

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

Ch. LE BRUN

INTERACTIONS, SYMMETRY BREAKING, AND EFFECTIVE FIELDS FROM QUARKS TO NUCLEI (A primer in nuclear theory)

J. DOBACZEWSKI

1.	Introduction	1
2.	Quantum Fields of Nuclear Systems	2
2.1	Quantum Field Theory in Four Minutes.....	2
2.2	Quantum Electrodynamics (QED)	5
2.3	Quantum Chromodynamics (QCD).....	6
2.4	Chiral Symmetry and the Isospin	10
2.5	Dynamical (Chiral) Symmetry Breaking	12
3.	Few-Nucleon Systems	17
3.1	Nucleon-Nucleon Interaction	18
3.2	The Deuteron, and more about the Dynamical Symmetry Breaking	20
3.3	Effective Field Theory	23
3.4	Light Nuclei.....	25
4.	Many-Nucleon Systems	26
4.1	General Discussion of the Nuclear Many-Body Problem	26
4.2	Effective Interactions (I)	27
4.3	Effective Interactions (II).....	29
4.4	Hartree-Fock Method	31
4.5	Conserved and Broken Symmetries	32
4.6	Local Density Approximation	35
	Références	42

BILAN ET PERSPECTIVES DE L'ETUDE DES NOYAUX EXOTIQUES : ASPECTS EXPERIMENTAUX

Y. BLUMENFELD

I	Introduction	46
II	Production de faisceaux radioactifs.....	47
II-1	Fragmentation du projectile.....	47
II-2	Méthode ISOL	49
II-3	L'exemple du GANIL	50
III	Les noyaux à halos de neutrons.....	51
III-1	Sections efficaces de réaction	51
III-2	Réactions de cassure	52
III-3	Petit modèle schématique du halo.....	53
III-4	Réactions de cassure exclusives (knock-out).....	54
III-5	Réactions directes	56
IV	Modification de la structure en couches.....	62
IV-1	Pourquoi remettre en cause les nombres magiques ?.....	62
IV-2	Recherche de la drip-line	63
IV-3	Mesures de masses.....	63
IV-4	Etats excités	64
V	Perspectives.....	69
	Références	70

L'INTERACTION D'APPARIEMENT ET LES NOYAUX $N=Z$

H. FLOCARD

I	Introduction	74
II	Situation expérimentale – Premiers éléments.....	76
III	Hamiltonien BCS $T=0$ et théorie de champ moyen généralisé	81
IV	Propriétés rotationnelles.....	86
V	Champ moyen généralisé : isocranking.....	90
VI	Conclusions.....	99
VII	Références	99

STABILITY LIMITS AND EXOTIC RADIOACTIVITIES

M.J. GARCIA BORGE

1.	Atomic Mass Models and their Relationship to Nuclear Decay Modes.....	102
1.1	Introduction	102
1.2	Binding energy	102
1.3	Mass formula.....	103
1.4	Nuclear stability against radioactive decay modes.....	105
1.5	Isobaric Multiplet Mass Equation (IMME).....	107
1.6	Summary	107
2.	Proton and Two Proton Radioactivity	108
2.1	Proton Radioactivity.....	108
2.2	Two proton radioactivity	116
3.	Heavy Ion Radioactivity.....	120
3.1	Decay rates	120
3.2	Experimental methods and results.....	122
3.3	Summary and outlook	125
4.	Beta Delayed Decay Modes	126
4.1	Mass predictions	126
4.2	Beta-delayed proton emission	127
4.3	Beta-delayed neutron emission	127
4.4	Beta-delayed multi-particle emission.....	128
4.5	Other beta-delayed multi-particle emission.....	133
4.6	Summary	134
5.	References	135

STRUCTURE EN COUCHES DES NOYAUX : DE LA STABILITE A LA LIMITE D'EXISTENCE

F. NOWACKI

1.	Introduction	140
2.	Modèle à particules indépendantes et corrélations dans les noyaux	140
3.	Interaction effective.....	154
4.	De la stabilité à la limite d'existence	159
5.	Conclusion.....	167
	Références	167

QUANTUM MONTE CARLO METHODS FOR LIGHT NUCLEI

S. ROMBOUTS

I.	Introduction	171
II.	The imaginary-time evolution operator.....	171
III.	Decompositions.....	173
IV.	Monte Carlo techniques.....	175
V.	Sign problems.....	179
VI.	Quantum Monte Carlo methods for light nuclei.....	181
	Conclusions	184
	Acknowledgments	185
	Appendix A : solutions of the exercises.....	186

DES NOYAUX LOURDS AUX SUPERLOURDS

C. THEISEN

Introduction	190
1. Définitions et existence des noyaux lourds et super-lourds	191
1.1 Définitions	191
1.2 Existence et stabilité	192
2. Découverte des éléments très lourds et super-lourds	201
2.1 Découverte de l'einsteinium ($Z=99$) et du fermium ($Z=100$)	201
2.2 Découverte du mendelevium ($Z=101$)	202
2.3 Nobélium ($Z=102$) et lawrencium ($Z=103$)	203
2.4 Les modes de décroissance	204
2.5 Rutherfordium ($Z=104$) et dubnium ($Z=105$)	206
2.6 Le seaborgium ($Z=106$)	208
2.7 Fusion froide et fusion chaude	208
2.8 Le bohrium ($Z=107$), le hassium ($Z=108$) et le meitnerium ($Z=109$)	210
2.9 La technique des corrélations génétiques	211
2.10 Les éléments 110 à 112	213
2.11 Les éléments 114 à 116	213
2.12 Etat des lieux	215
3. Nucléosynthèse et recherche des super-lourds dans la nature	217
3.1 Nucléosynthèse des super-lourds	217
3.2 Présence des super-lourds dans la nature	217
3.3 Recherche des super-lourds dans la nature	218
4. Spectroscopie des noyaux très lourds	220
4.1 Intérêt	220
4.2 Les types d'excitation	221
4.3 Les modes de production	222
4.4 Comparaison entre décroissance alpha et spectroscopie prompte	222
4.5 La spectroscopie après décroissance alpha	223
4.6 La spectroscopie prompte	225
4.7 La spectroscopie prompte de noyaux pair-pair	227
4.8 La spectroscopie prompte de noyaux impairs	233
4.9 Récapitulatif	236
5. Les noyaux lourds et super-lourds au GANIL	237
5.1 Le dispositif FULIS et les super-lourds	237
5.2 Fusion en cinématique inverse	238
5.3 Fusion en réaction symétrique	238
5.4 Spectroscopie après décroissance alpha de noyaux très lourds	239
5.5 EXOGAM et VAMOS	239
6. Le futur des noyaux très lourds et super-lourds	240
6.1 Production : mécanisme, faisceaux de très haute intensité et radioactifs	240
6.2 Détection au plan focal et mesures de masse	241
6.3 Spectroscopie prompte : de Jurosphere à AGATA	241
Conclusion	243
Références	243

ETATS MOLECULAIRES, HALOS : EXPERIENCE ET THEORIE

F.M. MARQUÉS MORENO

1. Introduction	252
1.1 Beyond nuclear drops	252
2. Halo nuclei	253
2.1 An expected effect ?	254
2.2 The configuration of the cloud	255
2.3 Theoretical models	259
2.4 Beyond two neutrons	262
3. Nuclear molecules	264
3.1 The molecules	264

3.2	The nuclear concepts	267
3.3	Deformed harmonic oscillator	268
3.4	More complex molecules	271
4.	Multineutrons	272
4.1	For and (mostly) against	272
4.2	The quest : 1960s-2000s	275
4.3	A new approach	276
4.4	The near future	277
5.	Summary	278
	References	279

SELECTED ASPECTS OF FUSION REACTIONS

D. LACROIX

	Introduction	284
I.	Introduction to fusion reaction	285
A.	Two-body collisions	285
B.	Interaction potential, fusion barrier and fusion probability	286
C.	Systematic behavior of fusion barrier	287
D.	Discussion of macroscopic theories	288
II.	Macroscopic models for reactions	289
A.	Sudden approximation, doubly folded potential and proximity energy	289
B.	Effect of deformation on entrance channels : introduction to the notion of barrier distribution	291
C.	From a quasi-static picture to dynamics	293
III.	The path to fusion: general scenario	294
A.	Probabilistic approach to fusion	295
B.	Onset of quasi-fission and transfer	297
C.	Shape parametrization for large amplitude collective motion	299
D.	From deterministic to dissipative dynamics: Coupling collective with non-collective degrees of freedom	300
E.	Some physical origin of dissipation: resistance against deformation and charge exchange	301
F.	Formation probability in the presence of dissipation	303
G.	Some open questions	303
IV.	Phenomenology of fusion reactions with exotic nuclei	305
A.	Geometric effect on fusion barrier at large N/Z	306
B.	Isospin effects on reaction mechanisms	307
C.	Dipole moment for stable and exotic nuclei from a macroscopic point of view	308
D.	Effect of low energy isovector mode on fusion	309
E.	Dipole moment for di-nuclear systems and pre-equilibrium emission	311
V.	Some conclusions and perspectives	313
	APPENDICES	
A.	From many-body physics to macroscopic theories: a guideline	313
B.	Liquid-drop approximation for static properties of nuclei	315
	References	318

LA DÉCROISSANCE BETA, UN OUTIL POUR LA SPECTROSCOPIE

P. DESSAGNE

I.	Introduction	322
I.1	Généralités	322
I.1.1	La décroissance β	322
I.1.2	Règles de sélection	326
I.1.3	Formalisme	327
I.1.4	Transitions permises, intensité β dans le cas de Gamow Teller	328
II.	Décroissance β et aspects fondamentaux de l'interaction	332
II.1	Transitions de Fermi super-permises et test de l'hypothèse CVC	332
II.2	Mélange d'isospin	335

II.3 Double décroissance β	336
II.4 Recherche de courants scalaires	336
II.5 Recherche de courants mésoniques	338
II.6 Première conclusion.....	339
III. Apports de la décroissance β à la structure du noyau	340
III.1 Grandeurs fondamentales accessibles	340
III.2 Décroissance miroir.....	342
III.3 Informations sur la structure des noyaux des régions N=20 et Z=20.....	342
III.4 Informations sur la structure des noyaux N ~ Z avec A ~ 80.....	346
III.5 Conclusions	351
Références	353

DESEXCITATION DE NOYAUX DE FORMES TRES ALLONGEES

A. LOPEZ-MARTENS

I. Formes du noyau	358
II. Existence de noyaux superdéformés	358
II.1 Effets quantiques et déformation.....	359
II.2 Rotation	360
III. Population des états superdéformés.....	360
IV. Dispositif expérimental	361
V. Spectre d'émission d'un noyau superdéformé.....	361
VI. Désexcitation des états superdéformés	363
VI.1 Désexcitation par émission de photons et problème expérimental	364
VI.2 Transitions de lien direct.....	365
VI.3 Transitions du quasicontinuum	367
VII. Ce que nous apprennent les nombres quantiques des états superdéformés	368
VIII. Ce que nous apprend le spectre de désexcitation des états superdéformés	370
IX. Mécanisme de désexcitation.....	372
X. Effets chaotiques	374
XI. Conclusions et perspectives.....	377
XII. Références	378
Lecture supplémentaire	379

GAS PHASE CHEMISTRY OF SUPERHEAVY ELEMENTS

H. GAEGGELER

1. Introduction	381
2. Rutherfordium (Rf, Element 104)	381
2.1 Volatile compounds of Rutherfordium.....	381
2.2 Early gas chemical studies with Rutherfordium.....	382
2.3 On-line isothermal gas chemical investigations of Rutherfordium	383
3. Dubnium (Db, Element 105)	388
3.1 Volatile compounds of Dubnium	388
3.2 Early gas chemical studies with Dubnium	389
3.3 On-line isothermal gas chemical investigations of Dubnium.....	389
4. Seaborgium (Sg, Element 106)	392
4.1 Volatile compounds of Seaborgium	393
4.2 Gas chemical studies with Seaborgium.....	394
5. Bohrium (Bh, Element 107)	398
5.1 Volatile compounds of Bohrium	398
5.2 Gas chemical studies with Bohrium.....	399
6. Hassium (Hs, Element 108).....	402
6.1 Volatile compounds of Hassium	402
6.2 early attempts to chemically identify Hassium	403
6.3 On-line thermochromatography of Hassium	404
References	406

INTERACTIONS, SYMMETRY BREAKING, AND EFFECTIVE FIELDS FROM QUARKS TO NUCLEI (A primer in nuclear theory)

JACEK DOBACZEWSKI

*Institute of Theoretical Physics, Warsaw University
Hoża 69, PL-00681, Warsaw, Poland*

Résumé

Ce cours présente une introduction à la théorie des systèmes nucléaires partant des champs de quarks et de gluons tels qu'ils sont décrits dans la chromodynamique quantique puis discutant les propriétés des mésons π et des nucléons, les interactions entre nucléons et la structure du deuteron et des noyaux légers pour arriver à la description des noyaux lourds. Ceci montre comment notre description des systèmes nucléaires dépend des différentes échelles d'énergie et de distance et des concepts de champ effectif et de brisure de symétries.

Abstract

An introduction to nuclear theory is given starting from the quantum chromodynamics foundations for quark and gluon fields, then discussing properties of pions and nucleons, interactions between nucleons, structure of the deuteron and light nuclei, and finishing at the description of heavy nuclei. It is shown how concepts of different energy and size scales and ideas related to effective fields and symmetry breaking, enter our description of nuclear systems.

1 INTRODUCTION

Modern nuclear physics contains a much larger class of subdomains than it did even only ten years ago. The change in the meaning of the name reflects changes in physicists' minds. It is now widely recognized that there exist a unity in the way we perceive all physical systems for which the quantum chromodynamics (QCD) is a fundamental theory. This embraces the QCD vacuum, quarks and gluons, composite particles, like pions and nucleons, and nuclei as aggregates of nucleons.

Typical scales of energy and size range here from 1 GeV to 1 keV, and from 0.1 fm to 10 fm, but tools and methods that are used to describe all these systems are very much alike. In particular, in order to cope with difficulties related to the complication of structure of these systems, one has to invoke ideas of the effective field theory (EFT), which separate our approach into several stages of description. Although links between these stages cannot be attacked, at present, with exact methods, at every one of them we can obtain successful understanding of the physical

reality. Moreover, methods based on the concept of symmetry breaking are by now standard throughout the domain.

Certainly, the nuclear physics, in this larger sense, is far too broad a domain for a single physicist, and we are forced to specialize in much narrower subfields. However, it is essential that we learn enough of the whole of it, in order to be able to communicate and understand one another. These lectures are prepared with such a goal in mind.

Nuclear physics in three lectures might seem to be an impossible task, and of course it is. There is no point in attempting a balanced or representative overview of neither facts nor approaches. The choices I made below are highly personal; I have tried to discuss things that show similarities of different aspects of the field, and a general philosophy of how we do the business.

Of course, the main question is from where to start such lectures. The background that students carry out from undergraduate and graduate courses differs very much from country to country, and from university to university, and is often meagre. Even worse, students are often told that they can “understand” physics without actually learning it. I know, learning is a painful process and intelligent human beings request being liberated from this pain – then they become not physicists but lawyers. In physics, in my opinion, there is no understanding without learning. On the other hand, neither there is learning without teaching, so my first task here is to teach you things that you need to know to follow the course.

The first part of the course (I called it the first four minutes) gives you an overview of elements that are profusely used in the following. It is meant to give you the list of things, and references to main textbooks, rather than real knowledge – each minute here is usually taught one semester at the university. However, there is no understanding of the micro-world without at least two basic abilities: one has to know how to read a Lagrangian and one has to know how to use creation and annihilation operators. This is the mother tongue, which you have to learn as apprentice in nuclear physics.

2 QUANTUM FIELDS OF NUCLEAR SYSTEMS

2.1 Quantum Field Theory in Four Minutes

2.1.1 Minute No. 1, the Classical Mechanics

Classical systems [1] are described by defining two elements: 1° – the set of classical coordinates q_i , which are supposed to give a complete information about the state of the system, and 2° – the Lagrangian. The state depends on a parameter called the classical absolute time t , and hence, coordinates $q_i(t)$ are functions of time. The Lagrangian,

$$L = L(q_i, \dot{q}_i, t) = T - U, \quad (1)$$

is a function of coordinates q_i , velocities \dot{q}_i , and time t . According to the mechanistic point of view of the classical mechanics, every system in our Universe, including the whole Universe, is fully described by finding its coordinates and Lagrangian. For most systems the Lagrangian is equal to a difference of the kinetic energy T , depending only on velocities, and the potential energy U , depending only on coordinates [see the second member of Eq. (1)].

Once the system is defined as above, its properties can be derived from simple principles. The time evolution of the system can be found from the principle of extremal action I ,

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} dt L(q_i, \dot{q}_i, t) = 0, \quad (2)$$

which gives the Euler-Lagrange equations,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \quad (3)$$

This leads to a set coupled differential equations that can be, in principle, solved once the initial conditions $q_i(t=0)$ and $\dot{q}_i(t=0)$ are known. One thus obtains the complete past and future history of the system $q_i(t)$. The rest is just a technicality ;) of how to solve differential equations. For typical systems, the kinetic energy is a quadratic function of velocities, for which the Euler-Lagrange equations are linear – and can be solved fairly easily.

Although we do not really need it in classical mechanics, we shall also introduce the formulation in terms of the Hamiltonian H . This gives us a bridge towards the quantum mechanics. Namely, we define the classical momentum p_i by

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}, \quad (4)$$

and we transform the Lagrangian into the Hamiltonian,

$$H(q_i, p_i, t) = \sum_i p_i \dot{q}_i - L, \quad (5)$$

as well as the Euler-Lagrange equations into the Hamilton equations,

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i, \quad \frac{\partial H}{\partial q_i} = -\dot{p}_i. \quad (6)$$

2.1.2 Minute No. 2, the Quantum Mechanics

Quantum systems [2] are described by the wave function $\Psi(q_i, t)$ (complex function of coordinates q_i and time t), and by the Hamilton operator \hat{H} that can be obtained from the classical Hamiltonian by a procedure called quantization. We define operators that correspond to each classical object, e.g., the classical coordinates and momenta are quantized as,

$$q_i \longrightarrow \hat{q}_i = q_i, \quad p_i \longrightarrow \hat{p}_i = \frac{\partial}{\partial q_i}. \quad (7)$$

Then, the Hamilton operator is, more or less, obtained by inserting these operators into the classical Hamiltonian, i.e.,

$$H(q_i, p_i, t) \longrightarrow \hat{H}(\hat{q}_i, \hat{p}_i, t). \quad (8)$$

This is not an exact science, because the function of operators cannot be uniquely defined for a given function of variables; one has to also define the order in which the operators act. Well, in fact the quantization provides us only with general rules on how to start the quantum mechanics based on our knowledge of the classical mechanics. One can also subscribe to the point of view that we must axiomatically define the quantum system by specifying its Hamilton operator. Once this is done, the time evolution of the system (of its wave function) is given by the Schrödinger equation,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(q_i, t) = \hat{H}(\hat{q}_i, \hat{p}_i, t) \Psi(q_i, t). \quad (9)$$

This leads to a set coupled differential equations that can be, in principle, solved once the initial conditions $\Psi(q_i, t=0)$ are known. One thus obtains the complete past and future history of the system $\Psi(q_i, t)$. The rest is just a technicality ;) of how to solve differential equations.

Quantum mechanics also adds a pivotal element to our understanding of how our world works, namely, the probabilistic interpretation. In classical mechanics, once our Euler-Lagrange equations give us the set of coordinates q_i at time t , the experiment performed at time t to find the system at point q_i yields one possible answer: the system is there. In quantum mechanics, the same experiment yields the answer that the system is within volume dV around q_i with probability $|\Psi(q_i, t)|^2 dV$ and the answer that it is not there, with probability $1 - |\Psi(q_i, t)|^2 dV$. Hélas, it seems that the world is just like that, nothing is certain any more. However, at least the probabilities of obtaining given experimental answers can be rigorously calculated.

2.1.3 Minute No. 3, the Classical Field Theory

The classical field theory [3] describes certain physical systems as infinite-dimensional classical objects whose states need as many classical coordinates as there are points in the 3D space. Therefore, index i that two minutes ago was used to enumerate the classical coordinates, now changes into the space point \mathbf{r} , and the coordinate itself – into the value of a certain function $\psi(\mathbf{r})$, called the field, at point \mathbf{r} ,

$$i \longrightarrow \mathbf{r}, \quad q_i \longrightarrow \psi_{\mathbf{r}} \equiv \psi(\mathbf{r}). \quad (10)$$

Local Lagrangian density $\mathcal{L}[\psi(\mathbf{r}), \partial_\mu \psi(\mathbf{r})]$ defines the Lagrangian,

$$L = \int d^3 \mathbf{r} \mathcal{L}[\psi(\mathbf{r}), \nabla \psi(\mathbf{r})], \quad (11)$$

and the extremal-action principle (2) gives the same Euler-Lagrange equations, which are now called field equations. Since the Lagrangian now depends on spatial derivatives of fields, the field equations are differential equations both in time and space. They can be, in principle, solved once the initial fields $\psi(\mathbf{r}, t=0)$ and spatial boundary conditions $\psi(\mathbf{r} \in \text{border}, t)$ are known. One thus obtains the complete past and future history of the system $\psi(\mathbf{r}, t)$. The rest is just a technicality ;) of how to solve differential equations.

In the physical world, the classical fields described above replace forces that act between particles. The whole Universe is thus composed of (classical) particles and (classical) fields. Particles are sources of fields, and fields exert forces on particles. The novelty here is the notion that a particle does not “feel” other particles; it only feels the fields generated by other particles. The so-called action at a distance disappeared from the theory, and a change of position of one particle, influences other particles only after the field it generates propagates to the rest of the world.

It is clear that the classical field theory is tailored to address the question of time propagation of fields, and makes the full sense within the relativistic approach where all fields propagate with one common and unchangeable velocity. Classical electrodynamics and classical gravity are theories of this type. Relativistic invariance takes then the place of a basic ingredient of the theory, and, e.g., action corresponding to Lagrangian (11) is manifestly relativistically invariant,

$$I = \int dt L[\psi(\mathbf{r}), \dot{\psi}(\mathbf{r})] = \int d^4 x \mathcal{L}[\psi(x), \partial_\mu \psi(x)], \quad (12)$$

because the four-dimensional volume element $d^4 x$ is relativistically invariant. Here we introduced the standard four-vector notation of $x^\mu \equiv (t, \mathbf{r})$ and $\partial_\mu \equiv \partial / \partial x^\mu$.

2.1.4 Minute No. 4, the Quantum Field Theory

Quantum field theory [4] performs quantization of classical fields in a very much the same way as the quantum mechanics performs quantization of classical coordinates. The field wave function now becomes a functional $\Psi[\psi(x)]$ of the field $\psi(x)$, and the quantum fields and the quantum conjugate momenta are

$$\hat{\psi}(x) = \psi(x) \quad , \quad \widehat{\text{momentum}} = \frac{\delta}{\delta\psi(x)}, \quad (13)$$

where δ denotes the functional derivative. The Schrödinger equation (9) now becomes the set of infinite number of differential equations – a pretty complicated thing. I somehow hesitate to write that the rest is just a technicality of how to solve it. In principle, nothing special has happened. The same rules have been applied and an analogous, albeit much more complicated, set of equations emerged. However, we are very, very far from even approaching a possibility of exact solutions of this set. We are not at all going to embark on discussing these questions here. Basic physical picture of the quantum field theory can be very well discussed in terms of its classical counterpart, and in terms of classical-field Lagrangian densities discussed during the third minute above. It is amazing how much can be said about properties of the micro-world by just specifying what are the symmetries and the basic couplings between the classical fields. Below we follow this way of presenting properties of strongly interacting systems.

The new, qualitatively different, element introduced by the quantum field theory is that particles now disappeared from our description of the physical world – there are only fields. One does not distinguish which is the object that “exists” and which is the object that “transmits forces”. All fields have both these characteristics simultaneously; which field interacts with which, and in which way, is fully specified by the Lagrangian density.

2.2 Quantum Electrodynamics (QED)

Classical [5] and quantum [6] electrodynamics are probably the best established theories of our world. They describe interactions between charged objects, where by the charge we mean the traditional electric charge. Quantum electrodynamics (QED) allows to calculate electrodynamic properties of particles to an unbelievable precision, e.g., the magnetic moment of the electron, calculated up to the eighth order of the perturbation theory [7], and the measured value [8],

$$\mu_e^{\text{th}} = 1.001\,159\,652\,153\,5(280)(12) \frac{e\hbar}{2mc}, \quad (14)$$

$$\mu_e^{\text{ex}} = 1.001\,159\,652\,188\,4(43) \frac{e\hbar}{2mc}, \quad (15)$$

are in excellent agreement. Moreover, the error of the theoretical value comes mostly from the uncertainty in the measured value of the fine structure constant α (the first error), and less from estimated higher-order effects (the second error).

For an electron coupled to the electromagnetic field, the Lagrangian density, from which everything can be derived, reads

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \bar{\psi}_e\gamma^\mu[\partial_\mu + ieA_\mu]\psi_e - m_e\bar{\psi}_e\psi_e. \quad (16)$$

It is expressed within the relativistic formalism that uses space-time four-coordinates numbered by indices $\mu, \nu=0,1,2,3$. Moreover, we assume that each pair of repeated indices implies summation over them. Here and below we use the units defined by $\hbar = c = 1$, for which the elementary charge, $e = \sqrt{4\pi\alpha}$, is a dimensionless quantity depending on the fine-structure constant $1/\alpha \simeq 137$. (Note that the elementary charge e is positive, while the charge of the electron

$q=-e$ is negative.) In such a unit system, the only unit left is the energy, so for example, the momentum has the unit of energy, position and time – the unit of $(\text{energy})^{-1}$, and the Lagrangian density $[\mathcal{L}]=(\text{energy})^4$ (when \mathcal{L} is integrated over the space-time it gives the dimensionless action I).

The first term in the QED Lagrangian density (16) describes the free electromagnetic field defined by the four-potential $A^\mu \equiv (\phi, \mathbf{A})$, containing the standard scalar (Coulomb) potential ϕ and vector potential \mathbf{A} . The electromagnetic field tensor $F_{\mu\nu}$ is defined as

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (17)$$

The Euler-Lagrange equations corresponding to this term give the Maxwell equations in free space, i.e., all properties of electromagnetic waves.

The last term in (16) describes the free electron of mass m_e at rest. Its field ψ_e has the structure of the four-component Dirac spinor, but traditionally we do not explicitly show in Lagrangian densities the corresponding indices. The first member of the middle term (the one with ∂_μ) describes the kinetic energy of the electron, and together with the mass term, they constitute the Lagrangian density of a free electron. The corresponding Euler-Lagrange equations give the Dirac equation, i.e., all plane-wave propagation of an electron (and positron) in an otherwise empty space. The kinetic term contains the Dirac 4×4 matrices γ^μ defined by

$$\gamma^0 = -i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = -i \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

where the standard Pauli 2×2 matrices $\boldsymbol{\sigma}$ read

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Finally, the second member of the middle term in (16) describes interaction of the electron with the electromagnetic field. On the one hand, when considered together with the free-electron Lagrangian it gives the Lorentz force that acts on the electromagnetic four-current of the electron,

$$J^\mu = ie\bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e. \quad (20)$$

On the other hand, when considered together with the free-electromagnetic-field Lagrangian, it gives the source terms in the Maxwell equations that correspond to the same electron current J^μ . The structure of the middle term is dictated by the local gauge invariance of the QED Lagrangian density, i.e., invariance with respect to multiplying the electron field by a position-dependent phase. Such a local gauge invariance is at the heart of constructing the Lagrangian densities for all quantum-field theories applicable to the real world. We shall not discuss these aspects during the present course.

Although we only verbally described the role of each term in the QED Lagrangian density (16), derivation and application of the Euler-Lagrange equations is a standard route. However long, painful, and complicated this route might be, it is a well-paved and marked way to get physical answers. In practice, it has already been followed way up, towards incredibly remote summits.

2.3 Quantum Chromodynamics (QCD)

It is remarkable that quantum chromodynamics [9] that describes all phenomena related to strongly interacting particles, can be constructed in full analogy to the QED. The “only” difference

FERMIONS			matter constituents spin = 1/2, 3/2, 5/2, ...		
Leptons spin = 1/2			Quarks spin = 1/2		
Flavor	Mass GeV/c ²	Electric charge	Flavor	Approx. Mass GeV/c ²	Electric charge
ν_e electron neutrino	$<1 \times 10^{-8}$	0	U up	0.003	2/3
e electron	0.000511	-1	d down	0.006	-1/3
ν_μ muon neutrino	<0.0002	0	C charm	1.3	2/3
μ muon	0.106	-1	S strange	0.1	-1/3
ν_τ tau neutrino	<0.02	0	t top	175	2/3
τ tau	1.7771	-1	b bottom	4.3	-1/3

Figure 1: Fermion building blocks for electroweak (left) and strong (right) interactions. From <http://www.cpepweb.org/>.

is a more complicated gauge group, SU(3) instead of U(1). The complete QCD Lagrangian density reads

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha F_\alpha^{\mu\nu} - \sum_n \bar{\psi}_n \gamma^\mu [\partial_\mu - igA_\mu^\alpha t_\alpha] \psi_n - \sum_n m_n \bar{\psi}_n \psi_n \quad (21)$$

and it is composed almost of the same elements as the QED Lagrangian density in Eq. (16). The new object is the set of eight SU(3) 3×3 matrices t_α , numbered by the gluon-color index $\alpha=1, \dots, 8$. They fulfill the SU(3) commutation relations

$$[t_\beta, t_\gamma] = iC_{\beta\gamma}^\alpha t_\alpha, \quad (22)$$

where $C_{\beta\gamma}^\alpha$ are the SU(3) algebra structure constants [10]. Again, every pair of gluon-color indices implies summation, e.g., over α in Eqs. (21) and (22).

Dirac four-spinors ψ_n correspond to quark fields. Compared to the electron four-spinors ψ_e discussed in Sec. 2.2, they are richer in two aspects. First, each of them appears in three variants, red, blue, and green. These colors are numbered by the quark-color index corresponding to the dimensions 3×3 of the t_α matrices. Traditionally they are not explicitly shown in the Lagrangian density (22), so we should, in fact, think about ψ_n as 12-component spinors. One should not be confused by the fact that there are three colors of quarks, and eight colors of gluons – in fact, here the "visual" representation simply breaks down, and the colors of gluons have nothing to do with red, blue, and green of quarks. In reality, quarks and gluons are numbered by the indices of the corresponding SU(3) representations: three-dimensional spinor representation for quarks, and eight-dimensional vector representation for gluons.

Second, there is not one, but six different quark fields, for $n=1, \dots, 6$. These are called quark flavors, and are usually denoted by names: up, down, charm, strange, top, and bottom, see Fig. 1. For nuclear structure physics, essential rôle is played only by the up and down quarks that are constituents of neutrons and protons. So in most applications of the QCD to nuclear structure, we can limit the QCD Lagrangian density to two flavors only, $n=1, 2$.

BOSONS			force carriers spin = 0, 1, 2, ...		
Unified Electroweak spin = 1			Strong (color) spin = 1		
Name	Mass GeV/c ²	Electric charge	Name	Mass GeV/c ²	Electric charge
γ photon	0	0	g gluon	0	0
W^-	80.4	-1			
W^+	80.4	+1			
Z^0	91.187	0			

Figure 2: Same as in Fig. (1) but for bosons. From <http://www.cpepweb.org/>.

The first term in the QCD Lagrangian density (21) describes the free gluon fields defined by eight four-potentials A_μ^α . One can say that instead of one photon of the QED, that transmits the electromagnetic interaction, we have eight gluons that transmit the strong interaction, see Fig. 2.

The gluon field tensors $F_{\mu\nu}^\alpha$ are defined as

$$F_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha + C_{\beta\gamma}^\alpha A_\mu^\beta A_\nu^\gamma. \quad (23)$$

Here comes the really big difference between the QED and QCD, namely, the gluon field tensors contain the third term in Eq. (23). As a result, gluons interact with one another – we can say that they are color-charged, while the photon has no charge. It is easy to see that the third term in Eq. (23) implies the charged gluons. Indeed, the Euler-Lagrange equations corresponding to the free gluon fields do produce the source terms when the Lagrangian density is varied with respect to the gluon fields. (In QED, the free-photon-field Lagrangian depends only on derivatives of the photon fields, and not on the photon fields themselves.)

The last term in (21) describes the six free quarks of masses m_n at rest. This does not mean that isolated quarks can exist in Nature, be accelerated, and have their masses measured by their inertia with respect to acceleration. Each free quark obeys the same Dirac equation as the electron in QED. The Dirac equation is given by the last term and the ∂_μ -term in Eq. (21). Quarks couple to gluons through the color currents,

$$J_\alpha^\mu = -ig \sum_n \bar{\psi}_n \gamma^\mu A_\mu^\alpha t_\alpha \psi_n. \quad (24)$$

We are going to discuss this aspect a few paragraphs below; here we only note that all quarks couple to gluons with the same value of the color charge g . We cannot give any numerical value to this parameter, because it depends on energy through the mechanism called renormalization, that we shall not discuss in the present course.

Consequences of the gluon charges are dramatic. Namely, the force carriers now exert the same force as the force they transmit. Moreover, sources of the electromagnetic field depend on currents (20) that involve a small parameter – the electron charge, while gluons constitute sources of the color field without any small parameter. Gluons are not only color-charged, but they also produce very strong color fields.

Let us now consider empty space. In a quantum field theory, we cannot just say that the ground state of the empty space is the state with no quanta – we have to solve the proper field equations, with proper boundary conditions, and determine what is the state of the field. Such a state may or may not contain quanta. In particular, whenever the space has a boundary, the ground state of the field does contain quanta – this fact is called the vacuum polarization effect.

In QED, this is a very well known, and experimentally verified effect. For example, two conducting parallel plates attract each other, even if they are not charged and placed in otherwise empty space (this is called the Casimir effect [11]). One can understand this attraction very easily. Namely, the vacuum fluctuations of the electron field may create in an empty space virtual electron-positron pairs. These charged particles induce virtual polarization charges in the conducting plates (it means virtual photons are created, travel to plates, and reflect from them). Hence, the plates become virtually charged, and attract one another during a short time when the existence of the virtual charges, and virtual photons, is allowed by the Heisenberg principle. All in all, a net attractive force between plates appears.

In QED such effects are extremely weak, because the electron has a small charge and a non-zero rest mass. On the other hand, the QCD gluons are massless, and their strong interaction is not damped by a small parameter. As a result, the QCD vacuum polarization effect is extremely strong, and the empty space is not empty at all – it must contain a soup of spontaneously appearing, interacting, and disappearing gluons. Moreover, in the soup there also must be pairs of virtual quark-antiquark pairs that are also color-charged, and emit and absorb more virtual gluons. It turns out that the QCD ground state of an "empty" space is an extremely complicated object. At present, we do not have any glimpse of a possibility to find the vacuum wave function analytically. Some ideas of what happens are provided by the QCD lattice calculations, see e.g. Ref. [12], in which the gluon and quark fields are discretized on a four-dimensional lattice of space-time points, and the differential field equations are transformed into finite-difference equations solvable on a computer.

An example of such a result is shown in Fig. 3. It presents a frozen-frame image, however, the solution is obtained in space *and* time, and hence we know what happens at different times. One movie is worth thousands photos, so interested students are invited to visit the WEB site indicated in the Figure caption, to see the animation of the complete result. Only then one can appreciate the complexity of appearing structures, with blobs of color charge constantly appearing, disappearing and moving around. The QCD vacuum really resembles a soup of boiling gluons and quarks.

It is now obvious that one cannot expect other solutions of the QCD fields to be any simpler. In particular, solutions corresponding to isolated quarks simply do not exist. One can say that an isolated quark would create so many gluons around it that the complete wave function had not been normalizable. Solutions for quark-antiquark pairs, and for triples of quarks, do exist (we do exist after all – the triples of quarks are nucleons our bodies are built of), but are even more complicated to obtain, even within the QCD lattice calculations. There is no hope, neither there is any reason, to describe composite objects like mesons or nucleons directly from quarks and gluons. This is especially true when we want to use these composite objects to build the next-generation composite objects like nuclei.

Here we arrive at the leading idea of our physical description of the real world. Namely, a physicist always begins by isolating the most important degrees of freedom to describe a given system at a given energy and/or size scale. These degrees of freedom must be compatible with the ones that govern objects at a finer level of description, and must define the degrees of freedom useful at any coarser level of description. However, it is neither useful, nor sensible, nor fruitful, nor doable to overjump different levels. Why bother to derive the structure of a living cell

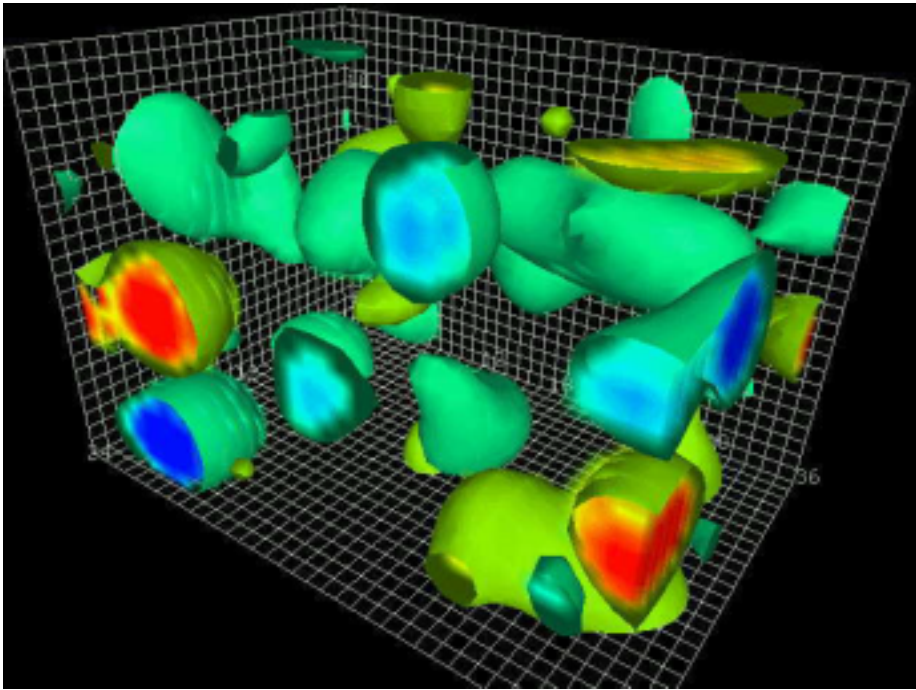


Figure 3: A snap-shot of the space color charge of the QCD vacuum, calculated on a space-time lattice. From <http://hermes.physics.adelaide.edu.au/theory/staff/leinweber/VisualQCD/QCDvacuum/welcome.html>.

from the unified QCD and electroweak Lagrangian? There are at least seven levels in between: nucleons are built of quarks, nuclei of nucleons, atoms of nuclei and electrons, molecules of atoms, amino acids of molecules, proteins of amino acids, and we did not arrive at a cell yet. Well, we shall not embark here on the philosophy of science; in the following we concentrate on describing how mesons and nucleons are built of quarks, and nuclei of nucleons.

2.4 Chiral Symmetry and the Isospin

We now proceed with the program outlined at the end of the previous section, namely, knowing from experiment that mesons exist we begin by introducing the relevant degrees of freedom. We also know that meson is a complicated solution of the QCD quark and gluon fields that involve a real quark-antiquark pair. However, without ever being able to find this solution, let us try to identify basic features of the meson that result from the underlying QCD structure.

Let us concentrate on a small piece of the QCD Lagrangian density (21), i.e., on the up and down quark components of the middle term, i.e.,

$$\mathcal{L}_\chi = -\bar{u}\gamma^\mu D_\mu u - \bar{d}\gamma^\mu D_\mu d = -\bar{q}\gamma^\mu D_\mu q. \quad (25)$$

The gluon fields and the color SU(3) matrices are not essential now, so we have hidden all that in the SU(3) covariant derivative: $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^\alpha t_\alpha$. On the other hand, we have explicitly indicated the up and down quark fields, u and d , and moreover, we have combined both fields into the quark iso-spinor,

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (26)$$

To be specific, q contains 24 components, i.e., two quarks, each in three colors, and each built as a four-component Dirac spinor. However, the Dirac and color structure is again not essential, so in the present section we may think about q as two-component spinor. For a moment we have also disregarded the quark mass terms – we reinsert them slightly below.

What is essential now are the symmetry properties of \mathcal{L}_χ . This piece of the Lagrangian density looks like a scalar in the two-component field q , i.e., it is manifestly invariant with respect to unitary mixing of up and down quarks. We formalize this observation by introducing the isospin Pauli matrices,

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (27)$$

and we introduce the unitary mixing of up and down quarks in the language of rotations in the abstract isospin space. And yes, this is exactly the same iso-space that we know very well from nuclear structure physics, where the upper and lower components are the neutron and proton. We come back to that later.

What is slightly less obvious, but in fact trivial to anybody acquainted with the relativistic Lorentz group, is the fact that \mathcal{L}_χ is also invariant with respect to multiplying the quark fields by the γ_5 Dirac matrix shown in Eq. (18). This property results immediately from the commutation properties of the γ matrices (remember that $\bar{q}=q^+\gamma_0$). So in fact, we have altogether six symmetry generators of \mathcal{L}_χ , namely,

$$\vec{t} = \frac{1}{2}\vec{\tau} \quad \text{and} \quad \vec{x} = \gamma_5\vec{t}, \quad (28)$$

where the arrows denote vectors in the iso-space.

It is now easy to identify the symmetry group of \mathcal{L}_χ . We introduce the left-handed \vec{t}_L and right-handed \vec{t}_R generators,

$$\vec{t}_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\vec{t} = \frac{1}{2}(\vec{t} + \vec{x}) \quad \text{and} \quad \vec{t}_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\vec{t} = \frac{1}{2}(\vec{t} - \vec{x}). \quad (29)$$

Since $(\gamma_5)^2=1$, they fulfill the following commutation relations:

$$[t_{Li}, t_{Lj}] = i\epsilon_{ijk}t_{Lk}, \quad [t_{Ri}, t_{Rj}] = i\epsilon_{ijk}t_{Rk}, \quad [t_{Li}, t_{Rj}] = 0, \quad (30)$$

i.e., \vec{t}_L generates the SU(2) group, \vec{t}_R generates another SU(2) group, and since they commute with one another, the complete symmetry group is SU(2)×SU(2). We call this group chiral.

This result is quite embarrassing, because it is in a flagrant disagreement with experiment. On the one hand, we know very well that particles appear in iso-multiplets. For example, there are two nucleons, a neutron and a proton, that can be considered as upper and lower components of an iso-spinor, and there are three pions, π_+ , π_0 , and π_- , that can be grouped into an iso-vector. So there is no doubt that there is an isospin SU(2) symmetry in Nature, but, on the other hand, what about the second SU(2) group? In the Lorentz group, the γ_5 Dirac matrix changes the parity of the field, so if γ_5 was really a symmetry then particles should appear in pairs of species having opposite parities. This is not so in our world. Nucleons have positive intrinsic parity, and their negative-parity brothers or sisters are nowhere to be seen. Parity of pions is negative, and again, the positive-parity mirror particles do not exist any near the same mass.

So the Nature tells us that the SU(2)×SU(2) symmetry of the QCD Lagrangian must be dynamically broken. It means that the Lagrangian has this symmetry, while the physical solutions do not. We already learned that these physical solutions are very complicated, and we are unable to find them and check what are their symmetries. But we do not really need that – experiment tells us that chiral symmetry must be broken, and hence, we can build theories that incorporate this feature on a higher level of description.

Before we construct a model in which the dynamical symmetry breaking mechanism is explicitly built in (and before we show explicitly what such a symmetry breaking really is), let us first reinsert the quark-mass terms into the discussed piece of the Lagrangian:

$$\mathcal{L}'_{\chi} = -\bar{u}\gamma^{\mu}D_{\mu}u - \bar{d}\gamma^{\mu}D_{\mu}d - m_u\bar{u}u - m_d\bar{d}d. \quad (31)$$

By a simple calculation we can now easily show that neither of the two mass terms, nor any linear combination thereof, are invariant with respect to the chiral group $SU(2)\times SU(2)$. For certain, had the quark masses been equal, the two combined mass terms would have constituted an isoscalar (an invariant with respect to the isospin group), but even then they would not be chiral scalars (invariants with respect to the chiral group). So the non-zero quark masses break the chiral symmetry. What are the values of these masses has to be taken from the experiment, and indeed, neither the up and down quark masses are zero, nor they are equal to one another, see Fig. 1. The chiral symmetry is therefore broken in two ways: (i) explicitly, by the presence of a symmetry breaking term in the Lagrangian, and (ii) dynamically, as discussed above. Without going into details, we just mention that the non-zero mass of the π mesons results from the non-zero quark masses, see Ref. [4], chap. 19.3. For more quark flavors taken into account, the dimensionality of the chiral group increases, i.e., when three quarks u , d , and s are considered the chiral group is $SU(3)\times SU(3)$.

That is about this far that we can move forward by using the QCD quark Lagrangian. We have identified basic symmetry properties of the QCD solutions, and now we have to go to the next level of description, namely, consider composite objects built of quarks. This way of proceeding is called the effective field theory (EFT). We do not build fields of composite objects from the lower-level fields. Instead, we consider the composite objects to be elementary, and we guess their properties from symmetry considerations of the lower-level fields; otherwise, it would have been too difficult a task. Before we arrive at sufficiently high energies, or small distances, at which the internal structure of composite objects becomes apparent, we can safely live without knowing exactly how the composite objects are constructed.

2.5 Dynamical (Chiral) Symmetry Breaking

The present subsection is located within the section on quantum fields, but in fact, we tell here a much more general story. Dynamical (or sometimes called – spontaneous) symmetry breaking is a leading theme of a multitude of quantum effects. The very simple model we consider here is a perfect illustration of what is meant by the dynamical symmetry breaking, and moreover it explicitly illustrates the breaking of the chiral symmetry.

2.5.1 Non-Linear σ Model

The non-linear σ model [13, 14] is built to describe pseudoscalar mesons of which we know that: 1° they exist, 2° their scalar partners don't, and 3° they obey the chiral symmetry of $SU(2)\times SU(2)$. The first two facts are experimental ones, and the third one comes from the lower level (quark) theory.

The $SU(2)\times SU(2)$ group is isomorphic to the $O(4)$ group – the orthogonal group in four dimensions [10]. Therefore, the meson fields in question can be described by four real fields ϕ_n , $n=1,2,3,4$, and all we need is a model for the Lagrangian density. The non-linear σ model makes the following postulate:

$$\mathcal{L}_{\sigma} = -\frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi_n\partial^{\mu}\phi_n - \frac{1}{2}\mathcal{M}^2\phi_n\phi_n - \frac{1}{4}g(\phi_n\phi_n)^2, \quad (32)$$

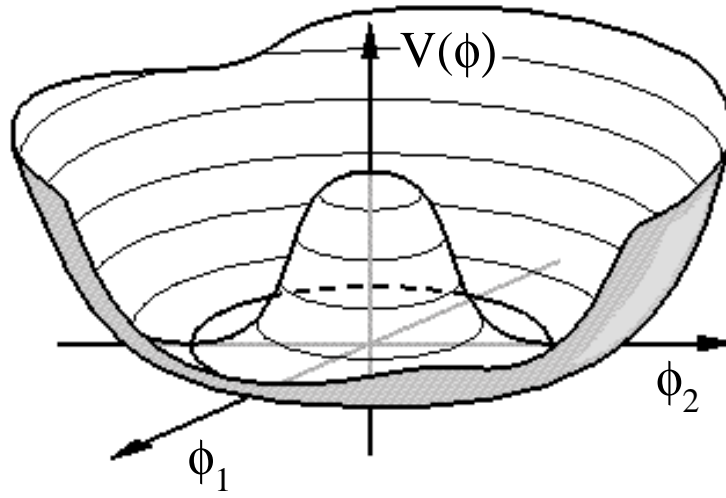


Figure 4: Shape of the “Mexican hat” potential in two dimensions. (Picture courtesy: E.P.S. Shellard, DAMTP, Cambridge.) From <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/2123/breaking.htm>.

where all pairs of indices imply summations. Since only lengths of vectors in the four-dimensional $O(4)$ space appear in the Lagrangian density, it is explicitly invariant with respect to the chiral group.

The potential energy depends only on the radial variable $\sigma^2 = \phi_n \phi_n$, i.e.,

$$V(\phi_n) = V(\sigma) = \frac{1}{2} \mathcal{M}^2 \sigma^2 + \frac{1}{4} g \sigma^4, \quad (33)$$

but it does not depend on the orientation of ϕ_n in the four-dimensional space. For $g > 0$ and $\mathcal{M}^2 < 0$ this potential, as function of σ , has a maximum at $\sigma = 0$, and a minimum at

$$\sigma_0 = |\mathcal{M}| / \sqrt{g}. \quad (34)$$

However, as a function of all the four components ϕ_n it is flat in all directions perpendicular to the radial versor ϕ_n / σ . In two dimensions, such a potential is called the “Mexican hat”, see Fig. 4.

Let us now consider the classical ground state corresponding to Lagrangian density (32). The lowest energy corresponds to particles at rest, $\partial^\mu \phi_n = 0$, and resting at a lowest point of the potential energy (34). Now we have a problem – which one of the lowest points to choose, because any one such that $\vec{\phi}_n \vec{\phi}_n = \sigma_0^2$ is as good as any other one. However, the classical fields ϕ_n at space-time point x_μ must have definite values, i.e., they *spontaneously* pick one of the solutions $\vec{\phi}_n$ out of the infinitely-many existing ones. Once one of the solutions is picked, the $O(4)$ symmetry is broken, because the ground-state field is not any more invariant with respect to all $O(4)$ transformations. Using the graphical representation of the “Mexican hat”, Fig. 4, one can say that the system rolls down from the top of the hat, and picks one of the points within the brim.

It is now clear that fields ϕ_n do not constitute the best variables to look at the problem, because the physics in the radial and transversal directions is different. Before proceeding any further, let us introduce variables σ and \vec{z} that separately describe these two directions, namely,

$$\vec{\phi} = \frac{2\vec{z}}{1 + \vec{z}^2} \sigma \quad \text{for } n = 1, 2, 3, \quad \text{and} \quad \phi_4 = \frac{1 - \vec{z}^2}{1 + \vec{z}^2} \sigma. \quad (35)$$

Inserting expressions (35) into (32) we obtain the Lagrangian density expressed by the new fields \vec{z} and σ ,

$$\mathcal{L}_\sigma = -2\sigma^2 \frac{\partial_\mu \vec{z} \circ \partial^\mu \vec{z}}{(1 + \vec{z}^2)^2} - \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} \mathcal{M}^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} g \sigma^4, \quad (36)$$

where “ \circ ” distinguishes the scalar product in the iso-space from the scalar product in usual space, which is denoted by “ \cdot ”. Apart from the multiplicative factor σ^2 in front of the first term, the Lagrangian density is now separated into two parts that depend on different variables. Stiffness in the σ direction of the potential energy (33), calculated at the minimum σ_0 , equals $m^2 = d^2V/d\sigma^2 = -2\mathcal{M}^2 > 0$, and for large $|\mathcal{M}|$ is very large. Then, the field σ is confined to values very close to σ_0 , and we can replace the pre-factor of the first term in Eq. (36) by σ_0 . Within this approximations, fields σ and \vec{z} become independent from one another, and can be treated separately.

We disregard now the part of the Lagrangian density depending on σ . Indeed, the initial potential (33) has been postulated without any deep reason, and a detailed form of it is, in fact, totally unknown – it comes from the quark level that we did not at all solved. Any potential that confines the field σ to values close to σ_0 is good enough. This field must remain in its ground state, because any excitations of it would bring too much energy into a meson, and again, meson’s internal structure remains unresolved.

2.5.2 Pion-Pion Lagrangian

The remaining fields \vec{z} can be identified with the π mesons forming the pseudoscalar isovector multiplet $\vec{\pi} = (\pi_+, \pi_0, \pi_-)$,

$$\vec{\pi} = F_\pi \vec{z}, \quad (37)$$

where $F_\pi = 2\sigma_0$ is a normalization constant. The pion-pion Lagrangian density then equals

$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = -2\sigma_0^2 \frac{\partial_\mu \vec{z} \circ \partial^\mu \vec{z}}{(1 + \vec{z}^2)^2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial_\mu \vec{\pi} \circ \partial^\mu \vec{\pi}}{(1 + \vec{\pi}^2/F_\pi^2)^2} = -\frac{F_\pi^2}{2} \vec{D}_\mu \circ \vec{D}^\mu, \quad (38)$$

where we have defined the O(4) covariant derivative

$$\vec{D}_\mu = \frac{\partial_\mu \vec{z}}{1 + \vec{z}^2}. \quad (39)$$

First of all we notice that Lagrangian density (38) contains only one isovector multiplet of mesons – the parity-inversed chiral partners have disappeared. This is good. The mechanism of the chiral symmetry breaking explains this experimental fact very well. In reality, the chiral partners still exist, but they have been hidden in the σ field and pushed up to high excitation energies. They can only be revealed by exciting an (unknown) internal structure of the meson.

Second, Lagrangian density (38) contains no mass term (term proportional to \vec{z}^2), so the pions we have obtained are massless. This is no accident, but a demonstration of a very general fact that for dynamically broken symmetry there must exist a massless boson. This fact is called the Goldstone theorem [15], and the particle is called the Goldstone boson. It sounds very sophisticated, but in fact it is a very simple observation. Even in classical mechanics, if a particle is put into the “Mexican hat” potential and treated within the small-vibration approximation, one immediately obtains a zero-frequency mode that corresponds to uniform motion around the hat. The Goldstone boson is just that.

Third, we have derived the particular dependence of the pion-pion Lagrangian (38) on the derivatives of the pion field. Every such derivative must be combined with the particular denominator to form the covariant derivative \vec{D}_μ (39). This guarantees the proper transformation

properties of the pion field with respect to the chiral group. When we later proceed with constructing other Lagrangian densities of composite particles, we shall use such a dependence on the pion fields.

Experimental masses of pions are not equal to zero, so the obtained pion-pion Lagrangian density is too simplistic. However, we can now recall that the quark mass terms do break the chiral symmetry *explicitly* (see Sec. 2.4). This corresponds to a slight tilt of the “Mexican hat” to one side. (To which side, is perfectly well defined by the $O(4)$ structure of the quark mass terms in Eq. (31) – but we shall not discuss that.) Such a tilt creates a small curvature of the potential along the valley within the hat’s brim, and this curvature gives the pion-mass term $-\frac{1}{2}m_\pi^2\vec{\pi}^2$ in the pion-pion Lagrangian density. So the non-zero quark masses result in a non-zero pion mass. By the way, the difference in masses of neutral and charged pions results from a coupling to virtual photons – its origin is therefore in the QED, and not in the QCD.

It is amazing how much can be deduced from considerations based on the idea of the dynamical symmetry breaking. Considering the complication of the problem, that is unavoidable on the quark-gluon level, we have reached important results at a very low cost. This happens again and again in almost every branch of physics of the micro-world. Dynamical breaking of the local gauge symmetry gives masses to the electroweak bosons Z^0 and W^\pm , and leaves the photon massless. Dynamical breaking of the rotational symmetry in nuclei creates the collective moment of inertia and rotational bands. Dynamical breaking of the particle-number symmetry gives superconducting condensates in nuclei and in crystals. Dynamical breaking of the parity symmetry in nuclei and molecules gives collective partner bands of opposite parities. Dynamical breaking of the chiral symmetry (in a different sense, pertaining to the time-reversal symmetry) has been suggested to explain pairs of nuclear rotational bands having the same parity. The story just does not end. Dynamical symmetry breaking rules the world.

2.5.3 Nucleon-Pion Lagrangian

We are now ready to consider another set of composite particles, the nucleons. We know that there are two nucleons in Nature, of almost equal mass, the neutron and the proton, so they can be combined into the iso-spinor

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad (40)$$

where p and n are the Dirac four-spinors of spin 1/2 particles. We have already attributed the isospin projections to quarks, Eq. (26), by placing within the quark iso-spinor the quark up up and the quark down down (sounds logical?). Since the proton is made of the (uud) quarks, and the neutron of the (udd) quarks, their isospin projections are therefore determined as in Eq. (40). In nuclear structure physics one usually uses the opposite convention, attributing the isospin projection $t_3=+\frac{1}{2}$ to a neutron, in order to make most nuclei to have positive total isospin projections $T_3>0$. All this is a matter of convention; one could as well put the quark up down and the quark down up – the physics does not depend on that.

Anyhow, the nucleons contain not only the three (valence) quarks, but also plenty of gluons, and plenty of virtual quark pairs, and we are unable to find what exactly this state is. Therefore, here we follow the general strategy of attributing elementary fields to composite particles. Before we arrive at sufficiently high energies, or small distances, at which the internal structure of composite objects becomes apparent, we can safely live without knowing exactly how the composite objects are constructed.

As usual, having defined elementary fields of particles that we want to describe, we also have to postulate the corresponding Lagrangian density. And as usual, we do that by writing a local

function of fields that is invariant with respect to all conserved symmetries. When we have the nucleon and pion fields at our disposal, and we want to construct the Lorentz and chiral invariant Lagrangian density, the answer is:

$$\mathcal{L}_{N\pi} = -\bar{N} \left(\gamma^\mu \partial_\mu + g_\phi \left[\phi_4 + 2i\gamma_5 \vec{t} \circ \vec{\phi} \right] \right) N. \quad (41)$$

If you are not tired of this game of guessing the right Lagrangian densities, you may wonder why the meson fields (within the square brackets) appear in this particular form. To really see this, we have to recall more detailed properties of the chiral group $SU(2) \times SU(2)$. Its generators \vec{t} and \vec{x} in the spinor representation are given by Eq. (28), however, when more than one quark is present, we have to use the analogous generators \vec{T} and \vec{X} that are sums of \vec{t} 's and \vec{x} 's for all quarks. In particular, the meson fields ϕ_n belong to the vector representation of $SU(2) \times SU(2)$. Then, according to identification (35) and (37), the first three components $\vec{\phi}$ form the isovector pion field, and the fourth component ϕ_4 is an isoscalar. This fixes the transformation properties of ϕ_n with respect to the iso-rotations, given by infinitesimal transformation $-i\vec{\theta} \circ \vec{T}$. Since these rotations have identical form as the real rotations in our three-dimensional space, we do not show them explicitly. On the other hand, the transformation properties of ϕ_n with respect to the chiral rotations, given by infinitesimal transformation $-i\vec{\epsilon} \circ \vec{X}$, are

$$\vec{\phi} \longrightarrow \vec{\phi} + \vec{\epsilon} \phi_4 \quad \text{and} \quad \phi_4 \longrightarrow \phi_4 - \vec{\epsilon} \circ \vec{\phi}. \quad (42)$$

There is no magic in this expression – one only has to properly identify generators of the $O(4)$ group with generators \vec{T} and \vec{X} . This is unique, once we fix which components (1,2,3 in our case) transform under the action of \vec{T} . Under the chiral rotation about the same angle $\vec{\epsilon}$, the nucleon fields transform by infinitesimal transformation $-i\vec{\epsilon} \circ \vec{x}$, within the spinor representation of Eq. (28), i.e.,

$$N \longrightarrow N - i\gamma_5 \vec{\epsilon} \circ \vec{t} N \quad \text{and} \quad \bar{N} \longrightarrow \bar{N} - \bar{N} i\gamma_5 \vec{\epsilon} \circ \vec{t}. \quad (43)$$

It is now a matter of a simple algebra to verify that Lagrangian density (41) remains invariant under chiral rotations of fields (42) and (43). Note that the first term in Eq. (41) is separately chiral invariant, so we could multiply the second term by an arbitrary constant g_ϕ .

We can now proceed with the transformation to better variables σ and \vec{z} , given by Eq. (35), which gives,

$$\mathcal{L}_{N\pi} = -\widetilde{\bar{N}} \left(\gamma^\mu \partial_\mu + g_\phi \sigma + 2i\vec{t} \circ (\vec{z} \otimes \gamma^\mu \vec{D}_\mu) + 2ig_A \gamma_5 \vec{t} \circ \gamma^\mu \vec{D}_\mu \right) \widetilde{N}, \quad (44)$$

where \otimes denotes vector product in the iso-space. Covariant derivatives of pion fields \vec{D}_μ are defined as in Eq. (39), and the chiral-rotated nucleon field \widetilde{N} is defined as

$$\widetilde{N} = \frac{(1 + 2i\gamma_5 \vec{t} \circ \vec{z}) N}{\sqrt{1 + \vec{z}^2}}. \quad (45)$$

There are several fantastic results obtained here. First of all, the nucleon mass term $-m_N \widetilde{\bar{N}} \widetilde{N}$ appears out of nowhere, and the nucleon mass,

$$m_N = g_\phi \sigma_0, \quad (46)$$

is given by the chiral-symmetry-breaking value σ_0 of the σ field. In principle, we could begin by including the nucleon mass term already in the initial Lagrangian density (41). This is not necessary – the nucleon mass results from the same chiral-symmetry-breaking mechanism that

pushes scalar mesons up to high energies. Second, the third term in Eq. (44) gives the coupling of nucleons to mesons, and in the potential approximation it yields the long-distance, low-energy tail of the nucleon-nucleon interaction, i.e., the one-pion-exchange (OPE) Yukawa potential [16]. Derivation of this potential from Lagrangian density (44) requires some fluency in the methods of quantum field theory, so we do not reproduce it here. Suffice to say, that the OPE potential appears as naturally from exchanging pions, as the Coulomb potential appears from exchanging photons via the electron-photon coupling term in Eq. (16). Last but not least, the last term in Eq. (44) gives the axial-vector current that defines the weak coupling of nucleons to electrons and neutrinos. From where phenomena like the β decay can be derived. [This term is an independent chiral invariant, so again we could put a separate coupling constant there; experiment gives $g_A=1.257(3)$.]

3 FEW-NUCLEON SYSTEMS

In the previous section we have obtained Lagrangian densities that describe composite particles like pions (38) or nucleons (44). These particles are built of the u and d valence quarks as well as of virtual gluons and quark-antiquark pairs. In fact, we can say that the virtual constituents provide for binding of the valence constituents, and most of the rest mass of composite particles comes from the binding by virtual constituents. Indeed, the rest masses of pions, $m_{\pi^0} \simeq 135$ MeV and $m_{\pi^\pm} \simeq 140$ MeV, and nucleons, $m_p \simeq 938$ MeV and $m_n \simeq 940$ MeV, are much, much larger than those of quarks, $m_u \simeq 3$ MeV and $m_d \simeq 6$ MeV. Moreover, the famous confinement effect prevents the valence quarks from being separated one from another, unless a real quark-antiquark pair is created from the vacuum, and two separate composite particles appear.

It is amazing that strong interactions only yield a strong binding for objects that cannot be broken apart at all. Once these composite particles are built, strong interactions become almost completely saturated, and what remains of them, when looked upon from the outside of composite particles, is in fact a relatively weak force.

Let us illustrate this weakness of the strong force by several examples. First of all, the only bound binary system of nucleons, i.e., the deuteron n - p , has the binding energy of only $B_D=2.224575(9)$ MeV. This is really a small number as compared to, e.g., either the nucleon rest masses, or the QCD coupling constant. The deuteron is barely bound, and moreover, neither the di-neutron (n - n), nor the di-proton (p - p) is a bound object. The n - p scattering amplitude has a pole (corresponding to the deuteron bound state) at the relative momentum of only $k=i\sqrt{m_N B_D} \simeq 45i$ MeV (the pole appears on the imaginary axis). The corresponding scattering length is fairly large, $a=5.424(3)$ fm, and certainly much larger than the size of the deuteron, $R_D=1.953(3)$ fm. The range of the nucleon-nucleon (NN) interaction, as given by the OPE potential, corresponds to the inverse of the pion mass $1/m_\pi$, and equals to about 1.4 fm [note that in the units $\hbar = c = 1$ we have $1 \text{ fm} \simeq (197 \text{ MeV})^{-1}$].

The above scattering characteristics pertain to the 3S_1 channel, i.e., to a scattering with the total spin of $S=1$, the total orbital angular momentum of $L=0$, the total angular momentum of $J=1$, and the total isospin of $T=0$. In the 1S_0 channel ($S=0$, $L=0$, $J=0$, and $T=1$) the deuteron is unbound, the scattering amplitude has a pole at $k \simeq -8i$ MeV (on the negative imaginary axis – corresponding to the so-called virtual, or quasibound state), and the scattering length is very large negative, $a=-23.749(8)$ fm. The n - n and p - p scattering lengths (in the 1S_0 channel) are also very large negative, $a=-18.5(4)$ fm and $a=-7.806(3)$ fm, respectively. Finally, the multi-nucleon bound objects (i.e., the atomic nuclei) are also very weakly bound, with the binding energy per nucleon of only $B/A \simeq 8$ MeV.

These weak bindings have very important consequences for the physics of nuclear systems, namely, in these systems, the average kinetic energies are large positive, and the average potential (interaction) energies are large negative. The resulting total energies are therefore much smaller than either the kinetic or the potential component. As a result, one can neither treat the interaction as a small perturbation on top of the (almost) free motion of constituents, nor treat the relative kinetic energy as a small perturbation on top of a tightly bound, frozen system.

3.1 Nucleon-Nucleon Interaction

Let us discuss in some more detail the interaction between nucleons. In the past there has been a tremendous experimental effort devoted to scattering protons on protons and neutrons on protons. Since the neutron target is not available, the neutron-neutron scattering was inferred mostly from the scattering of protons on deuterons. All this effort lead to a large database of cross-sections and phase shifts that provide the most extensive information on the binary interactions on nucleons. There have also been numerous attempts to model the interaction between nucleons by different kinds of potentials. Here we limit the discussion to the Argonne v_{18} potential [17], and refer the reader to this paper for references to other existing approaches.

The Argonne v_{18} NN interaction consists of the electromagnetic V^{EM} , one-pion-exchange $V^\pi(NN)$, and intermediate and short-range phenomenological $V^{\text{R}}(NN)$ parts, i.e.,

$$V(NN) = V^{\text{EM}}(NN) + V^\pi(NN) + V^{\text{R}}(NN). \quad (47)$$

The electromagnetic part contains not only the standard Coulomb interaction between protons, but also various other terms like the two-photon Coulomb terms, vacuum polarization terms, and magnetic-moment interactions. The OPE potential results directly from the nucleon-pion Lagrangian discussed in Sec. 2.5.3, and has the following explicit form (here shown for the p - p interaction):

$$V^\pi(pp) = f_{pp}^2 \frac{1}{3} m_\pi [Y(r) \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j + T(r) S_{ij}], \quad (48)$$

where

$$Y(r) = \frac{e^{-m_\pi r}}{r} (1 - e^{-cr^2}), \quad (49)$$

$$T(r) = \left(1 + \frac{3}{m_\pi r} + \frac{3}{(m_\pi r)^2}\right) \frac{e^{-m_\pi r}}{r} (1 - e^{-cr^2})^2, \quad (50)$$

and $S_{ij}=3(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \mathbf{r})/r^2 - \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j$ is the tensor operator which depends on the Pauli matrices of the i th and j th interacting particles. The standard OPE terms have been supplemented with the cut-off factors $(1 - e^{-cr^2})$ that kill these terms at distances smaller than $r_c=1/\sqrt{c}$, i.e., below $r_c=0.69$ fm for the used value of $c=1.21$ fm⁻². There, the remaining terms come into play:

$$V^{\text{R}} = V^{\text{c}} + V^{\text{l2}} L^2 + V^{\text{t}} S_{12} + V^{\text{ls}} L \cdot S + V^{\text{ls2}} (L \cdot S)^2, \quad (51)$$

where the i=c, l2, t, ls, and ls2 terms read

$$V^{\text{i}}(r) = I^{\text{i}} T^2(r) + [P^{\text{i}} + Q^{\text{i}} m_\pi r + R^{\text{i}} (m_\pi r)^2] (1 + e^{(r-r_0)/a})^{-1}, \quad (52)$$

and I^{i} , P^{i} , Q^{i} , and R^{i} are parameters fitted to the scattering data. These terms are cut off at large distances, i.e., above $r_0=0.5$ fm, with the transition region of the width of $a=0.2$ fm.

The Argonne v_{18} potential adopts the point of view that at large distances the NN interaction is governed by the OPE effects, while the short-range part is treated fully phenomenologically.

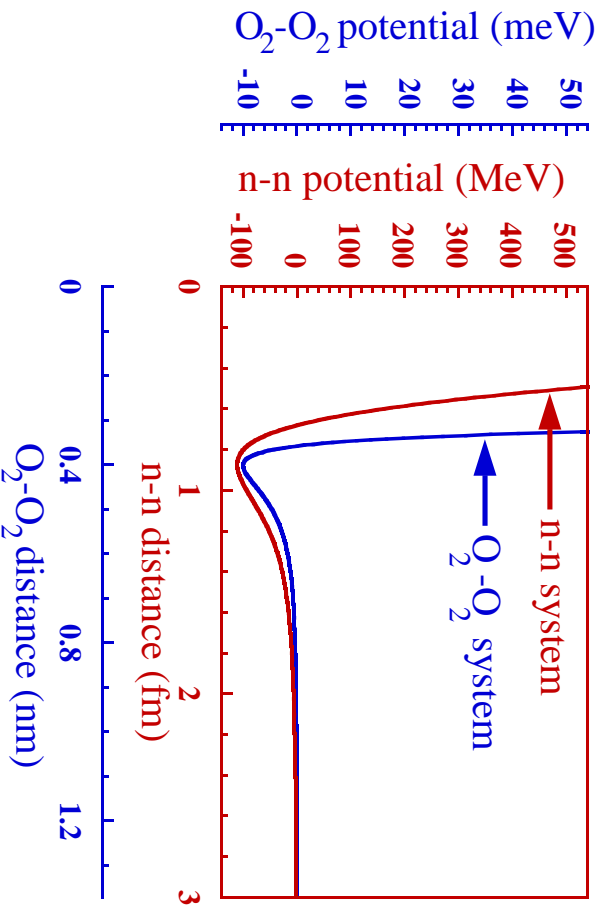


Figure 5: The 1S_0 -channel n - n potential in megaelectronvolts (MeV), as function of the distance in femtometers (fm) (inner axes) compared with the O_2 - O_2 molecular potential in millielectronvolts (meV), as function of the distance in nanometers (nm) (outer axes).

In this respect, there is a perfect analogy between the strong force acting between nucleons, as modelled by Argonne v_{18} , and the electromagnetic force acting between neutral non-polar molecules, modelled by the Lennard-Jones potential.

Nucleons are colorless objects, i.e., when looked upon from the outside; no net color charge is visible. The same is true for neutral non-polar molecules that contain equal amounts of positive and negative electromagnetic charges distributed with no net shift, and hence they have no net charge or dipole moment. However, when two molecules approach one another, the charges become polarized, and each molecule acquires a non-zero dipole moment. Then the leading-order interaction energy between molecules equals $V(\mathbf{r}) = -2\mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r})$, where $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ is the average electric field felt by one of the molecules when the second one is located at \mathbf{r} , and $\mathbf{d}(\mathbf{r})$ is its dipole moment. Assuming that the induced dipole moment $\mathbf{d}(\mathbf{r})$ depends linearly on the electric field, and knowing that the electric field created by a dipole decreases as $1/r^3$, we obtain immediately that $V(\mathbf{r}) \sim -1/r^6$, which gives the well-known Van der Waals potential. At intermediate and small distances, polarization effects become stronger, and higher induced multipole moments begin to be active, however, we can model these effects by a phenomenological term that is equal to the square of the Van der Waals term. Together, one obtains the Lennard-Jones potential,

$$V_{LJ}(r) = 4E_{p,0} \left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 \right], \quad (53)$$

where $E_{p,0}$ and σ are parameters fitted to data.

In Fig. 5 we show a comparison of the n - n Argonne v_{18} potential in the 1S_0 channel, with the Lennard-Jones potential between two O_2 molecules ($E_{p,0} = 10$ meV and $\sigma = 0.358$ nm). The Argonne v_{18} potential has been calculated by using the `av18pw.f` FORTRAN subroutine [17], available at <http://www.phy.anl.gov/theory/research/av18/av18pot.f>. Both potentials are drawn in the same Figure with two abscissas (the lower one for O_2 - O_2 , the upper one for n - n) and two ordinates (the left one for O_2 - O_2 , the right one for n - n). Scales on the abscissas were

fixed so as to put the minima of potentials at the same point, and differ by a factor of about 0.5×10^6 , while scales on the ordinates differ by the factor of 10^{10} .

Despite the tremendous differences in scales, both potentials are qualitatively very similar. Amazingly, it is the electromagnetic molecule-molecule potential that is stiffer at the minimum than the neutron-neutron “strong” potential. In this respect, it is fully justified to put the word “strong” into quotation marks – this potential is not strong at all! Both potentials exhibit a very strong repulsion at short distances – the so-called hard core (the O_2 - O_2 repulsion is stronger!). At large distances, there appears a weak attraction (the n - n attraction vanishes more slowly – despite the exponential form of the OPE potential). Neither of the potentials is strong enough to bind the constituents into a composite object.

