQUE NUCLEAIRE INSTRUMENTALE : *des éléments pour un bon choix*  
Ch. Bourgeois, J.-M. Brom, Y. El Masri, W. Mittag, D. L'Hôte, J.-P. Didelez, P. Desesquelles,  
F. Hannachi, G. Fournier, M. Maire, L. Valentin.
- 1995 : NOYEAUX EN COLLISIONS  
R. Balian, B. Remaud, E. Suraud, D. Durand, A. Gobbi, J. Cugnon, O. Drapier, J. Govaerts, R. Prieels.
- 1996 : PRODUCTION D'ENERGIE NUCLEAIRE ET TRAITEMENT DES DECHETS : *des filières  
d'aujourd'hui aux solutions innovantes*  
J.-P. Dufour, G. Barreau, P. Reuss, J. Cugnon, J. Fréhaut, Y. Quéré, H. Métivier, J.-P. Schapira,  
J.-M. Cavedon, M. Delpech, J.-M. Loiseaux, J.-M. Lagniel, S. Leray.
- 1997 : STRUCTURE NUCLEAIRE : *un nouvel horizon*  
J.-F. Mathiot, J.-P. Blaizot, A. Poves, P.-H. Heenen, Ph. Chomaz, P. Van Duppen, N. Orr, B. Gall,  
W.R. Phillips, P. Hello
- 1998 : MATIERE HADRONIQUE : *de la structure du nucléon au déconfinement des quarks*  
M. Knecht, P. Guichon, J.-Y. Ollitrault, C. Cavata, H.-J. Pirner, S. Kox, G. Chanfray, C. Kuhn,  
M. Gonin, O. Sorlin
- 1999 : NOYAU, CHAMP ET CORTEGE  
Ch. Leclercq-Willain, C. Rouyer, D. Lunney, J. Kiener, F. Le Blanc, J.-F. Chemin, V. Méot,  
G. Neyens, M.-G. Porquet, Ph. Moretto
- 2000 : ASTROPHYSIQUE NUCLEAIRE : *du microcosme nucléaire au macrocosme astrophysique*  
M. Arnould, J. Meyer, G. Audi, N. Orr, C. Volpe, O. Sorlin, S. Goriely, P. Descouvemont,  
P. Leleux, B. Cordier, B. Degrange.
- 2001 : PHYSIQUE NUCLEAIRE INSTRUMENTALE : *"de la mesure à la grandeur physique"*  
S. Hustache Ottini, D. Buskulic, J. Bouchez, E. Nappi, H. Savajols, M. Guidal, J. Pouthas, G. Duchêne,  
T. Pussieux, M. Loiselet, P. Salati
- 2002 : LES NOYEAUX EXOTIQUES : *"un autre regard sur la structure nucléaire"*  
J. Dobaczewski, Y. Blumenfeld, H. Flocard, M.J. Garcia Borge, F. Nowacki, S. Rombouts, C. Theisen,  
F.M. Marquès, D. Lacroix, P. Dessagne, A. Lopez-Martens, H. Gaeggeler
- 2003 : L'INTERACTION FAIBLE : *l'histoire continue...*  
J. Martino, J.-M. Frère, O. Naviliat-Cuncic, C. Volpe, J. Marteau, D. Lhuillier, D. Vignaud,  
R. Legac, J. Bartlett.
- 2004 : LES RAYONNEMENTS ET LE VIVANT  
P. Andrey, L. Lacroix, A. Chétioui, N. Gault, R. Ferrand, M. Ricard, I. Buvat, F. Lethimonier,  
C. Comtat.

*Ces cours peuvent être consultés dans les bibliothèques des laboratoires de l'IN2P3, du CEA, du FNRS belge et au CERN. Les cours 2001, 2002 et 2003 et 2004 encore disponibles peuvent être obtenus sur demande auprès de :*

**Pascale CHAMBON**  
**CEN Bordeaux**  
**BP 120**  
**33175 GRADIGNAN Cedex - France**  
**☎ 05 57 12 08 49**  
*E-mail : [chambon@cenbg.in2p3.fr](mailto:chambon@cenbg.in2p3.fr)*

# TABLE DES MATIERES

## AVANT-PROPOS

*M.-G. PORQUET*

## LA QCD ET SON HISTOIRE : PARTONS D'UN BON PIED

*P. AURENCHE*

1

## LA QCD SANS PEINE

*O. PENE*

61

## TRANSITIONS DE PHASE : DE LA LIMITE THERMODYNAMIQUE AUX SYSTEMES FINIS

*F. GULMINELLI*

105

## SYMMETRIE CHIRALE EN QCD ET THEORIE EFFECTIVE DE BASSE ENERGIE

*B. MOUSSALLAM*

137

## THE STRUCTURE OF HADRONS

*J.-M. LE GOFF*

167

## QGP : SONDES PREDITES ET ETUDIEES AU SPS

*R. GRANIER DE CASSAGNAC*

221

## UNE MATIERE SOUS CONDITIONS EXTREMES AUX ENERGIES RHIC OU LE FLUIDE ETAIT PRESQUE PARFAIT

*C. ROY*

261

## L'ETUDE DU QGP AU LHC

*P. DUPIEUX*

303

## SEMINAIRES JEUNES

333

## Liste des participants

345

## *AVANT-PROPOS*

La rédaction de ces quelques lignes marque l'achèvement de ce volume maintenant prêt à partir à la reprographie. Son auteure en éprouve un net soulagement : jusqu'à la dernière minute, elle se demande si les orateurs - qui ont déjà fait, au moment de l'été, un immense travail pour la préparation de leur prestation orale - trouveront suffisamment de temps pour écrire "noir sur blanc" (et en couleur, pour la version électronique) ces cours dont le succès est toujours indéniable ! Au nom de tous (et en particulier des futurs lecteurs, les étudiants qui commenceront un travail de thèse sur ces sujets au cours des prochaines années), je tiens donc à remercier tous les orateurs de l'Ecole 2005 pour avoir, pour la plupart, pris sur leur temps de vacances, afin que les "copies" soient toutes rendues en ce début d'année 2006.

Sept ans après la session "Physique hadronique : de la structure du nucléon au déconfinement des quarks", le conseil scientifique de l'Ecole a choisi de garder les mêmes contours. Il était temps de faire le point sur les avancées de ces dernières années, tant à propos des propriétés des hadrons que du plasma quark-gluon. Comme à l'accoutumée les discussions ont été animées, aussi bien en fin de chaque cours que pendant les deux séances générales.

La quasi-totalité des étudiants s'étant portés volontaires pour présenter brièvement leur travaux, nous avons dû jouer les prolongations en ajoutant, aux trois séances déjà prévues dans l'emploi du temps, deux séances après dîner. Les résumés de ces séminaires sont rassemblés en fin de volume.

La dernière soirée a été consacrée à "la diffusion scientifique auprès du grand public". Joël Martin (Dapnia, CEA Saclay) a débuté par une brève présentation, faite avec brio et enthousiasme, de son expérience et de ses réflexions sur le sujet, puis il a animé les discussions qui, espérons-le, ont montré à chacun l'importance d'une telle démarche. D'ailleurs, deux jours auparavant, Bernard Silvestre-Brac (LPSC, Grenoble) avait présenté une conférence grand-public devant des vacanciers venus en grand nombre pour passer la soirée "la tête dans les étoiles" ! Cette intervention, décidée au pied levé (merci encore à Bernard), a fait suite à une conversation entre vacanciers et collègues de l'Ecole.

Cette année l'Ecole a retrouvé ses racines en revenant dans son lieu historique, la côte atlantique, dans la résidence "Arts & Vie" de Maubuisson : nous remercions son directeur et tout le personnel pour les excellentes conditions matérielles dont nous avons bénéficié pendant notre séjour. Nous sommes également très redevables à l'équipe de la Formation Permanente de l'IN2P3 qui s'occupe efficacement de tous les aspects financiers nécessaires à la tenue de l'Ecole.

Je termine ces propos en insistant sur le rôle primordial de Pascale Chambon (CENBG, Bordeaux) : sans jamais se départir de sa bonne humeur, elle assure avec compétence le secrétariat de l'Ecole. Nous tous (moi, la première ...) profitons du fruit de sa longue expérience qu'elle enrichit au fil des ans.

*Marie-Geneviève Porquet*

*Vous trouverez l'ensemble de ces cours, avec leurs figures en couleur, sur le site Internet de l'Ecole :*

*<http://www.cenbg.in2p3.fr/joliot-curie>*

# La QCD et son histoire : partons d'un bon pied!

P. Aurenche<sup>1</sup>

1. *Laboratoire d'Annecy-le-Vieux de Physique Théorique LAPTH, \**  
*B.P. 110, F-74941 Annecy-le-Vieux Cedex, France*

## Résumé

Où l'on parle très brièvement des modèles d'interactions fortes des années '60-'70 et des différents ingrédients qui constituent ce qu'il est convenu d'appeler la Chromodynamique Quantique (QCD) perturbative : modèle des partons, le lagrangien QCD, liberté asymptotique, violations d'invariance d'échelle. On mentionne quelques applications.

## Abstract

The strong interaction models of the years 1960-1970 are briefly presented. The basics of perturbative Quantum Chromodynamics (QCD) are then introduced: parton model, the QCD lagrangian, renormalisation, asymptotic freedom, scaling violations. Some phenomenological applications are discussed.

---

\*UMR5108 du CNRS, associée à l'Université de Savoie.

Je remercie le comité d'organisation pour le titre plein d'humour sur un sujet très à la mode cette année. La suite de l'exposé n'est pas à la hauteur et aucune trace d'humour ne peut y être décelée.

Après avoir brièvement rappelé les modèles pré-QCD en vogue pour d'écrire la structure du nucléon (modèle des quarks) et la diffusion à haute énergie (pôles de Regge et modèles duaux) on se tourne vers le modèle des partons naïf (le titre oblige!) sur lequel repose la QCD perturbative. L'invariance de jauge et le lagrangien QCD font l'objet de la troisième section, suivie d'une présentation succincte de la renormalisation et de ses conséquences (couplage mobile et liberté asymptotique de QCD). La violation d'invariance d'échelle des distributions de partons dans les hadrons est ensuite discutée avant de conclure par quelques applications à la diffusion hadronique à haute énergie. Il existe de très nombreuses revues et livres sur la chromodynamique quantique [1, 2].

## 1 Les interactions fortes : ère pré-QCD

Au début des années 1930, les noyaux apparaissent formés de protons et de neutrons. Ces derniers sont considérés, avec l'électron, comme les constituants élémentaires de la matière. La dimension caractéristique du noyau d'un atome est de l'ordre de  $10^{-14}$  mètre. La quatrième particule fondamentale est le photon, médiateur des interactions électromagnétiques.

Le pion a été imaginé par Hideka Yukawa en 1935, pour expliquer la stabilité du noyau des atomes qui aurait dû se désintégrer sous l'effet de la force électromagnétique répulsive : le pion est le porteur de la force nucléaire forte qui lie protons et neutrons. Sa masse était estimée à  $200 m_e$ . Il a été observé en 1947 à Berkeley par C. Powell *et al.* L'interaction entre proton, neutron, pion est dite forte par opposition aux autres interactions identifiées : électromagnétique et faible sans parler de l'interaction gravitationnelle.

La fin des années 1940 et les années 1950 voient le développement des accélérateurs de particules (synchrocyclotron, puis synchrotron) avec, en particulier, le Bevatron à Berkeley (énergie de 6,2 GeV) qui permet la découverte de l'antiproton et de "résonances" particules à courte durée de vie. Les grands accélérateurs ont été par la suite les principaux instruments de découverte en physique des particules.

Au début des années 1960 on avait découvert une centaine de "particules élémentaires" sensibles à l'interaction forte : les hadrons. Ces particules sont réparties en deux catégories :  
– les baryons ("lourd" ) dont le prototype est le proton ou le neutron : ce sont des particules de spin demi-entier :  $1/2, 3/2, \dots$ . Comme exemple de résonance on peut citer le baryon  $\Delta$ , de spin  $3/2$ , se désintégrant en un proton et un pion;  
– les mésons ("moyen") dont le prototype est le pion : particules de spin entier  $0, 1, \dots$ . Comme exemples, on peut citer les mésons  $\rho$  et  $\omega$  de spin 1.

Vu leur nombre croissant, il était clair que ces hadrons ne pouvaient plus être considérés comme "élémentaires". D'autre part, un certain nombre d'expériences de diffusion montraient que le proton n'était pas ponctuel mais avait une extension spatiale de l'ordre de  $10^{-15}$  mètre.

Pour essayer d'établir un certain ordre dans l'accumulation des données expérimentales, deux approches complémentaires ont été suivies. La première a consisté à "classer" les hadrons c'est à dire à en faire la spectroscopie. L'échelle d'énergie caractéristique associée est de l'ordre de la masse des hadrons, soit approximativement le GeV<sup>†</sup>. Les dates et les résultats importants sont :

- 1961-1962 : la voie octuple "eightfold way" fondée sur le groupe de symétrie SU(3) (de saveur) par Y. Ne'eman [3] et M. Gell-Mann [4] ;
  - 1964 : le modèle des quarks proposé indépendamment par M. Gell-Mann [5] et S. Zweig<sup>‡</sup> [6].
- Le modèle des quarks est une réalisation explicite de la symétrie SU(3) de saveur.

L'autre approche suivie consiste à faire des expériences de diffusion aux plus hautes énergies possibles pour "casser" le hadron et "libérer", s'ils existent, ses constituants. C'est cette quête d'énergie toujours plus élevée qui motive la construction d'accélérateurs, puis de collisionneurs toujours plus puissants. Du point de vue théorique, deux voies ont été suivies :

- dans les années 1960-1970, la "matrice S" et les pôles de Regge [7], qui permettent de "comprendre" les collisions avec petits transferts d'énergie [9] ;
- le modèle des partons par J.D. Bjorken [10] et R.P. Feynman [11], formulé en 1969-1972, faisant suite à la découverte, en 1968, de la structure granulaire du proton dans la diffusion *ep* à l'accélérateur linéaire du SLAC par Friedman, Kendall, Taylor *et al.* [12].

Les modèles de hadrons construits à partir des études de spectroscopie et diffusion à haute énergie sont maintenant unifiées dans une théorie unique, la Chromodynamique Quantique (QCD), dont les bases ont été établies dans les années 1970 et 1980 avec la participation de très nombreux physiciens. On peut dire, en simplifiant, que la spectroscopie et la diffusion à haute énergie à grand transfert correspondent à deux régimes différents de la Chromodynamique Quantique : non perturbatif (voir le cours d'O. Pène) dans le premier cas et perturbatif dans le deuxième. La QCD fait l'objet de très nombreuses recherches, le but étant de calculer à partir d'un ensemble unique de paramètres de base de la théorie la quantité phénoménale d'observables expérimentales. Sera t'elle un jour prise en défaut?

## 1.1 La "voie octuple"

Au début des années 1960, Ne'eman et Gell-Mann proposent indépendamment une classification des hadrons qui apparaissent comme éléments de représentations d'un groupe de symétrie. Ce groupe,  $SU(3)$ , est une généralisation du groupe de symétrie d'isospin introduit par W. Heisenberg en 1932 pour exprimer le fait que l'interaction forte ne distingue pas le proton du neutron : ces derniers sont les deux états d'une même particule, le nucléon. Par analogie avec le spin, le nucléon d'isospin 1/2 peut être dans un état d'isospin "up" ( $I_3 = 1/2$ , proton) ou d'isospin "down" ( $I_3 = -1/2$ , neutron). L'interaction forte ne peut distinguer ces deux états ce qui s'exprime mathématiquement par l'invariance sous une rotation dans l'espace d'isospin, en conséquence de quoi l'isospin

---

<sup>†</sup>Dans ces notes, les conventions habituelles sont systématiquement utilisées, soit  $\hbar = c = 1$ , de sorte que la masse, l'impulsion et l'énergie ont la même dimension que l'on exprime en MeV ou en GeV.

<sup>‡</sup>dont le papier n'a jamais été publié sans doute pour cause de trop grande originalité.

est un nombre quantique conservé. Le groupe d'invariance associé est  $SU(2)$ . Le nucléon appartient à la représentation fondamentale **2**. Quant au pion ( $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ) il appartient à la représentation adjointe notée **3**.

Avec la découverte expérimentale des particules "étranges" après 1947 et l'introduction d'un nouveau nombre quantique conservé, l'hypercharge  $Y = S + B$ , également relié à la charge électrique  $Q$  par la relation  $Q = I_3 + Y/2$ , on peut "naturellement" introduire le groupe d'invariance  $SU(3)$  et classer les hadrons dans les représentations de ce groupe. Les hadrons d'un même multiplet ont les mêmes spin, parité, parité C mais ils se distinguent par la valeur de leur hypercharge et leur composante d'isospin. On observe que les mésons peuvent être classés dans les représentations singulet **1** ou octet **8** alors que les baryons sont tous dans les représentations octet **8** ou décuplet **10**. Des exemples de multiplets sont donnés dans la fig. 1 (**1** et **8** des mésons pseudos-scalaires) et la fig. 2 (**8** du proton et **10** du baryon  $\Delta$  de spin  $J = 3/2$ ).

La symétrie  $SU(3)$  que l'on vient de discuter est dite symétrie de saveur. Cette symétrie n'est pas exacte, en particulier parceque les particules d'un même multiplet n'ont pas la même masse ( $m_{\pi^-} \sim 139,5702$  MeV,  $m_K \sim 493,68$  MeV). On peut noter que la symétrie  $SU(2)$  d'isospin est également brisée, mais dans des proportions moindres, par les interactions électromagnétiques ( $m_{\pi^-} \sim 139,5702$  MeV,  $m_{\pi^0} \sim 134,9766$  MeV).

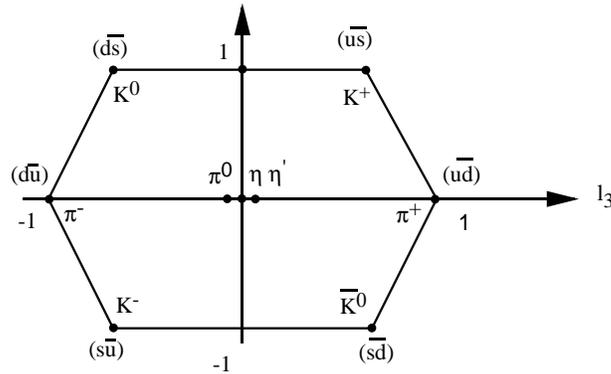


Figure 1: *Le nonet du pion,  $J^{PC} = 0^{-+}$ , de spin 0, de parité négative et de C-parité positive. Les mésons  $\eta$  and  $\eta'$  sont des combinaisons linéaires d'une composante octet et d'une composante singulet. Le contenu en quarks est indiqué.*

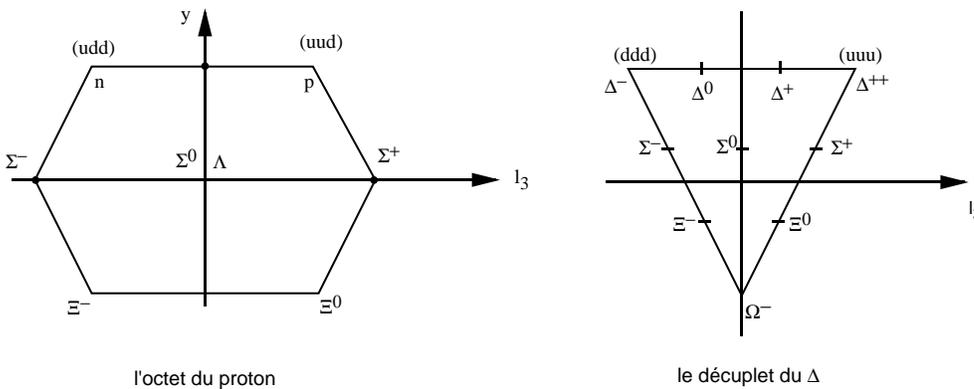


Figure 2: *L'octet du nucléon et le décuplet du baryon  $\Delta$ . Le contenu en quarks est indiqué.*

## 1.2 Le modèle des quarks [13]

Il était surprenant de voir que la représentation de plus basse dimension de  $SU(3)$ , la représentation fondamentale "triplet"  $\mathbf{3}$ , n'apparaissait pas. En 1964, Gell-Mann et indépendamment G. Zweig<sup>§</sup> introduisent le "modèle des quarks". Les quarks sont des particules hypothétiques qui sont justement membres de la représentation fondamentale  $\mathbf{3}$  de  $SU(3)$ . Ces quarks sont caractérisés par les nombres quantiques suivants :

- charge fractionnaire, exprimée en unité de  $-e$ , la charge de l'électron, :  $(2/3, -1/3, -1/3)$
- nombre baryonique :  $(1/3, 1/3, 1/3)$
- étrangeté :  $(0, 0, -1)$  et donc hypercharge  $(1/3, 1/3, -2/3)$ .

Ces trois quarks correspondent à trois saveurs ( $u, d, s$ ) pour "up", "down" et "strange". Les antiquarks sont dans la représentation conjuguée  $\bar{\mathbf{3}}$ . La fig. 3 représente les multiplets des quarks et des antiquarks. Tous les hadrons connus pouvaient être construits à l'aide,

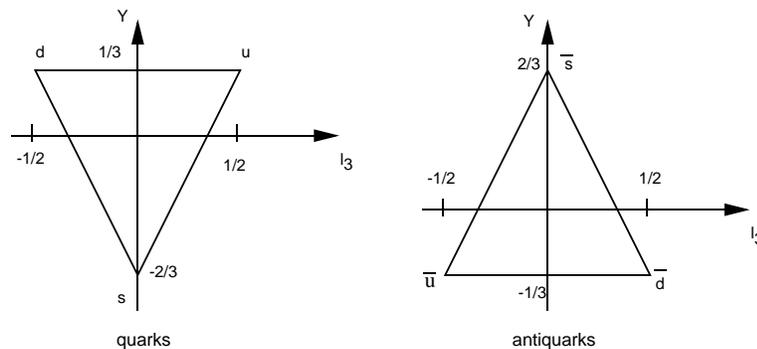


Figure 3: *Le triplet  $\mathbf{3}$  du quark et l'anti-triplet  $\bar{\mathbf{3}}$  de l'anti-quark.*

- pour les mésons, d'une paire quark-antiquark (nombre baryonique = 0),
- pour les baryons, de trois quarks (nombre baryonique = 1).

En termes mathématiques, les hadrons appartiennent à des représentations irréductibles, construites à partir de produits directs de la représentation fondamentale des quarks ou antiquarks. Ainsi puisque :

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

les mésons appartiennent à des  $\mathbf{1}$  et  $\mathbf{8}$ , en accord avec l'expérience. Pour les baryons on a :

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

où la représentation  $\mathbf{10}$  est totalement symétrique et le singulet  $\mathbf{1}$  est totalement anti-symétrique. A noter qu'aucun baryon n'appartient à la représentation  $\mathbf{1}$  (voir plus bas).

En tenant compte de la brisure de masse (quark  $s$  beaucoup plus lourd que les quarks  $u$  et  $d$ ) on arrive à comprendre, dans ce modèle, la masse des hadrons ainsi que leur propriétés de désintégration. Un des succès incontestable du modèle est la prédiction du baryon  $\Omega^- = (sss)$  (voir fig. 2) avant sa découverte expérimentale.

---

<sup>§</sup>G. Zweig les appelait les as.

Du point de vue théorique ce modèle posait un problème : en effet la fonction d'onde d'un baryon, construite à partir des fonctions d'onde des quarks, était symétrique par échange de deux quarks ce qui est en contradiction avec la statistique de Fermi-Dirac. Pour résoudre ce problème, on introduit un nouveau nombre quantique [14], la couleur. Chaque quark existe en trois variétés de couleur ( $N_c = 3$ ),  $i = R, G, B$ , de sorte que l'on a

$$u = \begin{pmatrix} u_R \\ u_G \\ u_B \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} d_R \\ d_G \\ d_B \end{pmatrix} \quad s = \begin{pmatrix} s_R \\ s_G \\ s_B \end{pmatrix}$$

A ce nouveau nombre quantique est associé le groupe de symétrie de couleur  $SU(3)$ , quelquefois dénoté  $SU(3)_c$  pour le distinguer de la symétrie  $SU(3)$  de saveur opérant sur les  $u, d, s$ . Chaque quark est donc un triplet de couleur et on postule que les hadrons sont des  $\mathbf{1}$  de couleur (les hadrons sont incolores et la couleur est donc une symétrie cachée). Ainsi la fonction d'onde du  $\Delta^{++}$ , de spin  $J_3 = 3/2$ , est

$$\Delta^{++} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left( u_R^\uparrow u_G^\uparrow u_B^\uparrow - u_R^\uparrow u_B^\uparrow u_G^\uparrow + u_B^\uparrow u_R^\uparrow u_G^\uparrow - u_B^\uparrow u_G^\uparrow u_R^\uparrow + u_G^\uparrow u_B^\uparrow u_R^\uparrow - u_G^\uparrow u_R^\uparrow u_B^\uparrow \right)$$

qui est totalement antisymétrique sous une permutation des couleurs. De manière générale, la fonction d'onde du baryon est construite de façon qu'elle soit totalement antisymétrique dans l'espace des couleurs mais totalement symétrique en ce qui concerne le moment orbital  $\otimes$  spin  $\otimes$  saveur. On "comprend" aussi qu'il n'existe pas de baryon dans la représentation  $\mathbf{1}$  de saveur, comme mentionné plus haut, car sa fonction d'onde serait globalement symétrique, puisqu'antisymétrique à la fois dans l'espace des couleurs et des saveurs. Les mésons sont aussi des singulets de  $SU(3)_c$ , et leur fonction d'onde s'écrit, du point de vue de la couleur

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_i^3 \bar{q}_i q'_i = \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{q}_R q'_R + \bar{q}_G q'_G + \bar{q}_B q'_B)$$

Les règles ci-dessus "expliquent" pourquoi il n'existe pas d'états hadroniques  $[qq]$  ou  $[qq\bar{q}]$  puisqu'ils ne sont pas des  $\mathbf{1}$  de couleur, mais n'exclut pas l'existence d'états  $[qq\bar{q}\bar{q}]$ ,  $[qqq\bar{q}\bar{q}]$ .

Si la couleur est nécessaire pour la cohérence interne du modèle des quarks elle l'est également du point de vue expérimental comme on peut le voir en considérant la désintégration du pion,  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  via une boucle de quarks : sans la couleur le taux de décroissance serait un facteur  $N_c^2 = 9$  trop faible.

Le modèle des quarks s'est enrichi au cours des années avec la découverte de 3 nouveaux éléments :

- quark "charmé" ( $m_c \sim 1,15$  à  $1,35$  GeV) en 1974 dans une expérience  $e^+e^- \rightarrow hadrons$  au SLAC (B. Richter *et al.* [15]) et simultanément  $pp \rightarrow hadrons$  (S. Ting *et al.* [16]) à Brookhaven ;

- quark "bottom" en 1977 à Fermilab par L. Lederman *et al.* [17] ( $m_b \sim 4,5$  GeV).

Ces deux quarks ont été découverts sous forme d'états liés lourds,  $J/\Psi$  et  $\Upsilon$  respectivement, de temps de vie anormalement long pour leur masse.

– quark "top" en 1994 à Fermilab par l'expérience CDF [18] et un peu plus tard par D0. La masse très élevée ( $m_t \sim 176 \text{ GeV}$ ) avait été estimée, par des calculs théoriques, sur la base du résultat des expériences extrêmement précises du LEP. Ceci a permis au directeur général du CERN, C. Llewellyn-Smith, de féliciter ses collègues de Fermilab d'avoir "confirmé" l'existence du top déjà découvert au CERN!

En résumé, les quarks apparaissent sous 6 saveurs différentes qui sont maintenant regroupées en trois "générations": (u, d), (c, s) et (t, b), chaque quark ayant trois couleurs.

Question : Tous les hadrons entrent-ils dans la classification ci-dessus? La réponse n'est pas claire. Récemment, en particulier, les résultats d'expériences variées ont semblé indiquer l'existence de baryons n'étant pas constitués de 3 quarks mais plutôt de 5 quarks : les pentaquarks  $[qqqq\bar{q}]$ . Il semble cependant que cette année la signification de ces résultats se soit affaiblie. De même l'existence de mésons de type tetraquarks ou baryonium est mentionnée, ainsi que celle des mésons hybrides  $[qqg]$  ou de gluonium [19].

### 1.3 Diffusion hadronique à haute énergie

Si le modèle des quarks permettait de comprendre la "spectroscopie" des hadrons (masse, désintégration) il ne permettait pas de comprendre l'interaction entre hadrons dans les collisions à haute énergie. L'intérêt des expériences à des énergies toujours plus grandes est de "sonder" les particules avec une résolution toujours plus fine (*cf.* les relations d'incertitude de Heisenberg de type  $\Delta x \sim 0,2 \text{ GeV} \cdot \text{fm} / \Delta E$ ) et ainsi de "voir" la structure des hadrons à des échelles de longueur toujours plus petites.

L'approche en vogue à l'époque est celle de la "théorie de la matrice  $S$ " [7]. Les degrés de liberté fondamentaux sont les hadrons eux-mêmes (et non d'hypothétiques constituants des hadrons) et l'on s'intéresse à construire l'amplitude de diffusion  $\mathcal{A}$  entre les hadrons. Elle est contrainte par les relations d'unitarité, de type  $\text{Im } \mathcal{A} \sim \mathcal{A}^2$ , et d'analyticité,  $\text{Re } \mathcal{A} \sim \oint \text{Im } \mathcal{A}$ . On étudie dans ce cadre les diffusions à (quasi-)deux corps du type :

$$\begin{array}{ccccccc} a & + & b & \rightarrow & c & + & d & (1.1) \\ & & & & \downarrow & & \downarrow & \\ & & & & e & + & f & & g & + & h \end{array}$$

Pour une réaction à deux corps, ignorant le spin, les variables cinématiques pertinentes sont les variables de Mandelstam : le carré de l'énergie invariante  $s$  et le carré de l'impulsion de transfert  $t$ . Tous les hadrons sont traités sur une base démocratique : ils apparaissent soit comme particules fondamentales (entrantes ou sortantes dans la réaction) soit, à l'état virtuel, comme médiateurs de la force entre les particules. Dans cette approche, la diffusion

$$\pi + p \rightarrow \pi + p \quad (1.2)$$

procède, par exemple, par production de résonance  $\Delta$  dans la voie  $s$  et échange de méson  $\rho$  dans la voie  $t$ , tandis que les réactions

$$\pi + p \rightarrow \rho + p \quad (1.3)$$

et

$$\pi + p \rightarrow \pi + \Delta \quad (1.4)$$

procèdent par production de résonance  $\Delta$  dans la voie  $s$  et échange de  $\pi$  dans la voie  $t$ , pour la première, et nucléon  $N$  et  $\rho$  pour la seconde. A basse énergie le mécanisme de production de résonances domine tandis qu'à haute énergie c'est celui d'échange de "pôles de Regge" qui décrit la diffusion [8, 9]. Dans ce dernier cas, l'amplitude de diffusion  $\mathcal{A}(s, t)$  est exprimée comme la transformée de Mellin de l'amplitude dans le plan de moment angulaire complexe (omettant les détails de spin, parité, choix du contour, ...):

$$\mathcal{A}(s, t) = \int_{\mathcal{C}} dJ \mathcal{A}(J, t) s^J \quad (1.5)$$

où  $\mathcal{A}(J, t)$  est paramétrée comme une somme de pôles de Regge dans le plan du moment angulaire complexe,

$$\mathcal{A}(J, t) = \sum_i \frac{\beta_i(t)}{J - \alpha_i(t)}, \quad (1.6)$$

$\alpha_i(t) = \alpha_i + \alpha' t$  étant la trajectoire de Regge associée à la résonance  $i$  échangée dans la voie  $t$  ( $\alpha_i$  l'intercept et  $\alpha'$  la pente universelle)<sup>¶</sup>. Il en résulte que l'amplitude de diffusion a la forme asymptotique :

$$\mathcal{A}(s, t) \sim \sum_i \beta_i(t) s^{\alpha_i(t)}, \quad s \rightarrow \text{grand}, t \text{ fini.} \quad (1.7)$$

Pour une diffusion élastique, aux énergies asymptotiques, la trajectoire dominante est le Pomeron d'intercept 1. Cette approche a rencontré un très grand succès dans la description des réactions hadroniques exclusives dans le domaine  $s > 10 \text{ GeV}^2$ ,  $t < 2 \text{ GeV}^2$  [9].

Cette description de la diffusion hadronique, résonances à basse énergie et pôles de Regge à haute énergie, a été unifiée de façon spectaculaire dans le modèle dual de G. Veneziano [20]. Pour une diffusion  $2 \rightarrow 2$  de particules scalaires, l'amplitude est extrêmement simple,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(s, t) \cong B(-\alpha(s), -\alpha(t)) &= \int_0^1 dx x^{-\alpha(s)-1} (1-x)^{-\alpha(t)-1} \\ &= \frac{\Gamma(-\alpha(s)) \Gamma(-\alpha(t))}{\Gamma(-\alpha(s) - \alpha(t))} \end{aligned} \quad (1.8)$$

qui peut être vue comme une somme infinie de résonances (de largeur nulle) dans la voie  $s$  ou dans la voie  $t$ <sup>||</sup> : ceci illustre la propriété de dualité à la base du modèle. De plus dans la limite  $t/s \ll 1$  et  $s \rightarrow \infty$  on retrouve le comportement à la Regge  $s^{\alpha(t)}$ . Cette formule a été généralisée par un grand nombre d'auteurs à la diffusion multiparticules. Nambu [21] et d'autres ont remarqué que le spectre de résonances du modèle dual est le même que celui des excitations d'une corde quantifiée. Mais il est apparu que, d'un point de vue théorique, les modèles duaux [22] n'étaient cohérents qu'en 10 ou 26 dimensions suivant les cas considérés : ces conditions étaient nécessaires pour éliminer les états tachyoniques non

---

<sup>¶</sup>Pour une résonance de masse  $m$  et de spin  $J$  la trajectoire de Regge correspondante satisfait à  $\alpha(m^2) = J$ .

<sup>||</sup>On rappelle que la fonction  $\Gamma(x)$  a un pôle  $\forall x$  entier  $\leq 0$ .

physiques. Du fait de ces difficultés l'approche duale (ou de façon équivalente le modèle des cordes) a été presque complètement oubliée, à partir des années 1975-1980, comme modèle des interactions fortes au profit du "modèle des partons" (voir section suivante) qui connut alors un essor spectaculaire et justifié. Cependant J. Scherk et J. Schwartz [23] avait montré, en 1974, que la théorie de la gravitation (augmenté d'un champ scalaire) était la limite quand  $\alpha' \rightarrow 0$  d'un modèle dual. Avec de nombreux développements théoriques le modèle des cordes, enrichi de la propriété de supersymétrie et ses extensions, est maintenant, de façon un peu trop hégémonique peut-être, considéré comme le candidat à l'unification de toutes les interactions. Il n'existe cependant actuellement aucune base expérimentale pour ces époustouflantes idées théoriques.

## 1.4 La diffusion inélastique profonde à SLAC

Pendant qu'un grand nombre de physiciens, théoriciens et expérimentateurs, étudiait les collisions hadroniques dans le cadre de l'approche de Regge ou du modèle dual, un groupe expérimental à l'accélérateur linéaire de SLAC s'intéressait à la réaction d'électroproduction suivante :

$$e + p \rightarrow e + \text{hadrons}, \quad E_e = 20 \text{ GeV}, \quad (1.9)$$

où l'on observait la distribution angulaire de l'électron final. C'est la fameuse expérience de "diffusion profondément inélastique". Le nombre d'électrons diffusés à grand angle était plus important que prévu : par analogie avec l'expérience de Rutherford sur les noyaux, l'interprétation de l'expérience était que la charge du proton n'était pas uniformément répartie mais plutôt qu'elle était portée par des grains de matière ponctuels. De plus, alors que la taille du proton était estimée à  $10^{-15}$  m, cette expérience, dont le pouvoir de résolution variait de  $2 \cdot 10^{-16}$  à  $5 \cdot 10^{-17}$  m, indiquait que l'image du proton n'était pas modifiée quand on variait le pouvoir de résolution : c'est la fameuse propriété "d'invariance d'échelle" (scaling). Sous certaines conditions cinématiques, le proton se comportait donc comme une collection d'objets ponctuels, appelés "partons" par R.P. Feynman.

Ce n'est qu'après de nombreuses études expérimentales et théoriques que les partons chargés ont été identifiés comme ayant les nombres quantiques des quarks de Gell-Mann (spin 1/2, charge électrique fractionnaire et portant une charge de couleur). A la différence du modèle des quarks cependant, l'accord du modèle des partons avec les données nécessitait l'existence de partons électriquement neutres : les gluons.

L'interaction entre les quarks et les gluons est contenue dans le lagrangien de QCD construit, comme le lagrangien de l'électrodynamique Quantique (QED), sur la base de l'invariance de jauge, mais non abélienne dans le cas des interactions colorées. Deux propriétés fondamentales justifient la validité de la QCD perturbative comme théorie des interactions entre hadrons à haute énergie:

- la liberté asymptotique qui exprime le fait que le couplage de QCD devient petit quand l'énergie en jeu est grande, ce qui justifie une approche perturbative à la dynamique des quarks et des gluons [24] ;
- le théorème de factorisation qui permet de construire les sections efficaces de diffusion entre hadrons à partir de sections efficaces de processus partoniques [25].

Le domaine d'applicabilité de la QCD perturbative n'est pas le même que celui des

pôles de Regge : toutes les variables cinématiques sont supposées être grandes et du même ordre dans le premier cas tandis que  $s$  grand,  $t \sim 1$ . GeV<sup>2</sup> dans le second. Mais on peut noter un intense effort théorique, avec L. Lipatov notamment, pour étendre les techniques perturbatives de QCD au domaine de Regge.

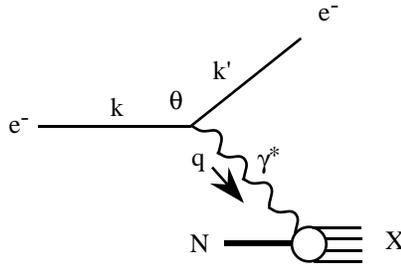
Comme le modèle des partons est un des piliers de l'application de QCD à la physique des hautes énergies il est nécessaire de s'attarder sur ce modèle et, en particulier, sur la diffusion profondément inélastique qui a joué un rôle fondamental dans son élaboration. Ce sera l'objet de la prochaine section. Puis, dans les parties suivantes on justifiera la propriété de liberté asymptotique et celle de factorisation avant de conclure par quelques applications. Différentes applications font l'objet de la dernière section.

## 2 La diffusion profondément inélastique (DIS).

Historiquement, l'expérience qui a joué un rôle fondamental est la diffusion profondément inélastique du nucléon (Deep Inelastic Scattering: DIS) au SLAC au début des années 1970 [12]. Le processus considéré est

$$e^- N \rightarrow e^- X \text{ (ou } \mu^- N \rightarrow \mu^- X)$$

où  $N$  est un nucléon et  $X$  est le système hadronique produit mais non détecté. En diagramme, on a



Le photon virtuel émis par l'électron (ou le muon) à haute énergie est absorbé par le nucléon qui se casse en hadrons. Du point de vue expérimental, on n'observe que le lepton sortant. Dans le référentiel du laboratoire la cinématique est définie comme suit :

nucléon, $N$	$P = (M, \vec{0})$
$e^-$ entrant,	$k = (E, 0, 0, k) \simeq (E, 0, 0, E)$ , $E \gg m$ , masse du lepton
$e^-$ sortant,	$k' = (E', E' \sin \theta, 0, E' \cos \theta)$
photon virtuel,	$q = (E - E', -E' \sin \theta, 0, E - E' \cos \theta)$ , impulsion du transfert.

où  $\theta$  est l'angle de diffusion du lepton. Le système photon-hadron est caractérisé par les variables :

$\nu = E - E'$ ,	énergie du $\gamma^*$ dans le laboratoire
$Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$ ,	carré de l'impulsion de transfert
$x = \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu}$ ,	variable de Bjorken, sans dimension, qui prendra une signification physique dans le modèle des partons.

On peut alors écrire, pour la collision  $\gamma^* N \rightarrow X$ ,

$$M_X^2 = (P + q)^2 = M^2 + Q^2 \frac{(1-x)}{x}$$

Puisque  $M_X^2 > M^2$  (le nucléon étant le plus léger des baryons), on a nécessairement  $0 \leq x \leq 1$ , le cas  $x = 1$  correspondant à la diffusion élastique.

L'élément de matrice au carré se décompose en trois parties :

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad \text{avec} \quad (2.10)$$

– le tenseur leptonique connu qui décrit l'interaction lepton-photon :

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr}(\not{k}' \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu) = 2(k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - k k' g^{\mu\nu}) ; \quad (2.11)$$

– le carré du propagateur du photon  $e^4/Q^4$  ;  
– le tenseur hadronique que l'on paramètre comme

$$W^{\mu\nu} = -2MW_1(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) + \frac{2W_2}{M}(P^\mu - \frac{Pq}{q^2}q^\mu)(P^\nu - \frac{Pq}{q^2}q^\nu) \quad (2.12)$$

qui est la forme la plus générale respectant (i) la parité et (ii) l'invariance de jauge  $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$ . Les fonctions de structure,  $W_1(Q^2, 2Pq, P^2)$  et  $W_2(Q^2, 2Pq, P^2)$  dépendent des invariants du système hadronique. Après contraction des indices, l'élément de matrice au carré devient,

$$|\mathcal{M}|^2 = 8MEE' \frac{e^4}{Q^4} \left( 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (2.13)$$

La section efficace lepton-proton est alors donnée par

$$\sigma = \frac{1}{2(P+k)^2} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^4P_X}{(2\pi)^3} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P+k-P_X-k') \quad (2.14)$$

où :

- $1/2(P+k)^2 \sim 1/4ME$  est le facteur de flux ;
- $d^3k'/(2\pi)^3 2E'$ , l'espace de phase invariant du lepton final ;
- $d^4P_X/(2\pi)^3$ , l'espace de phase de  $X$  (on intègre non seulement sur la tri-impulsion mais aussi sur la masse invariante du système).

Évaluant explicitement l'équation ci-dessus on a, dans le repère du laboratoire:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\cos\theta} = \frac{2\pi\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left( 2W_1(Q^2, 2Pq, P^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2(Q^2, 2Pq, P^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

Il est utile d'avoir l'expression de la section différentielle sous forme invariante de Lorentz :

$$\frac{E'd\sigma}{dk'^3} = \frac{\alpha^2}{s} \frac{2}{Q^4} \left\{ Q^2(2MW_1 - \frac{W_2 P \cdot q}{M x}) + \frac{W_2}{2M}(s^2 + u^2) \right\}. \quad (2.15)$$

où les invariants de Mandelstam,  $s$  et  $u$ , sont définis par :  $(P+k)^2 = s$ ,  $(P-k')^2 = u$ .

Remarques :

- la dynamique de l'interaction  $\gamma^*N$  est entièrement dans les fonctions inconnues  $W_1, W_2$  ;
- en jouant sur  $E, E', \theta$  on peut extraire  $W_1(Q^2, 2Pq, P^2), W_2(Q^2, 2Pq, P^2)$  expérimentalement ;
- $MW_1, \frac{P \cdot q}{M}W_2 = \nu W_2$  sont sans dimensions ; on peut donc les exprimer comme fonctions de variables sans dimension et écrire

$$MW_1 \left( x, \frac{P^2}{Q^2} \right), \quad \nu W_2 \left( x, \frac{P^2}{Q^2} \right). \quad (2.16)$$

L'expérience permet de mettre en évidence les deux faits importants suivants (voir fig. 4) :

$$MW_1 \left( x, \frac{P^2}{Q^2} \right) \equiv MW_1(x), \quad \nu W_2 \left( x, \frac{P^2}{Q^2} \right) \equiv \nu W_2(x) \quad (2.17)$$

c'est-à-dire qu'il n'y a pas de dépendance explicite en  $Q^2$ , à l'intérieur des barres d'erreurs expérimentales. C'est la propriété d'invariance d'échelle [10]. Si l'on avait négligé depuis le début la masse  $M$  du proton, ( $P^2 = M^2 = 0$ ) on aurait eu immédiatement l'invariance d'échelle. Tout se passe donc comme si le photon virtuel est insensible à la taille du proton ;

- la relation  $2MW_1(x) \equiv \nu W_2(x)/x$  est satisfaite expérimentalement.

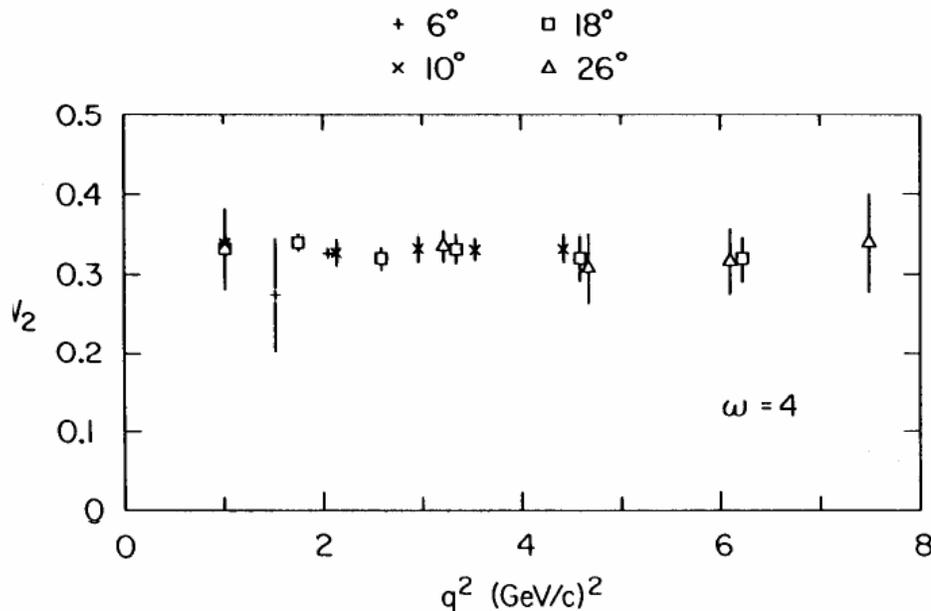


Figure 4: Résultats expérimentaux de SLAC [12] montrant l'invariance d'échelle de la fonction  $\nu W_2$ . La variable  $\omega = 1/x$ .

Nous allons maintenant montrer comment ces deux propriétés se comprennent dans le modèle des partons de spin  $\frac{1}{2}$ .

## 2.1 Le modèle des partons et la diffusion profondément inélastique

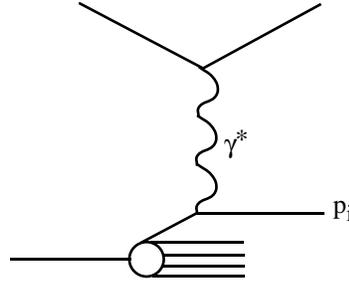
Feynman a proposé de considérer le proton (ou le nucléon) comme composé de partons, objets sans structure (ponctuels) dont les nombres quantiques sont à priori inconnus (spin,

charge ...) mais qui doivent cependant former un objet de spin, charge,... connus [11]. On se place dans un repère où l'impulsion du proton  $P \sim (E, 0, 0, E)$ ,  $E \rightarrow \infty$  (repère "d'impulsion infinie") et on négligera éventuellement les masses du proton et des partons. L'impulsion du proton est portée par les constituants et on peut donc écrire

$$p_i = x_i P$$

où  $p_i$  est l'impulsion du parton  $i$  et on a  $\sum_i x_i = 1$ .

Le postulat de base consiste à décrire l'interaction  $\gamma^*$ -hadron en termes d'interaction  $\gamma^*$ -parton puisque le photon très virtuel a un pouvoir de résolution très élevé et qu'il peut donc "voir" les constituants du proton. Ceci est symbolisé par le diagramme suivant où le photon virtuel est absorbé par le parton  $p_i$



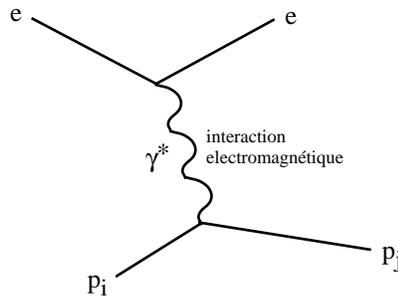
Le temps caractéristique de l'interaction électromagnétique est (l'inverse de la virtualité du photon "dilatée" dans le repère d'impulsion infinie) :

$$\tau_{emg} \sim \frac{1}{\sqrt{Q^2}} \frac{q_0 + q}{\sqrt{Q^2}} = \frac{1}{xE} \rightarrow \infty \text{ quand } E \rightarrow \infty . \quad (2.18)$$

En comparaison, le temps caractéristique de l'interaction forte (en supposant le proton de masse  $M$  constitué de 2 partons de masse nulle pour simplifier) est :

$$\tau_{i.f.} \sim \frac{1}{E - E_1 - E_2} \sim \frac{E}{M^2} \rightarrow \infty \text{ quand } E \rightarrow \infty . \quad (2.19)$$

On en conclut l'inégalité  $\tau_{emg} \ll \tau_{i.f.}$  et l'interaction électromagnétique est quasi instantanée comparée au temps d'interaction forte quand  $E \rightarrow \infty$ ,  $x \neq 0$ . Il paraît donc justifié de négliger les effets de l'interaction forte et de considérer les partons comme "libres" lors de la diffusion électromagnétique. Pendant le temps de l'interaction  $\gamma^* p_i$ , on va ignorer l'interaction hadronique qui prend place sur une échelle de temps beaucoup plus grande. Bien après l'interaction électromagnétique, les partons se recombinent pour donner des hadrons avec une probabilité unité puisque l'on n'observe que des hadrons dans le système  $X$ . Puisque les interactions fortes de confinement n'affectent pas l'interaction du  $\gamma^*$  avec le parton, il suffira donc de calculer



et d'ajouter ensuite de façon incohérente les sections efficaces invariantes  $ep_i$  pour reconstituer la section efficace électron-proton.

### 2.1.1 Section efficace électron-parton

On va décomposer l'amplitude invariante de la manière suivante (c.f. éq. 2.10)

$$|\mathcal{M}|_{ep_i}^2 = \frac{e_i^2 e^4}{Q^4} L^{\mu\nu} \underbrace{\hat{W}_{\mu\nu}}_{\text{interact. } \gamma^* \text{-parton}} .$$

où  $e_i$  est la charge du parton mesurée par rapport à celle du proton  $e$ . On suppose pour le moment que les partons ont un spin  $\frac{1}{2}$  (certains partons ont nécessairement un spin  $\frac{1}{2}$ , puisque le proton a  $S = \frac{1}{2}$ ). On peut poser pour l'interaction  $\gamma^*$ -parton, et par analogie avec QED, l'éq. (2.11),

$$\hat{W}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr}(\not{p}' \gamma^\mu \not{p} \gamma^\nu) = 2(p_{i\mu} p'_{i\nu} + p_{i\nu} p'_{i\mu} - p_i p'_i g_{\mu\nu}), \quad (2.20)$$

où l'impulsion du parton final est  $p'_i = p_i + q$ . Pour des partons de masse nulle on a alors,

$$|\mathcal{M}|_{ep_i}^2 = 8 \frac{e_i^2 e^4}{Q^4} ((p_i k)^2 + (p_i k')^2). \quad (2.21)$$

La section efficace de diffusion électron-parton sera donc (c.f. (éq. 2.14))

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3 k'}{2E'} \frac{d^3 p'_i}{2p'_i} |\mathcal{M}|_{ep_i}^2 \delta^{(4)}(k + p_i - k' - p'_i) \quad (2.22)$$

avec  $\hat{s} = (p_i + k)^2$ . Après intégration, la section efficace différentielle invariante aura la forme:

$$\frac{E' d\hat{\sigma}}{d^3 k'} = \frac{\alpha^2}{\hat{s}} e_i^2 \frac{8}{Q^4} ((p_i k)^2 + (p_i k')^2) \delta(2p_i q - Q^2).$$

Pour trouver la forme de la section efficace hadronique, on va sommer de façon incohérente les diverses contributions partoniques. On va donc devoir calculer:

$$\frac{E' d\sigma}{d^3 k'} = \sum_i \int_0^1 dz_i F_i(z_i) \left. \frac{E' d\hat{\sigma}}{d^3 k'} \right|_{p_i = z_i P} \quad (2.23)$$

où  $F_i(z)$  est la probabilité de trouver dans le proton un parton de type  $i$  portant la fraction d'impulsion  $z_i$  du proton. Introduisant la notation  $\hat{s} = 2p_i k = z_i s$  et  $2p_i k' = -z_i u$ , on trouve.

$$\begin{aligned} \frac{E' d\sigma}{d^3 k'} &= \frac{\alpha^2}{s} \sum_i e_i^2 \int_0^1 \frac{dz_i}{z_i} F_i(z_i) \frac{2z_i^2}{Q^4} (s^2 + u^2) \delta(2z_i P \cdot q - Q^2) \\ &= \frac{\alpha^2}{s} \frac{s^2 + u^2}{Q^4} \sum_i e_i^2 \frac{x}{Pq} F_i(x) \end{aligned} \quad (2.24)$$

valable pour des partons de spin  $\frac{1}{2}$ . On note que les contraintes cinématiques fixent la valeur de l'impulsion du parton interagissant à  $z_i = \frac{Q^2}{2Pq} = x$ , la variable de Bjorken. Si

on compare avec la formule de la section efficace différentielle invariante électron-proton (éq. 2.15), on peut identifier:

$$\frac{W_2}{M}(x, Q^2, P^2) = \sum_i e_i^2 \frac{x}{Pq} F_i(x)$$

qui est équivalent à

$$\nu W_2(x, Q^2, P^2) = \sum_i e_i^2 x F_i(x) \quad (2.25)$$

et on observe, de plus, que

$$2MW_1(x, Q^2, P^2) = \frac{1}{x} \nu W_2(x)$$

Exercice : Montrer que pour des partons de spin 0 (couplage au  $\gamma^*$  donné par  $e_i(p_i + p'_i)^\mu$ ) on a  $W_1 \equiv 0$ .

En conclusion,

- On voit donc que le modèle des partons prédit bien l'invariance d'échelle, c'est-à-dire que  $\nu W_2(x, Q^2, P^2) = \nu W_2(x)$  (conséquence de la nature ponctuelle des partons) ;
- La relation  $2MW_1(x) = \nu W_2(x)/x$  est une conséquence du spin  $\frac{1}{2}$  des partons : cela montre que les seuls partons chargés dans le proton sont de spin  $\frac{1}{2}$  ;
- La variable de Bjorken  $x = \frac{Q^2}{2Pq}$  prend un sens physique : c'est l'impulsion normalisée du parton qui a subi l'interaction électromagnétique ;
- La fonction de structure  $\nu W_2$  acquiert également une interprétation : c'est la somme pondérée, par l'impulsion  $x$  et la charge  $e_i^2$ , des probabilités de trouver un parton  $i$  dans le proton.

### 2.1.2 Identification partons $\equiv$ quarks + ... ; règles de somme

Il est tentant d'identifier les partons de Feynman aux quarks de Gell-Mann et Zweig et de supposer que le proton et le neutron, dans les expériences d'inélastique profond s'expriment, comme dans le modèle des quarks, par:

$$\begin{aligned} \text{proton} &= (uud) \\ \text{neutron} &= (udd). \end{aligned}$$

Ce sont les quarks de valence et on dénote  $u_v(x)$  et  $d_v(x)$  la distribution de ces quarks  $u$  et  $d$  dans le proton. Par la symétrie d'isospin on a ( $p$  dénote ici le proton et  $n$  le neutron)

$$\begin{aligned} F_u^p(x) &= F_d^n(x) = u_v(x) \\ F_d^p(x) &= F_u^n(x) = d_v(x) \end{aligned}$$

Les nombres quantiques du nucléon sont portés par les quarks de valence. L'expérience montre que le proton contient également des antiquarks : ce sont les antiquarks de la mer

ou "matelots". La somme des nombres quantiques portés par les quarks et antiquarks de la mer est nulle. Leur distribution est donc notée :  $u_s(x) = \bar{u}_s(x)$ ,  $d_s(x) = \bar{d}_s(x)$ ,  $s_s(x) = \bar{s}_s(x)$ . On définit

$$\begin{aligned} u(x) &= u_v(x) + u_s(x) \\ d(x) &= d_v(x) + d_s(x). \end{aligned}$$

En négligeant le rôle des quarks étranges, on peut écrire, suivant le modèle des partons (voir éq. (2.25))

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} \nu W_2^{ep} &= \frac{4}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) \\ \frac{1}{x} \nu W_2^{en} &= \frac{1}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(d(x) + \bar{d}(x)). \end{aligned}$$

où on utilise la notation simplifiée:  $\bar{u}_s = \bar{u}$ ,  $\bar{d}_s = \bar{d}$ .

L'interprétation des fonctions  $u(x)$ ,  $d(x)$  comme probabilités de trouver des quarks dans le nucléon permet d'écrire de nombreuses "règles de somme" qui exprime le fait que les caractéristiques d'un hadron sont entièrement portées par ses constituants. Par exemple, la différence:

$$\frac{\nu}{x} W_2^{ep}(x) - \frac{\nu}{x} W_2^{en}(x) = \frac{\nu}{x} W_2^{ep-en}(x) = \frac{1}{3} (u(x) + \bar{u}(x) - d(x) - \bar{d}(x)) = \frac{1}{3} (u_v(x) - d_v(x))$$

dont l'intégrale mesurée expérimentalement est :

$$3 \int_0^1 \frac{dx}{x} \nu W_2^{ep-en}(x) = \int_0^1 dx (u_v(x) - d_v(x)) = 1$$

qui correspond bien à la différence du nombre de quarks de valence de type  $u$  et  $d$ . Si l'on connaît  $u$ ,  $d$ ,  $\bar{u}$  et  $\bar{d}$  indépendamment, on peut également vérifier les règles de somme de charge:

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3}(u - \bar{u}) - \frac{1}{9}(d - \bar{d}) \right] &= 1 = \text{charge du proton} \\ \int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3}(d - \bar{d}) - \frac{1}{9}(u - \bar{u}) \right] &= 0 = \text{charge du neutron} \end{aligned}$$

Ces règles de somme sont en accord avec l'expérience. D'autre part, il est possible de mesurer

$$\frac{1}{x} \nu W_2^{ep+en} = \frac{5}{9} (u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x))$$

et ainsi calculer

$$\frac{9}{5} \int_0^1 dx \nu W_2^{ep+en} = \int_0^1 dx x (u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x))$$

qui mesure l'impulsion moyenne portée par les quarks  $u$ ,  $d$ ,  $\bar{u}$  et  $\bar{d}$  dans le nucléon. Le résultat de cette expérience est:

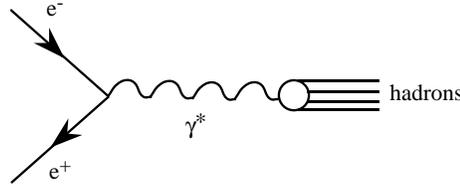
$$\langle x \rangle_{q+\bar{q}} \simeq 0.45 \neq 1. \quad (2.26)$$

ce qui signifie que les quarks ne portent que la moitié de l'impulsion du nucléon, le reste étant porté par des partons neutres: il est tentant, alors, d'identifier ces partons neutres aux "gluons" qui lient les quarks entre eux dans le nucléon (le quark  $s$  ne joue pas un rôle important dans cette réaction car la production de  $K$ ,  $\Lambda$  est négligeable).

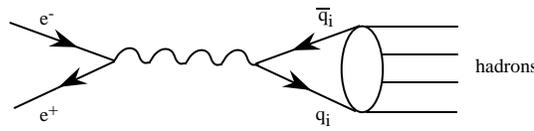
Pour terminer avec cette succincte introduction au modèle des partons, on peut noter que la diffusion  $\nu$ -nucléon est susceptible d'une description similaire à celle de  $e$ -nucléon à condition de remplacer l'échange d'un photon virtuel par l'échange d'un boson de jauge  $W^\pm$  ou  $Z$  virtuel suivant que l'on étudie les courants chargé ou neutre.

### 2.1.3 Application du modèle des partons

On peut considérer le processus croisé de DIS, à savoir  $e^+e^- \rightarrow$  hadrons:



Pour  $E_{e^+e^-} = Q \rightarrow \infty$  on peut appliquer le modèle des partons: le photon virtuel de genre temps ( $Q^2 > 0$ ) se couplera à une paire quark-antiquark qui, "longtemps" après l'interaction électromagnétique, se désintégrera en hadrons:



La transition  $q_i\bar{q}_i \rightarrow$  hadrons se fait avec probabilité 1. On peut donc écrire

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow had} = \sum_i \sigma^{e^+e^- \rightarrow q_i\bar{q}_i}.$$

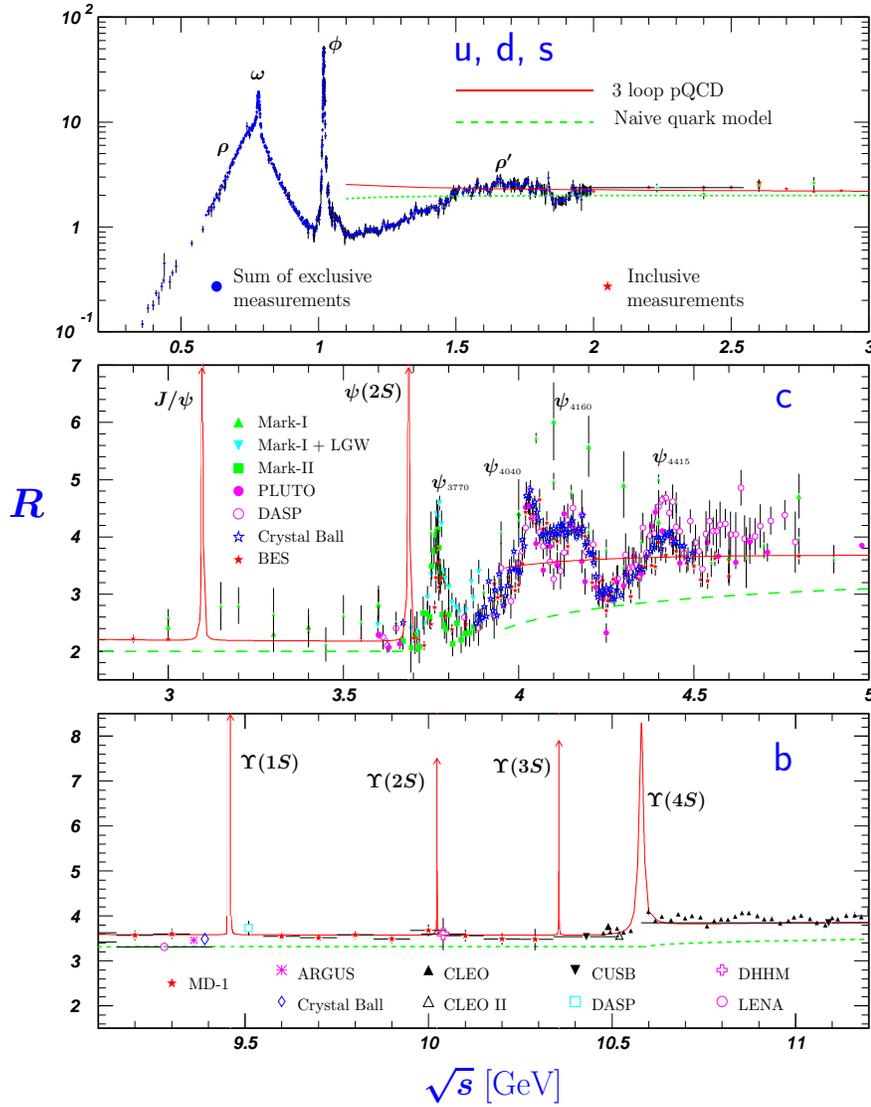
Il est traditionnel de définir le rapport sans dimension:

$$R = \frac{\sigma^{e^+e^- \rightarrow had.}}{\sigma^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} = \sum_i e_i^2.$$

On voit que les seules différences entre le processus hadronique et le processus purement leptonique sont les facteurs de charge (les facteurs cinématiques,  $\gamma^\mu$ , espace de phase sont identiques pour les quarks et les  $\mu$  car ce sont des particules de spin 1/2, et qu'on néglige les masses). On trouve alors

$$R = \underbrace{\frac{4}{9}}_u + \underbrace{\frac{1}{9}}_d + \underbrace{\frac{1}{9}}_s + \underbrace{\frac{4}{9}}_c + \underbrace{\frac{1}{9}}_b = \frac{11}{9}$$

où pour  $Q > 10$  GeV, il faut prendre en compte la contribution des saveurs lourdes  $c$  et  $b$  (le seuil de production du quark  $top$  est beaucoup plus élevé et correspond à  $Q > 350$  GeV). Ce résultat est en désaccord avec les résultats expérimentaux comme on peut le voir sur

$R$  in Light-Flavor, Charm, and Beauty Threshold Regions

**Figure 40.7:**  $R$  in the light-flavor, charm, and beauty threshold regions. Data errors are total below 2 GeV and statistical above 2 GeV. The curves are the same as in Fig. 40.6. **Note:** CLEO data above  $\Upsilon(4S)$  were not fully corrected for radiative effects, and we retain them on the plot only for illustrative purposes with a normalization factor of 0.8. The full list of references to the original data and the details of the  $R$  ratio extraction from them can be found in [arXiv:hep-ph/0312114]. The computer-readable data are available at <http://pdg.ihep.su/xsect/contents.html> (Courtesy of the COMPAS(Protvino) and HEPDATA(Durham) Groups, August 2005.)

Figure 5: *Compilation par le "Particle Data Group" des données expérimentales sur le rapport  $R$  au dessous de  $\sqrt{s} = 12$  GeV.*

la fig. 5 (les pics correspondent à la production de résonances près du seuil d'une saveur additionnelle).

En fait, dans le calcul ci-dessus, on n'a pas tenu compte du fait que les quarks sont colorés. Prenant ceci en compte il faut sommer sur les 3 types de couleur, ce qui donne

$$R = N_c \sum_i e_i^2 = \frac{11}{3}$$

et qui est en accord avec l'expérience. On peut noter qu'en dessous du seuil de production du quark charmé les données sont autour de  $R = 2$  comme il se doit.

#### 2.1.4 Le modèle des partons: formulation générale

1. Sous certaines conditions que l'on précisera ci-dessous, on considère qu'un hadron est constitué de partons. On travaille dans le repère d'impulsion infinie du hadron. On a donc

$$H = \{p_i\} \quad i = 1, \infty$$

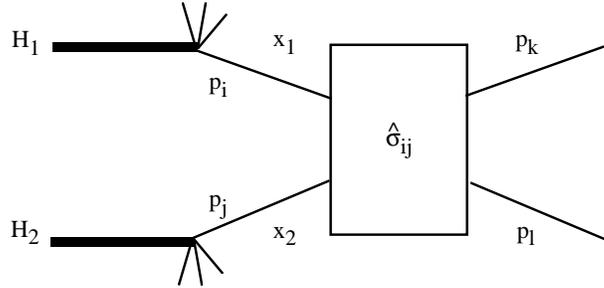
$$P = \sum_i p_i \quad \text{où les } P, p_i \text{ sont les impulsions du hadron et des partons respectivement.}$$

On néglige toutes les masses (du hadron et des partons) et on peut alors écrire

$$p_i = x_i P \quad \text{avec} \quad \sum_i x_i = 1.$$

Les partons sont sans structure et on ignore leurs interactions à l'intérieur du hadron.

2. L'interaction entre hadrons se réduit à une interaction entre partons selon le diagramme suivant



où  $\hat{\sigma}_{ij}$  est la section efficace de l'interaction "dure" entre partons. La section efficace hadronique est une superposition incohérente des sections efficaces partoniques c'est-à-dire que l'on ajoute les probabilités et non les amplitudes. On écrit alors

$$\sigma^{H_1 H_2} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 F_i^{H_1}(x_1) F_j^{H_2}(x_2) \hat{\sigma}_{ij}(x_1, x_2, s).$$

La fonction  $F_i^H(x)$  est la densité partonique c'est-à-dire la probabilité de trouver dans le hadron  $H$  un parton de type  $i$  portant la fraction  $x$  de l'impulsion du hadron. On néglige les effets d'impulsion transverse. La fonction  $F_i^H(x)$  est invariante

d'échelle, c'est-à-dire indépendante des variables (dimensionnées) de Mandelstam  $s, t, u$ . Elle contient les effets à "longue distance" (confinement) et la dépendance en  $x$  n'est pas prédite par la théorie. Les effets de "courte distance" sont contenus dans la section efficace partonique "dure"  $\hat{\sigma}_{ij}$ . Cette séparation - factorisation - entre physique à longue distance et physique à courte distance est analogue à celle réalisée par l'approche beaucoup plus rigoureuse mais plus restrictive du développement en produit d'opérateurs sur le cône de lumière [27].

3. Le modèle des partons est un postulat valable quand toutes les variables dimensionnées  $s, t, u$  sont grandes comparées à l'échelle de masse des hadrons ( $\sim 1 \text{ GeV}^2$ ).

## 2.2 Au delà du modèle des partons naïf

Une version moderne de la fig. 4 est montrée en fig. 6. Les données combinées de nombreuses expériences permettent de couvrir un très grand domaine en  $x$ ,  $0,000063 < x < 0,85$ , et  $Q^2$ ,  $0,3 < Q^2[\text{GeV}^2] < 30000$ . Si l'invariance d'échelle est bien vérifiée pour les valeurs  $0,05 < x < 0,25$  ce n'est le cas ni à petit  $x$ , ni à grand  $x$  où une violation logarithmique (en  $\ln(Q^2)$ ) est clairement visible. L'hypothèse à la base du modèle des partons, selon laquelle les partons sont libres et indépendants dans un hadron, est donc une simplification trop drastique. Il est nécessaire de prendre en compte l'interaction entre partons qui est décrite par la Chromodynamique Quantique. Quand les énergies mises en jeu sont grandes ( $s, t, u \rightarrow \infty$ ) on verra que la constante de couplage de QCD  $\alpha_s \rightarrow 0$ . Cela justifie une approche perturbative. Le résultat fondamental de l'application de QCD perturbatif au modèle des partons est que l'interprétation probabilistique du modèle est préservée mais il apparaîtra des modifications. Le résultat final du calcul d'une section efficace est :

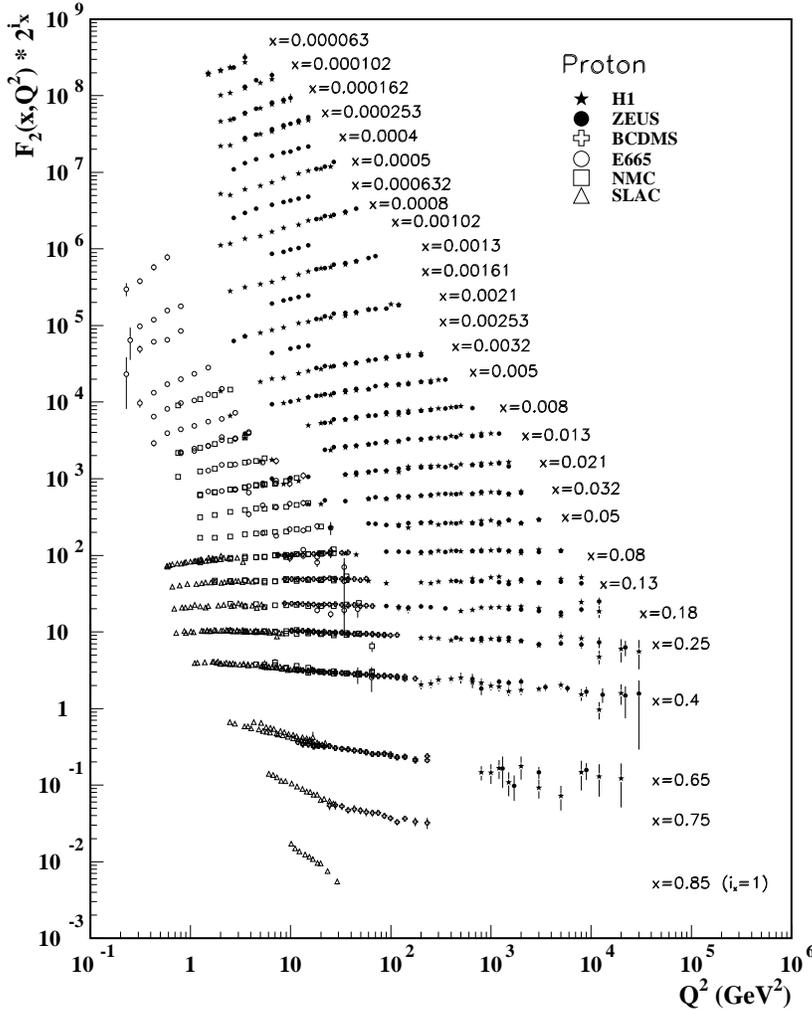
$$\sigma^{H_1 H_2} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 F_i^{H_1}(x_1, M) F_j^{H_2}(x_2, M) \left[ \hat{\sigma}_{ij} + \alpha_s(M) \hat{\sigma}_{ij}^{(1)} + \alpha_s^2(M) \hat{\sigma}_{ij}^{(2)} \dots \right]$$

où  $M$  est l'échelle de masse caractéristique du processus dur:  $M^2 \sim s, t, u$ . Plus précisément,

- la propriété de factorisation entre physique à courte distance (distributions partoniques) et physique à longue distance (section partonique dure) n'est pas détruite par les corrections QCD ;
- les densités partoniques acquièrent une dépendance logarithmique en  $M$ : c'est la fameuse "violation de l'invariance d'échelle" qui est prédite et calculable en QCD ;
- la section efficace partonique admet un développement en puissance de  $\alpha_s$  à coefficients finis et calculables.

Un des buts du cours sera de dériver la formule ci-dessus.

NOTE: THE FIGURES IN THIS SECTION ARE INTENDED TO SHOW THE REPRESENTATIVE DATA. THEY ARE NOT MEANT TO BE COMPLETE COMPILATIONS OF ALL THE WORLD'S RELIABLE DATA.



**Figure 16.6:** The proton structure function  $F_2^p$  measured in electromagnetic scattering of positrons on protons (collider experiments ZEUS and H1), in the kinematic domain of the HERA data, for  $x > 0.000063$  (cf. Fig. 16.9 for data at smaller  $x$  and  $Q^2$ ), and for electrons (SLAC) and muons (BCDMS, E665, NMC) on a fixed target. Statistical and systematic errors added in quadrature are shown. The data are plotted as a function of  $Q^2$  in bins of fixed  $x$ . Some points have been slightly offset in  $Q^2$  for clarity. The ZEUS binning in  $x$  is used in this plot; all other data are rebinned to the  $x$  values of the ZEUS data. For the purpose of plotting,  $F_2^p$  has been multiplied by  $2^{i_x}$ , where  $i_x$  is the number of the  $x$  bin, ranging from  $i_x = 1$  ( $x = 0.85$ ) to  $i_x = 28$  ( $x = 0.000063$ ). References: **H1**—C. Adloff *et al.*, Eur. Phys. J. **C21**, 33 (2001); C. Adloff *et al.*, Eur. Phys. J. (accepted for publication) hep-ex/0304003; **ZEUS**—S. Chekanov *et al.*, Eur. Phys. J. **C21**, 443 (2001); **BCDMS**—A.C. Benvenuti *et al.*, Phys. Lett. **B223**, 485 (1989) (as given in [54]); **E665**—M.R. Adams *et al.*, Phys. Rev. **D54**, 3006 (1996); **NMC**—M. Arneodo *et al.*, Nucl. Phys. **B483**, 3 (97); **SLAC**—L.W. Whitlow *et al.*, Phys. Lett. **B282**, 475 (1992).

Figure 6: *Compilation par le "Particle Data Group" des données récentes de la fonction de structure  $F_2(x, Q^2) = \nu W_2(x, Q^2)/x$ .*

## 2.3 Conclusions

Nous avons essayé dans la section 2 de décrire quelques résultats qui semblent indiquer que les hadrons sont constitués d'entités plus fondamentales. En effet, on peut comprendre un grand nombre de phénomènes physiques aux échelles de masse de  $M \sim 1$  GeV aussi bien que  $M \gg 1$  GeV si l'on suppose que les hadrons sont constitués de quarks définis comme des objets ponctuels de spin  $\frac{1}{2}$ , et de charge fractionnaire. Ces quarks sont groupés en trois familles:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

D'autre part, dans le Modèle Standard, un quark de saveur donnée vient en 3 couleurs  $q = (q_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $q$  appartenant à la représentation fondamentale  $\mathbf{3}$  du groupe  $SU(3)_{\text{couleur}}$ . Les autres candidats possibles pour le groupe de couleur comme  $O(3)$ ,  $SO(3)$  et  $U(3)$  sont éliminés car ils sont en désaccord avec les résultats expérimentaux:

- $SO(3)$  et  $O(3)$  permettent l'existence d'états  $[qq]$  singulets de couleur de charge fractionnaire, car ils ne distinguent pas la couleur de l'anti-couleur. De tels états ne sont pas observés expérimentalement.
- $U(3)$  sera exclu ultérieurement lorsqu'on imposera l'invariance de jauge locale : il existerait alors un gluon de masse nulle, sans couleur, qui induirait une interaction à longue portée entre les hadrons, en contradiction avec l'expérience.

Remarque : A priori, le Modèle Standard, tel que décrit ci-dessus, n'était pas la seule possibilité. En particulier, Han et Nambu [26] ont proposé une alternative où les quarks ont une charge entière (c.f. table 1). La version jaugée de Han-Nambu (due à Pati et Salam) a eu une certaine vogue: toutes les prédictions  $\sim \sum_q e_q^2$  coïncident avec celle du Modèle Standard. Elle a néanmoins été éliminée lorsque des mesures précises de quantités expérimentales dépendant de  $\sum_q e_q^4$  sont apparues (p. ex. dans les processus  $\gamma + p \rightarrow \gamma + X$ ,  $pp \rightarrow \gamma + \gamma + X$ ).

	R	G	B
u	0	1	1
d	-1	0	0
s	-1	0	0

Table 1: Charge des différents quarks colorés dans le modèle de Han-Nambu

## 3 Le Lagrangien QCD

Avant d'entrer dans le détail de l'interaction entre quarks et gluons nous allons faire quelques rappels sur l'électrodynamique quantique. Le principe de construction de la théorie, l'invariance de jauge, est le même dans les deux cas mais le cas abélien de QED est beaucoup plus simple à écrire. Le comportement asymptotique (infrarouge et ultraviolet)

des deux théories est cependant complètement différent. Toute la physique est contenue dans la densité lagrangienne,  $\mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x))$ , une fonctionnelle locale des champs  $\phi(x)$  et de leurs premières dérivées, à partir de laquelle on construit l'action:

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x)).$$

L'action est une quantité sans dimension. Si on impose que l'action est stationnaire sous une variation du champ (principe de Hamilton), on obtient les équations d'Euler-Lagrange:

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi(x)} - \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi(x)} = 0 \quad (3.27)$$

qui décrivent l'évolution classique du champ  $\phi(x)$ . C'est à partir de ces équations, qu'en formalisme de la seconde quantification, on obtient les règles de Feynman qui permettent de calculer perturbativement n'importe quel processus en théorie des champs.

### 3.1 Le Lagrangien QED

Pour QED, la densité lagrangienne s'écrit pour un fermion  $\Psi$  de masse  $m$  et de charge  $e$

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i \not{D} - m)\psi \quad (3.28)$$

où le tenseur du champ électromagnétique est

$$F^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x)$$

avec  $A^\mu(x)$  est le champ du photon, tandis que le dérivée covariante est définie par  $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ . Une transformation de jauge locale est définie par

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{ie\alpha(x)}\psi(x), \quad \bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{-ie\alpha(x)}\bar{\psi}(x) \quad (3.29)$$

et simultanément pour le photon

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x).$$

avec  $\alpha(x)$  une fonction réelle. Sous forme infinitésimale une transformation de jauge s'écrit :

$$\delta\psi = ig\alpha\psi, \quad \delta\bar{\psi} = -ie\bar{\psi}\alpha, \quad \delta A_\mu = \partial_\mu \alpha \Rightarrow \delta F_{\mu\nu} = 0 \quad (3.30)$$

L'invariance de jauge garantit que le photon est de masse nulle : en effet un terme de masse tel que  $m^2 A_\mu A^\mu$  ne serait pas invariant. L'application des équations d'Euler-Lagrange mènent à l'équation de Dirac

$$(i \not{D} - m)\psi(x) = \underbrace{-e \not{A}(x)\psi(x)}_{\text{terme d'interaction}} \quad (3.31)$$

et aux équations de Maxwell inhomogènes

$$\partial^\mu F_{\mu\nu}(x) = e\bar{\Psi}\gamma_\nu\Psi. \quad (3.32)$$

Quant aux équations homogènes elles résultent de

$$\partial^\mu \tilde{F}_{\mu\nu}(x) \doteq \partial^\mu \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} F^{\rho\lambda} = 0. \quad (3.33)$$

### 3.2 Invariance de jauge non abélienne et le Lagrangien QCD

En QCD, le champ du quark est une collection de 3 champs de Dirac, un pour chaque composante colorée  $\psi_i$ . Il est noté :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix},$$

et il appartient à la représentation fondamentale  $\mathbf{3}$  du groupe SU(3) ou U(3) (on doit encore déterminer le groupe d'invariance). D'après la théorie des groupes de Lie, un élément  $U$  du groupe agissant sur la représentation fondamentale s'écrit :

$$U = e^{ig \sum_a \alpha_a T_a},$$

avec  $T_a$  les générateurs de l'algèbre,  $\alpha_a$  des paramètres réels arbitraires et  $g$ , le couplage. La condition d'unitarité  $U^\dagger = U^{-1}$  impose  $T_a = T_a^\dagger$ . Pour SU(3) comme groupe de jauge, la condition  $\det U = 1$  impose  $\text{Tr} T_a = 0$  et on a 8 générateurs  $T_a$  ( $a = 1, \dots, 8$ ) qui satisfont aux relations de commutation d'une algèbre de Lie,

$$[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c,$$

avec  $f_{abc}$  totalement antisymétrique et réel. De plus, les générateurs  $T^a$  sont orthogonaux dans le sens où

$$\text{Tr}(T^a T^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}.$$

Si on choisit U(3) comme groupe d'invariance au lieu de SU(3) on a alors un générateur supplémentaire qui est la matrice  $\mathbf{1}$  commutant avec tous les générateurs de SU(3) :  $[\mathbf{1}, T^a] = 0$ . On impose à la théorie une invariance de jauge locale [28]. Si on applique une transformation de jauge locale,

$$\delta\psi = ig\alpha_a T^a \psi, \quad \delta\bar{\psi} = \bar{\psi}(-ig\alpha_a T^a),$$

à la densité lagrangienne  $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i \not{\partial} - m)\psi$ , on obtient alors

$$\delta\mathcal{L} = \bar{\psi} \{-g(\partial_\mu \alpha_a) T^a \gamma^\mu\} \psi.$$

Par analogie avec QED, on va rétablir l'invariance en introduisant les champs vecteurs  $A_\mu^b(x)$  :

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i(\partial_\mu - igA_\mu^b(x)T^b)\gamma^\mu - m) \psi, \quad b = 1, \dots, 8 \text{ pour SU(3) ou } 9 \text{ pour U(3)},$$

qui devient invariant de jauge si on impose la transformation suivante sur les champs  $A_\mu^b$  :

$$\delta A_\mu^c = \partial_\mu \alpha^c - f^{cab} \alpha^a A_\mu^b.$$

Comme pour QED on vérifie facilement qu'un terme de masse associé aux champs  $A_\mu^a(x)$  n'est pas invariant de jauge. Les gluons sont donc des champs de masse nulle qui induisent alors des interactions à longue portée. Ce dernier argument est déterminant pour le choix du groupe de jauge. En effet, si U(3) était le groupe d'invariance, on aurait une interaction

à longue portée entre hadrons qui serait singulet  $\mathbf{1}$  de couleur. Ceci est contraire aux observations expérimentales puisqu'on sait que la force nucléaire forte est à courte portée :  $\sim \frac{1}{m_\pi}$ . Cet argument exclut donc le groupe  $U(3)$  comme groupe de couleur et on reste avec  $SU(3)$  et 8 gluons colorés de masse nulle.

Pour compléter le lagrangien de QCD il faut introduire le terme cinétique des champs de jauge. L'analogie du tenseur  $F_{\mu\nu}$  de QED est

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \underbrace{gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c}_{\text{terme non abélien}} .$$

Il est pratique d'introduire les notations matricielles suivantes :

$$\bar{\alpha} = \alpha_a(x)T^a , \quad \mathcal{A}_\mu(x) = A_\mu^a(x)T^a , \quad \mathcal{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a \quad (3.34)$$

ainsi que la dérivée covariante agissant sur le fermion  $D_\mu = \partial_\mu - ig\mathcal{A}_\mu(x)$ . Le lagrangien, pour un fermion coloré, prend alors la forme compacte suivante (cf. éq. 3.28) :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2}\text{Tr}\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi \quad (3.35)$$

et l'on peut vérifier, avec pas mal de sueur, que  $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$  est invariant sous la transformation

$$\begin{aligned} \delta\psi &= ig\bar{\alpha}\psi \Rightarrow \delta(D_\mu\psi) = ig\bar{\alpha}D_\mu\psi \\ \delta\mathcal{A}_\mu &= \partial_\mu\alpha - ig[\mathcal{A}_\mu, \bar{\alpha}] \Rightarrow \delta\mathcal{F}_{\mu\nu} = -ig[\mathcal{F}_{\mu\nu}, \bar{\alpha}] \end{aligned} \quad (3.36)$$

L'application des équations d'Euler-Lagrange (3.27) au champ du fermion permet d'obtenir l'équation de Dirac du fermion coloré :

$$(i\not{\partial} - m)\psi = -gT^a A_\mu^a \gamma^\mu \psi, \quad \psi = (\psi_i). \quad (3.37)$$

tandis que pour les bosons de jauge on trouve :

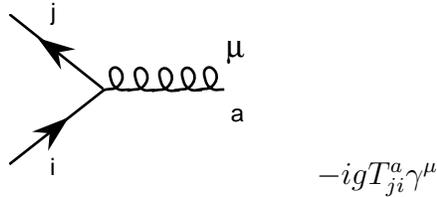
$$\partial^\mu F_{\mu\nu}^a = -gf^{abc} A^{b\mu} F_{\mu\nu}^c - g\bar{\psi}\gamma_\nu T^a \psi. \quad (3.38)$$

ou, de façon explicite,

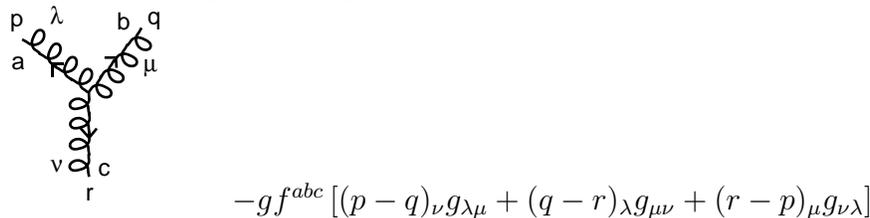
$$(\square g_\nu^\mu - \partial^\mu \partial_\nu)A_\mu^a(x) = -g\bar{\Psi}\gamma_\nu T^a \Psi - gf^{abc} A^{b\mu}(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) - g^2 f^{abc} f^{cde} A_\mu^d A_\nu^e \quad (3.39)$$

On peut alors extraire de ces équations :

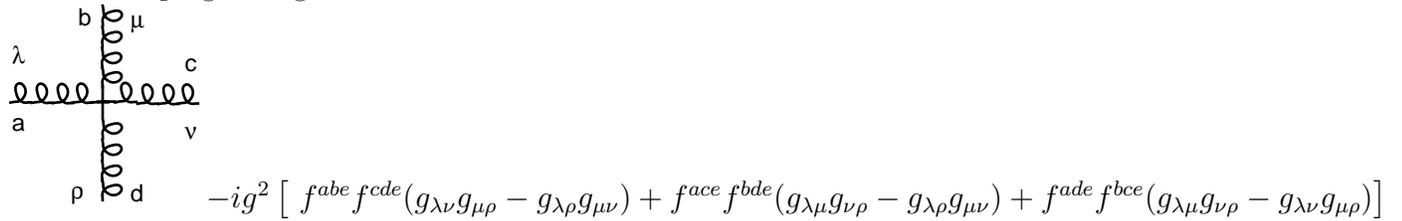
– le couplage fermion-gluon-fermion:



– le couplage à trois gluons :



– le couplage à 4 gluons:



$$-ig^2 [ f^{abe} f^{cde} (g_{\lambda\nu} g_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho} g_{\mu\nu}) + f^{ace} f^{bde} (g_{\lambda\mu} g_{\nu\rho} - g_{\lambda\rho} g_{\mu\nu}) + f^{ade} f^{bce} (g_{\lambda\mu} g_{\nu\rho} - g_{\lambda\nu} g_{\mu\rho}) ]$$

Il est important de noter que la même constante de couplage apparaît tant dans le vertex à trois gluons (linéairement), le vertex à quatre gluons (quadratiquement) que dans le vertex quark-quark-gluon (linéairement). Ceci est due à l’invariance de jauge de la théorie.

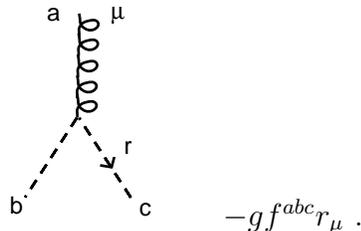
Les termes d’auto-couplage des bosons de jauge sont un des aspects caractéristiques de QCD et c’est une différence fondamentale entre cette théorie et QED. Ce sont eux qui vont être responsables, comme on le verra dans le chapitre suivant, de la propriété de ”liberté asymptotique” de QCD aux hautes énergies et aussi du confinement des quarks et des gluons dans les hadrons (non encore prouvé théoriquement).

### 3.3 Fantômes de Fadeev-Popov

On rappelle que les formes covariantes du propagateur du gluon contiennent des sommes sur les degrés de liberté non physiques (polarisations scalaire, longitudinale). Ces contributions ne sont pas gênantes en QED car elles ne sont pas couplées au courant fermionique. En QCD, les gluons interagissent entre eux (couplage à 3 et 4 gluons) et les propriétés de ces auto-interactions ne permettent pas le découplage des états de polarisation non physiques. Pour les éliminer, on introduit, pour chaque gluon coloré  $A_\mu^a$ , un champ scalaire  $\phi^a$  (fantôme de Fadeev-Popov) obéissant à la statistique de Fermi (nombre de Grassmann) et dont le propagateur vaut

$$-\delta_{ab} \frac{i}{p^2 + i\epsilon}.$$

Le fait que  $\phi^a$  soit non-commutant est crucial car, pour chaque boucle, on obtiendra un facteur  $(-1)$  nécessaire pour compenser la contribution de  $A_\mu^a$  due aux états de polarisation non physique. Pour que la compensation de la contribution des états non physiques ait lieu le couplage du gluon au fantôme est nécessairement de la forme (faire attention au choix des impulsions et au sens de la flèche):



$$-g f^{abc} r_\mu.$$

Le couplage  $\phi\phi A$  ci-dessus est valable dans la jauge de Landau aussi bien que dans la jauge de Feynman. Ces règles de Feynman associées aux fantômes correspondent dans le lagrangien à un nouveau terme

$$\mathcal{L}_{\text{FP}} \sim \bar{\phi} \partial^\mu D_\mu \phi.$$

En conclusion, si on fait le calcul en jauge covariante, il ne faut pas omettre les diagrammes contenant les fantômes. Par contre, si on choisit de travailler avec une jauge non covariante ( $k\epsilon = n\epsilon = 0$ ), il n'y a pas de fantômes puisque seuls les deux degrés de polarisation physique des bosons de jauge sont pris en compte.

Notre introduction des fantômes de Fadeev-Popov est bien légère! La façon moderne et correcte de quantifier les théories de jauge non abélienne repose sur la construction de la fonctionnelle génératrice qui, par dérivation, donnent les règles de Feynman de la série perturbative. Pour donner un sens mathématique à cette fonctionnelle il faut d'abord "fixer" la jauge par une contrainte. C'est cette contrainte qui peut s'exprimer sous forme de champs de Fadeev-Popov dans le lagrangien de QCD [29]. Quant à la renormalisabilité de QCD elle a d'abord été prouvée par 't Hooft [30] puis, sous une forme élégante et simplifiée, par Becchi, Rouet, Stora [31].

## 4 Divergences ultraviolettes et renormalisation

Dans ce qui suit nous allons appliquer les règles de Feynman qui décrivent l'interaction entre électrons et photons (QED) et entre quarks et gluons (QCD) à l'étude des processus à hautes énergies. Dans un calcul d'ordre supérieur on est amené à calculer des diagrammes en "boucles". Or ces derniers sont divergents. L'objet de ce chapitre est de montrer comment traiter ces divergences pour donner un sens à la théorie. Le problème est d'abord illustré par l'étude d'un modèle scalaire simple.

### 4.1 Divergences ultraviolettes et renormalisation en $\lambda\phi^4$ .

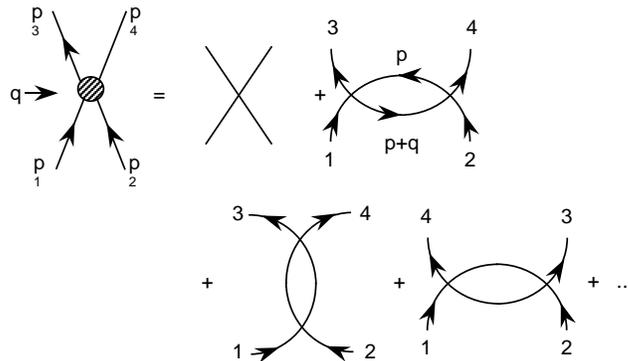
Le lagrangien de la théorie  $\lambda\phi^4$  est

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi(x))^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2(x) - \frac{\lambda}{4!}\phi^4(x) \quad (4.40)$$

où  $\phi(x)$  est un champ scalaire réel. Les règles de Feynman correspondantes sont

$$\text{vertex : } \times = -i\lambda ; \quad \text{propagateur : } \text{---} = \frac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

La diffusion de deux particules est représentée par:



On n'a gardé que les diagrammes aux deux premiers ordres de la théorie des perturbations. Si on dénote  $q = p_1 - p_3$  l'impulsion de transfert entre particules entrante et sortante on a  $q^2 < 0$ . L'amplitude de diffusion s'écrit

$$\mathcal{M} = -i\lambda + \frac{\lambda^2}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m^2 + i\epsilon)((p+q)^2 - m^2 + i\epsilon)} + \dots \quad (4.41)$$

où  $p$  est l'impulsion dans la boucle et où "..." dénote la contribution des deux derniers diagrammes. L'élément d'espace de phase peut s'écrire

$$\int d^4p = \int p^3 dp d\Omega$$

où  $p$  dénote la norme du vecteur et  $d\Omega$  est l'élément d'angle solide. Une analyse dimensionnelle de l'intégrand montre que quand  $p \rightarrow \infty$  il se comporte comme  $\int dp/p$  qui diverge logarithmiquement. Pour donner un sens au calcul on régularise l'intégrale en introduisant un cut-off ultraviolet  $\Lambda_{UV}$ ,

$$\int \frac{dp}{p} \rightarrow \int^{\Lambda_{UV}} \frac{dp}{p} \quad (4.42)$$

L'évaluation de l'éq. (4.41) donne une expression de la forme

$$-ig(q^2, \Lambda_{UV}^2) = -i\lambda + 3i \frac{\lambda^2}{(4\pi)^2} \ln \frac{\Lambda_{UV}^2}{-q^2} + \text{termes indépendants de } \Lambda_{UV} \quad (4.43)$$

où la notation  $g(q^2, \Lambda_{UV}^2)$  rappelle que le résultat du calcul dépend de l'invariant physique  $q^2$  et du cut-off. Considérant maintenant le même processus à l'échelle  $10q^2$ , on a :

$$g(10q^2, \Lambda_{UV}^2) = \lambda - 3 \frac{\lambda^2}{(4\pi)^2} \ln \frac{\Lambda_{UV}^2}{-10q^2} + \dots \quad (4.44)$$

Eliminant  $\lambda$  à l'aide de l'équation (4.43) on a

$$g(10q^2, \Lambda_{UV}^2) = g(q^2, \Lambda_{UV}^2) + 3 \frac{g^2}{(4\pi)^2} \ln \frac{-10q^2}{-q^2} + \dots + \mathcal{O}(\lambda^3) \quad (4.45)$$

Dans le terme en  $\lambda^2$  on a substitué  $\lambda = g$  ce qui est tout à fait justifié puisque le calcul est mené aux deux premiers ordres de la théorie des perturbations et que l'on néglige les termes d'ordre supérieur en  $\lambda^3 \sim g^3$ . La morale de l'histoire est que si l'on exprime l'amplitude de diffusion à l'échelle  $10q^2$  en fonction de celle à l'échelle  $q^2$ , toute dépendance explicite en  $\Lambda_{UV}$  a disparu des équations. En d'autres termes, si on fait une expérience à l'échelle  $q^2$  pour déterminer la valeur de l'amplitude de diffusion à cette échelle, alors la théorie prédit, par l'équation (4.45), quel sera le résultat d'une expérience à  $10q^2$ .

En général, la série perturbative pour une quantité physique, ici  $g(q'^2)$  où  $q'^2$  est une échelle qui caractérise l'énergie du processus étudié, construite à l'aide du paramètre  $\lambda$  ( $\lambda$  couplage dans le lagrangien) n'est pas bien définie car les coefficients du développement en  $\lambda$  sont infinis (dépendent du cut-off non physique  $\Lambda_{UV}$  dans la théorie régularisée). En revanche, la série perturbative pour  $g(q'^2)$  construite à l'aide de  $g(q^2)$ , ( $q^2 \neq q'^2$ ) est parfaitement définie, les coefficients de la série étant finis. On rappelle que la divergence

des coefficients de la série en  $\lambda$  est due aux divergences ultraviolettes dans les diagrammes en boucle. Ce que prédit la théorie n'est donc pas la valeur de l'amplitude de diffusion, en fonction de  $\lambda$  et des autres paramètres du lagrangien, mais seulement la variation de l'amplitude avec l'échelle d'énergie connaissant cette amplitude à une énergie donnée.

On peut exprimer l'éq. (4.44) sous forme différentielle :

$$\frac{dg(q^2, \Lambda_{UV}^2)}{dq^2} = 3 \frac{\lambda^2}{(4\pi^2)} \frac{1}{q^2} \sim 3 \frac{g^2}{(4\pi^2)} \frac{1}{q^2} \quad (4.46)$$

puisque  $\lambda \sim g$  à l'ordre auquel on fait le calcul. Il s'ensuit, par intégration :

$$g(q^2) = \frac{g(q_0^2)}{1 - c g(q_0^2) \ln \frac{q^2}{q_0^2}} \quad , \quad c = \frac{3}{(4\pi)^2} \quad \text{en théorie } \lambda\phi^4. \quad (4.47)$$

C'est ce que l'on appelle la "constante de couplage mobile" (running coupling). Connaissant la valeur du couplage en un point  $q_0^2$ , la théorie prédit sa valeur en tout point. Le paramètre de couplage  $\lambda$  dans le lagrangien est, quant à lui, appelé le "couplage nu". On peut ré-écrire l'éq. (4.45)

$$g(q^2) = \left[ g(q^2) - \frac{3g^2}{(4\pi)^2} \ln \frac{-q^2}{\Lambda_{UV}^2} \right] + \frac{3g^2}{(4\pi)^2} \ln \frac{-q^2}{\Lambda_{UV}^2}. \quad (4.48)$$

Le terme entre [ ] est la contribution du terme en arbre, exprimé en fonction du couplage renormalisé, tandis que le dernier terme est la correction à une boucle. La forme (4.48) est la forme sous laquelle on va construire la série perturbative, c'est-à-dire directement en fonction du couplage renormalisé. Pour cela on écrit la relation entre les deux couplages sous la forme (renormalisation multiplicative) :

$$\lambda = Z_\lambda g \quad \text{où} \quad Z_\lambda = 1 - \frac{3g}{(4\pi)^2} \ln \frac{-q^2}{\Lambda_{UV}^2} \quad (4.49)$$

#### 4.1.1 Principes de la procédure de renormalisation.

Une analyse systématique montre qu'il faut aussi introduire une masse renormalisée et un champ renormalisé. En fait, pour chaque paramètre, dit paramètre nu, apparaissant dans le lagrangien il faut introduire son équivalent renormalisé. On écrit le lagrangien

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_B)^2 - \frac{m_B^2}{2} \phi_B^2 - \frac{\lambda_B}{4!} \phi_B^4 \quad (4.50)$$

où l'indice  $B$  dénote les quantités nues (bare en anglais). On exprime la relation entre paramètres nus et les paramètres renormalisés par une généralisation de l'équation (4.49)

$$\phi_B = Z_3^{1/2} \phi_R \quad , \quad m_B^2 = Z_m m_R^2 \quad , \quad \lambda_B = Z_\lambda \lambda_R. \quad (4.51)$$

Les  $\phi_R$ ,  $m_R$  et  $\lambda_R$  sont les quantités renormalisées. Pour des raisons qui vont devenir évidentes, on écrit habituellement

$$Z_m = \frac{Z_0}{Z_3} \quad , \quad Z_\lambda = \frac{Z_1}{Z_3^2} \quad (4.52)$$

Les  $Z_i$  sont de la forme éq. (4.49), c'est-à-dire qu'ils admettent un développement perturbatif en  $\lambda_R$ . A ce point, on introduit une théorie régularisée pour donner un sens mathématique aux divergences ultraviolettes. Ci-dessus on a introduit un cut-off  $\Lambda_{UV}$ . Pour QED, QCD, l'approche moderne consiste à travailler en  $n \neq 4$  dimensions (voir plus bas). Les relations de type (4.49) dépendent évidemment de la procédure de régularisation. Puisque l'on veut travailler directement avec les quantités renormalisées on va ré-écrire le lagrangien en fonction des  $\phi_R, m_R, \lambda_R$ . On trouve immédiatement

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \frac{Z_3}{2}(\partial_\mu \phi_R)^2 - \frac{Z_0}{2} m_R^2 \phi_R^2 - \frac{Z_1}{4!} \lambda_R \phi_R^4 \\
&= \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_R)^2 - \frac{m_R^2}{2} \phi_R^2 - \frac{\lambda_R}{4!} \phi_R^4 + \frac{\delta Z_3}{2}(\partial_\mu \phi_R)^2 - \frac{\delta Z_0}{2} m_R^2 \phi_R^2 - \frac{\delta Z_1}{4!} \lambda_R \phi_R^4 \\
&\equiv \mathcal{L}_R + \delta \mathcal{L}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Par définition,  $\mathcal{L}_R$  est identique à  $\mathcal{L}$  sauf qu'il est exprimé en fonction des quantités renormalisées tandis que  $\delta \mathcal{L}$  contient les contre-terms proportionnels à  $\delta Z_i = Z_i - 1$ .

Au lieu maintenant de construire la série perturbative à partir de la forme éq. (4.50), on va la construire à partir de la décomposition éq. (4.53) du lagrangien. Les règles de Feynman pour  $\mathcal{L}_R$  sont les mêmes que celles pour  $\mathcal{L}$  sauf qu'elles concernent maintenant les quantités renormalisées. Pour avoir la même théorie que celle en éq. (4.50) il faudra alors ajouter la contribution des contre-terms qui seront choisis de façon à compenser les divergences engendrées par les boucles de  $\mathcal{L}_R$  (cf. éq. (4.48)). Ces contre-terms sont traités comme des couplages et correspondent à de nouveaux diagrammes de Feynman dont les règles sont:

$$\begin{aligned}
\text{---} \times \text{---} &= -i\lambda_R \delta Z_1, & \text{contre-term} \text{ du vertex} \\
\text{---} \times \text{---} &= ip^2 \delta Z_3, & \text{contre-term} \text{ de la fonction d'onde} \\
\text{---} \bullet \text{---} &= -im_R^2 \delta Z_0, & \text{contre-term} \text{ de masse}
\end{aligned} \tag{4.54}$$

Par exemple, pour la fonction à 4-points déjà considérée on aura à calculer la série de diagrammes

The diagram shows an equation between three terms. On the left is a 4-point vertex represented by a shaded circle with four external lines. An arrow labeled 'q'' points to the left of this vertex. This is followed by an equals sign. To the right of the equals sign are three terms added together: 1) a tree-level vertex represented by a simple 'X' shape where four lines meet at a central point; 2) a loop diagram consisting of two vertices connected by two internal lines, forming a loop, with a coefficient of 3 in front; 3) a counter-term vertex represented by a solid black circle with four external lines, also with a coefficient of 3 in front.

où, dans ce cas, seul le contre-term de vertex entre en jeu, L'application des règles de Feynman donne alors, en accord avec l'éq. (4.48)

$$-ig(q'^2) = -i\lambda_R + i \frac{3\lambda_R^2}{(4\pi)^2} \ln \frac{\Lambda^2}{-q'^2} - (i\lambda_R) \frac{3\lambda_R}{(4\pi)^2} \ln \frac{-q'^2}{\Lambda^2}. \tag{4.55}$$

où la contribution du contre-term est le dernier terme à droite.

### 4.1.2 Résumé et discussion

Dans les calculs d'ordre supérieur (calculs en boucles) en théorie des champs, apparaissent des divergences ultraviolettes dans les coefficients du développement perturbatif. Pour donner un sens à la théorie il faut la renormaliser. La procédure de renormalisation se décompose en plusieurs étapes :

- on exprime, à priori, le lagrangien en fonction des paramètres renormalisés et on écrit les contre-termes ;
- on régularise la théorie pour donner un sens mathématique aux divergences ; on utilisera la régularisation dimensionnelle où l'espace de phase est en dimension  $n$  et les divergences apparaissent comme des pôles en  $1/\varepsilon$  où  $\varepsilon = n - 4$  ;
- on choisit les contre-termes de façon à compenser les divergences ; différents choix de contre-termes, qui diffèrent par des termes finis, mènent à différents schémas de renormalisation. Les paramètres renormalisés dépendent d'une échelle de masse caractéristique du problème considéré. Les coefficients du développement perturbatif de n'importe quel observable, sont alors finis (si la théorie est renormalisable) et, à l'ordre auquel on fait le calcul, tous les schémas de renormalisation donne le même résultat.

L'origine des divergences ultraviolettes est lié au fait que l'on suppose la théorie valable quelque soit l'échelle d'énergie considérée, en particulier quand  $|q^2| \rightarrow \infty$ . Par les relations d'incertitude de Heisenberg cela correspond à des distances infiniment petites. Ceci est à contraster avec la situation habituelle en physique où les lois ont un domaine de validité limité. Par exemple, la physique atomique est caractérisée par une longueur  $l \simeq 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$  alors que la physique nucléaire est caractérisée par  $l \simeq 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ . Cela correspond respectivement à des énergies de l'ordre de 1 eV et 100 MeV tandis que le domaine de la physique des particules est de 1 GeV et au delà.

Toute la connaissance de la physique nucléaire nécessaire à la physique atomique se résume à quelques constantes comme la masse et la charge du noyau. De même, la physique des particules utile à la physique nucléaire se réduit à la connaissance de la masse du proton, du neutron, du pion et du couplage  $\pi NN$ . Donc l'étude de la physique à une échelle donnée n'a pas besoin des détails de la physique à une échelle de distance beaucoup plus petite: seule la valeur de quelques constantes suffit. La procédure de renormalisation ramène le cas de la théorie des champs à une situation habituelle en physique puisque toutes les complications liées aux divergences ultraviolettes peuvent être éliminées par une re-définition de quelques paramètres tels que masse, couplage, normalisation de la fonction d'onde.

Avant de passer aux détails des calculs on peut faire la remarque suivante concernant le couplage mobile. Si dans le lagrangien, éq. (4.40) on avait choisi  $m = 0$ , il n'y aurait pas eu d'échelle de masse explicite dans la théorie puisque  $\lambda$  est sans dimension. On aurait pu définir le couplage mobile et on aurait alors trouvé l'éq. (4.47) qui dépend explicitement d'une échelle de masse. Ceci peut paraître paradoxal mais c'est une conséquence de la procédure de renormalisation car, pour définir le couplage renormalisé, on a du d'abord régulariser la théorie par l'introduction d'un cut-off ce qui a implicitement introduit une échelle de masse.

## 4.2 Analyse dimensionnelle

La "régularisation dimensionnelle" [32] consiste à travailler dans un espace à  $n$  dimensions,

$$n = 4 - 2\varepsilon ,$$

et à la fin des calculs prendre la limite  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Il est important d'utiliser une procédure qui préserve les invariances de la théorie. Le cut-off utilisé précédemment brise l'invariance sous les translations, puisqu'il met une borne sur l'intégration de l'impulsion interne. Pour QED et QCD, théories covariantes de Lorentz, ce choix n'est pas approprié \*\* et l'on préfère utiliser la régularisation dimensionnelle qui respecte l'invariance de la théorie sous les translations ainsi que l'invariance de jauge.

On utilise QED comme exemple. On rappelle que l'action est une quantité sans dimension

$$S = \int d^n x \mathcal{L}(\psi, \bar{\psi}, A_\mu).$$

Les paramètres (champs, couplage) voient leur dimension, exprimée en unité de masse, affectée lorsque l'on passe de  $\int d^4 x$  à  $\int d^n x$ . Si on dénote la dimension de  $\psi$  par le symbole  $[\psi]$ ,  $\dots$ , on a alors

$$[S] = 0 \quad , \quad [d^n x] = -n.$$

D'où, de façon évidente,

$$\begin{aligned} [\bar{\psi} \partial_\mu \psi] = n &\Rightarrow [\psi] = \frac{n-1}{2} & [\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu] = n &\Rightarrow [A_\mu] = \frac{n-2}{2} \\ [e \bar{\psi} \not{A} \psi] = n &\Rightarrow [e] = \frac{4-n}{2} = \varepsilon & [m \bar{\psi} \psi] = n &\Rightarrow [m] = 1 \end{aligned} \quad (4.56)$$

Le résultat important est que la charge électrique (couplage) acquiert une dimension  $\varepsilon$ . Dans la théorie régularisée à  $n$ -dimensions, la charge sera alors écrite

$$e\mu^\varepsilon, \quad \mu \text{ paramètre de masse arbitraire.}$$

Le terme  $\mu^\varepsilon$  va jouer un rôle important dans la procédure de renormalisation : il va tenir le rôle du point de soustraction  $-q^2$  dans la discussion précédente utilisant la régularisation par un cut-off. Si en régularisation dimensionnelle le couplage est modifié les propagateurs, eux, ne sont pas modifiés.

Lors du calcul des intégrales en boucles on devra typiquement évaluer :

$$\begin{aligned} (e\mu)^{2\varepsilon} \int \frac{d^n k}{(2\pi)^n} \frac{1}{(k^2 - M^2)^2} &= i \frac{e^2}{(4\pi)^2} \left( \frac{4\pi\mu^2}{M^2} \right)^\varepsilon \frac{\Gamma(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} \\ &= i \frac{e^2}{4\pi} \left[ \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma + \ln \left( \frac{\mu^2}{M^2} \right) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \right] \end{aligned} \quad (4.57)$$

## 4.3 Renormalisation de QED à une boucle.

Le lagrangien QED, exprimé en fonction des quantités nues, est

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{B\mu\nu} F_B^{\mu\nu} + \bar{\psi}_B (i \not{\partial} - e_B \not{A}_B) \psi_B + m_B \bar{\psi}_B \psi_B. \quad (4.58)$$

---

\*\*Voir cependant le cours d'Olivier Pène et la régularisation "sur réseau".

On introduit les champs, couplage, masse renormalisés en relation avec leur équivalent nu

$$A_B^\mu = Z_3^{1/2} A^\mu, \quad m_B = \frac{Z_0}{Z_2} m, \quad \psi_B = Z_2^{1/2} \psi, \quad e_B = \frac{Z_1}{Z_2 Z_3^{1/2}} e \mu^\varepsilon \quad (4.59)$$

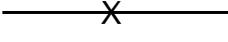
Le lagrangien se décompose alors  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_R + \delta\mathcal{L}$  avec

$$\mathcal{L}_R = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} (i \not{\partial} - e \mu^\varepsilon \not{A}) \psi + m \bar{\psi} \psi \quad (4.60)$$

exprimé en fonction des quantités renormalisées et

$$\delta\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (Z_3 - 1) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (Z_2 - 1) \bar{\psi} i \not{\partial} \psi - (Z_1 - 1) e \mu^\varepsilon \bar{\psi} \not{A} \psi - (Z_0 - 1) m \bar{\psi} \psi. \quad (4.61)$$

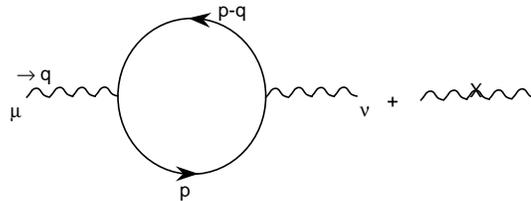
Le lagrangien renormalisé  $\mathcal{L}_R$  donnent les règles de Feynman usuelles tandis que  $\delta\mathcal{L}$  introduit de nouvelles règles associées aux contre-termes. Les contre-termes sont traités comme des termes d'interaction et on obtient les diagrammes suivants:

$(Z_0 - 1) m \bar{\psi} \psi$	$\rightarrow$		$= -im(Z_0 - 1)$	c.terme de masse
$(Z_2 - 1) \bar{\psi} i \not{\partial} \psi$	$\rightarrow$		$= i \not{p}(Z_2 - 1)$	c.terme de fn. d'onde
$(Z_1 - 1) e \mu^\varepsilon \bar{\psi} \not{A} \psi$	$\rightarrow$		$= -ie \mu^\varepsilon \gamma_\alpha (Z_1 - 1)$	c.terme de couplage
$-\frac{1}{4} (Z_3 - 1) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$	$\rightarrow$		$= i(q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu})(Z_3 - 1)$	c.terme de fonction d'onde du photon

En QED, à l'approximation d'une boucle il faut calculer 3 types de diagrammes pour lesquels va maintenant citer les résultats.

### 4.3.1 Polarisation du vide : calcul de $Z_3$ .

On considère "la polarisation du vide" donnée par les diagrammes à 2 photons externes, à l'ordre d'une boucle. On suppose les photons externes hors-couche  $q^2 < 0$  :



On dénote  $i\Pi_{\mu\nu}(q)$  ces contributions et on a donc,

$$i\Pi_{\mu\nu}(q) = i\Pi_{\mu\nu}^{\text{boucle}}(q) + i(Z_3 - 1)(q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}). \quad (4.62)$$

On peut calculer la boucle explicitement ou remarquer que l'invariance de jauge impose

$$\Pi_{\mu\nu}^{\text{boucle}}(q) = (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}) \Pi^{\text{boucle}}(q^2) \quad (4.63)$$

où  $\Pi^{\text{boucle}}(q^2)$  est une fonction scalaire. Il suffit alors de calculer la trace

$$\Pi_{\mu}^{\mu}(q^2)|^{\text{boucle}} = (2\varepsilon - 3) q^2 \Pi^{\text{boucle}}(q^2).$$

L'application des règles de Feynman donne le résultat :

$$\Pi(q^2) = Z_3 - 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma \right) \frac{\alpha}{\pi} - \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{m^2 - q^2 x(1-x)}{\mu^2} \quad (4.64)$$

### Schémas de renormalisation

Le choix du contre-terme pour compenser la divergence définit le schéma de renormalisation:

- schéma  $MS$ : "minimal subtraction scheme" ('t Hooft, Veltman)

$$Z_3 - 1|_{MS} = -\frac{\alpha}{3\pi\varepsilon} \Rightarrow \Pi^{MS}(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} (\ln 4\pi - \gamma) - 2\frac{\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{m^2 - q^2 x(1-x)}{\mu^2} \quad (4.65)$$

- schéma  $\overline{MS}$ : (Buras, Bardeen, ...)

$$Z_3 - 1|_{\overline{MS}} = -\frac{\alpha}{3\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma \right) \Rightarrow \Pi^{\overline{MS}}(q^2) = -\frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{m^2 - q^2 x(1-x)}{\mu^2} \quad (4.66)$$

Il permet de se débarrasser d'inutiles facteurs  $\ln 4\pi - \gamma$  dans les quantités renormalisées.

- schéma  $ON$  (schéma physique ou sur couche de masse): c'est le schéma adopté dans la discussion de  $\lambda\phi^4$ . On soustrait le contre-terme à  $q^2 = 0$  (condition "on shell") en imposant la contrainte

$$\Pi(q^2 = 0)|_{ON} = 0, \quad (4.67)$$

d'où

$$Z_3 - 1|_{ON} = -\frac{\alpha}{3\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma \right) - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{m^2}{\mu^2}$$

et donc

$$\begin{aligned} \Pi(q^2)|_{ON} &= -\frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{m^2 - q^2 x(1-x)}{m^2} \\ &\simeq -\frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{-q^2}{m^2} \quad \text{quand } q^2 \rightarrow \infty, \quad (-q^2 \gg m^2) \end{aligned} \quad (4.68)$$

Ce genre de conditions est souvent utilisé en QED.

On voit que les différents schémas de renormalisation diffèrent par des termes constants.

### 4.3.2 Conséquence et application

Le propagateur du photon est modifié par l'insertion de boucles et contre-termes. Pour le diffusion  $e\mu$ , par exemple, on peut calculer la série complète

L'amplitude de diffusion s'obtient après sommation de la série géométrique et on a :

$$\bar{u}_1 \gamma_\mu u_1 \frac{-i}{q^2} (g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) \bar{u}_2 \gamma_\nu u_2 \frac{e_R^2}{1 + \Pi_R(q^2)} = \frac{e_R^2}{1 + \Pi_R(q^2)} \bar{u}_1 \gamma_\mu u_1 \frac{-i}{q^2} \bar{u}_2 \gamma^\mu u_2 \quad (4.69)$$

On choisit de travailler dans le schéma de renormalisation  $ON$  (physique). Dans ce schéma la charge est, par définition, la valeur de la constante  $\frac{e_{ON}^2}{1 + \Pi_{ON}(0)} = e_{ON}^2$  à  $q^2 = 0$  (voir éq. (4.67)). On trouve par une mesure expérimentale que

$$\alpha_{ON} = \frac{e_{ON}^2}{4\pi} = \frac{1}{137,0359895}, \quad (4.70)$$

valeur que l'on dénote habituellement par  $\alpha$ . A une valeur  $q^2$ , la charge effective sera

$$e_{ON}^2(q^2) = \frac{e_{ON}^2}{1 + \Pi_{ON}(q^2)} = \frac{e_{ON}^2}{1 - \frac{e_{ON}^2}{12\pi^2} \ln \frac{-q^2}{m^2}}, \quad -q^2 \gg m^2$$

soit

$$\alpha_{ON}(q^2) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{|q^2|}{m^2}}, \quad |q^2| \gg m^2 \quad (4.71)$$

Au LEP, par exemple,  $q^2 = M_Z^2 = (90 \text{ GeV})^2$ , on aura

$$\alpha_{ON}(M_Z^2) = \frac{1/137}{1 - \frac{1}{137} \frac{1}{3\pi} \ln \frac{M_Z^2}{m^2}} \simeq \frac{1}{128}$$

qui est la valeur utilisée pour l'analyse des résultats expérimentaux. La prise en compte des termes d'ordre supérieur de la théorie des perturbations implique donc que la charge électrique effective dépend des conditions cinématiques de l'observation.

Remarque : Attention! On n'a considéré dans la discussion qu'une partie des diagrammes à une boucle ce qui est justifié pour QED comme on le verra plus bas. Le calcul correct et complet doit prendre en considération tous les diagrammes du même ordre en  $\alpha$  que ceux considérés ici.

### 4.3.3 Self-énergie du fermion (calcul de $Z_0$ , $Z_2$ ) et du vertex ( $Z_1$ )

On considère maintenant le diagramme à deux fermions externes supposant, pour le moment, le fermion légèrement hors couche ( $p^2 \neq m^2$ ). Il y a trois diagrammes à prendre en compte:

$$\begin{aligned}
-i\Sigma^{\text{boucle}}(p) &+ i \not{p}(Z_2 - 1) &+ (-im)(Z_0 - 1) &= -i\Sigma(p) \\
&\text{contre-terme} &\text{contre-terme} & \\
&\text{de fn. d'onde} &\text{de masse} &
\end{aligned} \tag{4.72}$$

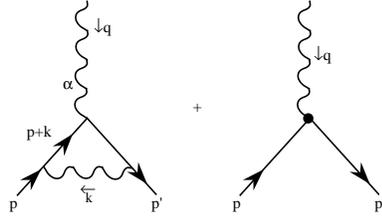
La renormalisation s'obtient dans le schéma  $\overline{MS}$  par le choix des contre-terme :

$$\begin{aligned}
Z_0 - 1|_{\overline{MS}} &= -\frac{\alpha}{\pi}(4\pi)^\varepsilon \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} = -\frac{\alpha}{\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma \right) \\
Z_2 - 1|_{\overline{MS}} &= -\frac{\alpha}{4\pi}(4\pi)^\varepsilon \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} = -\frac{\alpha}{4\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma \right),
\end{aligned} \tag{4.73}$$

et la forme du propagateur renormalisé dans ce schéma sera donc

$$\tilde{S}_F(p)|_{\overline{MS}} = \frac{i}{\not{p} - m - \Sigma(p)|_{\overline{MS}} + i\epsilon} \tag{4.74}$$

Pour le vertex, les diagrammes à considérer sont :



Il suffira, pour déterminer la partie divergente, de choisir une cinématique particulière simple, par exemple  $q = 0 \Rightarrow p = p'$ . On a alors

$$\begin{aligned}
\Lambda_\alpha(p, p) &= \Lambda_\alpha^{\text{boucle}}(p, p) + (Z_1 - 1)\gamma_\alpha \\
&= (Z_1 - 1)\gamma_\alpha - i(e\mu^\varepsilon)^2 \int \frac{d^n k}{(2\pi)^n} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p} + \not{k} - m + i\epsilon} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} + \not{k} - m + i\epsilon} \gamma^\rho \frac{1}{k^2 + i\epsilon}
\end{aligned}$$

Le choix

$$Z_1 - 1|_{\overline{MS}} = Z_2 - 1|_{\overline{MS}} = -\frac{\alpha}{4\pi} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma \right) \tag{4.75}$$

rendra le vertex renormalisé fini dans le schéma  $\overline{MS}$ .

Remarque : La relation  $Z_1 = Z_2$  + éventuellement des termes finis est une relation générale, valable à tous les ordres de la théorie des perturbations, conséquence de l'invariance de jauge de la théorie. C'est un cas particulier des identités de Ward-Takahashi.

En résumé, nous avons calculé dans les sections précédentes les contre-terme  $Z_i$  qui rendent l'électrodynamique quantique finie dans l'approximation à une boucle de la théorie des perturbations. C'est à dire que tout processus physique calculé dans cette approximation n'aura pas de divergences ultraviolettes et le résultat du calcul devra être fini. Dans le schéma  $\overline{MS}$  les contre-terme dans les équations (4.66), (4.73), (4.75) sont respectivement:

$$\left. \begin{aligned}
\text{Diagram 1} &\rightarrow Z_3 = 1 + c_3 \frac{\Gamma(1+\varepsilon)(4\pi)^\varepsilon e^2}{\varepsilon}, & c_3 &= -\frac{1}{12\pi^2} \\
\text{Diagram 2} &\rightarrow Z_2 = 1 + c_2 \frac{\Gamma(1+\varepsilon)(4\pi)^\varepsilon e^2}{\varepsilon}, & c_2 &= -\frac{1}{16\pi^2} \\
\text{Diagram 3} &\rightarrow Z_1 = 1 + c_1 \frac{\Gamma(1+\varepsilon)(4\pi)^\varepsilon e^2}{\varepsilon}, & c_1 &= c_2
\end{aligned} \right\} \text{ en } \overline{MS}$$

Le calcul d'un processus physique quelconque à l'ordre d'une boucle nécessitera évidemment le calcul complet de tous les diagrammes et non seulement celui de la partie divergente dans l'ultraviolet. On pourra alors obtenir les corrections d'ordre  $\alpha$  par rapport au terme de Born. C'est ainsi que l'on peut calculer le moment magnétique anormal de l'électron ou du muon.

#### 4.3.4 Conséquence : la fonction $\beta(\alpha)$ et le couplage mobile.

Nous avons montré de façon intuitive comment les corrections d'ordre supérieur modifiaient la constante de couplage et comment il était naturel d'introduire un couplage mobile (dépendant de la variable d'énergie du problème considéré). On va introduire maintenant de façon plus formelle et générale le couplage mobile.

Le point de départ est la relation éq. (4.59) entre couplage nu, couplage renormalisé et les fonctions  $Z_i$

$$e_B = e\mu^\varepsilon \frac{Z_1}{Z_2 Z_3^{\frac{1}{2}}} \quad (4.76)$$

avec, dans le schéma  $\overline{MS}$ , des  $Z_i$  de la forme

$$Z_i = 1 + c_i e^2 \frac{\Gamma(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} (4\pi)^\varepsilon \quad (4.77)$$

Dans le cadre de l'approximation à une boucle (approximation d'ordre  $e^2$ ) on peut toujours ré-écrire

$$\frac{Z_1}{Z_2 Z_3^{\frac{1}{2}}} \equiv Z_e = 1 + C_e \frac{e^2}{\varepsilon} \quad (4.78)$$

où la constante  $C_e$  est connue dès que les  $Z_i$  le sont, puisque

$$C_e = \left( c_1 - c_2 - \frac{c_3}{2} \right) \Gamma(1 + \varepsilon) (4\pi)^\varepsilon \quad (4.79)$$

Dans nos notations simplifiées on a donc  $e_B = e\mu^\varepsilon Z_e(e)$  où  $e(\mu)$ , le couplage renormalisé, est une fonction de  $\mu$ . On introduit de façon traditionnelle la fonction  $\beta(e)$ , dite fonction  $\beta$  de Gell-Mann/Low,

$$\beta(e) \equiv \mu \frac{de}{d\mu} = \frac{de}{d \ln \mu} . \quad (4.80)$$

Le couplage  $e_B$  est évidemment indépendant de  $\mu$  : en effet, la masse  $\mu$  et le couplage renormalisé ne sont introduits que lorsqu'on sépare la densité lagrangienne entre une partie "renormalisée" et les contre-termes. On a donc

$$\mu \frac{de_B}{d\mu} \equiv 0 \Rightarrow \mu \frac{d}{d\mu} (e\mu^\varepsilon Z_e(e)) \equiv \beta(e)\mu^\varepsilon Z_e(e) + \varepsilon e\mu^\varepsilon Z_e(e) + e\mu^\varepsilon \mu \frac{dZ_e(e)}{d\mu} = 0. \quad (4.81)$$

Après un calcul un peu subtil, on voit que les termes en  $1/\varepsilon$  disparaissent et que

$$\beta(e) \simeq 2C_e e^3 \quad (4.82)$$

où  $C_e$  est connu, via l'équation (4.79). Il est traditionnel de définir, plutôt que  $\beta(e)$  dans l'équation (4.80), la fonction

$$\beta(\alpha) = \frac{d\alpha}{d \ln \mu^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{de^2}{d \ln \mu^2} \Rightarrow \beta(\alpha) = \frac{e}{4\pi} \beta(e). \quad (4.83)$$

D'où par l'éq. (4.82),  $\beta(\alpha) = 8\pi C_e \alpha^2 = \frac{\alpha^2}{3\pi}$ , qui montre que la constante de couplage  $\alpha$  croît quand  $\mu$  croît. Intégrant cette équation différentielle, on obtient le couplage mobile sous sa forme usuelle,

$$\alpha(\mu^2) = \frac{\alpha(\mu_0^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu_0^2)}{3\pi} \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2}} \quad (4.84)$$

On remarque par comparaison avec l'équation (4.71) que l'évolution en masse ( $q^2 \equiv \mu^2$ ) des fonctions  $\alpha_{ON}(q^2)$  et  $\alpha(q^2) \equiv \alpha_{\overline{MS}}(q^2)$  est identique. Les deux fonctions diffèrent par les conditions aux limites ce qui est normal puisque les fonctions sont définies dans des schémas de renormalisation différents.

La relation du type  $\frac{de_B}{d\mu} \equiv 0$  (éq. (4.59)) n'est qu'un cas particulier des équations du groupe de renormalisation qui jouent un rôle fondamental en théorie des champs. Elles expriment que les prédictions physiques (observables) ne doivent pas dépendre du choix de la procédure de régularisation ni du schéma de renormalisation. En particulier, l'éq. (4.84) exprime comment le couplage  $\alpha(\mu)$  doit varier en fonction de  $\mu$  pour que, quand le "point de renormalisation"  $\mu$  varie, les prédictions physiques soient indépendantes de  $\mu$ .

## 4.4 Renormalisation de QCD à une boucle

On rappelle les règles de Feynman de QCD (voir 3). Pour renormaliser la théorie on doit procéder comme pour QED, c'est-à-dire, partir de  $\mathcal{L}_{QCD}(\psi_{iB}, A_{\mu B}^a, g_B, \dots)$  et exprimer cette densité lagrangienne en fonction des quantités renormalisées et des contre-terms. Notre but ici étant seulement le calcul du couplage mobile on se contentera de partir de la relation

$$g_B = \frac{Z_1}{Z_2 \sqrt{Z_3}} g \mu^\epsilon \quad (4.85)$$

concernant le couplage gluon-fermion-fermion. Les  $Z_i$  ont la même signification qu'en QED :  $Z_1$  contre-terme du vertex,  $Z_2$  contre-terme de la fonction d'onde du quark (on supposera les quarks de masse nulle donc pas de  $Z_0$ ),  $Z_3$  contre-terme de la fonction d'onde du gluon. Le calcul est effectué en jauge covariante, le propagateur du gluon étant choisi de la forme :

$$\delta_{ab} \frac{i}{q^2 + i\epsilon} \left( -g_{\mu\nu} + (1-a) \frac{q_\mu q_\nu}{q^2 + i\epsilon} \right)$$

avec  $a = 0$  en jauge de Landau utilisée ci-dessous. Nous allons maintenant calculer successivement  $Z_2, Z_3$  et  $Z_1$ .

### 4.4.1 Calcul de $Z_2$

C'est le contre-terme de la fonction d'onde du quark. Il n'y pas lieu de calculer le contre-terme de masse  $\delta Z_0$  puisque les quarks sont supposés de masse nulle ( $m_B = m = 0$ ). Les

diagrammes à considérer sont similaires à ceux de QED avec essentiellement le facteur de couleur en plus :

$$\text{Diagram with loop} + \text{Diagram with cross} = -i\Sigma^{\text{boucle}}(p) + (Z_2 - 1)i \not{p}$$

Le diagramme en boucle s'écrit :

$$-i \Sigma^{\text{boucle}} = (-ig\mu^\epsilon)^2 \langle T_{ik}^a T_{kj}^a \rangle \int \frac{d^n l}{(2\pi)^n} \gamma_\mu \frac{i(\not{p} + \not{l})}{(p+l)^2 + i\epsilon} \gamma_\nu \frac{i}{l^2 + i\epsilon} (-g^{\mu\nu} + (1-a)\frac{l^\mu l^\nu}{l^2})$$

où la seule différence avec QED est le calcul du facteur de couleur (voir le vertex fermion-fermion-gluon en sec. 3.2) :

$$g^2 \sum_a (T^a T^a)_{ij} = g^2 \langle c_F \rangle \delta_{ij} = \frac{4}{3} g^2 \delta_{ij}$$

après avoir sommé sur l'indice de couleur du gluon et du quark interne. Le résultat est :

$$\Sigma^{\text{boucle}}(p) = -a \langle c_F \rangle \frac{\Gamma(1+\epsilon)}{\epsilon} \left( \frac{4\pi\mu^2}{-p^2} \right)^\epsilon \frac{g^2}{16\pi^2} (1+\epsilon) \not{p}$$

Comme on travaille en jauge de Landau on a alors trivialement,

$$\Sigma^{\text{boucle}}(p) = 0$$

et donc nécessairement  $Z_2|_{\overline{MS}} = 1$  puisqu'il n'y a pas de divergence à compenser! On peut remarquer que ce résultat est différent de celui en jauge de Feynman,  $a = 1$ , comme on peut s'en rendre compte si on le compare avec le calcul de la self-énergie de l'électron décrit plus haut. Ceci illustre le fait que les diagrammes de Feynman ne sont pas individuellement indépendants de jauge alors que les observables physiques le sont.