The analogy between the “strong” NN force and the electromagnetic molecule-molecule force is extremely instructive. First of all, we can demystify the OPE potential in the sense that the exchange of real particles (pions) is, in fact, *not* its essential element. The OPE potential is a remnant of our tool (quantum field theory) that we used to derive it, but on a deeper level it is an effect of the color force between color-polarized composite particles. After all, nobody wants to interpret the dipole-dipole inter-molecular O_2 - O_2 force by an exchange of a “particle”. This force can be understood in terms of a more fundamental interaction – the Coulomb force. Second, although the asymptotic, large-distance, leading-order behaviour of both potentials can fairly easily be derived, at intermediate and small distances the interaction becomes very complicated. This is not a reflection of complications on the level of fundamental forces (color or electromagnetic), but a reflection of the complicated polarization effects that take place when composite objects are put close to one another. Moreover, these polarization effects have *per se* quantum character, because the fermionic constituents do not like being put close to one another – the Pauli exclusion principle creates additional polarization and repulsion effects. And third, it is obvious that at small distances there must appear effects that are of a *three-body* character. Namely, when three O_2 molecules approach each other (e.g., in liquid oxygen), the basic assumption that they polarize one another only in pairs does not hold. There are certainly polarization effects that depend on explicit positions of the three of them. Similarly, when three nucleons approach each other within the nucleus, their quark-gluon magma becomes polarized in a fairly complicated way, which on the level of potential energy (total-interaction energy) reveals additional terms depending on the three positions simultaneously; this gives the three-body NNN force.

3.2 The Deuteron, and more about the Dynamical Symmetry Breaking

Having defined the two-body force that acts between the nucleons, we can relatively easily find the ground-state wave function of the deuteron, and calculate all its properties. In doing so one cannot forget that for $S=1$ states, the tensor terms in the interaction can mix interaction channels, i.e., for any angular momentum $J>0$, states with $L=J\pm 1$ are mixed if their parity equals $\pi = -(-1)^J$. These conditions are fulfilled for the $J^\pi=1^+$ deuteron ground state, and hence interaction channels 3S_1 and 3D_1 contribute to the deuteron ground-state wave function.

The solution corresponding to the Argonne v_{18} interaction is illustrated in Fig. 6, where surfaces of equal density are shown for the $M_J=0$ and 1 magnetic substates of the $J=1$ deuteron ground state. Interested students are invited to visit the WEB site indicated in the Figure caption, to see the animation that shows similar surfaces at other densities. The surfaces are here shown by stripes that allow seeing the other side of the deuteron. The colors are used only to enhance the three-dimensional rendition of the image, and have no other meaning. In particular, the fact that the front piece of the left part in Fig. 6 is red, and the rear piece is blue, does

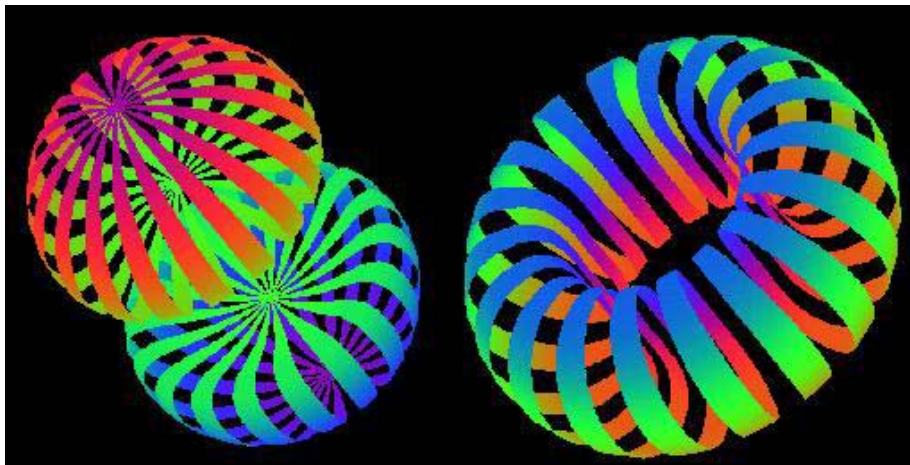


Figure 6: Shapes of the deuteron in the laboratory reference frame. Stripes show surfaces of equal density for the $M_J=1$ (left) and $M_J=0$ (right) magnetic substates of the $J=1$ ground state. From <http://www.phy.anl.gov/theory/movie-run.html>.

not mean that the neutron is represented in red and the proton in blue, nor that it has been rendered the other way around. In reality, the laboratory-frame wave function has $T=0$, i.e, it is an antisymmetrized combination of products of the neutron and proton wave functions.

This brings us to a very important point pertaining to the dynamical (or spontaneous) symmetry breaking mechanism discussed already in Sec. 2.5. Suppose that you are confronted with a request: *S'il vous plaît... dessine-moi un deuton!* (see Ref. [18] for an analogous example). Without any deep information about the interaction, you would draw to points (or spheres, if you know something about quantum mechanics), some distance apart, and mark one of them with a p and the other one with an n . And this is what the deuteron really looks like in the so-called intrinsic reference frame.

One should not attribute too much importance to the descriptions “laboratory frame” and “intrinsic frame”. Below we shall use these names at will, but let us rather treat them as proper names describing two different ways of constructing the wave functions, and not as mathematically sound representations of the same wave function in two different reference frames.

The intrinsic wave function of the deuteron breaks the rotational symmetry, and breaks the isospin symmetry, i.e., a rotation in the real space, and a rotation in the iso-space, gives another wave function. In a more mathematical language, such a wave function does not belong to any single representation of the rotational and isospin symmetry groups. You should not be confused by the fact that the laboratory-frame $J=1$ wave function has three magnetic components (two of them are illustrated in Fig. 6), and hence none of them is strictly invariant with respect to the real-space rotations. However, each magnetic component, when rotated, is equal to some linear combination of all magnetic components, i.e., the $J=1$ state is invariant with respect to rotations in this more general sense – it belongs to one, single representation of the rotation group.

Before discussing the sense of the intrinsic wave functions, let us give two other examples of the symmetry-broken intrinsic wave functions. Imagine the ground-state wave function of the water molecule H_2O . We know very well how this molecule looks like – the two hydrogen atoms are connected by chemical bonds to the oxygen atom, and the two lines connecting the H and O nuclei form an angle of about 105° . So the wave function of the water molecule breaks the rotational invariance. However, if we take such an isolated molecule, and wait long enough for all its rotational and vibrational excitations to de-excite by the emission of electromagnetic

radiation, the molecule will reach the ground state of $J^\pi=0^+$, i.e., the state which is perfectly invariant with respect to rotations.

There is no contradiction between these two pictures of the molecule. The first one pertains to the wave function in the intrinsic reference frame, and the second one to the wave function in the laboratory reference frame. The intrinsic wave function *is not an exact ground state* of the rotationally invariant Hamiltonian. It is a wave packet, which has a good orientation in space, and a very broad distribution of different angular momenta, corresponding to the ground-state rotational band of the water molecule. On the contrary, the laboratory-frame wave function *is an exact ground state* of the rotationally invariant Hamiltonian, it has a definite value of the angular momentum, $J=0$, and has a completely undefined orientation in space.

As the second example, consider the ground state of the ^{166}Er nucleus. It is a well-deformed nucleus, having the intrinsic ground-state wave function in the form of a cigar (prolate shape), which breaks the rotational symmetry. At the same time, the laboratory ground state has $J^\pi=0^+$, and is perfectly rotationally invariant. Again, the cigar-shape, intrinsic wave function is a wave packet that is oriented in space and has an undefined angular momentum, while the laboratory wave function is an exact eigenstate having a definite angular momentum.

Now comes a very important question, namely, is there anything else in the phenomenon of the dynamical symmetry breaking apart from the trivial wave-packet formation? The answer is, of course, yes! The point is that some systems can, and some other ones cannot be oriented. The first ones do break the symmetry dynamically, and the second ones do not. It is obvious that the water molecule does it. In other words, its moment of inertia is so huge that the ground-state rotational band is very much compressed (compared to other possible excitations), and all rotational states of this band (all different angular momenta) are very close to one another. The wave packet built of such states is therefore “almost” an eigenstate – at least it has a very long lifetime before it decays to the ground state. Hence, the oriented state of the water molecule is a very good rendition of the exact ground state.

On a different scale, the same is true for the ^{166}Er nucleus. States of its ground-state rotational band live some nanoseconds, i.e., much longer than any other excitations available in this system. Hence, this nucleus can be oriented, and the corresponding wave packet fairly well represents the ground state. This representation is better or worse depending on which observable we want to look at. For example, if we measure the nuclear root-mean-square radius, the oriented wave function can be used at marvel. The increase of radii of deformed nuclei as compared to their spherical neighbours is a very well established experimental fact. Similarly, lifetimes of the rotational states can be very well approximated by the probability of emitting classical radiation from a rotating charged deformed body.

So we can really say that the ground-state $J^\pi=0^+$ wave function of ^{166}Er does break, and that of ^{208}Pb does not dynamically break the rotational symmetry. The latter nucleus does not have any rotational band and thus the oriented wave packet cannot exist. Both $J^\pi=0^+$ ground-state wave functions are perfectly rotationally invariant, while the dynamical symmetry breaking is a notion pertaining to their intrinsic structure.

The utility of the intrinsic wave function does not end at systems that dynamically break the symmetry. Namely, often it is very easy to construct approximated symmetry-broken wave functions, and then use its symmetry-projected component to model the exact symmetry-invariant ground state. The deuteron wave function, with which we have begun this discussion, is a perfect example of such a situation. Namely, the intrinsic-frame image of this nucleus (neutron here and proton there) breaks the isospin symmetry, but the component projected on $T=0$ is a very good representation of the exact wave function. In this case, projection on $T=0$ simply means antisymmetrizing the two components with the neutron and proton positions exchanged. The

$T=0$ projected component serves us well, even if the $T=1$ component ($J=0$) is unbound at all.

Moreover, the intrinsic-frame image of the deuteron explains very well why this particle has apparently so different shapes depending on the value of the magnetic projection M_J . The $M_J=0$, torus-like shape, Fig. 6, results simply from projecting the intrinsic wave function on $J=1$ and $M_J=0$, which corresponds to taking a linear superposition of all intrinsic states rotated around the axis perpendicular to the line connecting the neutron and proton in the intrinsic frame. Without such an interpretation, nobody would actually believe that deuteron looks like a torus.

3.3 Effective Field Theory

As we have discussed, the Argonne v_{18} interaction uses the OPE potential at large distances, and the phenomenological interaction at intermediate and small distances. One can also follow the standard ideology of the quantum-field theory, and model the second piece by the exchange effects for heavier mesons. Larger meson masses mean shorter distances of the interaction, so we can understand why adding more mesons, and using the corresponding Yukawa interactions, we can parametrize the NN force equally well.

Although this way of proceeding works very well in practice, it creates two conceptual problems. First, one has to include the scalar-isoscalar meson called σ , which has the quantum numbers of a pair of pions. It fulfills the role of an exchange of the a pair of pions, however, such a meson neither exist in Nature as a free particle, nor its mass, that has to be used in the corresponding Yukawa term, is close to the doubled pion mass. The exchange of such a virtual particle simply corresponds to higher-order effects in the exchange of pions, which is a perfectly legitimate procedure, but it departs from the idea that real, physical particles mediate the NN interaction.

Second, two other heavy mesons have to be included, namely, the vector isovector meson ρ and the vector isoscalar meson ω . They are physical particles, with the rest masses of about 800 MeV, and the corresponding ranges of the Yukawa potentials are very small, of the order of 0.25 fm. These small ranges allow to model the NN interaction at very short distances, but at these distances nucleons really start to touch and overlap. Therefore, it is rather unphysical to think that nucleons can still interact as unchanged objects, by exchanging physical particles. Within the image of the strong color-polarization taking place at such a small distances, one would rather think that the internal quark-gluon structure of nucleons becomes strongly affected, which creates strong repulsion effects, predominantly through the Pauli blocking of overlapping quark states.

At present, we are probably not at all able to tell what happens with the nucleons when they are put so near to one another. However, we do not really need such a complete knowledge when describing low-energy NN scattering and structure of nuclei. All what we need is some kind of parameterization of the short-range, high-energy effects when we look at their influence on the long-range, low-energy observables. Such separation of scales is at the heart of the effective field theory (EFT).

One can apply similar ideas to almost all physical systems, where our knowledge of the detailed structure is neither possible nor useful. The simplest example is the effect of the electromagnetic charge and current distributions inside a small object, when we shine at it an electromagnetic wave of a much longer length (the long-wave-length limit). It is well known that all what we then need, are a few numbers – low-multiplicity electric and magnetic moments. Of course, the best would be to be able to calculate these moments from the exact charge and current distributions, but once we know these numbers, we know everything. On the other hand, if the internal structure is not known, we can fit these numbers to the measured long-wave scattering,

and thus obtain the complete information needed to describe such a scattering process.

Examples of other such situations are plenty in physics. Interested students are invited to go through very good introductory lecture notes by Lepage [19], where nice instructive examples are presented within the framework of ordinary quantum mechanics. In particular, it is shown how a short-range perturbation of the ordinary Coulomb potential influences the hydrogen atomic wave functions, and how such a perturbation (no matter its physical origin) can be parametrized by a zero-range, delta-like potential.

Here we only discuss two applications of the EFT, which pertain to the pion and nucleon systems. First, let us consider the pion-pion Lagrangian density (38). When we use the methods of the quantum field theory to derive the π - π scattering amplitude, it turns out that details of the experimental results are not well reproduced. This suggests that even during a low-energy scattering process of composite particles, the internal, short-range, high-energy structure does become visible. The question is whether one can modify the Lagrangian density in such a way that the internal quark-gluon degrees of freedom do not explicitly appear, and yet their influence on the π - π scattering amplitude is taken into account. The EFT prescription suggests that one should add to the Lagrangian higher-order terms that depend on the pion field and conserve all symmetries of the theory (Lorentz and chiral invariance in this case). We then obtain the effective Lagrangian density,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi\pi}^{\text{eff}} = & - \frac{1}{2}F_\pi^2 \vec{D}_\mu \circ \vec{D}^\mu - \frac{1}{2}m_\pi^2 \frac{\vec{\pi}^2}{1 + \vec{\pi}^2/F_\pi^2} \\ & - \frac{1}{4}c_4 \left(\vec{D}_\mu \circ \vec{D}^\mu \right)^2 - \frac{1}{4}c'_4 \left(\vec{D}_\mu \circ \vec{D}_\nu \right) \left(\vec{D}^\mu \circ \vec{D}^\nu \right) + \dots, \end{aligned} \quad (54)$$

built from the covariant derivatives of the pion field (39), which ensures the chiral invariance, and with all the Lorentz indices summed up in pairs, which ensures the Lorentz invariance. Up to these rules, there are two quartic terms possible, and the series could be, in principle, continued to even higher orders. However, by adjusting free parameters c_4 and c'_4 we are now able to properly describe the experimental π - π scattering data. Note that the quartic terms in the local Lagrangian density can be interpreted as zero-range contact (point-like) interactions. In Eq. (54) we have also included the pion mass term m_π , which explicitly (but weakly) breaks the chiral invariance.

The second example concerns the nucleon-pion Lagrangian density (44) that can be transformed into an effective Lagrangian by adding terms which are quartic in the nucleon fields,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{N\pi}^{\text{eff}} = & - \overline{N} \left(\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu + m_N + 2ig_A \gamma_5 \vec{t} \circ \gamma^\mu \vec{D}_\mu \right) \widetilde{N} \\ & - c_{2\alpha\beta} \left(\overline{N} \Gamma_\alpha \widetilde{N} \right) \left(\overline{N} \Gamma_\beta \widetilde{N} \right) + \dots, \end{aligned} \quad (55)$$

where we have combined two terms of Eq. (44) into the covariant derivative of the nucleon field,

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + 2i\vec{t} \circ (\vec{z} \otimes \gamma^\mu \vec{D}_\mu). \quad (56)$$

Symbols Γ_α and Γ_β denote projection operators on the spin-isospin channels, and $c_{2\alpha\beta}$ are the adjustable free parameters. Again, this Lagrangian contains the effects of the pion Yukawa potential, but apart from that, all other short-range effects are modelled by the point-like contact interactions. This Lagrangian properly describes all NN scattering lengths, not only in the high- L partial waves where the OPE potential is enough, but also in the low- L partial waves.

Recently, ideas of the EFT for the NN scattering were followed further, by also adding to Lagrangian density (56) terms which contain six nucleon fields, and calculating the full energy

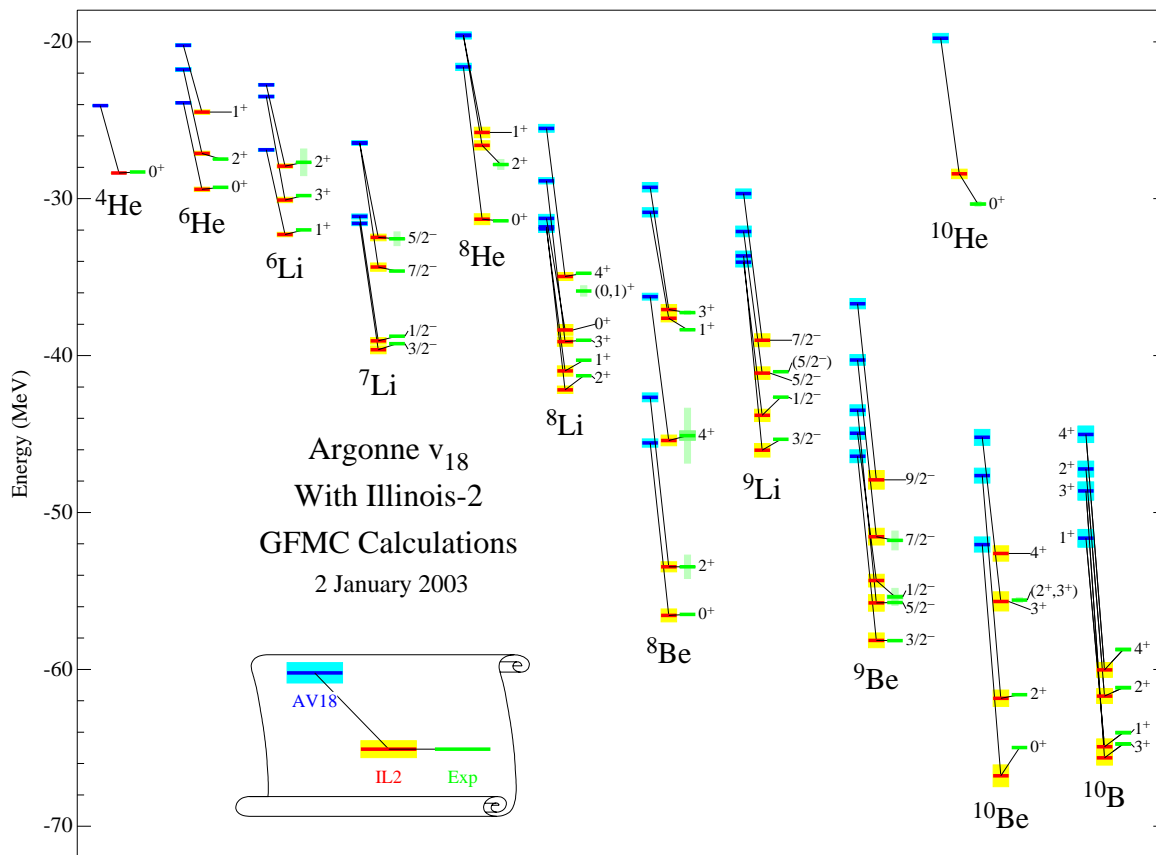


Figure 7: Results of the GFMC calculations for $A \leq 10$ nuclei. (Picture courtesy: S.C. Pieper, Argonne National Laboratory.)

dependence of phase shifts and mixing parameters in all partial waves [20]. The resulting effective Lagrangian density has many adjustable parameters, but the number of these parameters is comparable to that used in the parameterization of Lagrangian by heavy mesons. Also the description of the NN scattering data is of a comparable quality, i.e., very good. This shows that the ideas of the EFT really work; namely, it is not important which physical mechanism is used to model the short-range effects – a purely phenomenological mechanism is equally good. Our knowledge of these short-range effects can be summarized in a form of a certain number of constants that have the meaning of the multipole moments discussed above. Of course, it would be fantastically interesting to calculate these constants from the basic theory (QCD), but the description of low-energy nuclear phenomena requires only that these constants be known, while the whole complication of the vacuum, pion, and nucleon states does not enter the game.

3.4 Light Nuclei

Let us finish this Section with a brief discussion of the *ab initio* calculations for light nuclei. By using the Green Function Monte Carlo (GFMC) methods, one is able to determine binding energies, and energies of low-lying excited states, for systems containing up to $A=10$ nucleons [21, 22]. When the Argonne v_{18} NN potential is used in such calculations, all light nuclei come out significantly underbound, see Fig. 7. The most plausible reason for such a discrepancy is the absence of the three-body NNN interaction, which is, as discussed in Sec. 3.1, expected to be a natural component of the force, and incorporates the polarization effects of the quark-gluon

structure of the nucleons. Unfortunately, the scattering data only give us information on the binary NN component, and the three-body piece has to be postulated independently. When the Illinois NNN interaction [23] is added, the GFMC calculations reproduce properties of light nuclei with a very good precision (Fig. 7).

4 MANY-NUCLEON SYSTEMS

Let us now consider a system of many nucleons combined together within one composite object. We know that such composite particles (called nuclei or nuclides, as you know) exist in Nature. There exist exactly 253 species of stable nuclei.¹ About 2500 other ones have been synthesized in laboratories – they decay by different processes, like electron, positron, proton, or neutron emission, or by fission, i.e., by splitting into two lighter nuclei (including the case when one of the lighter nuclei is the ${}^4\text{He}$ nucleus, called the α particle). According to theoretical predictions, there probably exist another 3000 nuclei, not synthesized yet, that are stable with respect to nucleon emission. At present, their synthesis, investigation, and description is at the centre of interest of nuclear structure physicists, and most of the lectures presented during this Summer School were devoted precisely to this subject.

Nuclei are fascinating objects. They are fermionic systems that exhibit single-particle (s.p.) and collective features at the same scale. Apart from very light ones, they contain too many constituents for an application of exact methods, and too few constituents for an application of statistical methods. Their elementary modes of excitation can, nevertheless, be very well defined based on using quasi-constituents and/or effective interactions.

4.1 General Discussion of the Nuclear Many-Body Problem

We begin our discussion of many-nucleon systems by (again) identifying the most important degrees of freedom and writing down the relevant Hamiltonian. Contrary to methods used at a finer level (quarks and gluons) we use here the Hamiltonian picture instead of the Lagrangian density; this is so because most of the analysis can be done in the framework of the standard quantum mechanics, without necessity of applying methods of the quantum field theory. Nevertheless, we shall express our many-body Hamiltonian in the language of the fermion creation and annihilation operators, which is very convenient in any theory that involves many identical particles obeying specific exchange symmetries.

In order to simplify the discussion we disregard the three-body NNN piece of the interaction between the nucleons, and thus the most general Hamiltonian of a many-nucleon system can be written as,

$$\hat{H} = T_{xy} a_x^+ a_y + \frac{1}{4} V_{xyx'y'} a_x^+ a_y^+ a_{y'} a_{x'}, \quad (57)$$

where $x \equiv (\mathbf{x}, \sigma, \tau)$, $x' \equiv (\mathbf{x}', \sigma', \tau')$, etc., are the space-spin-isospin variables, and the summation-integration $\int d^3\mathbf{r} \sum_{\sigma\tau}$ is implied for every pair of repeated indices. Following the standard notation, we put the space-spin-isospin arguments as indices of the kinetic energy, T_{xy} , potential energy, $V_{xyx'y'}$, and the creation a_x^+ and annihilation a_y operators. We assume that the two-body potential energy operator is antisymmetrized, $V_{xyx'y'} = -V_{xyy'x'}$.

We can now estimate the order of complication involved in a many-nucleon system. Let us assume that fields a_x^+ (i.e., the s.p. wave functions) have to be known at about $M \simeq 10^4$ space-spin-isospin points. The estimate involves, say, about 20 points of a 1 fm lattice in each of the three spatial direction, and four spin-isospin components. The 1 fm lattice may seem to be

¹Including several ones that live billions of years, and thus appear naturally on the Earth.

grossly insufficient to describe a system where a typical s.p. kinetic energy E_k is of the order of 50 MeV, and thus involves typical s.p. momenta of nucleons $k = \sqrt{2m_N E_k} \simeq 300 \text{ MeV} \simeq 1.3 \text{ fm}^{-1} \simeq (0.7 \text{ fm})^{-1}$. However, typical scale at which total densities of nucleons vary in a nucleus, are of the order of 2–3 fm, so the 1 fm lattice is a barely sufficient, but fair compromise to describe a system having the total size (including the asymptotic peripheral region) of at least 20 fm.

The fermion Fock space, i.e., the complete Hilbert space that is relevant to describe a system of many identical fermions, has the dimensionality of $D = \binom{M}{A}$, which is equal to the number of ways A fermions can be distributed on M sites. For the $A=10$ systems, which at present can still be treated within the GFMC method, Sect. 3.4, we thus obtain $D \simeq 10^{33}$. On the one hand, this number illustrates the power of the existing theoretical descriptions; on the other hand, it explains why it is so difficult to go any further. For example, for a heavy $A=200$ nucleus, the dimensionality reaches 10^{425} . Therefore, it is neither conceivable nor sensible to envisage any exact methods for heavy nuclei.

One has to bear, however, in mind that the physics of a heavy nucleus does not really require such a detailed knowledge of any of its states. To see this, let us consider the energy of an arbitrary state $|\Psi\rangle$ as given by the average value of the Hamiltonian,

$$E = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle = T_{xy} \rho_{yx} + \frac{1}{4} V_{xyx'y'} \rho_{x'y'xy}, \quad (58)$$

where the one- and two-body density matrices are defined as

$$\rho_{yx} = \langle \Psi | a_x^+ a_y | \Psi \rangle, \quad (59)$$

$$\rho_{x'y'xy} = \langle \Psi | a_x^+ a_y^+ a_{y'} a_{x'} | \Psi \rangle. \quad (60)$$

Both density matrices are Hermitian, $\rho_{yx} = \rho_{xy}^*$ and $\rho_{x'y'xy} = \rho_{xyx'y'}^*$, and the (fermion) two-body density matrix is antisymmetric with respect to exchanging its first two, or last two arguments, $\rho_{x'y'xy} = -\rho_{y'x'xy} = -\rho_{x'y'yx}$. Hence the total energy of an *arbitrary* many-fermion state, described by two-body interactions, is determined by $M^2 + (M(M-1)/2)^2 \simeq 10^{16}$ real parameters for $M \simeq 10^4$ (independently of A). Even when the three-body interactions are taken into account, this number grows “only” to 10^{24} . This shows explicitly, that the information contained in a many-fermion nuclear state is, in fact, much smaller than the total dimensionality of the Hilbert space, or in other words, only very specific states from this Hilbert space are relevant.

Unfortunately, the presented counting rules, based on the analysis of density matrices, do not help in obtaining practical solutions for many-body problems. The reason for that is the never-solved N -representability problem [24, 25], namely, the question: which of the four-index matrices are two-body density matrices of many-fermion states, and which are not. Indiscriminate variation of Eq. (58) over the density matrices (to look for the ground state) is, therefore, inappropriate. Hence, we are back to square one, i.e., we have to anyhow consider the full Hilbert space to look for correct many-fermion states, even if we know that this constitutes an enormous waste of effort. New bright ideas to solve the N -representability problem in nuclear-physics context are very much needed. Before this is achieved, we are bound to look for methods judiciously reducing the dimensionality of the many-body problems. There are two main avenues to do so, which we briefly describe in the next two Sections.

4.2 Effective Interactions (I)

We saw that the crucial element of the dimensionality is the number of space-spin-isospin points needed to describe basic fields a_x^+ . Therefore, we have to use methods that lead to fields as slowly varying in function of position, as it is possible. In this respect, region of the phase space that

corresponds to pairs of nucleons getting near one another, is particularly cumbersome, because the wave functions must vary rapidly there, in order to become very small within the radius of the strong repulsion, cf. Fig. 5 above. In the past, very powerful technics have been developed to treat these hard-core effects. They are based on replacing the real NN interaction $V_{xyx'y'}$ by the effective interaction $G_{xyx'y'}$ that fulfills the following condition

$$\sum \int dx' dy' V_{xyx'y'} \Psi_{ij}(x', y') = \sum \int dx' dy' G_{xyx'y'} \left[\frac{\phi_i(x')\phi_j(y') - \phi_i(y')\phi_j(x')}{\sqrt{2}} \right], \quad (61)$$

where the sum-integrals are performed over x' and y' .

The two-body wave function in the square brackets on the r.h.s. is the independent-particle, or product wave function, built as the antisymmetrized product of two s.p. wave functions, $\phi_i(x)$ and $\phi_j(x)$, characterized by quantum numbers i and j . The two-body wave function on the l.h.s., $\Psi_{ij}(x', y')$, is a wave function correlated at the short range; it is very small within the region of the hard core. So the real NN interaction, when acting on the correlated wave function, gives a finite result, because the wave function is very small in the region where the repulsion is vary large. On the other hand, the antisymmetrized product wave function is never small around $x'=y'$ (although it vanishes at $x'=y'$), and hence the effective interaction fulfilling (61) *has no hard core*. Condition (61) defines, therefore, the effective interaction that can be used in the space of uncorrelated Slater determinants. The whole procedure can be put on firm grounds in the framework of the perturbation expansion, when partial sums of infinite classes of diagrams are performed, but this is beyond the scope of the present lectures. We only mention that within such a formalism, the effective interaction is obtained by solving the Bethe-Goldstone equation [26].

The effective interaction should, in principle, depend on the s.p. states $\phi_i(x)$ and $\phi_j(x)$ for which the Bethe-Goldstone equation is solved. For example, the effective interaction in an infinite nuclear matter, where the s.p. wave functions are plane waves, can be different than that in a finite nucleus. In the past, there were many calculations pertaining to the first case, while the second (and more interesting) situation was successfully addressed only very recently [27, 28].

On a phenomenological level, one can postulate simple forms of interactions and use them as models of such difficult-to-derive effective interactions. Such a route was adopted by Gogny [29], who postulated the simple local interaction

$$\tilde{G}_{xyx'y'} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(\mathbf{y} - \mathbf{y}')G(x, y), \quad (62)$$

where the tilde denotes a non-antisymmetrized matrix element ($G_{xyx'y'} = \tilde{G}_{xyx'y'} - \tilde{G}_{xyy'x'}$), in the form of a sum of two Gaussians, plus a zero-range, density dependent part,²

$$\begin{aligned} G(x, y) &= \sum_{i=1,2} e^{-(\mathbf{x}-\mathbf{y})^2/\mu_i^2} \times (W_i + B_i P_\sigma - H_i P_\tau - M_i P_\sigma P_\tau) \\ &+ t_3(1 + P_\sigma)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})\rho^{1/3} \left[\frac{1}{2}(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \right]. \end{aligned} \quad (63)$$

In this Equation, $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$ and $P_\tau = \frac{1}{2}(1 + \vec{\tau}_1 \circ \vec{\tau}_2)$ are, respectively, the spin and isospin exchange operators of particles 1 and 2, $\rho(\mathbf{r})$ is the total density of the system at point \mathbf{r} , and μ_i , W_i , B_i , H_i , M_i , and t_3 are parameters.

In Fig. 8, we compare the real n - n interaction (Argonne v_{18}) with the effective Gogny interaction (the D1 parametrization [29, 30]) in the $L=0$ channels, i.e., in the 3S_1 channel ($P_\sigma=1$ and $P_\tau=-1$) and 1S_0 channel ($P_\sigma=-1$ and $P_\tau=1$). It is clear that real and effective interactions are

²We omit the spin-orbit term for simplicity.

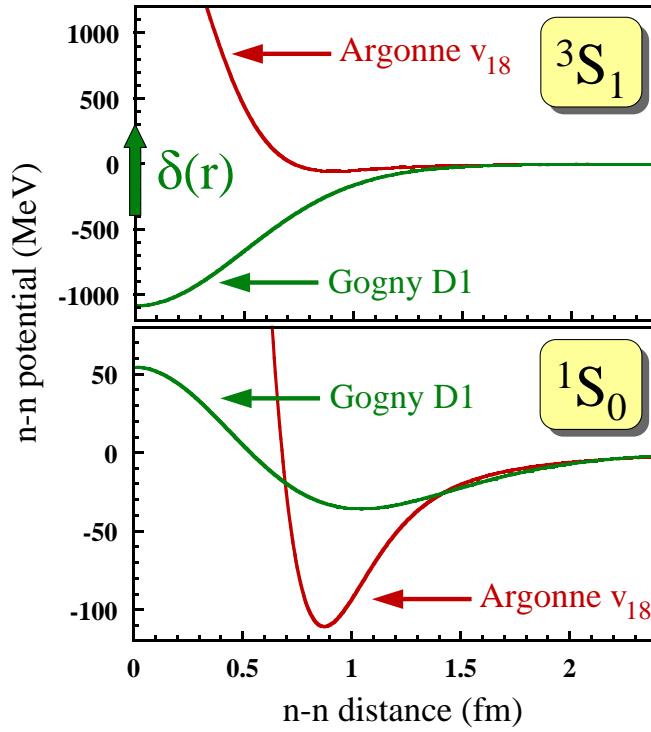


Figure 8: Comparison of the Gogny and Argonne v_{18} n - n potentials in the 3S_1 (top) and 1S_0 (bottom) channels. Note very different scales of the top and bottom panels.

very different near $\mathbf{r}=0$. The zero-range piece of the interaction acts only in the 3S_1 channel; in Fig. 8 it is represented by the green arrow at $\mathbf{r}=0$. One should keep in mind that the Gogny interaction is meant to represent the effective interaction, and hence it can only act on the product wave functions. In particular, an attempt to solve exactly, e.g., the two-body (deuteron) problem goes beyond the range of applicability of the effective interaction. The Gogny interaction is mostly used within the mean-field approximation that we discuss in more detail in the Sec. 4.4 below.

4.3 Effective Interactions (II)

To a certain extent, a way out from the explosion of dimensionality, discussed in Sec. 4.1, may consist in using a better single-particle space. Instead of parametrizing fields a_x^+ by space-spin-isospin points x , one can use a parametrization by the shell-model orbitals $\phi_i(x)$ that are active near the Fermi surface of a given nucleus, i.e., by fields

$$a_i^+ = \int dx \phi_i(x) a_x^+. \quad (64)$$

When a complete set of orbitals is used, the descriptions in terms of creation operators a_i^+ and a_x^+ are equivalent. However, one can also attempt a drastic reduction of the set a_i^+ to a finite number, $i=1 \dots M$, of “most important” orbitals, similarly as we have been previously using finite sets of the space-spin-isospin points instead of continuous variables.

The reduction is now not a mere question of discretizing continuous fields, but involves a serious limitation of the Hilbert space. In quantum mechanics one can always split the Hilbert space into two subspaces, $|\Psi\rangle = P|\Psi\rangle + Q|\Psi\rangle$, where P and Q are projection operators such that

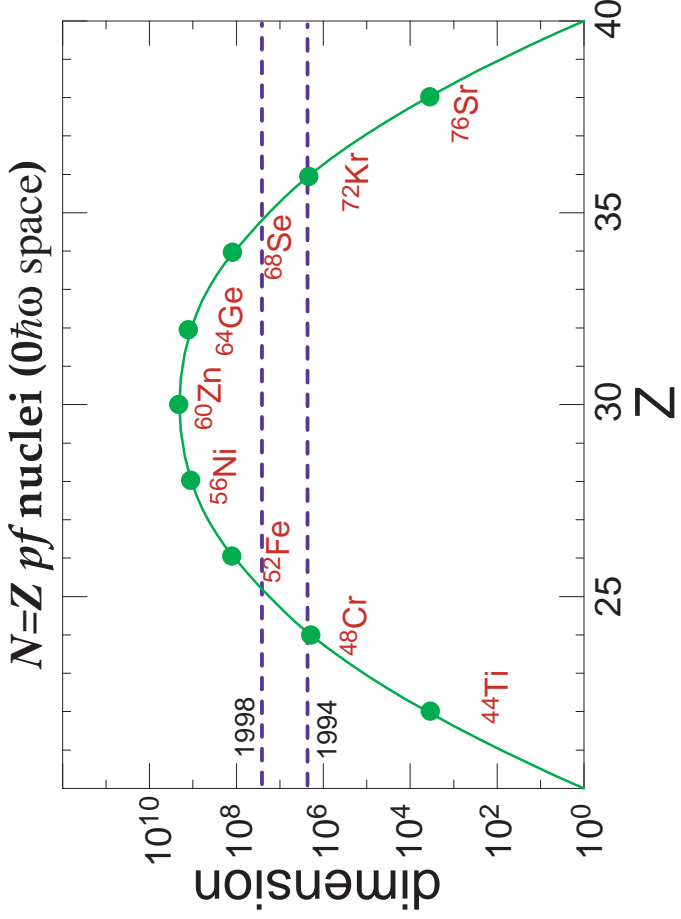


Figure 9: Dimension of the shell-model space for calculations of $N=Z$ nuclei within the pf space. (Picture courtesy: W. Nazarewicz, ORNL/University of Tennessee/Warsaw University.) From <http://www-highspin.phys.utk.edu/~witek/>.

$P + Q = 1$. Then, the Schrödinger equation $H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$ is strictly equivalent to the following 2×2 matrix of equations,

$$\begin{pmatrix} PHP & PHQ \\ QHP & QHQ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P|\Psi\rangle \\ Q|\Psi\rangle \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} P|\Psi\rangle \\ Q|\Psi\rangle \end{pmatrix}. \quad (65)$$

Using the second equation, one can now formally express the “excluded” component, $|\Psi_Q\rangle \equiv Q|\Psi\rangle$, of the wave function by the “kept” component, $|\Psi_P\rangle \equiv P|\Psi\rangle$, i.e.,

$$|\Psi_Q\rangle = \frac{1}{E - QH} QH|\Psi_P\rangle, \quad (66)$$

and put it back into the first equation. This gives the Schrödinger equation reduced to the “kept” Hilbert space,

$$H_{\text{eff}}|\Psi_P\rangle = E|\Psi_P\rangle, \quad (67)$$

where the effective Hamiltonian H_{eff} is given by the Bloch-Horowitz equation [31],

$$H_{\text{eff}} = H + H \frac{1}{E - QH} QH. \quad (68)$$

The main questions is, of course, whether the Bloch-Horowitz effective interaction, $V_{\text{eff}} = H_{\text{eff}} - T$, can be replaced by a simple phenomenological interaction, and used to describe real systems. In particular, when a two-body, energy-independent interaction is postulated in a very small phase space, one obtains the shell model, which is successfully used since many years in nuclear structure physics.

In order to illustrate the dimensions of the shell-model Hilbert space, in Fig. 9 we show the numbers of many-fermion states that are obtained when states in $N=Z$ medium heavy nuclei

are described within the pf space (20 s.p. states for protons and 20 for neutrons). Currently, complete solutions for the pf space become available, i.e., dimensions of the order of 10^9 can effectively be treated. Progress in this domain closely follows the progress in size and speed of computers, i.e., one order of magnitude is gained in about every two-three years. We shall not discuss these methods in any more detail, because dedicated lectures have been presented on this subject during the Summer School.

4.4 Hartree-Fock method

The Hartree-Fock (HF) approach relies on assuming that the ground state of a many-fermion system can be uniquely characterized by the one-body density matrix (59). There are many ways of deriving the HF equations; the simplest one is to use the variational principle together with the following approximation of the two-body density matrix (60):

$$\rho_{x'y'xy} = \rho_{x'x}\rho_{y'y} - \rho_{x'y}\rho_{y'x}. \quad (69)$$

This equation expresses the two-body density matrix by the one-body density matrix, and hence the total energy (58) becomes a functional of the one-body density matrix only,

$$\begin{aligned} E_{\text{HF}} &= T_{xy}\rho_{yx} + \frac{1}{4}G_{xyx'y'}(\rho_{x'x}\rho_{y'y} - \rho_{x'y}\rho_{y'x}) \\ &= T_{xy}\rho_{yx} + \frac{1}{2}\Gamma_{xx'}\rho_{x'x} = \frac{1}{2}(T_{xy} + h_{xy})\rho_{yx}, \end{aligned} \quad (70)$$

for

$$\Gamma_{xx'} = G_{xyx'y'}\rho_{y'y} \quad \Leftarrow \quad \text{HF potential}, \quad (71)$$

$$h_{xy} = T_{xy} + \Gamma_{xy} \quad \Leftarrow \quad \text{HF Hamiltonian}. \quad (72)$$

By minimizing the HF energy (70) with respect to the one-body density matrix, one obtains

$$h_{xy}\rho_{yz} - \rho_{xy}h_{yz} = 0 \quad \Leftarrow \quad \text{HF equation}, \quad (73)$$

which is usually solved by finding the HF s.p. orbitals that diagonalize the HF Hamiltonian (72),

$$\int dy h_{xy}\phi_i(y) = \epsilon_i\phi_i(x), \quad (74)$$

and then constructing the one-body density matrix from these orbitals:

$$\rho_{xy} = \sum_{i \in \text{occ}} \phi_i(x)\phi_i^*(y). \quad (75)$$

Equations (74) and (75) guarantee that the HF condition (73) is fulfilled (because h_{xy} and ρ_{xy} are then diagonal in the common basis), so the HF solution is found whenever, for a given set of occupied orbitals, $i \in \text{occ}$, the density matrix self-consistently reproduces the HF potential (71).

From Eq. (75) it is clear that not the real interaction $V_{xyx'y'}$, but the effective interaction $G_{xyx'y'}$, must be used in the HF method. Indeed, when the density-matrix (75) is inserted in the expression for the HF energy (70), one recovers the action of the effective interaction on the two-body product wave functions (61). It is now obvious that the determination of the effective interaction must be coupled to the solution of the HF equations, and performed self-consistently. Namely, for a given effective interaction one solves the HF equations, and the obtained HF orbitals (74) are in turn used in the Bethe-Goldstone equation to find effective interaction. Such a doubly self-consistent procedure is called the Brueckner-Hartree-Fock method.

Modern understanding of the HF approximation is not directly based on the variational method applied to Slater determinants. Certainly, the basic approximation for the two-body density matrix (69) is an exact result for a Slater determinant, but the key element of the approach is expression (70), which states that the ground-state energy can be approximated by a functional of the one-body density matrix.

4.5 Conserved and Broken Symmetries

Representation of many-fermion states by density matrices (59) and (60), and the HF approximation of the two-body density matrix (69), allow us to give a precise definition of what one really means by conserved and broken symmetries in many-body systems. Moreover, it also links the spontaneous symmetry breaking mechanism to a description of correlations.

Consider a unitary symmetry operator \hat{P} such that

$$\hat{P}^+ a_x \hat{P} = P_{xy} a_y \quad , \quad \hat{P}^+ a_x^+ \hat{P} = P_{xy}^* a_y^+ \quad (76)$$

and

$$P_{xx'}^+ T_{x'y'} P_{y'y} = T_{xy} \quad , \quad P_{zz'}^+ P_{tt'}^+ G_{z't'x'y'} P_{x'x} P_{y'y} = G_{ztxy}. \quad (77)$$

Equations (76) and (77) are equivalent to the symmetry condition $[\hat{H}, \hat{P}] = 0$ obeyed by Hamiltonian (57). Symmetry operator \hat{P} acts in the fermion Fock space by mixing elementary fields a_y^+ with the integral kernel P_{xy} (remember that the sum-integral $\sum\int dy$ is implied for every repeated index). All the most interesting symmetries act in this way – they can be represented as exponents of one-body symmetry generators, i.e., \hat{P} can be any one of the following:

1° translational symmetry,

$$\hat{P} = \exp(i\mathbf{r}_0 \cdot \hat{\mathbf{P}}), \quad (78)$$

where $\hat{\mathbf{P}} = \sum_{i=1}^A \mathbf{p}_i$ is the total linear momentum operator, and \mathbf{r}_0 is the shift vector.

2° rotational symmetry,

$$\hat{P} = \exp(i\boldsymbol{\alpha}_0 \cdot \hat{\mathbf{I}}), \quad (79)$$

where $\hat{\mathbf{I}} = \sum_{i=1}^A \mathbf{j}_i$ is the total angular momentum operator, and $\boldsymbol{\alpha}_0$ is the rotation angle.

3° isospin symmetry,

$$\hat{P} = \exp(i\vec{\alpha}_0 \circ \hat{\vec{T}}), \quad (80)$$

where $\hat{\vec{T}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \vec{\tau}_i$ is the total isospin operator, and $\vec{\alpha}_0$ is the iso-rotation angle.

4° particle-number symmetry,

$$\hat{P} = \exp(i\phi_0 \hat{N}), \quad (81)$$

where $\hat{N} = \sum\int dx a_x^+ a_x$ is the total particle number operator, and ϕ_0 is the gauge angle.

5° inversion (parity) symmetry,

$$\hat{P} = \prod_{i=1}^A \hat{\pi}_i, \quad (82)$$

where $\hat{\pi}_i$ is the inversion operator for the i th particle.

6° time-reversal symmetry.

$$\hat{P} = \exp\left(-i\pi\hat{S}_y\right)\hat{K}, \quad (83)$$

where $\hat{S}_y = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^A\sigma_{iy}$ is the y component of the total spin operator, and \hat{K} is the complex conjugation operator in spatial representation.

There can also be terms in the Hamiltonian that *explicitly* break some of the above symmetries (e.g., the Coulomb interaction explicitly breaks the isospin symmetry), but we disregard them for simplicity.

Let us begin with the simplest case, namely, let \hat{P} be the parity symmetry (82). In this case, the integral kernel reads $P_{xy} \equiv \delta(\mathbf{x} + \mathbf{y})$, and is, of course, independent of spin and isospin. For a parity-invariant interaction, Eq. (77), the exact energy of an arbitrary state $|\Psi\rangle$, Eq. (58), depends only on the scalar parts (in this case, the parity invariant parts) of the one- and two-body density matrices, i.e.,

$$E = T_{xy}\rho_{yx}^{(+)} + \frac{1}{4}G_{xyzt}\rho_{ztxy}^{(+)}, \quad (84)$$

for

$$\rho_{yx}^{(\pm)} = \frac{1}{2}\left(P_{yy'}\rho_{y'x'}P_{x'x}^{\pm} \pm \rho_{yx}\right), \quad (85)$$

$$\rho_{ztxy}^{(\pm)} = \frac{1}{2}\left(P_{zz'}P_{t't'}\rho_{z't'x'y'}P_{x'x}^{\pm}P_{y'y}^{\pm} \pm \rho_{ztxy}\right). \quad (86)$$

Within the HF approximation (69), we may have two classes of solutions:

- symmetry-conserving solution:

$$\rho_{xy} = \rho_{xy}^{(+)}, \quad (87)$$

$$\rho_{ztxy}^{(+)} = \rho_{zx}^{(+)}\rho_{ty}^{(+)} - \rho_{zy}^{(+)}\rho_{tx}^{(+)}, \quad (88)$$

- symmetry-breaking solution:

$$\rho_{xy} = \rho_{xy}^{(+)} + \rho_{xy}^{(-)}, \quad (89)$$

$$\rho_{ztxy}^{(+)} = \rho_{zx}^{(+)}\rho_{ty}^{(+)} - \rho_{zy}^{(+)}\rho_{tx}^{(+)} + \rho_{zx}^{(-)}\rho_{ty}^{(-)} - \rho_{zy}^{(-)}\rho_{tx}^{(-)}. \quad (90)$$

In the case of the broken symmetry, neither of the density matrices is invariant with respect to the symmetry operator. However, the symmetry breaking part of the one-body density matrix $\rho_{xy}^{(-)}$ enters the HF energy (84) only through the two-body interaction energy. Moreover, the symmetry-projected two-body density matrix (90) *does not obey* the HF condition (69). In other words, the symmetry-breaking part of the one-body density matrix gives a *correlation* term of the two-body density matrix. Symmetry breaking is, therefore, a reflection of correlations beyond HF, taken into account with respect to the symmetry-conserving HF method.

One can also say that the symmetry-breaking part $\rho_{xy}^{(-)}$ constitutes an additional set of variational parameters, which become allowed when a larger class of the one-body density matrices (beyond symmetry conservation) is considered. As in every variational procedure, a larger variational class may lead (sometimes) to lower energies. Whether it does, depends on the specific case, and in particular on the type of the two-body interaction. It is obvious, that one can gain energy by breaking symmetry only if the appropriate correlation energy is negative, i.e., when the last two terms of the two-body density matrix, $\rho_{zx}^{(-)}\rho_{ty}^{(-)} - \rho_{zy}^{(-)}\rho_{tx}^{(-)}$, give a negative contribution when averaged with the two-body effective interaction G_{xyzt} .

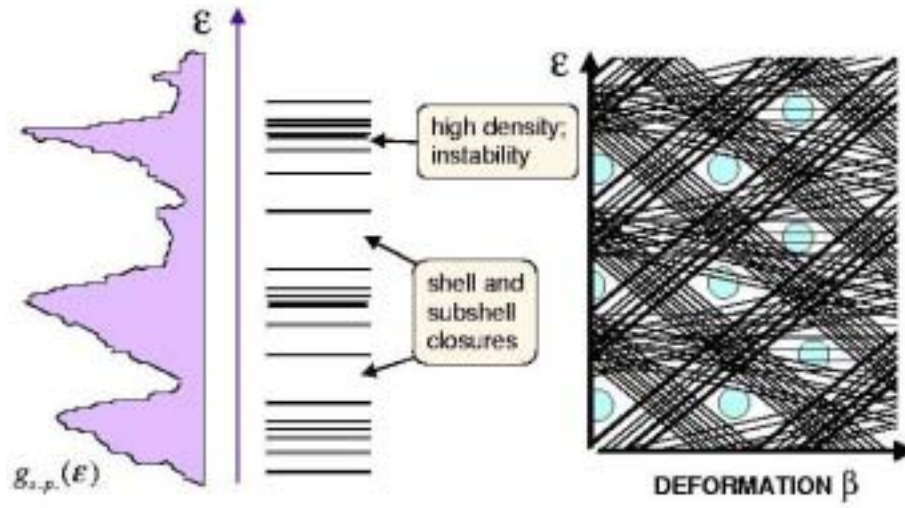


Figure 10: Schematic illustration of the s.p. level density (left), corresponding to the s.p. spectrum of a deformed nucleus (centre). The right panel shows the evolution of the spectrum with nuclear deformation. (Picture courtesy: W. Nazarewicz, ORNL/University of Tennessee/Warsaw University.) From <http://www-highspin.phys.utk.edu/~witek/>.

Within such an approach to the symmetry breaking, one does not, in fact, break any symmetry of the exact wave function. Indeed, the density matrices, $\rho_{xy}^{(+)}$ and $\rho_{ztxy}^{(+)}$ that are “active” in the total energy do conserve the symmetry. We should also use these density matrices to calculate all other observables for the symmetry-broken (correlated) solution of the HF equations.

Let us now give results of an analogous analysis for the case of deformed nuclei, i.e., for the case of broken rotational symmetry (79). For axial shapes we then have the following density matrices,

$$\rho_{xy} = \sum_J \rho_{xy}^{(J)}, \quad (91)$$

$$\rho_{ztxy}^{(0)} = \sum_J \left(\rho_{zx}^{(J)} \times \rho_{ty}^{(J)} \right)_0 - \sum_J \left(\rho_{zy}^{(J)} \times \rho_{tx}^{(J)} \right)_0, \quad (92)$$

and the total HF energy,

$$E = T_{xy} \rho_{yx}^{(0)} + \frac{1}{4} G_{xyzt} \rho_{ztxy}^{(0)}, \quad (93)$$

that depends only on the scalar ($J=0$) parts of the density matrices. On the other hand, the broken-symmetry one-body density matrix is the sum of components $\rho_{xy}^{(J)}$ that transform as irreducible rotational tensors of rank J . In the scalar two-body density matrix (92), these components are coupled to $J=0$, and every such a term defines the multipole correlation energy of rank J . It is now obvious that the broken-symmetry solution becomes the ground state for interactions that have appropriately strong multipole-multipole terms (see Refs. [32, 33] for numerical results in heavy nuclei).

Without going into detailed discussion of the multipole-multipole decomposition of effective interactions, we may easily tell in which nuclei the rotational symmetry is broken and deformation appears. A schematic diagram presented in the right panel of Fig. 10 shows the evolution of the s.p. spectrum with nuclear deformation, i.e., the dependence of eigenvalues of the mean-field Hamiltonian having the shape characterized by the deformation parameter β . In such a spectrum, some s.p. levels go down, and other go up in energy, and at specific deformations there appear in the spectrum larger or smaller gaps. When the particles are filling the lowest levels up to certain

energy (prescribed by the number of particles), the last occupied level may appear either below or above the gap. This leads respectively to a decrease or an increase of the total energy. The overall density of s.p. levels at the Fermi surface determines, therefore, the total energy of the system. In other words, a system having a given number of particles adopts the shape at which the last occupied level is below a large gap. Therefore, nuclei that correspond to magic particle numbers are spherical (large gaps appear at spherical shape) and the rotational symmetry is conserved, while nuclei with particle numbers between the magic gaps (the so-called open-shell nuclei) choose non-zero deformed ground states corresponding to broken rotational symmetry.

4.6 Local Density Approximation

Approximation of the many-body energy (58) by a functional of the one-body density matrix (70) can be further simplified in the coordinate representation. Namely, it appears that the HF density matrix (75) influences the energy mostly through the local density [34, 35, 36]. This observation defines the local density approximation (LDA).

Neglecting for simplicity the spin-isospin degrees of freedom, we can write the interaction energy [the second term in Eq. (70)] in the form

$$E_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{y} d^3\mathbf{x}' d^3\mathbf{y}' \tilde{G}_{\mathbf{x}\mathbf{y}\mathbf{x}'\mathbf{y}'} (\rho_{\mathbf{x}'\mathbf{x}}\rho_{\mathbf{y}'\mathbf{y}} - \rho_{\mathbf{x}'\mathbf{y}}\rho_{\mathbf{y}'\mathbf{x}}). \quad (94)$$

For local effective interaction, the non-antisymmetrized matrix element $\tilde{G}_{\mathbf{x}\mathbf{y}\mathbf{x}'\mathbf{y}'}$ is given by the potential $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$,

$$\tilde{G}_{\mathbf{x}\mathbf{y}\mathbf{x}'\mathbf{y}'} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(\mathbf{y} - \mathbf{y}')G(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (95)$$

and the interaction energy reads

$$E^{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{y} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\rho_{\mathbf{x}\mathbf{x}}\rho_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \rho_{\mathbf{x}\mathbf{y}}\rho_{\mathbf{y}\mathbf{x}}). \quad (96)$$

The first term (direct) depends only on the local density matrix (equal arguments), while the second term (exchange) involves the full one-body density matrix. Therefore, the local density plays a special role due to locality of the effective interaction.

It is therefore convenient to represent the one-body density matrix (59) in total and relative coordinates, i.e.,

$$\rho_{\mathbf{x}\mathbf{y}} = \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (97)$$

where

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \quad \text{and} \quad \mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}. \quad (98)$$

Denoting the local density by single argument, $\rho(\mathbf{R}) = \rho_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \rho(\mathbf{R}, \mathbf{0})$, and noting that by translational invariance the potential $G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = G(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ depends only on the relative coordinate, we have

$$E^{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{R} d^3\mathbf{r} G(\mathbf{r}) \left[\rho(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\mathbf{r})\rho(\mathbf{R} - \frac{1}{2}\mathbf{r}) - \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r})\rho(\mathbf{R}, -\mathbf{r}) \right]. \quad (99)$$

We see that direct and exchange terms, $E^{\text{int}} = E_{\text{dir}}^{\text{int}} + E_{\text{exch}}^{\text{int}}$, have markedly different dependence on the density matrix, and thus have to be treated separately.

In the direct term, we can use the fact that the range of the effective force is smaller than the typical distance at which the density changes. Indeed, the nuclear density is almost constant inside the nucleus, and then falls down to zero within the region called the nuclear surface, which has a typical width of about 3 fm. Hence, within the range of interaction, and for the purpose

of evaluating the direct interaction energy, the density can be approximated by the quadratic expansion,

$$\rho(\mathbf{R} \pm \frac{1}{2}\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{R}) \pm \frac{1}{2}r^i \nabla_i \rho(\mathbf{R}) + \frac{1}{8}r^i r^j \nabla_i \nabla_j \rho(\mathbf{R}) + \dots \quad (100)$$

and

$$\rho(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\mathbf{r})\rho(\mathbf{R} - \frac{1}{2}\mathbf{r}) = \rho^2(\mathbf{R}) + \frac{1}{4}r^i r^j \left(\rho(\mathbf{R}) \nabla_i \nabla_j \rho(\mathbf{R}) - [\nabla_i \rho(\mathbf{R})][\nabla_j \rho(\mathbf{R})] \right) + \dots, \quad (101)$$

where $\nabla_i = \partial/\partial R^i$. When inserted into Eq. (99), this expansion gives [for scalar interactions $G(\mathbf{r}) = G(|\mathbf{r}|) = G(r)$] the **direct** interaction energy:

$$E_{\text{dir}}^{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{R} \left[G_0 \rho^2 + \frac{1}{4} G_2 \left(\rho \Delta \rho - (\nabla \rho)^2 \right) \right] + \dots, \quad (102)$$

where coupling constants G_0 and G_2 are given by the moments of the interaction:

$$G_0 = 4\pi \int dr r^2 G(r) \quad \text{and} \quad G_2 = \frac{4}{3}\pi \int dr r^4 G(r). \quad (103)$$

In the exchange term, the situation is entirely different, because here the range of interaction matters in the non-local, relative direction \mathbf{r} . In order to get a feeling what are the properties of the one-body density matrix in this direction, we can calculate it for infinite matter,

$$\rho_{\mathbf{x}\mathbf{y}} = \int_{|\mathbf{k}| < k_F} d^3 \mathbf{k} \frac{\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}{\sqrt{8\pi^3}} \frac{\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{y})}{\sqrt{8\pi^3}}, \quad (104)$$

where the s.p. wave functions (plane waves) are integrated within the Fermi sphere of momenta $|\mathbf{k}| < k_F$. Obviously, $\rho_{\mathbf{x}\mathbf{y}}$ depends only on the relative coordinate, i.e.,

$$\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^{k_F} dk k \sin(kr) = \frac{k_F^3}{6\pi^2} \left[3 \frac{\sin(k_F r) - k_F r \cos(k_F r)}{(k_F r)^3} \right] = \frac{k_F^3}{6\pi^2} \left[3 \frac{j_1(k_F r)}{k_F r} \right]. \quad (105)$$

Function in square parentheses equals 1 at $r=0$, and has the first zero at $r \simeq 4.4934/k_F \simeq 3$ fm, i.e., in the non-local direction the density varies on the same scale as it does in the local direction.

Therefore, the quadratic expansion of the density matrix in the relative variable

$$\rho(\mathbf{R}, \pm \mathbf{r}) = \rho(\mathbf{R}) \pm r^i \partial_i \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) + \frac{1}{2} r^i r^j \partial_i \partial_j \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) + \dots, \quad (106)$$

where derivatives $\partial_i = \partial/\partial r^i$ are always calculated at $r^i=0$, is, in principle, sufficient for the evaluation of the exchange interaction energy. However, we can improve it by introducing three universal functions of $r = |\mathbf{r}|$, $\pi_0(r)$, $\pi_1(r)$, and $\pi_2(r)$, which vanish at large r , i.e., we define the LDA by:

$$\rho(\mathbf{R}, \pm \mathbf{r}) = \pi_0(r)\rho(\mathbf{R}) \pm \pi_1(r)r^i \partial_i \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) + \frac{1}{2}\pi_2(r)r^i r^j \partial_i \partial_j \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) + \dots \quad (107)$$

Since for small r , Eq. (107) must be compatible with the Taylor expansion (106), the auxiliary functions must fulfill conditions at $r=0$,

$$\pi_0(0) = \pi_1(0) = \pi_2(0) = 1, \quad \pi_0'(0) = \pi_1'(0) = 0, \quad \text{and} \quad \pi_0''(0) = 0. \quad (108)$$

In order to conserve the local-gauge-invariance properties of the interaction energy [37], we also require that

$$\pi_1^2(r) = \pi_0(r)\pi_2(r). \quad (109)$$

The auxiliary functions $\pi_0(r)$ and $\pi_2(r)$ can be calculated *a posteriori*, to give the best possible approximation of a given density matrix $\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r})$. However, they can also be estimated *a priori* by making momentum expansion around the Fermi momentum k_F . This gives the density-matrix expansion (DME) of Ref. [35], in which

$$\pi_0(r) = \frac{6j_1(k_F r) + 21j_3(k_F r)}{2k_F r} \quad \text{and} \quad \pi_2(r) = \frac{105j_3(k_F r)}{(k_F r)^3}, \quad (110)$$

where $j_n(k_F r)$ are the spherical Bessel functions.

The term depending on the non-local density in the exchange integral (99) now reads

$$\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r})\rho(\mathbf{R}, -\mathbf{r}) = \pi_0^2(r)\rho^2(\mathbf{R}) + \pi_0(r)\pi_2(r)r^i r^j \left(\rho(\mathbf{R})\partial_i\partial_j\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}) - [\partial_i\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r})][\partial_j\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r})] \right) + \dots \quad (111)$$

and gives the **exchange** interaction energy:

$$E_{\text{exch}}^{\text{int}} = -\frac{1}{2} \int d^3\mathbf{R} \left[G'_0 \rho^2 + \frac{1}{4} G'_2 (\rho \Delta \rho - 4(\rho \tau - \mathbf{j}^2)) \right] + \dots, \quad (112)$$

where coupling constants G'_0 and G'_2 are given by the following integrals of the interaction:

$$G'_0 = 4\pi \int dr r^2 \pi_0^2(r) G(r) \quad \text{and} \quad G'_2 = \frac{4}{3}\pi \int dr r^4 \pi_0(r) \pi_2(r) G(r). \quad (113)$$

The exchange interaction energy also depends on densities \mathbf{j} (119) and τ (120) that we define below. It is obvious that when the pure Taylor expansion is used to approximate the density in the non-local direction, Eq. (106), i.e., for $\pi_0(r) = \pi_2(r) = 1$, the direct and exchange coupling constants are equal, $G'_0 = G_0$ and $G'_2 = G_2$.

Altogether, quadratic approximations to the one-body density matrix allow expressing the direct and exchange interaction energies as integrals of local energy density. Such energy density depends on the local density, on derivatives of the local density, and on several other densities that represent properties of the one-body density matrix in the non-local direction.

We should stress that the validity of the LDA depends on different scales involved in properties of nuclei. Namely, the scale of distances characterizing the ground-state one-body density matrix is significantly larger than the range of effective forces. Therefore, the LDA may apply only to selected, low-energy phenomena where the spatial structure of the density matrix is not very much affected.

Moreover, we see that the low-energy nuclear properties may depend on an extremely restricted set of properties of effective interactions. Within the LDA, only a few numbers [the coupling constants of Eqs. (103) and (113)] determine the energy density. This is entirely in the spirit of the effective field theory; separation of scales results in a transmission of a very limited information from one scale to another. Once this information (in our case – the coupling constants) is either evaluated, or fit to data, properties of the system can be properly calculated at the larger scale.

We also see that the coupling constants can be evaluated by assuming any effective interaction that has a *smaller* range than the physical range. In doing so, we can even go down to zero range, and nothing will change, provided we fix the parameters of the zero-range force so as to properly describe the moments of the force, Eqs. (103) and (113), and thus properly reproduce the coupling constants.

We can now proceed to the real world by putting back into our description the spin and isospin degrees of freedom. Based on the results above, we can first construct the most general set of local densities, with derivatives up to the second order taken into account, and then build the

local energy density. The complete such construction has been performed only very recently [38]; it involves the full proton-neutron mixing and treats both the particle-hole and particle-particle channels of interaction.

We begin by writing the one-body density matrix (59) with all variables shown explicitly,

$$\rho_{\mathbf{x}\sigma\tau, \mathbf{y}\sigma'\tau'} = \langle \Psi | a_{\mathbf{y}\sigma'\tau'}^+ a_{\mathbf{x}\sigma\tau} | \Psi \rangle, \quad (114)$$

and we define the densities in total and relative coordinates (97) as

$$\rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \sigma\tau, \sigma'\tau') = \rho_{\mathbf{x}\sigma\tau, \mathbf{y}\sigma'\tau'}. \quad (115)$$

The spin-isospin components can now be separated,

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \sigma\tau, \sigma'\tau') &= \frac{1}{4}\rho_0(\mathbf{R}, \mathbf{r})\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{\tau\tau'} + \frac{1}{4}\delta_{\sigma\sigma'}\vec{\rho}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \circ \vec{\tau}_{\tau\tau'} \\ &+ \frac{1}{4}\mathbf{s}_0(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'}\delta_{\tau\tau'} + \frac{1}{4}\vec{\mathbf{s}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} \circ \vec{\tau}_{\tau\tau'}, \end{aligned} \quad (116)$$

where $\boldsymbol{\sigma}$ and $\vec{\tau}$ are the spin (19) and isospin (27) Pauli matrices. The scalar-isoscalar $\rho_0(\mathbf{R}, \mathbf{r})$, scalar-isovector $\vec{\rho}(\mathbf{R}, \mathbf{r})$, vector-isoscalar $\mathbf{s}_0(\mathbf{R}, \mathbf{r})$, and vector-isovector $\vec{\mathbf{s}}(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ densities can be obtained in a standard way by taking appropriate traces with the Pauli matrices. All necessary local densities can now be obtained by calculating at $r=0$ the derivatives in the total $\nabla = \partial/\partial\mathbf{R}$ and relative $\boldsymbol{\partial} = \partial/\partial\mathbf{r}$ coordinates, up to the second order.

Without the proton-neutron mixing, which we neglect from now on in order to simplify the presentation, only the third components of isovectors are non-zero, and we can use the notation

$$\rho_1(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \equiv \vec{\rho}_3(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \quad \text{and} \quad \mathbf{s}_1(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \equiv \vec{\mathbf{s}}_3(\mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (117)$$

The list of all required local densities then reads [39]:

$$\text{Matter:} \quad \rho_t(\mathbf{R}) = \rho_t(\mathbf{R}, 0), \quad (118)$$

$$\text{Current:} \quad \mathbf{j}_t(\mathbf{R}) = [\mathbf{k}\rho_t(\mathbf{R}, \mathbf{r})]_{r=0}, \quad (119)$$

$$\text{Kinetic:} \quad \tau_t(\mathbf{R}) = [(\mathbf{k}^2 - \frac{1}{4}\mathbf{K}^2)\rho_t(\mathbf{R}, \mathbf{r})]_{r=0}, \quad (120)$$

$$\text{Spin:} \quad \mathbf{s}_t(\mathbf{R}) = \mathbf{s}_t(\mathbf{R}, 0), \quad (121)$$

$$\text{Spin-current:} \quad J_t^{ij}(\mathbf{R}) = [k^i s_t^j(\mathbf{R}, \mathbf{r})]_{r=0}, \quad (122)$$

$$\text{Spin-kinetic:} \quad \mathbf{T}_t(\mathbf{R}) = [(\mathbf{k}^2 - \frac{1}{4}\mathbf{K}^2)\mathbf{s}_t(\mathbf{R}, \mathbf{r})]_{r=0}, \quad (123)$$

where

$$\mathbf{k} = -i\boldsymbol{\partial} = -i\partial/\partial\mathbf{r} = \frac{1}{2i}(\nabla^x - \nabla^y) \quad \text{and} \quad \mathbf{K} = -i\nabla = -i\partial/\partial\mathbf{R} = -i(\nabla^x + \nabla^y), \quad (124)$$

are momentum operators in the relative and total coordinate, and index $t=0, 1$ distinguishes between the isoscalar and isovector components. The kinetic densities are usually defined in terms of the derivatives acting on the \mathbf{x} and \mathbf{y} coordinates (98), i.e., $(\mathbf{k}^2 - \frac{1}{4}\mathbf{K}^2) = \nabla^x \cdot \nabla^y$. There is also one density depending on $\mathbf{K} \otimes \mathbf{k}$ (tensor-kinetic density) [40, 38], which we do not discuss here because it appears only for tensor interactions. Since the Pauli matrices $\boldsymbol{\sigma}$ and momenta \mathbf{k} are time-odd operators, we see that densities $\rho_t(\mathbf{R})$, $\tau_t(\mathbf{R})$, and $J_t^{ij}(\mathbf{R})$ are time-even, and densities $\mathbf{j}_t(\mathbf{R})$, $\mathbf{s}_t(\mathbf{R})$, and $\mathbf{T}_t(\mathbf{R})$ are time-odd.

For an arbitrary central finite-range local potential with the full spin-isospin dependence [cf. the Gogny interaction in Eq. (63)],

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = W(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + B(\mathbf{x}, \mathbf{y})P_\sigma - H(\mathbf{x}, \mathbf{y})P_\tau - M(\mathbf{x}, \mathbf{y})P_\sigma P_\tau, \quad (125)$$

we can now repeat the derivation of the LDA functional, by using expansions (100) and (107) in each spin-isospin channel. As a result, we obtain the interaction energy (direct and exchange terms combined) in the form

$$E^{\text{int}} = \sum_{t=0,1} \int d^3 \mathbf{R} \left[C_t^\rho \rho_t^2 + C_t^{\Delta\rho} \rho_t \Delta \rho_t + C_t^\tau (\rho_t \tau_t - \mathbf{j}_t^2) + C_t^s \mathbf{s}_t^2 + C_t^{\Delta s} \mathbf{s}_t \cdot \Delta \mathbf{s}_t + C_t^T (\mathbf{s}_t \cdot \mathbf{T}_t - \overset{\leftrightarrow 2}{J}_t) \right], \quad (126)$$

where $\overset{\leftrightarrow 2}{J} = \sum_{ij} J^{ij} J_{ij}$. The energy density depends on six isoscalar and six isovector coupling constants that are simple moments of potentials, i.e.,

$$8 \begin{pmatrix} C_0^\rho \\ C_1^\rho \\ C_0^s \\ C_1^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_0 + M'_0 \\ M_0 + W'_0 \\ B_0 + H'_0 \\ H_0 + B'_0 \end{pmatrix} \quad (127)$$

and

$$32 \begin{pmatrix} C_0^{\Delta\rho} \\ C_1^{\Delta\rho} \\ C_0^\tau \\ C_1^\tau \\ C_0^{\Delta s} \\ C_1^{\Delta s} \\ C_0^T \\ C_1^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 & -2 & -4 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & -4 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 8 & 0 & -8 & 0 & -16 \\ 0 & 4 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_2 \\ W'_2 \\ B_2 \\ B'_2 \\ H_2 \\ H'_2 \\ M_2 \\ M'_2 \end{pmatrix}, \quad (128)$$

where (for $X \equiv W, B, H,$ or M)

$$X_0 = 4\pi \int dr r^2 X(r) \quad \text{and} \quad X_2 = \frac{4}{3}\pi \int dr r^4 X(r), \quad (129)$$

$$X'_0 = 4\pi \int dr r^2 \pi_0^2(r) X(r) \quad \text{and} \quad X'_2 = \frac{4}{3}\pi \int dr r^4 \pi_0(r) \pi_2(r) X(r). \quad (130)$$

Again we see, that for $\pi_0(r) = \pi_2(r) = 1$, the direct and exchange coupling constants are equal, $X'_0 = X_0$ and $X'_2 = X_2$, and hence only six coupling constants in energy density (126) are independent. This requires that the so-called time-odd coupling constants are linear combinations of the so-called time-even coupling constants [37]:

$$3 \begin{pmatrix} C_0^s \\ C_1^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_0^\rho \\ C_1^\rho \end{pmatrix} \quad (131)$$

and

$$24 \begin{pmatrix} C_0^{\Delta s} \\ C_1^{\Delta s} \\ C_0^T \\ C_1^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -12 & 3 & 9 \\ -4 & -4 & 3 & -3 \\ 16 & 48 & -4 & 12 \\ 16 & -16 & 4 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_0^{\Delta\rho} \\ C_1^{\Delta\rho} \\ C_0^\tau \\ C_1^\tau \end{pmatrix}. \quad (132)$$

It is well known that the local energy density (126) is also obtained for the Skyrme zero-range momentum-dependent interaction [41, 42, 43]. Without density-dependent and spin-orbit terms, this interaction reads

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = t_0 (1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \frac{1}{2} t_1 (1 + x_1 P_\sigma) \left[\hat{\mathbf{k}}'^2 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \hat{\mathbf{k}}^2 \right] + t_2 (1 + x_2 P_\sigma) \hat{\mathbf{k}}' \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \hat{\mathbf{k}}, \quad (133)$$

where $\mathbf{k}' = i\boldsymbol{\partial}$ acts to the left, and $\mathbf{k} = -i\boldsymbol{\partial}$ acts to the right. For this interaction, the interaction energy has exactly the form given in Eq. (126), with coupling constants [39, 37] that depend on parameters $t_0, x_0, t_1, x_1, t_2,$ and $x_2,$

$$8 \begin{pmatrix} C_0^\rho \\ C_1^\rho \\ C_0^s \\ C_1^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & -2 \\ -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ t_0 x_0 \end{pmatrix} \quad (134)$$

and

$$64 \begin{pmatrix} C_0^{\Delta\rho} \\ C_1^{\Delta\rho} \\ C_0^\tau \\ C_1^\tau \\ C_0^{\Delta s} \\ C_1^{\Delta s} \\ C_0^T \\ C_1^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 0 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 2 \\ 12 & 0 & 20 & 16 \\ -4 & -8 & 4 & 8 \\ 3 & -6 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 8 & 4 & 8 \\ -4 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_1 x_1 \\ t_2 \\ t_2 x_2 \end{pmatrix}. \quad (135)$$

For $\pi_0(r) = \pi_2(r) = 1$, the Skyrme interaction (133) exactly reproduces the LDA of the finite-range interaction (125), provided the Skyrme parameters are given by

$$t_0 = W_0 + M_0 \quad , \quad t_0 x_0 = B_0 + H_0, \quad (136)$$

$$t_1 = -W_2 - M_2 \quad , \quad t_1 x_1 = -B_2 - H_2, \quad (137)$$

$$t_2 = W_2 - M_2 \quad , \quad t_2 x_2 = B_2 - H_2. \quad (138)$$

Coupling constants of the Skyrme functional fulfill constraints (131) and (132). When the better approximation of the non-local density matrix is used, i.e., for $\pi_0(r) \neq 1$ or $\pi_2(r) \neq 1$ in Eq. (107), the Skyrme interaction cannot reproduce the LDA energy density. However, it is enough to release constraints (131) and (132), and treat all the twelve coupling constants as independent parameters, to recover the full freedom of the LDA local energy density.

Again we explicitly see that (exactly in the spirit of the effective field theory), the zero-range interaction can reproduce the same properties of nuclear systems as does the real effective interaction, provided the coupling constants in the energy density are either adjusted to data, or calculated from the real finite-range interaction. It is also clear that the zero-range interaction cannot be treated literally – it is significant only as a “generator” of the proper energy density, while all physical results depend only on this energy density, and not on the interaction itself. In particular, it is incorrect to look for exact eigenstates of the system interacting with the zero-range interaction; we know that for such an interaction the ground state does not exist because of the collapse. However, even for the finite-range effective interaction (for which the ground state does, in principle, exist) the exact ground state is irrelevant, because the interaction has been built to act only in the space of Slater determinants, see Sec. 4.2.

Of course, there is nothing magic or fundamental in the LDA to the energy density. It just reflects the fact that the nuclear one-body density matrix varies on a larger scale of distances than does the nuclear effective interaction. Validity of this approximation depends on the fundamental assumption that the total energy can be described as a functional of the one-body density matrix. The fact that we assumed a local effective interaction is not crucial – for non-local interactions the direct term becomes more complicated, but the LDA still holds [35]. However, effective interactions must, in fact, also depend on energy (Secs. 4.2 and 4.3), so the presented derivation of the LDA is not complete. One usually goes beyond the local energy density derived from

approximations to one-body density, and one includes also terms that depend on local densities in a more complicated way, cf. the density-dependent term of the Gogny interaction (63).

Some people say: the LDA is just fitting of parameters – it is enough to have many parameters to fit anything one wants. This point of view simply disregards the success of the LDA in nuclear phenomenology. The effective field theory point of view is, in my opinion, more interesting, and potentially more fruitful. It regards the success of phenomenological LDA as indication that scales between quark-gluon QCD interactions and low-energy nuclear phenomena are indeed very well separated, and hence few numbers only are enough to define latter in terms of the former. The challenge of course remains: to look for derivations of these few numbers by decent fundamental theory, and to adjust these numbers to data and look for phenomena where the adjustments fail.

We finish this section by recalling the form of the HF equation (73), and that of the HF mean-field Hamiltonian (72), corresponding to the local-energy-density functional (126). Upon variation of the energy with respect to local densities, one obtains the HF equation (74) in spatial coordinates,

$$h_\alpha \psi_{i,\alpha}(\mathbf{r}\sigma) = \epsilon_{i,\alpha} \psi_{i,\alpha}(\mathbf{r}\sigma), \quad (139)$$

where i numbers the neutron ($\alpha=n$) and proton ($\alpha=p$) orbitals, and

$$h_n = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \Gamma_0^{\text{even}} + \Gamma_0^{\text{odd}} + \Gamma_1^{\text{even}} + \Gamma_1^{\text{odd}}, \quad (140)$$

$$h_p = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \Gamma_0^{\text{even}} + \Gamma_0^{\text{odd}} - \Gamma_1^{\text{even}} - \Gamma_1^{\text{odd}}. \quad (141)$$

The isoscalar ($t=0$) and isovector ($t=1$) time-even and time-odd mean fields read

$$\Gamma_t^{\text{even}} = -\nabla \cdot M_t(\mathbf{r}) \nabla + U_t(\mathbf{r}) + \frac{1}{2i} \left(\overleftrightarrow{\nabla} \sigma \cdot \overleftrightarrow{B}_t(\mathbf{r}) + \overleftrightarrow{B}_t(\mathbf{r}) \cdot \overleftrightarrow{\nabla} \sigma \right), \quad (142)$$

$$\Gamma_t^{\text{odd}} = -\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{C}_t(\mathbf{r})) \nabla + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_t(\mathbf{r}) + \frac{1}{2i} \left(\nabla \cdot \mathbf{I}_t(\mathbf{r}) + \mathbf{I}_t(\mathbf{r}) \cdot \nabla \right), \quad (143)$$

where we defined the following mean-field potentials as functions of densities

$$U_t = 2C_t^p \rho_t + 2C_t^{\Delta p} \Delta \rho_t + C_t^\tau \tau_t, \quad (144)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = 2C_t^s \mathbf{s}_t + 2C_t^{\Delta s} \Delta \mathbf{s}_t + C_t^T \mathbf{T}_t, \quad (145)$$

$$M_t = C_t^\tau \rho_t, \quad (146)$$

$$\mathbf{C}_t = C_t^T \mathbf{s}_t, \quad (147)$$

$$\overleftrightarrow{B}_t = 2C_t^J \overleftrightarrow{J}_t, \quad (148)$$

$$\mathbf{I}_t = 2C_t^j \mathbf{j}_t. \quad (149)$$

Since neither in the effective interactions, (125) and (133), nor in the energy density (126), we showed the spin-orbit, tensor, or density-dependent terms, such contributions are not shown in the mean fields above. The mean-field Hamiltonian resulting from the LDA is simply given by local one-body potentials, with a complete dependence on spin, and by momentum-dependent terms that have the form of generalized effective-mass and spin-momentum couplings.

References

- [1] H. Goldstein, *Classical Mechanics* (Addison-Wesley, Cambridge, 1953).
- [2] A. Messiah, *Mécanique Quantique* (Paris, Masson et Cie, 1971).
- [3] L. Landau and E. Lifchitz, *Théorie des Champs* (Moscou, Mir, 1970).
- [4] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields* (Cambridge University Press, Cambridge, 1996-2000) Vols. I-III.
- [5] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1975).
- [6] C. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, New York, 1980).
- [7] V.W. Hughes and T. Kinoshita, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S133 (1999).
- [8] R.S. Van Dyck Jr., P.B. Schwinberg, and H.G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 26 (1987).
- [9] W. Greiner and A. Schäfer, *Quantum Chromodynamics* (Berlin, Springer, 1995).
- [10] R. Gilmore, *Lie groups, Lie algebras and some of their applications* (Wiley, New York, 1974).
- [11] G. Plunien, B. Müller, and W. Greiner, *Phys. Rep.* **134**, 87 (1986).
- [12] D.B. Leinweber, hep-lat/0004025.
- [13] M. Gell-Mann and M. L'evy, *Nuovo Cim.* **16**, 705 (1960).
- [14] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 188 (1967).
- [15] J. Goldstone, *Nuovo Cim.* **19**, 154 (1961).
- [16] H. Yukawa, *Proc. Math. Soc. Japan* **17**, 48 (1935).
- [17] R.B. Wiringa, V.G.J. Stoks, and R. Schiavilla, *Phys. Rev.* **C51**, 38 (1995).
- [18] Antoine de Saint-Exupéry, *Le Petit Prince* (Paris, Gallimard, 1996).
- [19] G.P. Lepage, nucl-th/9706029.
- [20] D.R. Entem and R. Machleidt, *Phys. Lett.* **B524**, 93 (2002).
- [21] S.C. Pieper, K. Varga, and R.B. Wiringa, *Phys. Rev.* **C66**, 044310 (2002).
- [22] R.B. Wiringa and S.C. Pieper, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 182501 (2002).
- [23] S.C. Pieper, V.R. Pandharipande, R.B. Wiringa, and J. Carlson, *Phys. Rev.* **C64**, 014001 (2001).
- [24] A.J. Coleman, *Rev. Mod. Phys.* **35**, 668 (1963).
- [25] A.J. Coleman and V.I. Yukalov, *Reduced Density Matrices: Coulson's Challenge* (Springer-Verlag, New York, 2000).

- [26] A.L. Fetter and J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems* (McGraw-Hill, Boston, 1971).
- [27] W.C. Haxton and C.-L. Song, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5484 (2000).
- [28] W.C. Haxton and T. Luu, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 182503 (2002).
- [29] D. Gogny, in *Nuclear Self-Consistent Fields*, ed. G. Ripka and M. Porneuf (North-Holland, Amsterdam, 1975) p. 333.
- [30] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- [31] C. Bloch and J. Horowitz, *Nucl. Phys.* **8**, 91 (1958).
- [32] J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, J. Skalski and T.R. Werner, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2254 (1988).
- [33] T.R. Werner, J. Dobaczewski, M.W. Guidry, W. Nazarewicz, and J.A. Sheikh, *Nucl. Phys.* **A578**, 1 (1994).
- [34] J.W. Negele, *Phys. Rev.* **C1**, 1260 (1970).
- [35] J.W. Negele and D. Vautherin, *Phys. Rev.* **C5**, 1472 (1972).
- [36] J.W. Negele, *Lecture Notes in Physics 40* (Springer, Berlin, 1975), pp. 285, 288.
- [37] J. Dobaczewski and J. Dudek, *Phys. Rev.* **C52**, 1827 (1995); **C55**, 3177(E) (1997).
- [38] E. Perlińska, S.G. Rohoziński, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, to be published.
- [39] Y.M. Engel, D.M. Brink, K. Goeke, S.J. Krieger, and D. Vautherin, *Nucl. Phys.* **A249**, 215 (1975).
- [40] H. Flocard, Thesis 1975, Orsay, Série A, N° 1543.
- [41] T.H.R. Skyrme, *Phil. Mag.* **1**, 1043 (1956).
- [42] T.H.R. Skyrme, *Nucl. Phys.* **9**, 615 (1959).
- [43] D. Vautherin and D.M. Brink, *Phys. Rev.* **C5**, 626 (1972).

Bilan et perspectives de l'étude des Noyaux Exotiques : Aspects Expérimentaux

Yorick Blumenfeld

Institut de Physique Nucléaire, IN₂P₃-CNRS, 91406 Orsay Cedex

Résumé : L'amélioration rapide des intensités et des qualités optiques des faisceaux secondaires de noyaux instables a permis, au cours des dernières quinze années, un renouveau de la structure nucléaire à travers l'étude, par réactions nucléaires, des noyaux exotiques. Ce cours commencera par un bref rappel des méthodes de production des faisceaux secondaires. Certains aspects des études récentes utilisant les faisceaux radioactifs seront ensuite présentés, en mettant l'accent sur deux thèmes de physique majeurs: les noyaux à halo et les modifications des nombres magiques loin de la stabilité. On s'efforcera de montrer les potentialités de différentes approches expérimentales: mesures de masse, de sections efficaces de réaction, excitation Coulombienne, diffusions élastiques et inélastiques, réactions de transfert, On mettra l'accent sur la complémentarité de ces approches et on essaiera de faire ressentir au lecteur la nécessité en physique nucléaire, d'appréhender un phénomène sous plusieurs angles avant de pouvoir dégager des conclusions sur les phénomènes physiques mis en jeu. En conclusion, on montrera que la vitalité de la discipline conduit à envisager une nouvelle génération d'ensembles accélérateurs qui permettront de passer des études spécifiques actuelles à une approche plus globale de régions entières de la charte des noyaux.

Abstract : The rapid progress of the intensities and optical qualities of secondary rare isotope beams has allowed the study of exotic nuclei through nuclear reactions and has thus led to a renewal of the field of nuclear structure. This course will first briefly review the production methods of radioactive beams. Some selected aspects of recent studies using radioactive beams will then be presented. Two main subjects will be discussed: neutron halo nuclei and the modification of shell structure far from stability. The complementarities of different experimental approaches will be stressed: mass measurements, reaction cross section measurements, Coulomb excitation, elastic and inelastic scattering, transfer reactions... It will be shown how the combination of these various techniques is necessary to advance towards a coherent understanding of nuclear structure far from stability. The vitality of the field is leading to the development of a new generation of radioactive beam facilities, where systematic studies of large regions of the nuclear chart could be carried out.

I Introduction

Durant les années soixante et soixante-dix, on a assisté à une explosion quantitative des données précises de spectroscopie nucléaire, grâce en particulier aux accélérateurs Tandem et Cyclotron qui ont permis d'accumuler des informations sur les énergies, spins, parités, matrices de transition et facteurs spectroscopiques des états fondamentaux et excités de pratiquement tous les noyaux stables accessibles. Une simple pesée de la dernière édition papier de la table des isotopes [fir98] permet au novice de se rendre compte de l'étendue des données nucléaires qui ont servi de fondement à une amélioration progressive mais constante des théories et des modèles nucléaires. Quelques détails mis à part, on peut considérer qu'on a atteint une compréhension satisfaisante de la structure des noyaux stables à énergie d'excitation modérée.

C'est pour cela qu'au cours des deux dernières décennies, la physique nucléaire s'est focalisée sur l'étude des noyaux dans des conditions plus extrêmes. On a l'habitude de représenter cette recherche dans un trièdre imaginaire dont les trois axes sont l'énergie d'excitation, le spin et l'isospin. L'exploration en énergie d'excitation constitue ce qui est couramment appelé la physique des réactions entre ions lourds [dur95]. Les collisions entre noyaux lourds aux énergies voisines de l'énergie de Fermi sont en effet le meilleur outil pour amener dans un système nucléaire une grande énergie d'excitation répartie sur un nombre important de degrés de liberté. On a ainsi pu mesurer les températures limites que peuvent supporter les noyaux et plus récemment mettre en évidence la transition entre la phase liquide "normale" des noyaux et une phase gazeuse. Les noyaux à haut spin [gal97] sont formés par des réactions de fusion qui permettent de transférer beaucoup de moment angulaire. Ils ont permis la découverte du phénomène de superdéformation (déformation avec rapport d'axes 2:1), et l'hyperdéformation (3:1) est vigoureusement recherchée. La limite d'existence de ces noyaux est régie par la disparition de leur barrière de fission qui diminue avec l'augmentation du spin.

L'étude expérimentale des noyaux le long du troisième axe, celui de l'isospin, fait l'objet de ce cours. On utilise en fait ici le terme isospin pour représenter sa troisième composante $T_z=(N-Z)/2$, dont la valeur caractérise un isotope donné, et permet ainsi une mesure de son "exotécité", autrement dit de son éloignement de la vallée de stabilité. On recense dans la nature quelques centaines d'isotopes stables. Depuis longtemps, on s'intéresse aux noyaux instables, et en 1980 on avait découvert en tout 2000 espèces nucléaires, chiffre porté à 3000 aujourd'hui. La limite de liaison des noyaux s'appelle la "drip-line". Au delà de cette ligne les assemblages nucléaires sont instables vis-à-vis de l'interaction forte (ou émission de nucléon), et leur temps de vie devient de l'ordre de 10^{-20} s, empêchant leur détection directe. De façon analogue à l'énergie de vaporisation ou à la limite de fission, la drip-line est la ligne d'horizon des chercheurs de noyaux exotiques, qu'ils s'efforcent d'atteindre par tous les moyens. D'après les évaluations théoriques de la position des drip-lines, il resterait peu ou prou 3000 espèces nouvelles à découvrir.

Le paragraphe précédent semble montrer une progression régulière, mais peu spectaculaire, de notre connaissance des noyaux instables. On peut alors légitimement se poser la question des raisons de l'excitation suscitée actuellement par ce domaine d'étude dans le microcosme de la physique nucléaire. La nouveauté n'est pas tant l'objet de l'étude que les moyens disponibles pour la réaliser, et donc la quantité et la qualité des informations obtenues. En effet, jusqu'aux années 1980, on produisait des noyaux exotiques, puis généralement on les implantait dans un système de détection où on déterminait leur existence, et mesurait leur décroissance et éventuellement leur masse. Il y a une quinzaine d'années, les premiers véritables faisceaux exotiques virent le jour au BEVALAC de Berkeley, sous l'impulsion de Isao Tanihata. Il devenait alors possible d'induire des réactions avec ces faisceaux, et de disposer donc de la même panoplie d'outils pour l'étude des noyaux exotiques

que pour celle des noyaux stables. Un champ considérable de tests du pouvoir prédictif des modèles nucléaires, ajustés souvent sur les propriétés des noyaux stables, s'ouvrait.

Dans ce cours, on s'efforcera de montrer l'étonnante richesse et la complémentarité des différentes méthodes qui sont à notre disposition pour étudier les noyaux exotiques par réactions nucléaires, en prenant comme exemple deux parmi les découvertes principales réalisées ces dernières années : les noyaux à halo de neutrons et la modification des nombres magiques loin de la stabilité. La progression des résultats expérimentaux étant subordonnée au développement d'outils nouveaux, l'exposé débutera par une brève description des deux méthodes principales de production de faisceaux radioactifs : la fragmentation du projectile et la méthode ISOL. A l'aide des deux exemples cités précédemment, on discutera des informations obtenus à partir de différentes approches expérimentales : mesures de masses, de sections efficaces de réaction, excitation Coulombienne, diffusion élastique et inélastique de protons, réactions de knock-out, réactions de transfert. Il sera montré comment on peut en déduire des informations de type macroscopique comme des rayons d'interaction, mais aussi de type microscopique telles que la fonction d'onde des neutrons du halo, par exemple. L'accent sera mis sur des observables simples tels que les masses, les énergies et les probabilités de transition des états collectifs de basse énergie, les facteurs spectroscopiques..., qui permettent de défricher l'évolution de la structure dans des régions jusqu'ici inexplorées de la charte des noyaux.

On a coutume de dire que la physique se déroule dans le référentiel du centre de masse. Néanmoins, l'expérimentateur doit s'accommoder de la réalité du laboratoire, qui change de façon radicale lorsque l'on passe de l'étude de noyaux stables à celui des noyaux exotiques. En effet, dans le premier cas le noyau d'intérêt est la cible, alors que maintenant c'est le projectile; on est placé dans ce qu'on appelle la cinématique inverse. Ce changement de conditions cinématiques, couplé à la faiblesse de l'intensité et aux médiocres qualités (grande émittance, mauvaise résolution en énergie) des faisceaux radioactifs a nécessité un effort majeur dans la réalisation d'une nouvelle instrumentation dédiée à ces expériences. Afin que le lecteur appréhende ces avancées, plusieurs dispositifs seront décrits succinctement pendant ce cours. Enfin, les avancées décrites laissent supposer un développement futur important de la discipline, qui sera esquissée dans la conclusion.

II Production de faisceaux radioactifs

Il existe deux méthodes principales pour la production de faisceaux radioactifs, la fragmentation du projectile et la méthode appelée ISOL : Isotope Separation On Line. Ces deux méthodes seront décrites, puis illustrées par leur application auprès du GANIL. Pour connaître plus de détails, on peut consulter la référence [gei95].

II-1 Fragmentation du projectile

Cette méthode est succinctement illustrée dans la partie gauche de la fig. 1. Un faisceau primaire d'ions lourds est accéléré à une énergie supérieure à 50 MeV/nucléon, et bombarde une cible "mince", dans laquelle la perte d'énergie est typiquement 10 à 20 % de l'énergie incidente. Le mécanisme de production des fragments, un peu abusivement appelé fragmentation du projectile, diffère selon le domaine en énergie incidente. Néanmoins il a été montré que les caractéristiques globales des fragments produits dépendent assez peu de l'énergie, et sont similaires autour de 50 MeV/nucléon [bor83] et aux énergies relativistes.

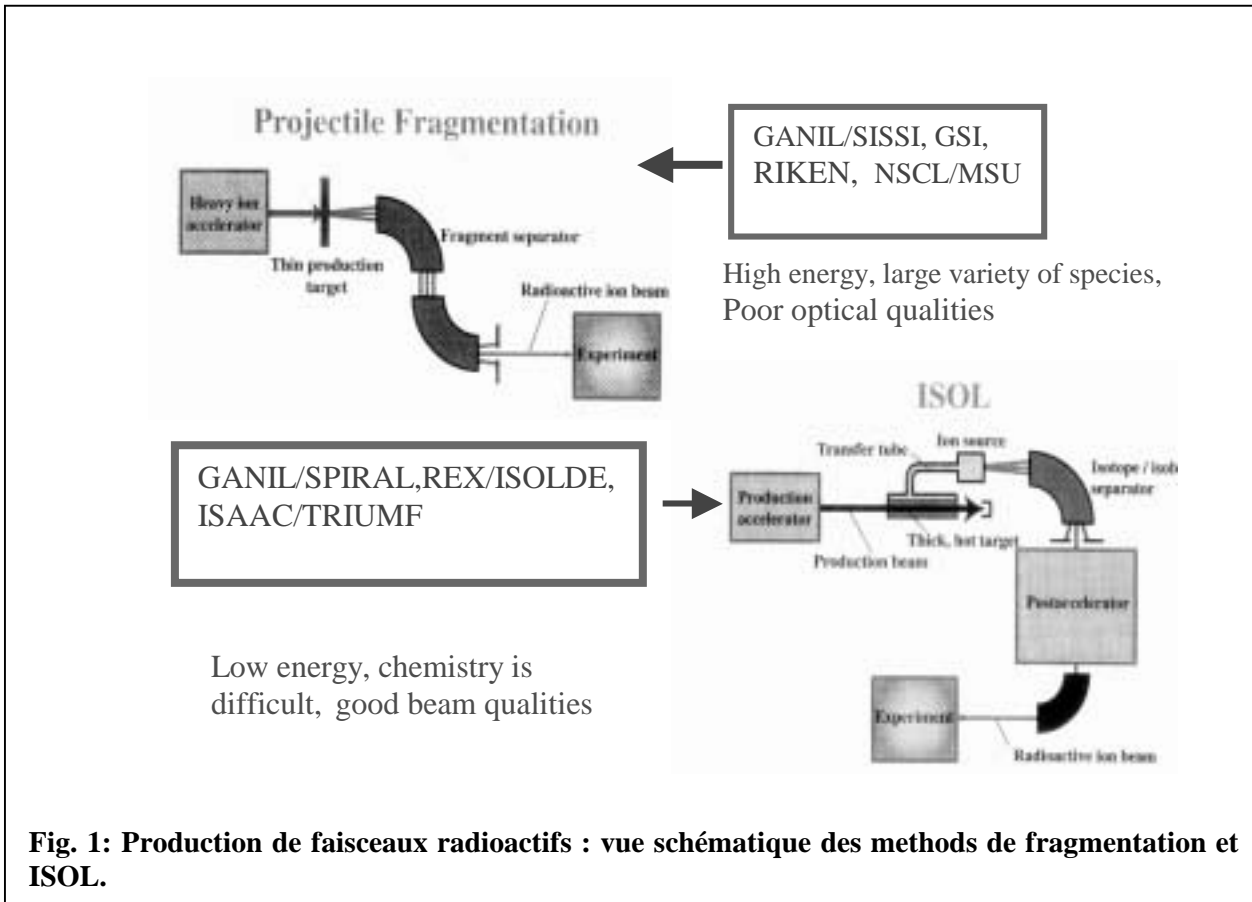


Fig. 1: Production de faisceaux radioactifs : vue schématique des méthodes de fragmentation et ISOL.

Une grande variété d'espèces nucléaires est produite lors de ces collisions, dont les distributions en masse et en charge sont au premier ordre indépendantes de la nature de la cible et dont la distribution en moment est voisine d'une gaussienne de vitesse moyenne légèrement inférieure à la vitesse du faisceau et de largeur σ donnée par [gol74]

$$\sigma = \sigma_0^2 A_f (A_p - A_f) / (A_p - 1)$$

où σ_0 est une constante liée au mouvement de fermi des nucléons et vaut empiriquement autour de 90 MeV/c, A_p et A_f sont les nombres de masse du projectile et du fragment produit.

Il est alors nécessaire de sélectionner le ou les espèces d'intérêt, ce qui se fait à l'aide d'un spectromètre appelé séparateur de fragments. Avec un premier dipôle magnétique on aura $B\rho = Av/Q = Av/Z$ car aux énergies utilisées, après passage d'une cible, $Q=Z$. Comme les noyaux ont tous une vitesse voisine on obtient une sélection grossière en A/Z , mais il reste un grand nombre de noyaux. On interpose alors un ralentisseur appelé *dégrader* (typiquement une plaque de Be ou Al) où les noyaux perdent de l'énergie selon la formule de Bethe et Bloch

$\Delta E \propto \frac{AZ^2}{E}$, où E est l'énergie cinétique des ions. Or, comme on a fait une première sélection

en $B\rho$, tous les ions ont un $B\rho$ donné et $E \propto Z^2/A$, donc $\frac{\Delta E}{E} \propto \frac{A^3}{Z^2}$. On fait alors une

deuxième sélection magnétique avec une rigidité magnétique $(B\rho)_2$ différent de la première

par $\Delta(B\rho)$ tel que $\frac{\Delta(B\rho)}{B\rho} = \frac{1}{2} \frac{\Delta E}{E}$ on aura une sélection en A^3/Z^2 . Il reste à ce niveau là

environ 2 à 3 noyaux. Si on dispose d'un filtre de Wien (champs électrique et magnétique croisés), on peut alors faire une sélection supplémentaire en vitesse et obtenir un faisceau complètement pur. La fig. 2 montre l'identification des noyaux par mesure de temps de vol et de perte d'énergie dans une expérience dont le but était de mesurer la diffusion sur une cible de protons d'un faisceau radioactif de ^{30}S produit à partir d'un faisceau de ^{36}Ar à 95

MeV/nucléon [kha01]. La fig. 2 gauche est la situation avant insertion du dégradeur, la fig. 2 droite montre qu'après le dégradeur il ne reste plus que quatre espèces dans le faisceau.

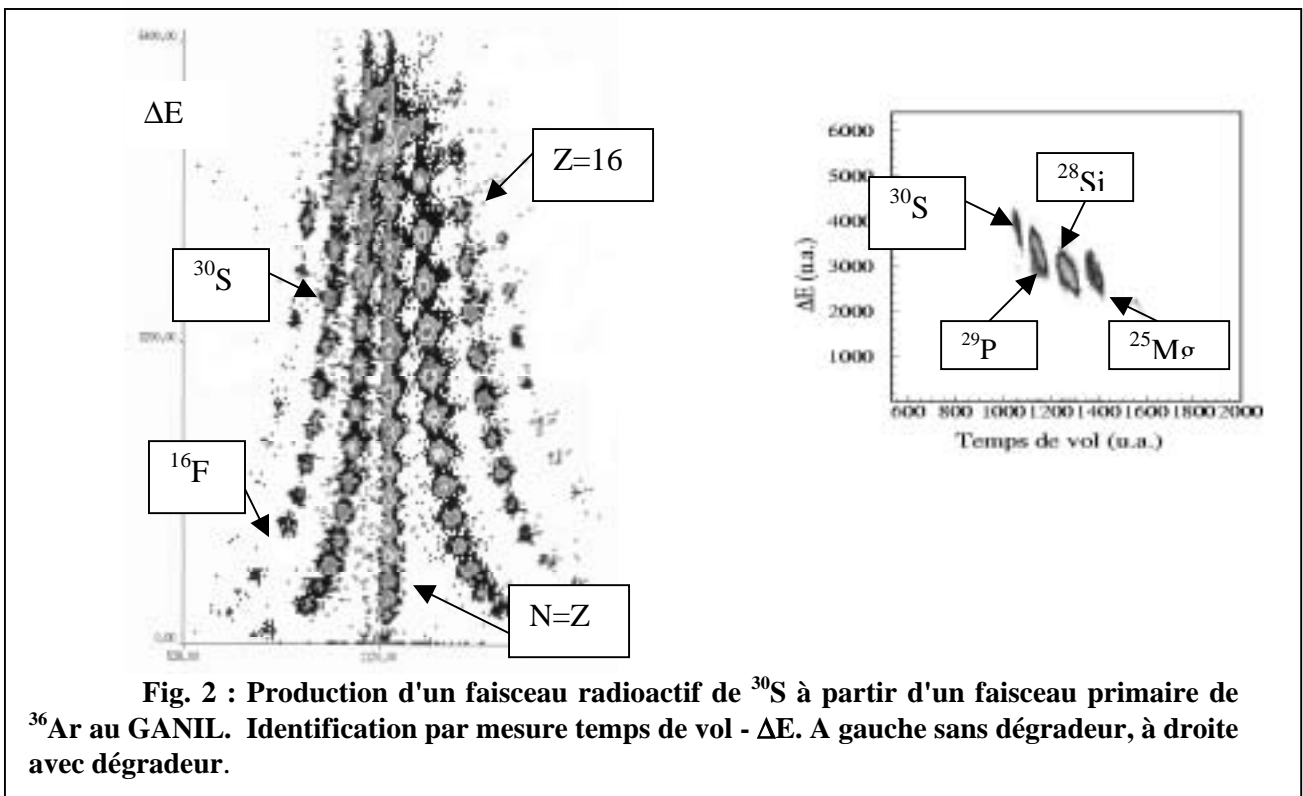


Fig. 2 : Production d'un faisceau radioactif de ^{30}S à partir d'un faisceau primaire de ^{36}Ar au GANIL. Identification par mesure temps de vol - ΔE . A gauche sans dégradeur, à droite avec dégradeur.

Les principaux avantages de la méthode de fragmentation du projectile sont sa souplesse, l'énergie élevée obtenue, et son coût réduit lorsque l'on dispose de l'accélérateur primaire. En effet, les propriétés chimiques des éléments n'intervenant pas dans le processus de production, il n'y a pas de difficulté de principe à produire de nouveaux isotopes si les faisceaux primaires adéquats sont disponibles. On peut donc en principe explorer de vastes régions de la charte des noyaux, en gardant en mémoire que l'intensité secondaire décroît en moyenne d'un facteur 10 chaque fois que l'on s'éloigne d'un "pas" de la vallée de stabilité. En contrepartie, il faut se contenter de qualités de faisceau très médiocres, tant pour la résolution en énergie que pour l'émission, d'intensités modestes limitées par l'épaisseur de cible compatible avec un stragglings en énergie et en angle tolérable, et de l'impossibilité de ralentir efficacement le faisceau, ce qui exclut les études de physique autour de la barrière Coulombienne (excitation coulombienne à basse énergie, fusion ...).

Les principaux centres de production de faisceaux instables par fragmentation du projectile sont le GANIL à Caen, France; le GSI à Darmstadt, Allemagne; Le RIKEN à Tokyo, Japon; et le NSCL/MSU à East Lansing, Etats-Unis.

II-2 Méthode ISOL

Dans ce cas, on utilise une cible épaisse dans laquelle le faisceau primaire est arrêté. Ce faisceau peut être de nature diverse : protons, deutons, ions lourds ou même neutrons. La cible est adaptée à la nature du faisceau secondaire souhaitée. Dans le cas des faisceaux légers, les réactions de fission et de spallation sont les plus souvent utilisées. Dans le cas de projectiles lourds on peut produire le noyau d'intérêt à la fois par cassure du projectile et de la cible, ce qui permet d'augmenter les taux de production. Les noyaux exotiques sont à l'arrêt à

l'intérieur de la cible, ils doivent diffuser vers la surface afin de pouvoir être collectés et ionisés. C'est ici qu'interviennent les propriétés chimiques des éléments d'intérêt ainsi que de la cible. Les gaz rares ainsi que les alcalins ont généralement des temps de diffusion courts, les autres éléments étant souvent moins favorables. Il faut encore ioniser les atomes pour les conduire ou les accélérer.

Cette méthode est utilisée depuis de très nombreuses années à ISOLDE au CERN pour la production de noyaux exotiques. Ce n'est pourtant que récemment qu'on a envisagé d'accélérer les ions ainsi formés, pour produire de véritables faisceaux radioactifs par méthode ISOL. Il faut alors adjoindre un accélérateur de faisceaux secondaires derrière la cible de production. Pour des raisons évidentes de coût, les énergies atteintes jusqu'ici sont relativement basses, privilégiant la physique autour de la barrière Coulombienne. Les avantages principaux de cette méthode sont les qualités des faisceaux obtenues, égales à celles d'un faisceau stable qui serait accéléré par le même accélérateur, ainsi que les intensités, théoriquement plus élevées que pour la fragmentation, grâce à l'utilisation d'une cible épaisse. En contrepartie, on peut déplorer un coût élevé pour atteindre des grandes énergies, ainsi que de la R&D longue à effectuer pour chaque nouvel élément produit.

La méthode ISOL, avec différentes variantes pour le faisceau primaire et l'accélérateur secondaire, est implémentée au GANIL avec SPIRAL (Ions Lourds + cyclotron), à REX-ISOLDE au CERN (protons+LINAC), et à Oak Ridge (protons + Tandem). L'ensemble EXCYT est en préparation à Catane (Ions Lourds + Tandem). Dans le futur proche, on s'attend donc à un déplacement de la physique des faisceaux radioactifs vers les basses énergies, peu explorées jusqu'ici par manque de faisceaux disponibles.

II-3 L'exemple du GANIL

Le GANIL permet la production de faisceaux secondaires par les deux méthodes; fragmentation du projectile et ISOL. C'est de plus l'accélérateur national français, ce qui le rend tout indiqué comme choix d'exemple pour cette école. Le lecteur est encouragé à surfer sur le Web pour s'informer des caractéristiques des autres ensembles accélérateurs. Le schéma de l'accélérateur et des aires expérimentales est montré sur la fig. 3. Un faisceau d'ions lourds du Carbone à l'Uranium est accéléré par l'un des cyclotrons compacts C0 et les cyclotrons à secteurs séparés CSS1 et CSS2 jusqu'à une énergie de 100 MeV/nucléon (pour $A/Q = 2$) ou 25 MeV/nucléon pour les ions les plus lourds.

Lors de production par fragmentation, la cible de production est placée entre les deux solénoïdes supraconducteurs appelées SISSI, qui ont pour rôle de focaliser le faisceau incident et d'augmenter l'acceptance angulaire pour le faisceau secondaire. Le faisceau est ensuite purifié dans le spectromètre Alpha, au centre duquel est placé le dégradeur achromatique. Le faisceau secondaire peut ensuite être conduit dans n'importe laquelle des salles expérimentales. Notons que la ligne LISE possède un filtre de WIEN qui permet une purification supplémentaire du faisceau.

Dans le cas de SPIRAL, le faisceau d'ions lourds est incident sur une cible épaisse, segmentée pour permettre une diffusion plus rapide des ions et un meilleur contrôle thermique. Les atomes radioactifs sont ensuite ionisés dans une source ECR à aimants permanents, placée très proche de la cible, avant d'être accélérés dans le cyclotron compact CIME de $K=265$, qui permet de porter leur énergie à 25 MeV/nucléon au maximum. Le cyclotron est lui-même un excellent séparateur de masse, qui délivre donc généralement un faisceau pur, qui peut, lui aussi, être conduit vers toutes les aires expérimentales. Le GANIL offre donc une large palette d'espèces et d'énergies de faisceaux radioactifs, ce qui en fait un laboratoire au tout premier plan pour la recherche sur les noyaux exotiques.

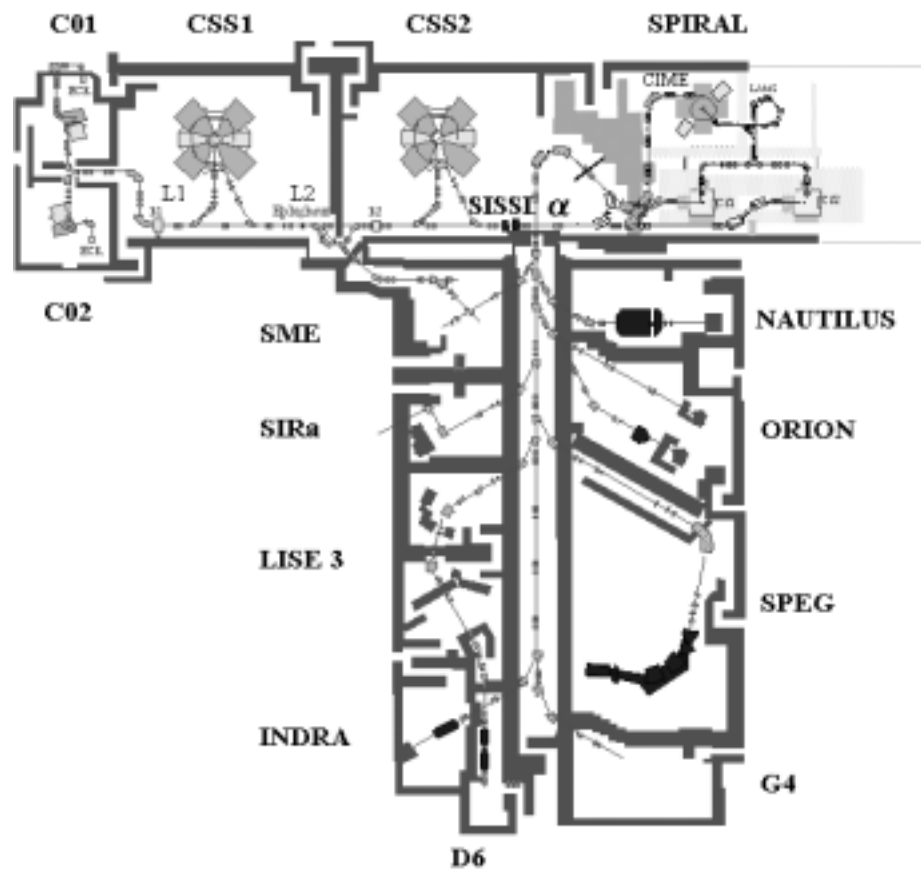


Fig. 3 : le schéma du GANIL.

III Les Noyaux à halos de neutrons.

Le halo de neutrons a été la première découverte importante faite en utilisant des faisceaux radioactifs de haute énergie. Cette découverte illustre bien l'importance de disposer de tels faisceaux qui peuvent induire des réactions nucléaires par rapport à une simple production de noyaux exotiques à l'arrêt dont on peut mesurer la décroissance et la masse. En effet, la masse et les différentes voies de décroissance radioactive du ^{11}Li étaient connues dès les années 70, sans que l'on soupçonne les propriétés remarquables de sa distribution de densité. Il a en effet fallu attendre la mesure de sections efficaces de réaction, pour subodorer l'existence d'une nouvelle structure nucléaire, le halo.

III-1 Sections efficaces de réaction.

La section efficace de réaction, σ_R , est une des données les plus simples accessibles dans une réaction nucléaire, c'est la section efficace pour toutes les interactions hormis la diffusion élastique. Elle peut se mesurer par une méthode de transmission, où on

compte le nombre de noyaux incidents sur une cible, ainsi que le nombre de noyaux transmis. La différence, après soustraction de la diffusion élastique, est directement reliée à σ_R . En 1985, I. Tanihata, à Berkeley, après avoir produit les premiers faisceaux radioactifs par fragmentation, a mesuré leur section efficace de réaction sur une cible de Carbone. On utilise pour analyser les résultats une approche géométrique très simple $\sigma_R = \pi(R_{int}(proj) + R_{int}(cible))^2$. On déduit donc un rayon d'interaction R_{int} pour différents

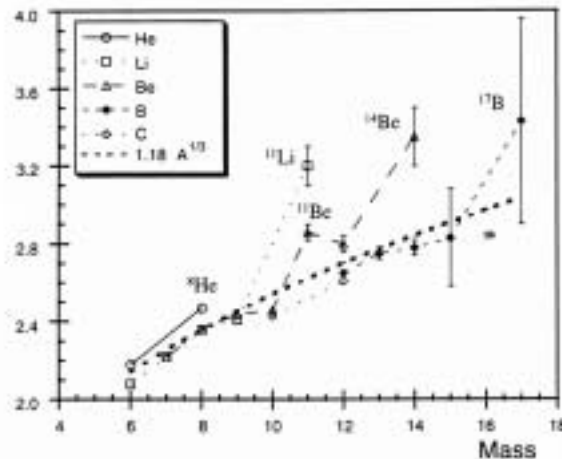


Fig 4: Sections efficaces de réaction de noyaux légers à haute énergie [tan85]

projectiles que l'on représente sur la fig. 4. en fonction du nombre de masse A des noyaux [tan85]. On voit que certains noyaux très éloignés de la stabilité s'écartent nettement de la systématique $R_{int}=R_0A^{1/3}$ (pointillés), à priori parce que ils ont un rayon de matière anormalement grand. On pourrait aussi penser à une grande déformation, mais cette dernière hypothèse est infirmée par des mesures de moment quadrupolaire, qui ne sont pas plus élevés que ceux des noyaux voisins. Donc, ces noyaux ont un rayon plus grand que leurs voisins. En fait leur densité n'est pas plus faible partout, mais le ^{11}Li par exemple a un cœur de ^9Li avec 2 neutrons supplémentaires qui ont une fonction d'onde très étendue et diffuse. C'est le "halo" de neutrons. On observe la même chose pour le ^{11}Be par exemple, qui est constitué d'un cœur de ^{10}Be avec un halo de un neutron.

Ces noyaux sont très intéressants car le halo est une "matière de neutrons" que l'on ne peut étudier nulle par ailleurs (Sauf dans les étoiles à neutrons, à une densité différente bien sûr.) Leur étude s'est donc développée rapidement, en cherchant à obtenir des informations toujours plus précises. L'étape suivante à été la mesure de réactions de "break-up".

III-2 Réactions de cassure

On va maintenant chercher à mesurer plus directement les propriétés des neutrons dans les noyaux à halo. On ne peut y accéder directement, on va donc se servir d'une réaction nucléaire pour séparer le halo du coeur. Prenons un exemple réalisé au GANIL, où on a bombardé une cible d'or avec des faisceaux radioactifs de ^9Li et ^{11}Li , et mesuré la distribution angulaire des neutrons émis [ann93], qui est relié à leur distribution en impulsion. L'examen de la fig. 5 montre une différence spectaculaire entre les deux projectiles, la distribution pour le ^{11}Li étant bien plus étroite que pour le ^9Li . D'après la relation d'incertitude de Heisenberg, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$, cela

correspond à une distribution dans l'espace beaucoup plus étendue pour le ^{11}Li que pour le ^9Li , ce qui est une preuve plus directe de l'existence du halo.

Il est malheureusement difficile d'extraire des informations quantitatives d'une mesure aussi simple. En effet, le mécanisme de réaction, cassure coulombienne ou nucléaire, ainsi que les interactions dans l'état final entre les neutrons et la cible, peuvent perturber la distribution en impulsion mesurée par rapport à celle préexistant dans le noyau à halo. Il a donc été réalisé des expériences appelées "cassure du cœur" [gre99], où on mesure la distribution de neutrons en coïncidence avec le résidu du cœur. En sélectionnant les événements où ce résidu a une charge plus faible que celle du faisceau, par exemple $Z \leq 4$ dans le cas du ^{11}Be , on peut penser que le cœur a interagi violemment avec la cible, et donc que le halo a été peu perturbé. Ce type de mesure plus complexe fournit donc des informations plus fiables sur le contenu en moment et l'extension spatiale du halo.

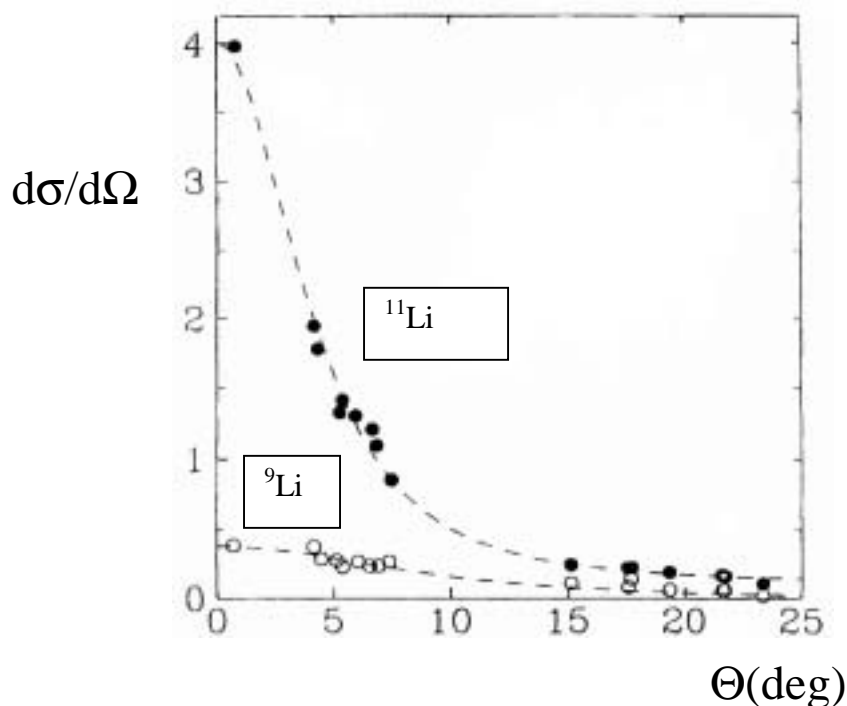


fig. 5 : Distribution angulaire de neutrons provenant de la cassure du ^{11}Li et du ^9Li [ann93]

III-3 Petit modèle schématique du halo

Pour fixer les idées, il est intéressant de considérer une approche très simpliste de ce qu'est le halo. Ceci n'est qu'une vue utilitariste d'un expérimentateur, des lectures plus théoriques vous sont absolument nécessaires. Supposons le cas d'un halo d'un neutron, ^{11}Be par exemple, et schématisons l'interaction en supposant le neutron soumis à un potentiel de type puits carré de rayon R_0 . On suppose en plus que le neutron est dans un état s, c'est à dire sans moment angulaire par rapport au cœur. La fonction d'onde du neutron est alors une fonction de Händel: $\varphi(r) \propto e^{-\kappa r}/\kappa r$, avec $\kappa = 2\mu E_s/\hbar^2$, où μ est la masse réduite cœur-neutron et E_s l'énergie de séparation du neutron avec le cœur. On voit donc très simplement une des propriétés principales du halo dont la fonction d'onde sera d'autant plus étendue que l'énergie de séparation sera petite, ce qui explique qu'il faille aller jusque vers la *drip-line* pour trouver des noyaux à halo. Si on a des neutrons dans des états de moment angulaire plus élevé, le potentiel comprendra une barrière centrifuge qui contribuera à maintenir le neutron plus

proche du cœur. On comprendra qu'il faille chercher les noyaux à halo prioritairement parmi les états s et p. Comme on le verra par la suite, c'est le cas de la plupart des noyaux à halo bien connus : ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{11}\text{Be}$, ${}^{19}\text{C}$, ... Dans le cas de la *drip-line* proton, il faut de plus rajouter la barrière Coulombienne, qui va aussi s'opposer à l'extension de la fonction d'onde. C'est ce qui explique que malgré beaucoup d'efforts, en particulier dans le cas du ${}^8\text{B}$, les preuves du développement d'un halo de protons n'ont pu être apportées.

La distribution de moment s'obtient à partir de la transformée de Fourier de la fonction d'onde. Dans le cadre de notre modèle, on obtient $\Phi(\vec{p})=1/(\Gamma^2/4+\vec{p}^2)^2$, avec $\Gamma=2\kappa$. On voit donc que plus E_s est petit, plus la distribution en impulsion sera étroite, ce qui n'est autre que le reflet du principe d'incertitude discuté ci-dessus.

III-4 Réactions de cassure exclusives (*knock-out*)

Jusqu'ici nous avons apporté des preuves de noyaux ayant des distributions de neutrons étendues. La suite logique de l'exploration nous mène à rechercher des moyens de sonder la nature quantique de ces états de halo, autrement dit d'essayer de mesurer la fonction d'onde de ces neutrons. Des progrès spectaculaires ont été accomplis très récemment dans ce sens, en utilisant à la fois des réactions de cassure et des réactions directes à 2 corps. Dans la suite, les méthodes employées et la physique sous-jacente seront décrites de façon simple.

Posons le problème en prenant l'exemple de notre ami le ${}^{11}\text{Be}$, archétype du noyau à halo à un neutron. On sait depuis longtemps que son état fondamental a comme nombres quantiques $I^\pi=1/2^+$, ce qui correspond à une inversion des couches $2s_{1/2}$ et $1p_{1/2}$ par rapport à l'ordre "normal" du modèle en couches. De façon simple, on peut donc penser que l'état fondamental du ${}^{11}\text{Be}$ peut se représenter comme un cœur de ${}^{10}\text{Be}$ dans son état fondamental couplé à un neutron sur la couche $2s_{1/2}$: $|{}^{11}\text{Be}\rangle_{\text{fond}} = |{}^{10}\text{Be}_{0+} \otimes 2s_{1/2}\rangle$. Mais le ${}^{10}\text{Be}$ est connu comme un noyau facilement déformable ayant un état excité $I^\pi=2^+$, situé à une énergie d'excitation de 3.37 MeV. L'état fondamental du ${}^{11}\text{Be}$ pourra alors s'écrire :

$$|{}^{11}\text{Be}\rangle_{\text{fond}} = S^{1/2}(0+) |{}^{10}\text{Be}_{0+} \otimes 2s_{1/2}\rangle + S^{1/2}(2+) |{}^{10}\text{Be}_{2+} \otimes 1d_{5/2}\rangle$$

où S représente les facteurs spectroscopiques. Le but est donc de déterminer ces facteurs, ou tout au moins leur rapport, afin d'accéder à la structure microscopique de l'état de halo.

Une première méthode est d'utiliser des réactions de cassure (appelées aussi improprement "réactions de knock-out" dans la littérature) exclusives [aum00]. On produit un faisceau secondaire du noyau d'intérêt, ici le ${}^{11}\text{Be}$, que l'on envoie sur une cible de Z faible (${}^9\text{Be}$ par exemple) pour privilégier les interactions nucléaires. Le ${}^{11}\text{Be}$ est dissocié, et on mesure l'impulsion du ${}^{10}\text{Be}$ résultant en coïncidence avec les rayonnements γ émis dans la réaction. La réalisation d'une telle étude, faite dans ce cas au NSCL/MSU, requiert la présence d'un spectromètre de grande acceptation en angle et en moment (S800), couplé à un ensemble efficace de détection γ , ici un multidétecteur de NaI. Ce type de réaction présente un avantage majeur. Grâce à la grande vitesse du projectile et de l'éjectile, il est possible d'utiliser des cibles épaisses, ce qui permet de compenser en partie les faibles intensités de faisceau et représente un atout majeur pour ce mécanisme par rapport aux réactions à deux corps que l'on étudiera par la suite.

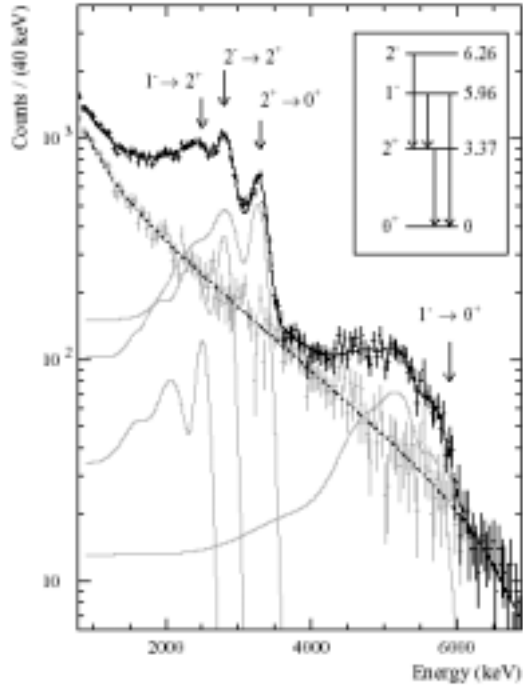


Fig. 6 : Spectre γ en coïncidence avec des fragments de ^{10}Be issus de la réaction $^{11}\text{Be} + ^9\text{Be}$ [aum00]. Les lignes sont expliquées dans le texte.

L'idée de base est simple, si le neutron est dans l'état $2s_{1/2}$, alors le ^{10}Be se retrouvera dans son état fondamental, et aucun photon ne sera émis. Au contraire, si le neutron est dans l'état $1d_{5/2}$, alors la détection du ^{10}Be sera accompagnée de celui d'un γ de 3.37 MeV. On conçoit donc que la mesure du nombre de γ émis permette de remonter au rapport $R = S(2^+) / (S(0^+) + S(2^+))$. De façon plus rigoureuse, la section efficace pour peupler un état donné n du ^{10}Be peut s'écrire : $\sigma(n) = \sum_j C^2S(j,n) \sigma_{sp}(j, B_n)$ où C^2S est le facteur spectroscopique et σ_{sp} la section efficace de cassure pour une particule indépendante. Pour déterminer les facteurs spectroscopiques, il faut calculer σ_{sp} , ce qui peut être fait dans l'approximation eikonale, compte tenu de la grande énergie incidente [tos98]. L'Hypothèse principale du modèle sont les trajectoires en ligne droite, et les ingrédients sont les potentiels d'interaction neutron-cible et cœur-cible. La mesure des sections efficaces de γ permet donc de remonter aux facteurs spectroscopiques.

La fig.6 montre le spectre γ mesuré en coïncidence avec les fragments de ^{10}Be . Le trait plein représente un ajustement par 4 raies et un fond exponentiel (traits fins). Pour chaque raie la fonction de réponse du système de détection est prise en compte à l'aide du code Géant. On détermine ainsi la multiplicité de γ de 3.37 MeV accompagnant l'enlèvement du halo, et on en déduit, par comparaison avec les calculs eikonale le rapport $R = 0.2$. On peut confirmer la validité de l'approche en étudiant les distributions en moment du ^{10}Be en coïncidence avec les différentes énergies γ . La fig.7 montre cette distribution pour les ^{10}Be qui ne sont pas accompagnés par un γ , qui est en excellent accord avec ce qui est attendu pour l'enlèvement d'un neutron s.

On peut maintenant lire avec profit la référence [nav00], dans laquelle la même méthode est appliquée au ^{12}Be . C'est un excellent exercice pour vérifier que vous avez compris. On trouve que l'état fondamental de ce noyau est une combinaison de neutrons dans la couche $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$, montrant l'affaiblissement de la fermeture de couche $N=8$ loin de la stabilité.

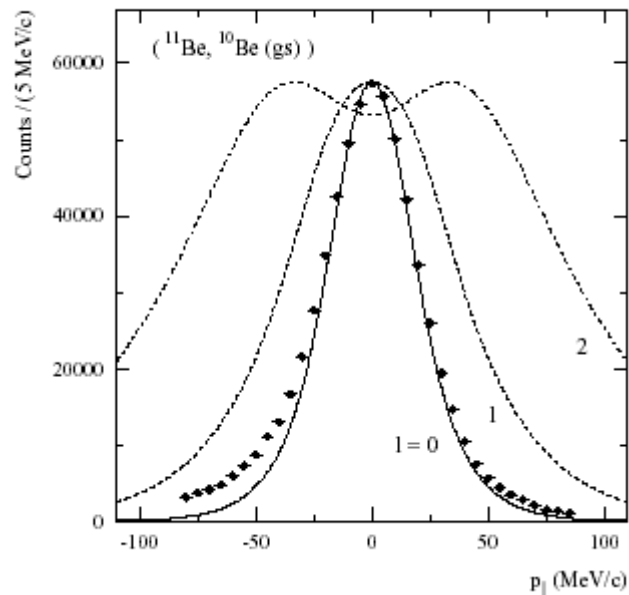


Fig. 7 : Distribution en impulsion des fragments de ^{10}Be qui ne sont pas en coïncidence avec un γ . [aum00]. Les traits sont les distributions calculées pour l'enlèvement d'un neutron de $l=0, 1$ et 2 .

III-5 Réactions Directes

III-5-1 Définition et applications

Les réactions directes sont des réactions qui se produisent en une étape, autrement dit elles peuvent être caractérisées par une seule interaction simple qui fait passer de l'état initial à l'état final. Elles sont de différents types qui peuvent apporter des renseignements physiques complémentaires. L'analyse est simplifiée si la sonde est de structure simple. Cela explique que l'essentiel des études de réactions directes induites par faisceaux radioactifs ont jusqu'ici été réalisées avec des cibles de protons ou deutons.

La réaction directe la plus simple est la diffusion élastique qui permet d'accéder aux potentiels d'interaction ainsi qu'au profil de densité des noyaux. Elle est plus simple à analyser à haute énergie, au dessus de quelques centaines de MeV/nucléon, où les potentiels sont facilement calculables et donc l'accès aux densités plus directe, mais de nombreuses réactions sont aussi réalisées aux énergies intermédiaires, ~ 50 MeV/nucléon. Les réactions inélastiques excitent majoritairement les états collectifs, et sont donc un outil pour explorer la structure des états $2+$ et $3-$ qui dominent le spectre à basse énergie de nombreux noyaux. Elles sont complémentaires de l'excitation Coulombienne, dans le sens où l'interaction électromagnétique n'agit que sur les protons du noyau, alors que la force forte sollicite à la fois protons et neutrons. Enfin, les réactions de transfert sont l'outil privilégié pour étudier la structure en particules indépendantes du noyau, et extraire les facteurs spectroscopiques. Elles fournissent des renseignements analogues à ceux extraits des réactions de cassure exclusives, mais donnent aussi accès aux états excités alors que les précédentes sont limitées aux états fondamentaux. Elles sont généralement réalisées aux basses énergies (< 30 MeV/A) où leurs sections efficaces sont importantes et la validité de l'analyse DWBA étayée.

III-5-2 Analyse des réactions directes

La théorie des réactions directes est un sujet d'étude à part entière, qui sort largement du cadre de ce cours. Le lecteur est encouragé à se référer aux deux livres de G.R. Satchler, [sat70] et [sat83] ayant respectivement 315 et 833 pages. Cette lecture terminée, on peut reprendre celle de ce cours au paragraphe suivant. Dans celui-ci on se contentera de reproduire de façon simpliste (pour les paresseux) quelques éléments clés des ingrédients de ces analyses.

Une collision nucléon-noyau, et à fortiori noyau-noyau, est un problème à N-corps que l'on ne sait pas résoudre exactement, d'autant plus que l'interaction nucléon-nucléon n'est pas bien connue. Il s'agit donc de remplacer ce problème de diffusion à n-corps par un problème de potentiel à 2 corps, que l'on appelle potentiel optique. On utilise couramment 2 types de potentiel appelés phénoménologique et microscopique. Ces potentiels doivent être complexes afin de tenir compte des voies autres que la diffusion élastique. Un potentiel phénoménologique possède un certain nombre de termes : volume, surface, spin-orbite, dont les coefficients sont ajustés pour reproduire un grand nombre de résultats expérimentaux. Dans le cas particulier de la diffusion p-noyau, on peut citer les potentiels de Bechetti-Greenlees [bec69] ou CH89 [var89]. Ces potentiels ont généralement un bon pouvoir prédictif, mais par leur caractère ne permettent pas une réelle compréhension des phénomènes physiques mis en jeu. Les potentiels microscopiques résultent de la convolution d'une densité

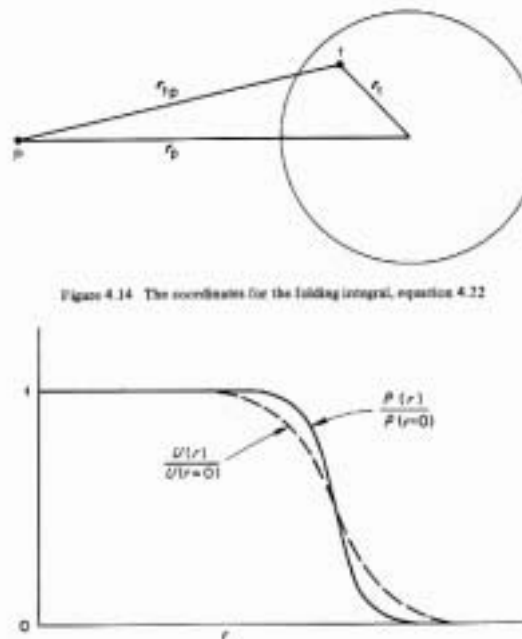


Figure 4.14 The coordinates for the folding integral, equation 4.22

Fig 8 : haut: Notations pour le potentiel de convolution; bas : densité de matière et potentiel optique.

calculée avec un potentiel effectif nucléon-nucléon, effectif car l'un des nucléons se trouve à l'intérieur du noyau. Avec les notations de la fig.8, le potentiel microscopique s'écrit:

$$U(\mathbf{r}_p) = \int \rho(\mathbf{r}_t) v(\mathbf{r}_{tp}) d\mathbf{r}_t$$

où v est le potentiel effectif. Le potentiel effectif JLM [jeu77] a généralement une bonne réputation. Une des questions ouvertes est l'intensité de leur terme isovectoriel, qui peut s'étudier grâce aux noyaux exotiques. De façon générale, le potentiel nucléon-noyau a une forme très proche de la densité nucléaire, à cause de la courte portée de l'interaction forte.

Pour les réactions inélastiques ou de transfert, on utilise généralement l'approximation de Born, où ces réactions sont considérées comme une perturbation de la diffusion élastique. A haute énergie on emploie la PWBA (ondes planes) pour laquelle l'amplitude de transition s'écrit:

$$T^{BA} = \int \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

où $F(\mathbf{r})$ est le facteur de forme

$$F(\mathbf{r}) = \int \Psi_B^* \Psi_b^* V \Psi_A \Psi_a d\tau$$

les Ψ étant les fonctions d'onde intrinsèques des protagonistes de $a+A \rightarrow b+B$. Dans le cas des basses énergies ($E < 100 \text{ MeV}/A$), on utilisera à la place des ondes planes les ondes distordues par le potentiel optique, c'est alors la fameuse DWBA, approximation de Born des ondes distordues. Dans tous les cas, la section efficace différentielle est proportionnelle à

$$d\sigma/d\Omega \propto |T^{BA}|^2$$

Dans le cas de la diffusion inélastique, on utilise souvent le facteur de forme macroscopique

$$V_{l,m} = \delta_{l,m} (dU/dr) Y_{l,m}$$

avec $\delta_{l,m} = \beta R$, $Y_{l,m}$ est l'harmonique sphérique, β est généralement interprété comme une déformation, et δ s'appelle la longueur de déformation. La normalisation du calcul aux données permet justement de déduire δ . On peut aussi utiliser des facteurs de forme microscopiques.

Pour discuter le cas des réactions de transfert on prendra l'exemple de la réaction de pick-up $A(p,d)B$, avec $A=B+n$. On suppose que la fonction d'onde de A peut se factoriser en une fonction d'onde du cœur et du neutron:

$$\Psi_A(\xi, \mathbf{r}_n) = \Psi(\xi) \Phi_n(\mathbf{r}_n)$$

et l'approximation de portée nulle, c'est à dire que le potentiel de transition est proportionnel à une fonction $\delta(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n)$. Dans l'approximation de Born en ondes planes, on a alors

$$T^{BA} \propto \int \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n) \Phi_n(\mathbf{r}_n) d\mathbf{r}_n$$

où ϕ_n est maintenant le facteur de forme. En DWBA, on remplacera encore les ondes planes par des ondes distordues par les potentiels optiques relevant. La section efficace expérimentale sera égale à la section efficace théorique multipliée par un facteur spectroscopique qui exprime la probabilité de trouver A dans la configuration B+n.

III-5-3 Réalisation expérimentale

Quand on étudie par réaction directe un noyau stable, il constitue la cible, que l'on bombarde avec un faisceau de projectiles légers, dont on mesure l'énergie et l'angle après diffusion. Dans le cas présent, le noyau à étudier est le projectile, et il interagit avec une cible contenant les protons et les deutons. Il y a deux méthodes possibles pour mesurer les caractéristiques cinématiques de la réaction, détecter soit le projectile diffusé, soit la particule légère de recul. La première approche pâtit de deux difficultés majeures. L'éjectile est focalisé dans un cône très étroit, ce qui rend nécessaire une très bonne résolution angulaire. D'autre part, on ne peut mesurer que l'excitation d'états liés, sinon une ou plusieurs particules sont émises, qui altèrent la cinématique du quasi-projectile. Ceci est particulièrement pénalisant dans le cas de noyaux très peu liés qui s'excitent facilement dans le continuum.

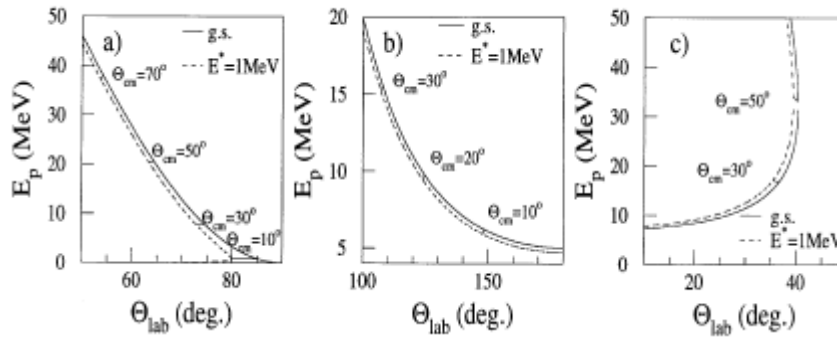


Fig. 9 : Cinématique de la particule de recul pour diverses réactions directes induites par un faisceau de ^{32}Mg à 30 MeV/nucléon. a: (p,p') b: (d,p) c:(p,d)

Une méthode pour s'affranchir de ces problèmes est de détecter la particule légère de recul. La cinématique correspondant à diverses réactions est montré sur la fig.9 pour un faisceau hypothétique de ^{32}Mg à 30 MeV/nucléon possédant un état excité à $E^* = 1$ MeV . En plaçant dans la bonne région de l'espace des détecteurs capables de mesurer avec précision l'énergie et l'angle des particules légères, on pourra déduire l'énergie d'excitation et l'angle de diffusion dans le référentiel du centre de masse. Notons que ces corrélations angle-énergie varient peu avec la nature et l'énergie du faisceau.

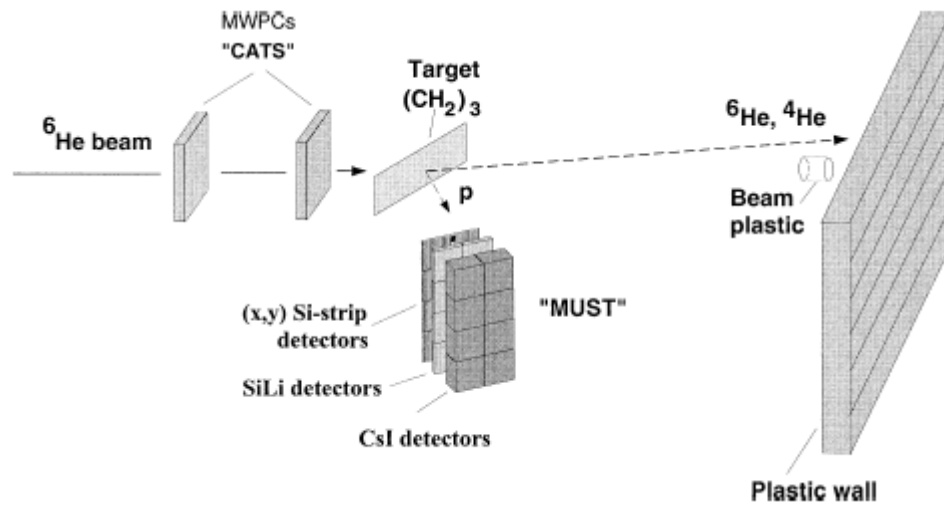


fig. 10 : Montage typique pour une expérience de réaction directe induite par faisceau radioactif [lag01].

Une expérience typique de réaction directe induite par faisceau radioactif est schématisée sur la fig.10. Il s'agissait ici de mesurer la diffusion élastique et inélastique de ^6He sur protons [lag01]. La pièce maîtresse du dispositif est le détecteur MUST [blu99], dédié à la détection des particules de recul. Il s'agit d'un ensemble de 8 télescopes Silicium à piste double face, Si(Li), CsI de grande dimension 60 X 60 mm. La position est mesurée par la connaissance de la piste touchée, et l'énergie par la somme des énergies déposées dans les 3 étages. L'identification des particules est obtenue par temps de vol et/ou mesure $\Delta E-E$. Afin d'identifier la voie de réaction, le projectile diffusé est détecté dans un mur de plastiques scintillants placé à l'avant. Enfin, la taille du faisceau sur la cible est généralement grande, en particulier avec les faisceaux produits par fragmentation. Afin d'assurer une détermination

suffisamment précise de l'angle de diffusion, il est nécessaire de mesurer événement par événement la position et l'angle d'incidence du faisceau sur la cible. Ceci est réalisé en plaçant deux détecteurs de faisceau en amont de la cible, qui doivent supporter des taux de comptage élevés. Dans le cas présent il s'agit de chambres multi-fils proportionnels à basse pression appelées CATS [ott99]. Tous les types de réactions directes peuvent être mesurés selon ce schéma, en déplaçant le détecteur de particules légères au gré de la cinématique.

III-5-4 Diffusion élastique et inélastique de ${}^6\text{He}$

Prenons comme premier exemple les résultats de l'expérience décrite ci-dessus [lag01]. Les distributions angulaires élastiques et inélastiques sont présentées sur la fig. 11. Les données sont comparées à des calculs théoriques utilisant un potentiel microscopique complexe [dor94] basés sur des calculs de modèle en couche sans cœur [nav98]. Afin d'appréhender la sensibilité des mesures à la densité nucléaire, deux densités issues du modèle en couche sont envisagées. Dans la première appelée "no-halo", réalisée dans une base allant jusqu'à $6\hbar\omega$, l'énergie de séparation du dernier neutron est supérieure à la valeur expérimentale, et la densité, peu étendue, présente ce qu'on peut considérer comme une peau de neutron. Dans le second cas, labellé "halo", le potentiel est modifié afin de se rapprocher de l'énergie de séparation expérimentale. La densité de neutrons est alors plus étendue et présente un halo.

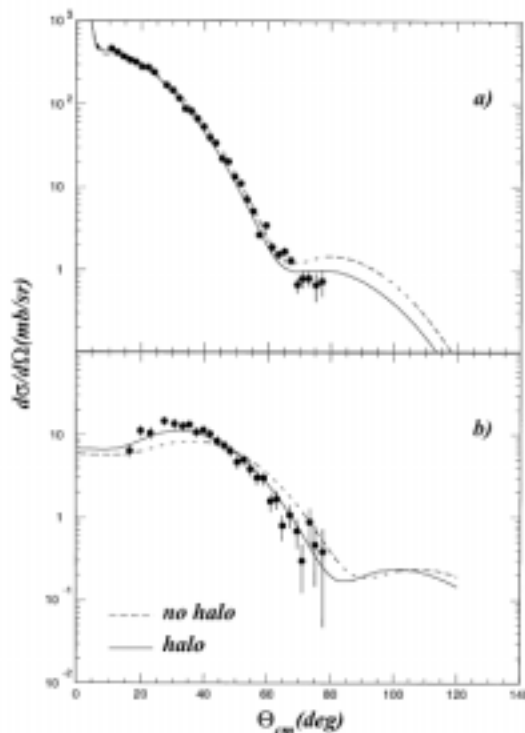


Fig. 11 : Distributions angulaires de diffusion élastique a) et inélastique b) de ${}^6\text{He} + p$. [lag01]. Les traits pointillés et pleins sont pour une densité "non-halo" et "halo" respectivement.

Dans le cas de la diffusion élastique, les calculs "halo" et "non halo" ne diffèrent qu'au delà de 60° , où les rares points expérimentaux sont en meilleur accord avec le cas du halo, mais il serait important d'obtenir des mesures à des angles plus grands, qui seront difficiles à réaliser à cause de la faible section efficace. La distribution inélastique vers l'état $J^\pi = 2^+$ à $E^* = 1.87$ MeV est plus sensible à la queue de densité sur tout le domaine angulaire, sans doute

à cause du caractère très périphérique de ce mécanisme. Un bien meilleur accord est obtenu pour le calcul incluant une densité de neutrons de type "halo".

On voit donc une sensibilité des distributions angulaires élastiques et inélastiques aux profils de densité, même aux énergies incidentes de quelques dizaines de MeV/nucléon. Dans le cas de noyaux plus lourds, où d'éventuels halos seront moins développés, cette méthode trouve ses limites [mar99]. L'utilisation d'énergies plus élevées, pour lesquelles les potentiels sont mieux déterminés, pourra se révéler utile [alk97].