#### 4.4.2 Calcul de $Z_3$

Le calcul de ce contre-terme est bien plus compliqué et il met en jeu des diagrammes typiques d'une théorie non abélienne puisqu'ils contiennent des couplages à trois ou quatre bosons de jauge. Il faut évaluer :

$$i\pi^{\mu\nu}(q) = \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4} + \text{Diagram 5}$$

Dans une notation évidente on décompose le diagramme de polarisation du gluon en une série de termes :

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = \Pi_F^{\mu\nu}(q) + \Pi_g^{\mu\nu}(q) + \Pi_{gh}^{\mu\nu}(q) + \Pi_{4g}^{\mu\nu}(q) + (Z_3 - 1)(q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}).$$

-  $\Pi_F^{\mu\nu}(q)$  : ce diagramme contient une boucle fermionique et du point de vue structure de Lorentz il est similaire au diagramme de polarisation du vide en QED. Aucun nouveau

calcul n'est nécessaire pour évaluer l'intégrale sur l'impulsion interne. Quant à la partie de couleur, elle est simplement :

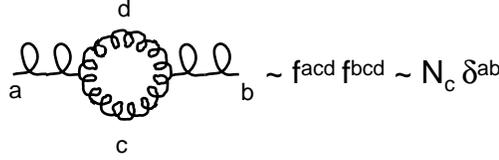
$$T_{ij}^a T_{ji}^b = Tr T^a T^b = \frac{\delta^{ab}}{2}.$$

Cependant puisque chaque espèce de quark léger contribue à part égale (quarks de masse nulle) il faudra multiplier le résultat par  $N_F$ , le nombre de saveurs considérées. Ainsi

$$\begin{aligned} \Pi_F^{\mu\nu}(q) &= \langle N_F \frac{\delta^{ab}}{2} \rangle \Pi^{\mu\nu}(q)|_{\text{QED}} \\ &= \langle N_F \frac{\delta^{ab}}{2} \rangle \frac{g^2}{12\pi^2} \left( \frac{4\pi\mu^2}{-q^2} \right)^\varepsilon \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{6} \right) (q^\mu q^\nu - q^2) g^{\mu\nu} \end{aligned}$$

-  $\Pi_{4g}^{\mu\nu}(q)$  : c'est le diagramme de type "tadpole", le seul qui fasse intervenir le couplage à quatre gluons. Il se trouve être égal à 0 en régularisation dimensionnelle.

-  $\Pi_g^{\mu\nu}(q)$  : c'est le diagramme avec la boucle de gluons; le calcul de l'intégrale sur l'impulsion est très long mais ne présente aucune difficulté majeure et nous nous bornerons à citer le résultat. Quant au facteur de couleur c'est simplement :

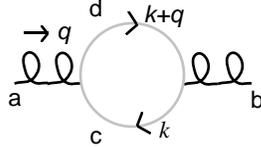


On trouve finalement :

$$\Pi_g^{\mu\nu}(q) = - \langle N_c \delta^{ab} \rangle \frac{g^2}{16\pi^2} \left( \frac{4\pi\mu^2}{-q^2} \right)^\varepsilon \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} \left( \frac{7}{3} q^\mu q^\nu - \frac{25}{12} q^2 g^{\mu\nu} \right)$$

On constate aisément que le calcul n'est pas complet car la condition de transversalité n'est pas satisfaite :  $q_\mu \Pi_g^{\mu\nu} \neq 0$ , ce qui est une manifestation de la non-invariance de jauge de ce diagramme. En effet, il faut calculer la contribution de la boucle avec fantômes.

-  $\Pi_{gh}^{\mu\nu}(q)$  : l'application des règles de Feynman permet d'écrire facilement avec les conventions de la figure (attention aux signes!) :



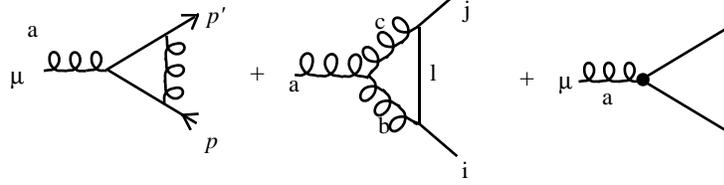
$$i\Pi_{gh}^{\mu\nu}(q) = \langle N_c \delta^{ab} \rangle \frac{g^2}{16\pi^2} \left( \frac{4\pi\mu^2}{-q^2} \right)^\varepsilon \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} \left( \frac{1}{6} q^\mu q^\nu + \frac{1}{12} q^2 g^{\mu\nu} \right)$$

En combinant tous les termes, on arrive finalement à déterminer le contre-terme de la fonction d'onde du gluon, dans le schéma  $\overline{MS}$ ,

$$(Z_3 - 1)|_{\overline{MS}} = \left\langle \frac{13}{6} N_c - \frac{4}{6} N_F \right\rangle \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} (4\pi)^\varepsilon \quad (4.86)$$

### 4.4.3 Calcul de $Z_1$

Il y a trois diagrammes :



$$-ig\mu^\varepsilon \Lambda^\mu(p, p')|_{\text{boucle}} + (-ig\mu^\varepsilon) (Z_1 - 1) T_{ij}^a \gamma^\mu$$

- La première boucle (avec 2 fermions internes) est de la même forme qu'en QED sauf pour les facteurs de couleur. La partie divergente est en relation avec la partie divergente de la "self-energie" du fermion et nous avons trouvé que  $Z_1 = Z_2$ . Cette relation est vraie en jauge de Landau et ce diagramme n'a donc pas de divergence ultraviolette.

- La seconde boucle a le facteur de couleur

$$f^{abc} T_{il}^b T_{lj}^c = f^{abc} (T^b T^c)_{ij} = f^{abc} \frac{1}{2} [T^b, T^c]_{ij} \Rightarrow i < \frac{c_A}{2} > T_{ij}^a = i < \frac{N_c}{2} > T_{ij}^a \quad (4.87)$$

Après avoir évalué la partie de Lorentz (calcul fastidieux), on peut déterminer le contre-terme dans le schéma  $\overline{MS}$  et on trouve :

$$(Z_1 - 1)|_{\overline{MS}} = - \left\langle \frac{N_c}{2} \right\rangle \frac{3}{2} \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\Gamma(1+\varepsilon)}{\varepsilon} (4\pi)^\varepsilon \quad (4.88)$$

En résumé, dans la notation de l'éq. (4.77), la valeur des contre-terme  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  est

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= -\frac{3}{4} N_c \frac{\Gamma(1+\varepsilon)(4\pi)^\varepsilon}{16\pi^2} \\ c_2 &= 0 \\ c_3 &= \left( \frac{13N_c}{6} - \frac{4}{6} N_F \right) \frac{\Gamma(1+\varepsilon)(4\pi)^\varepsilon}{16\pi^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_g = -\frac{1}{32\pi^2} \left( \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_F \right)$$

où l'on a évidemment défini  $C_g = c_1 - c_2 - \frac{c_3}{2}$ .

### 4.4.4 Le couplage mobile $\alpha_s$ et définition de $\Lambda_{QCD}$

Nous sommes maintenant en mesure de calculer la fonction  $\beta(\alpha_s)$  de QCD (où  $\alpha_s = g^2/4\pi$  est la "constante de structure fine" de la chromodynamique quantique) ainsi que le couplage mobile. Utilisant les résultats ci-dessus dans les eqs. (4.82, 4.83) il vient

$$\beta(\alpha_s) \equiv \frac{d\alpha_s}{d \ln \mu^2} = -\frac{1}{4\pi} \left( \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_F \right)$$

d'où le couplage mobile

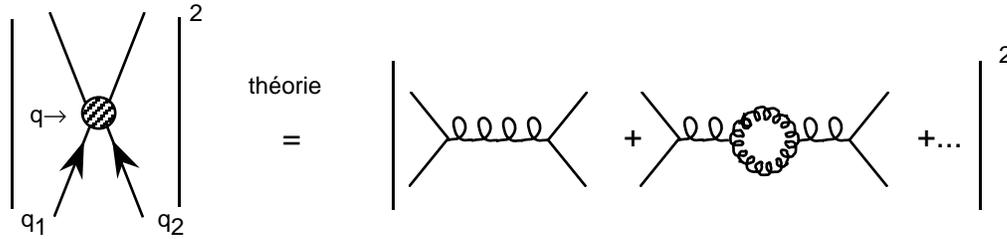
$$\alpha_s(\mu) = \frac{\alpha_s(\mu_0)}{1 + \frac{(11N_c - 2N_F)}{12\pi} \alpha_s(\mu_0) \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2}} \quad (4.89)$$

Le couplage décroît donc quand  $\mu$  croît si  $11N_c - 2N_F > 0$  (nombre de saveurs de quarks inférieur à 17) : c'est la propriété de liberté asymptotique [24].

On retrouve le résultat pour QED si  $N_c = 0$  et  $N_F < \frac{1}{2} \Rightarrow 1$  (pour un fermion sans couleur). Le terme proportionnel à  $N_c$  dans l'équation ci-dessus, associé aux termes "non-abéliens" avec couplage à trois gluons, est responsable de la propriété de liberté asymptotique (il est positif) tandis que le terme dépendant de  $N_F$ , qui vient uniquement de la boucle fermionique, est négatif comme en QED. On peut se rappeler le signe relatif entre ces deux types de contributions en se souvenant que les boucles de fermions ont un facteur  $(-1)$  supplémentaire dû à la statistique de Fermi-Dirac.

Pour le calcul de  $\alpha_s$  nous avons considéré le couplage quark-gluon-quark. Nous aurions aussi bien pu choisir le couplage à trois gluons où le couplage fantôme-gluon-fantôme, calculer les facteurs  $Z_i$  correspondants et en déduire les fonctions  $\beta(\alpha_s)$  relatives à ces couplages. L'invariance de jauge de QCD implique certaines relations entre les  $Z_i$  (invariance BRS (Becchi, Rouet, Stora) en QCD) qui sont l'équivalent de la relation  $Z_1 = Z_2$  en QED. Ces relations impliquent que l'on obtient la même fonction  $\beta(\alpha_s)$  quelque soit le couplage étudié.

Comme application on considère la diffusion quark-quark<sup>††</sup> et on travaille à "l'approximation des logarithmes dominants" c'est à dire que l'on néglige les termes d'ordre  $\alpha_s$  comparés aux termes d'ordre 1 et  $\alpha_s \ln(-q^2/\mu_0^2)$  où  $q$  est l'impulsion de transfert du processus.



L'amplitude de diffusion au carré, c'est à dire à un facteur de proportionnalité près la section efficace différentielle, s'écrit théoriquement (voir l'éq. 4.69):

$$|\mathcal{M}^{q_1 q_2 \rightarrow q_1 q_2}|^2 \equiv \left( \frac{\alpha_s(\mu_0)}{1 + \frac{(11N_c - 2N_F)}{12\pi} \alpha_s(\mu_0) \ln\left(\frac{-q^2}{\mu_0^2}\right)} \right)^2 |\bar{u}_2 \gamma_\mu u_2 \frac{1}{q^2} \bar{u}_1 \gamma^\mu u_1|^2 \quad (4.90)$$

On choisira une valeur de  $\mu_0$  arbitraire et on déterminera alors la valeur numérique de  $\alpha_s(\mu_0)$  de façon que la normalisation du membre de droite soit en accord avec le résultat expérimental à une impulsion de transfert quelconque. La chromodynamique quantique sera alors capable de prédire la dépendance en  $q^2$  de la diffusion quark-quark et bien d'autres choses d'ailleurs.

On aurait pu effectuer la renormalisation à une autre échelle  $\mu_1 \neq \mu_0$  et obtenir une équation similaire à celle ci-dessus avec  $\mu_0 \rightarrow \mu_1$ . La relation éq. (4.89) exprime que la théorie renormalisée à l'échelle  $\mu_0$  et celle renormalisée à l'échelle  $\mu_1$  donnent les mêmes prédictions physiques. Il est clair, par des arguments généraux que les prédictions théoriques ne dépendent pas du choix du point de renormalisation : en effet, on rappelle que toute la physique est contenue dans  $\mathcal{L}(\psi_{i_B}, A_{\mu_B}, g_B, \dots)$  et l'éq. (4.89) exprime juste-

<sup>††</sup>La diffusion quark-quark est une "expérience de pensée" : il faut utiliser le modèle des partons pour passer de la diffusion parton-parton à diffusion hadron-hadron qui est l'observable.

ment l'indépendance du couplage nu  $g_B$  par rapport au point de renormalisation (voir l'éq. (4.81)). Les sceptiques peuvent vérifier explicitement ce résultat sur l'exemple ci-dessus. L'analogie de l'éq. (4.90) pour la théorie renormalisée à  $\mu_1$  est :

$$|\mathcal{M}^{q_1 q_2 \rightarrow q_1 q_2}|^2 \equiv \left( \frac{\alpha_s(\mu_1)}{1 + \frac{(11N_c - 2N_F)}{12\pi} \alpha_s(\mu_1) \ln\left(\frac{-q^2}{\mu_1^2}\right)} \right)^2 |\bar{u}_2 \gamma_\mu u_2 \frac{1}{q^2} \bar{u}_1 \gamma^\mu u_1|^2 \quad (4.91)$$

Injectant l'éq. (4.89), avec  $\mu = \mu_1$ , dans cette équation et négligeant tous les termes en  $\alpha_s^2$  on retrouve exactement l'éq. (4.90).

Le couple de valeurs  $(\mu, \alpha_s(\mu))$  ne correspond pas à deux variables indépendantes mais à une seule puisqu'elles sont contraintes pour pouvoir décrire la même physique quelque soit  $\mu$ . Mathématiquement cela s'exprime par le fait que l'on peut introduire une échelle de masse unique qui déterminera complètement le couplage mobile. En effet, on peut écrire l'équation (4.89):

$$\alpha_s(\mu) = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_s(\mu_0)} + \frac{11N_c - 2N_F}{12\pi} \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2}} = \frac{1}{b \ln \mu^2 / \Lambda^2} \quad (4.92)$$

avec

$$\Lambda^2 = \mu_0^2 \exp\left(-\frac{12\pi}{(11N_c - 2N_F)\alpha_s(\mu_0^2)}\right) \quad \text{et} \quad b = \frac{12\pi}{11N_c - 2N_F} \quad (4.93)$$

$\Lambda$  est la constante fondamentale de QCD que l'on détermine expérimentalement. Sur la base d'une compilation des données expérimentales [33] on trouve :

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{N_F=5} = 210_{-30}^{+34} \text{ MeV} \quad (4.94)$$

ou, de façon équivalente,

$$\alpha_s(M_Z) = .1182 \pm .0027$$

dans le schéma  $\overline{MS}$ , dans un monde avec 5 saveurs de quarks légers.

On peut comparer la situation en QCD avec celle en QED. La constante de structure fine de QED  $\alpha = 1/137,0359895$  pourrait paraître plus fondamentale que celle de QCD  $\alpha_s(M_Z)|_{\overline{MS}}$  pour laquelle il faut spécifier, le schéma de renormalisation ainsi qu'une valeur de l'énergie. En fait il n'en n'est rien et la situation est identique dans les deux cas (hormis la précision des mesures expérimentales!). En effet, la valeur de  $\alpha$  ci-dessus est donnée, de façon traditionnelle dans le schéma de renormalisation sur couche de masse (schéma ON de la section 4.3) dans la limite où les impulsions  $\rightarrow 0$ . Comme jusqu'à récemment c'était le seul schéma de renormalisation utilisé en QED on "oubliait" de le préciser. Dans le schéma  $\overline{MS}$  la valeur de  $\alpha$  serait différente et elle peut être calculée avec les formules de la section 4.3. La différence avec QCD réside dans le fait qu'il n'est pas possible de définir un schéma ON en chromodynamique car les quarks et les gluons étant confinés dans les hadrons ils ne sont pas sur leur couche de masse. D'autre part, il n'est pas possible de prendre la limite des impulsions nulles car en théorie perturbative le couplage n'est alors plus défini puisqu'il tend vers l'infini.

Le concept de liberté asymptotique est illustré par la fig. 7 où l'on voit clairement la décroissance du couplage fort en fonction de l'échelle de masse.

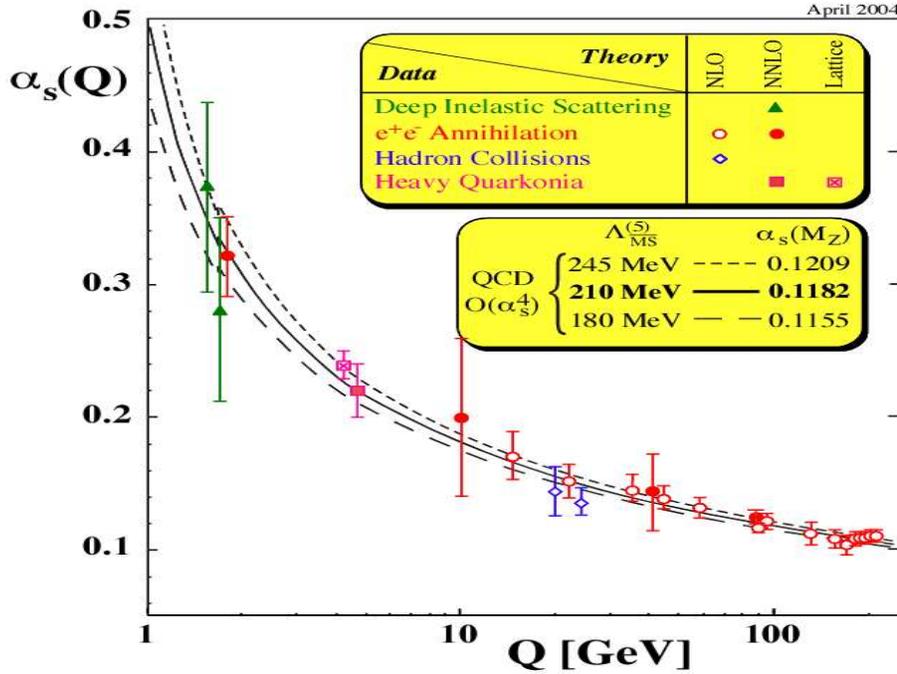
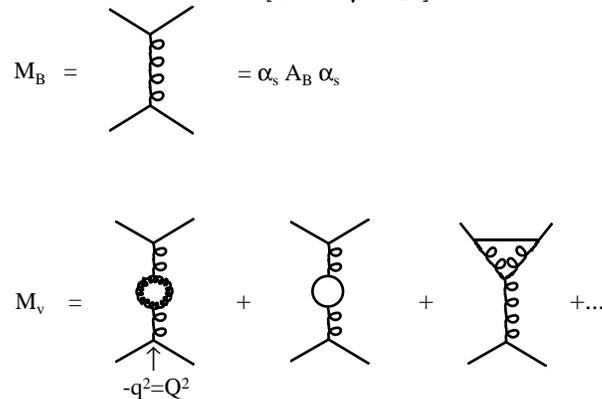


Figure 7: *Compilation des résultats expérimentaux illustrant la liberté asymptotique : décroissance du couplage fort avec l'échelle d'énergie [33].*

## 5 Violations de l'invariance d'échelle dans les fonctions de structure

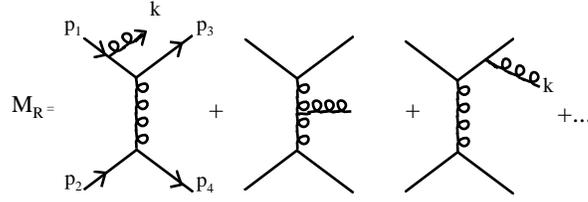
Dans la discussion précédente nous n'avons étudié que les diagrammes en boucles. Nous avons extrait de ces diagrammes la partie divergente dans l'ultraviolet ( $\sim 1/\epsilon$ ) et nous avons vu que, par la renormalisation, on pouvait absorber ces singularités et définir un couplage mobile. Par exemple, si on considère les diagrammes suivants de la diffusion  $qq \rightarrow qq$  à grande impulsion de transfert [ $Q = \sqrt{-q^2}$ ]



leur contribution à la section efficace est de la forme

$$\begin{aligned}
 \sigma_V &\sim |\mathcal{M}_B + \mathcal{M}_V|^2 \simeq |\mathcal{M}_B|^2 + 2\text{Re } \mathcal{M}_B \mathcal{M}_V^* \\
 &\sim \alpha_{\overline{MS}}^2(Q) (|A_B|^2 + 2 \alpha_{\overline{MS}}(Q) \text{Re} A_B B_V)
 \end{aligned}$$

si l'on a effectué la renormalisation dans le schéma  $\overline{MS}$ , et la contribution  $B_V$  des diagrammes en boucle n'a plus de singularité ultraviolette. A ce point, cependant, le calcul de la section efficace n'est pas complet, car au même ordre contribuent aussi les diagrammes "réels" correspondant à la production de quanta sur couche de masse ("réels"). Ce sont les processus du type 2 corps  $\rightarrow$  3 corps tels que



dont la contribution à  $\sigma$  est de la forme  $\sigma_R \sim |\mathcal{M}_R|^2$  qui est d'ordre  $\alpha_{\overline{MS}}^3$ . Ces termes ne peuvent avoir de divergences ultraviolettes puisque l'énergie des partons finals est limitée par l'énergie initiale finie. En revanche, ils possèdent des "divergences colinéaires" ou "singularités de masse" ainsi que des "divergences infrarouges". Ainsi, le premier diagramme correspondant à l'émission d'un gluon par un quark incident conduit, quand on intègre sur l'espace de phase du gluon, à un terme dans  $\sigma_R$  du type

$$I_{\text{div}} = \int \frac{dk d\cos\theta d\varphi}{(p_1 - k)^2 - m^2} = \int_0^{\frac{\sqrt{s}}{2}} dk \int_{-1}^{+1} d\cos\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{-2p_1 \cdot k} \quad (5.95)$$

où  $\sqrt{s}/2$  est l'énergie maximale que peut avoir le gluon dans le repère du centre de masse. Dans ce repère on a (on donne une masse  $m$  fictive au quark) :

$$p_1 = \left( \frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, p \right), \quad p = \frac{1}{2} (s - 4m^2)^{\frac{1}{2}} \sim \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{m^2}{\sqrt{s}} \quad \text{quand} \quad \frac{m}{\sqrt{s}} \ll 1.$$

L'intégrale devient donc :

$$\begin{aligned} I_{\text{div}} &= -2\pi \int_{\lambda}^{\frac{\sqrt{s}}{2}} \frac{dk}{k} \int d\cos\theta \frac{1}{(\sqrt{s} - 2p \cos\theta)} \\ &= +\frac{2\pi}{2p} \int_{\lambda}^{\frac{\sqrt{s}}{2}} \frac{dk}{k} \ln \frac{\sqrt{s} - 2p}{\sqrt{s} + 2p}, \end{aligned} \quad (5.96)$$

où l'on a régularisé l'intégrale dans l'infrarouge par le cut-off  $\lambda$ . Finalement, on trouve

$$I_{\text{div}} \sim -\frac{\pi}{p} \cdot \ln \frac{s}{m^2} \cdot \ln \frac{\sqrt{s}}{\lambda} \quad (5.97)$$

Il apparaît que :

- Le facteur  $\ln \frac{s}{m^2}$ , résulte de l'intégrale sur  $\cos\theta$  : il diverge quand  $m \rightarrow 0$ , et la divergence vient de la configuration où le gluon est colinéaire au quark qui émet ce gluon. On parle alors de "singularité de masse" ou de "singularité colinéaire" ;
- Le facteur  $\ln \frac{\sqrt{s}}{\lambda}$  reflète la divergence infrarouge (IR), c'est-à-dire la singularité de  $|\mathcal{M}_R|^2$  quand le gluon émis devient "mou". Cette singularité est caractéristique de l'émission de boson de jauge et il n'y a pas de singularité infrarouge associée à l'émission de quark d'impulsion nulle.

Il faut noter que les divergences colinéaires ou IR apparaissent aussi dans le calcul des

boucles. Ne nous intéressant alors qu'au comportement dans l'ultraviolet, nous n'avons pas cherché à les mettre en évidence.

En résumé, la structure d'un calcul perturbatif aux deux premiers ordres, avant renormalisation, est la suivante, dans le cas où on introduit  $\Lambda_{UV}$  régulateur ultraviolet,  $\lambda$  régulateur IR,  $m$  le régulateur colinéaire ( $F$  symbolise les fonctions de structure,  $\otimes$  la convolution avec les sections partoniques et  $Q$  l'échelle caractéristique du processus étudié),

$$\begin{aligned}\sigma_B &= \alpha^p F \otimes \hat{\sigma} \\ \sigma_V &= \alpha^{p+1} F \otimes \left( a \ln \frac{\Lambda_{UV}}{Q} + b_1 \ln \frac{Q}{\lambda} \ln \frac{Q}{m} + b_2 \ln \frac{Q}{\lambda} + b_3 \ln \frac{Q}{m} + c \right) \\ \sigma_R &= \alpha^{p+1} F \otimes \left( \phantom{a \ln \frac{\Lambda_{UV}}{Q}} + b'_1 \ln \frac{Q}{\lambda} \ln \frac{Q}{m} + b'_2 \ln \frac{Q}{\lambda} + b'_3 \ln \frac{Q}{m} + c' \right)\end{aligned}$$

où la première ligne est la section efficace dans l'approximation de Born, c'est à dire à l'ordre le plus bas en  $\alpha$  (ici d'ordre  $p$ ), tandis que les deux lignes suivantes symbolisent respectivement la contribution des diagrammes virtuels et réels d'ordre supérieur.

On peut prouver que  $b_1 + b'_1 = b_2 + b'_2 = 0$ . C'est le théorème de Lee-Kinoshita-Nauenberg [34] : les divergences infrarouges se compensent entre diagrammes réels et virtuels. Donc, après renormalisation, et après compensation des singularités IR on a

$$\sigma = \alpha_{\overline{MS}}^p(Q) F \otimes \left( \hat{\sigma} + \alpha_{\overline{MS}}(Q)(b_3 + b'_3) \ln \frac{Q}{m} + \alpha_{\overline{MS}}(Q)(c + c') \right)$$

où on a effectué la renormalisation dans le schéma  $\overline{MS}$  et on a choisi  $Q$  comme échelle de renormalisation. De façon similaire à la renormalisation, on peut éliminer de cette expression les divergences colinéaires par une redéfinition des fonctions de structure qui acquièrent alors une dépendance en une variable de masse [25], ici  $Q$  : c'est-à-dire que

$$F \rightarrow F_{\overline{MS}}(Q)$$

de telle sorte que

$$\sigma = \alpha_{\overline{MS}}^p(Q) F_{\overline{MS}}(Q) \otimes \left( \hat{\sigma} + \alpha_{\overline{MS}}(Q)(c + c') \right) \quad (5.98)$$

On dit que les fonctions de structure ainsi définies violent l'invariance d'échelle. Comme dans le cas du couplage mobile, on pourra définir  $F(Q)$  de plusieurs façons (par exemple,  $F_{\overline{MS}}(Q)$ ,  $F_{MS}(Q)$ ,  $F_{DIS}(Q)$ , ...) suivant les termes finis que l'on inclut dans la relation entre  $F$  et  $F_i(Q)$ . Cette propriété, qui consiste à définir  $F_i(Q)$  à partir de  $F$  est une illustration du théorème de factorisation : les divergences de masse sont factorisées du sous-processus partonique dur (c'est-à-dire de la série  $\hat{\sigma} + \alpha_{\overline{MS}}(c + c') + \dots$ ) et associées aux pattes externes modifiant ainsi les distributions des partons dans les hadrons.

## 5.1 Violations d'invariance d'échelle : approximation des logarithmes dominants.

Cet exemple a été traité en détail, à l'approximation de Born (ordre (0)), en sec. 2.1. On simplifie par rapport à cette étude en ne gardant que le vertex hadronique, c'est-à-dire en ne considérant que le processus  $\gamma^*P \rightarrow$  hadrons au lieu de  $eP \rightarrow$  hadrons. La

section hadronique est une superposition de sections efficaces au niveau partonique (voir éq. 2.23) :

$$\sigma_{\mu\nu}^{(0)}(P, q) = \int dz q(z) \hat{\sigma}_{\mu\nu}^{(0)}(zP, q) \quad (5.99)$$

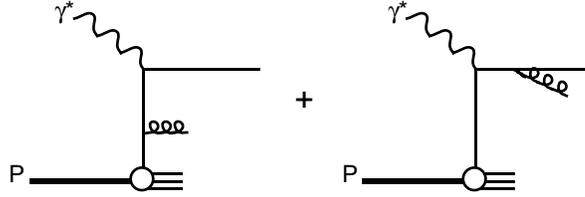
où  $p = zP$  est l'impulsion du quark qui absorbe le photon et  $q(z)$  la densité de quarks dans le hadron. On a la "section efficace"  $\gamma^* q \rightarrow q$  (voir éqs. 2.20, 2.22)

$$\hat{\sigma}_{\mu\nu}^{(0)} = \frac{1}{4pq} e_q^2 \int \frac{d^3 p'}{2E'} (2\pi) \delta^{(4)}(p' - q - p) \hat{W}_{\mu\nu}(zP, q) = \frac{1}{4pq} e_q^2 \frac{x\pi}{Q^2} \delta(z-x) \hat{W}_{\mu\nu} \quad (5.100)$$

La "section efficace" au niveau hadronique s'écrit alors simplement (via l'éq. (5.99))

$$\sigma_{\mu\nu}^{(0)}(P, q) = \frac{1}{4P \cdot q} q(x) e_q^2 \frac{\pi}{Q^2} \hat{W}_{\mu\nu} . \quad (5.101)$$

Au premier ordre des interactions fortes, c'est-à-dire à l'ordre  $\alpha_s$ , il faut considérer l'amplitude



et prendre le carré de cette amplitude. On obtient alors, après un calcul long et compliqué,

$$\sigma_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{1}{4Pq} \int_0^1 \frac{dz}{z} q(z) \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{z}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} c_F \left( \frac{1 + (x/z)^2}{1 - x/z} \right)_R \ln \frac{Q^2}{m^2} \right] e_q^2 \frac{\pi}{Q^2} \hat{W}_{\mu\nu} , \quad (5.102)$$

où la section efficace partonique est factorisée hors de l'intégrale, ce qui permet d'écrire par analogie avec l'éq. (5.101)

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4Pq} q(x, Q) e_q^2 \frac{\pi}{Q^2} \hat{W}_{\mu\nu} \quad (5.103)$$

avec la nouvelle distribution partonique :

$$\begin{aligned} q(x, Q) &= \int \frac{dz}{z} q(z) \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{z}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} c_F \left( \frac{1 + (x/z)^2}{1 - x/z} \right)_R \ln \frac{Q^2}{m^2} \right] \\ &= q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \int_x^1 \frac{dz}{z} q(z) \left( \frac{1 + (x/z)^2}{1 - x/z} \right)_R \ln \frac{Q^2}{m^2} \end{aligned} \quad (5.104)$$

Dans les équations précédentes, on n'a gardé que les termes contenant les "grands" logarithmes  $\ln(Q^2/m^2)$  (approximation des "logarithmes dominants" [LL]). On voit que de tels termes peuvent naturellement être absorbés dans une redéfinition de la distribution de quarks dans le proton qui acquiert ainsi une dépendance en l'échelle caractéristique du processus considéré, la section partonique dure restant inchangée. Ce phénomène est "naturel" en ce sens que le terme logarithmique reflète la sensibilité de la section efficace à la physique à longue distance [ $m^2$  est "petit"] et il est normal qu'un tel terme soit associé à la patte externe plutôt qu'au processus de diffusion dure [c'est-à-dire à courte distance]. Il faut cependant noter que si on fait un calcul au delà de l'approximation des logarithmes

dominants on doit garder les termes "finis" [ne contenant pas  $\ln(Q^2/m^2)$ ] et la section partonique dure sera alors modifiée par des corrections d'ordre  $\alpha_s$ .

Techniquement, l'éq. (5.104) n'est pas définie quand le régulateur  $m \rightarrow 0$ , cependant la dérivée

$$\frac{dq(x, Q)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} c_F \int_x^1 \frac{dz}{z} q(z, Q) \left( \frac{1 + (x/z)^2}{1 - x/z} \right)_R \quad (5.105)$$

l'est parfaitement! Dans cette équation on a substitué  $q(z) \rightarrow q(z, Q)$  dans le membre de droite ce qui est justifié à l'ordre  $\alpha_s$  où on fait le calcul. La théorie ne prédit donc pas  $q(x, Q)$  mais seulement l'évolution de la fonction de structure avec l'échelle  $Q$ . L'équation (5.105) a de nombreux pères et elle est maintenant connue sous le nom d'équation d'évolution de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi [35].

Dans les expressions précédentes l'indice  $_R$  veut dire que la fonction ainsi indexée est regularisée au pôle  $z = x$ , qui correspond à l'émission d'un gluon d'impulsion nulle ce qui induit une divergence IR. Cette dernière est compensée par la contribution des diagrammes virtuels.

### 5.1.1 Solution de l'équation d'évolution par la méthode des moments.

On peut ramener l'équation intégral-différentielle (5.105) à une équation différentielle ordinaire en considérant les moments

$$M_n(\tau) = \int_0^1 dx x^{n-1} q(x, Q) \quad (5.106)$$

où on a introduit la variable naturelle  $\tau = \ln Q^2/\Lambda^2$ . En terme des moments l'équation d'évolution est simplement

$$\frac{dM_n(\tau)}{d\tau} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} M_n(\tau) \cdot d_{qq}^{(n)} \quad (5.107)$$

avec  $d_{qq}^{(n)}$ , appelé  $n$ -ième moment de la dimension anormale, est donnée par

$$d_{qq}^{(n)} = c_F \int_0^1 d \left( \frac{x}{z} \right) \left( \frac{x}{z} \right)^{n-1} \left( \frac{1 + (x/z)^2}{1 - x/z} \right)_R. \quad (5.108)$$

La solution est obtenue par

$$\frac{1}{M_n} \frac{dM_n}{d\tau} = \frac{d_{qq}^{(n)}}{2\pi} \frac{1}{b\tau}$$

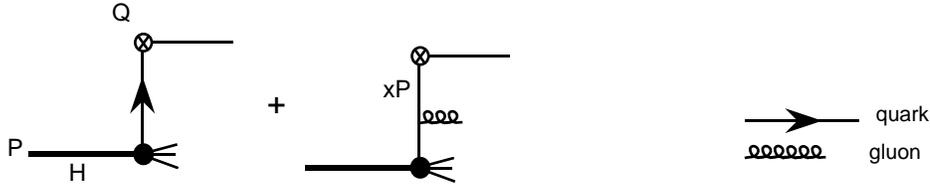
où on a substitué à  $\alpha_s(Q)$  sa dépendance explicite en fonction de l'échelle (voir éq. 4.92). La solution est donnée par

$$\frac{M_n(\tau)}{M_n(\tau_0)} = \left( \frac{\alpha_s(Q)}{\alpha_s(Q_0)} \right)^{-\frac{d_{qq}^{(n)}}{2\pi b}}. \quad (5.109)$$

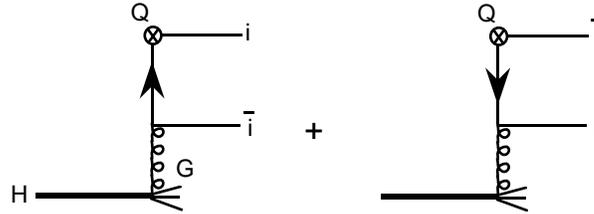
On peut montrer que  $d_{qq}^{(1)} = 0$ ,  $d_{qq}^{(n)} < 0$  pour  $n \geq 2$ . Plus  $n$  est grand, plus le poids de la région à grand  $x$  est important dans l'intégrale (5.106). Donc l'évolution en  $Q$  de  $M_n(\cdot)$  à grand  $n$  reflète l'évolution en  $Q$  de  $q(x, Q)$  à grand  $x$ . L'éq. (5.109) donne  $M_n(\tau) \sim (\ln Q^2/\Lambda^2)^{d_{qq}^{(n)}/2\pi b}$  qui décroît quand  $Q$  croît pour  $n \geq 2$ . D'où  $q(x, Q)$  décroît à grand  $x$  quand  $Q$  croît. La dépendance en  $Q$  est lente puisque logarithmique.

### 5.1.2 Equations d'évolution couplées : cas singulet.

S'affranchissant des détails de la collision dure on peut résumer l'étude précédente par les diagrammes



Le symbole  $\otimes$  indique la collision "dure" du parton : dans le cas précédent ce processus est simplement l'absorption d'un photon virtuel par le quark. Un hadron contient aussi des gluons et le quark de saveur  $i$  qui participe à la collision dure peut être émis, à l'ordre  $\alpha_s$ , par un gluon par les diagrammes suivant :



Ce processus va ajouter un terme à l'équation (5.104) ci-dessus, et il n'est pas étonnant que ce terme ait la structure suivante

$$\delta q_i(x, Q) = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} G(z) P_{qG} \left( \frac{x}{z} \right) \ln \frac{Q^2}{m^2} \quad (5.110)$$

comme on peut s'en convaincre par le calcul. La fonction  $G(z)$  est la densité de gluons dans le hadron et la fonction  $P_{qG}(z) = \frac{1}{2}(z^2 + (1-z)^2)$ , l'analogue de  $P_{qq}(z)$  du cas précédent, décrit la fragmentation du gluon en une paire quark-antiquark. A noter que cette fonction est indépendante de la saveur  $i$  puisque le gluon n'est pas sensible à la "saveur" des quarks légers. On peut aussi remarquer que ce processus contribue de la même façon à la densité de quarks  $q_i$  ou d'antiquarks  $\bar{q}_i$ . On définit la distribution "singulet"

$$\Sigma(x, Q) = \sum_i (q_i(x, Q) + \bar{q}_i(x, Q)) \quad (5.111)$$

qui est la probabilité de trouver un  $q$  ou un  $\bar{q}$  dans le hadron et, à l'ordre  $\alpha_s$ , il vient par analogie avec l'éq. (5.104)

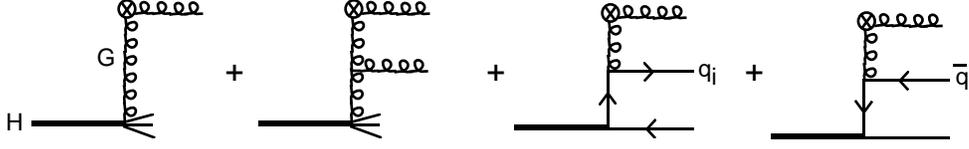
$$\Sigma(x, Q) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \left\{ \Sigma\left(\frac{x}{z}\right) \left[ \delta(1-z) + \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{-p^2} \right] + G\left(\frac{x}{z}\right) \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} P_{qG} \ln \frac{Q^2}{-p^2} \times \underbrace{2}_{q_i + \bar{q}_i} \times \underbrace{N_F}_{\text{nb. de saveurs}} \right\} \quad (5.112)$$

Sous forme différentielle on trouve

$$\frac{d\Sigma(x, Q)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left\{ \Sigma\left(\frac{x}{z}\right) P_{qq}(z) + 2N_F G\left(\frac{x}{z}\right) P_{qG}(z) \right\} \quad (5.113)$$

qui généralise l'éq. (5.105).

Jusqu'à maintenant nous n'avons considéré que le cas où le quark participe directement à la sous-collision dure [ici absorption du photon virtuel] mais on peut imaginer des processus, purement hadroniques, où le gluon peut lui aussi participer à la diffusion dure et on a alors à prendre en compte les diagrammes suivants :



qui mènent à une équation d'évolution pour le gluon similaire à (5.113). Regroupant tout on obtient les équations couplées pour les distributions du singulet et du gluon

$$\frac{d}{d \ln Q^2} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q) \\ G(x, Q) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \begin{pmatrix} P_{qq}(z) & 2N_F P_{qG}(z) \\ P_{Gq}(z) & P_{GG}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(\frac{x}{z}, Q) \\ G(\frac{x}{z}, Q) \end{pmatrix}, \quad (5.114)$$

tandis que pour l'évolution d'un quark de valence  $V_i = q_i - \bar{q}_i$  on a

$$\frac{dV_i(x, Q)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) V_i(\frac{x}{z}, Q) \quad (5.115)$$

pour chaque saveur  $i$ . Les  $P_{ij}(z)$ , appelés noyaux d'Altarelli-Parisi, sont prédits par la théorie et dans l'approximation des logarithmes dominants on trouve:

$$\begin{aligned} P_{qq}(z) &= \langle C_F \rangle \left( \frac{1+z^2}{1-z|_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right) \\ P_{qG}(z) &= \langle \frac{1}{2} \rangle (z^2 + (1-z)^2) \\ P_{Gq}(z) &= \langle C_F \rangle \frac{1+(1-z)^2}{z} \\ P_{GG}(z) &= \langle 2N_c \rangle \left( \frac{z}{1-z|_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right) + \left\langle \frac{11N_c - 2N_F}{6} \right\rangle \delta(1-z) \end{aligned} \quad (5.116)$$

où la prescription " + " est la notation habituelle pour la régularisation dénotée " R " des divergences infrarouges et est définie au sens des distributions par

$$\int_0^1 dz \frac{h(z)}{1-z|_+} = \int_0^1 dz \frac{h(z) - h(1)}{1-z}, \quad (5.117)$$

$h(z)$  étant une fonction test.

Dans le modèle des partons naïf on était conduit aux règles de somme suivantes

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx V_i(x) &= n_i \Rightarrow \text{nombre de quarks de valence de type } i \\ \int_0^1 dx x (\Sigma(x) + G(x)) &= 1 \Rightarrow \text{conservation de l'impulsion.} \end{aligned}$$

Ces lois de conservation sont indépendantes de l'échelle  $Q$  de la collision dure. Est-ce vrai après corrections QCD, c'est-à-dire les relations

$$\frac{d}{d \ln Q^2} \int_0^1 dx V_i(x, Q) = 0 ; \quad \frac{d}{d \ln Q^2} \int_0^1 dx x (\Sigma(x, Q) + G(x, Q)) = 0$$

sont-elles vérifiées? On peut voir que c'est le cas à cause des règles de somme suivantes :

$$\int_0^1 dz P_{qq}(z) = 0$$

$$\int_0^1 dz z [P_{qq}(z) + P_{Gq}(z)] = 0 \quad , \quad \int_0^1 dz z [P_{GG}(z) + 2N_G P_{qG}(z)] = 0 . \quad (5.118)$$

### 5.1.3 Phénoménologie

Expérimentalement les violations d'invariance d'échelle sont étudiées dans les réactions de diffusion profondément inélastiques sur le nucléon, où l'on peut mesurer (voir l'éq. (2.25))

$$\frac{\nu W_2(x, Q^2)}{x} \equiv \frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_i e_{q_i}^2 q_i(x, Q), \quad (5.119)$$

qui est valable dans l'approximation des logarithmes dominants. La figure 6 montre une compilation des données récentes sur la fonction de structure du proton obtenues dans les collisions  $ep$  et  $\mu p$ . Comme prévu par la théorie (voir éq. 5.109), la violation de l'invariance d'échelle a tendance à faire décroître  $F_2(x, Q^2)$  à  $x > 0,25$  quand  $Q^2$  augmente, tandis qu'aux petites valeurs de  $x$  la fonction de structure  $F_2(x, Q^2)$  croît rapidement avec  $Q^2$  pour des valeurs suffisamment grandes : l'évolution en  $Q^2$  dégrade l'énergie des partons à grands  $x$  par l'émission des gluons à petits  $x$ , ces gluons se désintégrant à leur tour en une paire  $q\bar{q}$ , etc. Il est convenu d'appeler ce mécanisme "parton shower" en français.

A partir de ces données, et en utilisant aussi d'autres réactions telles que celles discutées dans la section suivante, il est possible d'extraire la distribution des quarks  $u, d, \dots$  et du gluon dans le proton. La figure 8 montrent le résultat obtenu, dans l'approximation au delà des logarithmes dominants, pour deux valeurs de  $Q^2$ . A grand  $x$  on voit la dominance des quarks sur le gluon alors que le gluon domine complètement à petit  $x$ . A  $Q^2 = 10000 \text{ GeV}^2$  toutes les distributions tendent à devenir "piquées" aux petites valeurs de  $x$  : en première approximation les distributions décroissent quand  $Q^2$  augmente pour  $x$  grand et croissent aux valeurs de  $x$  petites. C'est une conséquence du mécanisme de "parton shower" d'après lequel les partons "rayonnent" en se cassant en deux partons d'impulsion plus basse. Ceci explique la présence du pic dans la distribution des quarks à  $x = 0$ , pic dû aux quarks matelots produits de désintégration du gluon.

### 5.1.4 Conclusions

Dans l'approximation des logarithmes dominants, il n'y a pas de modifications au modèle des partons, sauf que les fonctions de structure acquièrent une dépendance en l'échelle de masse caractéristique du processus considéré : ce sont les violations de l'invariance

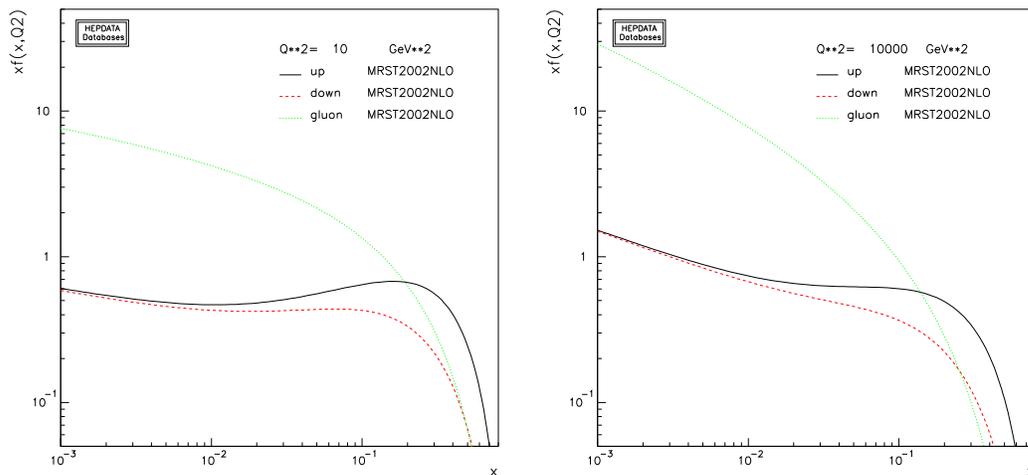


Figure 8: *Distributions pondérées par  $x$  des quarks  $u$ ,  $d$  et du gluon à  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  et à  $Q^2 = 10000 \text{ GeV}^2$ . Ces graphes peuvent être obtenus sur le site de Durham HEP Databases : <http://durpdg.dur.ac.uk/hepdata/pdf.html>*

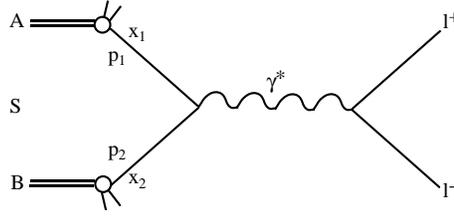
d'échelle. Cette dépendance des fonctions de structure en fonction de l'échelle de masse est prédite par la théorie et elle est universelle c'est-à-dire qu'elle sera la même quelque soit le processus dur considéré où apparaissent ces fonctions de structure.

## 6 Le modèle des partons amélioré et applications.

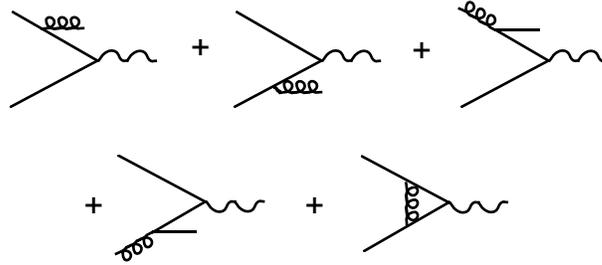
Le modèle des partons amélioré par les corrections QCD s'applique à d'autres processus que le DIS, pourvu qu'ils mettent en jeu des échelles de masse ou des impulsions de transfert importantes. On discute d'abord le cas de la production de paires de leptons dans les collisions hadroniques, ou mécanisme de Drell-Yan, qui a joué un rôle fondamental dans la découverte des bosons de jauge  $W$  et  $Z$  au CERN dans les années 80. On passera ensuite rapidement en revue la production de photons directs à grande impulsion transverse et la production de gerbes hadroniques ("jets") dans les collisions hadroniques. Ces différents processus sont utiles pour déterminer avec précision la distribution des quarks et des gluons dans les hadrons ainsi que la valeur de  $\Lambda$ , la constante fondamentale des interactions fortes. Nous ne considérerons pas ici la production de saveurs lourdes pour laquelle le modèle des partons s'applique aussi ni les réactions de photoproduction qui jouent un rôle très important à HERA.

### 6.1 Processus de Drell-Yan

Il est relié à la diffusion profondément inélastique par croisement et, dans l'approximation de Born, le photon virtuel est produit dans l'état final par annihilation d'un quark de l'un des hadrons initiaux avec un antiquark de l'autre comme indiqué dans la figure.



Le modèle des partons s'applique quand la masse invariante  $Q$  de la paire de leptons produite est grande car, alors, le photon virtuel de genre temps a un haut pouvoir de résolution et il peut "voir" les constituants des hadrons  $A$  et  $B$ . Les diagrammes d'ordre supérieur à l'origine des violations d'invariance d'échelle sont :



On écrit la section efficace de production sous la forme

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \sum_q \int dx_1 dx_2 (F_{q/A}(x_1, Q)F_{\bar{q}/B}(x_2, Q) + F_{\bar{q}/A}(x_1, Q)F_{q/B}(x_2, Q)) \frac{d\hat{\sigma}^{q\bar{q}}}{dQ^2} \quad (6.120)$$

où les  $F_{i/H}$  sont les fonctions de structure et où on doit sommer sur toutes les saveurs de quarks dans les hadrons  $A$  et  $B$ . La section efficace partonique  $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$  est simplement

$$\frac{d\hat{\sigma}^{q\bar{q}}}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2} \frac{e_q^2}{N_c} \delta(\hat{s} - Q^2), \quad \hat{s} = x_1x_2s$$

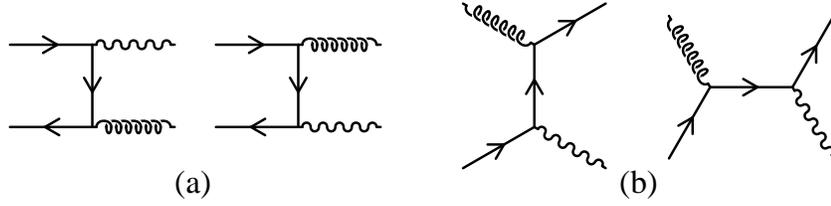
Dans les collisions  $pp$ , la section efficace est proportionnelle à la distribution des antiquarks dans le proton, ce qui permet donc de mesurer cette dernière.

A des énergies élevées il est possible de produire les bosons de jauge chargés  $W^+$  (resp.  $W^-$ ) par annihilation d'une paire quark-antiquark  $u\bar{d}$  (resp.  $d\bar{u}$ ) ou le boson neutre  $Z^0$  par annihilation  $u\bar{u}$  ou  $d\bar{d}$ . C'est par ce mécanisme que les bosons électrofaibles ont été découverts au collisionneur du CERN dans les années 1970 [36], [37]. On espère bientôt mettre en évidence le fameux boson de Higgs au LHC dans un processus similaire mais impliquant l'annihilation de deux gluons.

## 6.2 Production de photons directs à grands transferts

Le processus considéré ici est la réaction  $AB \rightarrow \gamma X$ , où  $X$  représente les hadrons produits non observés. Au niveau partonique, il faut calculer la diffusion  $q\bar{q} \rightarrow \gamma g$  (annihilation)

et  $qg \rightarrow \gamma q$  ou  $\bar{q}g \rightarrow \gamma \bar{q}$  (diffusion de type Compton) qui ont la représentation diagrammatique suivante,



On considère le cas où le photon est produit à grande impulsion transverse  $k_T$ . La section hadronique inclusive est donnée par

$$\frac{k^0 d\sigma}{dk^3} = \frac{d\sigma}{dk_T dy} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 F_{i/A}(x_1, k_T) F_{j/B}(x_2, k_T) k^0 \frac{d\hat{\sigma}^{ij}}{dk^3}, \quad (6.121)$$

où l'on a inclu les corrections QCD à l'approximation des logarithmes dominants et on a choisi  $k_T$  comme échelle de factorisation dans les fonctions de structure. Symboliquement, la section efficace s'écrit

$$d\sigma = q \otimes \bar{q} d\sigma^{q\bar{q}} + G \otimes q d\sigma^{Gq}$$

où  $q$ ,  $\bar{q}$  et  $G$  dénotent respectivement la distribution des quarks, antiquarks et gluons dans les hadrons. Dans le cas de la diffusion  $pp$ ,  $q \otimes \bar{q} \ll G \otimes q$  et le deuxième terme domine complètement la section efficace. La réaction  $pp \rightarrow \gamma X$  est donc idéale pour mesurer directement la distribution du gluon dans le proton. Notre discussion de la production de photons directs est très simplifiée et nous n'avons parlé que du mécanisme où le photon participe au processus dur comme indiqué par les diagrammes de Feynman ci-dessus. Il existe un autre mécanisme où le photon est rayonné par un quark produit à grande impulsion transverse. Ce processus n'est pas important dans les expériences de type cible fixe mais il joue un rôle prédominant aux collisionneurs où la valeur de la variable  $k_T/\sqrt{S}$  est petite. Une compilation récente des données expérimentales et de leur comparaison avec la théorie, au delà des logarithmes dominants [38], est montrée en fig. 9. On peut noter le remarquable accord sur 9 ordres de grandeur, pour des expériences couvrant 2 ordres de grandeur en énergie (à l'exception toutefois des données E706).

### 6.3 Production de jets dans les collisions hadroniques

Dans l'approximation des logarithmes dominants la gerbe hadronique ou "jet" est identifié à un parton final (quark ou gluon) produit à grande impulsion transverse  $k_T$ . Aucun effet de fragmentation du parton en hadrons n'est pris en compte. La cinématique est donc la même que pour la production d'un photon mais on doit sommer sur tous les types de partons de l'état final

$$k^0 \frac{d\sigma^3}{dk} = \frac{1}{st} \sum_{i,j,k,l} \int_{x_i^{\min}}^1 \frac{dx_1}{x_1^2} F_{i/A}(x, k_T) F_{j/B}(x_2, k_T) \frac{1}{(4\pi)^2} |\mathcal{M}|_{ij \rightarrow kl}^2$$

La dynamique au niveau partonique est assez compliquée car il y a un grand nombre de processus en jeu:  $qq \rightarrow qq$ ,  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ ,  $\bar{q}\bar{q} \rightarrow \bar{q}\bar{q}$ ,  $q\bar{q} \rightarrow gg$ ,  $gg \rightarrow q\bar{q}$ ,  $gq \rightarrow gq$ ,  $gg \rightarrow gg$ .

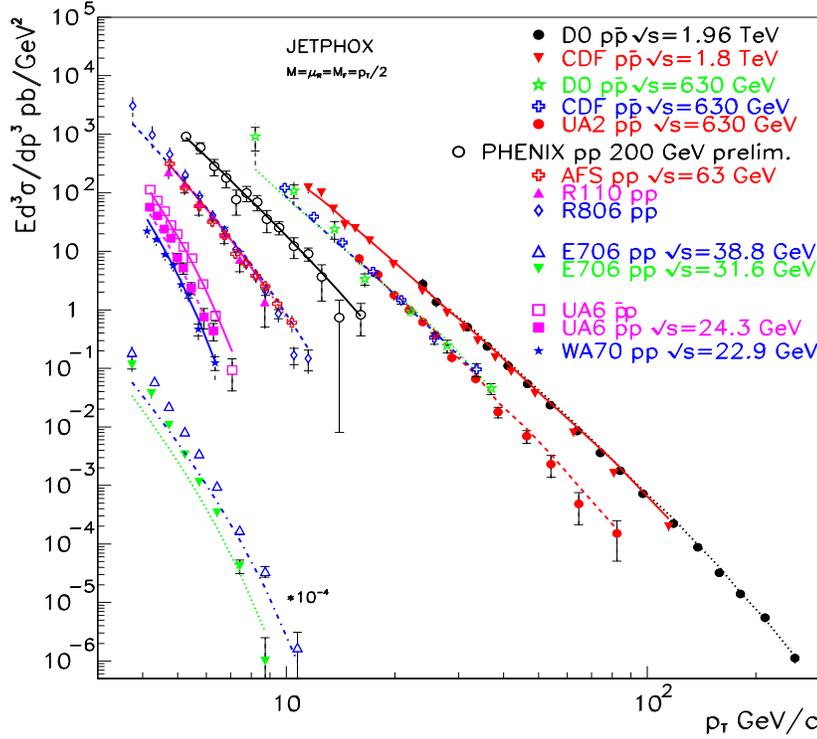


Figure 9: *Compilation de la section efficace inclusive de production d'un photon en fonction de l'énergie transverse du photon dans les collisions pp ou p̄p de  $\sqrt{s} = 22,9$  GeV à 1,96 TeV. Les prédictions théoriques sont calculées au-delà de l'ordre dominant.*

A l'énergie des collisionneurs  $p\bar{p}$  actuels les processus dominants sont  $qq \rightarrow qq$  aux valeurs élevées du  $k_T$  et  $gq \rightarrow gq$  à  $k_T$  plus faible quand les valeurs effectives des  $x_i$  des partons dans les hadrons incidents sont petites. Il faut aussi signaler que la section efficace de production de jets est proportionnelle à  $\alpha_s^2$  et elle est donc très sensible à la valeur de  $\Lambda$ . On compare dans la figure 10 les données sur la production inclusive d'un jet, en fonction de l'énergie transverse du jet, au Tevatron (Fermilab) ( $\sqrt{s} = 1,96$  TeV) [39] avec les prédictions théoriques dans l'approximation au delà des logarithmes dominants: l'accord entre théorie et expérience sur 8 ordres de grandeurs est remarquable.

## 6.4 Au delà de l'approximation des logarithmes dominants

Le modèle des partons amélioré (QCD en LLA) donne une image simple des processus hadroniques durs. En combinant notre étude sur la renormalisation et celle sur la factorisation, on a vu qu'une section efficace a la forme

$$d\sigma^{AB} = \alpha_s^p(Q) \int dx_1 dx_2 F_{i/A}(x_1, Q) F_{j/B}(x_2, Q) d\hat{\sigma}^{ij}$$

où  $Q$  est l'échelle caractéristique du processus dur :  $Q \sim M_{\gamma^*}$ ,  $M_{l+l-}$  pour la production d'une paire de leptons ou,  $Q \sim \sqrt{k_T^2}$ , pour les processus à grande impulsion de transfert  $k_T$ .

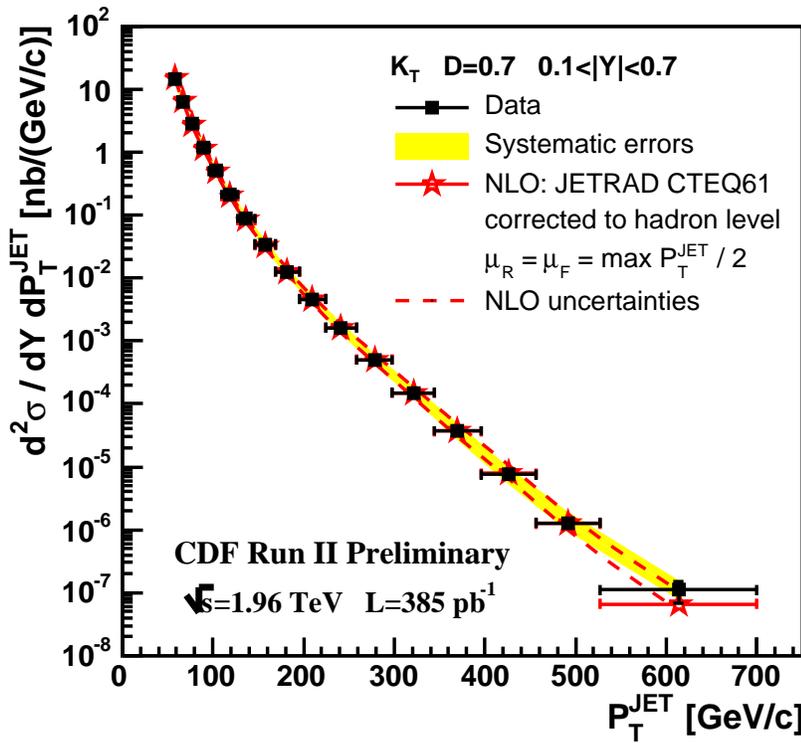


Figure 10: *Production de jets au Tevatron : comparaison entre les prédictions théoriques "au delà des logarithmes dominants" et les données de la collaboration CDF.*

Sa valeur n'est pas déterminée précisément par la théorie; on peut prendre, par exemple,  $Q = aM_{\gamma^*}$  avec  $a$  arbitraire car, dans l'approximation des logarithmes dominants,  $\ln Q \sim \ln aQ$ . Ceci pose un problème si l'on veut faire des prédictions quantitatives : en effet, tout changement d'échelle affecte les prédictions théoriques. Ainsi, si on prend  $aQ$  comme échelle, la prédiction théorique devient

$$d\sigma^{AB} = \alpha_s^p(aQ) \int dx_1 dx_2 F_{i/A}(x_1, aQ) F_{j/B}(x_2, aQ) d\hat{\sigma}^{ij}.$$

Mais on sait que :

- le couplage  $\alpha_s$  décroît quand  $a$  croît (éq. 4.89),
- les fonctions de structure  $F_{i/H}(x, aQ)$  varient de façon monotone avec l'échelle à  $x$  fixé (éq. 5.114).

Dans l'approximation des logarithmes dominants les prédictions théoriques ne sont donc pas stables car elles dépendent de  $a$  mais la théorie ne dit pas quelle valeur de  $a$  il faut choisir ! De façon plus générale le résultat théorique a la structure :

$$d\sigma = \alpha_s^p(\mu) \int dx_1 dx_2 F_{i/A}(x_1, M) F_{j/B}(x_2, M) d\hat{\sigma}^{ij} \quad (6.122)$$

où  $\mu$ ,  $M$  sont des échelles de masse du "même ordre de grandeur" que celles mises en jeu dans le sous-processus  $d\hat{\sigma}$ .  $\mu$  est la masse qui intervient lors de l'élimination des divergences ultraviolettes et la définition du couplage renormalisé  $\alpha_s(\mu)$ , et  $M$  est celle qui intervient lors de la régularisation des divergences colinéaires et la redéfinition des fonctions de structure  $F_{i/H}(x) \rightarrow F_{i/H}(x, M)$ .

Si l'on se reporte à l'éq. (4.90) on voit qu'une section efficace hadronique typique peut être écrite symboliquement sous la forme

$$d\sigma = \alpha_{\overline{MS}}^p(\mu) \left( d\hat{\sigma} + \alpha_{\overline{MS}}(\mu) \left( p b \ln \frac{\mu^2}{-q^2} d\hat{\sigma} + k(\dots) \right) \right) \quad (6.123)$$

où  $d\hat{\sigma}$  représente la section efficace à l'ordre le plus bas dont on a extrait la dépendance en la constante de couplage  $\alpha_{\overline{MS}}^p$  et où  $b$  est défini dans l'éq. (4.93). Par rapport à l'éq. (4.90) on a développé l'expression en puissance de  $\alpha_{\overline{MS}}$  ne gardant que les deux premiers termes. La fonction  $k(\dots)$  contient les "corrections d'ordre supérieur" à l'exclusion des termes en  $\ln(\mu^2/-q^2)$  que l'on a explicitement écrits. Utilisant l'éq. (4.89) on trouve que la variation de l'éq. (6.123) par rapport à  $\mu$  est

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \ln \mu^2} &= -p b \alpha_{\overline{MS}}^{p+1}(\mu) \left( d\sigma_0 + \alpha_{\overline{MS}}(\mu) (p b \ln \frac{\mu^2}{-q^2} d\sigma_0 + k(\dots)) \right) + p b \alpha_{\overline{MS}}^{p+1}(\mu) d\sigma_0 + \mathcal{O}(\alpha_{\overline{MS}}^{p+2}) \\ &\sim \mathcal{O}(\alpha_{\overline{MS}}^{p+2}) \end{aligned} \quad (6.124)$$

Il faut bien remarquer que, pour obtenir ce résultat, il est crucial de garder le facteur en  $\ln(\mu^2/-q^2)$  du terme d'ordre supérieur qui compense la variation en  $\mu$  du terme dominant. Ceci est cohérent car si on fait un calcul à l'ordre  $\alpha_{\overline{MS}}^{p+1}$  l'ambiguïté de la prédiction théorique est d'ordre  $\alpha_{\overline{MS}}^{p+2}$ .

Le même mécanisme est à l'œuvre concernant l'échelle de factorisation  $M$  de telle sorte que l'ambiguïté d'un calcul "au delà des logarithmes dominants" est d'un ordre supérieur à celui auquel le calcul est conduit.

En QCD perturbative, les seuls calculs qui peuvent prétendre être quantitatifs sont donc ceux qui sont faits à l'approximation "au delà des logarithmes dominants"

## 6.5 Conclusions

Un nombre considérable d'observables dépendent des fonctions de structure des partons dans les hadrons et de la valeur de  $\Lambda$ . Pour que QCD soit validée en tant que théorie il faut que les prédictions soient en accord avec toutes les observables. Les données devenant de plus en plus précises et couvrant un domaine cinématique de plus en plus étendu les tests de QCD deviennent de plus en plus contraignants. Jusqu'à maintenant la QCD perturbative a passé avec succès tous les tests expérimentaux.

## References

- [1] Yu. L. Dokshitzer, D. I. Dyakonov, S.I. Troyan, Phys. Rept. **58** (1980) 269 ;  
G. Altarelli, Phys. Rept. **81** (1982) 1.
- [2] T. Muta, Foundations of QCD: an Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories, World Scientific, Singapour ;  
S. Pokorski, Gauge Field Theories, Cambridge Monographs in Mathematical Physics.

- [3] Y. Ne'eman, Nucl. Phys. **26** (1961) 222.
- [4] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125** (1962) 1067.
- [5] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8** (1964) 214.
- [6] G. Zweig, prétirage CERN-TH-412 (1964).
- [7] G.F. Chew, S-matrix theory of strong interactions, Frontiers in Physics, W.A. Benjamin, New-York.
- [8] S.C. Frautshi, Regge poles and S-matrix theory, Frontiers in Physics, W.A. Benjamin, New-York, 1963.
- [9] V. Barger, D.B. Cline, Phenomenological theory of high energy scattering, Frontiers in Physics, W.A. Benjamin, New-York, 1969.
- [10] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **179** (1969) 1547.
- [11] R.P. Feynman, Photon-hadron interactions, Frontiers in Physics, W.A. Benjamin, Reading, Massachusetts, 1972.
- [12] E. D. Bloom *et al.*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 930 ;  
M. Breidenbach *et al.*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 935.
- [13] Pour une revue ancienne du modèle des quarks voir J. J. J. Kokkedee, The quark model, Frontiers in Physics, W.A. Benjamin, New-York, 1969.
- [14] O. W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 598 ;  
le nombre quantique de couleur avait été proposé auparavant par les physiciens soviétiques N. N. Bogoliubov, B. Struminsky et A.H. Tavchelidze.
- [15] J. E. Augustin *et al.* [SLAC-SP-017 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1406.
- [16] J. J. Aubert *et al.* [E598 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1404.
- [17] S. W. Herb *et al.*, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 252.
- [18] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 225 [arXiv:hep-ex/9405005] ; Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2626 [arXiv:hep-ex/9503002].
- [19] Pour des revues récentes voir, par exemple, F. E. Close, Eur. Phys. J. A **24S1** (2005) 9 ; Nature **435** (2005) 287.
- [20] G. Veneziano, Nuovo Cimento **57 A** (1968) 190.
- [21] Y. Nambu, Proc. Conf. on Symmetries and Quark Models, Detroit (1969), (Gordon and Breach, 1970) p. 269.
- [22] Pour des revues sur le sujet voir G. Veneziano, Phys. Rept. **9** (1974) 199 ; C. Rebbi, Phys. Rept. **12** (1974) 1 ; S. Mandelstam, Phys. Rept. **13** (1974) 259 ; J. Scherk, Rev. Mod. Phys. **47** (1975) 123.
- [23] J. Scherk, J. H. Schwarz, Nucl. Phys. B **81** (1974) 118.

- [24] H.D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346 ;  
D.J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343 ;  
La propriété de liberté asymptotique était déjà connue des physiciens soviétiques,  
B. Kriplovich, M. Terentiev, Vanjashin, et de G. 't Hooft qui l'avait exposée lors  
d'un colloque à Marseille en septembre 1972.
- [25] H. Georgi, H. D. Politzer, Phys. Rev. D **9** (1974) 416 ;  
D. J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. D **9** (1974) 980.
- [26] M. Y. Han, Y. Nambu, Phys. Rev. **139** (1965) B1006.
- [27] K. Wilson, Phys. Rev. **179** (1969) 1499.
- [28] H. Fritsch, M. Gell-Mann, 16th Int. Conf. on High Energy Physics Chicago-Batavia  
(1972) vol. 2, p.135 ;  
H. Fritsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler Phys. Lett. **47B** (1973) 365 ;  
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 494 ; Phys. Rev. D **8** (1973) 4482.
- [29] L. S. Fadeev, U. N. Popov, Phys. Lett. B **25** (1967) 29.
- [30] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **33** (1971) 173 ; Nucl. Phys. B **35** (1971) 167 ;  
B.W. Lee, J. Zinn-Justin, Phys. Rev. **D5** (1972) 3121,3137.
- [31] C. Becchi, A. Rouet, R. Stora, Comm. Math. Phys. **42** (11975) 127.
- [32] C. G. Bollini, J. J. Gianbiagi, Nuovo Cimento B **12** (1970) 20;  
G. 't Hooft, M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **44** (1972) 189.
- [33] S. Bethke, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **135** (2004) 345 [arXiv:hep-ex/0407021].
- [34] T. D. Lee, M. Nauenberg, Phys. Rev. **133** (1964) B1549 ;  
T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3** (1962) 650.
- [35] Les équations d'évolution ont d'abord été obtenues en électrodynamique quantique  
par V. N. Gribov, L. N. Lipatov, Sov. Jour. Nucl. Phys. **15** (1972) 438, 675.  
En QCD elles ont été dérivées par G. Parisi 11<sup>ème</sup> Rencontre de Moriond,  
J. Tran Thanh Van éd. ; G. Altarelli, G. Parisi Nuc. Phys. B **126** (1977) 298 ;  
Yu. L. Dokshitzer Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641.
- [36] Découverte du boson  $W$  : G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], Phys. Lett. B **122**  
(1983) 103 ; M. Banner *et al.* [UA2 Collaboration], Phys. Lett. B **122** (1983) 476.
- [37] Découverte du boson  $Z$  : G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], Phys. Lett. B **126**  
(1983) 398 ; P. Bagnaia *et al.* [UA2 Collaboration], Phys. Lett. B **129** (1983) 130.
- [38] P. Aurenche, M. Fontannaz, J. P. Guillet, E. Pilon, M. Werlen, arXiv:hep-  
ph/0602133.
- [39] A. Abulencia *et al.* [CDF Collaboration] [arXiv: hep-ex/0512020] ;  
The  $D\bar{0}$  Collaboration,  $D\bar{0}$  note 4751-CONF, <http://www.do.fnal.gov>



# QCD SANS PEINE

O. Pène

Laboratoire de Physique Théorique,  
Unité mixte de recherche du CNRS-UMR 8627  
Université de Paris XI, Bâtiment 211, 91405 Orsay Cedex, France

## Abstract

Quantum chromodynamics (QCD) is the theory of the strong interactions, able to explain the hadron properties and the nuclear matter including its manifestations at very high temperature. We try to provide an overview skipping the technicalities. The following items will be treated. Theoretical principles: Lagrangian, gauge invariance, path integral, fermion determinant, gauge fixing. Asymptotic freedom: principles of renormalisation, scale dependence, anti-screening, non-trivial vacuum. Non-perturbative phenomena and particularly confinement: Wilson loop, dual Meissner effect, instanton liquid model. Methods for non-perturbative calculations, first of all lattice QCD, principles of the method and a typical application; then a glance on the QCD sum rule method. Finally presentation of lattice QCD results related to the themes of this school: hadrons properties and quark-gluon plasmas.

## Résumé

La chromodynamique quantique (QCD) est la théorie des interactions fortes, elle est en mesure d'expliquer les propriétés des hadrons, et les propriétés de la matière nucléaire y compris ses manifestations à très haute température. Nous essayons d'en donner un aperçu en évitant les aspects trop techniques. Les thèmes suivants seront traités. Principes théoriques: Lagrangien, invariance de jauge, intégrale de chemin, déterminant fermionique, et fixation de jauge. Liberté asymptotique: le principe de la renormalisation, la dépendance d'échelle, l'effet d'anti-écran, vide non trivial. Phénomènes non-perturbatifs et en particulier le confinement: boucle de Wilson, effet Meissner dual, modèle des liquides d'instantons. Méthodes de calcul non-perturbatif, à commencer par la QCD sur réseau, principe de la méthode et une application typique; ensuite un coup d'oeil sur la méthode des règles de somme de la QCD. Finalement présentation de résultats de la QCD sur réseau en rapport avec les thèmes de cette école: propriétés des hadrons et des plasmas de quarks et de gluons.

# 1 Introduction

Les différents domaines théoriques et expérimentaux qui sont au programme de cette école, et bien d'autres encore, dépendent d'une même théorie, la chromodynamique quantique (QCD). Cette théorie a vu le jour à la fin des années 60, cf l'historique présenté dans cette école [5], et elle n'a cessé d'accumuler les succès expérimentaux. Il est tout à fait exceptionnel, sinon unique, dans l'histoire des sciences, qu'un domaine aussi riche et aussi varié dépende soit expliqué par une théorie dont l'énoncé des principes soit si compacte et le nombre des paramètres si restreint. Il s'agit bien d'une théorie, non d'un modèle.

La contrepartie de ces caractéristiques extraordinaires de la QCD sont sa complexité conceptuelle et pratique. La théorie quantique des champs n'est pas facile à concevoir sous tous ses aspects. Celle-ci l'est encore moins à cause de cette propriété mystérieuse nommée le confinement. Elle est aussi très difficile à calculer en pratique car, étant une théorie d'interactions fortes, il n'existe pas de petit paramètre dans laquelle on puisse faire un développement <sup>1</sup> en série.

Notre objet sera donc de présenter, de façon aussi peu technique que possible, les principaux concepts à l'oeuvre ici, d'essayer de faire sentir comment ils pourraient expliquer les propriétés étranges de la QCD et en particulier le confinement, enfin d'indiquer les méthodes de calcul non-perturbative et surtout la QCD sur réseau, seule méthode non-perturbative *ab initio*. Nous essaierons de choisir les exemples en relation avec l'objet de cette école.

## 2 LES DEFINITIONS DE BASE

### 2.1 Lagrangien

Le Lagrangien de la QCD s'écrit

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + i \sum_f \bar{q}_f^i \gamma^\mu (D_\mu)_{ij} q_f^j - \sum_f m_f \bar{q}_f^i q_{fi}, \quad (1)$$

où  $i, j, a$  sont les indices de couleur,  $f$  est la saveur du quark ( $f = u, d, s, c, b, t$ ),  $\mu, \nu$  les indices de Lorentz,  $q$  est un champ de spineur de dimension 12 (couleur  $\times$  Dirac) et où

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$
$$(D_{\mu\nu})_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu - i g_s \sum_a \frac{\lambda_{ij}^a}{2} A_\mu^a$$

De cette simple formule on peut en principe dériver une quantité immense de prédictions.

---

<sup>1</sup>Même dans son domaine perturbatif, où on développe en fonction de la constante  $\alpha_s$ , cette dernière n'est pas si petit que cela.

Deux tâches s’offrent à la physique: comprendre et résoudre la QCD. Comprendre signifie par exemple comprendre le confinement, la brisure de la symétrie chirale, etc. Résoudre la QCD signifie être capable d’en dériver les conséquences expérimentales. Il y a encore beaucoup à faire ! On n’y parviendra pas “sans peine”. Peut-on esquisser “sans peine” le chemin à parcourir ? On va s’y essayer.

## 2.2 Invariance de jauge

Les transformations de jauge infinitésimales sont définies par un ensemble de huit fonction réelles infinitésimales  $\epsilon^a(x)$ ,  $a = 1, 8$ , et la transformation des champs <sup>2</sup>

$$\delta A_\mu^a(x) = \frac{1}{g_s} \partial_\mu \epsilon^a(x) + f^{abc} A_\mu^b(x) \epsilon^c(x), \quad \delta q(x) = i\epsilon^c(x) \frac{\lambda^c}{2} q(x) \quad (2)$$

Les transformation de jauge non infinitésimales sont définies par une matrice unitaire  $3 \times 3$ :  $g(x)$  définie en chaque point de l’espace-temps et les transformations

$$q(x) \rightarrow g(x) q(x), \quad W(x, y) \rightarrow g(x) W(x, y) g^{-1}(y) \quad (3)$$

où on a défini la “ligne de Wilson”

$$W(x, y) = P \left[ \exp \left\{ i g_s \int_{C_{x,y}} d_z^\mu A_\mu(z) \right\} \right] \quad (4)$$

$C$  étant un chemin arbitraire menant de  $x$  à  $y$  et  $P$  indiquant un produit ordonné en chemin. Quand  $g(x)$  s’approche de l’unité, on retrouve l’eq. (2) si on substitue  $g(x) \simeq 1 + i\epsilon(x)$ . Les transformations de jauge forment un groupe  $SU(3)^N$  où  $N$  est le nombre de points de l’espace-temps. Dans l’espace temps continu,  $N$  est infini. Sur un réseau fini  $N$  est fini et, comme  $SU(3)$  est un groupe compact de volume fini,  $SU(3)^N$  est aussi de volume fini.

A partir de eq. (3) on peut vérifier que

$$\bar{q}(x) W(x, y) q(y), \quad \text{et} \quad Tr[W(x, x)] \quad (5)$$

sont invariants de jauge. Une ligne de Wilson qui se referme sur elle-même telle que  $W(x, x)$  est appelée une boucle de Wilson. Nous verrons plus tard d’autres opérateurs invariants de jauge.

• *Une transformation de jauge ne transforme pas un état physique dans un autre, comme le fait une transformation de Lorentz, une transformation  $P, C$  et  $T$ , où une transformation chirale. Seuls les états invariants de jauge représentent des états physiques. L’invariance de jauge reflète le fait qu’il y a redondance des degrés de liberté de la théorie de champ par rapport aux degrés de liberté physiques.*

**Toute observable physique est invariante de jauge, cependant il est souvent utile, voire nécessaire, de faire le calcul dans une jauge fixée.**

<sup>2</sup>L’indice de saveur  $f$  du champ de quark est omis et il en sera ainsi chaque fois que sa présence ne sera pas nécessaire.

## 2.3 Les fonctions de Green

Une théorie des champs est résolue si on est capable d'en calculer toutes les fonctions de Green. En effet on connaît alors tous les éléments de la "matrice-S", les largeurs de désintégration, les facteurs de forme, etc.

**Mais, caculer toutes les fonctions de Green est un vaste et difficile programme ! Par où s'y prendre ?**

Les fonctions de Green sont (en général) des valeurs moyennes dans le vide de produits ordonnés en temps d'opérateurs. Les opérateurs sont construits à partir des champs de la QCD. Par exemple le propagateur d'un quark (de  $y$  vers  $x$ ) s'écrit:

$$S(x, y) \equiv \langle 0 | T [q(x) \bar{q}(y)] | 0 \rangle \quad (6)$$

$S(x, y)$  est une matrice  $12 \times 12$  (Dirac  $\times$  couleur). Noter que ce propagateur n'est pas invariant de jauge. Il faudra donc fixer une jauge pour faire ce calcul, sinon le résultat donnerait zéro.

La fonction de corrélation de deux courants électromagnétiques est définie comme

$$T_{\mu\nu}(x, y) \equiv \sum_f e_f \langle 0 | T [J_\mu^f(x) J_\nu^f(y)] | 0 \rangle = - \sum_f e_f \langle 0 | Tr [\gamma_\mu S_f(x, y) \gamma_\nu S_f(y, x)] | 0 \rangle \quad (7)$$

où  $e_f$  est la charge électrique du quark  $f$  ( $2/3 e$  ou  $-1/3 e$ ) et pour chaque saveur le courant vectoriel est défini par

$$J_\mu(x) \equiv \bar{q}(x) \gamma_\mu q(x) \quad (8)$$

Noter que la fonction de Green (7) est invariante de jauge contrairement à celle de (6). En effet, la partie imaginaire de  $T_{\mu\nu}(x, y)$ , transformée de Fourier, est proportionnelle à la section efficace totale  $e^+ e^- \rightarrow$  hadrons. C'est une observable physique dont on trouve un résumé des mesures dans le PDG [1], cf fig. 1.

Nous verrons plus tard que ce type de fonctions de Green invariantes de jauge est essentiel pour déterminer les propriétés des hadrons.

## 2.4 L'intégrale de chemin

### 2.4.1 Le principe

Les fonctions de Green sont des valeurs moyennes dans le vide de produits d'opérateurs. La question de calculer les fonctions de Green se ramène donc à celle de calculer les valeurs moyennes d'opérateurs dans le vide.

Ces valeurs moyennes sont définies à partir de l'**intégrale de chemin** [2]. Soit une théorie de champs génériques  $\phi(x)$ , définie par un Lagrangien  $\mathcal{L}[\phi]$  par exemple la théorie  $\lambda\phi^4$ :

$$\mathcal{L} \equiv \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi(x))^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2(x) - \frac{\lambda}{4!} \phi^4(x) \quad (9)$$

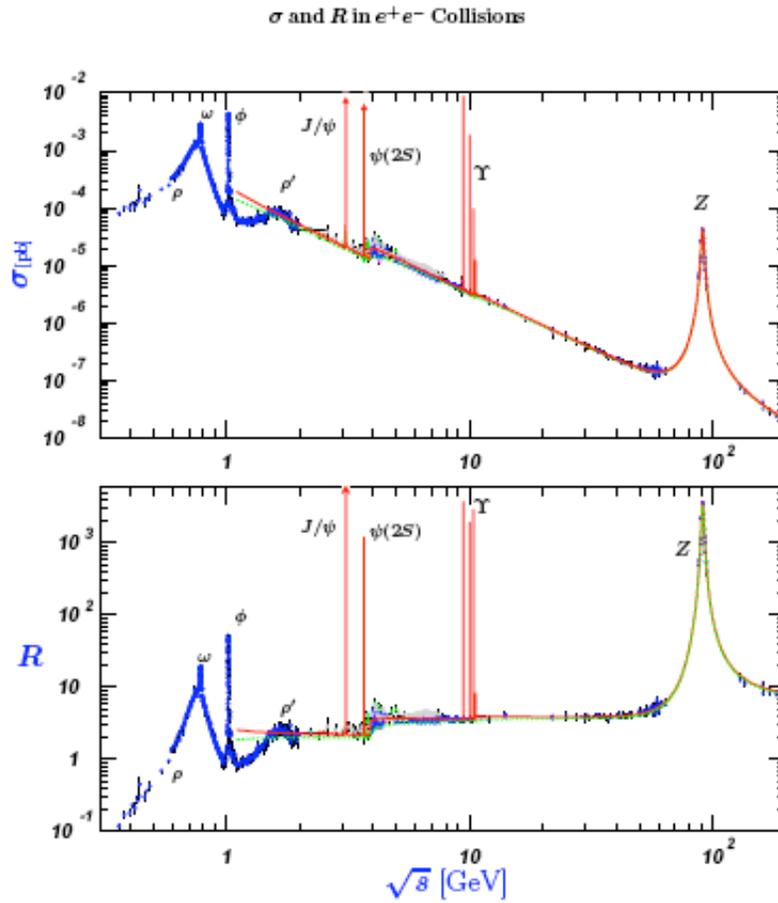


Figure 1: *Figure extraite de PDG [1]: il s'agit en haut de la section efficace totale  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})$  en fonction de l'énergie. En bas c'est la même quantité divisée par  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ . Si les quarks étaient des particules libres, ce rapport serait égal à la somme des charges (en unité de  $e$ ) au carré des quarks tels que  $2m_f < \sqrt{s}$ .*

On peut montrer que la valeur moyenne d'un opérateur  $\mathcal{O}$  est définie par

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\int \Pi_x \mathcal{D}\phi(x) \mathcal{O} \exp \{iS[\phi]\}}{\int \Pi_x \mathcal{D}\phi(x) \exp \{iS[\phi]\}} \quad (10)$$

où l'action  $S[\phi]$  est définie par

$$S[\phi] \equiv \int d^4x \mathcal{L}[\phi(x)] \quad (11)$$

Par exemple le propagateur d'un méson  $\phi$  sera donné en prenant  $\mathcal{O} = T[\phi(x)\phi(y)]$ :

$$\langle T[\phi(x)\phi(y)] \rangle = \frac{\int \Pi_x \mathcal{D}\phi(x) T[\phi(x)\phi(y)] \exp \{iS[\phi]\}}{\int \Pi_x \mathcal{D}\phi(x) \exp \{iS[\phi]\}} \quad (12)$$

Les intégrales de chemin, eq. (10) ont une infinité de variables d'intégration: une par champ en chaque point de l'espace temps. On devine donc que ces intégrales ne sont pas faciles à définir mathématiquement et quand on y parvient, qu'elles sont très divergentes: on y reviendra à propos de *la renormalisation*.

#### 2.4.2 Les déterminants fermioniques

Les champs  $\phi$  ci-dessus sont des champs bosoniques. Que faire des fermions ? La partie du Lagrangien (1) de la QCD qui contient le champ de quark de saveur  $f$  est

$$\mathcal{L}_{q_f} = \bar{q}_f(x) \left[ \gamma_\mu \left( i \partial_\mu + g_s \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^a \right) - m_f \right] q_f(x) \equiv \sum_{x,y} \bar{q}_f(x) M_f(x,y) q_f(y) \quad (13)$$

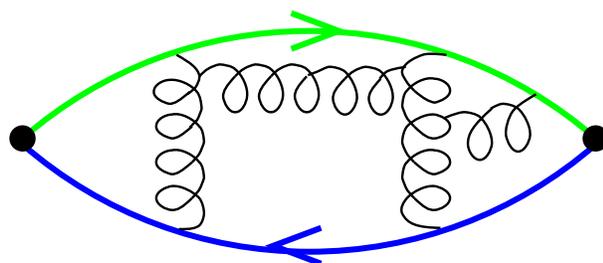
où  $M_f(x,y)$  est une matrice dans l'espace produit direct de l'espace-temps  $\times$  couleur  $\times$  spin:

$$M_f(x,y) = \sum_\mu \gamma^\mu \left[ \frac{i}{2a} (\delta_{x+\hat{\mu},y} - \delta_{x-\hat{\mu},y}) + g_s \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^a \delta_{x,y} \right] - m_f \delta_{x,y} \quad (14)$$

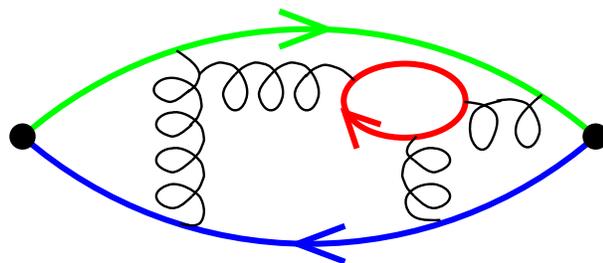
où une notation discrétisée a été utilisée.  $\hat{\mu}$  est un vecteur de longueur  $a$  dans la direction  $\mu$ . Le terme en  $\partial_\mu$  est diagonal dans l'espace de couleur, le terme de masse est diagonal dans l'espace de spin et de couleur. **La matrice  $M_f$  est appelée "opérateur de Dirac"**. On calcule d'abord, pour une valeur fixée des champs de jauge, l'intégrale de chemin sur les champs de quark. L'intégrale se fait sur des variables d'intégration qui ne sont pas des nombres ordinaires mais les éléments d'une "algèbre de Grassman" que nous désignerons par les symboles  $\eta_f(x), \bar{\eta}_f(x)$ . Donnons juste le résultat:

$$\int \Pi_{x,y,f} \mathcal{D}\bar{\eta}_f(x) \mathcal{D}\eta_f(y) \exp \left[ \sum_f \int d^4z d^4t \bar{\eta}_f(z) i M_f(z,t) \eta_f(t) \right] = \Pi_f \text{Det} [i M_f] \quad (15)$$

Le résultat de l'intégrale sur les variables fermioniques est donc simplement le produit des déterminants des opérateurs de Dirac afférents à toutes les saveurs de quarks. Cette belle formule très compacte ne doit pas nous tromper: ce produit de déterminants est un objet très difficile à calculer. Il est une fonctionnelle non locale des champs de jauge. Le sens physique de ce produit de déterminants est le suivant: il prend en compte l'effet des boucles de quarks, c'est à dire, la polarisation du vide par les paires quark-antiquark virtuelles. En d'autres termes, le déterminant décrit l'effet des quarks de la mer. La figure 2.A illustre la dynamique dite "quenched" quand on néglige ces déterminants et la figure 2.B illustre la prise en compte de ces déterminants.



(A) Quenched QCD: quark loops neglected



(B) Full QCD

Figure 2: *Effet du déterminant fermionique*

### 2.4.3 L'intégrale des champs de jauge

Une fois intégrés les champs fermioniques, il faut intégrer les champs de jauge. Ce sont des champs bosoniques, mais l'invariance de jauge impose des précautions particulières: la dérivation de la formule de l'intégrale de chemin est assez délicate et ne peut se faire "sans peine". Donnons d'abord quelques définitions: Nous appelons "configuration de jauge" une fonction suffisamment régulière  $x \rightarrow A_\mu^a(x)$ . C'est dans l'espace des configurations de jauge que se fait l'intégrale de chemin.

Nous appelons “orbite de jauge” l’ensemble des transformées de jauge d’une configuration de jauge. Pour les quantités invariantes de jauge le résultat est le même sur toute une orbite. Une orbite est de volume fini sur un réseau fini (volume du groupe de jauge), mais de volume infini dans le continu. Il en résulte que l’approche est nécessairement différente dans le continu et sur un réseau. Sur un réseau fini on peut définir l’intégrale de chemin sur tout l’espace des configurations de jauge et ensuite diviser le résultat par le volume du groupe de jauge. Dans le continu il faut fixer la jauge. Dans les cas courants la jauge est fixée en multipliant l’intégrand de l’intégrale de chemin par

$$B[\partial_\mu A_\mu^a] \equiv \exp \left[ -\frac{i}{2\xi} \int d^4x (\partial_\mu A_\mu^a)^2 \right] \quad (16)$$

Noter que quand  $\xi \rightarrow 0$  on retrouve la jauge de Landau:

$$B[\partial_\mu A_\mu^a] \rightarrow \Pi_{x,a} \delta(\partial_\mu A_\mu^a) \implies \partial_\mu A_\mu^a = 0 \quad (17)$$

Cependant il a été montré [3] que l’invariance de jauge impose d’ajouter le déterminant de “l’opérateur de Faddeev-Popov” qui exprime l’effet d’une transformation de jauge infinitésimale  $1 + i \epsilon^b$  sur  $\partial_\mu A_\mu^a$ :

$$\partial_\mu A_\mu^a \rightarrow \partial_\mu A_\mu^a + \frac{1}{g_s} [\partial^2 \delta_{ac} + g_s f^{abc} A_\mu^b \partial_\mu] \epsilon^c \quad (18)$$

$$\mathcal{F}_{ax;cy} \equiv \frac{\delta[\partial_\mu A_\mu^a(x)]}{\delta \epsilon^c(y)} = \frac{1}{g_s} \left[ \partial^2 \delta^4(x-y) \delta_{ac} + g_s f^{abc} \partial_\mu (A_\mu^b \delta^4(x-y)) \right] \quad (19)$$

Pour résumer l’intégrale de chemin sur les champs de jauge s’écrit

$$Z = \int \Pi_{\mu,a,x} \mathcal{D}A_\mu^a(x) B[\partial_\mu A_\mu^a] Det[\mathcal{F}] \Pi_f Det[i M_f] \exp[i S_G] \quad (20)$$

où on a utilisé les eqs. (15), (17), (19) et où

$$S_G = - \int d^4x \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a(x) G_a^{\mu\nu}(x) \quad (21)$$

Notons en passant que l’on est tenté, nous souvenant de l’eq. (15) dans laquelle l’intégration des champs fermioniques s’est traduite par le déterminant de Dirac, d’interpréter le déterminant de Faddeev-Popov  $Det[\mathcal{F}]$  comme le résultat de l’intégration de champs anti-commutants, scalaires et octets de couleur. Ces champs sont appelés les “fantômes de Faddeev-Popov” et ont donné lieu à de nombreux développements, en particulier à la symétrie BRST. Mais nous en resterons là.

Pour conclure la valeur moyenne d’un opérateur  $\mathcal{O}$  de la QCD s’écrira:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\int \Pi_{\mu,a,x} \mathcal{D}A_\mu^a(x) B[\partial_\mu A_\mu^a] Det[\mathcal{F}] \Pi_f Det[i M_f] \exp[i S_G] \mathcal{O}}{\int \Pi_{\mu,a,x} \mathcal{D}A_\mu^a(x) B[\partial_\mu A_\mu^a] Det[\mathcal{F}] \Pi_f Det[i M_f] \exp[i S_G]} \quad (22)$$

Pour  $\mathcal{O}$  on pourra considérer le propagateur d'un quark, d'un gluon, d'un hadron et bien d'autres fonctions de Green. Nous possédons donc maintenant un moyen formel de calculer n'importe quelle fonction de Green de la QCD et donc de la résoudre complètement. Il faut cependant trouver des moyens pratiques de les calculer.

## 2.5 Passage au temps imaginaire

Un ingrédient très embarrassant de l'équation (22) se trouve dans les phases complexes dues aux facteurs  $i$  de l'exponentielle. L'action  $S_G$  est réelle, mais multipliée par  $i$ . De même pour le déterminant fermionique. Les configurations de jauge dont l'action est très grande ne contribuent pas de façon significative à l'intégrale de chemin par une compensation des fortes oscillations de phase du terme  $\exp[iS_G]$ . En pratique, dans un calcul numérique ces fortes oscillations produisent beaucoup de bruit.

Une méthode fréquemment employée est de pratiquer un prolongement analytique vers le temps imaginaire. Nous définissons le temps  $\tau = x_4 = ix_0 = it$  et de même  $p_4 = ip_0 = iE$ . Le produit scalaire dans la métrique de Lorentz,  $x_0 p_0 - \vec{x} \cdot \vec{p}$ , devient  $-\sum_{\mu=1,4} x_\mu p_\mu$ . À un signe global, sans importance, près nous sommes dans la métrique Euclidienne. L'intégrale de chemin contient le facteur  $\exp[i \int d^4x \mathcal{L}^{\mathcal{M}}]$ . On remplace la variable d'intégration  $dx_0$  par  $dx_4 = idx_0$ , on effectue le même changement de variable sur toutes les composantes temporelles des champs et on change le signe du Lagrangien Euclidien, le facteur exponentiel devient alors  $\exp[- \int d^4x \mathcal{L}^{\mathcal{E}}]$ . Le changement de signe du Lagrangien fait que le Lagrangien Minkowskien  $f(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$  devient  $f(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)$  en Euclidien, ce qui en fait un Lagrangien positif. Ce fait est très important: **le facteur exponentiel de l'intégrale de chemin Euclidienne est un nombre positif inférieur à 1. On peut interpréter  $f(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)$  comme un "Hamiltonien" à quatre dimensions.** Les déterminants fermioniques, le déterminant de Faddeev-Popov et le terme de fixation de jauge  $B[\partial_\mu A_\mu^a]$  sont aussi, dans l'Euclidien, des densités positives.

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\int \Pi_{\mu,a,x} \mathcal{D}A_\mu^a(x) B[\partial_\mu A_\mu^a] Det[\mathcal{F}] \Pi_f Det[M_f] \exp[-S_G] \mathcal{O}}{\int \Pi_{\mu,a,x} \mathcal{D}A_\mu^a(x) B[\partial_\mu A_\mu^a] Det[\mathcal{F}] \Pi_f Det[M_f] \exp[-S_G]} \quad (23)$$

où l'action Euclidienne est positive:

$$S_G = \int d^4x \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a(x) G_a^{\mu\nu}(x) \quad (24)$$

Pour résumer le passage à l'Euclidien a transformé l'intégrale de chemin  $\exp[iS]$  en une intégrale de type Boltzman,  $\exp[-S]$ ,  $S$  ayant les propriétés d'un Hamiltonien à quatre dimensions. Le rapport (22) devient une valeur moyenne au sens probabiliste (23) avec une distribution de probabilité positive.

En passant à l’Euclidien on a transformé le problème de la théorie des champs quantique en un problème de physique statistique classique. Toutes les méthodes de la physique statistique, tous les algorithmes sont à notre disposition. La QCD sur réseau de même que les règles de somme de QCD utilisent le prolongement Euclidien.

La question qui se pose est la suivante. En supposant que l’on ait résolu la théorie dans son prolongement Euclidien, comment revenir dans le domaine physique, c’est à dire dans le domaine Minkowskien. Le réponse est simple en principe et elle s’appuie sur les propriétés d’analyticité des fonctions de Green. Si on connaissait parfaitement les fonctions de Green Euclidiennes on pourrait en faire le prolongement analytique vers le Minkowskien. Le problème est que la connaissance que nous pouvons acquérir dans l’Euclidien n’est pas exacte. La précision du prolongement analytique de l’Euclidien vers le Minkowskien dépend du processus considéré. *Dans le cas où un seul hadron est présent c’est exceptionnellement simple. Le facteur d’évolution  $\exp[-Et]$  devient  $\exp[-iEt]$ .*

### 3 La renormalisation et la liberté asymptotique

La belle formule (22) résume d’une façon compacte le programme de la solution de la QCD. Cependant le nombre de variables d’intégration est l’infini du continu si bien que cette écriture élégante ne recouvre aucun objet mathématique bien défini. Après avoir fait une rotation vers le temps imaginaire on parvient à (23), un objet que les mathématiciens savent définir: une intégrale de Wiener. Mais ces intégrales sont divergentes, même après avoir compensé les singularités du numérateur et du dénominateur. Ces divergences sont dites “ultraviolettes” car elles proviennent des grandes impulsions dans les boucles de Feynman. Nous parlerons de leur traitement par la renormalisation dans la sous-section suivante.

Même après avoir renormalisé la théorie, les intégrales de chemin sont excessivement difficiles à calculer. Il existe des méthodes pratiques de calcul analytique ou numériques: QCD sur réseau, méthodes perturbatives, théories effectives, modèles qui seront vues plus tard dans cette école. Dans l’immédiat nous essaierons de décrire qualitativement certaines propriétés qui résultent de l’intégrale de chemin, et en particulier il sera question des **propriétés du vide de la QCD**

#### 3.1 Renormalisation

Nous allons aborder la renormalisation d’une façon dénuée de toute “pénibilité”. La qcd possède en tout et pour <sup>3</sup> tout  $n_f + 1$  **paramètres, la constante de couplage et les masses des quarks**. Comme dans n’importe quelle théorie physique il faut fixer ces paramètres, appelés “paramètres nus”, à partir de  $n_f + 1$

---

<sup>3</sup>Nous omettons le terme de violation de CP qui ajouterait un paramètre.

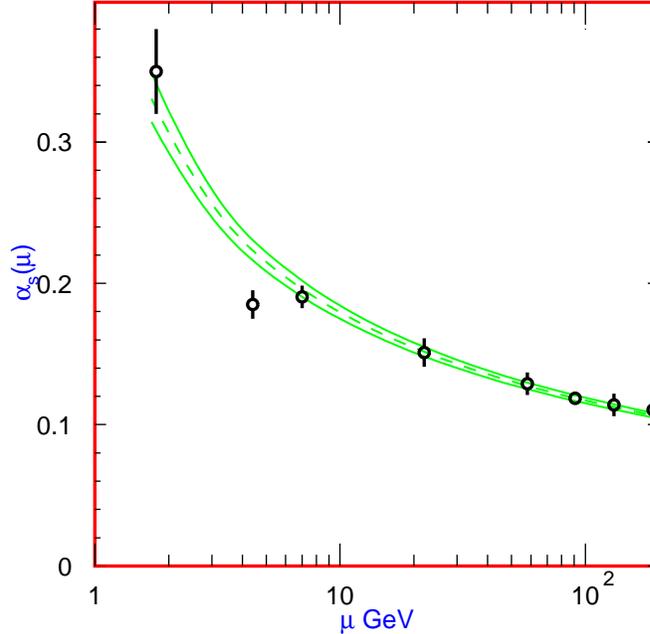


Figure 3: *Constante de couplage forte [1]*

mesures indépendantes. La théorie est bonne si on peut, après cela, prédire correctement toute autre mesure. On pourrait résumer la théorie de la renormalisation de la QCD à ces propos de bon sens. Par exemple on ajuste la masse du méson  $\rho$ , du  $\pi^+$  et du  $\pi^0$ , du  $K$ , du  $D$ , du  $B$  (oublions le  $t$ ) et tout le reste est prédictible !!

Dans les théories de champs, il y a cependant une complications due aux “singularités ultraviolettes” : De nombreuses fonctions de Green  $G(x - y)$  divergent quand  $x \rightarrow y$ . On doit “régulariser” ces divergences. Il y a de nombreuses méthodes de régularisation qui toutes dépendent d’une coupure ultraviolette que nous nommons génériquement  $\Lambda$ . Bien sûr, la QCD ne peut être validée que si les prédictions de physique sont indépendantes de la méthode de régularisation et convergent vers une valeur commune quand  $\Lambda \rightarrow \infty$ . En principe il doit en être ainsi. Les paramètres nus dépendent, bien sûr, de  $\Lambda$  et de la méthode de régularisation.

### 3.1.1 Schémas de renormalisation

On en aurait fini avec la renormalisation si il était facile d'aller des  $n_f + 1$  paramètres nus jusqu'aux observables physiques. Mais c'est en général très difficile. Des étapes intermédiaires sont nécessaires. Par exemple on doit calculer des fonctions de Green en termes des champs fondamentaux de la théorie (gluons, quarks, fantômes). Ces objets ne sont pas des observables physiques, ils dépendent de la jauge, on ne peut pas les prendre de l'expérience. Alors on fait appel à un **“schéma de renormalisation”**. Il y a un très grand nombre de tels schémas. Tous les résultats intermédiaires du calcul dépendent de ce schéma de même qu'ils dépendent de la jauge. Le résultat final du calcul, celui qui concerne les observables physiques, doit lui être totalement indépendant du schéma et de la jauge. En outre, au sein d'un schéma donné apparaît une dépendance additionnelle dans une échelle d'énergie que l'on appelle le “point de renormalisation”.

Nous allons juste illustrer cela sur un exemple simple pour en montrer le fonctionnement. Un schéma nommé “MOM” impose par exemple que le propagateur renormalisé du gluon soit égal, dans la jauge dite de Feynman, au propagateur d'un gluon libre, c'est à dire à  $-i g_{\mu\nu} \delta_{ab} / p^2$  pour une valeur précise de la norme de l'impulsion:  $p^2 = \mu^2$ .  $\mu$  est ici cette échelle d'énergie, ce point de renormalisation. Cette échelle d'énergie est arbitraire en principe, mais elle doit être fixée pour que la procédure de renormalisation soit définie. La procédure est alors la suivante. Etant donnés les  $n_f + 1$  paramètres nus de la théorie, on calcule, par un procédé à définir, le propagateur du gluon résultant de toutes les interactions de la QCD. Le résultat dépendra bien sûr de ces paramètres et de la valeur du cut-off  $\Lambda$ . Par exemple on calcule l'effet des diagrammes à une boucle de gluon et de quark. On appelle le résultat de ce calcul le “propagateur nu”,  $-i g_{\mu\nu} \delta_{ab} G_b$ . On calcule une constante de renormalisation  $Z_3$  qui fournit le “propagateur renormalisé”  $-i g_{\mu\nu} \delta_{ab} G_r$  par une simple multiplication:

$$G_r(p^2, \mu^2) \equiv Z_3(\mu^2, \Lambda^2) G_b(p^2, \Lambda^2), \quad Z_3(\mu^2, \Lambda^2) = \mu^2 G_b(p^2, \Lambda^2). \quad (25)$$

La valeur de  $Z_3$  ci dessus exprime simplement que pour  $p^2 = \mu^2$  le propagateur renormalisé est le propagateur d'un gluon libre -  $G_r(\mu^2, \mu^2) = 1/\mu^2$  - elle découle des règles adoptées pour ce schéma.

Le résultat dépend évidemment de  $\mu$ . S'il en était autrement cela signifierait qu'en ayant ajusté le propagateur renormalisé au propagateur libre pour une échelle  $\mu^2$  il serait égal au propagateur libre pour toutes les valeurs de  $p^2$ , donc que la QCD se comporterait comme une théorie de gluons libres !! C'est loin d'être le cas.

On peut de façon semblable renormaliser d'autres fonctions de Green, la constante de couplage forte et les masses des quarks au moyen d'un nombre fini de constantes de renormalisations. On dit que **la QCD est renormalisable** <sup>4</sup>

---

<sup>4</sup>La théorie effective chiral est renormalisable au prix d'un nombre infini, mais ordonné, de

## 3.2 La dépendance d'échelle

La dépendance d'échelle des fonctions de Green, de la constante de couplage et des masses des quarks est très riche d'enseignements. Il faut d'abord préciser que si le choix du point de renormalisation  $\mu$  est arbitraire, il est en pratique préférable de choisir  $\mu$  de l'ordre des impulsions-énergies typiques du processus que l'on étudie. On le voit dans l'exemple ci-dessus où le propagateur du gluon est particulièrement simple pour  $p^2 = \mu^2$ . Par exemple si on étudie les désintégrations du  $Z_0$  au LEP on aura intérêt à choisir  $\mu$  de l'ordre de 45 GeV. Si on s'intéresse au facteur de forme du nucléon à un transfert de  $Q^2 \sim (10 \text{ GeV})^2$  on prendra  $\mu = 10 \text{ GeV}$ . Donc, bien que  $\mu$  ne soit pas une grandeur physique, la dépendance en  $\mu$ , par exemple de la constante de couplage, véhicule un important message de physique.

Hé bien **La constante de couplage diminue quand  $\mu$  augmente et elle tend vers zero pour  $\mu \rightarrow \infty$** . C'est la "liberté asymptotique". Ce résultat essentiel peut se démontrer en théorie des perturbation, il est confirmé par des méthodes non perturbatives et mieux encore par l'expérience. La figure 3 montre une compilation des mesures expérimentales de cette constante en fonction de l'énergie.

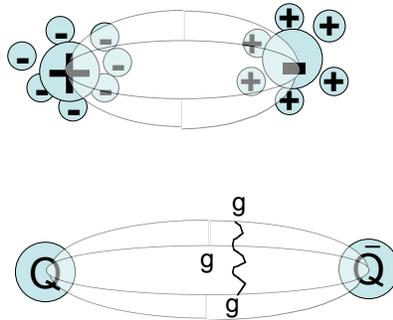


Figure 4: effet d'écran, en haut, et d'anti-écran en bas

### 3.2.1 Effet d'écran et d'anti-écran

Cette dépendance d'échelle de la constante de couplage peut paraître paradoxale : en termes simples, elle signifie que l'interaction entre deux sources augmente avec la distance. En électrodynamique l'effet est inverse et on peut le comprendre de la façon suivante: on suppose deux charges électriques statiques de signe opposé, elles tendent à polariser le vide, c'est à dire à faire surgir du vide des charges + et

---

constantes de renormalisation. On dit que la théorie n'est pas renormalisable.

- qui vont naturellement écranter les charges statiques, cf fig. 4 (dessin du haut). Cet effet d'écran augmente naturellement avec la distance entre les charges et l'interaction décroît avec la distance.

Mais en QCD on observe un effet d'anti-écran: l'interaction augmente avec la distance (diminue avec l'énergie). D'où vient cette différence ? les quarks et les gluons polarisés transversalement exercent pourtant un effet d'écran comme les électrons en électrodynamique, mais cet effet est contrebalancé par l'interaction entre les lignes de champs, cf fig. 4 (dessin du bas) due au fait que les gluons portent une charge de couleur.

Avant de développer les idées qui tentent d'expliquer cet effet d'anti-écran ainsi que le confinement qui lui est lié, nous allons conclure par un résumé des conséquences de la liberté asymptotique.

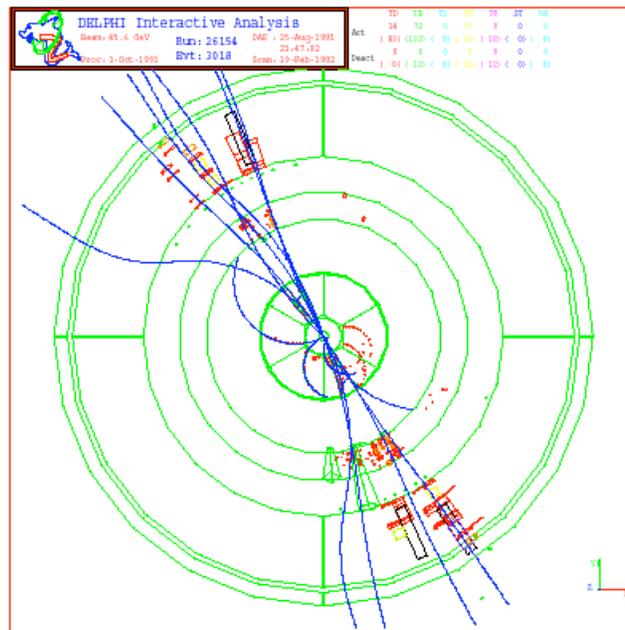


Figure 5:  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ , 2 jets, dans l'expérience DELPHI au LEP [4],

### 3.2.2 Les conséquences de la liberté asymptotique

- 1) A grande énergie-impulsion la constante de couplage est petite. Cela justifie l'usage de la théorie des perturbations et explique le comportement quasi partonique des quarks et gluons à grande énergie, cf fig. 5. Cette propriété permet de donner un sens à la QCD quand on fait tendre la coupure ultraviolette vers l'infini alors que les théories qui ont le comportement inverse (fort couplage petite distance, dite infra-rouges libres) telles l'électrodynamique ou la théorie  $\lambda\phi^4$  ne le permettent pas sous peine de devenir "triviales" à cette limite. Lié à cela il résulte aussi que la QCD sur réseau a une limite "du continu" (quand la maille du réseau tend vers zéro) bien définie.
- 2) A grande distance, quand la constante de couplage n'est plus petite ( $\alpha_s \sim 1$ ), la théorie des perturbations ne s'applique plus du tout, les modes infrarouges deviennent cruciaux, les propriétés non-perturbatives du vide de QCD sont déterminantes. Le confinement se manifeste (sans que cela soit bien compris). La brisure spontanée de la symétrie chirale se manifeste aussi.

**Cette dualité ultraviolet/infrarouge, perturbatif/non-perturbatif, polarise toute la QCD. Elle lui donne toute sa richesse.** Historiquement la liberté asymptotique a permis d'éclaircir le mystère de l'interaction forte, cf le cours de Patrick Aurenche [5], et cette découverte a été saluée par le prix nobel de physique 2004. La maîtrise de l'aspect non-perturbatif reste un défi.

### 3.3 Les parties dominantes de l'intégrale de chemin

L'intégrale de chemin, eq. (23), permet de définir formellement toutes les quantités d'intérêt physique de la QCD. Il est bon de s'attarder sur quelques unes de ses propriétés. Il s'agit d'un intégrale fonctionnelle. L'espace d'intégration est l'espace des configurations de jauge défini dans la section 2.4.1: une configuration générique de jauge est la donnée d'une valeur générique tout à fait arbitraire des champs de jauge en tous les points de l'espace-temps (on peut ajouter des contraintes de continuité et de dérivabilité). Cet espace des configurations de jauge est très vaste. Grâce au passage au temps imaginaire la fonctionnelle à intégrer est positive. Une méthode approchée pour ce genre d'intégrale, la méthode du col, consiste à effectuer l'intégrale près des maxima locaux de l'intégrand, c'est à dire près des minima locaux de l'action (l'intégrale de chemin est schématiquement  $\int \exp(-S)$ ). Autrement dit, sur cet immense espace de configurations de jauge l'intégrale sera dominée par les régions où l'action n'est pas très grande, au voisinage des minima locaux c'est à dire des des solutions classiques des équations de champs.

Il y a de très nombreux minima locaux, mais le minimum absolu est, à une transformation de jauge près, le “vide trivial”:  $A_\mu(x) = 0$  pour lequel  $G_{\mu\nu}^a(x)G_a^{\mu\nu}(x) = 0$  et par conséquent  $S_G = 0$  à partir de l'équation (24). La théorie des perturbations prend en compte les fluctuations quantiques autour de ce vide trivial. Il en résulte que la théorie des perturbations ne peut pas rendre compte de la richesse des autres minima. On peut comprendre qualitativement pourquoi, cependant, les modes à grande impulsion de la QCD sont bien décrits par la théorie des perturbations: ces modes correspondent à une action  $S_G$  très grande, et - souvenons-nous que l'action euclidienne est une “énergie” d'un système statistique classique de dimension 4 - à cette “énergie”, les variations des différents vides sont peu sensibles, de même qu'un avion de haute altitude passe sans effort d'une vallée à l'autre.

Par contre, les propriétés des modes de basse fréquence sont très profondément modifiées par l'effet de ces nombreux minima. Une des conséquences les plus remarquables est que dans le vide de la QCD la valeur moyenne

$$\langle 0|G_{\mu\nu}^a(0)G_a^{\mu\nu}(0)|0 \rangle > 0. \quad (26)$$

En effet, les minima non triviaux de l'action ont évidemment une action positive, et une valeur de  $G_{\mu\nu}^a(x)G_a^{\mu\nu}(x)$  strictement positive. En utilisant le fait que tous les translatés d'un tel minimum seront aussi des minima non triviaux on engendre des “modes zéros” de densité  $G_{\mu\nu}^a(0)G_a^{\mu\nu}(0)$  non nulle. Quand on calcule la valeur moyenne dans le vide  $\langle 0|G_{\mu\nu}^a(0)G_a^{\mu\nu}(0)|0 \rangle$  en utilisant la formule 23, on ne trouve pas zéro à cause de la contribution de ces vides non triviaux. On désigne le fait que  $\langle 0|G_{\mu\nu}^a(0)G_a^{\mu\nu}(0)|0 \rangle > 0$ , comme signalant l'existence d'un “condensat  $G^2$ ”.

L'explication ci-dessous est par trop naïve car elle passe sous silence des problèmes complexes de renormalisation. Elle illustre cependant le lien qui existe entre la structure complexe des minima de l'action et les propriétés non-perturbatives du vide de la QCD.

## 4 Les mystères de la QCD non perturbative

Nous avons vu dans la section précédente une caractéristique importante du vide de la QCD, le condensat  $G^2$ , et plus généralement que les caractéristiques particulières du vide de la QCD ouvrent des perspectives sur ses propriétés non-perturbatives. Cela ne suffit cependant pas à expliquer les grands mystères de la QCD : le confinement, la brisure de la symétrie chirale, etc. A dire vrai leur explication n'est pas encore connue, mais il existe des tentatives d'explication à partir de *modèles du vide de la QCD*. Nous allons en présenter quelques uns dans cette section. Cependant nous allons d'abord discuter de l'existence de critères de confinement.

## 4.1 La boucle de Wilson

Ouvrons d'abord une parenthèse. Considérons un état physique quelconque  $|n\rangle$  d'énergie  $E_n$  et un opérateur  $O(t)$  dépendant du temps  $t$  tel que  $|n\rangle = O(0)|0\rangle$  et  $O^\dagger(0)|n\rangle = |0\rangle$ , où  $|0\rangle$  représente le vide. Alors la valeur moyenne

$$\langle 0|O^\dagger(t)O(0)|0\rangle \propto e^{-E_n t} \quad (27)$$

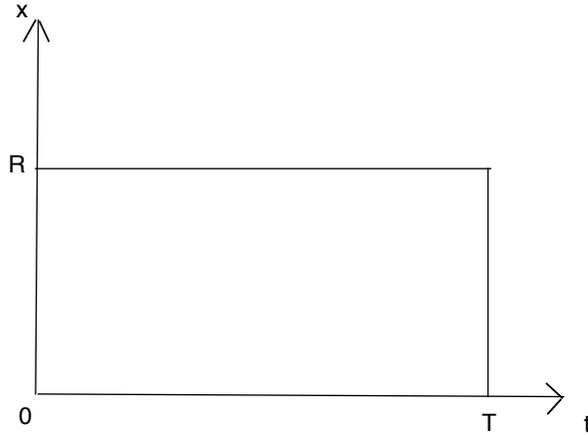


Figure 6: *Boucle de Wilson*

Il s'agit de la traduction euclidienne de l'évolution quantique  $\propto e^{-iEt}$  qui devient une décroissance exponentielle. Venons-en à la boucle de Wilson. Nous avons défini (4) la ligne de Wilson et la boucle de Wilson (5) dont la trace est un invariant de jauge. Considérons la boucle de Wilson représentée en fig. 6. On peut montrer que les lignes horizontales représentent des sources de couleur statiques (liées à des quarks de masse infinie). On peut donc interpréter la fig. 6 comme la création d'un système invariant de jauge constitué d'une paire quark-antiquark statiques, distants de  $R$  qui se propage durant un temps  $T$ . Selon ce que nous venons de rappeler, la valeur moyenne de cette boucle de Wilson est donc proportionnelle à  $\exp(-ET)$  où  $E$  est l'énergie du système de sources

statiques distantes de  $R$ , la valeur du potentiel  $Q\bar{Q}$ . Quand  $R$  devient grand, considérons deux cas: le potentiel linéaire, c'est à dire confinant, et un potentiel que tende vers zéro à l'infini, comme le potentiel de Coulomb, non-confinant.

$$\langle 0|Tr[W(x, x)]|0 \rangle \propto e^{-\sigma RT} = e^{-\sigma A} \quad \langle 0|Tr[W(x, x)]|0 \rangle \propto e^{-cP} \quad (28)$$

où  $A = RT$  est l'aire insérée dans la boucle de Wilson et  $P$  est le périmètre de cette boucle. Wilson a donc proposé la "loi des aires" (à gauche ci-dessus) comme critère du confinement. La loi en périmètre (à droite ci-dessus) est au contraire un indice de non confinement.

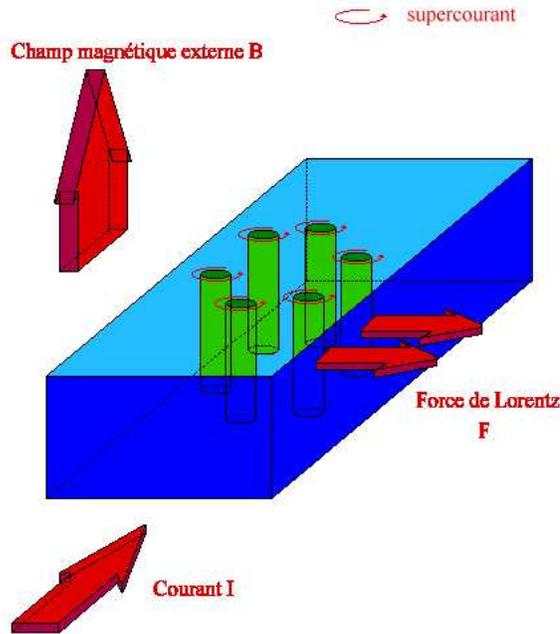


Figure 7: Représentation d'un supraconducteur de type II traversé par un fort champ magnétique [6].

Les simulations numériques confirment l'existence de cette loi  $\exp(-\sigma A)$  pour la QCD sans quarks dynamiques. En présence de quarks dynamiques les choses se compliquent. Si on construit comme ci-dessus un système de charges de couleur statiques  $Q\bar{Q}$  à distance  $R$ , il devient à grande distance dynamiquement avantageux qu'une paire  $q\bar{q}$  de quarks légers issue du vide constitue deux "mésons" statiques  $Q\bar{q}$  et  $q\bar{Q}$ . L'énergie potentielle du système reste finie et devient con-

stante, égale à moins deux fois l'énergie de liaison des mésons statiques <sup>5</sup>, quand les sources statiques s'éloignent à l'infini escortées de leur partenaire léger <sup>6</sup>.

La boucle de Wilson avec quarks dynamiques se comportera donc  $\propto e^{-cP}$  même en cas de confinement, et le critère de la loi en  $e^{-\sigma A}$  ne peut donc plus servir de critère de confinement. De fait aucun critère de confinement, aucun paramètre d'ordre du confinement, n'a été trouvé dans le cas de quarks dynamiques. Notons néanmoins que le confinement garde son sens premier: les états colorés ne peuvent constituer des états asymptotiques, et c'est bien le cas dans l'exemple ci-dessus puisque des quarks du vide apparaissent pour neutraliser la couleur des sources statiques.

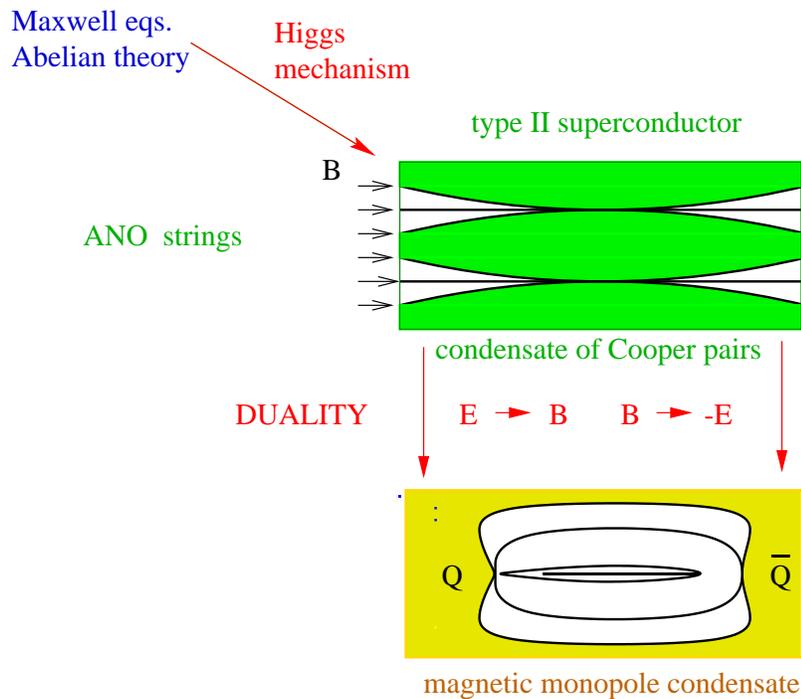


Figure 8: *Effet meissner dual, figure de la référence [9]*

<sup>5</sup>Rappelons que dans le cas confinant l'énergie de liaison est négative.

<sup>6</sup>On peut aussi se représenter les sources de couleur statiques comme des quarks de masse tendant vers l'infini. Dans les raisonnements ci-dessus on doit alors soustraire systématiquement la masse du quark lourd pour rester avec des quantités finies.

## 4.2 Une image du confinement: l'effet Meissner dual

### 4.2.1 les supraconducteurs de type II

La figure 7 représente un supraconducteur de type II traversé par un fort champ magnétique. A la température considérée, l'état d'énergie la plus basse du matériau est l'état supraconducteur. Dans cet état le champ magnétique ne peut pas pénétrer. La nécessité de contourner le matériau coûte beaucoup d'énergie. Le "compromis" que trouve le système est le percement d'un "tube d'Abrikosov" non supraconducteur dans le matériau. Le champs magnétique traverse le matériau en empruntant les tubes de sorte que le flux magnétique dans chaque tube soit quantifié<sup>7</sup>. Un compromis s'instaure qui fixe la section du tube. Si cette section est trop faible, le champ magnétique aura une énergie  $\propto \vec{B}^2$  qui diverge à flux constant à section nulle. Si la section est trop grande, la perte d'énergie due à la transformation du matériau de supraconducteur en un matériau normal est trop grande.

### 4.2.2 L'effet Meissner dual

On explique donc le confinement en supposant que la QCD présente un effet Meissner dual [7, 8], dual au sens de la dualité électrique magnétique, ou plus précisément électrique/chromomagnétique et magnétique/chromoélectrique. Cet effet est bien illustré dans la fig. 8 emprunté à la référence [9]. Le vide est supposé supraconducteur dual, c'est à dire que le champ chromoélectrique (électrique de couleur) ne peut traverser ce milieu sans le transformer en vide non-supraconducteur (peu différent du vide perturbatif). Donc, entre deux sources de couleur statiques  $Q$  et  $\bar{Q}$ , les lignes de champ chromoélectrique doivent transformer le vide au prix d'un coût énergétique. De ce fait les lignes de champ, au lieu de s'écarter comme en électromagnétisme, ont dynamiquement intérêt à percer un tube dont la section est déterminée selon le même principe que celle des tubes d'Abrikosov décrits ci-dessus. L'énergie de ces tubes cylindriques de section déterminée est bien sûr proportionnelle à la longueur du tube, c'est à dire à la distance entre  $Q$  et  $\bar{Q}$ : *on a donc expliqué, dans ce modèle, le potentiel linéaire comme dû à un tube de flux chromoélectrique.*

Ce modèle de confinement a une conséquence intéressante: selon la théorie BCS la supraconductivité est due à un condensat de paires d'électrons, les "paires de Cooper". La supraconductivité duale suppose donc un condensat de monopôles magnétiques [8]. Ce modèle semble confirmé par les calculs sur réseau. Les tubes de flux chromoélectriques entre sources statiques le sont aussi, cf la fig. 9 d'après la référence [10].

---

<sup>7</sup>Cette quantification est imposée par le fait que le long d'une boucle entourant le tube le champ électromagnétique doit retrouver sa phase après un tour.

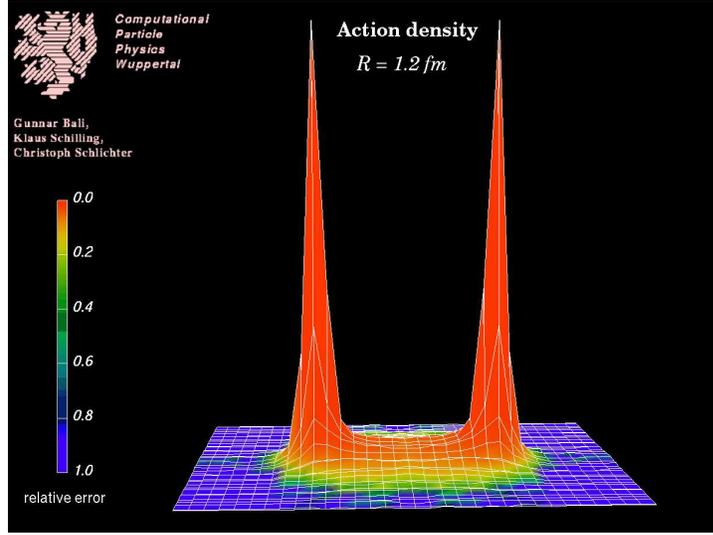


Figure 9: *Tube de flux en QCD sur réseau entre deux sources statiques [10].*

### 4.3 Une autre vision du vide de la QCD: les instantons

Un instanton (anti-instanton) est une solution classique des équations de champ de la QCD [11, 12]. Pour simplifier les notations nous allons les écrire dans la théorie de jauge  $SU(2)$ :

$$A_\mu^a(x) = \frac{2}{g} \frac{\bar{\eta}_{\mu\nu}^a x^\nu \rho^2}{(x^2 + \rho^2)x^2} \quad (29)$$

où

$$\eta_{ij}^a = \epsilon^{aij}, \quad \eta_{i4}^a = \delta_i^a, \quad \eta_{4i}^a = -\delta_i^a. \quad (30)$$

L'action des instantons et des anti-instantons est une valeur constante:

$$S = \int \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} = \frac{8\pi^2}{g^2} \quad (31)$$

Asymptotiquement, à l'infini, l'instanton devient une pure jauge:

$$A_\mu^a(x) \simeq g(x) \frac{1}{ig} \partial_\mu g^{-1}(x) \text{ pour } |x| \rightarrow \infty \text{ avec } g(x) = \frac{(x_4 + i\vec{x} \cdot \vec{\tau})\rho^2}{|x|^3} \quad (32)$$

Donc, à l'infini, les champs d'instantons sont les transformés de jauge du champ trivial  $A_\mu^a(x) = 0$ . Mais on ne peut pas les ramener en même temps en tous les

points d'une hypersphère à l'infini a un champ trivial à cause d'une propriété d'enroulement topologique <sup>8</sup> qui se manifeste dans la singularité de la fonction  $g(x)$  en  $x = 0$ , (32): il est impossible d'effectuer dans tout l'espace-temps la transformation de jauge (32) à cause de cette singularité. Les instantons ont un nombre topologique  $+1$ , les anti-instantons ont un nombre  $-1$ . Il existe des solutions avec  $\pm n$  entier. Ce sont des solutions classiques, des minima locaux de l'action euclidienne, qui ne peuvent évoluer classiquement vers la solution triviale à cause de cette propriété topologique.

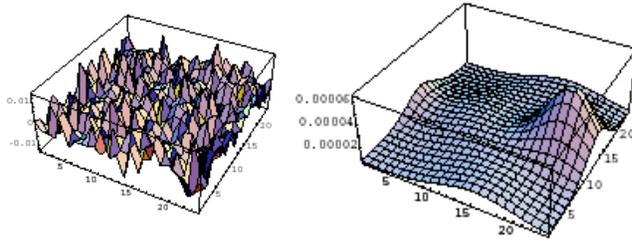


Figure 10: *Représentation de la densité d'action euclidienne sur une tranche d'une configuration de jauge d'un réseau [16]. A gauche la configuration telle qu'elle sort de la simulation. A droite après qu'un procédé de refroidissement ait éliminé les fluctuations quantiques de petit longueur d'onde: on voit de grandes structures dont on peut démontrer qu'elles sont proches d'instantons (anti-instantons)*

### 4.3.1 Modèle de liquide d'instantons

Imaginons un instanton et un anti-instanton éloignés l'un de l'autre. La configuration de jauge a pour nombre topologique  $n = 0$ , ce n'est pas une solution classique, cette configuration peut classiquement évoluer vers la solution triviale par annihilation de l'instanton avec l'anti-instanton. Mais cela est peu probable si ils sont éloignés. Si le recouvrement de l'instanton et de l'anti-instanton sont faibles, on a presque une solution classique des équations de champs puisque les équations sont locales et que localement on est presque dans une configuration d'instanton, ou d'anti-instanton ou dans une jauge pure.

Le modèle de liquide d'instanton [13, 14] généralise cette idée à une superposition d'un nombre  $n^+$  d'instantons et  $n^-$  d'anti-instantons. le nombre topologique

---

<sup>8</sup>Ce phénomène topologique est un peu analogue au fait qu'un fil noué qui est enroulé  $n$  fois autour d'un poteau ne peut être déroulé.

est  $n^+ - n^-$ . Il a été montré que ce modèle ne donne pas d'explication du confinement. Par contre il donne une bonne explications de la brisure de la symétrie chirale qui est traitée dans le cours de Bachir Moussalam [15]. Ce modèle du vide de la QCD semble aussi confirmé par la QCD sur réseau comme l'indique la fig. 10

*Il ne faut pas s'étonner que deux représentations différentes du vide, Meissner-dual et liquide d'instantons semblent confirmées toutes deux par les simulations : il s'agit de deux aspects d'une réalité complexe.*

## 5 Méthodes de calcul non-perturbatif

### 5.1 La QCD sur réseau

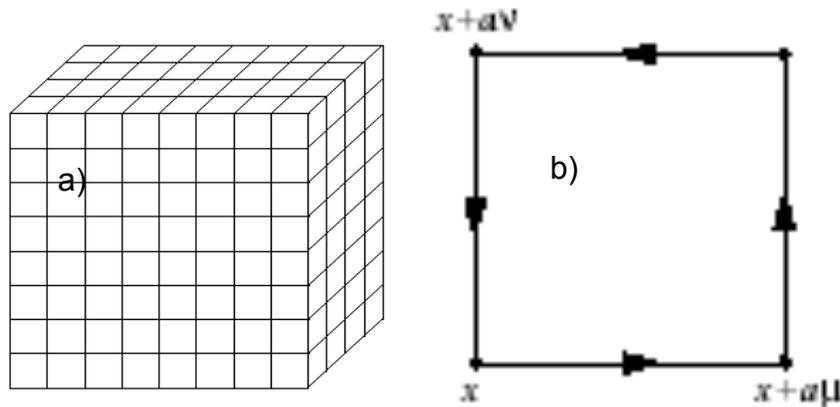


Figure 11: a) représentation schématique d'un réseau cubique. b) représentation d'une "plaquette".