III-5-5 Réaction de transfert $^{11}\text{Be}(p,d)^{10}\text{Be}$

Au paragraphe III-4, il a été montré comment on peut accéder à la fonction d'onde de l'état fondamental d'un noyau à halo par l'étude de réactions de knock-out de neutron. Une méthode complémentaire est l'utilisation d'une réaction de transfert de neutron, par exemple la réaction (p,d). Elle a été récemment appliquée au cas du ^{11}Be [for99]. Un faisceau secondaire de ^{11}Be d'intensité $3 \cdot 10^4$ pps, produit par fragmentation d'un faisceau primaire de ^{15}N délivré par le GANIL, était incident sur une cible de CH_2 d'épaisseur 5 mg/cm^2 . Notez la minceur de la cible, nécessaire pour préserver les caractéristiques cinématiques des particules émises. Les ^{10}Be étaient analysés par le spectromètre SPEG, en coïncidence avec des deutons mesurés par l'ensemble de détecteurs Silicium CHARISSA, positionné entre 5° et 35° . La fig. 12 montre le spectre en position du ^{10}Be dans le plan focal du SPEG, sans (haut) puis avec (bas) coïncidence avec un deuton. On remarque que la condition de coïncidence réduit fortement le fond.

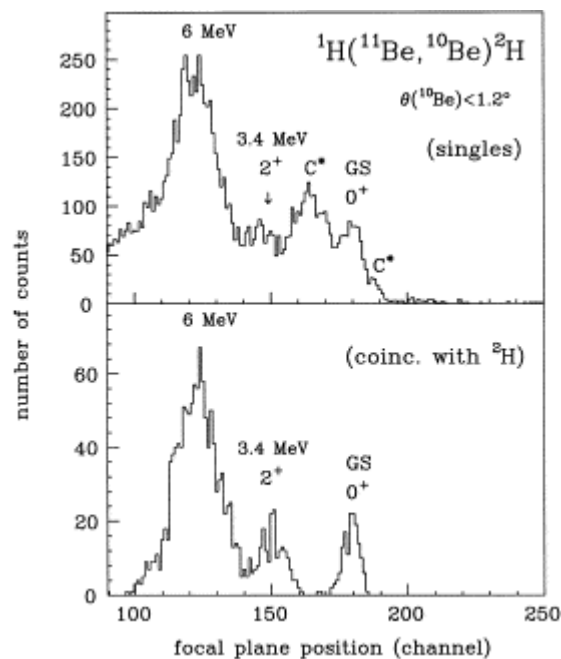


fig. 12 : Spectre en impulsion de la réaction $^{11}\text{Be}(p,d)^{10}\text{Be}$ en single (haut) et en coïncidence entre ^{10}Be et d (bas). Les états finals de ^{10}Be sont clairement visibles [for99].

L'interprétation est analogue à celle de la réaction de "knock-out", le rapport entre l'alimentation de l'état 0^+ et l'état 2^+ du ^{10}Be est relié, à travers le mécanisme de réaction, aux facteurs spectroscopiques des configurations $|^{10}\text{Be}_{0^+} \otimes 2s_{1/2}\rangle$ et $|^{10}\text{Be}_{2^+} \otimes 1d_{5/2}\rangle$ dans le ^{11}Be . L'analyse en voies couplées exposée en détail dans la réf. [win01] mène à un facteur $R=S(2^+)/[S(0^+)+S(2^+)]=0.22$, en excellent accord avec le résultat déduit des réactions de

cassure. L'avantage de ces dernières est la possibilité d'utiliser des cibles épaisses, donc des faisceaux d'intensité plus faibles. Néanmoins les réactions de transfert offrent accès à une physique plus riche, car on peut étudier non seulement les états fondamentaux, mais aussi les états excités à travers des réactions de "stripping" du type (d,p), (t,d) ...[del03], qui donneront un accès direct à la position des couches et aux "shell-gaps". On s'attend à ce que les réactions de transfert composent une part importante des programmes de physique auprès des accélérateurs de type ISOL comme SPIRAL. C'est pour cela que de nouveaux instruments plus performants sont en préparation, couvrant un plus grand angle solide avec encore plus de pistes (MUST2, TIARA...).

Si vous avez bien compris ce qui précède, il serait instructif d'aller voir d'autres applications des réactions de transfert, comme l'étude des structures en amas des noyaux légers [wol99], ou l'investigation d'états résonnants de systèmes situés au delà des drip-lines [kor01]. Ici, nous allons passer à l'étude de noyaux un peu plus lourds!

IV Modification de la structure en couches

IV-1 Pourquoi remettre en cause les nombres magiques?

Le modèle en couches est à la base de notre compréhension de la structure nucléaire. Son développement remarquable depuis le milieu des années 50 nous permet aujourd'hui de reproduire un bon nombre de propriétés des noyaux, en supposant un potentiel central de type Wood-Saxon auquel on ajoute un terme spin-orbite. Une des prédictions évidentes d'une telle approche est l'existence de nombres magiques : 2,8,20,28,50,82,...qui est magnifiquement réalisée expérimentalement: les noyaux possédant ces nombres de neutrons et/ou de protons sont particulièrement stables, de forme sphérique et difficiles à exciter.

Mais nos connaissances expérimentales reposent essentiellement sur les noyaux stables, et on peut donc se demander si ces nombres retiennent leur magie loin de la stabilité. En effet, on a vu que les noyaux proches des drip-lines peuvent présenter des distributions de densité inhabituelles générées par leur grand excès de neutrons et de protons. Dans le cas d'un halo ou d'une peau de neutrons leur surface peut devenir plus diffuse. Or, les forces nucléaires étant de courte portée, le potentiel suit assez fidèlement la distribution de densité. Comme le potentiel spin-orbite possède un facteur de forme qui est proche de la dérivée du potentiel central, dU/dr , on peut s'attendre à un affaiblissement du potentiel spin-orbite loin de la stabilité. L'effet d'un tel affaiblissement est illustré sur la fig. 13 d'après des calculs de Dobacewski [dob94] pour les nombres magiques 50 et 82, qui sont justement créés par la séparation des couches $j=l+1/2$ et $j=l-1/2$ due au potentiel spin-orbite. Ces calculs prédisent un affaiblissement des nombres magiques 50 et 82 au profit des gaps 40 et 70 qui sont ceux d'un pur potentiel harmonique.

Des raisonnements analogues peuvent être conduits dans d'autres régions de masse. D'autres approches peuvent également générer une érosion des gaps du modèle en couches, mais celle-ci est particulièrement stimulante. Nous avons déjà vu un exemple dans le cas du ^{11}Be qui montre une inversion entre les couches $2s_{1/2}$ et $1p_{1/2}$, ou du ^{12}Be , où un affaiblissement de la fermeture de couche $N=8$ a été mis en évidence [nav00]. Nous décrivons maintenant différentes méthodes pour mettre en évidence expérimentalement de tels phénomènes, illustrés par des exemples pris dans plusieurs régions de masse.

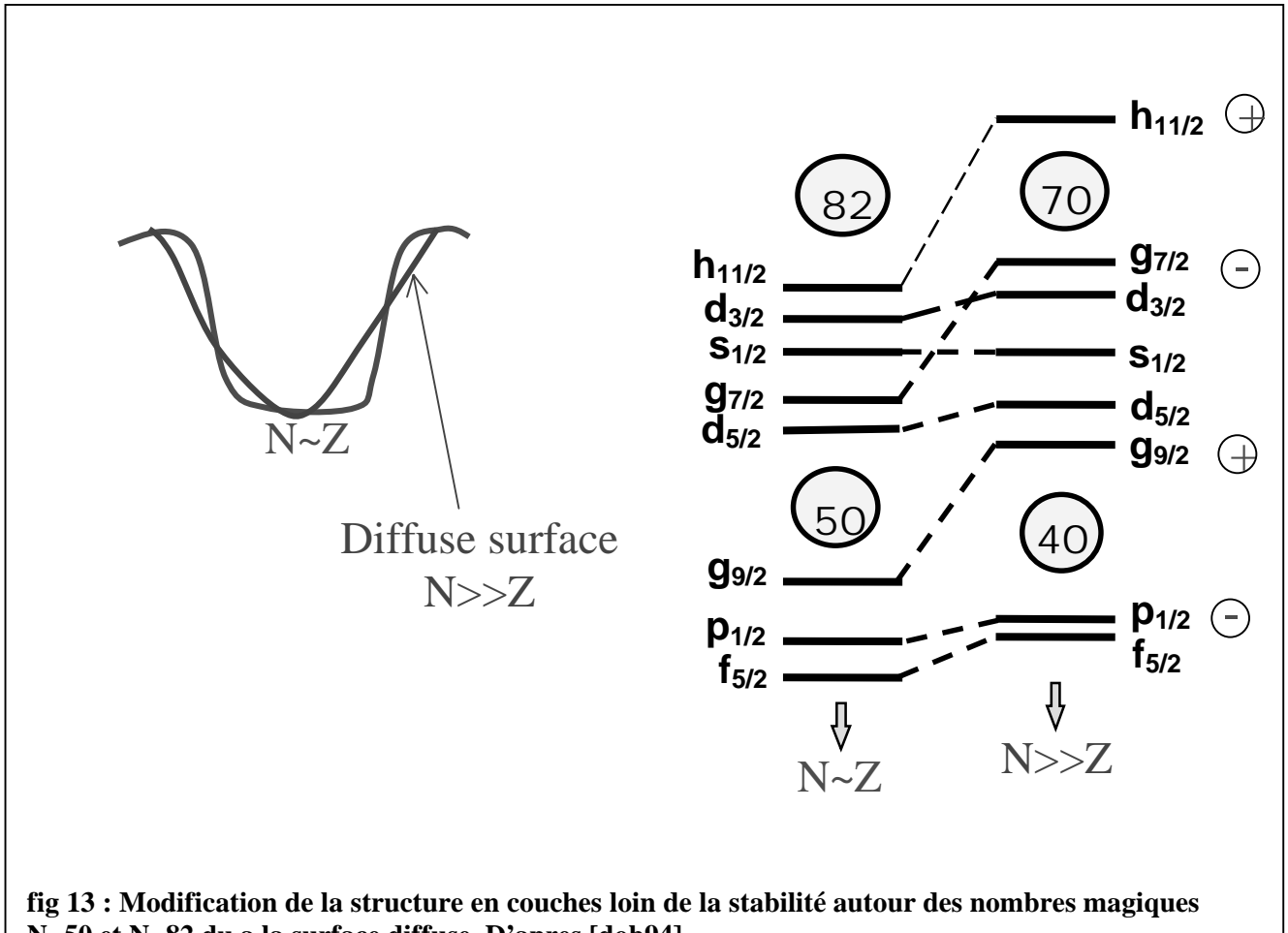


fig 13 : Modification de la structure en couches loin de la stabilité autour des nombres magiques $N=50$ et $N=82$ du a la surface diffuse. D'après [dob94].

IV-2 Recherche de la drip-line

Prenons le cas de la chaîne isotopique d'oxygène. Le ^{28}O est dans le modèle en couches standard un noyau doublement magique, $Z=8$ et $N=20$. On pourrait donc s'attendre à ce qu'il présente une stabilité particulière, et de nombreux calculs le prédisent lié et situé à la drip-line. Ce noyau a donc été activement recherché, mais a échappé jusqu'ici à toute détection. Bien entendu, apporter la preuve de la non-existence d'un noyau est tâche difficile. Dans la réf. [tar97], ^{28}O a été recherché par fragmentation d'un faisceau primaire de ^{36}S . Non seulement, aucun événement n'a été observé, mais la section efficace de production d'isotones $N=20$, montre une discontinuité brusque au niveau de l'oxygène. C'est une forte indication de la non-liaison de ^{28}O . En fait, ^{26}O est également non-lié, et pour $Z=8$ la drip-line se situe au niveau de $N=16$. Ce fait surprenant n'est pas encore bien expliqué, mais des renseignements plus précis peuvent être fournis par des mesures de masse.

IV-3 Mesures de masses

La masse, donc l'énergie de liaison des noyaux, est une donnée fondamentale. Sa connaissance pour un nombre important de noyaux dans une région donnée de la charte nucléaire, permet de repérer des noyaux particulièrement liés et donc les nombres magiques. Un grand nombre de méthodes expérimentales ont été mis au point pour mesurer les masses

nucléaires et leur exposé pourrait faire l'objet d'un cours en soi. C'est d'ailleurs le cas, voir la référence [orr00].

Ici on se contentera de donner un exemple de l'interprétation d'anomalies dans la variation de l'énergie de séparation neutron. La fig.14 [oza00] montre l'énergie de séparation d'un neutron S_n (énergie à fournir pour enlever un neutron du noyau) pour des noyaux légers d'isospin différent en fonction du nombre de neutrons. La présence d'un nombre magique se traduit par une baisse de S_n au passage de ce nombre; en effet il est relativement plus facile d'enlever le neutron de valence à un noyau composé d'un cœur magique plus un neutron. Pour les noyaux d'isospin T_z faible, c'est à dire proches de la stabilité, la baisse de S_n a clairement lieu au passage des nombres de neutrons $N=8$ et $N=20$, bien connus pour être des nombres magiques dans le modèle en couches standard. Quand la valeur de T_z augmente, on voit les cassures autour de $N=8$ et $N=20$ s'estomper, pour être remplacées par une baisse autour de $N=16$. Outre une confirmation de l'affaiblissement loin de la stabilité du nombre magique $N=8$ déjà discuté, on semble voir la disparition de $N=20$ au profit de $N=16$. Des calculs dans le cadre de modèle en couches avec technique Monte-Carlo [ots98] reproduisent une telle évolution au voisinage de la drip-line. Néanmoins l'information extraite de la connaissance de l'énergie de l'état fondamentale mérite d'être précisée par une étude des propriétés des états excités.

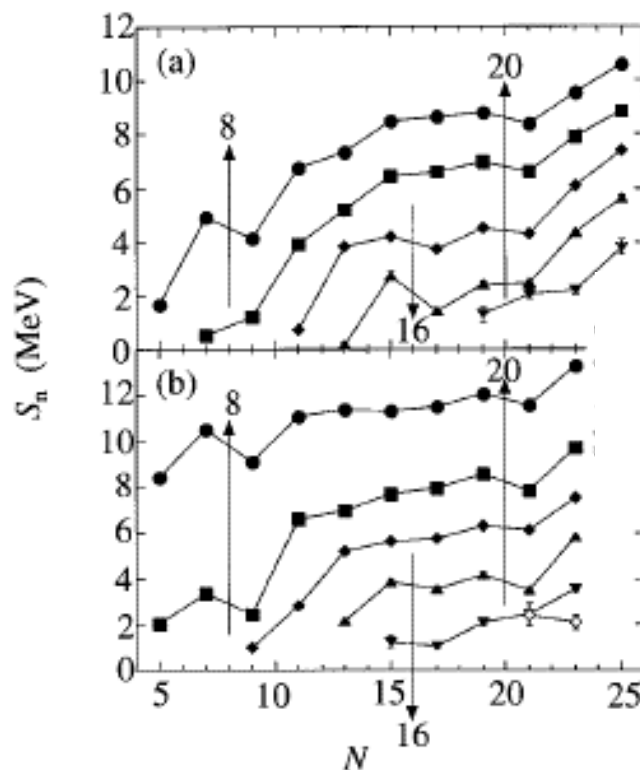


fig 14 : Energies de séparation neutron pour des séries de noyaux de T_z fixes : a) de $T_z = 1/2$ (haut) a $T_z = 9/2$ (bas) ; N impair, Z pair b) de $T_z = 0$ (haut) a $T_z = 5$ (bas) ; N impair, Z impair. D'après [oza00].

IV-4 Etats Excités

L'état excité de plus basse énergie de la plupart des noyaux pairs-pairs est un état collectif $J^\pi=2^+$, dont la section efficace d'excitation est relativement grande lors de réactions de diffusion. On comprend naïvement qu'un noyau magique sera difficile à exciter, son premier état excité sera donc situé à haute énergie et aura une faible probabilité d'excitation.

La probabilité d'excitation est quantifiée par le $B(EL)$, où L est la multipolarité de la transition ($B(E2)$ pour une transition $0^+ \rightarrow 2^+$). Cette probabilité de transition s'exprime par

$$B(\sigma, L, J_i \rightarrow J_f) = \sum_{M_f, \mu} \left| \langle \alpha_f, J_f, M_f | O(\sigma, L, \mu) | \alpha_i, J_i, M_i \rangle \right|^2$$

pour une transition d'un état de spin J_i à l'état final de spin J_f . L'application du théorème de Wigner-Eckart donne

$$B(\sigma, L, J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i+1} \left| \langle \alpha_f | O(\sigma, L) | \alpha_i \rangle \right|^2$$

La probabilité de transition entre les 2 états sera proportionnelle à $B(EL)$, et la durée de vie inversement proportionnelle. On voit donc les deux méthodes pour mesurer le $B(EL)$, soit mesurer une section efficace d'excitation avec une sonde qui peut être représentée par un opérateur de transition connue, par exemple l'excitation électromagnétique, soit mesurer la durée de vie de l'état excité.

La systématique des énergies d'excitation et des probabilités de transition pour les noyaux stables peut se trouver dans la plupart des bons livres de physique nucléaire de base. On citera ici l'excellent ouvrage de Kenneth Krane [kra]. On observe des pics pour l'énergie des états $J^\pi=2^+$ aux fermetures de couche, accompagnées de faibles valeurs de $B(E2)$. Un exemple est donné sur la fig. 15 dans les cas des isotopes de Calcium, où la magicité du ^{40}Ca et du ^{48}Ca est clairement mise en évidence.

Parallèlement à l'état $J^\pi=2^+$, l'observation de l'état $J^\pi=4^+$ permet d'obtenir des informations supplémentaires concernant la déformation des noyaux. En effet, dans le cas d'un modèle rotationnel simple, on s'attend à $E(4^+) = (10/3)E(2^+)$, alors que pour le cas vibrationnel $E(4^+) = 2 E(2^+)$. Comme le modèle rotationnel ne peut s'appliquer qu'aux noyaux déformés, on possède ainsi un outil simple pour rechercher des zones de déformation. Cette approche est bien illustrée dans [kra]. Malheureusement, jusqu'ici les limitations techniques et de mécanismes de réaction n'ont permis de mesurer que très peu d'états $J^\pi=4^+$ de noyaux exotiques. C'est un des progrès que l'on attend impatientement pour les prochaines années.

IV-4-1 Excitation Coulombienne

Une première approche de l'étude des états excités peut se faire en produisant le noyau père du noyau d'intérêt et en mesurant les rayonnements γ émis en coïncidence avec sa décroissance β . Ceci fait l'objet du cours de Philippe Dessagne à cette école. Une autre méthode plus directe pour exciter les premiers états collectifs d'un noyau est l'excitation Coulombienne. Pour apprendre tout ce qu'il convient de savoir, on se reportera à la réf. [win79].

Afin de parfaitement contrôler le mécanisme de réaction, et ainsi extraire des valeurs fiables de $B(EL)$, il est d'usage de réaliser ces réactions à des énergies très faibles, sous la barrière Coulombienne. Or peu de faisceaux radioactifs de bonne qualité sont disponibles actuellement à de telles énergies. La réalisation d'expériences d'excitation Coulombienne aux énergies intermédiaires a donc été développée.

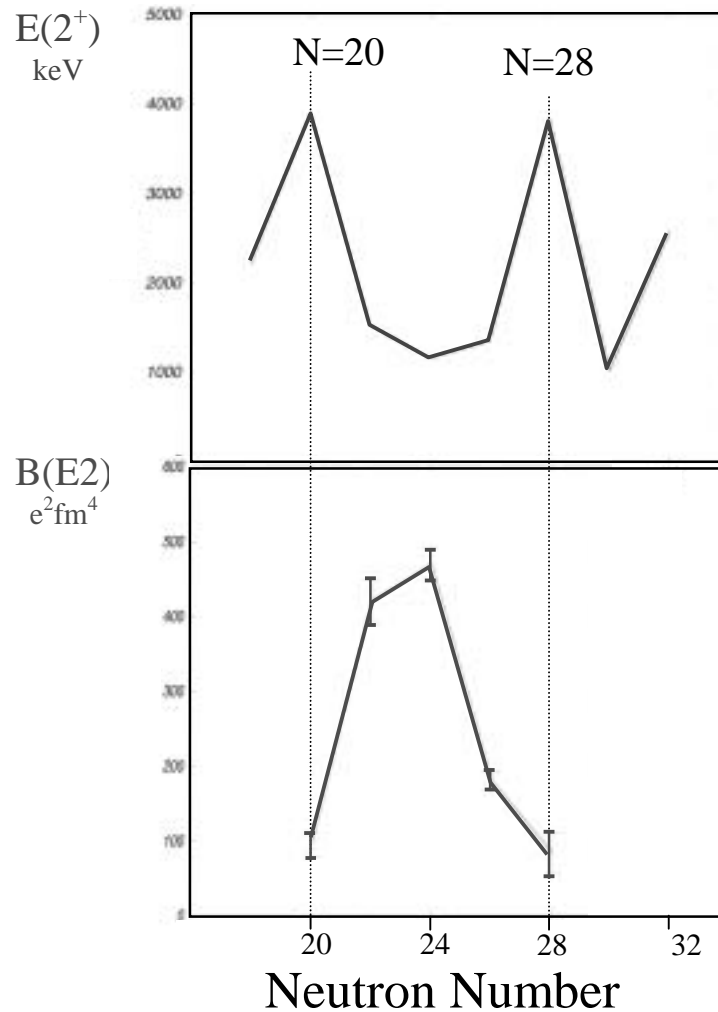


fig. 15 : Energies et probabilités de transition pour le premier état excité 2^+ des isotopes de Ca. On voit clairement la mise en évidence des nombres magiques $N=20$ et $N=28$. (Merci a O. Sorlin pour la figure.)

Pour réaliser l'excitation Coulombienne d'un noyau instable, on bombarde une cible de Z élevé avec le faisceau d'intérêt. L'interaction entre projectile et cible crée un champ de photons virtuels qui peuvent être absorbés par les partenaires pour mener à l'excitation d'un des noyaux. Cet état excité, s'il est en dessous du seuil d'émission de particules, décroît alors par un photon bien réel celui-ci, qui est détecté. L'énergie du photon de décroissance donnera l'énergie de l'état excité, alors que le nombre de photons détectés, comparé au nombre de noyaux incidents, pourra être relié au $B(E2)$.

L'excitation Coulombienne peut se calculer dans le formalisme semi-classique de Weizäcker-Williams. Pour un paramètre d'impact donné b , la probabilité d'excitation du noyau sera donné par

$$P(b) = \int N(\omega, b) \sigma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}$$

Où N est le nombre de photons virtuels d'énergie $\hbar\omega$ et σ la section efficace de photo-absorption. On applique alors la théorie des perturbations

$$\frac{d\sigma_{i\Rightarrow f}}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{ruth} P_{i\Rightarrow f}$$

où $P_{i\Rightarrow f}$ est la probabilité d'excitation de l'état fondamental vers l'état excité. Après intégration sur l'angle, on peut relier la section efficace totale au B(E2), au moyen de formules démontrées dans [win79].

Bien sur, aux énergies au dessus de la barrière Coulombienne, il est nécessaire de contrôler l'excitation due à l'interaction nucléaire. Ceci est fait en restreignant la mesure à des grands paramètres d'impact, donc à des angles de diffusion faible. En sus de la mesure du rayonnement g, il faut donc prévoir de mesurer l'angle d'émission du projectile. On peut aussi contrôler la proportion d'excitation nucléaire en réalisant des mesures complémentaires avec une cible de Z faible, généralement du Carbone.

Un exemple de dispositif expérimental typique est celui utilisé au GANIL par l'équipe de Sorlin et al., montré sur la fig. 16. Les γ de décroissance sont mesurés par un ensemble de 4 Ge segmentés, alors que les éjectiles sont identifiés dans un télescope de Silicium ΔE -E. Il est très important de mesurer avec précision l'angle d'émission des γ afin d'effectuer une correction de l'effet Doppler, seule façon d'obtenir une résolution suffisante. En comparant le spectre brut, dans lequel les pics de γ provenant de la cible sont fins et ceux du projectile élargis, avec le spectre corrigé pour la vitesse du projectile permet d'attribuer les pics observés au noyau émetteur. Une très jolie utilisation de cette technique est décrite dans la réf.[sch96].

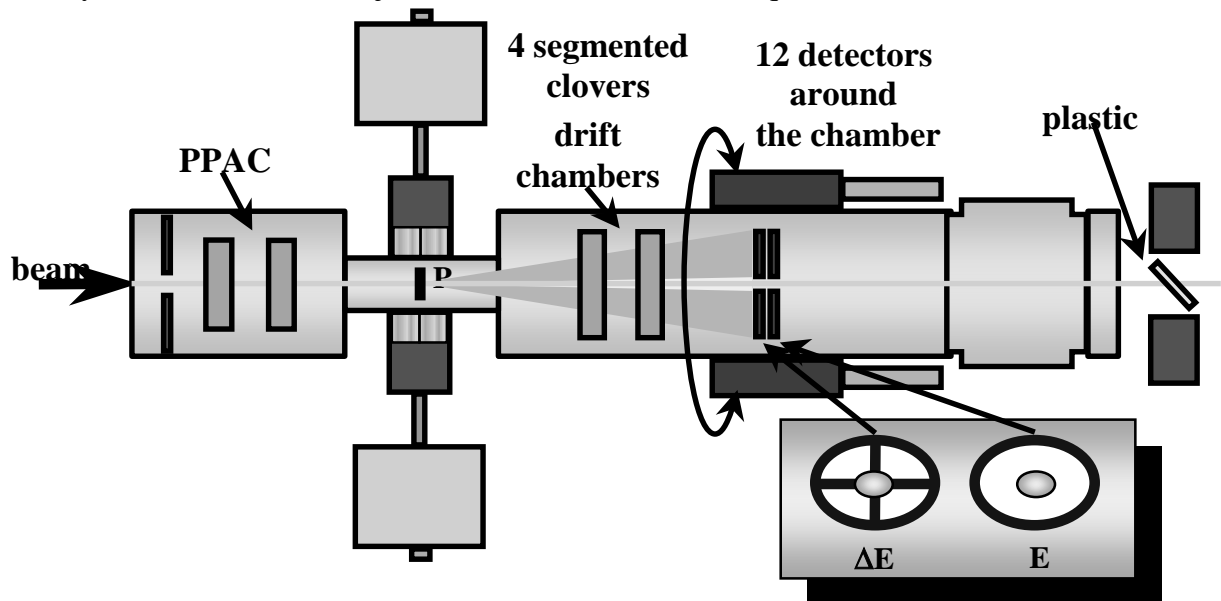


fig. 16 : Dispositif expérimental typique pour la mesure d'excitation Coulombienne en cinématique inverse. (Expérience réalisée au GANIL par O. Sorlin et al.)

IV-4-2 L'exemple du ^{32}Mg

L'exemple le plus célèbre de disparition de nombre magique loin de la stabilité concerne le ^{32}Mg . Son état $J^\pi=2^+$ a été trouvé il y a longtemps [gui84] à une énergie très faible de 880 KeV alors qu'il possède un nombre N=20 qui devrait être magique. On voit sur la fig. 17 le changement brutal de comportement par rapport aux noyaux stables, ^{36}S et ^{40}Ca , qui possèdent un état $J^\pi=2^+$ d'énergie élevée. Plus récemment, le B(E2) du ^{32}Mg a été mesuré par excitation Coulombienne par plusieurs équipes [mot95, ibb98,chi01], ainsi que celui du ^{30}Ne .

Malgré quelques divergences, tous s'accordent à trouver un $B(E2)$ du ^{32}Mg largement supérieur à celui des autres noyaux $N=20$, confirmant de façon éclatante l'affaiblissement de la fermeture de couche $N=20$. On voit que des calculs de modèle en couche ne prenant en compte que la couche sd ne parviennent pas à reproduire ce résultat. Si on prend alors en compte la couche supérieure fp , on arrive à reproduire les données, montrant que l'état fondamental doit avoir une forte composante de nucléons excités dans la couche fp . Il a depuis été montré que cet abaissement de la couche fp est une caractéristique générale des noyaux de cette région, appelée îlot d'inversion. Des calculs théoriques récents prédisent une coexistence de forme: des niveaux sans composante fp devraient coexister avec la bande fondamentale. On peut donc s'attendre à ce que l'état fondamental du noyau de ^{32}Mg soit fortement déformé. Malheureusement, l'excitation Coulombienne aux énergies intermédiaires ne permet pas d'exciter fortement l'état $J^\pi=4^+$. Une tentative récente d'atteindre cet état a été faite par la méthode dite de spectroscopie en ligne, où un faisceau de ^{36}S a été conduit jusqu'à une cible de production entourée de détecteurs de γ . Ces γ sont mesurés en coïncidence avec le ^{32}Mg identifié dans un spectromètre. Un pic pouvant provenir de la transition $4^+>2^+$ a été observé, qui mettrait l'état 4^+ à $E^*=2.3$ MeV [bel01]. Ce résultat appelle confirmation, car l'identification de la multipolarité de la transition n'est pas inambigüe.

Des études similaires ont été conduites pour d'autres nombres magiques loin de la stabilité. Je vous incite en particulier à vous pencher sur l'affaiblissement de la couche $N=28$ dans le cas du ^{44}S et ^{46}Ar [sch96, gla97] et le constat de la rigidité de $N=40$ [sor02] pour le ^{68}Ni . Il est important de noter que l'évolution des nombres magiques dans les noyaux instables a une influence importante sur le déroulement du processus r , responsable de la nucléosynthèse des éléments lourds dans les sites stellaires explosifs.

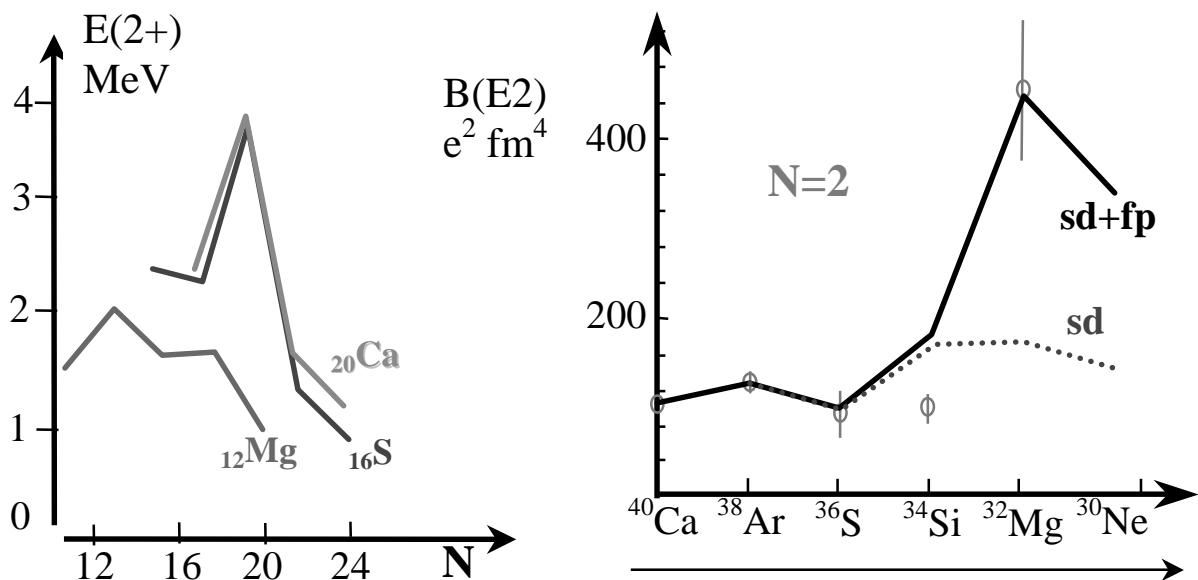


fig. 17 : gauche : énergies des états $J_p = 2^+$ autour de $N=20$. droite : Probabilités de transition. La ligne pointillée est un calcul de modèle en couches prenant seulement en compte la couche sd , la ligne pleine en prenant aussi en compte la couche fp .

IV-4-3 Directions futures

L'arrivée d'accélérateurs de type ISOL délivrant des faisceaux radioactifs d'excellentes qualités et de basse énergie permettra des avancées rapides dans l'élucidation de la structure en couches loin de la stabilité. En effet, on pourra aborder l'étude des réactions de transfert pour des noyaux dans l'îlot d'inversion et les noyaux plus lourds, ce qui donnera des renseignements plus précis sur l'espacement entre couches et sur donc sur l'évolution du potentiel spin-orbite loin de la stabilité. D'autre part, on pourra réaliser des expériences de diffusion coulombienne en dessous de la barrière, qui présentent l'avantage de pouvoir exciter des états au-delà du premier $J^\pi=2^+$. Un exemple très récent obtenu au GANIL avec un faisceau SPIRAL de ^{76}Kr et le nouveau détecteur Ge EXOGAM est montré sur la fig. 18.

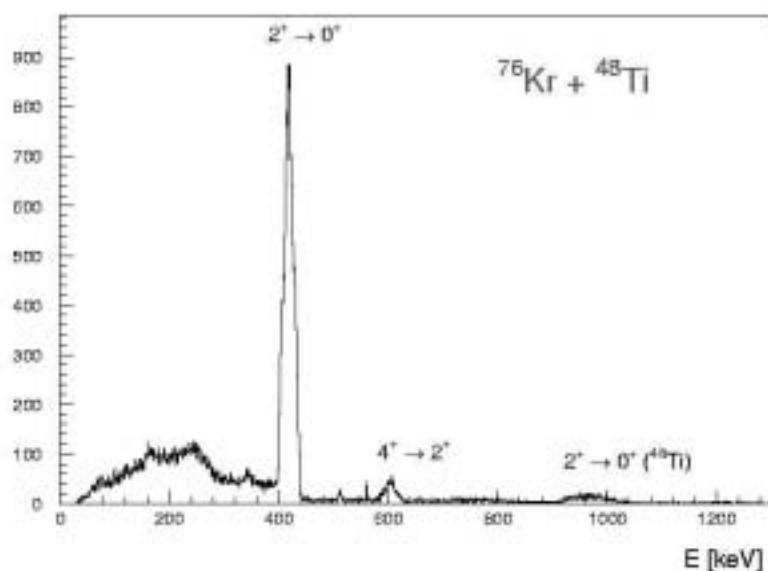


fig. 18 : Excitation Coulombienne a basse énergie du ^{76}Kr obtenu avec l'ensemble SPIRAL et EXOGAM du GANIL. (Expérience de W. Kortén et al.)

V Perspectives

Ces dernières années de nombreux outils ont été développés pour progresser dans notre étude des noyaux loin de la stabilité. Quelques exemples ont été décrits ici, vous en trouverez de nombreux autres dans les cours très variés dispensés dans cette école. Selon les intensités de faisceau disponibles, on a désormais le savoir faire et l'instrumentation pour réaliser les approches énumérées dans le tableau 1. Les quelques années à venir vont être consacrées à l'exploitation de ce savoir faire, particulièrement auprès des nouvelles machines de basse énergie de type ISOL, mais surtout à la recherche et au développement de la prochaine génération d'expériences. En effet, peu d'installations jusqu'ici on été construites spécifiquement pour l'étude des noyaux loin de la stabilité. Les physiciens ont surtout utilisé leur habileté et leur persévérance pour tirer le maximum des accélérateurs existants, pour des noyaux et dans des régions de la charte nucléaire spécifiques à une installation donnée. Il est temps maintenant de se doter des outils nécessaires pour entreprendre une approche plus

générale, c'est à dire couvrir des pans entiers du paysage nucléaire auprès d'une seule et même installation de nouvelle génération, avec des intensités améliorées par rapport à aujourd'hui. C'est en effet, comme il y a quelques décennies pour les noyaux stables, par des études systématiques d'un grand nombre d'espèces que l'on consolidera notre compréhension de la structure nucléaire au sens large.

Type d'expérience	Intensité nécessaire
Existence de noyau	1, préférablement 2
Mesure de masse	Quelques unités par jour
Décroissance β	Quelques unités par minute
Excitation Coulombienne	10 pps
Break up	10^2 pps
Réactions directes	10^4 pps
Fusion	10^5 pps

Tableau 1 : intensités nécessaire pour différentes études.

Plusieurs projets très ambitieux sont dors et déjà en gestation. Ils se basent sur les deux grandes méthodes exposés au paragraphe II : fragmentation et ISOL. Les projets utilisant la fragmentation sont le nouveau GSI, Allemagne et le nouveau RIKEN, Japon. L'ultime installation de type ISOL sera le projet européen EURISOL, alors que l'initiative américaine combine les deux types de production. Avec ces développements, on peut espérer une amélioration des intensités de faisceau d'un facteur mille en moyenne par rapport à la situation actuelle. Couplé à une augmentation de l'efficacité des détecteurs d'un facteur 10, on pourra espérer faire la même physique qu'aujourd'hui pour des noyaux situés 4 cases plus près de la drip-line, tout en précisant d'autant nos connaissances sur des noyaux déjà découverts! La physique auprès de ces installations, dont le coût avoisinera le milliard d'Euros et le délai de réalisation dépassera les 10 ans, sera menée par vous. Alors, au travail...

Avertissement : Dû au temps limité que j'ai pu consacrer à la préparation et à la rédaction de ce cours, les exemples présentés proviennent essentiellement de travaux auxquels j'ai participé ou qui ont été réalisés dans mon entourage proche. Ce cours ne se prétend en aucune manière être une revue exhaustive du domaine.

Références

- [alk97] G. Alkhozov et al., Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 2313
- [ann93] R. Anne et al., Phys. Lett. **B304** (1993) 55.
- [aum00] T. Aumann et al., Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 35.
- [bec69] F.D. Bechetti Jr and G.W. Greenlees, Phys. Rev. **182** (1969) 1190
- [bel01] M. Belleguic et al., Nucl. Phys. **A682** (2001) 136.
- [blu99] Y. Blumenfeld et al., Nucl. Inst. Meth. **A421** (1999) 471.
- [bor83] V. Borrel. et al., Z. Phys. **A314** (1983) 191.
- [chi01] V. Chiste et al., Phys. Lett. **B514** (2001) 233.
- [del03] F. Delaunay et al., communications étudiants a cette école.
- [dob94] J. Dobaczewski et al., Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 981.
- [dor94] P.J. Dortmans and K. Amos, Phys. Rev. **C49** (1994).
- [dur95] D. Durand et B. Tamain, Ecole Joliot Curie 1995.
- [fir98] *Table of Isotopes*, 8th edition, edited by R.B. Firestone and V.S. Shirley, (Wiley, NewYork, 1998) .
- [for99] S. Fortier et al., Phys. Lett. **B461** (1999) 22.

- [gal97] B. Gall, Ecole Joliot Curie 1997.
- [gol74] A.S. Goldhaber et al., Phys. Lett. **B53** (1974) 306
- [gei95] H. Geissel et al., Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **45** (1995) 163.
- [gla97] T. Glasmacher et al., Phys. Lett. **B395** (1997) 163.
- [gre99] S. Grevy et al., Nucl. Phys. **A650** (1999) 47.
- [gui84] D. Guillemaud-Mueller et al., Nucl. Phys. **A426** (1984) 37.
- [ibb98] R. Ibbotson et al., Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2801.
- [jeu77] J.P. Jeukenne et al., Phys. Rev. **C16** (1977) 80.
- [kha01] E. Khan et al., Nucl. Phys. **A694** (2001) 103.
- [kra] *Introductory Nuclear Physics*, K.Krane.
- [kor01] A.A. Korshenninikov et al., Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 092501
- [lag01] A. Lagoyannis et al., Phys. Lett. **B518** (2001) 27.
- [mar99] F. Marechal et al., Phys. Rev. **C60** (1999) 034615.
- [mot95] T. Motobayashi et al., Phys. Lett. **B346** (1995) 9.
- [nav98] P. Navratil and B.R. Barrett, Phys. Rev. **C57** (1998) 3119.
- [nav00] A. Navin et al., Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 266.
- [orr00] N. Orr, Ecole Joliot Curie 2000.
- [ots98] T. Otsuka et al., Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1588.
- [ott99] S. Ottini-Hustache et al., Nucl. Inst. Meth. **A431** (1999) 476.
- [oza00] A. Ozawa et al., Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 5493.
- [sat70] *Introduction to Nuclear Reactions*, G.R. Satchler, Oxford Press.
- [sat83] *Direct Nuclear Reactions*, G.R. Satchler, Clarendon, Oxford, 1983.
- [sch96] H. Scheit et al., Phys. Rev. Lett. **77**(1996) 3967.
- [sor02] O. Sorlin et al., Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 092501.
- [tan85] I. Tanihata et al., Phys. Lett. **B160** (1985) 380.
- [tar97] O.B. Tarasov et al., Phys. Lett. **B409** (1997) 64.
- [tos98] J.A. Tostevin, J. Phys. **G25** (1998) 735.
- [var89] R.L. Varner et al., Phys. Rep. **201** (1991) 57.
- [win79] A. Winter and K. Adler, Nucl. Phys. **A319** (1979) 518.
- [win01] J.S. Winfield et al., Nucl. Phys. **A683** (2001) 48.
- [wol99] R. Wolski et al., Phys. Lett. **B476** (1999) 8.

L'INTERACTION D'APPARIEMENT $T=0$ ET LES NOYAUX $N=Z$

Hubert Flocard

*Bt.104 CSNSM 91405 Orsay Campus
(Université Paris-Sud – IN2P3/CNRS)*

RESUME

Nous étudions les nouveaux développements expérimentaux et théoriques en relation avec l'appariement dans le canal d'isospin $T=0$. Après une brève revue de l'état des connaissances générales sur l'Hamiltonien particule-particule dans ce canal, nous décrivons succinctement les connaissances expérimentales concernant les propriétés traditionnellement corrélées à l'isospin $T=0$ plus spécialement au voisinage de la ligne $N=Z$ du tableau des isotopes. Le reste de l'exposé est consacré à la présentation du formalisme de champ moyen généralisé (isospin cranking) dans une version qui bien que très simple (matrices 4×4) se révèle remarquablement explicative qualitativement et, de façon assez surprenante, quantitativement aussi.

ABSTRACT

We study new experimental and theoretical developments related to pairing in the isospin $T=0$ canal. After a brief survey of the present state of knowledge on the particle-particle Hamiltonian in this canal, we quickly review the data on properties which are traditionally linked to the isospin $T=0$ especially in those nuclei in the vicinity of the $N=Z$ line of the nuclear chart. The second part of this text is devoted to an extended mean field formalism (isospin cranking) in a version which although it is very simple (involving only 4×4 matrices) turns out to be remarkably successful on the qualitative level and also, in a rather surprising way, quantitatively.

PREAMBULE

Ce cours sur l'appariement $T=0$ ne s'appuie pas sur un travail de recherche personnel. Pour le préparer à la demande des organisateurs de l'école de Maubuisson, j'ai entrepris une recherche bibliographique, un tri des articles que j'ai jugé les plus intéressants ou les plus utiles à la préparation de ce cours (ce sont les seuls qui seront cités) et une mise en forme du matériel sélectionné. La responsabilité quant au résultat est bien sûr la mienne. Toutefois, je dois dire que je me suis aussi fortement inspiré de présentations et de conseils aimablement fournis par Wojtek Satula et Ramon Wyss qui, pour moi, ont été les contributeurs essentiels du renouveau récent de cette thématique.

Pour des raisons de place et aussi de compétence, l'analyse des résultats théoriques contenue dans ce cours se limite à ceux obtenus dans la théorie du champ moyen (Hartree-Fock plus BCS et Hartree-Fock-Bogoliubov) à l'exclusion de ceux qui peuvent être extraits des calculs modèle en couche ainsi que ceux des divers modèles bosoniques ou algébriques.

I-INTRODUCTION

La théorie BCS (Bardeen Cooper Schrieffer) a été publiée en 1958 comme une description microscopique de la super-conductivité de certains matériaux. Dans les mois qui suivirent sa publication, Mottelson et Valatin la repriront pour expliquer la superfluidité des noyaux, superfluidité qui se manifeste avant tout dans leurs propriétés rotationnelles mais aussi dans la systématique des excès de masse et les propriétés spectroscopiques de certaines chaînes isotopiques (Sn par exemple). Ces premiers travaux se sont focalisés sur l'appariement de particules identiques (n-n ou p-p) donc le canal d'isospin total $T=1$ (avec $|T_z|=1$). Ils introduisaient (entre autres) une perspective nouvelle sur le modèle de séniorité proposé au début des années cinquante par De Shalit et Talmi pour mettre en forme les idées de Göppert-Mayer reliant la courte portée de la force effective entre nucléons, la notion de paire dans le canal singulet de spin avec l'observation d'un spin total nul pour l'état fondamental de tous les noyaux pairs.

Comme l'invariance d'isospin est bien vérifiée expérimentalement en physique nucléaire, l'extension du formalisme BCS et de sa généralisation Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) à l'appariement des neutrons avec les protons (n-p) fut rapidement proposée. Celui-ci peut intervenir aussi bien dans les canaux $T=1$ ($T_z=0$) que $T=0$. Pendant toutes les années 60, de nombreux articles ont été publiés considérant (en sus du canal $T=1$, $T_z=+/-1$) l'un ou l'autre ou les deux de ces canaux dans des formalismes plus ou moins raffinés. A les lire, on voit comment peu à peu les propriétés spécifiques et les concepts essentiels de l'appariement n-p se sont dégagés dans ce qu'on peut rétrospectivement assimiler à un travail collectif. Toutefois, pour l'étudiant moins motivé par l'histoire des sciences que par le désir d'acquérir rapidement les idées essentielles et le formalisme standard, il suffit à mon avis de commencer par l'article de Goodman (1972) [Go72].

Cet article constitue en fait l'aboutissement d'une ligne de travail. En effet, pendant les décennies 70 et 80, le sujet n'apparaît pas susciter le même intérêt et s'endort plus ou moins. A peu près seul, Goodman continue avec constance à l'explorer et à le prolonger (restauration de symétries) dans le cadre du formalisme HFB. Toutefois, les applications numériques qu'il publie se situent dans le droit-fil des calculs des années soixante (cœur inerte, espace de valence restreint à une ou deux couches majeures, énergie de particules individuelles tirées directement de l'expérience, interaction définie par ses éléments dans l'espace de valence). Par cela, elles s'éloignent des préoccupations de la communauté des physiciens travaillant sur la méthode du champ moyen. En effet, ceux-ci cherchent plutôt à s'affranchir des restrictions des calculs menés par Goodman et à définir puis à exploiter des interactions effectives (pour le champ moyen et le champ d'appariement $T=1$) dont la vocation est de permettre l'étude de l'ensemble des noyaux (à l'exception des plus légers). Ce n'est que dans les années 90 (surtout après 95) que se manifeste un renouveau progressif d'activité dont le présent cours présente plus loin certains des résultats.

On peut aussi s'expliquer le relatif assoupissement des années 70-80 ainsi que le renouveau récent par l'évolution de la situation expérimentale. Dans une discipline aussi phénoménologique que la physique nucléaire, la disponibilité de données, auxquelles la théorie puisse se confronter, joue un rôle crucial pour le développement de cette dernière. Or, l'appariement usuel $T=1$, $|T_z|=1$ se manifeste dans la spectroscopie de la plupart des noyaux. De plus, dès 1970, son analyse a pu utiliser un vaste ensemble de données sur les hauts spins, par suite de la mise en route des accélérateurs d'ions lourds et de la construction de détecteurs au pouvoir de résolution toujours croissant. Il n'est donc pas surprenant de voir cette analyse s'affiner régulièrement avec la définition de forces effectives de qualité. Par contre, l'appariement $T=0$ ne se manifeste guère (et non sans ambiguïté) que dans les propriétés des noyaux situés sur la ligne $N=Z$ et son voisinage immédiat, c'est à dire une zone du tableau des nuclides qui s'éloigne rapidement de la ligne de stabilité pour s'enfoncer dans une région jusqu'à récemment inaccessible expérimentalement. Il se trouve que pendant la dernière décennie, la physique des noyaux riches en protons a pris un essor remarquable. La ligne $N=Z$ a été étendue jusqu'au noyau doublement magique ^{100}Sn (probablement un point d'arrêt pour plusieurs années) et des informations spectroscopiques sont déjà disponibles jusqu'au ^{88}Ru . Aussi bien pour des

motivations de structure nucléaire, que d'astrophysique (processus r-p) ou d'exploration des symétries fondamentales (hypothèse CVC et unitarité de la matrice CKM) on s'attend à une progression rapide des connaissances expérimentales dans ce domaine.

Une indication claire de l'existence d'une attraction n-p dans le canal $T=0$ est fournie par l'état fondamental du deuteron qui est dominé par une composante 3S . Par contraste, pour le système à deux nucléons l'attraction forte dans le canal $T=1$ ne se manifeste que par l'existence d'un pôle imaginaire à basse énergie. Le mécanisme de Cooper qui prédit l'existence de paires dès lors qu'il existe la moindre attraction entre les particules à la surface de la mer de Fermi, nous conduirait donc à attendre un appariement $T=0$ dans les noyaux au moins aussi fort que celui largement observé dans le canal $T=1$. Toutefois ce raisonnement suppose qu'on ait fait abstraction des mécanismes de renormalisation (mot à ne pas prendre au sens relativement précis de la théorie des champs) qui, à partir d'une interaction réaliste (c.a.d. qui reproduit les déphasages de la diffusion nucléon-nucléon libre) conduisent à l'interaction effective dans le canal particule-particule des noyaux.

Il est bien établi que l'interaction effective entre nucléons à la surface de Fermi diffère significativement de l'interaction entre nucléons libres. De plus, de par sa faible densité, le deuteron n'est pas représentatif de la matière qui se trouve à l'intérieur des noyaux. Une meilleure description en est fournie par le modèle de la matière nucléaire infinie à la densité de saturation. Celui-ci est

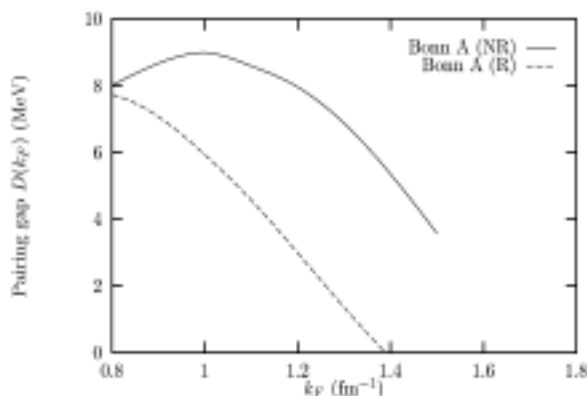


Fig. 1 Gap d'appariement (MeV) à la surface de Fermi de la matière nucléaire symétrique dans le canal $^3S_{1/2}$ en fonction du moment de Fermi (fm^{-1}) calculés dans le formalisme de Brueckner Hartree-Fock-Bogoliubov avec le potentiel nucléon-nucléon dit de Bonn.

d'ailleurs assez simple pour que des calculs s'appuyant sur des Hamiltoniens réalistes aient pu être effectués par la méthode de Brueckner Hartree-Fock Bogoliubov (BHFB). Pourtant, compte tenu des résultats disponibles je ne pense pas qu'il y ait lieu ici de présenter en détail cette méthode qui constitue aujourd'hui l'état de l'art des approches utilisant des interactions réalistes. En effet, considérons les courbes de la Figure 1 obtenues par le groupe d'Oslo à partir du potentiel de Bonn[EE88]. En fonction du moment de Fermi k_F , elles donnent la valeur du gap d'appariement dans le canal 3S calculé en utilisant des fonctions d'onde relativistes ou non. Les données expérimentales sur les excès de masse atomiques nous indiquent que ce gap ne peut être que plus petit ou au maximum de l'ordre de 1 MeV. De plus pour les densités correspondant à l'intérieur des noyaux ($k_F \sim 1.35 \text{fm}^{-1}$) ou leur surface ($k_F \sim 1 \text{fm}^{-1}$) on s'attend à ce que les effets relativistes ne conduisent qu'à de faibles corrections du résultat non relativiste. Comme le montre la Figure 1, ces attentes ne sont pas satisfaites par la théorie BHFB. Ceci semble indiquer qu'il est nécessaire de prendre en compte des corrections d'ordre supérieur. On peut d'ailleurs noter qu'on a déjà établi que c'est aussi le cas pour le canal d'appariement 1S .

Finalement, il apparaît qu'aujourd'hui nous ne disposons pas de méthode pour déduire des informations théoriques solides sur l'appariement $T=0$ à partir des interactions réalistes nucléon-

nucléon. Nous choisirons donc une approche phénoménologique pour sélectionner les caractéristiques de l'interaction d'appariement $T=0$ et celle de l'Hamiltonien qui lui correspond.

II-SITUATION EXPERIMENTALE -PREMIERS ELEMENTS

Des travaux déjà anciens de Schiffer [MS69, AS71] et de ses collaborateurs fournissent un point de départ utile. La figure 2 montre la valeur des éléments de matrice particule-particule obtenue par analyse des énergies d'excitation de noyaux « magiques + deux nucléons dans la même orbite du modèle en couche ». En abscisse, plutôt que le spin total des états les auteurs ont porté l'angle de couplage des deux spins individuels calculé selon la méthode semi-classique ($\theta_{12}=0^\circ \leftrightarrow$ spins alignés et spin total maximum ; $\theta_{12}=180^\circ \leftrightarrow$ spins anti-parallèles et spin total minimum). L'échelle horizontale est donc la même quelque soit l'orbite considérée. Le principe de Pauli impose que, pour une valeur donnée de l'isospin, seulement un spin sur deux soit accessible. En particulier, le spin minimal est nul dans le canal $T=1$ et vaut un dans le canal $T=0$. Dans la Figure 2, les ordonnées correspondent à l'énergie d'excitation de l'état moins l'énergie moyenne d'excitation de la bande.

Cette analyse phénoménologique conduit à un résultat remarquable : dans le diagramme ainsi défini les points expérimentaux de toutes les orbites se placent au voisinage de deux courbes universelles correspondant chacune à une valeur de l'isospin (sauf pour $J=0$ $T=1$).

Dans le canal $T=1$ (appariement de nucléons identiques) l'attraction se concentre sur la paire $J=0$ ($\theta_{12}=180^\circ$). Il s'agit de la paire usuelle dans laquelle les états (j, m) et $(j, -m)$ des deux nucléons supplémentaires sont occupés de façon identique. Pour des valeurs croissantes du spin total les paires sont bien moins et de moins en moins liées. Ces observations justifient la description de l'appariement neutron-neutron ou proton-proton ($T=1, |T_z|=1$) par un simple Hamiltonien de séniorité (qui ne considère que l'état $J=0$). La dispersion des points ($J=0, T=1$) sur l'axe des ordonnées montre toutefois une limitation de ce modèle pris trop strictement. (c.a.d. une seule intensité de force pour toutes les orbites)

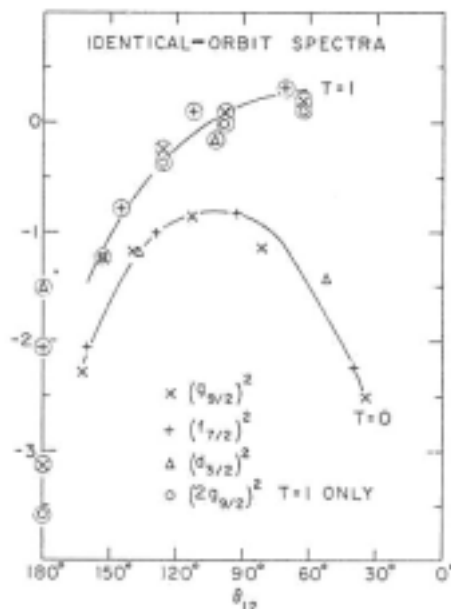


Fig. 2 Analyse phénoménologique des éléments de matrice d'appariement dans diverses orbitales en fonction du spin (voir texte) et de l'isospin T .

La courbe pour les données $T=0$ a un comportement très différent : l'attraction n'est pas concentrée sur un seul spin. La paire de plus grand spin ($J=2j$) est au moins aussi liée que celle de spin $J=1$. Pour cet isospin, il n'est donc pas légitime de ne considérer qu'un seul type de paire. Les approximations introduites en Section III, considéreront donc deux types de paires une pour les spins $2j$ et une pour le spin le plus bas. Cependant les conclusions de ces modèles simplifiés seront encore

entachées de l'erreur liée à la non prise en compte des spins intermédiaires. Les résultats de la Figure 1 suggèrent qu'elle devrait plus affecter les résultats du canal T=0 que ne le fait la seule considération de la paire J=0 pour l'isospin T=1.

La Figure 3 prolonge cette analyse phénoménologique. Sur le cas particulier de la couche f7/2, elle montre que pour l'essentiel, le comportement des éléments de matrice d'appariement en fonction du spin et de l'isospin peut être reproduit par une force effective à deux corps de type δ de Dirac (un paramètre pour chaque canal d'isospin). Ce résultat donne l'espoir d'obtenir une description microscopique unifiée des propriétés d'appariement en fonction du spin (A ce jour, elle reste largement à faire). De plus il conforte la supposition selon laquelle les paires qui jouent le rôle le plus important correspondent à deux nucléons dans un état de moment angulaire *orbital relatif* $l_{12}=0$. On peut toutefois remarquer que des analyses plus approfondies portant sur d'autres orbitales ont montré que l'interaction effective devait aussi inclure des composantes de plus faible intensité correspondant à une portée non nulle.

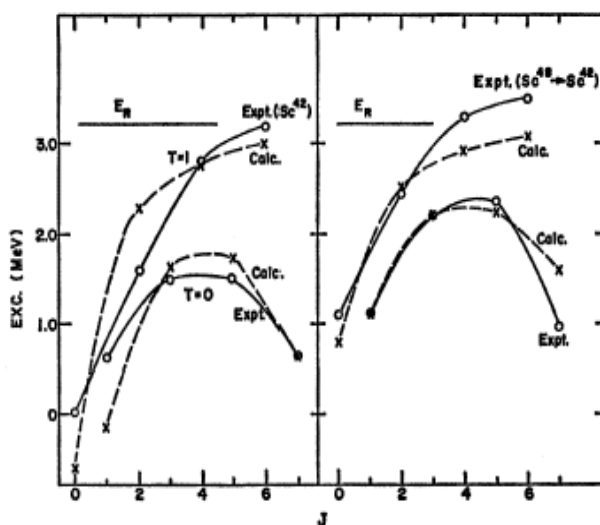


Fig. 3 Eléments de matrice d'appariement dans la couche f7/2 en fonction du spin et de l'isospin T. Comparaison des résultats d'une analyse phénoménologique (points et courbes en trait plein) avec un calcul utilisant une force de portée nulle (courbe en tirets).

Finalement la considération des Figures 2 et 3 montre qu'à l'exception de l'état J=0, T=1, l'attraction est plus intense pour T=0 que pour T=1 pour des nucléons dans des orbitales identiques. Il n'y aurait donc pas a priori de raison de négliger le canal T=0 comme cela est fait dans beaucoup d'analyses de type champ moyen. Pour le plus grand nombre de noyaux de masse moyenne et lourde la justification de cette pratique courante est que les orbitales neutron et proton à la surface de Fermi sont différentes. Dans ce cas l'appariement T=1 ($|T_z|=1, l_{12}=0$) est le seul en mesure d'être actif. Par contre pour les noyaux légers ou moyens proches de la ligne N=Z, l'approximation paraît mal fondée.

Continuons maintenant cette revue expérimentale par d'autres propriétés nucléaires globales. La Figure 4 montre les excès de masse des noyaux N=Z [Vo00]. Sur la courbe correspondant aux noyaux pairs (pour eux nous utiliserons l'abréviation « e-e ») on distingue les effets de couches pour A=16, 40 et 56. La courbe pour les noyaux impair-impair (abréviation « o-o ») est moins liée de quelques MeV. Cette observation ne diffère pas qualitativement ni même quantitativement de celle que l'on peut faire sur l'ensemble sur l'ensemble du tableau des isotopes. Pourtant elle peut être considérée comme surprenante compte tenu du paragraphe précédent. En effet, pour la région du tableau des isotopes moyens et lourds au voisinage de la stabilité, l'explication traditionnelle fournie pour le décalage des « surfaces » d'énergie e-e et o-o dans le plan N-Z est la présence (e-e) ou l'absence (o-o) d'appariement neutron *et* proton (les surfaces e-o et o-e pour lesquelles une espèce est appariée et l'autre non s'intercalent entre les surfaces e-e et o-o). Or, pour des noyaux o-o N=Z, cette explication n'apparaît plus valide puisque que les données de la Figure 2, montre qu'autant d'énergie

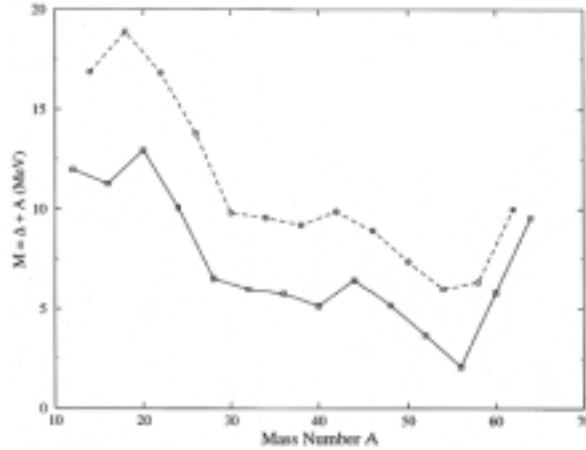


Fig. 4 Excès de masse des noyaux $N=Z$. La courbe en trait plein correspond aux noyaux pairs celle en tiret aux noyaux impair-impair.

de liaison peut être obtenue à partir de paires neutron-proton ($T=1$ et $T=0$, $T_z=0$) bâties sur le dernier nucléon de chaque espèce. En effet ceux-ci se trouvent dans des orbitales identiques et sont donc susceptibles de profiter d'une attraction de courte portée. La Figure 4 montre bien que l'évaluation de l'énergie de liaison supplémentaire que l'on peut escompter de la force $T=0$ ne s'obtient pas par un décompte aussi simple. C'est précisément un des mérites du modèle théorique présenté plus loin que de fournir une explication à cette apparente contradiction entre les données des Figures 2 et 4.

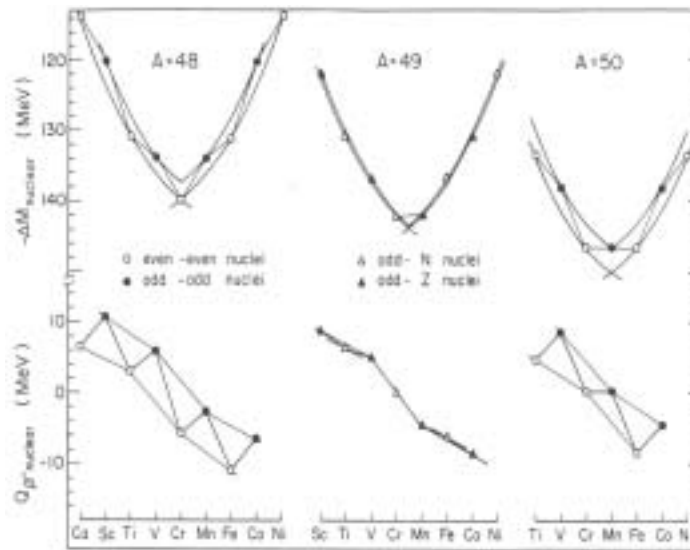


Fig. 5 Partie supérieure : coupes isobariques dans les surfaces d'excès de masse (voir texte) au voisinage de la ligne $N=Z$ pour $A=48, 49$ et 50 (MeV). Les points correspondent aux valeurs expérimentales corrigées d'une énergie de Coulomb. Les courbes sont des ajustements analytiques. Partie inférieure : Q_β (MeV) pour les mêmes noyaux.

La considération de l'évolution des excès de masse le long de lignes isobariques de part et d'autre de la ligne $N=Z$ met en évidence un comportement non analytique qu'on appelle l'effet Wigner. Celui-ci est par exemple visible dans la partie supérieure de la Figure 5 [Ze93] qui donne trois suites isobariques. Les excès de masse expérimentaux (points) sont corrigés de l'énergie de Coulomb par une formule analytique simple (type goutte liquide) de façon à ramener à $N=Z$ le minimum de chaque suite. On constate qu'on ne peut ajuster avec précision une seule parabole à l'ensemble des

points expérimentaux. Par contre un très bon ajustement est obtenu au moyen de deux paraboles. Comme les états fondamentaux des noyaux ont presque tous un isospin $T=|N-Z|$ (pour les quelques exceptions connues, toutes situées sur la ligne $N=Z$, voir plus loin) la discontinuité de pente observée correspond à un terme linéaire en T . Un ajustement global montre que les données sont bien reproduites par une formule du type $T(T+a)$ avec $1 < a < 1.3$ (l'assignation à cet effet du nom de Wigner renvoie au modèle des supermultiplets qui prédit un comportement en $T(T+4)$). Elle n'apparaît donc qu'à moitié justifiée, à moins que ce ne soit comme une illustration du proverbe selon lequel « On ne prête qu'aux riches ». Le comportement parabolique en T^2 ou $(N-Z)^2$ correspond à l'énergie d'asymétrie telle qu'on l'introduit dans la formule de la goutte liquide. Il apparaît aussi naturellement dans les calculs de matière nucléaire avec interaction effective sous forme d'un terme $(\rho_n - \rho_p)^2$ dépendant quadratiquement de la différence des densité neutrons et protons.

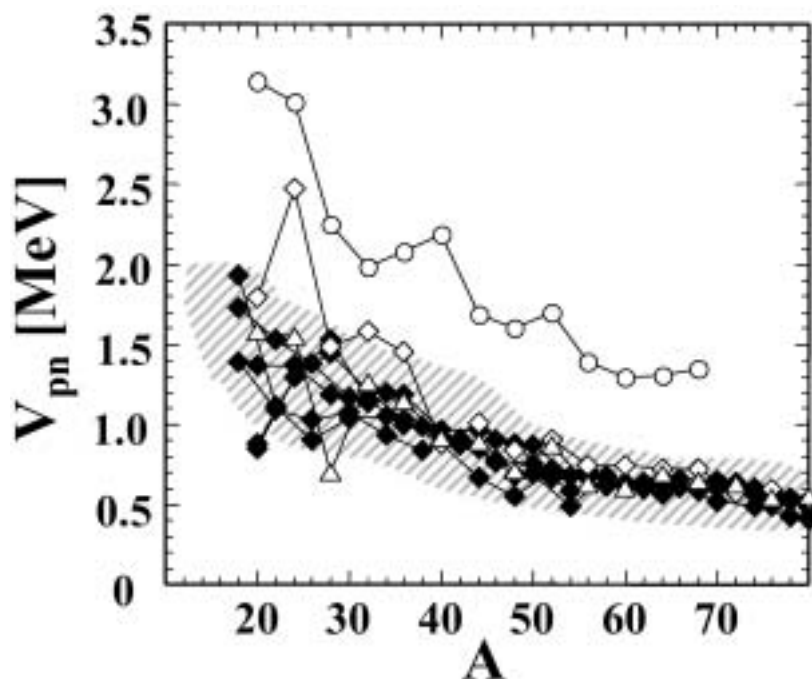


Fig. 6 Comparaisons des valeurs expérimentales et théoriques de l'élément de matrice d'interaction V_{pn} défini comme la seconde dérivée partielle croisée de l'énergie de liaison. Dans tous les cas la dérivée $V_{pn} \approx \frac{\partial^2 B}{\partial N \partial Z}$ est obtenue par une formule discrète à partir de quatre masses voisines. Les symboles blancs correspondent aux noyaux $N=Z$ (cercle : expérience ; triangle : théorie HF+BCS $T=1$ sphérique ; losange : HF+BCS $T=1$ déformé). La zone hachurée donne les valeurs expérimentales pour les noyaux $|N-Z|=2,4$ L'interaction effective de champ moyen est la force de Skyrme SIII.

La Figure 6 montre que les théories de champ moyen qui ne tiennent compte que de l'appariement entre nucléons de même espèce ne parviennent pas à reproduire l'effet Wigner. Les données montrent un accroissement de la valeur de l'élément de matrice d'attraction proton-neutron $V_{pn} = (B(N+2, Z+2) - B(N+2, Z) - B(N, Z+2) + B(N, Z))/4$ pour tous les noyaux $N=Z$ (cercles blancs) par rapport aux noyaux $|N-Z|=2$ et 4 (zone hachurée). Les calculs Hartree-Fock +BCS ($T=1, |Tz|=1$) qu'ils soient contraints aux formes sphériques (triangles blancs) ou permettent des déformations quadripolaires (losanges blancs) ne peuvent expliquer ce phénomène alors même qu'ils reproduisent bien les masses des noyaux $|N-Z|>0$ (losanges noirs).

Le terme manquant à ces théories de champ moyen $T=1$ a été paramétré de diverses façons comme une contribution dépendant de $|N-Z|$. Par exemple Jensen, Hansen et Jonson ont proposé d'écrire sa valeur absolue E_W sous la forme suivante :

$$(F1) \quad E_W = W(A)|N-Z| + d(A)\delta_{NZ}\pi_{pn} \quad W(A) \sim 47/A \text{ MeV}$$

où ($\delta_{NZ}=1$ si $N=Z$, 0 autrement) et ($\pi_{pn} = 0$ si e-e, 1 si o-o). La valeur de $d(A)$ est telle que pour les noyaux $N=Z$ impairs E_W est (approximativement) nulle. Cette formule comporte deux termes. Le premier proportionnel à $W(A)$ a le comportement non analytique en $N-Z$ recherché. Il servira plus bas à l'ajustement phénoménologique de l'intensité de l'appariement $T=0$. Le second terme (proportionnel à $d(A)$) rend compte du déficit de liaison des noyaux o-o $N=Z$ observable sur les Figures 4 et 5. Dans les sections suivantes on verra comment il peut se comprendre dans une théorie de champ moyen généralisée.

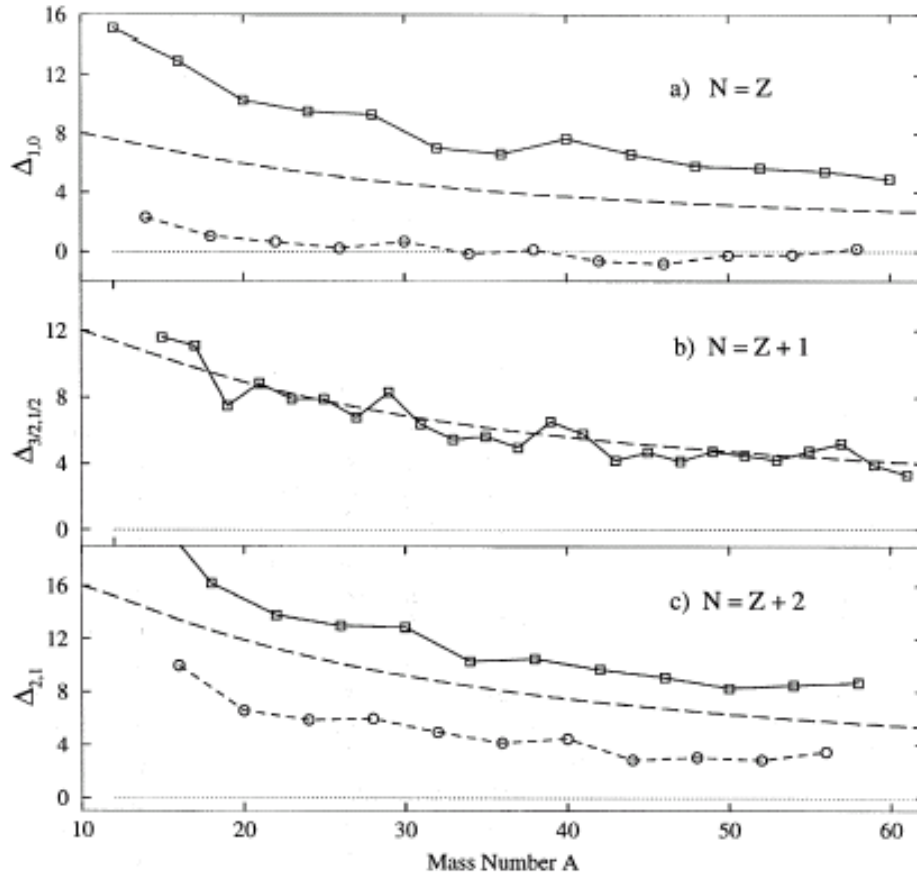


Fig. 7 Energie d'excitation d'isospin des noyaux au voisinage de la ligne $N=Z$. Dans chaque noyau l'énergie de référence est celle de l'état le plus bas d'isospin $T=|N-Z|$ et $\Delta=E_{|N-Z|+1}-E_{|N-Z|}$. Pour les noyaux $N=Z$ et $N=Z+2$ les symboles carrés correspondent aux noyaux e-e et les symboles cercles aux noyaux o-o.