La seule méthode de calcul ab initio de la QCD non-perturbative est la QCD sur réseau. mais c'est une méthode numériquement lourde. Elle consiste d'abord à discrétiser l'espace-temps euclidien, cf fig. 11-a. Les calculs se font sur un volume fini. Les mailles sont typiquement plus petites que 0.1 fm car il faut que cette longueur soit dans le domaine de la QCD perturbative et donc analytiquement

sous contrôle, alors que les phénomènes à grande distance, de l'ordre du fm, sont simulés numériquement. Le volume a typiquement des côtés plus grand que 3 fm pour pouvoir contenir des hadrons. Sur chaque lien du réseau le champ de jauge est implémenté sous la forme d'une petite ligne de Wilson:

$$U_\mu(x) = P \left\{ e^{iag_0 \int_0^1 d\tau A_\mu^i(x+\tau a\hat{\mu}) \frac{\lambda_i}{2}} \right\} \quad (33)$$

où  $U_\mu(x) \in SU(3)$  et la transformation de jauge s'écrit (3):

$$U_\mu(x) \rightarrow g(x)U_\mu(x)g^{-1}(x+a\hat{\mu}). \quad (34)$$

L'action de jauge vaut

$$S[\mathcal{U}] = - \sum_{x,\mu,\nu} \frac{1}{3} \text{Re} \{ \text{Tr} [1 - P(x)_{\mu,\nu}] \} \quad (35)$$

où  $P$  est une plaquette définie comme le produit ordonné de matrices  $U$  autour d'un carré élémentaire, cf fig. 11-b :

$$P_{\mu\nu}(x) = U_\mu(x)U_\nu(x+a\hat{\mu})U_{-\mu}(x+a\hat{\mu}+a\hat{\nu})U_{-\nu}(x+a\hat{\nu}). \quad (36)$$

L'intégrale de chemin, intégrée sur toutes les orbites de jauge, s'écrit

$$\int \Pi_{x,\mu} dU_\mu(x) e^{-\frac{6}{g^2} S[\mathcal{U}]} \quad (37)$$

On peut montrer que l'on retrouve les formules du continu (23,24) quand  $a \rightarrow 0$ . Il est habituel de définir  $\beta = 6/g^2$ .

Si on veut calculer une quantité invariante de jauge on n'a pas besoin de fixer la jauge, on intègre sur toutes les configurations de jauge, le volume du groupe de jauge  $SU(3)^N$  ( $N$  est le nombre de points du réseau) se factorise et s'élimine quand on calcule une valeur moyenne. On n'a donc pas besoin du terme de fixation de jauge ni du déterminant de Faddeev-Popov.

Par contre on a besoin du déterminant fermionique, cf section 2.4.2. Il existe de nombreuses façon d'écrire l'action des quarks, c'est à dire l'opérateur de Dirac discrétisé: action de Wilson, staggered, overlap, domain wall, etc. Ce sujet étant assez long nous allons le sauter et nous supposons que nous possédons une action des quarks  $\sum_f \bar{q}_f M_f q_f$  satisfaisante pour chaque problème.

La valeur moyenne d'un opérateur  $O$  invariant de jauge est donnée par

$$\langle 0|O|0 \rangle = \frac{\int \Pi_{x,\mu} dU_\mu(x) e^{-\frac{6}{g^2} S[\mathcal{U}]} \Pi_f \text{Det}[M_f] O}{Z} \quad (38)$$

où  $f$  est la saveur du quark et

$$Z = \int \Pi_{x,\mu} dU_\mu(x) e^{-\frac{6}{g^2} S[\mathcal{U}]} \Pi_f \text{Det}[M_f] \quad (39)$$

Cette intégrale dépend de centaines de millions de variables d'intégration. Il faut donc une méthode de calcul adaptée: ce sera la méthode de Monte-carlo.

## 5.2 Exemple de calcul sur réseau: le nucléon

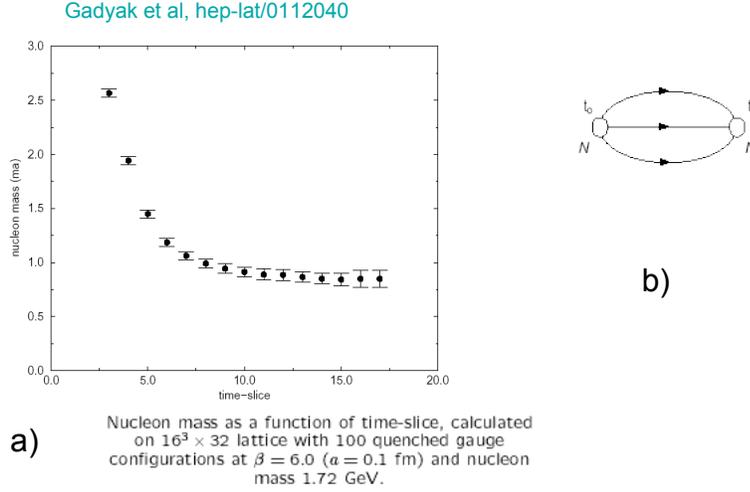


Figure 12: a) Masse effective en fonction du temps. On voit qu'à temps long cette masse converge vers la masse de l'état fondamental, le nucléon. b) Le calcul de la fonction de Green se fait à partir du calcul de trois propagateurs des quarks de valence.

Nous voulons calculer le propagateur d'un nucléon et en déduire sa masse. L'opérateur à calculer est une fonction de Green à deux points:

$$\langle 0 | N_a(x) \bar{N}_a(y) | 0 \rangle = \frac{1}{Z} \int [DA_\mu][D\psi][D\bar{\psi}] e^{-\beta S[U]} N_a(x) \bar{N}_a(y) \quad (40)$$

où  $\beta = 6/g^2$ .  $\bar{N}_a(y)$  crée un nucléon et les résonances  $N^{J=1/2+}$ ,  $N_a(x)$  annihile le nucléon et les résonances  $N^{J=1/2+}$ .  $N_a(x)$  et  $\bar{N}_a(y)$  sont des "champs interpolants" du nucléon, écrits en termes des champs de quarks de sorte à avoir les bons nombres quantiques,  $J = 1/2$  et  $P = +$ :

$$N_a \equiv \epsilon^{ijk} (u^i C \gamma_5 d^j) u_a^k, \quad \bar{N}_a \equiv \epsilon^{ijk} (\bar{u}^i C \gamma_5 \bar{d}^j) \bar{u}_a^k \quad (41)$$

Pour considérer un nucléon d'impulsion  $\vec{p}$  on fait la transformée de Fourier dans l'espace:

$$G_{2ab}(t_x, \vec{p}) \equiv \sum_{\vec{x}} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} \langle 0 | N_a(x) \bar{N}_b(0) | 0 \rangle, \quad (42)$$

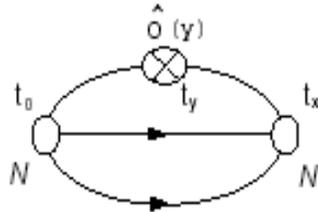


Figure 13: *Fonction de Green utilisée pour le calcul des facteurs de forme d'un nucléon. Le champ interpolant en  $t_0$  crée une somme de baryons. Si  $t_y - t_0$  est suffisamment long, seul l'état fondamental, le nucléon, subsiste au temps  $t_y$  quand agit le courant. Il faut ensuite que  $t_x - t_y$  soit suffisamment long pour que seul l'état fondamental soit présent à droite. Par "suffisamment long" on veut dire de l'ordre de 10 unités réseau comme nous l'indique la fig. 12-a.*

En utilisant le principe de complétude:  $1 = \sum_n |n\rangle\langle n|$  on obtient

$$G_{2ab}(t_x, \vec{p}) = V_3 \sum_n \langle 0 | N_a(0) | n \rangle \langle n | \bar{N}_b(0) | 0 \rangle e^{-E_n t_x} , \quad (43)$$

Où  $V_3$  est le volume d'espace du réseau. Quand le temps  $t_x$  devient grand, seul le terme d'énergie la plus faible  $E_0$  contribue, les autres étant exponentiellement supprimés. On peut vérifier ce fait en calculant en fonction du temps l'énergie effective:

$$E_{\text{eff}}(t_x) = \ln \left[ \frac{G_{2ab}(t_x, \vec{p})}{G_{2ab}(t_x + 1, \vec{p})} \right]. \quad (44)$$

Quand le temps est suffisamment grand ce rapport tend vers une constante qui n'est autre que l'énergie du nucléon d'impulsion  $\vec{p}$ . Un exemple à impulsion nulle en est donné par la courbe a) de la fig. 12-a, emprunté à la ref. [17].



### 5.2.2 Spectroscopie des baryons

Nous présentons, fig. 14, un exemple de spectroscopie complète des baryons effectué

### 5.3

Cette  
doit p  
des qu  
ce mo  
cette  
aussi c  
métho  
avec le

e ne  
cas  
effet  
e et  
met  
eule  
icile

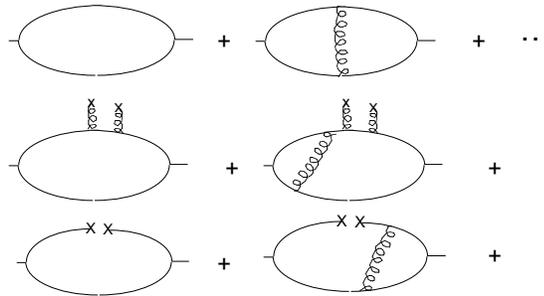


Figure 15: *Diagrammes dominants contribuant à la fonction de Green (7). La première ligne correspond à la QCD perturbative, la seconde inclut le condensat  $G^2$ , et la troisième le condensat  $\bar{q}q$ .*

## 5.4 Le développement des produits d'opérateurs et les règles de somme de la QCD

### 5.4.1 Un outil rigoureux: le développement en produit d'opérateur

Nous prendrons l'exemple de la fonction de Green (7) dont la valeur expérimentale de la partie imaginaire a été montrée dans la fig. 1. Il a été montré [5] que si les quarks étaient libres, le rapport  $R$  (fig. 1-bas) serait égal à  $\sum_f 3e_f^2$ , sommé sur les quarks pour lesquels on est au dessus du seuil. Le facteur 3 est dû à la couleur: trois types de quarks. Cela signifie  $R = 2$  en dessous du seuil du charme, puis  $R = 10/3$  jusqu'au seuil de la beauté etc. On voit sur la fig. 1-bas qu'il y a ces paliers, mais avec des structures saillantes correspondant aux résonances. La QCD perturbative nous indique qu'il faut corriger cette image simple par l'effet

des gluons.

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4x e^{-iqx} \langle 0 | T(j_\mu(x) j_\nu(0)) | 0 \rangle = (q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} q^2) \times \left\{ -\frac{1}{4\pi^2} \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \dots \right\} \quad (45)$$

où  $Q^2 = -q^2$  et les points de suspensions représentent les ordres plus élevés en  $\alpha_s$ . Cette formule ne peut expliquer les pics aigus de fig. 1. Ces derniers sont non-perturbatifs. Dans la section 3.3 nous avons souligné qu'un effet non-perturbatif important de la QCD était l'existence du condensat  $G^2$ , c'est à dire de la valeur moyenne non nulle dans le vide de  $G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}(0)$ . Un autre condensat important,  $\langle 0 | \bar{q}q(0) | 0 \rangle$  a à voir avec la brisure spontanée de la symétrie chirale.

Le groupe "SVZ" [20, 21] a proposé d'utiliser cette propriété non-perturbative pour la phénoménologie. Ils utilisent un principe découvert par Wilson [22] selon lequel un produit d'opérateurs, tel que le produit des courants  $j_\mu$  dans (45), peut s'exprimer comme une somme d'opérateurs rangés selon leur dimension décroissante, multipliés par des coefficients aujourd'hui dénommés "coefficients de Wilson". On nomme ce développement "OPE" (Operator Product Expansion). Comme le produit (45) est invariant de jauge, on se contente des opérateurs invariants de jauge. La formule (45) devient

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4x e^{-iqx} \langle 0 | T(j_\mu(x) j_\nu(0)) | 0 \rangle = (q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} q^2) \times \left\{ -\frac{1}{4\pi^2} \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{\alpha_s}{12\pi Q^4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}(0) + \frac{2m_q}{Q^4} \bar{q}q(0) \dots \dots \dots \right\} \quad (46)$$

où les points de suspension renvoient aux termes d'ordre supérieur en  $\alpha_s$  et aux termes d'ordre supérieur en  $1/Q^2$ .

La contribution perturbative (45) contient la contribution de l'opérateur de dimension minimale, l'opérateur identité: 1. Les deux termes suivants dans (46) contiennent les opérateurs invariants de jauge non triviaux de dimension la plus faible. Ils ont dimension 4 et les coefficients de Wilson qui les multiplient contiennent le facteur  $1/(Q^2)^2$  de dimension -4. A grand  $Q^2$  c'est la contribution perturbative qui domine, en accord avec la liberté asymptotique. Quand  $Q^2$  diminue, les opérateurs sous-dominants donnent une contribution non-négligeable.

Cependant ces contributions, qui restent "douces", ne suffiront pas à engendrer les pics aigus de la figure 1. Il faudrait baisser encore  $Q^2$  et l'on sortirait du domaine de validité du développement OPE. Que faire ?

#### 5.4.2 Les règles de somme et leur utilisation en phénoménologie

Les auteurs de [20, 21] proposent d'utiliser le fait qu'en moyenne le résultat de la formule (46) représente la courbe expérimentale 1. C'est illustré dans la

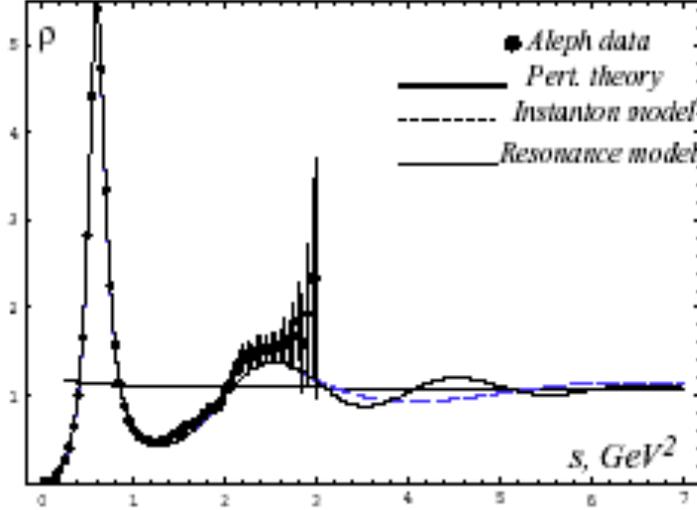


Figure 16: *Comparaison du rapport  $R$  dans le secteur du quark léger avec la théorie des perturbations corrigée par l'OPE. On voit la dualité en moyenne entre les quarks (théorie des perturbations) et le résultat expérimental. la résonance  $\rho$  est manifestement non-perturbative*

figure 16 empruntée à [23]. A partir de cette remarque, et en faisant quelques manipulations mathématiques simples, ils proposent une hypothèse qui permet des prédictions. Définissons la fonction  $\Pi(q^2)$  par

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4x e^{-iqx} \langle 0 | T(j_\mu(x) j_\nu(0)) | 0 \rangle = (q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} q^2) \times \Pi(q^2) \quad (47)$$

La prédiction théorique pour  $\Pi^{\text{theo}}(q^2)$  se lit simplement à partir de l'eq. (46). Le rapport  $R$  montré en bas de la figure 1 vaut:

$$R^q(s) \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 12\pi Q_q^2 \text{Im}(\Pi(s)) \quad (48)$$

où  $\Pi(q^2)$  et sa partie imaginaire sont reliés par une relation de dispersion:

$$\Pi(Q^2) = -\frac{Q^2}{\pi} \int ds \frac{\text{Im}(\Pi(s))}{s(Q^2 + s)}, \quad Q^2 = -q^2. \quad (49)$$

On peut estimer que pour  $Q^2$  suffisamment grand (disons  $\sim 4 \text{ GeV}^2$ ),  $\Pi^{\text{theo}}(q^2)$  est assez proche du  $\Pi(q^2)$  exact. Cependant le  $\Pi(q^2)$  a une partie imaginaire avec les pics de resonances déjà observés alors que la partie imaginaire de  $\Pi^{\text{theo}}(q^2)$  n'a qu'une variation douce. La relation de dispersion (49) nous démontre donc l'accord *en moyenne* des parties imaginaires de  $\Pi^{\text{theo}}(q^2)$  et de  $\Pi(q^2)$  bien qu'elles aient des allures si différentes.

Le groupe SVZ [20, 21] veut faire, en utilisant cet "accord en moyenne", des prédictions sur la résonance la plus légère du spectre (il s'agira du méson  $\rho$ ) à partir du développement de l'eq. (46). Ils proposent une opération mathématique nommément une transformation de Borel:

$$-Q^2 \frac{d}{dQ^2} \Pi(Q^2) = \int_0^\infty Q^2 d\left(\frac{1}{M^2}\right) \tilde{\Pi}(M^2) e^{-Q^2/M^2} \quad (50)$$

de sorte que la partie imaginaire  $\text{Im } \tilde{\Pi}(s)$  est concentrée vers le bas du spectre.

$$\tilde{\Pi}(M^2) = \frac{1}{\pi M^2} \int ds \text{Im} \Pi(s) e^{-s/M^2} \quad (51)$$

A ce stade on suppose que la partie imaginaire est saturée par la résonance  $\rho$  supposée étroite

$$\text{Im} \Pi(s) e^{-s/M^2} \simeq \pi f_\rho^2 e^{-m_\rho^2/M^2} \quad (52)$$

où  $f_\rho$  est la constante de désintégration du méson  $\rho$  en  $e^+e^-$ , c'est à dire son couplage au courant électromagnétique. Des eqs. (46,50) on tire, en négligeant le condensat  $\bar{q}q$  :

$$\tilde{\Pi}(M^2) = \frac{1}{4\pi^2} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) + \frac{1}{24} \frac{\langle 0 | \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}(0) | 0 \rangle}{M^4} \quad (53)$$

Il faut une estimation du condensat  $G^2$  que l'on peut extraire d'une autre application de la même méthode, par exemple au méson  $J/\psi$ . Il résulte de ce calcul simplifié:

$$f_\rho = \sqrt{e} \frac{m_\rho}{2\pi} = 0.26, \quad \text{expérience} : f_\rho = 0.28 \quad (54)$$

Cette présentation archi-simplifiée de la méthode dite "des règles de somme de la QCD" montre le petit miracle qui s'est opéré: à partir de la QCD perturbative corrigée par l'OPE on prédit des grandeurs telles que  $f_\rho$  de nature véritablement non-perturbative. Sans les termes OPE, c'est à dire si on avait utilisé seulement la formule théorique (45) le résultat (54) n'aurait pas été possible. Cela indique que les corrections OPE ont quelque chose à voir avec le confinement.

Ce qui est rigoureux, c'est *qu'en moyenne les résultats calculés en QCD perturbative corrigée par l'OPE sont égaux à la contribution hadronique*. Cela s'appelle la "dualité quarks-hadrons". Ce qui demande des hypothèses additionnelles et un certain "savoir faire", c'est de saturer la contribution hadronique par une seule résonance. La méthode des règles de somme de la QCD est beaucoup moins

lourde que la QCD sur réseau. Son application à la phénoménologie hadronique est fondée sur la QCD (de ce point de vue, plus rigoureuse que le modèle des quarks) *plus* des hypothèses ad hoc (de ce point de vue, moins rigoureuse que la QCD sur réseau).

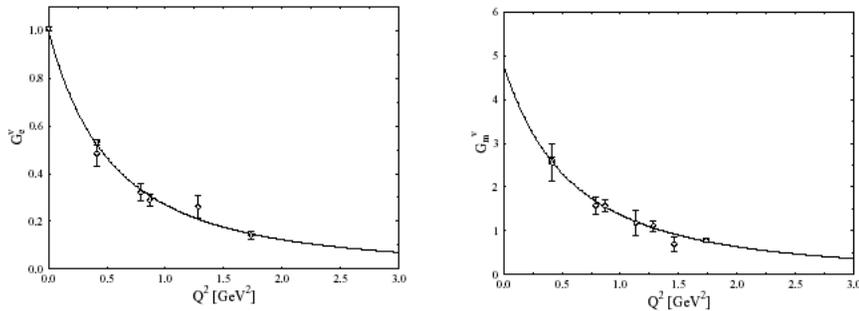


Figure 17: *Facteur de forme électrique et magnétique isovectoriel avec fit dipolaire calculé sur réseau [24].*

## 6 Phénoménologie en liaison avec les thèmes de l'école Joliot-Curie

Dans cette section nous allons présenter des résultats de simulations diverses sur réseau en liaison avec les thèmes traités au cours de l'école, c'est à dire essentiellement les propriétés des hadrons et celles des plasmas de quarks et de gluons. Nous n'expliquerons que peu comment ces résultats sont obtenus mais en discuterons brièvement les leçons physiques.

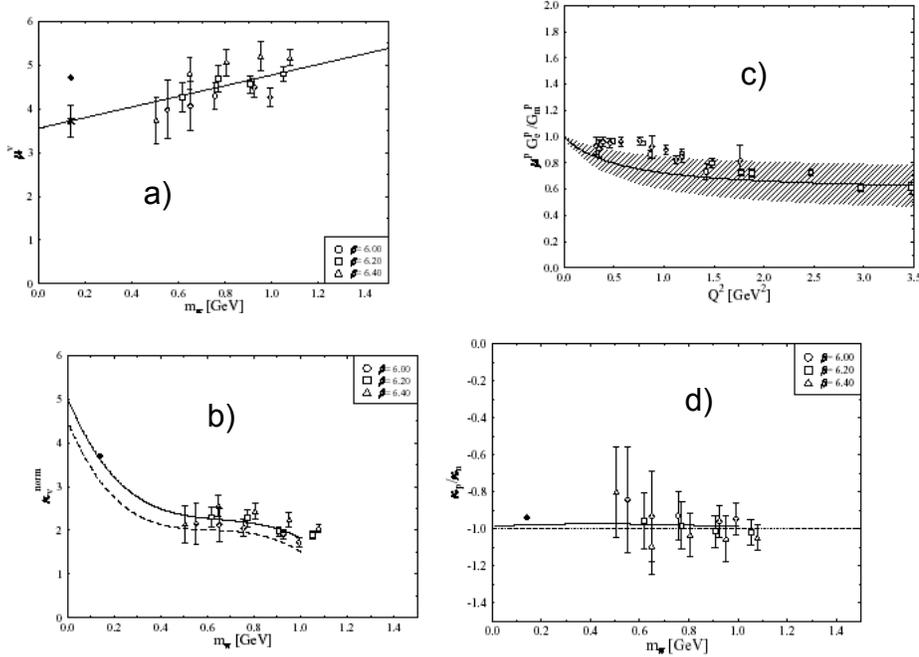


Figure 18: a) Moment magnétique vectoriel sur réseau avec extrapolation linéaire. b) Moment magnétique vectoriel anormal sur réseau, extrapolation selon la théorie chirale effective SSE. c) Rapport des facteurs de forme magnétiques et électriques sur réseau comparé au fit dipolaire extrapolé à la limite chirale. d) Rapport des moments magnétiques anormaux isocscalaires: réseau et SSE.

## 6.1 Facteurs de forme et distributions de partons

### 6.1.1 Facteurs de forme

La figure 17, provenant de la ref. [24], montre des facteurs de forme isovectoriels calculés en QCD sur réseau sans quarks dynamiques. Ce calcul a été fait avec des quarks sensiblement plus lourds que dans la nature, et un problème a été d’extrapoler le résultat vers des masses plus raisonnables. Pour cela les auteurs ont utilisé une théorie effective chirale nommée “small scale expansion (SSE)”.

### 6.1.2 Facteur de forme étrange du nucleon

La composante étrange du nucléon a été étudiée [25]. La contribution disconnexe est très difficile à estimer numériquement. Or la composante étrange est bien sûr disconnexe. Les auteurs ont contourné l’obstacle en calculant l’ensemble

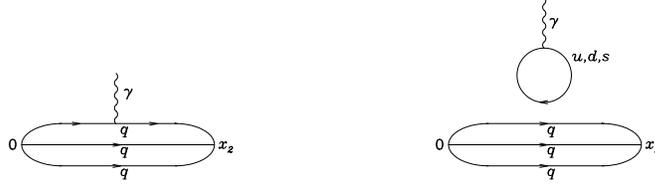


Figure 19: Diagrammes illustrant les deux topologies différentes pour l'insertion d'un courant en QCD sur réseau. Ces diagrammes squelettes pour l'insertion connexe (gauche) et disconnexe (droite) sont habillés par un nombre arbitraire de gluons et de boucles de quarks.

des moments magnétiques des baryons, fig. 20, et en en déduisant la contribution étrange sur le nucléon à partir d'une relation de ces différents moments magnétiques. De tels calculs devront bien évidemment être vérifiés par un calcul directe des diagrammes disconnexes.

### 6.1.3 Distribution de partons généralisés

Un nombre croissant d'études des fonctions de structures et des distribution de partons généralisées ont été faites sur réseau. A titre d'exemple nous présentons sur la figure 21 un résultat emprunté à la ref. [26]. Ces calculs se font à partir des moments qui sont reliés à des éléments de matrice de type suivant:

$$\langle N(p) | (\mathcal{O}_{sf})_{\mu_1 \dots \mu_s} = \frac{i^{s-2}}{s!} \bar{q}_f \gamma_{\{\mu_1} D_{\mu_2}^{\leftrightarrow} \cdot D_{\mu_s}^{\leftrightarrow} q_f | N(p') \rangle \quad (55)$$

La fig. 21 présente en fonction de la masse des quarks - ou de façon équivalente, de la masse carrée du pion - les grandeurs suivante: somme  $\Delta\Sigma$  du spin des quarks dans le nucléon, et moment angulaire  $L_q$  porté par les quarks. Le résultat de la simulation sur réseau pour  $\Delta\Sigma$  est deux fois plus grande que l'expérience, peut-être parce que la masse des quarks était trop grande dans ces simulations.

Pour conclure cette section, il semble que plusieurs phénomènes expérimentaux fort intéressants sont liés à la masse faible des quarks  $u$  et  $d$ . Les simulations actuelles, bien que prometteuses, ne décrivent pas certaines de ces expériences de façon satisfaisante, à moins d'être complétées par la théorie effective chirale qui théorise la limite de faible masse des quarks. La nouvelle génération d'ordinateurs sera confrontée à ces problèmes dans des conditions plus réalistes de masse et ce sera un enjeu passionnant de voir ce qui se passera.

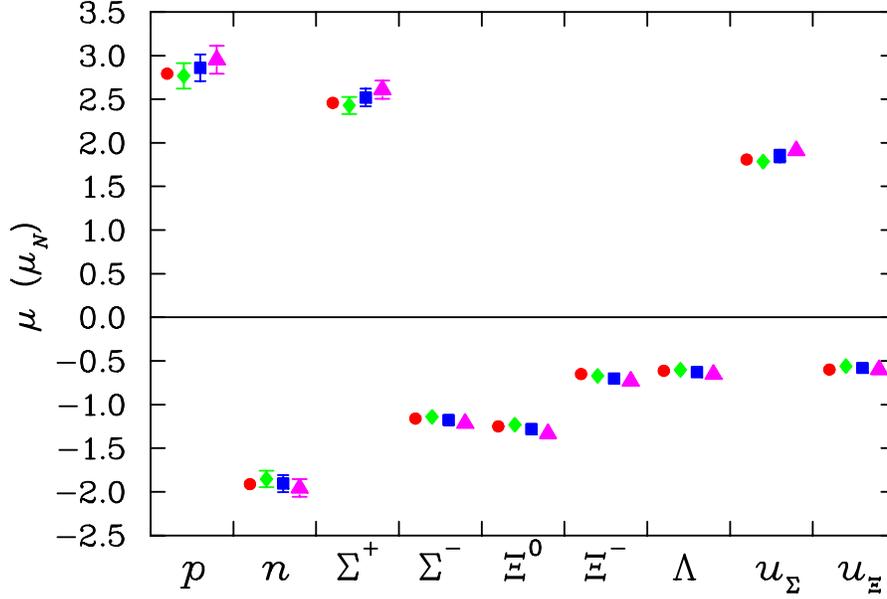


Figure 20: La dépendance des moments magnétiques de l'octet des baryons dans les différentes méthodes d'ajustement de la maille du réseau. Les mesures expérimentales sont indiquées à gauche pour chaque baryon (cercles peints).

## 6.2 La QCD à température et densité baryonique finies

Nous avons entendu un cours de principe sur les transitions de phases [27], et trois cours sur les collisions d'ions lourds passés, en cours ou à venir [28]. Nous allons d'abord rappeler en peu de mots comment on traite la théorie quantique des champs à température finie dans le formalisme du temps imaginaire, puis donner quelques résultats de simulations sur réseau.

### 6.2.1 La théorie des champs à T finie

La règle est simple comme l'a dit Claude Bernard [29], la théorie des champs à température finie  $T$  à l'équilibre se résout en résolvant la théorie en temps imaginaire (nous avons choisi ce formalisme tout du long) sur un hyper-cylindre de dimension infinie dans l'espace mais tel que la longueur temporelle (circonférence du cylindre) soit égale à  $1/T$ . Présentons une idée de la dérivation de ce très beau résultat dans le cas d'une théorie d'un champ scalaire  $\phi(x)$ . On définit une

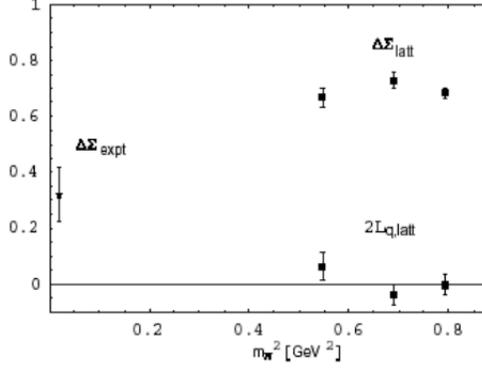


Figure 21: Calcul réseau du spin total porté par les quarks, dans une normalisation où le spin du proton vaut 1, et contribution du moment orbital des quarks. A gauche la valeur expérimentale.

base d'états un peu particulière à partir de la valeur du champ:

$$\phi(\vec{x}, 0)|\phi_0 \rangle = \phi_0(\vec{x}) \quad \phi(\vec{x}, 0)|\phi_1 \rangle = \phi_1(\vec{x}) \quad (56)$$

L'opérateur d'évolution, en temps réel, entre l'état  $|\phi_0 \rangle$  au temps 0 et l'état  $|\phi_1 \rangle$  au temps  $t_1$  s'écrit :

$$\langle \phi_1 | e^{-iHt_1} | \phi_0 \rangle = N \int_{\phi(\vec{x},0)=\phi_0(\vec{x})}^{\phi(\vec{x},t_1)=\phi_1(\vec{x})} d\pi(x) d\phi(x) \exp \left\{ i \int_0^{t_1} dt \int d^3x i \pi \dot{\phi} - \mathcal{H}(\pi, \phi) \right\} \quad (57)$$

Où  $H$  est le Hamiltonien. Passons au temps imaginaire et imposons  $\phi_1 = \phi_0$  (condition périodique), et intégrons sur  $\phi_1 = \phi_0$ , on obtient en choisissant  $t_1 = \beta = 1/T$

$$\begin{aligned} \text{Tr}[e^{-\beta H}] &= \sum_{\phi} \langle \phi | e^{-\beta H} | \phi \rangle \quad (58) \\ &= N \int d\pi(x) \int_{\text{periodic}} d\phi(x) \exp - \left\{ \int_0^{\beta} dt \int d^3x i \pi \dot{\phi} - \mathcal{H}(\pi, \phi) \right\} \\ &= N \int_{\text{periodic}} d\phi(x) \exp - \left\{ \int_0^{\beta} dt \int d^3x i \mathcal{L}(\phi) \right\} \end{aligned}$$

La mécanique quantique à température finie nous enseigne que la valeur moyenne d'un opérateur dans un système à l'équilibre est donné par la distribution de

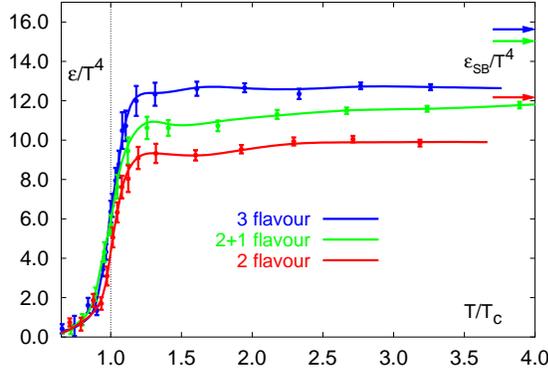


Figure 22: *Densité d'énergie*

Boltzman:

$$\langle O \rangle = \frac{\text{Tr}[e^{-\beta H} O]}{\text{Tr}[e^{-\beta H}]} \quad (59)$$

Donc nous voyons que *dans le formalisme à temps imaginaire il suffit de procéder comme avec un théorie de champs à température zéro, mais en remplaçant le volume quadridimensionnel infini par un cylindre de volume spatial infini et de circonférence  $\beta = 1/T$  dans la direction temporelle*. Cela se généralise aux théories de champs [29] et permet d'y donner une définition Lagrangienne - cf dernière ligne de l'eq. (58) - et invariante de jauge de la valeur moyenne des opérateurs invariants de jauge.

### 6.2.2 La QCD sur réseau à température finie

On comprend que la QCD sur réseau s'adapte parfaitement à la température finie. A température zéro on travaille - contraints et forcés - dans un espace-temps fini avec, en général, des conditions périodiques aux bords des quatre dimensions d'espace temps. La longueur du réseau dans les quatre directions est choisie assez grande pour minimiser les artefacts de volume fini.

A température finie, on applique la même règle pour les dimensions spatiales et la dimension temporelle est ajustée à  $\beta = 1/T$ . Cela n'a de sens que si

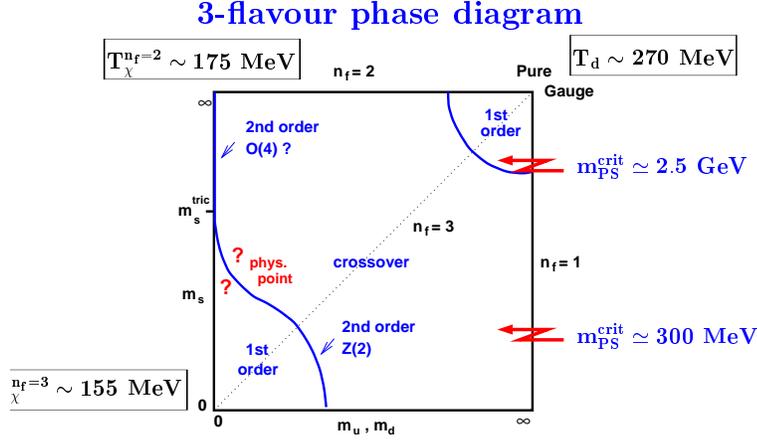


Figure 23: Diagramme indiquant la nature de la transition de phase en fonction de la masse des quarks légers (supposés dégénérés) et de celle du quark étrange.

les dimensions spatiales sont grandes par rapport à la dimension temporelle (en pratique on exige au moins un rapport 4).

A partir de là on peut calculer non seulement les fonctions de Green, mais les grandeurs thermodynamiques. Voyons en quelques unes à titre d'exemple. On définit  $Z(T, V)$  la fonction de partition (intégrale de chemin) en fonction de la température  $T$  et du volume spatial  $V$ . La densité d'énergie libre  $f$  et la pression  $p$  sont données par

$$f = -p = -\frac{T}{V} \ln Z(T, V) \quad (60)$$

La densité d'énergie,  $\epsilon$ , et la densité d'entropie,  $s$ , sont alors données par les relations

$$\frac{\epsilon - 3p}{T^4} = T \frac{d}{dT} \left( \frac{p}{T^4} \right), \quad \frac{s}{T^3} = \frac{\epsilon + p}{T^4} \quad (61)$$

et la vitesse du son par

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\epsilon} \quad (62)$$

La figure 22 empruntés à [30] donne la densité d'énergie en fonction de la température pour trois saveurs dégénérées de quarks dynamiques (3), deux dégénérées

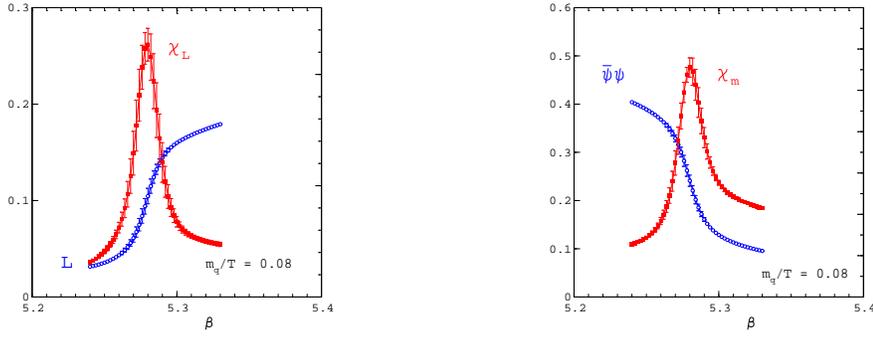


Figure 24: *Déconfinement et restauration de la symétrie chirale dans la QCD à deux saveurs: On peut voir  $\langle L \rangle$  (à gauche), qui est un paramètre d'ordre du déconfinement à la limite de la théorie sans quarks dynamiques, et  $\bar{q}q$ , (à droite) qui est le paramètre d'ordre de la brisure de la symétrie chirale à la limite chirale ( $m_q \rightarrow 0$ ). On peut aussi voir les susceptibilités correspondantes, qui forment un pic au moment de la transition de phase, en fonction du couplage  $\beta = 6/g^2$ . Il faut noter que le couplage contrôle la maille du réseau, et donc, à nombre de mailles constantes, la dimension temporelle, par conséquent la température.*

(2), et deux dégénérées plus une de masse différente (2+1). On y voit clairement une transition entre la phase hadronique et la phase du plasma de quarks et de gluons à haute température.

Le diagramme de phase et la nature des transitions (1er ordre, 2ème ordre, cross-over) est une fonction compliquée de la masse des quarks, résumée avec ses interrogations dans la figure 23 empruntée à [30]. A la limite de masse infinie des quarks, on est dans le cas où les paramètres d'ordre du confinement existent. On peut montrer que la transition est du premier ordre. Au contraire, quand les masses tendent vers zéro, il existe un paramètre d'ordre de la symétrie chirale.

*Un des mystères les plus profonds de la QCD est que la transition de déconfinement et la transition de restauration de la symétrie chirale semblent survenir à la même température. Ce fait est bien illustré par la figure 24 elle aussi empruntée à [30]: La figure de gauche indique la transition de phase de déconfinement en mesurant la “boucle de Polyakov”, paramètre d'ordre que nous n'avons pas introduit dans ce cours, la figure de droite indique la transition de phase de restauration de la symétrie chirale en mesurant le condensat  $\bar{q}q$ . La coincidence des deux transitions est étonnante.*

### 6.2.3 La QCD sur réseau à densité baryonique finie

Les collisions d'ions lourds comportent une densité baryonique à l'endroit de la collision où on espère la formation d'un plasma de quarks et de gluons. Il faudrait donc calculer la QCD à densité baryonique non nulle, c'est à dire à potentiel chimique non nul pour le nombre baryonique [27]. Cela est très difficile à temps imaginaire, car le potentiel chimique introduit une phase complexe. Or le principe des calculs en QCD sur réseau c'est que l'intégrale de chemin intègre

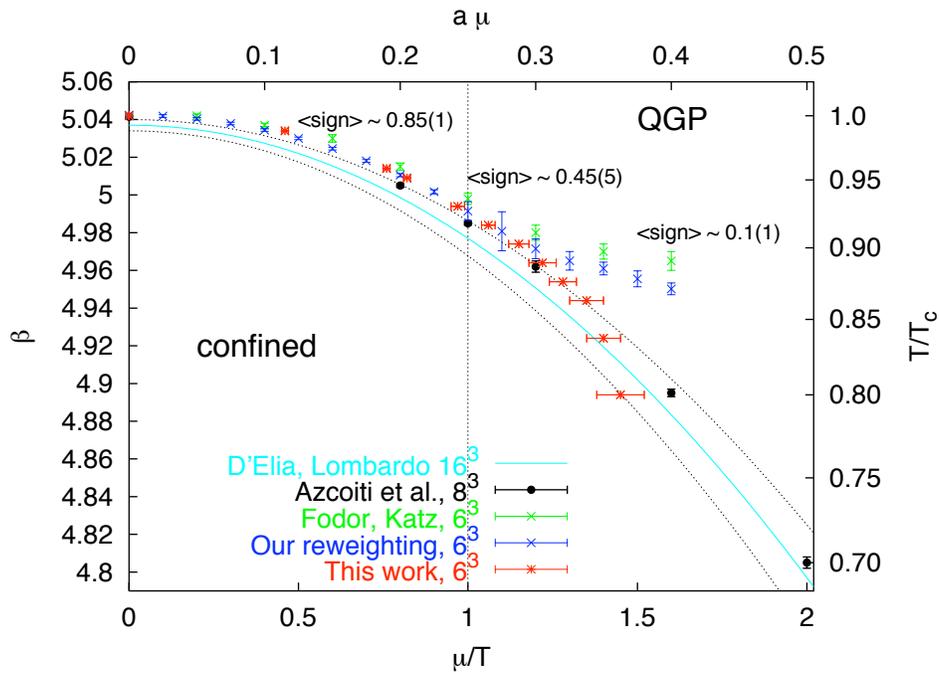


Figure 25: *Transition de phase en fonction du potentiel chimique, c'est à dire de la densité baryonique. L'axe vertical porte le couplage  $\beta = 6/g^2$  qui contrôle la maille du réseau, et donc, à nombre de mailles constantes, la dimension temporelle, par conséquent la température.*

une fonction de probabilité positive. C'est la raison pour laquelle on passe au temps imaginaire: afin de transformer l'intégrale de chemin en une intégrale Boltzmanienne d'une fonction de probabilité positive (23). On évite ainsi les oscillations que donnerait la phase complexe de l'intégrale de chemin en temps réel (22). Avec un potentiel chimique on perd cet avantage, on doit intégrer une fonctionnelle de phase complexe variable. On ne sait pas comment faire.

Cependant, quand le potentiel chimique n'est pas trop éloigné de zéro, à température non nulle, différentes méthodes ont été proposées. Nous ne décrivons pas ces méthodes. Contentons-nous de montrer qu'elles convergent assez largement. La figure 25, empruntée à [31] montre la courbe de changement de phase, de déconfinement, en fonction du potentiel chimique. Les différentes méthodes y sont comparées. Il est intéressant de noter que les collisions d'ions lourds à RHIC et à LHC, au moment de la collision et dans les régions centrales, se trouvent au voisinage de la courbe ainsi calculée. Par contre la QCD sur réseau ne sait pas encore comment traiter le centre des étoiles à neutron, à température zéro et potentiel chimique non nul.

## 7 Conclusion

La QCD est sans doute la théorie des interactions forte. Ses prémisses sont extrêmement compactes, le nombre de ses paramètres très petit. C'est une véritable théorie dont on peut en principe déduire toutes les conséquences ab

initio. C'est une théorie quantique des champs, c'est à dire qu'elle se situe dans un cadre théorique complexe mais bien très défini en principe. La particularité de la QCD est l'extraordinaire richesse de son champ d'application. Cette richesse est due à la féconde dualité entre son secteur perturbatif et non-perturbatif. Elle est due au confinement qui fait qu'à partir des quarks et des gluons elle décrit un cheptel immense de hadrons. Les méthodes théoriques essentielles dans les secteurs perturbatifs et non-perturbatifs sont respectivement les méthodes, complémentaires, des diagrammes de Feynman et de la QCD sur réseau. La QCD sur réseau demande des moyens de calcul très lourds et est limitée dans son champ d'application. Cependant des progrès rapides en étendent ce champ et en améliorent la précision. Bien sûr, une maîtrise analytique de la QCD dans son domaine non-perturbatif et une démonstration du confinement restent des objectifs théoriques très ambitieux, mais qu'il ne faut jamais perdre de vue.

*Ainsi les différents thèmes de cette école, les facteurs de forme et distributions partoniques des hadrons, les propriétés de la matière dans les conditions extrêmes des collisions d'ions lourds, les propriétés chirales des pions et kaons de basse énergie, et au delà de l'objet de cette école, les propriétés des hadrons soumis aux interactions faibles, y compris les secteurs charmés et de beauté, tous ces observables, toutes ces expériences si différentes, font partie du champ d'application d'une seule et même théorie, la chromodynamique quantique.*

## References

- [1] The 2004 Review of Particle Physics, [http://pdg.lbl.gov/2005/reviews/contents\\_sports.html](http://pdg.lbl.gov/2005/reviews/contents_sports.html), Plots of cross sections and related quantities (Rev.).
- [2] R. P. Feynman, Rev. Mod. Phys. **20** (1948) 367.
- [3] L. D. Faddeev and V. N. Popov, Phys. Lett. B **25** (1967) 29.
- [4] Événements de l'expérience DELPHI <http://delphiwww.cern.ch/delfigs/events/z0ps/z0maxen.html>
- [5] "La QCD et son histoire : partons du bon pied", cours de Patrick Aurenche dans cette école.
- [6] Figure empruntée au site <http://www.lema.phys.univ-tours.fr/Materiaux/Supra/Types/TypesII.htm>.
- [7] S. Mandelstam, Phys. Rept. **23** (1976) 245.
- [8] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **190** (1981) 455.
- [9] N. Brambilla and A. Vairo, arXiv:hep-ph/9904330.

- [10] G. S. Bali, K. Schilling and C. Schlichter, Phys. Rev. D **51** (1995) 5165 [arXiv:hep-lat/9409005].
- [11] A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. S. Shvarts and Y. S. Tyupkin, Phys. Lett. B **59**, 85 (1975).
- [12] G. 't Hooft, Phys. Rev. D **14**, 3432 (1976) [Erratum-ibid. D **18**, 2199 (1978)].
- [13] Shuryak E.V., Nucl. Phys. B **198** (1983) 83; Ilgenfritz E.-M., Müller-Preussker M., Nucl. Phys. B **184** (1981) 443.
- [14] D. Diakonov and V. Y. Petrov, Nucl. Phys. B **245**, 259 (1984).
- [15] “Symétrie chirale en QCD et théorie effective de basse énergie”, cours de Bachir Moussalam dans cette école.
- [16] Je remercie Feliciano de Soto pour cette figure.
- [17] V. Gadiyak, X. d. Ji and C. w. Jung, Phys. Rev. D **65** (2002) 094510 [arXiv:hep-lat/0112040].
- [18] “Structure des hadrons”, Jean-Marc le Goff, dans cette école.
- [19] S. Aoki *et al.* [JLQCD Collaboration], Phys. Rev. D **68** (2003) 054502 [arXiv:hep-lat/0212039].
- [20] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B **147** (1979) 385.
- [21] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B **147** (1979) 448.
- [22] K. G. Wilson, Phys. Rev. **179** (1969) 1499.
- [23] M. A. Shifman, arXiv:hep-ph/0009131.
- [24] M. Gockeler, T. R. Hemmert, R. Horsley, D. Pleiter, P. E. L. Rakow, A. Schafer and G. Schierholz [QCDSF Collaboration], Phys. Rev. D **71** (2005) 034508 [arXiv:hep-lat/0303019].
- [25] D. B. Leinweber, S. Boinepalli, A. W. Thomas, A. G. Williams, R. D. Young, J. B. Zhang and J. M. Zanotti, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **141** (2005) 287 [arXiv:hep-lat/0502004].
- [26] J. W. Negele, arXiv:hep-lat/0509100.
- [27] “Transitions de phase, de la limite thermodynamique aux systèmes finis”, Cours de Francesca Gulminelli dans cette école.

- [28] Cours dans cette école: “QGP : sondes prédites et étudiées au SPS” , Raphaël Granier de Cassagnac ‘ne matière sous conditions extrêmes aux énergies du RHIC”, Christelle Roy “L’étude du QGP au LHC”, Pascal Dupieux.
- [29] C. W. Bernard, Phys. Rev. D **9** (1974) 3312.
- [30] F. Karsch, Lect. Notes Phys. **583** (2002) 209 [arXiv:hep-lat/0106019].
- [31] O. Philipsen, PoS **LAT2005** (2005) 016 [arXiv:hep-lat/0510077].



# Transitions de phase: de la limite thermodynamique aux systèmes finis

Francesca Gulminelli

LPC Caen et Institut Universitaire de France

---

## Résumé

*Dans ce cours nous passerons en revue les caractéristiques principales des transitions de phase et les possibles extensions aux systèmes finis. La formalisation de la mécanique statistique à l'aide de la théorie de l'information permet d'associer univoquement les transitions de phase à des non-analyticités dans la fonction de partition, qui se reflètent dans des propriétés topologiques particulières de la fonctionnelle d'entropie.*

*Cet ensemble d'outils formels permet de distinguer très naturellement les deux familles de transitions de phase : les transitions de premier ordre et les transitions continues.*

*Guidés par les images intuitives de la théorie de Landau, nous établirons le lien entre transition du premier ordre et coexistence de phases, et nous nous concentrerons plus particulièrement dans le cas des transitions avec plusieurs charges conservées.*

*Dans le cas des transitions continues, nous analyserons la connexion entre divergence de la fonction de corrélation et exposants critiques. Une brève excursion dans la théorie du groupe de renormalisation nous permettra d'aborder les propriétés d'universalité associées à tout phénomène critique.*

*Dans la deuxième partie de ce cours, les concepts élaborés dans la première partie seront re-analysés de façon critique pour pouvoir les étendre au cas physique concret de systèmes formés d'un nombre fini de constituants.*

*Nous verrons que le concept même d'équilibre doit être revisité dans les systèmes finis. Pour ces systèmes l'image traditionnelle d'un équilibre unique, immuable et stationnaire est dénouée de sens physique et une description statistique cohérente doit nécessairement prendre en compte la variable temporelle.*

*En outre l'unicité des équations d'état n'est pas garantie dans ces systèmes, ce qui implique que la définition et les observables associées aux transitions de phase dépendent des conditions spécifiques de l'expérience.*

*Nous verrons que la théorie de l'information permet de traiter de façon simple et intuitive ces sujets, et de proposer des observables mesurables de transition de phase hors de la limite thermodynamique des systèmes infinis.*

## Summary

*We review the main characteristics of phase transitions and the possible extensions to treat finite systems.*

*The formalization of statistical mechanics through information theory allows to univocally associate phase transitions to non-analyticities in the partition sum, which reflect in specific topologic properties of the entropy functional.*

*This ensemble of formal tools leads to a simple definition of first order and continuous transitions.*

*With the help of Landau theory we will link first order phase transitions and phase coexistence, and will stress the specific case of a phase transition with different conserved charges. In the case of continuous transitions, we will study the connection between the divergence of the correlation length and critical exponents. A short review of renormalization group theory will be used to discuss the universality associated to critical phenomena.*

*In the second part, these concepts will be critically reanalyzed to extend the theory to finite systems. For these systems the traditional representation of a single unique static equilibrium is meaningless, and a coherent statistical treatment must necessarily include the time variable.*

*Moreover statistical ensembles are inequivalent in finite systems, meaning that the definition and observables associated to phase transitions depend on the specific experimental conditions. Information theory provides a coherent description of these phenomena and allows to calculate phase transition observables even out of the thermodynamic limit.*

---

# 1. Transitions de phase

## 1.1. Généralités [1,2]

### 1.1.1 Etats et observables

La physique moderne associe à tout système physique deux types d'objets différents : les *observables* qui caractérisent les quantités physiques mesurables et les *états*, dont la connaissance permet de prédire les résultats des expériences. Du point de vue microscopique, chaque réalisation d'un système avec  $N$  degrés de liberté est caractérisée par un état pur ou *micro-état* i.e. une fonction d'onde  $|\Psi\rangle$  en mécanique quantique ou un point dans l'espace de phase à  $2N$  dimensions  $s = (q_1, \dots, q_N; p_1, \dots, p_N)$  en mécanique classique, où  $q_i$  et  $p_i$  sont les positions et les impulsions de chaque degré de liberté.

Si le système est suffisamment complexe, l'état exact est en général impossible à définir et chaque réalisation correspond à un micro-état ( $n$ ) avec une probabilité  $p^{(n)}$ . Dans ce cas, il est plus adapté de parler d'états de mélange (ou *macro-états*) décrits par la densité

$$\hat{D} = \sum_n |\psi^{(n)}\rangle p^{(n)} \langle \psi^{(n)}| \quad \text{ou} \quad \hat{D}(\bar{s}) = \sum_n p^{(n)} \delta(\bar{s} - \bar{s}^{(n)}) \quad (1.1.1)$$

Les *observables* sont des opérateurs définis sur l'espace d'Hilbert, ou classiquement des fonctions réelles de  $2N$  variables réelles. L'*information* qui peut être associée au système est l'ensemble des moyennes des observables  $A_i$ , i.e. l'ensemble des observations

$\langle A_i \rangle = \sum_n p^{(n)} A_i^{(n)}$  où  $A_i^{(n)} = \langle \psi^{(n)} | \hat{A}_i | \psi^{(n)} \rangle$  est le résultat de la mesure sur la réalisation ( $n$ ).

Si l'information est complète à l'instant initial, ceci reste vrai à tous les temps car l'évolution dynamique des états est gouvernée par l'équation déterministe de Liouville Von Neumann. Toutefois dans le cas de systèmes complexes, les conditions initiales en général ne sont pas connues de façon complète et une solution exacte de l'équation de Liouville Von Neumann est hors de portée. En général, à cause de la complexité de l'opérateur densité, pour connaître l'état du système (i.e. la totalité des  $p^{(n)}$ ) il est suffisant de connaître à chaque instant un nombre limité d'observables pertinentes.

Le manque d'information peut être quantifié à l'aide de l'*entropie statistique* ou *entropie de Shannon*  $S$  [3]

$$S = -\sum_n p^{(n)} \ln p^{(n)} = -\text{Tr}(\hat{D} \ln \hat{D}) \quad (1.1.2)$$

Le postulat fondamental de la mécanique statistique peut être exprimé de la façon suivante :

*La distribution statistique des micro-états (communément appelée équilibre) est celle qui maximise l'entropie statistique sous contrainte de l'information pertinente imposée au système.*

En effet toute autre distribution introduirait une source ultérieure d'information, en contradiction avec l'affirmation que toute l'information disponible est donnée par les contraintes. Il est important de noter que ce postulat, bien que intuitif et élégant, n'implique pas nécessairement que la théorie ait un quelconque pouvoir prédictif : le fait que nous possédons une quantité limitée d'information sur le système n'implique pas que l'information contenue dans le système soit objectivement limitée. Dans la suite nous garderons en tous les

cas le postulat fondamental comme la seule hypothèse de travail raisonnable dans un système complexe.

Le postulat fondamental de la mécanique statistique permet de déterminer les valeurs d'équilibre des probabilités des micro-états  $p^{(i)}$ . Ceci se fait aisément avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange :

$$-Tr(\hat{D} \ln \hat{D}) - \sum_{l=0}^L \lambda_l \langle \hat{A}_l \rangle = \max \quad (1.1.3)$$

### 1.1.2 Equations d'état et transformations de Legendre

La solution est la matrice densité à l'équilibre fonction des multiplicateurs de Lagrange  $\lambda_l$  [2]

$$\hat{D}_0 = \frac{1}{Z} \exp\left(-\sum_{l=1}^L \lambda_l \hat{A}_l\right) \quad Z = Tr \exp\left(-\sum_{l=1}^L \lambda_l \hat{A}_l\right) \quad (1.1.4)$$

où la condition de normalisation est prise en compte par la définition de la fonction de partition  $Z$ .

Le lien entre la contrainte  $\langle A_l \rangle$  (ou observation, ou *variable extensive*) et le multiplicateur de Lagrange associé  $\lambda_l$  (ou *variable intensive* thermodynamiquement conjuguée) est donnée par l'équation d'état

$$\langle \hat{A}_l \rangle = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \lambda_l} \quad (1.1.5)$$

Il est aussi possible d'exprimer  $\lambda_l$  en fonction de  $\langle A_l \rangle$  en inversant l'équation d'état. En effet l'équilibre obtenu est associé à l'entropie statistique

$$S = -Tr(\hat{D}_0 \ln \hat{D}_0) = \sum_{l=1}^L \lambda_l \langle \hat{A}_l \rangle + \ln Z \quad (1.1.6)$$

Cette équation donne la relation entre l'entropie et la fonction de partition. Elle est connue sous le nom de *transformation de Legendre*. On en déduit pour les multiplicateurs de Lagrange

$$\lambda_l = \frac{\partial S}{\partial \langle \hat{A}_l \rangle} \quad (1.1.7)$$

Remarquons que si la matrice densité  $D_0$  et la fonction de partition  $\ln Z$  sont fonctions des variables intensives  $\lambda_l$ , la fonction  $S$  obtenue par transformation de Legendre, est fonction des variables extensives associées  $\langle A_l \rangle$ .

### 1.1.3 Paramètres d'ordre, paramètres de contrôle, diagrammes de phase [4]

En général, pour une valeur donnée des variables intensives de contrôle, les propriétés d'une substance sont définies de façon univoque, i.e. les variables extensives conjuguées ont une valeur unique, définie par l'équation d'état correspondante. Par exemple le volume occupé par  $n$  moles d'un gaz idéal à une pression donnée  $P$  et une température  $T$  est donné par  $V=nRT/P$ . Pour tout système fini, quelle que soit sa taille, les équations d'état sont en outre des fonctions

continues et analytiques, ce qui implique qu'en général les propriétés des substances (i.e. les variables extensives) varient continûment en variant les variables de contrôle. Une exception à cette affirmation générale est constituée par les transitions de phase. Les équations d'état développent des discontinuités : une petite variation d'un paramètre de contrôle déclenche une modification qualitative spectaculaire du système. Des situations existent aussi dans lesquelles les propriétés du système ne sont pas spécifiées univoquement même pour une valeur déterminée des paramètres de contrôle : les distributions de probabilité des observables extensives sont bimodales et ne tendent pas vers une gaussienne à la limite thermodynamique. Ces situations correspondent à des coexistences de phase (transitions de phase du premier ordre) pour lesquelles deux propriétés (phases) qualitativement différentes sont possibles pour la même valeur du paramètre de contrôle. Les variables extensives qui permettent de distinguer les deux phases prennent le nom de *paramètres d'ordre*.

Pour un système donné, les domaines d'existence des diverses phases du système sont représentés dans un *diagramme de phase* qui a pour axes les paramètres de contrôle. La figure (1) montre l'exemple du diagramme de phase de l'eau avec ses trois états possible : solide, liquide et gazeux. Les lignes continues représentent les lignes de transition entre les différentes phases et se terminent dans un point de transition du deuxième ordre ou *point critique (C)*.

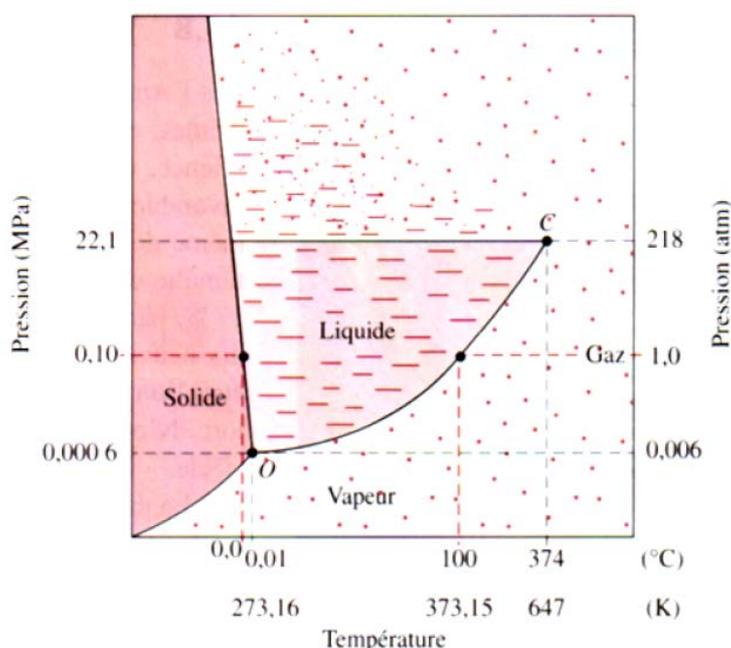


Figure 1 : diagramme de phase de l'eau.

A l'approche d'un point critique, on observe que la plupart des quantités physiques impliquées présentent un comportement en loi de puissance  $\propto t^x$  où  $t$  représente la distance du point critique et la quantité  $x$  est nommée *exposant critique*. Nous verrons plus loin que les exposants critiques traduisent l'*invariance d'échelle* du système au point critique et vérifient des propriétés d'*universalité* : ils sont largement indépendants du système étudié et dépendent essentiellement de la dimension de l'espace et du paramètre d'ordre. La table suivante donne une liste des exposants critiques principaux (nous avons posé  $t = (T-T_c)/T_c$  température réduite, et  $\lambda$  le champ associé au paramètre d'ordre  $\Phi$ ).

exposant	Propriété du système	Expression
----------	----------------------	------------

$\alpha$	chaleur spécifique	$C \propto t^{-\alpha}$
$\beta$	paramètre d'ordre	$\Phi \propto t^\beta$
$\gamma$	Susceptibilité	$\chi \propto t^{-\gamma}$
$\delta$	paramètre d'ordre	$\Phi \propto \lambda^{-1/\delta}$
$\eta$	Fonction de corrélation	$G(r) \propto r^{- d-2+\eta }$
$\nu$	Longueur de corrélation	$\xi \propto t^{-\nu}$

Les transitions de phase du deuxième ordre peuvent aussi être vues comme des *bifurcations* liées à une *brisure spontanée de symétrie*. Cette notion est à la base de la théorie des catastrophes [5].

Isotrope et homogène au-dessus de la température critique, la matière bifurque, à basse température, dans une région macroscopique donnée, vers une densité préférentielle. En l'absence d'excitation extérieure (ici une pression extérieure) rien ne permet de prévoir à partir des équations ou des conditions aux limites qui déterminent le système, la branche choisie en un point donné de l'espace.

Si l'on baisse la température du système au-dessus de la température critique, on peut voir une variation discontinue du paramètre d'ordre à la transition. D'une réalisation microscopique à l'autre du système (ou d'une région spatiale à l'autre, pour des systèmes de taille macroscopique) la configuration du système change de façon discontinue (transition de phase du premier ordre). A la température de bifurcation ou température critique le paramètre d'ordre varie continûment, tandis que certaines grandeurs thermodynamiques (susceptibilité, compressibilité, chaleur massique) divergent, à cause d'une augmentation dramatique de la longueur de corrélation et de la taille caractéristique des fluctuations, qui deviennent comparables à la taille du système (transition de phase du deuxième ordre).

#### 1.1.4 Classification des transitions de phase

La différente phénoménologie des transitions de phase du premier et deuxième ordre se comprend théoriquement à partir de la classification d'Ehrenfest [6,7].

*Transition de phase du premier ordre* est une transition dans laquelle au moins une des dérivées première du logarithme de la fonction de partition présente une discontinuité ; on assiste à une *transition du deuxième ordre* si toutes les dérivées premières sont continues et une discontinuité (ou une divergence) est observée dans une des dérivées deuxièmes. Quand la discontinuité est observée dans une dérivée d'ordre supérieure au premier, on parle plus généralement de *transition continue*. Une représentation schématique d'une fonction de partition présentant une ligne de transition du premier ordre est montrée en figure (2). Si  $\beta^{-1}$  est une température, la discontinuité dans l'énergie moyenne selon l'éq.(1.1.3) montre que cette dernière observable est paramètre d'ordre.

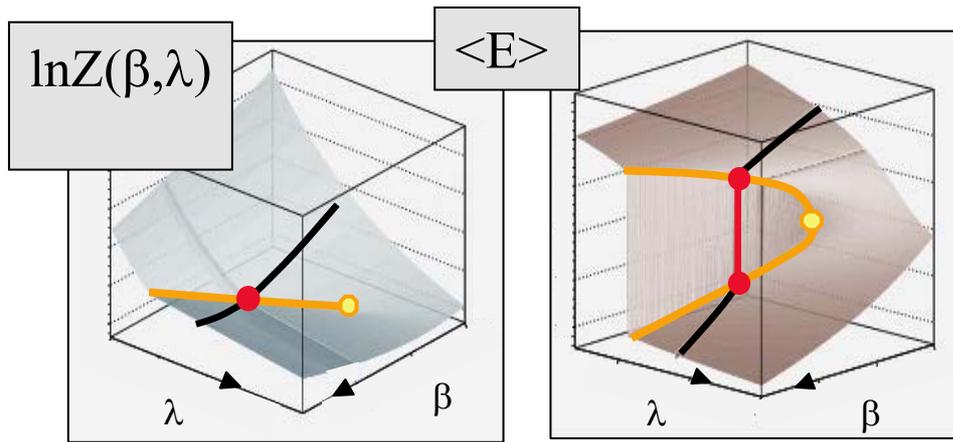


Figure 2 : représentation schématique d'une fonction de partition (gauche) et de sa dérivée première (droite) pour un système présentant une ligne de transitions de premier ordre qui se termine sur une transition continue. Les points anguleux dans  $\ln Z$  correspondent à une discontinuité du paramètre d'ordre. Tirée de [8]

## 1.2. Transitions du premier ordre

### 1.2.1. Théorie de champ moyen

La première théorie quantitative pour les transitions de phase est la théorie de Landau (1936) qui est encore largement utilisée aujourd'hui [9].

L'hypothèse cruciale de la théorie de Landau est que le potentiel thermodynamique  $\Omega = -T \ln Z$  puisse être développé en série en fonction du paramètre d'ordre  $\Phi$ .

Il est important de savoir qu'en général le postulat basilaire de la théorie, le fait que  $\Omega$  soit toujours une fonction analytique de  $\Phi$ , n'est pas vérifié. Toutefois la théorie de Landau reste un outil qualitatif puissant et, proprement généralisé, est à la base de la moderne théorie de renormalisation de Wilson [10].

Considérons un paramètre d'ordre scalaire (ex : densité)  $\Phi = \langle A \rangle - \langle A \rangle_{II}$ , défini de telle façon que  $\Phi=0$  dans la phase à plus haute température. Considérons pour simplicité deux seules variables intensives relevantes, un paramètre de Lagrange générique  $h = \lambda - \lambda_c$  (où  $\lambda_c$  est la valeur à la transition vers la phase II, ex : pression ou température), et le champ  $\beta = \tilde{\beta} - \tilde{\beta}_i$  associé au paramètre d'ordre (ex : température ou champ magnétique).

Spécialisons ultérieurement au cas où au point de transition  $\beta = 0$  la symétrie simple  $\Omega(\Phi) = \Omega(-\Phi)$  existe. Alors le développement s'écrit [9]

$$\log Z = S - \beta \Phi = S_c^{\beta h}(\Phi) = -\beta \Phi + \frac{1}{2} a_h \Phi^2 + \frac{1}{4} c_h \Phi^4 + \dots \quad (1.2.1)$$

où les coefficients  $a$  et  $c$  peuvent en principe dépendre de l'autre variable intensive  $h$ .

Supposons avec Landau  $a_h = a_0(h-h_c)$ ,  $c_h = cte > 0$ .

La famille de courbes correspondante a l'allure suivante

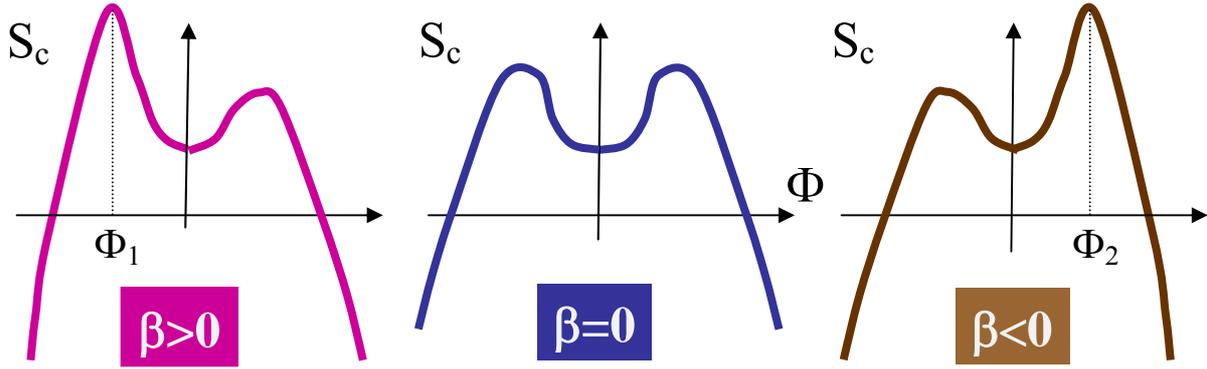


Figure 3 : Représentation schématique de l'entropie contrainte ou énergie libre dans un modèle de champ moyen pour un système présentant une transition de phase du premier ordre à  $\beta=0$ .

Rappelons que l'équilibre correspond à la distribution des états qui maximise l'entropie contrainte  $S_c[2]$ . Ceci implique que pour le modèle considéré la valeur du paramètre d'ordre  $\Phi$  change de façon discontinue pour  $\beta=\beta_t (=0)$  (transition du premier ordre).

### 1.2.2. Transition de phase et coexistence

Dans cette image les valeurs de  $\Phi$  comprises entre  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  ne sont solutions d'équilibre pour aucune valeur du Lagrange conjugué  $\beta$ , i.e. ne sont explorées par aucun système physique à l'équilibre. Nous allons maintenant montrer que des configurations correspondant à ces valeurs peuvent en réalité être réalisées à l'équilibre si nous abandonnons l'approximation de champ moyen, et qu'elles correspondent à une coexistence entre les phases représentées par les valeurs  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  [11].

Définissons à la limite thermodynamique la densité d'entropie  $S(\Phi) \rightarrow V s(\Phi/V)$ .

Une coexistence de phase correspond à la séparation du système en deux parties telles que  $V = V_1 + V_2$  ;  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ . Cette séparation correspond à une entropie  $S = V_1 s(\phi_1) + V_2 s(\phi_2)$ , ou une densité d'entropie  $s = \alpha s_1 + (1 - \alpha) s_2$  avec  $\alpha = V_1/V$ .

Ceci est l'équation d'une droite qui interpole entre les deux solutions  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  et élimine la convexité présentée par la fonctionnelle de champ moyen (voir figure 4). Cette solution de coexistence correspond à une entropie supérieure par rapport à la fonctionnelle de Landau, elle est donc préférée à l'équilibre. La proportion relative  $\alpha$  entre les deux phases se détermine en imposant la maximisation de l'entropie contrainte,  $\partial S_c / \partial \Phi = \max$ , ce qui implique l'égalité des variables intensives  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_t$  en tout point de la coexistence (voir eq.(1.1.5)).

Nous venons de montrer que toute fonctionnelle d'entropie présentant une convexité peut être maximisée en interpolant entre deux points qui présentent la même tangente. Cette construction tangente est une construction de Maxwell de surfaces égales pour l'équation d'état associée  $\beta = \partial_\phi S$  (voir figure 4) car

$$\frac{\Delta s}{\Delta \phi} = \beta_t \Rightarrow \int_{\phi_2}^{\phi_1} (\beta_t - s') d\phi = \int_{\phi_2}^{\phi_1} (\beta_t - \beta) d\phi \quad (1.2.2)$$

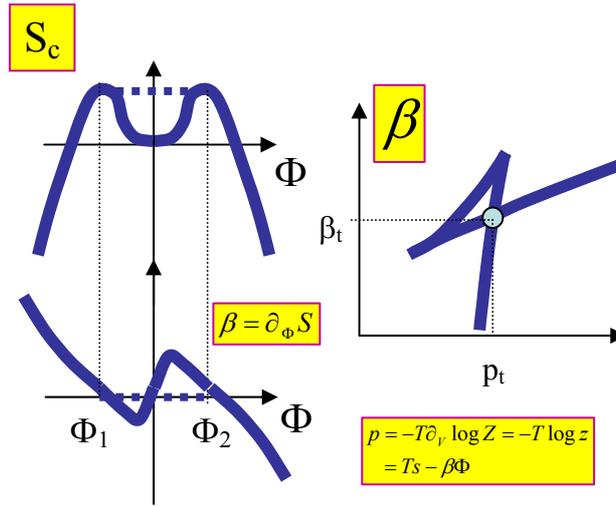


Figure 4 : Représentation schématique de l'entropie contrainte  $S_c$ , de l'équation d'état associée au paramètre d'ordre  $\beta(\Phi)$ , et du grand potentiel  $\Omega=pV$  lors d'une transition de phase du premier ordre. La ligne tirée représente la construction de Maxwell pour la coexistence de phase.

Si le système est caractérisé par plus d'une variable extensive, la maximisation de l'entropie impose en coexistence l'égalité entre les deux phases pour toutes les variables intensives associées. Dans le plan des variables intensives une coexistence de phase est alors identifiée par un croisement entre deux courbes qui représentent les équations d'état des phases pures, comme il est montré dans la figure 4 (partie droite). Remarquons que à la limite thermodynamique la fonction de partition par unité de volume est toujours une variable intensive, et s'identifie avec la pression selon l'équation d'état  $p = -T\partial_v \log Z = -T \log z$ .

Tous les points de la zone de coexistence correspondent donc à un point anguleux de la fonction  $\ln Z(\beta)$  conformément à la classification des transitions de phase du premier ordre. Ceci montre qu'il n'y a pas de contradiction entre la combinaison linéaire des deux phases en coexistence et la discontinuité du paramètre d'ordre demandée par la classification d'Ehrenfest.

### 1.2.3. Construction de Gibbs

Jusqu'à maintenant nous nous sommes limités au cas simple d'une seule observable pertinente à la limite thermodynamique, la densité du paramètre d'ordre  $\phi = \Phi/V$ . Ce cas simple s'applique aux transitions liquide-solide-gaz de la matière ordinaire, où  $\phi=N/V$  représente la densité de matière et le paramètre de Lagrange  $\beta$  est le potentiel chimique associé. Souvent toutefois la matière est constituée de plusieurs composantes qui peuvent vérifier des lois de conservation indépendantes (densité baryonique, leptonique, etc...). Dans ce cas le diagramme de phase doit être étudié dans l'espace multidimensionnel de toutes les variables extensives pertinentes et le paramètre d'ordre peut être une quantité vectorielle [12]. Considérons à titre d'exemple le cas de la matière nucléaire à basse température, caractérisée par deux densités indépendantes de neutrons et de protons [13].

En ce qui concerne la détermination de la zone de coexistence, ceci revient à considérer une construction tangente non plus selon l'axe densité baryonique  $\rho$  mais dans le plan  $\rho_n - \rho_p$ , et imposer l'égalité des potentiels chimiques pour les deux composantes

$$\left. \frac{\partial s}{\partial \rho_n} \right|_{\rho_{nt}} = \left. \frac{\partial s}{\partial \rho_n} \right|_{\rho_{ng}} = -\mu_{nt} \quad ; \quad \left. \frac{\partial s}{\partial \rho_p} \right|_{\rho_{pt}} = \left. \frac{\partial s}{\partial \rho_p} \right|_{\rho_{pg}} = -\mu_{pt} \quad (1.2.3)$$

La construction de Maxwell est alors remplacée par la *construction de Gibbs*, l'enveloppe concave qui interpole entre les points d'égale tangente (voir figure 5). Les points  $(\mu_p, \mu_n)$  qui satisfont l'éq.(1.2.3) définissent des lignes droites dans le plan  $\rho_n - \rho_p$  et donnent la direction isotopique de séparation entre la phase à haute densité (liquide nucléaire) et à basse densité (gaz nucléaire). La longueur de ces lignes donne l'extension du saut du paramètre d'ordre à la transition. Nous pouvons voir que la zone de coexistence se termine en deux points (symétriques dans le plan  $\rho_n - \rho_p$  à cause de la symétrie d'isospin de la matière nucléaire) où le saut du paramètre d'ordre s'annule. Il s'agit de deux points critiques.

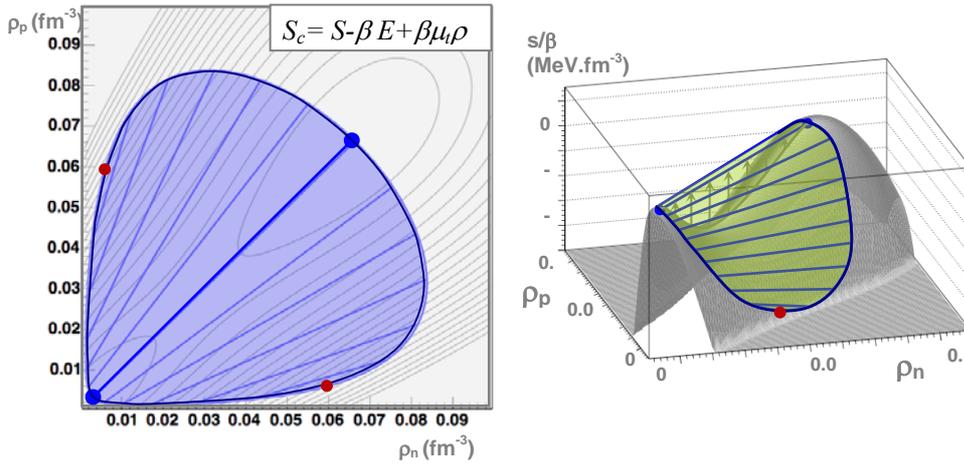


Figure 5 : construction de Gibbs de l'entropie contrainte à une température sous-critique pour la matière nucléaire calculée en approximation Hartree Fock avec la fonctionnelle de Skyrme Sly4. La région opaque montre la zone de coexistence liquide-gaz nucléaire et les lignes droites donnent la direction de séparation entre les deux phases. Tirée de [8].

#### 1.2.4. Equilibre, instabilités et métastabilités [11]

Le fait qu'on puisse soigner les convexités des fonctionnelles de champ moyen par une construction de Gibbs montre que ces dernières présentent des *instabilités*.

Considérons encore par simplicité le cas d'une matière composée de deux espèces différentes de particules avec nombres  $N_a$  et  $N_b$ . Une instabilité est caractérisée par le fait qu'il existe une direction dans le plan  $\rho_a - \rho_b$  selon laquelle l'entropie contrainte présente une convexité ou courbure négative. Toute fluctuation de densité dans cette direction par rapport à la densité du champ moyen conduira à une réponse du système qui amplifie la fluctuation.

Concrètement il s'agit de diagonaliser la matrice de courbure

$$M_c = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 S_c}{\partial \rho_a^2} & \frac{\partial^2 S_c}{\partial \rho_a \partial \rho_b} \\ \frac{\partial^2 S_c}{\partial \rho_b \partial \rho_a} & \frac{\partial^2 S_c}{\partial \rho_b^2} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \frac{\partial \mu_a}{\partial \rho_a} & \frac{\partial \mu_b}{\partial \rho_a} \\ \frac{\partial \mu_a}{\partial \rho_b} & \frac{\partial \mu_b}{\partial \rho_b} \end{vmatrix} \quad (1.2.4)$$

Si l'une des valeurs propres est négative, le vecteur propre correspondant donne la direction d'instabilité (*instabilité isoscalaire*). Si les deux valeurs propres sont négatives, le plan est instable (*instabilité isovectorielle*). La figure 6 (partie gauche) donne le résultat de ce calcul pour la matière nucléaire purement baryonique à basse température. La zone foncée est le lieu des points d'instabilité (*spinodale*) et les vecteurs donnent les directions d'instabilité dans quelques points choisis. Il est important de distinguer entre *instabilité locale*, qui correspond à la région spinodale, et *instabilité globale*, qui correspond à la région sous-tendue à

l'enveloppe concave donnée par la construction de Gibbs. Vu que tous les points de courbure négative sont nécessairement contenus dans l'enveloppe concave, la région spinodale est toujours moins étendue que la zone de coexistence. La région à l'extérieur de la spinodale qui reste au dessous de l'enveloppe concave n'est pas instable mais ne correspond pas à l'équilibre : il s'agit d'une *zone métastable*. Il est intéressant de remarquer que dans le cas représenté en figure la direction d'instabilité locale est partout approximativement orthogonale à la direction  $\rho_p + \rho_n = \text{cst}$ . Ceci signifie que d'un point de vue physique l'instabilité correspond à une amplification de fluctuations de densité baryonique totale, c'est-à-dire une séparation entre une phase à haute densité (liquide) et une phase à faible densité (gaz).

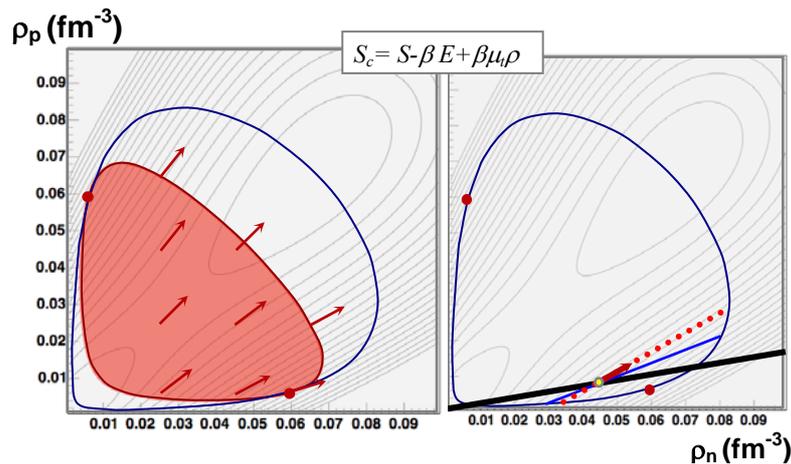


Figure 6 : Courbe bleue : zone de coexistence pour la matière nucléaire (voir figure 5). Surface rouge : région spinodale. Flèches : directions d'instabilité. Dans la partie droite de la figure, pour un point à l'intérieur de la spinodale la direction d'instabilité est comparée à la direction de séparation entre les deux phases (droite fine) et à la droite  $\rho_p/\rho_n = \text{cst}$  (ligne épaisse). Tirée de [8]

### 1.2.5. Distillation

La séparation de phase dans les systèmes composés de plusieurs espèces différentes est accompagnée par le phénomène de distillation [12,13] : la proportion relative des différentes espèces n'est pas la même dans les deux phases, la phase désordonnée étant systématiquement plus asymétrique que la phase ordonnée. Ce phénomène est illustré dans la figure 6 (partie droite).

Dans cette figure, pour un point donné à l'intérieur de la région de coexistence, la direction de séparation entre les deux phases déterminée par la construction de Gibbs est comparée à la direction  $\rho_p/\rho_n = \text{cst}$  qui correspond à une composition isotopique homogène entre les deux phases. Il est clair que la phase dense est plus riche en protons, i.e. plus symétrique de la phase diluée. Il est aussi intéressant de remarquer que la direction de séparation de phase n'a a priori aucune raison de coïncider avec la direction d'instabilité donnée par le critère de convexité locale (1.2.4) : la décomposition spinodale tend à partager le système entre deux phases avec une distillation plus accentuée que la prédiction de l'équilibre. Ceci signifie qu'une mesure expérimentale de la composition isotopique des différentes phases peut permettre de remonter au mécanisme de séparation de phase (décomposition spinodale versus équilibre de phases).

### 1.2.6. Transitions versus transformations

Pour conclure cette courte exploration de la coexistence de phase avec plusieurs composantes, il est intéressant de considérer le cas physique où un paramètre d'ordre est strictement contrôlé au croisement d'une transition du premier ordre. Ceci est par exemple le cas de la matière nucléaire à basse température où l'isospin  $N/Z = \rho_n/\rho_p$  est une quantité conservée. Cette observable étant corrélée à la densité baryonique totale, elle est comme cette dernière

aussi discontinue à la transition. Une transformation qui traverse la transition tout en conservant l'isospin parcourt alors nécessairement l'intérieur de la zone de coexistence : dans la représentation des variables intensives (voir figure 7) elle suit donc la courbe de transition.

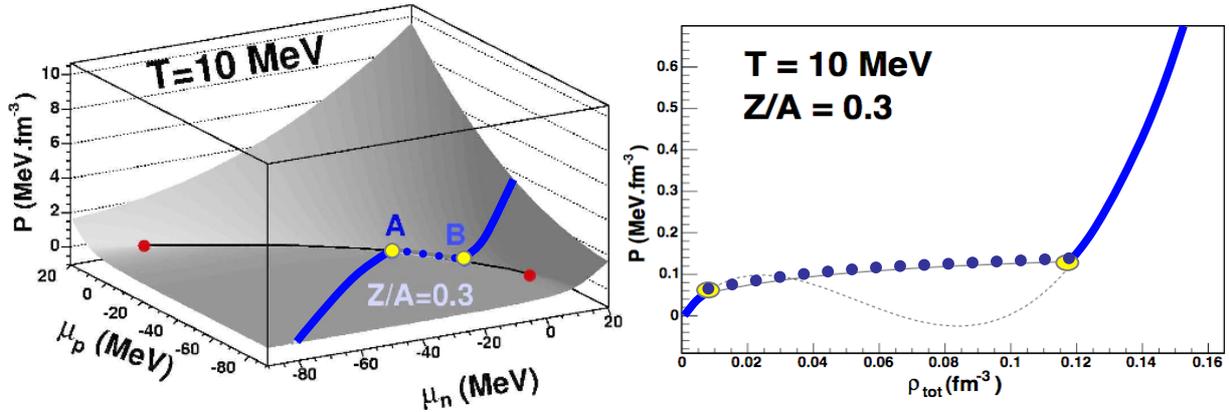


Figure 7 : pression en fonction du potentiel chimique protonique et neutronique à une température sous critique calculée pour la matière nucléaire baryonique avec l'interaction Sly4. La transformation  $Z/A=0.3$  est indiquée ainsi que la relation correspondante entre la pression et la densité baryonique totale. Tirée de [8].

Chaque point de la courbe de transition correspond à une valeur définie de la pression et de toutes les autres variables intensives. Ceci implique que la transformation  $N/Z=cst$  conduit à une variation continue de la pression bien que la transition soit du premier ordre. Cet exemple montre qu'une transition du premier ordre ne correspond pas nécessairement à un plateau dans la transformation  $p(\rho)$  si le système possède plusieurs charges conservées, bien que les équations d'état  $\partial \ln Z / \partial \rho_i$  soient discontinues comme demandé par le critère d'Ehrenfest. Il ne faut donc pas confondre donc *transitions continues* comme par exemple les points critiques, où toutes les équations d'état sont continues, et *transformations continues* qui suivent la ligne de coexistence à cause d'une loi de conservation sur le paramètre d'ordre.

### 1.3. Phénomènes critiques

#### 1.3.1. Théorie de Landau [4,9]

Afin de comprendre les caractéristiques d'une transition du deuxième ordre revenons sur la théorie de Landau dans le cas simple où l'entropie contrainte dépend de deux seules variables intensives  $T$  et  $\lambda$ , et en l'absence d'une contrainte explicite sur le paramètre d'ordre la symétrie  $S_c(\Phi)=S_c(-\Phi)$  est valable. Le développement s'écrit

$$\log Z = S_c^{T\lambda}(\Phi) = \frac{1}{2}a_T\Phi^2 + \frac{1}{4}c_T\Phi^4 \quad ; \quad a_T = a_0(T - T_c); c_T = c > 0 \quad (1.3.1)$$

où par commodité de notation nous avons inversé le rôle des paramètres  $\beta=T^{-1}$  et  $h=\lambda-\lambda_c$  qui maintenant représente la variable conjuguée au paramètre d'ordre.

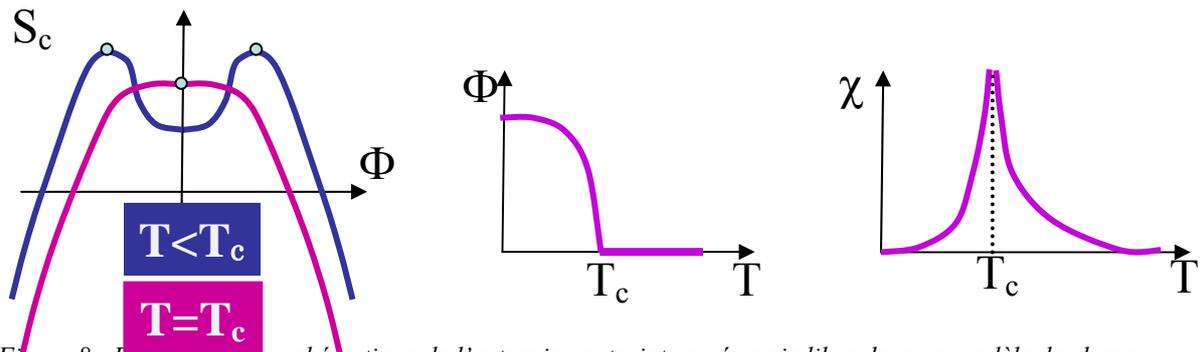


Figure 8 : Représentation schématique de l'entropie contrainte ou énergie libre dans un modèle de champ moyen pour un système présentant une transition de phase du deuxième ordre à  $T=T_c$ .

Cette situation correspond à une transition de phase du deuxième ordre à la température  $T_c$  selon la classification introduite plus haut. En effet

- le paramètre d'ordre varie continûment

$$\left. \frac{\partial S_c}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_0} = a\Phi_0 + c\Phi_0^3 = 0 \Rightarrow \Phi_0 = \pm \sqrt{\frac{a_0}{c}}(T_c - T)^{1/2} \quad (1.3.2)$$

Il arrive à la valeur  $\Phi=0$  caractéristique de la phase désordonnée (ou plus symétrique) avec une loi de puissance d'exposant critique  $\beta = 1/2$ .

- La susceptibilité diverge

$$\chi = - \left( \frac{\partial^2 S_c}{\partial \Phi^2} \right)^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{2a_0}(T_c - T)^{-1} & T < T_c \\ \frac{1}{a_0}(T - T_c)^{-1} & T > T_c \end{cases} \quad (1.3.3)$$

avec un exposant critique  $\gamma=1$ .

### 1.3.2. Fluctuations et corrélations[4,11]

En utilisant la définition de la fonction de partition, il est immédiat de se convaincre que la susceptibilité est liée à la fluctuation du paramètre d'ordre par

$$\chi = \frac{\partial \langle \Phi \rangle}{\partial \lambda} = \frac{\partial^2 \log Z_\lambda}{\partial \lambda^2} = \sigma_\Phi^2 \quad (1.3.4)$$

Une transition du deuxième ordre est caractérisée donc par une divergence des fluctuations du paramètre d'ordre. Nous pouvons aussi introduire la fonction de corrélation G

$$\chi = \int d\vec{r} d\vec{r}' (\varphi(\vec{r}) - \langle \varphi \rangle)(\varphi(\vec{r}') - \langle \varphi \rangle) = \int d\vec{r} d\vec{r}' G(\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.3.5)$$

En posant  $G(\vec{s}) \propto e^{-s/\xi}$  nous pouvons voir que la longueur de corrélation  $\xi$  aussi diverge au point de transition : bien que gouverné par des interactions à courte portée, le système présente des corrélations sur toutes les échelles de longueur.

### 1.3.3. Exposants critiques et lois d'échelle[4,10,14]

Nous avons déjà introduit des exposants critiques ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ) dans les chapitres précédents. Ces exposants gouvernent le comportement au point critique de certaines grandeurs thermodynamiques. On se propose maintenant de mieux formaliser le concept d'exposant critique.

Soit  $\varepsilon$  la distance (sans dimension) au point critique d'une variable intensive, par exemple  $\varepsilon = (T - T_c) / T_c$ . Soit  $f(\varepsilon)$  une fonction arbitraire continue et positive autour de  $\varepsilon = 0$ . Si la limite

$$\lambda = \lim(\varepsilon \rightarrow 0) \frac{\ln f(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (1.3.6)$$

existe,  $\lambda$  est défini comme l'exposant critique à associer à  $f$ ,  $f(\varepsilon) \approx \varepsilon^\lambda$ . La forme spécifique de la fonction peut être plus complexe,  $f(\varepsilon) = A \varepsilon^\lambda (1 + B \varepsilon^{\lambda'} + \dots)$  mais le comportement dominant à proximité du point critique est en loi de puissance.

Pourquoi étudier les exposants critiques?

Expérimentalement  $\beta \approx 1/3$  dans la transition ferromagnétique-paramagnétique, liquide-gaz, superfluide-fluide normal. Les forces d'interaction dans ces systèmes physiques très différents n'étant évidemment pas de même nature, les phénomènes critiques ont donc un certain caractère d'universalité.

Le modèle de Landau traduisait cette universalité puisque le potentiel thermodynamique avait a priori la même forme près d'un point critique pour tous les systèmes physiques. On sait qu'il ne rend compte que très imparfaitement de la réalité, si l'on excepte quelques classes de transitions. Les physiciens ont donc cherché d'autres modèles pour expliquer les phénomènes critiques et leur universalité.

Domb[15], Kadanoff[10] et Widom[16], en particulier, ont émis l'hypothèse que, près d'un point critique, les grandeurs thermodynamiques obéissent à des lois d'échelle.

### 1.3.4. Relations entre les exposants critiques

L'hypothèse d'échelle[16] affirme que le potentiel thermodynamique  $\ln Z$  à proximité d'un point critique est une fonction homogène généralisée

$$\ln Z(\lambda^a x, \lambda^b y) = \lambda \ln Z(x, y) \quad (1.3.7)$$

où par simplicité nous nous sommes limités au cas de deux variables intensives (par exemple une température et un champ magnétique,  $x = (T - T_c) / T_c \equiv \varepsilon$ ,  $y = h$ ). Nous allons alors montrer que tous les exposants critiques peuvent s'exprimer à l'aide des deux nombres  $a, b$ . Le paramètre d'ordre s'obtient en dérivant par rapport à  $y = h$

$$\lambda^b m(\lambda^a \varepsilon, \lambda^b h) = \lambda m(\varepsilon, h) \quad (1.3.8)$$

Cette relation est vraie pour toute valeur de  $\lambda$ . En particulier nous pouvons choisir  $\lambda = \varepsilon^{-1/a}$ , ce qui donne à champ nul

$$m(\varepsilon, 0) = \lambda^{b-1} m(\lambda^a \varepsilon, 0) \quad (1.3.9)$$

De cette dernière expression, on déduit la relation

$$\beta = (1-b)/a \quad (1.3.10)$$

La susceptibilité généralisée s'obtient en dérivant une deuxième fois par rapport au champ

$$\lambda^{2b} \chi(\lambda^a \varepsilon, \lambda^b h) = \lambda \chi(\varepsilon, h) \quad (1.3.11)$$

ce qui donne

$$\gamma = \gamma' = (2b-1)/a \quad (1.3.12)$$

En utilisant le raisonnement ci-dessus, tous les exposants critiques peuvent ainsi être calculés à l'aide de  $a$  et  $b$ , qui jouent donc le rôle de *paramètres d'échelle*.

On peut aussi éliminer  $a$  et  $b$  entre ces relations; on obtiendra des nouvelles égalités entre les exposants critiques [14]:

L'égalité de Rushbrooke:  $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$

L'égalité de Griffiths:  $\alpha + \beta(\delta+1) = 2$

L'égalité de Widom:  $\gamma' = \beta(\delta-1)$

Ces relations sont vérifiées expérimentalement sur la plupart des systèmes: il n'existe donc bien que deux exposants nécessaires pour décrire des phénomènes critiques.

En fait, il découle des théories récentes des phénomènes critiques (*groupe de renormalisation*, voir paragraphe suivant), que tous les exposants critiques peuvent être calculés en fonction de deux nombres: le nombre de dimensions du système et la dimensionnalité  $n$  du paramètre d'ordre.

### 1.3.5. Auto-similarité, lois d'échelles et groupe de renormalisation

La théorie du groupe de renormalisation de Wilson[10,17] permet de rendre compte des lois d'échelle qui caractérisent les phénomènes critiques et l'universalité qui en découle.

Considérons le comportement d'un fluide comme l'eau. Loin du point critique il présente des fluctuations de densité sur une échelle atomique ( $\approx 1$  Angstrom). Si la température et la pression sont augmentées, la longueur d'onde des fluctuations devient plus importante. A proximité du point critique, apparaissent des fluctuations à toutes les échelles, à partir des fluctuations microscopiques jusqu'à la longueur de corrélation  $\xi$  qui tend vers l'infini au point critique. Du point de vue expérimental, les fluctuations macroscopiques sur des échelles de  $10^3$ - $10^4$  Angstrom reflètent la lumière ordinaire et produisent le phénomène de *l'opalescence critique*. L'apparition de corrélations de portée infinie dans un système avec des constituants qui interagissent avec des forces à très courte portée, est la caractéristique la plus étonnante des transitions de phase du deuxième ordre.

Le problème théorique qui se pose est comment gérer un problème avec toutes ces échelles de longueur. Le but du groupe de renormalisation est de réduire de façon systématique le grand nombre de degrés de liberté et le grand nombre d'échelles de longueur du système.

Dans le cas le plus général l'hamiltonien dépend de plusieurs constantes de couplage  $\vec{K}$

$$H = -\beta \bar{H} = K_1 \phi_1(\{s\}) + K_2 \phi_2(\{s\}) + \dots \quad (1.3.13)$$

où  $\{s\} = s_1, s_2, \dots, s_N$  représentent les degrés de liberté.

Une transformation  $R_b$  qui réduit toutes les longueurs d'un facteur  $b > 1$  ( $l^{(1)} = l/b$ ), est choisie pour l'hamiltonien

$$H^{(1)} = R_b[H] \quad ; \quad \vec{K}^{(1)} = R_b[\vec{K}] \quad (1.3.14)$$

de telle façon que la forme de l'hamiltonien soit préservée

$$H^{(1)} = Ng(\vec{K}) + K_1^{(1)}\phi_1(\{s\}_{j_1}) + K_2^{(1)}\phi_2(\{s\}_{j_1}) + \dots \quad (1.3.15)$$

et les fonctions  $\phi_k$  dépendent d'un nombre réduit de degrés de liberté  $\{s\}_{l=S_1, \dots, S_{Nl}}$  avec  $N^{(l)} = N/b^D$ .

Cette procédure s'appelle groupe de renormalisation car la transformation  $R$  satisfait la propriété de groupe

$$R_b[R_b[\vec{K}]] = R_{2b}[\vec{K}] \quad (1.3.16)$$

En réalité l'appellation de groupe est impropre (il s'agit plutôt d'un semi-groupe) car la transformation inverse n'existe pas: il n'est pas possible de reconstituer les interaction des degrés de liberté individuels à partir d'un bloc.

La fonction de partition est *auto-similaire* (forme préservée par le changement d'échelle)

$$\ln Z(N, \vec{K}) = \ln Z\left(\frac{N}{b^D}, \vec{K}^{(1)}\right) + Ng(\vec{K}) \quad (1.3.17)$$

La caractéristique la plus importante de la transformation est qu'elle peut être itérée

$$H^{(1)} = R[H] \quad ; \quad H^{(2)} = R[H^{(1)}] \quad \dots \quad (1.3.18)$$

Le processus de renormalisation converge vers des *points fixes*

$$H^* = R_b[H^*] \quad ; \quad \vec{K}^* = R_b(\vec{K}) \quad (1.3.19)$$

qui ont un spécifique *domaine d'attraction*, défini comme l'intervalle  $\Delta\vec{K}$  dans l'espace des constantes de couplage, qui correspond à une famille d'hamiltoniens qui sous renormalisation converge vers le même point fixe. Les hamiltoniens qui convergent vers un point fixe admettent un comportement critique.

En effet l'opération de renormalisation correspond à changer les échelles de longueur d'un facteur  $b$  : la longueur de corrélation sous renormalisation devient

$$\xi(\vec{K}^{(1)}) = b^{-1}\xi(\vec{K}) \quad (1.3.20)$$

En appliquant la procédure  $n$  fois nous avons

$$\xi(\vec{K}) = b^n \xi(R_{nb}(\vec{K})) \quad (1.3.21)$$

Si  $R_{nb}(\vec{K})$  approche un point fixe  $\vec{K}^*$  avec  $\xi(\vec{K}^*)$  non nulle, alors la longueur de corrélation du système physique  $\xi(\vec{K})$  doit être infinie.

Les points fixes correspondent à une *classe d'universalité* déterminée: il est possible de montrer que tous les hamiltoniens qui convergent au même point fixe présentent les mêmes comportements critiques avec les mêmes exposants. La non analyticité de la fonction de partition au point critique résulte de ce comportement limite quand le nombre d'itérations tend vers l'infini.

Pour fixer les idées considérons le cas de deux couplages  $K_1, K_2$  (par exemple une interaction constante à deux corps  $K_1 = \beta J$  et un champ externe  $K_2 = \beta h$ ). Il est possible de montrer que deux points fixes triviaux  $(K_1, K_2) = (0, 0)$  et  $(K_1, K_2) = (\infty, \infty)$  existent toujours. Il se peut que un autre point fixe soit présent,  $(K_1^*, K_2^*)$ . Dans l'espace bidimensionnel des constantes de couplage, le flot de renormalisation converge alors vers un des trois possibles points fixes. Si l'hamiltonien  $H$  possède un point critique  $(K_1^c, K_2^c)$ , nous pouvons considérer tous les hamiltoniens obtenus à partir de  $H$  en variant les couplages  $(J_1, J_2)$ . La relation entre les  $J_i$  et les  $K_i$ ,  $(K_1^c, K_2^c) = \beta_c(J_1, J_2)$  montre que le point critique décrit une courbe (*surface critique*) dans l'espace des constantes de couplage (voir figure 9). Nous venons de voir que seul un point a longueur de corrélation infinie peut converger vers le point fixe non trivial : donc le domaine d'attraction de  $(K_1^*, K_2^*)$  est donné par la surface critique : le flot des points critiques tend vers le point fixe  $(K_1^*, K_2^*)$ .

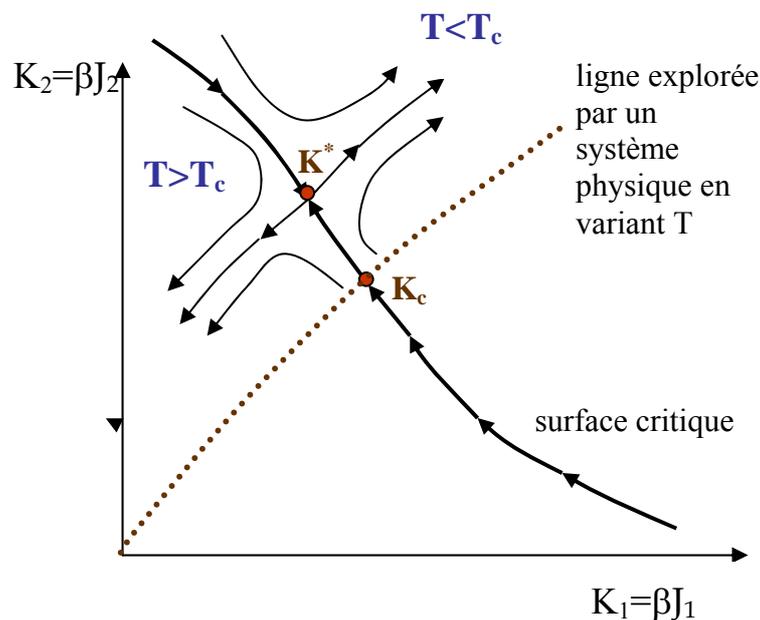


Figure 9 : représentation schématique du flot des constantes de couplage sous renormalisation pour un système à deux constantes de couplage.

L'espace des constantes de couplage peut donc être divisé en deux régions. Les couplages en dessous de la surface critique tendent vers l'origine (point fixe stable), c'est à dire le système converge sous renormalisation vers un système de degrés de liberté sans interaction. Au dessus de la surface critique le flot converge vers l'infini (l'état fondamental du système à  $\beta = \infty$ ). Ce dernier est aussi un point fixe stable au moins qu'ils n'existent de points fixes non triviaux. Aucune trajectoire ne peut traverser la surface critique car la renormalisation ne change pas les propriétés de phase du système: une phase ordonnée ne peut pas devenir désordonnée par simple changement d'échelle.

## 2. De la limite thermodynamique aux systèmes finis

### 2.1. Spécificité des systèmes finis [18-20]

#### 2.1.1. Equilibre et ergodicité[20,7]]

A priori les outils de la mécanique statistique introduits au paragraphe (1.1) sont définis pour un nombre arbitraire de degrés de liberté, et la limite thermodynamique de très grands systèmes n'est pas nécessaire pour donner un sens à des concepts comme la température ou l'équilibre. Toutefois la signification physique d'un ensemble statistique ou d'une équation d'état est très différente à la limite thermodynamique et dans les petits systèmes. En effet quand la limite thermodynamique s'applique, le théorème de Van Hove [11,21] garantit que les différents ensembles statistiques convergent vers le même état d'équilibre thermodynamique. Ceci signifie que l'ensemble statistique est essentiellement un outil mathématique dépourvu de véritable sens physique.

A l'opposé dans les systèmes finis les différents ensembles ne sont pas équivalents, ce qui implique que la pertinence et le sens physique des différents ensembles doit être analysée. D'un point de vue macroscopique, un ensemble statistique peut être vu comme une collection (infinie) de sous-systèmes (infinis) du système étudié dans une condition thermodynamique donnée. Avec cette interprétation une unique réalisation d'un système physique peut être considérée comme un ensemble statistique et discutée en termes d'équilibre. Cette interprétation n'est pas pertinente pour un système fini car les interactions de surface entre sous-systèmes ne peuvent être négligées : une réalisation unique d'un système physique ne peut pas être discutée en termes d'équilibre et l'ensemble de Gibbs doit être considéré comme un véritable ensemble de répliques physiques du système donné.

Une compréhension physique de ces répliques de Gibbs est donnée par l'hypothèse ergodique de Boltzmann. Dans cette interprétation l'ensemble statistique représente la collection des états successifs explorés par le système en évolution au cours du temps, et l'équivalence avec un ensemble de Gibbs est garantie par le théorème ergodique.

Cette interprétation toutefois souffre de plusieurs problèmes. Non seulement l'ergodicité ne peut pas en général être prouvée de façon rigoureuse, mais même pour un hamiltonien ergodique une expérience sur une échelle de temps finie peut très bien rester confinée dans un sous-espace de l'espace de phase total. Plus important encore, le concept d'ergodicité ne s'applique pas dans la plupart des expériences de physique, où le système n'est pas suivi au cours du temps mais les moyennes sont obtenues sur un grand nombre de répliques de systèmes préparés de façon semblable et observés à un temps défini. Dans cette condition il n'y a pas de connexion claire entre le temps de mesure et le temps nécessaire pour explorer uniformément l'espace accessible. Finalement, l'ergodicité s'applique seulement à des systèmes confinés, quand les expériences collisionnelles produisent des systèmes en expansion libre dans le vide. Le concept d'un équilibre stationnaire, uniquement défini par les variables conservées par la dynamique à l'intérieur d'une boîte hypothétique, n'est certainement pas adéquate pour décrire ce genre de systèmes.

Toutefois les approches statistiques, qui expriment la réduction de l'information disponible à un nombre limité d'observables collectives, restent extrêmement pertinents pour les systèmes complexes finis. La signification physique d'un tel ensemble statistique est différente du cas du système ergodique ou d'un 'coarse graining' macroscopique. L'hypothèse de base est que la dynamique est suffisamment complexe (*chaotique ou mixing*) pour que, en répétant une expérience plusieurs fois, l'ensemble des événements puisse peupler un espace de phase de façon assez 'démocratique' pour que les propriétés fondamentales de l'ensemble des événements soient dominées par un nombre limité de variables collectives. Dans ce cas, le postulat d'entropie maximale ne peut pas être justifié à partir du théorème ergodique, mais

doit être interprété comme un postulat d'information minimale du à la complexité de la dynamique et indépendamment de toute échelle de temps. Cette approche de théorie d'information est une extension très puissante de l'équilibre de Gibbs classique : toute observable peut être utilisée comme variable d'état, y compris les observables qui ne sont liées à aucune loi de conservation. Le prix à payer pour cette généralisation est que les contraintes et la matrice densité évoluent au cours du temps, ce qui signifie qu'il n'est pas possible d'ignorer entièrement la dépendance en temps du processus. Un exemple bien connu de cette approche conceptuelle est donné par les théories de champ moyen dépendent du temps, qui peuvent se dériver à partir d'un principe variationnel d'entropie maximale sous la contrainte de toutes les observables à un corps au cours du temps.

### 2.1.2. *Inéquivalence entre ensembles*[19,20]

La connaissance des interactions du système et des conditions spécifiques de l'expérience permette de définir les variables pertinentes pour notre étude, qui doivent être imposées comme contraintes et vont jouer le rôle de variables d'état (énergie, nombres de particules, volume, déformation, flot radial, flot elliptique...). Ces observables significatives peuvent être imposées sous forme de contraintes en valeur moyenne (voir paragraphe 1.1.1) ou comme lois de conservation exactes. Le prototype de ces deux ensembles statistiques possibles est donné par l'ensemble canonique et microcanonique. Dans les deux cas l'hamiltonien est utilisé comme contrainte, mais si tous les micro-états correspondent à la même énergie totale dans le cas microcanonique, l'énergie varie dans l'ensemble canonique avec une fluctuation qui est liée à la capacité calorifique du système (voir paragraphe 1.3.2)

$$\sigma_E^2 = CT^2 \quad (2.1.1)$$

Le choix entre les deux ensembles n'est pas anodin car en système fini les ensembles ne sont pas équivalents, comme nous allons montrer.

Dans l'approche microcanonique la maximisation de l'entropie (1.1.1) conduit à la distribution d'équilibre

$$p^{(n)} = \delta(E - E^{(n)}) / W(E) \quad (2.1.2)$$

et l'entropie de Boltzmann apparaît naturellement comme un cas particulier de l'entropie de Shannon

$$S(E) = \log W(E) \quad (2.1.3)$$

L'équation (1.1.7) donne l'équation d'état pour cet ensemble

$$T^{-1} = \partial_E S(E) \quad (2.1.4)$$

Si nous imposons l'énergie à l'aide du multiplicateur de Lagrange  $\beta$  la distribution des micro-états résulte immédiatement

$$p^{(n)} = e^{-\beta E^{(n)}} / Z(\beta) \quad (2.1.5)$$

où la fonction de partition s'écrit

$$Z(\beta) = \int dE e^{-\beta E} W(E) \quad (2.1.6)$$

L'équation (2.1.6) montre que le potentiel thermodynamique canonique  $\log Z_\beta$  et microcanonique  $\log Z_E = \log W$  sont liés par une transformation intégrale de Laplace. L'équation d'état canonique s'obtient à partir de l'éq.(1.1.5)

$$\langle E \rangle = -\partial_\beta \log Z(\beta) \quad (2.1.7)$$

Pour comparer cette équation à l'expression microcanonique (2.1.4), nous pouvons introduire l'entropie canonique contrainte, i.e. la transformée de Legendre de la fonction de partition éq.(1.1.6)

$$S_c(\langle E \rangle) = \log Z(\beta) + \beta \langle E \rangle \quad (2.1.8)$$

Comme la transformée intégrale de Laplace éq.(2.1.6) est différente de la transformée linéaire de Legendre (2.1.8), il est clair que les deux équations d'état sont différentes, c'est-à-dire les deux ensembles ne sont en général pas équivalents.

Cette discussion a été basée sur l'énergie comme contrainte, mais elle peut être aisément étendue à toutes les couples de variables thermodynamiquement conjuguées : les ensembles *extensifs* dans lesquels la variable d'état est une observable, et les ensembles *intensifs* caractérisés par le Lagrange conjugué ne sont pas équivalents.

A la limite thermodynamique, le théorème de la limite centrale de Laplace garantit que les distributions sont gaussiennes. Dans cette limite la fonction qui apparaît dans l'intégrale (2.1.6)  $f(E) = W(E) \exp(-\beta E)$  est une gaussienne, et l'intégrale est analytique (*approximation de point selle*)

$$Z_\beta \approx W(\bar{E}) \exp(-\beta \bar{E}) \sqrt{2\pi\sigma_E^2} \quad (2.1.9)$$

Cette équation montre que l'équivalence des ensembles, violée dans les systèmes finis, est rétablie à la limite thermodynamique [22].

### 2.1.3. Conditions aux bords et états du continuum [23]

Une complication additionnelle dans l'étude de la mécanique statistique des systèmes finis est donnée par le problème des conditions aux bords. En effet si le système présente des états dans le continuum les ensembles statistiques ne sont pas définis en l'absence de conditions aux bords. Pour étudier l'équilibre à densité non nulle, la procédure habituelle consiste à introduire une boîte artificielle de volume  $V$  dans laquelle le système est confiné. D'un point de vue mathématique ceci correspond à définir l'équation d'une surface (par exemple un cube)  $\sigma(x,y,z)=0$  et imposer que la fonction d'onde s'annule sur la surface et au delà.

En introduisant le projecteur  $\hat{P}_S$  associé, les conditions aux bords s'écrivent donc  $\hat{P}_S|\psi\rangle = 0$  ou  $\langle \hat{P}_S \rangle = \langle \psi | \hat{P}_S | \psi \rangle = 0$  (on rappelle la propriété des projecteurs  $\hat{P}_S^2 = \hat{P}_S$ ).

Si nous imposons la contrainte additionnelle  $\langle \hat{P}_S \rangle = 0$  à la maximisation de l'entropie, l'éq.(1.1.4) pour la distribution d'équilibre devient

$$\hat{D}_{\lambda S} = \frac{1}{Z_{\lambda S}} \exp\left(-\bar{\lambda} \bar{A} - b_S \hat{P}_S\right) \quad (2.1.10)$$

Cette équation montre que la thermodynamique du système dépend de la structure de la surface  $S$  : pour les mêmes caractéristiques globales (densités, énergies), il y a aura autant d'ensembles statistiques que de conditions aux bords.

Cette situation non satisfaisante dépend du fait que la spécification de  $\langle \hat{P}_S \rangle$  demande la connaissance exacte de la surface en tout point, ce qui n'est pas compatible avec le principe fondateur de la mécanique statistique des petits systèmes basé sur l'information minimale. Ce raisonnement montre que l'imposition d'une boîte fictive pour confiner le système, qui est à la base de l'ensemble microcanonique isochore  $W(E,N,V)$ , est non physique pour étudier la mécanique statistique des systèmes finis avec continuum.

Une possibilité de sortir de cette impasse est d'utiliser encore la théorie de l'information pour traiter notre connaissance incomplète des conditions aux bords, en imposant une hiérarchie d'observables décrivant la taille et la forme de la distribution de matière. Par exemple si nous imposons seulement la connaissance du rayon carré moyen  $\langle \hat{R}^2 \rangle$  l'ensemble statistique pertinent est un ensemble 'isobare'

$$\hat{D}_{\lambda\omega} = \frac{1}{Z_{\lambda\omega}} \exp\left(-\bar{\lambda}\hat{A} - \omega\hat{R}^2\right) \quad (2.1.11)$$

où  $\omega=p/T$  représente une pression surfacique divisée par une température.

Une application typique de l'équation (2.1.11) est donnée par l'hypothèse de *freeze-out* proposée pour les systèmes transients produits par collision : dans cette hypothèse la création d'entropie s'arrête à un temps défini, au bout duquel les partitions sont essentiellement gelées à cause de l'absence d'interaction. Ce *freeze-out* a lieu à densité finie, ce qui implique que parmi les variables collectives qui caractérisent l'ensemble statistique nous devons inclure au moins une observable caractérisant la taille moyenne du système.

Le choix d'un ensemble 'isobare' à la place d'un ensemble 'isochore' a des conséquences importantes sur la thermodynamique à cause de la non équivalence des ensembles discutée plus haut : par exemple seulement dans un ensemble isobare la capacité calorifique d'un système isolé est attendue négative dans une transition du premier ordre, et divergente dans une transition du deuxième ordre.

#### 2.1.4. Ensembles statistiques dépendant du temps[2,23,24]

Nous venons de voir que les systèmes physiques isolés en présence de continuum peuvent être traités statistiquement seulement si nous introduisons dans l'équilibre au moins une observable reliée à la taille du système. Comme ces observables ne sont pas des constantes du mouvement, ces états sont par nature non stationnaires : en l'absence d'une force de rappel, la taille du système augmente dans le temps et des flots collectifs sont générés.

La nature non stationnaire de ces ensembles statistiques, et le fait que les temps de *freeze-out* peuvent être fluctuants et différents pour des différentes observables, conduit à introduire une généralisation des ensembles de Gibbs à des processus dépendant du temps.

Une situation dans laquelle le(s) temps  $t_l$  où les observables sont figées ne coïncide pas avec le temps  $t$  d'observation du système peut être modélisée en modifiant le principe variationnel (1.1.3)

$$-Tr\left(\hat{D}(t)\ln\hat{D}(t)\right) - \sum_{l=0}^L \lambda_l \langle \hat{A}_l \rangle_{t_l} = \max \quad (2.1.12)$$

où  $\langle \hat{A}_l \rangle_{t_l} = Tr\left(\hat{D}(t_l)\hat{A}_l\right)$  est la valeur moyenne de l'observable  $A_l$  au temps  $t_l$ .

Considérons par simplicité une seule observable  $A$  observée au temps  $t_0$ . L'utilisation de l'équation d'évolution pour la matrice densité  $\partial\hat{D}/\partial t = -i\hbar[\hat{H},\hat{D}]$  conduit naturellement à la définition de nouvelles contraintes qui prennent en compte l'évolution temporelle entre le temps  $t_0$  et  $t$

$$\hat{B}^{(p)} = -i[\hat{H},\hat{B}^{(p-1)}] \quad ; \quad \hat{B}^{(0)} = \hat{A} \quad (2.1.13)$$

La matrice densité qui décrit le processus dépendant du temps s'écrit

$$D_{\lambda\nu} = Z_{\lambda\nu}^{-1} \exp\left[-\lambda\hat{A} - \sum_{p=1}^{\infty} \nu^{(p)}\hat{B}^{(p)}\right] \quad (2.1.14)$$

avec des nouveaux multiplicateurs de Lagrange  $v^{(p)} = \lambda(t - t_0)^p / p!$ . Ce formalisme résulte particulièrement utile quand les opérateurs  $B^{(p)}$  forment une algèbre de Lie fermée : dans ce cas une information limitée, i.e. un nombre fini de contraintes, permet une description exacte de l'évolution du système à tous les temps.

### 2.1.5. Exemple : la dynamique de l'expansion[23]

Un exemple intéressant pour les processus collisionnels est celui d'un système de particules de masse  $m$  initialement préparé au temps  $t_0$  et en expansion libre pour  $t > t_0$ . La condition initiale étant donnée par l'équation (2.1.11), l'évolution aux temps successifs conduit naturellement à l'apparition d'une nouvelle contrainte de flot collectif radial

$$\hat{B} = -i\hbar[\hat{H}, \hat{R}^2] = \frac{1}{m} \left( \vec{\hat{R}} \cdot \vec{\hat{P}} + \vec{\hat{P}} \cdot \vec{\hat{R}} \right) \quad (2.1.15)$$

et d'autres termes apparaissent dus aux commutateurs avec la partie d'interaction de l'hamiltonien. Il est intéressant de remarquer que si le système est sans interaction, comme il est le cas si  $t_0$  coïncide avec le temps de *freeze-out*, alors la série (2.1.14) peut être resommée exactement et la solution à tous les temps s'écrit

$$\hat{D}_{\beta\lambda h} \propto \exp \left( -\beta(t) \frac{\sum_i (\hat{p}_i - h(t)\hat{r}_i)^2}{2m} - \lambda(t)\hat{R}^2 \right) \quad (2.1.16)$$

Nous pouvons reconnaître un équilibre ordinaire de Gibbs dans le référentiel en expansion, avec une température effective  $\beta$ , une pression  $\lambda$  et un facteur de Hubble  $h$  dépendant du temps

$$\begin{aligned} \beta(t) &= \beta_0 + 2\lambda_0(t - t_0)^2 / m \\ \lambda(t) &= \lambda_0 - \frac{m}{2} \beta(t)h^2(t) \\ h(t) &= \frac{2\lambda_0(t - t_0)}{\beta m + 2\lambda_0(t - t_0)^2} \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

## 2.2. Effets de taille finie dans les transitions du premier ordre

### 2.2.1. Transitions de phase dans les systèmes finis[18-19]

Nous avons déjà introduit dans le paragraphe (1.2.2) le concept de coexistence de phase à la limite thermodynamique à travers la construction de Maxwell, ou la construction de Gibbs pour les systèmes composés de plusieurs types de particules (voir figure 10). Chaque fois que l'entropie contrainte d'un système homogène présente une convexité ou courbure négative en fonction d'une variable extensive  $\Phi$ , elle peut être maximisée en introduisant les partitions dishomogènes qui consistent en une combinaison linéaire (*séparation de phase*, ligne tiretée) des solutions  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  correspondant à la même valeur pour les variables intensives, i.e. à la même dérivée  $S'(\Phi)$  (*équilibre de phase*). Pour obtenir cette solution nous avons explicitement utilisé l'extensivité de l'entropie  $S(\Phi) = Vs(\Phi/V)$ , ce qui est valable seulement à la limite thermodynamique.

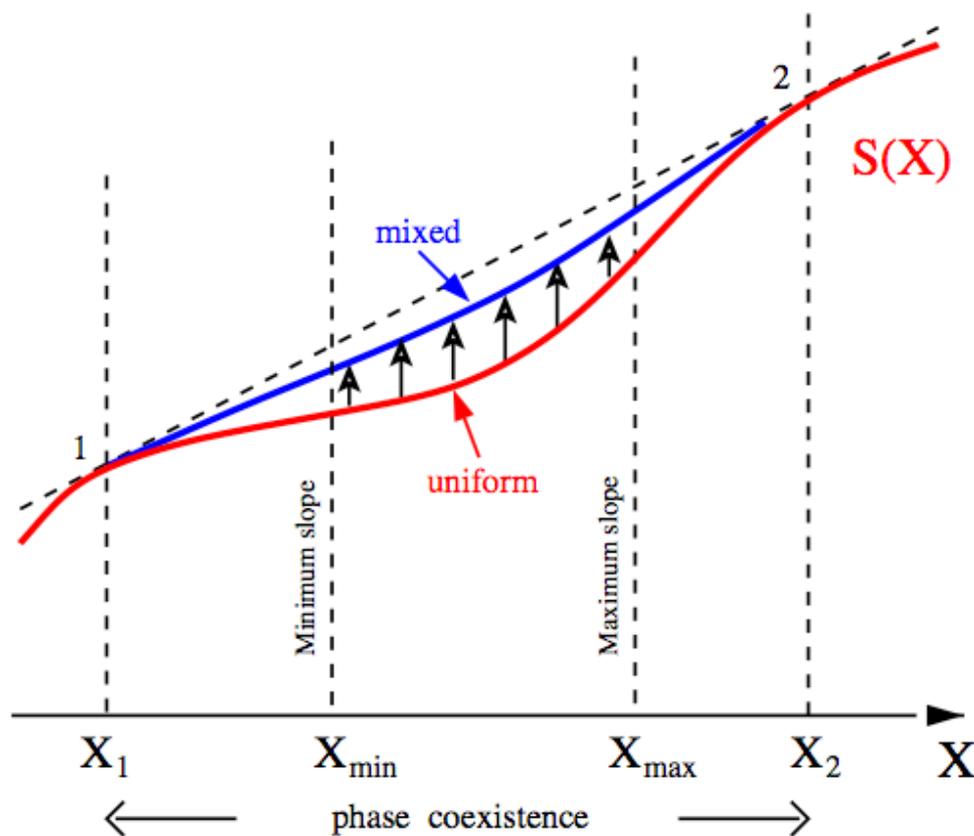


Figure 10 : représentation schématique de l'entropie contrainte en fonction du paramètre d'ordre  $\Phi=X$  pour un système fini présentant une transition de phase du premier ordre.

Pour tout système fini l'introduction de partitions mixtes augmente l'entropie par rapport au système uniforme sans toutefois combler le défaut de convexité, car la présence de surfaces dans les partitions du système fini réduit l'entropie par rapport à la valeur limite avec un terme d'entropie de surface  $\propto N^{-2/3}$  [25]. Ceci est très facile à comprendre si on prend l'exemple de la transition liquide-gaz avec l'énergie comme paramètre d'ordre. Les partitions mixtes du système fini correspondent alors à une goutte de liquide entourée de vapeur. La densité d'énergie d'un tel mélange composé d'une fraction  $\alpha$  de liquide et  $(1-\alpha)$  de vapeur s'écrit

$$e = \alpha e_l + (1 - \alpha) e_v = \alpha(e_0 + e_s N^{-1/3}) + (1 - \alpha) e_v \quad (2.2.1)$$

où la densité d'énergie de surface du liquide  $e_s$  est une quantité positive. Ce raisonnement montre que les partitions mixtes du système fini correspondent à une densité d'énergie plus élevée par rapport à la limite thermodynamique, et ne peuvent donc pas compenser le défaut de concavité [25].

Par conséquent nous nous attendons à pouvoir signer une transition de phase du premier ordre dans un système fini par une convexité de l'entropie contrainte à l'équilibre, ou de façon équivalente (voir 1.2.2) par une susceptibilité négative associée à une variable extensive  $X$ , qui peut être identifiée avec le paramètre d'ordre de la transition,  $X=\Phi$ .

### 2.2.2. Le théorème de Yang Lee

Une approche plus formelle et, comme nous allons voir, équivalente à la précédente, est donnée par le théorème du cercle unitaire de Yang et Lee[26].

Nous savons (paragraphe 1.1.4) qu'une transition du premier ordre peut être reconnue par la non analyticité (un point anguleux) du potentiel thermodynamique  $G=-T\log Z$  pour une valeur  $\beta_t$  de la variable intensive pertinente (température, pression, potentiel chimique...).

Dans le cas d'un système fini la fonction de partition est une somme finie de fonctions du type exponentiel, elle est donc partout analytique. Ceci signifie que les équations d'état sont nécessairement continues, et il n'y a aucune différence qualitative avec les équations d'état d'un système qui à la limite thermodynamique ne présente pas de transition.

En ce sens les transitions de phase ne peuvent donc pas être définies dans un système fini.

Si la fonction de partition ne peut s'annuler pour aucune valeur réelle de  $\beta$ , elle présente toutefois des zéros dans le plan  $\gamma=\beta+i\eta$  des  $\beta$  complexes.

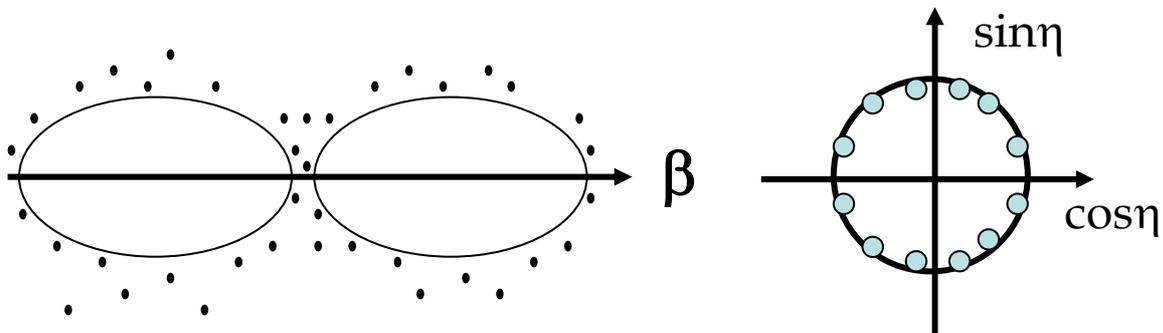


Figure 11 : représentation schématique du théorème du cercle unitaire de Yang et Lee. Partie gauche : distribution des zéros de  $Z$  dans le plan des températures complexes  $\gamma=\beta+i\eta$  ; les régions à l'intérieur des ellipses correspondent aux intervalles d'analyticité de  $Z$ . Partie droite : distribution des zéros d'un système fini présentant à la limite thermodynamique une transition du premier ordre.

Le théorème de Yang Lee [11,26], que nous nous limitons à énoncer, permet de montrer que

- Pour toute région  $R$  entourant l'axe réel qui ne contient pas de zéro de  $Z$ ,  $\lim(N \rightarrow \infty) \log Z / N$  est une fonction analytique ;
- Une transition de phase est associée à un zéro réel à la limite thermodynamique,  $\beta_0+i\eta_0$  avec  $\eta_0 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$  ;
- Si les zéros du système fini sont asymptotiquement distribués de façon uniforme sur l'axe imaginaire avec une densité  $g(\eta) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} cN / 2\pi$  proportionnelle au nombre de particules, la transition est du premier ordre.

Le théorème de Yang Lee (voir figure 11) permet de définir de façon rigoureuse les transitions du premier ordre dans les systèmes finis, sur la base de la distribution des zéros de la fonction de partition dans le plan complexe. Dans le prochain paragraphe nous allons montrer que cette définition peut être reconduite, moyennant quelques hypothèses, aux anomalies de courbure de l'entropie contrainte introduites plus haut.

### 2.2.3. Transitions du premier ordre et anomalies thermodynamique

#### 2.2.3.1. Bimodalités[18,27,28]

La distribution des zéros de la fonction de partition dans le plan des Lagranges complexes peut se connecter directement aux propriétés topologiques de la distribution de probabilité du paramètre d'ordre. En effet la fonction de partition  $Z_\gamma$  en tout point de l'espace peut être réécrite comme transformée de Fourier de la distribution de probabilité  $P(\Phi)$  du paramètre d'ordre  $\Phi$

$$Z_\gamma = Z_\beta \int d\Phi P_\beta(\Phi) e^{-i\eta\Phi} \quad (2.2.2)$$

Les propriétés des transformées de Fourier permettent donc d'associer la distribution des zéros de  $Z$  à la structure de la distribution de probabilité du paramètre d'ordre. En particulier, si  $P(\Phi)$  est monomodale, une approximation de point selle autour du maximum  $\Phi_0$  donne

$$Z_\gamma = \exp(f_\gamma(\Phi_0))$$

$$f_\gamma(\Phi) = \ln P_\beta(\Phi) - i\eta\Phi + \frac{1}{2}\eta^2\sigma^2(\Phi) + \frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2(\Phi)) + cst \quad (2.2.3)$$

avec  $\sigma^{-2} = -\partial_\Phi^2 \ln P_\beta(\Phi)$ . Cette équation montre qu'une distribution monomodale ne peut pas être associée à une transition de phase. Si à l'opposé la distribution est bimodale, nous pouvons utiliser une double approximation du point selle qui sera valable à la limite thermodynamique autour des deux maxima  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$

$$Z_\gamma = \exp(f_\gamma(\Phi_1)) + \exp(f_\gamma(\Phi_2)) \quad (2.2.4)$$

Contrairement à l'expression (2.2.3), cette forme permet des zéros pour  $Z$  dans le plan complexe. La fonction de partition s'annule pour

$$f_\lambda(\Phi_1) - f_\lambda(\Phi_2) = i(2n+1)\pi \quad (2.2.5)$$

ou aussi

$$\eta = (2n+1)\pi / (\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$\Re(f_\lambda(\Phi_1) - f_\lambda(\Phi_2)) = 0 \quad (2.2.6)$$

La solution des équations (2.2.6) à proximité de l'axe réel définit un  $\beta$  qui peut être identifié avec le  $\beta$  de transition  $\beta_t$ . Si la structure bimodale persiste à la limite thermodynamique, alors les équations (2.2.6) montrent que le lieu des zéros correspond à une ligne perpendiculaire à l'axe réel avec une distribution uniforme comme demandé par le théorème de Yang et Lee. Cette démonstration nous permet d'énoncer une deuxième définition de transition de phase du premier ordre dans un système fini :

*une transition du premier ordre dans un système fini est caractérisée par une distribution bimodale (ou multimodale, si plus de deux phases coexistent au même temps) du paramètre d'ordre  $\Phi$ , dans l'ensemble intensif où  $\Phi$  est contrôlé à travers la variable intensive associée.*

Un exemple typique est une distribution d'énergie bimodale dans l'ensemble canonique pour la transition solide – liquide qui présente une chaleur latente finie : l'énergie est donc paramètre d'ordre. Cette définition de transition de phase a été utilisée expérimentalement pour caractériser la fusion d'agrégats métalliques [29].

### **2.2.3.2. Susceptibilités négatives[18,25]**

Cette définition de transition du premier ordre comme bimodalité dans la distribution du paramètre d'ordre est exactement équivalente au critère de concavité de l'entropie contrainte défini plus haut. En effet la distribution d'une variable extensive générique  $\Phi$  peut s'écrire

$$\begin{aligned} P_\beta(\Phi) &= Z_\beta^{-1} W(\Phi) \exp(-\beta\Phi) = Z_\beta^{-1} \exp(S(\Phi) - \beta\Phi) \\ &= Z_\beta^{-1} \exp(S_c(\Phi)) \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

où  $W(\Phi)$  est le nombre de micro-états correspondant à la valeur  $\Phi$ . Il est clair à partir de l'équation (2.2.7) que une bimodalité dans  $P(\Phi)$  est exactement équivalente à un défaut de concavité dans l'entropie associée. En plus, en rappelant la définition de l'équation d'état (1.1.7) nous pouvons immédiatement déduire

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \Phi^2} > 0 \Leftrightarrow \chi^{-1} = -\frac{\partial \lambda_\Phi}{\partial \Phi} < 0 \quad (2.2.8)$$

où  $\lambda_\Phi$  est la variable intensive associée au paramètre d'ordre dans l'ensemble statistique dans lequel  $\Phi$  est contrôlé événement par événement – c'est-à-dire la valeur de  $\Phi$  est rigoureusement la même dans tous les micro-états (ex : microcanonique) - et  $\chi$  est la susceptibilité associée.

Si nous prenons encore l'exemple d'une transition avec chaleur latente (i.e. l'énergie comme paramètre d'ordre), l'équation (2.2.8) implique que la capacité calorifique d'un système isolé est négative dans une transition du premier ordre. Un exemple est donné dans la figure 12 pour le modèle de gaz sur réseau, qui est connu présenter une transition de phase du type liquide-gaz. Nous pouvons voir que la région de probabilité minimale pour le système en contact avec un bain thermique (i.e. canonique) correspond bien à une capacité calorifique négative pour le système isolé (i.e. microcanonique). Comme nous avons vu dans le paragraphe (1.2.4), cette région de faible probabilité pour le système fini à l'équilibre, est une région d'instabilité à la limite thermodynamique : les échanges d'énergie avec le réservoir conduisent le système à l'intérieur de la coexistence à rejoindre l'un de deux pics de probabilité. Si le système est isolé la séparation de phase n'est pas possible et cette région à capacité calorifique microcanonique négative n'est pas seulement stable, mais peut survivre jusqu'à la limite thermodynamique, ce qui est un clair exemple de non équivalence des ensembles (voir paragraphe 2.1.2).

En ce qui concerne le système fini:

*si le paramètre d'ordre est contrôlé par une loi de conservation, une transition du premier ordre dans un système fini est caractérisée par un défaut de concavité de l'entropie associée, ce qui implique une inversion de pente de l'équation d'état correspondante et une susceptibilité associée négative.*

Cette définition a été utilisée pour proposer que la fragmentation d'agrégats hydrogène observée expérimentalement puisse s'interpréter comme une transition de phase du premier ordre [30].

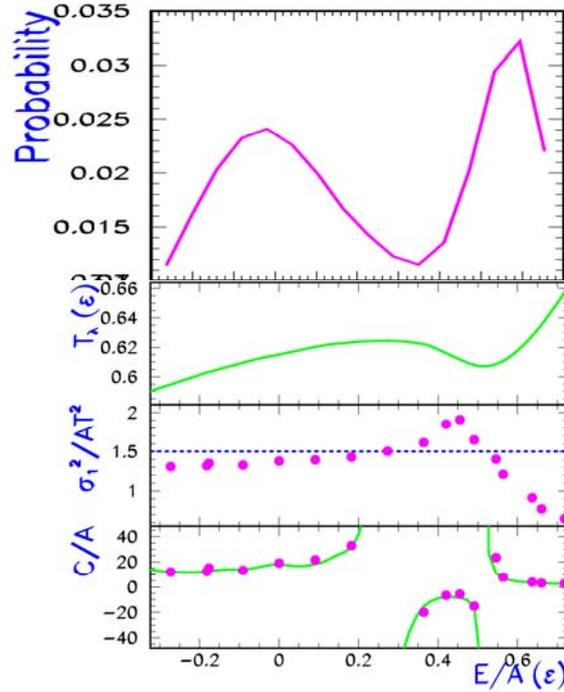


Figure 12 : Du haut vers le bas : distribution d'énergie canonique, température microcanonique, fluctuation partielle et capacité calorifique microcanonique en fonction de l'énergie dans le modèle de gaz dur réseau pour un système de 216 particules au dessous de la pression critique. Dans le dernier panneau la courbe continue représente la dérivée de l'équation d'état, et les symboles donnent l'expression approximée eq. (2.2.14). Tirée de [31].

### 2.2.3.3. Fluctuations anormales[18,32]

La plus grande partie de systèmes physiques est caractérisée par plus d'une variable extensive pertinente, et il est en général difficile de toutes les mesurer dans une même expérience. Le comportement fonctionnel des variables intensives en fonction des variables extensives associées ne dépend alors pas seulement des propriétés de la surface d'entropie du système, mais aussi de la transformation effectuée dans l'espace des variables extensives.

Par exemple dans le cas de la transition liquide-vapeur, le nombre de particules, le volume et l'énergie sont tous trois paramètres d'ordre. La courbe calorifique  $T(E)$  d'un système fluide fini et isolé dépend alors de la variation – non nécessairement mesurable – du volume avec l'énergie selon l'équation

$$\frac{dT}{dE} = -\frac{1}{T^2} \left. \frac{\partial^2 S}{\partial E^2} \right|_{\omega} + \left. \frac{\partial T}{\partial \omega} \right|_E \frac{\partial \omega}{\partial E} \quad (2.2.9)$$

où  $\omega$  est le paramètre de Lagrange associé au rayon carré moyen du système fini (voir (2.1.11)). Ceci signifie que le comportement observé de la courbe calorifique, et plus en général, de la variable intensive mesurée en fonction du paramètre d'ordre, ne nous renseigne pas forcément sur l'équation d'état, à savoir sur les propriétés de convexité de l'entropie. Par conséquent dans les expériences la définition de transition de phase introduite dans le dernier paragraphe à partir de l'équation d'état, est de difficile application. Par exemple nous avons déjà mentionné dans le paragraphe (1.2.6) que la transition du premier ordre de la matière nucléaire ne présente pas de plateau dans la corrélation  $p(V)$  à cause de la

conservation du nombre de protons et de neutrons, qui impose la transformation  $Z/A=\text{cst}$  (voir figure 7). Pour la même raison, dans la transition correspondante dans les noyaux finis la fonctionnelle  $p(V,Z/A=\text{cst})$  est monotone, et ne présente pas d'inversion de pente bien que la compressibilité  $\partial_V^2 \log S$  soit bien négative à l'intérieur de la spinodale.

Dans tous ces cas il peut être utile d'utiliser une autre définition de transition du premier ordre dans les petits systèmes, basée sur les propriétés de fluctuations.

Considérons le cas où le système peut se diviser en deux sous parties statistiquement indépendantes

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 ; W(\Phi_1, \Phi_2) = W_1(\Phi_1) \otimes W_2(\Phi_2) \quad (2.2.10)$$

où  $\otimes$  indique le produit tensoriel. Supposons aussi que l'anomalie de concavité de l'entropie  $S=\log W$  concerne seulement le système 2, et que  $W_1$  soit une fonction sans accident. Un cas typique de cette division est donné par l'énergie cinétique et potentielle d'un système isolé. La distribution de  $\Phi_1$  dans l'ensemble où  $\Phi$  est conservé est donnée par

$$P_\Phi(\Phi_1) = \frac{W_1(\Phi_1)W_2(\Phi - \Phi_1)}{\int d\Phi_1 W_1(\Phi_1)W_2(\Phi - \Phi_1)} \quad (2.2.11)$$

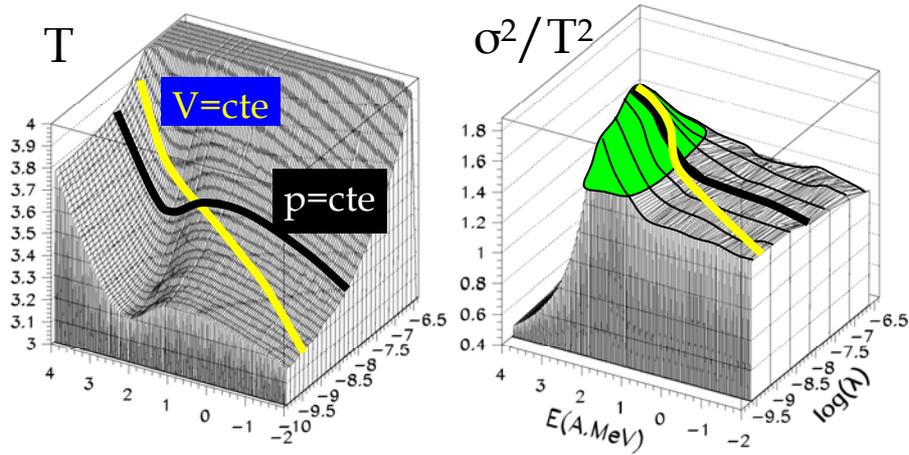


Figure 13 : Température (gauche) et fluctuation d'énergie cinétique (droite) en fonction de l'énergie et du Lagrange associé au volume moyen dans le modèle de gaz sur réseau pour un système de 216 particules. Deux transformations à pression constante et volume constant sont indiquées. La région correspondant à des fluctuations anormales selon l'éq.(2.2.14) est aussi indiquée. Tirée de [33].

Si la distribution de  $\Phi_1$  n'est pas bimodale, elle peut être évaluée par une approximation de point selle autour de son maximum. Il est alors immédiat de montrer que

$$\sigma^{-2} = \chi_1^{-1} + \chi_2^{-1} \quad (2.2.12)$$

où  $\sigma^2$  représente la variance de la distribution de  $\Phi_1$  et les susceptibilités partielles sont données par  $\chi_i^{-1} = -\partial_{\Phi_i}^2 \log W_i$ . Dans la même approximation gaussienne, la susceptibilité totale s'écrit

$$\chi^{-1} \cong \frac{1}{\sigma_{can}^2} \left( 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_{can}^2} \right) \quad (2.2.13)$$

où  $\sigma_{can}^2 = \chi_1^{can} = \partial \langle \Phi_1 \rangle / \partial \beta$  est la fluctuation attendue pour  $\Phi_1$  dans l'ensemble intensif où le paramètre d'ordre est contrôlé à travers son Lagrange (l'ensemble canonique si  $\Phi$  est une énergie). En particulierisant au cas de l'énergie comme paramètre d'ordre nous obtenons

$$\frac{C_1}{C} \cong 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_{can}^2} \quad (2.2.14)$$

où  $C$  est la capacité calorifique microcanonique,  $\sigma_{can}^2 = C_1 T^2$  (voir paragraphe 1.3.2) et  $C_1$  est la capacité calorifique pour un système sans interaction ( $C_1=3/2NT$  pour un système classique de  $N$  particules). Les équations (2.2.13)-(2.2.14) montrent que quand le paramètre d'ordre est contrôlé, la fluctuation d'un sous système  $\sigma$  peut être plus importante que dans le cas où le paramètre d'ordre est libre de fluctuer  $\sigma_{can}$ . Ces fluctuations anormalement élevées sont liées à un défaut de courbure dans l'entropie associée, donc à une susceptibilité négative et signent la transition de phase du premier ordre dans le système fini.

Un exemple de la qualité de l'approximation (2.2.14) pour remonter à la capacité calorifique est donné dans la figure 12.

L'équation (2.2.13) peut aisément se généraliser au cas de plusieurs variables intensives comme il est montré dans la figure 13.

Comme les fluctuations sont une variable d'état, l'observable de fluctuation anormale signe une capacité calorifique négative indépendamment de la transformation entre les états de différente énergie.

Cette observable est actuellement utilisée pour mesurer la capacité calorifique dans les expériences de multifragmentation nucléaire [34].

## 2.3. Effets de taille finie dans les phénomènes critiques

### 2.3.1. Finite size scaling[14,15]

Nous avons déjà discuté au paragraphe (1.3) que lors d'une transition du deuxième ordre le système présente un comportement critique. La divergence d'une dérivée seconde de la fonction de partition (susceptibilité)

$$\chi \propto |t|^{-\gamma} \quad t = \frac{T - T_c^\infty}{T_c^\infty} \quad (2.3.1)$$

traduit l'absence d'échelle caractéristique, ou invariance d'échelle, du système au point de transition. En effet le lien (1.3.5) entre susceptibilité et fonction de corrélation  $G$

$$\chi = V \int d\vec{s} G(\vec{s}) \propto s^{-1-\eta} e^{-s/\xi(t)} \quad (2.3.2)$$

montre qu'une divergence de la susceptibilité est liée à une divergence de la longueur de corrélation  $\xi$  du système par

$$\xi(t) \propto |t|^{-\nu} \quad (2.3.3)$$

où  $\gamma, \eta, \nu$  sont des exposants critiques.

Dans un système fini la longueur de corrélation est limitée par la dimension linéaire du système  $L$  et ne peut diverger. Dès que la longueur de corrélation approche  $L$  l'équation (2.3.2) montre que la susceptibilité, ainsi que toute autre variable thermodynamique, sature. Un comportement critique strictu sensu ne peut donc pas être défini pour un système fini. L'étude des comportements critiques dans les systèmes finis consiste donc dans la recherche des lois d'échelle que les variables thermodynamiques doivent présenter dans un système fini pour que le comportement à la limite thermodynamique soit critique. Cette théorie d'échelle, ou *finite size scaling*, peut s'obtenir en faisant l'hypothèse que à proximité d'un point critique, il existe aussi pour le système fini une seule échelle de longueur  $\xi(t)$  qui détermine la portée des corrélations. L'hypothèse d'échelle implique pour la susceptibilité

$$\chi(L, t) = |t|^{-\gamma} g(L / \xi(T)) \quad (2.3.4)$$

où  $g(x)$  est une *fonction d'échelle* qui a le comportement limite

$$g(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} cst \quad ; \quad g(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} x^{\gamma/\nu} \quad (2.3.5)$$

La première limite garantit le correct comportement critique à la limite thermodynamique, et la deuxième assure que la susceptibilité devient indépendante de la température quand la longueur de corrélation (du système infini) dépasse la dimension linéaire  $L$ . Cette forme prédit aussi que le pic de la susceptibilité pour le système fini doit grandir avec la taille du système comme

$$\chi_{\max} \propto L^{\gamma/\nu} \quad (2.3.6)$$

L'hypothèse d'échelle est par définition vérifiée pour  $L \rightarrow \infty$  et  $t \rightarrow 0$ . Ils n'existent par contre pas de théorèmes généraux quant au domaine de validité en taille et température. La vérification expérimentale de l'équation (2.3.4), (2.3.6) et des expressions analogues pour les autres variables thermodynamiques, permet de remonter aux exposants critiques dans les expériences conduites sur les systèmes finis.

### 2.3.2. Comportements pseudo-critiques en coexistence[35]

La vérification des lois d'échelle dans les systèmes finis est condition nécessaire mais non suffisante pour que le système infini correspondant présente un comportement critique. En effet nous avons discuté aux paragraphes (2.2.3.1), (2.2.3.3) que une transition du premier ordre dans un système fini est accompagnée de fluctuations très élevées dans la distribution du paramètre d'ordre. Si le paramètre d'ordre est libre de fluctuer cette distribution est bimodale, et si le paramètre d'ordre est contraint par une loi de conservation les fluctuations des variables corrélées sont anormalement grandes.

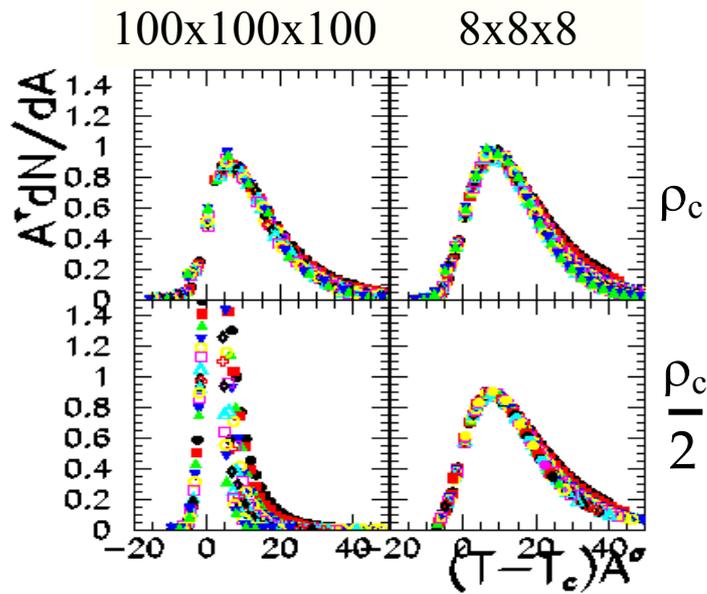


Figure 14 : Distribution de la taille des amas dans le modèle de gaz sur réseau à une densité correspondante à la transition du deuxième ordre (haut) et du premier ordre (bas) dans un réseau cubique de dimension linéaire  $L=8$  (droite) et  $L=100$  (gauche). Les propriétés d'échelle observées pour le petit système en transition du premier ordre disparaissent en augmentant la taille du système. Tirée de [36].

Etant donnée la connexion (1.3.4),(1.3.5) entre fluctuation et corrélation, il est alors clair que si le système est suffisamment petit pour que la longueur associée aux fluctuations dépasse la taille linéaire du système, le phénomène de coexistence de phase discuté au paragraphe (2.2) pourra produire des signaux analogues aux signaux attendus au point critique : une longueur de corrélation qui s'étend sur tout le système, des variables thermodynamiques qui saturent avec la température et un comportement d'échelle. Un exemple de ces *comportements pseudo critiques* est donné par la figure 14, qui montre la fonction d'échelle  $f$  obtenue par une ansatz analogue à l'équation (2.3.4) pour la distribution  $n$  de fragments produits en fonction de leur taille  $A$  [37]

$$n(A,t) = A^{-\tau} f(t, A^\sigma) \quad (2.3.7)$$

dans le modèle de gaz sur réseau. Seulement pour des tailles du système de l'ordre de  $10^6$  il est possible de se rendre compte que le comportement d'échelle observé à l'intérieur de la zone de coexistence est un effet de taille fini et ne correspond pas à une divergence de la longueur de corrélation.

## Références

- [1] E.T.Jaynes, « Information Theory and Statistical Mechanics », Statistical Physics, Brandeis Lectures, vol.3, 160 (1963)
- [2] R.Balian, « From microphysics to macrophysics », Springer Verlag (1982)
- [3] C.E.Shannon, Bell Syst.Tech. J 27, 379-623.
- [4] M.Le Bellac, « Des Phénomènes Critiques aux Champs de Jauge », EDP (1988)
- [5] T.Poston, I.Stewart, « Catastrophe Theory and its Applications », Pitman (1978)
- [6] A.Katz, « Principles of Statistical Mechanics », Freeman (1967)
- [7] R.C.Tolman, « Principles of Statistical Mechanics », Oxford University press (1962)
- [8] C.Ducoin, Thèse de l'Université de Caen (2006)
- [9] L.D.Landau, E.M.Lifshitz, « Statistical Physics », Pergamon Press, part I (1980)
- [10] L.P.Kadanoff, « Statistical Physics : Statics, Dynamics and Renormalization », World Scientific (2000)
- [11] K.Huang, « Statistical Mechanics », Wiley (1987)
- [12] N.K.Glendenning, Phys.Rep.342, 394 (2001)
- [13] C.J.Pethick, D.G.Ravenhall and C.P.Lorenz, Nucl.Phys.A584, 675 (1995)
- [14] H.E.Stanley, « Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena », Oxford University Press (1971)
- [15] C.Domb, in « Phase Transitions and Critical Phenomena », eds.C.Domb and M.S.Green, Academic Press (1974)
- [16] B.Widom, Journ.Chem.Phys. 43, 3898 (1962)
- [17] K.G.Wilson, Phys.Rev.B 4, 3174-3184 (1971)
- [18] F.Gulminelli, HDR de l'Université de Caen (2003) et Annales de Physique, sous presse
- [19] T.Daxois et al., « Dynamics and Thermodynamics of Systems with long range Interactions », Lecture Notes in Physics vol.602, Springer (2002)
- [20] F.Gulminelli and P.Chomaz, Phys.Rev.E 66, 046108 (2002)
- [21] L.Van Hove, Physica 16, 137 (1950)
- [22] R. L. Dobrushin and B. Tirozzi, Comm.Math.Phys. 54, no. 2, 173–192 (1977).
- [23] P.Chomaz, F.Gulminelli and O.Juillet, « Generalized Gibbs ensembles for time dependent Processes », Ann.Phys., in press
- [24] R.Balian, Y. Alhassid and P.G.Reinhardt, Phys.Rep. 131, 1 (1986)
- [25] D.H.E.Gross, « Microcanonical Thermodynamics : phase transitions in finite systems », Lecture Notes in Physics vol.66, World Scientific (2001)
- [26] C.N.Yang and T.D.Lee, Phys.Rev. 87, 410 (1952)
- [27] K.C.Lee, Phys.Rev.E 53, 6558 (1996)
- [28] P.Chomaz and F.Gulminelli, Physica A 330, 451 (2003)
- [29] M.Schmidt et al., Phys.Rev.Lett.86, 1191 (2001)
- [30] F.Gobet et al., Phys.Rev.Lett. 89, 183403 (2002)
- [31] F.Gulminelli et al., Europhys.Lett.50, 434 (2000)
- [32] P.Chomaz and F.Gulminelli, Nucl.Phys.A647, 153 (1999)
- [33] P.Chomaz, F.Gulminelli and V.Duflot, Phys.Rev.Lett.85, 3587 (2000)
- [34] M.D'Agostino et al., Nucl.Phys.A 699, 795 (2002)
- [35] F.Gulminelli and P.Chomaz, Phys.Rev.Lett.82, 1402 (1999)
- [36] F.Gulminelli and P.Chomaz, Int.Journ.Mod.Phys.E vol.8, n.6, 1 (1999)
- [37] D.Stauffer, A.Aharony, « Introduction to Percolation theory », Taylor and Francis (1992)



# Symétrie chirale en QCD et théorie effective de basse énergie

B. Moussallam

*Groupe de Physique Théorique, IPN  
Université Paris-Sud F-91406 Orsay Cédex, France*

## Résumé

La symétrie chirale en QCD joue un rôle important pour la physique nucléaire et permet de définir un paramètre d'ordre. Dans ce cours introductif, après avoir identifié le groupe de symétrie, on rappellera les arguments théoriques qui montrent le lien étroit entre le phénomène de brisure spontanée d'une partie de la symétrie et celui du confinement de la couleur. On introduira la méthode de la théorie effective qui permet, pour la physique de basse énergie, de traiter la brisure explicite de symétrie, par les termes de masse et les couplages au secteur électro-faible, d'une manière systématique.

## Abstract

The property of chiral symmetry of QCD plays an important role in nuclear physics and allows one to define an order parameter. In this introductory course, we will first identify the symmetry group and next recall the theoretical arguments which show the strong link between the phenomenon of spontaneous breaking of part of the symmetry and that of confinement of colour. The method of effective field theory will then be introduced, which applies at low energies, and permits to treat the explicit breaking of the symmetry by quark masses and couplings to the electro-weak sector in a systematic way.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>139</b>
<b>2</b>	<b>Avant la QCD</b>	<b>140</b>
<b>3</b>	<b>QCD : saveurs lourdes et légères</b>	<b>141</b>
<b>4</b>	<b>QCD chirale et terme de sources</b>	<b>143</b>
4.1	Sources physiques . . . . .	143
4.2	Sources générales : fonctions de Green . . . . .	144
<b>5</b>	<b>Identification de l'invariance chirale</b>	<b>146</b>
5.1	Courants conservés et anomalie axiale singlet . . . . .	147
5.2	Spectre de QCD chirale . . . . .	148
<b>6</b>	<b>Transformations du terme de source et identités de Ward</b>	<b>149</b>
<b>7</b>	<b>Brisure spontanée de symétrie, théorème de Goldstone</b>	<b>151</b>
7.1	Théorie des champs et théorème de Goldstone . . . . .	153
<b>8</b>	<b>Brisure spontanée de symétrie en QCD</b>	<b>154</b>
8.1	Conditions de t'Hooft de matching de l'anomalie . . . . .	154
8.2	Action de Wess-Zumino et Witten . . . . .	155
8.3	Paramètre d'ordre en QCD . . . . .	156
<b>9</b>	<b>Théorie effective à basse énergie</b>	<b>157</b>
9.1	Lagrangien chirale $O(p^2)$ . . . . .	158
9.2	Interprétation des constantes de couplage . . . . .	160
9.3	Masses des mésons pseudo-scalaires . . . . .	161
9.4	Rôle de la symétrie chirale pour les états massifs . . . . .	162
<b>10</b>	<b>Conclusions</b>	<b>164</b>

# 1 Introduction

La théorie des interactions fortes a été formulée en terme des degrés de liberté élémentaires des gluons et des quarks en 1972[1, 2], c'est la chromodynamique quantique ou QCD. Un aspect remarquable de la physique associée est de présenter deux régimes très différents suivant que l'on considère un domaine d'énergie grand ou non devant 1 GeV. Dans le premier cas, on se trouve dans le régime dit perturbatif. En d'autres termes on peut calculer les observables en utilisant la théorie de perturbation, ce qui permet d'exprimer ces dernières en puissances de la constante de couplage  $\alpha_s$  qui est inférieure à 1 dans ce régime. Dans cette situation, la théorie est aujourd'hui bien testée. L'autre régime, non perturbatif, concerne un vaste domaine de physique (toute la physique nucléaire en fait partie). Dans ce domaine, on est encore loin de savoir évaluer avec précision les prédictions de la théorie. Le cours d'Olivier Pène explique l'approche numérique : la QCD sur réseau. En parallèle plusieurs approches moins générales mais analytiques se sont développées qui utilisent des méthodes de "théorie effective" pour aborder un aspect de physique particulier : ainsi pour les quarks lourds des méthodes ayant pour sigles HQET, NRQCD ou pour les quarks légers CHPT<sup>1</sup>... L'idée de ce type d'approche est de se concentrer sur un champ d'application restreint ce qui permet de restreindre le nombre de degrés de liberté que l'on traite dynamiquement. Pour citer un exemple bien connu, les désintégrations faibles des particules légères peuvent se traiter avec la théorie de Fermi, qui ne considère pas les degrés de liberté des bosons  $W$  ou  $Z$ .

Dans ce cours seront exposés quelques aspects de la QCD liés à une symétrie globale particulière : la symétrie chirale. Cette symétrie est présente dans une situation non physique où deux quarks ou plus auraient une masse *exactement nulle*. Dans cette situation, la propriété dynamique importante est celle de "brisure spontanée" de cette symétrie" (nous expliquerons ce que cela veut dire). On rappellera les arguments, dus à 't Hooft, qui montrent que cette propriété vis 'a vis de la symétrie chirale est une conséquence directe d'une autre propriété bien connue : le confinement. Par rapport au thème de cette école, celui de la matière hadronique dense et chaude, il est utile de garder à l'esprit que c'est la symétrie chirale qui permet de définir un paramètre d'ordre. Comme vous le savez, aucun des quarks présents dans la nature n'a une masse nulle. Toutefois deux et probablement trois des quarks physiques ont une masse si légère que la propriété de symétrie chirale domine la physique associée. Par exemple, toute la physique nucléaire est celle que nous connaissons à cause du fait que la masse du pion est beaucoup plus légère que celle du proton ou du neutron ce qui est une conséquence directe de la proximité de la limite chirale. On montrera comment formuler une théorie effective qui permet

---

<sup>1</sup>Ce qui signifie, respectivement "heavy quark effective theory", non-relativistic QCD" et "chiral perturbation theory"

d'exploiter cette symétrie et de traiter les masses des quarks légers perturbativement de manière systématique. Par nécessité, le champ couvert ici sera restreint, un bon livre pour en savoir plus est la ref.[3].

## 2 Avant la QCD

L'existence d'une symétrie chirale pour les interactions fortes a été soupçonnée bien avant la formulation définitive de la QCD. Il est utile de commencer par un bref rappel historique en remontant à un article de Feynman et Gell-Mann[4] de 1958. Dans cet article, les auteurs cherchent à construire une théorie de l'interaction faible plus générale que celle de Fermi et écrivent le lagrangien sous la forme suivante

$$\mathcal{L} = \frac{-G_F}{\sqrt{2}} \left\{ (V_\mu - A_\mu) \times \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_e + h.c. \right\} \quad (1)$$

$V_\mu$  et  $A_\mu$  sont deux opérateurs agissant sur les hadrons et se comportant du point de vue des transformations de Lorentz, de la parité et de la conjugaison de charge, respectivement comme un courant vectoriel et un courant axial. La proposition nouvelle est l'affirmation que  $V_\mu$  pouvait être identifié au courant conservé associé à la symétrie d'isospin de l'interaction forte. Par analogie, ils proposent que le courant axial pourrait être lui aussi conservé, on aurait donc

$$\partial^\mu V_\mu = 0, \quad \partial^\mu A_\mu = 0. \quad (2)$$

L'idée est ensuite reprise par Nambu[5] qui fit l'observation très simple mais importante que, pour que le courant axial soit conservé, l'élément de matrice entre un neutron et un proton doit avoir la forme suivante (on considère la limite où le transfert d'impulsion tend vers zéro)

$$\langle p(p_1) | A^\mu(0) | n(p_2) \rangle_{(p_1-p_2)^2 \rightarrow 0} = g_A \bar{u}_p(p_1) \left[ \gamma^\mu \gamma^5 - \frac{2M_p(p_1 - p_2)^\mu}{(p_1 - p_2)^2} \gamma^5 \right] u_n(p_2) \quad (3)$$

Dans cette limite  $(p_1 - p_2)^2 = 0$  on voit apparaître un pôle ! En mécanique quantique un pôle correspond à la propagation d'une particule de masse nulle. Pour pouvoir se coupler au courant axial cette particule doit avoir les mêmes nombres quantiques que le pion. Nambu en conclut donc que l'hypothèse du courant axial conservé impliquait que la masse du pion était nulle. Ceci n'est pas le cas dans la réalité, évidemment, mais il est également clair que le pion est une particule particulièrement légère en regard de tous les autres hadrons, ce qui conduit Nambu à proposer que le courant axial était "presque" conservé. Peu après, Nambu et Jona-Lasinio[6] ainsi que Goldstone[7] découvrirent (à partir de modèles) une propriété importante de la

théorie des champs (c'est à dire de systèmes ayant un nombre infini de degrés de liberté dynamiques) : un groupe de symétrie continu peut être "spontanément brisé" et dans ce cas, apparaissent des particules de masse nulle. Dans la suite, nous allons voir comment ces idées s'intègrent dans la QCD.

### 3 QCD : saveurs lourdes et légères

Le lagrangien de la QCD a été présenté en détail par O. Pène et P. Aurenche et comprend essentiellement un terme de Yang-Mills pour les gluons et un terme qui couple les gluons et les quarks :

$$L_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} + \sum_{f=1}^6 \bar{q}_f^i [i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m_f \delta_{ij}] q_f^j + L_{QCD}^\theta + L_{QCD}^{sources}$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (D_\mu)_{ij} = \partial_\mu \delta_{ij} - i g_s G_\mu^a \frac{\lambda_{ij}^a}{2}. \quad (4)$$

Le QCD est l'exemple typique d'une théorie de jauge non Abélienne dont le groupe de jauge est  $SU(3)_C$ . Pour les quarks, dans la formule (4), l'indice  $f$  se rapporte à la saveur et l'indice  $i = 1...3$  à la couleur. L'indice de couleur pour les quarks ne sera généralement pas indiqué explicitement dans la suite pour alléger les notations.

Rappelons quelques propriétés des différents termes et paramètres. Remarquons d'abord le  $\theta$ -terme,

$$L_{QCD}^\theta = \theta \frac{\alpha_s}{8\pi} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} G_{\mu\nu}^a G_{\alpha\beta}^a, \quad (5)$$

qui doit être présent, en toute généralité<sup>2</sup>, et viole l'invariance par parité ainsi que par renversement du sens du temps<sup>3</sup>. Expérimentalement, toutefois, la recherche d'un moment dipolaire électrique du neutron montre que le paramètre  $\theta$ , que l'on pourrait s'attendre à être de l'ordre de 1, est extrêmement petit :  $|\theta| \lesssim 3 \cdot 10^{-10}$ . On mentionne ce terme ici car les quarks légers jouent un rôle dans la physique associée. On peut en effet montrer que toute observable physique (pour  $\theta$  petit) fait intervenir la combinaison (pour plus de détails voir [3] chap. IX)

$$\theta \times \frac{m_u m_d}{m_u + m_d}. \quad (6)$$

En particulier, le  $\theta$ -terme n'aurait aucun effet physique si l'un des quarks avait une masse exactement égale à zéro.

<sup>2</sup>Ce terme peut être réécrit comme une divergence. Il donne lieu, néanmoins à des effets physiques à cause du caractère non-Abélien de la QCD

<sup>3</sup>En effet, un terme typique est de la forme  $G_{01}^a G_{23}^a$ . On voit facilement que ce terme change de signe si on change  $t$  en  $-t$  ou si on change le signe des 3 coordonnées spatiales.

Les paramètres qui apparaissent dans ce lagrangien, mis a part  $\theta$ , sont la constante de couplage  $\alpha_s$  et les six masses des quarks  $m_f$ . Rappelons que l'invariance de jauge impose que la même constante contrôle le couplage à 3 gluons, à 4 gluons ainsi que le couplage d'un gluon à un quark quel que soit la saveur de ce dernier. Ce dernier point joue un rôle important pour la symétrie chirale. Rappelons aussi que ces constantes sont en réalité variables, à cause de la nécessité de la renormalisation en théorie des champs, et sont fonction d'une échelle  $\mu$ . Dans le domaine perturbatif ( $\mu \gg 1 \text{ GeV}$ ) la dépendance est la suivante,

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log \frac{\mu^2}{\Lambda_{QCD}^2}} (1 + \dots), \quad \beta_0 = \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f,$$

$$m_f(\mu) = \hat{m} \left( \log \frac{\mu^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right)^{\frac{-4}{\beta_0}} \quad (7)$$

Notons que ces formules font apparaître un paramètre d'échelle  $\Lambda_{QCD}$ . D'un point de vue expérimental, on peut déterminer  $\alpha_s$  à partir de la section efficace  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$  par exemple. Cela permet de déterminer la valeur  $\Lambda_{QCD} \simeq 250 \text{ MeV}$ . Les valeurs des masses des quarks sont données ci-dessous. Leur détermination n'est pas chose facile, à cause du confinement. Pour les trois quarks les plus légers les chiffres cités sont ceux obtenus à partir de simulations sur réseau de la QCD par la collaboration HPQCD[8]. On verra également dans ce cours comment la théorie effective chirale permet d'obtenir des informations. Pour les autres masses : voir le PDG[9].

$$\begin{aligned} m_u(\mu = 2 \text{ GeV}) &= 1.9 \pm 0.3 \text{ MeV} \quad (HPQCD) \\ m_d(\mu = 2 \text{ GeV}) &= 4.4 \pm 0.6 \text{ MeV} \quad (HPQCD) \\ m_s(\mu = 2 \text{ GeV}) &= 87 \pm 6 \text{ MeV} \quad (HPQCD) \\ m_c(\mu = m_c) &= 1.27 \pm 0.20 \text{ GeV} \\ m_b(\mu = m_b) &= 4.26 \pm 0.20 \text{ GeV} \\ m_t(\mu = m_t) &= 176.9 \pm 4.00 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (8)$$

Il faut faire attention à ne pas confondre les masses définies ici comme paramètres renormalisés du Lagrangien (au même titre que la constante de couplage) et les masses qui apparaissent dans le cadre de modèles très approximatifs de la QCD comme le modèle des quarks. Il est clair que l'on peut séparer les quarks en deux catégories : celle des quarks légers  $u$ ,  $d$  et  $s$ , dont les masses sont très inférieures à un Gev ( ou à  $\Lambda_{QCD}$ ) et celle des quarks lourds  $c$ ,  $b$  et  $t$ . Le terme qui n'a pas encore été mentionné dans le lagrangien de l'eq.(4) est le dernier, le terme des sources. Ce terme joue un rôle important pour déterminer les implications physiques de la symétrie chirale en QCD et permettre de formuler la théorie effective. Nous allons en discuter le contenu en détail dans la suite.

## 4 QCD chiral et terme de sources

Nous allons maintenant nous intéresser plus particulièrement aux trois quarks les plus légers. Il sera commode, afin de mettre en évidence les propriétés d'invariance de regrouper ces quarks sous forme d'un vecteur à trois composantes

$$\psi = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad (9)$$

Notre but est de construire une théorie effective qui va permettre de traiter les masses de ces trois quarks comme des petits paramètres. Pour faire cela, ignorons les quarks lourds, et écrivons le lagrangien comme une somme de deux termes : a) un terme *chiral* ne contenant pas de terme de masse pour les quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$  et b) un terme de sources qui contient, entre autres, ce terme de masse,

$$L_{QCD} = L_{QCD}^{chiral} + L_{QCD}^{sources} \quad (10)$$

avec

$$L_{QCD}^{chiral} = \bar{\psi} i\gamma^\mu D_\mu \psi + \left[ -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} \right] \quad (11)$$

et

$$L_{QCD}^{sources} = \bar{\psi} [\gamma^\mu v_\mu(x) + \gamma^\mu \gamma^5 a_\mu(x) - s(x) + i\gamma^5 p(x)] \psi . \quad (12)$$

Rappelons que  $\psi$  est un vecteur à trois composantes (9) dans l'espace des saveurs. L'idée est de traiter le terme chiral *exactement* (grâce à un certain nombre de propriétés exactes que nous allons établir) et le termes de sources sera traité *perturbativement*.

### 4.1 Sources physiques

Le terme de source (12) fait apparaître des objets  $s(x)$ ,  $p(x)$ ,  $v_\mu(x)$ ,  $a_\mu(x)$  qui sont des matrices 3x3 qui vont jouer un double rôle. Tout d'abord ces sources ont une interprétation physique liés aux interactions électromagnétiques et faibles (nous allons en particulier retrouver ici le lagrangien de Feynman et Gell-Mann). La source scalaire  $s(x)$  tout d'abord, a pour valeur physique les masses des 3 quarks

$$(s)_{phys} = \mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix} . \quad (13)$$

Ensuite, la source vecteur  $v_\lambda$  peut d'une part servir à introduire des potentiels chimiques, à l'aide de la composante  $\lambda = 0$ ,

$$v_0 = \begin{pmatrix} \mu_u & 0 & 0 \\ 0 & \mu_d & 0 \\ 0 & 0 & \mu_s \end{pmatrix} \quad (14)$$

et d'autre part avec la source axial-vecteur s'introduisent les couplages électromagnétiques et faibles. Les expressions complètes sont les suivantes

$$(v_\mu + a_\mu)_{phys} = -e\mathbf{Q}F_\mu + \sqrt{2}G_F(-\mathbf{Q} \sin^2 \theta_W) \hat{Z}_\mu \quad (15)$$

où  $\mathbf{Q}$  est la matrice de charge des trois quarks légers

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{3} \end{pmatrix} \quad (16)$$

et, ensuite,

$$(v_\mu - a_\mu)_{phys} = -e\mathbf{Q}F_\mu + \sqrt{2}G_F(-\mathbf{Q} \sin^2 \theta_W + \mathbf{Q} - \frac{1}{6}I) \hat{Z}_\mu + \sqrt{2}G_F \begin{pmatrix} 0 & V_{ud}\hat{W}_\mu^+ & V_{us}\hat{W}_\mu^+ \\ V_{ud}\hat{W}_\mu^- & 0 & 0 \\ V_{us}\hat{W}_\mu^- & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

où  $F_\mu$  est le champ du photon et  $\hat{W}_\mu^+$ ,  $\hat{Z}_\mu$  sont les courants leptoniques respectivement chargés et neutres

$$\begin{aligned} \hat{W}_\mu^+ &= \bar{l}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)\nu_l \\ \hat{Z}_\mu &= \bar{\nu}_l\gamma_\mu(1 - \gamma^5)\nu_l + \bar{l}\gamma_\mu(1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma^5)l \end{aligned} \quad (18)$$

On reconnaît ici l'interaction de Feynman et Gell-Mann(1) corrigée par les termes de la matrices CKM  $V_{ud}$  et  $V_{us}$  et généralisée pour inclure les courants neutres.

## 4.2 Sources générales : fonctions de Green

Une théorie quantique des champs peut être définie comme une intégrale fonctionnelle : c'est le point de départ de la méthode des réseaux. Partons du lagrangien

défini par l'équation (10) et faisons (formellement<sup>4</sup>) l'intégrale sur les champs de gluons et de quarks,

$$\int d\mu[G, q_f, \bar{q}_f] \exp \left\{ i \int d^4x (L_{QCD}^{chiral} + L_{QCD}^{sources}) \right\} \equiv \exp iW(v_\mu, a_\mu, s, p) \quad (19)$$

nous définissons ainsi  $W$  qui est une fonctionnelle des sources  $s, p, v_\mu$  et  $a_\mu$  que nous avons introduites dans le lagrangien. Cette fonctionnelle contient toute l'information dynamique de la théorie. En effet, en effectuant des dérivées fonctionnelles par rapport aux sources nous pouvons obtenir toutes les fonctions de Green de la théorie. Par exemple, la fonction de corrélation de deux courants vecteurs sera donnée par une dérivée seconde,

$$\langle 0 | TV_\mu^a(x) V_\nu^b(y) | 0 \rangle = \frac{\delta^2 W(v_\mu, a_\mu, s, p)}{i^2 \delta v_\mu^a(x) \delta v_\nu^b(y)} \Big|_{v_\mu=0, a_\mu=0, s=\mathcal{M}, p=0} \quad (20)$$

où un courant vecteur, en termes des quarks, s'exprime comme

$$V_\mu^a(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi(x) \quad (21)$$

$\lambda^a$  étant une matrice de Gell-Mann dans l'espace des saveurs. Ici, nous avons pris les sources comme des fonctions générales de  $x$ . Après avoir effectué les dérivées et défini les fonctions de Green, on donne aux sources leurs valeurs physiques. En effectuant une dérivée par rapport à une seule source on obtient la valeur moyenne dans le vide de l'opérateur couplé à cette source. Par exemple, prenant pour la source scalaire  $s = \text{diag}(m_u, m_d, m_s)$  et effectuant la dérivée par rapport à la masse  $m_u$ , nous obtenons la valeur moyenne de l'opérateur  $\bar{u}u$

$$\begin{aligned} \frac{\delta W(v_\mu, a_\mu, s, p)}{i \delta m_u} \Big|_{v_\mu, a_\mu, p=0} &= \frac{1}{Z} \int d\mu[G, q_f, \bar{q}_f] \int d^4x (-\bar{u}(x)u(x)) e^{i(S_{QCD}^{chiral} + S_{QCD}^{sources})} \\ &= -\langle 0 | \int d^4x \bar{u}(x)u(x) | 0 \rangle \end{aligned} \quad (22)$$

Dans la suite nous allons voir que le terme  $L_{QCD}^{chiral}$  possède une propriété d'invariance par un groupe de symétries. Le formalisme indiqué ci-dessus va permettre de déduire toutes les conséquences de cette invariance au niveau des fonctions de Green.

---

<sup>4</sup>En principe, l'intégrale fonctionnelle doit être définie dans l'espace euclidien. Par commodité, on restera ici dans l'espace physique de Minkowski

## 5 Identification de l'invariance chirale

Nous allons maintenant détailler en quoi consiste précisément l'invariance chirale, propriété qui concerne la partie  $L_{QCD}^{chiral}$  (voir eqs.(10), (11)). Pour cela introduisons les deux projecteurs

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \quad (23)$$

en se rappelant que la matrice  $\gamma^5$  satisfait à  $(\gamma^5)^2 = 1$  et anticommute avec les quatre autres matrices de Dirac, les propriétés suivantes sont faciles à établir,

$$\begin{aligned} P_L + P_R &= 1, \quad P_L^2 = P_L, \quad P_R^2 = P_R, \\ P_L P_R &= P_R P_L = 0 \quad P_L \gamma_\mu P_L = P_R \gamma_\mu P_R = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Ceci permet de décomposer  $L_{QCD}^{chiral}$  en deux parties indépendantes

$$\bar{\psi}(P_L + P_R)\gamma^\mu i D_\mu(P_L + P_R)\psi = \bar{\psi}P_R\gamma^\mu i D_\mu P_L\psi + \bar{\psi}P_L\gamma^\mu i D_\mu P_R\psi \quad (25)$$

Remarquons que cette propriété résulte du fait que le gluon est une particule vectorielle (et non pas scalaire ou tenseur) et que le couplage aux quarks est indépendant de la saveur de ce dernier. Introduisons la notation suivante pour les spineurs projetés

$$\psi_L = P_L\psi \quad \bar{\psi}_L = \bar{\psi}P_R \quad \psi_R = P_R\psi \quad \bar{\psi}_R = \bar{\psi}P_L \quad (26)$$

qui sont appelés spineurs de Weyl. Le groupe de symétrie chirale est un ensemble de paires de matrices  $3 \times 3$   $g_L$ ,  $g_R$  qui agissent sur ces spineurs de Weyl composés des trois quarks légers (les quarks lourds sont invariants) de la façon suivante

$$g_L : \begin{cases} \psi_L \rightarrow g_L\psi_L & \bar{\psi}_L \rightarrow \bar{\psi}_L g_L^\dagger \\ \psi_R \rightarrow \psi_R & \bar{\psi}_R \rightarrow \bar{\psi}_R \end{cases} \quad (27)$$

$$g_R : \begin{cases} \psi_L \rightarrow \psi_L & \bar{\psi}_L \rightarrow \bar{\psi}_L \\ \psi_R \rightarrow g_R\psi_R & \bar{\psi}_R \rightarrow \bar{\psi}_R g_R^\dagger \end{cases} \quad (28)$$

Il est facile de voir que chacun des deux termes  $\bar{\psi}_L i \not{D} \psi_L$  et  $\bar{\psi}_R i \not{D} \psi_R$  est invariant par une telle transformation si et seulement si

$$g_L^\dagger g_L = I, \quad g_R^\dagger g_R = I. \quad (29)$$

Les matrices  $g_L$ ,  $g_R$  sont donc unitaires et le groupe d'invariance est le groupe produit  $U(3) \times U(3)$ . On peut réécrire ce groupe comme un produit de deux groupes de matrices spéciales-unitaires (de déterminant égal à 1) et deux groupes  $U(1)$

$$U(3)_L \times U(3)_R \equiv SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V \times U(1)_A \quad (30)$$

où les matrices des deux sous-groupes  $U(1)$  sont paramétrées de la façon suivante

$$U(1)_V : (e^{i\alpha}, e^{i\alpha}), \quad U(1)_A : (e^{i\beta}, e^{-i\beta}) \quad (31)$$

De même, les matrices des groupes special-unitaires peuvent être paramétrées comme

$$SU(3)_L \times SU(3)_R : (e^{i \sum_1^8 (\alpha_l - \beta_l) \lambda_l / 2}, e^{i \sum_1^8 (\alpha_l + \beta_l) \lambda_l / 2}) \quad (32)$$

où  $\lambda_l$  sont les matrices de Gell-Mann.

## 5.1 Courants conservés et anomalie axiale singlet

Comme on le sait, en mécanique classique, les symétries du lagrangien s'associent à des courants conservés c'est à dire satisfaisant à  $\partial_\mu J^\mu = 0$  (c'est le théorème de Noether [10]). A chaque courant conservé  $J_\mu$  correspond une charge elle aussi conservée

$$Q(t) = \int d^3x J_0(x, t), \quad \frac{d}{dt} Q(t) = 0 \quad (33)$$

Comme nous l'avons vu la paramétrisation d'un élément du groupe chiral fait intervenir 18 paramètres réels et à chacun de ces paramètres correspond un courant conservé (au niveau classique). Aux deux groupes  $U(1)$  correspondent respectivement le courant baryonique et le courant axial singlet dont les expressions sont

$$V_\mu^0(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x), \quad A_\mu^0(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \gamma^5 \psi(x) \quad (34)$$

et aux autres transformations correspondent les courants vecteurs et les courants axiaux

$$V_\mu^a(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi(x), \quad A_\mu^a(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \gamma^5 \frac{\lambda^a}{2} \psi(x). \quad (35)$$

Rappelons le comportement de ces opérateurs vis à vis de la parité, tout d'abord celui des composantes spatiales

$$PV_i(t, \vec{x})P = -V_i(t, -\vec{x}), \quad PA_i(t, \vec{x})P = +A_i(t, -\vec{x}) \quad (36)$$

ensuite celui des charges (associées aux composantes temps)

$$PQ_V P = Q_V, \quad PQ_A P = -Q_A. \quad (37)$$

Il arrive qu'une loi de conservation établie au niveau d'une théorie de champs classique soit brisée par les effets quantiques et les divergences associées. C'est le phénomène de l'**anomalie** qui a été mis en évidence en 1969 par Adler[11] et par Bell et Jackiw[12]. Les anomalies vont jouer un rôle important dans la suite pour faire le lien entre le phénomène du confinement et celui de brisure spontanée de symétrie. Pour ce qui est des courants mentionnés ci-dessus, associés à QCD chiral, un seul d'entre eux est affecté par l'anomalie

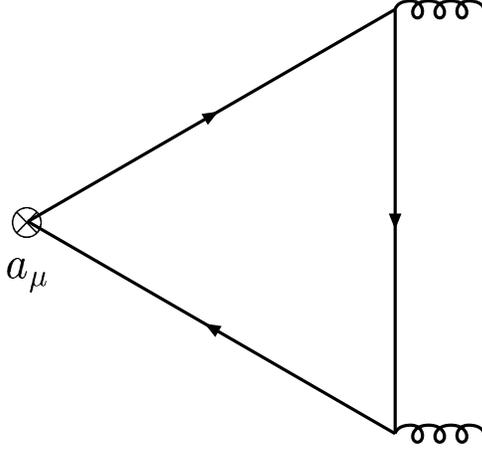


FIG. 1 – Diagramme triangle qui modifie la loi de conservation du courant axial singlet

ABJ c'est le courant axial singlet  $A_\mu^0$ . La loi de conservation est en effet modifiée par le diagramme triangle : et devient

$$\partial^\lambda A_\lambda^0 = \frac{N_f^0 \alpha_s}{8\pi} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} G_{\mu\nu}^a G_{\alpha\beta}^a \quad (38)$$

Un aspect remarquable de l'anomalie est que diagramme montré ci-dessus est le seul qui contribue, donnant le résultat exact : le lecteur intéressé pourra consulter l'excellente revue[13]. La présentation faite ici est très simplifiée, en particulier, la démonstration du fait que le membre de droite dans l'eq.(38) joue un rôle physique n'est pas trivial car on peut le réécrire comme une divergence. Le lecteur pourra consulter la revue de 't Hooft[14] qui explique le rôle des instantons dans ce contexte.

## 5.2 Spectre de QCD chiral

Arrêtons nous un instant pour considérer les conséquences des diverses lois de conservation au niveau du spectre associé à  $L_{QCD}^{chiral}$ . Tout d'abord la propriété d'invariance se traduit au niveau de l'opérateur hamiltonien par le fait qu'il commute avec les charges  $Q_V^0$ ,  $Q_V^a$  et  $Q_A^a$ ,

$$[H_{QCD}^{chiral}, Q_V^a] = 0, \quad [H_{QCD}^{chiral}, Q_A^a] = 0. \quad (39)$$

Rappelons aussi que les commutateurs de ces charges entre elles vont former l'algèbre de Lie associée au groupe d'invariance

$$[Q_V^a, Q_V^b] = i f^{abc} Q_V^c, \quad [Q_A^a, Q_V^b] = i f^{abc} Q_A^c \quad (40)$$

Remarquons que les charges vectorielles engendrent une sous-algèbre qui est associée au sous groupe de saveur  $SU(3)_F$  du groupe de symétrie chirale.

Considérons maintenant un état à une particule, par exemple un neutron  $|n\rangle$  et faisons agir dessus les charges vectorielles  $Q_V^b$ . On engendre ainsi les divers états d'un multiplet de saveur, par exemple

$$(Q_V^1 - iQ_V^2)|n\rangle = |p\rangle, (Q_V^4 + iQ_V^5)|n\rangle = |\Sigma^-\rangle, (Q_V^6 + iQ_V^7)|n\rangle = -\sqrt{\frac{1}{2}}|\Sigma^0\rangle - \sqrt{\frac{3}{2}}|\Lambda\rangle \quad (41)$$

Nous trouvons ainsi que le spectre de QCD chirale doit s'organiser en multiplets, exactement dégénérés en masse. Il est clair que cette structure est proche de celle observée expérimentalement que l'on pourra espérer reproduire en traitant le terme de sources  $L_{QCD}^{sources}$  comme une petite perturbation. Quelle est maintenant l'action d'une charge axiale? Considérons par exemple

$$Q_A^3|n\rangle = |n'\rangle \quad (42)$$

L'état  $|n'\rangle$  est dégénéré en masse avec le neutron et, de plus, à cause des relations (36) doit avoir une parité opposée. Si  $|n'\rangle$  correspond à un état à une particule alors on doit avoir des doublets de parité. A priori, cela ne semble pas être une bonne approximation de la réalité! En effet, si la différence de masse entre un proton et un neutron est inférieure à 2 MeV la différence de masse entre le neutron et le  $N(1535)$  (plus proche état de parité opposée) est de plusieurs centaines de MeV. Comme on le verra plus bas, la solution de ce paradoxe va être fournie par le phénomène de brisure spontanée.

## 6 Transformations du terme de source et identités de Ward

Comme nous l'avons vu, on accède à la QCD complète, comprenant les termes de masse des quarks et les interactions avec le secteur électro-faible, en rajoutant au terme chirale  $L_{QCD}^{chiral}$  le terme de sources  $L_{QCD}^{sources}$ . Ce deuxième terme n'est pas, a priori, invariant sous le groupe chirale. Effectuons, en effet, une transformation chirale avec des paramètres (voir (31),(32))  $\alpha, \alpha_l$  et  $\beta, \beta_l$  *infinitésimaux*. Un petit calcul montre que le terme de source se transforme de la façon suivante

$$\begin{aligned} \delta_\alpha L^{sources} &= i\bar{\psi}[\gamma^\mu[v_\mu, \alpha] + \gamma^\mu\gamma^5[a_\mu, \alpha] - \{s, \alpha\} + i\gamma^5\{p, \alpha\}]\psi \\ \delta_\beta L^{sources} &= i\bar{\psi}[\gamma^\mu[v_\mu, \beta] + \gamma^\mu\gamma^5[a_\mu, \beta] - \gamma^5\{s, \beta\} + i\{p, \beta\}]\psi \end{aligned} \quad (43)$$

où nous avons utilisé la notation matricielle pour les paramètres

$$\alpha = \alpha + \alpha_l \lambda_l, \quad \beta = \beta + \beta_l \lambda_l \quad (44)$$

Cette non-invariance à une conséquence physique évidente : la dégénérescence en masse dans un multiplet de saveur est maintenant levée sous l'effet des masses non-nulles des quarks et sous l'effet de l'interaction électromagnétique (et faible).

Nous allons aller plus loin dans l'utilisation de ce terme de sources. Pour cela une astuce (appelée méthode du spurion) consiste, plutôt qu'à travailler avec un terme non invariant à rechercher comment devraient se transformer les diverses sources pour que ce terme soit invariant. Il n'est pas difficile de trouver que les transformations suivantes répondent à la question

$$\begin{aligned}
\delta_{\alpha,\beta}(v_\mu + a_\mu) &= i[\alpha + \beta, v_\mu + a_\mu] + \partial_\mu(\alpha + \beta) \\
\delta_{\alpha,\beta}(v_\mu - a_\mu) &= i[\alpha - \beta, v_\mu - a_\mu] + \partial_\mu(\alpha - \beta) \\
\delta_{\alpha,\beta}(s + ip) &= i[\alpha, s + ip] + \{\beta, s + ip\} \\
\delta_{\alpha,\beta}(s - ip) &= i[\alpha, s - ip] - \{\beta, s - ip\}
\end{aligned} \tag{45}$$

Remarquons que la règle de transformation pour les sources  $v_\mu + a_\mu$  et  $v_\mu - a_\mu$  est analogue à une *transformation de jauge*. Remarquons aussi que la règle de transformation pour les sources  $s$  et  $p$  fait apparaître à la fois un commutateur et un anticommutateur. Pour résumer la situation : le terme de source est invariant sous l'effet de *deux* opérations successives : une transformation chirale agissant sur le triplet de quarks, suivi d'une transformation, suivant (45), agissant sur les sources. De plus, on constate que sous l'effet de ces deux transformations successive l'invariance concerne non plus seulement des transformations chirales globales mais également des transformations **locales**, c'est-à-dire des transformations dont les paramètres sont des fonctions de  $x$  :  $\alpha(x)$ ,  $\alpha_l(x)$ ,  $\beta(x)$ ,  $\beta_l(x)$  (comme pour les transformations de jauge).

Cette analyse va permettre de formuler toutes les conséquences de l'invariance chirale au niveau des fonctions de Green : ce sont les identités de Ward chirales. Pour cela, reconsidérons l'intégrale de chemin de la QCD

$$\exp iW(v_\mu, a_\mu, s, p) = \int d\mu[G, q_f, \bar{q}_f] \exp i(S_{QCD} + S^{\text{sources}}) \tag{46}$$

qui définit la fonctionnelle  $W$ . Comme nous l'avons vu, cette fonctionnelle, permet de engendrer toutes les fonctions de Green de la théorie. Quelles sont les conséquences de l'invariance sous la double transformation révélée ci-dessus? Supposons que la mesure d'intégration  $d\mu[G, q_f, \bar{q}_f]$  reste invariante sous l'effet d'une transformation chirale des quarks,

$$d\mu[G, q_f, \bar{q}_f] = d\mu[G, q'_f, \bar{q}'_f] . \tag{47}$$

On peut alors montrer facilement à partir de l'intégrale fonctionnelle (46) que la fonctionnelle  $W(v, a, s, p)$  est **invariante** sous l'effet d'une transformation des sources suivant les eqs.(45)

$$\delta_{\alpha,\beta} W(v_\mu, a_\mu, s, p) = W(v'_\mu, a'_\mu, s', p') - W(v_\mu, a_\mu, s, p) = 0 \tag{48}$$

où

$$v'_\mu = v_\mu + \delta_{\alpha,\beta}(v_\mu), \quad a'_\mu = a_\mu + \delta_{\alpha,\beta}(a_\mu), \quad s' = s + \delta_{\alpha,\beta}(s), \quad p' = p + \delta_{\alpha,\beta}(p) . \tag{49}$$

En réalité, il faut être plus prudent et introduire un cutoff pour régulariser les divergences ultraviolettes. On s'aperçoit alors que phénomène de l'anomalie, que nous avons déjà

rencontré pour le courant axial singlet, va venir modifier l'invariance classique. Du point de vue de l'intégrale fonctionnelle, on peut retrouver l'anomalie en étudiant comment se comporte le déterminant fermionique

$$\det(i \not{D} - s(x) + i\gamma^5 \not{p}(x) + \gamma^\mu v_\mu(x) + \gamma^\mu \gamma^5 a_\mu(x)) \quad (50)$$

qui résulte de l'intégration sur les fermions (voir le cours d'O. Pène), après introduction d'un cutoff de régularisation [15]. Du point de vue diagrammatique, le phénomène provient toujours de diagrammes à une boucle comme la fig. 1, les gluons étant remplacés par des sources  $v_\mu$  et  $a_\mu$ ; en plus du diagramme triangle, des diagrammes à quatre et à cinq vertex vont aussi contribuer [16] (pour plus de détails voir [13]). Dans le cas du courant axial singlet l'anomalie faisait intervenir les champs de jauge de la QCD (voir (38)). Ici, l'anomalie met en jeu les sources *externes*  $v_\mu$  et  $a_\mu$  qui proviennent du secteur électrofaible.

La variation du déterminant fermionique se traduit, pour la fonctionnelle  $W$  par la variation suivante,

$$\begin{aligned} \delta_{\alpha,\beta} W(v_\mu, a_\mu, s, p) &= \frac{-N_c}{16\pi^2} \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \int d^4x \text{tr} \left\{ \beta(x) [v_{\alpha\beta} v_{\mu\nu} + \frac{4}{3} \nabla_\alpha a_\beta \nabla_\mu a_\nu \right. \\ &\quad \left. + \frac{2i}{3} \{v_{\alpha\beta}, a_\mu a_\nu\} + \frac{8i}{3} a_\mu v_{\alpha\beta} a_\nu + \frac{4}{3} a_\alpha a_\beta a_\mu a_\nu] \right\}. \end{aligned} \quad (51)$$

Remarquons que cette variation ne fait intervenir que le paramètre  $\beta$  lié à la variation infinitésimale de la source axiale. En effectuant un développement de Taylor de  $\delta W$  on peut ré-exprimer l'eq.(51) sous forme d'équations différentielles fonctionnelles (le lecteur intéressé pourra les trouver dans la ref.[17]). Ces équations reproduisent, en particulier les lois de conservation des courants, éventuellement modifiés dans le cas du courant axial par un terme dû à l'anomalie si des sources externes électro-faibles sont présentes. Elles contiennent également toutes les relations qu'on peut en déduire entre les différentes fonctions de Green. Ces relations vont apporter des contraintes importantes pour la construction de la théorie effective de basse énergie.

## 7 Brisure spontanée de symétrie, théorème de Goldstone

Le phénomène de brisure spontanée de symétrie nous est familier grâce à la physique du solide. Pour l'illustrer, considérons le modèle de Heisenberg qui décrit un système ferro (ou anti-ferro) magnétique à l'aide de variables qui sont des vecteurs tridimensionnels  $\vec{S}_i$  de module unité localisés sur un réseau. On prend pour hamiltonien de ce système,

$$H = -J \sum_{i,j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j - \mu \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{B} \quad (52)$$

$\vec{B}$  est un champ magnétique externe (c'est l'analogue des sources introduites au paragraphe précédent). On va considérer le système dans la limite  $\vec{B} \rightarrow 0$  et de la température  $T \rightarrow 0$ .

Le champ magnétique externe  $\vec{B}$  sert à définir l'axe des  $z$ . Dans cette limite, le hamiltonien reste invariant si on effectue une rotation quelconque des spins : le groupe d'invariance est donc  $O(3)$ .

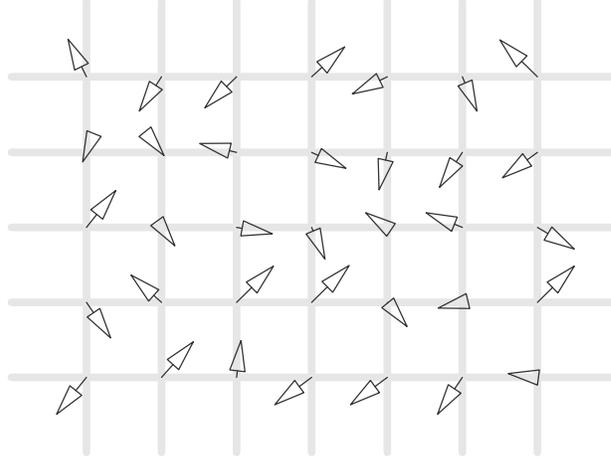


FIG. 2 – Illustration d'un état fondamental désordonné

Considérons maintenant l'état fondamental du système  $\Omega_0$ . Deux possibilités se présentent :

- a) l'état fondamental est *désordonné* (voir figure 2)
- b) l'état fondamental est *ordonné* (voir figure 3)

Dans le cas a) une rotation quelconque des spins redonne un état désordonné identique à  $\Omega_0$  le groupe de symétrie de  $\Omega_0$  est le même que celui du hamiltonien  $O(3)$ . Par contre, dans le cas b) seules les rotations autour de l'axe des  $z$  laissent l'état invariant. Le groupe de symétrie de  $\Omega_0$  se réduit au groupe  $O(2)$  (dans le cas antiferromagnétique la symétrie est  $O(2) \times Z_2$ ), on dit alors que la symétrie est *spontanément brisée*. Les trois générateurs du groupe de rotation  $O(3)$  sont les trois opérateurs de moment angulaire  $J_x, J_y, J_z$ . L'état  $\Omega_0$  étant invariant pour les rotations autour de l'axe des  $z$  nous avons,

$$\exp(i\alpha J_z)|\Omega_0\rangle = |\Omega_0\rangle \quad \text{donc } J_z|\Omega_0\rangle = 0 \quad (53)$$

l'opérateur  $J_z$  annihile  $\Omega_0$ . L'action des deux autres opérateurs  $J_x$  et  $J_y$  est différente : leur action sur  $\Omega_0$  engendre un autre état ayant la même énergie que  $\Omega_0$

$$J_x|\Omega_0\rangle = |\Omega'_0\rangle \quad J_y|\Omega_0\rangle = |\Omega''_0\rangle \quad (54)$$

Le caractère ordonné ou non de l'état fondamental peut se caractériser grâce à un paramètre d'ordre. Dans le cas présent, nous pouvons prendre l'aimantation moyenne,

$$\vec{M} = \frac{1}{N} \sum_i \vec{S}_i \quad (55)$$

Dans le cas d'un état désordonné la valeur moyenne de l'aimantation est nulle, dans le cas d'un état ordonné ferromagnétique la composante suivant  $z$  ne l'est pas

$$\langle \Omega_0 | M_z | \Omega_0 \rangle \neq 0 \quad (\text{ferroaimant}) \quad (56)$$

(Pour caractériser l'ordre anti-ferromagnétique, évidemment, il faut prendre un paramètre d'ordre plus compliqué comme  $\sum S_{zi} S_{z(i+1)}$ .)

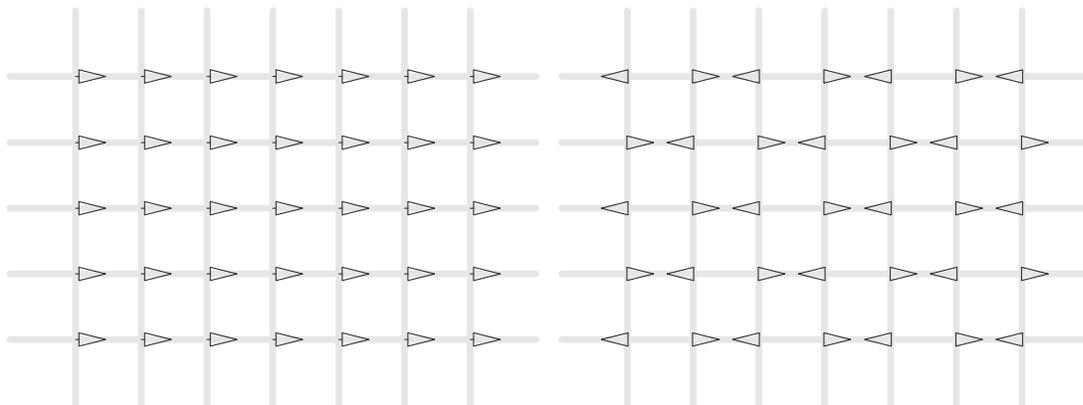


FIG. 3 – Illustrations d'un état fondamental ordonné : à gauche cas ferromagnétique, à droite cas antiferromagnétique.

## 7.1 Théorie des champs et théorème de Goldstone

Dans une théorie de champs les variables dynamiques sont définies en chaque point  $x$  de l'espace-temps. L'état fondamental du système est appelé "le vide". Comme l'ont montré Goldstone[7] et Nambu et Jona-Lasinio[6] le phénomène de brisure spontanée de symétrie peut se produire de manière entièrement analogue au cas du modèle Heisenberg évoqué ci-dessus. On peut alors démontrer un théorème dont voici l'énoncé

**Théorème de Goldstone :** A chaque générateur d'une symétrie *continue* (les symétries discrètes ne sont pas concernées) du hamiltonien qui n'annihile *pas* le vide est associé dans le spectre de la théorie *une particule de masse nulle*.

Une discussion détaillée peut être trouvée, par exemple, dans le livre de Weinberg[18]. Il est important de noter les hypothèses qui doivent être satisfaites afin que le théorème s'applique : a) l'invariance de Lorentz et b) l'absence d'états de norme négative. De tels états de norme négative apparaissent quand on quantifie des champs de jauge dans la jauge de Lorentz. En présence de champs de jauge, donc, le théorème ne s'appliquera pas ! (c'est le phénomène de Higgs).

## 8 Brisure spontanée de symétrie en QCD

Nous avons vu que le lagrangien de la QCD, dans la limite où les sources externes tendent vers zéro, est invariant sous un groupe de symétrie  $U(1)_V \times U(3)_L \times U(3)_R$ . Quel est le groupe d'invariance de l'état du vide  $\Omega_0$  ? Nous pouvons prendre comme générateurs du groupe les charges  $Q_V^0$ ,  $Q_V^a$  et  $Q_A^a$  ( $a=1\dots 8$ ). Deux résultats importants ont été démontrés. Vafa et Witten[19] tout d'abord, ont montré que les générateurs  $Q_V^a$  du sous groupe de symétrie de saveurs annihilent le vide

$$Q_V^a |\Omega_0 \rangle = 0 \quad (57)$$

(de même que la charge baryonique  $Q_V^0$ ). En d'autres termes, la symétrie d'isospin (ou de saveur) n'est pas spontanément brisée en QCD. On peut en déduire que l'opérateur de charge  $Q$  annihile le vide. De même on peut montrer que les symétries discrètes parité et conjugaison de charge laissent le vide physique de QCD invariant

$$P |\Omega_0 \rangle = |\Omega_0 \rangle, \quad C |\Omega_0 \rangle = |\Omega_0 \rangle \quad (58)$$

D'autre part, Weingarten a établi des inégalités entre diverses fonctions de corrélation à deux points dont il découle que le pion doit être la particule la plus légère en QCD[20]

$$m_\pi \leq m_X \quad (59)$$

La dérivation de ces résultats utilise que la mesure de QCD, dans l'espace euclidien, est positive. Ils ne s'appliqueront donc pas si on introduit un potentiel chimique.

### 8.1 Conditions de t'Hooft de matching de l'anomalie

Nous allons maintenant combiner ces résultats avec un argument du a t'Hooft et cela va nous conduire au résultat remarquable que la propriété de confinement, en QCD, implique nécessairement que la symétrie chirale doit être brisée. On rappellera ici de manière schématique l'argument de t'Hooft. Pour avoir tous les détails on pourra consulter son article original[21] ou le livre de Weinberg[18].

On considère QCD chiral et on part de l'hypothèse que les quarks (et les gluons) sont *confinés*, c'est à dire que le spectre physique de la théorie ne contient que des particules singlet de couleur : les hadrons. Introduisons des sources vectorielles et axiales dans la théorie : on a vu que les quarks (via des diagrammes à une boucle comme la fig.1) induisent une anomalie, c'est à dire une non-invariance de la fonctionnelle  $W$  (voir §6) ayant une forme spécifique. Du fait que les quarks sont confinés, la dynamique doit pouvoir s'exprimer également en termes des hadrons. Cette théorie des interactions hadronique est compliquée mais on n'a pas besoin de savoir la formuler. Il suffit de savoir qu'elle doit reproduire la *même anomalie* que la QCD (c'est à dire la même variation de la fonctionnelle  $W$ ). C'est la condition de *matching de l'anomalie*. Examinons maintenant les conséquences de cette condition. Faisons l'hypothèse que les pions sont massifs (c'est à dire que les symétries axiales ne sont pas spontanément brisées). L'anomalie ne peut alors

être générée que par des diagrammes à une boucle avec les baryons de spin 1/2 et on a deux cas possibles

a) les baryons sont massifs : dans ce cas on doit avoir des doublets de parité (rappelons qu'on a supposé que les pions étaient massifs) dans une telle situation on montre facilement que l'anomalie est égale à zéro.

b) les baryons sont de masse nulle : dans ce cas des diagrammes à une boucle génèrent une anomalie. Toutefois, si  $N_F \geq 3$ , t'Hooft a examiné toutes les configurations possibles, aucune ne donne la même anomalie que la QCD !

La conclusion de tout ceci est que la deuxième hypothèse que nous avons faite, est incompatible avec la première. Par conséquent le confinement des quarks implique que les pions doivent nécessairement être de masse nulle. En QCD chiral, donc, les symétries axiales, correspondant à  $Q_A^a$  doivent être spontanément brisées<sup>5</sup>, ce qui engendre 8 bosons de Goldstone.

## 8.2 Action de Wess-Zumino et Witten

Finalement comment fonctionne le matching de l'anomalie en QCD ? Dans la théorie hadronique, l'anomalie, nous l'avons vu, n'est pas générée par des boucles de hadrons. La solution du matching est fournie par des diagrammes en arbre provenant du secteur des bosons de Goldstone. La construction explicite du lagrangien qui va générer cette anomalie est due à Wess et Zumino[22] et à Witten[23]. Il va constituer une partie du lagrangien effectif chiral. Anticipant sur la construction de ce dernier que nous allons expliquer plus bas, donnons l'expression de cette action WZW. Désignons les champs des huit bosons de Goldstone par  $\pi_l(x)$ . Comme nous le verrons plus bas l'ingrédient de base du lagrangien chiral est la matrice unitaire  $U$  définie en termes des champs de Goldstone comme

$$U(x) = \exp \frac{i \pi_l(x) \lambda_l}{F_0} \quad (60)$$

ou  $F_0$  a la dimension d'une masse et sera identifié, physiquement, avec la constante de désintégration du pion. Pour la construction de l'action WZW on a aussi besoin des objets suivants,

$$\Sigma_\mu^L = U^\dagger \partial_\mu U, \quad \Sigma_\mu^R = U \partial_\mu U^\dagger, \quad r_\mu = v_\mu + a_\mu, \quad \ell_\mu = v_\mu - a_\mu. \quad (61)$$

L'expression de l'action WZW est alors la suivante

$$S[U, \ell, r]_{\text{WZW}} = -\frac{iN_C}{240\pi^2} \int d^5x \epsilon^{ijklm} \langle \Sigma_i^L \Sigma_j^L \Sigma_k^L \Sigma_l^L \Sigma_m^L \rangle - \frac{iN_C}{48\pi^2} \int d^4x \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left( W(U, \ell, r)^{\mu\nu\alpha\beta} - W(\mathbf{1}, \ell, r)^{\mu\nu\alpha\beta} \right), \quad (62)$$

---

<sup>5</sup>Pour que la preuve soit complète il faut encore que l'élément du matrice du courant axial entre le vide et un état à un pion soit différent de zéro, ce qui est effectivement nécessaire pour pouvoir réaliser le matching de l'anomalie avec les pions

avec

$$\begin{aligned}
W(U, \ell, r)_{\mu\nu\alpha\beta} = & \left\langle U \ell_\mu \ell_\nu \ell_\alpha U^\dagger r_\beta + \frac{1}{4} U \ell_\mu U^\dagger r_\nu U \ell_\alpha U^\dagger r_\beta \right. \\
& + i U \partial_\mu \ell_\nu \ell_\alpha U^\dagger r_\beta + i \partial_\mu r_\nu U \ell_\alpha U^\dagger r_\beta - i \Sigma_\mu^L \ell_\nu U^\dagger r_\alpha U \ell_\alpha \\
& + \Sigma_\mu^L U^\dagger \partial_\nu r_\alpha U \ell_\alpha - \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L U^\dagger r_\alpha U \ell_\alpha + \Sigma_\mu^L \ell_\nu \partial_\alpha \ell_\alpha + \Sigma_\mu^L \partial_\nu \ell_\alpha \ell_\alpha \\
& \left. - i \Sigma_\mu^L \ell_\nu \ell_\alpha \ell_\alpha + \frac{1}{2} \Sigma_\mu^L \ell_\nu \Sigma_\alpha^L \ell_\alpha - i \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L \Sigma_\alpha^L \ell_\alpha \right\rangle - (L \leftrightarrow R) \quad (63)
\end{aligned}$$

Sous l'effet d'une double transformation (infinitésimales : chirale agissant sur  $U$  (d'une manière qui sera précisée ci-dessous) puis des sources (voir (45)) cette action va se transformer exactement comme la fonctionnelle  $W$  (voir (51)), le lecteur courageux pourra le vérifier explicitement. Notons que le reste du lagrangien chirale sera, lui, invariant sous l'effet de cette double transformation. Remarquons que le premier terme (du a Witten) de l'action (62) ne s'écrit pas comme une intégrale à quatre dimensions, comme une action ordinaire, mais nécessite d'introduire un cinquième paramètre : pour en savoir plus, voir [23].

L'anomalie, telle qu'exprimée sous forme de cette action a des effets physiques observables, que l'on peut déduire facilement à partir des différents termes de cette action, par exemple les amplitudes de désintégration  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  ou  $\eta \rightarrow \pi\pi\gamma$ .

### 8.3 Paramètre d'ordre en QCD

Revenons sur l'analogie qui existe entre la QCD et un système magnétique. Dans ce système, on pouvait définir un paramètre d'ordre, l'aimantation, qui est une quantité vectorielle  $\vec{M}$ . La symétrie  $O(3)$  était brisée par l'introduction d'un champ magnétique externe  $\vec{B}$ . L'analogue en QCD de  $\vec{B}$  est la matrice de masse des quarks  $\mathcal{M}$ . On peut en déduire que le paramètre d'ordre, en QCD, est l'opérateur qui se couple à  $\mathcal{M}$  soit  $\bar{\psi}_L^a(0)\psi_R^b(0)$ . La brisure spontanée de symétrie se traduit par une valeur moyenne non nulle de cet opérateur (comme pour l'aimantation). La valeur moyenne dans le vide doit avoir la structure suivante,

$$\langle \Omega_0 | \bar{\psi}_L^a(x) \psi_R^b(x) | \Omega_0 \rangle = \langle \Omega_0 | \bar{\psi}_R^a(x) \psi_L^b(x) | \Omega_0 \rangle = \frac{1}{2} \Sigma \delta^{ab} \neq 0 \quad (64)$$

La première égalité résulte de l'invariance du vide sous l'action de la parité. La deuxième est la conséquence de l'invariance par les transformations de saveur : la nullité de la charge ainsi que que de l'étrangeté du vide entraîne que la valeur moyenne d'opérateur  $\bar{u}d$  ou  $\bar{u}s$  est nulle, ensuite l'invariance par rotations des saveurs entraîne que les valeurs moyennes des opérateurs  $\bar{u}u$ ,  $\bar{d}d$  et  $\bar{s}s$  sont identiques. La quantité  $\Sigma$  est appelée **condensat chirale**. Finalement,  $\Sigma$  est *indépendant* du point  $x$  à cause de l'invariance par translation de l'état  $\Omega_0$ . On s'attend, comme dans le

cas magnétique à une transition vers un phase désordonnée (où  $\Sigma = 0$ ) au dessus d'une température critique  $T_c$

## 9 Théorie effective à basse énergie

Nous allons maintenant examiner quelques conséquences, pour la physique des hadrons, de la brisure spontanée d'une partie du groupe d'invariance chirale en QCD chirale. Elles vont pouvoir être étudiées d'une manière quantitative grâce à un formalisme de "théorie effective". Dans le cadre de ce formalisme, le terme de source de la QCD (qui contient en particulier l'effet des masses des quarks légers) va être traité perturbativement. La propriété qui est à la base de ce formalisme est que les interactions des bosons de Goldstone entre eux de même qu'avec les autres hadrons vont être *faibles* sous certaines conditions et de ce fait, vont pouvoir être traitées perturbativement.

Les modes de Goldstone apparaissent comme des petites fluctuations autour de l'état fondamental  $\Omega_0$ . Comment caractériser ces fluctuations? Commençons par considérer le cas du ferromagnétique, qui est un peu plus simple. Dans ce cas, l'état fondamental est caractérisé par un vecteur aimantation  $\vec{M}$ . La valeur de l'aimantation importe peu, ce qui compte c'est simplement que cette aimantation soit non nulle. Nous pouvons donc prendre  $\vec{M}$  de module 1 et orienté suivant l'axe des  $z$  (cet axe étant défini par le champ magnétique externe  $\vec{B}$  avant de le faire tendre vers zéro) : les fluctuations sont alors définies comme des petites rotations autour de l'axe des  $x$  ou de l'axe des  $y$  (une rotation suivant l'axe des  $z$  laisse le vide invariant), soit

$$\vec{M}(\alpha(\vec{x}), \beta(\vec{x})) = R_x(\alpha(\vec{x}))R_y(\beta(\vec{x})) \hat{e}_z \quad (65)$$

La variable dynamique  $M(\vec{x})$  satisfait la contrainte  $|\vec{M}(\vec{x})|^2 = 0$ ; la dynamique est celle d'un modèle *sigma non-linéaire*. Passons maintenant au cas de la QCD : le paramètre d'ordre (voir ci-dessus (64)) est proportionnel à la matrice unité (ici aussi, on définit une direction dans l'espace des matrices en partant de masses  $m_u > 0$ ,  $m_d > 0$ ,  $m_s > 0$  avant de passer à la limite). La valeur exacte de  $\Sigma \neq 0$  ne joue aucun rôle, posons simplement ici  $1/2\Sigma = 1$ . Désignons par  $\psi_L^0$  et  $\psi_R^0$  les spineurs formés avec les états de saveur  $u$ ,  $d$ ,  $s$ . On engendre une fluctuation du paramètre d'ordre en effectuant une petite transformation chirale locale sur ces spineurs  $\psi_L^0$  et  $\psi_R^0$ ,

$$\psi_L(x) = g_L(x)\psi_L^0(x), \quad \bar{\psi}_R(x) = \bar{\psi}_R^0(x)g_R^\dagger(x) \quad (66)$$

et en considérant ensuite la valeur moyenne dans le vide

$$\langle \Omega_0 | \bar{\psi}_R^i(x) \psi_L^j(x) | \Omega_0 \rangle = (g_R(x)g_L^\dagger(x))^{ij} \quad (67)$$

où nous avons utilisé l'eq.(64) (avec  $1/2\Sigma = 1$ ) pour les spineurs avant transformation. Le sous groupe des transformations vectorielles  $g_L(x) = g_R(x) = g(x)$  redonne la matrice unité, on peut donc paramétrer les fluctuations simplement avec les transformations axiales  $g_L(x) = \exp(-i\beta_l(x)\lambda_l)$ ,  $g_R(x) = \exp(i\beta_l(x)\lambda_l)$ . La variable dynamique, pour la théorie effective de la QCD sera donc une matrice unitaire,

$$U(x) = \exp(2i\beta_l(x)\lambda_l) \quad (68)$$

on retrouve la forme que nous avons déjà utilisée ci dessus (60) en posant simplement

$$\phi(x) \equiv \pi_l(x)\lambda_l = 2iF_0\beta_l(x)\lambda_l. \quad (69)$$

La encore nous retrouvons un modèle sigma non-linéaire puisque la variable dynamique satisfait une contrainte  $U^\dagger U = I$ . En particulier,  $U(x)$  dépend d'une manière non-linéaire des champs  $\pi_l(x)$  qui décrivent les bosons de Goldstone. Faisons une nouvelle transformation chirale

$$\psi'_L(x) = g'_L(x)\psi_L(x), \quad \bar{\psi}'_R(x) = \bar{\psi}_R(x)g'^{\dagger}_R(x) \quad (70)$$

On voit que la nouvelle variable dynamique  $U'(x)$  est reliée à l'ancienne par,

$$U'(x) = g'_R U(x) g'_L{}^\dagger. \quad (71)$$

## 9.1 Lagrangien chirale $O(p^2)$

Sous l'effet d'une transformation chirale locale nous avons vu que la variable  $U(x)$  se transforme suivant (71). On en déduit facilement la loi de transformation de  $U^\dagger(x)$ . Par ailleurs, on se rappelle que les combinaisons des sources vectorielle et axiales  $v_\mu + a_\mu$  et  $v_\mu - a_\mu$  se transformaient comme des champs de jauge (voir (45)) cela conduit à introduire une dérivée covariante de  $U$ ,

$$D_\mu U = \partial_\mu U - i(v_\mu + a_\mu)U + iU(v_\mu - a_\mu). \quad (72)$$

En d'autres termes (comme on peut facilement le vérifier) sous l'effet d'une transformation chirale locale  $D_\mu U$  se transforme exactement comme  $U$ . Cela nous conduit finalement à pouvoir construire le lagrangien chirale le plus simple

$$\mathcal{L}_{eff}^{(2)} = \frac{F_0^2}{4} \left[ \text{tr}(D_\mu U D^\mu U^\dagger) + 2B_0 \text{tr}((s - ip)U + U^\dagger(s + ip)) \right] \quad (73)$$

et la dynamique de cette théorie effective s'exprime sous la forme d'une intégrale fonctionnelle,

$$\int d\mu[U] \exp \left\{ i \int d^4x \mathcal{L}_{eff}(U, \text{sources}) \right\} = \exp iW(v_\mu, a_\mu, s, p). \quad (74)$$

La fonctionnelle  $W(v_\mu, a_\mu, s, p)$  doit être *identique* à celle définie à partir du lagrangien de la QCD (voir (19)). D'une certaine façon nous avons réussi à faire un changement de variables dans l'intégrale fonctionnelle de la QCD. Les nouvelles variables étant plus adaptée au traitement d'un secteur non perturbatif de la dynamique. La règle de base pour la construction du Lagrangien effectif est de garantir l'invariance sous l'effet d'une transformation chirale (agissant sur  $U$  suivant (71)) suivi d'une transformation des sources comme (45). Cela va ensuite garantir que la fonctionnelle  $W(v_\mu, a_\mu, s, p)$  construite à partir de la théorie effective va satisfaire à la même propriété d'invariance que celle construite à partir des variables élémentaires de la QCD. Nous avons déjà exhibé la partie du lagrangien effectif qui reproduit la variation de  $W$  due à l'anomalie (voir (62)). On peut vérifier que le lagrangien (73) est bien invariant sous l'effet de cette double transformation. Par ailleurs, il est également invariant de Lorentz ainsi que sous l'effet des symétries discrètes de parité et de conjugaison de charge. Notons que l'effet de ces symétries sur  $U$  est,

$$P U(x) P^\dagger = U^\dagger(\tilde{x}), \quad C U(x) C^\dagger = U^t(x) \quad (75)$$

On déduit ces résultats du fait que les pions  $\pi_i(x)$  sont des pseudoscalaires et sous l'effet de  $C$ ,

$$C \phi(x) C^\dagger = \phi(x)^* = \phi(x)^t \quad (76)$$

Rappelons la relation avec la dénomination usuelle des mésons pseudoscalaires

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \pi_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_8 & \sqrt{2}\pi^+ & \sqrt{2}K^+ \\ \sqrt{2}\pi^- & -\pi_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_8 & \sqrt{2}K^0 \\ \sqrt{2}K^- & \sqrt{2}\bar{K}^0 & \frac{-2}{\sqrt{3}}\eta_8 \end{pmatrix} \quad (77)$$

Notre ambition était de traiter de terme de sources (en particulier le terme de masse des quarks) perturbativement. Nous voyons, en effet que dans le lagrangien (73) les sources apparaissent linéairement. Nous voyons aussi apparaître des dérivées des champs de pions. Ceci suggère d'introduire un **comptage chiral**

$$\begin{array}{l} \partial_\mu, v_\mu, a_\mu \longrightarrow O(p) \\ s, p \longrightarrow O(p^2) \end{array} \quad (78)$$

D'après ce comptage, le lagrangien (73) est d'ordre  $O(p^2)$ . C'est l'ordre le plus bas possible. On peut se convaincre facilement qu'il est impossible de former un terme d'ordre zéro qui respecte la symétrie chirale (le seul terme possible  $\text{tr}(UU^\dagger)$  est une simple constante). De même pour l'ordre un. Ceci a une conséquence très importante : les interactions entre les bosons de Goldstone telles que décrites par (73) contiennent soit deux facteurs d'impulsion, soit un facteur d'impulsion et une source vectorielle ou axiale soit une source scalaire ou pseudoscalaire. Indiquons, à

titre d'exemple, les termes d'interaction entre quatre pions en l'absence de sources vectorielles ou axiales,

$$\mathcal{L}_{4\pi} = \frac{1}{6F_0^2} [(\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \vec{\pi})^2 - (\partial_\mu \vec{\pi})^2 \vec{\pi}^2] + \frac{1}{24F_0^2} B_0(m_u + m_d) \vec{\pi}^2 \cdot \vec{\pi}^2 \quad (79)$$

Par conséquent dans un régime où les sources externes sont faibles et les impulsions *petites* notre théorie effective est faiblement couplée et peut être traitée perturbativement. Dans ce cours, nous allons nous restreindre à une utilisation au niveau classique (diagrammes en arbre) du lagrangien (73). Tout l'intérêt de cette théorie effective est qu'il est possible d'aller plus loin, et de calculer systématiquement les corrections à la fois quantiques et chirales. Pour en savoir plus voir [24, 25, 17].

## 9.2 Interprétation des constantes de couplage

Nous voyons apparaître dans le lagrangien (73) deux constantes de couplage  $F_0$  et  $B_0$ . Afin de définir la première calculons, à partir du lagrangien, l'élément de matrice  $\langle 0|A_\mu^3(x)|\pi^a(p)\rangle$ , nous obtenons

$$\langle 0|A_\mu^3(x)|\pi^a(p)\rangle = i\delta^{3a} F_0 p_\mu e^{-ipx} \quad (80)$$

La constante de couplage  $F_0$  est donc la constante de désintégration du pion. A partir du lagrangien effectif (73) et des expressions des sources physiques (15),(17) nous pouvons calculer la largeur de désintégration du pion chargé

$$\Gamma_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu} = \frac{G_F^2}{4\pi} F_0^2 m_\mu^2 m_\pi V_{ud}^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) \quad (81)$$

et en déduire la valeur  $F_0 \simeq 93$  MeV. Pour déterminer la deuxième constante,  $B_0$ , calculons la dérivée de la fonctionnelle de  $W$  par rapport à  $m_u$ ,

$$-\frac{1}{V} \frac{\delta W}{\delta m_u} = -B_0 F_0^2 \quad (82)$$

en se souvenant de la relation avec le condensat chiral  $\Sigma$  (voir (22)) nous trouvons la relation entre  $B_0$  et  $\Sigma$ ,

$$B_0 F_0^2 = -\Sigma \quad (83)$$

On voit ici apparaître le paramètre d'ordre  $\Sigma$ . Il est intéressant de noter que la constante de couplage  $F_0$  est elle aussi un paramètre d'ordre. Cela résulte de la représentation suivante

$$F_0^2 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{6} \int d^4 x e^{ipx} \langle \Omega_0 | T \bar{u}_L(x) \gamma_\mu d_L(x) \bar{d}_R(0) \gamma^\mu u_R(0) | \Omega_0 \rangle \quad (84)$$

On se convainc facilement que cette valeur moyenne serait nulle si le vide était invariant sous le groupe chirale.

Le nombre de constantes de couplage va augmenter aux ordres suivant du développement chirale. A l'ordre  $O(p^4)$ , le lagrangien contient dix constantes de couplage[17]. Remarquons que le lagrangien WZW (62) que nous avons rencontré au cours de la discussion sur le matching de l'anomalie est lui aussi d'ordre  $p^4$  : dans ce cas les constantes de couplage sont entièrement déterminées par l'anomalie. A l'ordre  $O(p^6)$  le nombre de termes indépendants du lagrangien a été déterminé plus récemment, il s'élève à quatre-vingt dix[26].

### 9.3 Masses des mésons pseudo-scalaires

Une autre classe d'applications du lagrangien effectif est d'établir des relations entre observables physiques et masses des quarks. Les relations les plus simples concernent les masses des mésons pseudo-scalaires. Il est facile, en développant  $U = \exp(i\pi_l \lambda_l / F_0)$  à l'ordre deux et en utilisant (77) d'identifier les expressions des différentes masses,

$$\begin{aligned}
M_{\pi^0}^2 = M_{\pi^+}^2 &= B_0(m_u + m_d) \\
M_{K^+}^2 &= B_0(m_u + m_s) \\
M_{K^0}^2 &= B_0(m_d + m_s) \\
M_{\eta}^2 &= \frac{B_0}{3}(m_u + m_d + 4m_s)
\end{aligned} \tag{85}$$

Les masses carrées des mésons pseudo-scalaires sont donc linéaires en fonction des masses  $m_f$  des quarks légers (des corrections d'ordre supérieurs vont, bien sur apparaître aux ordres suivants du développement chirale). On se rappelle qu'en QCD les masses sont fonction d'une échelle  $m_f \equiv m_f(\mu)$ . La constante de couplage chirale  $B_0$  doit elle aussi dépendre de  $\mu$  de sorte que  $B_0(\mu)m_f(\mu)$  soit bien un invariant. Il y a également des contributions électromagnétiques aux masses. On peut montrer qu'à l'ordre  $p^2$  ces dernières sont de la forme [27, 28]

$$\begin{aligned}
(M_{\pi^+}^2)_{EM} &= (M_{K^+}^2)_{EM} \\
(M_{\pi^0}^2)_{EM} &= (M_{K^0}^2)_{EM} = (M_{\eta}^2)_{EM} = 0
\end{aligned} \tag{86}$$

Ceci nous permet d'extraire des informations sur les masses des quarks, plus particulièrement sur les rapport des masses (qui ne dépendent pas de l'échelle de renormalisation  $\mu$ ) ainsi,

$$\frac{2m_s}{m_u + m_d} = \frac{M_{K^+}^2 + M_{K^0}^2}{M_{\pi^0}^2} - 1 \simeq 26 .$$

$$\frac{m_u - m_d}{m_u + m_d} = \frac{M_{K^+}^2 - M_{K^0}^2 - (M_{K^+}^2 - M_{K^0}^2)^{EM}}{M_{\pi^0}^2} \quad (87)$$

A partir de la deuxième relation, et en utilisant le résultat (86) on en déduit le rapport des deux masses les plus légères,

$$\frac{m_u}{m_d} = 0.55 \quad (88)$$

On notera que ces résultats, obtenus à partir de la théorie effective sont en assez bon accord avec ceux obtenus par les calculs en QCD sur réseaux (voir (8)). On observe que la symétrie de saveur est très fortement brisée au niveau des quarks! Si elle apparaît bien vérifiée au niveau des hadrons c'est simplement que l'influence des masses des quarks sur la masse des hadrons est bien un petit effet.

## 9.4 Rôle de la symétrie chirale pour les états massifs

Comme nous l'avons vu, la symétrie chirale est responsable du fait que l'octet des mésons pseudo-scalaires est particulièrement léger et nous avons introduit un lagrangien effectif qui permet de décrire la physique de ces mésons. La symétrie chirale joue aussi un rôle au niveau des interactions entre les mésons pseudo-scalaires et les autres états du spectre de la QCD qui sont massifs dans la limite chirale. Nous allons illustrer, assez brièvement, la méthode du lagrangien effectif appliqué à cette situation. Considérons le cas pratique important pour la physique nucléaire du nucléon. Comment agit le groupe de symétrie chirale sur des états tels que le nucléon? Un moyen pratique fait appel à la notion de représentation non linéaire du groupe chirale[29] qui, à chaque paire de matrices  $(g_L(x), g_R(x))$  du groupe chirale fait correspondre une matrice  $h[\phi]$  qui est une fonction non linéaire du champ des pions  $\phi(x)$ ,

$$(g_L(x), g_R(x)) \longrightarrow h(\phi) \quad (89)$$

Dans le cas présent cette correspondance peut être réalisée de la façon suivante, écrivons la matrice  $U(x)$  sous la forme du carré d'une matrice  $u(x)$

$$U(x) = u(x)^2, \quad u(x) = \exp\left(\frac{i\phi(x)}{2F_0}\right) \quad (90)$$

Sous l'effet d'une transformation chirale, la matrice  $U$  se transforme comme (71) et on en déduit qu'une matrice  $u(x)$  se transforme comme suit

$$u'(x) = g_R u(x) h^\dagger[\phi] = h[\phi] u(x) g_L^\dagger \quad (91)$$

On peut montrer que ceci définit bien une représentation non linéaire du groupe chirale. Par ailleurs, pour une transformation chirale appartenant au sous groupe de saveur  $g_L = g_R = g$  on a l'égalité,

$$U' = g U g^\dagger = h[\phi] U h^\dagger[\phi] \quad (92)$$

dans ce cas, donc,  $h$  est indépendant de  $\phi$  et on a simplement  $h = g$ . La propriété d'invariance chirale peut être exprimée à l'aide de ces représentations. Considérons, pour simplifier, le groupe chirale associé à deux saveurs légères, le multiplet de saveur du nucléon est alors simplement le doublet  $(p, n)$ , pour lequel on adopte la loi de transformation

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \longrightarrow h[\phi] \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad (93)$$

On retrouve ici une propriété attendue : sous l'effet d'une transformation axiale l'état à un nucléon est transformé en une somme d'états de parité opposée (voir §5) composés d'un nucléon et de pions.

On peut ensuite introduire une dérivée covariante de  $N$

$$\nabla_\mu N = (\partial_\mu + \Gamma_\mu) N \quad (94)$$

avec

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{2} u^\dagger [\partial_\mu + i(v_\mu + a_\mu)] u + \frac{1}{2} u [\partial_\mu + i(v_\mu - a_\mu)] u^\dagger \quad (95)$$

On peut vérifier facilement que  $\nabla_\mu N$  se transforme exactement comme  $N$  (93). Pour établir des couplages avec  $D_\mu U$  on remarque que l'objet

$$u_\mu = i u(x) D_\mu U(x) u(x), \quad (96)$$

se transforme simplement à l'aide des matrices  $h[\phi]$

$$u_\mu \longrightarrow h[\phi] u_\mu h[\phi]^\dagger \quad (97)$$

Ceci nous permet finalement d'écrire le lagrangien effectif le plus simple entre nucléon et pion

$$L_{1N}^{(1)} = \bar{N} [i\gamma^\mu (\partial_\mu + \Gamma_\mu) + g_A \gamma^\mu \gamma^5 u_\mu - M_0] N. \quad (98)$$

Ce lagrangien contient trois termes : le paramètre  $M_0$  est la masse du nucléon (dans la limite chirale) et la constante de couplage  $g_A$  intervient dans la durée de vie du neutron (numériquement  $g_A \simeq 1.27$ ). On peut vérifier que l'élément de matrice du courant axial entre un neutron et un proton est bien de la forme prédite par Nambu (voir (3)). En développant en puissances de  $\phi$  on peut déterminer les vertex d'interaction. En particulier en considérant le vertex d'interaction  $\pi NN$  on trouve

que la constante de couplage correspondante est proportionnelle à  $g_A$ , c'est la célèbre relation de Goldberger et Treiman[30]

$$\mathbf{g}_{\pi NN} = \frac{g_A}{F_\pi} \mathbf{m}_N \quad (99)$$

Nous avons vu que  $g_A$  était obtenue à partir de la désintégration par interaction faible du neutron. Le couplage  $g_{\pi NN} \simeq 13.5$ , lui, peut être déterminé à partir de diffusion pion-nucléon ou encore nucléon-nucléon (interactions purement fortes). La relation (99) est vérifiée expérimentalement à moins de 5%.

## 10 Conclusions

Nous sommes partis de l'observation que les masses des trois quarks les plus légers étaient des paramètres petits (comparés à  $\Lambda_{QCD}$ ) ce qui nous a amené à considérer la limite QCD-chiral où ces masses sont mises à zéro. Nous avons ensuite exhibé le groupe de symétrie global de QCD-chiral qui est  $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V$ . L'état fondamental (ou le vide) de cette théorie, toutefois, va briser cette symétrie et n'être invariant que par un sous-groupe,  $SU(3)_V \times U(1)_V$ . Ceci est la manifestation d'un caractère ordonné, qualitativement semblable à l'état fondamental d'un matériau ferromagnétique. Nous avons rappelé les arguments, proposés par 't Hooft, basés sur l'idée de matching de l'anomalie qui montrent que ce caractère ordonné est une conséquence nécessaire du confinement de la couleur en QCD. Il résulte de cela, au niveau du spectre, l'apparition d'un octet de bosons de Goldstone qui en QCD-physique deviennent des pseudo-Goldstone, caractérisés par des masses particulièrement petites. Nous avons introduit une méthode de théorie effective qui permet de traiter la dynamique de basse énergie de ces états. Les observables sont exprimées sous forme d'un développement faisant intervenir les impulsions des hadrons et les masses des quarks légers. Cette théorie effective fait également apparaître des constantes de couplages, qui sont des paramètres d'ordre de QCD chiral. Les valeurs numériques de ces constantes de couplage sont, en pratique, déduites de l'expérience mais, en principe, elles sont calculables à partir de la QCD sur réseau. Finalement, mentionnons quelques applications pratiques. De nombreux processus mettant en jeu les mésons pseudo-scalaires ont été étudiés comme par exemple  $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ ,  $\pi K \rightarrow \pi K$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ ,  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ,  $K \rightarrow \pi\pi e\nu$  etc... On arrive, dans certains cas, à faire des prédictions de grande précision (voir par exemple [31]). Les propriétés thermodynamiques d'un gaz de hadrons (qui à température assez basse se réduit à un gaz de pions) peuvent également se déduire par ce type d'approche. Le comportement du condensat chiral en fonction de la température a été exprimé sous forme d'un développement [32] qui est valable jusqu'à  $T \simeq 150$  MeV. Par ailleurs, les interactions entre pions et nucléons ont été étudiées, des comparaisons de précision

entre théorie et expériences ont été faites pour des processus comme  $\gamma N \rightarrow \pi N$  ou  $\pi N \rightarrow \pi N$  à basse énergie (pour une abondante revue voir, par exemple [33]). Finalement, les interactions entre deux, trois, quatre... nucléons sont étudiées, dans l'espoir de développer une approche plus fondamentale de la physique nucléaire, on pourra sur ce sujet consulter la revue [34].

## Références

- [1] H. Fritzsche, M. Gell-Mann, *Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics*, Chicago, 1972, Vol **2** 135. (Réimpression [hep-ph/0211388](#)).
- [2] H. Fritzsche, M. Gell-Mann and H. Leutwyler, *Phys. Lett. B* **47** (1973) 365.
- [3] J.F. Donoghue, E. Golowich and B.R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press (1992).
- [4] R. P. Feynman and M. Gell-Mann, *Phys. Rev.* **109** (1958) 193.
- [5] Y. Nambu, *Phys. Rev. Lett.* **4** (1960) 380 .
- [6] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **122** (1961) 345.
- [7] J. Goldstone, *Nuov. Cim.* **19** (1961) 154.
- [8] Q. Mason, H. D. Trottier, R. Horgan, C. T. H. Davies and G. P. Lepage [HP-QCD Collaboration], [hep-ph/0511160](#).
- [9] Particle Data Group, S. Eidelman et al., *Phys. Lett. B* **592**, 1 (2004).
- [10] L. Landau et E. Lifchitz, *Mécanique*, ed. Mir, Moscou (1961).
- [11] S. L. Adler, *Phys. Rev.* **177** (1969) 2426.
- [12] J.S. Bell and R. Jackiw, *Nuov. Cim.* **A60** (1969) 47 .
- [13] Contribution to the school “Topology and Geometry in Physics”, Rot an der Rot, (2001) [hep-th/0201220](#)
- [14] G. 't Hooft, *Phys. Rept.* **142** (1986) 357.
- [15] K. Fujikawa, *Phys. Rev.* **D21** (1980) 2848, **D22** (1980) 1499(E)
- [16] W. A. Bardeen, *Phys. Rev.* **184** (1969) 1848.
- [17] J. Gasser and H. Leutwyler, *Nucl. Phys. B* **250** (1985) 465.
- [18] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, vol.II, Cambridge University Press, (1996).
- [19] C. Vafa and E. Witten, *Nucl. Phys.* **B234** (1984) 173.
- [20] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1830.

- [21] G. 't Hooft, lecture given at the Cargèse Summer Institute 1979, in *Recent developments in Gauge theories* eds. G 't Hooft *et al* (Plenum NY 1980) reprinted in G. 't Hooft, *Under the Spell of the Gauge Principle* (World Scientific, Singapore, 1994).
- [22] J. Wess and B. Zumino, Phys. Lett. B **37** (1971) 95.
- [23] E. Witten, Nucl. Phys. B **223** (1983) 422.
- [24] S. Weinberg, Physica A **96** (1979) 327.
- [25] J. Gasser and H. Leutwyler, Annals Phys. **158** (1984) 142.
- [26] J. Bijnens, G. Colangelo and G. Ecker, JHEP **9902** (1999) 020 [arXiv :hep-ph/9902437].
- [27] R. F. Dashen, Phys. Rev. **183** (1969) 1245.
- [28] R. Urech, Nucl. Phys. B **433** (1995) 234 hep-ph/9405341.
- [29] S. R. Coleman, J. Wess and B. Zumino, Phys. Rev. **177** (1969) 2239, C. G. . Callan, S. R. Coleman, J. Wess and B. Zumino, Phys. Rev. **177** (1969) 2247.
- [30] M. Goldberger and S.B. Treiman, Phys. Rev. **111** (1958) 354.
- [31] G. Colangelo, J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **603** (2001) 125 [hep-ph/0103088].
- [32] P. Gerber and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **321** (1989) 387.
- [33] S. Scherer, dans *Advances in Nuclear Physics*, Volume 27 Negele, J.W.; Vogt, Erich W. (Eds.) [hep-ph/0210398.]
- [34] E. Epelbaum, [nucl-th/0509032].

# The structure of hadrons

Jean-Marc Le Goff  
DAPNIA CEA-Saclay

**Résumé:** Ces notes ont été rédigées en anglais dans l'espoir qu'elles soient ainsi plus utiles. Des notes similaires en Français couvrant les cours 1 et 2 sont disponibles sur le site <http://www.cern.ch/jlegoff>. Le cours 1 décrit les *facteurs de formes* qui sont les transformées de Fourier des distributions de charge. Les cas du  $\pi$  (spin 0) et du nucléon (spin 1/2) sont discutés; ainsi que la contribution de l'étrangeté aux facteurs de forme du nucléon, mesurée dans les *expérience de violation de Parité*. Le cours 2 traite des *distributions de partons polarisées* qui décrivent la fraction d'impulsion des quarks et des gluons à l'intérieur du nucléon. Les distributions de partons polarisées (longitudinalement) des quarks puis des gluons sont discutées ainsi que la distribution polarisée transversalement des quarks, ou *transversité*. Le cours 3 traite des *distributions de partons généralisés* qui unifient les concepts de facteur de forme et de distribution de partons. Le sujet du dernier cours est la spectroscopie des hadrons. Le *modèle des quarks* est discuté ainsi que ce qui va au delà: *boules de glue, hybrides, molécules de mésons et pentaquarks*.

---

Hadrons have macroscopic properties like their mass, decay width, charge, spin or parity. The discovery of all hadrons, the measurement of these properties and the resulting classification of hadrons using in particular the Quark Model is the aim of hadron spectroscopy. This is the topic of the fourth and last lecture.

The first three lectures deal with observables related with the internal structure of hadrons, for the very few hadrons for which they can be measured, i.e. protons, neutrons and, to some limited extent, pions. Lecture 1 discuss *form factors* which are the Fourier transform of the charge distributions. Lecture 2 deals with *parton distribution functions (pdf)* which describe the momentum fraction of quarks and gluons inside the nucleon; the main focus will be on polarized pdf's. Lecture 3 presents the notion of *generalized parton distributions (GPD)* which unifies form factors and pdf.

In the reference we will first give a list of books [1] and a list of reviews [2]. Specific references will then be given only when needed, in particular for recent experimental results, which are not referred in the reviews.

# 1 Form factors

Form factors can be measured in elastic lepton-scattering experiments. We will first discuss electron scattering on a static potential. This is a non-relativistic description which we will use to introduce the form factors as Fourier transforms of the charge distributions. We will then describe scattering on a spin 0 hadron,  $e\pi \rightarrow e\pi$ , in a relativistic framework. We will move to the case of a spin 1/2 hadron,  $ep \rightarrow ep$ , and introduce *electric* and *magnetic* form factors. Finally we will discuss the strange quark contribution to the form factors, which can be measured in *parity violation* experiments.

## 1.1 Electron scattering on a static potential

For sake of simplicity, we consider a spin-less electron. In non-relativistic scattering theory the cross section can be written as  $d\sigma/d\Omega = |f(\vec{k}, \vec{k}')|^2$ , where  $\vec{k}$  and  $\vec{k}'$  are the initial and final electron momenta and  $f(\vec{k}, \vec{k}')$  is the *scattering amplitude* on the interaction potential  $V(\vec{r})$ :

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{|k|}{2\pi} \int \Psi'(\vec{r}) V(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d^3\vec{r}. \quad (1)$$

The initial electron wave function is a plane wave  $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ , while the final wave function  $\Psi'(\vec{r})$  is distorted by re-interaction with the potential. In the first Born approximation the scattered wave function  $\Psi'(\vec{r})$  is replaced by a plane wave  $e^{-i\vec{k}'\vec{r}}$  (this means the electron interacts only once with the potential, which is a very good approximation since  $\alpha = 1/137$ ) and we have :

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{|k|}{2\pi} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}} [-e\phi(\vec{r})] e^{i\vec{k}\vec{r}} d^3\vec{r} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f(\vec{q}) &= \frac{|k|}{2\pi} e \int e^{i\vec{q}\vec{r}} \phi(\vec{r}) d^3\vec{r} \\ &= \frac{|k|}{2\pi} \frac{e}{q^2} \int e^{i\vec{q}\vec{r}} \Delta\phi(\vec{r}) d^3\vec{r} \\ &= \frac{2Z\alpha|k|}{q^2} \int e^{i\vec{q}\vec{r}} \rho(\vec{r}) d^3\vec{r}, \end{aligned}$$

where  $V$  was written in terms of the electric potential  $\phi$  as  $V(\vec{r}) = -e\phi(\vec{r})$ ; the momentum transfer  $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$  was introduced; two integrations by part were performed to let  $\Delta\phi$  appear; the Poisson equation  $\Delta\phi = Ze\rho(\vec{r})$  and  $\alpha = e^2/4\pi$  were used. Finally using the relation  $|q| = 2|k|\sin\theta/2$ , where  $\theta$  is the scattering angle, and  $|k'| = |k|$  for an elastic scattering on a potential, the cross section can be written as :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q})|^2 = \left(\frac{Z\alpha}{2k}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\theta/2} |F(\vec{q})|^2, \quad (3)$$

where we introduced the *Form Factor*  $F$ , which is the Fourier transform of the charge distribution :

$$F(\vec{q}) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3\vec{r} \quad (4)$$

For a point potential, i.e.  $\rho(\vec{r}) = \delta(\vec{r})$ , we get  $F(\vec{q}) = 1$ ; so  $|F(\vec{q})|^2$  represents the deviation of the cross section from the cross section on a point potential:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point} \times |F(\vec{q})|^2 \quad (5)$$

For a spherical potential, i.e.  $\rho(\vec{r}) = \rho(r)$ , one can show that  $F(\vec{q}) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \rho(r) \sin(qr) r dr$ . If the form factor is normalized such that  $F(0) = 1$ , a Taylor expansion gives  $F(\vec{q}) \approx 1 - (\vec{q}^2/6)\langle r^2 \rangle$ . The form-factor slope at  $\vec{q}^2 = 0$  gives the quadratic-mean charge radius :

$$\langle r^2 \rangle = -6 \frac{\partial F}{\partial \vec{q}^2} \Big|_{\vec{q}^2=0} \quad (6)$$

A more intuitive understanding of form factors is provided by Fig. 1, where we see a plane wave scattering on a potential. The contributions from points  $O$  and  $M$  are out of phase by  $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}$ , where  $d$  is the difference between the path  $P_2MP_2'$  and  $P_1OP_1'$ . At small  $q$ ,  $\lambda$  is much larger than the radius of the potential:  $\delta \approx 0$ , all the charge contributes and  $F(q) \approx 1$ . When  $q$  increases,  $\delta$  also increases and there are more and more destructive interferences which reduce the form factor. Therefore the form factors are generally decreasing functions of  $q$ .

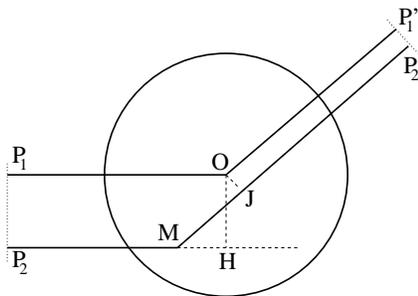


Figure 1: Scattering of an incident plane wave on a potential.

The proton radius is 0.86 fm and nucleus radii scale as  $1.1A^{1/3}$  fm. So we need to probe distances on the order of 1 fm. The reduced wave length of the probe is  $\hbar/q$ , with  $\hbar c = 197$  MeV.fm. We then need momentum transfers of at least 200 MeV and then electrons of several hundredth MeV or more.

### Some examples

Let's consider the case of a uniform sphere of radius  $a$ , i.e.  $\rho(r) = \rho_0$  for  $r < a$  and  $\rho(r) = 0$  for  $r > a$ . The form factor is  $F(q) = 3(\sin x - x \cos x)/x^3$ , where  $x = qa$ . This is

displayed in Fig. 2, where we see that the general trend is that the form factor decreases with  $q$ , with however some diffractive minima due to the discontinuity of  $\rho(r)$ .

Fig. 3 presents the cross section for  $^{208}\text{Pb}$ . We find also diffractive minima but partly filled. The figure also shows the corresponding charge distribution, which exhibits a fast variation but not a real discontinuity. This is why the diffractive minima are not as clear as in the ideal case of the uniform sphere.

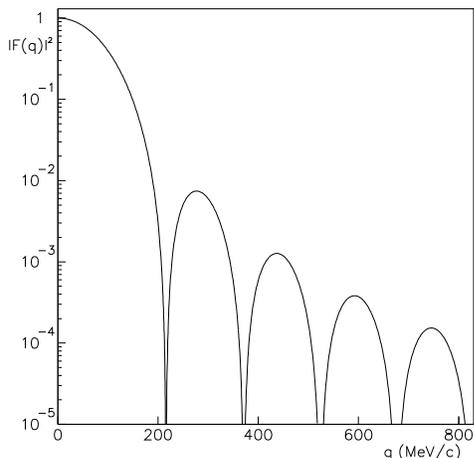


Figure 2: The squared form factor for scattering on a uniform sphere of radius  $a=4.1$  fm.

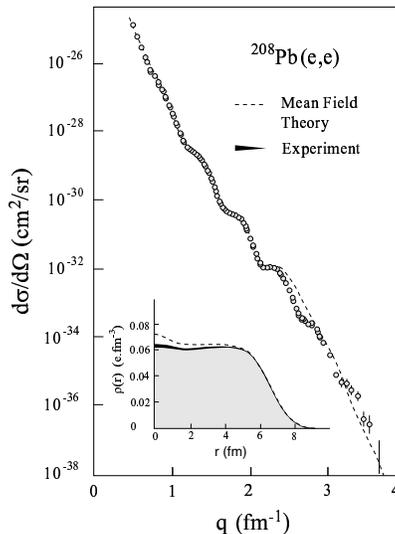


Figure 3: The cross section for elastic scattering on  $^{208}\text{Pb}$  and the corresponding charge distribution.

## 1.2 Scattering on a spin 0 particle, $e\pi \rightarrow e\pi$

We now turn to a relativistic description. The cross section can be written in terms of the squared amplitude, averaged over initial spins and summed over final spins:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s k_{cm}^2} \frac{1}{2} \sum_{ss'} |\mathcal{M}_{ss'}|^2. \quad (7)$$

In the case of  $e\mu$  scattering, if we define the electronic current as  $j_\mu = -ie\bar{u}(k')\gamma_\mu u(k)$  and the muon current  $J_\nu$  in an analogous way, we can write  $\mathcal{M} = j_\mu(-ig^{\mu\nu}/q^2)J_\nu$ . If the muon is replaced by a particle with an internal structure, such as the pion, we cannot write the current in such a simple form. Lorentz invariance, however, tells us that we can only use the two independent Lorentz vectors,  $p_\nu$  and  $p'_\nu$ , multiplied by functions of the only available Lorentz scalar,  $Q^2 = -q^2 = -q_\mu q^\mu$ . The most general form for the current is then :

$$J_\nu = ie [(p + p')_\nu F(Q^2) + (p - p')_\nu G(Q^2)], \quad (8)$$

where  $F$  and  $G$  are form factors. The current must be conserved, i.e.  $q_\mu J^\mu = 0$ <sup>1</sup>, which results in  $0 \times F(Q^2) + Q^2 G(Q^2) = 0$  and only one form factor remains :

$$\boxed{J_\nu = ie(p + p')_\nu F(Q^2)}. \quad (9)$$

After some computation we get<sup>2</sup>

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} F^2(Q^2) \quad \text{with} \quad \sigma_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E^2 \sin^4(\theta/2)}}. \quad (10)$$

The *Mott cross-section*,  $\sigma_{Mott}$ , corresponds to the scattering on an infinitely heavy point particle. The recoil term  $E'/E = 1/[1+(2E/m_\pi) \sin^2(\theta/2)]$  is due to the energy transferred to the recoiling particle (here a pion), it is 1 for an infinitely heavy particle. If we leave out the  $\cos^2(\theta/2)$  due to spin and the recoil term, we find back the non-relativistic cross-section (Eq. 3).

### The crossed channel $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ and VDM

The  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  process involves the same graph as  $e\pi \rightarrow e\pi$ , but in the time-like region ( $q^2 > 4m_\pi$ ) and not the space-like region ( $q^2 < 0$ ).

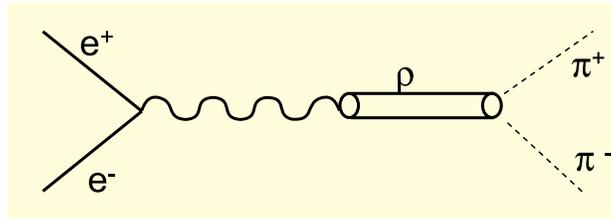


Figure 4:  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  graph in VDM model.

Experimentally the  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  cross-section exhibits a peak at  $q^2 = m_\rho^2$  ( $m_\rho = 770$  MeV), as can be seen on the plot of the corresponding form factor in Fig. 5. It is then natural to assume that this cross section is dominated by the process where the photon fluctuates into a  $\rho$  (same quantum numbers as the photon) which then decays in a  $\pi^+\pi^-$  pair, as depicted in Fig. 4. This is the so-called *vector meson dominance model* (VDM), which can actually include in addition to the  $\rho$  other vector mesons ( $\omega, \phi, \dots$ ), whose contributions are however much smaller. The amplitude is:

$$\mathcal{M} = j_\mu \left( -i \frac{g^{\mu\lambda}}{q^2} \right) \left( \frac{m_\rho^2}{f_{\rho\gamma}} \right) \left( \frac{-ig_{\lambda\nu} - q_\lambda q_\nu / m_\rho^2}{q^2 - m_\rho^2} \right) J^\nu, \quad (11)$$

<sup>1</sup>In our expression of the current the  $x$  dependence ( $e^{ipx}e^{-ip'x} = e^{iq_\mu x^\mu}$ ) was implicit, so current conservation,  $\partial_\mu J^\mu = 0$ , results in  $q_\mu J^\mu = 0$ .

<sup>2</sup>Here are some intermediate steps:  $\frac{1}{2} \sum_{ss'} |\mathcal{M}_{ss'}|^2 = \frac{e^4}{q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$  with  $W_{\mu\nu} = 4p_\mu p_\nu F(Q^2)^2$  (use  $q_\mu L^{\mu\nu} = 0$ ) and  $L^{\mu\nu} = 2[k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu}]$ . So  $L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 16m_\pi^2 E E' \cos^2(\theta/2) F(Q^2)^2$  and  $\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{\pi}{E E'} \cos^2(\theta/2) F(Q^2)^2$  ( $\alpha = e^2/4\pi$ ). Finally use  $dt = (E'^2/\pi)d\Omega$ .

where one successively recognizes the electron current, the photon propagator, the  $\rho - \gamma$  coupling constant ( $f_{\rho\gamma}$  is a parameter of the model), the  $\rho$  propagator, and the pion current. In this model the pion is assumed to be structureless, i.e.  $J^\nu = ig_{\rho\pi\pi}(p + p')^\nu$ . One can then compute the cross section, divide it out by  $\sigma_{Mott}$  and the recoil term to get for the form factor:  $F(q^2) = \frac{g_{\rho\pi\pi}m_\rho^2}{e(q^2 - M^2)f_{\rho\gamma}}$ . To take into account the fact that  $\rho$  is not a stable particle,  $m_\rho$  should be replaced by  $m_\rho - i\Gamma/2$ . Finally we get:

$$|F(q^2)| = \frac{g_{\rho\pi\pi}}{ef_{\rho\gamma}} \frac{m_\rho^2}{\sqrt{(q^2 - m_\rho^2)^2 + \Gamma_\rho^2(q^2)m_\rho^2}}. \quad (12)$$

This is a *Breit-Wigner* function, which is characteristic of resonances. Fig. 5 shows that VDM perfectly reproduces the data in the time-like region.

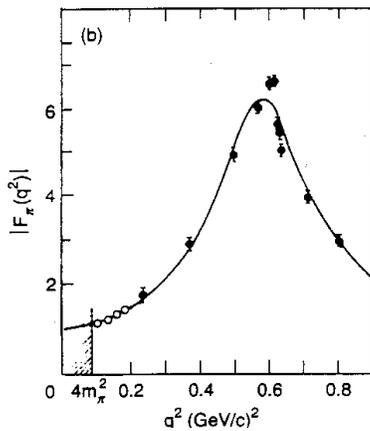


Figure 5:  $\pi$  form factor in the time-like region; VDM versus data.

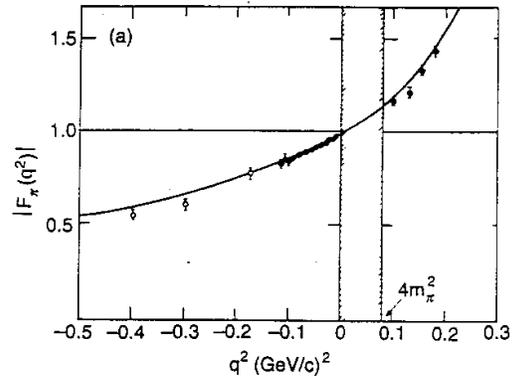


Figure 6: The  $\pi$  form factor: extrapolation of VDM in the space-like region.

### VDM in the space-like region

We may then try to use VDM in the space-like region. In this case  $q^2 < 4m_\pi^2$  and the  $\rho$  cannot decay. Therefore we have  $\Gamma = 0$  and

$$|F(Q^2)| = \frac{g_{\rho\pi\pi}}{ef_{\rho\gamma}} \frac{1}{1 + Q^2/m_\rho^2}, \quad (13)$$

which reproduces the data in the space-like region (Fig. 6). In addition  $^3 \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{-6\partial F/\partial Q^2|_{Q^2=0}} = \sqrt{6}/m_\rho = 0.63$  fm, which agrees with the experimental result  $0.66 \pm 0.02$  fm. The pion radius is dominated by the intermediate  $\rho$ .

Experimentally, the  $e\pi \rightarrow e\pi$  cross-section can be measured at low  $Q^2$  by the scattering of a high energy pion beam on the electrons of a hydrogen target. At higher  $Q^2$ ,  $F_\pi(Q^2)$  is

<sup>3</sup> In Eq 6 the form factor is normalized such that  $F(0) = 1$ , so we should leave out the factor  $g_{\rho\pi\pi}/ef_{\rho\pi}$  in Eq. 13. In addition we used  $\partial F/\partial \vec{q}^2|_{\vec{q}^2=0} = \partial F/\partial Q^2|_{Q^2=0}$ , which holds since  $\vec{q}^2 = Q^2 + E_\gamma^2 = Q^2 + (Q^2/2m_\pi)^2 = Q^2(1 + Q^2/4m_\pi^2) \approx Q^2$  at small  $Q^2$ .

obtained by analyzing the reaction  $ep \rightarrow ep\pi$  in kinematic domains where it is dominated by the emission of a pion by the proton followed by  $e\pi \rightarrow e\pi$  elastic scattering. This is, however, always a somewhat model dependent analysis.

### 1.3 Scattering on a spin 1/2 particle, $ep \rightarrow ep$

#### The proton electromagnetic current

To form the current of a spin 1/2 particle, in addition to Lorentz vectors and scalars, we may use  $\gamma$  matrices. The most general form is:

$$J^\mu = e\bar{u}[\gamma^\mu K_1 + i\sigma^{\mu\nu}(p-p')_\nu K_2 + i\sigma^{\mu\nu}(p+p')_\nu K_3 - (p'-p)^\mu K_4 + (p'+p)^\mu K_5]u \quad (14)$$

where the  $K_i$  are form factors depending only on  $Q^2$ ,  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ , and where terms involving  $\gamma_5$  were omitted because electromagnetic interaction conserves parity. Using Gordon identity,

$$\bar{u}\gamma^\mu u = \frac{\bar{u}}{2M}[i\sigma^{\mu\nu}(p'-p)_\nu + (p'+p)^\mu]u, \quad (15)$$

$K_3$  and  $K_5$  can be eliminated by defining new form factors  $F_1$ ,  $F_2$  and  $F_3$ . Current conservation gives

$$q_\mu J^\mu = e\bar{u}\left[(p'-p)_\mu\gamma^\mu F_1 + \frac{i}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\mu q_\nu F_2 + q^2 F_3\right]u = 0. \quad (16)$$

The  $F_1$  term is null because the spinors  $u$  and  $\bar{u}$  obey Dirac equation. The  $F_2$  term is null because of the contraction of the antisymmetric tensor  $\sigma^{\mu\nu}$  with the symmetric tensor  $q_\mu q_\nu$ . We get  $e\bar{u}q^2 F_3 u = 0$ . Finally the current involves only two form factors, the so-called *Dirac* ( $F_1$ ) and *Pauli* ( $F_2$ ) form factors:

$$\boxed{J^\mu = e\bar{u}\left[\gamma^\mu F_1(Q^2) + \frac{i\kappa}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2(Q^2)\right]u} \quad (17)$$

#### The cross section

After some computation the expression of the cross section reads :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} \left[ F_1^2 + \tau\kappa^2 F_2^2 + \tau(F_1 + \kappa F_2)^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (18)$$

Alternatively we can use the *electric and magnetic Sachs* form-factors :

$$G_E = F_1 - \tau F_2, \quad G_M = F_1 + F_2, \quad (19)$$

where  $\tau = Q^2/4M^2$ . We get  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} \left[ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$  or

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} \left[ \frac{\epsilon G_E^2 + \tau G_M^2}{\epsilon(1 + \tau)} \right]}. \quad (20)$$

Here  $\epsilon = [1 + 2(\vec{q}^2/Q^2) \tan^2(\theta/2)]^{-1}$  is the rate of longitudinal polarization of the photon ( $0 \leq \epsilon \leq 1$ ). Note that a virtual photon as a nonzero mass and can therefore have a longitudinal polarization.

In the so-called *Breit frame* (or *brick-wall frame*) the initial and final momenta of the proton are equal and opposite. In this frame  $J_\mu \propto [G_E, i(\vec{\sigma} \times \vec{q}/2M)G_M^2]$ , so  $G_E$  is the Fourier transform of the charge distribution and  $G_M$  that of the magnetization distribution.

### Separation of $G_E$ and $G_M$

In order to separate  $G_E$  and  $G_M$ , several measurements are performed at the same  $Q^2$  but different scattering angles and therefore different values of  $\epsilon$ . Plotting the quantity  $\epsilon(1 + \tau) \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{E}{E'} \frac{1}{\sigma_{Mott}} = \epsilon G_E^2 + \tau G_M^2$  as a function of  $\epsilon$  gives a straight line, whose slope provides  $G_E$  and the intercept  $G_M$ . This is the so-called *Rosenbluth separation*. The various measurements are performed at different beam energies and scattering angles, which may result in systematic effects on the slope. In addition, at high  $Q^2$  we have  $G_E^2 \ll \tau G_M^2$ , so that the slope is very small and the measurement of  $G_E$  very difficult.

With the availability of polarized electron beams it is now possible to overcome these limitations. The polarized beam is sent on an unpolarized target, the recoil proton is analyzed in a magnetic spectrometer and its polarization is measured in a proton polarimeter located in the focal plane of the spectrometer. The proton scatters on the polarimeter carbon target at a polar angle  $\theta'$  and an azimuthal angle  $\phi'$ . The cross section is

$$\sigma = \sigma_0 [1 + P_e P_x A_y(\theta') \sin \phi' + P_e P_z \sin \chi A_y(\theta') \cos \phi'], \quad (21)$$

where  $P_x = \frac{-\sqrt{\tau} \sqrt{2\epsilon(1-\epsilon)} G_E G_M}{\epsilon G_E^2 + \tau G_M^2}$  and  $P_z = \frac{\tau \sqrt{1-\epsilon} G_M^2}{\epsilon G_E^2 + \tau G_M^2}$  are the proton transverse and longitudinal polarizations,  $P_e$  the beam polarization,  $A_y(\theta')$  the *analyzing power* of proton-carbon scattering, and the  $\sin \chi$  term is due to the proton spin precession inside the spectrometer. The beam spin asymmetry,  $\frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}(\phi')$ , where  $N^+$  and  $N^-$  are the number of events for a given beam helicity, is fitted with  $a \sin \phi' + b \cos \phi'$ . The ratio  $a/b$  gives  $P_x/P_z \sin \chi$  and, up to some kinematic factors,  $P_x/P_z$  gives  $G_E/G_M$ . Note that both  $P_e$  and  $A_y(\theta')$  cancel in the ratio  $a/b$ . So, in this measurement of  $G_E/G_M$ , there is no systematic error related to the beam polarization and to the calibration of the analyzing power.

## Results

The proton magnetic form-factor is well described by a *dipolar* shape up to the highest measured  $Q^2$  of about 20 GeV<sup>2</sup>:  $G_M \approx \mu_p/(1 + Q^2/m^2)^2$ , where  $\mu_p = 2.79$  is the proton magnetic moment and  $m = 0.84$  GeV. As long as the electric form-factor was only measured by Rosenbluth separation up to about 1 GeV<sup>2</sup> it seemed to be also well described by a dipolar shape,  $G_E \approx 1/(1 + Q^2/m^2)^2$ . Data obtained with polarized electrons [4] at JLab<sup>4</sup> now show a clear departure from this shape as can be seen from the ratio  $\mu_p G_E^p/G_M^p$  in Fig. 7. The electric form factor seems to be going to cross zero around  $Q^2 = 7$  GeV<sup>2</sup>. This could be interpreted as a dense core of about 0.2 fm inside the nucleon. Note, however, that this is a non-relativistic interpretation at  $Q^2 \gg M^2$ .

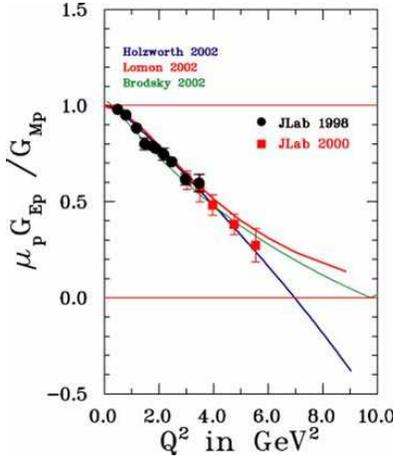


Figure 7: The ratio of the proton electric to magnetic form factors,  $\mu_p G_E^p/G_M^p$ .

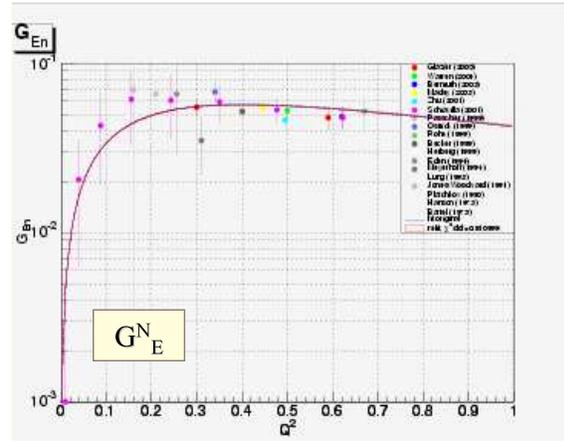


Figure 8: The neutron electric form factor,  $G_E^n(Q^2)$  measured at JLab[3].

Using a deuteron target, the neutron form-factors can also be measured. The magnetic one is described by a dipolar shape,  $G_M^n = \mu_n/(1 + Q^2/m^2)^2$ , where  $\mu_n = -1.91$  is the neutron magnetic moment. The neutron also has an electric form factor presented in Fig. 8. At  $Q^2 = 0$ , we see all the charge, so  $G_E^n(0) = 0$  since the neutron has no global electric charge. The inverse Fourier transform of  $G_E^n$  provides the neutron electric charge distribution, with positive charge in the center and negative far from the center, as displayed in Fig. 9-center.