Considérons maintenant les informations disponibles sur la spectroscopie d'isospin. La partie supérieure de la Figure 7 donne l'énergie d'excitation du premier état $T=1$ par rapport au premier état $T=0$ dans les noyaux $N=Z$. Là encore, on constate que les noyaux e-e et o-o diffèrent. De plus, on voit qu'il existe un petit nombre de noyau o-o de masse moyenne pour lesquels l'état fondamental a un isospin anormal égal à 1 (points pour lesquels $\Delta_{10}<0$). Les parties moyennes et inférieures de la Figure (que l'on pourrait compléter par toutes les autres lignes extraites du tableau des nuclides) montrent en effet que partout l'état fondamental a un isospin égal à $|N-Z|$. Toutefois, on constate que dans les noyaux o-o $N=Z+2$, l'énergie d'excitation d'isospin est plus faible que dans les noyaux e-e, à l'instar de ce qu'on observe le long de la ligne $N=Z$.

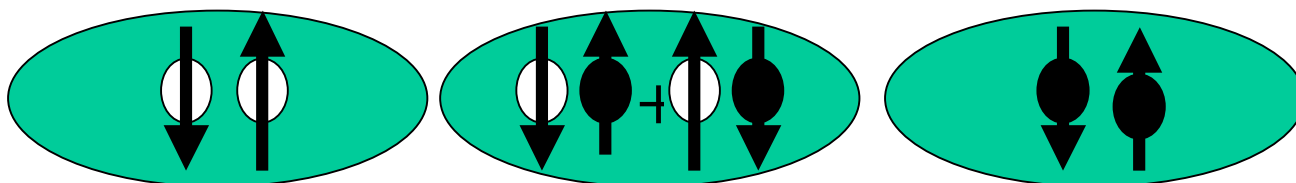
Une dernière information expérimentale intéressante concerne le spin des états fondamentaux des noyaux o-o N=Z. Lorsque leur isospin est égal à 1 le spin est nul. Par contre il est toujours non nul pour les états d'isospin nul. L'état fondamental des noyaux e-e N=Z a lui bien sûr un spin nul comme celui de tous les noyaux pairs. La Figure 7 montre aussi que son isospin est nul.

Nous discuterons plus loin d'autres données sur les noyaux N=Z concernant la spectroscopie à grand moment angulaire.

III-HAMILTONIEN BCS T=0 ET THEORIE DE CHAMP MOYEN GENERALISEE

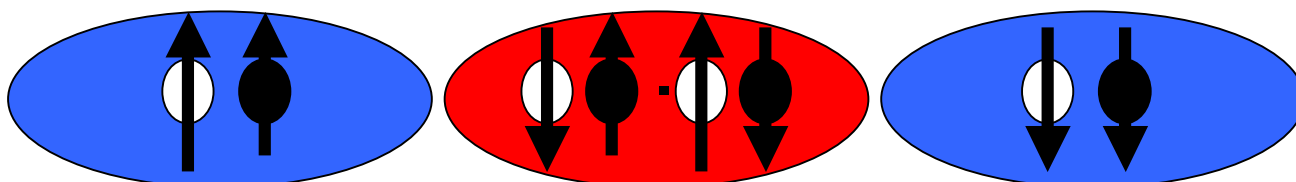
Avant d'écrire les différentes composantes du Hamiltonien d'appariement T=0 et 1, revenons sur la structure des paires. Nous considérons des noyaux N=Z et supposons que des orbitales neutron et proton de fonctions d'onde identiques qui sont à la base des paires. Examinons les conséquences du principe de Pauli dans le cas d'une force de portée nulle. La fonction d'onde orbitale relative de la paire est alors du type s, c'est à dire symétrique d'espace. Le principe de Pauli impose donc S+T=1.

Pour une paire singlet de spin, l'état est triplet d'isospin. Les trois paires possibles peuvent être schématisées ainsi :



Dans ces diagrammes, les flèches décrivent les spins, un cercle blanc un neutron et un cercle noir un proton. La première et la dernière paire ont donc une troisième composante d'isospin égale à +1 et -1 respectivement. La seconde paire est une combinaison symétrique de paires proton-neutron.

Pour les paires triplet de spin, l'isospin doit être nul. Les paires sont donc toutes de type n-p.



On a nouveau trois paires correspondant cette fois aux trois composantes du spin : l'Hamiltonien d'appariement correspondant à ces possibilités de paires peut donc s'écrire

$$(F2) \quad \hat{H}_{BCS} = \hat{H}^{t=1} + \hat{H}^{t=0} + \hat{H}^{t=0}$$

avec

$$(F3) \quad \hat{H}^{t=1} = G^{t=1} \sum_{t_2=-1}^{+1} P_{1t_2}^\dagger P_{1t_2}$$

$$(F4) \quad \hat{H}^{t=0} = G^{t=0} P_{00}^\dagger P_{00}$$

$$(F5) \quad \hat{H}^{t=0} = \tilde{G}^{t=0} \tilde{P}_{00}^\dagger \tilde{P}_{00}$$

Les opérateurs P de création de paires qui apparaissent dans (F3-5) sont définis à partir des opérateurs $a_{i\tau}$ de création de particules. Pour un noyau tel que la signature reste un bon nombre quantique (déformation quadripolaire par exemple), les orbitales peuvent être groupées en paires partenaires d'isospin indexées par les nombres quantiques i pour l'espace-spin et τ pour l'isospin (=1 pour neutron, -1 pour proton)

$$(F6) \quad \begin{aligned} i &= \text{nb. quantiques pour l'espace } \vec{r} \otimes \vec{s} \\ \tilde{i} &= \text{partenaire de signature de } i \end{aligned}$$

Les divers opérateurs de créations de paires s'écrivent alors

$$(F7) \quad P_{1\pm 1}^\dagger = \sum_{i>0} a_{i_n}^\dagger a_{i_p}^\dagger$$

pour les paires usuelles $T=1, |T_z|=1$ et

$$(F8) \quad P_{10}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i>0} (a_{i_n}^\dagger a_{i_p}^\dagger + a_{i_p}^\dagger a_{i_n}^\dagger)$$

pour la paire $T=1, |T_z|=0$.

Pour les paires $T=0$, on considère des paires proton-neutron dans lesquelles les spins sont soit anti-alignés (spin minimal)

$$(F8) \quad P_{10}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i>0} (a_{i_n}^\dagger a_{i_p}^\dagger - a_{i_p}^\dagger a_{i_n}^\dagger)$$

soit alignés (spin maximal)

$$(F9) \quad \tilde{P}_{00}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i>0} (a_{i_n}^\dagger a_{i_p}^\dagger + a_{i_p}^\dagger a_{i_n}^\dagger)$$

Pour cette dernière paire le signe – est aussi possible.

Dans l'esprit du champ moyen, on considère la transformation unitaire qui fait passer des opérateurs de particule $a_{i\tau}$ et de leur partenaires de signature aux opérateurs de quasi-particules $\alpha_{i\lambda}$ avec $\lambda=1,2,3$ et 4.

$$(F10) \quad a_i^\dagger = \begin{pmatrix} a_{i_p}^\dagger \\ a_{i_n}^\dagger \\ a_{i_p}^\dagger \\ a_{i_n}^\dagger \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \alpha_i^\dagger \\ \alpha_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_i & -V_i \\ -V_i^* & U_i^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i^\dagger \\ a_i \end{pmatrix} \quad \alpha_i^\dagger = \begin{pmatrix} \alpha_{i1}^\dagger \\ \alpha_{i2}^\dagger \\ \alpha_{i3}^\dagger \\ \alpha_{i4}^\dagger \end{pmatrix}$$

Dans cette transformation, les matrices U_i et V_i sont des matrices 4x4 dont on peut vérifier (voir [Go72]) qu'elles peuvent être choisies sous les formes suivantes en fonction de trois nombres réels u_i , v_{i1} et v_{i2} et d'un nombre complexe v_{i3} :

$$(F11) \quad U_i = u_i I_4 \quad V_i = \begin{pmatrix} 0 & v_{i1} & v_{i2} & v_{i3} \\ -v_{i1} & 0 & v_{i3}^* & -v_{i2} \\ -v_{i3} & -v_{i3}^* & 0 & v_{i1} \\ -v_{i2} & v_{i2} & v_{i1} & 0 \end{pmatrix}$$

Dans cette formule I_4 est la matrice unité de dimension 4.

En accord avec la théorie HFB standard, la matrice densité à un corps dans le sous espace $i\tau$ de dimension 4 s'écrit

$$(F12) \quad \rho_i = V_i^\dagger V_i = \bar{v}_i^2 I_4 \quad \bar{v}_i^2 = v_{i1}^2 + v_{i2}^2 + |v_{i3}|^2$$

alors que le tenseur d'appariement dans ce même sous espace est donné par

$$(F13) \quad \kappa_i = V_i^\dagger U_i$$

Nous nous sommes placés dans la situation simplifiée qui généralise BCS. Le cas plus général qui correspond à Hartree-Fock-Bogoliubov (voir un exemple de calcul plus loin) conduit à des formules très similaires qui cette fois impliquent des matrices U_i et V_i de dimension 4Ω où Ω est le nombre d'orbitales i .

De fait, on recherche les valeurs des paramètres u_i et v_{i1}, v_{i2}, v_{i3} qui minimisent l'énergie totale définie comme valeur moyenne de l'Hamiltonien total dans l'état à N corps qui est le vide des quasi-particules $\alpha_{i\lambda}$. En plus du terme de BCS (F2), l'Hamiltonien total inclut le potentiel de particule individuelles (énergies ϵ_i) et éventuellement un terme de cranking. On calcule donc l'énergie totale :

$$(F14) \quad \mathcal{E} = \left\langle \sum_{i>0} \epsilon_i (a_{in}^\dagger a_{in} + a_{ip}^\dagger a_{ip} + a_{in}^\dagger a_{in} + a_{ip}^\dagger a_{ip}) + H_{BCS} (+\omega J_x) \right\rangle$$

et on la minimise (après adjonction d'une contrainte sur les nombres de neutrons et de protons $N=Z=A/2$) par rapport aux paramètres u_i et v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}

$$(F15) \quad \delta(\mathcal{E} - \lambda \langle \hat{N} + \hat{Z} \rangle) = 0$$

Bien qu'un peu fastidieux, le calcul est techniquement simple. Il conduit à un système d'équations auto-compatibles très proche des équations BCS usuelles ; à savoir :

$$(F16) \quad \bar{v}_i^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_i - \lambda}{E_i} \right) \quad E_i = \sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}$$

où le paramètre de Lagrange λ est l'énergie de Fermi déterminée par la contrainte sur le nombre de nucléons et les quantités ϵ_i sont données par :

$$(F17) \quad \epsilon_i = \epsilon_i - 4\bar{G}\bar{v}_i^2 \quad \bar{G} = 3G^{t=1} + G^{t=0} + \tilde{G}^{t=0}$$

alors que le gap Δ est égal à

$$(F18) \quad \Delta^2 = \Delta_{1\pm 1}^2 + \Delta_{10}^2 + \Delta_0^2 + \tilde{\Delta}_0^2$$

avec

$$(F19) \quad \begin{aligned} \Delta_{1\pm 1} &= G^{t=1} \sum_{i>0} u_i v_{i2} & \Delta_0 &= G^{t=0} \sum_{i>0} u_i \Im v_{i3} \\ \Delta_{10} &= G^{t=1} \sum_{i>0} u_i \Re v_{i3} & \tilde{\Delta}_0 &= \tilde{G}^{t=0} \sum_{i>0} u_i v_{i1} \end{aligned}$$

Le premier de ces quatre gaps est le gap usuel $T=1, |T_z|=1$, le second (première colonne) le gap neutron-proton $T=1, |T_z|=0$. Les deux autres correspondent au canal $T=0$ dans les versions anti-

alignées et alignées. Tous ces gaps s'ajoutent quadratiquement pour donner le gap total Δ en accord avec la formule (F18).

Avant de présenter les résultats numériques de ce modèle, on peut remarquer que si $i\tau$ et son partenaire de signature sont des états propres du moment angulaire tels que

$$(F20) \quad \text{Si } \begin{matrix} i \\ \tau \end{matrix} \text{ correspond à un état propre de } \hat{J}_z \quad \begin{matrix} m_i \\ -m_i \end{matrix}$$

et si $R_z(\vartheta)$ est l'opérateur de rotation d'angle ϑ autour de l'axe z on a

$$(F21) \quad R_z(\vartheta) \begin{pmatrix} a_{i\tau}^\dagger a_{i\tau} \\ a_{i\tau}^\dagger a_{i-\tau} \\ a_{i\tau} a_{i\tau} \\ a_{i\tau} a_{i-\tau} \\ a_{i\tau}^\dagger a_{i-\tau} \\ a_{i\tau}^\dagger a_{i\tau} \end{pmatrix} R_z^{-1}(\vartheta) = \begin{pmatrix} a_{i\tau}^\dagger a_{i\tau} \\ a_{i\tau}^\dagger a_{i-\tau} \\ a_{i\tau} a_{i\tau} \\ a_{i\tau} a_{i-\tau} \\ e^{2im_i\vartheta} a_{i\tau}^\dagger a_{i-\tau} \\ e^{-2im_i\vartheta} a_{i\tau}^\dagger a_{i\tau} \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \tau = 1 = n \\ \tau = -1 = p \end{cases}$$

Les deux dernières lignes de cette égalité montrent que la symétrie axiale ne peut être préservée dans une solution self consistante que si la valeur moyenne de l'opérateur $\hat{P}_{00}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i>0} (a_{i,n}^\dagger a_{i,p}^\dagger + a_{i,p}^\dagger a_{i,n}^\dagger)$ est nulle, c'est à dire si la valeur de $\tilde{G}^{t=0}$ est nulle.

Comme la Figure 2 montre qu'il n'y pas à priori de raison physique pour que ce soit le cas, les solutions présentant de l'appariement dans le canal $T=0$ seront triaxiales.

Le formalisme ci-dessus peut s'étendre de façon simple pour inclure les corrections au formalisme BCS au moyen de la prescription de Lipkin-Nogami. Celle-ci permet de prendre en compte (approximativement) les ordres supérieurs d'une projection de la fonction d'onde sur un état ayant le bon nombre de nucléons.

La question qui se pose maintenant est le choix du rapport des intensités $\tilde{G}^{t=0}$ et $\tilde{G}^{t=1}$ dans le canal $T=0$ par rapport à celle dans le canal $T=1$. Selon la Figure 2 on doit s'attendre à des rapports voisins de un. Dans les calculs disponibles à ce jour on fait très souvent le choix de négliger l'un ou l'autre des deux canaux $T=0$ (sans raison vraiment plus forte que la volonté de simplifier les traitements numériques voire de permettre une résolution analytique). Tout se passe donc alors comme si on assignait au seul canal conservé, toute l'intensité du canal $T=0$.

Une première analyse dans cet esprit a été faite par Satula et Wyss considérant le noyau ^{48}Cr , supposant $\tilde{G}^{t=0}$ nul et en étudiant les solutions BCS pour les états de particules d'un potentiel de Woods-Saxon en fonction du rapport

$$(F22) \quad X = \tilde{G}^{t=0} / \tilde{G}^{t=1}$$

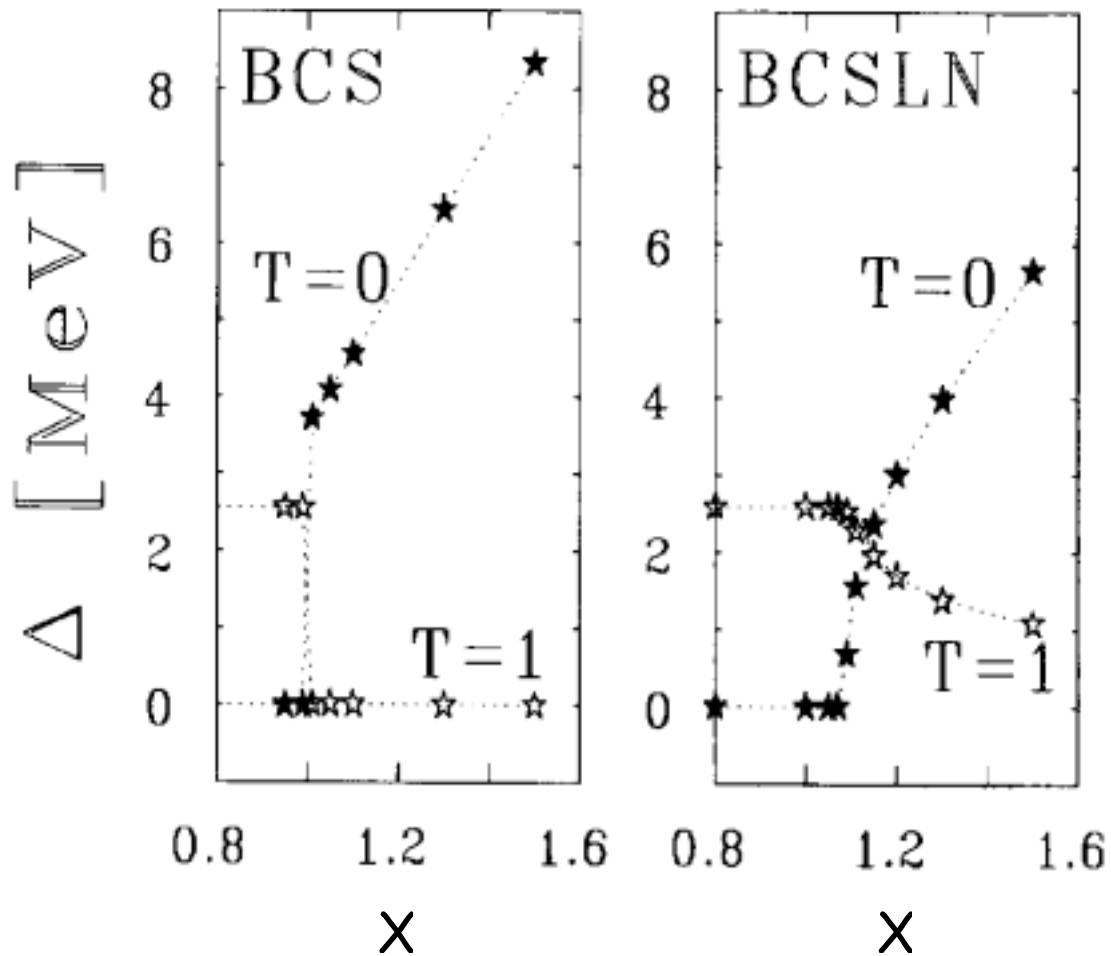


Fig. 8 Gaps d'appariement dans les canaux $T=0$ et $T=1$ en fonction du rapport X de l'intensité des forces BCS dans ces deux canaux (Voir Eq. F22). La figure de gauche correspond au formalisme BCS décrit dans ce cours. La figure de droite inclut en outre des corrections par la prescription de Lipkin et Nogami.[SW97]

Dans les équations variationnelles, les paramètres v_{i1}, v_{i2} et v_{i3} sont indépendants (en fait pour le calcul que nous décrivons, on peut vérifier que v_{i3} est identiquement nul). La Figure 8 montre que selon la valeur du rapport X , l'appariement se concentre dans un seul des canaux d'isospin : le canal $T=1$ pour $X < 1$ et le canal $T=0$ pour $X > 1$. Le phénomène est flagrant pour le modèle BCS avec une transition brutale. Ceci a conduit à certains à conjecturer que l'appariement ne pouvait qu'être soit $T=0$, soit $T=1$. Pour motiver cette conjecture, il était remarqué que si un nucléon participait à une paire avec un proton, il ne pouvait simultanément s'apparier à un neutron (à voile ou à vapeur, pourquoi pas ? mais pas en même temps !). De fait, même s'il s'agit d'une limitation bien réelle (ajouter un canal d'appariement crée des possibilités supplémentaires d'appariement mais n'augmente pas la disponibilité potentielle d'un nucléon car on doit toujours avoir $v_{i1}^2 + v_{i2}^2 < 1$), la mécanique quantique n'interdit pas une solution mixte qui se manifeste ici par le fait que v_{i1} ($T=0$) et v_{i2} ($T=1$) sont non nuls en même temps. C'est ce que démontre la solution BCS+Lipkin-Nogami qui est qualitativement et quantitativement très similaire à la solution BCS mais pour laquelle la transition est progressive et le pairing ne disparaît jamais complètement dans le canal $T=1$.

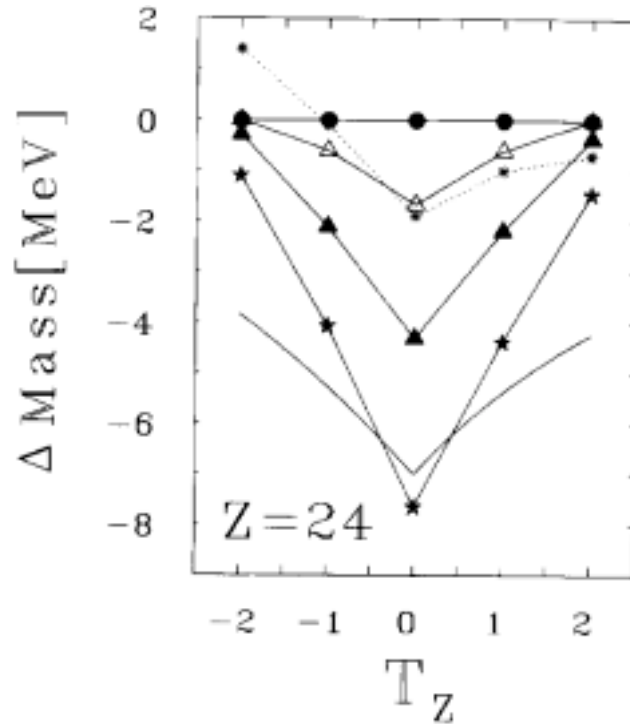


Fig. 9 Accroissement d'énergie de liaison en fonction du paramètre X (voir Eq. F22) pour cinq noyaux $A=48$ de part et d'autre de la ligne $N=Z$ ($-2 \leq T_z \leq 2$). Les cercles noirs, triangles blancs, triangles noirs et étoiles correspondent à des valeurs de X égales à 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 respectivement. La courbe sans symboles est l'ajustement phénoménologique de Myers et Swiatecki et la courbe en pointillé montre ce que prédit un calcul Thomas Fermi.

Sur la base de tels calculs conduits pour les noyaux voisins du ^{48}Cr , Satula et Wyss ont obtenu les résultats de la Figure 9. En ordonnée, elle donne la différence entre les énergies de liaison calculées avec de l'appariement ($T=0$ et 1) d'une part et $T=1$ seulement d'autre part. L'analyse phénoménologique de Myers et Swiatecki fournit une référence proche de l'expérience. Selon Satula et Wyss la courbe Thomas-Fermi donne une indication de ce qu'on peut escompter de la self-consistance du potentiel associée à une force effective particule-trou. L'intensité de l'appariement $T=0$ est donc choisie de façon à reproduire la différence entre ces deux courbes. On constate que c'est approximativement le cas pour une valeur de X égale à 1.3 donc proche de un comme on l'escomptait. On peut donc dire que la force d'appariement neutron-proton $T=0$ offre une explication de l'effet Wigner.

IV PROPRIETES ROTATIONELLES

La Figure 2 suggère un autre type de signature pour l'appariement $T=0$. En effet, alors que l'appariement $T=1$ se concentre sur l'état de spin le plus bas ($J=0$), la force du canal $T=0$ est répartie sur tous les spins. En particulier, les paires de spin 1 et de spin maximal sont aussi liées l'une que l'autre. Or cette dernière ne devrait pas être autant sensible aux effets d'antipairing de Coriolis que les paires bâties sur des spins individuels anti-alignés ($T=1, J=0$ et $T=0, J=1$).

Une illustration de cet effet est fournie par les résultats de la Figure 10[WS01]. Il s'agit d'un calcul modèle en couche du ^{44}Sc avec force de portée nulle (force δ) et avec cranking dans lequel on considère que les deux neutrons et les deux protons sont confinés à la couche $f7/2$. En ordonnée est portée Δ_{JT} une quantité qui correspond au gap d'appariement par canal de spin J et d'isospin T (ainsi que la somme par canal d'isospin). Pour $T=1$, le comportement est bien celui prévu pour un antipairing de Coriolis : pour des fréquences de rotation ω faibles l'essentiel de l'attraction est

concentrée sur le spin $J=0$. A grand moment angulaire l'appariement $T=1$ disparaît. Par contre un comportement très différent s'observe dans le canal $T=0$

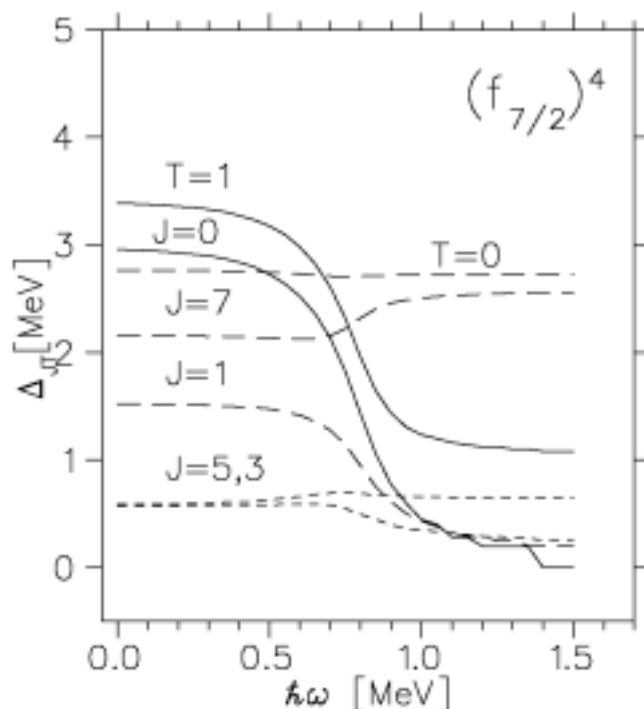


Fig. 10 Gaps d'appariement pour chaque canal spin isospin pour le noyau ^{42}Sc en fonction de la fréquence de rotation (voir texte).

La contribution majeure est fournie par le spin maximal ($J=7$). Celle du spin 1, de valeur à peu près égale à basse fréquence, décroît en fonction de ω par suite des effets de Coriolis. Par contre celle associée à $J=7$ augmente légèrement. Les contributions plus faibles des autres spins dépendent peu de ω . Les résultats de ce calcul modèle confortent donc l'espoir de détecter des comportements originaux liés à l'appariement $T=0$ dans les bandes rotationelles des noyaux $N=Z$.

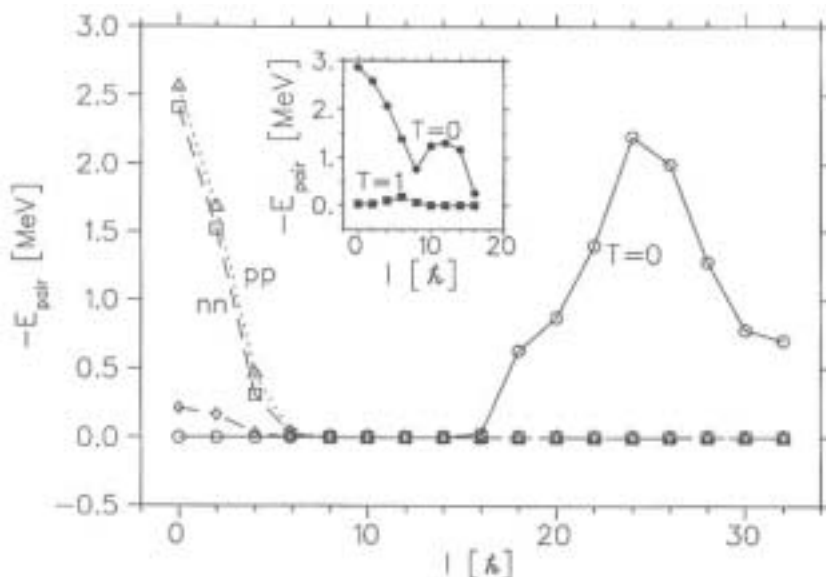


Fig. 11 Calcul HFB avec cranking. Force de champ moyen SIII, d'appariement δ dépendant de la densité. Energie d'appariement dans diverses bandes rotationelles en fonction du moment angulaire total.

Il existe beaucoup de calculs HFB effectués dans des espaces de valence [Go00]. Malheureusement ces espaces sont si restreints que la description de bandes superdéformées voire

seulement très déformées n'est pas bonne. Les calculs microscopiques HFB réalistes de l'appariement $T=0$ sont donc rares compte tenu de la difficulté des calculs (calcul sur réseau ou avec de très grands espaces de valence) et du grand nombre de bandes qu'il est nécessaire d'explorer. La Figure 11 présente les résultats de [TW98] obtenus par un calcul HFB avec discrétisation des fonctions d'onde orbitales dans l'espace $x-y-z$. La force utilisée pour le champ moyen est la force de Skyrme SIII et celle pour l'appariement une force δ agissant dans les canaux $T=0$ et $T=1$ avec la même intensité. On constate que dans les bandes $T=1$ qui sont Yrast à bas spin, l'énergie d'appariement décroît pour disparaître pour $J=8$. Par contre, une solution non triviale avec appariement $T=0$ apparaît pour $J>16$. Le pairing est même croissant jusqu'au spin 24. Des solutions

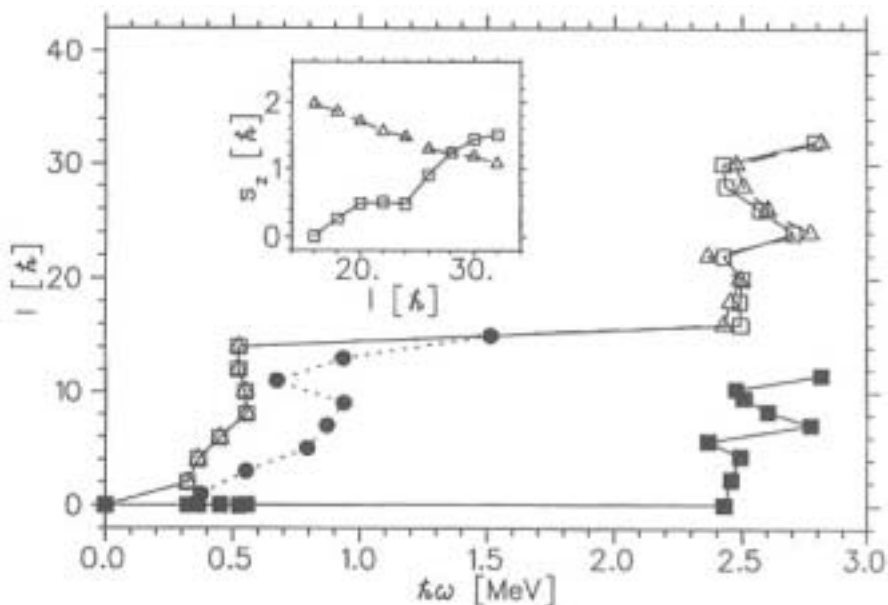


Fig. 12 Calcul HFB avec cranking. Force de champ moyen SIII, d'appariement δ dépendant de la densité. Moment angulaire total en fonction de la fréquence de rotation ω

avec les deux types d'appariement simultanément existent aussi. La Figure 12 présente les mêmes résultats dans un diagramme d'alignement typique (ω , I). On constate que le canal $T=0$ est le seul qui permette d'atteindre de grandes valeurs du spin.

Actuellement les recherches expérimentales de l'appariement $T=0$ dans des bandes rotationelles se concentrent sur le phénomène dit du retard d'alignement. Les résultats d'un calcul schématique de type Woods-Saxon+BCS avec cranking (TRS) présentés sur la Figure 13 en fournissent une illustration par trois diagrammes d'alignement. Celui correspondant au seul appariement $T=1$ (Eq. F3) montre un alignement pour $\hbar\omega=0.4$. Lorsqu'on tient compte de l'appariement $T=0$ dans le seul canal de bas spin (Eqs. F3+F4) on constate que l'alignement est reporté à $\hbar\omega=0.6$. Par contre lorsque le canal pairing $T=0$ de haut spin est considéré (Eqs. F3+F5), l'alignement se fait sans aucune discontinuité. En effet, dans ce cas, il n'est pas besoin de rompre des paires. Il suffit d'aligner progressivement les spins de paires de nucléons co-alignés (paires de spin maximal) le long de l'axe de rotation collectif. Si on tient compte de ce que dans la nature les deux types d'appariements $T=0$ et le pairing $T=1$ existent simultanément (Eq. F3+F4+F5), on conçoit que le retard d'alignement n'est une signature ni nécessaire ni suffisante de l'existence de pairing $T=0$. On notera en outre que ce retard ne peut être défini que par référence à un autre noyau pour lequel on aurait la certitude que seul le canal $T=1$ est à considérer. Dans tous les cas la confrontation à un calcul sera nécessaire amoindrissant ainsi le caractère expérimental de la preuve.

De premières indications sont cependant déjà disponibles [An97, Fi01] pour les noyaux ^{72}Kr

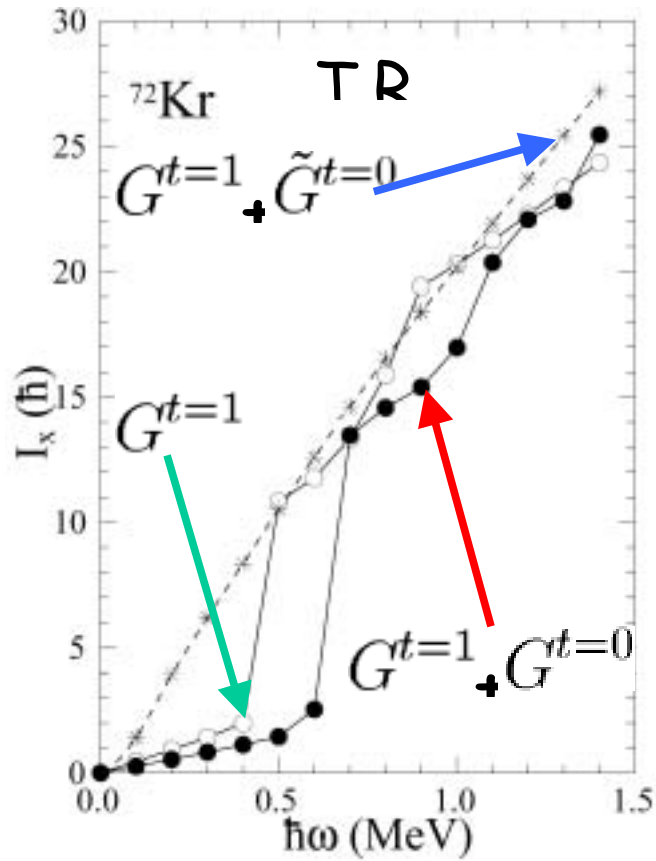


Fig. 13 Diagramme d'alignement du ^{72}Kr calculé avec la méthode du cranking et trois Hamiltoniens de BCS .

et ^{88}Ru . Par exemple, la Figure 14 [Fi01] montre qu'au moins pour le ^{72}Kr l'alignement se produit pour une valeur de ω plus grande que pour les isotopes voisins. Les résultats actuels ne permettent pas de conclure pour les Sr et Zr.

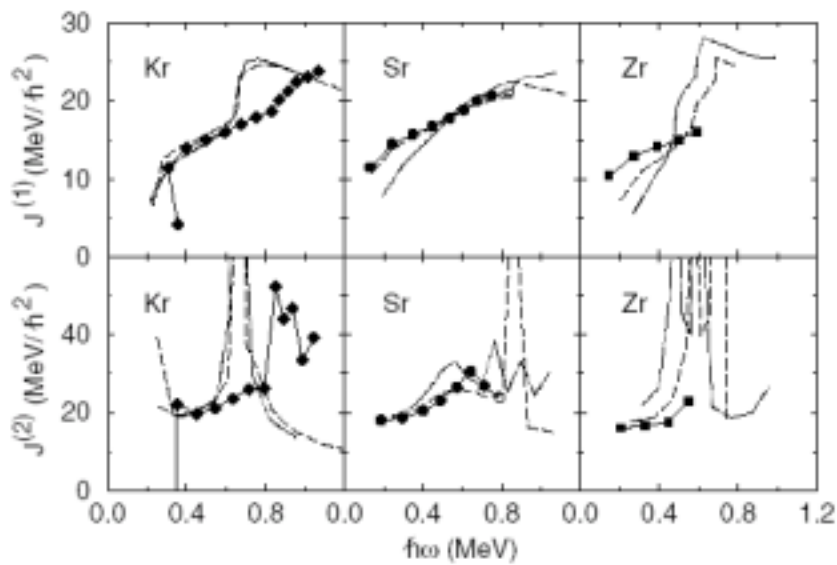


Fig. 14 Moments d'inertie statique (haut) et dynamique (bas) de noyaux $N=Z$ (points) comparés aux isotopes $N=Z+2$, $N=Z+4$ (courbes trait plein et tirets) .

V CHAMP MOYEN GENERALISE : ISOCRANKING

Dans cette Section nous présentons la méthode de l'isocranking ou du cranking d'isospin qui a connue un regain d'intérêt à la suite des travaux de Satula et Wyss [SW01]. Cette méthode explore plus avant les potentialités du champ moyen en considérant les excitations collectives d'isospin engendrées par l'opérateur $\omega_\tau t_x$. Formellement, l'isocranking s'apparente donc beaucoup au cranking sur le moment angulaire. Toutefois, alors que le cranking au moyen de j_x est surtout utilisé pour l'étude des bandes rotationnelles à grand moment angulaire (c'est d'ailleurs pour elles que la méthode est la mieux justifiée théoriquement), les applications décrites dans cette Section concernent les petites valeurs de l'isospin ($T=0, 1$ et 2). Une autre justification que l'on peut avancer à l'isocranking (comme au cranking) est qu'il peut être assimilé à une approximation au premier ordre de la projection approchée sur l'isospin [RS80].

Satula et Wyss ont commencé leur analyse par un modèle extrêmement simple qui cependant permet de déterminer certaines de propriétés essentielles des bandes d'isocranking. Ce premier modèle ne prend en compte aucun effet d'appariement. Il suppose de plus que le potentiel moyen d'un noyau $N=Z$ possède la symétrie de signature et engendre un spectre régulier d'espacement δe constant.

$$(F23) \quad e_i = \delta e i$$

$$(F24) \quad \hat{H}^{\omega_\tau} = \hat{H}_{sp} - \hbar \omega_\tau \hat{t}_x$$

C'est à ce potentiel que l'on ajoute un champ de contrainte. En l'absence de celle-ci chaque niveau est quadruplement dégénéré (deux partenaires de signature pour les neutrons et deux pour les protons). L'opérateur d'isocranking $\hbar \omega_\tau \hat{t}_x$ lève partiellement cette dégénérescence par rapport aux deux paires (une par signature) d'états combinaisons linéaires des projections d'isospin n et p :

$$(F25) \quad |\pm\rangle = 1/\sqrt{2} (|n\rangle \pm |p\rangle)$$

V.a MODELE SANS APPARIEMENT

V.a.1 Noyaux $N=Z$ pairs ; Isospin total pair

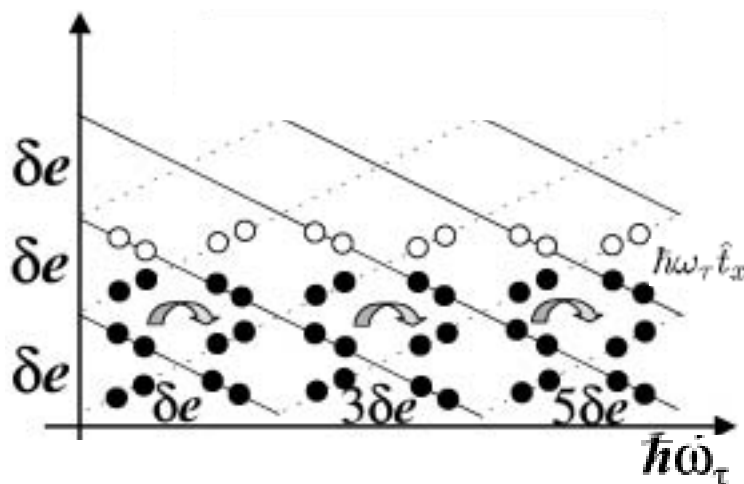


Fig. 15 Remplissage dans le modèle simplifié d'isocranking pour un noyau $N=Z$ e-e. Solution d'isospin total pair. Les états $|+\rangle$ (voir Eq. F25) correspondent aux lignes en trait plein. Les états $|-\rangle$ correspondent aux lignes en trait pointillé.

Avec la convention de signe choisie pour le terme de contrainte, les énergies individuelles des états $|+\rangle$ décroissent en fonction de ω_τ alors que celles des états $|-\rangle$ augmentent. Sur la Figure 15, on suit en fonction de ω_τ le remplissage « Yrast d'isospin » d'un noyau qui dans son état fondamental ($\omega_\tau=0$) est dans l'état $T=0$ le plus bas. Les croisements de niveaux pour lesquels s'opère un changement de configuration correspondent à des fréquences d'iso-rotation espacées de $2\delta e$

$$(F26) \quad \hbar\omega_\tau^{(c)} = \delta e, 3\delta e, \dots, (2n - 1)\delta e \rightarrow T = 0, 2, 4, \dots, 2n$$

A chaque fois, il y a un accroissement de deux unités de l'isospin total. Le diagramme de la Figure 15 ne correspond donc qu'aux états d'isospin pair de noyaux e-e $N=Z$ pairs. On peut alors calculer l'énergie totale qui en accord avec (F24) est définie par

$$(F27) \quad E \equiv E^\omega + \hbar\omega_\tau T_x \rightarrow E = \frac{1}{2}\delta e T_x^2$$

On vérifie que l'énergie est aussi une fonction en escalier avec des paliers pour les mêmes valeurs de la fréquence d'isrotation (F26). Elle peut donc s'écrire comme une fonction de l'isospin de l'isospin total. C'est la formule donnée dans la seconde partie de l'équation (F27). On a donc la valeur $\Theta_{\text{is}} = \frac{1}{\delta e}$ pour l'« isomoment » d'inertie :

V.a.2 Noyaux $N=Z$ pairs ; isospin total impair

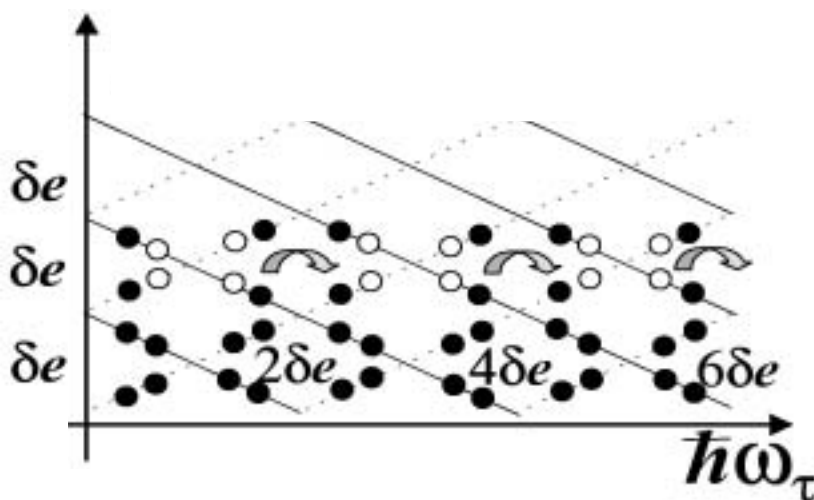


Fig. 16 Remplissage dans le modèle simplifié d'isocranking pour un noyau $N=Z$ e-e. Solution d'isospin total impair.

Pour un noyau $N=Z$ pair la configuration d'isospin 1 à $\omega_\tau=0$ est obtenue par la promotion d'un nucléon dans la configuration $|-\rangle$ vers la configuration $|+\rangle$ d'énergie d'excitation δe . Le diagramme de la Figure 16 montre comment cette configuration s'ajuste suivant l'intensité de l'isocranking. Les croisements conduisant à une réorganisation du remplissage interviennent aux fréquences

$$(F28) \quad \hbar\omega_\tau^{(c)} = 2\delta e, 4\delta e, \dots, 2n\delta e \rightarrow T=1,3, \dots, 2n+1$$

et engendrent une séquence d'isospin impairs. La bande isospin correspondante débute à l'énergie δe et croît en escalier de sorte que l'on peut encore l'écrire comme fonction de l'isospin total

$$(F29) \quad E = \frac{1}{2}\delta e + \frac{1}{2}\delta e T_x^2$$

Dans ce modèle, les bandes d'isospin pair et impair ont donc le même moment d'inertie et le décalage des bandes paires et impaires vaut $\Delta E = E_{T=1} - E_{T=0} = \delta e$.

Finalement on remarquera que les solutions T impair brisent le renversement du sens du temps puisque les remplissages d'orbitales partenaires de signature ne sont pas identiques. Ce résultat est en accord avec l'observation d'un spin total non nul pour les états d'isospin T=1 des noyaux e-e N=Z.

V.A.3 Noyaux N=Z impairs ; isospin total impair

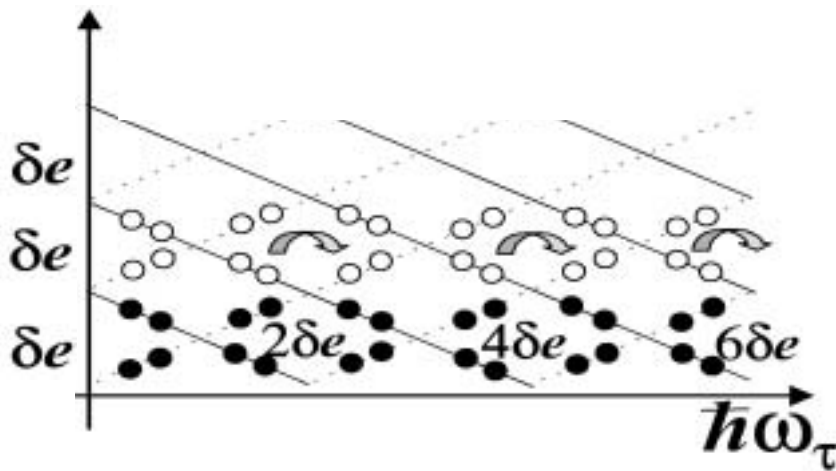


Fig. 17 Remplissage dans le modèle simplifié d'isocranking pour un noyau N=Z o-o. Solution d'isospin total impair.

A fréquence nulle d'isocranking, pour un noyau N=Z impairs, le fondamental est trois fois dégénéré. En effet la dernière orbitale est à moitié remplie. On peut soit remplir les deux états $|+\rangle$ et obtenir un isospin T=1 pour $\omega_\tau=0$ soit remplir un état $|+\rangle$ et un état $|-\rangle$ pour un isospin total T=0 (le remplissage des deux états $|-\rangle$ pour T=1 est peu intéressant). Etudions la bande isorotationnelle issue de la première configuration. Les réorganisations de remplissage interviennent pour les fréquences :

$$(F30) \quad \hbar\omega_\tau^{(c)} = 2n\delta e \rightarrow T=1,3,\dots,(2n+1)$$

L'isospin (F30) et l'énergie (F31) croissent par paliers et sont reliés entre eux par la formule

$$(F31) \quad E = -\frac{1}{2}\delta e + \frac{1}{2}\delta e T_x^2$$

Le moment d'inertie est encore égal à $1/\delta e$.

Comme le remplissage initial est invariant de signature, il n'y a pas brisure de la symétrie par renversement du sens du temps. On s'attend donc à ce que le spin total soit nul conformément à l'observation expérimentale.

V.a.4 Noyaux N=Z impairs ; isospin total pair

Le remplissage initial correspondant à la bande iso-rotationnelle d'isospin pair évolue comme indiqué par la Figure 18. Les croisements interviennent pour les fréquences

$$(F32) \quad \hbar\omega_{\tau}^{(c)} = (2n - 1)\delta e \rightarrow T=0,2,\dots,2n$$

et donnent une suite d'isospin pairs

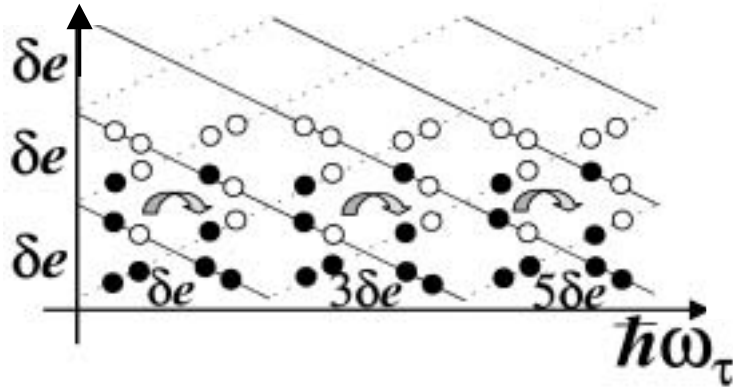


Fig. 18 Remplissage dans le modèle simplifié d'isocranking avec le remplissage d'un noyau N=Z o-o. Solution d'isospin total pair.

La relation énergie-isospin de cette bande est

$$(F33) \quad E = \frac{1}{2}\delta e T_x^2$$

On remarque que la solution T=0 pour des noyaux o-o N=Z T=0 brise la symétrie de renversement du sens du temps et correspond donc à un spin non nul comme observé.

Comme noté en V.c les têtes des bandes paires et impaires sont dégénérées. Les données de la partie supérieure de la Figure 7 sur les noyaux N=Z impairs montrent que c'est presque le cas pour les masses moyennes contrairement aux noyaux pour lesquels N et Z diffèrent. Nous verrons en Section V.c l'amélioration de cette prédiction qui résulte de la prise en compte de l'appariement et d'un spectre de particule individuelles plus réaliste.

V.b ISOCRANKING EN PRESENCE D'APPARIEMENT T=1

Pour mettre clairement en évidence la contribution spécifique de l'appariement T=0, Satula et Wyss ont effectué des calculs dans le même espace modèle que celui considéré en Section V.a en introduisant une force d'appariement dans le seul canal T=1 |Tz|=1. Le calcul reste possible par des méthodes analytiques très simples (diagonalisation de matrices 2x2). La Figure 19 présente le résultat du calcul pour un noyau e-e et différentes valeurs du rapport Δ/e mesurant l'intensité de l'appariement. Comme on s'y attend, l'introduction de l'appariement supprime les discontinuités d'évolution de l'isospin et conduit à un iso-alignement régulier dès que le gap est de l'ordre de l'espacement entre niveaux individuel. Par contre on constate que le moment d'inertie reste égal à la valeur obtenue dans le modèle sans corrélations c'est à dire : $\mathcal{I}_{sp} = \frac{1}{4e}$. On peut donc conclure que l'appariement T=1 |Tz|=1 n'apporte pas de modification particulières aux propriétés isorotationnelles

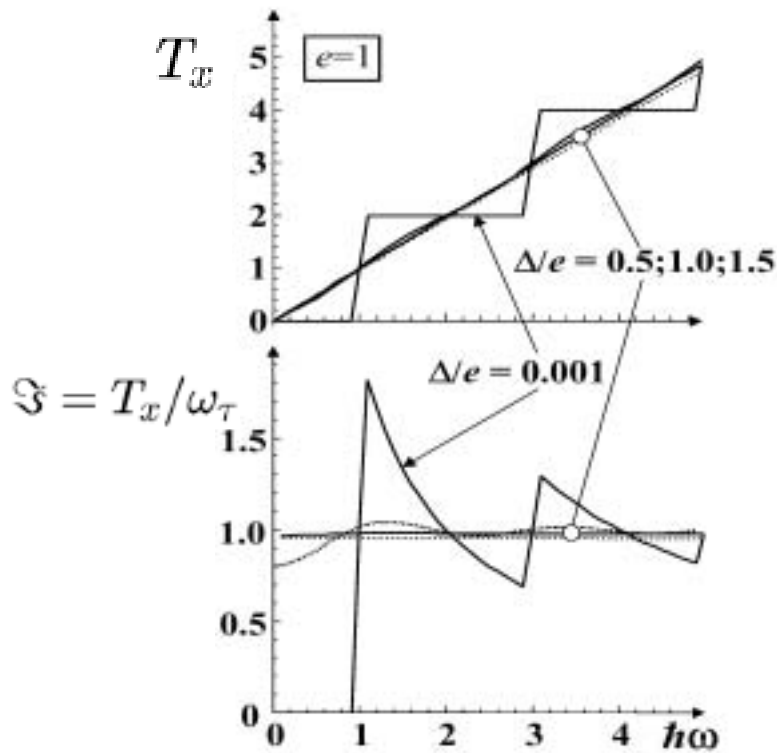


Fig. 19 Diagramme d'alignement (haut) et moment d'inertie (bas) dans un modèle simplifié (voir texte) pour différentes valeurs du gap d'appariement dans le canal T=1.

d'un modèle sans pairing

V.c ISOCRANKING EN PRESENCE D'APPARIEMENT T=0 ET T=1

V.c.1 Modèle et détermination de l'intensité d'appariement T=0

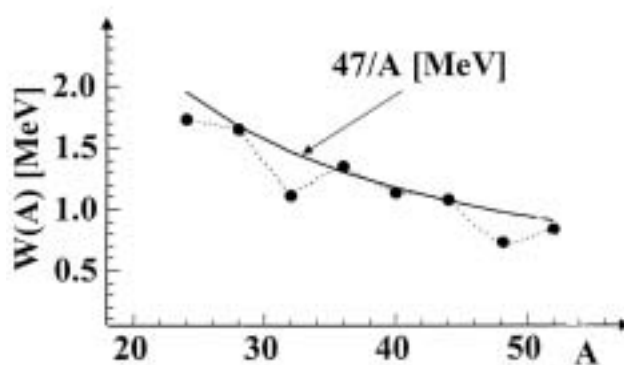


Fig. 20 Valeur de l'effet Wigner pour les noyaux N=Z. La courbe en trait plein est l'ajustement phénoménologique proposé par [JH84]. Les points indiquent les valeurs obtenues dans le modèle proposé par [SW00].

Après cette analyse quantitative des propriétés de l'isocranking dans le cadre de modèles analytiques, Satula et Wyss ont développé une description plus réaliste incorporant certaines des propriétés essentielles du spectre individuel des noyaux et des effets du pairing $T=1$ et $T=0$. Pour le potentiel de champ moyen, ils ont fait le choix d'un paramétrage standard à la Saxon-Woods avec une faible déformation ($\beta=0.05$). Ils appuient ce choix sur les informations spectroscopiques disponibles concernant les noyaux $N=Z$. Pour l'interaction d'appariement ils font une approximation en n'incluant que le pairing usuel $T=1$, $|T_z|=1$ et les paires $T=0$ de bas spin. Ainsi l'Hamiltonien (F8) représente de façon effective l'ensemble de l'appariement $T=0$. Les paramètres du modèle seront donc les quantités $G^{T=1}$ et $G^{T=0}$.

Ce dernier choix simplifie le problème en divisant par deux la taille des matrices à diagonaliser. Physiquement parlant, dans une approche exploratoire, il se justifie par le fait que le caractère spécifique des termes négligés est plus susceptible d'apparaître dans des propriétés à haut spin (cranking ordinaire) que pour les états fondamentaux ou de basse énergie. Pour fixer l'intensité relative des forces d'appariement $T=0$ et $T=1$, les auteurs ont reproduit l'évolution de l'effet Wigner tel qu'il avait été paramétré par Jensen et collaborateurs [JH84]. La qualité de l'ajustement est montrée dans la figure 20.

V.c.2 Noyaux $N=Z$ pairs ; états $T=2$

La section V.a.1 a montré que les états de T pair des noyaux $N=Z$ étaient construits par isocranking à partir d'un état dans lequel, en l'absence d'appariement les niveaux, les niveaux les plus bas étaient complètement remplis. En présence d'appariement cet état devient le fondamental HFB.

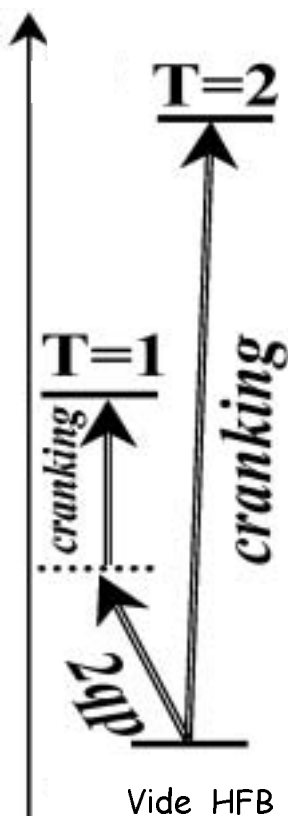


Fig. 21 Schéma de construction des états $T=0, 1$ et 2 des noyaux $N=Z$ pairs.

En accord avec V.a.1 l'état $T=2$ est construit par isocranking de cette solution comme schématisé en Figure 21.

Les résultats sont données dans la Figure 22.

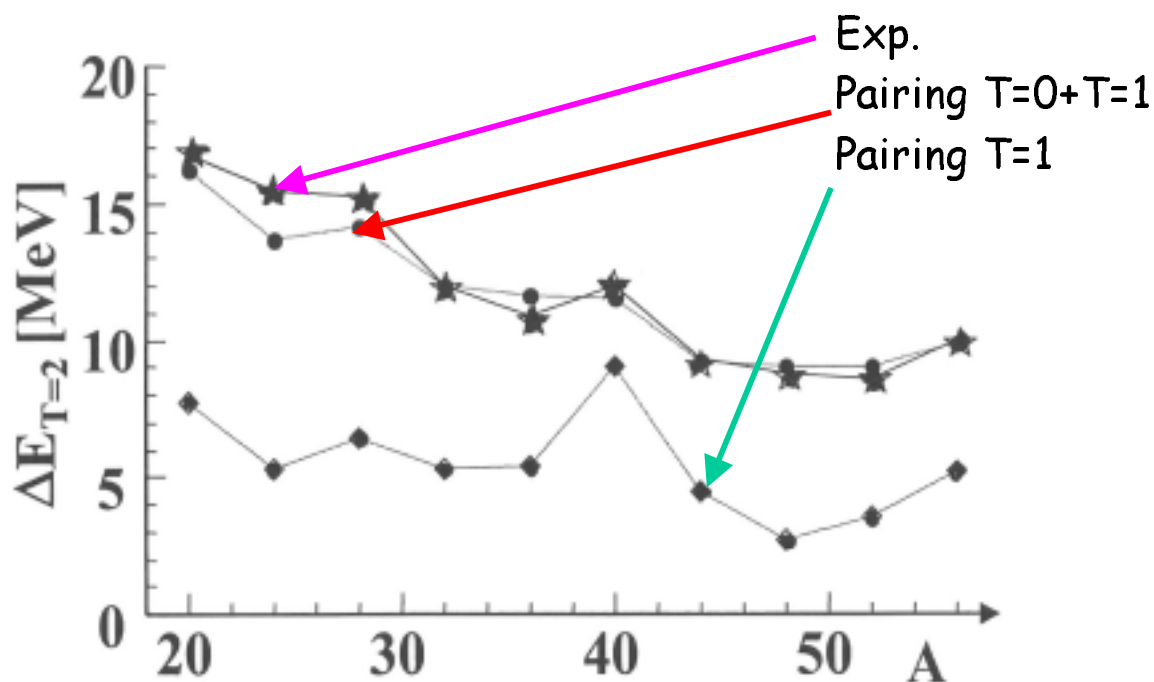


Fig. 22 Energies d'excitation des niveaux $T=2$ dans les noyaux $N=Z$ pairs.

On constate que les calculs avec seul appariement $T=1$ ne permettent pas de reproduire l'ordre de grandeur des données (Ils ne reproduisent pas non plus d'ailleurs l'effet Wigner ; voir aussi la Section V.b). Par contre la qualité des résultats incluant le pairing $T=0$ est remarquable jusque dans le détail. Toutefois, ce succès reflète en partie les ajustements d'intensité qu'ont fait les auteurs pour reproduire les valeurs de l'effet Wigner (voir Figure 20). Par contre, comme le modèle ne comporte qu'un seul paramètre, les résultats présentés dans les sections suivantes ne requerront pas d'ajustement supplémentaire.

V.c.3 Noyaux $N=Z$ pairs ; états $T=1$

L'analyse de la section V.a.1 (Figure 16) indique la marche à suivre pour construire les états $T=1$. Partant de l'état fondamental $T=0$ il fallait effectuer une double excitation particule-trou pour obtenir l'état $T=1$ le plus bas. En présence d'appariement, la prescription correspondante est le choix d'un état à deux quasi-particules obtenu en effectuant (par deux fois) la transformation

$$(F34) \quad \begin{pmatrix} U_K \\ V_K \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} V_K^* \\ U_K^* \end{pmatrix}$$

sur les états K appropriés. Toutefois comme les remplissages des orbitales ne sont pas entiers, l'isospin total obtenu n'est pas nécessairement égal à 1. Il convient alors d'effectuer un isocranking pour obtenir la solution $T=1$. Ce processus en deux étapes est schématisé dans la partie droite de la Figure 21. Il illustre une propriété du champ moyen bien connue des utilisateurs du cranking ordinaire : les nombres quantiques sont seulement reproduits en valeur moyenne. Il faut introduire des arguments de symétrie supplémentaires pour sélectionner les solutions physiques parmi un continuum de solutions.

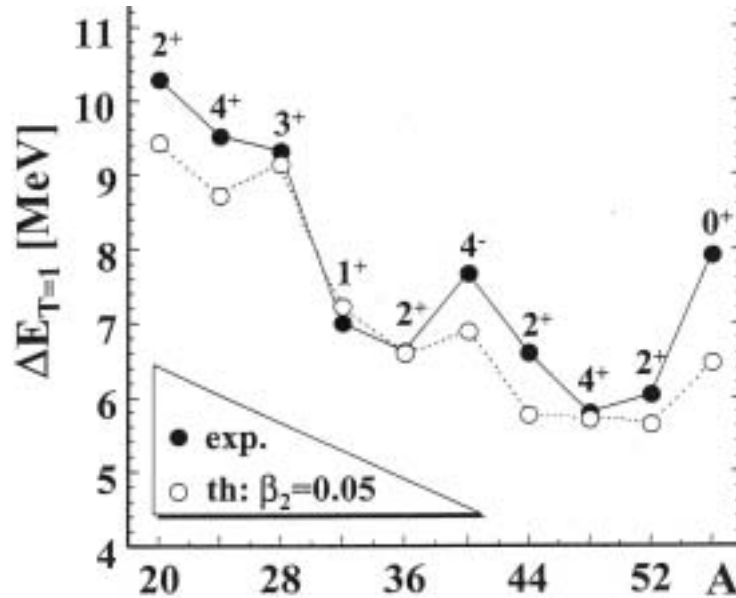


Fig. 23 Energies d'excitation des niveaux $T=1$ dans les noyaux $N=Z$ pairs.

Par exemple un vide de BCS sans quasi particule ne peut pas décrire un noyau à nombre de particules impair même s'il est toujours possible d'ajuster le nombre de nucléons d'un vide BCS à une valeur impaire (ou quelconque d'ailleurs). De même le cranking ordinaire à partir de l'état fondamental BCS invariant par renversement du sens du temps ne permet de décrire que des états rotationnels de spin pair, même s'il existe des solutions numériques pour toute valeur moyenne du moment angulaire.

La Figure 23 montre que le modèle de Satula et Wyss reproduit très bien les données. On ajoutera que comme dans le cas sans appariement (V.a.2), l'état BCS à deux quasi-particules brise la symétrie de renversement du sens du temps. Comme dans le cas expérimental, il ne correspond donc pas à un état de spin nul.

V.c.4 Noyaux $N=Z$ impairs ; états $T=0$ et $T=1$

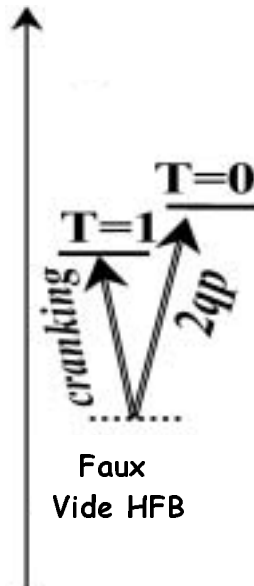


Fig. 24 Energies d'excitation des niveaux $T=0$ et $T=1$ dans les noyaux $N=Z$ pairs.

Suivant les résultats des sections V.a.3 et 4, la construction des états d'isospin impairs et pairs s'effectue comme indiqué sur la Figure 24. On part d'un état HFB sans quasi-particules contraint aux valeurs impaires des nombres moyens de particules. Selon BCS pour cet état les quatre orbitales $|+\rangle$ et $|-\rangle$ à la surface de Fermi (voir V.a.1) sont également remplies. Il a donc l'isospin $T=0$ et est invariant par renversement du sens du temps. Nous l'appellerons « faux vide ». En effet, il ne peut correspondre à l'état physique $T=0$ d'un noyau o-o puisque, comme on l'a vu en V.a.4, celui-ci est bâti sur un état à deux quasi particules. Par contre, il peut servir à construire l'état $T=1$ au moyen d'une transition isocranking continue qui impose une modification des remplissages respectant la signature totale et alignant les isospins (partie droite de la Figure 24).

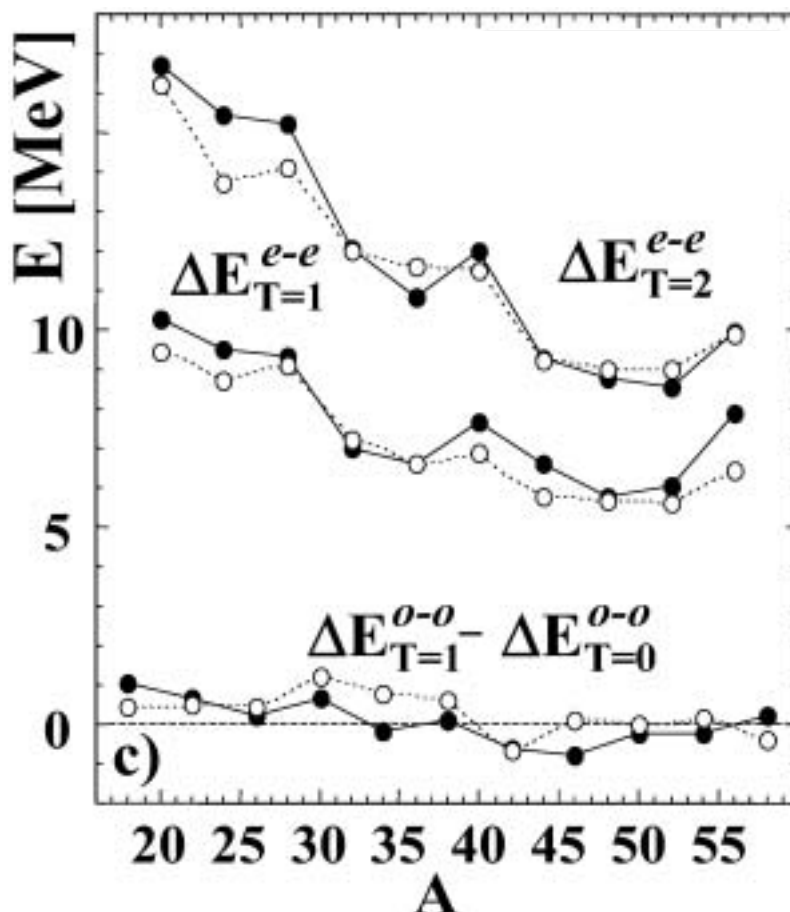


Fig. 25 Energies d'excitation des niveaux $T=0,1$ et 2 dans les noyaux $N=Z$. Les points noirs correspondent aux données et les points blancs aux résultats de [SW00].

On remarque que pour obtenir les états physiques $T=0$ et $T=1$ les plus bas, il faut dans chaque cas effectuer une excitation (deux quasi-particules ou accroissement d'isospin) sur le « faux » vide. Pour le modèle très simple des sections V.a.3 et 4, le faux vide correspondrait à un remplissage $\frac{1}{2}$ des quatre orbitales de la surface de Fermi. De plus, les excitations auraient un coût énergétique nul conduisant à une dégénérescence parfaite des états $T=0$ et $T=1$. Ceci n'est plus qu'approximativement vrai en présence d'appariement comme on le voit dans la partie inférieure de la Figure 25. En fait, en dépit de sa grande simplicité, le modèle de Satula et Wyss reproduit très bien le comportement général des énergies d'excitation et en particulier l'existence de noyaux $N=Z$ dont l'état fondamental a un isospin $T=1$.

VI CONCLUSIONS

Les données existantes sur les noyaux $N=Z$ fournissent de nombreux indices de l'existence d'une physique absente (ou peu visible) dans les autres noyaux. Une des hypothèses avancées pour expliquer cette physique est l'existence d'un appariement neutron - proton fort dans le canal d'isospin $T=0$. Ces dernières années ont été les témoins d'une part d'une amélioration constante du nombre et de la qualité des résultats expérimentaux et d'autre part d'un renouveau de l'activité théorique sur l'appariement $T=0$.

Une avancée très intéressante a été l'approfondissement du modèle du cranking d'isospin (ou isocranking) effectué par W.Satula et R. Wyss. En dépit de la simplicité des modèles numériques actuels leurs résultats sont remarquablement encourageants (qualitativement et quantitativement) aussi bien en ce qui concerne les propriétés des états fondamentaux que pour les excitations d'isospin de basse énergie.

Par ailleurs l'appariement $T=0$ prédit l'existence de paires neutron - proton dans lesquelles les spins des deux nucléons sont alignés. La solidité de telles paires ne devant pas être affectée par les effets de Coriolis, on s'attend donc à ce qu'elle conduisent à un alignement régulier du moment angulaire sans brisure de paire. La recherche de ce phénomène dans les bandes de grand moment angulaire vient juste de commencer. Les premiers résultats sont intéressants sans pouvoir être considérés comme décisifs.

Comme toujours dans le cas de l'appariement, une autre signature associée à un renforcement collectif du transfert de deutons est quelquefois évoquée. Pourtant cette signature n'a pas été considérée dans ce document. En effet, pour l'instant il n'existe aucune donnée. De plus, on ne voit pas bien pourquoi une telle recherche devrait être plus aisée que celle, pour l'instant infructueuse, de transfert de paires de neutrons ou de protons dans les états appariés $T=1$ $|T_z|=1$.

Il est certain que les analyses théoriques actuelles peuvent être encore améliorées. En particulier il y a un besoin d'études HFB s'affranchissant d'une part des limitations des calculs anciens sur l'espace de valence et d'autre part des approximations trop restrictives des modèles BCS décrits dans ce cours. Ceci passera certainement par une extension des fonctionnelles actuelles aussi bien dans leur partie de champ moyen [PR96] que dans leur canal particule - particule.

Pour conclure, nous pouvons remarquer que la situation actuelle devrait être plutôt attrayante pour un jeune chercheur (pour un vieux aussi d'ailleurs). En effet alors que des perspectives expérimentales et théoriques intéressantes se sont ouvertes récemment, bien des choses restent encore à faire dans tous les domaines. De plus, le développement actuel des machines à faisceaux radioactifs promet un accroissement important des résultats expérimentaux pour les noyaux voisins de la ligne $N=Z$. Dans une science aussi phénoménologique que la physique des noyaux, où la confrontation constante théorie - expérience est une des clés du progrès, cette circonstance apparaît indispensable pour la clarification de la question de l'appariement $T=0$.

VII REFERENCES

- [An97] G.deAngelis et al. PLB 415 (1997) 217
- [AS71] N.Anantaraman et J.P. Schiffer PL37B (1971) 229
- [EE88] O. Elgaroy, L.Engvik, M.Hjorth-Jensen, E.Osnes, Phys.Rev.C. 57 (1998) R1069
- [Fi01] S.M.Fisher et al. PRL 87 (2001) 132501
- [Go72] A.L.Goodman Nucl. Phys. A186 (1972) 475
- [Go00] A.L.Goodman PRC 63 (2001) 63 044325
- [JH84] A.S. Jensen, P.G.Hansen, B.Jonson, Nucl.Phys. A431(1984) 393
- [MS69] M. Moinester, J.P. Schiffer, W.P. Alford, PRL179 (1969) 984
- [PR96] E.Perlinska, S.Rohozinski, J.Dobaczewski, W.Nazarewicz Conférence A paraître et Proceedings of the International Workshop XXIV on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations. GSI 1996, pp.228-31. Darmstadt.

- [RS80] P. Ring, P. Schuck, The Nuclear Many-Body System, Springer, Berlin, New York (1980)
468
- [SW97] W. Satula, R. Wyss PLB 393 (1997) 1
- [SW01] W. Satula, R. Wyss Acta Polonica B32 (2001) 2441
- [TW98] J. Terasaki, R. Wyss, P.H. Heenen PLB 437 (1998)
- [Vo00] P. Vogel, Nucl. Phys A 662 (2000) 148
- [WS01] R. Wyss, W. Satula Acta Polonica B32 (2001) 2457
- [Ze93] N. Zeldes Racah Institute of Physics Hebrew U., Jerusalem (1993)

STABILITY LIMITS AND EXOTIC RADIOACTIVITIES

María José G^a Borge

Instituto de Estructura de la Materia
Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Serrano 113bis, E-28006-Madrid, Espagne

Résumé

Dans ce cours nous décrivons les modes de décroissance radioactifs des noyaux situés très loin de la vallée de stabilité. A partir de l'équation de masse les conditions de stabilité de la matière nucléaire seront présentées. Pour continuer nous expliciterons le processus de radioactivité de un ou deux protons ou d'un ion lourd. L'émission de particules retardées sera également abordée. Pour chaque mode de décroissance, les méthodes expérimentales utilisées et les approches théoriques décrivant ces comportements particuliers du noyau seront discutés. Avec une bibliographie assez complète, cette contribution constitue un document de base pour une bonne compréhension de modes de décroissance exotiques. Par ailleurs cela permet de connaître l'état actuel de nos connaissances sur ce sujet.