## 1.4 Strangeness contribution to form factors, parity violation

A form factor represents the distributions of quarks inside the nucleon weighted by the electric charge of the quarks, so that  $G_{E,M} = \sum Q_i G_{E,M}^i$ , where  $G_{E,M}^i$  is the Fourier transform of the distribution of quarks of flavor  $i$ . The isospin symmetry, or flavor  $SU(2)$

<sup>4</sup>The CEBAF facility at Jefferson laboratory in Virginia provides a 6 GeV polarized electron beam with  $P \approx 80\%$ .

symmetry, between the  $u$  and  $d$  flavors is valid to a very good approximation. Proton and neutron are symmetric states in terms of isospin, meaning for instance  $G^{u,p} = G^{d,n}$  and  $G^{s,p} = G^{s,n}$ . We use the proton as reference to label the different flavor contributions, e.g.  $G^u := G^{u,p} = G^{d,n}$  and  $G^s := G^{s,p} = G^{s,n}$ .

### The $u$ , $d$ and $s$ contributions

If, for the moment, we limit the sum to the  $u$  and  $d$  quarks we can write down the proton and neutron form factors as  $G^p = \frac{2}{3}G^u - \frac{1}{3}G^d$  and  $G^n = -\frac{1}{3}G^u + \frac{2}{3}G^d$ . Therefore their measurement provides 2 equations, from which  $G^u$  and  $G^d$  can be extracted. This is illustrated in Fig.9 in the case of  $G_E$  and a similar extraction can be done for  $G_M$ .

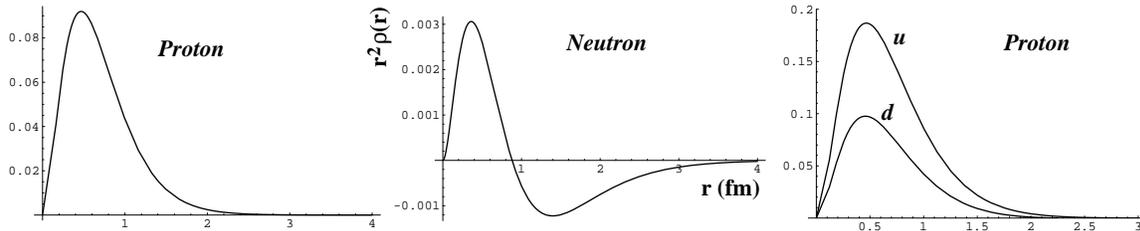


Figure 9: The proton (left) and neutron (center) charge distributions, obtained from inverse Fourier transform of  $G_E^p$  and  $G_E^n$ , and the  $u$  and  $d$  distributions (right) obtained from  $G_E^u$  and  $G_E^d$ . The  $u$  distribution is about twice the  $d$  distribution so that the neutron charge distribution is close to zero ( $G^n \propto 2G^d - G^u$ ); note the different vertical scales.

But can we really neglect  $s$  contribution? It is known that  $s$  contributes to about 5% of the nucleon momentum, to about  $-10\%$  of the spin (see lecture 2 on polarized pdf) and depending on the analysis to 0 to 30% of the mass. However, all these results rely on the assumption of flavor  $SU(3)$  symmetry, which is much less valid than  $SU(2)$ . We will now show how  $s$  contribution to form factors can be measured relying only on  $SU(2)$  symmetry.

### Weak form factors

Elastic electron-nucleon scattering occurs through the exchange of a virtual photon but also through  $Z^0$ -boson exchange, although with a much lower probability at low energy. The exchange of the  $Z^0$  involves the nucleon weak current which has a similar structure as the electromagnetic one, with in addition a term involving a  $\gamma_5$  matrix since weak interaction violates parity:

$$J_\mu^Z = \bar{u} \left[ \gamma_\mu F_1^Z + i \frac{\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2M} F_2^Z + \gamma_\mu \gamma_5 G_A \right] u, \quad (22)$$

where we note the Pauli ( $F_1^Z$ ) and Dirac ( $F_2^Z$ ) weak form factors and the axial form factor,  $G_A$ . Alternatively one can use the electric  $G_E^Z$  and magnetic  $G_M^Z$  weak form factors instead

of  $F_1^Z$  and  $F_2^Z$ . The weak form factors represent the distributions of quarks inside the nucleon but now weighted by the *weak charge* of the quark:  $G = \sum (\frac{1}{2}T_i^3 - Q_i \sin^2 \theta_w) G^i = (\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w) G^u + (-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w) G^d + (-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w) G^s$ . Combining the electromagnetic form-factors of the proton ( $G^{p\gamma}$ ) and the neutron ( $G^{n\gamma}$ ) with the proton weak form-factor ( $G^{pZ}$ ) provides three equations allowing for the extraction of the three unknowns,  $G^u$ ,  $G^d$  and  $G^s$ . Also,  $G^Z$  can be written as a linear combination of  $G^{p\gamma}$ ,  $G^{n\gamma}$  and  $G^s$ , which will be useful below.

### Parity-violation experiments

At  $Q^2 \ll M_Z^2$  the weak amplitude,  $T_Z$ , is much smaller than the electromagnetic one,  $T_\gamma$ . So  $|T|^2 = |T_\gamma|^2 + 2\text{Re}(T_\gamma T_Z) + |T_Z|^2 \approx |T_\gamma|^2$ . The weak amplitude can however be measured: the spin asymmetry for a polarized beam and an unpolarized target violates parity; so it does not receive contribution from  $|T_\gamma|^2$  and it is proportional to  $\text{Re}(T_\gamma T_Z)$ . This asymmetry is on the order of  $\text{Re}(T_\gamma T_Z)/|T_\gamma|^2$ , or of the ratio of the  $Z$  to the  $\gamma$  propagators, i.e.  $Q^2/(Q^2 + M_Z^2)$ , or typically  $10^{-5}$  or  $10^{-6}$  ! The asymmetry reads:

$$A_{PV} = \frac{\sigma^\rightarrow - \sigma^\leftarrow}{\sigma^\rightarrow + \sigma^\leftarrow} = -\frac{G_F Q^2}{4\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{\epsilon G_E^\gamma G_E^Z + \tau G_M^\gamma G_M^Z - (1 - 4 \sin^2 \theta_w) \epsilon' G_M^\gamma G_A}{\epsilon (G_E^\gamma)^2 + \tau (G_M^\gamma)^2}. \quad (23)$$

Given this expression and since  $G_{E,M}^Z$  can be written as a linear combination of  $G_{E,M}^{p\gamma}$ ,  $G_{E,M}^{n\gamma}$  and  $G_{E,M}^s$ , the asymmetry can be written as  $A = A_0 + \alpha G_E^s + \beta G_M^s + \gamma G_A$ , where  $A_0$  involves only the known  $G_{E,M}^{p\gamma}$  and  $G_{E,M}^{n\gamma}$ .

Several measurements can be performed at the same  $Q^2$  in order to separate  $G_E^s$ ,  $G_M^s$  and  $G_A$ . Proton data at forward angles are dominated by  $G_E^s$  and  $G_M^s$ , while at backward angles they are dominated by  $G_M^s$  and  $G_A$ . Deuteron backward angle data are also dominated by  $G_M^s$  and  $G_A$  but with different weights. Finally, due to its spin zero, elastic Helium data depend only on  $G_E^s$ .

### Results

Five experiments have performed or will perform such parity-violation experiments as listed in the table below. There are already many results obtained at  $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$ . They are in excellent agreement as illustrated in Fig. 10. Combined together they give  $G_E^s = -0.013 \pm 0.028$  and  $G_M^s = 0.62 \pm 0.31$ . The value of  $G_M^s(0.1)$  is positive by  $2 \sigma$ . In contrast most models predict a negative value for the strange contribution to the nucleon magnetic moment,  $\mu_s$ , which is  $G_M^s(Q^2 = 0)$ . The variation of  $G_M^s$  between  $Q^2 = 0.1$  and 0 is not expected to be very large, so there seems to be a discrepancy between the experimental result and the theoretical predictions. New HAPPEX data should reduce the error on  $G_M^s(Q^2 = 0.1)$  by a factor 2 to 3, clarifying the issue whether it is indeed positive.

exp	lab	dates	$Q^2$	result
SAMPLE [5]	MIT-Bates	1998-2002	0.04 and 0.1	$G_M^s, G_E^s$
HAPPEX	JLab	1998-2002	0.48	$G_E^s + 0.4G_M^s$
PVA4 [6]	Mainz-MAMI	2002-2007	0.1-0.48	$G_M^s, G_E^s$
HAPPEX2 [7]	JLab	2004-2005	0.1	$G_E^s, G_M^s$
G0 [8]	JLab	2004-2009	0.1 - 10	$G_E^s, G_M^s, G_A$

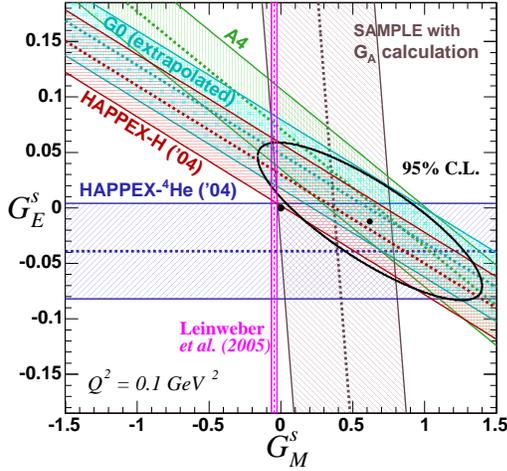


Figure 10: Constraints on  $G_E^s$  and  $G_M^s$  obtained from parity violating asymmetries measured by various experiments at  $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$ . The G0 measurement is actually performed at  $Q^2 = 0.15 \text{ GeV}^2$  and extrapolated to  $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$ . The narrow vertical band is a lattice QCD prediction for  $\mu_s$  by Leinweber et al.

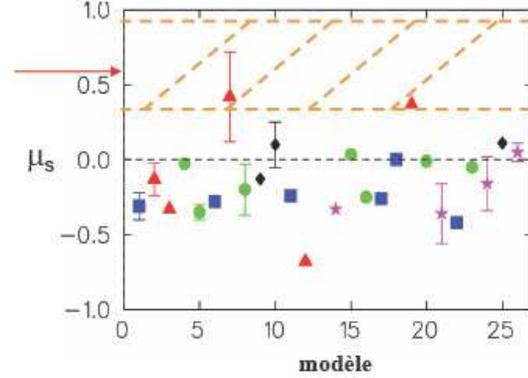


Figure 11: The horizontal band represents the experimental result for  $G_M^s(Q^2 = 0.1)$  while the points are predictions for  $\mu_s = G_M^s(Q^2 = 0)$ . Red triangles correspond to Skyrme based models, blue squares to VDM, green circles to kaon-loop models, purple stars to lattice QCD and black lozenges to some other models.

## 2 Polarized parton distribution functions

The unpolarized parton-distribution-functions (pdf) of quarks,  $q(x)$ , and gluons,  $g(x)$ , are quite well known for  $x$  larger than about  $10^{-3}$ . What happens at very low  $x$  is studied at the HERA collider but will not be discussed here. We will instead focus on **polarized** pdf. We will start with a few reminders on *deep inelastic scattering* and the *parton model* but more can be found in the lectures of Patrick Aurenche. We will then discuss the quark polarized pdf,  $\Delta q(x)$ , and the so-called *spin crisis*, which refers to the fact that the contribution of quark spins to the nucleon spins seems to be small. We will continue with the gluon polarized pdf,  $\Delta g(x)$ . In addition to unpolarized pdf and to longitudinally polarized (or helicity) pdf, which measures the spin along the direction of the momentum, there exists a third pdf, called transversity,  $\Delta_T q(x)$ . It measures the spin in a direction transverse to the momentum and will be the last topic of lecture 2.

### 2.1 Deep inelastic scattering and the parton model

*Deep inelastic scattering* (DIS) refers to the scattering of a high-energy lepton off a nucleon,  $k+P \rightarrow k'+X$ . In the one-photon-exchange approximation (Fig. 12), the scattering occurs via the exchange of a virtual photon,  $q_\mu = k_\mu - k'_\mu$ . In *inclusive* DIS only the scattered lepton is measured and there are only two independent Lorentz invariants. They can be chosen as  $Q^2 = -q_\mu^2$ , the invariant mass of the virtual photon, and the Bjorken variable  $x_{bj} = Q^2/2Pq$ , which we shall later note  $x$  for simplicity. The invariant  $Q^2$  is the resolution of the electromagnetic probe.

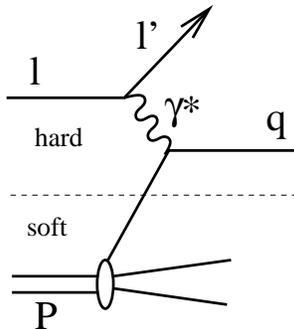


Figure 12: The DIS process which factorizes in a hard and a soft part.

#### The parton model

In the *parton model* we consider a reference frame in which the nucleon moves with a very large momentum along  $z$ , the so-called *infinite momentum frame*. All masses and all quark and gluon momenta transverse to  $z$  can be neglected and the nucleon can be

considered as a collection of massless constituents, *the partons*, which move parallel to  $z$ . In addition, at the time scale of the interaction,  $\approx 1/\sqrt{Q^2}$ , the fluctuations of the nucleon are frozen; the probe sees free constituents in the nucleon. In this frame the nucleon has a quadri-momentum  $P_\mu = (P, 0, 0, P)$ . Let us define by  $\xi$  the fraction of the nucleon momentum carried by a given parton, which then has a quadri-momentum  $p_\mu = (\xi P, 0, 0, \xi P)$ . Since the virtual photon is absorbed by a parton:  $p + q \rightarrow p'$ , we have  $0 = p'^2 = (p + q)^2 = (\xi P + q)^2 = 0 + 2\xi Pq + q^2$  and  $\xi = -q^2/2Pq = x$ . So, the Bjorken  $x$  variable is the fraction of the proton momentum carried by the parton which absorbed the virtual photon (when momenta are measured in the infinite momentum frame). The parton which absorbed the virtual photon has to be a quark and not a gluon since the latter does not carry electromagnetic charge.

Besides kinematic factors the inclusive cross-section involves *structure functions* which depend only on the two invariants  $x$  and  $Q^2$  and which parametrizes the structure of the nucleon. In the unpolarized case we have  $F_1$  and  $F_2$ , which in the parton model read  $2xF_1(x, Q^2) = F_2(x, Q^2) = \sum_i e_i^2 x f_i(x)$ . The  $f_i(x)$  are the *parton distribution functions* (pdf) which represent the probability density for finding a quark of flavor  $i$  and carrying a fraction  $x$  of the nucleon momentum. We note that in the parton model  $F_1$ ,  $F_2$  and the pdf do not depend on  $Q^2$ . This means that we scatter on point-like particle <sup>5</sup>.

### QCD improved parton model

In QCD, however, when the resolution of the probe increases, a quark for instance, may appear as a quark which has emitted a gluon. This results in a slow, logarithmic,  $Q^2$  dependence of the pdf's, which is formalized in the DGLAP <sup>6</sup> *evolution equations*. The flavor SU(3) singlet quark distribution,  $\Sigma = u + d + s$ , couples to the gluon distribution as:

$$\frac{d}{d \ln Q^2} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ g(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} P_{qq}^S & 2n_f P_{qg} \\ P_{gq} & P_{gg} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ g(x, Q^2) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

where the  $P_{gq}$  *splitting functions* for instance gives the probability of a quark to emit a gluon. The non-singlet distributions, like  $u - d$  or  $u + d - 2s$ , have a sum of coefficients which is zero. Since  $u$  and  $d$  have the same probability to emit a gluon,  $u - d$  has zero probability to do it, and it decouples from the gluon distribution. We have :

$$\frac{d}{d \ln Q^2} q^{\text{NS}}(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{qq}^{\text{NS}} \otimes q^{\text{NS}}. \quad (25)$$

When  $Q^2$  is large enough (e.g.  $> 1 \text{ GeV}^2$ ), the DIS cross-section factorizes, as illus-

---

<sup>5</sup>see lecture on form factors, when the form factor is independent of  $Q^2$ , i.e.  $G(Q^2) = 1$ , the charge distribution is a Dirac.

<sup>6</sup>Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, Parisi.

trated in Fig 12, in a *hard* and a *soft* part. The hard part is the *partonic* cross-section for  $k + q \rightarrow k' + q'$ , which is computable in perturbative QCD (pQCD). The soft part is the probability to find the quark, it cannot be computed and is parametrized by a pdf. Note that beyond leading order in QCD, a *factorization scheme* and a *factorization scale*  $\mu_f$  must be chosen to define how to split between the hard cross-section and the soft pdf. Therefore pdf are not observables, they depend on the factorization scheme.

The pdf's were introduced in the framework of DIS. It is important to note that they are, however, universal quantities. The same pdf's enter the computation of many processes. For instance the Drell-Yan process,  $pp \rightarrow l^+l^- + X$ , corresponds to the hard subprocess  $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+l^-$ . The Drell-Yan cross-section involves the pdf of  $q$  in one of the proton, the pdf of  $\bar{q}$  in the other proton and the hard subprocess cross-section,  $d\hat{\sigma}$ . It can be written as  $d\sigma_{\text{DY}}/dQ^2 = \sum_q e_q^2 \int dx \int dy f_q(x) f_{\bar{q}}(y) d\hat{\sigma}/dQ^2$ .

## 2.2 The quark polarized pdf, $\Delta q(x)$ , and the spin crisis

### The spin puzzle

The nucleon is a spin 1/2 particle. This spin can be decomposed into the contributions of the nucleon constituents :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta g + L_q + L_g. \quad (26)$$

Here,  $\Delta\Sigma$  is the total number of quarks with spin parallel to the spin of the nucleon minus the number of quarks with spin anti-parallel; once weighted by the spin of the quark, i.e. 1/2, this is the contribution from the spin of the quarks to the nucleon spin. Similarly,  $\Delta g$  is the contribution from the spin of the gluons (which have spin 1). Finally,  $L_q$  and  $L_g$  are the contributions from the orbital momentum of quarks and gluons, respectively.

In its simplest configuration, the nucleon is made of 3 valence quarks, 2 with spin parallel to the spin of the nucleon and one with spin anti-parallel,  $1/2 + 1/2 - 1/2 = 1/2$ . In this case  $\Delta\Sigma = 1$  and all other contributions are zero. We can also have 3 quarks with spin parallel and a gluon with spin anti-parallel,  $1/2 + 1/2 + 1/2 - 1 = 1/2$ , in which case  $\Delta\Sigma = 3$  and  $\Delta g = -1$ , or configurations with  $q\bar{q}$  pairs (sea quarks), or with non-zero orbital momentum contributions, ... Finally, when we average over all the configurations, taking into account their probability, the different contributions can a priori assume any real value.

### Predictions for $\Delta\Sigma$

The most simple, non relativistic, version of the *Quark Model* (see lecture 4) corresponds to the simplest configuration above, with  $\Delta\Sigma = 1$  and  $\Delta g = L_q = L_g = 0$ .

Including relativistic corrections gives  $\Delta\Sigma \approx 0.75$ ,  $L_q \approx 0.125$  and  $\Delta g = L_g = 0$ . Due to all the successes of the QM, this prediction is expected to be, at least qualitatively, valid. We are not able to compute  $\Delta\Sigma$  perturbatively in QCD since this is a low energy, non-perturbative quantity. However, it can be decomposed into the contributions from the various quark flavors,  $\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s$ . Assuming  $\Delta s = 0$ , which seemed reasonable, and using the hyperons  $\beta$  decay constants in the framework of  $SU(3)$  *flavor symmetry*, it was shown that  $\Delta\Sigma \approx 0.6$ .

## Polarized DIS

Polarized DIS can be used to measure  $\Delta\Sigma$ . The polarized cross-section involves two additional structure functions  $g_1$  and  $g_2$ . In the parton model we have

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 [\Delta q(x) + \Delta \bar{q}(x)] \quad \text{and} \quad g_2(x) = 0. \quad (27)$$

Here,  $\Delta q(x) = q^+(x) - q^-(x)$ , where  $q^+(x)$  and  $q^-(x)$  represent the number of quarks of flavor  $q$ , carrying a fraction  $x$  of the proton momentum, with a spin parallel ( $q^+$ ) and anti-parallel ( $q^-$ ) to the spin of the nucleon.

Polarized DIS experiments require the beam and the target to be both polarized<sup>7</sup>. The beam is always longitudinally polarized, while the target can be longitudinally or transversely polarized (relative to the beam direction). In practice one measures cross-section spin asymmetries like  $A_{\parallel} = \frac{\sigma_{\rightarrow\leftarrow} - \sigma_{\rightarrow\rightarrow}}{\sigma_{\rightarrow\leftarrow} + \sigma_{\rightarrow\rightarrow}}$ , where the arrows refer to the direction of the beam and target spins.

The DIS cross-section can be written as the product of a flux of virtual photons by the virtual-photon absorption cross-section,  $\sigma(\gamma^*N \rightarrow X)$ . Due to the optical theorem this cross section is proportional to the imaginary part of the forward Compton amplitude  $\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}$ . Four independent cross-sections can be defined depending on the helicity states of the corresponding Compton amplitudes. For transverse photons with helicity  $+1$  we have  $\sigma_{3/2}^T \propto \mathcal{M}_{1\frac{1}{2}1\frac{1}{2}}$  and  $\sigma_{1/2}^T \propto \mathcal{M}_{1-\frac{1}{2}1-\frac{1}{2}}$ , where the indices  $3/2$  and  $1/2$  refer to the total (photon + nucleon) helicity. For longitudinal photons with helicity  $0$  we have  $\sigma_L \propto \mathcal{M}_{0\frac{1}{2}0\frac{1}{2}}$ . Finally we have the transverse-longitudinal interference  $\sigma_{TL} \propto \mathcal{M}_{1-\frac{1}{2}0\frac{1}{2}}$ .

One can then define asymmetries in terms of the virtual photon, like  $A_1 = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \approx \frac{g_1}{F_1}$ . Lepton and photon asymmetries are related, for instance  $A_{\parallel} = D(A_1 + \eta A_2) \approx DA_1$ , where  $D$  is usually called the *depolarization factor* but is actually rather the transfer of polarization from the lepton to the photon. Finally we have  $A_{\parallel} \approx DA_1 \approx D \frac{g_1}{F_1}$ . So, given

---

<sup>7</sup>the polarization of a population of spin  $1/2$  particles in a given direction is defined to be  $P = (N^+ - N^-)/(N^+ + N^-)$ , where  $N^+$  and  $N^-$  are the number of particles with spin parallel and antiparallel to the considered direction. By definition  $-1 \leq P \leq 1$ .

previous measurements of  $F_1$ , the measurement of  $A_{\parallel}$  provides  $g_1$ .

We will use the *Breit frame* where the quark momenta before and after the virtual-photon absorption are such that  $p' = -p$  (this frame is also called the *brick wall frame*). Let us first consider the absorption of a transverse virtual-photon with spin projection  $m_\gamma = +1$  by a quark (see Fig. 13). If the spin projection of the quark is  $m_q = -1/2$ , the total projection is  $1/2$  and the absorption can occur. If the spin projection of the quark is  $m_q = +1/2$ , the total projection is  $3/2$ , the final quark cannot have  $m_q = 3/2$  and the absorption cannot occur. The  $m_\gamma = +1$  photon “sees” only  $m_q = -1/2$  quarks.

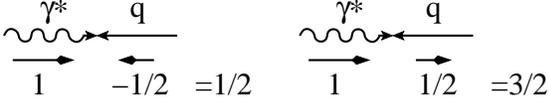


Figure 13: Spin projections in the Breit frame. The absorption of the photon by a quark is only possible on the left when the total projection is  $1/2$  but not on the right when the total projection is  $3/2$ .

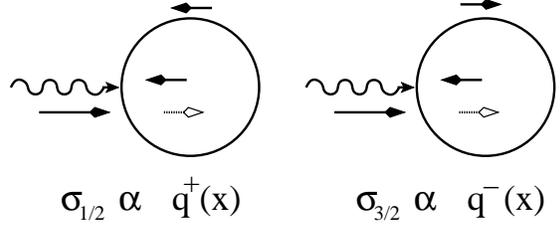


Figure 14: Absorption of the photon by a polarized nucleon.

If we consider a set of quarks embedded inside a  $m_N = -1/2$  nucleon (Fig. 14), the  $m_\gamma = +1$  photon will filter out  $m_q = -1/2$  quarks, i.e. quark with spin parallel to the spin of the nucleon. So the corresponding photon-nucleon cross-section, which we label  $\sigma_{1/2}$  since the total spin projection of the photon and the nucleon is  $1/2$ , is proportional to the pdf of quarks with spin parallel to the spin of the nucleon,  $\sigma_{1/2} \propto q^+(x)$ . Conversely,  $\sigma_{3/2} \propto q^-(x)$ . So  $F_1 \propto (\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})$  counts quarks independently of their spin,  $F_1(x) = \frac{1}{2} \sum e_i^2 f_i(x)$ , whereas  $g_1 \propto (\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2})$  measures the difference between the number of quarks with spin parallel and with spin anti-parallel, according to Eq. 27.

## QCD sum rules

Using the formalism of the *operator product expansion* (OPE), QCD provides sum rules which relate a moment of a structure function to the *matrix element* of an operator on the nucleon,  $\langle N | \mathcal{O} | N \rangle$ . For the first moment of  $g_1$  we get at leading order

$$\Gamma_1^p = \int_0^1 g_1(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9} a_u + \frac{1}{9} a_d + \frac{1}{9} a_s \right] \quad (\text{leading order}),$$

where  $a_q s^\mu = \langle N | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q | N \rangle$  is the *axial matrix element* of the nucleon for flavor  $q$ . Multiplicative corrections appear at higher order in the form of Wilson coefficients  $C_1^S$  and  $C_1^{NS}$ , for singlet and non-singlet terms, respectively. In a “naive” interpretation  $a_q = \Delta q = \int_0^1 [\Delta q(x) + \Delta \bar{q}(x)] dx$ , the total contribution of the spin of flavor  $q$  to the spin of the nucleon, and we get at leading order  $\Gamma_1^p = \frac{1}{2} \sum e_q^2 \Delta q$ , which corresponds to the parton model (i.e. Eq. 27 integrated over  $x$ ).

The  $a_q$  can be combined according to  $SU(3)$  flavor symmetry. There is a singlet combination  $a_0 = a_u + a_d + a_s$  and non-singlet combinations  $a_3 = a_u - a_d$  (triplet) and  $a_8 = a_u + a_d - 2a_s$  (octet). At this stage this is just a labeling, which does not imply that the  $SU(3)$  flavor symmetry is assumed to be exact.

The isospin symmetry (or flavor  $SU(2)$ ) between the  $u$  and  $d$  flavors is valid to a very good approximation. Proton and neutron are symmetric states in terms of isospin, meaning for instance  $a_u^p = a_d^n$  and  $a_s^p = a_s^n$ . We take the proton as reference, i.e.  $a_i := a_i^p$ , e.g.  $a_u := a_u^p = a_u^n$ . Assuming isospin symmetry the OPE result can then be written as:

$$\Gamma_1^{p(n)} = C_1^{\text{NS}} \left[ +(-) \frac{1}{12} a_3 + \frac{1}{36} a_8 \right] + \frac{1}{9} C_1^{\text{S}} a_0. \quad (28)$$

At next-to-leading order (NLO),  $C_1^{\text{S}} = C_1^{\text{NS}} = 1 - \alpha_s(Q^2)/\pi$ , but they differ at higher orders. Using isospin rotation of electromagnetic and weak current (current algebra) Bjorken showed that  $a_u - a_d = \langle p | \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u - \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d | p \rangle$  equals the neutron weak decay constant  $g_A/g_V = \langle p | \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 d | n \rangle$ . Since the neutron decay constant is measured,  $g_A/g_V = 1.2573 \pm 0.0028$ , this provides a prediction which is known as the Bjorken sum rule and is a fundamental prediction of QCD, requiring only isospin invariance:

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = \frac{1}{6} (a_u - a_d) C_{\text{NS}} = \frac{1}{6} \frac{g_A}{g_V} C_{\text{NS}}. \quad (29)$$

This sum rule is experimentally verified with an accuracy of about 10%, dominated by systematic errors related to the QCD analysis of the  $g_1$  data.

Flavor  $SU(3)$  symmetry is more approximate than  $SU(2)$ . It allows for the octet term to be linked with hyperon-octet weak-decay constants (octet including the nucleon, the  $\Sigma$ , the  $\Xi$  and the  $\Lambda$ ):  $a_8 = 3F - D = 0.585 \pm 0.025$ . Assuming in addition  $a_s = 0$  (few  $s$  quarks in the nucleon and they should not be polarized) provides, together with  $a_3 = g_A/g_V$  and  $a_8 = 3F - D$ , 3 equations for the 3 unknowns,  $a_u$ ,  $a_d$  and  $a_s$ . This allows for a prediction for  $\Gamma_1^p$  and  $\Gamma_1^n$  which is called the *Ellis-Jaffe sum rule*:

$$\Gamma_1^{p(n)} = C_1^{\text{NS}} \left[ +(-) \frac{1}{12} g_A/g_V + \frac{1}{36} (3F - D) \right] + \frac{1}{9} C_1^{\text{S}} (3F - D). \quad (30)$$

This assumption  $a_s = 0$  also gives  $a_0 = a_8 = 3F - D$ . So, before the EMC result the expectation was  $\Delta\Sigma = a_0 \approx 0.6$ , in qualitative agreement with the QM ( $\Delta\Sigma \approx 0.75$ ).

## The spin crisis

In 1988 the EMC experiment measured  $\Gamma_1^p$  and found a violation of the Ellis-Jaffe sum rule. It implied that the hypothesis  $a_s = 0$  had to be released. Instead the measurement of  $\Gamma_1^p$  had to be used as the third equation, together with  $a_3 = g_A/g_V$  and  $a_8 = 3F - D$ , for the extraction of the 3 unknowns,  $a_u$ ,  $a_d$  and  $a_s$ . In the “naive” interpretation where

$a_q = \Delta q$ , this resulted in a small  $\Delta\Sigma = a_0$  and a negative  $\Delta s = a_s$ . This came as a big surprise which was advertised as the “spin crisis” and the EMC paper remains one of the 6 most cited experimental papers in high energy physics. The results were confirmed in the 90’s by the SMC at CERN, by several experiments at SLAC (E1xx) and by HERMES at DESY (see Fig 15), giving  $\Delta\Sigma \approx 0.2$  and  $\Delta s \approx -0.1$ .

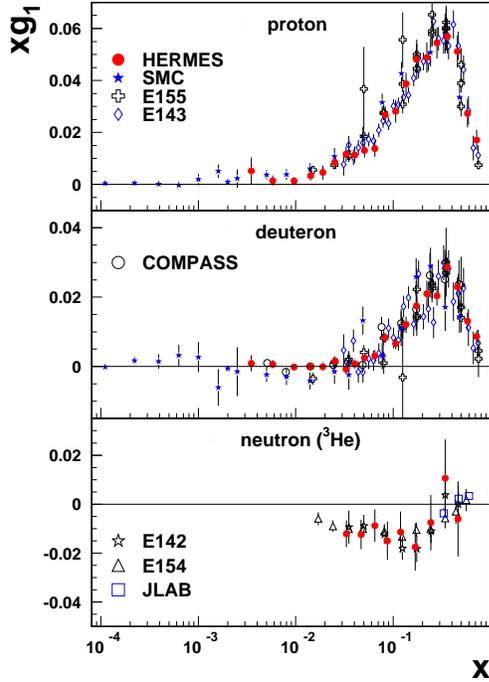


Figure 15: The world set of  $g_1$  data.

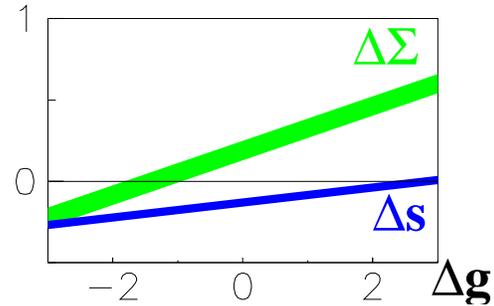


Figure 16: Experimentally possible values of  $\Delta\Sigma$  and  $\Delta s$  as a function of the assumed value of  $\Delta g$ .

### The axial anomaly

As already mentioned, pdf are scheme dependent quantities. In the so-called *Adler-Bardeen* (AB) scheme  $\Delta\Sigma$  is  $Q^2$  independent. This makes AB scheme adequate for comparison of  $\Delta\Sigma$  with the corresponding quantity in the QM (which is a low  $Q^2$  quantity). In this scheme  $\Delta\Sigma = a_0 + n_f \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta g$  and  $\Delta s = a_s + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta g$ . In addition, due to the *axial anomaly* in QCD,  $\Delta g$  behaves like  $1/\alpha_s$  when  $Q^2 \rightarrow \infty$ . So this anomalous gluonic contribution to  $\Delta\Sigma$  and  $\Delta S$ , in spite of the  $\alpha_s$  factor, is not a correction which vanishes at high  $Q^2$ . This makes the interpretation of  $a_0$  and  $a_s$  delicate. On the other hand, as already mentioned, non-singlet combinations do not couple to gluons. They are thus not affected by the axial anomaly and for instance the interpretation of  $a_3$  as  $\Delta u - \Delta d$  is not a problem.

In these conditions the interpretation of the experimental results is illustrated in Fig. 16. If  $\Delta g = 0$  the spin crisis remains,  $\Delta\Sigma \approx 0.2$  and  $\Delta s \approx -0.1$ . If  $\Delta g$  is large enough and positive ( $\approx 2.5$ ), in spite of the measured values of  $a_s$  and  $a_0$ , we may have

$\Delta s \approx 0$  and  $\Delta \Sigma \approx 0.6$ , in qualitative agreement with the corresponding constituent quark contribution in the QM.

A measurement of  $\Delta g$  then appears to be needed, both for itself, as an element of the nucleon spin puzzle, and in order to be able to extract  $\Delta \Sigma$  and  $\Delta s$  from the  $g_1$  data.

### 2.3 The gluon polarized pdf, $\Delta g(x)$

The DGLAP evolution equations (Eq. 24) relates the gluon pdf with the  $Q^2$  dependence of the quark pdf. A global next-to-leading (NLO) order QCD analysis of all  $F_2$  data, obtained in a wide range of  $Q^2$ , therefore provides a good determination of  $g(x, Q^2)$ . Similarly we could, in principle, use the DGLAP equations to extract  $\Delta g$  from  $\partial g_1 / \partial \ln Q^2$ . Unfortunately, in contrast with the unpolarized case for  $F_2$ , we do not have  $g_1$  data from collider experiments and the limited range of  $Q^2$  provided by the fixed-target experiments does not allow for an accurate determination of  $\Delta g$ . This is illustrated in Fig. 17 where we see that  $\Delta g(x, Q^2)$  is indeed poorly determined and a direct measurement is highly desirable.

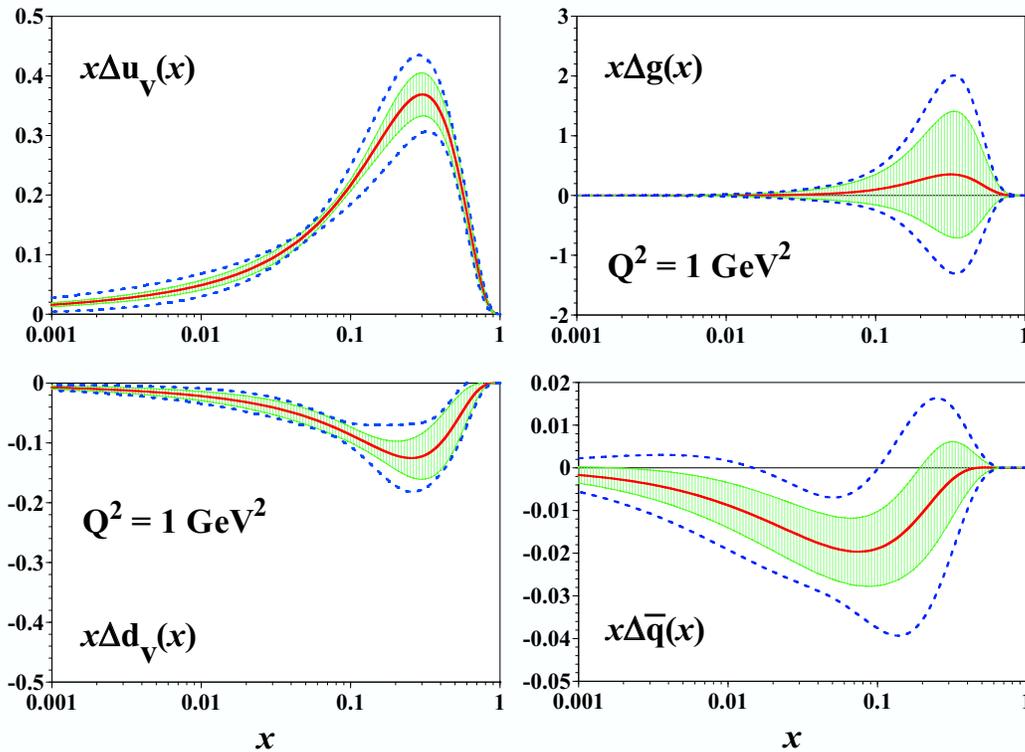


Figure 17: Polarized pdf obtained by a NLO QCD analysis of  $g_1$  data by the AAC group [9].

## $\Delta G$ with the electromagnetic probe

Since gluons have no electric charge they do not interact with photons at the zero<sup>th</sup> order. An interaction is possible at the next order through the so called *photon-gluon fusion* (PGF) process, where the photon and the gluon exchange a quark and give a  $q\bar{q}$  pair in the final state, as illustrated in Fig. 18-right.

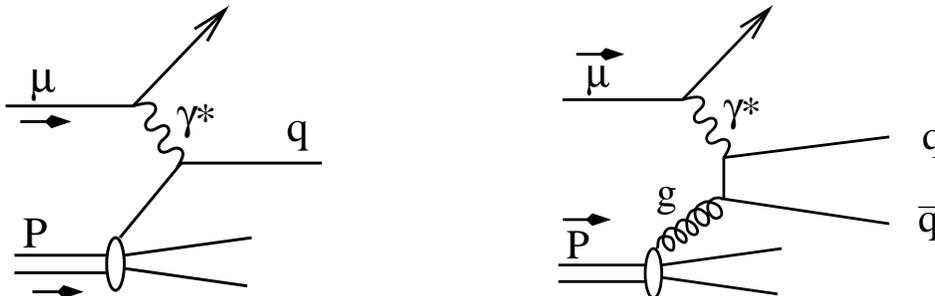


Figure 18: The dominant leading order photoabsorption process (left) and the PGF process used to probe gluons (right).

The probability of the PGF process is reduced by a factor  $\alpha_s$  relative to the leading order (LO) photo-absorption by a quark  $\gamma^*q \rightarrow q$  (Fig. 18-left), so we need to tag the PGF process. There are essentially two ways to do it. One possibility is to search for  $c\bar{c}$  pairs. The  $c$  is too heavy to contribute significantly to the nucleon wave function, it then cannot result from the LO photo-absorption process. Due to its weight it cannot be produced either in the following *fragmentation* of quarks into hadrons. So  $c$  has to come from PGF. The other possibility to sign PGF is to detect a pair of jets<sup>8</sup> with large transverse momentum  $p_t$  with respect to the virtual photon direction. In the  $\gamma^*g$  center-of-mass frame the  $q\bar{q}$  can be produced at any angle with respect to the  $\gamma^*$  direction. If this angle is not close to 0 or 180°, the  $q$  and  $\bar{q}$  may indeed have a large  $p_t$  which will remain in the boost to the laboratory frame. On the contrary, the quark after LO photo-absorption (Fig. 18-left), and the resulting jet, have essentially the direction of the virtual photon and small  $p_t$ .

## The open charm channel

The  $c\bar{c}$  pair can be identified through the  $J/\Psi$  meson which is a  $c\bar{c}$  state and can be detected very easily through its  $\mu^+\mu^-$  decay. However, the  $c\bar{c}$  pair which results from the PGF process is in a color octet state and it needs to exchange another gluon to produce a  $J/\Psi$ <sup>9</sup> and this reaction mechanism is not well understood. On the other hand the  $c$  results in 60% of the cases in a  $D^0$  meson which can be identified in its two body decay

<sup>8</sup>in high energy reaction the final partons are materialized by a group of hadrons produced in the same direction, which is called a jet.

<sup>9</sup>we recall that all hadrons must be in a color singlet state.

channel  $D^0 \rightarrow K\pi$  (4% branching ratio). The  $D^0$  meson ( $c\bar{u}$ ), in contrast with the  $J/\Psi$ , has a net charm, and this is called *open charm*.

The COMPASS experiment at CERN makes use of a thick polarized target. Due to multiple scattering in the target, the  $D^0$  decay vertex cannot be distinguished from the primary vertex. The  $D^0$  are then identified as a peak in the reconstructed  $K\pi$  pair mass (see Fig. 19) above a *combinatorial background* of  $K\pi$  pairs not originating from  $D^0$  decay. This background can be reduced by selecting those  $D^0$  which come from the decay  $D^* \rightarrow D^0\pi_s$ . Because  $M_{D^*} - M_{D^0} - M_\pi$  is only 6 MeV, the  $\pi$  is a soft pion with a small momentum and there is little phase-space for background. The resulting  $K\pi$  mass spectrum appears in Fig. 19.

The open charm channel is statistically limited. Combining 2002 and 2003 data COMPASS obtains  $\Delta G/G = -1.08 \pm 0.76$ . Adding 2004 data the error bar will go down to 0.43. Data taking will resume in 2006 with a larger acceptance, an upgraded RICH detector for  $K$  identification and electromagnetic calorimetry to allow for other  $D^0$  decay channels, such as  $D^0 \rightarrow K\pi\pi^0$ .

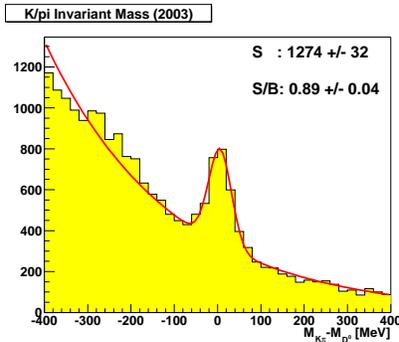


Figure 19: The  $D^0$  peak obtained from COMPASS 2003 data for  $D^0$  coming from  $D^* \rightarrow D^0\pi_s$ .

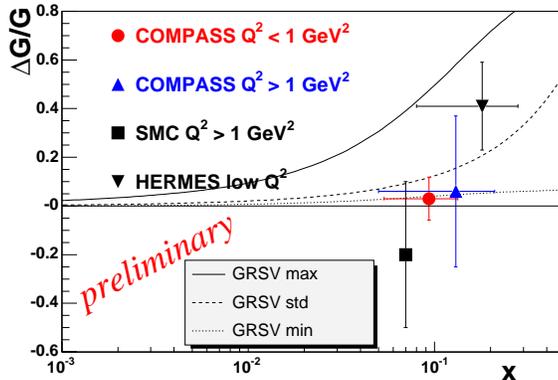


Figure 20: Measurements of  $\Delta G/G$  obtained using the high  $p_t$  channel by various collaborations.

### The high $p_T$ channel

Concerning the high  $p_t$  channel, for fixed target experiments the pair of jets has to be replaced by a pair of hadrons at high  $p_t$ . This channel provides much more statistics than open charm but there are physical sources of background. They have to be taken into account when extracting  $\Delta G/G$  from the measured asymmetries according to  $A_{||} = R_{PGF} a_{LL}^{PGF} \frac{\Delta G}{G} + (1 - R_{PGF}) A_{bkg}$ , where  $R_{PGF}$  is the fraction of PGF events in the sample,  $a_{LL}^{PGF}$  the PGF analyzing power (i.e. the partonic double spin asymmetry for  $qg \rightarrow q\bar{q}$ ) and  $A_{bkg}$  the background asymmetry. This leads to some model dependence. The physical backgrounds include the small fraction of leading order processes which have a relatively

large  $p_t$  due to initial quark transverse momentum and to transverse momentum in the fragmentation. There is also a process, at the same order as PGF, which produces high  $p_t$  hadron pairs, namely QCD Compton. This is illustrated in Fig. 21-left: the virtual photon is absorbed by a quark which then emits a gluon. The final quark and gluon can both produce a high  $p_t$  hadron. The analysis can be limited to  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$  events; but, since the required hard scale can be provided by  $p_t^2$ , data at all  $Q^2$  can be used, which dramatically increases the statistics. In this case, however, there is one more source of background: the photon can fluctuate with a significant probability to a hadronic state and a parton from this state can interact with a parton from the nucleon as illustrated in Fig. 21-right, this is the so-called *resolved photon* contribution.

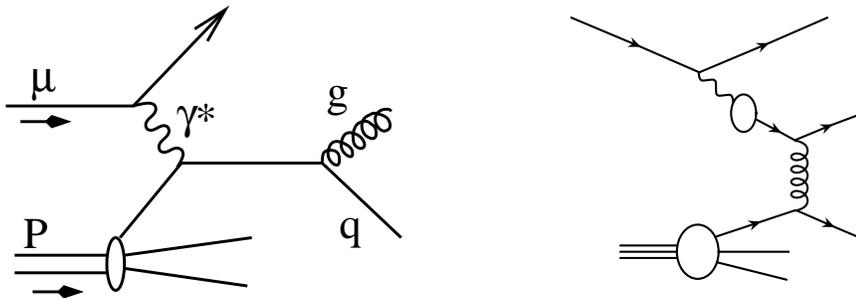


Figure 21: Background processes to PGF for the production of a high  $p_t$  hadron pair: QCD Compton (left) and resolved photon (right).

Results with the high  $p_t$  channel have been obtained by several collaborations as illustrated in Fig. 20. The SMC result [10] and COMPASS result [12] at  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$  suffer from poor statistics due to the  $Q^2$  cut. The HERMES result [11] includes all  $Q^2$  but the asymmetry of the background was not taken into account in this analysis, which sheds some doubt upon it. This background asymmetry was properly taken into account in the COMPASS result [13] at  $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ . Combining 2002 and 2003 COMPASS data gives  $\Delta G/G = 0.024 \pm 0.089 \pm 0.057$ . Fig. 20 also presents three parametrizations of  $\Delta G(x)/G(x)$  by the GRSV group [14]. They correspond to a gluon contribution to the nucleon spin,  $\Delta G = \int_0^1 \Delta G(x) dx$ , of 0.16 (min), 0.62 (std) and 2.48 (max). The COMPASS result is not compatible with the max parametrization. So either  $\Delta G$  is small or  $\Delta G(x)$  has a more complicated shape with e.g. a node around  $x_g = 0.1$ .

### Direct measurement with $p$ - $p$ collider

In  $p$ - $p$  collisions the quarks from one of the protons can be used to probe the gluons in the other proton through the prompt-photon production process,  $q + g \rightarrow q + \gamma$  (Fig. 22-left). So one must select  $pp \rightarrow \gamma + jet + X$  events. The momentum of the quark which is probing the gluon is not known, so the measured asymmetry will be a convolution of  $\Delta q$  in one proton and  $\Delta g$  in the other proton. There is a background process:  $q\bar{q} \rightarrow \gamma g$

(Fig. 22-right). It can be computed and subtracted since it comes from the convolution of  $\Delta q$  in one proton with  $\Delta\bar{q}$  in the other proton.

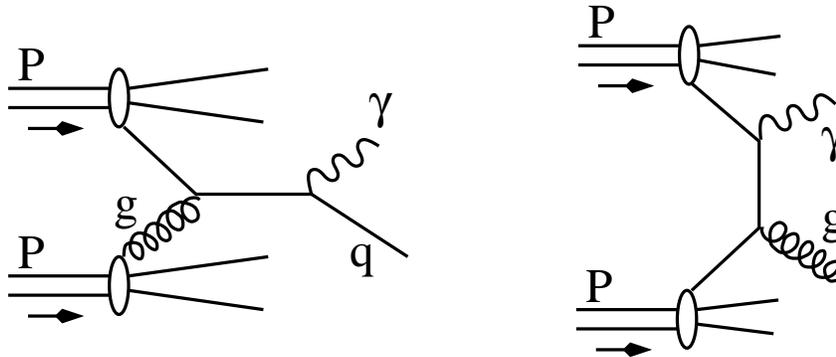


Figure 22: The prompt photon production (left) which allows for the measurement of  $\Delta g$  in  $\vec{p}\vec{p}$  collision and the background process (right).

The relativistic heavy-ion collider (RHIC) at Brookhaven near New-York is run part of the time as a polarized proton-proton collider. The prompt-photon channel is statistically limited and no result has been obtained so far at RHIC. The PHENIX collaboration at RHIC has measured [15] the  $\pi^0$ -production double-spin asymmetries at high  $p_t$  presented in Fig. 23. This channel provides a huge statistics. At the partonic level it involves  $gg \rightarrow gg$ ,  $gq \rightarrow gq$  and  $qq \rightarrow qq$  processes. So the measured asymmetry has the form  $\alpha(\Delta G/G \otimes \Delta G/G) + \beta(\Delta G/G \otimes \Delta q/q) + \gamma(\Delta q/q \otimes \Delta q/q)$ . It is therefore not easy to deconvolute and extract a value of  $\Delta G/G$  from the measured asymmetries. So in the figure they are compared to the predictions for different parametrizations of  $\Delta G$ . The results, like the COMPASS results, are clearly not compatible with the GRSV [14] max parametrization.

So both COMPASS and RHIC results tend to disfavor the scenario of a large  $\Delta G$  which would solve the spin crisis.

## 2.4 Transversity, $\Delta_T q(x)$

As illustrated in Fig 24, due to the optical theorem, quark pdf's are proportional to the imaginary part of quark-nucleon forward amplitudes  $\mathcal{A}_{\Lambda\lambda',\Lambda'\lambda}$ . The amplitudes are labeled by the helicity of the entering nucleon ( $\Lambda$ ) and quark ( $\lambda'$ ) followed by that of the exiting nucleon ( $\Lambda'$ ) and quark ( $\lambda$ ). Note that  $\lambda'$  is entering and  $\lambda$  exiting. Helicity conservation then requires  $\Lambda + \lambda' = \Lambda' + \lambda$ . Imposing also parity and time reversal invariances we are left with only 3 independent amplitudes (see Fig. 25). The first two are well known:  $\mathcal{A}_{++;++}$  corresponds to the  $q^+(x)$  quark distribution function and  $\mathcal{A}_{+-;+-}$  to  $q^-(x)$ . So  $q(x) = q^+(x) + q^-(x) \propto \mathcal{I}m(\mathcal{A}_{++;++} + \mathcal{A}_{+-;+-})$  and  $\Delta q(x) = q^+(x) -$



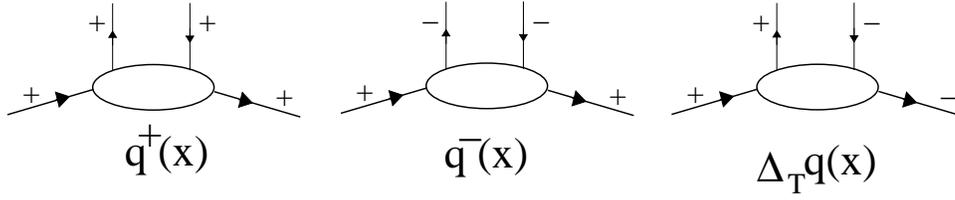


Figure 25: The three quark-nucleon helicity amplitudes corresponding to the  $q^+$ ,  $q^-$  and  $\Delta_T q$  pdf's. For  $\Delta_T q$  the helicity of the quark has to be flipped.

In a non relativistic model  $\Delta_T q(x) = \Delta q(x)$ . However, since rotations do not commute with Lorentz boost, this is no longer the case when relativistic effects are included. An interesting feature of transversity is that gluons do not contribute to it. Due to their spin 1, the  $\mathcal{A}_{+,-,+}$  amplitude for gluons does not conserve helicity:  $\Lambda + \lambda' = 1/2 - 1 \neq \Lambda' + \lambda = -1/2 + 1$ . In this sense transversity spin distributions are more adequate for comparisons with QM expectations than the usual quark helicity distributions, which are affected by gluonic contributions due to the axial anomaly.

### How to measure transversity ?

Transversity requires the helicity of the quark to be flipped (see Fig 25), whereas all hard processes conserve helicity along the quark line. It is then hard to measure; it decouples for instance from inclusive DIS (Fig. 26-left). The helicity flip requires another soft object, besides the nucleon pdf. The second soft object can be the pdf of another nucleon. The Drell-Yan process,  $NN \rightarrow l\bar{l}' + X$ , corresponds to the hard process  $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l\bar{l}'$ . As illustrated by the right graph of Fig. 26, this hard process can couple to transversity in both nucleons. In this case one measures a convolution of  $\Delta_T q$  in one of the nucleons with  $\Delta_T \bar{q}$  in the other nucleon. The Drell-Yan process provides little statistics and in addition  $\Delta_T \bar{q}(x)$  is expected to be very small. This explains why there are no results from RHIC.

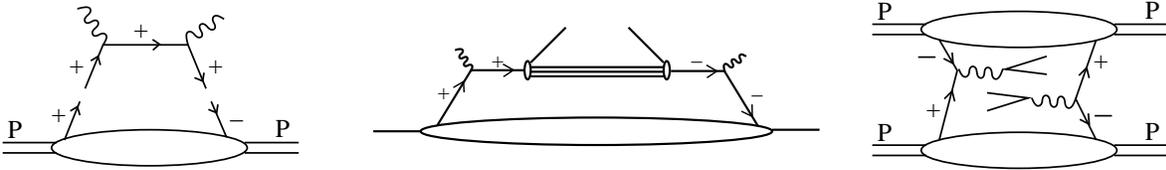


Figure 26: Left: In the case of inclusive DIS, the hard process (upper part) which conserves helicity cannot couple to transversity (lower part). Middle: In the case of semi inclusive DIS, the fragmentation function can flip the helicity in the upper part, allowing it to couple to transversity. Right: In the Drell-Yan process the possibility to flip the helicity is provided by the second proton pdf.

Semi-inclusive DIS provides another possibility for the soft object (Fig. 26 middle). This is the fragmentation function  $D_q^h(z)$ , which represents the probability that a quark  $q$  fragments into a hadron  $h$  with a fraction  $z$  of the virtual photon energy. In order to measure  $\Delta_T q$  we then have to find a way to measure the final-quark transverse polarization. This can be done through the measurement of the final-hadron transverse polarization<sup>11</sup>, through single-pion azimuthal distributions (the so-called Collins effect), or through two-pion distributions (due to some interferences in the fragmentation process). Note that in all cases, one will measure the product of  $\Delta_T q(x)$  by some, still unknown, polarized fragmentation function. These polarized fragmentation functions can be measured in  $e^+e^-$  collisions, where due to the correlation of the transverse spins of the produced  $q\bar{q}$  pair, we have access to the square of the polarized fragmentation functions.

### Measurement of Collins and Sivers asymmetry

The Collins fragmentation function tells how much the transverse spin of the fragmenting quark is reflected in the azimuthal distribution of the produced hadrons. It results in an azimuthal asymmetry in terms of the Collins angle,  $\phi_{col} = \phi_h + \phi_s - \pi$ , where  $\phi_h$  is the azimuthal angle of the produced hadron and  $\phi_s$  that of the target spin. Note that an azimuthal asymmetry in terms of the Sivers angle,  $\phi_{siv} = \phi_h - \phi_s$ , is also possible. It is not related to transversity but to quark momentum distribution in the plane transverse to the nucleon momentum (“intrinsic  $k_T$ ”).

Fig. 27-left presents the Collins asymmetries measured on a proton target by HERMES [16]. A clear evidence for non-zero asymmetry is seen both for the production of  $\pi^+$  and  $\pi^-$ . Fig. 27-right presents the Sivers asymmetry measured also by HERMES [16]. The asymmetry for  $\pi^-$  is compatible with zero, but for  $\pi^+$  it is clearly positive. Such a non-zero Sivers asymmetry should in some way be related with orbital angular momentum.

The Collins and Sivers asymmetries have also been measured by COMPASS [17] with a similar statistical accuracy on a deuteron target. All asymmetries were found compatible with zero, which is ascribed to a cancellation between proton and neutron asymmetries.

Asymmetries of two-pion distributions have recently also been measured [18]. Non-zero asymmetries were measured by HERMES with a proton target while the deuteron asymmetries measured by COMPASS are compatible with zero.

### Measurement of Collins fragmentation function

The Collins asymmetry, as measured by HERMES and COMPASS, is the product of

---

<sup>11</sup>this can be done for  $\Lambda$  which are *self analyzing particles*: the measurement of the angular distribution of their decay particles provides their polarization.

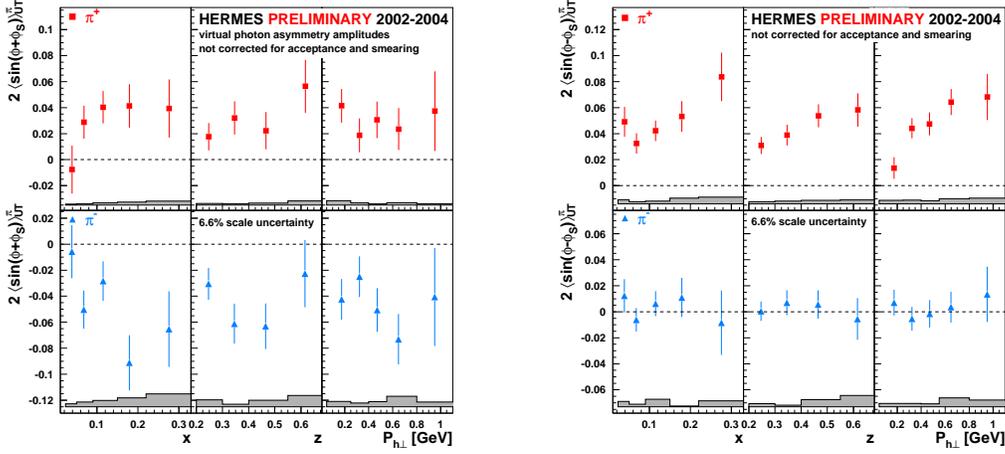


Figure 27: Left: the Collins asymmetry [16] measured by HERMES on a proton target for  $\pi^+$  (upper plot) and  $\pi^-$  (lower plot) as a function of  $x$ ,  $z$  and  $p_t$ . Right: same thing for the Sivers asymmetry[16].

transversity times a polarized fragmentation function, which is called the Collins function. This Collins function has to be measured independently. This can be done in an  $e^+e^-$  collider. If we consider the plane defined by the beam and jet axes, the cross section can be written as  $\sigma = A + B \cos(\phi_1 + \phi_2) \Delta_T D_q^h(z_1) \Delta_T D_q^h(z_2)$ , where  $\phi_1$  ( $\phi_2$ ) is the azimuthal angle of the produced hadron around the axis of jet 1 (jet 2) with respect to the beam and jet plane. Hadrons  $h_1$  and  $h_2$  have different momenta, so  $\Delta_T D_q^h(z)$  is probed at two different  $z$ .

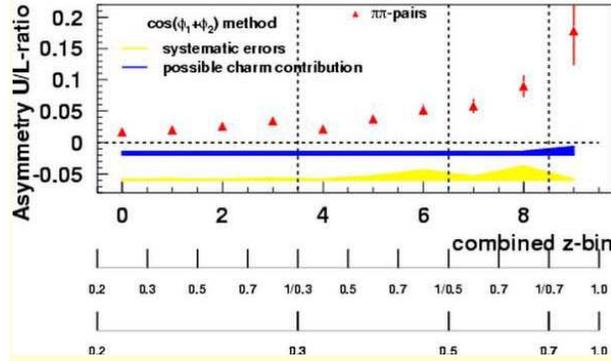


Figure 28: Azimuthal cross-section asymmetries measured by Belle as a function of the fractional energy of the two hadrons,  $z_1$  and  $z_2$ .

The azimuthal cross-section asymmetry  $B \Delta_T D_q^h(z_1) \Delta_T D_q^h(z_2)$ , measured by Belle [19] are presented in Fig. 28. The first 4 points correspond to  $0.2 < z_2 < 0.3$  and increasing  $z_1$ . We see a non-zero asymmetry increasing with  $z_1$ . The next 3 points correspond to  $0.3 < z_2 < 0.5$  and increasing  $z_1$ , we see again an asymmetry increasing with  $z_1$ . The next two points correspond to  $0.5 < z_2 < 0.7$ . In the last point, where both  $z_1$  and  $z_2$  are larger

than 0.7, we see a pretty large asymmetry. So we clearly see a non-zero asymmetry and it is increasing with  $z_1$  and  $z_2$  as expected. Ten times more statistics is available, which should allow for a deconvolution and real extraction of the Collins function as a function of  $z$ .

### 3 Generalized Parton Distributions

We will introduce *Generalized Parton Distributions* (GPD) in the framework of *deep virtual Compton scattering* (DVCS). We will discuss their interpretation, how they are related to form factors and pdf, how they can provide a 3D view of the nucleon and their link with the orbital momentum. We will say a few words about GPD models and discuss the measurement of GPD and the experimental results.

#### 3.1 GPDs and DVCS

*Virtual Compton scattering* is the reaction  $\gamma^*p \rightarrow \gamma p$ , where the initial virtual-photon is provided by lepton scattering,  $l \rightarrow l'\gamma^*$ . Three independent Lorentz scalars can be defined, e.g.  $Q^2$ ,  $x_{bj}$  and the transfer to the proton  $t = (p - p')^2$ .

In the deep regime, defined by  $Q^2$  large and  $-t \ll Q^2$ , the process is called *deep virtual Compton scattering* (DVCS). In this region, the cross section can be factorized as illustrated in Fig. 29-left: a quark with longitudinal momentum fraction  $x + \xi$  is extracted from the nucleon, it absorbs the virtual photon, emits a real photon and is reabsorbed with a momentum fraction  $x - \xi$ . The soft object represented by the blob in the lower part of the graph is a *generalized parton distribution* (GPD). GPDs are real functions of  $x$ ,  $\xi$  and  $t$ . There exist four of them,  $H$ ,  $\tilde{H}$ ,  $E$  and  $\tilde{E}$ .

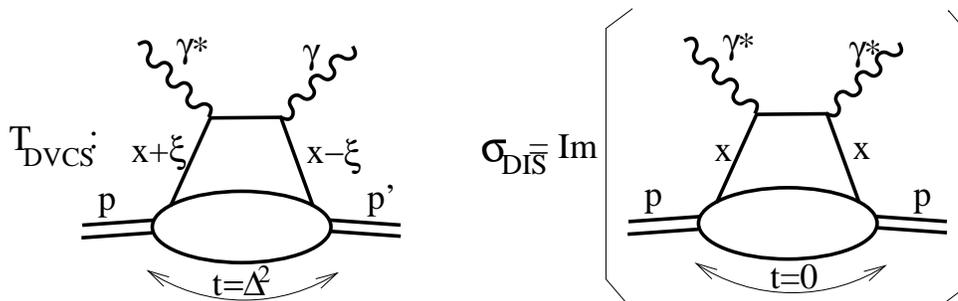


Figure 29: Left: the Feynman graph which represents the DVCS amplitude. It is usually called the *handbag diagram*. Right: the forward Compton amplitude diagram, whose imaginary part gives the DIS cross-section.

#### 3.2 interpretation of GPDs

Due to the optical theorem, the total virtual-photon absorption cross-section by the nucleon,  $\gamma^*p \rightarrow X$ , is proportional to the imaginary part of the forward Compton amplitude,  $\gamma^*p \rightarrow \gamma^*p$ , at  $\theta = 0$ , as illustrated in Fig. 29-right. The two graphs in Fig. 29 are quite similar. One then expect a relation between the GPDs which enter  $T_{DVCS}$  and the pdf's which enter  $\sigma_{DIS}$ . Indeed in the limit  $t = 0$  and  $\xi = 0$  and when the proton spin is not

changed ( $s = s'$ ), we get  $H(x, 0, 0) = q(x)$  and  $\tilde{H}(x, 0, 0) = \Delta q(x)$ . The two others GPDs,  $E$  and  $\tilde{E}$ , correspond to the case  $s \neq s'$  and they decouple from the cross section in the limit  $t = 0$ .

The GPDs are also related with the form factors through sum rules:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sum_q H^q(x, \xi, t) &= F_1(t), & \int_{-1}^1 \sum_q E^q(x, \xi, t) &= F_2(t), \\ \int_{-1}^1 \sum_q \tilde{H}^q(x, \xi, t) &= G_A(t), & \int_{-1}^1 \sum_q \tilde{E}^q(x, \xi, t) &= G_p(t), \end{aligned} \quad (31)$$

where  $G_p(t)$  is the *pseudo-scalar* form-factor. These integrals can be performed at any fixed value of  $\xi$ .

Different kinematic regions can be considered for the GPDs as illustrated in Fig. 30. If  $x \in [\xi, 1]$  then  $x + \xi > 0$  and  $x - \xi > 0$  and we have emission and reabsorption of a quark (right). If  $x \in [-\xi, \xi]$  then  $x - \xi < 0$ , we reinterpret the absorption of a quark with negative momentum ( $x - \xi$ ) as the emission of an antiquark with momentum  $\xi - x$ , and we have the emission of a quark-antiquark pair (center). If  $x \in [-1, -\xi]$  both  $x + \xi < 0$  and  $x - \xi < 0$  and we have the emission and reabsorption of an antiquark (left).

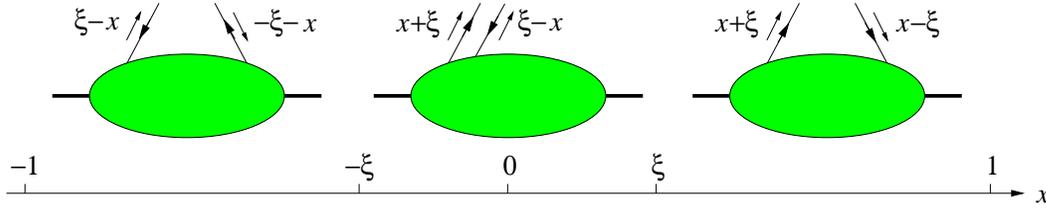


Figure 30: The different kinematic regions for GPDs depending on the value of  $x$  relative to  $\xi$  and  $-\xi$ .

In the DIS case an integral is implicitly performed over transverse momenta and only longitudinal momenta are considered. In DVCS the transfer  $t$  to the nucleon can have a transverse momentum, which gives access to transverse information. Indeed, in the case  $\xi = 0$  and  $s = s'$ , an inverse Fourier transform in  $t$  of  $H(x, 0, t)$  provides a description in terms of the impact parameter  $b_\perp$  and the longitudinal momentum-fraction  $x$  at the same time:  $f(x, b_\perp)$ . This provides a three-dimensional view of the nucleon.

### The Ji sum rule

A description in terms of  $x$  and  $b_\perp$  must carry information on the orbital momentum,  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ . This is formalized by the *Ji sum rule* which gives the total quark contribution (spin and orbital momentum) to the nucleon spin:

$$J^q = \frac{1}{2} \Delta \Sigma + L^q = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 x dx [H^q(x, \xi, 0) + E^q(x, \xi, 0)] . \quad (32)$$

A similar sum rule holds for gluons. This sum rule appears, however, as very difficult to measure. One has to measure the GPDs (as discussed below this is not so easy), to separate  $H$  and  $E$ , to extrapolate to  $t = 0$  and to integrate over  $x$  at fixed  $\xi$ .

### 3.3 GPD models and parametrizations

The structure of hadrons cannot be computed perturbatively within QCD. One can, however, use the non-perturbative technique of *lattice QCD*, where space and time are discretized on a kind of grid called the lattice. This allows for the numerical computation of nucleon matrix elements of various operators. Using QCD sum rules, they give moments<sup>12</sup> of pdf or GPD. The first few moments of GPDs have been computed with some approximations. The results indicate that the fastest moving partons are in the center of the nucleon. So we would have a small core of valence (high  $x$ ) quarks, while sea quarks and gluons would be more in the outer region. *Chiral dynamics models* indicate a pion cloud at large distance, which is qualitatively compatible with the previous picture given by the lattice.

The most naive parametrization of the GPDs is to imagine that the  $x$  and  $t$  distributions are independent,

$$H(x, \xi, t) = q(x)F(t). \quad (33)$$

A more realist parametrization is  $H(x, 0, t) = q(x) \exp t \langle b_{\perp} \rangle$ , where the transverse size of partons  $\langle b_{\perp} \rangle$  is measured in hadronic collisions to be  $\langle b_{\perp} \rangle = \alpha' \ln 1/x$  with  $\alpha'$  the Regge trajectory slope. Finally we get

$$H(x, 0, t) = q(x)/x^{\alpha' t}. \quad (34)$$

This is consistent with the idea of having the fast partons in the center, as suggested above.

### 3.4 measurement of GPDs

In DVCS kinematics,  $t$  and  $\xi \approx x_{bj}/(2 - x_{bj})$  are fixed. This is not the case of  $x$ . The handbag diagram (Fig. 29-left) implies a loop over  $x$ . Therefore the DVCS amplitude involves integrals over  $x$ , typically:

$$\int_{-1}^1 \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi + i\epsilon} dx + \dots = \mathcal{P} \int_{-1}^1 \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi} dx - i\pi H(\xi, \xi, t) + \dots \quad (35)$$

---

<sup>12</sup>the  $n^{\text{th}}$  moment of function  $f$  is  $\int_0^1 x^{n-1} f(x) dx$ .

Here  $\mathcal{P} \int$  denotes the principal value integral<sup>13</sup>; the dots refer to the fact that there is a crossed term involving  $1/(x + \xi - i\epsilon)$ , which gives a term with  $H(-\xi, \xi, t)$ , and also that we have contributions from the four GPD's.

### The interference with the Bethe-Heitler process

The *Bethe-Heitler* process (BH) is a radiative process where an elastic electron-nucleon scattering process is accompanied by the radiation of a real photon by the initial or final electron, see Fig. 31. This process has the same initial and final states as DVCS. Therefore the two processes interfere in the  $lp \rightarrow lp\gamma$  cross-section. Fortunately, once the nucleon form-factor is measured, the BH amplitude is completely computable through QED. At high energy (e.g. COMPASS)  $T_{DVCS} \gg T_{BH}$ . One measures the cross section and subtracts the BH contribution. At lower energy (JLab)  $T_{DVCS} \ll T_{BH}$  and one measures the interference of the two amplitudes, which gives access to  $T_{DVCS}$  and not just to the square of it.

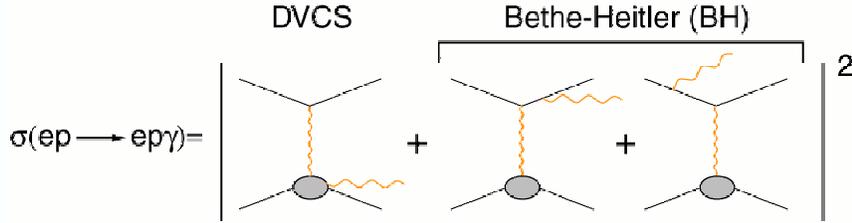


Figure 31: The DVCS and the Bethe-Heitler amplitudes, responsible for the  $lp \rightarrow lp\gamma$  cross-section.

For an unpolarized target, the  $lp \rightarrow lp\gamma$  cross section reads:

$$d\sigma_{lp \rightarrow lp\gamma} = d\sigma^{BH} + d\sigma_{unpol}^{DVCS} + e_l T^{BH} \mathcal{R}e(T^{DVCS}) \cos n\phi + P_l d\sigma_{pol}^{DVCS} + e_l P_l T^{BH} \mathcal{I}m(T^{DVCS}) \sin n\phi, \quad (36)$$

where  $e_l$  and  $P_l$  are the lepton charge and polarization, and  $\phi$  is the angle between the lepton-scattering plane and the plane with the photon and the final proton.

### Cross-section differences

If we measure the beam-charge cross-section difference,  $\Delta\sigma_c$ , i.e. the difference of cross section for a positron and an electron unpolarized beam, all terms in the right-hand-side of Eq. 36 disappear but  $T^{BH} \mathcal{R}e(T^{DVCS}) \cos n\phi$ . We get the real part of  $T^{DVCS}$ , i.e.  $\mathcal{P} \int_{-1}^1 \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi} dx$  (see Eq. 35 and remember GPDs are real functions). If we measure the beam-spin cross-section difference,  $\Delta\sigma_{LU}$ , i.e. the difference of cross section for a

<sup>13</sup>If a function  $f$  diverges in  $a \in [b, c]$  and  $\int_b^a f(x) dx = \infty$  while  $\int_a^c f(x) dx = -\infty$  it may happen that  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ \int_b^{a-\epsilon} f(x) dx + \int_{a+\epsilon}^c f(x) dx \right]$  is finite. This is the principal value integral,  $\mathcal{P} \int_b^c f(x)$ .

longitudinally-polarized electron-beam (L) and an unpolarized target (U), the remaining terms in Eq. 36 are  $P_l d\sigma_{pol}^{DVCS}$  and  $e_l P_l T^{BH} \mathcal{I}m(T^{DVCS}) \sin n\phi$ . Measuring the  $\phi$  dependence provides the imaginary part of  $T^{DVCS}$ , which gives  $H(\xi, \xi, t)$  as can be seen from Eq. 35. The COMPASS muon beam is either a  $\mu^+$  beam with  $P_\mu = -0.80$  or a  $\mu^-$  beam with  $P_\mu = +0.80$ . Examining Eq. 36, we see that the  $\phi$  dependence of the difference of the two cross sections provides the real part of  $T^{DVCS}$ , while that of the sum provides the imaginary part.

### Deep doubly-virtual Compton scattering

The DVCS amplitude provides a convolution of GPD over  $x$  (Eq. 35). Due to the interference with the BH process, we can measure some cross-section differences which provides a deconvoluted, but only for the particular kinematics  $x = \pm\xi$ . When the final real photon of DVCS is replaced by a virtual photon, which materializes in a lepton-antilepton pair, the process is called *deep doubly-virtual Compton scattering* (DDVCS). There is a corresponding BH process where the virtual photon is emitted by the initial or final lepton. DDVCS has more kinematic freedom than DVCS and measuring DDVCS cross-section differences provides a deconvoluted GPD not only for  $x = \xi$  but for any  $x$  such that  $|x| < \xi$ .

However, due to the vertex where the final virtual-photon materializes in a lepton-antilepton pair, the cross section is reduced by a factor  $\alpha = 1/137$ , relative to the DVCS cross section, which is already quite small. In addition if the leptons resulting from the virtual photon are of the same family (electron or muon) as the beam lepton, an anti-symmetrization is required, which complicates the formalism. DDVCS is a conceptually very interesting option but it is not clear whether it will be practically possible to use it.

### Hard exclusive meson production

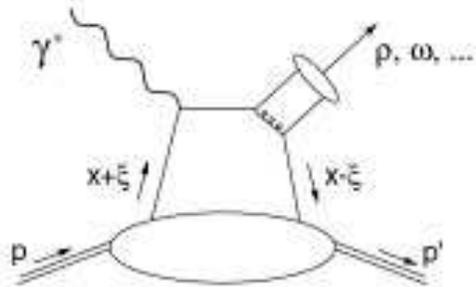


Figure 32: Feynman graph for hard exclusive meson production.

Another possibility to measure GPD is *hard exclusive meson production*, where the DVCS virtual-photon is replaced by a meson, as illustrated in Fig 32. The factorization

has been proved when  $Q^2$  is large and  $t \ll Q^2$  and the virtual photon is longitudinal. Fortunately in the large  $Q^2$  limit,  $\sigma_L \gg \sigma_T$ , so one will just have to make a correction for the transverse cross-section<sup>14</sup>. Another difficulty is that the analysis requires the knowledge of the meson *amplitude distribution*  $D(z)$ , where  $z$  is the fraction of the meson momentum carried by the quark (the antiquark carries  $1 - z$ ). On the other hand, the cross section, at least for  $\rho$  meson production, is much larger than the DVCS cross-section. Also vector mesons ( $\rho, \omega, \phi, \dots$ ) select  $H$  and  $E$ , while pseudoscalar mesons ( $\pi, \eta, \dots$ ) select  $\tilde{H}$  and  $\tilde{E}$ . Finally the different mesons corresponds to different flavor combinations, which will help for flavor separation.

### 3.5 Experimental results

The HERMES collaboration at DESY in Hamburg, using a 28 GeV electron beam, and JLab, with a 6 GeV electron beam, have started measuring DVCS. Instead of measuring cross-section differences, experiments have so far measured cross-section asymmetries. This is easier because it does not require to know the luminosity, and the acceptance and many systematic effects cancel out in the asymmetry. Fig 33 presents the beam-charge asymmetry measured by HERMES [20] compared to different parametrizations of GPDs. Fig 34 presents the beam-spin asymmetry  $A_{LU}$  measured by the CLAS collaboration [21].

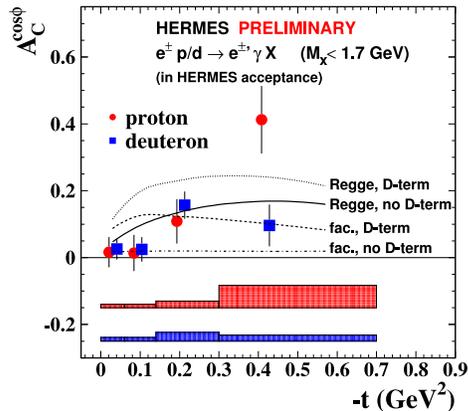


Figure 33: Beam-charge asymmetry measured by HERMES as a function of  $-t$ .

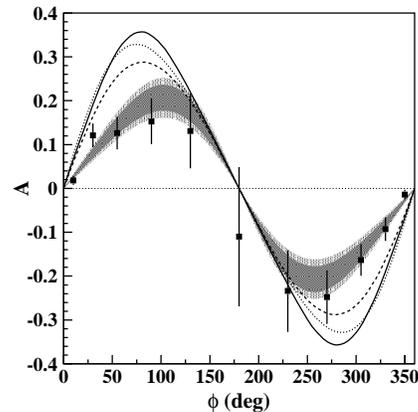


Figure 34: The  $\phi$ -dependence of the beam-spin asymmetry  $A_{LU}$  measured by the CLAS collaboration at JLab. The shaded area is a fit with its statistical and systematic errors; the curves are some theoretical models.

These data from HERMES and JLab are the results of exploratory measurements. More accurate data are expected. Fig 35 illustrates the accuracy of the  $\phi$  dependence

<sup>14</sup>In the case of the  $\rho$ , its polarization can be measured from the angular distribution of the decay  $\pi$ , and assuming *S-channel helicity conservation* (SCHC), this provides the photon polarization.

expected from the data taken in 2004 in the Hall A of JLab. The analysis of these data is currently being finalized. It will provide absolute cross-section differences and not just asymmetries. In the longer term (beyond 2010) JLab should be upgraded to 12 GeV and COMPASS should start a GPD program with its 100 to 200 GeV muon beam.

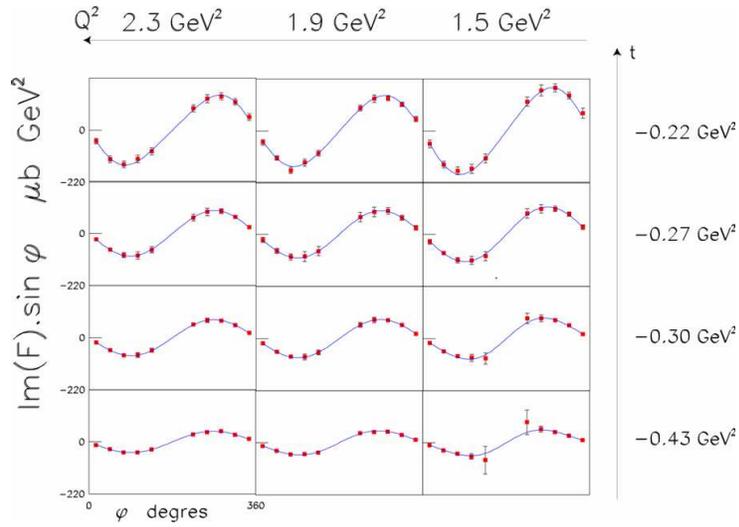


Figure 35: Projected accuracy of the angular distributions of  $\Delta\sigma_{LU}$  measured in 2004 in the hall A of JLab.

## 4 Hadron spectroscopy

We will start with a few reminders about  $SU(2)$  and  $SU(3)$  and will introduce two useful tools, the weight diagrams and the Young diagrams. We will briefly discuss the Quark model and then present the main types of spectroscopy experiments. We will finally discuss what might exist beyond the Quark model: glueballs, hybrids, meson molecules and pentaquarks.

### 4.1 $SU(N)$ , weight diagrams, Young diagrams

#### $SU(2)$ and $SU(3)$

In the fundamental representation of  $SU(2)$ , we have  $\chi = (a, b)$ . Rotations are represented by matrices  $U$ :  $\chi' = U\chi$ . In order to conserve the norm of  $\chi$ , we must have  $U^\dagger U = 1$ . The  $U$  matrices can be parametrized by  $U = \exp[\frac{1}{2}i\vec{\theta}\vec{\sigma}]$  where  $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  and the  $\sigma_i$  are the Pauli matrices:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

The  $J_i = \frac{\sigma_i}{2}$  are the generators of  $SU(2)$ . They obey the commutation relations  $[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k$ . The operators  $\sigma_\pm = (\sigma_1 \pm \sigma_2)/2$  are the raising and lowering operators:  $\sigma_+d = u$  and  $\sigma_+u = 0$ .

In the fundamental representation of  $SU(3)$ ,  $\chi = (a, b, c)$ . The generators are  $\lambda_i/2$ , where the  $\lambda_i$  are the Gell-Mann matrices.

#### weight diagrams

Weight diagrams are used to draw the different representations of  $SU(N)$  and to combine them. In the case of  $SU(2)$  the diagrams are 1-dimension diagrams along the direction of the third component of isospin,  $I_3$ . For instance  $u$  has  $I_3 = \frac{1}{2}$ , while  $d$  has  $I_3 = -\frac{1}{2}$ , so the fundamental representation “2”, i.e. the  $(u, d)$  quarks, appears as the leftmost diagram of Fig. 36. The adjoint representation  $\bar{2}$ , i.e. the  $(\bar{d}, -\bar{u})$  antiquarks<sup>15</sup>, is the second diagram of Fig. 36. We note that the fundamental and adjoint representations are identical,  $2 = \bar{2}$ .

In the case of  $SU(3)$  the diagrams are 2-dimension diagrams in the  $(I_3, Y)$  plane, where  $Y = B + S$  is the so-called *hypercharge*. The quarks have baryonic number,  $B = \frac{1}{3}$ . The  $u$  and  $d$  quarks have strangeness  $S = 0$ , so  $Y = \frac{1}{3}$ , while the  $s$  quark has  $S = -1$ , so  $Y = -\frac{2}{3}$ . The fundamental representation “3”, i.e. the  $(u, d, s)$  quarks, is then the third

---

<sup>15</sup> $(\bar{d}, -\bar{u})$  transforms like  $(u, d)$  under rotation in isospace, which is not the case of  $(\bar{d}, \bar{u})$ .

diagram of Fig 36, while the last diagram corresponds to the adjoint representation  $\bar{3}$ , the  $(-\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$  antiquarks. We note that for  $SU(3)$  the fundamental and adjoint representation differ,  $3 \neq \bar{3}$ .

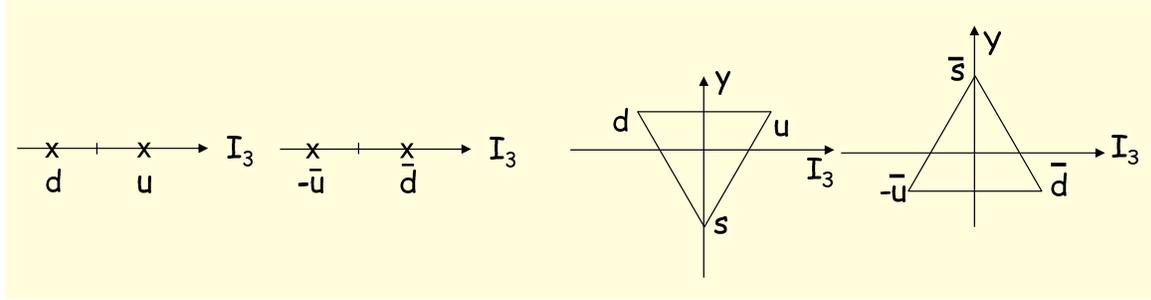


Figure 36: Weight diagrams of fundamental and adjoint representations of  $SU(2)$  and  $SU(3)$ . From left to right,  $2$  and  $\bar{2}$  of  $SU(2)$  and  $3$  and  $\bar{3}$  of  $SU(3)$ .

We can now combine the weight diagrams we have drawn. Fig. 37 shows how to combine  $2 \otimes \bar{2}$  in  $SU(2)$ . We first draw a “2” diagram with two “x” symbols. Using circles, we then draw a  $\bar{2}$  diagram centered around each of the “x”. This makes 4 circles, with 3 equidistant circles which corresponds to a “3” representation and a singlet circle in the center, therefore  $2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$ . Physically, the combination  $2 \otimes \bar{2}$  describes a  $q\bar{q}$  state, i.e. a meson, made only of  $u$  and  $d$  quarks. They form a triplet and a singlet state, e.g. the  $(\rho^+, \rho^0, \rho^-)$  triplet and the  $\omega$  singlet.

$$2 \otimes \bar{2} = \begin{array}{c} \circ - x - \circ \\ \circ - x - \circ \end{array} = 3 \oplus 1$$

Figure 37: Combination of representations,  $2 \otimes \bar{2}$ , using weight diagrams.

Fig. 38 presents the  $3 \otimes \bar{3}$  combinations in  $SU(3)$ . We first draw a  $\bar{3}$  representation and we draw “3” representations around each corner of the  $\bar{3}$  triangle. We then recognize an octet and a singlet. So using  $u$ ,  $d$  and  $s$  quarks, mesons form an octet and a singlet.

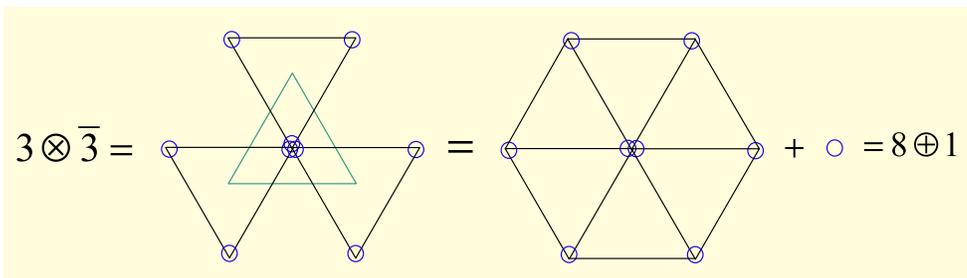


Figure 38: Combination of representations,  $3 \otimes \bar{3}$ , using weight diagrams.

If we want to build baryons, which are  $qqq$  states, we should combine  $3 \otimes 3 \otimes 3$ . This is illustrated in Fig. 39. We proceed in two steps. We first combine  $3 \otimes 3$ , which gives

$6 \oplus \bar{3}$  and then combine  $(6 \oplus \bar{3}) \otimes 3$ . As illustrated,  $6 \otimes 3 = 10 \oplus 8$  and we already got  $\bar{3} \otimes 3 = 8 + 1$ . Finally  $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$ . We can check the total number of states,  $3 \times 3 \times 3 = 27 = 10 + 8 + 8 + 1$ .

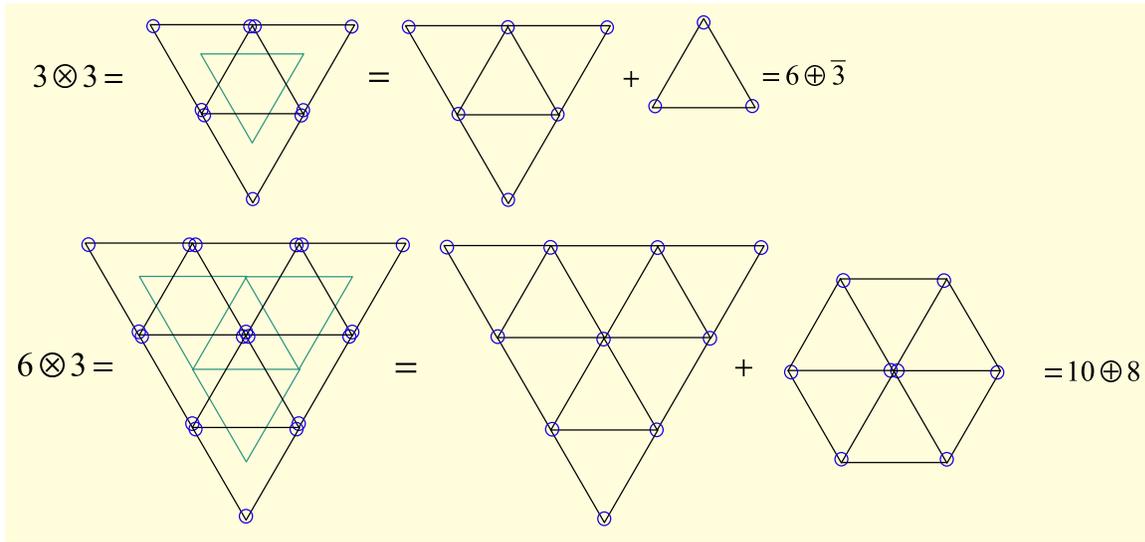


Figure 39: Combination of representations,  $3 \otimes 3 \otimes 3$ , using weight diagrams.

### Multiplet labels

Each  $SU(N)$  multiplet can be unambiguously defined by a set of  $N - 1$  labels, which are non-negative integers:  $(\alpha, \beta, \gamma, \dots)$ . For  $SU(2)$ , there is one label, which is the number of steps between the two extremities of the diagram. A  $SU(2)$  multiplet  $n$ , has label  $n - 1$ . For  $SU(3)$ , one should look to the number of steps on the upper part of the drawing to get  $\alpha$  and on the lower part to get  $\beta$  as illustrated Fig. 40.

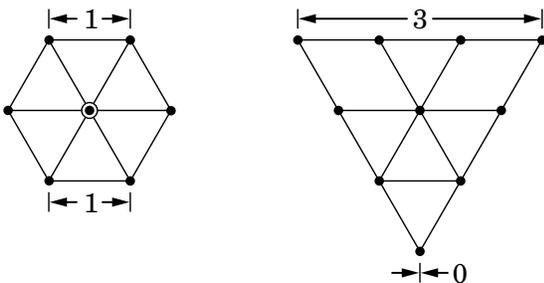


Figure 40: The set of two labels used to define  $SU(3)$  multiplets. The octet multiplet on the right has labels  $(1,1)$  while the decuplet multiplet on the right has labels  $(3,0)$ .

The labels for  $SU(N)$  singlet are  $(0, 0, \dots, 0)$ . The  $n$  quarks of different flavors form the fundamental representation with labels  $(1, 0, \dots, 0)$  and the  $n$  antiquarks the adjoint representation with labels  $(0, \dots, 0, 1)$ . These two multiplets are *conjugate* to one another, which means their labels are the same in opposite order,  $(\alpha, \beta, \dots)$  versus  $(\dots, \beta, \alpha)$ .

The number of particles in a multiplet can be computed from its labels. For  $SU(2)$ ,  $N = \frac{\alpha + 1}{1}$ , for  $SU(3)$ ,  $N = \frac{(\alpha + 1)}{1} \frac{(\beta + 1)}{1} \frac{(\alpha + \beta + 2)}{2}$  and for  $SU(4)$ :

$$N = \frac{(\alpha + 1)}{1} \frac{(\beta + 1)}{1} \frac{(\gamma + 1)}{1} \frac{(\alpha + \beta + 2)}{2} \frac{(\beta + \gamma + 2)}{2} \frac{(\alpha + \beta + \gamma + 3)}{3}. \quad (38)$$

Note that in the latest formula there is no factor  $\alpha + \gamma + 2$ : only consecutive sequences of labels should appear. Therefore for  $SU(5)$  we get

$$N = \frac{(\alpha + 1)}{1} \frac{(\beta + 1)}{1} \frac{(\gamma + 1)}{1} \frac{(\delta + 1)}{1} \frac{(\alpha + \beta + 2)}{2} \frac{(\beta + \gamma + 2)}{2} \frac{(\gamma + \delta + 2)}{2} \frac{(\alpha + \beta + \gamma + 3)}{3} \frac{(\beta + \gamma + \delta + 3)}{3} \frac{(\alpha + \beta + \gamma + \delta + 4)}{4}. \quad (39)$$

These formula clearly show that two conjugate multiplets have the same number of particles, but so can other multiplets. For instance, the  $SU(4)$  multiplets  $(3, 0, 0)$  and  $(1, 1, 0)$  have both 20 particles.

### Young diagrams

Weight diagrams are very useful to construct  $SU(3)$  multiplets. Constructing  $SU(4)$  multiplets is quite more difficult and requires a good 3-dimensional vision. For higher values of  $N$ , weight diagrams cannot be used. Young diagrams provide an alternative; they are easy to use, although their combination rules are not intuitive.

A  $SU(N)$  Young diagram is a set of boxes arranged in left justified rows, each row being at most as long as the previous one. The top row has  $\alpha$  more boxes than the second row, which has  $\beta$  boxes more than the third row, ... as illustrated in Fig. 41 in the case of  $SU(3)$ . A  $SU(N)$  diagram has at most  $N$  rows and the presence of a  $N$ -box column on the left does not change the labels. A single box corresponds to the fundamental representation  $(1, 0, \dots, 0)$ , a single column of  $N - 1$  boxes corresponds to the adjoint representation,  $(0, \dots, 0, 1)$  and a single column of  $N$  boxes corresponds to the singlet,  $(0, 0, \dots, 0)$ .

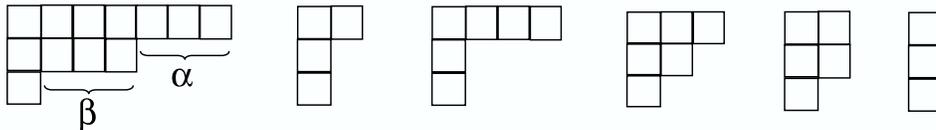


Figure 41: Examples of  $SU(3)$  Young diagrams. The first one corresponds to  $(\alpha, \beta) = (3, 3)$ . Then we have  $(1, 0)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 1)$  and  $(0, 0)$ . Note that the column of 3 boxes on the left is optional and is usually not represented but in the case of  $(0, 0)$  which would otherwise be an empty diagram.

The rules for the combination of Young diagrams are illustrated in Fig. 42 with the example of  $8 \otimes 8$  in  $SU(3)$ . One should first define an *admissible* sequence of letters as a sequence which at any point never gets more “b” than ”a”, more “c” than “b”, ..., e.g. aabc and abca are admissible while abb or acba are not. The  $SU(3)$  octet has label  $(1, 1)$ . One first draws (see on the top left part of the figure) such a  $(1, 1)$  Young diagram with boxes together with another  $(1, 1)$  Young diagram which is not made of boxes but of letters. Its first row is made of “a”, its second row of “b”, ... One then adds the “a” on the left of the diagram made of boxes but never more than one per column. This gives the four diagrams appearing on the right of the arrow in the first row of the figure. Finally, one adds the “b” but if we read the letters from right to left and top to bottom, we should get an admissible sequence of letters. This gives the six diagrams on the second row of the figure. From the figure we read  $(1, 1) \otimes (1, 1) = (2, 2) \oplus (3, 0) \oplus (0, 3) \oplus (1, 1) \oplus (1, 1) \oplus (0, 0)$  or  $8 \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$ .

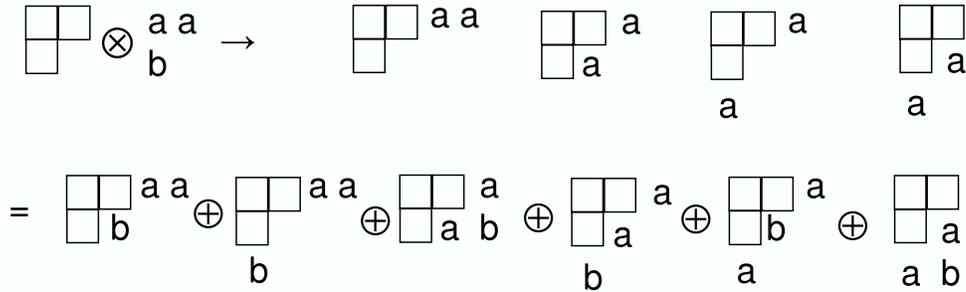


Figure 42: Combinations of  $SU(3)$  representations  $(1, 1) \otimes (1, 1)$ , see text.

## 4.2 The quark model

### Mesons in $SU(2)$

We first write down meson wave-function in terms of  $u$  and  $d$  quarks in the quark model. A  $qq$  state is described by  $2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$ , an isotriplet and an isosinglet. We start with the state  $|I = 1, I_3 = 1\rangle = uu$ , since only  $uu$  can have  $I_3 = 1$ . We apply the lowering operator  $\sigma_-$  on  $|1, 1\rangle$  and get  $|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du)$ . Applying again  $\sigma_-$  we get  $|1, -1\rangle = dd$ . These are the three isotriplet states. The isosinglet state must be orthogonal to  $|1, 0\rangle$ , therefore  $|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)$ . A  $q\bar{q}$  state is also made of an isotriplet and an isosinglet since  $2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$ , but  $(u, d)$  should be replaced by  $(\bar{d}, -\bar{u})$ . So the isotriplet states are  $|1, 1\rangle = u\bar{d}$ ,  $|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-u\bar{u} + d\bar{d})$  and  $|1, -1\rangle = -d\bar{u}$  and the isosinglet is  $|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-u\bar{u} - d\bar{d})$ . An example is  $\rho^+$ ,  $\rho^0$ ,  $\rho^-$  for the isotriplet and  $\omega$  for the isosinglet.

## Mesons in $SU(3)$

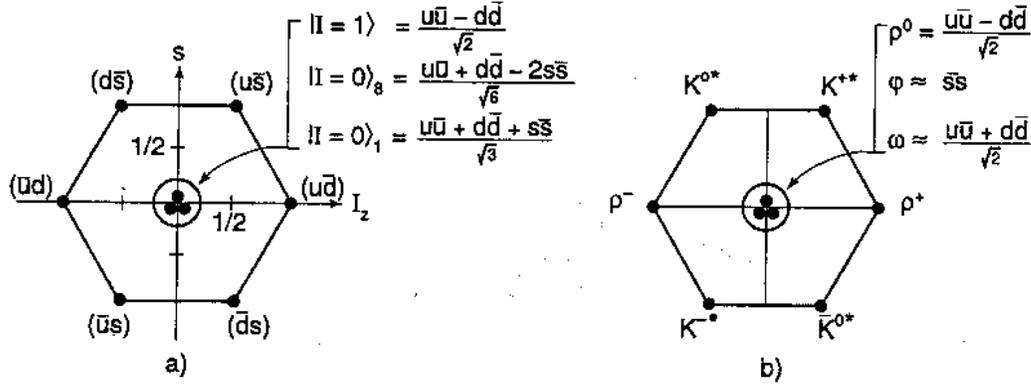


Figure 43: The octet and singlet meson states in  $SU(3)$ . In the case of exact symmetry (left) and ideal mixing (right).

We now consider  $u$ ,  $d$  and  $s$  quarks. We have seen that  $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$ . Fig. 43-left is a weight diagram of these 9 states. There are three states in the center: the  $SU(3)$  singlet state (which is also isosinglet) and 2 states belonging to the octet: an isotriplet and an isosinglet. The  $SU(3)$  singlet must have the same coefficients for all flavors, i.e.  $(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$ . The isotriplet state goes together with the  $\bar{u}d$  and  $u\bar{d}$  states on the same horizontal line and is  $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ . The isosinglet state from the octet must be perpendicular to the two previous states, it is therefore  $(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$ . This corresponds to an *exact symmetry*. The two isosinglet states may however mix. We have an *ideal mixing* when one of the state is a pure  $s\bar{s}$  and the other one is  $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ , the latter state is called a  $n\bar{n}$  state since it is made only of  $u$  and  $d$  flavors, like the nucleon. This ideal mixing is illustrated on Fig. 43-right with the example of the  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $K^*$  states. The  $\phi$  is nearly a purely-strange state while the  $\omega$  is nearly a  $n\bar{n}$  state. In general we have neither an exact symmetry nor an ideal mixing. The states are then defined by a mixing angle  $\theta$ , defined such that  $\theta = 0$  corresponds to an exact symmetry, or  $\phi$  defined such that  $\phi = 0$  corresponds to an ideal mixing.

Meson states are characterized by the orbital momentum  $L$  between the quark and the antiquark, the spin state of the  $q\bar{q}$  pair and the spin of the meson  $J$ ,  $|L - S| < J < |L + S|$ . In addition we may have radial excitations. The parity of the meson depends on the orbital momentum,  $P = (-1)^{L+1}$  and the charge conjugation is  $C = (-1)^{L+S}$ . The notation  $J^{PC}$  is often used to characterize a meson. States with  $J = 0$  are labeled as scalar ( $P = 1$ ) or pseudo-scalar ( $P = -1$ ), those with  $J = 1$  as vector ( $P = -1$ ) or axial ( $P = +1$ ), and those with  $J = 2$  as tensor. We note that some combinations of  $J^{PC}$  are forbidden in the quark model, e.g.  $0^{--}$ ,  $1^{-+}$  and  $2^{+-}$ . If a meson with such *exotic quantum numbers* is discovered it is an *exotic state* which cannot be described by the quark model.



In  $SU(4)$  we have  $4 \otimes 4 = 15 \oplus 1$ . Due to the heavy charm mass ( $\approx 1.5 \text{ GeV}/c^2$ ), the  $SU(4)$  symmetry is strongly violated but the symmetry remains useful to classify the particles. Fig. 44 presents the pseudoscalar and the vector multiplets. The pseudoscalar multiplet includes the corresponding  $SU(3)$  pseudoscalar nonet (line 1 of table 1), the  $J/\Psi = c\bar{c}$  and the open charm states  $D^0 = c\bar{u}$ ,  $D^+ = c\bar{d}$  and  $D_s^+ = c\bar{s}$  together with the charge conjugate states. Similarly the vector multiplet includes the corresponding  $SU(3)$  vector nonet (line 2 of table 1), the  $\eta_c = c\bar{c}$  and the open charm states  $D^{0*} = c\bar{u}$ ,  $D^{+*} = c\bar{d}$  and  $D_s^{+*} = c\bar{s}$  together with the charge conjugate states.

### Experimental mesons states

Fig. 47 is a set of 6 figures showing the measured mass of many meson states. The first two figures presents bottonium ( $b\bar{b}$ ) and charmonium ( $c\bar{c}$ ) states. These states appear to be very narrow. The reason is twofold. They are below the threshold to produce a pair of open beauty ( $B\bar{B}$ ) or open charm ( $D\bar{D}$ ) mesons. In addition, as illustrated in Fig. 46, the *Okubo-Zweig-Iizuka (OZI) rule* forbids *disconnected diagrams*, like  $c\bar{c} \rightarrow u\bar{d} + d\bar{u}$ . We note that the bottonium and charmonium spectra are very similar. The four last figures present the members of the different  $SU(3)$  nonets (like the nonet of Fig. 43). These states are generally quite broad and therefore overlapping, which makes their spectroscopy quite difficult. We note some similitudes within the six figures, e.g. the first excited  $1^{--}$  state appear about 500 MeV above the  $1^{--}$  ground state.

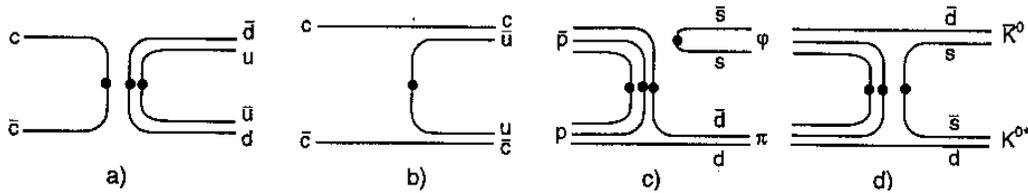


Figure 46: The OZI rule forbids disconnected diagrams. The first diagram,  $c\bar{c} \rightarrow u\bar{d} + d\bar{u}$  decay, is forbidden whereas the second one,  $c\bar{c} \rightarrow u\bar{c} + c\bar{u}$  decay is allowed. The same rule applies to production mechanisms: the third diagram,  $p\bar{p} \rightarrow \phi\pi$ , is forbidden whereas the fourth one,  $p\bar{p} \rightarrow \bar{K}^0 K^{0*}$ , is allowed.

### Baryons

We now build Baryon  $SU(2)$  states, using  $2 \otimes 2 \otimes 2 = (3 \oplus 1) \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$ . We start from  $|I = \frac{3}{2}, I_3 = \frac{3}{2}\rangle = uuu$  as displayed in the first line of table 2. We apply three times the  $\sigma_-$  operator and get the three other  $I = \frac{3}{2}$  quadruplet states in the next lines. These flavor wave functions are completely symmetric in the exchange of 2 of the 3 quarks (the required antisymmetry for fermions is provided by the color wave-function). Physically, they correspond to the  $\Delta$  particles.

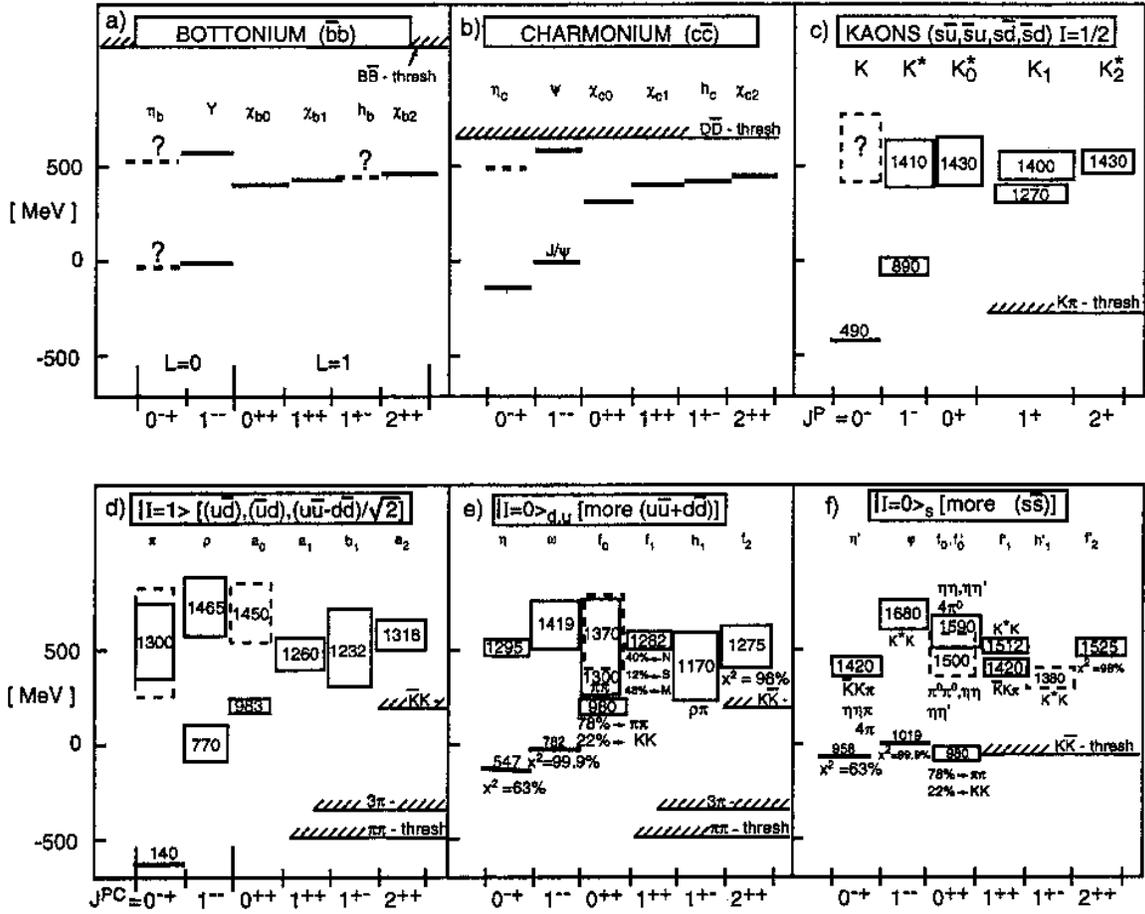


Figure 47: Measured masses of  $L = 0$  and  $L = 1$  meson states: a) bottomonium,  $b\bar{b}$ ; b) charmonium,  $c\bar{c}$ ; and from c to f) the  $SU(3)$  nonets. These include the kaon states (c), the isotriplet states (d) and the  $n\bar{n}$  (e) and  $s\bar{s}$  (f) isosinglet states. In each figure the mesons are put in six different columns depending on their  $J^{PC}$ . These six columns correspond to the six lines of table 1. In each figure the zero mass is set to the lowest vector ( $1^{--}$ ) state.

We have to build two doublets, one coming from  $1 \otimes 2$  and the other one from  $3 \otimes 2$ . The former comes from the isosinglet,  $|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)$  (see above in “Mesons in  $SU(2)$ ”), combined with the doublet  $(u, d)$ . These are lines 5 and 6 of table 2. These states are antisymmetric in the exchange of the first two quarks and do not exhibit any symmetry for the exchange with the third quark, we say they are *mixed asymmetric* states (MA).

The second doublet comes from the isotriplet  $(uu, \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du), dd)$  combined with the doublet  $(u, d)$ . It has the form  $\alpha(wu)d + \beta(ud + du)u$  and  $\lambda(ud + du)d + \mu(dd)u$ . The coefficients are determined to get states orthogonal to those of the previous doublet, as appear in the last two lines of table 2. These states are symmetric in the exchange of the first two quarks, we say they are *mixed symmetric* states (MS). The nucleon doublet is a

$I$	$I_3$	flavor wave-function		
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$uuu$	sym	$\Delta^{++}$
	$\frac{1}{2}$	$(uud + udu + duu)/\sqrt{3}$		$\Delta^{++}$
	$-\frac{1}{2}$	$-(ddu + dud + udd)/\sqrt{3}$		$\Delta^{++}$
	$\frac{3}{2}$	$uuu$		$\Delta^{++}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(ud - du)u/\sqrt{2}$	MA	
	$-\frac{1}{2}$	$(ud - du)d/\sqrt{2}$		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-((ud + du)u - 2uud)/\sqrt{6}$	MS	
	$-\frac{1}{2}$	$((ud + du)d - 2ddu)/\sqrt{6}$		

Table 2: The flavor wave-function of the baryon  $SU(2)$  states.

mixture of the MA and MS doublets.

In  $SU(3)$  we have  $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$  and in  $SU(4)$ ,  $4 \otimes 4 \otimes 4 = 20 \oplus 20 \oplus 20 \oplus 4$ . As already mentioned there are different types of  $SU(4)$  20-plets. They can correspond to labels (1,1,0) as illustrated in the upper part of Fig. 45. This 20-plet is made out of the hyperon  $SU(3)$  octet (nucleon,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$ ), which appears as the bottom of the 20-plet. The lower part of the figure shows a 20-plet made out of the  $SU(3)$  decuplet which contains the  $\Delta$ .

### 4.3 The experiments

The main difficulty in hadron spectroscopy is to separate broad overlapping states. Different production mechanisms and different final states may be used to select different kinds of hadrons but we still have overlapping states. The study of the angular distribution, through a so-called *partial wave analysis* allows for the separation of states which have different quantum numbers, as illustrated in Fig. 48. This technique requires a very good description of the experimental acceptance through Monte-Carlo simulations.

#### Hadronic peripheral production

A hadronic beam, made of several GeV  $\pi$  or  $K$ , is sent on a proton or nuclear target. As illustrated in Fig. 50, the interaction occurs through the exchange of a  $\pi$ , a  $\rho$  or a so-called *Pomeron*, which is an effective particle with vacuum quantum numbers. The proton or nucleus recoils at large angle while the beam is excited to a meson state  $X$ . This meson is produced at forward angle with a cross section falling like  $e^{bt}$  with  $b$  ranging from 3 to 8  $\text{GeV}^{-2}$  ( $t$  is negative). This reaction does not produce a priori any particular type of mesons.

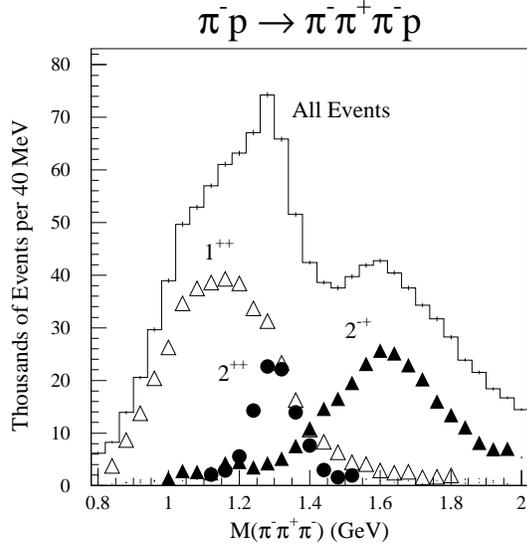


Figure 48: Partial wave analysis. The full line shows the  $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- p$  spectrum as a function of the  $\pi^- \pi^+ \pi^-$  mass. The partial wave analysis results in the separation of the  $1^{++}$ ,  $2^{++}$  and  $2^{-+}$  contributions.

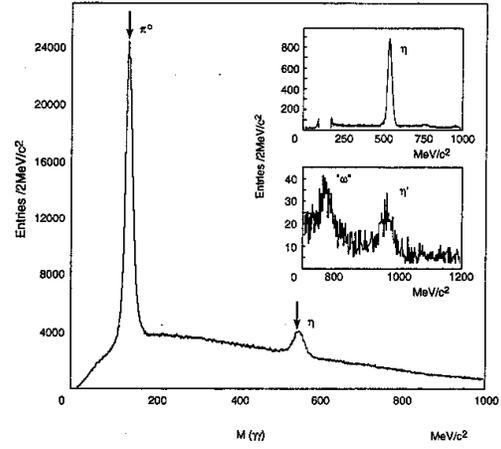


Figure 49: Two-pion mass spectrum for  $p\bar{p} \rightarrow 6\gamma$  reaction. We observe a very clear  $\pi^0$  peak and a smaller  $\eta$  peak. If the  $\gamma$  which enter the  $\pi^0$  peak are removed from the spectrum we get the upper insert where the  $\eta$  peak is now very clear. If we then remove  $\gamma$  entering the  $\eta$  peak we get the lower insert, where the  $\omega$  and  $\eta'$  peak start to appear.

## Peripheral photoproduction

In practice hadronic peripheral production can only use spin-singlet ground-states, i.e.  $\pi$  or  $K$ , as beam particle. The interaction of real photons with hadrons is well described by the VDM model, where the photon fluctuates to a superposition of vector meson states<sup>16</sup>,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $J/\Psi$ , ... Therefore peripheral photoproduction allows for hadronic peripheral production with spin-triplet mesons. This process is supposed to be very favorable to produce hybrid mesons.

## $p\bar{p}$ annihilation

States that decay directly to  $p\bar{p}$  can be studied by measuring annihilation cross-section as a function of the energy. This approach is obviously limited to states with mass greater than  $2 \text{ GeV}/c^2$ .

In  $p\bar{p}$  annihilation at rest a state  $X$  is produced together with a light and stable meson,  $X$  might have a large glueball or hybrid content. Antiproton annihilation in liquid hydrogen occurs nearly entirely through a  $p\bar{p}$  relative  $S$  state, which helps a lot for partial wave analysis since the initial state is known. Annihilation into three stable mesons has been particularly fruitful and is illustrated in Fig. 49.

<sup>16</sup>see also section 1.2 for VDM in the case of virtual photons

## Central production

In central production the beam and the target interact by emitting both a particle. These two particles interact to produce a state  $X$ , as illustrated in Fig. 51. Experimentally, using proton beam and target, one observes the reaction  $pp \rightarrow p_f(X)p_s$ , where  $p_f$  and  $p_s$  are the fastest and slowest particles in the lab frame. At high energy and small transverse momentum for  $p_f$  and  $p_s$ , the process is dominated by double Pomeron exchange. As the Pomeron has large gluonic content, the state  $X$  is expected to be dominated by gluonic degrees of freedom.

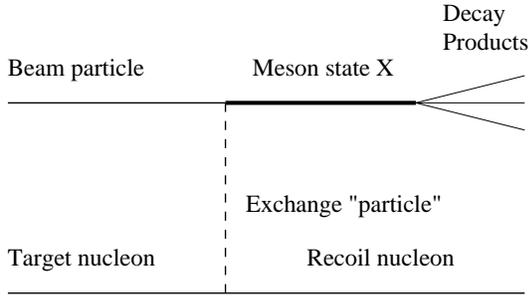


Figure 50: Peripheral production.

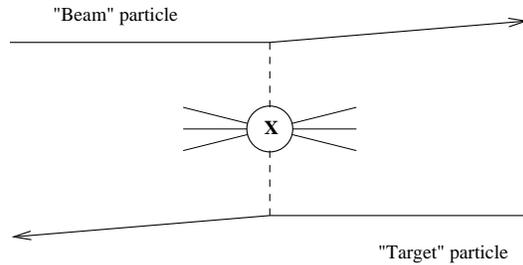


Figure 51: Central production.

## $e^+e^-$ colliders

The reaction  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow V$  produces vector-meson resonances. The resonance shape can be studied by varying the beam energy.

In *two-photon collision* reactions, two photons radiated by the beam electron and positron collide to produce a meson state  $X$ , i.e.  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$ . This is the analogous to central production with the Pomerons replaced by better-understood photons. The production rate is proportional to the fourth power of the quark charge. So  $u$  (and  $c$ ) will be preferred to  $d$  and  $s$  and glueballs should not be produced in these reactions.

To first order in perturbative QCD, radiative  $J/\psi$  decay goes through  $J/\psi \rightarrow \gamma gg \rightarrow \gamma X$ . This is therefore expected to be a good way of selecting glueballs. Unfortunately the branching ratio for radiative  $J/\psi$  decay are typically between  $10^{-4}$  and  $10^{-3}$ , so there is not much statistics available and the partial wave analysis is difficult.

## 4.4 Beyond the quark model

Comparing experimental data with the quark model there might be predicted states which are not observed and on the other hand *exotic states*, which are observed but cannot be described by the quark model. Exotic states include glueballs ( $gg$  or  $ggg$  states), hybrid states ( $q\bar{q}g$ ), meson molecules ( $q\bar{q}q\bar{q}$ ) and pentaquarks ( $qqq\bar{q}q$ ). Exotic states can be found

as states which do not enter any multiplet, but this requires a very good understanding of the quark model and in addition such exotic state can mix with standard states of same quantum numbers. The best way to sign an exotic state would be to find a state with exotic quantum numbers, e.g. exotic  $J^{PC}$  like  $0^{--}$  or  $1^{-+}$  mesons, or exotic flavor like a baryon with  $S = +1$ .

## Glueballs

Fig. 52 presents the glueball spectrum obtained in *quenched* lattice QCD<sup>17</sup>. The lightest glueball is a  $0^{++}$  state around  $1.6 \text{ GeV}/c^2$ . A possible candidate is the  $f_0(1500)$  state. The lightest glueball with exotic quantum number is unfortunately very far, this is a  $2^{+-}$  state at  $4 \text{ GeV}/c^2$ . As already discussed glueballs are expected to be largely produced in radiative  $J/\Psi$  decay and not produced in two-photon collisions. Therefore the *stickiness*

$$\frac{\Gamma(J/\Psi \rightarrow \gamma X)}{\text{phase space}} \div \frac{\Gamma(\gamma\gamma \rightarrow X)}{\text{phase space}} \quad (40)$$

is a measure of how likely the state  $X$  is to be a glueball.

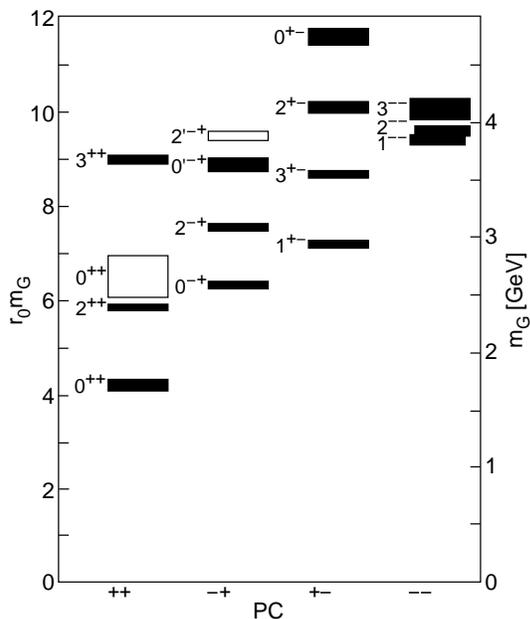


Figure 52: The glueball spectrum from lattice QCD.

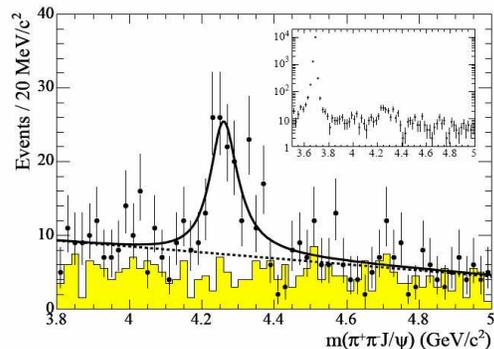


Figure 53: The  $Y(4260)$  resonance observed by Babar in its  $\pi^+\pi^-J/\Psi$  decay.

## Hybrids

The so-called *flux tube* model predicts 8 nonets of hybrids around  $2 \text{ GeV}/c^2$ , while the *bag model* predicts 4 nonets in this range of mass and 4 at higher masses. Three of these

<sup>17</sup>Lattice QCD was introduced in section 3.3. In the quenched approximation the vacuum polarization effect in QCD is neglected, i.e. there are no quark loops.

nonets have an exotic  $J^{PC}$ . These hybrids are given names according to the standard particle with opposite  $C$ . E.g. the  $0^{--}$  hybrid with isospin 1 is called  $\hat{\pi}$  (the  $\pi$  is a  $0^{-+}$  state). Unfortunately most states are too large, several hundredth MeV, to be detected. There remains four states with reasonable widths, between 100 and 200 MeV,  $\hat{\rho}_1$ ,  $\hat{a}_2$ ,  $\hat{f}_2$  and  $\hat{f}'_2$ .

### Meson molecules

The  $q\bar{q}q\bar{q}$  states can be bound states or may just contribute to the hadron-hadron potential. The meson molecules may have exotic quantum numbers, like  $Q = 2$ . Models predict  $K\bar{K}$  molecules with  $J^{PC} = 0^{++}$ . The  $f_0(980)$  and  $a_0(980)$  are good candidates because they have a large branching ratio to  $K\bar{K}$  states in spite of a small phase space.

### New resonances in $e^+e^-$

Studying resonances with the reaction  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow V$  requires to vary the beam energy. However, a scan of the resonance energy with a fixed energy beam is possible using *initial state radiation* events. In these events the electron (or the positron) emits a real photon before the reaction  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow V$ .

Belle and Babar have recently discovered new resonances [22] using initial state radiation events,  $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\Psi$ ,  $Y(3940) \rightarrow \omega J/\Psi$  and  $Y(4260) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\Psi$  (see Fig. 53). There is no room for these states in the quark model multiplets and the prediction of the quark model are quite accurate for charmed particles. Candidate explanation are  $cs\bar{c}s$  molecules and  $c\bar{c}g$  hybrids.

### Pentaquarks

Pentaquarks are  $qqqq\bar{q}$  states. If the  $\bar{q}$  has a flavor different from the four quarks, the pentaquark has an exotic flavor. E.g.  $\theta^+ = uud\bar{d}s$  is a baryon with  $S = +1$ . As shown in Fig. 54, the chiral soliton model predicts a  $\frac{1}{2}^+$  antidecuplet with masses between 1.5 and 2.1 GeV/ $c^2$ . In particular the  $\theta^+$  state has a mass of 1530 MeV/ $c^2$  with a width smaller than 15 MeV. This state can be detected through its decay to  $K^+n$  or  $K^0p$ .

Evidences for  $\theta^+$  at the level of about  $5\sigma$  have been claimed by a tenth of experiments. However, many other experiments do not see it. In addition the different measured masses are not perfectly compatible and the production cross-section are very different. It seems also that the statistical significance of many results has been overestimated. Finally, two dedicated experiments were performed at JLab and they do not confirm the previous observations in this lab.

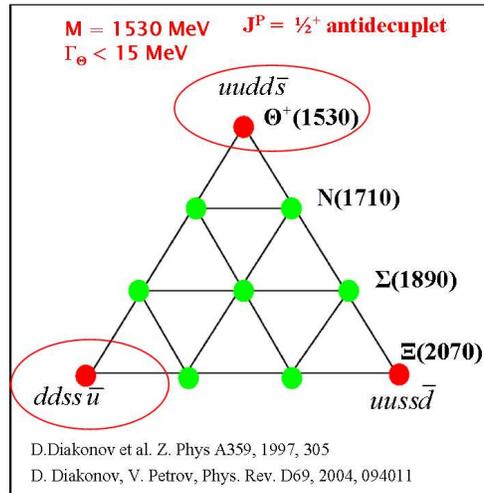


Figure 54: The pentaquark antidecuplet predicted by the chiral soliton model.

### Missing baryons

The known baryonic resonances are well described by the quark model. Some predicted states are however not observed and an intensive dedicated search program at JLab did not meet success. It is unclear whether this is an experimental or a theoretical problem.

# References

## [1] Books:

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons*, (Wiley, New York, 1984) is an excellent introduction to particle physics. Although it is a bit old this does not matter for the basic topics of form factors (chapter 8) unpolarized DIS and QCD (chapter 10 and 11) and quark model (chapter 2).

F.E. Close, *An introduction to Quarks and Partons*, Academic Press, 1979

E. Leader, *Spin in particle physics*, Cambridge Univ. Press, 2001.

W. Greiner and A. Schaeffer, *Quantum Chromodynamics*, Springer.

## [2] Reviews:

**Parity violation formalism:** M. J. Musolf *et al.*, Phys. Rept. **239** (1994) 1.

**Unpolarized DIS:** G. Altarelli, Phys. Rep. 81 (1982) 1.

**Polarized DIS:** B. Lampe and E. Reya, Phys. Rep. 332 (2000) 1, hep-ph/9810270; M. Anselmino, A. Efremov and E. Leader, Phys. Rep. 261 (1995) 1, hep-ph/9501369; a short and simple review by an experimentalist <http://cern.ch/jlegoff> (habilitation thesis); Erice summer school on the “The Spin Structure of Nucleon”, edited by B. Frois, V.W. Hughes and N. de Groot, World Scientific, Singapore, 1997.

**A pedagogical introduction to the OPE:** A. V. Manohar, lecture at the Lake Louise Winter Institute, 1992, hep-ph/9204208.

**Physics at the RHIC polarized  $pp$  collider:** G. Bunce *et al.*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50** (2000) 525 or hep-ph/0007218.

**Transversity:** V. Barone, A. Drago and P.G. Ratcliffe, Phys. Rep. **359** (2002) 1 or hep-ph/0104283. **GPD:** M. Diehl, Phys. Rep. 388 (2003) 41-277 or hep-ph/0307382.

A.V. Belitsky, D. Müller and A. Kirchner, Nucl. Phys. **B 629** (2002) 323-392

**meson spectroscopy:** S. Godfrey and J. Napolitano, Rev. Mod. Phys. 71 (1999) 1411.

[3] R. Madey *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 122002 (2003); G. Warren *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 042301 (2004).

[4] M.K. Jones *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1398 (2000). O. Gayou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 092301 (2002);

[5] D. Spayde *et al.*, *Phys. Lett.* **B583**, 79 (2004).

[6] F.E. Mass *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 152001 (2005);

[7] K.A. Aniol *et al.*, *Phys. Lett.* **B509**, 211 (2001); K.A. Aniol *et al.*, nucl-ex/0506011.

- [8] D.S. Armstrong *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 092001 (2005).
- [9] M. Hirai *et al.*, *Phys. Rev.* **D69**, 054021 (2004).
- [10] SMC, B. Adeva *et al.*, *Phys. Rev.* **D70**, 012002 (2004).
- [11] HERMES: A. Airapetian *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2584 (2000);
- [12] K. Kurek for COMPASS, *Nucl. Phys.* **A755**, 321c (2005);
- [13] E.S. Ageev *et al.* (COMPASS), *Phys. Lett.* **B633**, 25 (2006) or hep-ex/0511028.
- [14] M. GLuck, E. Reya, M. Stratmann, W. Vogelsang, *Phys. Rev.* **D63**, 094005 (2001).
- [15] K. Boyle at PANIC 05 conference  
[http://www.panic05.lanl.gov/sections\\_all.php#section3](http://www.panic05.lanl.gov/sections_all.php#section3)
- [16] HERMES: A. Airapetian *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 012002 (2005); hep-ex/0408013.
- [17] COMPASS: V. Alexhakhin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 202002 (2005); hep-ex/0503002
- [18] AIP Conference Proceedings 792, DIS 2005, Springer Verlag (2005): P.B. van der Nat for HERMES p 953 and R. Joosten for COMPASS p 957.
- [19] K. Abe *et al.*, the Belle Collaboration, contributing paper to LP2005, hep-ex/0507063.
- [20] AIP Conference Proceedings 792, DIS 2005, M. Kopytin for HERMES, p 424, Springer Verlag (2005):
- [21] S. Stepanyan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 182002 (2001);
- [22] Belle collaboration, S.K. Choi, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 262001 (2003); Belle collaboration, S.K. Choi, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 182002 (2005); Babar collaboration, J. Aubert, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 142001 (2005).



# Le Plasma de Quarks et de Gluons

## Sondes prédites et étudiées au SPS

Raphaël Granier de Cassagnac\*  
Laboratoire Leprince-Ringuet & expérience PHENIX

Septembre 2005

### Résumé

Les quarks et les gluons sont habituellement confinés dans les hadrons. La chromodynamique quantique prédit une transition de phase entre la matière nucléaire ordinaire et un plasma de quarks et de gluons. Ce nouvel état de la matière est supposé avoir existé pendant les premières microsecondes du big-bang et repose peut-être au cœur de certaines étoiles. Les collisions d'ions lourds devraient permettre de le créer et de l'étudier en laboratoire, pour peu que la densité d'énergie atteigne environ  $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ . Ce fut *a priori* le cas au SPS du CERN. Un premier indice de la formation du plasma de quarks et de gluons y a été vu : la suppression anormale du méson  $J/\psi$ . D'autres de ses signatures prédites ont été observées depuis (augmentation de l'étrangeté, modification des résonances légères, production de photons et de dileptons thermiques et atténuation des gerbes.) Dans ce cours, je tâche de dresser une revue de ces observables et de leurs possibles interprétations.

### Abstract

Quarks and gluons are usually confined into hadrons. Quantum Chromodynamics predicts that a phase transition can occur between ordinary nuclear matter and a quark gluon plasma. This new state of matter is believed to have existed during the first microseconds after the big-bang and perhaps to lie in the core of some stars. Heavy ion collisions should allow us to create and study this plasma in our laboratories, if we are able to reach an energy density of  $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ . This, was *a priori* the case at the CERN SPS. A first hint of the quark gluon plasma formation was seen, namely the anomalous suppression of  $J/\psi$  mesons. Others of its predicted signatures were observed since then (strangeness enhancement, light mesons modifications, thermal photons and dileptons production and jet quenching.) In this lecture, I try to give a revue of these observables and of their possible interpretations.

---

\* Mél : raphael@in2p3.fr.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Une prédiction théorique</b>	<b>223</b>
<b>2</b>	<b>Les collisions d'ions lourds</b>	<b>225</b>
2.1	Panorama expérimental . . . . .	225
2.2	Définitions cinématiques . . . . .	225
2.3	La centralité: $N_{coll}$ , $N_{part}$ et les autres . . . . .	226
2.4	La densité d'énergie . . . . .	228
<b>3</b>	<b>Les signatures prédites pour le plasma</b>	<b>229</b>
<b>4</b>	<b>L'augmentation de l'étrangeté au SPS (et à RHIC)</b>	<b>231</b>
4.1	La prédiction théorique et historique . . . . .	231
4.2	Les rapports étranges $K/\pi$ et $\Lambda/\pi$ . . . . .	232
4.3	Un modèle thermique global . . . . .	233
4.4	Les (anti)baryons étranges . . . . .	237
4.5	Une étrange conclusion . . . . .	238
<b>5</b>	<b>La modification des résonances</b>	<b>239</b>
<b>6</b>	<b>La suppression du <math>J/\psi</math> au SPS (et à RHIC)</b>	<b>240</b>
6.1	La prédiction théorique et historique . . . . .	240
6.2	NA38 et l'absorption nucléaire . . . . .	241
6.3	NA50 et l'absorption anormale . . . . .	244
6.4	Les résultats préliminaires de NA60 et PHENIX . . . . .	251
<b>7</b>	<b>Les photons (et les dileptons) thermiques</b>	<b>255</b>
<b>8</b>	<b>L'atténuation des gerbes</b>	<b>256</b>
<b>9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>256</b>

## Glossaire

- **AGS**: Alternating Gradient Synchrotron, à BNL.
- **BNL**: Brookhaven National Laboratory, New-York, États-Unis.
- **CERN**: Laboratoire Européen de Physique des Particules, Genève, Suisse.
- **LHC**: Large Hadron Collider, démarrera en 2007 au CERN.
- **NA/WAXX**: North/West Area, les expériences du hall nord/ouest du SPS.
- **PQG**: Le Plasma de Quarks et de Gluons tant recherché.
- **QCD**: Quantum ChromoDynamics, la théorie de l'interaction forte.
- **RHIC**: Relativistic Heavy Ion Collider, en fonctionnement à BNL.
- **SPS**: Super Proton Synchrotron, au CERN.

---

# 1 Une prédiction théorique

L'interaction forte possède des propriétés bien particulières, comme nous l'avons vu dans les cours de Patrick Aurenche et d'Olivier Pène. Dans ses aspects les plus élémentaires, elle est décrite par la chromodynamique quantique (QCD) qui se caractérise par deux comportements remarquables :

- **À basse énergie**, la constante  $\alpha_s$  de couplage de l'interaction devient grande. Sans permettre de le calculer, ce comportement est relié au **confinement** des quarks et des gluons à l'intérieur des hadrons. En effet, même si des quarks ont été vus à l'intérieur des protons – Friedman, Kendall et Taylor reçurent le prix Nobel en 1990 pour cela – personne n'a jamais observé de quarks légers<sup>1</sup> libres.
- **À haute énergie** en revanche, les calculs de renormalisation et les mesures d'expériences telles que H1, ZEUS, CDF, D0 s'accordent et montrent que  $\alpha_s$  est faible. Ce comportement, appelé la **liberté asymptotique**, a valu leur prix Nobel à Gross, Polizer et Wilczek en 2004.

Ce second comportement a mené à la prédiction de l'existence d'un plasma de quarks et de gluons (PQG.) L'idée est que si l'on parvient à chauffer ou à comprimer la matière nucléaire suffisamment pour que le milieu produit soit intégralement dans un régime où  $\alpha_s$  est petite, les nucléons perdent leur identité et les quarks et les gluons évoluent librement. Quantitativement, des calculs de QCD sur réseau prédisent ce comportement. La figure 1 montre le résultat d'un de ces calculs, sans doute le plus populaire [1].

En ordonnée, la densité d'énergie (divisée par la température à la puissance quatrième) semble être un paramètre d'ordre. En abscisse, la température est ramenée à une température critique  $T_c$  à laquelle s'opère la brusque variation de densité d'énergie. La matière nucléaire subirait alors une transition de phase<sup>2</sup> – Francesca Gulminelli nous a enseigné de qu'elles sont lors de cette école – entre des matières confinée (hadronique) et déconfinée (partonique.) Dans le calcul suscité, la transition de phase a lieu pour :

$$\epsilon_c = 0,7 \pm 0,3 \text{ GeV/fm}^3 \quad \text{et} \quad T_c \sim 170 \text{ MeV}, \quad (1)$$

soit à une température d'environ  $10^{13}$  K, supérieure de cinq ordres de grandeur à celle du soleil ( $10^8$  K.)

Dès lors, nous pouvons nous demander où et quand trouver les conditions extrêmes requises pour former le plasma de quarks et de gluons. La réponse est triple.

- **Pendant les premières microsecondes du big bang.** En effet, les équations communément admises pour l'évolution de l'univers prédisent qu'il était un plasma de quarks et de gluons d'une dizaine de kilomètres, lorsqu'il subit soudain, une dizaine de microsecondes après sa naissance, une transition de phase vers l'univers hadronique qui nous est aujourd'hui familier. Cet événement pourrait avoir des

---

1. Le quark top dont la masse ( $175 \text{ GeV}/c^2$ ) est grande devant l'échelle de l'interaction faible se désintègre avant d'avoir formé des hadrons.

2. Son ordre est mal connu, même si la mode est à une transition de type *crossover*.

# 1 UNE PRÉDICTION THÉORIQUE

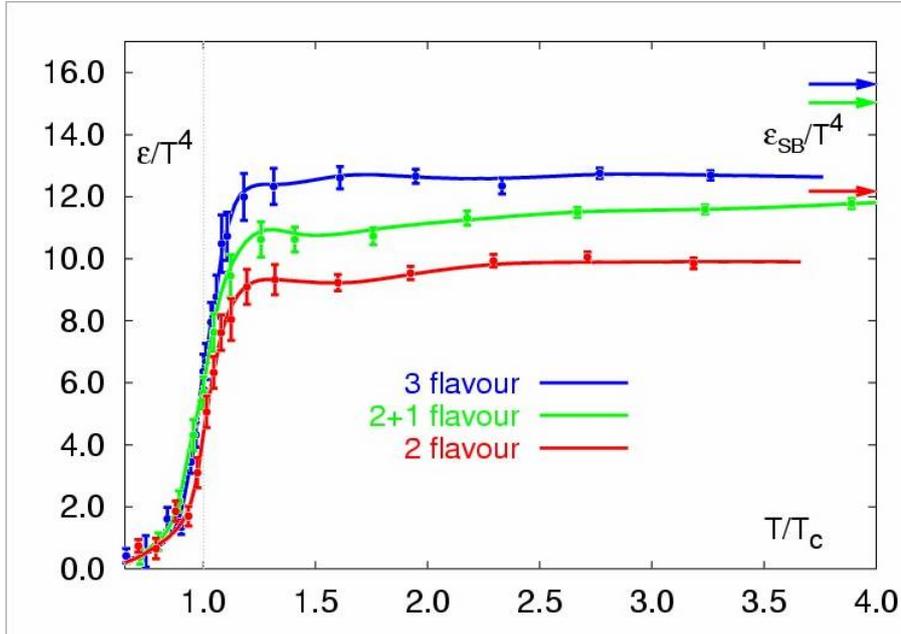


FIG. 1 – Prédiction d'une transition de phase entre matières confinée et déconfinée [1].

conséquences détectables dans notre univers visible (voir par exemple la revue de Dominik Schwarz [2]), en particulier sur les abondances des éléments légers (nucléosynthèse primordiale) ou l'existence de reliques exotiques (boules de glue ou pépites de quarks étranges) qui pourraient contribuer à la matière noire. Pour l'instant, aucun de ces indices n'a été observé, si bien que cosmologie et chromodynamique restent des sciences plutôt étrangères. Espérons que cela change avec les progrès récents et fulgurants des deux disciplines.

- **Au cœur des étoiles les plus denses.** Une poignée d'étoiles candidates existent, en particulier RX J156.5-3754 qui se trouve à 120 pc de nous, ne mesure que cinq ou six kilomètres et nous envoie un remarquable spectre de corps noir. Cela dit, la signature d'une étoile à quarks n'est pas évidente, comme vous pourrez vous en rendre compte en lisant un article récent [3] plein de références pour commencer à hésiter entre des étoiles certes dénudées, mais à quarks ou à neutrons ?
- **Lors de collisions de noyaux lourds.** C'est là l'outil que nous avons à notre disposition pour espérer créer le PQG dans nos laboratoires, même si son existence y sera brève (typiquement le temps qu'il faut à la lumière pour traverser un noyau, soit  $10^{-23}$  seconde.) Notons que même si les machines modernes déshabillent entièrement les atomes utilisés, on préfère le terme d'ions lourds à celui de noyaux lourds.

---

## 2 Les collisions d'ions lourds

Les collisions d'ions lourds donc, sont l'indispensable outil pour l'étude du plasma de quarks et de gluons.

### 2.1 Panorama expérimental

Nous avons vu (équation 1) que le PQG était *théoriquement* créé pour des densités d'énergie supérieures à  $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ . Quatre accélérateurs, résumés dans le tableau 1 ont théoriquement permis de dépasser cette valeur. L'AGS (*Alternating Gradient Synchrotron*) du Laboratoire National américain de Brookhaven (BNL, New-York) n'a pas permis de conclure à la formation du PQG. Le SPS (*Super Proton Synchrotron*) du Laboratoire Européen de Physique des Particules (CERN, Genève) a fourni des indices forts de la création du PQG, amenant la direction à publier, le 10 février 2000, un communiqué de presse annonçant « un nouvel état de la matière créé au CERN. » Le propos de ce cours est d'étudier le PQG par ses signatures prédites qui rencontrèrent un certain succès au SPS.

Aujourd'hui, la balle est revenue dans l'état de New-York, avec le RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*), qui fait un bond d'un facteur dix en énergie disponible dans le référentiel du centre de masse. Le cours de Christelle Roy traite des découvertes faites auprès de cette machine, à l'exception du devenir des sondes qui fournirent des résultats très marquants au SPS et qui sont traitées ici, dans la continuité. L'avenir de la discipline se situe au LHC (*Large Hadron Collider*) de retour au CERN avec une montée en énergie d'un facteur presque trente. Pascal Dupieux nous raconte dans son cours ce à quoi s'attendent les physiciens du LHC et comment ils s'y sont préparés. Il est le seul à évoqué la problématique expérimentale de la détection de la multitude de particules émises lors des collisions d'ions lourds.

Machine	Lieu	Mode	Année	Ions lourds	$\sqrt{s_{NN}}$ (GeV)	$\epsilon$ (GeV/fm <sup>3</sup> )
AGS	BNL	Cible fixe	1992	Au+Au	4,8	$\sim 1,5$
SPS	CERN	Cible fixe	1994	Pb+Pb	17,3	$\sim 3,5$
RHIC	BNL	Collisions	2001	Au+Au	200	$\sim 5,5$
LHC	CERN	Collisions	>2007	Pb+Pb	5 500	$\sim 10$

TAB. 1 – *Petite histoire des collisions d'ions lourds. Pour chaque machine sont indiqués les ions les plus lourds accélérés et les années correspondantes. La densité d'énergie est calculée (prédite pour le LHC) avec la formule (6) de Bjorken pour  $\tau_0 = 1 \text{ fm}/c$ .*

### 2.2 Définitions cinématiques

Avant de nous lancer dans l'étude des collisions d'ions lourds, quelques définitions des variables cinématiques communément utilisées peuvent s'avérer utiles. Le terme *longitudinal* désignera naturellement l'axe  $z$  des faisceaux.

- **La rapidité**  $y$  a le mérite d'être additive en relativité restreinte et est reliée à la vitesse longitudinale  $\beta_l = v_l/c$ , ou à l'énergie  $E$  et à l'impulsion longitudinale  $p_z$  par :

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta_l}{1 - \beta_l} = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}. \quad (2)$$

- **La pseudo-rapacité**  $\eta$  est une variable plus expérimentale car ne dépendant que de l'angle  $\theta$  avec l'axe des faisceaux. Elle se confond avec la rapidité lorsque l'impulsion est grande devant la masse de la particule.

$$\eta = - \ln \tan \frac{\theta}{2}. \quad (3)$$

- **L'impulsion transverse**  $p_T$  est la composante de l'impulsion perpendiculaire à l'axe des faisceaux. Son intérêt réside dans le fait qu'elle ne peut précisément pas provenir des impulsions initiales des partons, mais uniquement de l'interaction elle-même. On s'intéresse également à **la masse transverse**  $m_T$  d'une particule de masse  $m$  :

$$m_T^2 = m^2 + p_T^2 \quad \text{avec} \quad p_T^2 = p_x^2 + p_y^2. \quad (4)$$

- **L'énergie transverse**  $E_T$  est l'énergie pondérée par la transversalité. Elle se confond avec l'impulsion transverse lorsque l'impulsion est grande devant la masse de la particule :

$$E_T = E \sin \theta. \quad (5)$$

### 2.3 La centralité : $N_{coll}$ , $N_{part}$ et les autres

Pour espérer estimer la densité d'énergie, il est crucial de caractériser la violence d'une collision d'ions lourds. Plusieurs variables en rendent compte :

- Le **paramètre d'impact**  $b$  est la distance transverse entre les deux centres des noyaux impliqués, comme l'illustre la figure 2 de gauche.
- Le **nombre**  $N_{part}$  (ou  $N_{wound}$ ) **de nucléons dits « participants »** qui subissent au moins une collision. L'ensemble de ces participants répartissent leur énergie dans tout l'angle solide. Naïvement, ce sont les nucléons contenues dans la zone de recouvrement des noyaux (au cœur de la figure 2 centrale.)
- Le **nombre**  $N_{coll}$  (ou  $N_{bin}$ ) **de collisions binaires** qui ont lieu lors de la collision. Un nucléon participant peut participer à plusieurs collisions.
- Le **nombre de nucléons dits « spectateurs »** qui ne participent pas à la collision (ceux qui s'en sortent sur la figure 2 de droite.)

Expérimentalement, nous n'avons accès à aucune de ces variables, mais plutôt au nombre de particules chargées émises, ou à l'énergie déposée dans des calorimètres à zéro degré (dans l'axe des faisceaux.) Pour relier les unes aux autres, nous utilisons le modèle de Glauber<sup>3</sup> [4].

---

3. Il s'agit bien du lauréat du prix Nobel 2005, mais il n'a pas reçu son prix pour avoir modélisé les collisions d'ions lourds.

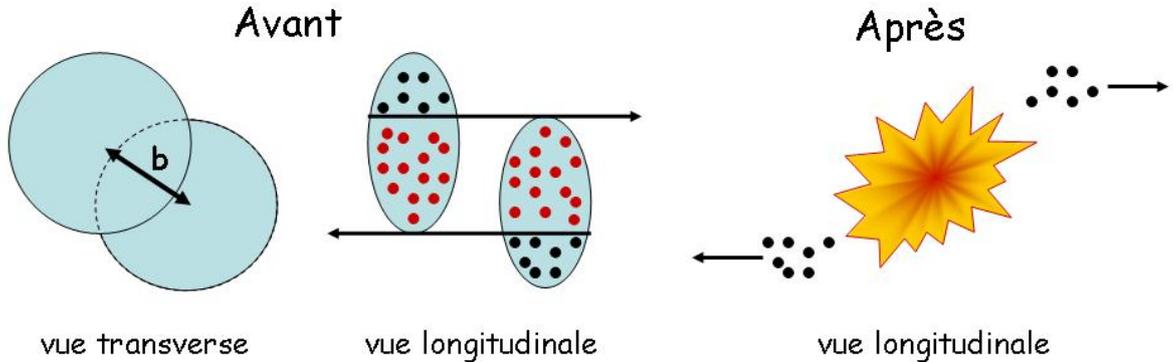


FIG. 2 – Vues naïves d’une collision d’ions lourds, dans le référentiel du centre de masse.

Il s’agit d’un modèle géométrique simple qui suppose que la trajectoire d’un nucléon est rectiligne et parallèle à la direction du faisceau. Connaissant le profil de densité des nucléons dans les noyaux<sup>4</sup> et la section efficace totale d’interaction inélastique nucléon-nucléon (de l’ordre de 30 mb dépendant légèrement de l’énergie de collision), il permet de calculer  $N_{part}$  et  $N_{coll}$ .

En faisant correspondre des plages de paramètres d’impact avec des plages d’une mesure expérimentale de la centralité, il est alors possible d’estimer les nombres moyens de collisions ou de participants correspondants.

Les figures 3 montrent un exemple parmi d’autres de cette procédure. Elles présentent, dans le cas des collisions indium-indium observées par l’expérience NA60, la correspondance entre énergies déposées dans un calorimètre à zéro degré et nombres de participants.

**Remarque importante :**  $N_{part}$  et  $N_{coll}$  revêtent une importance particulière car la production de certaines particules s’avère être proportionnelle à l’une ou l’autre de ces variables. Nous retiendrons que :

- Les processus dits « mous » (de basse énergie) sont fréquents et proportionnels à l’énergie totale injectée dans la collisions, c’est-à-dire à  $N_{part}$ .
- Les processus dits « durs » (de grande énergie) sont rares et ont une certaine probabilité d’arriver à chaque collision, la production totale étant proportionnelle à  $N_{coll}$ .

4. Nous pouvons par exemple prendre des distributions de Woods-Saxon  $\rho(r) = \rho_0 / (1 + \exp \frac{r-R}{a})$  où  $\rho_0 = 0,17/\text{fm}^3$  est la densité nucléaire normale,  $R$  et  $a$  sont le rayon et l’épaisseur du noyau considéré.

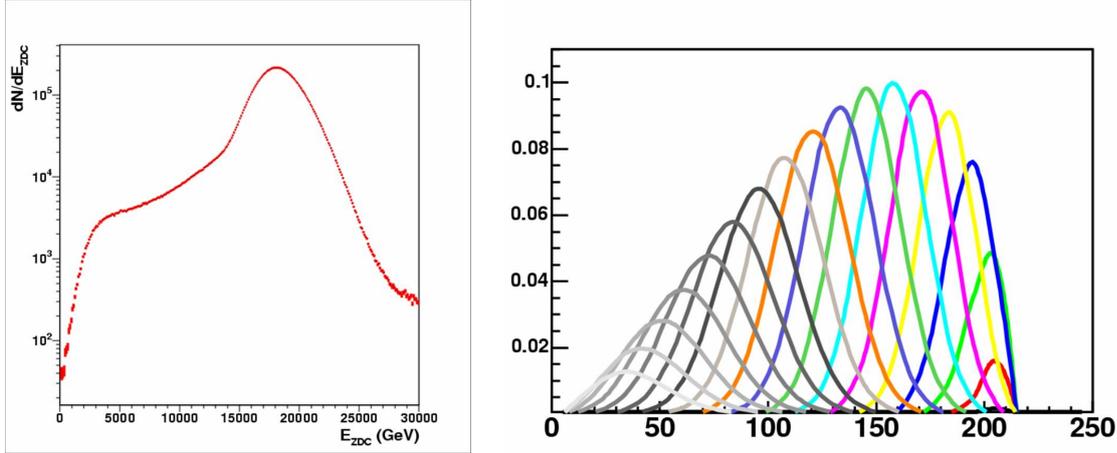


FIG. 3 – À gauche : distribution de l'énergie à zéro degré ( $E_{ZDC}$ ) lors de collisions indium-indium observées par l'expérience NA60. À droite : distribution du nombre de participants, pour des tranches d' $E_{ZDC}$  d'un TeV de large. Les grands nombres de participants correspondent aux petites  $E_{ZDC}$ .

## 2.4 La densité d'énergie

Reste à mesurer expérimentalement la densité d'énergie pour estimer si nous sommes en dessus ou en dessous du  $\text{GeV}/\text{fm}^3$  avancé pour l'apparition du PQG. En 1983, Bjorken propose la méthode qui est aujourd'hui utilisée [5]. Dans des collisions ultrarelativistes, les ions subissent une contraction de Lorentz qui les fait apparaître plats comme des crêpes dans notre référentiel. Ils déposent derrière eux leur énergie cinétique, ce qui constituera l'état initial du milieu formé. Ce milieu s'étend très rapidement longitudinalement avec l'éloignement des ions en interaction. Bjorken montre que la densité d'énergie déposée au bout d'un temps  $\tau_0$  donné est proportionnelle à l'énergie transverse par unité de rapidité mesurée à rapidité nulle :

$$\epsilon = \frac{1}{A_T \tau_0} \times \left. \frac{dE_T}{dy} \right|_{y=0} \quad (6)$$

où  $A_T$  est la surface sur laquelle est déposée l'énergie, c'est-à-dire la surface transverse de recouvrement des noyaux ( $\pi R^2$  lors de collisions parfaitement centrales.)

Quelle valeur de  $\tau_0$  utiliser ? Dans l'article original, Bjorken l'interprète comme le temps auquel les conditions initiales de l'évolution hydrodynamique sont établies et il propose l'ordre de grandeur de  $1 \text{ fm}/c$ . C'est la valeur communément admise (en particulier dans le tableau 1.) Néanmoins, remarquons que, dans le modèle de Bjorken, les ions sont infiniment plats et se croisent donc instantanément, à un temps qui fonde l'origine de la collision. Expérimentalement, les ions ne sont pas infiniment contractés et mettent  $2R/\gamma$  soit 5,4 1,5 0,13 et 0,05  $\text{fm}/c$  à se dépasser à l'AGS, au SPS, à RHIC et au LHC respectivement. Il paraît alors curieux d'utiliser  $1 \text{ fm}/c$  au SPS et surtout à l'AGS. C'est pourtant ce qui est fait dans le tableau 1 et nous constatons que les densités d'énergie obtenues dépassent la valeur fatidique de  $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ . Ces valeurs sont

---

à considérer avec précaution. La formule de Bjorken est surtout utile pour comparer, à une énergie donnée donc à  $\tau_0$  fixé, différentes collisions et centralités, au travers des variations de la surface et de l'énergie transverse.

Les curieux trouveront une discussion intéressante de l'utilisation de la formule de Bjorken et de la détermination des temps de croisement des ions, de formation des quarks et de thermalisation du milieu aux énergie du RHIC dans le *White Paper* de PHENIX [6].

Dans le cas du SPS qui nous intéresse particulièrement dans ce cours, même si nous ajoutons le temps de croisement, nous obtenons une borne *inférieure* de la densité d'énergie de  $3,5/2,6 = 1,3 \text{ GeV/fm}^3$  qui reste supérieure à la prédiction de QCD. Les conditions semblent donc réunies pour que le PQG ait été créé au SPS. Il reste à chercher un moyen de le vérifier, une signature de son éphémère apparition.

### 3 Les signatures prédites pour le plasma

Comment être sûr que le plasma a été créé? La démarche scientifique est la suivante :

1. Une prédiction théorique est énoncée et une observable expérimentale proposée.
2. L'observable doit être mesurée lors de collisions proton-proton, pour connaître son élémentaire référence (par exemple, une section efficace de production.)
3. L'observable doit être mesurée lors de collisions proton-noyau, si possible en variant les noyaux utilisés pour estimer les effets de la matière nucléaire ordinaire (par exemple, une section efficace d'absorption.)
4. Ces deux références établies, nous pouvons nous tourner vers les collisions noyau-noyau pour lesquelles nous attendons le PQG de pieds fermes, et voir si l'observable y est sensiblement modifiée.
5. Si une déviation est observée, nous devons vérifier qu'aucun modèle ne faisant intervenir que des hadrons (et pas de PQG) ne permet de la reproduire.
6. Il se produit généralement des allers-retours entre les points 4 et 5 pendant lesquels les théoriciens raffinent leurs modèles et les expérimentateurs varient leurs observations en changeant les ions et les énergies étudiés, ainsi que les variables cinématiques considérées (rapidité, impulsion transverse, etc.)
7. Lorsque le point 5 est assuré, il ne reste alors plus comme explication que le plasma de quarks et de gluons.

Avant de passer à l'expérience, il nous reste à énoncer les signatures théoriquement prédites. Helmut Satz écrit dans une revue critique sur la recherche du plasma de quarks et de gluons [7] :

*There was a general feeling that if the quark-gluon plasma was indeed produced, it would manifest itself in a variety of unknown but dramatic ways, including... the end of the world!*

De fait, des articles sérieux [8] ont envisagé, avant le démarrage du RHIC, des scénarios catastrophes tels que production de trous noirs mangeurs de matière, basculement

vers un nouveau vide électro-faible ou production de dangereux *strangelets* plus stables que nos bons vieux noyaux. Heureusement, les auteurs les ont écartés avec l'argument essentiel que les rayons cosmiques de très haute énergie auraient déjà dû déclencher ces catastrophes si elles étaient probables. Nous sommes bien peu de choses...

Ces terribles preuves du PQG écartées, voici une liste (non exhaustive mais presque) des signatures prédites au début des années 80 et de leur référence fondatrice. Nous ne traitons que celles qui ont donné des résultats significatifs au SPS (dans ce cours) et/ou au RHIC (dans le cours de Christelle Roy.)

1. La production thermique et l'augmentation de l'étrangeté [9, 10] est traitée en détail au chapitre 4.
2. La production du PQG est censée s'accompagner d'une restauration de la symétrie chirale susceptible de modifier les mésons légers de courte durée de vie [11, 12]. Un intéressant résultat préliminaire concernant la largeur du méson  $\rho$  au SPS est montré au chapitre 5.
3. Le milieu déconfiné produit pourrait être susceptible de fondre les quarkonia, en particulier le  $J/\psi$ , par écrantage de couleur [13]. Le  $J/\psi$  étant en effet fortement supprimé au SPS, j'en donne une description détaillée au chapitre 6, ainsi qu'un aperçu des mesures préliminaires effectuées au RHIC.
4. La température initiale du milieu produit devrait être mesurable par l'observation de photons [14] ou de di-leptons [15], dits thermiques. De légers signaux observés au SPS seront mentionnés au chapitre 7.
5. La matière dense et colorée que constitue le plasma pourrait ralentir les partons produits et atténuer les gerbes de particules [16]. Cette signature, le populaire *jet quenching*, est marquante aux énergies du RHIC. Elle est décrite en détail dans le cours de Christelle Roy. Au chapitre 8, je ne ferai que dire en deux paragraphes qu'elle a également été aperçue au SPS.
6. L'expansion du milieu chaud serait mesurable par l'élargissement et les anisotropies azimuthales du spectre de moment transverse [17]. Ces questions de flot (*flow*) sont évoquées dans le cours de Christelle Roy.
7. La taille et l'âge de la source au moment du gel (transition de phases inverse) devrait être accessibles par la mesure d'interférométrie Hanbury-Brown-Twiss fondée sur les corrélations à deux particules [18]. Une augmentation de la taille traduirait une augmentation de la densité initiale et de l'expansion du milieu. Cet effet n'est pas traité dans nos cours.
8. La formation de matière baryonique étrange, les *strangelets*, a également été considérée [19], mais aucun événements n'a été vu à ce jour.
9. ...

Devant la multitude des signatures envisagées, un programme de recherche du PQG se doit de diversifier ses expériences et ses détecteurs pour être capable d'en aborder le plus possible. Le tableau 2 dresse la liste des expériences dédiées à l'étude du PQG qui ont vu le jour auprès du SPS au CERN. Le programme a duré de 1986 à 2004. Certaines expériences produisent encore des résultats (NA49, CERES, NA57 et NA60 à la conférence Quark Matter 2005 par exemple.)

Expériences	Observables	Signatures
NA34/HELIOS2 HELIOS3	Hadrons Dimuons	Spectre des hadrons Modification des mésons légers
NA35/49	Hadrons chargés Hadrons étranges	Spectre des hadrons, corrélations, flot Abondances, étrangeté
NA36	Hadrons étranges	Production d'étrangeté
NA44	Pions et kaons	Interférométrie HBT, spectre
NA45/CERES	Di-électrons Hadrons chargés	Modification des mésons légers Corrélations
NA38/50/51/60	Dimuons	Suppression des quarkonia ( $J/\psi$ , $\psi'$ ) Modification des mésons légers
NA52	Noyaux de bas $Z/A$	Strangelets
WA80/93/98	Photons	Photons thermiques, spectre de $\pi^0$ , flot
WA85/94/97, NA57	Hypérons	Augmentation de l'étrangeté

TAB. 2 – Expériences dédiées à l'étude du PQG auprès du SPS du CERN.

## 4 L'augmentation de l'étrangeté au SPS (et à RHIC)

Dès l'AGS, nous observons une augmentation de la production d'étrangeté dans les collisions ion-ion par rapport aux collisions proton-proton. Il s'agit là d'une des signatures prédites du PQG. Mais nous allons voir que son interprétation n'est pas triviale et qu'elle illustre bien toute la difficulté de se convaincre de la formation du PQG.

### 4.1 La prédiction théorique et historique

En 1982, Rafelski et Müller [9] remarquent que l'étrangeté (quarks étranges et anti-étranges) devrait être plus aisément créée dans un plasma de quarks et de gluons que dans un gaz hadronique.

Les quarks étranges sont les plus légers après les *ups* et les *downs* qui sont présents dans notre matière et donc aux conditions initiales de la collision. Ils doivent être produits par paire  $s\bar{s}$ . Dans un gaz de hadrons, le seuil pour les produire est élevé (530 MeV pour la première réaction  $\pi + N \rightarrow \Lambda + K$ .) Dans le PQG, ce seuil descend au double de la masse des quarks étranges nus, soit moins de 300 MeV. De plus, les paires  $s\bar{s}$  peuvent y être créées par fusion de gluons ( $gg \rightarrow s\bar{s}$ ) dont la section efficace est plus élevée qu'une section efficace hadronique. La formation de paires  $s\bar{s}$  est ainsi favorisée dans un PQG.

Plus quantitativement, Rafelski et Müller estiment à l'aide des taux des réactions  $gg \rightarrow s\bar{s}$  (dominante) et  $u\bar{u}, d\bar{d} \rightarrow s\bar{s}$ , que l'abondance des quarks étranges atteint sa limite d'équilibre thermique en un temps de l'ordre de grandeur de la durée de vie du plasma. Par exemple, au bout de  $2 \cdot 10^{-23}$  s, à une température de 160 MeV, la concentration des quarks étranges devrait valoir 75% de la concentration d'équilibre. Autrement dit, dans un PQG, les quarks étranges devraient être thermalisés.

En revanche, dans un gaz de hadrons, l'équilibre est loin d'être atteint, comme le montrent des calculs détaillés par les mêmes auteurs (plus Koch) [10]. La production d'objets multi-étranges est particulièrement défavorisée car elle demande soit des réactions aux seuils très élevés (par exemple  $\pi\pi \rightarrow \Omega\bar{\Omega}$  qui demande quelques 3 GeV) soit des réactions successives qui n'ont que peu de chances d'arriver dans le temps pendant lequel le gaz de hadrons est en interaction. À une température de 160 MeV et au bout de  $10^{-22}$  s d'interaction, les  $\Xi$  (deux quark étranges) et le  $\Omega^-$  (trois quarks étranges) seraient respectivement à moins de 1/10 et de 1/100 de leur concentration d'équilibre. En revanche, dans le PQG, la production des objets multi-étranges se fera par recombinaison des quarks présents dans le milieu et ne dépendra que de la (forte) concentration en quark  $s\bar{s}$ .

Sans épiloguer sur les prédictions théoriques, intéressons-nous aux mesures d'étrangeté dans les collisions d'ions lourds.

## 4.2 Les rapports étranges $K/\pi$ et $\Lambda/\pi$

La première des observables que nous pouvons regarder est l'évolution du rapport d'une particule étrange sur une particule dénuée d'étrangeté, en fonction de la densité d'énergie. Les plus légères à notre disposition sont les kaons et les pions. La figure 4 de gauche montre le rapport  $K^+(u\bar{s})/\pi^+(u\bar{d})$  en collisions proton-proton et noyau-noyau pour différentes énergies. La figure de droite montre les mêmes dépendances pour le rapport  $\Lambda(uds)/\pi$ . Mettons nous un instant à la place des physiciens de l'AGS, à une époque où on ignorait les résultats de plus hautes énergies. Nous constatons une montée violente du rapport  $K^+/\pi^+$  donc de l'étrangeté. Devons nous en conclure que le PQG vient d'être découvert?

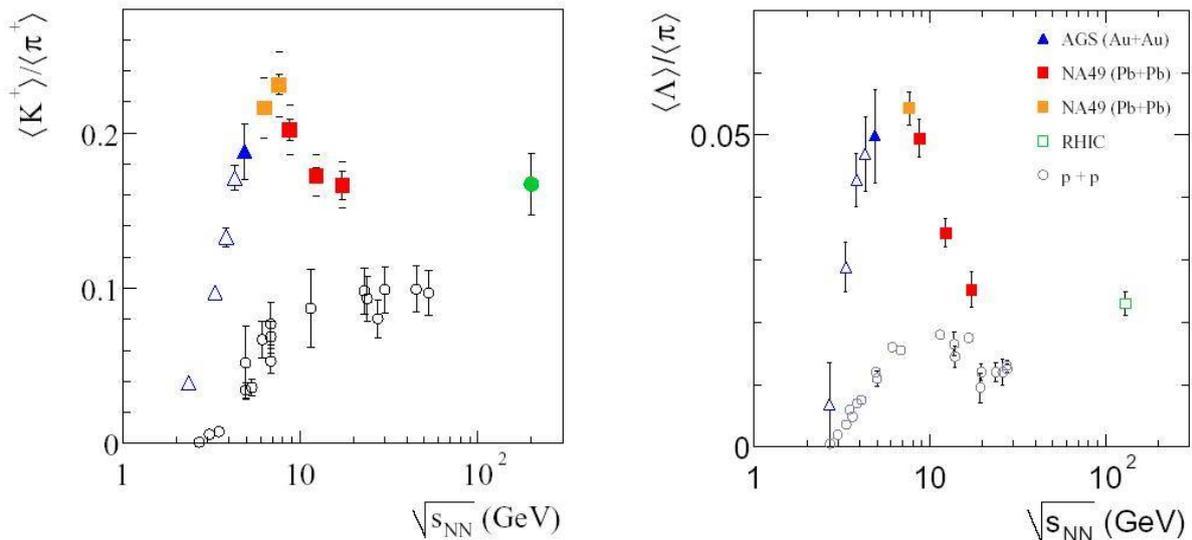


FIG. 4 – Rapport  $K^+/\pi^+$  (gauche) et  $\Lambda/\pi$  (droite) en fonction de  $\sqrt{s_{NN}}$  en GeV pour des collisions proton-proton (cercles) et noyau-noyau (autres symboles.)

L'histoire montre que nous aurions tort. Plusieurs observations montrent que la surproduction de  $K^+$  et de  $\Lambda$  n'est pas qu'une affaire d'étrangeté<sup>5</sup> :

- Le rapport  $K^-(\bar{u}s)/\pi^-(\bar{u}d)$  montre une augmentation bien moins importante.
- De même, les baryons (comme le  $\Lambda$  de la figure 4 de droite mais aussi les  $\Xi$  et les  $\Omega$ ) sont beaucoup plus produits que leurs antiparticules ( $\bar{\Lambda}$ ,  $\bar{\Xi}$  et  $\bar{\Omega}$ .) Ces deux points suggèrent qu'il ne s'agit pas juste d'une question d'étrangeté puisque quarks  $s$  et antiquarks  $\bar{s}$  sont nécessairement produits en quantités égales.
- L'expérience NA49 au CERN a mesuré pour quatre énergies de faisceaux (correspondant à  $\sqrt{s_{NN}} = 7,6$  8,8 12,3 et 158 AGeV) la distribution en rapidité des hypérons  $\Lambda$ . Il apparaît que plus l'énergie augmente, plus les hypérons se retrouvent vers l'avant.
- Le rapport  $K^-/K^+$  est corrélé au rapport  $\bar{p}/p$ , quelle que soit l'énergie ou la rapidité explorée.

La conclusion de ces observations est que la conservation du nombre baryonique initial (apporté par les protons et les neutrons des faisceaux) joue un rôle crucial dans la production de particules étranges. Les  $\Lambda(uds)$  et mêmes les  $K^+(u\bar{s})$  sont davantage produits que leurs antiparticules (au moins) car elles contiennent simplement des quarks  $u$  et  $d$ .

**Un mot de la corne :** La figure 4 de gauche présente une allure en forme de corne qui fait couler beaucoup d'encre. De nombreuses interprétations circulent sur le marché, allant du simple mimétisme du nombre baryonique à la preuve de l'apparition du PQG [21] en passant par des transitions de gaz de hadrons baryonique vers mésonique [22] ou des modèles thermiques hors d'équilibre [23], et sans doute d'autres. Loin de moi l'idée de trancher entre ces modèles. Retenons simplement devant leur variété que cette fameuse corne ne saurait pour l'instant constituer une preuve de la formation du PQG.

Nous retiendrons également que la production d'étrangeté doit nécessairement être traitée en même temps que la conservation du nombre baryonique, ce qui est fait dans la section suivante.

### 4.3 Un modèle thermique global

Il s'agit ici de considérer les abondances de toutes les particules émises lors des collisions d'ions lourds. La figure 5 montre en ordonnée les abondances de quatorze espèces de particules mesurées par l'expérience NA49 au SPS, depuis les pions, jusqu'à l'anti-baryon triplement étrange  $\bar{\Omega}^+$ . En abscisse sont portées ces mêmes abondances, telles qu'elles sont produites par un modèle thermodynamique simple [24]. Nous constatons que le modèle décrit très bien les données<sup>6</sup> comme l'illustre la figure du bas qui porte en

5. Les figures étayant les affirmations suivantes furent montrées dans le cours oral et peuvent être trouvées ainsi que les références correspondantes dans une excellente revue sur l'étrangeté d'Helen Caines [20].

6. À l'exception du  $\Lambda(1520)$ , une résonance susceptible d'être affectée par le fait qu'elle se désintègre avant de sortir du milieu.

## 4 L'AUGMENTATION DE L'ÉTRANGETÉ AU SPS (ET À RHIC)

fonction de l'espèce, la différence des mesures aux prédictions, assortie des erreurs sur les mesures.

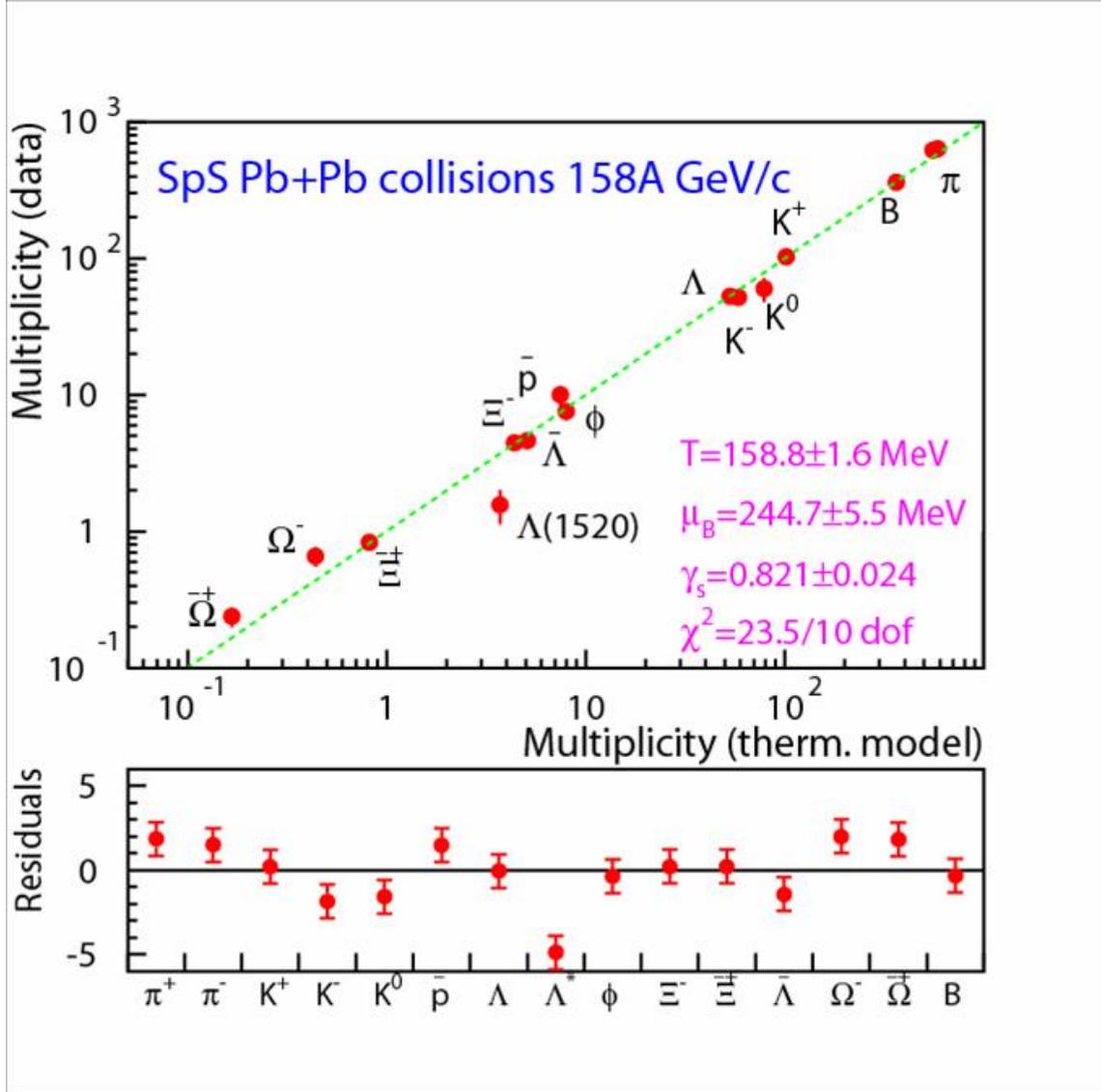


FIG. 5 – Ajustement des abondances observées à  $\sqrt{s_{NN}} = 17,3 \text{ GeV}$  par l'expérience NA49 [24].

Ce modèle donne un traitement statistique des abondances. La multiplicité d'une particule primaire  $j$  de masse  $m_j$  et de spin  $J_j$  vaut :

$$\langle n_j \rangle = V \times \frac{2J_j + 1}{(2\pi^3)} \int \frac{d^3p}{e^{\sqrt{p^2 + m_j^2}/T - \vec{\mu} \cdot \vec{q}_j/T} \pm 1} \quad (7)$$

où le + et le - s'appliquent respectivement aux fermions et aux bosons et où  $\vec{q}_j$  est un vecteur de charges conservées sur lesquelles sont imposées des contraintes par l'intermédiaire d'un vecteur des potentiels chimiques  $\vec{\mu}$ . Les charges conservées par l'interaction

forte sont la charge électrique  $Q$ , le nombre baryonique  $B$ , et les contenus en quarks  $s$ ,  $c$ ,  $b$  et  $t$ . Ces quarks étant initialement absents, il n'est pas nécessaire de les considérer. En revanche, comme nous l'avons vu dans la section précédente, la conservation du nombre baryonique joue un rôle crucial et un potentiel baryonique  $\mu_B$  doit être introduit. La conservation de la charge électrique joue bien entendu un rôle mais puisque la charge initiale est directement liée au nombre baryonique, son potentiel l'est également et les auteurs prennent ( $\mu_Q = \mu_B \times A/Z$ .) Les paramètres libres de ce modèle sont donc au nombre de trois :

- Le volume  $V$  traduit le volume sur lequel se fait l'équilibre chimique (d'autres versions de ce modèle préfèrent ajuster des rapports d'abondance pour s'affranchir de ce paramètre.)
- La température  $T$  à laquelle se fixe les abondances.
- Le potentiel baryonique  $\mu_B$  qui rend compte du nombre de baryons qui restent dans le volume (il est à noter que ce dernier dépend de la zone en rapidité considérée.)

Le modèle consiste en un ajustement simultané de ces paramètres pour reproduire les abondances observées, sans oublier de tenir compte du fait que certaines des particules produites (selon l'équation 7) se désintègrent et viennent nourrir d'autres abondances expérimentales. Tel quel, cet ajustement ne fonctionne pas sur les données de NA49 au SPS (ni sur celles de l'AGS, ni sur les données les plus centrales du RHIC.) En revanche, il suffit, pour obtenir les résultats exposés sur la figure, de modifier l'équation (7) ainsi :

$$e^{-\bar{\mu} \cdot \bar{q}_j / T} \quad \rightarrow \quad \gamma_s^S \times e^{-\bar{\mu} \cdot \bar{q}_j / T} \quad (8)$$

où  $\gamma_s$  est un nouveau paramètre à ajuster et  $S$  est le nombre de quarks étranges *et* anti-étrange ( $s + \bar{s}$ ) dans la particule considérée. L'adjonction de ce seul paramètre permet d'ajuster des abondances de particules aux nombres variés de  $s$  et de  $\bar{s}$  :  $K$ ,  $\phi$ ,  $\Lambda$ ,  $\bar{\Lambda}$ ,  $\Xi$ ,  $\bar{\Xi}$ ,  $\Omega$  et  $\bar{\Omega}$ . La nécessité d'introduire le facteur  $\gamma_s$  suggère que les quarks étranges ne sont pas arrivés à saturation thermodynamique.

À l'exception du volume – ils obtiennent en l'occurrence  $(9,4 \text{ fm})^3$  – les valeurs obtenues pour les paramètres sont données sur la figure. Nous allons maintenant voir comment ces paramètres évoluent quand l'exercice est répété à d'autres énergies<sup>7</sup>.

- **La température de gel chimique**  $T$  sature à environ 170 MeV, ce qui est proche de la valeur prédite pour la transition de phase (souvenez-vous de l'équation (1) p. 223). Devons-nous en déduire qu'il y a bien eu transition de phase et que nous venons de mesurer et confirmer la valeur de la température critique? Force est de croire que non, puisque des ajustements similaires (bien qu'utilisant l'ensemble canonique) sur de nombreuses abondances mesurées lors de collisions proton-proton [25] (et même électron-positron) fonctionnent et donnent la même température. Cette dernière rendrait donc compte d'un processus universel d'hadronisation, plutôt que de la création d'un milieu à l'équilibre. Il semble qu'on ne puisse tirer de conclusions fortes liées à l'existence du PQG de cette température.

7. Le plan  $(T, \mu_B)$  est abondamment visité dans la littérature. Vous en trouverez en particulier une représentation dans l'introduction du cours de Christelle Roy.

#### 4 L'AUGMENTATION DE L'ÉTRANGETÉ AU SPS (ET À RHIC)

- Le **potentiel baryonique**  $\mu_B$  diminue. Plus l'énergie des collisions élémentaires est violente, plus les baryons initiaux se retrouvent vers l'avant et le milieu créé n'en est pas affecté.
- Le **facteur de (sous)saturation de l'étrangeté**  $\gamma_s$  monte et atteint l'unité, en particulier au RHIC où l'expérience STAR a pratiqué cette analyse en fonction de la centralité (voir l'encart de la figure 6, ainsi que la thèse de Magali Estienne [26] pour une analyse détaillée.) Ainsi, dans les collisions les plus centrales au RHIC, l'équilibre de l'étrangeté semble enfin pouvoir être atteint. Au SPS, à énergie constante,  $\gamma_s$  augmente également avec la centralité en collisions plomb-plomb. Mais le comportement n'est pas monotone si on considère des ions plus légers [27]. Pour les données proton-proton,  $\gamma_s \sim 0,5$ .

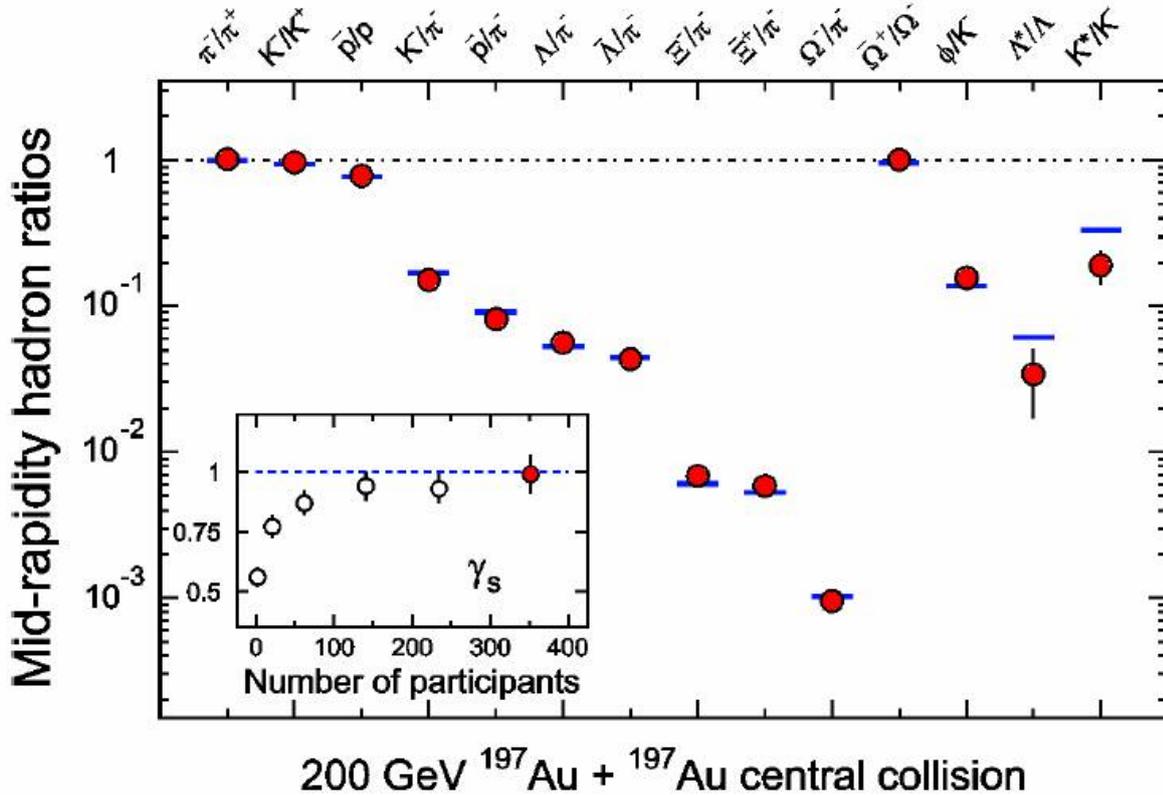


FIG. 6 – Ajustement des rapports d'abondances observées dans les collisions centrales or-or à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV par l'expérience STAR [28]. Les valeurs obtenues sont  $T = 165 \pm 10$  MeV,  $\mu_B = 24 \pm 4$  MeV et  $\gamma_s = 0,99 \pm 0,07$ . En encart : les valeurs obtenues pour  $\gamma_s$  en fonction de la centralité, traduite ici en nombre de participants.

Les calculs de Rafelski et Müller nous indiquaient que l'équilibre de l'étrangeté ( $\gamma_s = 1$ ) n'était pas accessible dans un gaz de hadrons. Si nous croyons à cette affirmation, le fait que  $\gamma_s$  sature à 100% constitue peut-être un indice de la création du PQG, mais il me semble difficile de conclure sans une compréhension profonde de la signification des

ajustements thermodynamiques, et une explication pour la non-monotonie de  $\gamma_s$  dans les systèmes légers.

**D'autres modèles :** Par souci de clarté, je n'ai exposé ici qu'un seul des modèles statistiques existant sur le marché. Par souci de complétude, je me dois de signaler qu'il en existe d'autres (voir [24, 26] pour trouver des listes de références.) J'ai choisi celui-ci pour sa simplicité, c'est-à-dire la petitesse du nombre de paramètres ajustés. D'autres introduisent des potentiels chimiques pour l'étrangeté  $\mu_s$ , des paramètres de saturation  $\gamma$  pour tous les quarks pour donner un traitement hors équilibre de l'ensemble.

## 4.4 Les (anti)baryons étranges

Parmi les particules étranges, les baryons et les antibaryons sont particulièrement intéressants. La différence des productions entre QGP et gaz hadronique est d'autant plus marquée que la particule contient des quarks étranges et des anti-quarks en général, les différences de seuils de création étant de plus en plus élevés.

La figure 7 montre les taux de production des baryons et des anti-baryons étranges à l'énergie la plus élevée atteinte au SPS ( $\sqrt{s_{NN}} = 17,3$  GeV), dans les collisions plomb-plomb normalisées aux collisions proton-béryllium. Nous y constatons bien l'effet graduel attendu, avec un facteur d'augmentation jusqu'à vingt pour les  $\Omega$ . Est-ce là la preuve de l'apparition du PQG?

Il semble que non. Le *Dual Parton Model* est capable de reproduire cette augmentation sans faire appel à une phase de plasma [29], mais en produisant les baryons multi-étranges par interactions hadroniques dans l'état final ( $\pi + N \rightarrow K + \Lambda$  ou  $\Sigma$ ,  $\pi + \Lambda$  ou  $\Sigma \rightarrow K + \Xi$  et  $\pi + \Xi \rightarrow K + \Omega$ .)

Une autre interprétation est possible dans le cadre des modèles thermodynamiques évoqués à la section précédente. Ils suggèrent que l'augmentation de l'étrangeté est liée à une « suppression canonique » c'est-à-dire au passage de l'ensemble canonique qui fonctionne pour les collisions proton-proton à l'ensemble grand canonique qui fonctionne pour les collisions noyau-noyau. Ce modèle prédit les dépendances en centralité et rapidité des taux de production des baryons étranges [30]. Ainsi, en augmentant l'énergie de la collision, nous diminuons la suppression canonique, diminuant donc l'augmentation de l'étrangeté. Les données récentes à plus basse (NA57,  $\sqrt{s_{NN}} = 8,8$  GeV [31]) et plus haute (STAR,  $\sqrt{s_{NN}} = 62, 130$  et  $200$  GeV [32]) énergies ne semblent pas aller dans le sens de cette interprétation. Les données de STAR en particulier, ne suggèrent pas l'existence d'un plateau à grande centralité, comme le fait le modèle de suppression canonique.

Une piste explorée actuellement pour comprendre ceci tient en la compréhension du volume de corrélation [33].

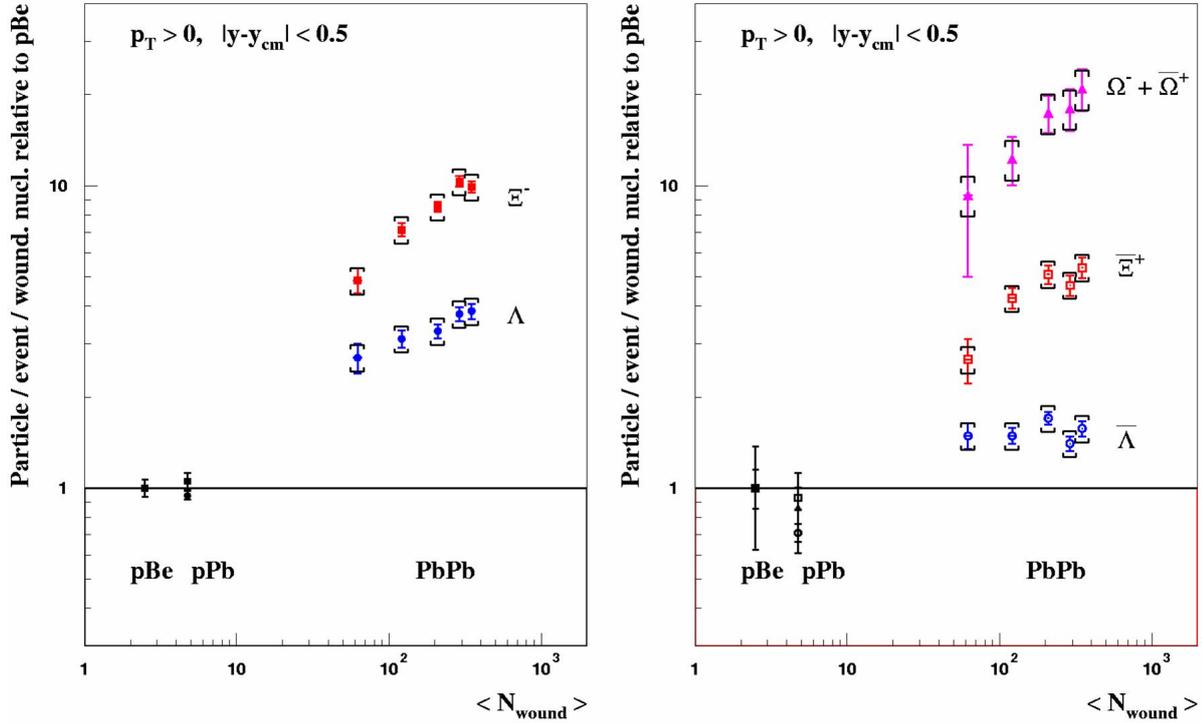


FIG. 7 – Taux de production des (anti)baryons étranges normalisés par et en fonction du nombre de participants  $\langle N_{wound} \rangle$  observés par l'expérience NA57 [31]. Les particules de gauche comportent des quarks de valence ( $u$  et  $d$ ) alors que celles de droite n'en ont pas ( $s$  et anti-quarks.)

## 4.5 Une étrange conclusion

Au SPS, l'étrangeté semble augmenter conformément à la prédiction historique et théorique. En particulier, les (anti)baryons étranges sont d'autant plus augmentés qu'ils sont « anti » et étranges. Néanmoins, aujourd'hui encore, il n'est pas clair qu'il s'agisse bien d'une preuve de la formation du PQG, un modèle hadronique permettant encore d'expliquer cette augmentation.

Nous avons vu que la production d'étrangeté était liée à la conservation du nombre baryonique lors de la collision. Les modèles thermodynamiques semblent montrer que l'étrangeté tend vers sa concentration d'équilibre. Au SPS, le facteur de (sous)saturation  $\gamma_s$  atteint 80%, mais le fait qu'il soit non-monotone lorsque nous considérons des ions plus légers vient troubler cette interprétation. Au RHIC, ce paramètre croit et sature à 100% ce qui constitue sans doute un indice fort de la création du PQG, indice dont la vedette est volée par d'autres plus violents (voir le *jet quenching* dans le cours de Christelle Roy.)

## 5 La modification des résonances

Un autre aspect théorique de la transition de phase vers un plasma de quarks et de gluons est qu'elle s'accompagne d'une restauration de la symétrie chirale, symétrie qui est traitée par Bachir Moussalam dans cette école. Comme Olivier Pène le mentionne dans son cours, les calculs de QCD sur réseau montrent que les deux transitions devraient se dérouler simultanément. Ainsi, en même temps que les quarks se déconfinent, nous nous attendons à ce que leur masse diminue. Ce comportement peut avoir un effet sur les mésons légers [11, 12].

Le  $\rho$ , par exemple, a un temps de vie de 1,3 fm/c bien inférieur à la durée de vie typique (10 fm/c) du PQG. Il peut ainsi être affecté par la restauration de la symétrie chirale. Les effets prédits sont une augmentation de sa largeur (déjà considérable de 150 MeV) et éventuellement, une modification de sa masse.

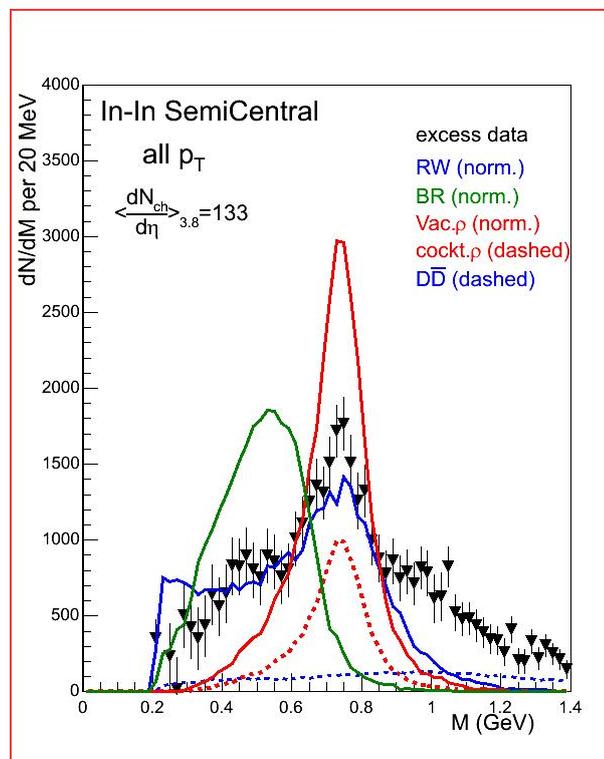


FIG. 8 – Modification du méson  $\rho$  observée par l'expérience NA60, lors de collisions indium-indium à  $\sqrt{s_{NN}} = 17,3$  GeV, résultat préliminaire [34].

La figure 8 montre les résultats préliminaires obtenus par l'expérience NA60 lors de collisions indium-indium à  $\sqrt{s_{NN}} = 17,3$  GeV et présentés à la conférence Quark Matter 2005 [34]. Il s'agit là de collisions semi-centrales, mais l'expérience a découpé quatre tranches de centralité dans ses données et l'effet est d'autant plus flagrant que les collisions sont frontales. Les mesures (triangles) montrent un clair élargissement par rapport aux  $\rho$  produits dans le vide (ligne rouge qui domine) et pas de modification notable de la masse. Les autres lignes pleines sont des prédictions de modèles théoriques

rendant compte de la modification des mésons dans un PQG. Nous noterons que les auteurs de l'une d'elle ont immédiatement demandé à ce que cette courbe (la verte de gauche) soit ôtée de cette figure [35]. L'autre modèle [36] (courbe pleine et bleue) reproduit assez bien l'élargissement observé (l'excès à grande masse pouvant être dû à des dileptons thermiques, voir chapitre 7.)

Toujours est-il que cette signature attendue de la formation du PQG vient d'être observée aux énergies du SPS, et ce dès les collisions indium-indium.

## 6 La suppression du $J/\psi$ au SPS (et à RHIC)

Parmi les signatures proposées pour la découverte du PQG, la diminution du taux de production des quarkonia, du  $J/\psi$  en particulier, est celle qui est la plus spectaculaire à l'énergie du SPS.

### 6.1 La prédiction théorique et historique

En 1986, Matsui et Satz proposent une nouvelle signature du plasma de quarks et de gluons [13]. L'idée est que le potentiel susceptible de lier une paire quark anti-quark change selon l'environnement dans lequel les quarks sont formés. Lors d'une collision nucléon-nucléon, il existe une certaine probabilité qu'une paire  $q\bar{q}$  produite se lie pour former ce qu'on appelle un *quarkonia*. Dans un milieu coloré déconfiné, ce potentiel chute, entraînant avec lui la probabilité de former l'état lié.

Le méson  $J/\psi$  est formé d'un charme et d'un anti-charme. Les auteurs modélisent l'interaction entre ces quarks par un potentiel de la forme :

$$V(r) = \sigma \cdot r - \frac{\alpha}{r} \quad (9)$$

où  $\sigma$  traduit la tension entre les deux quarks et  $\alpha$  est une interaction « coulombienne » de couleur. L'interaction coulombienne électrique est négligeable dans ce monde de brutes interagissant fortement.

La résolution de l'équation de Schrödinger pour ce potentiel donne la succession des états de *charmonia* (quarkonia  $c\bar{c}$ .) Des valeurs typiques des paramètres ( $\sigma \simeq 0,2 \text{ GeV}^2$ ,  $\alpha \simeq \pi/12$ ) permettent de reproduire le spectre expérimental des *charmonia* (états liés  $c\bar{c}$ :  $J/\psi$ ,  $\psi'$ ,  $\chi_c$ ) et des *bottomonia* (états liés  $b\bar{b}$ :  $\Upsilon$ ,  $\chi_b$ ,  $\Upsilon'$ , etc.) Le tableau 3 résume les résultats d'une résolution moderne de l'équation de Schrödinger [37] et montre que ce modèle simple reproduit bien le spectre observé. En plus de donner la masse des états, il donne la taille typique de l'état lié, en l'occurrence 0,5 fm pour le  $J/\psi$ .

Pour estimer le devenir des charmonia dans un plasma de quarks et de gluons, il faut estimer ce que deviennent les paramètres du potentiel en fonction de la température.

La tension de corde  $\sigma$  décroît avec la température et devient essentiellement nulle si une transition de phase vers un milieu déconfiné a lieu:  $\sigma(T > T_c) = 0$ . Notons que le potentiel coulombien seul peut produire des états liés, et ce même au delà de  $T_c$ . Autrement dit, l'annulation de la tension de corde ne suffit pas nécessairement à fondre les quarkonia, qui peuvent éventuellement ne se dissocier qu'à une température plus élevée que nous appellerons température de dissociation et noterons  $T_d$ .

État	$J/\psi$	$\chi_c$	$\psi'$	$\Upsilon$	$\chi_b$	$\Upsilon'$	$\chi'_b$	$\Upsilon''$
m (GeV/c <sup>2</sup> )	3,10	3,53	3,68	9,46	9,99	10,02	10,26	10,36
$\Delta E$ (GeV)	0,64	0,20	0,05	1,10	0,67	0,54	0,31	0,20
$r_0$ (fm)	0,50	0,72	0,90	0,28	0,44	0,56	0,68	0,78
$T_d/T_c$	2,10	1,16	1,12	> 4,0	1,76	1,60	1,19	1,17

TAB. 3 – Spectroscopie des quarkonia, d'après [37].

Le potentiel coulombien est écranté par la présence de charges de couleur entre les deux quarks, dont la densité dépend *a priori* de la température. Dans l'article historique, les auteurs le modifient ainsi :

$$V(r, T > T_c) = -\frac{\alpha}{r} \times \exp \frac{-r}{r_D(T)} \quad (10)$$

où  $r_D$ , dit rayon de Debye, est le rayon au-delà duquel l'interaction de couleur est évanescence. Il est obtenu par des calculs de QCD sur réseau.

Dans l'article original, les auteurs concluent que le  $J/\psi$  fond juste au-dessus de la température critique  $T_c$ , et dans tous les cas à  $1,5 T_c$ . Ils se concentrent sur le  $J/\psi$  mais remarquent que comme les rayons des états excités sont plus grands, ils fondent à plus basse température. Dans un souci de faire de cette propriété une véritable signature de l'apparition du plasma, ils posent également les deux questions suivantes :

- Un autre mécanisme est-il susceptible de supprimer les  $J/\psi$ ? Il est en effet possible que les  $J/\psi$  soient absorbés dans la matière nucléaire normale. Des expériences de photo-production et de collision proton-noyau ont montré à la fin des années 70 que cette absorption était faible (de 1 à 3 mb citent les auteurs) et elle n'est *a priori* pas susceptible de détruire complètement les  $J/\psi$  produits.
- Le bruit de fond est-il modifié de telle manière que la variation du taux de  $J/\psi$  ne serait plus observable? Un autre signal avancé pour signer l'apparition du plasma de quarks et de gluons est la production accrue de di-leptons thermiques. Comme les  $J/\psi$  sont détectables précisément par leur désintégration en deux leptons, une surproduction de di-leptons thermiques pourraient masquer les  $J/\psi$  et rendre cette signature concrètement inobservable. La fin de l'article démontre que ce n'est *a priori* pas le cas.

Ces deux problèmes écartés, les auteurs concluent que l'expérience est réalisable. Ce modèle historique a depuis été amélioré et le lecteur curieux pourra se référer à la revue [37]. En particulier, les valeurs modernes des températures de dissociation (consignées dans le tableau 3) sont plus élevées que les valeurs historiques.

## 6.2 NA38 et l'absorption nucléaire

À l'époque de la parution de l'article de Matsui et Satz, l'expérience NA38, alors en préparation, avait été conçue pour étudier la production de di-muons thermiques et se trouvait idéalement disposée pour observer les mésons  $J/\psi$ . L'expérience utilisait

des faisceaux de proton, de cuivre et d'oxygène à 200 GeV/c par nucléon et les faisait interagir sur différentes cibles (ce qui correspond à 19,4 GeV par paire de nucléons dans le référentiel du centre de masse.) Rapidement, une suppression fut observée dans les collisions ion-ion, comme le montre la figure 9 (voir par exemple [38]). Sur cette figure, le taux de production de  $J/\psi$  est normalisé au taux de production du continuum di-muons. L'abscisse portée est la densité d'énergie, estimée grâce à la formule de Bjorken (équation 6 p. 228.) Les deux bandes supérieures correspondent à des collisions proton-noyau (cuivre ou uranium) auxquelles aucune densité d'énergie n'est associée. Toutes les collisions ion-ion exhibent ainsi une suppression du méson  $J/\psi$  par rapport à ces références, suppression d'autant plus prononcée que la densité d'énergie est élevée. Fallait-il pour autant en conclure que le plasma de quarks et de gluons était découvert?

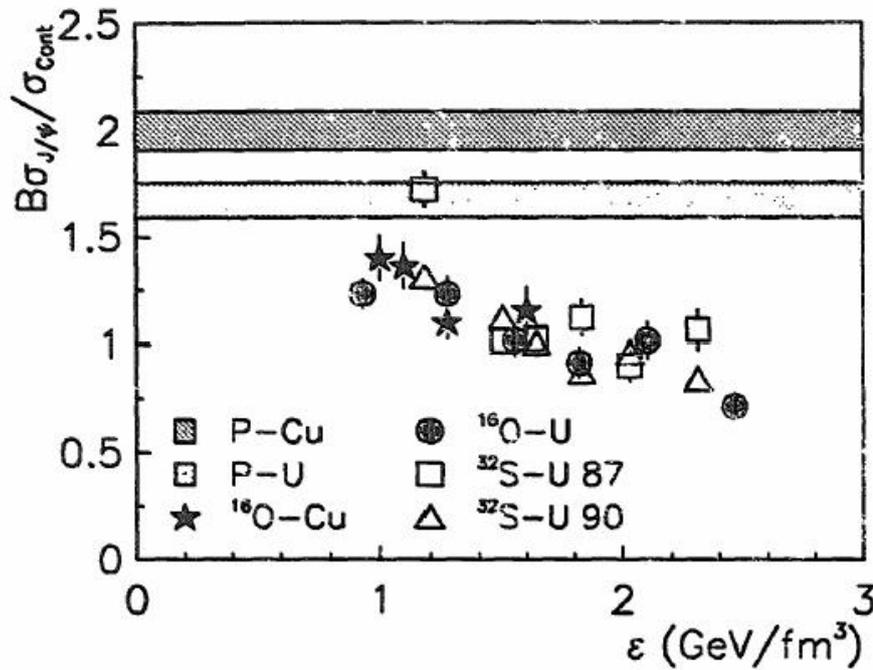


FIG. 9 – Premiers indices d'une suppression du méson  $J/\psi$  en collisions d'ions lourds, obtenus par l'expérience NA38 au CERN [38]. Taux de  $J/\psi$  observés normalisés au continuum, en fonction de la densité d'énergie.

Que nenni! Peu de temps après, la même expérience observa un effet similaire lors de collisions proton-noyau [39] alors que le plasma de quarks et de gluons n'y est pas attendu. Les figures 10 montrent une étude systématique [40] des taux de production de  $J/\psi$  ( $B_{\mu\mu}\sigma^\psi$ ) normalisés par le nombre total de collisions binaires ( $A \times B$ ) ayant lieu lors de collisions entre un noyau  $A$  et un noyau  $B$  – aucune distinction de centralité n'est faite – depuis proton-proton jusqu'à soufre-uranium, le tout à 200 GeV/c par nucléon<sup>8</sup>. Sur la figure de gauche, le nombre totale de collisions  $A \times B$  est portée en abscisse. Sur

8. Les collision proton-proton et proton-deuton furent mesurées par l'expériences NA51, les autres collisions étant ici mesurées par NA38.

ces échelles logarithmiques, une tendance linéaire se dégage nettement, suggérant que la suppression lors des collisions noyau-noyau n'est qu'un prolongement naturel de la suppression observée en collision proton-noyau, soit, quels que soient  $A$  et  $B$  :

$$\sigma_{AB} = \sigma_{pp} \times (AB)^\alpha. \quad (11)$$

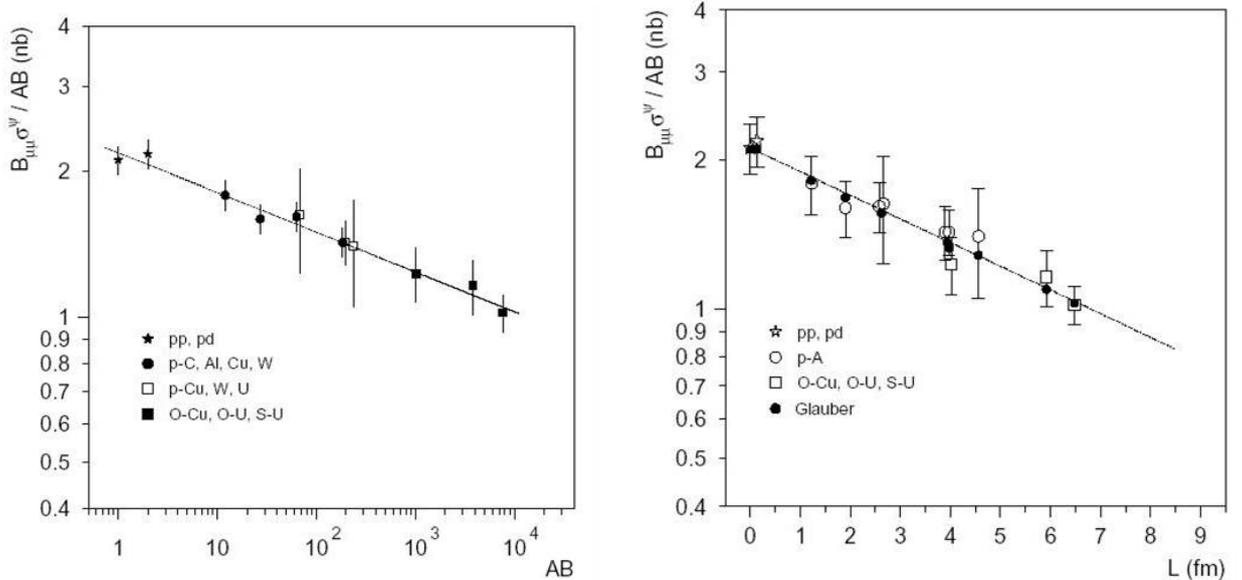


FIG. 10 – *Suppression normale du  $J/\psi$  observée par l'expérience NA38, à gauche intégrée en centralité et en fonction du produit des nombres atomiques des noyaux impliqués et à droite en fonction de la longueur de matière nucléaire traversée.*

Le paramètre  $\alpha$  ajusté ainsi<sup>9</sup> vaut  $0,918 \pm 0,015$ .

D'autres processus durs, tels que le Drell-Yan [41] ( $NN \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ) ou le charme ouvert [42] ( $NN \rightarrow c\bar{c} \rightarrow D\bar{D} \dots$ ) se comportent en revanche proportionnellement au nombre de collisions ( $\alpha = 1$ ). Il est alors probable que la suppression vue pour le  $J/\psi$  soit due à une absorption de la paire  $c\bar{c}$  dans l'état final.

Pour tester cette hypothèse, la figure 10 de droite montre les mêmes données en fonction de la longueur de matière nucléaire vue par le  $J/\psi$ , cette fois en abscisse linéaire. Cette longueur  $L$  (calculée dans le cadre du modèle de Glauber introduit à la section 2.3 p. 226) représente la longueur *moyenne* de matière nucléaire traversée par le  $J/\psi$ , compte tenu de la plage en paramètres d'impact considérée et d'une distribution réaliste des points de production de la paire  $c\bar{c}$ . Autrement dit, le produit de  $L$  et de la densité de matière nucléaire ordinaire ( $\rho = 0,17$  nucléon par fermi cube) représente le nombre moyen de nucléons avec lequel le  $J/\psi$  peut interagir. La tendance exponentiellement

9. En fait, deux énergies furent utilisées ici : 200 et 450 GeV/c par nucléon, mais des ajustements séparés de  $\alpha$  ne permettent pas de distinguer de valeurs différentes. Les données à 450 GeV/c ont été ramenées à l'acceptance en rapidité de l'appareillage et à l'énergie de 200 GeV/c (voir [40] pour l'analyse détaillée.)

décroissante observée sur les données permet de déduire une section efficace d'absorption  $\sigma_{abs}^{J/\psi}$  du  $J/\psi$  par la matière nucléaire :

$$\sigma_{AB} \propto \exp(-\sigma_{abs}^{J/\psi} \times \rho L). \quad (12)$$

L'ajustement sur les figures 10 donne  $\sigma_{abs}^{J/\psi} = 6,5 \pm 1,0$  mb, mais une analyse plus récente [43], ne reposant que sur des données proton-noyau et en particulier sur des données plus précises acquises par l'expérience NA50, donne la valeur de  $\sigma_{abs}^{J/\psi}$  que nous retiendrons :

$$\sigma_{abs}^{J/\psi} = 4,18 \pm 0,35 \text{ mb}. \quad (13)$$

L'analyse des données de NA38 ne s'arrête pas là. Les données soufre-uranium furent analysées en fonction de la centralité des collisions. Les résultats d'un découpage en cinq tranches de centralité sont présentées par la figure 11 de droite (carrés.) Les points s'alignent parfaitement avec la courbe exponentiellement décroissante de l'absorption nucléaire normale.

### 6.3 NA50 et l'absorption anormale

L'expérience NA50 fut l'héritière de NA38, tant au niveau de l'appareillage que des observables recherchées. Elle se proposait simplement de monter en densité d'énergie, en regardant des collisions plomb-plomb. L'impulsion commodément accessible pour ces ions étaient de 158 GeV/c par nucléon, soit 17,3 GeV dans le centre de masse. Il est à noter que la densité critique était en principe déjà atteinte par NA38 : les valeurs de la figure 9 sont en effet supérieures au GeV/fm<sup>3</sup> avancé par la QCD sur réseau (équation 1 p. 223). Cela dit, les incertitudes théoriques étaient grandes, à la fois quant à la température critique elle-même, mais également quant à la température de fonte du  $J/\psi$  ou de ses états excités. Il était donc intéressant d'explorer de plus grandes densités d'énergie, ce que se proposaient de faire les physiciens de NA50.

Grand bien leur fit ! Le résultat de NA50 fut positif [41], les collisions plomb-plomb montrant une suppression additionnelle par rapport à l'absorption nucléaire normale, comme l'illustre la figure 11 de gauche qui est essentiellement identique à la figure 10 de gauche, avec un point supplémentaire pour les collisions plomb-plomb.

La figure de droite représente les résultats finals de l'expérience NA50 [43]. Sont présentés ici les taux de production du  $J/\psi$  normalisés au taux de production du Drell-Yan (mesuré dans le continuum di-muon entre 2,9 et 4,5 GeV/c<sup>2</sup>) en fonction de la longueur de matière nucléaire traversée. L'étude reprend les données des expériences NA38 et NA51 précédemment exposées. Onze tranches en centralité sont découpées dans les données plomb-plomb (triangles pointant vers le bas.) Nous constatons que les trois tranches les plus périphériques se raccordent bien avec le scénario de l'absorption nucléaire normale (la droite encadrée par sa barre d'erreur) alors que les autres en dévient sensiblement. Quelle interprétation donner à cette suppression anormale ? S'agit-il du plasma de quarks et de gluons ?

Les cinq paragraphes qui suivent dressent une revue des explications valides des données de NA50.

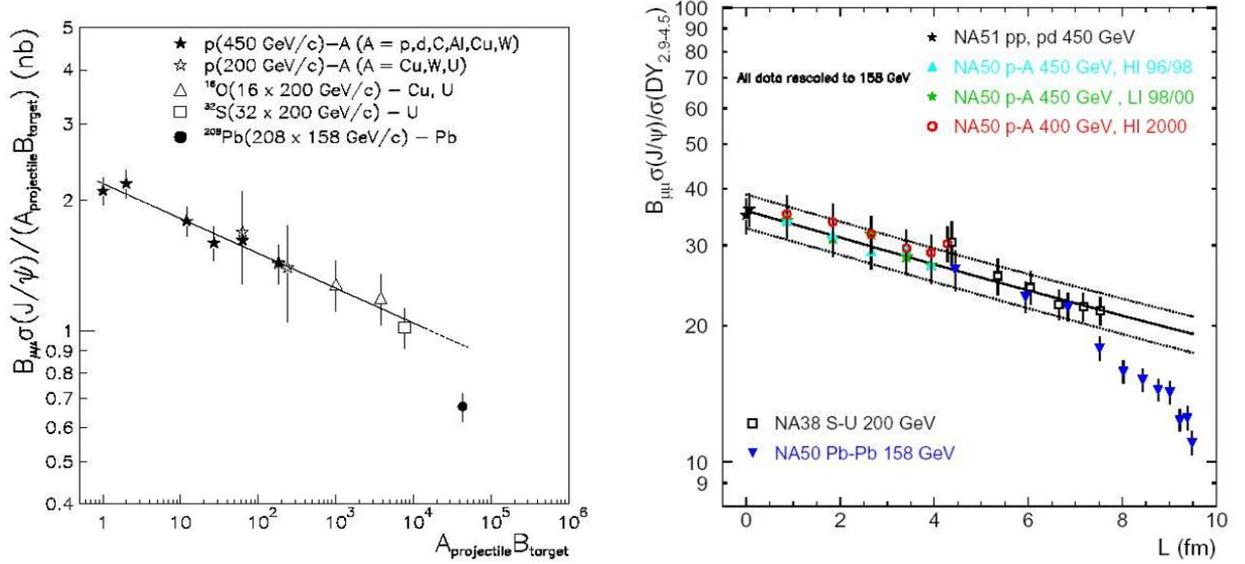


FIG. 11 – *Suppression anormale du  $J/\psi$  observée par l'expérience NA50, à gauche intégrée en centralité et en fonction du produit des nombres atomiques des noyaux impliqués, et à droite en fonction de la longueur de matière nucléaire traversée.*

### 6.3.1 Absorption par co-voyageurs

Aujourd'hui, une explication alternative à un plasma de quarks et de gluons subsiste. Elle réside dans une interaction du  $J/\psi$  avec des hadrons co-voyageurs<sup>10</sup>  $h$  voyageant près de lui dans l'explosion qui suit l'interaction nucléaire. Cette interaction est alors susceptible de dissocier le  $J/\psi$  selon  $J/\psi + h \rightarrow D + \bar{D} + \dots$

Dans ce modèle, les auteurs ajustent trois paramètres : les sections efficaces d'absorption par la matière nucléaire normale ( $\sigma_{abs}^{J/\psi}$ ) et par les co-voyageurs ( $\sigma_{co}$ ) ainsi qu'une normalisation qui est essentiellement liée à la densité de co-voyageurs. La figure 12 montre l'ultime ajustement des dernières données de NA50 [44, 45]. La valeur de  $\sigma_{abs}^{J/\psi}$  utilisée est 4,5 mb (calculée sur les seules données proton-noyau.) Cette valeur fixée, les deux autres paramètres sont estimés sur les données noyau-noyau :  $\sigma_{co} = 0,65$  mb et des normalisations qui sont cohérentes entre les collisions soufre-uranium et plomb-plomb, ce dont les auteurs se félicitent.

Ce modèle semble ainsi expliquer le résultat de NA50 sans plasma de quarks et de gluons. Quatre critiques peuvent toutefois être formulées à son encontre :

- Pour ajuster les données proton-noyau, la section efficace d'interaction avec les co-voyageurs  $\sigma_{co}$  est nécessairement faible, ce qui donne une normalisation pour justifier la suppression anormale sur les données noyau-noyau relativement élevée, sans doute plus d'un co-voyageur par fermi cube. Ce nombre paraît un peu excessif.
- Le modèle n'est pas réellement capable de distinguer entre une interaction avec des co-voyageurs de nature partonique ou hadronique. Or précisément, nous nous

10. *Comovers* est le terme consacré en anglais.

attendons à ce que le  $J/\psi$  soit dissocié dans le plasma de quarks et de gluons par son interaction avec les gluons ambiants. Un modèle incapable de faire cette distinction ne me paraît pas pertinent pour invalider l'hypothèse du PQG.

- De plus, il existe d'autres tentatives d'expliquer la suppression anormale du  $J/\psi$  par des modèles hadroniques dont certaines échouent [46] en essayant d'imposer des conditions typiquement hadroniques et d'autres réussissent [47] en ajustant des paramètres *a priori* inconnus.
- Enfin, ce modèle ne semble pas rendre compte des mesures préliminaires faites par NA60, comme nous le verrons au paragraphe 6.4.1.

Néanmoins, les trois premiers arguments restant subjectifs, nous admettrons pour l'instant qu'une explication alternative de la suppression du  $J/\psi$  vue par NA50 est l'interaction avec des co-voyageurs hadroniques. En revanche, si le quatrième point venait à se confirmer, le modèle des co-voyageurs ne constituerait plus un candidat à l'explication de la suppression anormale du  $J/\psi$ .

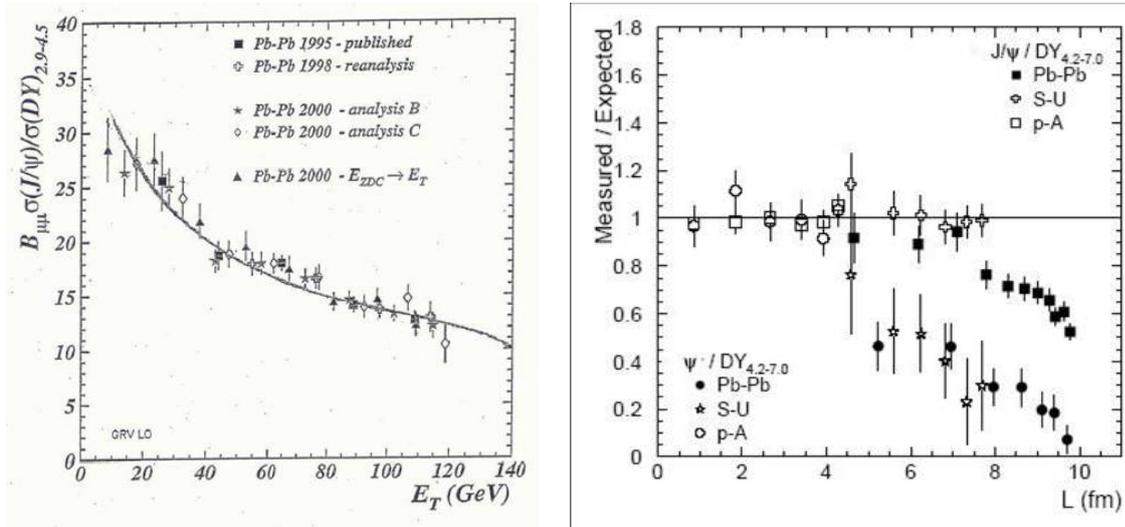


FIG. 12 – *Interprétations des données de NA50. À gauche : Taux de  $J/\psi$  normalisé au Drell-Yan en fonction de l'énergie transverse, ajusté par le modèle des co-voyageurs [45]. À droite : Taux de  $J/\psi$  et de  $\psi'$  divisés par le taux attendu (absorption nucléaire déduite des collisions proton-noyau), en fonction de la longueur de matière nucléaire traversée [48], supportant l'idée d'une fonte séquentielle des charmonia.*

### 6.3.2 Fonte séquentielle

Jusqu'ici, j'ai négligé dans l'exposé le fait que certains  $J/\psi$  étaient produits par la désintégration de particules plus lourdes. Les principales contributions sont le  $\psi'$  qui se désintègre dans 58% des cas en  $J/\psi$  (accompagné d'autres mésons, principalement d'une paire de pions) et les différents  $\chi_c$  qui se désintègrent en  $\gamma J/\psi$ . Les largeurs de ces particules sont telles (de 281 keV à 10 MeV) que la désintégration a lieu au delà de

la boule de feu (longueurs caractéristiques de 20 à 1000 fermis.) Si ces désintégrations contribuent significativement au taux de  $J/\psi$  final, il est possible que le comportement observé pour les  $J/\psi$  reflète en partie ce qu'il est advenu de leur particule mère dans la boule de feu.

Or, il a été observé expérimentalement qu'une fraction non négligeable des  $J/\psi$  provenait bien des états excités. La section 2 de la référence [49] résume la situation pour les quarkonia (charmonia et bottomonia.) Pour les  $J/\psi$ , les auteurs obtiennent (avec des incertitudes de quelques pourcents sur la répartition exacte) :

$$J/\psi = 0,62 J/\psi + 0,30 (\chi_c \rightarrow J/\psi) + 0,08 (\psi' \rightarrow J/\psi). \quad (14)$$

Or, dès l'article historique [13], les auteurs remarquent que le  $J/\psi$  fond à une température plus élevée (au plus  $1,5 T_c$ ) que ses états excités (sous la température critique.) La référence suscitée [49] donne des températures de fonte des  $J/\psi$   $\chi_c$  et  $\psi'$  de  $1,1$   $0,74$  et  $0,2 T_c$  respectivement. Cela dit, des progrès récents des calculs de QCD sur réseau (références [50, 51, 52] ainsi que les valeurs portées au tableau 3 p. 241) s'accordent pour donner des températures plus élevées, de l'ordre de  $1,1 T_c$  pour les états excités et de  $1,5$  à  $2,25 T_c$  pour le  $J/\psi$ .

Même si les valeurs exactes des températures de fonte (et *a fortiori* des densités d'énergie) ne sont pas connues, il est établi que les états excités fondent avant le  $J/\psi$ . Dès lors, nous sommes tentés d'attribuer le premier décrochement des  $J/\psi$  par rapport à la droite d'absorption (à  $L \sim 7$  fm sur la figure 11 de gauche) à une fonte de ses états excités – le décrochement est bien de l'ordre de 30% – suivie éventuellement d'un début de fonte du  $J/\psi$  (à 9 fm.) Nous verrons au paragraphe 6.3.4 que ce second décrochement possède éventuellement une autre interprétation.

**Parenthèse sur le  $\psi'$  :** il est à noter que l'expérience NA50 observe une suppression du  $\psi'$  pour des collisions soufre-uranium et plomb-plomb dès  $L = 4$  fm. Cette fonte du  $\psi'$ , très antérieure à celle du  $J/\psi$  s'insère parfaitement dans le scénario d'une fonte séquentielle du  $\psi'$  suivi du  $\chi_c$  puis du  $J/\psi$  dans un plasma de quarks et de gluons. Néanmoins, le  $\psi'$  étant très peu lié, il est, encore plus que pour le  $J/\psi$ , possible que sa suppression soit due à des co-voyageurs. D'autres auteurs [53] associent la fonte prématurée du  $\psi'$  à l'ouverture du canal  $\psi' \rightarrow D\bar{D}$  par modification de la masse des  $D$  dans le plasma. La figure 12 de droite résume les mesures des taux de production de  $J/\psi$  et de  $\psi'$ , divisés par l'absorption nucléaire, qui est pour le  $\psi'$  de :  $\sigma_{abs}^{\psi'} = 7,9 \pm 0,6$  mb [48].

### 6.3.3 Percolation partonique

La percolation est un phénomène critique lié à l'occupation de l'espace. Nous pouvons nous en faire une bonne idée en imaginant une surface donnée que l'on remplit petit à petit en positionnant au hasard des disques d'une surface fixée. On montre en effet que la plus grande distance qu'il est possible de parcourir en restant dans l'empilement des disques est un paramètre d'ordre du nombre de disques positionnés. Autrement dit, le passage d'un libre parcours moyen de l'ordre d'un disque à celui de l'ordre de la surface entière est une transition de phase.

Certains auteurs appliquent ce raisonnement aux collisions d'ions lourds : la surface totale est la surface de recouvrement des deux noyaux, et les disques sont constitués des partons en interaction dans les tout premiers instants de la collision. Si la taille transverse de ces partons est telle qu'ils se recouvrent, ils forment un milieu déconfiné et constituent la condition initiale de la boule de feu qui se développera ultérieurement. La percolation partonique peut ainsi être vue comme une forme de déconfinement, géométrique et éphémère. Il ne s'agit plus alors d'un *plasma* de quarks et de gluons, supposé se thermaliser et vivre pendant quelques fm/c. Il n'en reste pas moins qu'il s'agit bien d'un déconfinement.

Si ce milieu est suffisamment vaste et contient des partons assez durs pour dissocier les charmonia, alors ceux-ci ne seront peut-être même pas produits à l'instant initial des collisions d'ions lourds. Le branchement de la suppression des charmonia coïncide alors avec le branchement de la percolation (que l'on peut relier au nombre de participants), et n'est plus directement lié à une température de fonte dans un milieu thermalisé. C'est ce qui pourrait permettre de distinguer entre les deux scénarios.

La figure 13 tirée de l'article [54], montre que ce scénario s'applique bien aux données de NA50, avec une disparition séquentielle du  $\chi_c$  et du  $J/\psi$ . Comme dans le modèle précédent, la percolation prédit une disparition successive des quarkonia, liée au fait que leurs rayons caractéristiques ne sont pas identiques. Il faut en effet que la taille des bulles de percolation excède celles des charmonia qui sont assez différentes (souvenons-nous du tableau 3 p. 241.)

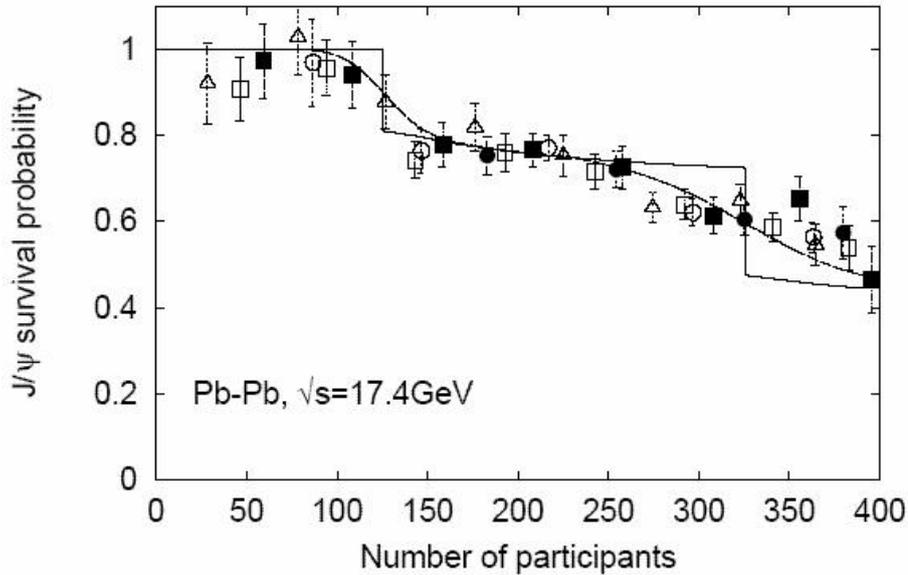


FIG. 13 – *Interprétation des données de NA50 en terme de percolation partonique [54].*

### 6.3.4 Attention aux fluctuations !

Dans les deux scénarios précédents (fonte séquentielle et percolation partonique), nous sommes tentés d'attribuer les deux seuils de disparition du  $J/\psi$  (bien visibles p. 245 sur la figure 11 à droite) à une fonte du  $\chi_c$ , suivie d'une fonte du  $J/\psi$  à plus haute température. Or, Dinh, Blaizot et Ollitrault [55] font remarquer que le second décrochement pourrait n'être qu'un artefact de la mesure de la centralité de la réaction. À un même paramètre d'impact peuvent en effet correspondre des densités d'énergie légèrement différentes, qui se traduisent sur les observables de centralité. Dans cet article, ils introduisent des fluctuations (dont l'origine est physique, mais également expérimentale, la résolution des détecteurs introduisant une fluctuation supplémentaire) sur l'énergie transverse  $E_T$  et reproduisent ainsi le second décrochement, sans invoquer de second seuil de suppression.

Le premier seuil n'en reste pas moins bien réel.

### 6.3.5 Des modèle de plasma

Aurais-je gardé le meilleur pour la fin? Sans doute puisque plusieurs modèles de plasma de quarks et de gluons reproduisent très bien les données de NA50. Sans être exhaustif, citons deux exemples.

Zhu, Zhuang et Xu [56] combinent les équations d'évolution hydrodynamique d'un PQG avec une équation de transport des  $J/\psi$ . Les gluons présents dans le PQG sont susceptibles de casser le  $J/\psi$  lors de collisions inélastiques. Les auteurs incluent la fonte séquentielle (en faisant l'approximation qu'il y a 40% de  $\chi_c$  et pas de  $\psi'$ .) Leurs résultats reproduisent remarquablement les mesures de NA50, à la fois en suppression, et en impulsion transverse carré moyenne ( $\langle p_T^2 \rangle$ ), comme le montre la figure 14.

D'autres modèles font appel à des mécanismes de recombinaison des paires  $c\bar{c}$  au hasard de la boule de feu. Le modèle de Grandchamp, Rapp et Brown [53] reproduit la suppression du  $J/\psi$  (en incluant une fonte séquentielle des  $\chi_c$  et du  $\psi'$ .) Dans les collisions les plus centrales, l'effet de la recombinaison ne contribue que pour 25% du taux de  $J/\psi$  survivants. La probabilité qu'un quark  $c$  rencontre par hasard un  $\bar{c}$  est essentiellement proportionnelle au carré du nombre de paire  $c\bar{c}$  ( $N_{c\bar{c}}^2$ ). Or, le nombre de paires  $c\bar{c}$  produites est supposé augmenter avec l'énergie des collisions. Comme les expérimentateurs aiment aussi augmenter l'énergie, cet effet est amené à jouer un rôle de plus en plus important avec le temps. Nous verrons plus loin les résultats préliminaires obtenus au RHIC, dans des collisions dix fois plus violentes.

**En conclusion :** La suppression anormale du  $J/\psi$  vue par NA50 est ainsi explicable par plusieurs modèles de plasma. Il reste difficile de distinguer entre ces modèles et donc de caractériser la matière nouvellement créée. Cette interprétation est d'autant plus délicate qu'un modèle de suppression par des co-voyageurs subsiste et ne nécessite pas de formation d'un PQG. Pour trancher, d'autres données sont nécessaires.

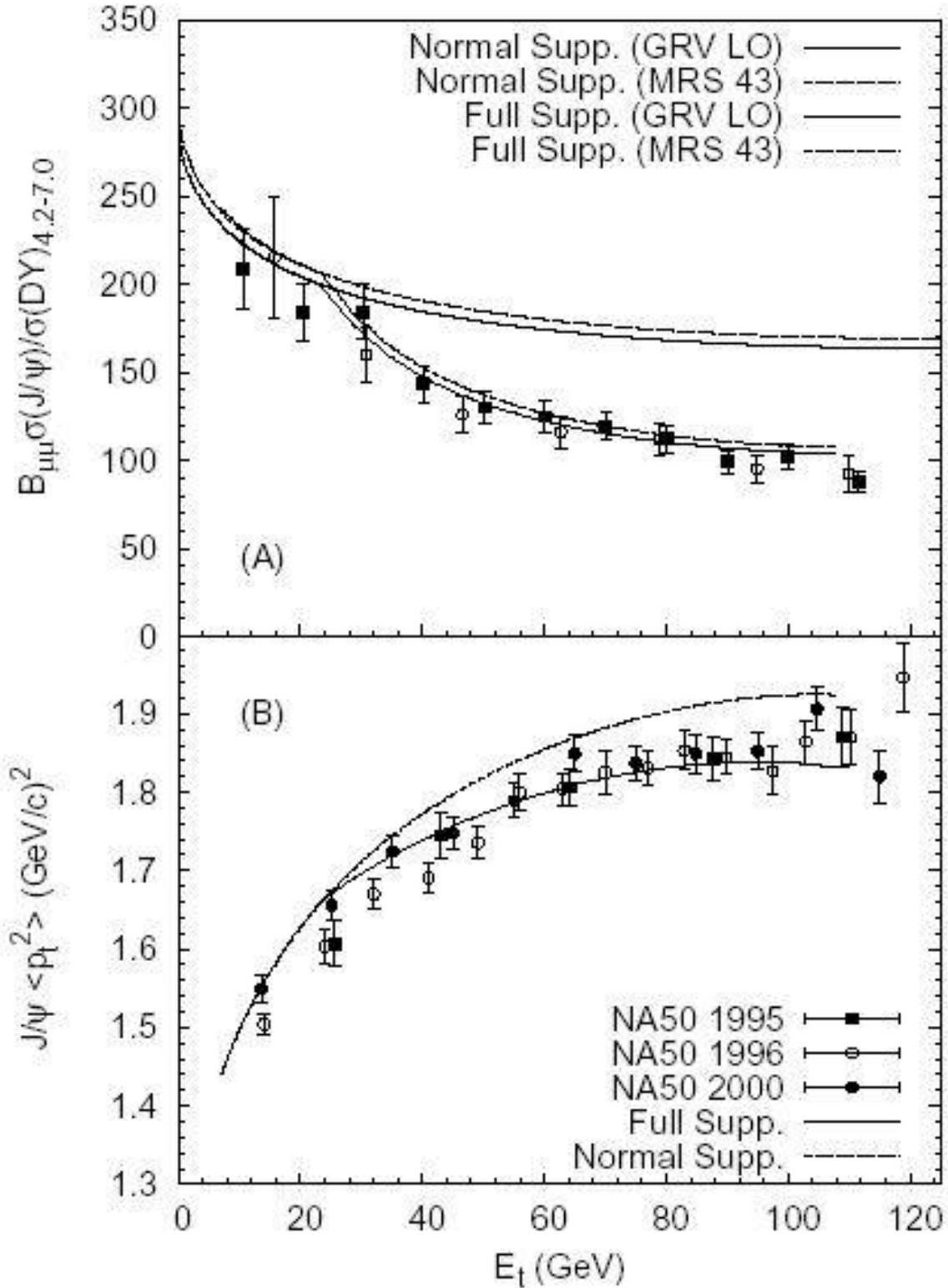


FIG. 14 – Ajustement des données de NA50 par un modèle de plasma de quarks et de gluons [56]. En haut, le taux de production normalisé par le Drell-Yan et en bas, l'impulsion transverse carré moyenne, toutes deux en fonction de l'énergie transverse.

## 6.4 Les résultats préliminaires de NA60 et PHENIX

**Remarque liminaire :** les résultats concernant des données noyau-noyau présentés dans cette section sont préliminaires et ne sont publiés que dans des actes de conférence, en particulier ceux de la conférence Quark Matter 2005 où ils furent montrés pour la première fois. Nous les interpréterons tels quels, mais nous souviendrons que les résultats finals des expériences concernées (NA60 et PHENIX) sont encore à venir.

### 6.4.1 Retour à basse densité d'énergie

Le programme du SPS ne s'est pas arrêté avec l'expérience NA50 et sa spectaculaire suppression anormale. L'expérience a été améliorée (principalement par l'adjonction d'un détecteur de vertex) et renommée NA60. Les objectifs de NA60 sont, entre autres, d'explorer précisément les densités d'énergie les plus basses que celles de NA50, et d'essayer d'exhiber une variable selon laquelle le comportement des quarkonia serait universel. Sur la figure 15 de gauche, nous voyons clairement que la longueur  $L$  de matière nucléaire traversée par le  $J/\psi$  ne saurait être cette variable. Dans un même domaine de  $L$ , entre six et huit fermis, le  $J/\psi$  n'est pas supprimé lors de collisions soufre-uranium (NA38, cercles) alors que les récentes mesures en collisions indium-indium (NA60, disques et étoiles) montrent la même suppression que dans les collisions plomb-plomb (NA50, triangles pointant vers le bas.) Notons que les trois points de NA60 représentés par des étoiles (et de grandes barres d'erreur) sont normalisés au Drell-Yan, alors que les triangles émanent d'une analyse normalisée par un modèle de Glauber prenant en compte l'absorption nucléaire normale.

Sur la figure de droite, les mêmes données (à l'exclusion des collisions proton-noyau) sont cette fois présentées en fonction du nombre de participants. Les différents points se confondent plutôt bien. Il en va de même des autres variables présentées à Quark Matter 2005 (densité d'énergie<sup>11</sup>, densité de participants.)

Remarquons que les résultats de NA60 présentent un plateau extrêmement marqué d'une suppression du  $J/\psi$  d'environ 20%, compatible avec celle observée par l'expérience NA50. Ce plateau n'était pas prédit par les modèles qui parviennent à ajuster les données de NA50 :

- Les co-voyageurs (voir le paragraphe 6.3.1 et [57]) ne peuvent s'accommoder que d'un comportement continu.
- Le modèle de plasma de Grandchamp et al. (voir le paragraphe 6.3.5 et [58]) prédit également un comportement plutôt continu.
- La percolation partonique (voir le paragraphe 6.3.3 et [54]) prédit une transition de phase à  $N_{part} \sim 140$  alors qu'il semble qu'elle ait plutôt lieu à  $N_{part} \sim 90$ .

Néanmoins, étant donnée la jeunesse de ces données, il serait aventureux de tirer de trop grandes conclusions. Nous retiendrons toutefois qu'elles excluent tout modèle ha-

---

11. La densité d'énergie est *a priori* la variable la plus intéressante à représenter, puisque la transition de phase est attendue en fonction de celle-ci. Malheureusement, elle est difficile à mesurer et j'ai choisi de ne pas montrer l'allure de la suppression en fonction de cette variable, car les densités de NA50 montrées à Quark Matter 2005 différaient d'environ 10% selon qu'ils étaient montrés par NA50 ou NA60!

dronique, et qu'elles ne sont pas incompatibles avec une fonte séquentielle (thermique et non par percolation) des charmonia. La présence d'un plateau aussi marqué, bien qu'un peu haut (seulement 20% de suppression), abonde dans le sens d'une fonte séquentielle.

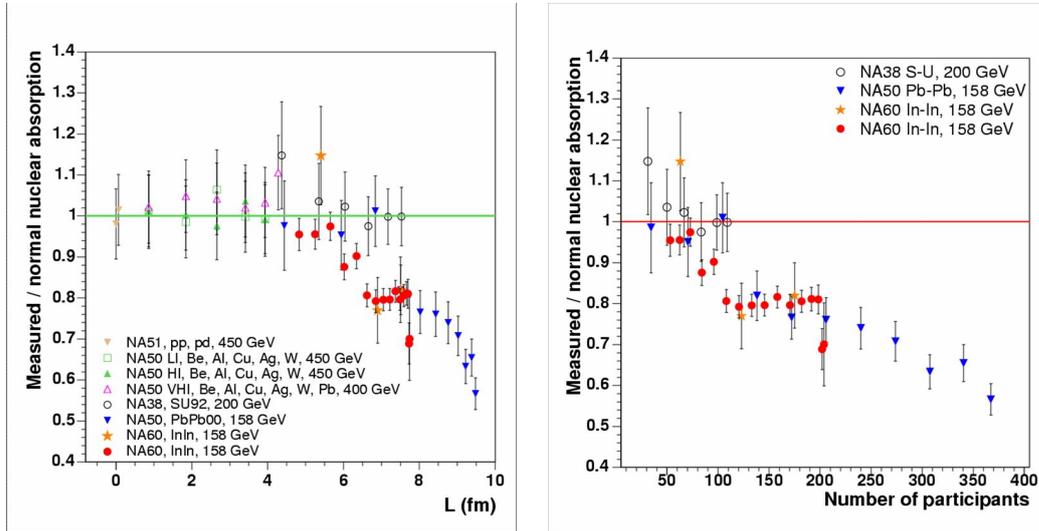


FIG. 15 – Résultats préliminaires de NA60 [59], comparées aux résultats des expériences NA38, NA50 et NA51. Sont représentés les taux de production du  $J/\psi$  normalisés à l'absorption nucléaire normale. À gauche, en fonction de la longueur de matière nucléaire traversée par le  $J/\psi$ . À droite, en fonction du nombre de participants.

#### 6.4.2 Montée en énergie du RHIC

L'expérience PHENIX a récemment présenté des mesures de la production des  $J/\psi$  en collisions or-or et cuivre-cuivre ([60] ainsi que la thèse de Vi-Nham Tram [61].)

À l'énergie du RHIC, la production de Drell-Yan est difficilement mesurable. La production de  $J/\psi$  est comparée à la production observée en proton-proton, ramenée au nombre moyen de collisions  $\langle N_{coll} \rangle$  correspondant aux centralités considérées. Nous définissons ainsi le *facteur de modification nucléaire* :

$$R_{AA} = \frac{J/\psi|_{AA}}{\langle N_{coll} \rangle J/\psi|_{pp}}. \quad (15)$$

La production de  $J/\psi$  étant un processus dur, nous nous attendons à ce que sa production soit proportionnelle au nombre de collisions. Notons que PHENIX a mesuré que le charme ouvert<sup>12</sup> est effectivement produit proportionnellement au nombre de collisions [62]. Ces mesures nous informent également que dix à vingt paires de quarks charme-anticharme sont produites lors d'une collision centrale à RHIC.

12. Les mesures sont effectuées sur les désintégrations semi-leptoniques des mésons  $D$  et leur précision est limitée à environ 25% par les bruits de fond considérables que constituent les désintégrations ordinaires des pions et des kaons. Une meilleure précision pourra être atteinte à l'aide d'un détecteur de vertex actuellement en construction.

**Les effets nucléaires « froids » :** Comme au SPS, l'interprétation de la production des quarkonia dans les collisions noyau-noyau ne saurait se faire sérieusement sans une étude préalable de la production en collision proton-noyau. L'expérience PHENIX a mesuré la production des  $J/\psi$  lors de collisions noyau-deuton<sup>13</sup> et rapporte une absorption nucléaire plus faible qu'au SPS, entre 1 et 3 mb [63]. Un autre effet prend de l'importance à RHIC : la *shadowing*<sup>14</sup> des fonctions de structure.

Les fonctions de distribution de partons que nous a présentées Jean-Marc LeGoff lors de cette école peuvent être modifiées dans les noyaux, par rapport à ce qu'elles sont dans les nucléons. Toute modification introduit une déviation par rapport à l'unité du rapport de modification nucléaire défini par l'équation (15). En montant en énergie, nous échantillons des partons dont les fractions d'impulsion  $x$  sont de plus en plus petites. Le *shadowing* des fonctions de structure peut être vu comme la recombinaison des partons de petite impulsion (donc de grande extension spatiale) en des partons de plus grande impulsion. La distribution des partons se dépeuple à petit  $x$  (*shadowing*) et se repeuple à grand  $x$  (*antishadowing*.) PHENIX a observé cet effet sur la production des  $J/\psi$  par une asymétrie de leur distribution en rapidité [63].

De ces effets nucléaires froids (absorption nucléaire et *shadowing*), Ramona Vogt [64] déduit le comportement que les  $J/\psi$  auraient lors de collisions noyau-noyau, en absence de PQG. La figure 16 illustre cela pour les deux domaines en rapidité que couvre l'expérience, et pour deux valeurs extrêmes de l'absorption nucléaire normale (1 et 3 mb.) Nous observons dans les deux domaines de rapidité et pour les collisions les plus centrales que la suppression du  $J/\psi$  est plus forte que celle déduite des effets nucléaires froids.

**Comparaison avec les modèles :** Il est alors tentant d'essayer d'appliquer les modèles qui expliquaient convenablement les données de NA50 aux énergies du RHIC. C'est ce que présente la figure 17 de gauche. Nous constatons immédiatement que ces prédictions ont toutes surestimé la suppression. Parmi les modèles présentés se trouve le modèle des co-voyageurs [57]. Les deux autres sont des modèles de plasma [53, 65] dans lesquels aucun effet de recombinaison n'a été implémenté. Dès lors, au moins trois hypothèses permettent de justifier la suppression vue à RHIC.

1. Les auteurs précédents, ainsi que d'autres [66, 67], parviennent à obtenir un taux de suppression comparable à celui observé par PHENIX en incluant des effets de recombinaison des quarks charmés (figure 17 de droite.)
2. D'autres auteurs [56] qui reproduisent les données de NA50 (voir figure 14) avaient prédit une suppression similaire à celle observée par PHENIX sans pour autant inclure de recombinaison : dans un modèle de transport, ils attribuent la survie du  $J/\psi$  à un effet de fuite des  $J/\psi$  à grande impulsion transverse (*Zhu et al* sur la figure 17 de droite.) Néanmoins, ils semblent sousestimer la valeur de l'impulsion transverse moyenne, comme une comparaison des références [60] et [56] le révèle.

13. Les deutons sont préférés aux protons car plus faciles à accélérer en même temps que des noyaux d'or du fait de la proximité des rapports de leur charge à leur masse. La formation d'un PQG n'est pas plus attendue en collisions deuton-noyau qu'en proton-noyau.

14. Je n'ose tenter une traduction, même si les puristes en prendront ombrage.

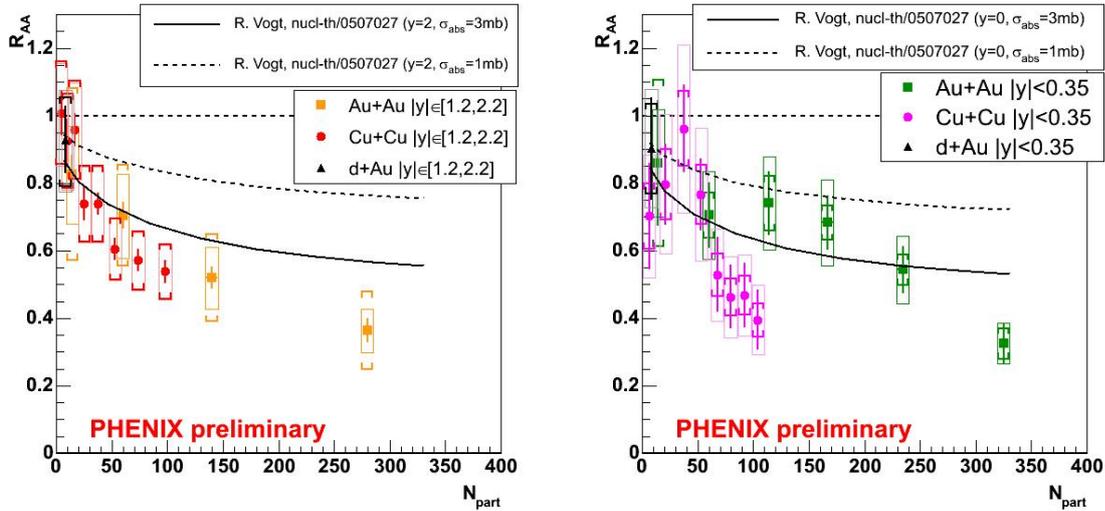


FIG. 16 – Résultats préliminaires de PHENIX [60]. Facteurs de modification nucléaire du  $J/\psi$  comparés aux prédictions des effets nucléaires froids [64]. À gauche, pour des rapidités  $|y| < 0,35$ . À droite, pour  $1,2 < y < 2,2$ .

- Enfin, l'amplitude de la suppression anormale à RHIC est compatible avec une simple fonte des états excités ( $\chi_c$  et  $\psi'$ ) sans fonte du  $J/\psi$  (voir par exemple une récente description des données du SPS et du RHIC dans ce cadre [68].) Cette hypothèse est renforcée par les calculs récents de QCD sur réseau qui donnent des températures de fonte du  $J/\psi$  pouvant atteindre  $2 T_c$ .

Il n'est aujourd'hui pas possible de trancher entre ces différents scénarios. Plusieurs points sont importants pour y parvenir et seront abordés à l'avenir :

- Finaliser les mesures de PHENIX (incertitudes plus petites, en particulier l'incertitude liée à la normalisation proton-proton, et échantillonnage plus fin de la centralité.)
- Comparer les distributions cinématiques des modèles et des données (impulsion transverse, rapidité,...)
- Avoir une meilleure maîtrise des effets nucléaires froids (augmenter la statistique proton/deuton-noyau.)
- Avoir une meilleure maîtrise de l'état initial (mesurer précisément le charme ouvert, d'autant que les effets de la recombinaison qui associe précisément deux quarks charmés évoluent quadratiquement avec le nombre de paires produites.)

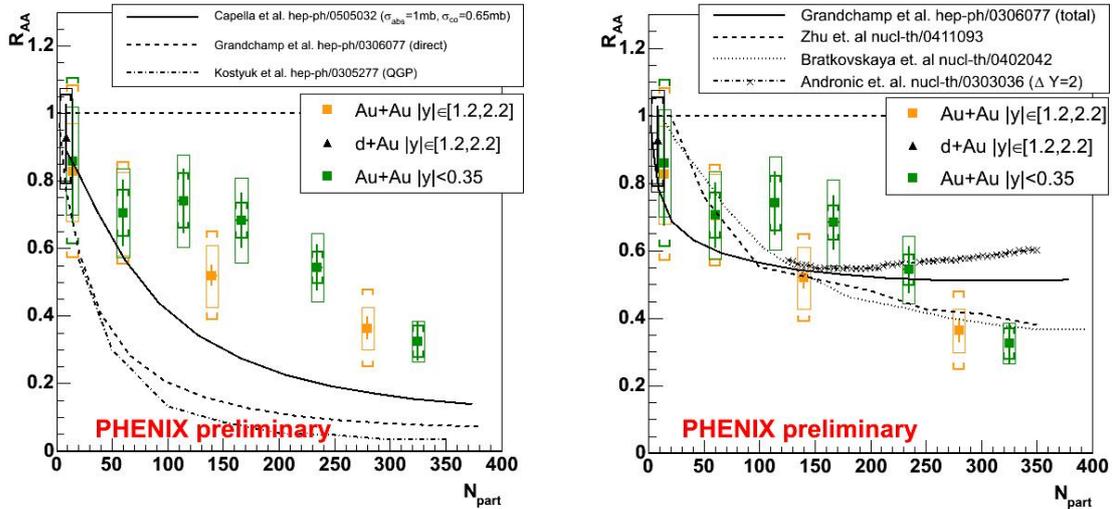


FIG. 17 – Résultats préliminaires de PHENIX [60]. Facteurs de modification nucléaire du  $J/\psi$ . À gauche, comparés aux prédictions de modèles ne contenant que des effets permettant d’ajuster les données de NA50 [53, 57, 65]. À droite, comparés à des modèles comprenant de la recombinaison [53, 66, 67] ou des équations de transport détaillé [56]. (Certaines courbes sont modifiées par rapport aux publications, après discussions privées avec les auteurs.)

Il est important de souligner que tous les scénarios permettant pour l’instant d’expliquer la suppression vue par PHENIX reposent sur l’existence du PQG et que notre démarche est désormais de comprendre les mécanismes à l’œuvre dans le plasma, plutôt que de prouver son existence, ce qui a été fait à plus basse énergie, et au travers d’autres observables à RHIC, comme Christelle Roy le montre dans son cours à cette même école.

## 7 Les photons (et les dileptons) thermiques

Une autre signature attendue du PQG dont il existe des indices au SPS est la radiation de photons directs depuis le plasma [14]. L’expérience WA98 a en effet observé un léger excès dans les collisions centrales plomb-plomb, et pas en collisions périphériques [69]. Ces données sont montrées dans le cours de Christelle Roy qui souligne que l’interprétation de cet excès, en lui même assez faible, est délicat car les références proton-proton ou théoriques sont mal connues.

S’il s’agit bien d’une radiation du plasma, divers ajustements de ces données lui attribuent des températures initiales de 200 à 335 MeV (pour une revue, voir [70].)

Il est à noter qu’un excès de dileptons a également été observé et pourrait aussi être attribué à une radiation thermique du plasma. Il s’agit d’un excès de dimuons de masse invariante intermédiaire entre le  $\phi$  et le  $J/\psi$  observé par l’expérience NA50 [71]. Cet excès est imputable soit à une radiation du plasma, soit à une augmentation du charme.

Récemment, l'expérience NA60 a montré des résultats préliminaires qui semblent favoriser l'hypothèse du plasma [72]. Affaire à suivre !

## 8 L'atténuation des gerbes

L'atténuation des gerbes (ou *jet quenching*) est la signature en or aux énergies du RHIC, comme vous le découvrirez dans le cours de Christelle Roy. Au SPS, des indices de l'atténuation des gerbes ont récemment été vus dans les données des expériences WA98 [73], NA57 [74] et NA49 [75]. Ces résultats sont moins impressionnants que ceux obtenus au RHIC car l'effet Cronin (diffusion multiple des partons incidents ayant tendance à renforcer l'impulsion transverse des gerbes) y est important dans la zone en impulsion transverse explorée et que les facteurs de modification nucléaire ( $R_{AA} = dN_{AA} / \langle N_{coll} \rangle dN_{pp}$ ) y restent proches de l'unité.

Il n'en reste pas moins qu'un soupçon d'atténuation des gerbes a été vu au SPS. Il est important de noter que ces analyses au SPS n'ont eu lieu qu'après que l'effet a été violemment observé au RHIC. Ceci illustre l'intérêt qu'il y a à étudier simultanément la matière nucléaire à plusieurs énergies, l'expérience des uns pouvant profiter à celles des autres, de la basse vers la haute énergie, et vice-versa.

## 9 Conclusion

Je restreins mes conclusions à la seule énergie du SPS, laissant le soin à Christelle Roy de conclure pour les observations faites au RHIC, dans le cours qu'elle consacre à la matière créée à ces densités d'énergie. Au SPS donc, cinq des signatures prédites ont été observées, avec des niveaux de confiance variés, décrits dans les chapitres précédents :

- L'accroissement de l'étrangeté, en particulier par l'augmentation des (anti)baryons étranges et du paramètre de (sous)saturation  $\gamma_s$ .
- Les photons thermiques observés par WA98, ainsi que les dileptons thermiques (résultats préliminaires de NA60.)
- L'atténuation des gerbes qui se cache sous un effet Cronin plus grand qu'au RHIC.
- La modification du méson  $\rho$  dans les collisions indium-indium (résultats préliminaires de NA60.)
- La suppression des  $J/\psi$  dans les données plomb-plomb, mais également dans les données indium-indium (résultats préliminaires de NA60) qui semble invalider tout modèle hadronique.

Il me semble qu'à la lumière de ces résultats considérés dans leur ensemble, nous pouvons affirmer qu'un « nouvel état de la matière » a été créé au CERN, aujourd'hui bien plus encore que lors du communiqué de presse de février 2000.

## Références

- [1] F. Karsch. *Lattice QCD at high temperature and density*. Lect. Notes Phys. 583 (2002) 209-249, hep-lat/0106019.
- [2] Dominik J. Schwarz. *The first second of the universe*. Annalen Phys. 12 (2003) 220-270, astro-ph/0303574.
- [3] R. Turolla, S. Zane, and J.J. Drake. *Bare quark stars or naked neutron stars? The case of RX J1856.5-3754*. Astrophys. J. 603 (2004) 265-282, astro-ph/0308326.
- [4] R. J. Glauber. *High Energy Collision theory*. Lect. in Th. Ph. Vol. 1 (1959) .
- [5] J.D. Bjorken. *Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region*. Phys. Rev. D27 (1983) 140.
- [6] K. Adcox et al. *Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration*. Nucl. Phys. A757 (2005) 184-283, nucl-ex/0410003.
- [7] Helmut Satz. *The search for the QGP: A critical appraisal*. Nucl. Phys. Proc. Suppl. 94 (2001) 204-218, hep-ph/0009099.
- [8] W. Busza, R.L. Jaffe, J. Sandweiss, and F. Wilczek. *Review of speculative 'disaster scenarios' at RHIC*. Rev. Mod. Phys. 72 (2000) 1125-1140, hep-ph/9910333.
- [9] J. Rafelski and B. Muller. *Strangeness production un the quark - gluon plasma*. Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1066.
- [10] P. Koch, B. Muller, and J. Rafelski. *Strangeness in relativistic heavy ion collisions*. Phys. Rept. 142 (1986) 167-262.
- [11] R.D. Pisarski. *Phenomenology of the chiral phase transition*. Phys. Lett. B110 (1982) 155.
- [12] R.D. Pisarski and F. Wilczek. *Remarks on the chiral phase transition in chromodynamics*. Phys. Rev. D29 (1984) 338-341.
- [13] T. Matsui and H. Satz. *J/ψ suppression by quark - gluon plasma formation*. Phys. Lett. B178 (1986) 416.
- [14] Edward V. Shuryak. *Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter*. Phys. Rept. 61 (1980) 71-158.
- [15] K. Kajantie and H.I. Miettinen. *Muon pair production in very high-energy nucleus nucleus collisions*. Z. Phys. C14 (1982) 357-362.
- [16] J.D. Bjorken. *Energy loss of energetic partons in quark - gluon plasma: possible extinction of high p(t) jets in hadron - hadron collisions*. FERMILAB-PUB-82-059-THY.
- [17] L. Van Hove. *Multiplicity dependence of p(t) spectrum as a possible signal for a phase transition in hadronic collisions*. Phys. Lett. B118 (1982) 138.
- [18] M. Gyulassy, S. K. Kauffmann, and L. W. Wilson. *Pion interferometry of nuclear collisions. I. Theory*. Phys. Rev. C20 (1979) 2267-2292.
- [19] S.A. Chin and A.K. Kerman. *Possible longlived hyperstrange multi - quark droplets*. Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1292.
- [20] Helen Caines. *What's interesting about strangeness production? - An overview of recent results*. J. Phys. G31 (2005) S101-S118, nucl-ex/0412016.

## RÉFÉRENCES

---

- [21] M. Gazdzicki and M.I. Gorenstein. *On the early stage of nucleus nucleus collisions*. Acta Phys. Polon. B30 (1999) 2705, hep-ph/9803462.
- [22] J. Cleymans, H. Oeschler, K. Redlich, and S. Wheaton. *The horn and the thermal model*. Phys. Lett. B615 (2005) 50-54, hep-ph/0411187.
- [23] J. Rafelski and J. Letessier. *Strangeness and the discovery of quark-gluon plasma*. hep-ph/0506011.
- [24] F. Becattini, M. Gazdzicki, A. Keranen, J. Manninen, and R. Stock. *Study of chemical equilibrium in nucleus nucleus collisions at AGS and SPS energies*. Phys. Rev. C69 (2004) 024905, hep-ph/0310049.
- [25] F. Becattini and U.W. Heinz. *Thermal hadron production in p p and p anti-p collisions*. Z. Phys. C76 (1997) 269-286, hep-ph/9702274.
- [26] Magali Estienne. *Propriétés chimiques et dynamiques des collisions d'ions lourds aux énergies du RHIC par la mesure de la production des baryons doublement étranges dans l'expérience STAR*. Thèse de doctorat de l'université de Nantes (2005).
- [27] F. Becattini, L. Maiani, F. Piccinini, A.D. Polosa, and V. Riquer. *Correlating strangeness enhancement and  $J/\psi$  suppression in heavy ion collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$  GeV*. Phys. Lett. B632 (2006) 233-237, hep-ph/0508188.
- [28] J. Adams et al. *Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR collaboration's critical assessment of the evidence from RHIC collisions*. Nucl. Phys. A757 (2005) 102-183, nucl-ex/0501009.
- [29] A. Capella. *Standard sources of particle production in heavy ion collisions*. Acta Phys. Polon. B30 (1999) 3541-3557, hep-ph/9910219.
- [30] A. Tounsi, A. Mischke, and K. Redlich. *Canonical aspects of strangeness enhancement*. Nucl. Phys. A715 (2003) 565-568, hep-ph/0209284.
- [31] Andrea Dainese. *Results from NA57*. nucl-ex/0510001.
- [32] Sevil Salur. *System and energy dependence of strangeness production with STAR*. nucl-ex/0509036.
- [33] Helen Caines. *Volume effects on strangeness production*. J. Phys. G31 (2005) S1057-S1060, nucl-ex/0412015.
- [34] S. Damjanovic et al. *First measurement of the  $\rho$  spectral function in nuclear collisions*. nucl-ex/0510044.
- [35] G.E. Brown and M. Rho. *NA60 and BR scaling in terms of the vector manifestation: A model approach*. nucl-th/0509001.
- [36] R. Rapp, G. Chanfray, and J. Wambach.  *$\rho$  meson propagation and dilepton enhancement in hot hadronic matter*. Nucl. Phys. A617 (1997) 472-495, hep-ph/9702210.
- [37] Helmut Satz. *Colour deconfinement and quarkonium binding*. hep-ph/0512217.
- [38] O. Drapier et al. *Muon pair production in heavy ion interactions at 200 GeV per nucleon*. Nucl. Phys. A544 (1992) 209c-222c.
- [39] M.C. Abreu et al. *Charmonia production in 450 GeV/c proton induced reactions*. Phys. Lett. B444 (1998) 516-522.
- [40] M.C. Abreu et al.  *$J/\psi$  and  $\psi'$  production in p, O and S induced reactions at SPS energies*. Phys. Lett. B466 (1999) 408-414.

- [41] M.C. Abreu et al. *Anomalous  $J/\psi$  suppression in Pb - Pb interactions at 158 GeV/c per nucleon.* Phys. Lett. B410 (1997) 337-343.
- [42] M.J. Leitch et al. *Nuclear dependence of neutral D meson production by 800 GeV/c protons.* Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 2542-2545.
- [43] B. Alessandro et al. *A new measurement of  $J/\psi$  suppression in Pb - Pb collisions at 158 GeV per nucleon.* Eur. Phys. J. C39 (2005) 335-345, hep-ex/0412036.
- [44] A. Capella, A.B. Kaidalov, and D. Sousa. *Why is the  $J/\psi$  suppression enhanced at large transverse energy?* Phys. Rev. C65 (2002) 054908, nucl-th/0105021.
- [45] A. Capella and D. Sousa. *New  $J/\psi$  suppression data and the comovers interaction model.* nucl-th/0303055.
- [46] L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa, and V. Riquer.  *$J/\psi$  absorption in heavy ion collisions, II.* Nucl. Phys. A748 (2005) 209-225, hep-ph/0408150.
- [47] E.L. Bratkovskaya, W. Cassing, and H. Stoecker. *Open charm and charmonium production at RHIC.* Phys. Rev. C67 (2003) 054905, nucl-th/0301083.
- [48] M. Sitta et al. *Results on  $\psi'$  production in nucleus nucleus collisions at CERN-SPS.* J. Phys. G30 (2004) S1175-S1178, hep-ex/0405056.
- [49] S. Digal, P. Petreczky, and H. Satz. *Quarkonium feed-down and sequential suppression.* Phys. Rev. D64 (2001) 094015, hep-ph/0106017.
- [50] S. Datta, F. Karsch, P. Petreczky, and I. Wetzorke. *Meson correlators above deconfinement.* J. Phys. G31 (2005) S351-S356, hep-lat/0412037.
- [51] W.M. Alberico, A. Beraudo, A. De Pace, and A. Molinari. *Heavy quark bound states above  $T_c$ .* Phys. Rev. D72 (2005) 114011, hep-ph/0507084.
- [52] C.-Y. Wong. *Heavy quarkonia in quark gluon plasma.* Phys. Rev. C72 (2005) 034906, hep-ph/0408020.
- [53] L. Grandchamp, R. Rapp, and G.E. Brown. *In-medium effects on charmonium production in heavy collisions.* Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 212301, hep-ph/0306077.
- [54] S. Digal, S. Fortunato, and H. Satz. *Predictions for  $J/\psi$  suppression by parton percolation.* Eur. Phys. J. C32 (2004) 547-553, hep-ph/0310354.
- [55] P.-M. Dinh, J.-P. Blaizot, and J.-Y. Ollitrault.  *$J/\psi$  suppression in central Pb Pb collisions.* Nucl. Phys. A698 (2002) 579-582, nucl-th/0103083.
- [56] X.-L. Zhu, P.-F. Zhuang, and N. Xu.  *$J/\psi$  transport in QGP and  $p_T$  distribution at SPS and RHIC.* Phys. Lett. B607 (2005) 107-114, nucl-th/0411093.
- [57] A. Capella and E.G. Ferreira.  *$J/\psi$  suppression at  $\sqrt{s} = 200$  GeV in the comovers interaction model.* Eur. Phys. J. C42 (2005) 419-424, hep-ph/0505032.
- [58] L. Grandchamp, R. Rapp, and G. E. Brown. *Medium modifications of charm and charmonium in high-energy heavy-ion collisions.* J. Phys. G30 (2004) S1355-S1358, hep-ph/0403204.
- [59] R. Arnaldi et al. *Anomalous  $J/\psi$  suppression in In-In collisions at 158 GeV/nucleon.* Quark Matter 2005, <http://qm2005.kfki.hu/>.
- [60] H. Pereira Da Costa. *PHENIX results on  $J/\psi$  production in Au + Au and Cu + Cu collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV.* nucl-ex/0510051.

## RÉFÉRENCES

---

- [61] Vi-Nham Tram. *Étude de la production du  $J/\psi$  dans les collisions or-or à 200 GeV par paire de nucléons dans l'expérience PHENIX*. Thèse de doctorat de l'École polytechnique (2006).
- [62] S.S. Adler et al. *Centrality dependence of charm production from single electrons measurement in Au + Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV*. Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 082301, nucl-ex/0409028.
- [63] S.S. Adler et al. *J/psi production and nuclear effects for d+Au and p+p collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV*. Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 012304, nucl-ex/0507032.
- [64] R. Vogt. *Baseline cold matter effects on J/psi production in A A collisions*. nucl-th/0507027.
- [65] A.P. Kostyuk, M.I. Gorenstein, H. Stoecker, and W. Greiner. *Charm coalescence at RHIC*. Phys. Rev. C68 (2003) 041902, hep-ph/0305277.
- [66] E.L. Bratkovskaya et al. *Charmonium chemistry in A + A collisions at relativistic energies*. Phys. Rev. C69 (2004) 054903, nucl-th/0402042.
- [67] A. Andronic et al. *Statistical hadronization of charm in heavy-ion collisions at SPS, RHIC and LHC*. Phys. Lett. B571 (2003) 36-44, nucl-th/0303036.
- [68] F. Karsch, D. Kharzeev, and H. Satz. *Sequential charmonium dissociation*. hep-ph/0512239.
- [69] M.M. Aggarwal et al. *Three pion interferometry results from central Pb + Pb collisions at 158-A-GeV/c*. Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 2895, hep-ex/0008018.
- [70] T. Peitzmann and M.H. Thoma. *Direct photons from relativistic heavy-ion collisions*. Phys. Rept. 364 (2002) 175-246, hep-ph/0111114.
- [71] M. C. Abreu et al. *Low mass dimuon production in proton and ion induced interactions at the SPS*. Eur. Phys. J. C13 (2000) 69-78.
- [72] R. Shahoyan et al. *Charm and intermediate mass dimuons in In+In collisions*. Quark Matter 2005, <http://qm2005.kfki.hu/>.
- [73] David d'Enterria. *Indications of suppressed high  $p_T$  hadron production in nucleus nucleus collisions at CERN-SPS*. Phys. Lett. B596 (2004) 32-43, nucl-ex/0403055.
- [74] F. Antinori et al. *Central-to-peripheral nuclear modification factors in Pb Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  GeV*. Phys. Lett. B623 (2005) 17-25, nucl-ex/0507012.
- [75] A. László and T. Schuster. *High  $p_T$  spectra of identified particles produced in Pb+Pb collisions at 158 GeV/nucleon beam energy*. Quark Matter 2005, <http://qm2005.kfki.hu/>.