Abstract

In this chapter the typical decay modes of nuclei very far from stability are described. Starting by the mass formula one gets the conditions for stability against the standard decay modes and then in the different chapters we revise proton and two proton and heavy ion radioactivity as well as beta delayed particle and multiparticle emission. Decay rates, experimental methods, results and theoretical understanding of the process is given for every decay mode. With more than 90 references this contribution should constitute a good starting point to learn about these exotic decays as well as an overview of where we stand now.

Contents:

1. Atomic Mass Models and their Relationship to Nuclear Decay Modes

- Introduction
- Binding energy
- Mass formula
- Stability against radioactive decay modes
- Isobaric Multiplet Mass Equation (IMME)

2. Proton and Two Proton Radioactivity

- Decay modes of neutron deficient nuclei
- Proton Radioactivity
 - Transition rates
 - Experiments for investigation of p-radioactivity
- Two proton radioactivity
 - Search for 2p-radioactivity and discovery
- Summary

3. Heavy Ion Radioactivity

- Decay rates
- Experimental methods and results
 - Sources
 - Ionization detectors
 - Gamma spectroscopy
- Summary

4. Beta Delayed Decay Modes

- Mass predictions for neutron deficient nuclei
- Beta delayed particle emission
 - Beta delayed proton emission
 - Beta delayed neutron emission
- Beta delayed multiparticle emission
 - Beta delayed two neutron emission
 - Beta delayed two proton emission
 - The case of ^{31}Ar
 - Other beta delayed multiparticle emission
- Summary

1. ATOMIC MASS MODELS and THEIR RELATIONSHIP TO NUCLEAR DECAY MODES

1.1 Introduction

There are more than 250 stable nuclei; they are surrounded by radioactive ones, some are manufactured (circa 2200 nuclei have been produced in nuclear laboratories) and several thousand nuclei are the yet unexplored exotic species. The decay characteristics of most radioactive nuclei are determined by beta decay, i.e., by weak interactions. For heavier nuclei, where the electromagnetic interactions play a more important role, other decay channels such as emission of alpha or spontaneous fission dominates. Moving away from stable nuclei by adding either protons or neutrons one finally reaches the particle drip lines ($S_n = 0$, $S_p = 0$). The nuclei beyond the drip lines are unbound to nucleon emission: i.e. for those systems the strong interaction is unable to bind A nucleons as one nucleus. The strong interaction acts on a very short distance scale; the n-n interaction becomes very weak beyond nucleon separation of 3.4 fm.

1.2 Binding Energy

Generally speaking the solution of a A -body strongly interacting (non-relativistic A -nucleon hamiltonian) system is highly complicated. Naively speaking we expect $A(A-1)/2$ [1st nucleon $A-1$ bindings; 2nd nucleon $A-2$ bindings...] bonds and if each bond between two nucleons accounts for a fairly constant value E_2 one expect for the nuclear binding energy per nucleon: $BE(^A_ZX_N)/A$ proportional to $E_2(A-1)/2$

Experimentally we know that the binding energy per nucleon does not increase with A , but points to an average value $BE(^A_ZX_N)/A \approx 8$ MeV over the whole mass region.

This indicates two important facts of n-n interaction.

- (a) nuclear interaction is charge independent
- (b) saturation of the strong interaction

This also indicates that the least bound nucleon in a nucleus is bound by 8 MeV independent of the number of nucleons. From this fact derivates an independent particle picture where the nucleons move in an average potential. The binding energy is defined:

$$BE(^A_ZX_N) = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - M(^A_ZX_N)c^2$$

Where M' is the real mass of the nucleus $A(Z,N)$

The total binding energy

$$BE(^A_ZX_{N, \text{atom}}) = ZM_H c^2 + Nm_n c^2 - M(^A_ZX_{N, \text{atom}})c^2$$

If relative variations of the order of eV are neglected, nucleon and atomic binding energies are equal.

Experimentally BE/A has a relative variation depending of A . Being maximal at $A = 56-60$ (the most tightly bound nucleus is ^{62}Ni). This is the source of energy production in fusion of light nuclei and fission in heavy nuclei.

1.3 Mass Formula

The liquid drop model was historically the first model to describe nuclear properties with some shell model corrections.

In the mass equation the **volumen, surface and coulomb contributions** correspond to a charged drop:

1. **Volumen.**

Under assumption of saturation and charge independence, each nucleon occupies an almost equal size within the nucleus, with r_0 = elementary radius for a nucleon in the nucleus. The volume is:

$$V = (4/3)\pi r_0^3 A \quad \text{where } R = r_0 A^{1/3} \text{ and } r_0 \begin{cases} 1.2 \text{ fm for charge radius.} \\ 1.4 \text{ fm for mass radius.} \end{cases}$$

The binding energy results in (about 16 MeV contribution)

$$BE(A,Z) = a_v A$$

2. **Surface:** takes into account the fact that nucleons close to the nuclear surface will have a reduced binding energy since only partial surrounding with nucleons is possible for a nucleus with finite radius (the correction is proportional to nuclear surface = $4\pi R^2$)

3.
$$BE(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3}$$

4. **Coulomb Effects.** A charge Ze present within nuclear volumen. For homogenously charged liquid drop with sharp radius R and density $\rho_c = Ze/4/3\pi R^3$ Classically, the Coulomb energy needed to add a spherical shell to the outside of the

sphere with radius r :
$$U'_c = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

We can account for Z nucleons and should correct for the effect of Z protons.

$\rho_p = e/(4/3)\pi R^3$. Self Coulomb energy for Z protons
$$U''_c = \frac{3}{5} \frac{Ze^2}{R} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Total Coulomb energy corrections $U_c = U'_c - U''_c = (3/5)Ze^2(Z-1)/R4\pi\epsilon_0$

$$U_c = a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$$

$$BE(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$$

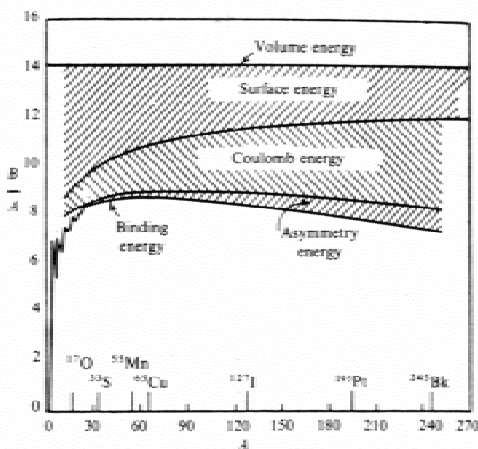


Figure 1 shows the contribution of the volume, surface, Coulomb and asymmetry terms to the binding energy per nucleon. For A small the surface energy gives the largest correction. And for large A the Coulomb correction dominates.

For nuclei that deviate from spherical shape the surface and Coulomb corrections will change in a specific way. For ellipsoidal deformation and constant volume, one gets:

Fig. 1. Contribution of the various energy terms to $B(E,A)/A$ versus A . (Figure taken from [val86])

$$\left. \begin{array}{l} a = R(1 + \varepsilon) \\ b = \frac{R}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \end{array} \right\} \varepsilon = \sqrt{\frac{1 - b^2}{a^2}} \quad V = \frac{4}{3} \pi a b^2 \approx \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$E_s = a_s a^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2 \right); \quad E_c = a_c Z(Z-1) A^{-1/3} \left(1 - \frac{1}{5} \varepsilon^2 \right)$$

The total energy change due to deformation

$$\Delta E = \Delta E_s + \Delta E_c = \varepsilon^2 \left[\frac{2}{5} A^{2/3} a_s - \frac{1}{5} a_c Z(Z-1) A^{-1/3} \right]$$

Although the nuclear binding energy systematics mimics the energy of a charged liquid drop the specific nucleon properties (Dirac-Fermi statistics) of the nuclear interior modify a number of results:

Symmetry energy

Distributing nucleons in orbitals the binding energy will be at maximum when they occupy the lowest possible orbitals. But Pauli principle prevent occupation of certain orbitals. The symmetric distribution $Z = N = A/2$ is energetically favoured. Other parities $N = A/2 + \nu$; $Z = A/2 - \nu$ will lift particles from occupy to empty orbitals. If average energy between adjacent orbitals is Δ ;

$$\Delta E_{\text{bind}} = \nu(\Delta\nu/2); \quad \nu = (N-Z)/2; \Rightarrow \quad \Delta E_{\text{bind}} = 1/8(N-Z)^2 \Delta$$

As the potential depth U_0 describing the nuclear well is approximately the same from ^{16}O to ^{208}Pb (varies at maximum 10 %). Average energy spacing between particles is $\Delta \propto 1/A$

$$BE(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1) A^{-1/3} - a_A (A-2Z)^2 A^{-1}$$

Pairing energy contribution

Nucleons preferentially form pairs under the influence of the short range nucleon-nucleon attractive forces.

$$\Delta E_{\text{pair}} \begin{cases} +\delta & (e-e) \\ 0 & (e-0) \\ -\delta & (0-0) \end{cases} \quad \delta \approx a_p A^{-1/2}$$

The resulting binding energy is:

$$BE(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1) A^{-1/3} - a_A (A-2Z)^2 / A + a_p A^{-1/2}$$

Known as Bethe-Weizsäcker mass equation (1935-1936) [bet36,wei35]

A fit by Wapstra in 1971 for all masses gave the following values for the parameters:
Notice the large uncertainty in the pairing parameter. The accuracy of this mass formula is about 1 MeV

$$\begin{array}{l} a_v = 15.85 \text{ MeV} \\ a_s = 18.34 \text{ MeV} \\ a_c = 0.71 \text{ MeV} \\ a_A = 23.21 \text{ MeV} \\ a_p = 12 \text{ MeV} \end{array}$$

Nuclear Stability against radioactive decay modes

Among the 257 stable nuclei plus 25 so called primordial nuclei as their half-lives are longer than the Earth age, 166 are even-even; 107 even-odd and only 9 are odd-odd nuclei.

Using the Bethe-Weizsäcker mass equation and introducing it in the definition of the binding energy, BE(A,Z)

$$BE(A,Z) = ZM_p c^2 + NM_n c^2 - M'({}^A_Z X_N) c^2$$

$$M'({}^A_Z X_N) c^2 = ZM_p c^2 + NM_n c^2 - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c Z(Z-1)A^{-1/3} + a_A (A-2Z)^2/A - a_p A^{-1/2}$$

For each A value this represents a quadratic equation in Z

$$M'({}^A_Z X_N) c^2 = xA + yZ + zZ^2 + 0(\pm\delta) \quad \text{Where} \quad \begin{aligned} x &= M_n c^2 - a_v + a_A + a_s A^{-1/3} \\ y &= (M_p - M_n) c^2 - 4a_A - a_c A^{-1/3} \\ z &= a_c A^{-1/3} + 4a_A/A \end{aligned}$$

One can determine for each A-value the nucleus with lowest mass (largest binding energy):

$$\frac{\partial}{\partial Z} [M'({}^A_Z X_N)] = 0 \Rightarrow Z_0 = \frac{-y}{2z} \quad \text{replacing the values of } y \text{ and } z$$

$$Z_0 = \frac{A/2 + (M_n - M_p) c^2 A / 8a_A + a_c A^{2/3} / 8a_A}{(1 + a_c A^{2/3} / 4a_A)}$$

The second and third term in the nominator become negligible relative to A/2

$$Z_0 = \frac{A/2}{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a_c}{a_A} \right) A^{2/3}} = \frac{A/2}{1 + 0.0077 A^{2/3}}$$

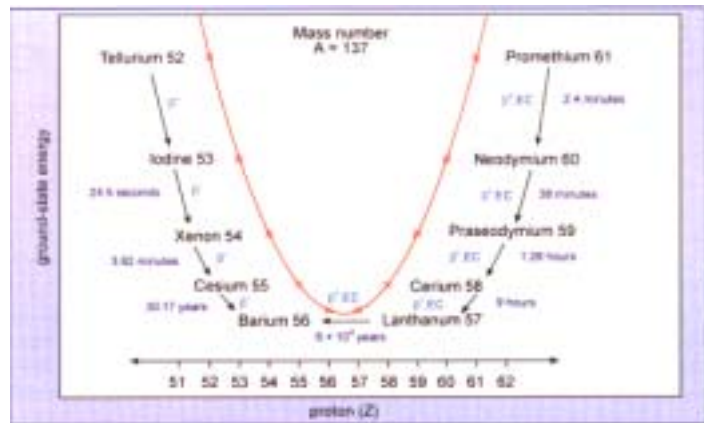


Fig. 2. Ground state energy for isobars of A = 137

For a given value of A a parabolic behaviour of nuclear masses show up (see Fig. 2). For odd-A (i.e. A=137) only one stable nucleus results. The rest β^\pm decay towards the only stable nucleus. For even A, both even-even and odd-odd occur so two parabolas are implied by the mass equation. The two parabolas are shifted by 2δ and usually more than one stable nuclei result. There are cases even with 3 stable ($A=50$, ${}^{50}\text{Ti}$, ${}^{50}\text{V}$, ${}^{50}\text{Cr}$). These are cases where double-beta decay can occur. Double beta decay can occur at the bottom part of the mass valley where a given nucleus ${}^A_Z X_N$ has an adjacent nucleus ${}^A_{Z+1} Y_{N-1}$ with higher mass while the nucleus ${}^A_{Z+2} Y_{N-2}$ has a lower mass corresponding to an energy difference ΔE . Examples are the decays ${}^{100}\text{Mo} \rightarrow {}^{100}\text{Ru}$; ${}^{116}\text{Cd} \rightarrow {}^{116}\text{Sn}$; ${}^{124}\text{Sn} \rightarrow {}^{124}\text{Te}$; ${}^{130}\text{Te} \rightarrow {}^{130}\text{Xe}$ with half-lives of the order of 10^{20} y.

a) *Drip lines*

One defines the lines of stability as the ones where the binding energy for the last neutron or proton is zero.

$$S_n(A,Z) = BE(A,Z) - BE(A-1,Z) \\ = M(A-1, Z) + M_n - M(A,Z)$$

$$S_p(A,Z) = BE(A,Z) - BE(A-1,Z-1) \\ = M(A-1, Z-1) + M_p - M(A,Z)$$

$S_n(A,Z) = 0$ and $S_p(A,Z) = 0$ defines the drip lines

b) *Line of stability*

The line of β -stability is given by

$$N - Z = 0.4A^2/(200+A) \quad \Leftrightarrow \quad Z = \frac{100A + 0.3A^2}{200 + A} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Si } A \ll 200 \\ Z \approx \frac{1}{2}A \end{array} \right\}$$

c) *Alpha decay*

Alpha decay will occur if the binding energy is bigger than the value given by the equation,

$$BE\left({}_Z^A X_N\right) - \left[BE\left({}_{Z-2}^{A-4} Y_{N-2}\right) + BE\left({}^4 \text{He}\right)\right] = 0$$

The limit to the region for spontaneous α -emitters is approximately:

$$a_s 8A^{2/3} - a_c \left[-\frac{2}{4^{1/3}} + z(Z-1)4^{-1/3} + 2(Z-1)(A-4)^{-1/3} - 4(A-4)^{-1/3} \right] - a_A (A-2Z)^2 A^{-1} \begin{cases} + \delta \\ 0 \\ -\delta \end{cases}$$

Last stable nuclei is $A \approx 210$. Occurring $Q_\alpha > 0$ for $A > 150$.

d) *Fission decay*

The energy release in nuclear fission:

$$E_{fission} = M\left({}_Z^A X_N\right)c^2 - 2M\left({}_{Z/2}^{A/2} Y_{N/2}\right)c^2$$

Using a simplified mass equation where $Z(Z-1)$ is approached by Z^2 and neglecting the pairing corrections δ

$$E_{fission} = \left[a_s A^{2/3} \left(1 - 2^{2/3}\right) + a_c Z^2 A^{-1/3} \left(1 - 2^{-2/3}\right) \right] c^2 = \left[-5'12A^{2/3} + 0'28Z^2 A^{-1/3} \right] = \\ = \left[-5'12A^{2/3} + 0'28Z^2 A^{-1/3} \right] c^2$$

$E_{fission} > 0$ for $A \approx 90$ ($Z > 37$) and $E_{fission} = 185$ MeV for ${}^{238}\text{U}$. The fission products are neutron rich nuclei so they mainly decay by β^- being a good source for electron antineutrinos. The fusion process will mainly give rise to electron neutrinos.

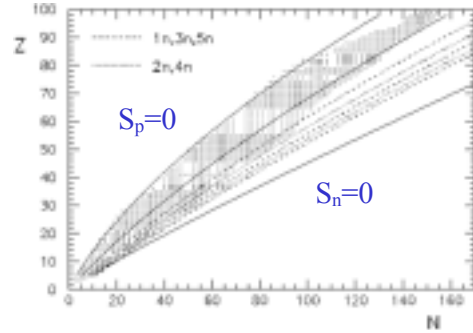


Fig. 3. The mass formula of Bethe-Weizsäcker as given previously has been used to calculate the nuclei, the lines of stability, and the lines of βn ($--$), $b2n(\dots)$...etc.

1.5 Isobaric Multiplet Mass Equation

The charge independence of nuclear interaction makes useful the concept of total isobaric spin T and its third component T_Z . Corresponding states of nuclei of the same mass number, differing only in T_Z form an isobaric multiplet. A triplet with $T = 1$ $A = 14$; $J^\pi = 0^+$ has the members ^{14}O ($T_Z = -1$) and ^{14}C ($T_Z = +1$) in the ground state and ^{14}N ($T_Z = 0$) at 2.31 MeV. The isobaric multiplet mass equation was first proposed by Wigner in 1957 [wig57]. By assuming that the wave function of members of an isospin multiplet are identical and only 2-body forces are responsible for charge-dependent effects. The masses of the members of any multiplet are described to first order by the equation:

$$M(A, T, T_Z) = a(A, T) + b(A, T) T_Z + c(A, T) T_Z^2$$

This quadratic relation is called IMME (Isobaric Multiplet mass Equation). A nontrivial test of this equation requires a multiplet with 4 members. In 1964 Cerny completed the first isobaric quartet ($T = 3/2$) by determining the mass excess of ^9C [cer64]. In a quartet two of the states are mirror ($T_Z = \pm 3/2$) and two are analogue states. The fulfilment of the IMME Equation was thoroughly studied in the 1970s and review by Benenson and Kashy [ben79] and more recently by Britz et al. [bri98] where a compilation of completely measured multiplets having $T \geq 3/2$ serve to test the quadratic relation given by the IMME equation. The lowest lying $A = 9$, $T = 3/2$ quartet is still the only significant exception for quartet. Here a cubic term dT_Z^3 with $d = 5.5 \pm 1.7$ keV is required in order to describe the experimental data. Now, there are also six quintets with known masses. Only one of them, the $A=8$, $T = 2$ quintet does not agree with the quadratic form of IMME. Here one higher-order term at least has to be added to the equation either dT_Z^3 or eT_Z^4 or both.

By the use of the isobaric multiplet mass equation the mass excess of the most exotic nuclei is predicted with high accuracy. At the same time the use of Penning traps to determine the masses of very exotic species with higher accuracy will finally test the validity and applicability of the IMME formula.

1.6 Summary

As we have seen the borderlines of nuclear stability can be estimated as nuclear models allowed to calculate the binding energies of nuclei over a wide range of elements and mass numbers. Proton radioactivity from ground state was expected to determine the limit for neutron deficient nuclei. The transformation of one type of nucleons into the other is the beta-decay process which ends in stable nuclei at the end of the isobaric parabola. Beta-decay is already allowed at small differences of the binding energies of parent and daughter nuclei. This explains why only one or two maximum three ($A=50$) stable nuclei exists per isobaric number A . Gamma radiation is observed if β -decay populates excited states.

For nuclei far from stability the available energy for β -decay, Q_β , increases, but the β -half-lives decrease relatively moderately due to the weak interaction mechanism and selection rules involved. Therefore emission of nucleons or cluster of nucleons becomes the faster decay mode as the energy necessary for emission of nucleons can be exceeded for excited levels populated in the β -decay. Beta-delayed emission of p , $2p$, α , $1n$, $2n$, $3n$ and β -delayed fission has been observed and will be briefly review at the end of this contribution and in the one of Ph. Dessagne.

2. PROTON AND TWO PROTON RADIOACTIVITY

The possibility of proton emission by radioactive nuclei was suggested as long ago as 1914-1919 by Marsden when there was not even yet a definition of “proton”. In 1914 Marsden initiated experiments on the interaction between α -particles and hydrogen and observed “scintillation due to long range products, H particle with energies up to 0.64 of the initial α -particle energy”. Marsden suggested that the particles were emitted by the radioactive source as such [mar14]. Rutherford verified these findings in a number of classical experiments [rut19] and found that hydrogen was emitted in nuclear reactions induced by α -particles rather than radioactive decay with emission of H-particle. Thus, attempts to establish radioactive decay with emission of H particles led to one of the most important findings in the history of nuclear physics: the first nuclear reaction that of $^{14}\text{N}(\alpha, p)^{17}\text{O}$ [rut19].

2.1 Proton radioactivity

The high repulsive Coulomb force pushes the line for p, 2p or α emission for neutron deficient nuclei rather close to the valley of stability. On the other hand the Coulomb barriers hinders an immediate charged particle emission and soften the stability lines to a region with increasing widths towards higher element numbers.

Proton radioactivity requires a positive value of Q_p , using atomic masses this means:

$$Q_p = (M_{Z+1} - M_Z - m_p - m_e)c^2 > 0$$

Nuclei with $BE(Z-2, A-2) > BE(Z, A) > BE(Z-1, A-1)$ are candidates to direct 1p and 2p emitters, $Q_{2p} = (B_Z - B_{Z+2})$.

Neglecting the binding energies of the electron in a H-atom, conservation of linear momentum requires that the total kinetic energy be divided between the two products in inverse proportion to their masses.

$$Q_p = E_p + E_{M_Z} \quad E_p = \frac{Q_p M_z}{M_z + m_p}$$

$$E_{M_Z} = Q_p - E_p = \frac{Q_p m_p}{M_z + m_p} = \frac{(M_z + m_p) E_p}{M_z} \cdot \frac{m_p}{m_z + m_p} = E_p \cdot \frac{\mu_p}{M_z}$$

The Q_p -value measured in the laboratory is different of the one used in calculations of proton decay rates: $Q_{p,\text{nucl}}$. When the proton moves through the electron cloud it losses some amount of energy needed to balance the different binding energies of the electrons in parent and daughter nucleus. In α -decay it is called "screening correction". For proton decay, the screening correction, E_{sc} , is about 3,3 keV in Co; 9,2 keV in Cs and 13,7 keV in lutetium.

$$Q_{p,\text{nucl}} = Q_p + E_{\text{sc}} = E_p + E_p m_p / M_Z + E_{\text{sc}} = E_p (M_Z + m_p) / M_Z + E_{\text{sc}}$$

The search for candidates require always a fine-tuning in mass predictions. Binding energies of neutron-deficient isotones were use by Alkhazov [alk83] and Vogel [vog84]

to calculate more precisely proton pairing energies Δp using the average formula of Bohr & Mottelson [boh69]: $\Delta p = \frac{1}{4}(B_{Z+1,N} - 3B_{Z,N} + 3B_{Z-1,N} - B_{Z-2,N})$

An empirical expression for Δp more accurate than $12 A^{-1/2}$ MeV was proposed

$$\Delta P = [7.55 (1 - 6.07 (N-Z)2 A^{-2})]A^{-1/3} \text{ MeV}$$

This equation was derived by A. Jensen et al. [jen84] and extended for 4-nucleon correlations.

The first candidate with Q_p -value high enough to measure the decay branch was ^{151}Lu .

2.1.1 Transition Rates

In principle, proton decay theory should be a straightforward application of the experience gained by α -decay theory simplified by the fact that the emitted particle is a nucleon, rather than a 4-nucleon cluster.

In first approximation the transition rate:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \nu \times P$$

The half-life of ^{151}Lu should be reproduced by the expression developed long ago by Gamow [gam28] to describe the radioactive decay constant λ in a semiclassical way as a product of transmission coefficient P and the frequency factor ν given by

$$\nu = \frac{\sqrt{2\pi^2 \hbar^2}}{m^{3/2} R_c^2 \left(\frac{zZe^2}{R_c} - Q_{p,nucl} \right)^{1/2}}$$

used in analogy to the expression obtained by Bethe [bet37] for α -decay of spherical nuclei. Applying the WKB approximation to calculate the transmission coefficient $P = P_{jl} = e^{-2G_{jl}}$ where the Gamow factor is an integral over the forbidden region of the potential between the classical turning points R_{in} and R_{out}

$$G_{jl} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_{R_{in}}^{R_{out}} (V_{jl}(r) + V_{coul}(r) + V_l(r) - Q_{p,nucl})^{1/2} dr$$

The potential is a superposition of the nuclear potential $V_{jl}(r)$, the coulomb potential $V_{coul}(r)$ and the centrifugal potential $V_l(r)$.

For the nuclear potential, the real part of an optical model potential can be used as given by Bechetti & Greenlees [bec69]

$$V_{jl}(r) = -V_R f(r, R_R, a_R) + V_{so} \vec{\sigma} \vec{l} \lambda_\pi^2 \left(\frac{1}{r} \right) \frac{d}{dr} f(r, R_{so}, a_{so})$$

$$V_R = \left[54.0 - 0.32E_p + 0.4 \frac{Z}{A^{1/3}} + 24.0 \frac{(N-Z)}{A} \right] \text{ MeV}$$

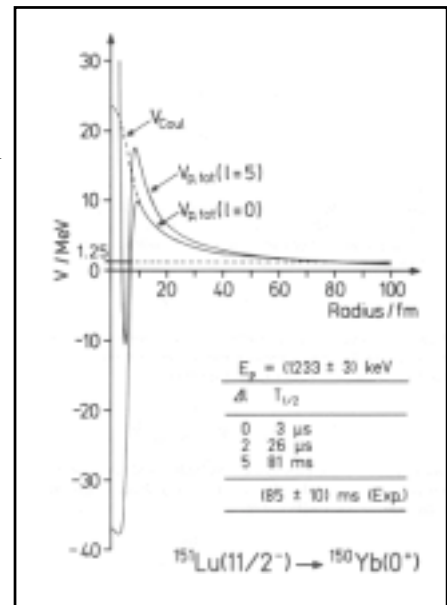


Fig. 4. Proton-nucleus potential using the semiclassical approach. Figure taken from [hof89].

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}$$

$$V_{coul}(r) = \frac{zZe^2}{2R_c} \left[3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right] \quad \text{for } r \ll R_c$$

$$V_{coul}(r) = \frac{zZe^2}{r} \quad \text{for } r > R_c$$

$$V_l(r) = l(l+1) \frac{\hbar^2}{2mr^2}$$

$$\vec{\sigma} \vec{l} = l \quad \text{for } j = l + 1/2$$

$$\vec{\sigma} \vec{l} = -(l+1) \quad \text{for } j = l - 1/2 > 0$$

The calculation done for the first candidate ^{151}Lu showed the long tunnelling length for the proton ($R_{\text{out}} \approx 80$ fm) at decay energies of about 1 MeV, see fig. 4. Variation of proton energy and angular momentum will have strongest influence on the transmission probability.

Conservation of angular momentum and parity selects:

$$J_i = J_f + \vec{l} + \vec{s}$$

$$\pi_i = \pi_f (-1)^l$$

Variation of optical model parameters within the range of uncertainties affects the calculated $T_{1/2}$ not more than a factor of 2.

2.1.2 Experiments for Investigation of Proton Radioactivity

In the following the pioneering experiments that permitted the identification of proton radioactivity are briefly described.

Proton emission from ^{53m}Co

In 1970 Jackson et al. [jac70] did a systematic study of β -delayed proton emitters ($T_z = -3/2$) in the Harwell variable Energy Cyclotron. They used the reaction $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{56}\text{Ni}^*$ compound nucleus to produce ^{53}Ni . Previously they detected ^{49}Fe ($\tau_{1/2} \sim 75$ ms, $\sigma \sim 0.5 \mu\text{b}$) with an energy of 1.96 MeV (c.m.) for the β -delayed proton group. Next was the attempt to produce ^{53}Ni via $^{40}\text{Ca} (^{16}\text{O}, 3n)$ reaction with expected β -protons of 2.0 or 2.8 MeV. No protons were observed near this energy, but a proton group around 1.5 MeV with a half-life of 245 ms (see Fig. 5). Besides the yield was 10 times higher than that of the earlier reaction.

So, the combination of proton energy, half-life and reaction threshold were inconsistent with the expected nuclear properties in this region. Luckily the $\beta\gamma$ study of ^{53}Fe showed the presence of an isomer (spin-gap isomer) with $J^\pi = 19/2^-$. By applying mirror symmetry, mass predictions and Coulomb displacement energy calculations, the plausible candidate for the decay was the $[\pi(f_{7/2}^{-1}) \nu(f_{7/2}^{-2})_{6+}]^{19/2-}$ isomeric state of ^{53}Co . The energy systematic predicts such a state as proton radioactive with $E_{\text{cm}} = 1.56$ MeV. Since the 245 ms half-life was consistent with dominant β -decay, the direct proton

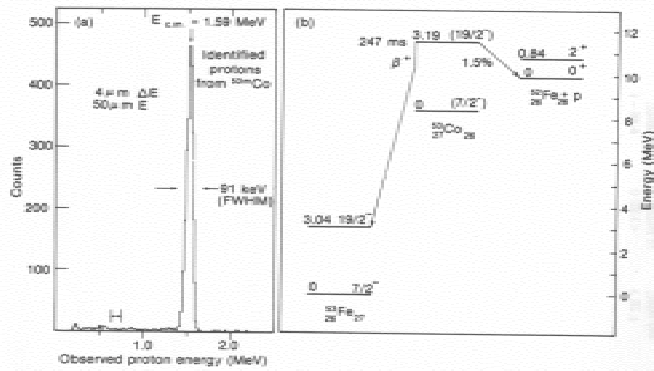


Fig. 5. (a) proton energy from the decay of ^{53m}Co .
 (b) decay scheme of ^{53m}Co (from [cer77]).

radioactivity could have been only a weak branch (1.5 %). Search for proton transition to the 2^+ excited state in ^{52}Fe (see decay scheme in fig. 5) was not successful giving a limit of 1/250 for this branch .

It was thought for some time that proton-emitting isomeric states may be the primary source of information of this decay mode. After the discovery of the proton-decay branch of ^{53m}Co , Peker et al. [pek71]

developed a model for this 3-particle transition and predicted a number of 3- or 4-particle isomeric states with $J \geq 19/2$ and $A < 100$ to be proton radioactive. But still today the proton decay of ^{53m}Co is the only known case where the ground state is particle bound. As Ogawa [oga84] explained proton decay from isomeric states is hindered by the higher angular momentum barrier and small spectroscopic factors which importance is explained later in the section.

Proton Radioactivity Near $N=82$

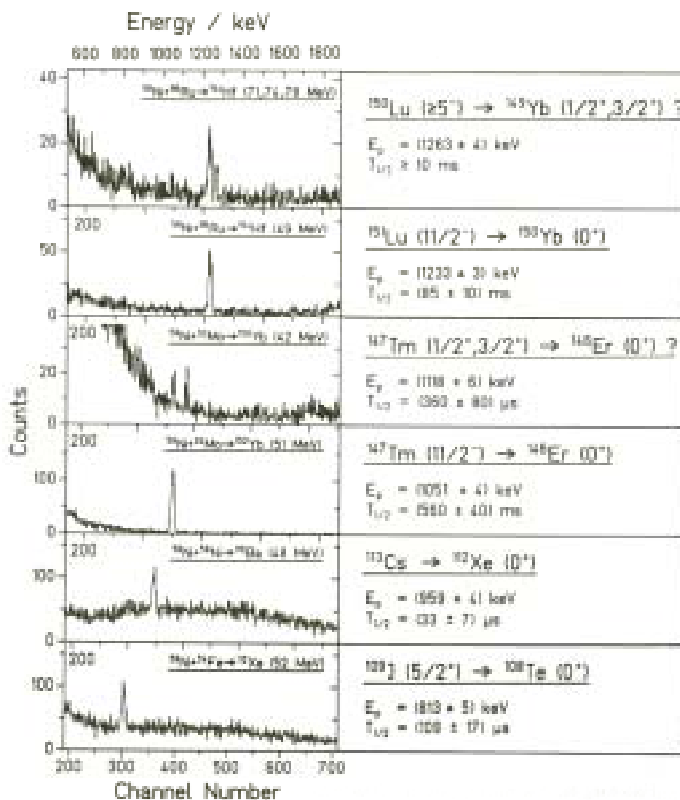
Already in 1963 many neutron-deficient nuclei near $N=82$ were found with He-jet technique by Macfarlane. Among them ^{155}Lu ($T_{1/2} \sim 70\text{ms}$), ^{156}Lu ($T_{1/2} \sim 0.5\text{ms}$), ^{156m}Lu ($T_{1/2} \sim 230\text{ms}$) were produced in the reaction $^{19}\text{F} + ^{144}\text{Sn} \rightarrow ^{163}\text{Lu}^*$. The $^{157-158}\text{Hf}$ were also discovered in He-jet experiments by Macfarlane [mac65]. The advantage of this method was that the cross sections were high and generally independent of chemical properties, but the time in capillarity transport was long so only species with $T_{1/2} > 30\text{ms}$ could be studied. Besides the compound nucleus was produced with relatively light projectiles (not very neutron deficient) so up to eight neutrons were needed to be evaporated. Particle spectra were investigated by Macfarlane in energy range of 0.5-3 MeV, but no proton groups were observed. A reduction of the capillary length to some centimetres improved the helium-jet recoil transport method to study $T_{1/2}$ down to 1ms. $^{151-152}\text{Tm}$ were also investigated as candidates for proton radioactivity due to the effect of $N = 82$ close shell in suppressing alpha decay for these nuclides.

Although the theoretical work was reliably based on the simplicity of the decay process and possible comparison with α -decay, the ambiguity of the nuclear mass models caused uncertainty in predicting which specific nuclei would be proton emitter. Besides the uncertainty in mass predictions of up to 1 MeV for proton binding energy in neutron-deficient nuclei in the medium mass region one had to add the uncertainty in the production mechanism.

When UNILAC started at GSI in 1976 they had excellent heavy ion beams and analysing equipment SHIP (Separation for Heavy Ion Products). At that time proton emission from ^{53m}Co was definitely known and β -delayed proton emission had been observed (βp is a clear indication that the proton drip-line is approached although its exact location cannot be deduced). The first test of the new machine showed that the background was low enough to place Si-detectors at the focal plane of SHIP. So very clean α -spectrum of high energy resolution was obtained. To safely identify the produced nuclei, position sensitive Si-detectors were used. These had the advantage that one could control the ion optical properties of SHIP, like position and width of the

reaction products in the focal plane. Using the relative measured position of the implanted nuclei and subsequent α -decays, unknown species could be safely identified by generic correlation. This method has been applied later to the discovery of the heavy elements with $Z > 106$, which chemistry is presented in this school by H. Gaeggeler.

The set up consisted in DSSD (Double Sided Si Detector), 3-TOF (Time-of-Flight)-detectors and a Ge-detector. The first experiment was performed April 1981 using the reaction $^{58}\text{Ni}+^{96}\text{Ru}\rightarrow^{154}\text{Hf}^*$ with energy 276.7 MeV so mean excitation energy of 54.3MeV close to the expected maximum of the p2n channel. Already after 1h irradiation they observed a peak arising on top of the β -background. The proton peak emerged in a region of minimum background far from the rising flank from β on the low energy side and from the escaping α in the high energy side.



In a subsequent experiment in July 1981 the new line was assigned to this reaction p2n, the peak identified in a ΔE -E measurement as a proton line of 1232.8 ± 2.8 keV and $T_{1/2} = (85 \pm 10)$ ms determined [Hof82]. In the same year using the $^{92}_{42}\text{Mo} + ^{58}_{28}\text{Ni} \rightarrow ^{150}_{70}\text{Yb}^*$ reaction a proton line was measured at $A = 147$ (^{147}Tm) with $T_{1/2} = 560(40)$ ms [lar83]. A summary of the results obtained in SHIP before they stopped the programme can be seen in Fig. 6.

Fig. 6. Summary of the results obtained in GSI, see [hof89].

Simultaneously search for proton emitters was done in other laboratories. Measurements of proton decays from ^{109}I and ^{113}Cs were made using the fast catcher foil technique developed by the Munich Group [fae84]. The decay rates could not be explained using a simple WKB-model, but Bugrov and Kadmsky [bug89] could reproduce the $T_{1/2}$ values using the so-called multiparticle model approach using a modest quadrupole deformation of $\beta \sim 0.10-0.15$. The 1p3n evaporation channel was used to study the decay of ^{112}Cs . The proton energy was less than in ^{113}Cs showing the same odd-even staggering effect for Q_p than the Iodine-isotopes. The decay rate of ^{112}Cs [pag84] was inconsistent with WKB-calculations leading further weight to the evidence for deformation effects in the region.

Anomalous decay rate do not constitute a conclusive evidence for the influence of deformation. Deformation can be independently inferred from in-beam γ -ray

spectroscopy that was not possible with the existing techniques. The introduction of the recoil decay tagging technique (RDT) [sim86,pau95] solved this problem.

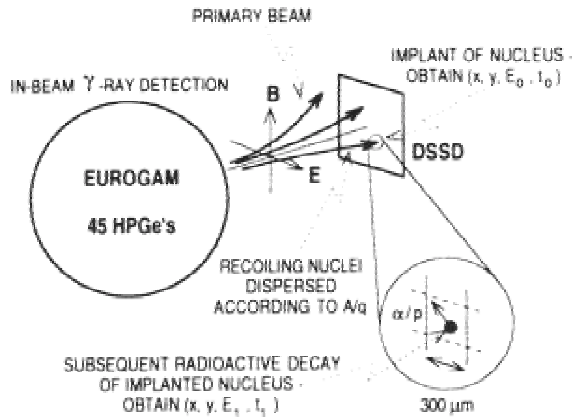


Fig.7. Schema of the RDT technique as it was used in Daresbury. Taken from [woo89].

In this technique the characteristic charge particle decays are used to retrospectively genetically fingerprint gamma-rays detected in the target position. The use of the Recoil-Decay-Tagging technique has allowed to identify in-beam gamma rays from highly deformed proton emitters.

Figure 7 shows the schematic diagram of the RDT technique applied at Daresbury Recoil Mass Separator to identify in-beam γ -rays from the proton emitter ^{109}I [pau95].

The program of measurements of proton radioactive nuclei initiated in Daresbury continued at the Argonne Fragment Mass Analyser (FMA), which provided detailed and systematic information on proton radioactive nuclei, enabling to explore the rich phenomena associated with different region of nuclear structure (see review of ref. [woo97] and references therein). A beam of ^{78}Kr was used to bombard ^{92}Mo and ^{96}Ru targets to produce the new proton emitters $^{165,166,167}\text{Ir}$ and ^{171}Au . This represented the first example of 3 proton-emitting isotopes of a single element and in the case of ^{165}Ir the first use of a 1p4n evaporation channel to discover a proton emitter. This is a very challenging result as isotopic cross section decrease a factor of 20 for each additional neutron evaporated. Proton emission from g.s. and excited state (low and high spin) were identified and parent structure deduced. These data demonstrated the rich nuclear structure information that could be unlocked by proton decay measurements. It was the first systematic survey of experimental proton decay spectroscopic factors.

An extensive study with proton radioactivity has also been done at the Holifield Radioactive Beam Facility at Oak Ridge. More than 5 proton emitters have been discovered, here produced by fusion evaporation reaction using the recoil mass separator and detection system based in double sided strip detectors (DSSSD) and well as RDT technique for the identification of deformed emitters and fine structure. See for details [ryk90].

2.1.3 Spectroscopic factors for proton emitters with $65 \leq Z \leq 81$

The calculation of the proton partial half-life, $t_{1/2,p}$, using the spherical WKB barrier transmission approximation does not take into account any nuclear structure effects that might influence the half-life. Although the calculation of the absolute decay rate is simpler than for α -decay because a pre-formation factor is not needed, the overlap of parent and daughter states may not be complete. For instance, this occurs when the parent state of an odd-A proton emitter consists of a hole in a particular orbital, while the predominant configuration of the daughter has this orbital completely filled.

A spectroscopic factor is used to describe the nuclear structure effects and is defined as:

$$S_j = \left| \langle \Psi_i(Z+1, A+1) | a^{j+} | \Psi_f(Z, A) \rangle \right|^2$$

where a^{j+} is the creation operator for a proton in orbital j .

In an attempt to quantify these ideas, a low-seniority (quantum number giving the number of unpaired particles, $N-2P$ [sie87]) shell model calculation of the wave functions for the parent and daughter states has been performed, for spherical proton emitters in the $65 \leq Z \leq 81$ region. The model space consisted of 18 particles in the $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$ proton orbitals. The neutron was considered a spectator (the same configuration assumed for the parent and the daughter). The single-particle energies for the three orbitals were assumed to be degenerate. The residual interaction used was a pairing force. From the resulting wave functions the spectroscopic factors were calculated and they depend on the number of pairs, P , of proton holes below $Z=82$ possessed by the daughter nucleus: $S(P) = P/9$ with $1 \leq P \leq 9$.

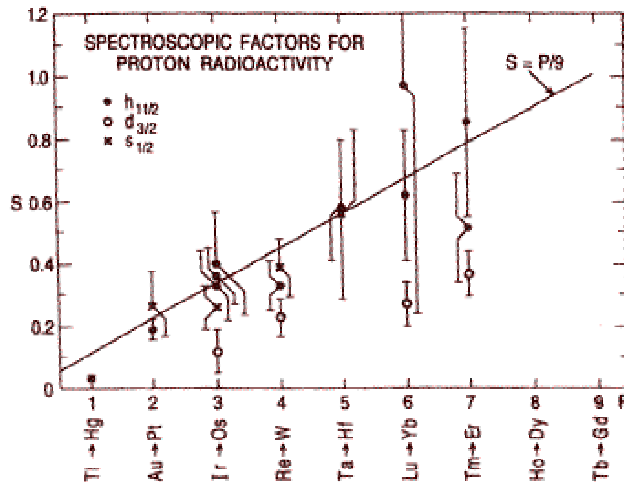


Fig. 8. Comparison of the experimental proton decay spectroscopic factors and prediction from the low seniority shell model calculation for the region $64 < Z < 82$. taken from [woo90].

Figure 8 shows the comparison between experimental and calculated spectroscopic factors for the proton emitters known [dav97]. For instance, $^{155}_{73}\text{Ta} \rightarrow ^{154}_{72}\text{Hf}$ (5 pairs to reach 82) the experimental factor was 0.58 in excellent agreement with the predicted 0.56. Such a detailed agreement gave confidence in the understanding of these nuclei and of the proton decay mechanism. Notice that only the spectroscopic factor from $d_{3/2}$ -level are systematically underestimated probably due to the admixing of this level with other configurations, on the contrary the $h_{11/2}$ orbital is

rather pure as it is surrounded by levels with lower spin and different parity. This simple model only describe spectroscopic factors for the proton decay of spherical or near spherical nuclei. When the parent nucleus is deformed, additional nuclear structure effects will play a role in determining the decay rate. For instance ^{113}Eu and ^{141}Ho have been discovered (in FMA) as g.s. proton emitters. These nuclei are in a region of expected quadrupole deformation $\beta=0.29-0.33$ respectively. The spectroscopic factor did not agree with the previous prediction of the low seniority shell model. Using deformed DWBA (distorted wave Born Approximation) and following the approach of Bugrov & Kadomensky [bug89] The decay rates could be theoretically reproduced when high deformation $\beta \sim 0.3$ was included. The combination of FMA and Gammasphere ($\sim 10\%$ efficiency) allowed the rotational bands to be observed populating g.s. and isomeric proton decaying states in ^{141}Ho , the latter having a cross section of only 50nb. A preliminary analysis gave $\beta=0.28$ in excellent agreement with the theoretical prediction. More recently the fine structure of ^{131}Eu was studied with RDT technique. In this case, it was shown that both proton peaks were associated with the same rotational band giving an independent proof of the fine structure decay mechanism (required sensitivity 10 nb).

2.1.4 Summary

The 90's marks an explosion of information on proton radioactivity from drip line nuclei. For nuclei beyond Sn the fusion of stable neutron deficient isotopes continue to be the most effective means of accessing the proton drip-line. The number of known ground state has increased dramatically. Studies of these proton emitters offer a unique inside into the properties of nuclei beyond the proton drip line.

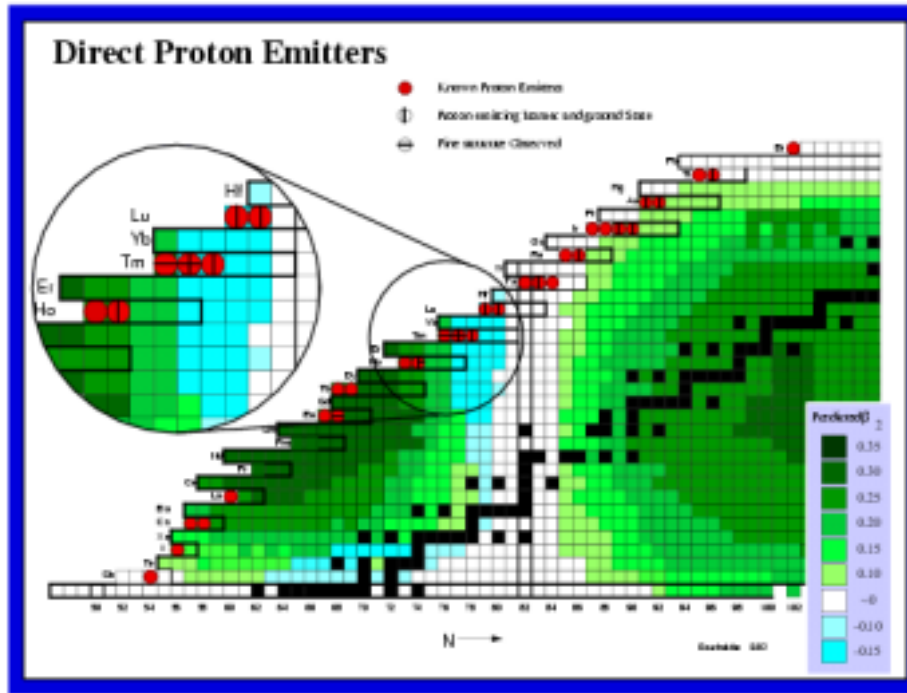


Fig. 9. Chart of nuclei showing in red points the known proton emitters. The red points with vertical line indicate nuclei with proton radioactivity from ground state and isomers. A horizontal line on the red point indicates the observation of fine structure. The expected deformation is shown following a colour code: spherical nuclei are shown in transparent, oblate in blue and prolate in green (figure supplied by Jon Batchelder [pro99].)

A continuous chain of odd-Z proton emitting isotopes has been established. The full list is given in Annexe I.

Theoretical models are able to reproduce the systematic variation of proton decay spectroscopic factors for a wide range of spherical nuclei ($67 \leq Z \leq 83$), proving the applicability of shell model at the edge of stability. Proton emission from highly deformed nuclei has been observed as in ^{141}Ho . Decay rates from these nuclei are found to agree well with theoretical calculations assuming Nilsson states.

In beam studies of the γ -rays using RDT technique provides complementary nuclear structure information assisting in constraining theoretical calculations of proton decay rates. Furthermore these studies will give new insight into the behaviour of proton unbound nuclei.

A deeper understanding of the role of deformation in proton transitions will require both a further extension of the proton radioactivity data base into the highly deformed region of light rare-earth nuclei ($Z = 57-65$, already a few cases) and in-beam gamma-ray studies of proton radioactive nuclei. The results for ^{109}I and ^{147}Tm using RDT technique show that discrete structure still persists several MeV above the proton threshold.

2.2 Two proton radioactivity

As consequence of the pairing force Goldanskii predicted in 1960 [gol60] the possibility of 2p emission from the neutron deficient even-Z light nuclei. Emission of 2p from nuclear states has been studied since then. He noted that even when a single proton was bound it was energetically possible for 2p to be emitted simultaneously either in a ${}^2\text{He}$ cluster subsequently splitting into two protons or as the result of two barrier penetrations., i.e. for certain nuclei it should be easier to eject a pair that break it apart.

Two-proton decay may occur through three possible mechanisms: (i) sequential emission of protons via an intermediate state, (ii) simultaneous emission of protons and (iii) "di-proton" emission, i.e. emission of a ${}^2\text{He}$ cluster with very strong p-p correlations. At the beginning the only resonant nucleus known as result of 2p instability was ${}^6\text{Be} \rightarrow 2\text{p} + {}^4\text{He}$, but Goldanskii did not consider it to be an example of two proton radioactivity because the decay energy is comparable to the width of ${}^5\text{Li}$ ($\Gamma = 1.5\text{MeV}$). So it may be considered as consecutive (sequential) independent escape (${}^6\text{Be} \rightarrow \text{p} + {}^5\text{Li} \rightarrow \text{p} + {}^4\text{He}$). Later kinematically complete experiments showed [boc89] that a three body mechanism, the so called democratic decay, was necessary to describe the data. Being the first example of the second type of mechanism. The sequential 2p emission have been identified from excited states, first from IAS of ${}^{22}\text{Al}$ [cab84] where the transition is isospin forbidden. Then also from other isospin allowed transitions such as the 7.77 MeV excited state of ${}^{14}\text{O}$ [bai96] and in ${}^{31}\text{Ar}$ [fyn00]. The third case is the one traditionally associated with the 2p-radioactivity.

2.2.1 Decay rates and mass predictions

The decay rate will be given in the case of 2p-radioactivity by $\lambda_{2p} = \nu_{2p} \exp(-G_{2p})$. In the absence of centrifugal barrier the exponent factor G_{2p} in the equation for the decay constant of 2p decay, $\lambda_{2p} = \nu_{2p} \exp(-G_{2p})$ is equal to the sum of $G_{2p} = G_{p1} + G_{p2}$. This sum will have the smallest value when the energies of the 2 processes are equal: $E_{1p} = E_{2p}$

$$G_p = \frac{2(Z-1)e^2\sqrt{m}}{\hbar\sqrt{2U}} \left[\frac{\pi}{2x^{1/2}} - 2 \right],$$

$$\text{where } x = \frac{Q_p}{U} \text{ and } U_{\text{coul}}(r) = \frac{(Z-1)e^2}{R+r_p} \approx \frac{(Z-1)}{1+(A-1)^{1/3}} \text{ MeV}$$

The rate of decay involving simultaneous independent escape of two protons of an energy $Q_{2p/2}$ appears to be the same as the emission of a diproton of energy Q_{2p} with an accuracy within the pre-exponential factor (As $Q_{2p} \sim E_{\text{pair}}$ and $\nu_p = v_0/2R = 10^{22} \text{ s}^{-1}$ $\nu_{2p} = 3.3 \cdot 10^{-22} \nu_p^2 Q_{2p}^{3/2} / E_{\text{pair}}^2 \approx 10^{22} \text{ s}^{-1}$). Assuming τ between 10^{-12} and 10^{-2} s beyond which β -decay rate will dominate, 2p-radioactivity for nuclei $Z < 20$ is doubtful. Besides the low Q_β -value in this region. It was noted by Jänecke [jan65] that when a diproton as correlated pair escape the nucleus the effective decay energy Q_{2p} diminishes by a value of $E_0 = 70 \text{ keV}$, i.e. the energy of the virtual singlet level of the nucleon-nucleon system. Thus, when $l=0$, the most probable way of 2p-decay will be that involving unpairing of the diproton at the inner boundary of the coulomb barrier at the nucleus edge. Strong energy correlation of the emitted proton will arise for radioactive 2p-decay. The nature

of energy distribution between emitted proton and also their angular correlation for $l=0$ were considered by Goldanskii [gol61]. An approximate theory for 2p decay allowing both coulomb and centrifugal effects was given in Goldanskii, [gol65]. When a proton pair escapes the shell of orbital angular momentum l , the most probable result would be the tunnelling of a diproton as a correlated pair followed by its unpairing at a relatively large distance from the centre of the nucleus $r_0 = \frac{\sqrt{l(l+1)}\hbar}{\sqrt{m\varepsilon_0}}$ or even at the outer

boundary of the potential barrier R_{out} , when $R_{out} < r_0$. As a result the centrifugal barrier will have a considerable weaker effect on 2p than on p-radioactivity. Moreover, the existence of a centrifugal barrier results in a considerably stronger angular correlation of emitted protons and certain changes in their angular correlations. Goldanskii [gol65] considered that ^{12}O and ^{16}Ne are 2p-unbound but due to the strong p-instability of ^{11}N and ^{15}F will promptly decay as ^6Be rather than produce 2p-radioactivity. First propose candidates were ^{19}Mg (lightest 2p-emitter) and ^{22}Si .

The discovery of this decay mode has been hampered by the stringent energetic requirements ($S_p > 0$, $S_{2p} < 0$) as well as by the experimental difficulties, as it requires to detect low energy protons. The search for candidates has the problem that the mass predictions even the local ones has a precision not better than 200 keV. For instance the Garvey and Kelson mass formula [gar66] for mirror nuclei based in the charge symmetry of the nuclear forces and independent particle picture allows to determine the mass of neutron deficient nuclei based on the mass of the mirror nucleus and on a reliable determination of the Coulomb energy difference estimated from a summation on Coulomb differences of neighbouring pairs of mirror nuclei with $T = \pm \frac{1}{2}$.

$$M(A, -T) - M(A, +T) = \left[\sum_{j=2T-1}^{2T+1} M\left(A + j, -\frac{1}{2}\right) - M\left(A + j, +\frac{1}{2}\right) \right]$$

The failure in the prediction of this mass formula is due to the accidental failure of one of the two assumptions made. At the proton drip line a single proton state becomes unbound which markedly modifies its wave function from what it was when the same quantum state was unbound. This effect referred to as Thomas Ehrmann Shift leads to a less negative separation energy for the unbound individual particle state. In the table the separation energies calculated for 2p-radioactivity candidates are given together with an extra correction done to this formula by Comay et al., [com88] to take into account the Thomas Ehrmann Shift effect. This correction is $\Delta S = 0.28(9) \times S$ (where S is $S_p < 0$ or $S_{2p} < 0$).

Table 1. Mass predictions for light nuclei with $S_p > 0$ and $S_{2p} < 0$.

	S_p	S_{2p}	$S_{2p} + \Delta S$	$T_{1/2}(\text{ms})$	Most Recent Reference
^{31}Ar	+0.48	-0.23	-0.17	14.1(7)	[fyn00]
^{39}Ti	+0.43	-0.79	-0.57	31^{+6}_{-4}	[gio01]
^{42}Cr	+1.19	-0.69	-0.40	$13.4^{+3.6}_{-2.4}$	[gio01]
^{45}Fe	+0.07	-1.14	-0.82	$4.7^{+3.4}_{-1.4}$	[gio02]
^{48}Ni	+0.46	-1.35	-0.97	bound	[bla00]
^{54}Zn	+0.40	-1.51			

Clearly from table 1 the cases with more possibilities to observe 2p-radioactivity were ^{45}Fe , ^{48}Ni and ^{54}Zn as the Q_{2p} was close to 1 MeV or higher so the individual proton could be detected. The former was observed for first time in 1996 [bla96] at GSI and confirmed at GANIL when ^{48}Ni was identified for first time [bla00]. The latter, ^{54}Zn , has not yet been observed.

2.2.2 Experiments for investigation of 2p-radioactivity

Intense search has been done by B. Blank and his co-workers to pave the way towards these nuclei by trying different fragmentation reactions both at GANIL and GSI in order to produce these nuclei and their neighbours with enough statistics to do spectroscopic studies. Finally 2p-radioactivity has been observed in two different experiments done in GANIL [gio02] and GSI [pfu02] and reported both at the end of 2002.

Three events were assigned to ^{45}Fe ($T_Z = -7/2$) in its first observation at GSI produced by fragmentation of a ^{58}Ni beam on a beryllium target. No decay properties were obtained apart from a lower limit of the half-life deduced from the flight time through the separator [bla95]. Next attempt was done at the GANIL LISE3 separator where quasi-fragmentation of a ^{58}Ni beam on a nickel target was applied. In this experiment ^{48}Ni was observed for first time and decay events following the implantation of ^{45}Fe were detected and its half-life was determined to 6_{-3}^{+17} ms [bla00]. In the next experiment at GANIL using SISSI-LISE3 projectile fragmentation of ^{58}Ni beam on natural nickel target. A ΔE -E telescope was used to identify the fragment by ToF. A microchannel plate (MCP) mounted at LISE for time purposes. A Si-Strip (300 μm) a thick Si (6 mm) and a Ge-array in close geometry. The efficiency of the β -detector was 30 %. In 36 h 22 events of ^{45}Fe were identified [gio02]. The possible decay channels for ^{45}Fe are shown in figure 4, either β -decay with predicted half-life of about 7 ms to ^{45}Mn (unbound) or decay by 2p to ^{43}Cr β p emitter ($T_{1/2} = 21.6(7)$ ms [gio01]).

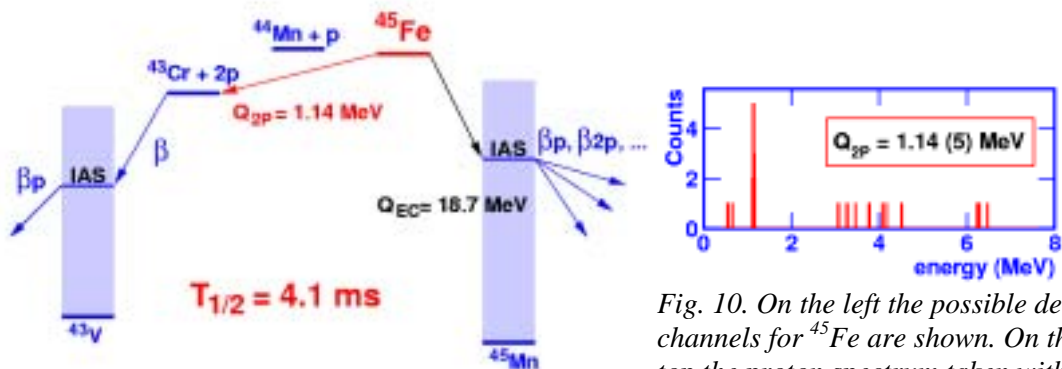


Fig. 10. On the left the possible decay channels for ^{45}Fe are shown. On the top the proton spectrum taken with gate in $t < 15$ ms. For more details see ref [gio02] and text. (Figures furnished by B.Blank).

The figure 10 shows the decay energy spectrum correlated with the ^{45}Fe implantation for $t < 15$ ms. The peak at 1.06 MeV with 12 events correspond to the expected Q_{2p} deduced from different mass formulas as shown in the previous table. No coincidences with betas or gammas were observed. The probability to miss the beta signal for the 12

events is 1.4 %. The non observation of βp coincidences is a sign of direct 2p-radioactivity. As the total number of identified ^{45}Fe ions is larger than the protons seen in the peaks, the estimation of losses due to the setup indicate a branching ratio for the 2p-radioactivity of about 70-80 %. The measured half-life of $4.7_{-1.4}^{+3.4}$ ms gives a partial $T_{1/2}$ for the 2p-branch compatible with the expectations of the ^2He emission [gri00]. This experiment has been corroborated by another one done at GSI by the same group but with less statistics, but more efficient for detection of betas and gammas[pfu02].

2.2.3 Summary

We have started this new decade with the observation of two proton radioactivity in ^{45}Fe by means of two different experiments. Obviously we are at the beginning of this search, the continuation implies search for other candidates and to identify the breakup mechanism. Still is valid the sentence written by Goldanskii back in the sixties [gol66]: *A specific task of future research on 2p radioactivity will be observation of the energy and angular correlation of emitted protons. Besides information on levels, forms and sizes of neutron-deficient nuclei that could be obtained from both 1p and 2p-radioactivity studies would provide unique possibilities for investigating the shape of the potential barrier around the nucleus and the nuclear barrier interaction of paired protons.*

3. HEAVY ION RADIOACTIVITY

All nuclei with $Z > 40$ are metastable with respect to radioactive decay into 2 nuclear fragments with masses M_1 and M_2 for which $Q \equiv M(A, Z) - M_1(A_1, Z_1) - M_2(A_2, Z_2) > 0$. The case $A_2=4$ corresponds to alpha decay, if $A_1 \approx A_2$ spontaneous fission occurs and the case of $4 < A_2 < A_1$ is called heavy ion radioactivity and will be the subject of this section.

Among the heavy nuclei there are thousand of possible 2-body decays with positive Q -value. For most of the combinations the decay rate is undetectable low. But for cases where the fragments are near the close shells, the high coulomb barrier (proportional to $Z_1.Z_2$) is partially compensated by the high Q and the decay may be detectable.

A rule of thumb for guessing which decay modes might have high enough Q to occur at detectable rates is to let the heavier fragment be close to ^{208}Pb which has a large mass defect as result of the close shell in proton and neutron and to let the lighter fragment to be a tightly bound, even-even, neutron rich nuclei. For instance: $^{232}\text{U} \rightarrow ^{208}\text{Pb} + ^{24}\text{Ne}$ has a branching ratio of 10^{-12} relative to α -decay. Few cases of heavy fragment emission have a higher branching ratio than this, what explains why heavy particle radioactivity was only discovered many decades after alpha-radioactivity and spontaneous fission.

3.1 Decay rates

In order to choose favourable cases for experimental study, one needs a quantitative model for decay rates. All of them involve tunnelling through a potential barrier and fall into two classes.

1-Cluster Models: a cluster of nucleons inside the nucleus which probability decreases with cluster size, and then tunnelling out without change of size or shape. Illustrated in part (a) of fig. 11.

2-Unified Model for α -decay, heavy particle activity and spontaneous fission in which the parent deforms into two fragments, usually keeping constant the volume of the portions that distort into separated fragments. Illustrated in part (b) of fig. 11.

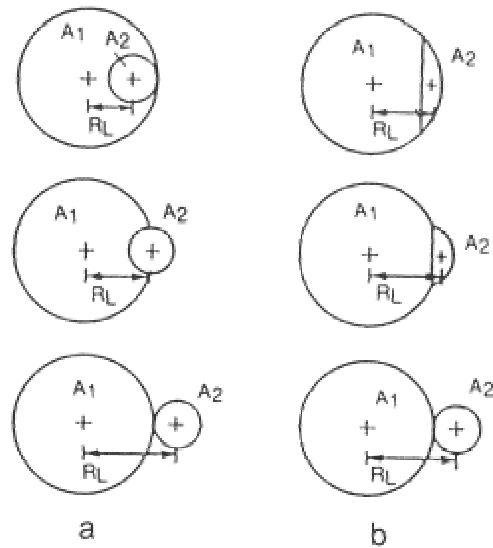


Fig. 11 Heavy particle decay (a) as emission of a cluster at constant radius, (b) as distorsion into two compact shapes at constant volumen.(from [pri89]).

Due to the short range of the strong force, when the 2-fragments are further apart than the “touching distance” $R_t = R_1 + R_2$ the potential energy is dominated by the repulsive Coulomb potential $V_c = Z_1 Z_2 e^2 / r$ if both fragments are spherical. At $r < R_t$ the potential energy drops dramatically due to the influence of the attractive force and reduction of Coulomb repulsion.

Classical Mechanics indicates that the decay cannot occur if $Q <$ height of potential barrier. As already mentioned for the other decays Gamow in 1928 [gam28] developed

a quantum mechanical approach where the decay rate λ is proportional to the product of the frequency factor ν and a penetrability P given in the WKB approximation by

$$P \approx \exp(-G); \quad G = \frac{2}{\hbar} \int_{R_a}^{R_b} \sqrt{2m(r)(U - Q)} \, dr$$

R_a, R_b are the classical turning points, $m(r)$ is the reduced mass μ at distances $r > R_t$ and depend of the specific model for distances $r < R_t$. $U(r)$ is the energy barrier that includes nuclear potential, Coulomb potential as well as centrifugal potential if needed.

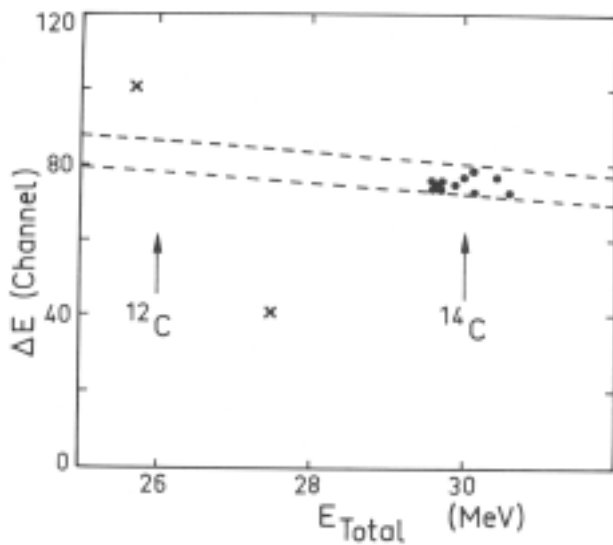
In the cluster models the decay rate includes a factor S that expresses the probability of pre-formation of a particular cluster of nucleons inside the parent. It is instructive to consider the simplest model: pure Coulomb potential for spherical fragments at $r > R_t$ and square well potential at

$$r < R_t \Rightarrow K = \frac{2}{\hbar} \sqrt{\frac{2\mu}{Q}} Z_1 Z_2 e^2 \left(\ar \cos \sqrt{x} - \sqrt{x - x^2} \right)$$

With $x = \frac{Q}{B}$ $y = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_t}$ height of the barrier at $r = R_t$

Until about 20 years ago, people thought looking to this expression that only α -decay was possible as the product $Z_1 Z_2$ is smallest for $Z_2 \ll Z_1$.

In 1980 Sandulescu et al. [san80] did the systematic calculations necessary to discover that a number of nuclei heavier than ${}^4\text{He}$ have a Q -high enough to be emitted at a detectable rate when the heavy daughter is close to the double magic ${}^{208}\text{Pb}$. This paper although did not give the decay rates should have stimulated the experimenters by pointing out specific decay modes that might be detectable. Unfortunately the paper passed unnoticed except for the Soviet Union where Aleksandrov et al. [ale84] started a search for ${}^{14}\text{C}$ emission from ${}^{223}\text{Ra}$, ${}^{224}\text{Ra}$, and ${}^{226}\text{Ra}$ produced naturally. Although they



observed ${}^{14}\text{C}$ from ${}^{223}\text{Ra}$ they were beaten in the identification by Rose and Jones [ros84] who by the used of a $\Delta E - E$ Si-telescope detected 11 events with $Z=6$ and kinetic energy ~ 30 MeV during a run of 189 days. Rose & Jones using a square well potential plus Coulomb to calculate the penetrabilities for heavy-fragment emission from a number of available radioactive sources.

Fig. 12. Results from Rose & Jones [ros84]. The dashed lines indicate the energies of C-ions emitted from ${}^{223}\text{Ra}$. The crosses are alphas from pile up.

Rose & Jones measured a branching ratio of $B(^{14}\text{C}/\alpha) = 8.5(2.3) \times 10^{-10}$. Figure 12 shows their ^{14}C results. They could not identify the fragment, but concluded from the relative penetrabilities that they were almost certain that it was ^{14}C : $^{223}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{14}_6\text{C} + ^{209}_{82}\text{Pb}$. Radiation damage and α -particle pulse pileups in the detectors prevented them from detecting other heavy-particle radioactivity.

Using their Analytical Super-Asymmetric Fission Model (ASAFM) Poenaru and co-workers [poe86] calculated Q-values, partial half-lives and branching ratios relative to α -decay for 2200 parents nuclei and 140 fragments with $2 \leq Z \leq 26$. With half-life longer than 10^{-6} s and partial half life shorter than 10^{50} s emitted from nuclei with $47 \leq Z \leq 106$. When scanning the tables looking for decay modes to investigate one need to keep in mind four practical constraints:

1. Considering that the kinetic energy of the light fragment could be around 2-2.5 MeV/nucleon their range in Uranium is $15\text{mg}/\text{cm}^2$ comparable to an α -particle emitted from the same parent. So to identify heavy-particle radioactivity by direct detection of the emitted light fragment the source must be thinner than $1-2\text{mg}/\text{cm}^2$.
2. The decay rate should be high enough to observe at last a few decays/year.
3. The branching ratio with respect to α -decay or spontaneous fission should not be so low that the signal is swamped by any of these types of background. The lowest branching ratio detected 10 years ago was 10^{-16} relative to alpha decay. An increase of sensitivity to detect branches down to 10^{-18} could be expected with improvements in the known technique.
4. The parent nuclide must be available in large enough quantities with a long enough half-life. This constraint the study to nuclei with $Z < 94$ and pose great difficulties in the study of short-lived nuclei near ^{132}Sn , ^{100}Sn or ^{208}Pb .

3.2 Experimental Methods and Results

Since the pioneering studies already described [ros84,ale84] further results have been obtained with techniques capable of discriminating against intense background of α -particles or fission fragments. As the difficulty comes from the extremely low branching ratios and large partial half-lives we will mainly focused in the experimental techniques to detect them. Mainly the selection of sources and the ionisation detectors. Also gamma spectroscopy can be used to select the daughter fragment by identifying gammas connected to its decay.

a) Sources

Rose & Jones uses a source of ^{227}Ac ($T_{1/2} = 21.7\text{ y}$) to produce ^{223}Ra ($T_{1/2} = 11.4\text{ d}$) in secular equilibrium with other members of the natural chain of ^{235}U . The use of naturally occurring members of the ^{235}U , ^{238}U and ^{232}Th decay chains can give certain ambiguity to distinguish which nuclide in the chain is the emitter of heavy particles.

Price et al. [pri85] and Barwick et al. [bar86] installed track recording polycarbonate films in a vacuum chamber at ISOLDE (CERN) where pure beams of short-lived nuclei were produced by spallation of a ThC_2 -target. Masses 221 to 225 were collected in a cup surrounded by polycarbonate film. The source were very pure thanks to the use of

the HRS (high resolution separator) and intense up to a few 10^{13} atoms with half-lives down to a fraction of a second.

Other way of producing sources is by chemical separation from natural uranium and thorium or by bombardment of heavy nuclides in a high-flux reactor. Isotope analysis of radioactive impurities and careful purification are essential when studying actinides with low branching ratios for heavy particle radioactivity.

b) Ionization Detectors

The search for heavy radioactivity with branching ratios below 10^{-10} relative to α -decay, requires to face the question of discrimination versus α -flux. This problem has been approached in two ways:

One possibility is a ΔE - E particle identification telescope at the focal plane of a magnetic spectrometer set to transmit mono-energetic fragments with the desired kinetic energy and charged state. This technique was used for instance at Orsay where the spectrometer Soleno [gal84] was used to discover the fine structure of $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$ [hou95]. The small solid angle (5-60 msr) and limited availability of magnetic spectrometers seem to restrict their use to study of a few radionuclides with branching ratios greater than 10^{-11} . See also review by Hourani [hou96]. See the examples shown in figure 13.

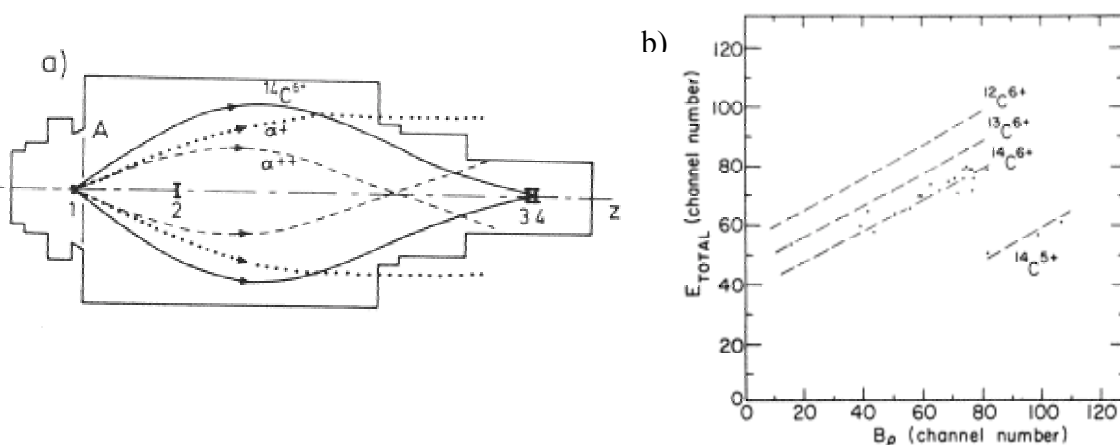


Fig. 13. Part (a) illustrates the spectrometer SOLENO [gal84]. The trajectories ^{14}C and singly and doubly charged alpha particles from ^{223}Ra are shown as example. In part (b) The distribution of carbon isotopes with the Engle split-pole spectrometer at Argonne (USA) [kut85] that has a gas-Si telescope at the focal plane. In this way the ^{14}C was identified.