# Une matière sous conditions extrêmes aux énergies RHIC

*OU*

## Le fluide était presque parfait

**Christelle Roy** <sup>( $\alpha$ )</sup>

SUBATECH

CNRS/IN2P3, Ecole des Mines de Nantes, Université de Nantes  
4 rue Alfred Kastler – 44 307 Nantes Cedex 03

### **Résumé :**

Depuis 2000, le collisionneur RHIC de Brookhaven produit des faisceaux d'ions lourds les faisant collisionner à des énergies les plus élevées au monde, dans l'optique de créer un plasma de quarks et de gluons. Cet état a été originellement défini comme un milieu constitué de partons libres de toute interaction. Depuis cinq ans, une pléthore de résultats nouveaux et surtout surprenants a été collectée à RHIC. Il est apparu qu'une matière bien atypique y a été créée : une phase partonique semble effectivement avoir été produite et qui plus est, avec des quarks et des gluons qui interagiraient fortement. Des phénomènes ont été mis en évidence pour la première fois dans l'histoire de la physique des ions lourds relativistes tels la suppression des jets de haute énergie ou plus récemment, un comportement collectif de la matière nucléaire que l'on comprend aujourd'hui comme étant celui d'un fluide nucléaire quasiment parfait, le fluide le plus parfait qui n'ait jamais été créé. Aussi est-il tentant d'extrapoler que l'Univers a été liquide quelques fractions de seconde après le Big Bang, le plasma de quarks et de gluons étant supposé être l'état de l'Univers à cet instant.

### **Abstract :**

Since 2000, the RHIC collider in Brookhaven National Laboratory delivers heavy ion beams at the world highest collision energy with the aim to create a quark gluon plasma. This state of matter has been originally defined as a medium in which partons are totally free, without any interaction. Since five years, a huge amount of new results and moreover very surprising ones has been collected at RHIC. The created matter has been found very atypical : it seems that indeed a partonic phase has been formed but with strongly interacting constituents. Some phenomena have been highlighted for the first time in the relativistic heavy ion history such as the jet quenching or more recently a collective behaviour of the nuclear matter which can be understood today as the behaviour of a nearly perfect nuclear fluid, the most perfect fluid which has never been created. It is quite tentative to speculate that the Universe has been liquid a few fraction of second after the Big Bang since the quark gluon plasma is supposed to be the state of our Universe at this precise time.

---

<sup>$\alpha$</sup>  Christelle.Roy@subatech.in2p3.fr

**Pour comprendre :**

AGS : Alternating Gradient Synchrotron  
 BNL : Brookhaven National Laboratory  
 BRAHMS : Broad RAnge Hadron Magnetic Spectrometer experiment at RHIC  
 CERN : Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire  
 LHC : Large Hadron Collider  
 LQCD : Lattice Quantum ChromoDynamics  
 QCD : Quantum ChromoDynamics  
 QGP : Quark Gluon Plasma  
 RHIC : Relativistic Heavy Ion Collider  
 SPS : Super Proton Synchrotron  
 sQGP : strongly coupled (strongly interacting) QGP  
 STAR : Solenoidal Tracker At RHIC  
 $\sqrt{s_{NN}}$  énergie par paire de nucléon dans le centre de masse de la collision

**Table des matières**

1.	Avant-propos .....	263
2.	Il était une fois RHIC .....	264
2.1.	Du QGP au sQGP .....	264
2.2.	Une construction très motivée .....	266
2.3.	Des conditions différentes .....	267
3.	Phénoménologie d'une collision d'ions lourds .....	270
3.1.	Un plasma en laboratoire .....	270
3.2.	Scénario d'une collision d'ions lourds.....	271
4.	Quand RHIC mesure les observables du BEVALAC.....	274
4.1.	Multiplicité des particules .....	274
4.2.	Densité d'énergie .....	276
4.3.	Les degrés de liberté longitudinal et transverse .....	276
5.	Le régime « doux ».....	278
5.1.	Une production étrange.....	278
5.2.	Propriétés chimiques.....	281
5.3.	Propriétés dynamiques.....	283
6.	Le régime « dur » .....	287
6.1.	Emprisonnement des jets.....	287
6.2.	Radiation .....	291
6.3.	Saturation .....	294
7.	RHIC en trois actions .....	296
7.1.	Ce qu'il reste à faire .....	296
7.2.	Ce qui ne sera pas fait... en France.....	297
7.3.	Ce qui a été fait .....	298
8.	Références bibliographiques .....	300

# 1. Avant-propos

C'est un état de la matière nucléaire bien étrange que les physiciens s'évertuent à créer auprès des accélérateurs et collisionneurs de particules et ceci depuis près de vingt-cinq ans. La théorie de la QCD sur réseaux a prédit que sous des conditions de densités d'énergie et de températures extrêmes, atteintes lors de collisions d'ions lourds les plus violentes, les partons constituant la matière nucléaire ordinaire dite hadronique, devraient se désolidariser les uns des autres, créant ainsi cet état si particulier qui fut appelé plasma de quarks et de gluons, le QGP (Quark Gluon Plasma). Il est par ailleurs communément admis aujourd'hui, que cet état aurait prévalu quelques fractions de seconde après le Big Bang. En étudiant cette matière, le cadre de la physique nucléaire est largement dépassé puisque l'un de ses domaines connexes, celui de l'astrophysique, est également concerné par sa mise en évidence. Parallèlement à sa recherche en laboratoire, les astrophysiciens scrutent l'Univers afin de déceler la présence d'étoiles de quarks qui contiendraient les stigmates des premiers instants de l'Univers. Un candidat avait été annoncé en 2002 par un groupe d'astrophysiciens, suscitant un vif intérêt de la part de la communauté scientifique mais a été, hélas, démenti depuis.

Côté laboratoire, la recherche n'est pas plus aisée si l'on constate que les premières expériences d'ions lourds relativistes ont eu lieu au début des années 80. Avec le temps, le changement de machine s'est accompagné d'une montée en énergie : du Bevalac au LBNL de Berkeley opérant à une énergie de  $\sqrt{s_{NN}} \approx 1$  GeV, à l'AGS du BNL à Brookhaven avec  $\sqrt{s_{NN}} = 5$  GeV, au SPS du CERN à Genève avec  $\sqrt{s_{NN}} = 17$  GeV jusqu'au  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV de l'actuel RHIC du BNL. LHC prendra le relais en 2007 avec une énergie nominale égale à  $\sqrt{s_{NN}} = 5,5$  TeV : le cours de Pascal Dupieux propose une revue de la physique que les physiciens se préparent à y étudier.

Jusqu'à ce début de siècle, aucune preuve décisive n'a pu être apportée quant à la formation de ce plasma de quarks et de gluons bien que les expériences auprès du SPS y ont vu des signes de sa présence. Le cours de Raphaël Granier de Cassagnac décrit quels ont été les signes les plus criants de la présence de phénomènes anormaux et suspectés liés à la formation du QGP : l'augmentation de la production d'étrangeté et surtout, la suppression de la production de saveurs lourdes comme la résonance  $J/\psi$ . Au RHIC, nous allons le voir, une matière bien atypique a été créée et si le terme de plasma n'y est que rarement et prudemment associé, c'est indubitablement une matière intrigante et qui ne ressemble à rien d'autre sur Terre ou qui ait pu être créée auparavant. J'exposerai les phénomènes les plus marquants de RHIC et comparerai, dès que cela est possible, à leurs équivalents du SPS. Cet aller-retour entre SPS et RHIC est essentiel car non seulement la physique de RHIC se comprend aujourd'hui en regardant les mesures antérieures mais aussi car ce sont bien souvent les nouvelles analyses faites à RHIC qui ont conduit à un retour sur les interprétations voire sur les analyses des données du SPS.

Pour les aspects théoriques relatifs à la matière dite QCD, je renvoie le lecteur aux cours de Patrick Aurenche et de Olivier Pène. Francesca Gulminelli apporte dans son cours des explications très claires quant aux transitions de phase, leur nature et leurs caractéristiques et il serait bien utopique et même prétentieux de ma part de prétendre faire mieux que ces experts.

Ce cours commence par relater les motivations des physiciens et des financeurs qui ont souhaité la construction de RHIC après le vaste programme du SPS dédié à la recherche du QGP. Je résume ensuite les résultats concernant les observables dites du Bevalac, c'est-à-dire des observables globales (comme la multiplicité des particules, la densité d'énergie ou encore les distributions de rapidité ou d'impulsion transverse) qui sont relativement « faciles » à mesurer et qui permettent de dire très rapidement si oui ou non les physiciens font bonne route vers le QGP. Puis, à l'image de la séparation quelque peu caricaturale qui est faite habituellement lors des exposés sur la physique de RHIC, je distingue deux aspects : la physique dite « tendre » ou « molle » ou « douce » (je laisse le lecteur jugé de la traduction peu heureuse de *soft physics*) gouvernée par les particules dont les impulsions sont relativement modestes, inférieures à 2 GeV/c, mais qui représentent plus de 99% de la production des hadrons ; puis la physique « dure » (de l'anglais *hard physics*) venant des particules d'impulsion transverse très élevée, de 6 à 20 GeV/c. Nous verrons que la matière de RHIC, avec les propriétés que nous lui connaissons à l'heure actuelle, n'est comparable en rien à ce qui existe déjà sur Terre ou qui ait pu être observé dans l'Univers. Ce cours s'achèvera sur les perspectives de physique du collisionneur RHIC puis une tentative de conclusion sur la nature de la matière créée à RHIC, autrement dit, si oui ou non un QGP a été découvert à RHIC.

## 2. Il était une fois RHIC

### 2.1. Du QGP au sQGP

Au milieu des années soixante-dix, des théoriciens s'intéressent au domaine des hautes températures et stipulent que sous certaines conditions, la matière nucléaire hadronique doit « se fondre », conduisant à la libération des quarks et des gluons [Col75]. Collins et Perry écrivent :

*« Our basic picture then is that matter at densities higher than nuclear consists of a quark soup. The quarks become free at sufficiently high density ».*

Dans sa revue datant de 1980 sur « la chromodynamique quantique et la théorie de la matière super-dense » [Shu80], Shuryak propose d'appeler cet état, le **Plasma de Quarks et de Gluons**, qui répondra aux acronymes PQG ou **QGP** :

*« When the energy density exceeds some typical hadronic value ( $\sim 1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ ), matter no longer consists of separate hadrons (protons, neutrons, etc.), but of their fundamental constituents, quarks and gluons. Because of the apparent analogy with similar phenomena in atomic physics we may call this phase of matter the QCD (or quark-gluon) plasma. »*

Ce que RHIC a apparemment révélé et c'est ce que nous allons découvrir dans ce cours, c'est qu'il ne s'agirait plus d'un QGP mais d'un **sQGP**, « s » étant pour **Strongly coupled** ou encore **Strongly interacting QGP**. Les résultats de RHIC tendent à montrer en effet que les quarks et les gluons seraient soumis à des interactions contrairement aux définitions des premières heures du plasma.

Mais avant d'en arriver là, et surtout, pour pouvoir y arriver, il a fallu plus de vingt ans de recherche et en particulier le vaste programme expérimental du CERN dont les

principaux jalons sont décrits dans le cours de Raphaël Granier de Cassagnac. Reprenons nos habitudes de physiciens des ions lourds et présentons le diagramme des phases de la matière nucléaire dans le plan température  $T$  – potentiel chimique baryonique<sup>1</sup>  $\mu_B$ , afin de comparer les domaines nucléaires couverts à RHIC et au SPS.

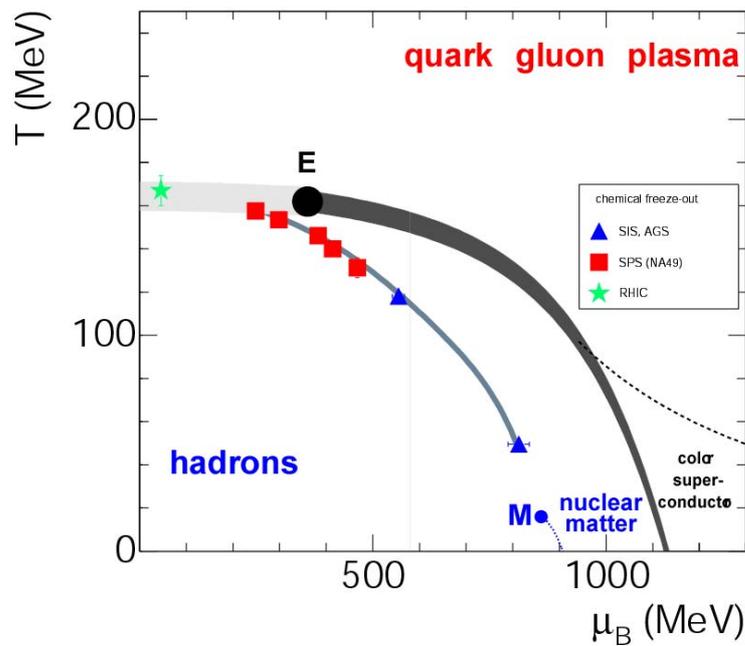


Figure 1 : Diagramme des phases de la matière nucléaire dans le plan température – potentiel chimique baryonique. Les symboles représentent les valeurs des quantités thermodynamiques obtenues à partir des données expérimentales de RHIC, du SPS et de l'AGS. Deux courbes donnent les prédictions de deux approches théoriques : l'une est donnée par Fodor et Katz avec leurs calculs de QCD sur réseaux (la plus marquée des deux courbes), l'autre montre les prédictions d'un modèle thermique (voir plus loin). E localise la présence d'un point tricritique dans ce diagramme.

La figure 1 présente ce diagramme avec ses diverses phases. La région située aux basses températures et à un potentiel baryonique proche de 850 MeV correspond à la matière nucléaire ordinaire. En augmentant la densité d'énergie du système par compression ou par échauffement, la matière se transforme en un gaz de hadrons dans lequel les nucléons interagissent, forment des pions, des états excités de proton ou neutron (les résonances  $\Delta$ ) et d'autres hadrons. En élevant davantage la densité d'énergie, la transition de phase du gaz de hadrons vers un plasma de quarks et de gluons est attendue. Cette transition serait de type crossover c'est-à-dire sans singularité dans la variation des grandeurs thermodynamiques.

Si l'on s'intéresse maintenant à la formation de l'Univers primordial, la transition d'un état de déconfinement vers un gaz de hadrons aurait eu lieu à un potentiel baryonique pratiquement nul, tandis qu'à des températures proches de zéro, les étoiles à neutrons, suite à leur effondrement, présentent des densités baryoniques

<sup>1</sup> Le potentiel chimique baryonique  $\mu_B$  traduit la variation d'énergie  $E$  du système quand le nombre baryonique total  $N_B$  (baryons – antibaryons) augmente d'une unité, soit  $\mu_B = \delta E / \delta N_B$

extrêmes ( $\mu_B > 1200$  MeV) conduisant à une sorte de chevauchement des hadrons, leur faisant ainsi perdre toute individualité. Enfin, une phase de supraconductivité de couleur pourrait siéger aux plus hautes valeurs de potentiels chimiques.

Comme l'indique l'étoile sur le diagramme, à RHIC, le potentiel chimique était attendu très faible et nous verrons que cela a été le cas. En revanche, au SPS, les énergies ne permettaient pas d'obtenir un si faible potentiel (les antiparticules n'ont pas été créées aussi nombreuses qu'à RHIC) mais il est important de souligner que le SPS a permis d'explorer une très large région du diagramme des phases. Et c'est certainement grâce aux nombreuses données collectées à cette énergie qu'il a été possible de comprendre plus amplement ce qui se passait à RHIC.

A la fin des années 70 donc, le cadre théorique était défini mais il restait à le raffiner. Aux énergies inférieures à environ 1 GeV, la seule façon d'obtenir des prédictions fiables à partir de la QCD non-perturbative, est de la formuler sur un espace-temps discrétisé : c'est la QCD sur réseaux (LQCD). Ici, il faut se référer aux cours de Patrick Aurenche et de Olivier Pène. Je souligne cependant que la densité d'énergie (normalisée à la température puissance quatrième) n'atteint jamais les valeurs obtenues pour un gaz de Stefan-Boltzmann, quelle que soit la température considérée, c'est-à-dire un gaz dans lequel les constituants sont sans interaction [Kar02]. L'écart est de l'ordre de 20% indépendamment des hypothèses formulées sur les saveurs des quarks dans le calcul. Ici réside la première indication que peut-être les partons pouvaient interagir entre eux. Il faudra également se souvenir que les valeurs<sup>2</sup> de températures et de densités d'énergie auxquelles aurait lieu la transition d'une phase hadronique à partonique sont respectivement de l'ordre 173 MeV et de 1 GeV/fm<sup>3</sup>.

## 2.2. Une construction très motivée

Les performances de la « machine » RHIC sont impressionnantes. Il faut dire que pour voir le jour, RHIC devait présenter des atouts majeurs pour la recherche du QGP tandis que les expériences du SPS étaient en plein fonctionnement.

La pré-histoire de RHIC débute en 1963 à Berkeley où lors d'une réunion, des physiciens débattent des avantages d'avoir des anneaux de stockage pour fonctionner en mode collisionneur qui permettrait de fournir des énergies dans le centre de masse de la collision bien supérieures à ce qu'autorisent les collisions sur cible fixe. Si de tels anneaux paraissaient réalisables, l'idée n'a cependant pas été retenue, certains jugeant que des anneaux de stockage n'offraient pas la même polyvalence qu'un accélérateur de protons à la même énergie. En 1970 a lieu une nouvelle revue de projet et cette fois-ci, l'enthousiasme est au rendez-vous. Deux anneaux de stockage seront construits sur le site de Brookhaven et l'AGS servira d'injecteur. Le projet est baptisé Isabelle et la construction démarre en 1974. Jusqu'en 1979, ce programme n'en est pas moins que la première priorité scientifique au plan national. Mais en 1981, des problèmes techniques surviennent sur la fabrication des aimants supraconducteurs et ils sont tels qu'Isabelle doit être remplacé par un nouveau design de machine : ce sera le Colliding Beam Accelerator.

---

<sup>2</sup> Des calculs récents montrés à la conférence Quark Matter 2005 donnent des températures sensiblement plus élevées mais compte-tenu des larges barres d'erreur, les variations peuvent être oubliées.

Mais en 1983, le Congrès refuse son financement préférant allouer les crédits au projet Superconducting Super Collider, une sorte de précurseur du LHC avec une circonférence d'environ 80 km et sensé délivrer des faisceaux de 20 TeV (l'ironie de cette histoire réside dans le fait que ce projet sera lui aussi abandonné mais en 1993).

En 1984, les physiciens de Brookhaven ne se découragent pas et proposent pour leur laboratoire le projet RHIC qui sera destiné à la recherche du plasma de quarks et de gluons. Afin de rivaliser avec le programme du CERN, RHIC présente des caractéristiques qui, si l'on en croit les théoriciens, devraient permettre de former ce QGP... à coup sûr. En 1991, la première pierre de RHIC est posée !

### 2.3. Des conditions différentes

Avec une circonférence de 3,8 km (photographie de la figure 2), RHIC possède une capacité unique au monde : celle de permettre des collisions d'ions lourds (symétriques et asymétriques, de proton à Au avec des énergies variant de  $\sqrt{s_{NN}} = 19$  à 200 GeV) mais également de faisceaux de protons polarisés avec une énergie allant jusqu'à 0,5 TeV.

Les deux faisceaux de RHIC se rencontrent en quatre points d'impact autours desquels sont placés quatre détecteurs : PHENIX<sup>3</sup> et STAR, les plus imposantes, BRAHMS et PHOBOS<sup>4</sup> de taille plus modeste, ont adopté **des approches sensiblement différentes** pour étudier le déconfinement de la matière nucléaire, ce qui fait un **atout de taille pour RHIC** :

- STAR se concentre sur les mesures de production de hadrons sur un vaste domaine d'angle solide pour étudier les distributions de spectres de particules variées ainsi que des observables globales, événement par événement.
- PHENIX a pour objectif les mesures de production de leptons, photons et a accès également aux mesures des hadrons sur un domaine limité en pseudo-rapacité et en angle azimutal.
- BRAHMS peut mesurer de façon systématique la production de hadrons.
- PHOBOS se focalise sur les mesures des spectres et l'identification de tout type de particules ainsi que leurs corrélations.

---

<sup>3</sup> Le nom PHENIX vient de PHOENIX car cette expérience est née des cendres de trois expériences dont les lettres d'intention avaient été déposées mais non approuvées.

<sup>4</sup> PHOBOS est la seule expérience du RHIC dont le nom n'est pas un acronyme. L'expérience originelle MARS (Modular Array for RHIC Spectroscopy) n'ayant pas été approuvée, un autre dispositif possédant des caractéristiques similaires a, lui, été retenu et a été baptisé du nom de l'une des lunes de la planète MARS.

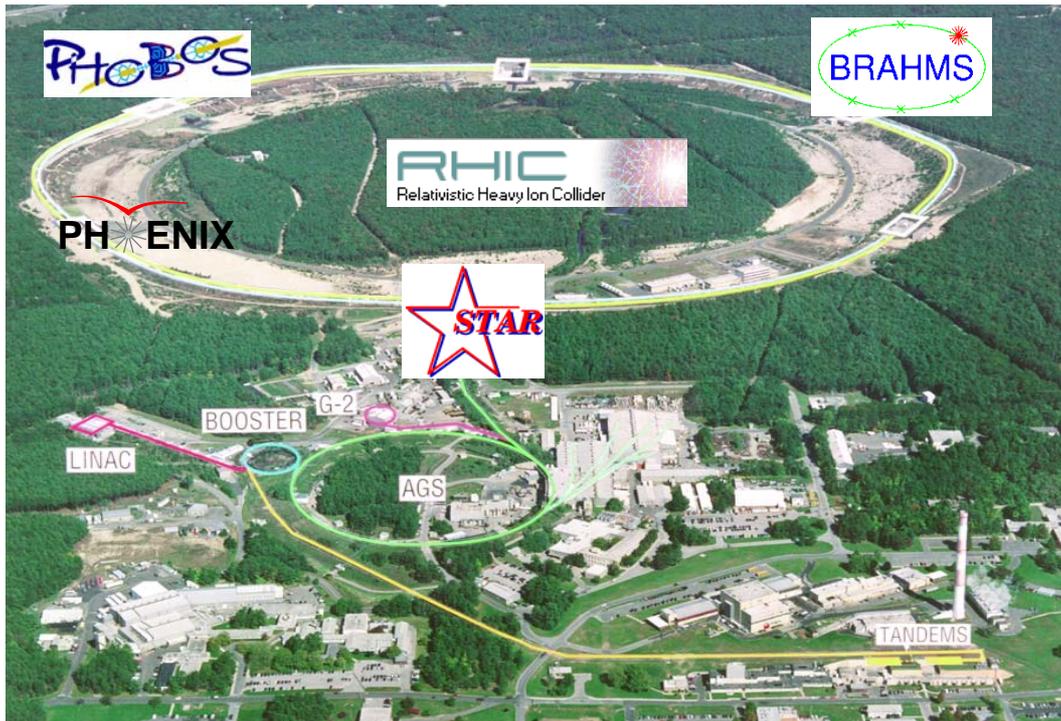


Figure 2 : Vue aérienne du complexe RHIC avec ses deux anneaux concentriques de 3,8 km de circonférence et ses quatre expériences, BRAHMS à 2h, STAR à 6h, PHENIX à 8h et PHOBOS à 10h. Au premier plan de la figure sont visualisées les diverses machines (TANDEMS, AGS, LINAC, BOOSTER, G-2) qui servent à la production des faisceaux du RHIC.

Les descriptions techniques détaillées de ces expériences peuvent être trouvées sur les sites Internet [Web]. Ce qu'il faut signaler ici c'est que même si chacune de ces expériences a chacune ses spécificités la rendant ainsi parfois tout à fait complémentaire, il a également été possible de réaliser, pour ne pas dire vérifier, certaines mesures par les quatre expériences indépendamment (ce qui était totalement exclu avec les expériences du SPS) permettant ainsi de conforter les observations des physiciens.

RHIC a délivré ses premiers faisceaux en juin 2000 et a depuis permis cinq campagnes de mesures appelées « Run », répertoriées dans le tableau 1.

Le tableau 2 compare les observables (estimées ou mesurées selon les cas) du SPS et de RHIC pour les collisions d'ions lourds les plus centrales réalisées aux énergies nominales des deux machines. L'énergie nominale par paire de nucléon (dans le centre de masse de la collision) à RHIC est plus de 10 fois supérieure à celle du SPS. Naturellement, le nombre de particules créées par unité de rapidité  $y$  est plus élevé mais nous reviendrons sur le fait surprenant que la différence n'est pas non plus très marquée. La densité d'énergie est attendue bien plus importante : à RHIC, elle excède très franchement la valeur de densité prédite pour la transition vers une phase de déconfinement. Au SPS, les conditions sont plus proches que celles prédites par QCD, ceci suggérant que si certaines manifestations n'ont pas été vues contrairement à RHIC, c'était peut-être en raison de conditions trop limites. Avec les densités d'énergie de RHIC, les propriétés du QGP sont attendues bien plus favorables puisque son temps de vie sera plus long et son volume plus important. Avec ces propriétés qualitativement différentes, RHIC devait créer « quelque chose » de ... différent.

Run	Années	Systèmes	$\sqrt{s_{NN}}$ (GeV)	Physique
I	2000	Au–Au Au–Au	55,87 130,4	Premiers aperçus des collisions à RHIC.
II	2001 – 2002	Au–Au Au–Au Au–Au p–p	130,4 200,0 19,59 200,0	Propriétés globales, distributions de particules selon les rapidités, impulsions transverses, centralités... Premiers aperçus de la physique dure. Premier lien avec l'énergie du SPS.
III	2002 – 2003	d–Au p–p	200,7 200,0	Comparaison avec les données Au–Au. Physique à petits x de la matière froide.
IV	2003 – 2004	Au–Au Au–Au p–p	200,0 62,4 200,0	Longue prise de données pour avoir les statistiques maximales, les événements rares et un balayage en énergie.
V	2004 – 2005	Cu–Cu Cu–Cu Cu–Cu p–p	22,4 62 200 200	Etudes comparatives, pour déceler les effets de volume, de surface et de centralité et regarder en fonction de l'énergie de collision.

Tableau 1 : Campagnes de faisceaux du RHIC répertoriées selon les années, systèmes et énergies de collisions ainsi que les points de physique qui ont été planifiés et atteints.

Collisions A-A centrales	SPS	RHIC
$\sqrt{s_{NN}}$ (GeV)	17	200
$dN_{ch}/dy$	500	850
$\varepsilon$ (GeV/fm <sup>3</sup> )	2.5	4 – 5
Volume du QGP (fm <sup>3</sup> )	10 <sup>3</sup>	7.10 <sup>3</sup>
Temps de vie du QGP (fm/c)	< 1	1.5 – 4.0
Temps d'équilibration du QGP (fm/c)	~ 1	~ 0.5

Tableau 2 : Comparaison SPS-RHIC (de haut en bas) des : énergies par paire de nucléon dans le centre de masse, nombres de particules chargées par unité de rapidité, densités d'énergie, volumes du QGP, temps de vie du QGP et le temps mis pour atteindre la phase QGP.

Les cinq campagnes de mesures de RHIC ont été jugées par la communauté scientifique spectaculaires avec des découvertes majeures comme nous le verrons et un nombre impressionnant de publications (près de 150 et des milliers de citations). Les résultats obtenus lors des trois premières années de fonctionnement de RHIC sont consignés dans un numéro spécial de Nuclear Physics A [NPA03].

## 3. Phénoménologie d'une collision d'ions lourds

### 3.1. Un plasma en laboratoire

Comme cela a été introduit dans le cours de Raphaël, réaliser des **collisions d'ions lourds à des énergies relativistes** est la seule façon (connue à ce jour) de parvenir à créer un plasma de quarks et de gluons en laboratoire : les ions lourds apportent la densité baryonique nécessaire tandis que les énergies permettent d'atteindre des pressions et températures suffisantes pour le déconfinement.

Toujours dans les années 70, parallèlement à l'apparition des premières théories, un groupe d'une trentaine de physiciens procédait à des collisions d'ions lourds relativistes sur cible fixe, à des énergies allant jusqu'à 2 GeV/n, auprès du complexe Bevalac au LBNL près de San Francisco. Sa motivation était d'exploiter les travaux des théoriciens de Livermore, Francfort ou encore de Los Alamos préconisant que de telles collisions permettaient de créer une « onde de choc comprimant » le large volume de matière nucléaire formé dans la zone de recouvrement des noyaux en interaction et partant, d'investiguer les propriétés d'une matière hadronique soumise à de fortes pressions et températures. L'idée sous-jacente était là aussi, d'élaborer une équation d'état. Dans ce cours, il ne serait pas approprié de transcrire longuement les résultats qui y ont été obtenus. En revanche, je me référerai aux écrits de Stock assurant que la physique des ions lourds aujourd'hui hérite copieusement des expériences qui se sont déroulées au Bevalac jusqu'en 1984 [Sto04]. Il donne deux arguments à cela : les physiciens d'aujourd'hui essaient, premièrement de trouver des observables qui gardent la mémoire de leur formation lors des toutes premières étapes de la collision et deuxièmement, de rechercher des signaux qui se sont construits tout au long des différentes étapes de l'évolution dynamique de la collision.

Expérimentalement, la démarche adoptée est la suivante : des observables sont mesurées dans les collisions où les conditions sont optimales pour créer un QGP c'est-à-dire dans les collisions les plus frontales, les plus centrales, mettant en jeu les ions les plus lourds possible, or ou plomb. Puis, les mêmes observables sont mesurées dans des collisions pour lesquelles les conditions ne sont certainement pas réunies pour permettre la création d'un plasma, c'est-à-dire des collisions avec des ions plus légers (proton-proton ou proton-Noyau) ou à des énergies plus faibles. Il faudra ensuite tenter de déceler des comportements atypiques, de les interpréter et s'ils peuvent s'expliquer ou non par la présence d'un QGP. Celui-ci n'étant formé que pendant un temps très furtif, il est totalement exclu de l'étudier directement. Insistons sur le fait que ce qui est à la disposition des expérimentateurs, c'est la mesure des hadrons dans les détecteurs, c'est-à-dire en fin de chaîne. C'est justement cette chaîne qu'il faudra remonter afin de savoir ce qui a pu se passer à son début. C'est notamment ce point qui justifie la pertinence des mesures des particules multi-étranges : en effet, elles sont sensées avoir de faibles sections efficaces d'interaction et par conséquent, elles devraient parvenir dans les détecteurs avec des propriétés, dynamiques ou chimiques, acquises au tout début de la collision voire durant la phase partonique si tant est qu'elle ait eu lieu.

### 3.2. Scénario d'une collision d'ions lourds

Malheureusement, il n'existe pas de formalisme unique capable de décrire une collision noyau–noyau à haute énergie. La figure 3 schématise le scénario sur lequel la majorité des physiciens des ions lourds relativistes s'accorde aujourd'hui, un scénario se déroulant en plusieurs étapes [Bjo83, Sat92] et qu'il s'agira de comprendre de la façon la plus complète possible.

Après une phase de pré-équilibre qui durerait environ 1 fm/c, le système dense et chaud est supposé atteindre un équilibre thermique. Si la densité d'énergie est suffisamment élevée, un QGP peut être formé et perdurer pendant environ 5 fm/c. Puis, à mesure que le temps s'écoule, les températures et les pressions diminuent. Une phase mixte s'instaure pendant 10 à 20 fm/c. Les degrés de liberté partoniques se combinent alors ensemble pour former des hadrons. Ce gaz de hadrons est le siège d'interactions inélastiques et élastiques et là, deux instants sont distingués. Tout d'abord, l'instant où les interactions inélastiques cessent, est dénommé **gel** (ou **freeze-out**) **chimique** : la composition chimique des constituants est fixée ; puis l'instant où les interactions élastiques s'interrompent à leur tour correspond au **gel** (ou **freeze-out**) **cinétique**<sup>5</sup> : les hadrons n'interagissent plus et volent librement jusqu'à leur ultime interaction dans les détecteurs. La durée entre les deux *freeze-out* est sujette à caution : elle varie selon les modèles, certains préconisant même leur simultanéité [Bro01], d'autres défendant une séquence d'occurrence basée sur le fait que ce sont les processus les plus rares qui vont s'arrêter en premier donc les interactions inélastiques. Par exemple, des calculs faits avec le modèle UrQMD [Ble02] montre qu'après la première étape de pré-équilibre, les collisions inélastiques dominent avant que les collisions élastiques et pseudo-élastiques deviennent majoritaires. Ce changement peut être interprété comme l'instant où se produit le *freeze-out* chimique.

Toutefois, avant que le système parvienne au *freeze-out* cinétique, il est donc le siège de nombreuses interactions. Ces interactions vont avoir pour conséquence de générer des **phénomènes de flot** ou **phénomènes** dits **collectifs**, qui traduisent l'émission de matière dans des directions privilégiées de l'espace de phase. En effet, ils trouvent leur origine dans l'existence d'un gradient de pression induit dans la zone de recouvrement des noyaux en collision. Les interactions éjectent les constituants et comme elles sont abondantes, elles induisent une vitesse de flot commune (collective) à tous ces constituants. Le flot est donc directement sensible à l'ampleur des interactions et les distributions en impulsion transverse des particules sont le résultat de la combinaison d'un mouvement aléatoire qui peut être quantifié par la température au *freeze-out* cinétique et d'un mouvement lié à une composante collective quantifiée par une vitesse de flot.

Ces phénomènes de flot trouvent également leur importance en terme d'informations qu'ils sont susceptibles d'apporter car **ce sont ces interactions qui vont éventuellement permettre au système d'aboutir à un équilibre thermique**, et ceci relativement rapidement, c'est-à-dire dans la limite de temps de vie du système.

---

<sup>5</sup> Le terme « thermique » est souvent utilisé également au lieu de cinétique.

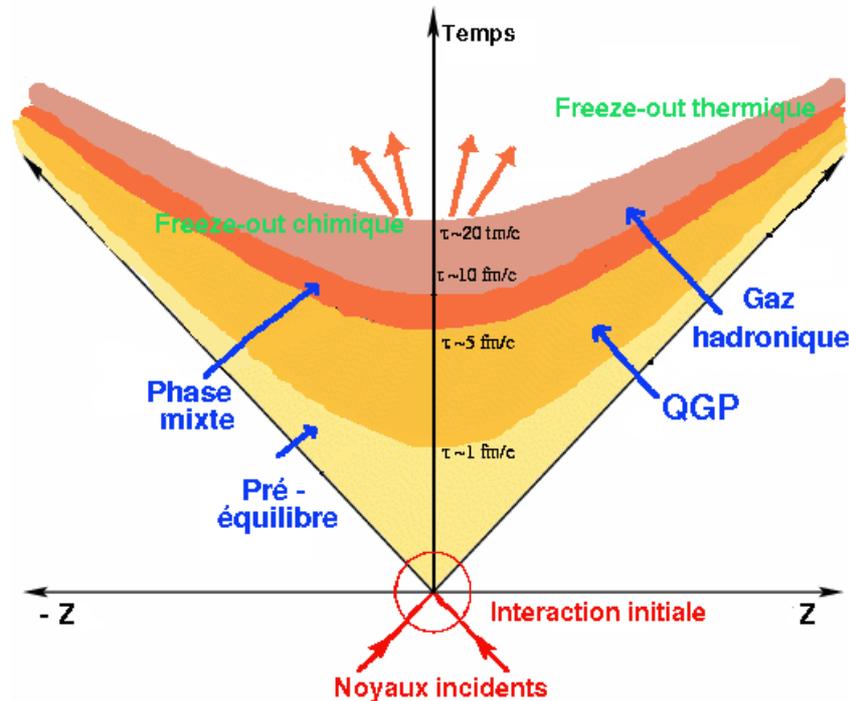


Figure 3 : Evolution temporelle d'une collision d'ions lourds en fonction de son expansion longitudinale et du temps. Les noms et durées des diverses phases (pré-équilibre, mixte, plasma, gaz hadronique) sont indiqués ainsi que les deux instants particuliers que sont les freeze-out chimique et cinétique (thermique).

Les phénomènes collectifs ont été observés pour la première fois au Bevalac [Gus84] puis à SIS<sup>6</sup> [Rei97] et sont d'ailleurs relativement bien compris à ces énergies où ils reflètent purement les propriétés d'une matière hadronique dense. A plus haute énergie, et dans des collisions non-centrales, le gradient de pression séjournant dans la zone de recouvrement des noyaux incidents, possède initialement une asymétrie azimutale qui transforme l'anisotropie au départ spatiale en une anisotropie dans l'espace des impulsions. Ces phénomènes ont été appelés flot elliptique en raison de la forme en amande prise par le système en expansion.

En outre, le flot est une grandeur additive et par conséquent, elle est accumulée tout au long de l'évolution du système, la rendant ainsi potentiellement sensible à l'équation d'état. Il pourrait par exemple résulter d'une composante partonique superposée à une composante hadronique. Toute la difficulté sera de parvenir à séparer les deux composantes.

La description du scénario auquel il est possible de s'attendre lors d'une collision d'ions lourds relativistes, même si elle est synthétique, dénote de complexité et des difficultés à venir, théoriques et expérimentales.

Au plan théorique tout d'abord car en effet, il n'existe pas, aujourd'hui, de formalisme unique capable de décrire les différentes étapes. Les diverses approches théoriques auront leur propre domaine d'applicabilité et les résultats obtenus à RHIC que je

<sup>6</sup> Le synchrotron SIS est implanté au GSI (Gesellschaft für Schwere Ionen) de Darmstadt en Allemagne et délivre des faisceaux d'ions lourds à des énergies inférieures à 2 GeV/nucéon.

présenterai dans les chapitres suivants en donnant une démonstration sans appel. La figure 4 présente de manière très sommaire les régimes selon le domaine en impulsion transverse couvert. En guise de repère, les accélérateurs et collisionneurs sont également indiqués, accélérateur passé comme le SPS, collisionneurs actuel comme RHIC et futurs comme LHC et RHIC-II.

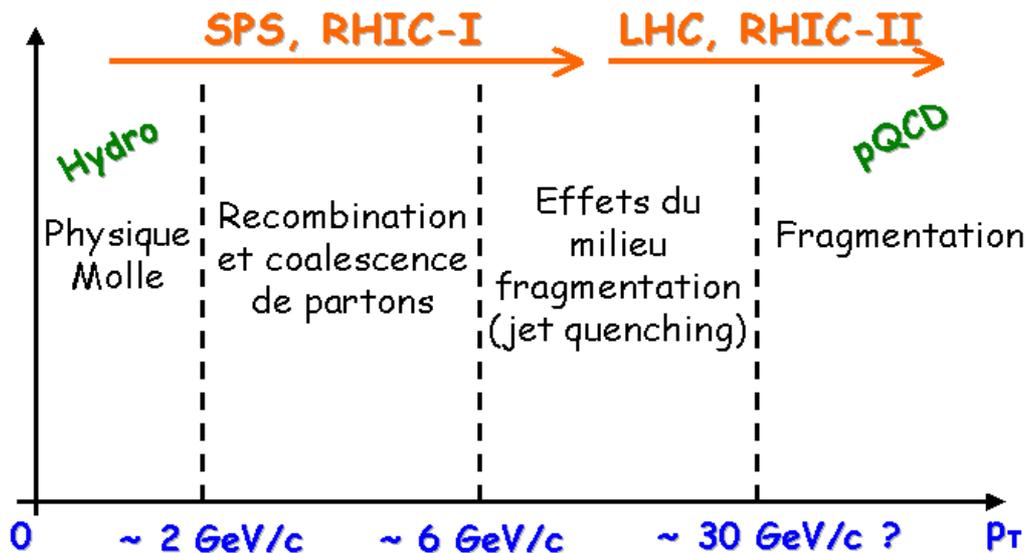


Figure 4 : Les différents régimes d'une collision d'ions lourds aux énergies ultra-relativistes et les domaines d'applicabilité de quelques approches théoriques.

- Aux plus basses valeurs, c'est le domaine de la physique dite molle, celui où peut s'appliquer l'hydrodynamique. Les processus donc les observables associées doivent évoluer comme le **nombre de participants** ( $N_{\text{part}}$ ) : les énergies relativement modérées vont limiter fortement le nombre d'interactions possible pour un nucléon si bien qu'il correspond en moyenne au nombre de participants.
- Aux plus hautes valeurs d'impulsions transverses en revanche, la physique dite dure règne et la QCD perturbative est applicable. Les phénomènes dans ce régime sont attendus évoluer davantage comme le **nombre de collisions binaires**<sup>7</sup> ( $N_{\text{bin}}$  ou  $N_{\text{coll}}$ ) : cette fois-ci, les impulsions sont si élevées qu'un nucléon peut interagir plusieurs fois car même s'il perd de l'énergie, il peut lui en rester suffisamment pour renouveler ses interactions et dans ce cas, le nombre de collisions qu'il subit est loin du nombre de participants qu'il ne serait pas judicieux d'utiliser.

<sup>7</sup>  $N_{\text{part}}$  et  $N_{\text{bin}}$  calculés à partir du modèle de Glauber sont introduits dans le cours de Raphaël Granier de Cassagnac.

- Aux impulsions transverses intermédiaires, deux régions sont indiquées : dans l'une, devraient dominer les phénomènes de coalescence, dans l'autre les effets de milieu et de fragmentation. Ceci est très schématique bien sûr car sinon, ce ne serait en fait pas si compliqué que cela.... Nous reviendrons plus en détail sur ce point lors de l'interprétation des résultats de RHIC.

Au plan expérimental, les difficultés liées aux différentes étapes de l'évolution de la collision se retrouvent dans les observables qu'il faudra rechercher pour caractériser au mieux ces différentes étapes et qu'il faudra mesurer, avec le problème supplémentaire qu'elles aussi diffèreront selon l'étape de collision à laquelle elles se rapportent. Malgré la non-trivialité de cette physique, des résultats expérimentaux majeurs ont cependant été produits permettant une avancée, majeure également, dans notre compréhension de cette physique.

Dans le cours de Raphaël sont décrites les observables donc les phénomènes physiques qui sont apparus les plus marquants au SPS, donc dans le secteur de l'étrangeté et du charme. Il regarde également le devenir de ces observables aux énergies RHIC. Pour ma part, la démarche est en quelque sorte inversée puisque je me concentre sur les effets majeurs de RHIC qui pour la plupart n'ont que peu ou pas été observés au SPS : la suppression des jets, le flot partonique et les photons thermiques.

## 4. Quand RHIC mesure les observables du BEVALAC

### 4.1. Multiplicité des particules

Lors de la conférence Quark Matter de Turin en 1999 précédant le démarrage du RHIC, différents théoriciens [Bas99] ont saisi l'unique opportunité, on peut même dire le risque, de présenter leurs prédictions, pour changer une fois n'est pas coutume, des plus habituelles « post-dictions » des énergies de l'AGS et du SPS. Dans ses remarques de conclusion, Gyulassy soulignait les « variations considérables des prédictions traduisant l'ignorance des théoriciens quant aux conditions initiales et particulièrement sur leur composante douce » c'est-à-dire celle correspondant à des impulsions transverses inférieures à 2 GeV/c.

Les observables globales basées sur la mesure des particules venant du « gros de la réaction », traduction peu heureuse de *bulk* en anglais (d'ailleurs, je garderai le terme *bulk*), comme les densités de rapidité de la multiplicité de hadrons ou d'énergie transverse, peuvent être vues comme des baromètres ou thermomètres des dynamiques qui prennent place très tôt dans la collision. Ces observables peuvent en effet être reliées à des quantités comme les densités d'énergie ou d'entropie fournissant ainsi des contraintes significatives sur ce que doivent être les conditions initiales. En conséquence, elles vont permettre de contraindre très fortement les modèles.

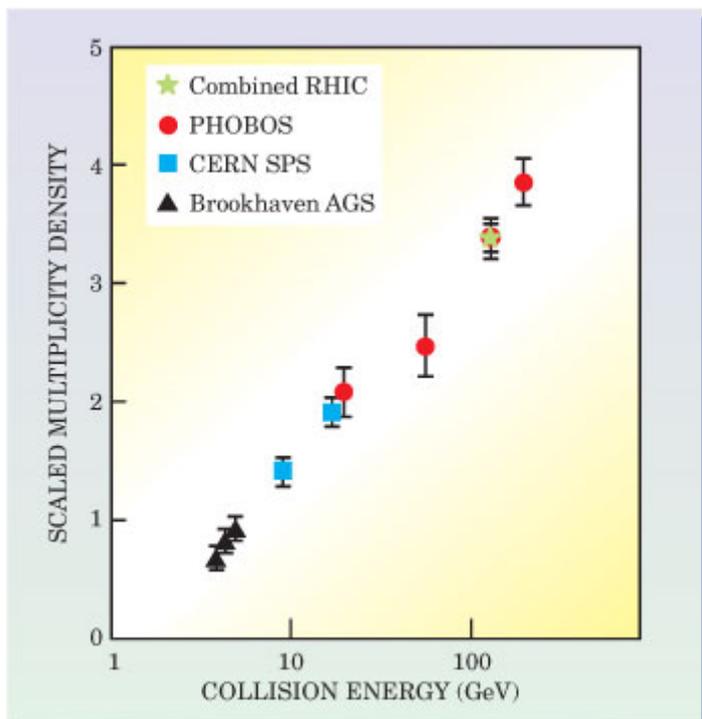


Figure 5 : Densités de particules chargées dans les collisions d'ions lourds de l'AGS, du SPS et de RHIC (mesures de PHOBOS et des quatre expériences combinées) en fonction de l'énergie de collision. Les densités sont divisées par le nombre moyen de nucléons participants.

La figure 5 présente la densité de particules chargées émises à des pseudo-rapidités<sup>8</sup> telles que  $|\eta| < 1$ , par paire de nucléons participants, dans les collisions Au–Au de l'AGS [Ahl00, Bac02, Kl03], Pb–Pb du SPS [Ant04] et Au–Au de RHIC [Bac00, Bac04] en fonction de l'énergie de collision par nucléon dans le centre de masse. Avec des valeurs plus basses que celles prédites à Turin en 1999, les données de RHIC mesurées par PHOBOS suivent une « simple » extrapolation logarithmique des données à plus basses énergies et sont plus élevées d'un facteur deux par rapport à la densité de particules à l'énergie nominale du SPS. Ce résultat, sujet de la première publication de RHIC, a constitué une surprise dans la communauté qui attendait plutôt une explosion du nombre de particules par unité de rapidité. Une surprise effectivement car l'habitude était plutôt aux évolutions d'observables présentant des sauts importants voire des ruptures telles que prédites par les promoteurs de la transition de phase du premier ordre. Ainsi, l'évolution très progressive de la multiplicité des particules chargées telle que le montre la figure 5 évoque les comportements attendus dans le cas d'une transition douce.

Par ailleurs, les modèles basés sur la saturation [Kha01] parviennent à reproduire à RHIC la multiplicité des particules. Même s'ils ne sont pas applicables aux énergies de collisions inférieures, ils expliquent l'évolution de cette multiplicité avec l'énergie de collision par le phénomène de saturation des gluons lors des tout premiers instants de la collision qui sert en quelque sorte de limiteur à la production de particules.

<sup>8</sup> Dans le cas où l'impulsion de la particule est connue mais pas son énergie (par exemple si sa masse est inconnue), alors la pseudo-rapidité peut être utilisée  $\eta = -\ln(\tan(\cos^{-1}(pz/p)/2))$ . Si l'impulsion de la particule est très supérieure à sa masse, alors  $\eta \approx y$ .

## 4.2. Densité d'énergie

A l'instar de l'estimation de la densité d'énergie réalisée par les Collaborations NA49 [Mar95] et NA50 [Abr00], une analyse similaire a été réalisée à RHIC [Adc01], partant de l'approximation de Bjorken [Bjo83] qui considéra une matière sans interaction, en expansion longitudinale, avec création de particules pendant un temps  $\tau = 1 \text{ fm}/c$  (la justification de cette valeur ne se trouve que dans la volonté de donner un ordre de grandeur). Il montra ensuite que la densité d'énergie  $\varepsilon$  atteinte dans les collisions d'ions lourds pouvait s'écrire :

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi R^2 \tau} \frac{dE_T}{dy}$$

avec  $R$  le rayon du noyau (de  $7 \text{ fm}/c$  pour un noyau Au) et  $dE_T/dy$  l'énergie transverse par unité de rapidité qui est l'unique quantité à mesurer.

A RHIC donc, la densité d'énergie a été évaluée comme étant égale à  $5,5 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ , soit 1,7 fois plus élevée qu'au SPS<sup>9</sup>. Comme cela était déjà le cas au SPS, la valeur dépasse largement celle de la densité d'énergie critique prédite par LQCD et qui est nécessaire pour permettre la transition de déconfinement. Même s'il ne s'agit là que d'une estimation, elle a permis néanmoins de confirmer, dès les premières analyses, que RHIC était dans la bonne direction, que les conditions optimales semblaient réunies. Que la densité d'énergie soit supérieure à la densité d'énergie critique pour un déconfinement, est **une condition nécessaire mais elle n'est certes pas suffisante**.

## 4.3. Les degrés de liberté longitudinal et transverse

Toujours au plan des observables globales, les « thermomètres de collision », les distributions en rapidité et en impulsion transverse, représentées sur les figures 6 et 7 respectivement, dénotent des caractéristiques de la cinématique de la réaction. Pour plus de précision, regardons la figure 6 montrant la distribution de la densité nette de protons, c'est-à-dire de la différence entre les taux de production des protons et les taux de production des antiprotons, pour l'AGS, le SPS et mesurée par BRAHMS [Bea03] pour RHIC. A l'AGS, le nombre d'antibaryons produits est faible et la distribution de la densité nette de protons (ou densité nette baryonique) est similaire à la distribution des protons, présentant un maximum autour de 0. Au SPS, la distribution prend la forme d'un « M » traduisant le fait que la réaction commence à être transparente dans le sens où une très faible proportion de baryons originaux se retrouve à rapidité centrale après la collision, contrairement à ce qui se passe donc à plus basse énergie. A RHIC, la distribution est très différente des deux précédentes : elle présente en effet une faible valeur à  $y = 0$ , autour de 7 seulement, puis augmente très modérément avec la rapidité, dénotant de la très grande **transparence** de la matière nucléaire à RHIC.

---

<sup>9</sup> Au SPS, NA49 avait ainsi estimé que la densité d'énergie à l'énergie nominale, équivalait  $2,9 \text{ GeV}/\text{fm}^3$  dans les collisions Pb-Pb, soit une valeur supérieure à la densité d'énergie critique prédite par LQCD pour qu'ait lieu la transition de phase. Cette limite était en outre franchie dans les collisions Au-Au de l'AGS à  $\sqrt{s_{NN}} = 5 \text{ GeV}$  puisque la densité d'énergie a été estimée à  $1,5 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ .

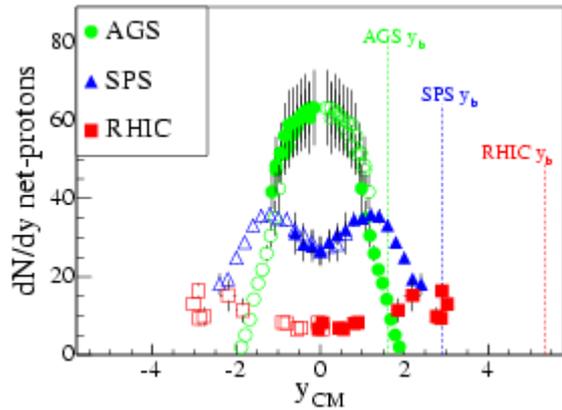


Figure 6 : Distributions de la densité nette de protons (i.e. protons – antiprotons) mesurées aux énergies nominales de l'AGS, du SPS et de RHIC (données de BRAHMS [Bea03]).

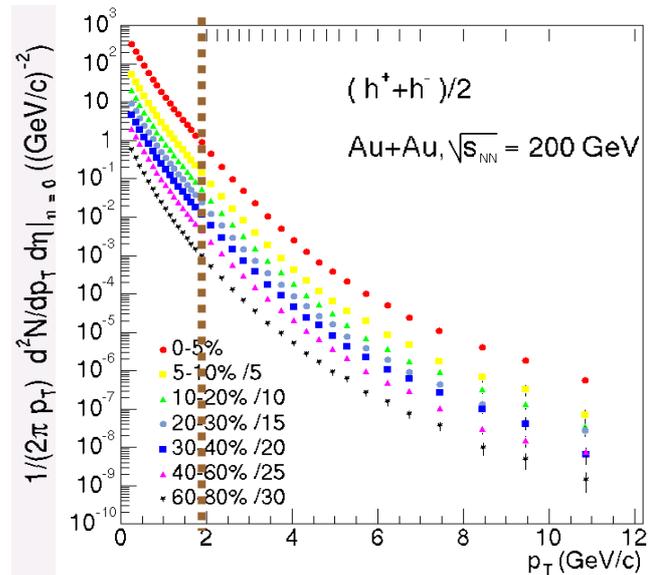


Figure 7 : Distributions en impulsion transverse des particules chargées mesurées par STAR pour sept domaines de centralité des collisions Au–Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. La ligne pointillée verticale visualise la limite en deçà de laquelle se trouve la région dite des basses impulsions et dans laquelle 99,5% des particules sont comprises.

Selon la composante transverse à présent, les distributions en impulsion ( $p_T$ ) mesurées notamment par STAR [Ull03] et représentées sur la figure 7 pour différents critères de centralité, traduisent la violence de collisions à 200 GeV car les valeurs maximales d'impulsion transverse avoisinent les 12 GeV/c. Les dernières analyses faites à RHIC utilisant toute la statistique disponible des collisions Au–Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV montre que les impulsions transverses atteignent 20 GeV/c. En attendant de voir que ces particules très énergétiques donneront des indications très particulières et originales, notons en outre, que 99,5% des particules ont des impulsions transverses inférieures à 2 GeV/c, le fameux *bulk* mentionné précédemment, qui naturellement gouvernera une large part de la dynamique de la collision. Ces distributions d'impulsions transverses sont analysées de manière très intensive car à partir de leur amplitude, les taux de production des particules sont extraits et de là, les propriétés chimiques ou encore les conditions au *freeze-out* chimique. Leur forme quant à elle va permettre d'extraire les caractéristiques dynamiques en tentant de la reproduire par des fonctions contenant des paramètres liés à des propriétés dynamiques (vitesse de flot par exemple) et qu'il faudra ajuster. Les conditions au *freeze-out* cinétique pourront être investiguées.

Décrivons à présent la physique de RHIC selon les différents régimes car comme je l'ai déjà évoqué, les physiciens ions lourds ont pris l'habitude de parler de régime **soft et hard, doux (mou) et dur**, selon que le domaine investigué se rapporte **aux impulsions transverses, respectivement inférieures à 2 GeV/c ou supérieures à 6 GeV/c. Entre ces valeurs, le régime est qualifié... d'intermédiaire.**

## 5. Le régime « doux »

### 5.1. Une production étrange

La production des particules, autrement dit, l'hadronisation, est un processus méconnu aujourd'hui encore et si l'on tente de comprendre comment se forment les hadrons, les questions suscitées demeurent souvent sans réponse.

L'évolution des multiplicités de particules chargées en fonction de l'énergie de collision (figure 5) a constitué une surprise par sa progression monotone. En regardant plus en détails et selon le contenu en étrangeté des particules, cette évolution peut paraître encore plus intrigante. La partie haute de la figure 8 (extraite de [Est05]) présente les taux de particules simplement ( $\Lambda$ ), doublement ( $\Xi$ ) et triplement étranges ( $\Omega$ ) en fonction de l'énergie de collision et il est tout à fait surprenant de constater que même si deux ordres de grandeur séparent les énergies nominales de l'AGS et de RHIC, les taux de production des particules étranges ne croissent pas en conséquence, surtout pour les  $\Lambda$  dont les taux restent pratiquement constants. Pour ce qui est des anti-particules, les taux présentent un accroissement avec l'énergie (milieu de la figure 8) qui se retrouve sur l'évolution des rapports des taux des antibaryons et des taux des baryons (bas de la figure 8). Cette augmentation est tout à fait naturelle puisque plus l'énergie augmente, plus les antiparticules sont créées en abondance et le potentiel chimique baryonique doit diminuer. Reste à comprendre pourquoi les particules étranges ne suivent pas cette tendance de manière marquée.

En guise de première approche afin de savoir à quel moment l'étrangeté apparaît au cours de la collision, examinons à présent les taux de production, par unité de rapidité et en fonction du nombre de participants, pour les antiparticules non-, simplement- et doublement-étranges sur la figure 9 (figure du haut). Pour les antiprotons, les taux augmentent faiblement avec le nombre de participants comme cela était attendu. Pour les  $\Lambda$  et de façon plus marquée encore pour les  $\Xi$ , les taux de production se démarquent de cette augmentation linéairement proportionnelle au nombre de participants.

Si maintenant, les taux de production de ces mêmes particules sont normalisés au nombre de collisions binaires et représentés toujours en fonction du nombre de participants comme le montre la figure 9 dans sa partie inférieure, les comportements sont inversés : les hypérons semblent suivre le facteur d'échelle défini par le nombre de collisions binaires et cela est d'autant plus vérifié que le contenu en quarks étranges de la particule est important.

A partir de ces faits, il semble donc que le facteur d'échelle n'est pas le même suivant que le quark est léger (u et d) et suivant qu'il est étrange et que ce facteur d'échelle doit être défini différemment selon qu'un quark léger ou étrange est considéré.

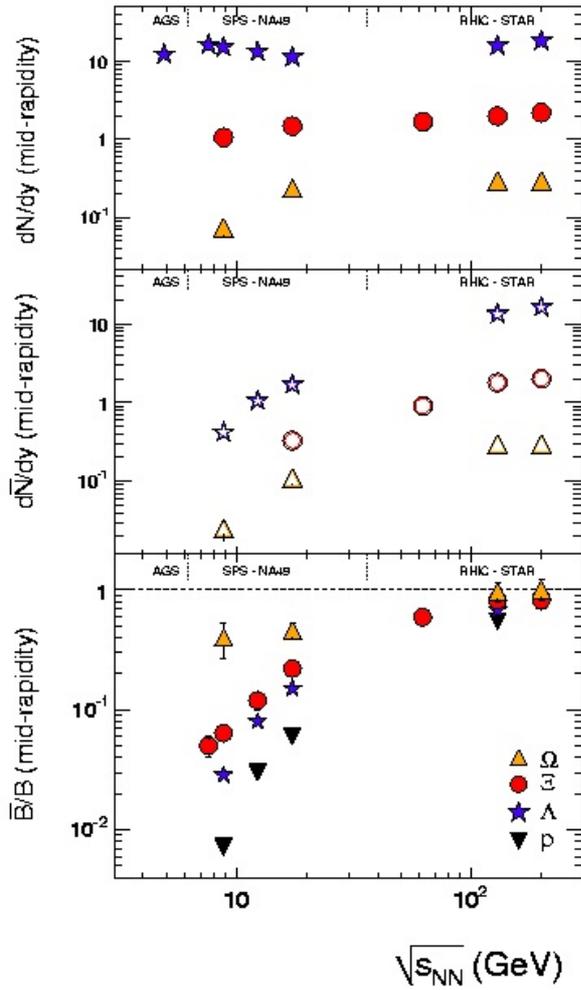


Figure 8 : Haut : Taux de production des particules simplement ( $\Delta$ ), doublement ( $\Xi$ ) et triplement étranges ( $\Omega$ ) en fonction de l'énergie de collision dans le centre de masse par paire de nucléon. Milieu : même analyse mais pour les antiparticules. Bas : Rapports antibaryon/baryon des particules précédentes ainsi que les rapports antiproton/proton.

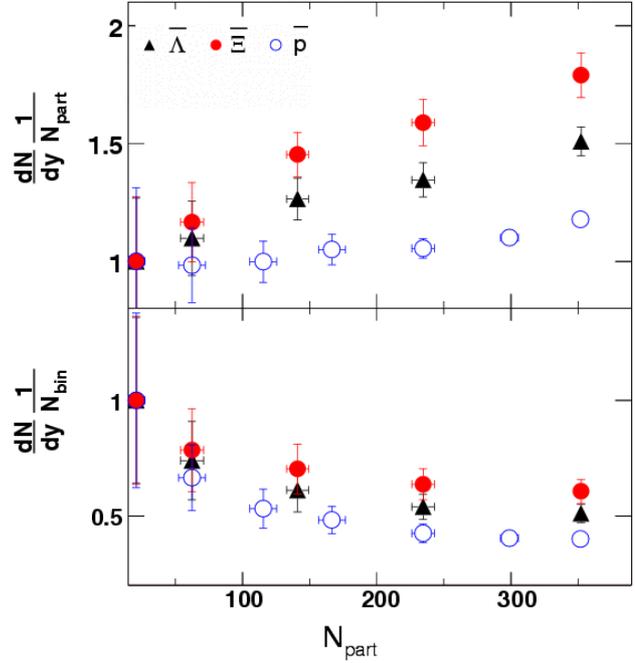


Figure 9 - Haut : Taux de production des  $\Xi^+$  comparés à ceux des antiprotons et antilambdas pour les collisions Au-Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV en fonction du nombre de participants. Les données sont normalisées au nombre de participants le plus faible (donc pour les collisions périphériques). Bas : Mêmes distributions mais normalisées par le nombre de collisions binaires, toujours en fonction du nombre de participants.

Une nouvelle normalisation a été proposée [Cai05] définie pour chaque particule, individuellement en utilisant le facteur d'échelle suivant :

$$N_{\text{légers}} * N_{\text{part}} / N_{\text{total}} + N_{\text{étranges}} * N_{\text{bin}} / N_{\text{total}}$$

où  $N_{\text{légers}}$  est le nombre de quarks u et d,  $N_{\text{étranges}}$  le nombre de quarks étranges et  $N_{\text{total}}$  le nombre total de quarks. Ainsi, les protons doivent évoluer comme  $N_{\text{part}}$  et les  $\Omega$  comme  $N_{\text{bin}}$ . L'à propos de cette graduation apparaît sur les données Au–Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV, indiquant que le volume pertinent pour la production de particules étranges n'est pas simplement géométrique : il est contrôlé selon le nombre de participants mais fortement influencé par le nombre de processus durs au cours de la collision. Les distributions des taux de production des particules normalisés cette fois-ci par ce nouveau facteur d'échelle sont effectivement plates en fonction du nombre de participants. Des travaux sont en cours au sein de la Collaboration STAR

afin de tenter de trouver l'observable la mieux à même de décrire le volume de réaction.

Mais quoi qu'il en soit, outre le fait qu'il faut encore trouver une signification physique à ce facteur d'échelle, ces études soulèvent un certain nombre de questions comme par exemple : les quarks étranges voient-ils un volume de réaction différent de celui vu par les quarks légers ? Quand et donc comment sont-ils formés ? A partir des données du SPS et de RHIC, Aichelin démontre que les quarks étranges semblent montrer effectivement une sensibilité aux collisions binaires et il conclut que ces quarks pourraient être créés comme les quarks charmés par les mêmes processus de nature plutôt dure [Aic05].

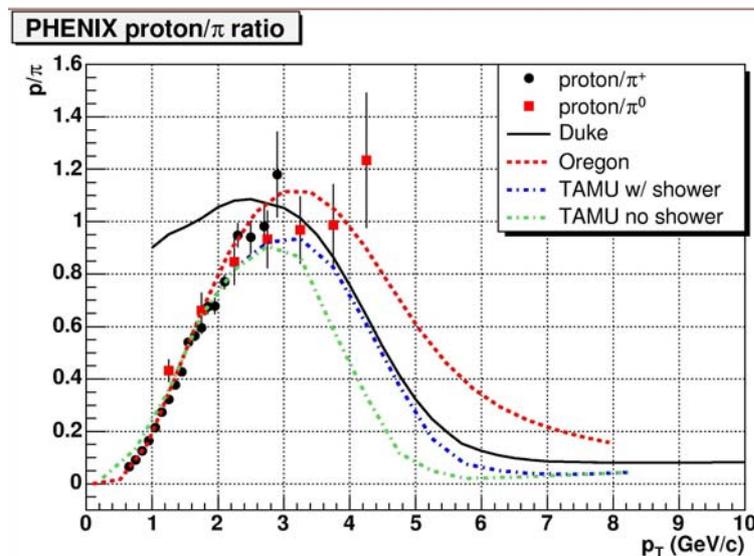


Figure 10 : Rapports proton/pion mesurés par PHENIX et comparés aux prédictions de trois modèles proposant la coalescence de quarks pour expliquer l'hadronisation dans la région des impulsions intermédiaires.

Toujours au plan des productions incomprises, l'une des découvertes [Adc02, Adl03] inattendue et aujourd'hui encore non comprise réside dans ce qui a été appelé « **l'anomalie des baryons** » [Vit02] : les baryons et antibaryons augmentent fortement par rapport aux pions dans le domaine d'impulsion  $p_T \sim 2 - 5$  GeV/c. Au-delà de cette valeur, les baryons retrouvent un comportement normal. La figure 10 présente les mesures de PHENIX [Adl03] des rapports proton/pion, comparées aux prédictions de divers modèles de coalescences de quarks. Cette anomalie contraste de manière frappante avec la suppression de la production des pions dans la même tranche d'impulsion transverse laissant supposer que les baryons ne subissent donc pas la même suppression que les mésons.

A l'AGS et au SPS, un rapport proton/pion supérieur à l'unité a également été mesuré mais à ces plus faibles énergies, la plupart des protons n'est pas créée au cours de la collision mais provient de la région de fragmentation de la cible et du projectile. De plus, le flot radial est très important (environ 50% de la vitesse de la lumière) et peut provoquer la valeur élevée du rapport proton/pion : les protons étant en effet plus lourds, une vitesse de flot importante dynamise plus fortement les protons que les pions, leur procurant ainsi de plus fortes valeurs d'impulsion transverse. Cette physique est bien différente de celle à RHIC où dans ce cas, la majorité des protons est créée au cours du processus de réaction et une explication reste à trouver.

La réponse pourrait se trouver dans les modèles de coalescence de quarks. Ces modèles supposent que l'hadronisation, dans la région des impulsions intermédiaires, se réalise par la coalescence de quarks qui sont proches dans l'espace de phase. Sur la figure 10, les prédictions de trois de ces modèles [Fri04, Non04, Gre03] sont comparées aux mesures de PHENIX et les accords sont relativement satisfaisants surtout pour les modèles les plus raffinés comme Oregon et TAMU [Gre03] qui considèrent les désintégrations de type  $\rho \rightarrow 2\pi$  permettant de peupler la région des faibles impulsions. Mais actuellement, ces modèles de coalescence ne sont performants qu'à des valeurs d'impulsions transverses supérieures à environ 2 GeV/c. A plus haute impulsion transverse, au-delà de 6 GeV/c, les modèles ne peuvent pas non plus reproduire les tendances expérimentales. Dans cette gamme de  $p_T$  siègent les processus durs et le jet-quenching intervient également comme nous le verrons plus tard. Les modèles de fragmentation de quarks succèdent alors aux modèles de coalescence pour expliquer la formation des hadrons.

Topor Pop et ses collaborateurs montrent que le modèle Hijing/B[B v2.0 parvient à reproduire la production de baryons et donnent, pour reprendre les termes des auteurs, une explication partielle à cette anomalie [Top04]. « Partielle » car dans cet article, les auteurs reconnaissent qu'ils ne peuvent pour l'instant reproduire les distributions de baryons dans la région des grandes rapidités. En revanche, la prise en compte des boucles jonction–anti-jonction dans cette version du modèle conduit effectivement à une production de baryons supplémentaire dans les collisions Noyau–Noyau. Les auteurs concluent leur article en reconnaissant que s'ils parviennent à reproduire beaucoup de données expérimentales, la compréhension de la production de particules étranges restent une question ouverte. Nous reviendrons sur les prédictions de ce modèle qui depuis cet article de 2004 a évolué sensiblement.

**A ce stade de notre compréhension, le succès des modèles de coalescence font émerger l'idée que les quarks pourraient être les degrés de liberté pertinents pour la description des processus.**

## 5.2. Propriétés chimiques

Quoiqu'il en soit, c'est en tout cas au moment du freeze-out chimique que la composition des diverses entités est figée. A l'instar des approches suivies au SPS, les conditions sous lesquelles existe le système au moment du *freeze-out* chimique peuvent être appréhendées par les rapports de particules dans le cadre d'un modèle statistique. Sa température  $T_{ch}$  ainsi que le potentiel chimique baryonique  $\mu_B$  sont les paramètres du modèle qui vont permettre l'ajustement des données expérimentales et théoriques. Le facteur de saturation en étrangeté  $\gamma_s$  ou fugacité est un paramètre supplémentaire introduit un peu plus tardivement dans l'histoire des modèles statistiques afin de rendre compte du degré de saturation de la production d'étrangeté dans le système. Le modèle décrit dans la référence [Kan02] a été utilisé pour reproduire les rapports mesurés à RHIC à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. Cette analyse est montrée sur la figure 11.

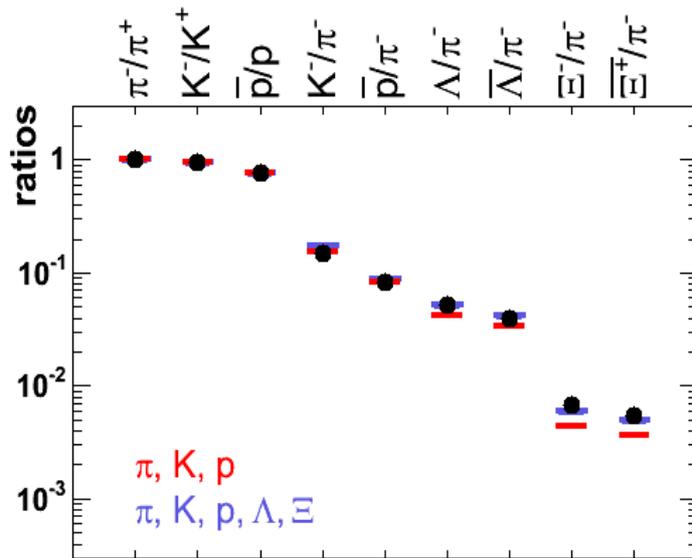


Figure 11 : Rapports de hadrons mesurés par STAR et comparés aux prédictions du modèle statistique de Kaneta et Xu.

Du SPS à RHIC, la densité baryonique diminue très fortement puisqu'elle atteint  $23 \pm 3$  MeV, indiquant une création d'antimatière croissante avec l'énergie disponible dans le centre de masse. La température de *freeze-out* chimique est en revanche relativement stable avec la centralité et l'énergie de collision atteignant  $157 \pm 3$  MeV à RHIC. Cette **température de *freeze-out* chimique est remarquablement proche de la température critique prédite pour le changement de phase par la QCD sur réseaux** [Kar02] à une densité baryonique nulle. Il semble donc que quelles que soient les conditions initiales, le système dense et chaud qui a été créé dans les collisions d'ions lourds ultra-relativistes, évolue toujours vers une même température de *freeze-out* chimique. Pour Braun-Munzinger et ses collaborateurs [Bra04], l'équilibre ne peut se faire au cours de la phase d'hadronisation si l'on en croit les taux de collisions trop faibles et les temps trop courts extraits des études sur les corrélations de particules. La quasi-coïncidence des deux températures pourrait se comprendre par le fait qu'au voisinage de la température critique, les multiples collisions à N corps peuvent engendrer un mécanisme pour l'équilibration du système. L'argument est de dire que la transition de phase gouverne les densités de particules et en raison de leur changement brutal au voisinage du changement de phase, les collisions multiples entre particules fournissent une explication naturelle pour la mise en place d'un équilibre chimique, conduisant à une température de *freeze-out* égale à celle de la transition de déconfinement à quelques MeV près.

Pour les collisions les plus centrales de RHIC, la fugacité  $\gamma_s$  approche 1 ( $0,99 \pm 0,07$ ) indiquant que **l'équilibre chimique en étrangeté serait atteint à l'énergie nominale du RHIC dans les collisions Au–Au frontales**. Autrement dit, l'espace de phase est saturé en étrangeté. Au SPS, la valeur maximale atteinte par  $\gamma_s$  dans les collisions Pb–Pb les plus centrales n'était que  $0,821 \pm 0,024$ , des collisions donc relativement éloignées de la saturation.

### 5.3. Propriétés dynamiques

Avant que le système parvienne au *freeze-out* cinétique, il est le siège de nombreuses interactions qui ont pour conséquence de générer des **phénomènes de flot** ou **phénomènes** dits **collectifs**, qui traduisent l'émission de matière dans des directions privilégiées de l'espace de phase. En effet, ils trouvent leur origine dans l'existence d'un gradient de pression induit dans la zone de recouvrement des noyaux en collision. Les interactions éjectent les constituants et comme elles sont abondantes, elles induisent une vitesse de flot commune – collective – à tous ces constituants. Le flot est donc directement sensible à l'ampleur des interactions et les distributions en impulsion transverse des particules sont le résultat de la combinaison d'un mouvement aléatoire qui peut être quantifié par la température au *freeze-out* cinétique et d'un mouvement lié à une composante collective quantifiée par une vitesse de flot.

Les phénomènes collectifs ont été observés à plus basse énergie [Gus84, Rei97] et sont d'ailleurs relativement bien compris à ces énergies où ils reflètent purement les propriétés d'une matière hadronique dense. A plus haute énergie, et dans des collisions non-centrales, le gradient de pression siégeant dans la zone de recouvrement des noyaux incidents, possède initialement une asymétrie azimutale qui transforme l'anisotropie au départ spatiale en une anisotropie dans l'espace des impulsions. Ces phénomènes ont été discutés pour la première fois par Ollitrault dans le cadre des collisions aux énergies relativistes du SPS [Oll92]: ces phénomènes ont été appelés flot elliptique en raison de la forme en amande prise par le système en expansion. L'asymétrie spatiale décroît généralement à mesure que dure l'expansion du système, expansion qui en d'autres termes, amoindrit le flot elliptique le rendant ainsi sensible aux interactions entre constituants lors des toutes premières étapes de la collision [Sor99] et en particulier, lors des interactions entre partons.

En outre, comme nous l'avons dit, le flot est une grandeur additive, accumulée tout au long de l'évolution du système, la rendant ainsi potentiellement sensible à l'équation d'état. Il s'agira de parvenir à séparer les composantes partonique et hadronique et les particules multi-étranges vont jouer un rôle primordial. Les interactions entre constituants sont sensées conduire à une thermalisation du système, rejoignant ainsi la question de l'équation d'état de la matière nucléaire.

Le flot radial transverse et le flot elliptique sont deux observables liées à ces effets collectifs.

Le **flot transverse** dépend des conditions au *freeze-out* cinétique sur lesquelles il est possible de s'informer grâce aux distributions en impulsion (masse) transverse des particules. Elles peuvent en effet être reproduites si la source d'émission est supposée être celle d'une source en équilibre thermique à la température de *freeze-out* cinétique et en expansion à une vitesse de flot  $\beta$ , possédant un profil de vitesse tel que décrit, par exemple, par Schnedermann et ses collaborateurs [Sch93]. Certes, cette description phénoménologique, appelée *Blast-wave*, n'est pas le fruit d'un modèle complexe et complet mais elle permet néanmoins de quantifier globalement cette émission dynamique en extrayant les températures et vitesses de flot.

Pour les collisions Au–Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV, l'ajustement des distributions en impulsion transverse des  $\pi$ , K, p a pu être fait en commun, pour une même valeur de

température de *freeze-out* cinétique ( $T_{FO} = 89 \pm 10$  MeV) et une même vitesse de flot ( $\langle \beta \rangle = 0,59 \pm 0,05$  c). Il a en revanche dû être réalisé indépendamment pour les baryons multi-étranges donnant une température plus élevée ( $T_{FO} = 165 \pm 40$  MeV) et une vitesse de flot moindre ( $\langle \beta \rangle = 0,45 \pm 0,1$  c). Le traitement des  $\Lambda$  donne, sans surprise aucune, des valeurs intermédiaires entre celles trouvées pour les particules légères et celles des particules les plus lourdes.

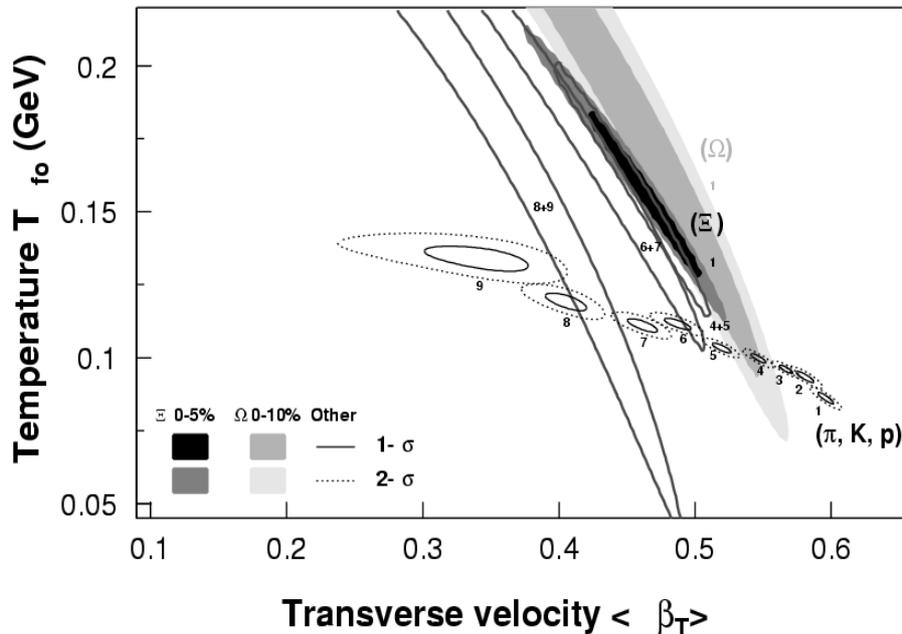


Figure 12 : Température de *freeze-out* cinétique en fonction de la vitesse transverse, paramètres du modèle blastwave ajustés sur les distributions en impulsion transverse des  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ ,  $\Xi$  et  $\Omega$  émis lors des collisions Au+Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV pour plusieurs degrés de centralité.

En outre, l'étude en fonction de la centralité montre que plus la collision est centrale, plus les températures de *freeze-out* cinétique sont faibles et plus les vitesses de flot sont élevées. Ceci se comprend facilement puisque plus la collision est centrale, plus l'expansion dure longtemps : les températures se refroidissent davantage tandis que les interactions peuvent perdurer plus longtemps permettant de développer un flot plus important. Pour les baryons multi-étranges, aucune variation des valeurs des paramètres n'apparaît clairement. L'insensibilité des multi-étranges à la durée de la phase hadronique confirme leur faible section efficace d'interaction et leur échappée du système très précocement dans l'évolution du système.

Ces résultats montrent que :

- Les baryons multi-étranges se découplent du système plus tôt que les particules plus légères, probablement en raison de leurs faibles sections efficaces d'interaction.
- Les baryons multi-étranges sont soumis à un flot collectif important. Etant donné qu'ils n'ont quasiment pas connu la phase hadronique et que le flot provient des interactions entre constituants, cela suggère que le flot a été créé par les interactions entre constituants avant qu'ils ne soient des hadrons, **donc un flot partonique**. Ce point signifie que **les partons, contrairement aux idées premières des années soixante-dix, seraient en interaction**.

## **Cette matière en interaction n'est autre que le sQGP dont les premiers pas sont apparus dans les calculs sur réseaux de Karsch.**

Au SPS, les tendances semblaient similaires à celles vues à RHIC dans le sens où les particules légères ont un flot qui peut être décrit par un jeu de paramètres communs et que les particules chargées d'étrangeté se démarquent de ces comportements. Mais la différence est moins marquée qu'à RHIC et les tendances semblent donc moins nettes.

Le **flot elliptique**, lui, vient de l'asymétrie au départ spatiale qui est convertie en une asymétrie dans l'espace des impulsions. Pour quantifier cet effet, la technique habituellement utilisée consiste à mesurer les angles d'émission azimutaux des particules par rapport au plan de la réaction. Théoriquement, ce plan de réaction est défini par la direction du faisceau et par le paramètre d'impact des deux noyaux tandis qu'expérimentalement, il est calculé selon diverses méthodes basées sur les corrélations à 2 ou 4 particules [Pos98, Bor01]. La distribution en angle azimutal est décomposée en série de Fourier et dans la région de rapidité centrale qui nous intéresse, le premier coefficient  $v_1$  s'annulant, le second coefficient  $v_2$ , appelé flot elliptique, devient la contribution dominante.

Quantitativement, au SPS, le flot des particules chargées était important puisque atteignant environ 35% de la vitesse de la lumière. En passant aux énergies RHIC, l'augmentation du  $v_2$  est très importante puisque cette contribution atteint 50%.

Les études de flot elliptique réalisées dans les collisions Au–Au à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV de manière exclusive sur le type de particules sont résumées sur la figure 13 extraite [Sta05]. Elle montre respectivement, le flot elliptique (a) des pions, kaons,  $K_s^0$  et  $\Lambda$ , (b) des  $\Xi$  et (c) des  $\Omega$  en fonction de l'impulsion transverse. Une saturation du  $v_2$  se produit pour chacune des entités avec un niveau de saturation cependant différent selon que le hadron est un méson ou un baryon. Dans cette région de saturation, les calculs hydrodynamiques représentés par les zones colorées (le gris est une couleur aussi !) surévaluent fortement l'amplitude du flot elliptique alors que l'accord de leurs prédictions avec les mesures était remarquable à basse impulsion transverse.

La dépendance au type de particules, méson/baryon, est indubitablement à relier à la dépendance du même type que nous avons mise en évidence par l'analyse des distributions du  $R_{cp}$ . Afin de mieux se rendre compte de ce phénomène si curieux, les  $v_2$  et  $p_T$  ont été normalisés par le nombre de quarks de valence constituant le hadron. Cette manipulation est présentée sur la partie (d) : les distributions sont alors superposées les unes sur les autres<sup>10</sup>, là aussi, indiquant la pertinence des quarks (au moins de valence) comme degré de liberté. Les modèles de coalescence de quarks sont aussi capables de reproduire les tendances observées expérimentalement sur le flot elliptique dans les collisions d'ions lourds [Gre04].

Discutons à présent d'un point essentiel : le flot des hypérons multi-étranges. Ce que nous avons d'ores et déjà observé sur le flot radial transverse se confirme ici : ces particules, censées interagir faiblement avec le milieu, ont un flot elliptique très

---

<sup>10</sup> Seule la courbe des pions (losanges) se démarque des autres courbes car les pions considérés ici n'ont aucunement été corrigés des pions secondaires issus de la décroissance de résonances. Avec l'apport d'une telle correction, des simulations ont montré que la courbe des pions coïnciderait avec celle des autres particules.

marqué. Ce flot naît des interactions entre constituants et là aussi, il est tentant de conclure quant à la marque d'un flot qui se serait développé lors d'une phase donc partonique, **le signe d'un sQGP !**

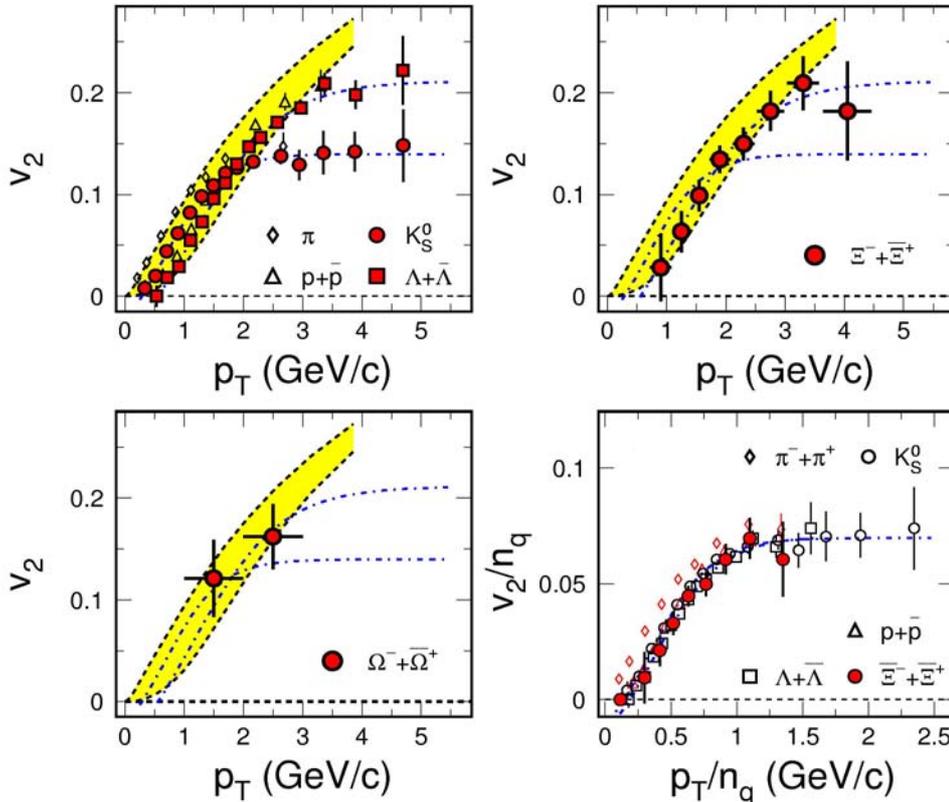


Figure 13 :  $v_2$  en fonction de l'impulsion transverse pour (a) les  $p+[p, \pi, K_S^0$  et  $\Lambda+[\Lambda$  émis dans les collisions Au-Au de biais minimum à  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. Les lignes pointillées-tirées sont des ajustements aux données par de simples fonctions analytiques alors que les calculs hydrodynamiques sont représentés par les bandes jaunes ou grisées. (b)  $v_2$  pour les  $E+[\bar{E}$ . (c) pour les  $\Omega+[\bar{\Omega}$ . (d)  $v_2$  des  $p+[p, \Lambda+[\Lambda$  et  $E+[\bar{E}$  normalisé au nombre de quarks de valence  $n_q$  de chaque hadron, en fonction de l'impulsion transverse également normalisée par  $n_q$  (figure extraite [Sta05]).

Le fait que l'hydrodynamique reproduise les mesures expérimentales et en particulier la dépendance en masse dans la région des basses impulsions transverses ( $p_T < 1,5 - 2$  GeV/c) signifierait qu'à RHIC, la limite hydrodynamique est atteinte contrairement à ce qui se passe à plus basse énergie : les données rejoignent effectivement les calculs hydrodynamiques de Huovinen et ses collaborateurs [Huo01] qui postulent l'existence d'une phase hadronique succédant à une phase partonique et un temps d'équilibration très précoce, inférieur à 1 fm/c. Au SPS, les calculs hydrodynamiques pourraient reproduire les données mais avec des paramètres loin d'être réalistes.

Constater que l'hydrodynamique reproduit le flot elliptique, tant son amplitude que sa dépendance en impulsion transverse, a conduit bon nombre de physiciens à conclure que le **milieu était thermalisé** et que la matière créée à RHIC se comportait comme un **fluide parfait**. Les calculs hydrodynamiques sont en effet réalisés avec une viscosité nulle. Or, Borghini et Ollitrault notamment affirment qu'il n'en est rien [Bor05] du moins qu'aucune information pertinente ne peut être extraite sur la thermalisation. A partir de prédictions générales sur la dynamique d'un fluide idéal, ils dérivent des propriétés générales sur les spectres en impulsion transverse

de diverses particules émises par un fluide idéal, indépendamment de tout modèle spécifique. Ils incluent une distinction importante, entre les particules lentes qui ont une vitesse égale à la vitesse du fluide à un temps donné et les particules rapides qui ont une vitesse supérieure à celle du fluide. Cette distinction n'est absolument pas prise en compte dans les modèles hydrodynamiques du type *Blast-wave*. Leurs calculs montrent qu'il est possible de conclure assurément que certes, l'évolution du système est gouvernée par une expansion collective mais en aucun cas qu'un équilibre local thermique quelconque soit atteint. Ollitrault souligne également que dans la dépendance du  $v_2$  à l'énergie de collision, qu'il n'y a aucune indication de saturation de ce flot et partant, prédit que le flot au LHC n'en sera que plus important.

## 6. Le régime « dur »

Les propriétés originelles de la matière créée dans les collisions d'ions lourds sont en principe susceptibles d'être investiguées par des sondes qui sont présentes dès les premiers instants de la réaction et qui sont également influencées par les caractéristiques du milieu dans lequel elles évoluent. Les partons créés dans des processus durs lors des premiers instants de la collision remplissent ces conditions.

L'un des principaux atouts de RHIC par rapport aux machines opérant à plus basse énergie réside dans le fait que les sondes dures du domaine où la QCD perturbative (pQCD) est applicable, sont produites à RHIC avec des taux supérieurs de plusieurs ordres de grandeur et sur un domaine cinématique significativement plus étendu [Gyu02].

Se posant comme précurseur dans ce domaine encore, Bjorken se pencha sur la perte d'énergie des partons dans un milieu déconfiné [Bjo82] et parla d'extinction des jets, *jet-extinction*, dans les collisions hadron-hadron, selon les termes suivant :

« *This jet-extinction phenomenon is, however, sufficiently credible that experimental efforts should be made to look for it.* »

### 6.1. Emprisonnement des jets

Pour infirmer ou confirmer expérimentalement ce phénomène, un facteur de modification nucléaire est défini de manière à permettre une comparaison directe des taux de hadrons de haute impulsion transverse dans des collisions de nature différente.

- Comparaison des taux de production dans des collisions d'ions lourds A–B avec les taux obtenus dans des collisions avec des noyaux plus élémentaires type proton–proton : le facteur  $R_{AB}$  où AB se rapporte aux collisions Au–Au ou d–Au, est défini comme :

$$R_{AB}(p_T) = \frac{d^2N/d\eta dp_T}{T_{AB} d^2\sigma^{pp}/d\eta dp_T}$$

avec pour numérateur, le taux de production différentiel par événement dans la collision A+B ;  $T_{AB} = \langle N_{bin} \rangle / \sigma_{inél.}^{pp}$  décrit la géométrie de la collision et permet de s'affranchir d'effets géométriques triviaux ( $N_{bin}$  est le nombre de collisions binaires et une section efficace inélastique  $\sigma_{inél.}^{pp} = 42$  mb a été adoptée) ; le reste du

dénominateur relatif aux collisions p–p inélastiques est déterminé par la section efficace différentielle p–p mesurée. En l’absence d’effets nucléaires, d’effet Cronin ou de saturation de gluons, autrement dit si le phénomène évolue comme le nombre de collisions binaires alors  $R_{AB} = 1$ .

- Comparaison des taux de production dans les collisions d’ions lourds les plus centrales et avec les taux obtenus dans les collisions les plus périphériques : le facteur  $R_{CP}$  où C et P se rapportent aux collisions Au–Au Centrales et Périphériques respectivement, est défini de manière analogue au facteur  $R_{AB}$  :

$$R_{CP}(p_T) = \frac{[(dN/dp_T)N_{bin}]_{centrales}}{[(dN/dp_T)N_{bin}]_{périphériques}}$$

Si le phénomène évolue comme le nombre de collisions binaires,  $R_{CP} = 1$ . Utiliser le  $R_{CP}$  est une alternative intéressante car elle permet de définir une référence autre que celle des collisions proton–proton : avec un seul jeu de données Au–Au de biais minimum, le facteur peut être mesuré et de plus, les erreurs systématiques du numérateur et du dénominateur se compensent et n’ont donc pas besoin d’être évaluées.

Les quatre expériences du RHIC ont investigué, à rapidité centrale, les distributions du facteur de modification nucléaire  $R_{AB}$  dans les collisions Au–Au et d–Au relativement aux collisions proton–proton. Leurs analyses synthétisées sur la figure 14 montrent de façon joliment complémentaire, la suppression de la production de particules lorsque  $p_T > 2,5 - 3 \text{ GeV}/c$ .

Ce phénomène est en outre plus marqué dans le cas des particules neutres mesurées par PHENIX, ce qui n’est d’ailleurs toujours pas compris. La décroissance des taux de production, lorsque l’impulsion transverse diminue de  $2 \text{ GeV}/c$  à 0, peut en revanche être attribuée aux effets d’ombrage ou *shadowing* : ces effets mis en évidence lors des expériences de diffusions profondément inélastiques, traduisent le fait que les fonctions de structure des partons sont modifiées lorsque le parton est dans un nucléon isolé ou dans un nucléon environné par les autres nucléons composant le noyau dont il fait partie. L’impulsion des nucléons est alors plus faible que lorsque le nucléon n’est pas isolé.

Dans les collisions d–Au, le facteur de modification nucléaire croît aux impulsions transverses intermédiaires, phénomène attribué à l’effet Cronin [Ant79] : cet effet traduit le fait que lorsque le nucléon d’un noyau interagit avec les nucléons d’un autre noyau, les collisions multiples élastiques dans l’état initial entre partons conduisent à une augmentation de l’impulsion transverse des partons telle que  $\langle p_T^2 \rangle = p_0^2 + A^{1/3} \delta p_T^2$  dans la région des impulsions transverses intermédiaires et à une diminution aux faibles valeurs de  $p_T$ . L’effet est plus rapide qu’une évolution de la section efficace en proton–Noyau linéaire avec le nombre de collisions binaires :  $d\sigma^{pA} = d\sigma^{pp}(N_{bin})^\alpha$  où  $\alpha = \alpha(p_T)$ . L’effet Cronin a été largement étudié dans les collisions p–A jusqu’à  $800 \text{ GeV}$ .

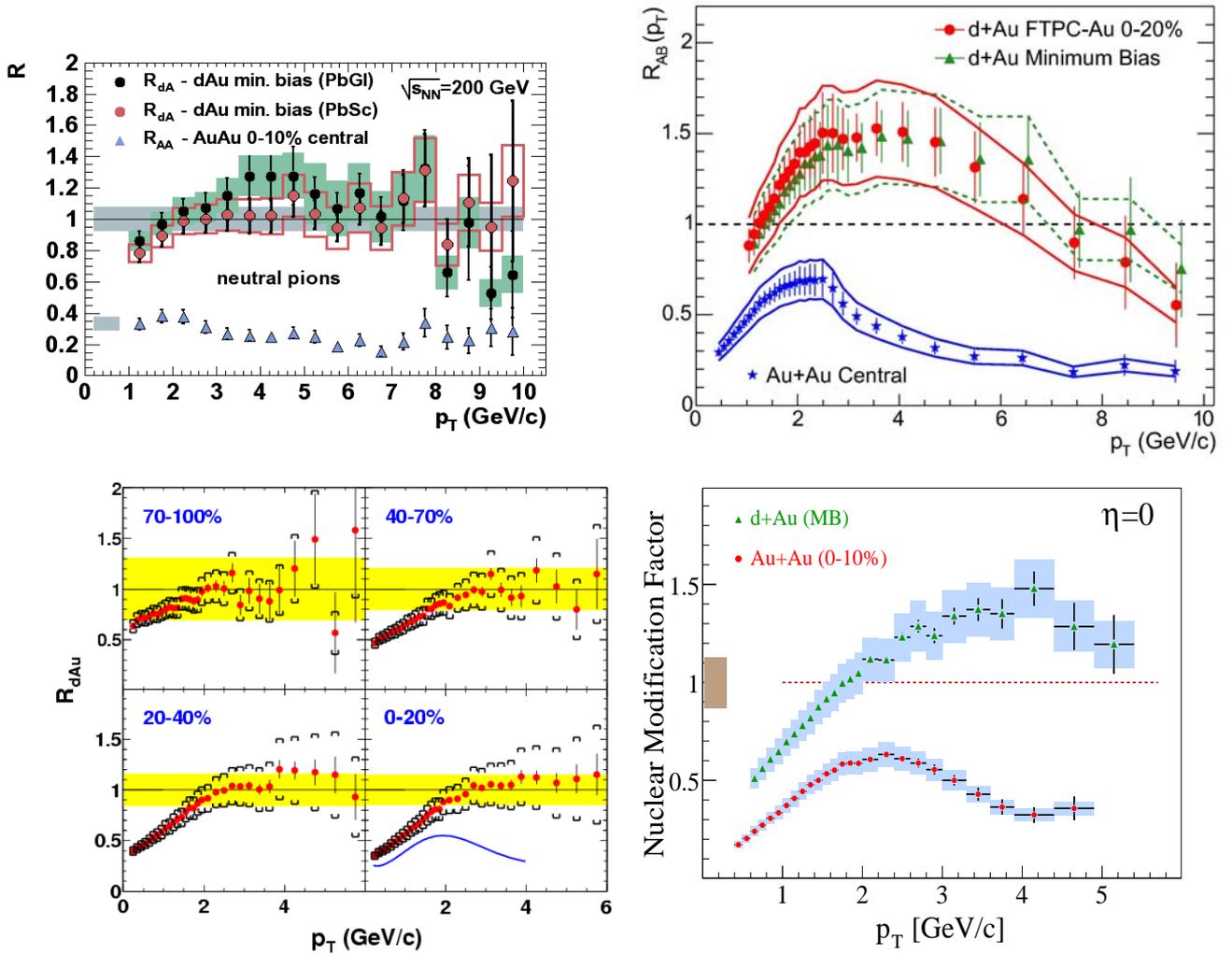


Figure 14 : Facteurs de modification nucléaire  $R_{AB}(p_T)$  pour les hadrons chargés et pions neutres des collisions Au–Au et d–Au à 200 GeV par rapport aux collisions p–p mesurés par : en haut à gauche PHENIX [Adl03bis], en haut à droite STAR [Ada03], en bas à gauche PHOBOS [Bac03] et en bas à droite BRAHMS [Bac03]. Les bandes horizontales autour de l'unité indiquent les erreurs systématiques sur l'évaluation du nombre de collisions binaires. Pour PHOBOS, le facteur est présenté dans le cas des collisions Au–Au pour la centralité 0–20% par la courbe bleue.

Wang a ensuite prédit que dans le cas de collisions Noyau–Noyau, l'effet Cronin devrait être d'un facteur 2 dans les collisions Pb–Pb à l'énergie nominale du SPS [Wan98]. Dans un premier temps, WA98 a effectivement confirmé cette prédiction en regardant la production de pions neutres. Puis les analyses ont été reprises par d'Enterria [Ent04] remarquant que la paramétrisation utilisée pour les données proton–proton n'était pas adaptée (une paramétrisation doit en effet être appliquée car aucune donnée de référence en proton–proton n'existe dans le domaine d'énergie considéré). En changeant de paramétrisation donc pour les collisions proton–proton, il montre que certes un effet Cronin subsiste mais beaucoup moins prononcé suggérant l'existence d'un mécanisme atténuateur abaissant l'augmentation due à Cronin d'un  $R_{AA}$  supérieur à deux unités à un  $R_{AA}$  compatible avec l'unité dans les collisions Pb–Pb. L'auteur conclue qu'il aurait été intéressant de montrer que le jet–quenching est déjà présent au SPS mais de manière modérée mais il aurait fallu pour cela disposer d'une mesure directe de la production des pions

neutres dans les collisions proton-proton au SPS. Indépendamment de ces évolutions de comportement au SPS, l'augmentation du facteur de modification nucléaire vue dans les collisions d–Au à RHIC est quant à elle attribuée à un effet Cronin. Tout récemment, la Collaboration NA57 [Ant05] a présenté les facteurs de modification nucléaire des collisions Pb–Pb centrales rapportées aux collisions périphériques à  $\sqrt{s_{NN}} = 17,3$  GeV pour les  $K_s^0$ ,  $\Lambda$ , [ $\Lambda$  ainsi que les hadrons chargés. Pour les hypérons, les distributions du  $R_{cp}$  sont similaires à celles obtenues aux énergies RHIC (nous le détaillerons plus tard) et ne peuvent être reproduites par des calculs n'incluant que des effets d'états initiaux. Les données sont en effet mieux reproduites si une perte d'énergie des partons dans l'état final est incluse. Ainsi donc, les résultats du SPS que l'on croyait il y a quelques mois encore, dénués de toute information liée au jet-quenching semblent indiquer de plus en plus fortement qu'une perte d'énergie des partons dans un milieu dense est nécessaire pour expliquer les données.

Revenons à RHIC d'où est apparu le phénomène de jet-quenching. Indubitablement, le fait que quatre expériences, indépendantes, mettent en évidence le même effet démontre que quelque chose de nouveau a été découvert à RHIC dans les collisions Au–Au. « Nouveau » car effectivement, lorsque ce phénomène a été mis en évidence, aucune suppression n'avait pu être mise en évidence à l'énergie moindre du SPS, Cronin étant l'effet dominant. Le jet-quenching est apparu comme une découverte très excitante et j'ajoute sans intention de polémique, les commentaires de Gyulassy à ce propos [Gyu02]:

*« Cette découverte est peut-être plus excitante que celle de la suppression du  $J/\psi$  de NA50 car cette suppression est aussi vue dans les collisions p–A et qualifiée de suppression normale dans la matière nucléaire froide par rapport à la suppression anormale dans les collisions Noyau–Noyau, donc une même tendance mais d'amplitude différente. Dans le cas du jet-quenching, ce sont des tendances radicalement opposées qui s'observent. »*

L'interprétation théorique du jet-quenching est en cours d'élaboration suscitant des débats passionnés car les propositions des théoriciens sont relativement diverses. Pour des impulsions transverses au-delà de 2 GeV/c, les observables liées à la mesure des mésons<sup>11</sup> peuvent être traitées dans le cadre de la QCD perturbative [Gyu02, Bai00]. D'ailleurs, pQCD reproduit de manière satisfaisante la suppression observée expérimentalement lorsqu'elle tient compte de la perte d'énergie des partons [Vit02bis]. Les auteurs du modèle GLV [Gyu00, Vit02bis] préconisent que la variation de la suppression en fonction du  $p_T$  est un effet qui est loin d'être trivial, en particulier sa constance pour les valeurs en  $p_T$  les plus élevées à RHIC : elle résulterait de la combinaison de plusieurs effets, la dépendance en  $p_T$  des contributions de jets de gluons et de partons, la dépendance en  $p_T$  de l'effet Cronin, les effets de *shadowing* ou encore EMC<sup>12</sup> qui modifient les fonctions de structure des partons. Les effets de *shadowing* et EMC traduisent la modification des fonctions de

---

<sup>11</sup> Pour des impulsions transverses en deçà de 5 GeV/c, les baryons ne peuvent être traités par pQCD et un bon nombre de développements théoriques sont en cours d'élaboration pour pallier cette déficience comme ceux proposés par Fries, Greco, Kharzeev, Molnar, Vance, Vitev, etc.

<sup>12</sup> EMC est l'acronyme de la collaboration qui l'a découvert : European Muon Collaboration.

structure des partons lorsque ceux-ci sont liés dans noyau, l'effet EMC se produisant à des  $x_{\text{Bjorken}}$  plus élevés. Ils ont été mis en évidence lors des expériences de diffusions multiples de leptons et neutrinos-Noyau [Aub87].

La comparaison des mesures du  $R_{AA}$  des  $\pi^0$  par PHENIX avec les calculs de GLV a permis d'estimer la densité gluonique initiale,  $dN^g/dy = 1000 \pm 200$ , **soit une densité gluonique environ 50 fois supérieure à la densité gluonique dans la matière nucléaire froide.**

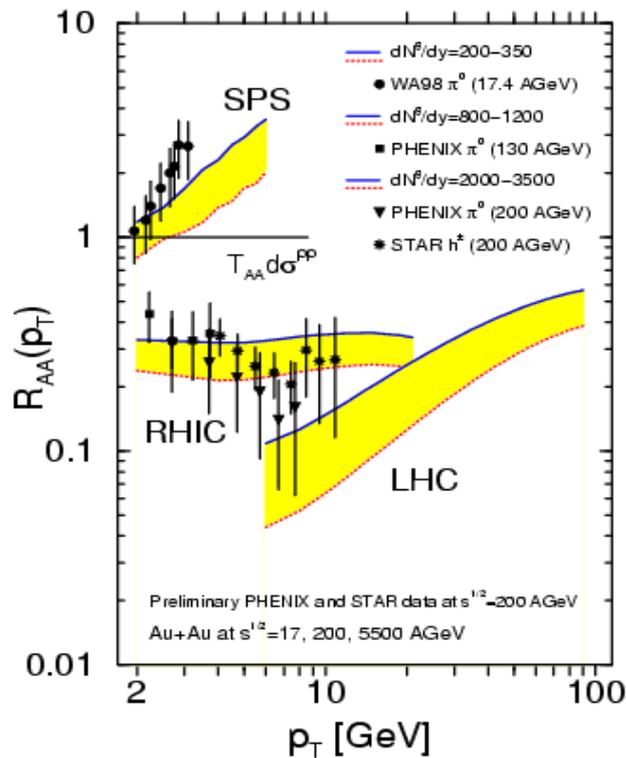


Figure 15: Facteur de modification nucléaire prédit par GLV [Vit02bis] en fonction de  $p_T$  aux énergies du SPS, de RHIC et du LHC (courbes en trait plein et pointillées) et comparé aux mesures de PHENIX et STAR pour les mésons (symboles).

La figure 15 présente l'étude par GLV du  $R_{AA}(p_T)$  en fonction de l'impulsion transverse, aux énergies du SPS où l'effet Cronin domine, à RHIC où le rapport est accidentellement constant et au LHC pour lequel les auteurs de GLV attendent une suppression à une valeur en dessous de celle relative au nombre de participants mais diminuant avec l'impulsion.

Nous reviendrons sur le phénomène de jet-quenching dans le paragraphe 6.3. où est résumée une alternative à la description de ce phénomène, alternative s'insérant dans le cadre de la physique de la saturation.

## 6.2. Radiation

La mesure des photons thermiques est probablement le seul moyen pour collecter des informations directes sur les propriétés thermodynamiques du système. Les phénomènes de radiation électromagnétique (appelés photons réels et virtuels) ont longtemps été considérés comme une sonde privilégiée du système dense et chaud [Shu78] puisque les photons ne sont pas perturbés par les interactions dans l'état

final en raison de leur faible interaction avec le milieu. Les sources de photons sont nombreuses comme on peut le voir sur la figure 16.

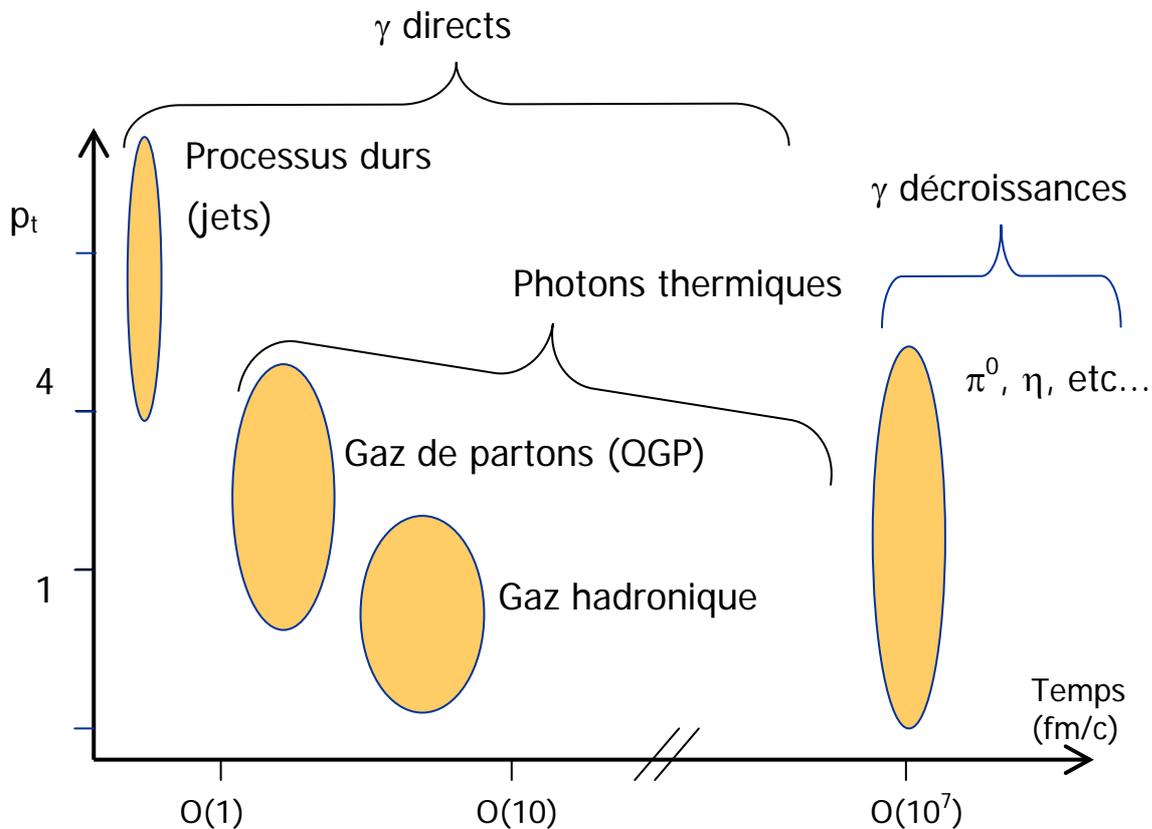


Figure 16 : Différentes sources de photons, schématisés dans le plan de l'impulsion transverse (exprimée en GeV/c) et du temps (ordres de grandeur exprimés en fm/c).

Les photons directs, définis comme des photons réels n'étant pas issus de la décroissance d'hadrons, sont émis à diverses étapes de la collision selon différents processus :

- des photons dits prompts (ou durs ou photons de pré-équilibre ou photons pQCD) sont émis par diffusion entre partons lors des premiers dixièmes de fm/c de la collision.
- des photons dits thermiques peuvent venir des milieux donc thermalisés que sont les phases partoniques et hadroniques de la collision. Ils se situent dans la région des relativement basses impulsions transverses et sont émis relativement tôt au cours de la réaction (à des temps inférieurs à 10 fm/c).

Après du SPS, la Collaboration WA98 a mesuré un **excès de photons** [Agg00] dans les collisions centrales Pb–Pb à l'énergie nominale du SPS, excès inexistant dans les collisions plus périphériques comme le montre la figure 17.

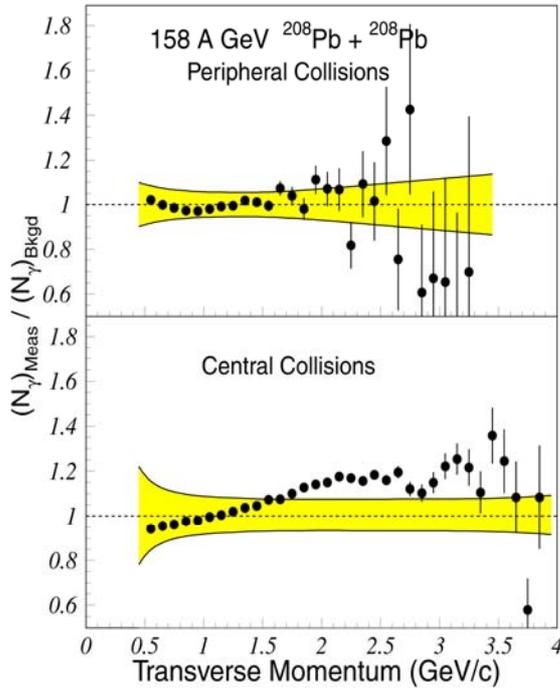


Figure 17 : Production de photons mesurée par WA98 dans les collisions périphériques (en haut) et centrales (en bas) en fonction de l'impulsion transverse [Agg00]. Les zones colorées indiquent les erreurs systématiques sur la dépendance en  $p_T$ .

Cependant, il est apparu très difficile de conclure à partir de ces résultats en raison de l'incertitude importante sur la détermination des radiations venant des collisions partoniques. L'absence de mesures de référence (de collisions proton-proton) empêche également toute évaluation quantitative de l'excès de photons dans les collisions centrales. De plus, du point de vue théorique, la situation n'est pas plus claire car les calculs QCD de type NLO (Next-to-Leading-Order) sous-estiment les sections efficaces différentielles nucléon-nucléon lorsque les énergies sont inférieures à  $\sqrt{s_{NN}} = 30$  GeV.

La situation à RHIC est bien différente car non seulement les données sont accessibles à la fois pour les collisions Au-Au et proton-proton mais aussi la référence en proton-proton est bien comprise du point de vue théorique : les calculs NLO reproduisent les données de RHIC à haute impulsion transverse. Afin d'améliorer la mesure de la production des photons directs aux faibles impulsions transverses, PHENIX a utilisé une nouvelle technique d'analyses qui permet d'accéder aux photons directs par la détection des décroissances  $e^+e^-$  qui accompagnent ces photons directs virtuels à très basse masse [Bat05]. Cela a pu être possible grâce à l'excellente résolution en masse et à la faible probabilité de conversion de PHENIX. Cette méthode est basée sur l'hypothèse que toute source de photons réels et des photons réels directs en particulier, produit des photons virtuels avec une masse invariante très basse. Les taux de production des photons directs réels sont obtenus à partir des taux de photons directs virtuels avec l'hypothèse que  $\gamma^{\text{direct}} / \gamma^{\text{incl.}} = \gamma^{\text{direct}} / \gamma^{\text{incl.}}$ , les photons inclusifs étant mesurés dans le calorimètre de PHENIX.

La figure 18 à gauche montre l'excès de photons  $\gamma^{\text{direct}} / \gamma^{\text{incl.}} + 1$  comparé au nouveau résultat préliminaire de l'analyse conventionnelle, mesure effectuée dans les collisions de 0 à 20% les plus centrales. Un excès significatif de photons est présent au-delà des erreurs systématiques dans la région des  $p_T$  comprises entre 1 et 5 GeV/c. Sur la partie droite, les taux déduits sont représentés en fonction de

l'impulsion transverse et comparés aux résultats trouvés précédemment (en 2002) et aux résultats obtenus par des calculs pQCD, par un modèle de photons thermiques et par la combinaison des deux [Ent05]. Les taux expérimentaux sont bien au-dessus des calculs de pQCD et deviennent compatibles avec les prédictions théoriques si les taux de photons thermiques sont pris en compte. D'autres modèles parviennent à reproduire les mesures et tous supposent une température maximale au centre de la boule de feu, de l'ordre de 500 – 600 MeV. En moyennant sur le volume entier, la température est de 300 – 400 MeV. Ces résultats constituent la première mesure de la température initiale de la matière produite à RHIC, si bien sûr il s'agissait vraiment de photons thermiques. Il faut cependant attendre les références en proton-proton ou d-Au avant de pouvoir conclure définitivement.

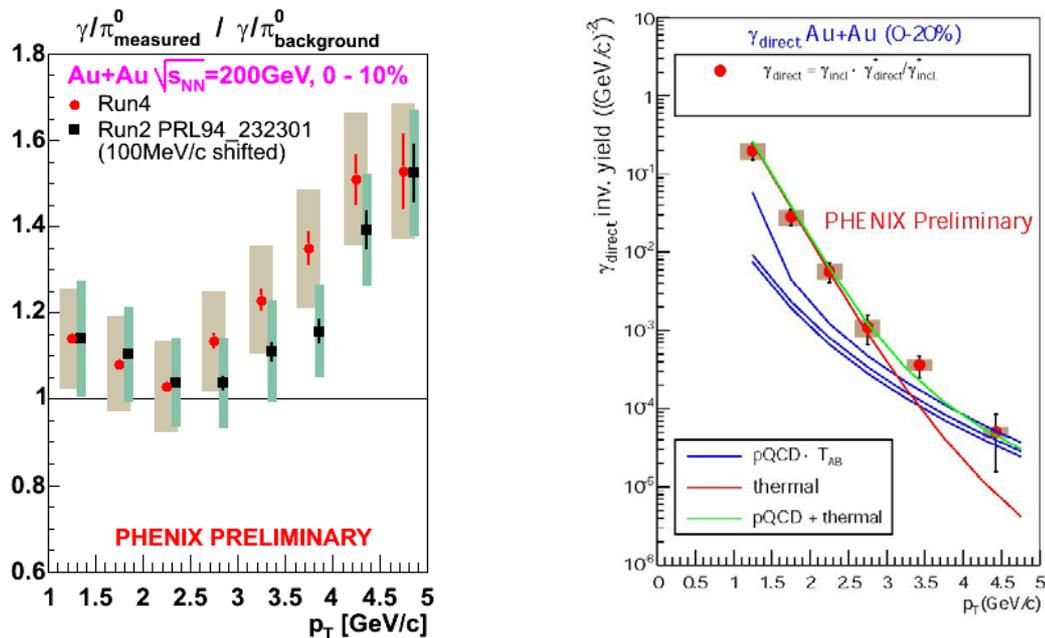


Figure 18 : Excès de photons (à gauche) et taux invariants de photons directs (à droite) en fonction de  $p_T$  pour les collisions Au+Au centrales et pour deux techniques d'analyses différentes : la méthode conventionnelle (carrés) et la nouvelle méthode (cercles) basés sur les photons virtuels.

### 6.3. Saturation

Nous avons vu que le phénomène de jet-quenching peut trouver une explication dans la perte d'énergie des partons dans ce milieu dense qu'est le plasma de quarks et de gluons. Les débats autour de la suppression à haut  $p_T$  sont aujourd'hui encore toujours passionnés en partie en raison de la proposition d'interprétation des théoriciens travaillant sur la physique de la saturation ou encore, la **physique du CGC, du condensat de verre de couleur**. Pour une revue, nous conseillons la référence [Jan03] et pour les développements récents sur les résultats du RHIC, [Jal04, Gyu04]. Dans cette dernière référence notamment, le CGC, venant d'une théorie effective de la QCD pour les hautes énergies (pour les petits  $x$ ), est défini par Gyulassy et McLerran comme un système faiblement couplé, de type condensat en raison de la très forte concentration voire saturation de gluons, de couleur car les gluons (entités majoritaires à haute énergie) qui le composent sont colorés, de verre

car ses propriétés rappellent celles du verre évoluant lentement avec le temps. Le CGC fournirait les conditions initiales pour la formation du plasma de quarks et de gluons.

L'idée est en effet qu'après l'impact des deux noyaux, lorsque l'on regarde un nucléon (un proton) à des énergies de plus en plus grandes, les gluons, très nombreux, subissent des fluctuations et les seuls possibles à ce moment là, sont les fluctuations  $1g \rightarrow 2g$  qui accroissent encore le nombre de gluons. Puis les gluons sont si nombreux dans le nucléon qu'interviennent des processus du type  $1g \rightarrow 1g$ , processus par ailleurs négligeables à basse énergie et n'existant qu'aux densités élevées. Mais la densité de gluons n'augmente pas aussi vite que l'énergie croît et c'est là où se produit la saturation. Peu de temps après la collision (vers  $0,1 - 0,2$  fm/c), le système comprend donc beaucoup de gluons, donc dispose d'une grande quantité d'énergie sous forme de gluons. Puis, les quarks apparaissent alors, se formant par des processus  $g \rightarrow q + [g$  et cette matière qui prend forme jusqu'à ce qu'elle existe au moment de la thermalisation, est ce que l'on appelle le QGP. Une terminologie nouvelle a été adoptée : les **effets d'état initial sont relatifs au CGC** tandis que **les effets d'état final se réfèrent au QGP**.

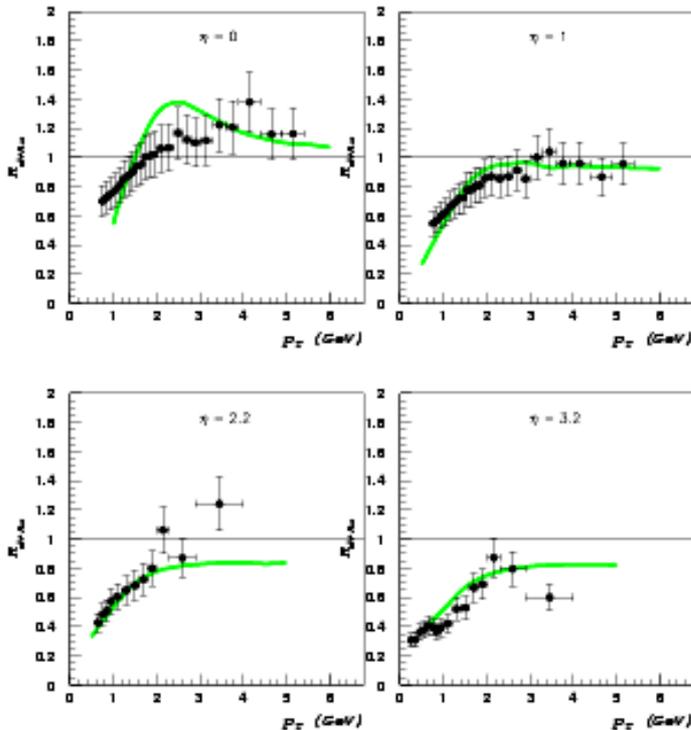


Figure 19 : Facteur de modification nucléaire d–Au en fonction de l'impulsion transverse et mesuré dans quatre domaines de rapidité différents,  $\eta = 0$  (en haut à gauche),  $\eta = 1$  (en haut à droite),  $\eta = 2,2$  (en bas à gauche)  $\eta = 3,2$  (en bas à droite). Les prédictions du modèle de saturation sont représentées par les courbes en trait plein.

A rapidité centrale et haute impulsion transverse, la physique des collisions Noyau–Noyau est dominée par les interactions d'état final entre les partons créés, ce qui est confirmé par l'absence de suppression dans les collisions d–Au à rapidité centrale également. Afin de s'affranchir de la dominance des effets d'état final, les théoriciens du CGC ont clamé que pour observer sa manifestation, les meilleures conditions sont offertes dans la région des rapidités élevées, qui plus est, dans les collisions proton–Noyau, soit d–Au à RHIC. L'argumentaire est basé sur le fait que ce domaine correspondant aux plus petits  $x$  possibles, est quasi-dénué d'interactions d'état final puisque aucun QGP n'y est attendu. Par conséquent, c'est ici que la manifestation

du CGC est attendue la plus spectaculaire. La Collaboration BRAHMS a effectivement montré que ses mesures du facteur de modification nucléaire dans les collisions d–Au, pour différentes valeurs de pseudo-rapacité [Ars04] étaient reproduites qualitativement par les prédictions du CGC [Kha04] : une suppression à haut  $p_T$  est observée dès que  $\eta = 1$  et est d'autant plus marquée que la rapidité augmente permettant ainsi de penser, qu'ici, elle serait due à l'existence du CGC. Cette analyse de la Collaboration BRAHMS est résumée sur la figure 19.

Le succès des modèles de saturation ne se résume pas à cet accord avec les mesures du facteur de modification nucléaire. Les distributions de multiplicité sont également reproduites remarquablement comme l'a démontré la Collaboration PHOBOS [Bac02b].

Toutefois, à ce jour, aucune conclusion ne peut être extraite de façon définitive. Il s'agit de faits expérimentaux et théoriques nouveaux et extrêmement surprenants demandant une investigation encore poussée car n'oublions pas que leur compréhension n'est basée que sur les prédictions de théories loin d'être consensuelles et loin d'être restreintes aux développements que nous avons décrits.

## 7. RHIC en trois actions

### 7.1. Ce qu'il reste à faire

RHIC continue de produire des collisions avec maintenant des énergies et des systèmes autres que ceux mis en œuvre jusqu'à présent. La prise de données hiver-printemps 2005 concernait en effet les collisions Cu–Cu à  $\sqrt{s_{NN}} = 62,8$  GeV et 200 GeV, donc un système intermédiaire entre les collisions d–Au et Au–Au offrant ainsi des possibilités d'études systématiques en fonction de taille du système. Les prises de données des années prochaines ne sont pas toutes encore décidées mais RHIC continuera son programme ions lourds jusqu'en 2008.

Il est apparu de façon remarquablement évidente que les collisions d'ions lourds nécessitent aujourd'hui encore un patchwork de modèles théoriques pour décrire les phénomènes observés. Certes, il existe des domaines d'applicabilité des divers modèles qui impliquent donc des descriptions théoriques appropriées. Par exemple, le domaine des faibles impulsions transverses pourra éventuellement être appréhendé par une description hydrodynamique ce qui est conceptuellement exclu si le domaine des hautes impulsions est considéré.

Cependant, si l'on prend un exemple que je trouve particulièrement illustratif, celui de la distribution du facteur de forme nucléaire comparant les distributions centrales et périphériques, l'interprétation qui en est faite est la suivante : aux faibles impulsions transverses, l'hydrodynamique est invoquée, on parle de dépendance en masse, d'augmentation avec l'impulsion notamment ; aux impulsions transverses intermédiaires, les modèles de coalescence de quarks sont utilisés et on parle de dépendance méson/baryon, d'évolution proportionnelle au nombre de constituants, notamment ; enfin, aux plus fortes valeurs d'impulsion transverse, ce sont les modèles mettant en jeu des processus durs qui sont alors considérés, ceux basés sur la fragmentation des jets, prenant en compte des effets de perte d'énergie des partons dans le milieu, notamment. Ce constat conduit tout de même à un certain scepticisme vis-à-vis des approches théoriques : la description du comportement

d'une seule observable nécessite un recours à trois modèles vraiment différents de par leurs fondements. Il n'existe aujourd'hui aucun modèle permettant d'interpréter les données dans leur ensemble. J'ai pris ici l'exemple d'une observable « découpée » en tranche pour son interprétation. Il y a également les cas où un modèle peut décrire une observable donnée mais est totalement incapable d'en décrire une autre.

On a également pu constater la multiplication des différentes approches statistiques, d'ailleurs, pas si différentes que cela les unes des autres. On peut se demander si la clé n'est pas plutôt de tenter de converger vers une approche unique. C'est en outre la démarche adoptée par les développeurs de Share, modèle statistique unifiant un certain nombre d'approches statistiques antérieures. Les démarches également prometteuses sont celles cherchant à comprendre en priorité les phénomènes des collisions élémentaires avant de « s'attaquer » à la complexité des collisions d'ions lourds. Au plan théorique, il reste encore beaucoup à faire et sans ôter le moindre intérêt aux données du RHIC, les théoriciens attendent patiemment les données du LHC qui seront décryptées par ALICE car la densité nette baryonique atteinte dans les collisions d'ions lourds à l'énergie nominale sera nulle, correspondant à celle de l'Univers primordial d'une part, mais aussi et surtout, permettant des développements théoriques plus simples. Il faudra également compter avec le cadre théorique du Color Glass Condensate. Au RHIC, il a été remarquable, tant par sa faculté à prédire ou reproduire certains phénomènes, que par les concepts inhabituels et fascinants qu'il véhicule. Certains voient déjà en LHC une usine à Color Glass Condensate.

## 7.2. Ce qui ne sera pas fait... en France

Quelle va être l'évolution des communautés de physiciens travaillant dans la physique des ions lourds ultra-relativistes ?

Aux Etats-Unis, plus particulièrement à Brookhaven, des physiciens du RHIC ont déposé en février 2003 un papier blanc quant aux projets RHIC-II et eRHIC. Ce dernier est dévolu à la construction d'une machine à électron de 10 GeV pour réaliser des collisions électrons-ions lourds. RHIC-II quant à lui a pour objectif d'augmenter la luminosité de l'actuelle machine d'un facteur 10 afin de répondre aux questions suivantes :

- Quelles sont exactement les propriétés du sQGP, ce plasma de quarks et de gluons soumis à de si fortes interactions ? Serait-il possible d'en créer un, à RHIC, qui interagirait plus faiblement ?
- Comment les particules acquièrent-elles leur masse et quel est l'effet de la restauration de la symétrie chirale sur le phénomène d'hadronisation dans un milieu dense ?
- Existe-t-il une autre phase de matière aux petits  $x$ -Bjorken, ou en d'autres termes, le CGC existe-t-il ? S'il est effectivement présent, quelles sont ses caractéristiques et comment évolue-t-il dans un plasma de quarks et de gluons. Si non, les fonctions de distribution des partons aux petits  $x$  sont-elles bien comprises et peuvent-elles décrire la production de particules ?
- Quelles sont les structures et les dynamiques en jeu au sein d'un proton, notamment le spin des partons et leur moment angulaire orbital ? Quelles sont les

contributions des gluons à la polarisation des protons ? Quelle est la dépendance en saveur ?

Ainsi donc la communauté, principalement américaine, du RHIC s'apprête à se tourner vers ce programme dont la R&D, si financée par le DoE, démarre en 2007 pour permettre des prises de données physiques dès 2013.

Le chemin suivi par la communauté française est tout autre. L'implication des physiciens sur STAR se terminera en 2007, disons au démarrage du LHC. La majorité des physiciens des ions lourds ultra-relativistes s'est en effet impliquée dans l'expérience ALICE. Avec l'expérience qu'ils ont acquise au RHIC, ils ont pu se diversifier dans plusieurs thèmes de physiques : la physique douce (avec l'étude en particulier de la production de particules étranges), la physique des quarkonia (résonances lourdes, charme et beauté ouvertes) et enfin la physique dure, celle des hautes impulsions transverses, de la production de jets, des photons. Les questions des futurs analyseurs de données d'ALICE sont aujourd'hui bien semblables à celles que se posent les physiciens du RHIC.

### 7.3. Ce qui a été fait

Si la synthèse proposée ici est correcte, la présentation des résultats doit permettre d'entrevoir la création d'une matière atypique aux énergies RHIC : des comportements ont en effet été mis en évidence pour la première fois, des processus durs sont révélés abondants et hautement influents, des conditions d'équilibre semblent se dessiner.

Alors ... « Y sommes-nous ? »...Traduction du « *Are we there yet ?* » qui a titré le *White Paper* de STAR lorsqu'il n'était accessible que par les membres de notre collaboration avant sa publication donc, et son titre actuel et définitif plus solennel :

*«Experimental and Theoretical Challenges in the Search for the Quark Gluon Plasma: The STAR Collaboration's Critical Assessment of the Evidence from RHIC Collisions. »*

Lors de la lecture d'une version préliminaire de ce papier, un physicien externe à la collaboration posait la question originelle autrement :

*« How can you possibly not be there yet, when you already arrived at your destination several years ago? »*

Bien que cela ne soit certainement pas la manière la plus élégante de référencer les résultats du SPS, cette remarque n'est pas totalement dénuée de bon sens. Nombreux sont les théoriciens et expérimentateurs qui avouent comprendre les résultats du SPS bien mieux aujourd'hui qu'il y a cinq ans et ceci, au travers de l'interprétation des résultats du RHIC. Reprenons à présent les points qui pourraient permettre de dessiner une conclusion quant à la formation du plasma de quarks et de gluons :

- La **densité d'énergie** à RHIC est supérieure à celle prédite pour qu'ait lieu le passage d'un gaz hadronique à un plasma de quarks et de gluons. Etait-ce déjà le cas au SPS ? La réponse est **Oui**.
- La production de particules semble être réalisée à partir d'un système en **équilibre chimique** et les spectres en impulsion transverse sont compatibles

avec ceux produits par une source en équilibre thermique animée d'une expansion avec une vitesse collective (scénario type **hydrodynamique**). Etait-ce déjà le cas au SPS ? La réponse est **Oui**.

- Le **flot elliptique** à RHIC est important en raison des fortes interactions dans le milieu dense et la **limite hydrodynamique est atteinte** dans les collisions d'ions lourds les plus centrales avec **un temps de thermalisation très court**, de l'ordre de 1 fm/c. Il est apparu également que le coefficient de viscosité que l'on peut associer à cette matière est très faible. **La matière de RHIC serait un fluide quasiment parfait**. Etait-ce le cas au SPS ? La réponse est **Non**. Le flot elliptique plus faible ne peut être reproduit par des descriptions hydrodynamiques qu'aux prix d'hypothèses non réalistes.
- La **dépendance au type de particules, méson ou baryon**, est mise en évidence sur les observables liées au flot elliptique et au facteur de forme nucléaire. Elle est prédite par les modèles décrivant la formation des hadrons par coalescence de quarks dans un milieu dense et thermalisé. Etait-ce le cas déjà au SPS ? La réponse est **Non**.
- La forte suppression de la production de particules est observée à RHIC à haute impulsion transverse et à rapidité centrale dans les collisions centrales Au–Au et elle est compatible avec la perte d'énergie des partons dans un milieu dense. Etait-ce déjà le cas au SPS ? La réponse est plutôt **Non** (même si cela semble de plus en plus probable qu'une perte d'énergie dans le milieu substantielle existait, des confirmations sont encore nécessaires).