The second technique used in Berkeley and Dubna is to record latent tracks of heavy particles in a plastic or glass detector that is insensitive to particles with ionisation rate below a certain value. After exposure, the tracks rate are developed by chemical etching, see fig. 14. With this method it is possible to measure branching ratios as low as 10^{-16} .

Although α -particle do not produce track themselves at fluences above $3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ the short recoil tracks of backscattered C and O atoms reach such a high density to make the ^{14}C -tracks difficult to detect. So certain materials such as BP-1 Phosphate Glass (Schott Glass Technologies) records ^{14}C tracks with better discrimination against α -produced

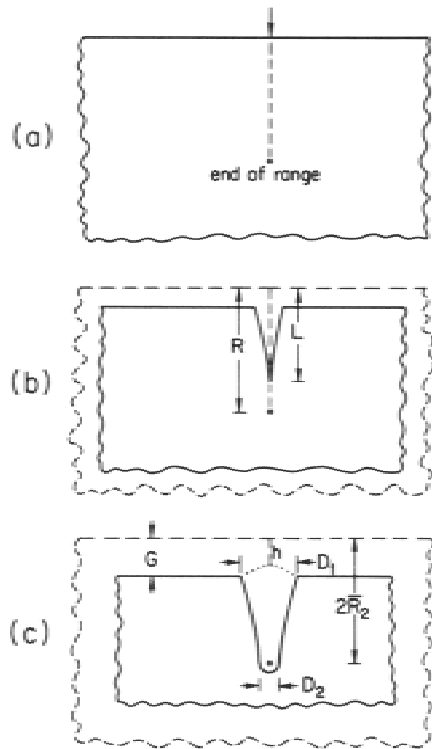


Fig. 14. Identification method of a heavy particle with range R at normal incidence to a solid-state track detector. After a short etch time (b) the length is a measured of the charge Z . With Longer etch time (c) D_1 and D_2 give charge and range. (fig. taken from [prib89])

elastic recoils allowing discrimination at branching ratios below 10^{-11} . Two types of track detectors have been used to search for O and Ne decays. Polyethylene terephthalate plastic film is insensitive to nuclei up to C and can be used in presence of fluencies of α -particles up to 10^{12} cm^{-2} . PSK-SO phosphate glass (Schott) is insensitive to nuclei up to oxygen and has a good change resolution for Ne and Mg and can withstand α -fluences up to 10^{13} cm^{-2} .

LG-750 phosphate glass is ideal for Mg and Si and can withstand α -fluences as high as 10^{14} cm^{-2} . More details about the subject can be found in the review papers of Price [pri89] and Bonetti and Guglielmetti [bon96].

Even-Even transuranic nuclides tend to have spontaneous fission rates order of magnitude higher than heavy-particle emission. Because the range of fission fragments is half of the light fragment in heavy-particle radioactivity, fission fragment background can be eliminated covering the source with Al-foil of $\sim 12 \text{ }\mu\text{m}$. The residual range of Ne, Mg, Si nuclei in the detector is about 9 to 10 μm enough for energy and charge identification.

c) Gamma – spectroscopy

Certain emitted heavy particle decay can be identified by their characteristic γ -ray spectra. The case of ^{233}U , which is predicted to decay by emission of both ^{24}Ne and ^{25}Ne with comparable branching ratios, is a favourable one to study by this method. For instance the decay of $^{24}\text{Ne} \rightarrow ^{24}\text{Na}$ ($T_{1/2}=15\text{h}$) emits a 2754 keV γ -ray follow by a γ -ray of 1369 keV that can be sought in a delayed coincidence technique. ^{25}Ne decays into ^{25}Na ($T_{1/2} = 1\text{min}$), which decays away before the sodium can be chemically separated from the uranium or any other elements. In a search for these two γ -rays in 10 gr of ^{233}U , Balysh et al. [bal86] obtained a negative result, from that they concluded that the branching ratio for ^{24}Ne emission is less than $9.5 \cdot 10^{-13}$ at 68% C.L. When compared with the branching ratio of $7.5(2.5) \cdot 10^{-13}$ measured by emission of all isotopes of Ne with track detectors [tre85] indicate that γ -ray limit is not stringent enough to rule out any combination of ^{24}Ne and ^{25}Ne . An increase of a factor of 10 in the sensitivity of the

gamma-ray method is needed to determine the relative yield between ^{24}Ne and ^{25}Ne . This gain could be obtained by increasing the source-size. The $\gamma\gamma$ coincidence method could also be applied to ^{234}U which is predicted to emit ^{24}Ne and ^{26}Ne with comparable rates. By comparing the branching ratios of the gamma rays from their β -decays one can infer the individual branches from the total Ne ions obtained by track detectors.

Finally fine structure in heavy ion radioactivity has also been observed in the decay of $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$ at Orsay (France) in a series of experiments done between 1990-95. The source was produced at ISOLDE (211 MBq) with a purity versus ^{224}Ra better than 1/1000. The measurement was performed with the spectrometer SOLENO and large area Si detector. The energy spectrum obtained had good statistics and high resolution. A total of 899 events were detected grouped in two peaks corresponding to transition (18 %) to the g.s. of ^{209}Pb and (82 %) to the first excited state [[hou95]]. No events were found at the position of the second and third excited states. The deduced hindrance factors that give the overlap between the parent and daughter wave function agree well with the calculations of Sheline and Ragnarsson [she91] done previously, showing the spectroscopic interest in cluster radioactivities.

3.4 Summary and Outlook

Since the discovery in 1984 of cluster radioactivity, this decay mode is although rare well established. During 10 years there was an intensive research in the field that allowed to measure 20 cases of spontaneous emission of clusters ranging from ^{14}C to ^{32}Si from trans-lead nuclei with branching ratios relative to α -decay from 10^{-9} down to 10^{-16} , partial half-lives from 10^{11} up to 10^{28} s. (for more details see table 1 in ref. [pri89] and those of [hou96,bon96]).

The comparison of the measured value of $\log T$ (partial half-life) with the calculations done using the cluster model of Blendowske & Walliser [ble85], ASAFM [poe86] and a carefully tuned Square Well potential [pri85], fit the data within a factor of three. This agreement is remarkable in view of the difficulties of the experiments, the simplifying assumptions made in the models and the dynamic range: emission of fragments from ^{14}C to ^{34}Si spanning a factor of 10^{17} in partial half-life and 10^7 in branching ratios. One should point out that ASAFM is able to account quantitatively for cold fission, α -decay and heavy particles. The main utility of the square-well model is its demonstration that by carefully running 3 parameters, all partial half-lives can be reproduced within a factor of two. To be noticed that α -decay and fission half-lives cannot be predicted close with the square well.

In the future from the theoretical point of view one has to take into account that most of the models include nuclear structure only through its effect on nuclear masses and Q -values. In order to fit the data better than a factor of two, nuclear structure should be included beyond a simple even-odd hindrance factor. This will certainly also explain the rates to excited states. Experimentally it would be interesting to search for the emission of ions with $Z > 14$. For instance it is of interest to search for ^{46}Ar , ^{48}Ca and ^{50}Ca radioactivity, as they are predicted to be emitted from several isotopes of Cm and Cf with branching ratios up to 10^{-14} . As Argon and Calcium have masses half-way between α and fission products their detection would provide an interesting test of the cluster models versus the fission-like models. The problem is that the region competes with ternary fission. Only a coincidence experiment of 3 fragments will allow to distinguish ternary fission from heavy-particle radioactivity.

4 BETA DELAYED DECAY MODES

The first observation of beta-delayed alpha decay dates back to the first days of nuclear physics and the work of Rutherford [rut16] on naturally occurring radioactive series. After more than 30 years, Alvarez in 1950 made an attempt to bombard ^{10}B and ^{20}Ne with 32 MeV protons in order to obtain delayed proton emitters as $^{10}\text{B}(p,2n)^9\text{C}$ or $^{19}\text{F}(p,3n)^{17}\text{Ne}$. However the ^8B and ^{20}Na α -emitters were obtained instead.

4.1 Mass predictions

In 1959-1960 Baz, Zeldovich & Goldansky [gol60] began using isobaric symmetry relations to calculate the masses of as-yet-unknown neutron deficient light nuclei. A detailed analysis of the stability limits and energies for decay of neutron deficient isotopes up to Sn was made. The phenomena of 2p-radiactivity was predicted. In the following several simple relations that appear valid for many neutron deficient nuclei are given. They were used to predict β -delayed proton candidates. The difference ΔB_{np} between the proton and neutron binding energy in the respective mirror nuclei is given by

$$\begin{aligned}\Delta B_{np} &= B_n({}_N M_Z) - B_p({}_Z M_N) = \Delta B_0 \\ &= B_n({}_Z M_Z^{2Z}) - B_p({}_Z M_Z^{2Z}) \approx \frac{2Q(Z-1)}{(2Z)^{1/3}} \text{MeV}\end{aligned}$$

This relation quite successfully describes the difference ΔB_{np} between binding energy (B_p) of the Zth proton in an unknown ${}_Z A_N$ and that of Zth neutron (B_n) in the mirror nucleus. Q is the Coulomb interaction of proton ~ 0.6 MeV.

The differences in masses of isobarically conjugated nuclei are within ≤ 1 MeV.

$${}_Z A_N - {}_N A_Z = (Z - N)\Delta M_0$$

where for odd A

$$\Delta M_0 = {}_{(A+1)/2} M_{(A-1)/2}^A - {}_{(A-1)/2} M_{(A+1)/2}^A$$

for even A

$$\Delta M_0 = \frac{1}{2} \left[{}_{A/2+1} M_{A/2-1}^A - {}_{A/2-1} M_{A/2+1}^A \right]$$

thus the difference in β^+ and β^- decay energies for the mirror nuclei:

$$Q_{\beta^+}({}_Z M_N^A) - Q_{\beta^-}({}_N M_Z^A) = 2\Delta M_0$$

Besides we also have the isobaric mass multiplet equation (IMME) that permits fairly precise predictions of masses M of unknown nuclei from known masses of other components of the same isobaric multiplet.

$$\Delta M_0 \approx \frac{Q(A-1)}{A^{1/3}} - (m_n - m_p) = 0.6 \frac{(A-1)}{A^{1/3}} - 0.78 \text{MeV}$$

And $E_{coul} \approx 2 \frac{Q(Z-1)}{A^{1/3}}$ difference in Coulomb energy between the parent and daughter.

These formulas predicted β -delayed proton emitters as well as some candidates for p- and 2p-radiactivity. For instance for the β -delayed proton emitter $^{32}_{18}\text{Ar}_{14}$ a Q_{β^+} -value of

10.36 MeV was obtained which is to be compared with the experimental value of 10.13(5) MeV.

4.2 Beta-delayed proton emission

The first identification of delayed proton emission was done in Dubna by Karnaukhov [kar63] in 1962 who bombarded 3μ Ni and Ta targets by a ^{20}Ne beam. But they could not identify the precursors (later it was clear that ^{17}Ne and ^{20}Mg were the most probable nuclei produced by transfer reaction of Ne-beam in Ta or Ni targets). In 1963 at McGill (Canada), Barton and co-workers [bar63] identified ^{25}Si as the first proton precursor thanks to the use of Si-surface barrier detectors. This one was the first application to Nuclear Physics of this type of device (called at that time Si-junction). By 1965 six more precursors were identified, all of the type $T_Z=-3/2$ using (p,3n) and (p,p3n) reactions. Immediately other groups got interested at Brookhaven, Berkeley, and ISOLDE.

Today more than 134 precursors are known, see review by Hardy [har00] and references therein. Their properties are well understood and the data have provided a wide variety of spectroscopic information: level energies, spins, isospins, width and densities as well as beta-decay properties. This spectroscopic tool has often been the only way to identify exotic nuclei. The condition that makes it possible is that the Q-value of the precursor must exceed the binding energy of the proton in the daughter. The proton energy spectrum is determined by two factors, the intensity of β -decay branches from precursors to levels in the emitter. And the branching ratios for subsequent particle emission from these states to states in the daughter (probability of the emitter state to decay by particle rather than gamma). If the density of levels populated in the emitter is reasonable low, the spectrum is dominated by peaks each corresponding to an individual transition from precursor to emitter to daughter. If the density is high, the spectrum assumes a smooth, characteristically bell-shaped appearance reflecting the bulk physical properties of the process. The fine structure in this bell shape will depend on which region of the excited structure of the emitter is probed.

4.3 Beta-delayed neutron emission

Production and investigation of exotic nuclei on the neutron-rich side of the valley of beta stability are not very much developed. Without the influence of the repulsive Coulomb force, stability with very large neutron excesses becomes possible. For instance among the tin-isotopes, there are predicted to exist at least 40 more neutron rich nuclei up to ^{176}Sn than so far observed. At present the technical limitations in production of neutron-rich drip-line nuclei only give us access to the lightest elements up to $Z = 10$.

The most common decay mode in the neutron rich side is the beta-delayed neutron emission. A large number of data are available in the regions of the two mass peaks from thermal neutron induced fission, see compilation of England et al. [eng88]. In the review of Jonson and Nyman [jon96] one finds a list of β -delayed neutron precursors with neutron branches, P_n -values, of light and medium elements up to $Z \leq 35$.

4.4 Beta-delayed multi-particle emission

In the case of β -delayed multi-particle emission the nucleus breaks up into more than two particles. The kinematics of two-particle breakup is fully determined by momentum and energy observation. The main interest in β -delayed multi-particle emission is the fact that the mechanism of the break-up is not fully determined by kinematics. In three body break-up there are three binary subsystems and each subsystem have resonances controlling the break-up. Either the break-up proceeds via each of these resonances sequentially or the beta-daughter breaks up directly into the three body continuum; as occurred in β -delayed deuteron emission from ${}^6\text{He}$. The breakup modes are equivalent to the ones in 2p-radioactivity as this is a typical 3-body process.

4.4.1 Beta-Delayed two neutron emission

Two proton radioactivity as well as beta-delayed two-neutron emission were predicted in 1960 [gol60] as a consequence of the pairing force. The latter process was observed for first time in 1979 in the decay of ${}^{11}\text{Li}$ [azu79] and inspired the prediction of the mirror process, beta-delayed two-proton emission β -2p by Goldanskii [gol80].

The study of extremely neutron-rich isotopes remain a major experimental challenge in the current research on far-unstable nuclei. More than twenty years has elapsed since the first observation of β -2n emission but the progress has been slow due to the technical problems associated with the detections of neutrons. The β -2n precursors found in the literature are summarized in Table 1 of ref [bor00]. The multiplicities of the processes have been established either by time correlation using a 4π neutron long counter, by identifying the growing activity of the β -n daughter, or by looking indirectly to the multiplicities.

Due to the technical problems of measuring delayed neutrons nothing is known about the mechanism of these decays. The most extreme case is the decay of ${}^{17}\text{B}$ ($Q_\beta = 24$ MeV), where the ${}^{17}\text{C}$ excited states are formed by a core of ${}^{12}\text{C}$ and five loose neutrons, all accessible to the Q_β window, four of them were detected in the experiment at GANIL[duf88].

As delayed neutron and multineutron emission dominates the decay of neutron rich nuclei far from stability, one needs new detectors with high efficiency and good energy and angular resolution. This is fulfilled by the new generation of scintillator arrays such as the once existing at MSU, RIKEN or the recently built array TONNERRE at GANIL, comparison of their characteristics are summarized in reference [but00] and discussed in the presentation of Ph. Dessagne. Neutron detector arrays will give more insight into the problem in this coming decade.

4.4.2 Beta-delayed two-proton emission

Due to the elusive character of the 2p-radioactivity the possibility of observing correlated emission of two protons from excited states fed in β -decay has caused quite some interest in the β -2p decay mode. Experimentally this mode is more accessible than

that of its partner (β -2n) as the detection of delayed protons with good energy resolution is relatively easy over a broad energy range using ordinary Si detectors.

Besides for nuclei with $Z > N$ the super-allowed Fermi transition collects a large feeding to the IAS. Close to the drip line this state is placed at large excitation energy and therefore open to 2p-emission. As the escape of the delayed proton pair require tunnelling through the potential barrier, the observation of energy and angular correlation between the protons could give information on the interaction between these protons in the sub-barrier region, where the attraction due to the nuclear forces is gradually replaced by Coulomb repulsion. However, this decay mode will compete with sequential emission where the first proton feeds a proton emitting state, as shown in fig. 15. Therefore the question of the mechanism of β -2p concerns the relative importance of sequential and direct emission of the two protons. Direct emission depends upon the degree of correlations between the protons. When the protons are fully correlated in a $L = 0, S = 1$ state it is referred to as “diproton” emission.

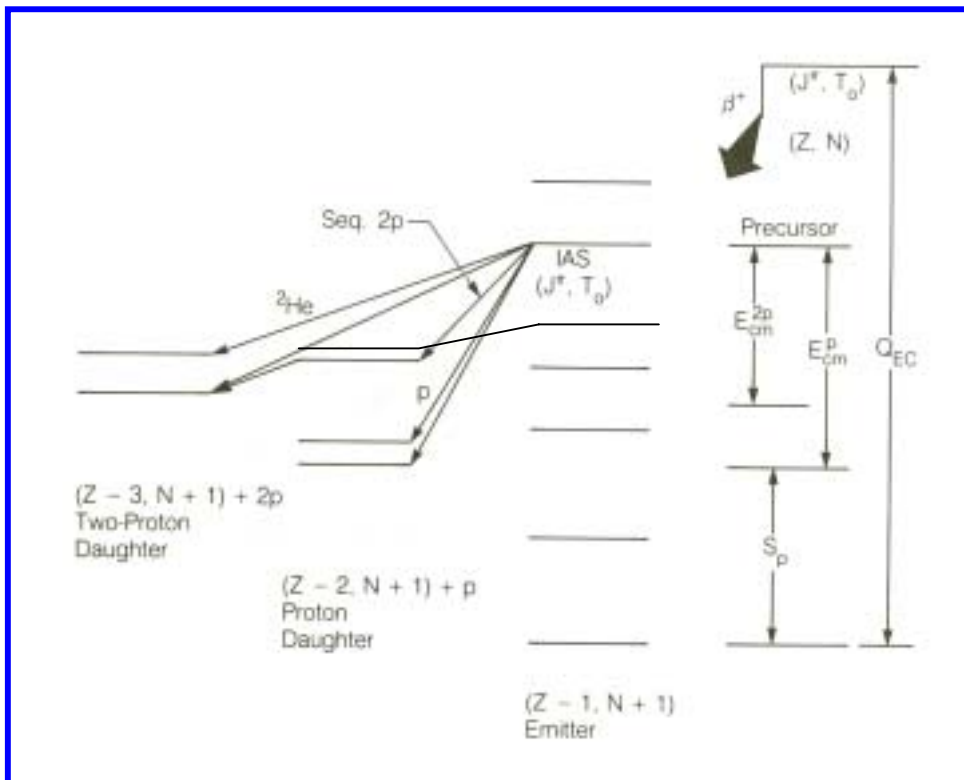


Fig. 15. Generalized decay scheme for a neutron deficient nuclei with high Q_{EC} where both $\beta 1p$ and $\beta 2p$ from IAS and other excited states are shown.

Experimentally the different mechanisms can be distinguished by looking at the individual proton energies and their angular distributions. In sequential emission the individual proton energies depend on the intermediate state. Thus, the spectrum will peak at a certain energy while in direct emission the proton spectrum is continuous. The angular distribution in direct emission is far from being isotropic while the angular dependence introduced by the momentum coupling in the sequential case is negligible.

The fact that the IAS collects a large part of the β -strength explains that the first observation of β -2p was done from the IAS of ^{22}Al [cab84], ^{26}P [hon83,cab84] and ^{35}Ca [ays85] at the Lawrence Berkeley Laboratory. In their studies the radioactivity was deposited in a catcher foil that was viewed by a set of Si telescopes at two different angles. This pioneering work established that the β -2p emission mechanism is in these cases sequential. Since then, other β -2p-emitters have been identified at GANIL: ^{23}Si [bla97], ^{27}S [bor91], ^{31}Ar [bor87], ^{39}Ti [det90] and ^{43}Cr [bor92]. The detector system used here consisted of a set of 4-6 Si detectors forming a telescope. The radioactive nuclei produced, identified by their time of flight and energy loss, were implanted in a thick detector and the total energy of the emitted particles was measured in the telescope.

These studies were not sensitive to the mechanism of the two proton emission since the energies of the protons were not measured individually due to the high energy of the radioactive beam. The beam was slowed down and finally stopped in the Si-detectors, the straggling produced in this process gives an energy resolution not better than 100 keV. Due to chemical reasons, out of these nuclei only ^{31}Ar has been produced for study at ISOLDE.

The case of ^{31}Ar

The progress in the understanding of the decay of ^{31}Ar has come from the development and improvement in the detection system. Two main features of ISOLDE were used in that work. Firstly the fact that the radioactivity is extracted and transported to the detection setup with low energy and high beam quality. Secondly the pulsed structure of the beam (frequency at maximum of 1.2 s/pulse) allows, in case of short lived species, a determination of signal and background in the same pulse. The former makes it possible to stop the beam in a thin carbon foil resulting in a point like source and to use thin Si detectors to measure the particles emitted in the decay.

Detecting very exotic species a high efficiency of the setup is mandatory in order to compensate for the low yield. Furthermore to increase the efficiency of multiparticle detection it is necessary to use several detectors. To distinguish between the different possible mechanisms in the distribution of the individual energies, granularity as well as large solid angle are required. The efficiency of the two proton detection in a set-up with N detectors with solid angles $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N$ is,

$$\varepsilon_{2p} = \left(\sum_{i=1}^N \Omega_i \right)^2 = \sum_{i=1}^N \Omega_i^2 + 2 \sum_{i,j(i \neq j)} \Omega_i \Omega_j$$

Where the first term represents the 2p summing and the second corresponds to the two protons hitting different detectors. It is this last term that gives us the individual proton energies and the angular distribution. As this term goes quadratically with the number of detectors it is attractive to have a highly segmented set-up.

The ^{31}Ar ions were produced at ISOLDE at a rate of 2-3 ions/s. Aiming for high granularity and large solid angle a setup was assembled consisting of a hemispherical mount holding 15 Si p-i-n diodes (FUTIS) having a central hole to allow the ^{31}Ar beam to reach and be stopped in the C-foil placed at the centre of the hemisphere. On the opposite side of it a double sided Si strip detector (DSSSD) with 16x16 strips was

situated. Behind the strip detector a thick large area Si-detector was placed to fully stop high energy protons and to allow for a good discrimination between β -particles and protons. With a total geometric solid angle of 25% of 4π divided in 271 segments and 95% of the total 2p-efficiency for events with two protons hitting different detectors, this setup combines excellent efficiency with good angular resolution. For more details in the setup see [bog00,fyn00].

To analyse the β -delayed two-proton data the multiplicity-two events were selected and the energy and positions of the two detected protons determined. Using energy and momentum conservation we then derive the recoil energy of the daughter nucleus and thereby reconstruct the full decay energy (Q_{2p}) of the event

$$Q_{2p} = E_1 + E_2 + \frac{m_p}{M_{29p}}(E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos \Delta\Theta)$$

where E_i is the detected energy of the i -th proton, m_p is the proton mass, M_{29p} is the mass of the recoiling two-proton daughter and $\Delta\Theta$ is the angle between the two protons. Note that this calculation is independent of the mechanism of the two-proton emission, but the quality of the recoil correction depends on the accuracy in determining $\Delta\Theta$.

Figure 16 shows a scatter plot displaying Q_{2p} versus the energy E_i of the individual protons. Each event is represented by two points lying in the same horizontal line, one for each proton. The right part is the projection onto the Q_{2p} -axis. We can identify diagonal lines between the lower left and upper right corners of the scatter plot that correspond to several states in ^{31}Cl all feeding by proton emission the same state in ^{30}S as schematically shown on the right in the Figure. To each diagonal line corresponds a vertical line in the left hand side from the emission of the second proton. The recoil of

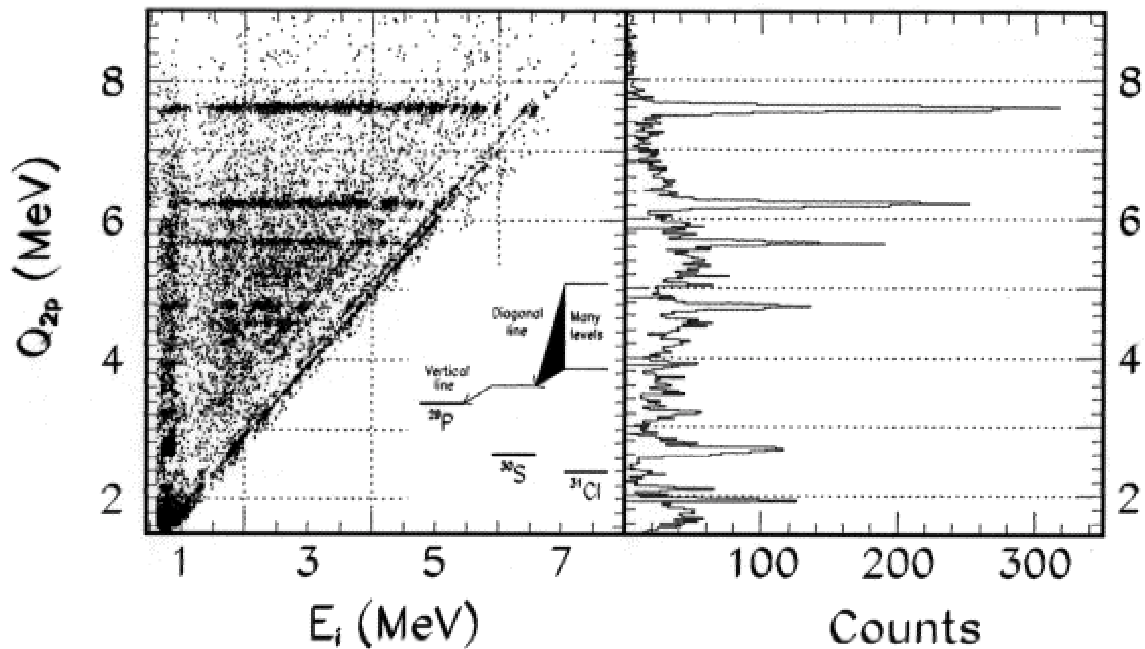


Fig. 16. Multiplicity two events from the ^{31}Ar decay. On the left Q_{2p} versus each of the two E_i . On the right the projection onto the Q_{2p} -axis.

^{30}S , from the emission of the first proton, broadens these vertical lines increasingly with Q_{2p} . It is therefore possible, already from this figure, to conclude that the mechanism of 2p-emission is dominantly sequential. In addition, horizontal lines are clearly identifiable corresponding to the peaks observed. These lines correspond to individual 2p-transitions defined by their Q_{2p} -values. The Fermi part of the β -decay corresponds to the high energy peaks from 5.22 to 7.67 MeV connecting the IAS with the lowest states in ^{29}P . One can identify other peaks at lower Q_{2p} corresponding to 2p-transitions from other states populated in GT-transitions.

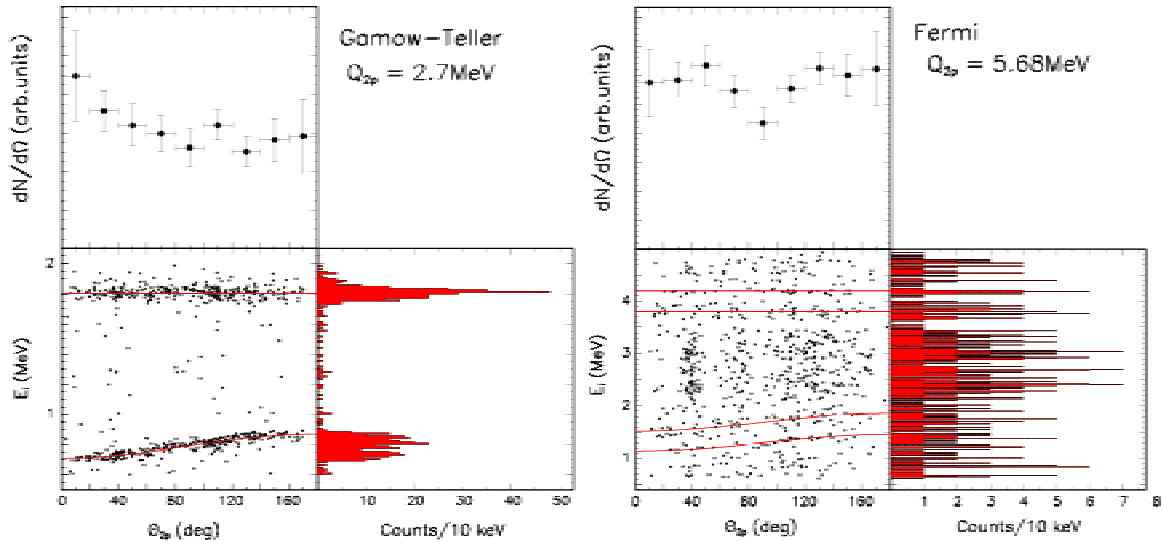


Fig. 17. Scatter plot of the energy of the individual protons versus the two proton opening angle. On the top the two-proton angular distribution. On the left for an isospin allowed transition and on the right for the transition from the IAS to the second excited state in ^{29}P .

Figure 17 shows the distribution of individual proton energies and angular distributions for two of the peaks of the recoil corrected 2p-spectrum seen in Fig. 16. They correspond on the left to a isospin allowed transition from a GT-fed state in ^{31}Cl at 7.36 MeV ending in the g.s. of ^{29}P ($Q_{2p} = 2.63$ MeV) and to the right to the isospin forbidden transition from the IAS to the second excited state in ^{29}P of $Q_{2p} = 5.68$ MeV. In both cases the first proton is the one of higher energy, and is matched by a recoil broadened second proton peak, see the cosine dependence in equation of Q_{2p} in the previous page. This effect is clearly seen in the left part of the figure where due to the small energy window (Q_{2p}) only one intermediate state in ^{30}S is involved. The data clearly indicate that sequential emission is dominant. The angular distribution are compatible with isotropic distribution. The complexity for the IAS transition is clearly higher as it is situated at higher excitation energy and more intermediate state can participate.

The large segmentation of the setup was exploited to study βp coincidences and by extracting the angular distribution between them determine the spin of the ^{31}Ar to be $5/2$ [tha99]. Therefore the transition shown on the right part of fig. 5 is of the type $5/2 \rightarrow 5/2$ so the 2p could be emitted in $L=0, S=1$ state. The distribution of individual protons in the middle part are candidates to this *di-proton* emission mode. But one needs much higher statistics that could be obtained in the near future at Spiral (E342aS).

The individual proton distributions confirm the mechanism as sequential and allow us to derive information about excited states in ^{30}S . This subject goes beyond this presentation, but I should mention that this method has allowed to identify more than 20 levels in ^{30}S up to 8 MeV excitation energy, several of them seen for first time, see [fyn00] for more details. This example illustrate how to measure energy and angular correlation. It is remarkable the very detailed spectroscopy one can do at the level of one atom per second.

4.5 Other beta-delayed multi-particle emission

Due to the stability of the α -particle, $\beta\alpha$ has been observed in very light neutron rich nuclei as ^{11}Li and ^8He . This fact combined with the unbound character of ^8Be dominates the multi-particle break-up of the very light proton rich nuclei. As an example ^9C β -decays to states in ^9B that are all well above the $p\alpha\alpha$ threshold. The mirror partner, ^9Li has also large decay branches (50 %) to $n\alpha\alpha$ final states. These decays have been revisited recently to study the beta decay asymmetries observed in the feeding to states around 12 MeV excitation energy in the daughters [mik88,nym90]. These new experiments in which all charged particles were simultaneously detected have allowed to determine the breakup mechanism into three particles from these excited states. The breakup partial decay branches of the excited as well as their spin have been deduced [ber99,pre03].

In the $A = 12$ isobars, the β -decays of ^{12}N and ^{12}B have both small branches (3.5(5) % and 1.6(3) % respectively) to states in ^{12}C lying above the 3α -threshold. The breakup mechanism in 3α of these states is sequential from the levels that can proceed through the ^8Be (0^+) ground state. The decay of the 12.71 MeV (1^+) state cannot proceed through the ground state of ^8Be due to parity conservation. So the measured α energy spectrum [bal74] has been fitted assuming sequential decay $^{12}\text{C} \rightarrow \alpha + ^8\text{Be}(2^+) \rightarrow \alpha + \alpha + \alpha$ and using R-Matrix formalism to describe the data. The data was also compatible with a direct breakup description [kos90]. The reason is that the energy available for the first alpha is equivalent to the width of the 2^+ excited state in ^8Be . Under these circumstances the breakup of the binary system proceeds so fast that the presence of the third particle is still felt. They have developed a formalism for expanding the decay amplitude in a set of functions (hyperspherical harmonics) that fully describes the final state of three particles. In a recent experiment done in full kinematics where the 3α -particles were detected simultaneously the alpha energy spectrum is best described assuming sequential decay. Although the interconnection between the three alphas through the Coulomb interaction is still felt [fyn03].

In the beta decay of ^{17}Ne , $p\alpha$ -decay has been observed from the IAS in ^{17}F to ^{12}C ground state, decaying sequentially through states in ^{16}O and ^{13}N [cho98]. Although several light neutron deficient nuclei have been observed to decay both by βp and $\beta\alpha$ (^{36}K , ^{40}Sc , ^{48}Mn), the $\beta p\alpha$ decay mode was observed in the decay of ^{17}Ne for first time.

4. 5 Summary

In this chapter a panorama of beta-delayed particle and multiparticle emission has been sketched. An example of application of new technologies to disentangle the mechanism of β -delayed two-proton emission was presented: the case of ^{31}Ar .

This example shows the potentiality of the new technologies that allow to design setups with high efficiency for multiparticle detection. This fact in combination with high purity sources (ISOL-technique) and the use of low energy beams to produce point-like sources allows to extract information at the drip line of comparable quality to the one obtained near stability. A new era opens up with the low-energy radioactive beam facilities, where the same technique can be applied to other nuclei with difficult ionisation properties.

Whether as a sensitive probe of the physics of exotic nuclei or as a source of unavoidable background, beta-delayed particle emission will be an important factor in a future dominated by rare ion beams of nuclei very far from stability.

5. REFERENCES

- [ale84] D.V. Aleksandrov et al. JETP Lett. 40 (1984) 900.
- [alk83] G.D. Alkhazov et al., Z. Phys. A311 (1983) 245.
- [ays85] J. Äystö et al., Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 1384.
- [azu79] R.E. Azuma et al., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1652.
- [bal74] D.P. Balamuth et al., Phys. Rev. C10 (1974) 975.
- [bal86] Ya. A. Balysh et al., Sov. Phys. JETP 64 (1986) 2710.
- [bar63] R. Barton et al., Can. J. Phys. 41 (1963) 2007.
- [bar86] S.W. Barwick et al., Phys. Rev C34 (1986) 362.
- [baz92] D. Bazin et al., Phys. Rev. C45 (1992) 69.
- [bec69] F.P. Bechetti and G.W. Greenlees, Phys. Rev 182 (1969)1190.
- [ben79] W. Benenson and E. Kashy, Rev. Mod. Phys. 51 (1979) 527.
- [ber99] U.C. Bergmann et al., Nucl. Phys. A658 (1999) 129.
- [bet36] H.A. Bethe and R.F. Bacher, Rev. Mod. Phys. 8 (1936) 82.
- [bet37] H.A. Bethe, Rev. Mod. Phys. 9 (1937) 69.
- [bla95] B. Blank et al., Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 4611.
- [bla96] B. Blank et al., Phys. Rev. C54 (1996) 572 .
- [bla97] B. Blank et al., Z. Phys. A357 (1997) 247.
- [bla00] B. Blank et al., Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 1116.
- [ble88] R. Blendowske and H. Walliser, Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 19.
- [boc89] O.V. Bochkarev et al., Nucl. Phys. A505 (1989) 215; Sov J. Nucl. Phys. 55 (1992) 955.
- [bog00] M.J.G. Borge and H.O.U. Fynbo, Hyp. Int. 129 (2000) 97.
- [boh69] A. Bohr and B.R. Mottelson, «*Nuclear Structure*», Vol. I, W.A. Benjamin, New York (1969), p. 169.
- [bon96] R. Bonetti and A. Guglielmetti, «*Nuclear Decay Modes*», Ed. D.N. Poenaru, Institute of Physics, London (1996), chap. 9. “Experiments on heavy cluster radioactivities”.
- [bor00] M.J.G. Borge, Proc. of the First Int. sym. on Proton Emitting Nuclei, Ed J. C. Batchelder, AIP Conf. Proc 518 (2000) p. 264.
- [bor87] V. Borrel et al., Nucl. Phys. A473 (1987) 331.
- [bor91] V. Borrel et al., Nucl. Phys. A531 (1991) 353.
- [bor92] V. Borrel et al., Z. Phys. A344 (1992) 135.
- [bri98] J. Britz, A. Pape and M. Antony, At. Data Nucl. Data Tables 69 (1998) 125.
- [bug85] V.P. Bugrov et al., Yad. Phys. 41 (1985) 1123.
- [bug89] V.P. Bugrov and S.G. Kadmsky, Sov. J. Nucl. Phys. 49 (1989) 967.
- [but00] A. Buță et al., Nucl Intr. Methods A455 (2000) 412.
- [cab84] M.D. Cable et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 404; M.D. Cable et al., Phys. Rev. C30 (1984) 1276; R. Jahn et al., Phys. rev. C31 (1985) 1576.
- [cer64] J. Cerny et al., Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 726.
- [cer77] J. Cerny and J.C. Hardy, Ann. Rev. Nucl. Sci. 27 (1977) 333.
- [cho98] J.C. Chow et al., Phys. Rev. C57 (1998) R475.
- [com88] E. Comay, I. Kelson and A. Zidon, Phys. Lett. B210 (1988) 81; At. Data Nucl. Data Tables 39 (1988) 251.
- [dav97] C.N. Davis et al. Phys. Rev. C 55 (1997) 2255.
- [det90] C. Détraz et al., Nucl. Phys. A519 (1990) 529.
- [duf88] J.P. Dufour et al., Phys. Lett. 206B (1988) 195.
- [eng88] T.R. England et al., “Background radiation from fission pulses. Report LA-11151-MS (1988), UC-34C.

- [fae84] T. Faestermann et al., Phys. Lett. B137 (1984) 23; A. Gillitzer et al., Z. Phys. A 326 (1987) 107.
- [fyn99] H.O.U. Fynbo et al., Phys. Rev. C59 (1999) 2275.
- [fyn00] H.O.U. Fynbo et al, Nucl. phys. A677 (2000) 38.
- [fyn03] H.O.U. Fynbo et al., Phys. Rev. Lett. submitted.
- [gal84] S. Gales et al. Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 759.
- [gam28] G. Gamow, Z. Phys. 51 (1928) 204.
- [gar66] G.T. Garvey and I. Kelson, Phys. Rev. Lett. 16 (1966) 197.
- [gio01] J. Giovinazzo et al., Eur. Phys. J. A10 (2001) 73.
- [gio02] J. Giovinazzo et al., Phys. Rev. Lett 89 (2002) 102501.
- [gol60] V.I. Goldanskii, Nucl. Phys. A 19 (1960) 482.
- [gol61] V.I. Goldanskii, Nucl. Phys 27 (1961) 648; Nuovo Cimento 25 suppl. 2 (1962) 123; Ann. Rev. Nucl. Sci. 16 (1966) 1-30.
- [gol65] V.I. Goldanskii, Phys. Letts. 14 (1965) 233.
- [gol66] V.I. Goldanskii, Ann. Rev. Nucl. Sci. 16 (1966) 1.
- [gol80] V. I. Goldanskii, JETP Lett. 32 (1980) 554.
- [gri00] L.V. Grigorenko et al., Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 22; Phys. Rev. C64 (2001) 054002.
- [har00] J.C. Hardy, , Proc. of the First Int. sym. on Proton Emitting Nuclei, Ed J. C. Batchelder, AIP Conf. Proc 518 (2000) p. 229.
- [hof82] S. Hoffmann et al., Z. Phys. A305 (1982) 111.
- [hof89] S. Hofmann, «*Particle Emission from Nuclei*», Eds. D.N. Peonaru and M.S. Ivaşcu, CRC- Press , Boca Raton, Florida (USA), 1989, Vol. II, p. 25.
- [hon83] J. Honkanen et al., Phys. Lett. 133B (1983) 146.
- [hou95] E. Hourany et al., Proc. of Int. Conf. On Exotic Nuclei and Atomic Masses, (Eds, M. De Saint Simon and O. Sorlin) Editions Frontières, 1995, p. 395 ; E. Hourany, «*Nuclear Decay Modes*» , Ed. D.N. Poenaru, Institute of Physics, London (1996), chap. 8: “Carbon decay and fine structure”.
- [jac70] K.P. Jackson et al., Phys. Lett. B 33 (1970) 281.
- [jan65] J. Jänecke, Nucl. Phys. 61 (1965) 326.
- [jen84] A.S. Jensen et al., Nucl. Phys. A431 (1984) 393.
- [jon96] B. Jonson and G. Nyman, «*Nuclear Decay Modes*» , Ed. D.N. Poenaru, Institute of Physics, London (1996), chap. 2: “Beta delay Particle Emission”.
- [kar63] V.A. Karnaukhov, G.M. Ter-Akopian and V.G. Subbotin, Proc. Asilomar Conf. Reactions between Complex nuclei, Ed. A. Ghiorso et al., U. Cal. Press (1963) p. 434.
- [kor90] A.A. Korshennikov, Sov. J. Nucl. Phys. 52 (1990) 827.
- [lar83] P.O. Larsson et al., Z. Phys. A314 (1983) 9.
- [mac65] R.D. Macfarlane, Phys. Rev. 137 (1965)1448.
- [mar14] E. Marsden, Phil. Mag., 27 (1914) 824.
- [mik88] D. Mikolas et al., Phys. Rev. C37 (1988) 766.
- [nym90] G. Nyman et al., Nucl. Phys. A510 (1990) 189.
- [oga84] K. Ogawa, Proc. 7th int. Conf. on Atomic Masses and Fundamental constants, Ed. O. Klepper, THD-26 (1984) p. 530.
- [pag94] Page et al., Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 1798.
- [pau95] E.S. Paul et al., Phys. Rev. C51 (1995) 78.
- [pek71] L.K. Peker et al., Phys. Lett. B 36 (1971) 547.
- [pfu02] M. Pfützner et al., Eur. Phys. J. A14 (2002) 289.
- [poe86] D.N. Poenaru et al., At. Data Nucl. Data Tables 34 (1986) 423.
- [pre03] Y. Prezado et al, Phys. Lett. B, in preparation
- [pri85] P.B. Price et al., Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 297.

- [pri89] P. B. Price, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 39 (1989) 19.
 [prib89] P.B. Price and S.W. Barckick, «*Particle Emission from Nuclei*», Eds. D.N. Peonaru and M.S. Ivaşcu, CRC- Press , Boca Raton, Florida (USA), 1989, Vol. II, p. 205.
 [pro00] Proc of the First Int. Symp. on proton Emitting Nuclei, Ed. J.C. Batchelder, AIP Conf. Proc. 518, 2000.
 [ros84] H. J. Rose and G.A. Jones, *Nature* 307 (1984) 245.
 [rut16] E. Rutherford and A.B. Wood, *Philos. Mag* 31 (1916) 379.
 [rut19] E. Rutherford, *Phil. Mag.*, 37 (1919) 537.
 [ryk00] K.P. Rykaczewski *Eur. Phys. J. A*15 (2002) 81; Proc. of the First Int. sym. on Proton Emitting Nuclei, Ed J. C. Batchelder, AIP Conf. Proc 518 (2000) p. 49.
 [san80] A. Sandulescu, D.N. Poenaru and W. Greiner, *Sov. J. Part. Nucl.* 11 (1980) 528.
 [she91] R.K. Sheline and I. Ragnarsson, *Phys. Rev. C*43 (1991) 1476; *Phys. Rev. C*44 (1991) 2886.
 [sie87] P.J. Siemens and A.S. Jensen, «*Elements of nuclei*», Addison and Wesley (1987) p. 128.
 [sim86] R.S. Simon et al., *Z. Phys.* A325 (1986) 197.
 [tha99] J. Thaysen, et al., *Phys. Lett.* B467 (1999) 194.
 [tre85] S.P. Tretyakova, *JINP Rapid Commun.* 7 (1985) 23.
 [val86] L. Valentin, «*Le monde subatomique*», Hermann, Paris (1986) p. 138.
 [vog84] P. Vogel, B. Jonson and P.G. Hansen, *Phys. Lett.* B139 (1984) 227.
 [wei35] C.F. von Weizsäcker, *Z. Physik* 96 (1935) 431.
 [wig57] E.P. Wigner, *Ann. Math.* 65 (1957) 203; «*Group Theory and its Applications to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra*», Academic Press, N.Y. (1959).
 [woo97] P.J. Woods and C.N. Davids, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 47 (1997) 541.

Annexe I

In the following all proton emitters known until now are listed. Details about their decays can be found in [woo97,pro99]. For some nuclei proton radioactivity both from the ground state and isomeric state are observed. In some cases fine structure (f.s.), decay to the excited state in the daughter has been observed.

^{53m}Co
¹⁰⁵Sb
¹⁰⁹I
¹¹²Cs, ¹¹³Cs
¹¹⁷La
¹³⁰Eu, ¹³¹Eu (f.s.)
¹³⁵Tb, ¹³⁶Tb
¹⁴⁰Ho, ^{141m}Ho, ¹⁴¹Ho (f.s.)
¹⁴⁵Tm (f.s.), ^{146m}Tm (f.s.), ¹⁴⁶Tm (f.s.), ^{147m}Tm, ¹⁴⁷Tm
^{150m}Lu, ¹⁵⁰Lu, ^{151m}Lu, ¹⁵¹Lu
¹⁵⁵Ta, ^{156m}Ta, ¹⁵⁶Ta, ¹⁵⁷Ta
¹⁶⁰Re, ^{161m}Re, ¹⁶¹Re
¹⁷⁴Ir, ¹⁷⁵Ir, ^{176m}Ir, ^{177m}Ir, ¹⁷⁷Ir
^{170m}Au, ¹⁷⁰Au, ^{171m}Au, ¹⁷¹Au
¹⁷⁶Tl, ^{177m}Tl, ¹⁷⁷Tl
^{185m}Bi

Structure en couches des noyaux: de la stabilité à la limite d'existence¹

Frédéric Nowacki

*Institut de Recherches Subatomiques,
CNRS-IN2P3 / Université Louis Pasteur,
23 rue du Loess - BP28 - F67037 Strasbourg Cedex, France*

RÉSUMÉ.

Dans ce cours nous rappelons d'abord le cheminement historique qui a amené à l'établissement du modèle en couches nucléaire. Nous faisons le lien entre l'interaction nucléon-nucléon et le modèle à particules indépendantes puis exposons les raisons qui nécessitent une approche au delà du champ moyen dans le noyau. Le modèle en couches avec mélange de configurations est introduit comme une approximation du problème à N corps complet. Les interactions effectives réalistes sont étudiées en détails et reinterprétées grâce à la séparation de l'hamiltonien en partie monopolaire et multipolaire. Les contenus explicites des hamiltoniens monopolaires et multipolaires sont donnés et la notion d'énergie individuelle est introduite pour une interprétation directe des effets monopolaires dans le noyau et expliciter un champ "moyen" sous-jacent dans une approche de modèle en couches. L'étude de diverses régions est proposée pour observer l'évolution de la structure en couches des noyaux, de la stabilité à la limite d'existence et interpréter la disparition des nombres magiques pour les noyaux riches en neutrons autour de $N=20$ et $N=40$,

ABSTRACT

In these series of lectures we remind the historical path which led to the foundation of the nuclear shell model. We make the link between the nucleon-nucleon interaction and the independent particle model and then expose the necessity to go beyond a mean field approach in the atomic nucleus. The spherical shell model with configuration mixing is introduced as an approximation to the full many-body problem. Effective realistic interactions are studied in details and analysed through the splitting of the hamiltonian into a monopole and a multipole part. Explicit forms and contents of monopole and multipole hamiltonians are given and the Effective Single Particle Energy notion is defined to get a direct interpretation of monopolar effects and extract an underlying mean-field in a shell model context. Several regions are studied to traceback the evolution of the shell structure from stability to the drip-line and understand the vanishing of shell closures for neutron rich nuclei in $N=20$ and $N=40$ regions.

1. Cours donné l'École Internationale Joliot-Curie, "Les noyaux exotiques: un autre regard sur la structure nucléaire", 9-14 Septembre 2002.

1. INTRODUCTION

Alors que le modèle en couches nucléaire vient de fêter son cinquantième anniversaire en 1999, la plupart des études de structure nucléaire actuelles ou à venir cherchent à le prendre en défaut ! En effet, la production de faisceaux radioactifs permet d'obtenir la spectroscopie de noyaux de plus en plus éloignés de la vallée de stabilité, à la recherche de nouvelles régions de déformations, de nouvelle magie ou de disparition de fermeture de couches sphériques. Outre l'intérêt de tester les modèles nucléaires pour des systèmes avec grand nombre de neutrons ou faiblement liés, ces études permettent également la mesure de masses, des durées de vie β et apportent une information cruciale pour la description et la modélisation des processus astrophysiques de nucléosynthèse.

Dans ce cours nous allons d'abord nous attacher à rappeler les bases sur lesquelles reposent le modèle en couches nucléaire et illustrer en particulier les propriétés caractéristiques qui en découlent pour les noyaux stables. En effet, il apparaît évident que les études des noyaux loin de la stabilité doivent se faire en référence aux études des noyaux stables pour pouvoir discuter si tel ou tel phénomène sera caractéristique d'un noyau exotique (encore faudrait-il pouvoir définir simplement ce qu'est un noyau exotique) ou si les noyaux loin de la stabilité, ne sont que des systèmes où l'interaction proton-neutron, identique à celle de la stabilité, joue un rôle différent du fait précisément d'un déséquilibre entre nombre protons et nombre de neutrons. Le fait que les états intrus se mélangent fortement ou deviennent parfois fondamentaux est-il spécifique des noyaux exotiques ou est-ce une caractéristique plus générale ? Nous n'allons pas aborder ici les aspects particuliers des noyaux situés à la limite d'existence où les systèmes très liés faiblement nécessitent une approche étendue aux effets du continuum.

Les résultats de calculs de modèle en couches présentés dans ce cours correspondent essentiellement aux études réalisées en collaboration avec mes collègues E. Caurier (Ires, Strasbourg), G. Martinez-Pinedo (IEEC et ICREA, Barcelone), A. Poves (UAM, Madrid), J. Retamosa (UCM, Madrid) et A. Zuker (Ires, Strasbourg). Ce cours complète sous certains aspects, le cours d'Alfredo Poves sur le modèle en couches donné en 1997 à l'École Joliot-Curie [1]. Pour des aspects plus techniques ou plus généraux concernant le modèle en couches, le lecteur peut également se référer à [2, 3, 4].

2. MODÈLE À PARTICULES INDÉPENDANTES ET CORRÉLATIONS DANS LES NOYAUX

Champ moyen dans le noyau

Historiquement, la notion de modèle à particules indépendantes a d'abord été introduite pour décrire les atomes et expliquer la table périodique des éléments. Dans sa version la plus naïve, le modèle en couches suppose que les électrons dans un atome occupent des orbites individuelles qui sont les états propres d'un potentiel

moyen créé par l'interaction coulombienne des électrons avec le noyau atomique et avec chacun d'entre eux. La théorie Hartree-Fock, élaborée à partir de cette hypothèse, permet alors de décrire de manière particulièrement précise les gaz rares. Par exemple, les énergies de liaison des atomes de néon ou argon, calculées avec l'approximation Hartree-Fock et la force de coulomb nue [5] diffèrent seulement de 0,2 % des valeurs exactes de l'équation de Schrödinger à N corps non relativiste [6].

Les premières informations sur la structure du noyau ont été fournies par le modèle de la goutte liquide. Les noyaux sont décrits comme formés de gouttes liquides chargées incompressibles de matière nucléaire. La formule de Bethe-Weizsäcker exprime leur énergie de liaison comme la somme d'un terme de volume, d'un terme de surface et d'un terme coulombien. À l'intérieur du noyau, les nucléons interagissent fortement: en particulier, le modèle de Bohr du noyau composé suppose qu'au cours d'une réaction, l'énergie des neutrons incidents est totalement dissipée au travers des collisions avec les nucléons du noyau.

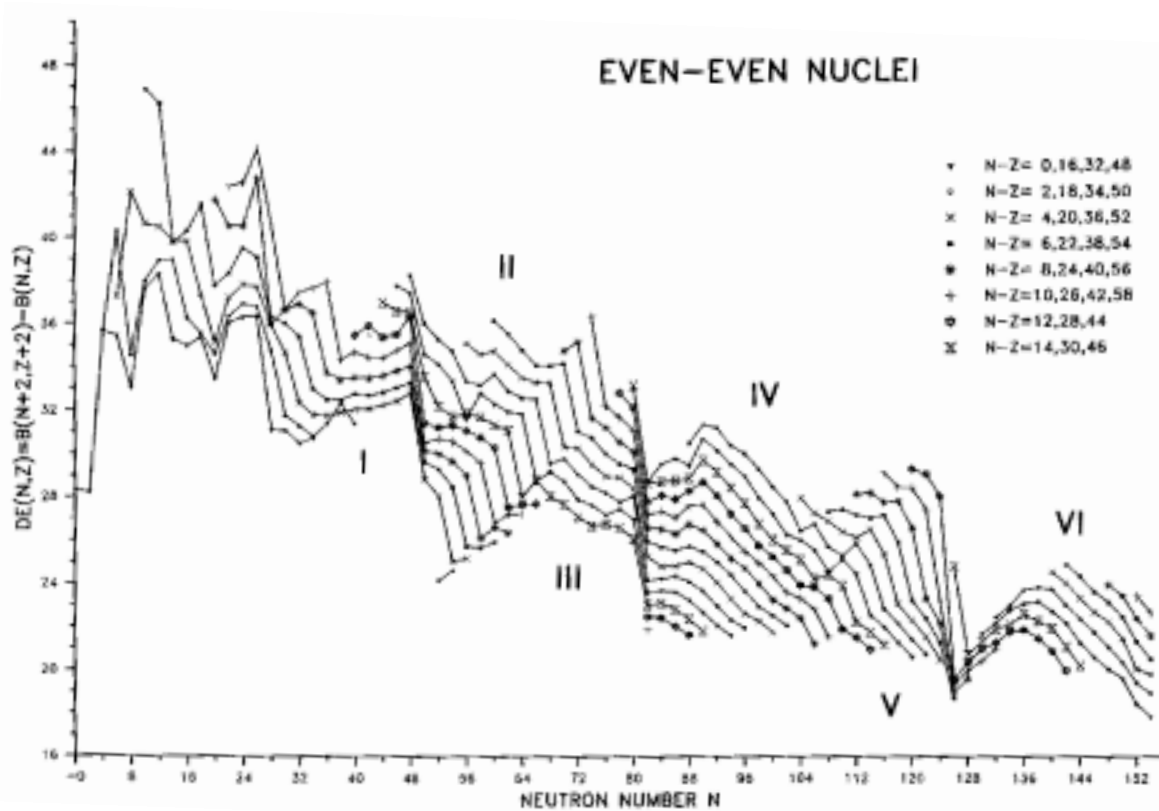


FIG. 1 —: Lignes α : elles correspondent à l'énergie de séparation $2p2n$ à isospin constant; les magicités $N=8, 20, 28, 50, 82, 126$ ressortent fortement (d'après [7]).

Cependant, beaucoup de propriétés nucléaires comme l'existence de noyaux magiques ayant une stabilité accrue comme celle des gaz rares (figure 1), les spins et parités des états fondamentaux nucléaires, ou l'existence de noyaux déformés restaient inexplicables. Le succès du modèle en couches nucléaire pour décrire ces propriétés a d'abord surpris beaucoup de physiciens. De plus, les succès des modèles de goutte liquide et du noyau composé étaient interprétés comme des preuves à l'encontre de

mouvements à particules indépendantes, sans collisions, dans le noyau.

Cependant rapidement, l'existence des nombres magiques 2, 8, 20, 50, 82, 126 était clairement établie au travers des abondances isotopiques, des énergies de liaison, ou des valeurs du spin et du moment magnétique des états fondamentaux.

Les premiers nombres magiques jusqu'à 20, s'expliquaient naturellement par l'existence d'un potentiel moyen dans le noyau ayant la forme d'un puits carré ou d'un oscillateur harmonique. Pour les noyaux plus lourds, plusieurs scénarii étaient en concurrence (figure 2) :

- Feenberg et Hammack proposaient une répulsion des orbitales avec un nombre de noeuds radiaux importants. Ainsi le nombre magique 50 correspondait à la configuration $(1s)^2(2p)^6(3d)^{10}(4f)^{14}(5g)^{18}$ (notation spectroscopique).
- à l'opposé, le mécanisme de Nordheim consistait en une répulsion des orbitales à grand moment orbital. Le nombre magique 50 était alors obtenu par la configuration $(1s)^2(2p)^6(2s)^2(3d)^{10}(4f)^{14}(3p)^6(4d)^{10}$.

Pour les noyaux les plus lourds, ces schémas devenaient caduques et un complexe réarrangement devait se produire.

Couplage spin-orbite

- Goeppert-Mayer (sur une remarque de Fermi) ainsi que Haxel, Jensen et Suess, proposaient l'ajout d'un terme spin-orbite

Ce fort couplage spin-orbite permettait d'expliquer naturellement tous les nombres magiques de 2 à 126. Le champ moyen dans le noyau avait donc la forme empirique:

$$U(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + D\vec{l}^2 + C\vec{l}\cdot\vec{s},$$

le terme en \vec{l}^2 est introduit pour lever les dégénérescences en l des solutions de l'oscillateur harmonique. Les fonctions propres sont de la forme :

$$\phi_{nljm}(r, \sigma) = R_{nl}(r) [Y_l(\theta, \phi) \chi_{\frac{1}{2}}(\sigma)]_j^m$$

Le couplage des fonctions d'onde de moment angulaire et de spin est donné par

$$\phi_{nljm}(r, \sigma) = R_{nl}(r) \sum_{m_l, m_s} \langle l m_l \frac{1}{2} m_s | j m \rangle Y_l^{m_l}(\theta, \phi) \chi_{\frac{1}{2}}^{m_s}(\sigma) \quad \text{avec } m = m_l + m_s$$

Les énergies correspondantes sont

$$\epsilon_{nljm} = \hbar\omega \left[N + \frac{3}{2} + D l(l+1) + C \begin{cases} l+1 & j = l - \frac{1}{2} \\ -l & j = l + \frac{1}{2} \end{cases} \right]$$

$$\text{avec } N = 2(n-1) + l$$

Note on Proposed Schemes for Nuclear Shell Models*

EUGENE FEENBERG AND KENYON C. HAMMACK
Washington University, St. Louis, Missouri

AND

L. W. NORDHEIM
Duke University, Durham, North Carolina
February 23, 1949

THE two papers by the present writers^{1,2} on nuclear shell structure, cover very similar ground, such as assignment of orbital configurations on basis of spins and magnetic moments, statistics of isomerism, and the character of β -transitions. Both papers suggest level schemes to account for the empirically found regularities in nuclear structure. The two schemes are, however, not identical, and even a third proposal has been made by Maria G. Mayer,³ on basis of the data collected in references 1 and 2. It may thus be of value to explain the relations between these papers.

The basis of all the considerations on shell structure is the observation that the level schemes in a simple potential well give a good account of the regularities of nuclear structure for neutron and proton numbers below 20. Such regularities persist also for heavier nuclei, though they do not correlate with the simple well scheme. These facts suggest, however, that a rearrangement of levels may be successful.

TABLE I. Proposed schemes for nuclear shells.

No. of particles in nucleus	8	20	50	82
No. of particles in shell	2+6	12	30	32
Feenberg and Hammack	$(1s)^2(2p)^6$ $(1s)^2(2p)^6$	$(2s)^2(3d)^{10}$ $(3d)^{10}$	$(4f)^{14}(5g)^{18}$	$(6h)^{22}(4d)^{10}$
Nordheim	$(1s)^2(2p)^6$	$(2s)^2(3d)^{10}$	$(4f)^{14}(3p)^6(4d)^{10}$	$(5g)^{18}(5f)^{14}$
Mayer	$(1s)^2(2p)^6$	$(2s)^2(3d)^{10}$	$(4f)^{14}(3p)^6(5g_{9/2})^{10}$	$(5g_{7/2})^8(4d)^{10}(3s)^2(6h_{11/2})^{12}$
Order of levels in potential well	$1s, 2p, 3d, 2s, 4f, 3p, 5g, 4d, 3s, 6h, 5f, 4p, 7i$			

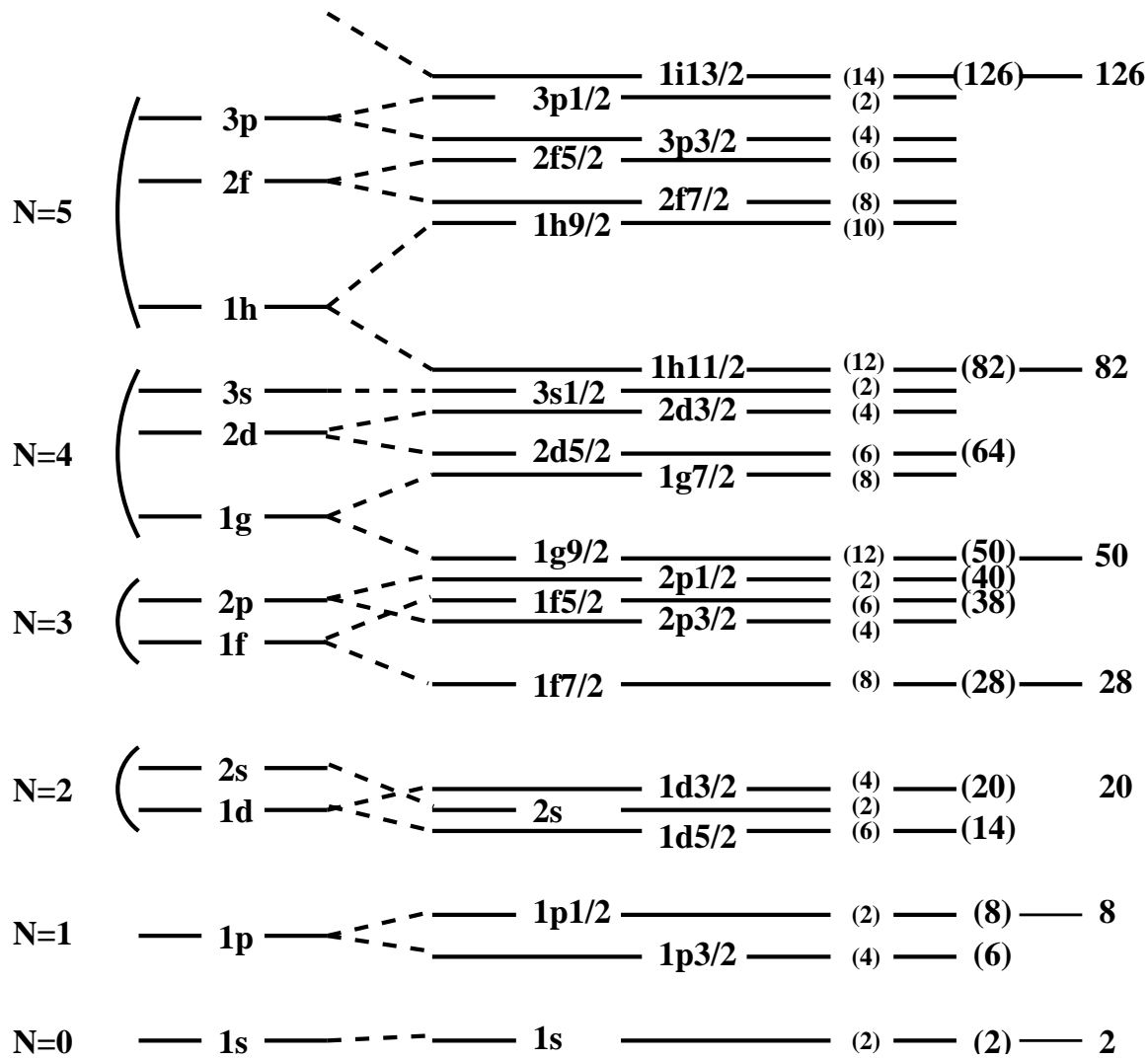


FIG. 3 –: Niveaux nucléaires schématiques du modèle en couches avec un terme spin-orbite.

Les spectres de certains noyaux reflètent également leurs structures “simples” (un ou deux nucléons au dessus d’un coeur magique). Dans le ${}^6\text{Li}$, les états de basse excitation sont construits à partir des configurations de deux particules dans les couches $p_{\frac{3}{2}}p_{\frac{1}{2}}$: $(j_1j_2)^{J,T}$ c’est à dire:

$$\begin{aligned}
 & (p_{\frac{3}{2}}p_{\frac{3}{2}})^{J=1,3,5} \quad T=0, & (p_{\frac{3}{2}}p_{\frac{3}{2}})^{J=0,2,4} \quad T=1 \\
 & (p_{\frac{3}{2}}p_{\frac{1}{2}})^{J=1,2,3,4} \quad T=0, & (p_{\frac{3}{2}}p_{\frac{1}{2}})^{J=1,2,3,4} \quad T=1 \\
 & (p_{\frac{1}{2}}p_{\frac{1}{2}})^{J=1} \quad T=0, & (p_{\frac{1}{2}}p_{\frac{1}{2}})^{J=0} \quad T=1
 \end{aligned}$$

Rapidement, il a été compris que le mouvement à particules indépendantes peut s’établir dans le noyau grâce au principe d’exclusion de Pauli et que de ce fait, les collisions entre nucléons sont fortement défavorisées. La connaissance de plus en plus détaillée de l’interaction nucléon-nucléon V_{NN} a montré également une très forte répulsion à courte portée qui se renormalise dans le noyau pour permettre au régime de particules indépendantes de s’établir c’est à dire qu’il existe une in-

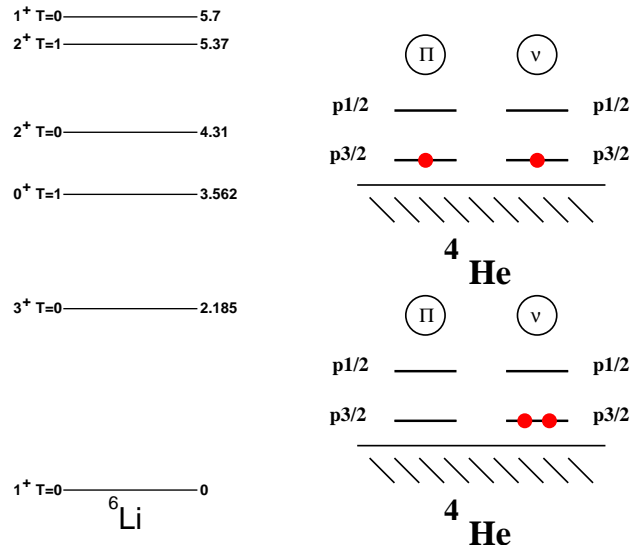


FIG. 4 -: *spectre experimental du ${}^6\text{Li}$*

teraction effective telle que, de l'équation de Schrödinger dans l'espace de Hilbert complet on se ramène à la résolution d'un hamiltonien effectif dans un espace effectif:

$$\mathcal{H}\Psi = E\Psi \longrightarrow \mathcal{H}_{eff}\Psi_{eff} = E\Psi_{eff}$$

Le lien entre l'interaction nucléon-nucléon effective et le champ moyen, c'est l'approximation Hartree-Fock: au lieu de rechercher les solutions de l'hamiltonien microscopique à deux corps qui gouverne la dynamique des nucléons individuels,

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^A t_i + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i \neq j \\ j=1}}^A v_{ij}.$$

on recherche une solution de l'hamiltonien Hartree-Fock où le terme d'interaction à deux corps de (1) et remplacé par un potentiel moyen \mathcal{U}

$$\mathcal{H}^{(0)} = \sum_{i=1}^A t_i + \mathcal{U}_i$$

Les fonctions propres de $\mathcal{H}^{(0)}$ sont

$$\Psi_{a_1 a_2 \dots a_A}(1, 2, \dots, A) = \det\left(\prod_{k=1}^A \phi_{a_k}(r(k))\right)$$

Les orbitales $\phi_{a_k}(r(k))$ sont obtenues en minimisant l'énergie totale du noyau

$$E = \frac{\langle \Psi | \mathcal{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}$$

Les équations Hartree-Fock qui en découlent permettent de manière autoconsistante, d'obtenir le champ moyen "optimal". Grâce à cette approche, on peut décrire de manière très précise les propriétés globales du noyau : masses, rayons, distribution de densité de charge ... et les propriétés individuelles: nombres magiques,

énergies individuelles de particules et de trous, fonctions d'ondes individuelles. L'un des tests les plus convaincants de la validité du concept de modèle en couches dans le noyau provient de la mesure précise de la différence de densité de charge entre le ^{206}Pb et ^{205}Tl (figure 5). En modèle en couches, ces deux noyaux diffèrent par une orbite proton $3s$. L'expérience de Cavendon de diffusion d'électron a montré que cette fonction d'onde radiale $3s$ était bien une réalité, mais avec une probabilité d'occupation modifiée (de l'ordre de 0.7 au lieu de 1) reflétant l'érosion de la surface de Fermi. Cette érosion a pour nature les corrélations des nucléons en interaction forte [8].

FIG. 5 –: Différence de densité de charge entre ^{206}Pb et ^{205}Tl , (d'après Pandharipande *et al.* [8])

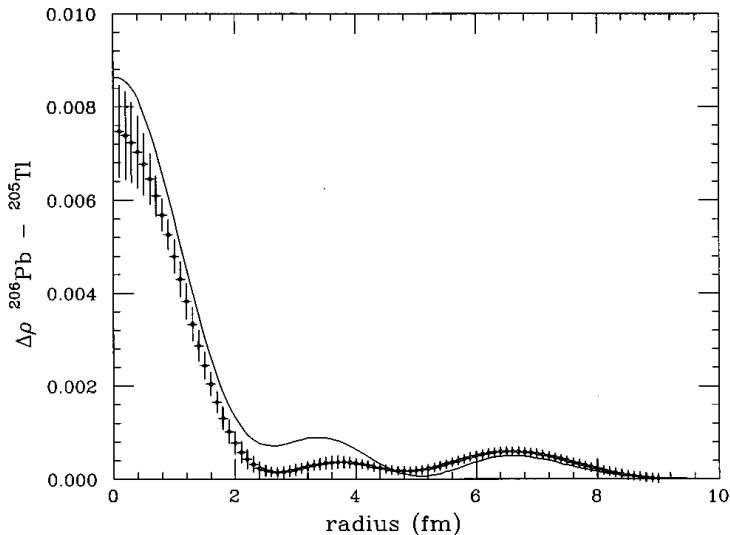


FIG. 3. Density difference between ^{206}Pb and ^{205}Tl . The experimental result of Cavendon *et al.* (1982) is given by the error bars; the prediction obtained using Hartree-Fock orbitals with adjusted occupation numbers is given by the curve. The systematic shift of 0.0008 fm^{-3} at $r \leq 4 \text{ fm}$ is due to deficiencies of the calculation in predicting the core polarization effect.

Corrélations dans les noyaux

Une autre illustration des limitations du concept de champ moyen est donnée dans ^{16}O : si l'on considère l'état fondamental de ce noyau comme correspondant au remplissage des couches d'oscillateur $1s$ et $1p$, son spectre de basses excitations, doit comporter schématiquement un état fondamental 0^+ , un multiplet d'états particule-trou ($1p1t$) de parité négative situé à une énergie d'excitation $1\hbar\omega$, puis un multiplet d'états 2 particules- 2trous ($2p2t$) de parité positive (Figure 6).