Alors ? Alors, les expérimentateurs sont aujourd'hui encore très prudents, d'aucun ne concluant définitivement quant à la formation du plasma de quarks et de gluons mais préférant certifier la formation d'une matière très dense, à RHIC, avec de fortes interactions, une matière qui n'a jamais été décelée auparavant, sur Terre ou dans l'espace. Les évaluations critiques des quatre expériences du RHIC sont consignés dans leurs papiers blancs [Whi05]. Les théoriciens se sont avérés beaucoup plus concluants comme le montre l'entête de l'article de Gyulassy reproduit ci-dessous et sur lequel je conclus ce cours.

## THE QGP DISCOVERED AT RHIC

M. Gyulassy

*Physics Department, Columbia University, New York, USA*

gyulassy@nt3.phys.columbia.edu

**Abstract** Three empirical lines of evidence, ( $P_{\text{QCD}}$ ,  $p\text{QCD}$ ,  $dA$ ), from RHIC have converged and point to the discovery of a strongly coupled Quark Gluon Plasma. The evidence includes (1) bulk collective elliptic flow and (2) jet quenching and mono-jet production, observed in Au+Au collisions at 200 AGeV, and (3) a critical control experiment using D+Au at 200 AGeV.

## 8. Références bibliographiques

- [Abr00] M. Abreu *et al.*, Collaboration NA50, Phys. Lett. **B477** (2000) 28.
- [Ada03] J. Adams *et al.*, Collaboration STAR, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 072304.
- [Adc01] K. Adcox *et al.*, Collaboration PHENIX, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 52301.
- [Adc02] K. Adcox *et al.*, Collaboration PHENIX, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 242301.
- [Adl03] S. Adler *et al.*, Collaboration PHENIX, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 172301.
- [Adl03bis] S.S. Adler *et al.*, Collaboration PHENIX, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 72303.
- [Agg00] M.M Aggarwal *et al.*, Collaboration WA98, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 3595.
- [Ahl00] L. Ahle *et al.*, Collaboration E866, Phys. Lett. **B490** (2000) 53.
- [Aic05] J. Aichelin, communication privée, en cours de rédaction.
- [Ant04] T. Anticic *et al.*, Collaboration NA49, Phys. Rev **C69** (2004) 024902.
- [Ant79] D. Antreasyan, *et al.*, Phys. Rev. **D19** (1979) 764.
- [Ant05] F. Antinori *et al.*, Collaboration NA57, nucl-ex/0507012.
- [Ars03] I. Arsene *et al.*, Collaboration BRAHMS, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 072305.
- [Ars04] I. Arsene *et al.*, Collaboration BRAHMS, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 242303.
- [Aub87] J.J. Aubert *et al.*, Collaboration EMC, Nucl. Phys. **B293** (1987) 740.
- [Bac00] B. Back *et al.*, Collaboration PHOBOS, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 3100.
- [Bac02] B. Back *et al.*, Collaboration E917 Phys. Rev. **C66** (2002) 054901.
- [Bac02b] B. Back *et al.*, Collaboration PHOBOS Phys. Rev. **C65** (2002) 061901R.
- [Bac03] B. Back *et al.*, Collaboration PHOBOS, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 072302.
- [Bac04] B. Back *et al.*, Collaboration PHOBOS, Phys. Rev. **C70** (2004) 021902R.
- [Bai00] R. Baier *et al.*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50** (2000) 37.
- [Bat05] S. Bathe *et al.*, Collaboration PHENIX, nucl-ex/0511042.
- [Bas99] S. Bass *et al.*, Nucl. Phys. **A661** (1999) 205.
- [Bea03] I. Bearden *et al.*, Collaboration BRAHMS, Nucl. Phys. **A715** (2003) 171c.
- [Bjo83] J. Bjorken, Phys. Rev. **D27** (1983) 140.
- [Ble02] M. Bleicher *et al.*, Phys. Lett. **B530** (2002) 81.
- [Bor01] N. Borghini *et al.*, Phys. Rev. **C64** (2001) 054901.
- [Bor05] N. Borghini *et al.*, nucl-th/0506045.
- [Bra04] P. Braun-Munzinger *et al.*, Phys. Lett. **B596** (2004) 61.
- [Bro01] W. Broniowski *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 272302.
- [Bue05] H. Bueching, *et al.*, Collaboration PHENIX, nucl-ex/0511044.
- [Cai05] H. Caines *et al.*, Collaboration STAR, J. Phys. G. : Nucl. Part. Phys. **31** (2005) S1057.
- [Col75] J. Collins *et al.*, Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 1353.
- [Ent04] D. d'Enterria, Phys. Lett. **B596** (2004) 32.
- [Ent05] D. d'Enterria *et al.*, nucl-th/0503054.
- [Est05] M. Estienne, Thèse de l'Université de Nantes, 2005.
- [Fri04] V. Friese *et al.*, Collaboration NA49, J. Phys. G. : Nucl. Part. Phys. **30** (2004) S119.
- [Gre03] V. Greco *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 202302.

- [Gre04] V. Greco *et al.*, nucl-th/0405040.
- [Gus84] H.A. Gustafsson *et al.*, Plastic Ball Coll., Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 1590.
- [Gyu00] M. Gyulassy *et al.*, Nucl. Phys. **B571** (2000)197.
- [Gyu02] M. Gyulassy, Lect. Notes Phys. **583** (2002) 37.
- [Huo01] P. Huovinen *et al.*, Phys. Lett. **B503** (2001) 58.
- [Ian03] E. Iancu et R. Venugopalan, paru dans QGP3, Eds. R.C. Hwa et X.N.Wang, World Scientific. Dans Hwa, R.C. (ed.) *et al.*: Quark gluon plasma\* 249-3363. hep-ph/0303204.
- [Jal04] J. Jalilian-Marian, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. **30** (2004) S751.
- [Kan02] M. Kaneta *et al.*, Nucl. Phys. **A698** (2002) 306c.
- [Kar02] F. Karsch, Nucl. Phys. **A698** (2002) 199.
- [Kha01] D. Kharzeev *et al.*, Phys. Lett. **B507** (2001)121.
- [Kha04] D. Kharzeev *et al.*, Nucl. Phys. **A730** (2004) 448.
- [Kla03] J. Klay *et al.*, Collaboration E895, Phys. Rev. **C68** (2003) 054905.
- [Mar95] S. Margetis *et al.*, Collaboration NA49, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 3814.
- [Non04] C. Nonaka *et al.*, Phys. Rev. Lett. **B583** (2004) 73.
- [NPA03] Numéro spécial de Nuclear Physics A 757 présentant les résultats des quatre expériences sur les trois premières années de fonctionnement de RHIC.
- [Pos98] A.M. Poskanzer *et al.*, Phys. Rev. **C58** (1998) 1671.
- [Oll92] J.Y. Ollitrault, Phys. Rev. **D46** (1992) 229.
- [Rei97] W. Reisdorf *et al.*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **47** (1997) 663.
- [Sat92] H. Satz, Nucl. Phys. **A544** (1992) 371c–392c.
- [Sch93] ] E. Schnedermann *et al.*, Phys. Rev. **C48** (1993) 2462.
- [Shu78] E. Shuryak, Phys. Lett. **B78** (1978) 150.
- [Shu80] E. Shuryak, Phys. Rep. **61** (1980) 71.
- [Sor99] H. Sorge, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 2048.
- [Sta05] Star White Paper, Nucl. Phys. **A757** (2005) 102.
- [Sto04] R. Stock, J. Phys. **G30** (2004) S633-S648.
- [Top04] V. Topor Pop, *et al.*, Phys. Rev. **C70** (2004) 064906.
- [Ull03] T. Ullrich *et al.*, Collaboration STAR, Nucl. Phys. **A715** (2003) 399c.
- [Vit02] I. Vitev *et al.*, Phys. Rev. C **65** (2002) 041902.
- [Vit02bis] I. Vitev et M. Gyulassy, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 252301.
- [Wan98] X. Wang, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 2655.
- [Web] Pour BRAHMS: <http://www4.rcf.bnl.gov/brahms/WWW/>  
 Pour PHENIX: <http://www.phenix.bnl.gov/>  
 Pour PHOBOS: <http://www.bnl.gov/rhic/PHOBOS.htm>  
 Pour STAR: <http://www.star.bnl.gov/>
- [Whi05] Brahms White Paper, Nucl. Phys. **A757** (2005)1.  
 Phobos White Paper, Nucl. Phys. **A757** (2005) 28.  
 Phenix White Paper, Nucl. Phys. **A757** (2005) 184.  
 Star White Paper, Nucl. Phys. **A757** (2005) 102.



# L'ÉTUDE DU QGP AU LHC

**Pascal Dupieux**

Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand,  
IN2P3/CNRS et Université Blaise Pascal de Clermont-Fd,  
63177 Aubière cedex, France

Résumé : Le LHC (Large Hadron Collider), dont les premiers faisceaux sont programmés pour l'été 2007, offrira la possibilité de faire collisionner des protons et des ions lourds à des énergies de plusieurs TeV par nucléon, avec une luminosité très importante. La densité d'énergie atteinte en collisions d'ions lourds est si importante que, selon les prédictions de la théorie QCD (Quantum Chromo-Dynamics) des interactions fortes, la matière nucléaire passera par la phase de QGP (Plasma de Quarks et Gluons), dans laquelle le système se décline en terme de partons déconfinés (dans un grand volume). Ainsi, la question au LHC n'est pas tant de mettre en évidence le QGP, mais plutôt d'étudier ses propriétés et son hadronisation. Les détecteurs en cours de réalisation et d'installation, notamment ALICE, ATLAS et CMS, permettront de faire ces études. Après quelques aspects généraux, notamment sur les faisceaux, les performances des détecteurs et une sélection de thèmes de physique en ions lourds au LHC seront présentées dans ce cours.

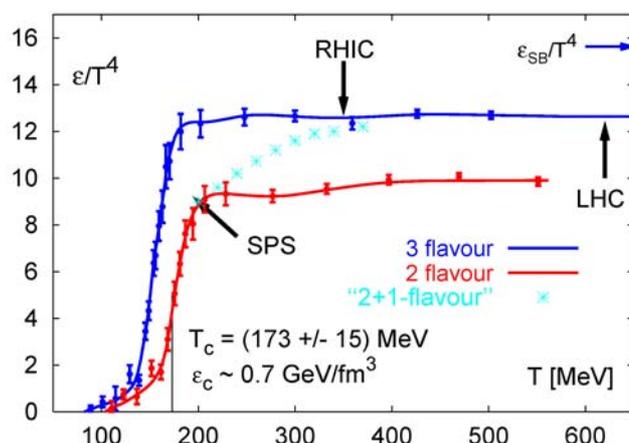
Summary: The first LHC (Large Hadron Collider) beams are scheduled for summer 2007. It will open the possibility to collide protons and heavy ions at energies of a few TeV, with a very high luminosity. The energy density reached in heavy ion collisions at LHC is so huge that, according to the predictions of the QCD (Quantum Chromo-Dynamics) theory of strong interactions, nuclear matter will go through a QGP (Quark Gluon Plasma) phase, a state of deconfined partons (in a large volume). Hence, the question at LHC is not actually to

evidence the QGP but rather to study its properties and hadronisation. The detectors, ALICE, ATLAS and CMS, which are presently assembled, will open the possibility to perform such studies. After few general aspects mainly about beam specifications, the detector performances and selected topics of heavy ion physics at LHC will be presented in this lecture.

<b>1 INTRODUCTION .....</b>	<b>305</b>
<b>2 ASPECTS GENERAUX AU LHC.....</b>	<b>306</b>
2.1 LES FAISCEAUX .....	306
2.2 ASPECTS « NOUVEAUX » AU LHC (vs. SPS/RHIC).....	308
<b>3 LES DETECTEURS DU LHC .....</b>	<b>310</b>
3.1 ALICE.....	310
3.1.1 Résolution (ALICE Barrel) en $p_T$ .....	312
3.1.2 Efficacité (ALICE Barrel) .....	312
3.1.3 Vertex primaire et secondaires .....	313
3.1.4 Performances sur la mesure des dimuons.....	313
3.2 ATLAS ET CMS.....	314
3.2.1 Le calcul au LHC .....	315
<b>4 THEMES DE PHYSIQUE ET OBSERVABLES ASSOCIEES .....</b>	<b>316</b>
4.1 PHYSIQUE « SOFT » (DOUCE) .....	316
4.1.1 Multiplicité : des collisions $p-p$ aux collisions $A-A$ .....	316
4.1.2 Multiplicité : dépendance en énergie incidente .....	317
4.1.3 Multiplicité : mesures et performances.....	318
4.1.4 physique « soft »: conclusion .....	319
4.2 PHYSIQUE « HARD » (DURE) .....	320
4.2.1 Les saveurs lourdes ouvertes .....	320
4.2.2 Les quarkonia des familles du $J/\psi$ et $\Upsilon$ .....	325
4.2.3 Les jets.....	328
4.2.4 Autres thèmes de physique « hard ».....	330
<b>5 CONCLUSION.....</b>	<b>330</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>330</b>

# 1 INTRODUCTION

Le LHC (Large Hadron Collider) du CERN, qui devrait délivrer ces premiers faisceaux dès l'été 2007, offrira la possibilité d'étudier les collisions p-p, p-A et A-A, à des énergies de plusieurs TeV par nucléon, avec une luminosité très importante. La densité d'énergie atteinte en collisions d'ions lourds est si importante que la matière nucléaire passera par la phase de QGP (Plasma de Quarks et Gluons), dans laquelle le système se décline en terme de partons déconfinés (dans un grand volume). Ceci est illustré sur la Figure 1, obtenue à partir de calculs QCD (Quantum Chromo-Dynamics) sur réseau [1]. On remarque que les températures atteintes dans les collisions d'ions lourds au LHC excèdent très nettement la température critique  $T_C$  au-delà de laquelle le QGP est formé. La limite des gaz parfaits de Stefan-Boltzmann  $\epsilon_{SB}$  n'est cependant pas encore atteinte.



**Figure 1:** Equation d'état de la matière nucléaire dans le plan température – densité d'énergie. A partir de calculs QCD sur réseau [1].

Ainsi, sur le plan théorique, ces études contribueront à repousser les limites de notre compréhension des processus d'équilibration et des états d'équilibre de QCD.

Les conditions expérimentales, types et caractéristiques des faisceaux notamment, sont présentées dans la section 2. Certains aspects « nouveaux » de la physique des ions lourds au LHC sont introduits dans cette même section.

La communauté des ions lourds s'est dotée d'un détecteur, ALICE, spécialement conçu pour couvrir tous les aspects de cette Physique. Des études de quelques points spécifiques sont aussi envisagées par les collaborations ATLAS et CMS, les détecteurs correspondant ayant été optimisés pour la physique des collisions p-p à très haute luminosité. Ces différents détecteurs sont décrits succinctement dans la section 3 et leurs performances principales sont résumées.

Dans la section 4, une sélection de thèmes de physique, et leurs observables associées, est traitée. Je me restreindrai à la description de ceux qui sont orientés vers l'étude du QGP et qui sont les plus spécifiques des collisions d'ions lourds au LHC, même si ce choix procède évidemment d'un certain arbitraire. Les données expérimentales n'étant pas encore disponibles (!), je m'appuierai sur des prédictions de modèles théoriques ou des extrapolations faites à partir de mesures existantes. Le but est essentiellement d'évaluer les performances et la sensibilité des détecteurs vis-à-vis de scénarii supposés être réalistes, ou qui sont pris volontairement conservatifs. Dans la plupart des cas aussi, il faut s'appuyer sur les prédictions/mesures en p-p (p-A) car la mise en évidence de phénomènes nouveaux, propres aux collisions A-A, se dévoile presque toujours indirectement, par une absence de loi d'échelle (« scaling ») par rapport à p-p (p-A).

## 2 ASPECTS GENERAUX AU LHC

### 2.1 LES FAISCEAUX

Les premières collisions de protons du LHC sont prévues pour l'été 2007. Il s'agira de collisions p-p; les ions lourds ne seront disponibles qu'à plus long terme. Les caractéristiques principales des collisions p-p et Pb-Pb sont données dans le Tableau 1 (extrait de [2]).

Système	$\sqrt{s_{NN}}$ (TeV)	$f_{\text{bunch}}$ (MHz)	L0 ( $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ )	$\langle L \rangle / L0$ (%)	Run time (s/an)	$\sigma_{\text{geo}}$ (barn)	$f_{\text{coll}}$ (Hz)
p-p	14.0	40	$10^{34}$		$10^7$	0.07	
Pb-Pb	5.5	10	$10^{27}$	~50	$10^6$	7.7	4000

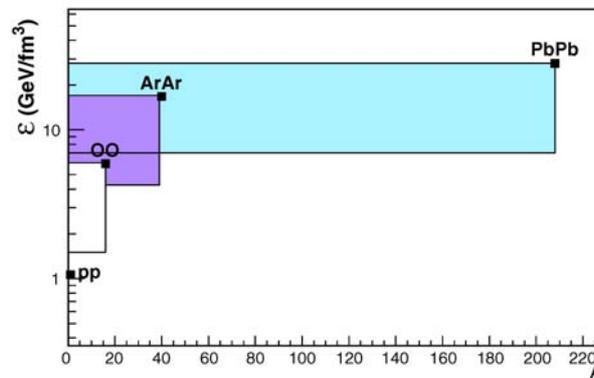
Tableau 1: Quelques caractéristiques pour les collisions p-p et Pb-Pb au LHC.

L'énergie par nucléon dans le centre de masse  $\sqrt{s_{NN}}$  est respectivement de 14 TeV et 5.5 TeV pour p-p et Pb-Pb, avec des fréquences de croisement de faisceau  $f_{\text{bunch}}$  de 40 MHz (25 ns) et 10 MHz (100 ns).

La luminosité maximale  $L_0$  atteindra  $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , en p-p, après quelques années d'exploitation: elle sera cependant volontairement limitée entre  $10^{29} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  et  $5 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  dans ALICE. En Pb-Pb, la luminosité maximale sera de  $10^{27} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , et sa valeur moyenne  $\langle L \rangle$  sera de l'ordre de 50% de  $L_0$ , selon le nombre d'expériences fonctionnant en parallèle. Les temps de prises de données en collisions d'ions seront de l'ordre de un mois par an ( $10^6 \text{ s}$ , en incluant un facteur de « réalité ») et de plusieurs mois par an en p-p. Ceci correspond à une luminosité intégrée de  $0.5 \text{ nb}^{-1}/\text{an}$  en Pb-Pb. Finalement, compte tenu des sections efficaces géométriques, le nombre moyen de collisions par seconde sera de 4000 Hz en Pb-Pb et sera limité à  $\sim 0.2 \text{ MHz}$  en p-p dans ALICE.

Le programme de prises de données sera complété par des mesures en collisions p(d)-A et avec des ions plus légers comme Ar-Ar. Des mesures en p-p à d'autres énergies incidentes sont aussi envisagées.

Faire varier le type d'ions en collision permet de sonder une gamme assez large en densité d'énergie atteinte, comme le montre la Figure 2.



**Figure 2:** Densité d'énergie  $\varepsilon$ -Bjorken atteinte en fonction du système en collision [2]. Le haut de la bande en énergie correspond aux collisions centrales, le bas correspond aux collisions « minimum bias ».

La densité d'énergie  $\varepsilon$ -Bjorken (en  $\text{MeV}/\text{fm}^3$ ) est évaluée au moyen de la relation suivante :

$$\varepsilon = 160 A^{-2/3} dN_{\text{CH}} / dy \quad \text{Eq. 1}$$

avec, pour les collisions centrales, une multiplicité de particules chargées par unité de rapidité  $dN_{CH}/dy$  (à  $y \sim 0$ ) de 6000, 1200 et 6.5 respectivement pour Pb-Pb ( $A=208$ ), Ar-Ar ( $A=40$ ) et p-p ( $A=1$ ). Le calcul de  $\varepsilon$ -Bjorken dans Eq. 1 est implicitement effectué à un temps  $\tau=1$  fm/c après la collision initiale. Comme nous le verrons dans la section suivante, la formation du QGP pourrait être beaucoup plus rapide à LHC, ce qui implique des densités d'énergie atteintes qui seraient très supérieures à celles présentées Figure 2.

## 2.2 ASPECTS « NOUVEAUX » AU LHC (vs. SPS/RHIC)

Un saut en énergie d'un facteur 30 (300) sera effectué avec le LHC, par rapport au RHIC (SPS). Ce saut est quantitatif mais aussi qualitatif. Ceci est résumé dans le Tableau 2 (adapté de [3]) qui donne quelques chiffres types et aspects spécifiques pour les collisions centrales Pb-Pb (ou Au-Au) au SPS/RHIC/LHC. Ces chiffres montrent de manière évidente que l'environnement des collisions d'ions lourds au LHC est idéal pour l'étude du QGP.

Collisions centrales Pb-Pb (ou Au-Au)	SPS	RHIC	LHC
$\sqrt{s_{NN}}$ (GeV)	17	200	5500
$dN_{CH}/dy$ (à $y \sim 0$ )	400	850	2000-8000
$\tau_0$ (fm/c) : formation du QGP	$\sim 1$	$\sim 0.2$	$\sim 0.1$
$T/T_C$ à $\tau_0$ QGP : $T_C$ température critique	1.1	1.9	3-4.2
$\varepsilon$ (à 1 fm/c) ( $\text{GeV}/\text{fm}^3$ )	3	5	16-64
$\tau_{QGP}$ (fm/c) : durée de vie du QGP	$\leq 2$	2-4	$\geq 10$
$V_f$ ( $\text{fm}^3$ ) : volume au freeze-out	few $10^3$	few $10^4$	few $10^5$
$\tau_f$ (fm/c) : temps de freeze-out	$\sim 10$	$\sim 20-30$	$\sim 30-40$
Type dominant de processus	soft $\rightarrow$ semi-hard $\rightarrow$ hard		
	baryon rich $\rightarrow$ baryon free		

Tableau 2: Comparatif SPS/RHIC/LHC (adapté de [3]).

La production de particules sera déterminée par les distributions initiales de partons (PDF, « Parton Distribution Function ») et leur modification dans le milieu à haute densité (quasi-saturée à LHC) de gluons. Des valeurs de  $x$ -Bjorken  $= 10^{-5}$  ( $x$ -Bjorken représente la fraction de l'impulsion du nucléon portée par un parton), très inférieures à celles atteintes à RHIC, seront accessibles, pour lesquelles un fort phénomène d'écrantage (« shadowing ») de gluons est attendu. La Figure 3 montre, à titre d'illustration, un exemple de PDF [4]. Les gluons sont dominants au LHC à petit  $x$ -Bjorken. Ainsi, la dynamique des partons déterminera la phase d'expansion et les effets collectifs observables sur les distributions finales de hadrons.

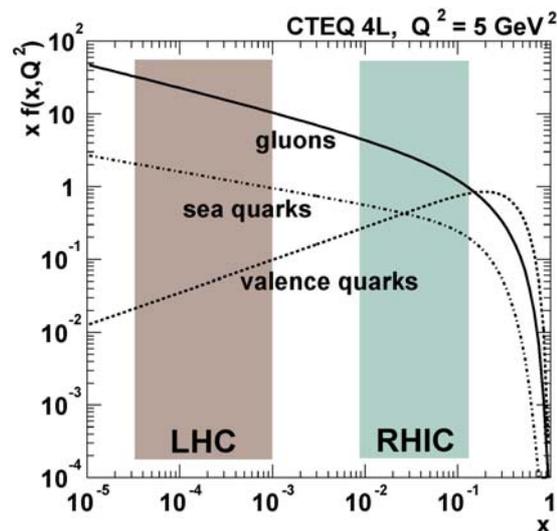


Figure 3: Exemple de PDF dans le proton, pour la paramétrisation CTEQ-4L à  $Q^2=5 \text{ GeV}^2$ .

Les processus durs (« hard ») vont contribuer de manière très sensible à la section efficace A-A (98 % au LHC contre 50 % à RHIC [5]). Ainsi, les taux de production des sondes dures (quarks lourds, photons directs, jets), créés aux tous premiers instants de la collision, deviennent importants. De nouvelles analyses dans le domaine de la physique dure sont ainsi envisageables et de nouvelles observables sont accessibles au LHC. Autre avantage notable, ces processus sont calculables par QCD perturbative.

Finalement, il ne faut pas sous-estimer le fait que l'histoire de la physique a montré qu'un tel saut en énergie présente un réel potentiel de découverte.

# 3 LES DETECTEURS DU LHC

Les détecteurs ALICE, ATLAS et CMS proposent des mesures en ions lourds au LHC. Les signaux à mesurer et les informations apportées sont, classés dans un ordre temporel croissant (et, de fait, dans l'ordre croissant de  $p_T$  ou « dureté ») :

- phase initiale de la collision : photons directs, saveurs lourdes et jets, essentiellement pour des tests de QCD perturbative ;
- phase de déconfinement : photons thermiques, saveurs lourdes et jets quenching, pour des mesures des propriétés du QGP ;
- phase d'hadronisation : fluctuations événement/événement, dileptons de basse masse, particules exotiques ;
- phase de freeze-out : multiplicité, taux de particules, spectres de particules, flow, HBT, en tant qu'indicateurs des conditions thermiques et chimiques, et de l'évolution dynamique du système.

Contrairement à ATLAS et CMS, ALICE est équipé pour mesurer l'ensemble de ces signaux et leurs corrélations. Nous allons passer rapidement en revue les performances de ces trois détecteurs.

## 3.1 ALICE

L'expérience ALICE [2], Figure 4, est conçue pour une multiplicité de particules chargées  $dN_{CH} / dy = 8000$  (à  $y \sim 0$ ).

La partie centrale (ou « Barrel »), dans l'aimant solénoïdal L3, se compose essentiellement des sous-détecteurs ITS (Internal Tracking System, composé de six couches de détecteurs Silicium), TPC (Time Projective Chamber, le cœur du détecteur), TOF (Time Of Flight, composé de RPCs multi-gaps), et TRD (Transition Radiation Detector). Ces grands détecteurs assurent l'identification des hadrons et électrons à l'intérieur d'une acceptance  $|\eta| < 0.9$ , approximativement.



Figure 4: Schéma de l'expérience ALICE.

Ils sont complétés par d'autres ensembles de détection ayant des tâches plus spécifiques comme la mesure des multiplicités de chargées et de photons, de la centralité ou des grandes impulsions (HMPID). ALICE est aussi équipé du spectromètre PHOS, pour la mesure des photons, qui sera complété à terme par un grand calorimètre électromagnétique, EMCAL.

Finalement, aux petits angles  $2.5 < \eta < 4$ , la mesure des muons sera assurée par un spectromètre [7] composé d'un absorbeur frontal, d'un blindage de faisceau, de 10 plans de chambres de trajectographie, d'un aimant dipolaire et d'un ensemble de déclenchement.

Les capacités d'identification de ALICE, pour différents types de particules, sont résumées Figure 5, en fonction de l'impulsion des particules.

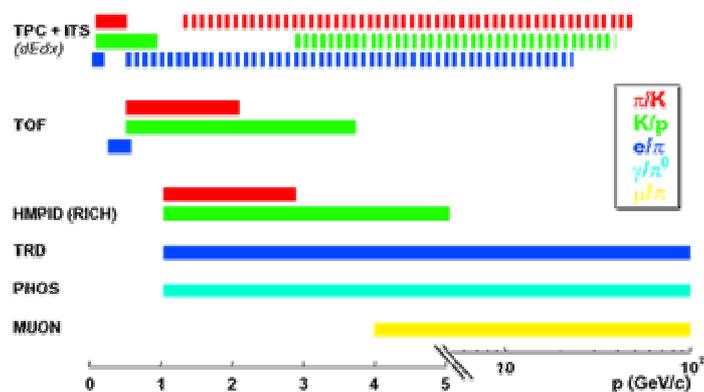


Figure 5: Identification des particules (PID) avec ALICE.

### 3.1.1 RESOLUTION (ALICE BARREL) EN $p_T$

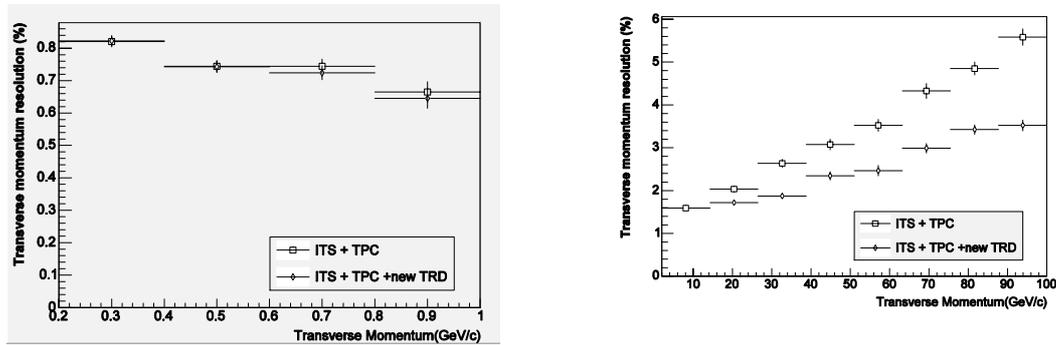


Figure 6: Résolution en  $p_T$  (ALICE Barrel), à bas  $p_T$  (gauche) et haut  $p_T$  (droite).

La résolution en impulsion transverse  $p_T$  dans la partie centrale (Barrel) de ALICE [6] est présentée Figure 6, pour les bas  $p_T$  à gauche et les hauts  $p_T$  à droite, en utilisant soit les informations de ITS+TPC, soit ITS+TPC+TRD. Les performances sont excellentes sur tout le domaine en  $p_T$ .

### 3.1.2 EFFICACITE (ALICE BARREL)

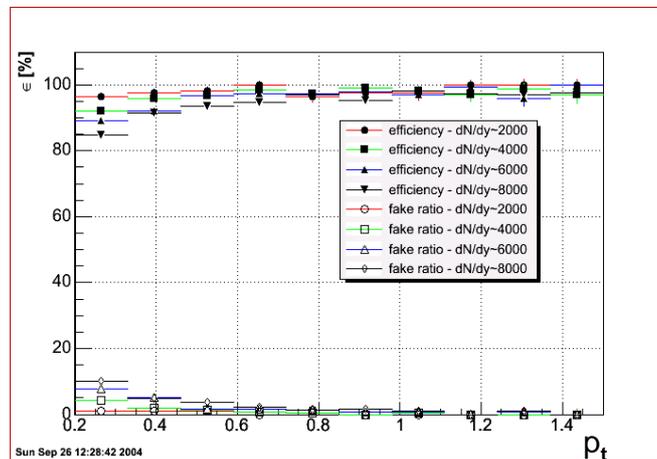


Figure 7: Efficacité (ALICE Barrel) en fonction de  $p_T$ .

Pour des densités réalistes de particules chargées, l'efficacité de « tracking » combinée (ITS+TPC+TOF+TRD), Figure 7, est supérieure à 90%, avec un taux de fausses traces inférieur à 5%, sur une large gamme en  $p_T$  [6].

### 3.1.3 VERTEX PRIMAIRE ET SECONDAIRES

Le vertex primaire de la collision sera mesuré avec une résolution  $\sigma_z < 10 \mu\text{m}$  (faisceau) et  $\sigma_{x-y} < 25 \mu\text{m}$  (transverse) au moyen de la couche interne (« pixels ») de l'ITS.

Les vertex secondaires seront aussi reconstitués avec précision au moyen notamment de ITS+TPC. Ceci permettra une bonne identification des hadrons à vie courte, comme par exemple les  $\Xi^- (\rightarrow \Lambda \pi^- \rightarrow \pi^- p \pi^-)$ , Figure 8 [6].

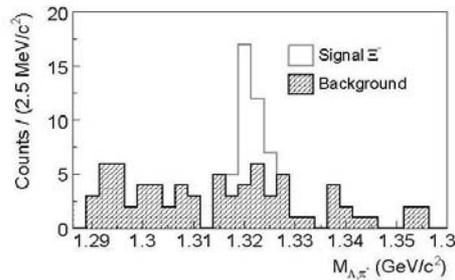


Figure 8: Spectre de masse invariante des  $\Xi^-$ .

### 3.1.4 PERFORMANCES SUR LA MESURE DES DIMUONS

La résolution en masse et l'efficacité de reconstruction des dimuons de désintégration de la résonance  $\Upsilon$ , état lié  $b\bar{b}$ , sont montrées Figure 9, en fonction du niveau de bruit de fond considéré lors de la simulation [8]. Une unité de niveau de bruit de fond correspond à deux événements centraux « HIJING » empilés, chacun avec  $dN_{\text{CH}}/d\eta = 6000$  à  $\eta \sim 0$ .

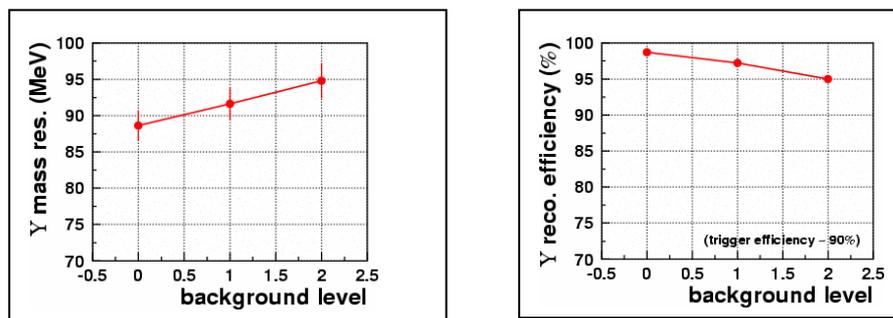


Figure 9: Résolution en masse (gauche) et efficacité de reconstruction (droite) des dimuons de désintégration de la résonance  $\Upsilon$ , en fonction du niveau de bruit de fond.

Une telle résolution permet de séparer les différentes résonances de la famille du  $\Upsilon$ . L'acceptance globale du spectromètre, rapportée à  $4\pi$  stéradian, est de l'ordre de 4.2% pour le  $\Upsilon$  et 4.6% pour le  $J/\psi$  (état lié  $c\bar{c}$ ), et s'étend jusqu'à des résonances  $J/\psi$  et  $\Upsilon$  d'impulsion transverse nulle [6].

## 3.2 ATLAS ET CMS

ATLAS [8] et CMS [10] ont été conçus pour effectuer le programme p-p à très haute luminosité du LHC. Ils présentent cependant un potentiel intéressant en ions lourds, dans des domaines d'acceptance souvent complémentaires à celui de ALICE.

Les deux détecteurs possèdent une calorimétrie électromagnétique et hadronique très performante ( $|\eta| < 4.9$  pour ATLAS et  $|\eta| < 5.2$  pour CMS), qui leur procure une bonne résolution sur la mesure des jets et qu'ils se proposent d'exploiter au mieux en collisions d'ions lourds.

Ils sont équipés pour la mesure des muons dans une grande acceptance ( $|\eta| < 2.7$  pour ATLAS et  $|\eta| < 2.4$  pour CMS) à mi-rapacité. De plus, des « Tracker Silicium » complètent cette région centrale de rapidité ( $|\eta| < 2.5$  pour ATLAS et  $|\eta| < 2.4$  pour CMS).

Bien entendu, à la différence de ALICE, ATLAS et CMS ne peuvent pas faire une identification quasi exhaustive des hadrons en collisions d'ions lourds.

La Figure 10 illustre la complémentarité ALICE-ATLAS-CMS pour l'identification des hadrons, muons et électrons [11]. Seul ALICE couvre les bas  $p_T$  et les muons à grande rapidité.

Dans les sections suivantes, des exemples plus concrets, basés sur des analyses de canaux de physique, permettront de montrer plus en détail les capacités et les performances en ions lourds de ALICE, ATLAS et CMS.

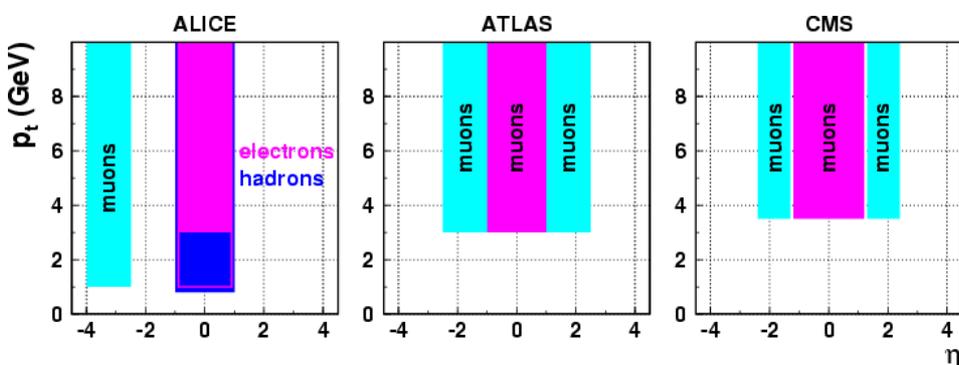


Figure 10: Complémentarité ALICE-ATLAS-CMS pour l'identification des hadrons, électrons et muons en collisions d'ions lourds.

### 3.2.1 LE CALCUL AU LHC

Les collaborations du LHC s'appuient sur des logiciels de simulation et d'analyse complexes. Du fait du flux de données à acquérir, et donc à traiter, de l'ordre de 1 Gb par seconde et par expérience, le calcul au LHC est un très grand défi en soit, pris en charge par le projet LCG pour « LHC Computing GRID ». Le traitement des données des expériences LHC fait appel au « calcul distribué », organisé en « Tier » comme l'illustre la Figure 11.

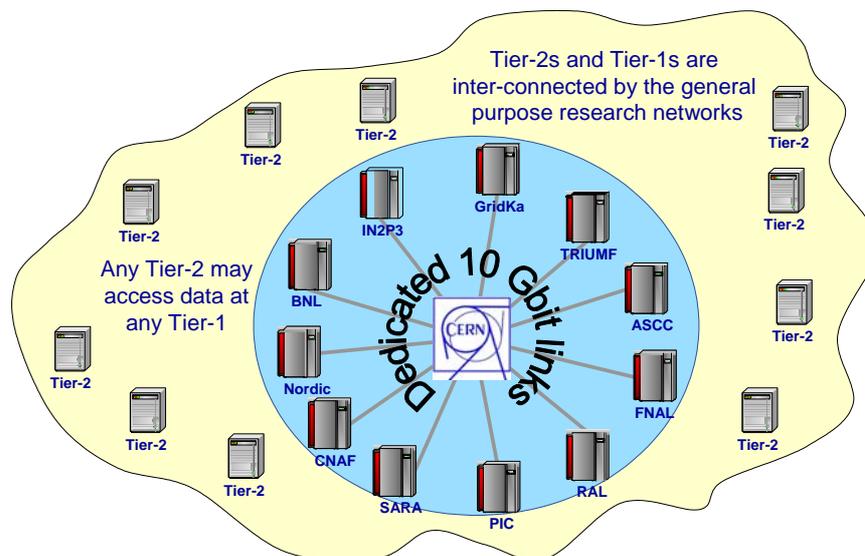


Figure 11: Organisation du projet de calcul LCG.

Dans ce schéma, le Tier-0, au cœur du système, est localisé au CERN alors que les Tier-1 correspondent aux grands centres nationaux de calcul. Les Tier-2 sont des plus petits centres de calcul. Le partage des tâches (sauvegarde, reconstruction, analyse, simulation) entre les différents Tier peut varier d'une expérience à l'autre, selon le modèle de calcul proposé [12].

En quelques chiffres, le calcul au LHC représente un besoin en puissance de calcul supérieur à 50 MSI2K (~50.000 Pentium4) et une capacité de stockage sur disque supérieure à 20 Pb (1 Pb=1000 Gb) par an (hors stockage de masse).

# 4 THEMES DE PHYSIQUE ET OBSERVABLES ASSOCIEES

## 4.1 PHYSIQUE « SOFT » (DOUCE)

Cette partie de la physique des collisions d'ions lourds au LHC sera essentiellement faite avec ALICE. Dans ce cours, je ne traite qu'un seul exemple de physique « soft », la multiplicité de particules produites, qui est une observable dite « day-one » (mesurable dès les premières heures de faisceau), extrêmement fondamentale. En effet, lors de la conception de l'expérience, la multiplicité (estimée par simulation en général) influence fortement le design des détecteurs. Ensuite, la multiplicité (mesurée) est caractéristique de la densité d'énergie atteinte lors de la collision.

La multiplicité, très influencée par les processus durs dans l'état initial et la région de saturation à petites valeurs de  $x$ -Bjorken, reste très difficile à modéliser du fait de l'importance des processus « soft » dans l'état final (hadronisation du QGP, désintégrations,...), non prédictibles par les théories fondamentales. Les mesures de RHIC ne permettent pas non plus de contraindre fortement la multiplicité au LHC car, comme nous l'avons déjà mentionné, l'augmentation en énergie incidente induit aussi une transition vers un régime différent de collisions. Avant de montrer quelques prédictions théoriques, il semble intéressant de s'intéresser aux évolutions de la multiplicité entre p-p et A-A d'une part, et en fonction de l'énergie de collision d'autre part.

### 4.1.1 MULTIPLICITE : DES COLLISIONS P-P AUX COLLISIONS A-A

La comparaison entre collisions p-p et collisions A-A permet, de façon générale, de mettre en évidence les effets nucléaires. Il faut trouver des variables pertinentes qui devraient évoluer régulièrement entre p-p et A-A en l'absence d'effets nucléaires (dans ce cas, il y a « scaling »). On utilise souvent la variable  $N_{CH}/(0.5 N_{PART})$ .  $N_{CH}$  est la multiplicité de particules chargées et  $N_{PART}$  est le nombre de participants de la collision. Cette variable représente en quelque sorte l'efficacité, par participant, à produire des particules chargées.  $N_{PART}$  est une variable géométrique qui ne dépend que de la centralité de la collision :

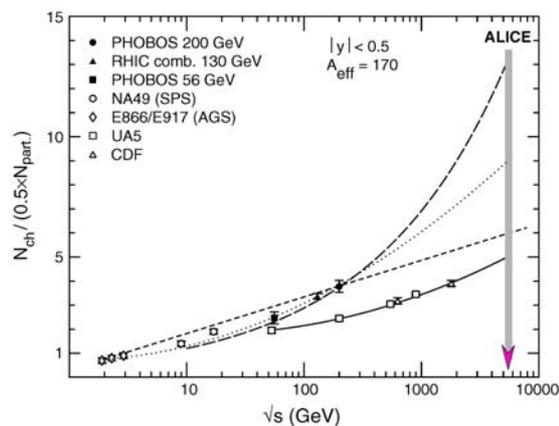
- collision p-p :  $N_{PART}=2$
- collision centrale A-A :  $N_{PART}\sim 2\times A$

Le modèle de Glauber [13] est traditionnellement employé pour déterminer  $N_{\text{PART}}$  en fonction de la centralité de la collision.

Nous verrons par la suite (Figure 12 et [2]) qu'une augmentation de  $N_{\text{CH}}/(0.5 N_{\text{PART}})$  de l'ordre de 50% est mesurée à RHIC entre p-p et Au-Au à  $\sqrt{s_{\text{NN}}}=200$  GeV. Une augmentation de  $\sim 150\%$  est prédite à LHC par les modèles de saturation [14], entre p-p et Pb-Pb à  $\sqrt{s_{\text{NN}}}=5.5$  TeV.

#### 4.1.2 MULTIPLICITE : DEPENDENCE EN ENERGIE INCIDENTE

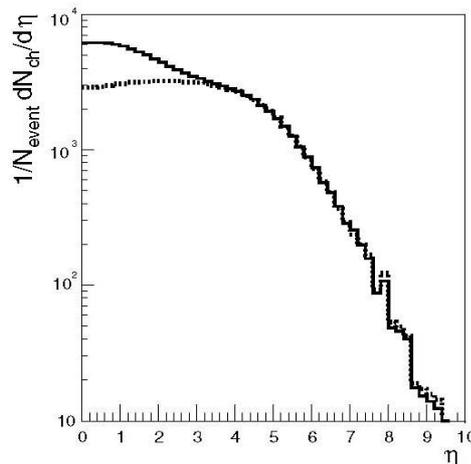
En p-p, une dépendance lente (logarithmique) avec  $\sqrt{s_{\text{NN}}}$  est mesurée, contrainte à haute énergie par les données de l'expérience CDF à  $\sqrt{s_{\text{NN}}}=2$  TeV. On aurait ainsi, comme indiqué Figure 12,  $N_{\text{CH}}/(0.5 N_{\text{PART}}) \sim 1.8$  ( $\sim 2.4$ ,  $\sim 5$ ) à  $\sqrt{s_{\text{NN}}}=17$  GeV (200 GeV, 5.5 TeV).



**Figure 12:** Multiplicité de particules chargées en fonction de l'énergie incidente [2].  
 Trait plein (resp. pointillé): ajustement (logarithmique) des données p-p (resp. A-A).  
 Tirets longs : prédiction d'un modèle de saturation [14].

En A-A, on peut s'attendre à une évolution en énergie différente. En effet, la multiplicité aux énergies SPS varie proportionnellement à  $N_{\text{PART}}$  (« scaling » en A) alors que, du fait de la dominance des processus durs, on s'attend à une variation proportionnelle à  $N_{\text{COLL}}$  (« scaling » en  $A^{4/3}$ ) au LHC. Cette augmentation avec l'énergie, beaucoup plus rapide en A-A qu'en p-p, sera certainement atténuée par les effets de « shadowing ». Quelques scénarii sont proposés Figure 12. Le modèle de saturation [14], qui reproduit bien les données RHIC, prédit une multiplicité  $dN_{\text{CH}}/d\eta \sim 2500$  (à  $\eta \sim 0$ ) au LHC.

Les résultats d'une simulation d'événements centraux Pb-Pb [2] avec HIJING (version 1.36) sont donnés Figure 13. Une multiplicité  $dN_{CH}/d\eta \sim 6000$  (à  $\eta \sim 0$ ) est prédite, avec les paramètres par défaut pour la simulation de l'effet de jet quenching. On voit l'importance de cet effet sur la multiplicité : en l'absence de prise en compte de ce phénomène, HIJING donne  $dN_{CH}/d\eta \sim 3000$  (à  $\eta \sim 0$ ). Il faut aussi remarquer que la sensibilité est bien moindre aux grandes rapidités.



**Figure 13:** Simulation d'événements centraux Pb-Pb à 5.5 TeV avec HIJING.  
 Trait plein (resp. pointillés) : avec (resp. sans) effet de jet quenching.

Finalement, de grandes incertitudes subsistent sur la valeur de la multiplicité dans les collisions A-A à LHC. Les modèles actuels semblent pointer vers des valeurs de  $dN_{CH}/d\eta$  (à  $\eta \sim 0$ ) comprises entre 2000 et 6000.

### 4.1.3 MULTIPLICITE : MESURES ET PERFORMANCES

La Figure 14 montre les performances de ALICE [6] et ATLAS [8] pour la mesure de la multiplicité de particules chargées en collisions centrales Pb-Pb (simulations avec générateur HIJING).

ALICE permet une mesure entre  $-5 < \eta < 3.5$ , en combinant les informations de l'ITS et des FMD (« Forward Multiplicity Detectors »). L'accord entre multiplicité générée et reconstruite est très bon.

ATLAS et CMS ne disposent que de leur « Tracker Silicium » pour la mesure de la multiplicité, ce qui limite la zone en  $\eta$  couverte.

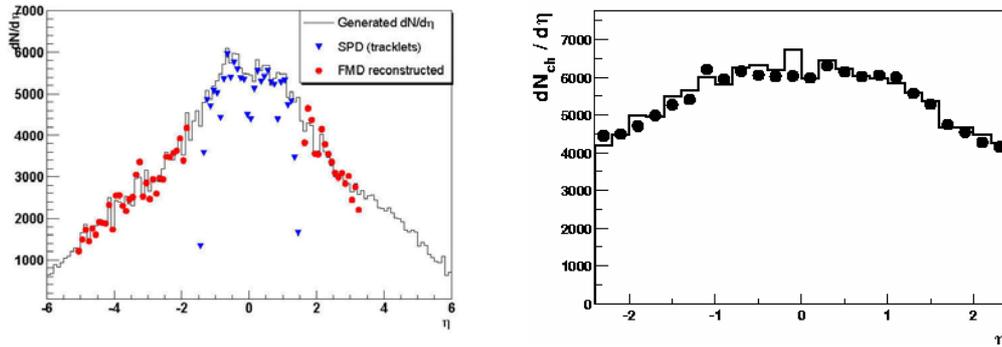


Figure 14: Mesure de  $dN_{ch}/d\eta$  en fonction de  $\eta$ , avec ALICE (gauche) et ATLAS (droite).

#### 4.1.4 PHYSIQUE « SOFT »: CONCLUSION

Bien entendu, la physique « soft » ne s'arrête pas à la mesure de la multiplicité [6]. Rappelons aussi l'intérêt d'étudier les spectres de particules (flow, température, ...) et les rapports entre types de particules (température, potentiel chimique baryonique, ...). La théorie prédit un potentiel chimique baryonique  $\mu_B \sim 9$  MeV ( $\bar{p}/p \sim 0.9$ ) au LHC (Figure 15).

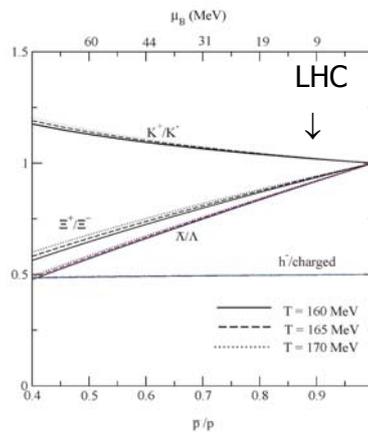


Figure 15: Rapports particules-antiparticules et potentiel chimique baryonique.

La possibilité de faire, pour la première fois, ces analyses thermo-chimiques événement par événement sera possible à LHC, du fait de la très grande multiplicité attendue. De telles mesures, événement par événement, sont très intéressantes puisqu'elles informent sur des fluctuations qui peuvent être d'origine non statistique.

Tout ce type d'analyses pourra être fait avec ALICE seulement puisqu'une identification la plus exhaustive possible des particules est nécessaire.

## 4.2 PHYSIQUE « HARD » (DURE)

La physique dure est le domaine de prédilection de LHC. Les trois expériences, ALICE, ATLAS et CMS, proposent des contributions dans ce domaine. Les taux de production des sondes dures donnent des informations relativement directes sur l'instant initial des collisions, PDFs notamment, mais aussi sur le milieu environnant (QGP). Leur mesure est en effet, en général, altérée par des effets de milieu, ré-interactions (« multiple scattering »), perte d'énergie des partons, écrantage de couleur, lors de l'évolution de la collision. Une comparaison entre les mesures A-A, p-p et p-A est nécessaire pour isoler l'influence des différents effets. Quelques sujets de physique « hard » sont développés ci-après.

### 4.2.1 LES SAVEURS LOURDES OUVERTES

Les quarks lourds [4][15] [17] sont produits en abondance dans des processus durs au LHC (Tableau 3) : 120 paires  $c\bar{c}$  et 5 paires  $b\bar{b}$  par événement central Pb-Pb, à comparer à 10 paires  $c\bar{c}$  et 100 fois moins de paires  $b\bar{b}$  à RHIC. Ils sont produits aux tous premiers instants des collisions ( $\sim 1/2 m_Q \sim 0.1$  fm/c, à comparer à  $\tau_{QGP} \sim 10$  fm/c) et traversent ensuite le milieu (QGP). Leur étude permettra ainsi de :

- tester QCD perturbative;
- sonder le milieu traversé via l'étude de leur perte d'énergie (quenching);
- normaliser la production de quarkonia.

Ils peuvent former des quarkonia (familles du  $J/\psi$  et  $\Upsilon$  notamment, voir section 4.2.2) ou des hadrons de saveur lourde ouverte (par exemple des mésons D ou B) ayant des voies de désintégration hadronique (ex  $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ ) et leptonique.

	SPS	RHIC	LHC
Paires $c\bar{c}$	0.2	10	120 $\sigma_{pp}=6.64$ mb $C_{shad}=0.65$
Paires $b\bar{b}$		0.05	5 $\sigma_{pp}=0.21$ mb $C_{shad}=0.84$

**Tableau 3:** Production de quarks lourds dans les collisions Pb-Pb (ou Au-Au à RHIC), à  $b=0$ .  $\sigma_{pp}$  et  $C_{shad}$  sont respectivement les sections efficaces de production en p-p et les facteurs de shadowing considérés pour LHC.

Les principaux diagrammes de production des quarks lourds [16] sont présentés Figure 16. Les diagrammes, à l'ordre dominant (LO), sont: (a) fusion de gluons et (b) création de saveur. Les diagrammes à l'ordre suivant (NLO) sont: (c) création de paire (avec émission d'un gluon), (d) excitation de saveur et (e) « splitting » de gluons. Les diagrammes NLO représenteraient la principale source de production de quarks lourds au LHC [15].

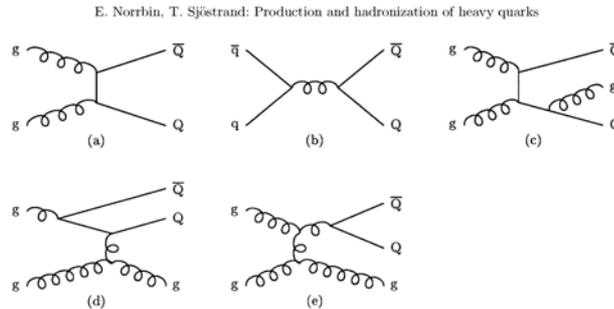


Figure 16: Principaux diagrammes de production des quarks lourds au LHC.

La Figure 17 [4] illustre l'acceptance en x-Bjorken de ALICE pour le charme et la beauté.

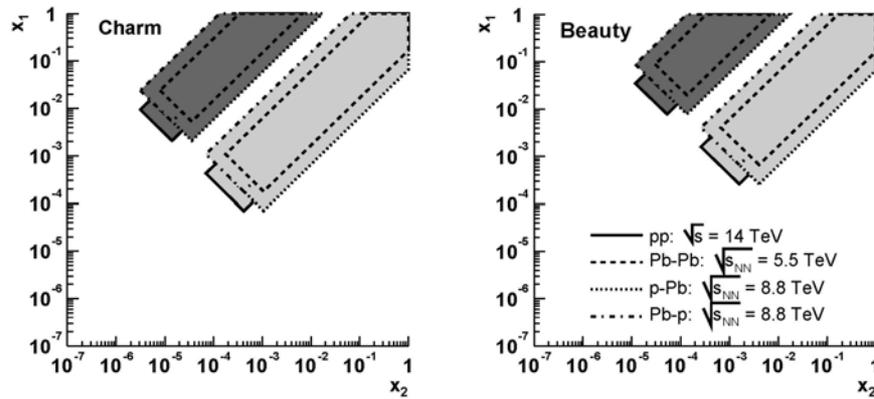


Figure 17: Acceptance en x-Bjorken pour le charme (gauche) et la beauté (droite) dans le spectromètre à muons (gris foncé) et la partie centrale de ALICE (gris clair).

#### 4.2.1.1 Beauté ouverte dans le canal semi-muonique avec ALICE

La beauté ouverte peut être mesurée inclusivement en « muons simples » (Figure 18) dans le spectromètre de ALICE [22]. La beauté ouverte domine le spectre à grand  $p_T$  des muons produits. Cette mesure en muons simples a l'avantage de fournir une grande statistique (Tableau 4) et sera ainsi un excellent candidat d'observable « day-one » (en p-p puis en Pb-Pb) au LHC.

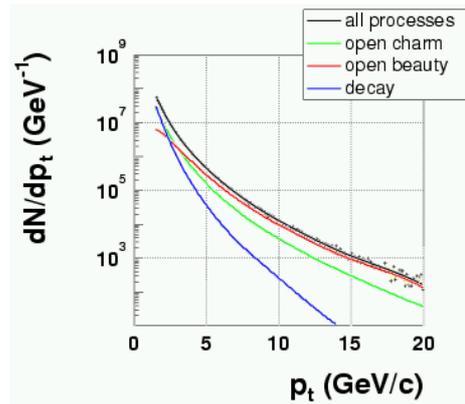


Figure 18: Distribution inclusive en  $p_T$  des muons de désintégration de la beauté ouverte dans les collisions centrales Pb-Pb.

$p_T$ (GeV/c)	1.5-3	3-6	6-9	9-30
$N_\mu$	$5.3 \cdot 10^6$	$1.7 \cdot 10^6$	$0.14 \cdot 10^6$	$0.03 \cdot 10^6$

Tableau 4: Nombre de muons de désintégration de la beauté ouverte, pour 400 millions de collisions centrales Pb-Pb ( $\sim 1$  mois de prise de données), dans le spectromètre à muons de ALICE.

La beauté ouverte peut aussi être mesurée en dimuons [22]. Le spectre en masse invariante des dimuons de signe opposé est présenté Figure 19, dans la région des basses masses (gauche) et des plus hautes masses (droite). Ces deux régions sont dominées par des phénomènes de production différents, appelés « B-chain » et « BB-diff » (Figure 20), à basse et haute masse respectivement. Les statistiques attendues sont, bien entendu, moindres qu'en muons simples (Tableau 5).

Mass (GeV)	0.3-5	5-20
$N_{\mu^+\mu^-}$	$41 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$

Tableau 5: Nombre de dimuons de signe opposé de désintégration de la beauté ouverte, pour 400 millions de collisions centrales Pb-Pb ( $\sim 1$  mois de prise de données), dans le spectromètre à muons de ALICE. Une coupure  $p_T > 1.5$  GeV/c est imposée aux muons simples.

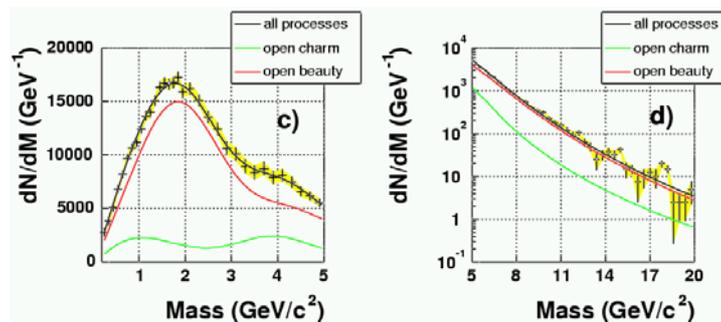
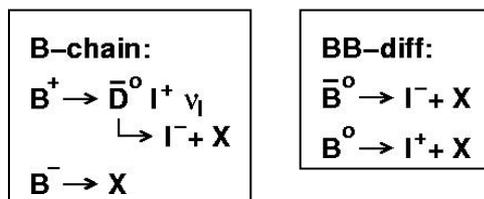


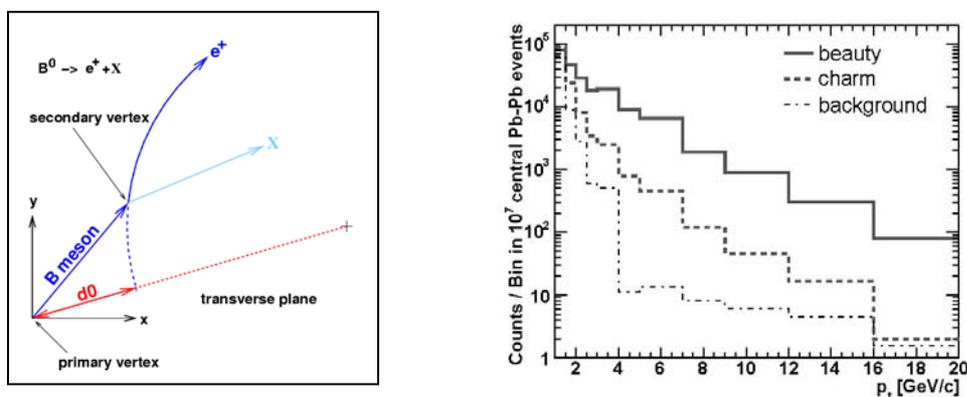
Figure 19: Spectre en masse des dimuons de signe opposé de désintégration de la beauté ouverte, pour 400 millions de collisions centrales Pb-Pb.



**Figure 20:** Processus B-chain et BB-diff de production de dimuons de signe opposé provenant de la beauté ouverte.

### 4.2.1.2 Beauté ouverte dans le canal semi-électronique avec ALICE

La beauté ouverte sera aussi mesurée dans la voie de désintégration semi-électronique ( $B \rightarrow e^\pm + X$ ) [6][23] dans ALICE (Figure 21). Les électrons sont identifiés au moyen des détecteurs centraux TPC+TRD. Une coupure sur le paramètre d'impact  $d_0$ , mesuré grâce à l'ITS, permet d'améliorer le rapport signal/bruit.

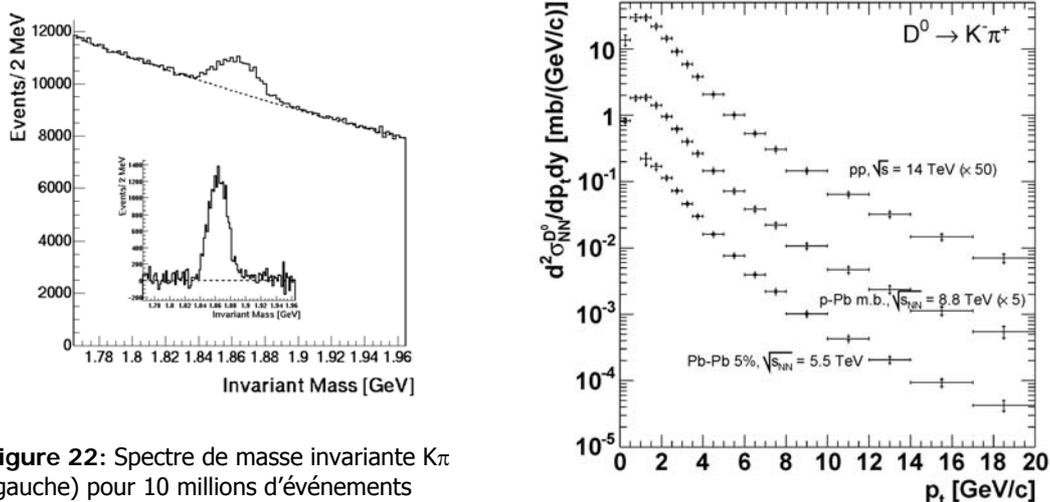


**Figure 21:** Statistique espérée (droite) d'électrons de désintégration de la beauté, pour 10 millions de collisions centrales Pb-Pb ( $\sim 1$  mois de prise de données) dans la partie centrale de ALICE. Une coupure en paramètre d'impact  $200 < |d_0| < 600 \mu\text{m}$  (schéma de gauche) est appliquée.

La statistique attendue est moindre que dans le canal semi-muonique car le nombre d'événements « ALICE Barrel » enregistrés est plus petit que le nombre d'événements pris avec le spectromètre à muons.

### 4.2.1.3 Charme ouvert dans un canal hadronique avec ALICE

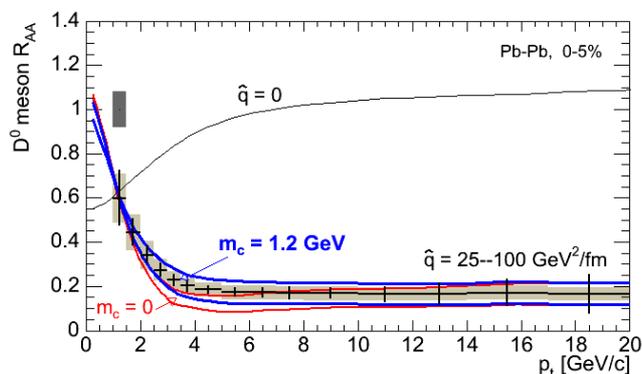
La possibilité de mesurer le charme ouvert, via le canal de désintégration faible hadronique  $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ , de  $c\tau = 124 \mu\text{m}$ , a aussi été envisagée avec ALICE « Barrel ». La stratégie d'identification est complexe et est décrite en détail dans [6][24]. Cette mesure exclusive a l'avantage de donner directement accès au  $p_T$  du méson charmé et ainsi à la section efficace de production (Figure 22).



**Figure 22:** Spectre de masse invariante  $K\pi$  (gauche) pour 10 millions d'événements centraux Pb-Pb (avec/sans soustraction de bruit de fond). Sections efficaces en  $p_T$  (droite) pour  $D^0 \rightarrow K\pi^+$ , par collision N-N, pour les collisions p-p, p-Pb et Pb-Pb.

Connaissant la distribution en  $p_T$  en collision p-p et A-A, le facteur de modification nucléaire  $R_{AA}$ , s'obtient par:

$$R_{AA} = \frac{1}{N_{\text{COLL}}} \times \frac{dN_{AA} / dp_T}{dN_{pp} / dp_T} \quad \text{Eq. 2}$$



**Figure 23:** Facteur de modification nucléaire  $R_{AA}$  pour les mésons  $D^0$ , avec effets de shadowing et perte d'énergie au niveau partonique (quenching).

Ce facteur  $R_{AA}$  met en évidence les effets nucléaires, comme la perte d'énergie partonique (quenching). Comme le montre la Figure 23 [24], à grand  $p_T$  à LHC, on attend une valeur  $R_{AA} \sim 0.2$  pour une perte d'énergie caractérisée par  $\hat{q} = 25-100 \text{ GeV}^2/\text{fm}$  (valeurs extrapolées des mesures RHIC) alors que  $R_{AA} \sim 1$  en l'absence de perte d'énergie ( $\hat{q} = 0$ ). Les effets de shadowing sont visibles à petit  $p_T$  sur la courbe à  $\hat{q} = 0$ .

## 4.2.2 LES QUARKONIA DES FAMILLES DU $J/\psi$ ET $\Upsilon$

Comme nous l'avons montré dans la section précédente, la mesure des quarks lourds donne des informations sur les PDFs et la perte d'énergie partonique. Les quarkonia [15][17][18] des familles des résonances  $J/\psi$  et  $\Upsilon$ , eux, sont sensibles au phénomène d'écrantage de couleur dans le QGP, conduisant à une réduction de leur production en A-A relative à p-p. Fait unique, la densité d'énergie atteinte en ions lourds au LHC pourrait être suffisante pour dissocier la résonance  $\Upsilon$  [19]. De plus, la statistique attendue (Tableau 6) permettra des études détaillées. Cependant, notamment pour le  $J/\psi$ , des phénomènes de « régénération » [20] pourraient au contraire conduire à une augmentation du taux de leur production en A-A, relativement à p-p.

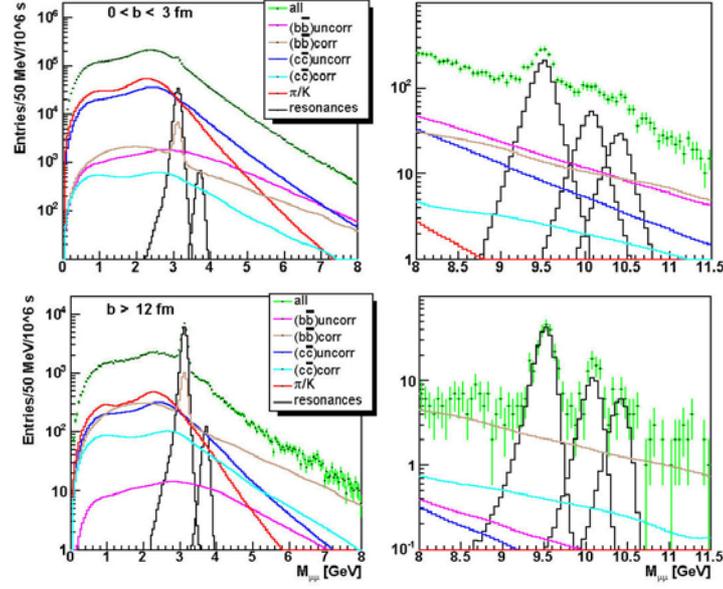
Pb-Pb (b<5 fm)	$J/\psi$	$\Psi'$	$\Upsilon$	$\Upsilon'$	$\Upsilon''$
$\sigma_{pp}$ ( $\mu\text{b}$ )	30.5	4.26	0.36	0.12	0.07
$C_{\text{shad}}$	0.62	0.62	0.79	0.78	0.81
N /evnt (dans $4\pi$ )	0.45	0.06	0.007	0.002	0.001
Br ( $\mu^+\mu^-$ )	5.9%	0.7%	2.5%	1.3%	1.8%
N ( $\mu^+\mu^-$ ) (dans $4\pi$ ) (en $\sim 1$ mois)	$11000 \cdot 10^3$	$170 \cdot 10^3$	$70 \cdot 10^3$	$10 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$

**Tableau 6:** Statistiques attendues au LHC pour les résonances de quarks lourds dans les collisions centrales Pb-Pb. Statistiques en dimuons (ou di-électrons) pour 400 millions de collisions centrales.

### 4.2.2.1 Les quarkonia des familles du $J/\psi$ et $\Upsilon$ en dimuons avec ALICE

Des simulations détaillées des performances du spectromètre à muons de ALICE pour la mesure des quarkonia [21][6] ont été effectuées, en fonction de la centralité des collisions en Pb-Pb (Figure 24) et de l'impulsion transverse des résonances. Les dimuons de la beauté ouverte dominant le continuum de masse, à grande masse.

Les statistiques attendues sont répertoriées dans le Tableau 7 pour différentes tranches de centralité et en intégrant toutes les centralités (« min. bias »). Ces chiffres n'incluent aucune augmentation ou suppression (sauf l'effet de shadowing, cf. Tableau 6) par effets nucléaires. Les correspondances entre centralité et  $\varepsilon$ -Bjorken sont aussi données.



**Figure 24:** Spectres de masse invariante dimuons de signe opposé pour des collisions Pb-Pb centrales (haut) et périphériques (bas), en  $\sim 1$  mois de prises de données ( $\langle L \rangle = 5.10^{26} \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ ).

	b (fm)	0-3	3-6	6-9	9-12	12-16	Min. bias
	$\epsilon$ (GeV/fm <sup>3</sup> )	32	30	28	16	5	
J/ψ	S (×10 <sup>3</sup> )	131	232	196	93	21	673
	S/B	0.19	0.27	0.47	1.06	3.05	0.32
	S/√S+B	148	227	256	224	128	406
ψ′	S (×10 <sup>3</sup> )	3.7	6.5	5.5	2.6	0.6	18.9
	S/B	0.01	0.02	0.03	0.06	0.17	0.02
	S/√S+B	6.7	11	13	12	9.3	19.5
Υ	S (×10 <sup>3</sup> )	1.37	2.42	2.02	0.95	0.21	6.96
	S/B	1.67	2.26	3.74	6.52	9.04	2.68
	S/√S+B	28.7	40.2	40.1	28.9	13.4	71.2
Υ′	S (×10 <sup>3</sup> )	0.36	0.63	0.53	0.25	0.05	1.82
	S/B	0.65	0.88	1.4	2.38	3.18	1.03
	S/√S+B	11.7	18.7	17.4	14.1	6.3	30.4
Υ′′	S (×10 <sup>3</sup> )	0.20	0.36	0.30	0.14	0.03	1.04
	S/B	0.48	0.63	1.03	1.70	2.21	0.74
	S/√S+B	10.5	12.7	13.4	8.8	5.1	21.1

**Tableau 7:** Statistiques attendues pour les résonances de quarks lourds avec le spectromètre à muons de ALICE, pour Pb-Pb et différentes tranches de centralité, en  $\sim 1$  mois de prises de données ( $\langle L \rangle = 5.10^{26} \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ ).

Des études préliminaires ont été menées en incluant des scénarii de suppression par effet d'écrantage de couleur et éventuellement des effets d'absorption nucléaire des résonances  $J/\psi$  et  $\Upsilon$ . La beauté ouverte est utilisée en tant que normalisation. La sensibilité, en fonction de la centralité, est illustrée Figure 25, pour deux scénarii extrêmes d'écrantage [6], sans effet d'absorption nucléaire.

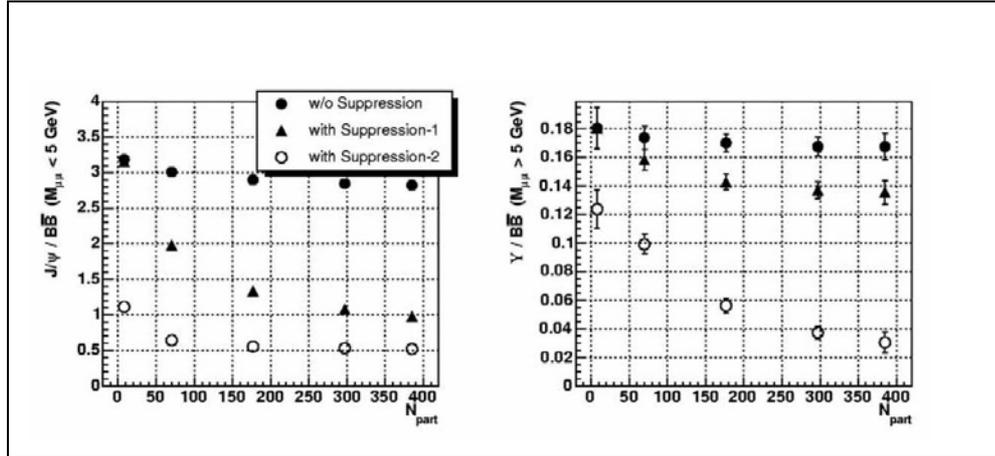


Figure 25: Rapports  $J/\psi$  (gauche) et  $\Upsilon$  (droite) sur beauté ouverte  $b\bar{b}$  en fonction de la centralité ( $N_{\text{PART}}$ ) pour Pb-Pb, sans suppression et avec deux hypothèses de suppression par écrantage de couleur.

#### 4.2.2.2 Les quarkonia des familles du $J/\psi$ et $\Upsilon$ en dimuons avec ATLAS et CMS

ATLAS [8] et CMS [10] mesurent les muons à mi-rapacité, dans une acceptation très différente de celle de ALICE. Les statistiques attendues en  $J/\psi$  et  $\Upsilon$  sont cependant comparables mais le rapport S/B est moins bon car le bruit de fond hadronique est dominant à mi-rapacité, même à la masse de  $\Upsilon$ . La résolution en masse sur les dimuons de CMS est excellente (Figure 26), bien meilleure que celle d'ATLAS.

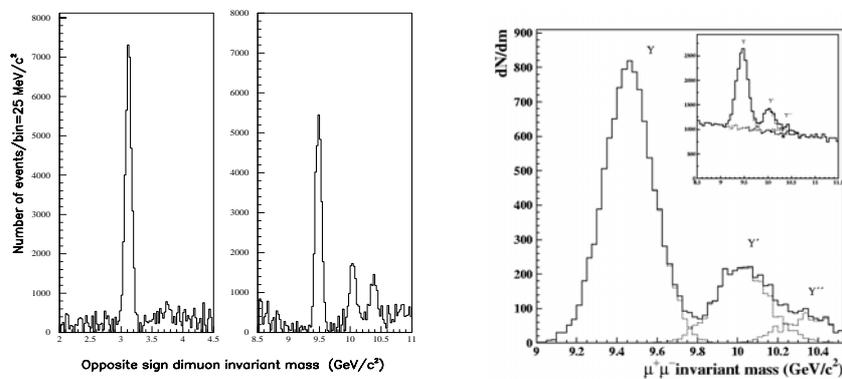


Figure 26: Spectres de masse invariante dimuons de signe opposé avec CMS (gauche) et ATLAS (droite), en collisions Pb-Pb (bruit de fond soustrait).

### 4.2.3 LES JETS

Quelques  $10^6$  jets [2][26] de  $E_T > 100$  GeV sont prédits en un mois de collisions Pb-Pb à luminosité nominale au LHC dans le domaine  $|\eta| < 1$ . Suite aux mesures de RHIC [25], un fort phénomène de jet quenching (perte d'énergie de la « leading » particule, issue directement de l'interaction partonique initiale) est attendu au LHC. Ainsi, la fonction de fragmentation du jet dans le milieu sera modifiée et la mesure des jets donnera des informations sur le milieu créé dans la collision, le QGP.

LHC propose d'étendre la mesure de  $R_{AA}$  (Eq. 2) à des valeurs de  $p_T$  jusqu'à 100 GeV/c (Figure 27), pour différents types de hadrons [27]. Une nouvelle possibilité qui est offerte à LHC est la reconstruction événement par événement des jets très énergétiques ( $E_T > 50$  GeV typiquement) en collision A-A. Dans ce cas, le jet peut être discerné du fond comme le montre la simulation présentée Figure 28 (extraite de [28]). L'étude des distributions d'énergie transverse et parallèle au jet donnera des informations sur le phénomène de quenching. La sensibilité de telles mesures serait supérieure à celle fournie par l'observable  $R_{AA}$ .

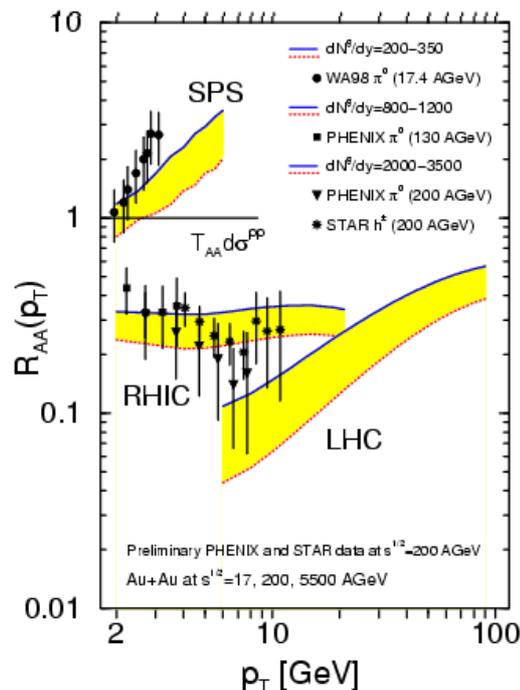
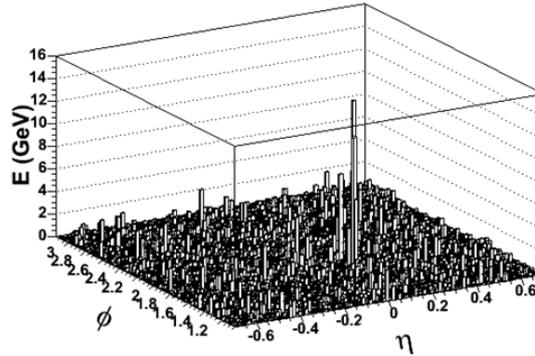


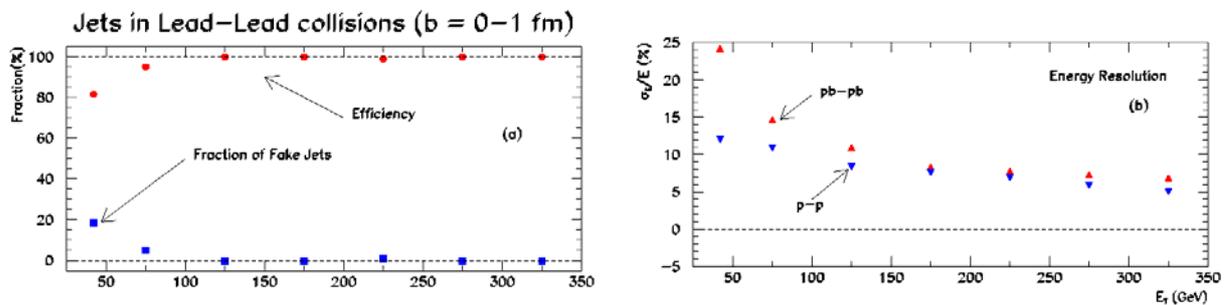
Figure 27: Extension de la gamme de mesure de  $R_{AA}$  en fonction de  $p_T$  à LHC.



**Figure 28:** Simulation d'un jet de  $E_T=100$  GeV et du bruit de fond associé (cas d'une collision Pb-Pb centrale au LHC).

ALICE aura besoin du calorimètre EMCAL (énergie neutre, possibilité de déclenchement) en complément de la TPC pour arriver à de bonnes performances sur la mesure (résolution en énergie notamment) des jets de haute énergie [6][29]. Par contre, la TPC apportera certainement beaucoup, grâce au potentiel d'identification des hadrons aux bas  $p_T$ , pour la mesure des formes des jets. En effet, des mesures calorimétriques seules pourraient se révéler insuffisantes car l'énergie du jet est redistribuée, mais conservée, suite à l'effet de jet quenching.

ATLAS, de part la qualité de sa calorimétrie, sera très performant sur la mesure des jets de haute énergie [8], comme le montre la Figure 29. Le jet est recherché dans un cône de taille  $\Delta\phi \times \Delta\eta = 0.4 \times 0.4$ . Le bruit de fond moyen est de  $50 \pm 11$  GeV, ce qui donne un seuil de reconstruction des jets de  $\sim 30-40$  GeV en collisions Pb-Pb centrales (contre  $\sim 15$  GeV en collisions p-p).



**Figure 29:** Efficacité de détection (gauche) et résolution sur l'énergie du jet (droite) avec ATLAS, en collisions centrales Pb-Pb. Le jet est simulé au moyen de PYTHIA, le bruit de fond au moyen de HIJING.

#### 4.2.4 AUTRES THEMES DE PHYSIQUE « HARD »

Les quelques sujets de physique « hard » abordés dans les sections précédentes sont bien entendus loin de donner une vue exhaustive de ce vaste domaine au LHC. Citons par exemple deux autres thèmes très prometteurs comme les photons directs (non thermiques) [6] et les W et Z [6][10].

D'autre part, à l'intérieur des thèmes présentés, il y a aussi beaucoup d'autres développements possibles. Citons par exemple les quarkonia en di-électrons [6][30], les di-électrons et dimuons de même signe [31], les  $J/\psi$  secondaires [30][32], les tri-muons [6], les coïncidences électrons-muons [33], les mésons vecteurs de basse masse ( $\rho, \omega, \Phi$ )[34],...

## 5 CONCLUSION

LHC est la prochaine machine pour les collisions d'ions lourds, peut-être même la dernière à la frontière en énergie.

Un pas en énergie très important au delà des énergies de RHIC est franchi, ouvrant de vastes espaces vierges de physique, notamment de physique dure, tant sur le plan expérimental que théorique.

Les détecteurs du LHC sont très performants car technologiquement très évolués.

La communauté des physiciens des ions lourds doit aller de l'avant pour exploiter cette chance unique d'explorer le Plasma de Quarks et Gluons.

## REFERENCES

- [1] F. Karsch and E. Laermann, "Thermodynamics and in-medium hadron properties from lattice QCD", arXiv:hep-lat/0305025 (2003).
- [2] ALICE Collaboration, ALICE Physics Performance Report (Volume 1), CERN/LHCC 2003-049 (2003).
- [3] J. Schukraft, Nucl. Phys. A698 (2002) 287.
- [4] N. Carrer and A. Dainese, "Charm and beauty production at LHC", ALICE-INT-2003-019 v.3, hep-ph/0311225 (2003).

- [5] K. Kajantie, Nucl. Phys. A715 (2003) 432c.
- [6] ALICE Collaboration, ALICE Physics Performance Report (Volume 2), CERN/LHCC 2005-030 (2005).
- [7] ALICE Collaboration, "Dimuon forward spectrometer", Technical Design Report, CERN/LHCC 99-22 (1999). Addendum, CERN/LHCC 00-46 (2000).
- [8] A. Zinchenko et al., "Development of algorithms for cluster finding and track reconstruction in the forward muon spectrometer of ALICE experiment", CERN-2005-002-V-2 (2005) p276.
- [9] ATLAS Collaboration, "Heavy Ion Physics with the ATLAS Detector", Letter of Intent, CERN/LHCC/2004-009 (2004).
- [10] CMS Collaboration, "Heavy ion Physics in CMS", CMS-NOTE-2000-060 (2000).
- [11] P. Crochet, "(di-)leptons and heavy flavours in heavy ion collisions at the LHC", International Workshop on Electromagnetic Probes of Hot and Dense Matter, Trento, Italy (Juin 2005).
- [12] ATLAS Collaboration, ATLAS computing model, CERN-LHCC-2004-037-G-085. ALICE Collaboration, ALICE computing model, CERN-LHCC-2004-038-G-086. CMS Collaboration, CMS computing mode, CERN-LHCC-2004-035-G-083.
- [13] R.J. Glauber and G. Matthiae, Nucl. Phys. B21 (1970) 135.
- [14] K.J. Eskola et al., Nucl. Phys. B570 (2000) 379. K.J. Eskola et al., "Multiplicities and transverse energies in central A-A collisions at RHIC and LHC from pQCD, saturation and hydrodynamics", arXiv:hep-ph/0104010 (2001).
- [15] M. Bedjidian et al., "Hard probes in heavy ion collisions at the LHC: heavy flavour physics", hep-ph/0311048 (2003).
- [16] E. Norrbin and T. Sjostrand, Eur. Phys. J. C17 (2000) 137.
- [17] P. Crochet, "Quarkonia and heavy flavors at the LHC", Eur. Phys. J. C43 (2005) 437.
- [18] N. Brambilla et al., "Heavy quarkonium physics", hep-ph/0412158 (2004).
- [19] S. Digal et al., Phys. Rev. D64 (2001) 094015. C. Y. Wong, Phys. Rev. C65 (2002) 034902.
- [20] P. Braun-Munzinger and J. Stachel, Phys. Lett. B490 (2000) 196. R.L. Thews et al., Phys. Rev. C63 (2001) 054905.
- [21] A. Morsch and K. Eggert, "Onium production in heavy-ion collisions at the LHC - Signals and backgrounds in the two-muon channel", ALICE-INT/PHY 95-05 (1995).
- [22] R. Guernane et al., "Measuring the B-meson production cross section in 5.5 TeV Pb-Pb collisions using semileptonic decay muons", ALICE Collaboration, ALICE-INT-2005-018 (2005).
- [23] A. Dainese et al., "Measuring beauty production in Pb-Pb collisions at the LHC via single electrons in ALICE", nucl-ex/0510083 (2005).
- [24] A. Dainese, "Charm production and in-medium QCD energy loss in nucleus-nucleus collisions with ALICE. A performance study.", arXiv:nucl-ex/0311004 (2003).
- [25] BRAHMS, PHENIX, PHOBOS, STAR Collaborations, Nucl. Phys. A757 (2005).
- [26] A. Accardi et al., "Hard Probes in Heavy Ion Collisions at the LHC: Jet Physics", hep-ph/0310274 (2003).

- [27] I. Vitev and M. Gyulassy, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 252301.
- [28] S. Blyth, "Jet Study in Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions with the ALICE Detectors at the LHC", nucl-ex/0510065 (2005).
- [29] A. Morsch et al., Nucl. Part. Phys. 31 (2005) S597.
- [30] ALICE Collaboration, "Transition Radiation Detector", Technical Proposal, Addendum 2, CERN/LHCC/99-13. ALICE Collaboration, "Transition Radiation Detector", Technical Design Report, CERN/LHCC/2002-21.
- [31] P. Crochet and P. Braun-Munzinger, Nucl. Instr. And Meth A484 (2002) 564.
- [32] I.P. Lokhtin and A.M. Snigirev, "High-mass dimuon and secondary  $J/\Psi$  production at CMS as probes of medium-induced bottom quark energy loss in heavy ion collisions", CMS-NOTE-2001-008 (2001).
- [33] P. Crochet et al., "Electron-Muon Coincidence as a Measure of Charm and Bottom with ALICE", ALICE-INT-2000-01 (2000).
- [34] B. Rapp, "Production de dimuons en réactions p-p et Pb-Pb avec ALICE: le détecteur V0 et les résonances de basse masse", Université Claude Bernard - Lyon I, 2004.

# SEMINAIRES JEUNES

## Etats liés de gluons dans le contexte de modèles potentiels

*Vincent MATHIEU, Université Mons Hainaut*

Les états liés de gluons, appelés boules de glu, sont des prédictions de la QCD. Bien qu'ils n'aient pas encore été découverts expérimentalement de façon certaine, ils constituent un sujet d'étude intéressant. Dans le cadre des modèles potentiels, le système est défini par un hamiltonien comprenant une partie cinétique et une partie potentielle.

Les premiers travaux dans ce domaine ont été effectués dès le début des années 80<sup>[1][2][3]</sup>. Il est admis que le potentiel d'une boule de glu à deux gluons se décompose en deux parties. La première, résultant de l'échange d'un gluon, prend en compte les termes de courtes portées et est construit à partir de la limite non-relativiste des diagrammes de Feynman. La seconde régit les interactions à longue portée, le confinement. Puisque les calculs sur réseaux ont montré que le champ de couleur était localisé sur l'axe joignant les deux particules, le confinement est modélisé par un potentiel linéaire.

Nous proposons d'étendre ces résultats aux boules de glu à trois gluons. Le tube de flux sera remplacé par une jonction Y. Les calculs sur réseaux nous montrent en effet que le champ de couleur est représenté par trois tubes de flux se rejoignant de façon à minimiser l'énergie. Le terme d'interaction à courte portée est une somme de potentiel d'échange d'un gluon entre les différentes paires de gluons. La modification majeure à ce terme sera le calcul d'une masse dynamique pour les gluons provenant du confinement et dépendant des nombres quantiques de la boule de glu. Enfin, notre dernière contribution sera de donner aux gluons une taille effective ce qui permet d'éviter les problèmes liés aux singularités dans le potentiel à courte portée. Les résultats obtenus pour les boules de glu à deux gluons sont en bonne concordance avec certains candidats expérimentaux et les prédictions des calculs sur réseaux. Le hamiltonien à trois corps sera diagonalisé dans une base de gaussiennes.

[1] J.M. Cornwall and A. Soni, Phys. Lett. **120B**, 431 (1983)

[2] W.S. Hou and G.G. Wong, Phys. Rev. D **67**, 034003 (2003)

[3] F. Brau and C. Semay, Phys. Rev. D **70**, 014017 (2004)

## Les résonances de quarks lourds comme sonde du QGP

*Philippe PILLOT, IPN Lyon*

D'après les prédictions de QCD, au delà d'une certaine température ou densité d'énergie, la matière nucléaire devrait subir une transition de phase vers un nouvel état, le Plasma de Quarks et de Gluons (QGP), dans lequel les quarks et les gluons ne seraient plus confinés à l'intérieur des hadrons. Expérimentalement, un tel état pourrait se former dans des collisions d'ions lourds ultra-relativistes. Afin de le mettre en évidence, plusieurs signatures ont été proposées parmi lesquelles la suppression des résonances de quarks lourds.

L'expérience NA50, au CERN, a observé une suppression "anormale" du  $J/\psi$  (résonance  $c\bar{c}$ ) dans les collisions Pb-Pb centrales à 158 GeV/c par nucléon incident. Cependant, cette observation ne peut pas être clairement reliée à la formation d'un QGP. En 2003, afin de clarifier la situation, l'expérience NA60 a pris des données en collisions indium-indium à la même énergie incidente.

Nos premiers résultats montrent qu'une suppression "anormale" est également présente dans les collisions centrales. Une étude précise de l'évolution de cette suppression en fonction de la centralité de la collision est actuellement en cours. Elle devrait permettre, par comparaison avec les résultats des expériences précédentes, de remonter au mécanisme qui en est responsable. L'expérience ALICE se propose d'étudier la production des résonances de quarks lourds aux énergies du LHC. Comme dans NA60, ces résonances sont détectées via leur désintégration en deux muons, à l'aide d'un spectromètre à muons. Afin d'atteindre la résolution optimale permettant de séparer les différentes résonances de la famille du  $\Upsilon(b\bar{b})$ , la position des différents plans de détection du spectromètre doit être connue avec une très grande précision. Pour cela, nous avons conçu un système (le GMS) permettant de mesurer les déplacements et déformations de ces plans au cours des prises de données. Ce système, composé de plusieurs centaines d'appareils optiques, atteint des précisions meilleures que la centaine de microns.

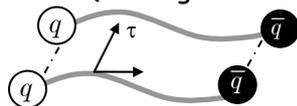
## Etude de la production de $J/\Psi$ et $\Upsilon$ dans le cadre du modèle de CGC

*Alexandre CHARPY, IPN Orsay*

## Etude des effets de retard dans les mésons

*Fabien BUISSERET, Université Mons-Hainaut*

Les mésons, états liés quark-antiquark, sont bien décrits par la chromodynamique quantique (QCD). Malheureusement, la résolution des équations d'Euler-Lagrange de cette théorie est un problème complexe, aussi bien analytiquement que numériquement. Il est donc utile de travailler avec un modèle effectif. En particulier, pour les mésons, le modèle effectif dit « de la corde tournante » peut être établi à partir du lagrangien QCD [1,2]. Dans ce modèle, le méson est vu comme composé de deux particules ponctuelles sans spin - le quark et l'antiquark, reliées par une corde (voir figure ci-contre). Cette corde modélise de manière simplifiée les échanges de gluons



virtuels à longue portée entre les deux particules, et simule donc le confinement. Dans cette approche, les interactions de spin sont estimées comme assez faibles pour être ajoutées en perturbation. Deux hypothèses importantes interviennent dans le calcul de ce modèle. Premièrement, la corde est considérée comme rectiligne, suivant les indications de la QCD sur réseau [3]. Deuxièmement, les coordonnées temporelles du quark, de l'antiquark et de la corde sont supposées égales à  $\tau$ , le temps propre commun du système, lui-même identifié au temps du centre de masse (ansatz des temps égaux). Ces deux hypothèses impliquent que l'interaction se propage instantanément. Il s'ensuit que le modèle de la corde tournante néglige les effets de retard dus à la vitesse finie de propagation des gluons.

Inclure le retard dans cette description des mésons passe donc nécessairement par la considération d'un temps relatif  $\sigma$  non nul, afin de s'abstraire de l'ansatz des temps égaux. Nous avons donc réécrit le modèle de la corde tournante en supposant uniquement l'égalité du temps propre et du temps du centre de masse [4]. Nous avons ainsi montré que le terme de retard était une perturbation du hamiltonien original, dont l'effet est de diminuer la masse des mésons. Cette perturbation se présente comme un oscillateur harmonique en la variable  $\sigma$ , dont seul le fondamental possède un sens physique. De plus, elle présente la propriété intéressante de préserver les trajectoires de Regge (relation linéaire entre la masse au carré et le moment angulaire des mésons légers). La fonction d'onde du méson acquiert une dépendance gaussienne en le temps relatif, centrée en  $\sigma = 0$ . Enfin, le modèle de la corde tournante, avec l'ajout du retard

et d'un terme à courte portée destiné à prendre en compte les processus d'échange d'un gluon, s'avère en bon accord avec les données expérimentales actuelles.

- [1] A. Yu. Dubin, A. B. Kaidalov and Yu. A. Simonov, Phys. Atom. Nucl. **56**, 1745 (1993) [hep-ph/9311344].
- [2] F. Buisseret and C. Semay, Phys. Rev. D **70**, 077501 (2004) [hep-ph/0406216].
- [3] Y. Koma *et al.*, Phys. Rev. D **64**, 014015 (2001) [hep-ph/0011165].
- [4] F. Buisseret and C. Semay [hep-ph/0505168].

## **Etude du système de déclenchement de la sonde muonique de l'expérience ALICE**

*Fabien GUERIN, LPC Clermont*

ALICE (A Large Ion Collider Experiment) est une expérience dédiée à l'étude des collisions d'ions lourds ultra-relativistes qui opérera au LHC (Large Hadron Collider) en 2007. Le but de cette expérience est de mettre en évidence et d'étudier le plasma de quarks et de gluons (QGP). Une des signatures possibles de ce nouvel état de la matière est la variation du taux de production des quarkonia ( $J/\Psi$ ,  $\Upsilon$ ) lorsqu'on passe d'une phase purement hadronique à une phase où les quarks et les gluons sont déconfinés. Le spectromètre à muons d'ALICE permettra de détecter les paires de muons de signes différents qui proviennent de la désintégration des quarkonia ( $J/\Psi$ ,  $\Upsilon \rightarrow \mu^+\mu^-$ ). Un système de déclenchement rapide ('trigger'), associé au spectromètre à muons, permet de sélectionner les collisions physiquement intéressantes (un quarkonia au minimum est produit) en effectuant des coupures sur l'impulsion transverse des muons. Nous avons donc évalué les performances du système de déclenchement en terme d'efficacité de trigger et de taux de trigger. De telles études vont permettre d'élaborer des scénarii d'acquisition en associant les taux de trigger des différents sous-détecteurs d'ALICE (trigger dimuons, trigger diélectrons, centralité...).

## **Caractérisation des performances du détecteur SSD de l'expérience STAR auprès du collisionneur RHIC**

*Jonathan BOUCHET, SUBATECH Nantes*

STAR (Solenoid Tracker At Rhic) est l'une des 4 expériences dédiées à la physique des ions lourds, installée au RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), BNL, Etats-Unis. Les conditions atteintes lors de ces collisions très énergétiques doivent être favorables à la formation d'un plasma de quarks et de gluons (QGP), état où les constituants de la matière ne sont plus liés entre eux à l'intérieur des hadrons.

L'objectif de STAR étant la mesure précise des particules chargées produites à rapidité centrale, son coeur se compose notamment d'une chambre de trajectographie cylindrique et pour la partie interne d'un détecteur de vertex, composé de couches concentriques de détecteurs au silicium. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique.

Le SSD (Silicon Strip Detector) est la quatrième couche du détecteur de vertex, placée à 23 cm de l'axe du faisceau et répartie en 20 échelles de 16 modules de détection. Chaque module se constitue d'un détecteur à micropistes double faces : les 2 faces sont segmentées en pistes espacées de 95  $\mu\text{m}$ , ce qui permet une mesure de la position des points d'impacts à 2 dimensions. Le rôle du SSD est d'améliorer la trajectographie en fournissant un point supplémentaire entre la TPC et le SVT. Il permet de diminuer la distance de projection des traces formées dans la

TPC. On s'attend en particulier à une amélioration de reconstruction des particules issues de décroissances et d'une meilleure précision sur la position du vertex primaire.

On quantifiera l'apport du SSD via le taux et la qualité de reconstruction des particules étranges à faible durée de vie dont la production est l'une des observables analysées pour mettre en évidence le QGP.

## Etude des transitions $0^+ \rightarrow 0^+$ . Rapport d'embranchement du $^{62}\text{Ga}$

*Anissa BEY, CEN Bordeaux Gradignan*

L'étude des transitions  $\beta^+(0^+ \rightarrow 0^+)$  superpermises - transitions ayant lieu entre les membres d'un même multiplet d'isospin - constitue un outil puissant pour comprendre et tester les propriétés de l'interaction faible. En effet, à cause règles des sélections sur le moment orbital, la seule interaction présente dans ces désintégrations  $\beta$  dites de Fermi est de type vectoriel ( $V$ ). Si le courant vectoriel est conservé par l'interaction faible (hypothèse  $CVC$ ) alors la constante de couplage vectorielle  $G_V$  associée aux transitions de Fermi est non renormalisable dans les milieux nucléaires (noyaux). En d'autres termes, la même interaction vectorielle serait responsable de toutes les décroissances  $\beta$  superpermises des particules. Par conséquent, la force de transition  $Ft$  corrigée caractérisant une désintégration de Fermi est indépendante du noyau.

La constante de couplage vectoriel  $G_V$  est déterminée expérimentalement à partir de la durée de vie du noyau émetteur  $T_{1/2}$ , du bilan énergétique de la réaction  $Q_\beta$  et de  $BR$  l'intensité de la transition superpermise. On s'est intéressé à l'étude du cas particulier de l'émetteur exotique  $^{62}\text{Ga}$  ( $N=Z=31$ ). En effet, l'exotisme des super émetteurs  $\beta$  avec  $A \geq 62$  ( $^{62}\text{Ga}$ ,  $^{66}\text{As}$ ,  $^{74}\text{Rb}$ ,  $^{78}\text{Y}$ ...) constitue un facteur très limitant quant à la précision requise sur la valeur expérimentale  $Ft$  ( $\approx 10^{-4}$ ) pour le test de l'hypothèse  $CVC$ . Par ailleurs, la connaissance de la constante  $G_V$  permet de déterminer la valeur de l'élément  $V_{ud}$  de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa ( $CKM$ ) du Modèle Standard ( $SM$ ) des interactions électrofaibles.

Le but de ce travail de thèse, est de déterminer les rapports d'embranchements  $\beta$  du  $^{62}\text{Zn}$  dans la décroissance de Fermi du  $^{62}\text{Ga}$ . L'intensité de la transition analogue  $BR$  reliant les deux états fondamentales permettra de calculer la durée de vie partielle  $t = T_{1/2}/BR$ . D'autre part, on cherchera à mesurer les branches faibles vers les états excités, celles-ci serviront à valider les calculs théoriques des corrections imposées à la valeur  $Ft$  expérimentale. En effet, de nombreux modèles prédisent des corrections plus importantes pour les masses  $A \geq 62$ .

La nouvelle valeur  $Ft$  du  $^{62}\text{Ga}$ , combinée à l'ensemble des 9 transitions superpermises bien connues ( $^{10}\text{C}$ - $^{54}\text{Co}$ ) permettront de déterminer et d'améliorer la précision sur l'élément  $V_{ud}$  de la matrice  $CKM$  ainsi -peut être- restaurer l'unitarité de celle-ci qui constitue une problématique et un déficit au Modèle Standard minimal et sa possible extension.

## Un proton bien étrange

*Marouan Abdelbaste EL-YAKOUBI, IPN Orsay*

Dans le cadre de la Chromodynamique quantique (QCD), le proton est constitué de trois quarks de valence (uud) baignant dans une mer de gluons et de paires de quarks-antiquarks. Seuls les trois quarks les plus légers (up, down et strange) contribuent de façon significative aux propriétés du nucléon. Nous utilisons la propriété de l'interaction faible de violer la parité pour déterminer séparément les contributions des 3 types de quarks aux facteurs de forme du nucléon. L'expérience PVA4 (Parity Violation in Hall A4), qui a lieu à MAMI (Mainzer Mikrotron) en Allemagne, a mesuré l'asymétrie de violation de parité dans la diffusion élastique électron-proton

à l'aide d'un faisceau d'électrons polarisés longitudinalement à deux moments transférés différents  $Q^2 = 0.23$  et  $0.1(\text{GeV}/c)^2$ . Les mesures d'asymétries aux angles avant et arrière vont permettre de déterminer séparément les contributions électriques et magnétiques des quarks étranges aux facteurs de forme du nucléon (séparation de Rosenbluth).

L'expérience PVA4 utilise une cible d'hydrogène liquide dont la fenêtre d'entrée, en aluminium, a une épaisseur de  $50\ \mu\text{m}$  et en voie de sortie, une fenêtre d'épaisseur  $350\ \mu\text{m}$ . J'ai évalué la contribution de la diffusion des électrons sur ces parois en Aluminium. La comparaison au spectre expérimental associé à l'ensemble Aluminium + Hydrogène a permis de déterminer la contribution des parois.

Extraire la précision sur la contribution étrange aux facteurs de forme du nucléon nécessite la connaissance de l'erreur sur l'asymétrie mesurée et l'incertitude sur le facteur de forme électromagnétique. Vu que les paramétrisations habituelles ne permettent pas de prédire l'erreur sur le facteur de forme, une méthode originale basée sur la méthode de Monte Carlo a été développée. Cette méthode nous a permis de déterminer une bande d'erreur sur chaque facteur de forme correspondant à un moment de transfert  $Q^2$  donné.

## **Le futur détecteur de vertex (HFT) de STAR**

*Alexandre SHABETAI, IReS Strasbourg*

La masse des quarks « lourds » (quarks charmés par exemple) étant grande devant des quarks dits « légers » (u, d, et s), leurs mouvements collectifs devraient permettre d'évaluer l'état de thermalisation de ces derniers. Cette propriété joue un rôle important dans la détermination de l'équation d'état du Plasma de Quarks et Gluons (QGP), formé au cours de collisions d'ions lourds ultra-relativistes.

D'un point de vue expérimental, la mesure (directe) du flow elliptique ( $v_2$ ) du charme [1] à basse impulsion transverse ( $pt$ ) devrait permettre de remonter aux propriétés de thermalisation du système formé lors de ces collisions. Aujourd'hui cette mesure n'est possible que de façon indirecte [2] (à travers le  $v_2$  des électrons ( $e^-$ ) issus de désintégrations des hadrons charmés ( $D \rightarrow e^- + X$ ) et est peu précise car elle est accompagnée de grandes incertitudes systématiques (liées aux multiples sources de bruit de fond)).

L'expérience STAR [3] (pour « Solenoidal Tracker at RHIC ») au RHIC (pour « Relativistic heavy Ion Collider ») propose d'effectuer cette mesure de façon directe et bien plus précise qu'en utilisant les  $e^-$ , grâce à son futur détecteur de vertex, le HFT (pour « Heavy Flavour Tracker »), premier détecteur qui exploitera la technologie CMOS. Les capteurs CMOS, en plein essor industriel, cumulant de nombreux avantages comme leur granularité, leur rapidité, leur résistance aux radiations, leur coût,...

L'étude des paramètres de ce détecteur (épaisseur, résolution) et l'optimisation (utilisant des méthodes d'analyse multi-variables) de la reconstruction de hadrons charmés ( $D^0$ ,  $D^+$ ,  $D_s$ ) à l'aide de simulations montrent qu'une telle mesure sera directement réalisable de façon précise, dès la première année de prise de données avec ce détecteur.

[1] Bin Zhang Lie-Wen Chen and C.M. Ko, Phys. Rev. C 72 (2005) 024906

[2] Frank Laue (for the STAR Collaboration), J. Phys. G 31 (2005) S27-S34

[3] K.H. Ackermann et al., Nucl. Instrum. Meth. A 499 (2003) 624

## La Diffusion Compton Profondément Virtuelle (DVCS) sur le nucléon avec le détecteur CLAS du Jefferson Lab.

*Hyon-Suk JO, IPN Orsay*

L'expérience DVCS (Deeply Virtual Compton Scattering) s'est déroulée dans le Hall B du Jefferson Lab (Virginie, USA) en 2005. Ce projet implique principalement l'IPN d'Orsay, le CEA Saclay, ITEP Moscow, et Jefferson Lab. Avec l'objectif d'étudier la réaction exclusive  $ep \rightarrow ep\gamma$ , cette expérience consiste en la diffusion Compton de photons profondément virtuels sur les quarks du proton.

Nous allons mesurer les sections efficaces et l'asymétrie de spin du faisceau. Cela permettra d'accéder aux Distributions de Partons Généralisées (GPDs). Les GPDs paramétrisent les corrélations des quarks du nucléon et portent l'information sur les distributions d'impulsion, de spin, de moment orbital, de saveur des quarks du nucléon.

Un calorimètre électromagnétique à haute résolution et à taux de comptage élevé dédié à cette expérience a été conçu et construit à l'IPN d'Orsay afin de compléter le détecteur à large acceptation CLAS du Hall B. Ce calorimètre consiste en l'assemblage de 424 cristaux de tungstate de plomb ( $PbWO_4$ ), associés à des Photodiodes à Avalanche (APDs).

## Recherche de matière étrange et exotique à RHIC et LHC

*Renaud VERNET, IReS Strasbourg*

La caractérisation d'un Plasma de Quarks et de Gluons repose sur l'étude en laboratoire des collisions d'ions lourds ultra-relativistes. Les collisionneurs RHIC (BNL) et futur LHC (CERN) permettent de sonder des gammes d'énergie disponible dans le centre de masse allant de  $\sqrt{s_{NN}} = 20$  à  $200$  GeV et  $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$  TeV respectivement, et ainsi d'étudier différentes zones du diagramme des phases de la matière nucléaire. L'identification des particules étranges  $\gamma$  représente un domaine d'étude majeur, car elle constitue une sonde directe des espèces chimiques produites lors de la collision.

Grâce au détecteur STAR au RHIC a été étudiée dans les collisions centrales Au-Au la formation d'une particule étrange encore hypothétique, le  $H^0$ -dibaryon ou ( $\Lambda\Lambda$ ), prédit sous forme de strangelet ou d'état lié hadronique. Son spectre en masse invariante donne à la masse attendue un pic d'une signification  $S/\sqrt{B}$  de 4.7 ; des données complémentaires nécessaires à la confirmation de ce résultat sont en cours d'analyse.

Il a été parallèlement effectué par simulation d'événements Pb-Pb une étude des performances du futur détecteur ALICE au LHC sur l'identification de particules étranges (et leurs anti-particules associées). Pour des événements de multiplicité  $dN_{ch}/dy = 4000$ , on estime, moyennant certaines prédictions sur leur taux de production, qu'un nombre de  $30 K_S^0$ ,  $11 \Lambda$  et  $0.075 \Xi$  pourra être reconstruit par événement. La valeur pour les  $\Omega$  nécessite une plus grande quantité d'événements que ceux alors disponibles, mais devrait bientôt pouvoir être estimée.

## Etude des réactions (n, Xn) à 96 MeV

*Immaculada SAGRADO GARCIA, LPC Caen*

L'aval du cycle électronucléaire groupe deux grandes branches de recherche : la création d'énergie et le traitement de déchets nucléaires par des options nouvelles. Dans le cadre de l'étude des Systèmes Hybrides [1] le laboratoire LPC [2] en collaboration avec le laboratoire TSL [3], a mis en place une campagne de mesure des sections efficaces doublement différentielles (en angle et en énergie), de production des neutrons dans les réactions induites par des neutrons. La motivation de cette campagne de mesures est de compléter le jeu de données déjà obtenues à partir de la collaboration européenne HINDAS [4]. Cette base de données permettra l'optimisation et le développement des codes numériques existant ou en cours de réalisation dans la région d'étude, entre 20 et 200 MeV

Le LPC a développé un dispositif original, CLODIA: **C**hambre à **L**Ocalisation par **D**érIve et **A**mplification. CLODIA est un ensemble qui permet la conversion d'un neutron incident dans le dispositif en proton, à partir des réactions H(n,p), ainsi que la mesure de la trajectoire et de l'angle d'émission du proton émis. Un faisceau de neutrons à 96 MeV est disponible au TSL, ainsi qu'un dispositif qui permet la mesure de l'énergie du proton de recul dans les réactions induites dans CLODIA. Ce dispositif est nommé SCANDAL, **S**Cattered **N**ucleon **D**etection **A**ssembly. En utilisant l'ensemble CLODIA & SCANDAL l'angle et l'énergie du proton émis peuvent être mesurés, et à partir de ces valeurs l'énergie du neutron incident peut être calculée.

Avec la mise en œuvre de CLODIA sur site à TSL plusieurs mesures ont été effectuées. L'analyse des données correspondant à l'émission de neutrons produits à partir des réactions induites par des neutrons sur une cible de plomb à 15° a donné des résultats satisfaisants. Les données correspondant à l'émission de neutrons produits sur des cibles de fer et de plomb à différentes positions angulaires sont actuellement en cour d'analyse et seront prochainement disponibles.

[1] Couplage entre un accélérateur et un réacteur

[2] Laboratoire de Physique Corpusculaire, (Caen)

[3] The Svedberg Laboratory, (Uppsala, Suède)

[4] High and Intermediate energy Nuclear Data for Accelerator-driven Systems

## Un modèle de propagation des quarks lourds dans le QGP

*Vincent GUIHO, SUBATECH Nantes*

Il y a de cela plus de 20 ans, une théorie naissante, la chromodynamique quantique (QCD), prédisait l'existence d'un nouvel état de la matière (le QGP), état qui aurait prévalu quelques nano-secondes après le Big-Bang, et juste avant la coexistence des quarks et gluons pour former les protons et neutrons composant l'ensemble de la matière nucléaire actuelle.

Beaucoup de moyens expérimentaux furent mis en oeuvres afin de confirmer cette prédiction. Malheureusement, la complexité du système physique étudié laissa plus de place à l'interprétation subjective qu'à des affirmations formelles relatives à son existence., et ce, parce que l'on a peut-être sauté certaines étapes essentielles à la compréhension d'un tel système. Afin de répondre à la question « quoi ? », il faut tout d'abord savoir « comment ? », autrement dit, c'est l'étude des propriétés d'un système physique qui permet de le caractériser, et ainsi de répondre à cette première question.

C'est pourquoi, l'on propose un modèle phénoménologique permettant de dégager des caractéristiques « grossières » du QGP, mais qui trace le chemin vers une compréhension plus fine, en faisant le lien entre résultats expérimentaux et QCD sur réseau.

P.B. Gossiaux, V. Guiho, J. Aichelin, contribution presented at SQM04 (hep-ph/0411324), To be published in J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.

## **Description de la matière nucléaire dans un modèle de Nambu-Jona-Lasinio** *Rémi HUGUET, CEN Bordeaux Gradignan*

Nous avons étudié durant mon travail de Master Recherche la possibilité d'améliorer la description de la matière nucléaire dans un modèle hadronique incluant la symétrie chirale et sa brisure dynamique dans le vide, le modèle de Nambu-Jona-Lasinio.

Nous avons montré qu'il était possible, en incluant des termes d'interaction ponctuels jusqu'à douze fermions, de décrire correctement les principales caractéristiques de la matière nucléaire à la densité de saturation ( énergie de liaison, module d'incompressibilité, masse effective du nucléon, ... ).

La densité critique pour laquelle la symétrie chirale est totalement restaurée est directement liée à l'impulsion de coupure introduite dans le modèle. Nous avons montré que pour obtenir des propriétés de saturation réalistes, des impulsions de coupure de 400 à 550 MeV peuvent être utilisées, donnant des densités critiques de 3 à 8 fois la densité de saturation de la matière nucléaire.

## **Mesure du $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ dans les collisions $\text{Cu} + \text{Cu}$ à $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$ dans l'expérience PHENIX. Dépendance en rapidité** *Andry RAKOTOZAFINDRABE, LLR Palaiseau*

Le méson  $J/\Psi$  ( $c\bar{c}$ ) est une sonde dure prometteuse pour étudier la matière dense et chaude créée lors des collisions d'ions lourds relativistes. Dans le cas où la matière créée serait déconfinée, les modèles théoriques indiquent que le taux de production du  $J/\Psi$  sera affecté par ce plasma de quarks et de gluons. L'expérience NA50 (CERN) a ainsi annoncé l'observation de la suppression "anormale" du  $J/\Psi$  dans les collisions  $\text{Pb} + \text{Pb}$  les plus centrales (à petit paramètre d'impact), en excès de la suppression dite "normale" attendue dans le cas de l'absorption du  $J/\Psi$  par la matière nucléaire ordinaire [1]. Le collisionneur RHIC (BNL) a notamment été construit pour confirmer et étudier de manière systématique le déconfinement à une énergie disponible  $\sqrt{s_{NN}}$  dix fois plus élevée par paire de nucléons dans le centre de masse. Les bras muons de PHENIX, une des expériences installées auprès du RHIC, permettent de détecter le  $J/\Psi$  via le canal dimuon dans la région de rapidité  $1.2 < |y| < 2.2$ . En Mars 2005 s'est achevée la prise de données  $\text{Cu} + \text{Cu}$  à  $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$ .

Deux étapes clefs de l'analyse sont l'extraction du signal (coupures et soustraction du bruit de fond combinatoire) et l'évaluation des corrections d'acceptance et d'efficacité (prenant en compte détecteurs, systèmes de déclenchement et algorithme de reconstruction). Les résultats présentés sont préliminaires. En particulier, la dépendance en rapidité du facteur de modification nucléaire  $R_{\text{CuCu}}$  peut être confrontée à deux prédictions théoriques :

- les effets nucléaires "froids" sur la production du  $J/\Psi$  (l'absorption nucléaire normale et la modification des fonctions de distribution des partons dans le milieu, connue sous le nom de "shadowing" [2]) ;
- la recombinaison (la probabilité que les quarks  $c$  et  $\bar{c}$ , séparés au moment du déconfinement, se recombinent en  $J/\Psi$  n'est plus négligeable en raison du nombre relativement grand de  $c$  et de  $\bar{c}$  produits aux énergies du RHIC).

La dépendance en rapidité de  $R_{CuCu}$  pour les tranches de centralité les plus périphériques est compatible avec les effets nucléaires froids, ce qui semble ne pas être le cas de la tranche la plus centrale. Lorsqu'on va de la tranche la plus périphérique à la plus centrale, la forme de la distribution en rapidité du taux de production de  $J/\Psi$  ne semble pas évoluer vers une distribution très piquée à  $y = 0$ , laquelle est prédite par le modèle de recombinaison [3].

[1] M. C. Abreu et. al. Evidence for deconfinement of quarks and gluons from the  $J/\Psi$  suppression pattern measured in Pb-Pb collisions at the CERN-SPS. Phys. Lett. B, 477 :28-36, March 2000.

NA50 Collaboration.

[2] R. Vogt. Baseline cold nuclear effects on  $J/\Psi$  production in AA collisions at RHIC. nuclth/0507027, 2005.

[3] R. L. Thews and M. L. Mangano. Momentum spectra of charmonium produced in a quark-gluon plasma. nucl-th/0507027, 2005.

## **Etude de la faisabilité de détection des bosons W à l'expérience ALICE auprès du LHC**

*Zaida CONESA DEL VALLE, SUBATECH Nantes*

Les bosons W créés lors des différents types de collisions au LHC ( $pp@14\text{TeV}$ ,  $PbPb@5.5\text{TeV}$ ,...) sont formés durant les premiers instants des collisions, et interagissent faiblement avec le milieu entourant. Ils nous apprendront des informations cruciales. Nous permettront de sonder les propriétés des partons (« Parton Distribution Functions ») durant les collisions pp. Ceci permettra d'étudier les modifications nucléaires aux PDFs en collisions pA. De plus, la production des W pourra être utilisée comme référence des sondes sensibles à la formation du plasma de quarks et gluons dans les collisions d'ions lourds. Les bosons W pourront être identifiés grâce au Spectromètre à Muons d'ALICE en observant les muons de grande impulsion transverse ( $p_T$ ) issus de sa décroissance. Les prédictions phénoménologiques estiment la section efficace de production des W dans le canal muonique en les collisions  $pp@14\text{TeV}$  à  $20.9\text{nb}$ , et à  $280\mu\text{b}$  dans  $PbPb@5.5\text{TeV}$ . Ainsi, les premiers calculs prévoient une production de plus d'un demi millier de W dans le canal muonique en collisions  $pp@14\text{TeV}$  en conditions nominales, dont 80.000 dans l'acceptance du spectromètre. Une analyse exhaustive des spectres de muons produits a montré que le spectre de muons à bas  $p_T$  est fortement peuplé par la contribution de la production de charme et de beauté. Tandis que dans la région des haut  $p_T$  les muons sont principalement issus de la décroissance des W. Par conséquent, on sera capable de les identifier dans ALICE.

Finalement, il est intéressant de noter que la possibilité de se servir de la production de ces bosons comme sonde de référence pour observer la perte d'énergie des quarks lourds au plasma est en train d'être étudiée.

## Oscillateur harmonique avec incertitude minimale non nulle sur la position en mécanique quantique

*Djamil BOUAZIZ, Université de Jijel*

En théorie de la gravitation quantique ainsi qu'en théorie des cordes, on propose des relations de commutation modifiées [1]. Ces modifications engendrent des incertitudes minimales non nulles sur la position. L'étude des implications de ces incertitudes minimales a été un sujet de grande importance durant les dix dernières années. Ceci, car on croit que l'incertitude minimale peut être interprétée comme étant la dimension finie de la particule [2], et donc le formalisme qui en découle pourrait constituer une théorie effective à basse énergie des particules non ponctuelles, qui serait capable de bien décrire les particules composites telles que les hadrons [3].

Dans ce contexte, on a repris le problème de l'oscillateur harmonique, qui a été traité par plusieurs approches [2,4,5] et on a considéré celle de Brau. Cet auteur dans son papier [2] a trouvé une représentation simple dans l'espace de position qui satisfait les relations de commutation considérées. Mais en fait, cette représentation n'est pas unique. En effet, on en a pu trouver une autre vérifiant ces mêmes relations de commutation. En utilisant cette nouvelle représentation, on a réussi à traiter perturbativement l'oscillateur harmonique. La correction sur le spectre d'énergie qu'on a obtenue est semblable à celle trouvée par Brau (dépendance en nombres quantiques  $n$  et  $l$ ), mais elles ne sont pas égales. Ceci, pourrait dire que le choix de la représentation influe sur le spectre d'énergie. Le traitement de l'atome d'hydrogène, qui est un peu compliqué, peut confirmer ce résultat.

[1] D.J.Gross et al, Nucl.Phys.303,407 (1988)

[2] F.Brau, J.Phys.A : Math.Gen.32,7691(1999)

[3] A.Kempf, J.Phys.A : Math.Gen.30,2093(1999)

[4] L.N.Chang et al, Phys.Rev.D65, 125027 (2002)

[5] A.Kempf et al, Phys.Rev.D52, 1108 (1995)

## Une nouvelle méthode d'alignement du spectromètre à muons de PHENIX

*Catherine TELLO SILVESTRE, DSM/DAPNIA/SPhN, CEA Saclay*

L'efficacité de la reconstruction des événements au sein d'un système de détection dépend entre autres de la connaissance précise du positionnement des détecteurs. Or les réparations entre deux prises de données ou la mise en route du champ magnétique peuvent déplacer ces détecteurs. Pour améliorer l'analyse, on cherche à minimiser la différence entre la position des particules mesurée dans chaque détecteur et celle résultant de l'ajustement.

Une nouvelle méthode globale d'alignement, développée par M. Blobel, théoricien allemand de Desy, a déjà fait ses preuves notamment sur COMPASS. L'algorithme permet de calculer le meilleur jeu de paramètres d'alignement pour l'ensemble des détecteurs. Il utilise toute l'information obtenue lors de la reconstruction pour trouver une solution qui minimise la somme des  $\chi^2$  des traces. Pour résoudre le système matriciel, M. Blobel s'est appuyé sur le fait que les traces sont indépendantes les unes par rapport aux autres et que le jeu de paramètres d'alignement est le même pour toutes les traces.

La méthode d'alignement globale a été adaptée au spectromètre à muon de l'expérience PHENIX du collisionneur RHIC. Les résultats de l'étude faite sur des données simulées confirment une amélioration du  $\chi^2$  des traces grâce à cette méthode d'alignement.

## Simulation d'un détecteur de recul pour l'étude du DVCS avec l'expérience COMPASS

*Michael SEIMETZ, DSM/DAPNIA/SPhN, CEA Saclay*

Dans la description du processus de Diffusion Compton Profondément Virtuelle (DVCS),  $p \rightarrow p'$ , au 1<sup>er</sup> ordre, un photon virtuel (provenant d'un lepton diffusé de haute énergie) interagit avec un quark du proton en produisant un photon réel. Ce processus a gagné beaucoup d'intérêt car il est lié aux Distributions de Partons Généralisées (GPD), des fonctions qui semblent très prometteuses pour une modélisation détaillée et complète des partons à l'intérieur du nucléon. A la différence de la Diffusion Profondément Inélastique (DIS), qui a été explorée expérimentalement pendant des dizaines d'années, le proton reste intact dans le DVCS. Une identification du processus exclusif de DVCS exige alors, en général, une détection des trois particules dans l'état final.

Une mesure du DVCS est prévue avec le spectromètre COMPASS, au CERN, à partir de 2010. Grâce à la haute énergie du faisceau de muons polarisé (100 GeV) on y pourra accéder à un domaine cinématique complémentaire de celui des expériences déjà existantes. Cependant, il faudra ajouter à ce spectromètre un détecteur de recul pour des protons de 250-750 MeV/c. Son but est l'identification des protons et la mesure de leurs impulsions avec une méthode de temps de vol. Il consiste en deux tonneaux concentriques de scintillateurs plastiques. Malgré leurs longueurs (jusqu'à 4 m), la résolution temporelle de ces scintillateurs doit être excellente ( $\sigma_T \approx 140$  ps). Actuellement, la faisabilité de ce projet est vérifiée par la construction d'un prototype de détecteur avec les mêmes dimensions que le dispositif final, mais qui couvrira seulement 1/8 de l'acceptance angulaire.

Afin d'optimiser les propriétés optiques de toutes les composantes, une simulation détaillée de la production et de la propagation de la lumière dans les scintillateurs a été effectuée avec le logiciel LITRANI. Il a fallu intégrer plusieurs nouvelles méthodes dans ce programme pour prendre en compte les qualités du matériau BC 408 et l'interaction de protons à basse énergie avec la matière, et pour modéliser la transmission dans les guides de lumière twistés. Le code a permis de déterminer une géométrie idéale pour ces pièces. En plus, on a montré que la résolution des scintillateurs peut atteindre l'ordre de grandeur désiré. La simulation sera un outil important pendant les tests des premiers modules, qui démarreront en automne 2005.

Dans une deuxième simulation avec le logiciel GEANT 3, les questions de l'acceptance et de l'efficacité du détecteur proposé ont été explorées. On a obtenu des informations sur l'absorption des protons, la conversion  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  dans les parois de la cible et sur la distribution du bruit de fonds corrélé, ce qui est important non seulement pour l'optimisation de la géométrie du dispositif, mais encore pour le dessin du système de déclenchement.

Un test du prototype de détecteur au site de COMPASS est prévu pour 2007.

## High-Acceptance DiElectron Spectrometer

*Emilie MORINIERE, IPN Orsay*

L'expérience HADES est une expérience de physique hadronique qui se déroule à GSI/Darmstadt, en Allemagne. Le but de cette expérience est de mesurer la masse des mésons-vecteurs dans la matière nucléaire. En effet, certaines théories prévoient un décalage ou un élargissement de la masse des mésons-vecteurs dans la matière nucléaire. Ces mésons-vecteurs peuvent décroître en une paire de dilepton ( $e^+e^-$ ). En détectant ces 2 leptons, on remonte

directement à la masse du méson par masse invariante. En effet, les leptons ne sont pas altérés dans la matière nucléaire.

Le détecteur HADES est donc un détecteur de dileptons, avec, principalement, un détecteur Cherenkov (pour l'identification des électrons et des positrons) et des chambres à dérives (pour la trajectographie des particules).

Les prises de données sont commencées depuis 2002. Les prochaines données permettront d'étudier les contributions élémentaires puisque nous regarderons les réactions proton sur proton à 3.5 GeV.

# LISTE DES PARTICIPANTS

**AURENCHE Patrick**

LAPTh – BP 110 – F-74941 ANNECY-LE-VIEUX - *aurenche@lapp.in2p3.fr*

**BACRI Henri**

Les Figons – F-13510 EGUILLES–*henri.bacry@free.fr*

**BELHOBSI Zouina**

Faculté des Sciences – Univ. De Jijel – BP 98 Ouled Aissa – 18100 JIJEL, Algérie

**BENSAFA Imad Khaled**

LPC Clermont - F-63177 AUBIERE Cedex - *bensafa@clermont.in2p3.fr*

**BEY Anissa**

CENBG – BP 120 –F-33175 GRADIGNAN Cedex – *bey@cenbg.in2p3.fr*

**BOUAZIZ Djamil**

Faculté des Sciences – Univ. De Jijel – BP 98 Ouled Aissa – 18100 JIJEL, Algérie – *bouazizdjamil@yahoo.fr*

**BOUCHET Jonathan**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *jonathan.bouchet @subatech.in2p3.fr*

**BOUCHIGNY Sylvain**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *bouchign@ipno.in2p3.fr*

**BOURDAUD Guéno**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *guenole.bourdaud@subatech.in2p3.fr*

**BUISSERET Fabien**

Univ. Mons Hainaut – Phys. Théorique – 20 Place du Parc, B-7000 MONS – *fabien.buisseret@umh.ac.be*

**CARBONELL Jaume**

LPSC Grenoble - 53 Avenue des Martyrs - F-38026 GRENOBLE Cedex – *carbonel@lpsc.in2p3.fr*

**CHARPY Alexandre**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *charpy@ipno.in2p3.fr*

**CHEYNIS Brigitte**

IPN Lyon – 43 Bld du 11 Novembre 1918 – F-69622 VILLEURBANNE Cedex – *b.cheynis@ipnl.in2p3.fr*

**CONESA DEL VALLE Zaida**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *zaida.conesa@subatech.in2p3.fr*

**DUPIEUX Pascal**

LPC Clermont – 24 avenue des Landais – F-63177 AUBIERE Cedex – *dupieux@clermont.in2p3.fr*

**EL YAKOUBI Marouan**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *marouan@ipno.in2p3.fr*

**ESTIENNE Magali**

IReS Strasbourg - 23 Rue du Loess - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 – *magali.estienne@subatech.in2p3.fr*

**FINCK Christian**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *christian.finck@subatech.in2p3.fr*

**GRANIER DE CASSAGNAC Raphaël**

Laboratoire Leprince Ringuet LLR – Route de Saclay– F-91128 PALAISEAU – *raphael@in2p3.fr*

**GUERIN Fabien**

LPC Clermont – 24 avenue des Landais – F-63177 AUBIERE Cedex – *fabien.guerin@clermont.in2p3.fr*

**GUIDAL Michel**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *guidal@ipno.in2p3.fr*

**GUIHO Vincent**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *vincent.guiho@subatech.in2p3.fr*

**GULMINELLI Francesca**

LPC/ISMRA - 6, Boulevard du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex – *gulminelli@lpccaen.in2p3.fr*

**HADJ HENNI Ahmed**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *hadjheni@subatech.in2p3.fr*

**HUGUET Rémi**

CENBG – Rue du Solarium – BP 110 – F-33175 GRADIGNAN Cedex – *huguet@cenbg.in2p3.fr*

**JO Hyon-Suk**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *jo@ipno.in2p3.fr*

**LE GOFF Jean-Marc**

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex – *jmlegoff@cea.fr*

**LHULLIER David**

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex – *dlhullier@cea.fr*

**MANGIN BRINET Mariane**

LPSC Grenoble - 53 Avenue des Martyrs - F-38026 GRENOBLE Cedex – *mariane@lpsc.in2p3.fr*

**MARTIN Joël**

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex – *martin@cea.fr*

**MARTINO Jacques**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *martino@subatech.in2p3.fr*

**MATHIEU Vincent**

Univ. Mons Hainaut – Phys. Théorique – 20 Place du Parc, B-7000 MONS – *vincent.mathieu@umh.ac.be*

**MORINIERE Emilie**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *morinier@ipno.in2p3.fr*

**MOUSSALLAM Bachir**

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *moussall@ipno.in2p3.fr*

**PENE Olivier**

LPT – Université Paris-Sud, Bâtiment 210 - F-91405 ORSAY – *olivier.pene@th.u-psud.fr*

**PILLOT Philippe**

IPN Lyon – 43 Bld du 11 Novembre 1918 – F-69622 VILLEURBANNE Cedex – *pilot@ipnl.in2p3.fr*

**PORQUET Marie-Geneviève**

CSNSM – Bâtiment 104-108- F-91405 ORSAY – *porquet@csnsm.in2p3.fr*

**ROSNET Philippe**

LPC Clermont – 24 avenue des Landais – F-63177 AUBIERE Cedex – *rosnet@clermont.in2p3.fr*

**RAKOTOZAFINDRABE Andry**

Laboratoire Leprince Ringuet LLR – Route de Saclay– F-91128 PALAISEAU – *andry@in2p3.fr*

**ROY Christelle**

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *christelle.roy@subatech.in2p3.fr*

**SAGRADO GARCIA Immaculada**

LPC/ISMRA - 6, Boulevard du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex – *sagrado@lpccaen.in2p3.fr*

**SEIMETZ Michael**

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex – *mseimetz@cea.fr*

**SEMAY Claude**

Univ. Mons Hainaut – Phys. Théorique – 20 Place du Parc, B-7000 MONS – *claudesemay@umh.ac.be*

**SHABETAI Alexandre**

IReS Strasbourg - 23 Rue du Loess - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 – *ashabetai@ires.in2p3.fr*

**SILVESTRE BRAC Bernard**

LPSC Grenoble - 53 Avenue des Martyrs - F-38026 GRENOBLE Cedex – *silvestre@lpsc.in2p3.fr*

**TELLO SILVESTRE Catherine**

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex – *csilvestre@cea.fr*

**VERNET Renaud**

IReS Strasbourg - 23 Rue du Loess - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 – *renaud.vernet@cern.ch*

**WANE Sada Tamimou**

Univ. Cheik Anta Diop – Faculté des Sciences et Techniques – DAKAR – Sénégal – *sadatwan@refer.sn*