Le spectre expérimental n'a cependant rien à voir avec cette description schématique avec en particulier, vers 6-7 MeV d'énergie d'excitation, la coexistence d'états $1p1t$ et d'états déformés de nature $4p4t$ (Figure 7). Dans ce noyau dit "doublement magique", existe même une bande superdéformée de nature $8p8t$ vers 17 MeV d'énergie

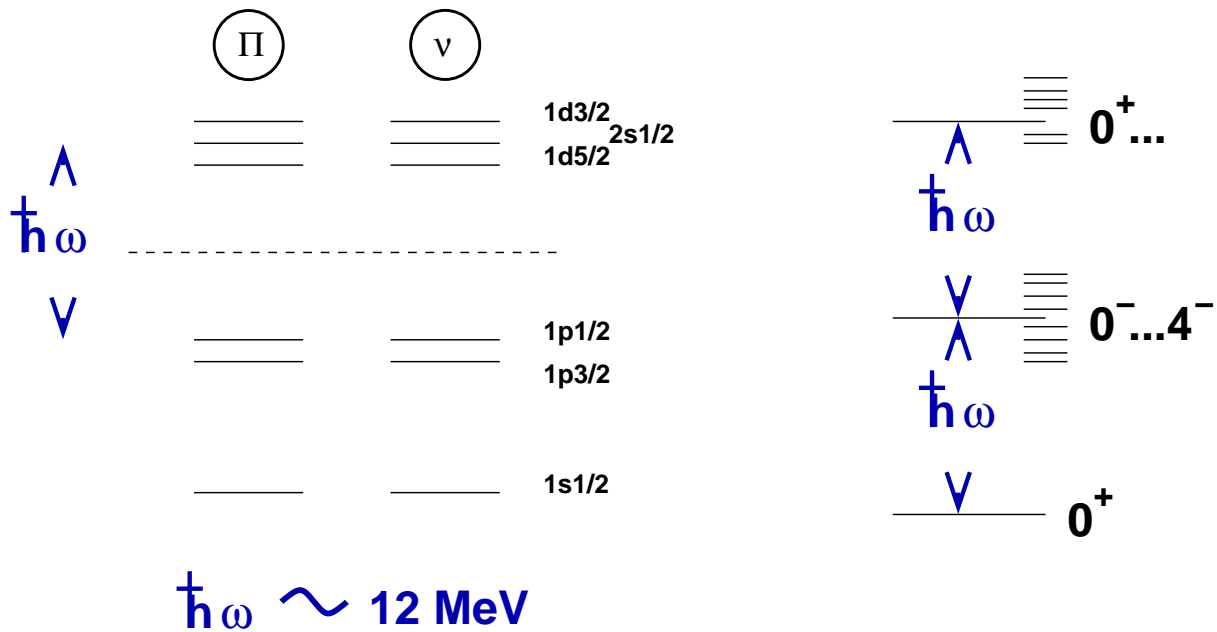


FIG. 6 –: schéma de niveaux schématique dans ^{16}O

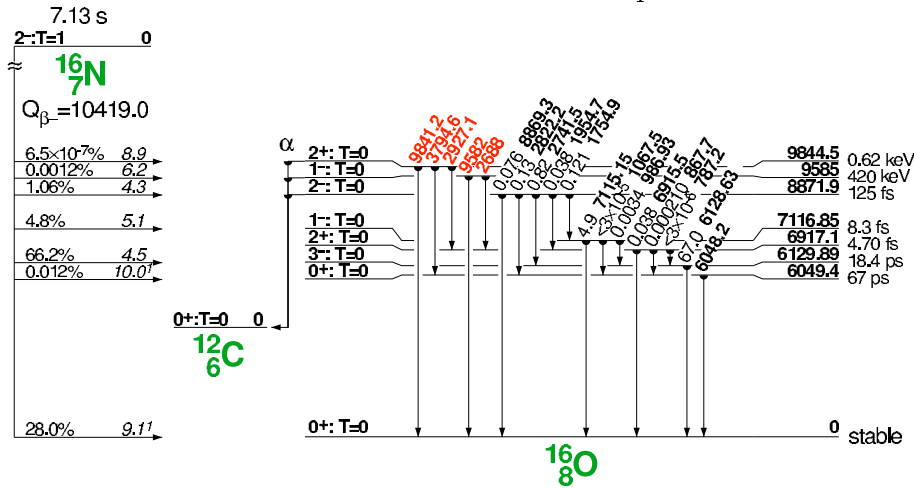


FIG. 7 –: schéma de niveaux expérimental dans ^{16}O

d'excitation.

Pour prendre en compte les corrélations, il faut donc aller au delà du champ moyen sphérique: soit en brisant certaines symétries, soit en mélangeant certaines configurations du champ moyen (figure 8).

Au delà du champ moyen

Une solution formelle au problème à A corps se décompose en:

- choisir une base de fonctions d'ondes à 1 corps $|\phi_i\rangle = \{a_i^+|0\rangle\}$
- construire une base de fonctions d'ondes à A corps $|\Phi_\alpha\rangle = \det\left(\prod_{i=1}^A \phi_i\right)$ (déterminants de Slater construits à partir des fonctions d'ondes $|\phi_i\rangle$)

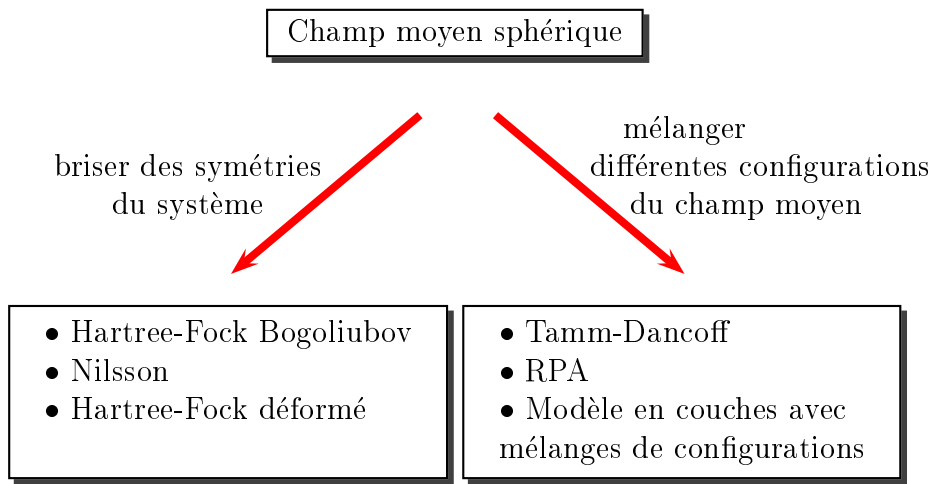


FIG. 8 –: *Approches au delà du champ moyen sphérique*

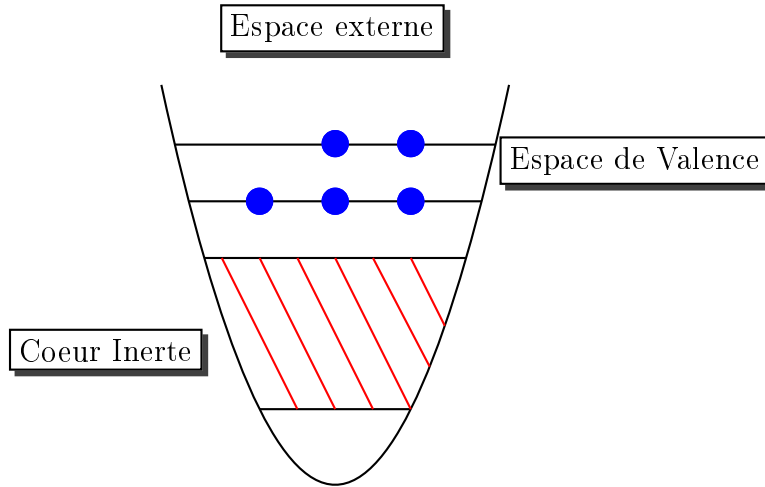


FIG. 9 –: *schématisation de l'espace de Hilbert*

- le problème séculaire $\mathcal{H}\Psi = \mathcal{H}\Psi$ est alors équivalent à diagonaliser la matrice $\langle \Phi_\alpha | \mathcal{H} | \Phi_{\alpha'} \rangle$

Ce problème est de dimension infinie et en pratique, dans un calcul de modèle en couches, on choisit un sous-ensemble de configurations, guidé par des considérations physiques. L'espace de Hilbert se divise en trois parties : un coeur inerte composé d'orbitales toujours occupées, un espace de valence contenant un certain nombre de nucléons en interaction et un espace externe composé d'orbitales toujours inoccupées (figure 9). Il est important de rappeler que l'espace de valence, l'interaction effective et les phénomènes étudiés sont intimement liés. L'espace de valence doit en effet comporter les degrés de liberté nécessaires à la description de certains états et de leurs propriétés. Ainsi, certains espaces peuvent être corrects pour certains états ou pour certaines propriétés et pas pour d'autres (états ou propriétés).

De manière à illustrer ceci, nous allons nous intéresser au spectre de basse excitation du ^{42}Ca (figure 10). Il est caractérisé par la coexistence d'états sphériques (“normaux”) de configuration principale $(fp)^2$ et d'états déformés (“intrus”) de configuration principale $(sd)^{-2}(fp)^4$ (figure 11).

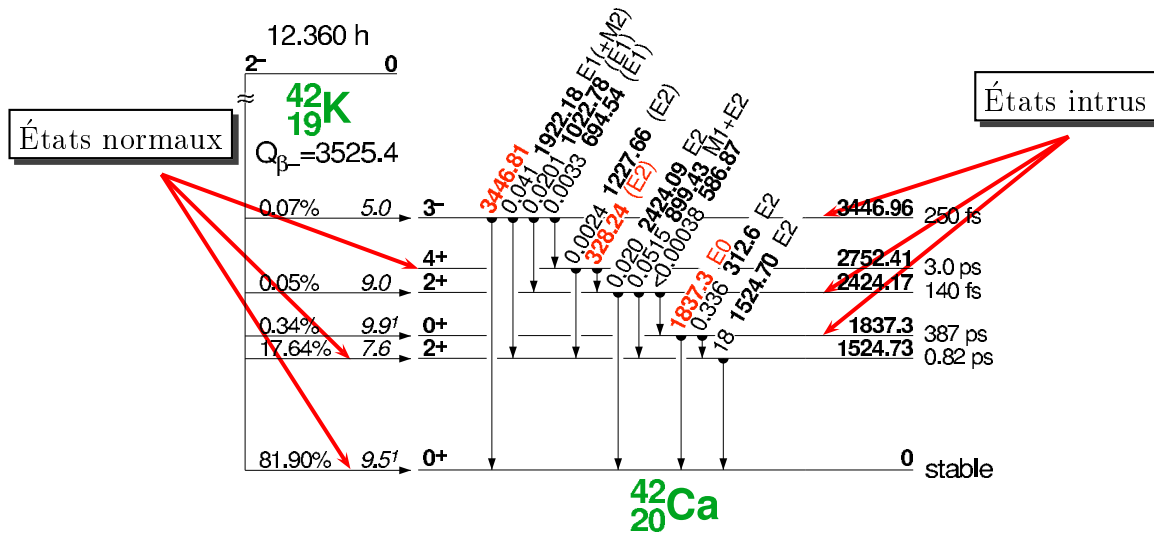


FIG. 10 – : schéma de niveaux expérimental dans ^{42}Ca

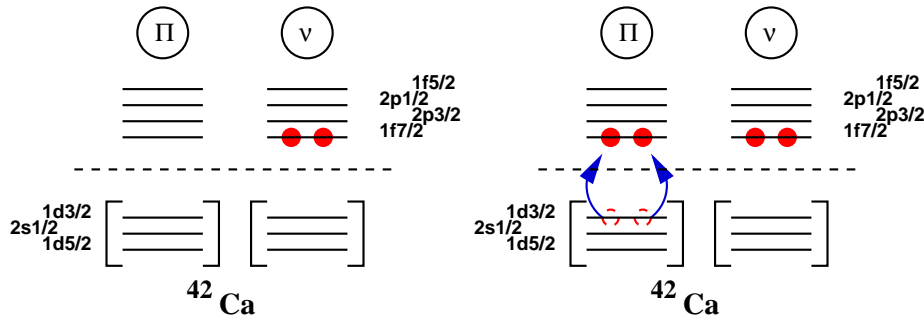


FIG. 11 – : Basses excitations dans ^{42}Ca : configurations “normales” (à gauche) et “intruses” (à droite)

Pour obtenir le spectre des états “normaux” 0^+ , produit par deux neutrons en interaction dans la couche fp , il faut diagonaliser une matrice 4×4 simplement constituée des éléments de matrice à deux corps de pairing $\langle (j_1)_{0^+}^2 | V | (j_2)_{0^+}^2 \rangle$ diagonaux ($j_1 = j_2$) et non diagonaux ($j_1 \neq j_2$). Aux éléments diagonaux à deux corps s’ajoutent les contributions des énergies individuelles $2\epsilon_i$. Avec les valeurs des ϵ_i tirées du spectre expérimental du ^{41}Ca et les valeurs numériques des éléments de matrice à deux corps provenant d’une interaction “standard” [13] pour la couche fp (nous verrons au chapitre 3 comment une telle interaction s’obtient), nous obtenons la matrice:

$$\begin{pmatrix} (f_{\frac{7}{2}})^2 & (p_{\frac{3}{2}})^2 & (p_{\frac{1}{2}})^2 & (f_{\frac{5}{2}})^2 \\ 0.0 \times 2 & -0.783 & -0.714 & -2.788 \\ +(-1.920) & & & \\ & 2.0 \times 2 & -1.465 & -0.777 \\ & +(-1.206) & & \\ & & 4.0 \times 2 & -0.392 \\ & & +(-0.249) & \\ & & & 6.5 \times 2 \\ & & & +(-1.687) \end{pmatrix}$$

qui, une fois diagonalisée, donne le spectre de la figure (12). On s'aperçoit que les énergies des états Yrast normaux 0^+ , 2^+ et 4^+ sont en accord avec les énergies expérimentales alors que les énergies calculées des états 0_2^+ et 2_2^+ intrus ne correspondent pas du tout. Ceci reflète le choix l'espace de valence. Pour décrire ces états, il faudrait un espace qui permette de prendre en compte explicitement les excitations ($sd \rightarrow fp$).

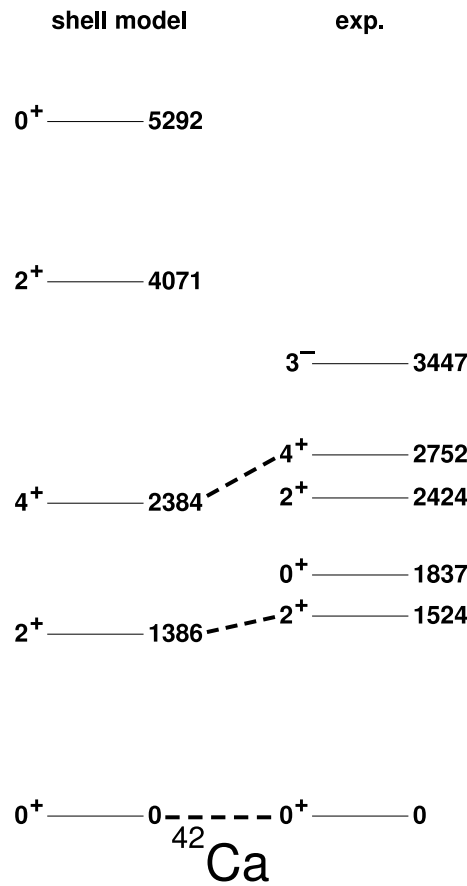
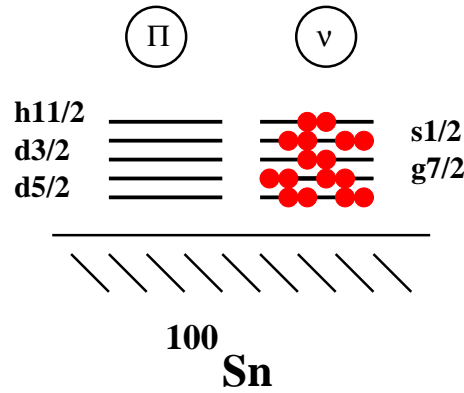


FIG. 12 —: schéma de niveaux calculé dans ^{42}Ca

Outre les effets monopolaires que nous détaillerons dans les chapitres suivants, il apparaît deux types de régimes particulièrement importants induits par les corrélations. Selon les orbitales de valence, les particules de valence et leur nombre, il peut s'agir des :

Corrélations de pairing

Les corrélations de pairing sont dominantes lorsque que l'on a uniquement des protons OU des neutrons dans plusieurs orbites dégénérées ouvertes. Un premier exemple peut être donné avec celui de ^{116}Sn dont les fonctions d'ondes peuvent être obtenues en diagonalisant une interaction dans l'espace ci-dessous.



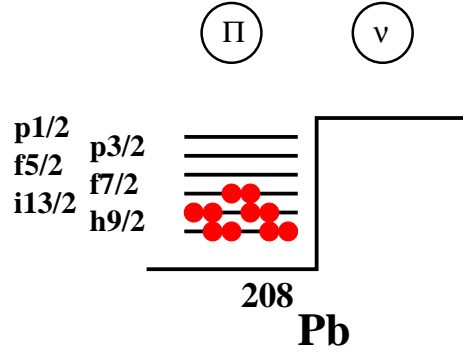
Dans la table 1, nous avons indiqué en fonction de la séniorité maximale (c'est à dire du nombre maximal de particules non appariées à $J^\pi=0^+$) de l'espace considéré, la dimension de la base, la convergence en énergie et la valeur du recouvrement entre la fonction d'onde dans l'espace v_{max} et la fonction d'onde dans l'espace total $v_{max}=16$. On voit que la fonction d'onde $v_{max}=0$ décrit très bien la structure de l'état fondamental et que l'on peut considérer que dans ce genre de noyau, la séniorité est un bon nombre quantique.

v_{max}	2	4	6	8	..	16
dim.	110	1515	9654	39417		136940
E_{0^+}	-12.148	-12.451	-12.468	-12.481		-12.482
$\langle \psi \psi_t \rangle$	0.97	0.998	0.999	0.9999		1
dim.	456	7111	64263	287359		1042216
E_{4^+}	-9.663	-9.947	-10.175	-10.241		-10.252
$\langle \psi \psi_t \rangle$	0.776	0.929	0.985	0.999		1

TAB. 1 –: Dimension de l'espace, énergie et recouvrement avec la configuration dans l'espace complet des état 0^+ et 4^+ de ^{116}Sn pour différentes troncatures en séniorité

Un autre exemple est celui de $^{218}_{92}\text{U}$. Dans la table 2, nous avons indiqué les différentes composantes de la fonction de l'état fondamental de ce noyau. La première colonne est le pourcentage de chacune des configurations de n_i particules dans une couche j_i . La composante la plus importante ne représente que 18 % de la fonction

d'onde totale et la couche fermée $(h_{9/2})^{10}$ que 2 %. On parle alors de superfluidité car la fonction d'onde au premier ordre, n'est constituée que de paires de particules couplées à $J^\pi=0^+$ (voir également le cours de Hubert Flocard dans cette école).



	$i_{13/2}$	$h_{9/2}$	$f_{7/2}$	$f_{5/2}$	$p_{3/2}$	$p_{1/2}$
0.01283486	0	4	4	2	0	0
0.02295565	0	4	6	0	0	0
0.01000532	2	2	6	0	0	0
0.01032221	0	6	2	0	2	0
0.02709107	0	6	2	2	0	0
0.11487730	0	6	4	0	0	0
0.02514445	2	4	2	2	0	0
0.09166966	2	4	4	0	0	0
0.02067773	4	2	4	0	0	0
0.01034154	0	8	0	2	0	0
0.12306362	0	8	2	0	0	0
0.01758411	2	6	0	2	0	0
<u>0.17753888</u>	2	6	2	0	0	0
0.07567480	4	4	2	0	0	0
0.01141716	6	2	2	0	0	0
<u>0.01915035</u>	0	10	0	0	0	0
0.06093125	2	8	0	0	0	0
0.04899845	4	6	0	0	0	0
0.01433745	6	4	0	0	0	0

TAB. 2 –: Mélange de configurations dans l'état fondamental de ${}_{92}^{218}\text{U}$

Corrélations quadrupolaires

Les corrélations quadrupolaires sont dominantes lorsque que l'on a à la fois des protons ET des neutrons de valence dans des orbites dont la séquence $j, j - 2 \dots$ (dite de type quasi-SU3 [31]) favorise la déformation. Avec le simple outillage d'un mélange de configurations sphériques, la définition d'une bande de rotation n'est pas simple a priori. Cependant, nous retiendrons ici trois critères (voir aussi le cours Joliot-Curie de A. Poves en 1997 [1]) qui sont: que la bande de rotation suive à

peu près la loi en $J(J+1)$ des rotateurs rigides, que le moment quadrupolaire intrinsèque extrait des taux de transitions E2 soit constant pour les différents états de la bande, et que le moment quadrupolaire intrinsèque extrait du moment quadrupolaire spectroscopique soit également constant et égal à celui extrait des $B(E2)$. L'exemple du ^{48}Cr est particulièrement significatif (figure 13) : les premiers états de la bande Yrast ont un comportement typique de rotateur axial avec un moment d'inertie bien défini et un état intrinsèque caractérisé par un moment quadrupolaire constant. Puis vers le spin 10 ou 12 se produit un phénomène de “backbending” correspondant à un changement de forme du noyau [14].

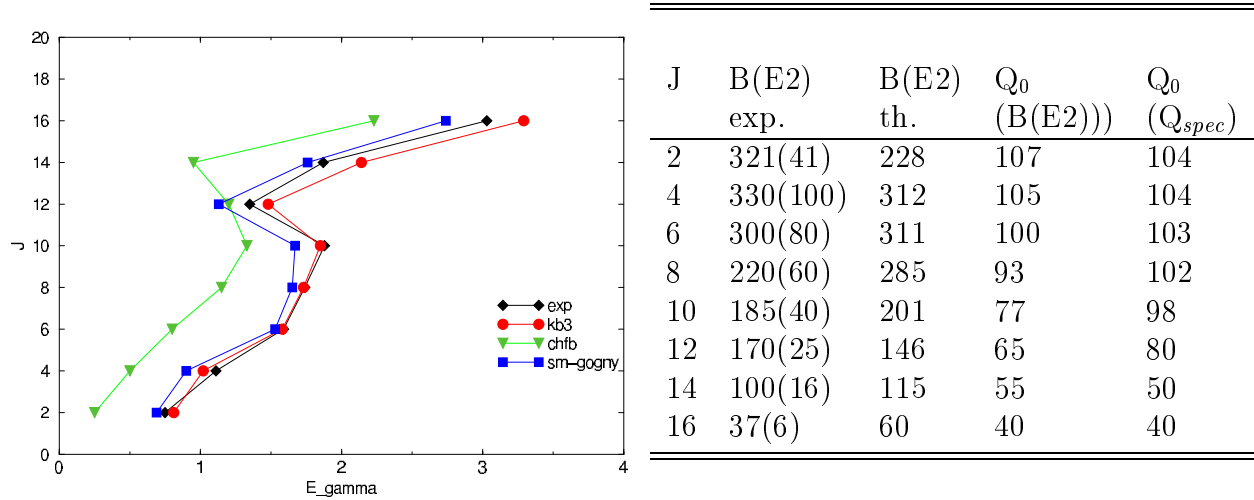


FIG. 13 –: Bande Yrast (panneau de gauche) et propriétés quadrupolaires (panneau de droite) dans le ^{48}Cr (d’après [14]).

En résumant cette première partie illustrative, nous avons rappelé que certaines propriétés dans le noyau atomique (nombres magiques, lignes α , spectres à 2 particules, densité de charge ...) s’expliquent par la présence d’un champ moyen contenant notamment un fort terme spin-orbite. Cependant, nous avons également vu qu’une description plus détaillée implique la nécessité d’aller au delà du régime de particules indépendantes par exemple en diagonalisant une interaction résiduelle à deux corps. Cette interaction est en particulier responsable de la compétition (ou coexistence) entre les états normaux et les états intrus. Cette compétition peut mettre à mal le caractère magique des noyaux comme nous le voyons sur le spectre expérimental du ^{45}Sc (figure 14) où les états normaux et intrus sont dégénérés en énergie. Les corrélations sont aussi à l’origine de phénomène de superfluidité ou de déformation dans les noyaux.

Nous allons maintenant détailler certaines propriétés des interactions effectives, nécessaires à la compréhension de l’évolution des caractéristiques de magie dans les noyaux, de la vallée de stabilité à la limite d’existence.

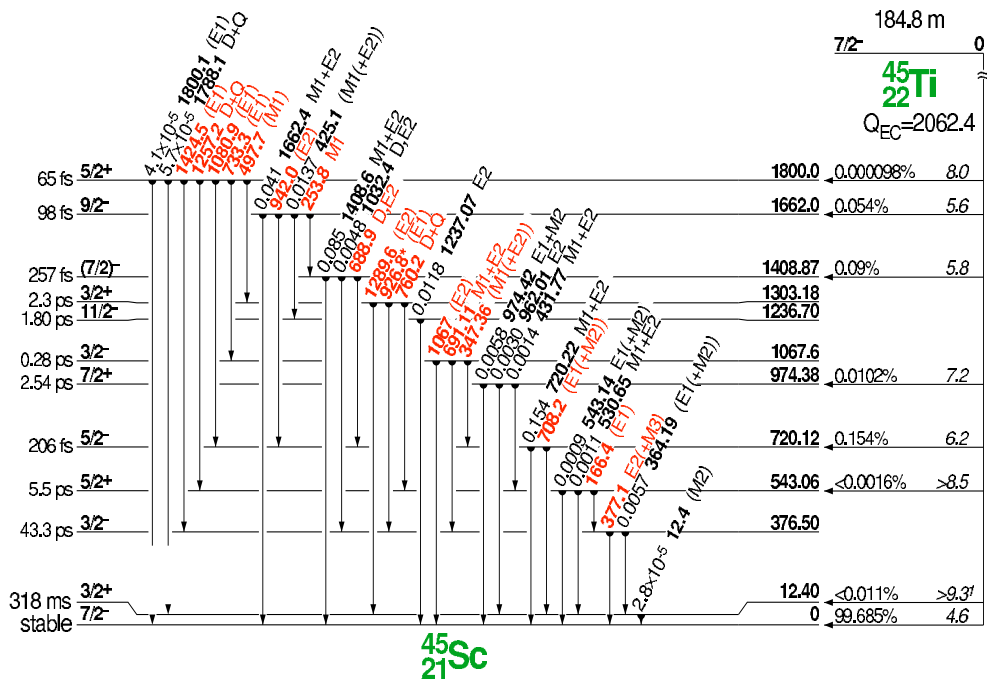


FIG. 14 –: schéma de niveaux expérimental dans ^{45}Sc

3. INTERACTION EFFECTIVE

À cause de la forte répulsion à courte portée, l'interaction nucléon-nucléon nue ne peut être utilisée directement dans un calcul de modèle en couches. Par contre, il est possible d'obtenir une interaction effective régularisée "in medium" à partir de l'interaction nue, c'est ce que l'on appelle une interaction réaliste (une autre alternative est de fitter directement les éléments de matrice à deux corps sur un ensemble de données expérimentales).

L'hamiltonien effectif s'écrit en seconde quantification,

$$\mathcal{H}_{eff} = \sum_i \epsilon_i a_i^\dagger a_i + \sum_{ijkl} V_{ijkl}^{JT} (a_i^\dagger a_j^\dagger)^{JT} (\tilde{a}_k \tilde{a}_l)^{JT},$$

et dans un espace de valence donné est entièrement donnée par les énergies individuelles ϵ_i et le jeu d'éléments de matrice:

$$V_{ijkl}^{JT} = \langle (ij)_{JT} | V_{eff} | (kl)_{JT} \rangle$$

qui peuvent parfois apparaître comme une longue liste de nombres sans signification particulière. Nous allons rétablir toute la signification physique de ces nombres en reprenant le travail de M. Dufour et A. Zuker [9] dont le point de départ est le théorème de séparation:

Théorème de séparation

L'interaction effective peut être séparée en deux parties:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_m(\text{monopole}) + \mathcal{H}_M(\text{multipole}).$$

\mathcal{H}_m contient tous les termes qui interviennent dans une description Hartree-Fock sphérique et sont de ce fait, responsables des propriétés globales de saturation et de comportement du champ sphérique des états à une particule. Il en découle une propriété très importante:

$$\langle CF \pm 1 | \mathcal{H} | CF \pm 1 \rangle = \langle CF \pm 1 | \mathcal{H}_m | CF \pm 1 \rangle$$

où CF signifie couche fermée. Pour toutes les interactions réalistes, \mathcal{H}_M est correct alors que \mathcal{H}_m ne l'est pas. Cela signifie qu'il est nécessaire de procéder à des corrections phénoménologiques de \mathcal{H}_m dans des noyaux à structure "simple" $|CF \pm 1\rangle$, là où la structure de la fonction d'onde ne souffre pas d'ambiguïté et est déterminée en grande partie par \mathcal{H}_m . Des exemples peuvent être trouvés dans deux études récentes où la décroissance β des noyaux de ^{33}Na et ^{35}Al ont permis d'apporter des éléments spectroscopiques importants pour la contrainte phénoménologique et les corrections monopolaires aux interactions réalistes effectives employées pour décrire ces noyaux (voir les références [10] et [11] ainsi que le cours de Philippe Dessagne à cette école).

Hamiltonien monopolaire \mathcal{H}_m ; évolution du champ moyen sphérique

L'hamiltonien à deux corps peut s'écrire sous deux représentations, soit la représentation particule-particule,

$$\sum_{JT} V_{ijkl}^{JT} [(a_i^\dagger a_j^\dagger)^{JT} (\tilde{a}_k \tilde{a}_l)^{JT}]^{00}$$

soit la représentation particule-trou,

$$\sum_{\lambda\tau} W_{ikjl}^{\lambda\tau} [(a_i^\dagger \tilde{a}_k)^{\lambda\tau} (a_j^\dagger \tilde{a}_l)^{\lambda\tau}]^{00}.$$

Le passage d'une représentation à l'autre se fait grâce à recouplage en spin et isospin au moyen de coefficients $9j$.

$$W_{ikjl}^{\lambda\tau} \propto \sum_{JT} V_{ijkl}^{JT} \left\{ \begin{array}{ccc} i & k & \lambda \\ j & l & \lambda \\ J & J & 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \tau \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \tau \\ T & T & 0 \end{array} \right\}$$

La représentation particule-trou a l'avantage de faire apparaître les opérateurs nombre de particules $n_i = a_i^\dagger a_i \propto (a_i^\dagger \tilde{a}_i)^{00}$ et isospin $t_i = a_{ip}^\dagger b_{in} \propto (a_i^\dagger \tilde{a}_i)^{10}$. \mathcal{H}_m correspond simplement aux termes $\lambda\tau = 00$ et 01 ce qui implique que $i = j$ et $k = l$. Sa forme explicite est:

$$\mathcal{H}_m = H_{sp} + \sum \left[\frac{1}{(1 + \delta_{ij})} a_{ij} n_i (n_j - \delta_{ij}) + \frac{1}{2} b_{ij} \left(T_i \cdot T_j - \frac{3n_i}{4} \delta_{ij} \right) \right].$$

Les coefficients a and b sont définis en fonctions des centroïdes:

$$V_{ij}^T = \frac{\sum_J V_{ij}^{JT}[J]}{\sum_J [J]}$$

avec: $a_{ij} = \frac{1}{4}(3V_{ij}^1 + V_{ij}^0)$, $b_{ij} = V_{ij}^1 - V_{ij}^0$,

les sommes se font sur les valeurs de Pauli permises. L'évolution des énergies individuelles en fonction du nombre de particules dans l'espace de valence peut s'extraire de \mathcal{H}_m . Dans le cas de particules identiques, il s'agit de l'expression:

$$\epsilon_j(n) = \epsilon_j(n=1) + \sum_i V_{ij}^1 n_i$$

L'hamiltonien monopolaire \mathcal{H}_m est aussi responsable de la position relative des différentes valeurs de T (isospin) dans un même noyau, au travers des termes:

$$b_{ij} T_i \cdot T_j$$

Même de petites imprécisions sur la valeur des centroïdes peuvent produire de grand effets dans la position relative des différentes configurations à cause des termes quadratiques avec le nombre de particules avec l'intérieur des différentes orbites. Nous allons illustrer ceci dans un système à deux couches p et t:

$$\mathcal{H}_m = n_p \epsilon_p + n_t \epsilon_t + \frac{n_p(n_p-1)}{2} V_{pp} + \frac{n_t(n_t-1)}{2} V_{tt} + n_p n_t V_{pt} \quad (1)$$

Il est possible de réécrire cette équation en séparant des termes globaux \mathcal{H}_0 (ne dépendant que du nombre total de particules $n = n_p + n_t$) de termes linéaires \mathcal{H}_1 et de termes quadratiques \mathcal{H}_2 en n_p et n_t . On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_m &= n \epsilon_0 + \frac{n(n-1)}{2} W_0 + \Gamma_{pt} [\epsilon_1 + (n-1)W_1] + \Gamma_{pt}^{(2)} W_2 \\ &= \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

avec

$$\Gamma_{pt} = \frac{D_t n_p - D_p n_t}{D_p + D_t} \quad \Gamma_{pt}^{(2)} = \frac{D_p D_t}{2} \left(\frac{2n_p n_t}{D_p D_t} - \frac{n_p(n_p-1)}{D_p(D_p-1)} - \frac{n_t(n_t-1)}{D_t(D_t-1)} \right)$$

D_p, D_t dégréescences des couches p et t

n_p, n_t occupations des couches p et t

En égalant (1) et (2) pour la couche complète ($n_p = D_p$ et $n_t = D_t$), on obtient par exemple:

$$\epsilon_0 = \frac{D_p \epsilon_p + D_t \epsilon_t}{D_p + D_t} \quad W_0 = \frac{D_p(D_p-1)V_{pp} + D_t(D_t-1)V_{tt} + 2D_p D_t V_{pt}}{(D_p + D_t)(D_p + D_t - 1)}$$

Pour une particule ($n_p = 1$ et $n_t = 0$), on obtient $\epsilon_1 = \epsilon_p - \epsilon_t$. Les valeurs de W_1 et W_2 s'obtiennent de la même façon mais leur expression est plus complexe et n'a pas d'intérêt ici.

Il est possible maintenant revenir avec ce modèle au cas de ^{16}O où nous avons vu que le spectre expérimental ressemblait peu à celui attendu dans un schéma de particules indépendantes. Dans ^{16}O , on peut déduire des énergies de liaison que les états ph doivent se trouver autour de l'énergie du gap, c'est à dire $\text{BE}(^{17}\text{O}) + \text{BE}(^{15}\text{O}) - 2\text{BE}(^{16}\text{O}) = 11.5 \text{ MeV}$. Expérimentalement, il existe un doublet autour de 6 MeV, composé d'un état 3^- de nature pt et d'un état 0^+ de nature 4p4t. Les corrélations peuvent facilement amener l'état 3^- de 11.5 MeV à 6 MeV. Par contre l'état 0^+ , si l'on néglige le terme \mathcal{H}_2 dans notre décomposition précédente, devrait se trouver à peu vers $4 \times 11.5 = 46 \text{ MeV}$. En extrayant les valeurs numériques ϵ_i et W_i d'une interaction effective décrivant correctement toute la spectroscopie autour de ^{16}O [12], il est possible de représenter les énergies d'excitation np-nh en tenant compte des contributions \mathcal{H}_1 et $(\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2)$ (figure 15). Nous voyons bien que les termes quadratiques de \mathcal{H}_m ont des effets énormes sur certains états.

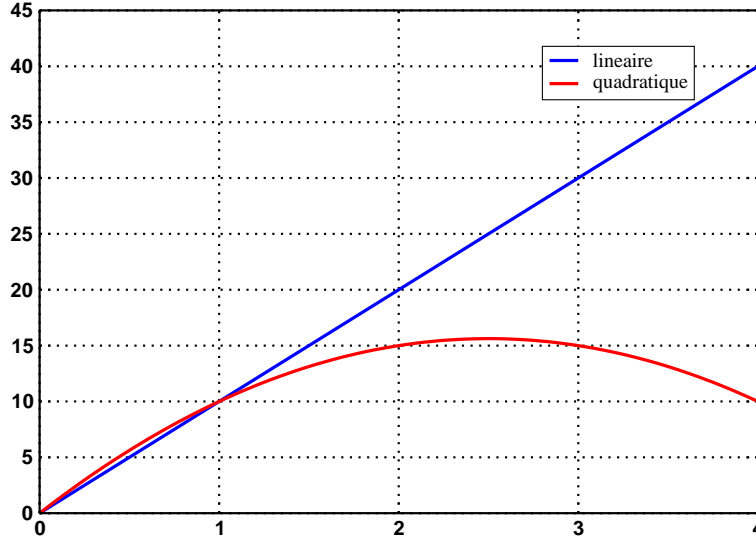


FIG. 15 –: *Energies d'excitation np-nt pour ^{16}O*

Hamiltonien multipolaire \mathcal{H}_M

\mathcal{H}_M est défini comme l'hamiltonien total \mathcal{H} auquel on a retranché tous les termes monopolaires \mathcal{H}_m . Il s'écrit sous deux représentations, particule-particule et particule-trou. Toutes deux sont séparables et seuls quelques termes sont cohérents, dont les plus importants sont:

- pairing L=0 isovecteur et isoscalaire
- Elliott's quadrupole
- $\vec{\sigma}\vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma}\vec{\sigma}$
- des termes octupolaire and hexadecapolaire du type $r^\lambda Y_\lambda \cdot r^\lambda Y_\lambda$

De plus, ces termes sont universels (toutes les interactions réalistes donnent les mêmes valeurs) et se propagent simplement avec la masse. La table 3 compare les

principales contributions multipolaires dans le cas de trois types d'interactions effectives différentes. Les valeurs sont sensiblement les mêmes ce qui révèle le caractère d'universalité de l'hamiltonien multipolaire.

Interaction	particle-particle		particle-trou		
	JT=01	JT=10	$\lambda\tau=20$	$\lambda\tau=40$	$\lambda\tau=11$
KB3	-4.75	-4.46	-2.79	-1.39	+2.46
FPD6	-5.06	-5.08	-3.11	-1.67	+3.17
GOGNY	-4.07	-5.74	-3.23	-1.77	+2.46

TAB. 3 –: Principales contributions multipolaires dans le cas d'une interaction réaliste (KB3), d'une interaction phénoménologique fittée (FPD6), d'une interaction effective pour des calculs de type champ moyen (GOGNY)

Énergie individuelle effective

Otsuka [15] a récemment introduit le concept d'Énergie Individuelle Effective (ESPE en anglais) pour obtenir une illustration directe des effets monopolaires sur le champ moyen sphérique. Dans un espace de valence donné, on suppose un remplissage couche après couche, jusqu'au niveau de Fermi et un couplage en isospin le plus faible lorsque les orbites protons et neutrons sont identiques. En ne considérant uniquement que l'énergie monopolaire pour une configuration, l'énergie individuelle effective d'une orbite occupée se définit alors comme l'énergie de séparation de cette orbite affectée du signe opposé. L'énergie individuelle effective d'une orbite inoccupée se définit comme le gain en énergie de liaison lorsque l'on rajoute une particule dans cette orbite, affecté du signe opposé (figure 16).

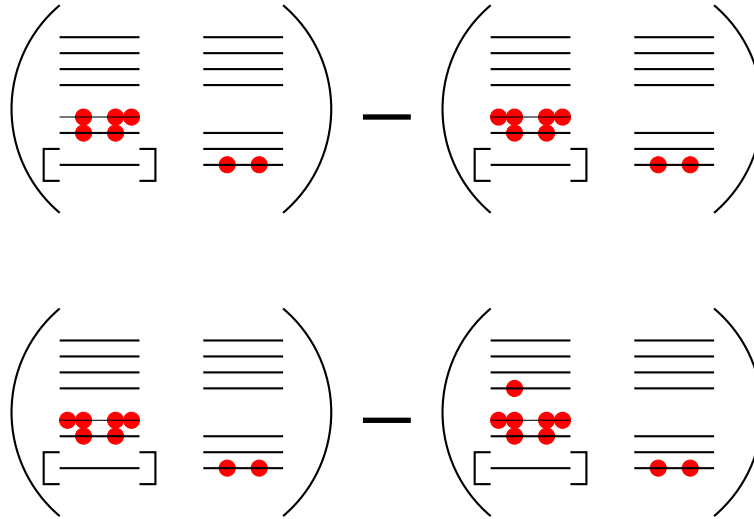


FIG. 16 –: Définition d'une énergie individuelle effective (ESPE) pour une orbite occupée (panneau du haut) et une orbite inoccupée (panneau du bas)

Un exemple de l'évolution des énergies individuelles effectives à N=20 en fonction du nombre de proton est donné par la figure 17. Nous voyons que la différence entre

le ^{40}Ca ($Z=20$) et le ^{32}Mg ($Z=12$) consiste en une légère réduction du gap entre les orbites $f_{7/2}$ et $d_{5/2}$ d'une part, et une légère réduction du gap entre les orbites $f_{7/2}$ et $p_{3/2}$. Ceci est suffisant pour passer d'une situation de magie à une situation de disparition de fermeture de couche. Otsuka [15] explique la disparition de la magie autour de ^{32}Mg par la forte attraction entre les orbitales $d_{5/2}$ et $d_{3/2}$ due aux termes $\sigma\tau.\sigma\tau$ de l'interaction nucléon-nucléon et que les processus d'inversion de spin et d'inversion d'isospin sont les plus favorisés (figure 18). En fait, pour être plus précis, il s'agit de l'interaction proton-neutron $d_{5/2}-d_{3/2}$ qui conjuguée à l'interaction spin-orbite permet d'expliquer le mécanisme de formation de la fermeture de couche $N=20$ dans ^{40}Ca . Au niveau du ^{32}Mg , le mécanisme n'a pas encore stabilisé $N=20$.

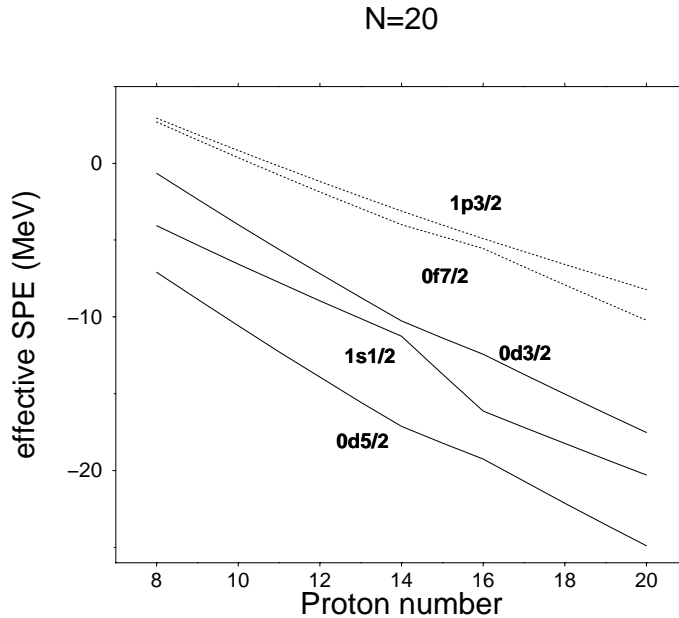


FIG. 17 –: *ESPE dans l'espace $sd - pf$ à $N=20$*

4. DE LA STABILITÉ À LA LIMITE D'EXISTENCE

Les découvertes du fameux îlot d'inversion autour de $N=20$, ou de halos de neutron autour de $N=8$ sont apparues comme de nouveaux types de phénomènes caractéristiques des noyaux "exotiques" et ont entraîné de nombreuses études expérimentales en particulier sur les comportements magiques loin de la stabilité ($N=8$, $N=16$, $N=20$, $N=40$...) et beaucoup de résultats récents sont apparus comme de nouvelles propriétés caractéristiques du noyau atomique loin de la stabilité.

Nous avons déjà vu au cours du chapitre 2, que les spectres de noyaux stables (ou proches de la stabilité) sont caractérisés par la présence d'états intrus à très basse énergie d'excitation et que par conséquent, les fonctions d'onde des états de basse excitation dans ces noyaux seront caractérisées par un mélange important de configurations normales et intruses.

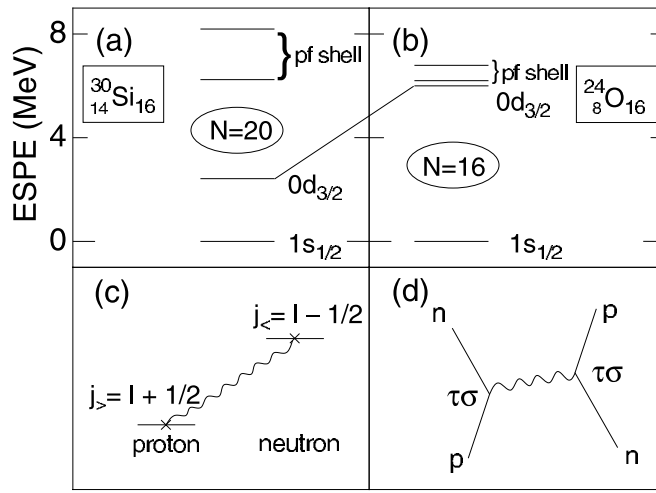


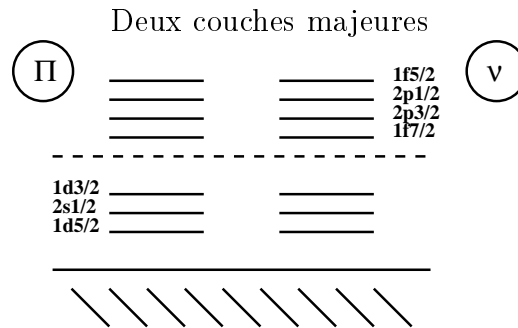
FIG. 1. Neutron ESPE's for (a) ^{30}Si and (b) ^{24}O , relative to $1s_{1/2}$. The dotted line connecting (a) and (b) is drawn to indicate the change of the $0d_{3/2}$ level. (c) The major interaction producing the basic change between (a) and (b). (d) The process relevant to the interaction in (c).

FIG. 18 —: *Mécanisme d'attraction proton-neutron entre orbitales partenaires spin-orbite (d'après [15])*

Pour mettre en lumière les différences entre noyaux stables et exotiques, nous allons d'abord caractériser la structure à la stabilité puis pour des noyaux riches en neutrons.

États $npnt$ le long de la ligne $N=Z$ autour de $A \sim 40$

Coexistence entre états sphériques, déformés et superdéformés dans le même noyau



Les excitations $npnt$ pour les noyaux $N=Z$ à l'interface sd - pf peuvent donner naissance à des structures très collectives, allant jusqu'à la superdéformation, si les orbitales accessibles permettent à la collectivité quadrupolaire de se développer. C'est le mécanisme qui entre en jeu pour ^{36}Ar and ^{40}Ca . Ce mécanisme est à la base de la description de la déformation dans le cadre du modèle en couches sphérique. Les orbitales de valence sont constituées des couches sd et fp . Dans cet espace, selon le nombre de particules de valence et les configurations possibles, nous assistons à

coexistence d'états sphériques, déformés voire superdéformés. Ainsi,

dans ^{36}Ar : états sphériques $[\text{sd}]^{20}$
 superdéformés $[\text{sd}]^{16} [\text{pf}]^4$
 dans ^{40}Ca : états sphériques $[\text{sd}]^{24}$
 déformés $[\text{sd}]^{20} [\text{pf}]^4$
 superdéformés $[\text{sd}]^{16} [\text{pf}]^8$

La récente bande superdéformée observée dans ^{40}Ca correspond à la bande 8p8t dont les propriétés calculées sont rappelées dans la table 4. La structure 8p8t peut s'interpréter comme une structure de ^{48}Cr couplée à celle d'un ^{32}S mais sa déformation, $\beta=0.6$, est double de celle du ^{48}Cr .

La figure 17 montre l'existence d'un gap sphérique à $N=Z=20$ qui doit en principe défavoriser une telle configuration. Cependant, on observe que parmi les divers type de configurations, la configuration 8p8t possède l'énergie la plus basse (essentiellement grâce à l'énergie de déformation) (les énergies relatives des configurations fixes 8p8t, 4p4t, 0p0t, 6p6t 2p2t et 10p10t sont respectivement: 0.0, 1.14, 1.37, 3.26 4.17 et 11.40 MeV) mais que le mécanisme de mélange des configurations 0p0t, 2p2t, 4p4t rétablit la fermeture de couche et place l'état superdéformé à une énergie d'excitation de 5MeV [16, 17]. Un calcul détaillé de la structure de l'état fondamental du ^{40}Ca donne une composante couche fermé de l'ordre de 50 % [18] ce qui est sensiblement proche de valeurs pour d'autres noyaux doublement magique comme ^{16}O [12] ou ^{56}Ni [19], mais aussi de l'ordre de celle obtenue pour le ^{11}Be (voir le cours de Y. Blumenfeld à cette école).

TAB. 4 –: *Propriétés quadrupolaires de la configuration 8p8t du ^{40}Ca dans l'espace sdpf*

J	B(E2)(J → J-2)	Q_{spec}	$Q_0(\text{t})$	$Q_0(\text{s})$
2	589	-49.3	172	172
4	819	-62.4	170	172
6	869	-68.2	167	171
8	860	-70.9	162	168
10	823	-71.6	157	164
12	760	-71.3	160	160
14	677	-71.1	149	157
16	572	-72.2	128	158
18	432	-75.0	111	162
20	72	-85.1		
22	8	-79.1		
24	7	-81.5		

Ilôt d'inversion à $N=20$

Cela fait maintenant de nombreuses années que les informations expérimentales

sur les masses et les spins des états fondamentaux étaient incompatibles avec la persistance de la fermeture de couches $N=20$ [20, 21]. Des études spectroscopiques ont confirmé cet état de faits avec la mesure de la basse énergie d'excitation de l'état 2^+ dans le ^{32}Mg [22] et de la forte densité d'états à basse énergie d'excitation dans le ^{31}Mg [23]. Ceci se trouvait en complète contradiction avec les calculs qui supposaient la fermeture de couche $N=20$ [24]. Les premières interprétations satisfaisantes ont été données par des calculs de type champ moyen déformé [25], puis des calculs de type modèle en couches avec description des états intrus [26, 27, 28] ont confirmé cette description. Récemment la mesure, par excitation coulombienne de la forte transition $E2 (0^+ \rightarrow 2^+)$ a permis d'extraire un paramètre déformation β de l'ordre de 0,5, en accord avec les prédictions théoriques. L'interaction décrivant les états intrus autour du ^{40}Ca utilisée précédemment permet aussi d'étudier la systématique des états normaux et intrus autour du ^{32}Mg à $N=20$. Les énergies des configurations fixes sont données à la figure 19 dans le cas du ^{32}Mg . Là aussi, le gain en énergie de déformation permet à la configuration $2p2t$ d'être en dessous de la configuration couche fermée mais le mécanisme de mélange qui se produit est différent de celui du ^{40}Ca car les configurations $4p4t$, beaucoup plus éloignées aux environs de 6 MeV d'énergie d'excitation, ne peuvent donc pas se mélanger.

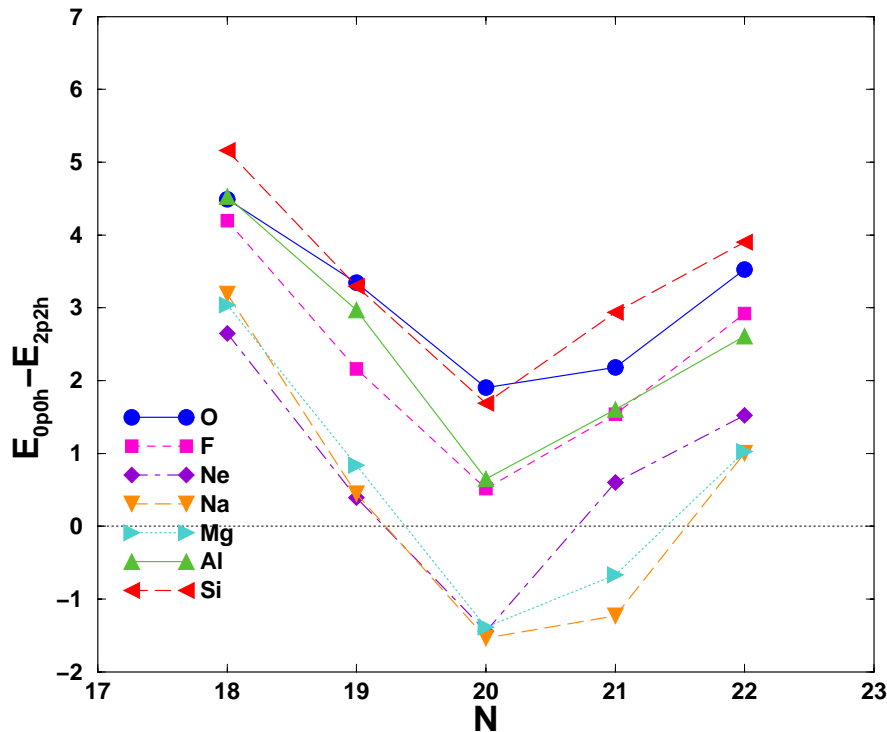


FIG. 19 – : Différence en énergie entre les configurations normales et intruses ($2p2t$) autour de $N=20$. Lorsque cette différence devient négative, on parle d'îlot d'inversion ou de disparition de fermeture de couche

Nouvelle région de déformation à $N=40$

La disparition des fermetures de couches dans le ^{11}Li ou le ^{32}Mg correspond à

l'absence de magicité lors des remplissages des couches neutrons $N_{osc}=1$ et $N_{osc}=2$. On peut alors se demander si ce phénomène est susceptible de se reproduire pour $N_{osc}=3$. Les noyaux autour de $N=40$ sont l'objet actuellement de nombreuses investigations. En particulier, l'excitation coulombienne des noyaux de $^{66-68}\text{Ni}$ ainsi que la décroissance β des noyaux de $^{60-63}\text{V}$ ont récemment été étudiées au GANIL [32, 33]. Les informations expérimentales recueillies et les calculs théoriques qui les ont accompagnés ont permis de mettre en lumière deux types de phénomènes.

Superfluidité dans ^{68}Ni

La systématique des énergies 2_1^+ dans les isotopes des Nickels montre un maximum à $N=40$ et celle des transitions E2 ($0^+ \rightarrow 2^+$) un minimum pour $N=40$. Ceci fait dans un premier temps penser à un effet de magicité (du à la fermeture de couche $N_{osc}=3$) comme c'est le cas dans les isotopes des Calciums par exemple [18]. Nous avons d'abord calculé les noyaux de $^{64-74}\text{Ni}$ pour étudier leur comportement lors du franchissement de $N=40$ dans un espace de valence où précisément les excitations $fp \rightarrow g_{\frac{9}{2}}$ sont permises. Les résultats sont présentés à la figure 21 et dans la table 5 et sont comparés aux systématiques expérimentales. Les calculs reproduisent la forme de cloche du comportement des transitions E2 dans les isotopes de Nickels. L'analyse des fonctions d'onde montre les excitations de la couche $f_{\frac{5}{2}}$ et $p_{\frac{1}{2}}$ vers la couche $g_{\frac{9}{2}}$ sont maximales à $N=40$ (1 particule en moyenne). Ces excitations sont produites par les corrélations de pairing conférant au ^{68}Ni un caractère mixte de noyau magique et de noyau superfluide. Le fait que l'énergie 2_1^+ remonte dans ^{68}Ni par rapport à ^{66}Ni (laissant penser à de la magicité) se comprend aisément dans la mesure où les états 0^+ de nature $0p0t$ et $2p2t$ se mélangent fortement alors que l'état 2^+ est de nature $2p2t$ uniquement et se mélange peu (figure 20).

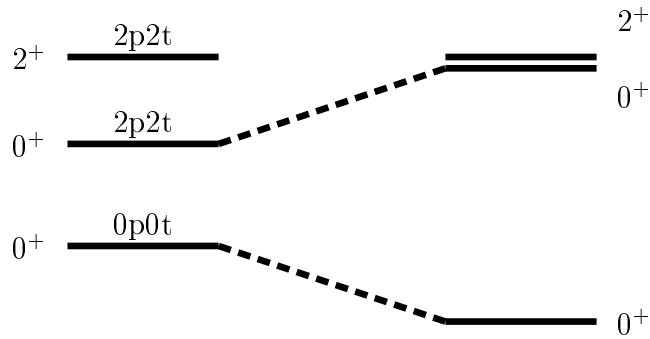


FIG. 20 –: Mélanges schématiques dans ^{68}Ni

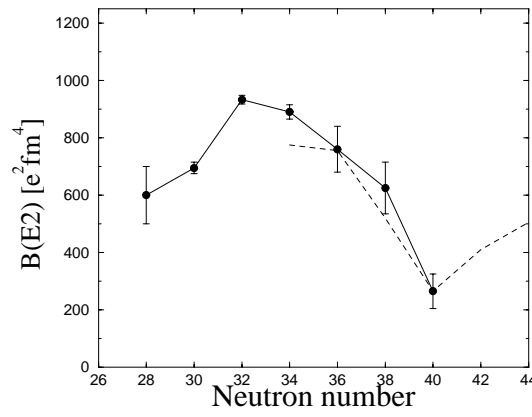


FIG. 21 –: Variation des transitions $B(E2)(0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ dans les isotopes de nickels avec le nombre de neutrons (d'après [32])

	^{62}Ni	^{64}Ni	^{66}Ni	^{68}Ni	^{70}Ni	^{72}Ni	^{74}Ni
$E(2^+)_{calc.}$	1.11	1.24	1.49	1.73	1.50	1.42	1.33
$E(2^+)_{exp.}$	1.173	1.346	1.425	2.033	1.259		
$B(E2\uparrow)_{calc.}$	775	755	520	265	410	505	690
$B(E2\uparrow)_{exp.}$	915	590	650	255			
$\langle n_{\frac{9}{2}} \rangle_{extra}$	0.24	0.43	0.67	1.07	0.84	0.55	0.45

TAB. 5 –: Variation des énergies 2_1^+ et occupation de l'orbite intruse $g_{\frac{9}{2}}$ dans les nickels (d'après [32])

Déformation dans ^{64}Cr

La décroissance β des $^{60,62}\text{V}$ a permis de mettre en évidence que l'énergie d'excitation du premier état 2^+ dans ^{60}Cr et ^{62}Cr diminue lorsque l'on se rapproche de $N=40$. Si l'on suppose que $N=40$ est un nombre magique (comme il l'est dans ^{90}Zr par exemple), on s'attendrait à ce que l'énergie d'excitation du premier état soit très haute, reflétant la fermeture de couches. Nous avons vu que déjà pour les Nickels, on ne peut plus parler de noyau magique et que l'orbitale $g_{\frac{9}{2}}$ neutron joue un rôle très important.

Pour comprendre l'origine du comportement des énergies 2^+ dans les Chromes riches en neutrons, il a été fait trois types de calculs : d'abord dans l'espace de valence fp , puis en incluant les orbites neutron $g_{\frac{9}{2}}$ (fpg) puis $d_{\frac{5}{2}}$ ($fpgd$). Les résultats apparaissent à la figure 22 et dans la table . On voit que l'inclusion de l'orbite $d_{\frac{5}{2}}$ permet de diminuer l'énergie d'excitation 2^+ et de reproduire la tendance observée expérimentalement. En particulier, l'énergie d'excitation 2^+ atteint un minimum pour ^{64}Cr alors que l'on pourrait s'attendre à la fermeture de couche $N=40$. Dans la table , les valeurs $B(E2)$ et les moments quadrupolaires spectroscopiques et intrinsèques (Q_s et Q_i respectivement) de l'espace $fpgd$ sont indiqués pour les isotopes

$^{60-64}\text{Cr}$. Dans ^{64}Cr , les états 2^+ et 4^+ ont des valeurs de Q_i similaires et grandes, caractéristique d'un rotateur axial. Ces valeurs de moments quadrupolaires correspondent à une déformation de $\beta \sim 0.3$.

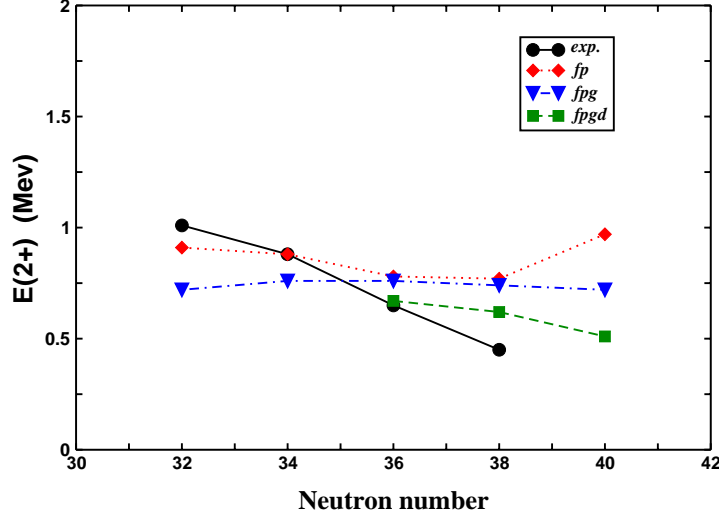


FIG. 22 –: Energies 2^+ expérimentales et calculées dans les espaces fp , fpg et $fpgd$.

	^{60}Cr	^{62}Cr	^{64}Cr
$E^*(2^+)$ (MeV)	0.67	0.65	0.51
Q_s (e.fm ²)	-23	-27	-31
$BE2\downarrow$ (e ² .fm ⁴)	288	302	318
Q_i (e.fm ²) from Q_s	82	76	109
Q_i (e.fm ²) from B(E2)	101	103	106
$E^*(4^+)$ (MeV)	1.43	1.35	1.15
Q_s (e.fm ²)	-37	-30	-43
$BE2\downarrow$ (e ² .fm ⁴)	426	428	471
Q_i (e.fm ²) from Q_s	102	84	119
Q_i (e.fm ²) from B(E2)	117	117	123

TAB. 6 –: Propriétés spectroscopiques des $^{60-64}\text{Cr}$ dans l'espace $fpgd$

Comparaison N=20 et N=40

Il est intéressant de faire un parallèle entre les situations rencontrées à N=20 et N=40 qui correspondent aux fermetures de couches $N_{osc}=2$ et $N_{osc}=3$ respectivement. Dans la figure 23, nous montrons les énergies individuelles effectives dans les deux cas. Dans le panneau du haut qui correspond à la région N=20, on peut rappeler que la déformation peut se développer à cause de deux facteurs: d'abord la réduction du gap N=20 entre les couches $d_{3/2}$ et $f_{7/2}$ lorsque le nombre de protons diminue facilite l'excitation de particules à travers le gap N=20. Ensuite, la quasi dégénérescence entre les orbitales $f_{7/2}$ et $p_{3/2}$ donnant lieu à une séquence $j, j-2$ au

dessus de la surface de Fermi qui favorise les configurations déformées de type $2p2t$. Ainsi, autour du ^{34}Si sphérique, les noyaux ^{32}Mg et ^{30}Ne , sont déformés. Bien que le gap neutron à $N=20$ soit supérieur à celui à $N=40$, la situation est très similaire si l'on fait l'analogie entre la séquence d'orbites $d_{3/2}-f_{7/2}-p_{3/2}$ de $N=20$ avec celle de $N=40$ $f_{5/2}-g_{9/2}-d_{5/2}$. La forte attraction entre les orbites proton $f_{7/2}$ et neutron $f_{5/2}$ est telle que lorsque l'on ôte des protons au ^{68}Ni , les conditions sont à nouveau réunies (réduction du gap et séquence en $j, j-2$ au dessus de la surface de Fermi) pour que la déformation quadrupolaire puisse se développer au niveau du ^{66}Fe et au ^{64}Cr . Il est à noter qu'à cause de l'interaction spin-orbite, de plus en plus forte avec la masse, les orbites appartenant au bloc $N_{osc.}=4$ se trouvent pour $Z=20$, à une énergie d'excitation plus basse que ne le sont celles appartenant au bloc $N_{osc.}=3$ se trouvent pour $Z=8$, ce qui explique le croisement des énergies individuelles effectives $f_{5/2}$ et $g_{9/2}$, $d_{5/2}$ à $Z=22$. Cet îlot de déformation apparaît donc "plus tôt" comme semble déjà l'indiquer l'énergie expérimentale de l'état 2^+ du ^{60}Cr .

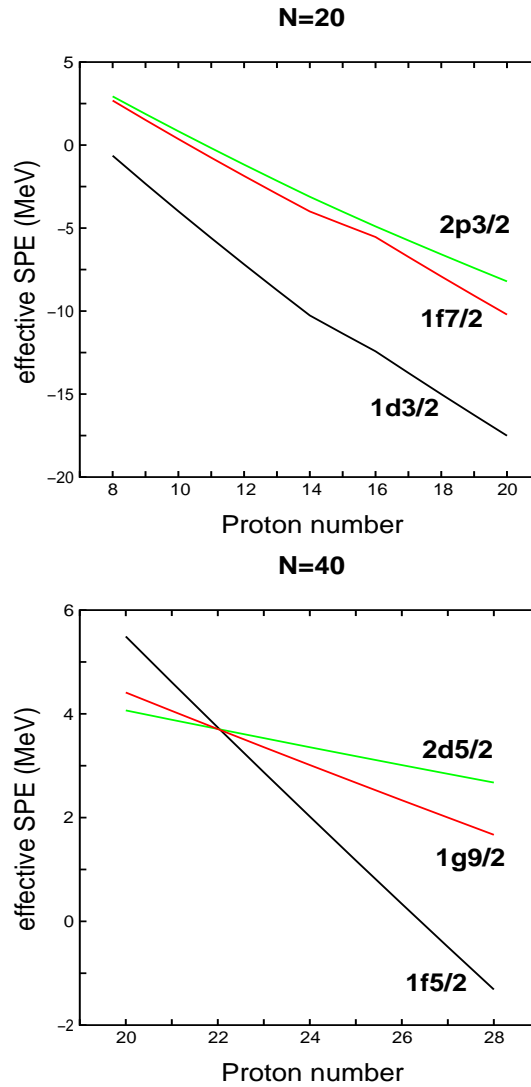


FIG. 23 – : énergies individuelles effectives à $N=20$ (panneau du haut) et $N=40$ (panneau du bas)

5. CONCLUSION

La décomposition de l'hamiltonien en une partie monopolaire et une partie multipolaire permet une interprétation plus aisée des résultats de calculs de modèle en couches. En particulier, grâce à la notion d'énergie individuelle effective, il est possible de mettre en évidence que l'interaction proton-neutron entre couches partenaires spin-orbite est responsable de la formation ou pas des fermetures de couches. Ce mécanisme est illustré à la figure 24 et permet d'interpréter à la fois les phénomènes rencontrés autour du ${}^8\text{Li}$, ${}^{32}\text{Mg}$, ${}^{64}\text{Cr}$ mais aussi du ${}^{104}\text{Ru}$ par exemple:

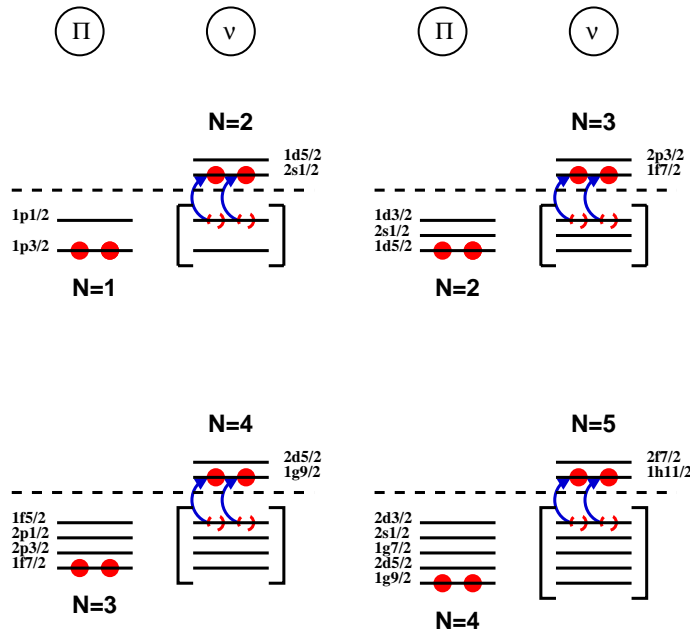


FIG. 24 –: Configurations dominantes à $N=8$, $N=20$, $N=40$, $N=60$

Alors que les trois premiers cas se réfèrent à des régions dites “exotiques”, la région du ${}^{104}\text{Ru}$ ne l’est pas et le mécanisme est donc bien caractéristique de certaines configurations proton-neutron, indépendamment du fait que les noyaux soient stables ou pas. Dans le ${}^{104}\text{Ru}$ la configuration n’est plus intrusive évidemment dans la mesure où l’on est passé des fermetures de couches de l’oscillateur harmonique aux fermetures dites jj (c’est à dire oscillateur harmonique + spin-orbite). Pour ce genre de phénomène, les études des noyaux apparaissent donc comme “complémentaires” plutôt que “supplémentaires” de celles des noyaux stables.

Références

- [1] A. Poves, Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire 1997
Le Modèle en couches (vers une description unifiée de la structure nucléaire)
- [2] P. J. Brussaard and P. W. M. Glaudemans, “Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy” North Holland 1997.

- K. Heyde, "The Nuclear Shell Model" Springer 1994.
- J.B. French, in *International school of physics Enrico Fermi*, Course XXXVI, C. Bloch ed. (Academic Press, New York, 1966).
- [3] B.A. Brown and B.H. Wildenthal, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38**, 29 (1988).
- [4] A. P. Zuker in "Contemporary Nuclear Shell Models" Lecture Notes in Physics, vol 482, p. 93. X. W. Pan *et al.* eds. Springer 1997.
- A. P. Zuker, in "Nuclear dynamics at short and long ranges", A. Gattone *et al.* eds. (World Scientific, Singapore) (To be published.)
- [5] E. Clementi and A. Roetti, *At. Data Nucl. Data Tables* **14**, 177 (1974).
- [6] A. Veillard and E. Clementi, *J. Chem. Phys.* **49**, 2415 (1968).
- [7] G. Dussel, E. Caurier, and A. P. Zuker, *At. Data and Nuc. Data Tables* **39**, 205 (1988).
- [8] V. R. Pandharipande, I. Sick and P. K. A. deWitt Huberts, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 981 (1997).
- [9] M. Dufour et A.P. Zuker, *Phys. Rev. C* **54**, 1641 (1996).
- [10] S. Nummela et al., *Phys. Rev.* **64**, 054313 (2001).
- [11] S. Nummela et al., *Phys. Rev.* **63**, 044316 (2001).
- [12] A. P. Zuker, B. Buck and J. B. McGrory *Phys. Rev. Lett.* **21**, 39 (1968).
- [13] A. Poves and A.P. Zuker, *Phys. Rep.* **70**, 235 (1981).
- [14] E. Caurier, J.L. Egido, G. Martínez-Pinedo, A. Poves, J. Retamosa, L.M. Robledo and A.P. Zuker, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2466 (1995).
- [15] T. Otsuka, R. Fujimoto, Y. Utsuno, B. A. Brown, M. Homma and T. Mizusaki, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 082502 (2001)
- [16] E. Ideguchi et al., *Phys. Rev. Lett* **87**, 222501 (2001).
- [17] E. Caurier, F. Nowacki, A. Poves and A. P. Zuker, arXiv nucl-th/0205036.
- [18] E. Caurier, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, F. Nowacki, P. Vogel, *Phys. Lett. B* **522** 240 (2001).
- [19] E. Caurier, G. Martínez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves, J. Retamosa, and A.P. Zuker, *Phys. Rev.* **C59**, 2033 (1999).
- [20] C. Thibault *et al.* *Phys. Rev. C***12** 193 (1975).
- [21] C. Detraz, D. Guillemaud, G. Huber, R. Klapisch, M. Langevin, F. Naulin, C. Thibault, L. C. Carraz and F. Touchard, *Phys. Rev. C***19** 171 (1978).

- [22] D. Guillemaud, C. Detraz, M. Langevin, F. Naulin, M. de Saint-Simon, C. Thibault, F. Touchard and M. Epherre, Nucl Phys A**246** 37 (1984).
- [23] G. Klotz *et al*, Phys. Rev. **C47**, 2502 (1993).
- [24] B. H. Wildenthal, M. S. Curtion and B. A. Brown, Phys. Rev. **C28**, 1343 (1983).
- [25] X. Campi, H. Flocard, A. K. Kerman and S. Koonin, Nucl. Phys. A**251** 193 (1975).
- [26] A. Poves and J. Retamosa, Phys. Lett **B184** 311 (1987). A. Poves and J. Retamosa, Nucl. Phys A**571** 221 (1994).
- [27] E. K. Warburton, J. A. Becker and B. A. Brown, Phys. Rev. **C41** 1147 (1990).
- [28] N. Fukunishi, T. Otsuka, and T. Sebe, Phys. Lett. **B296**, 1992 279.
- [29] T. Motobayashi *et al*, Phys. Lett. **B346**, 9 (1995)
- [30] J. Retamosa, E. Caurier, F. Nowacki and A. Poves, Phys. Rev. **C55**, 1266 (1997).
- [31] A. Zuker, J. Retamosa, A. Poves and E. Caurier, Phys. Rev. C **52**, R1742 (1995).
- [32] O. Sorlin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88** 092501 (2002).
- [33] O. Sorlin *et al.*, Eur. Phys. J. A **16** 55 (2003).

Quantum Monte Carlo methods for light nuclei.

Stefan Rombouts*

*Ghent University, Dept. of Subatomic and Radiation Physics,
Proeftuinstraat 86, B-9000 Gent (Belgium)*

(Dated: October 31, 2002)

Over the past decades, quantum Monte Carlo methods have proven to be very valuable for the study of the nuclear many-body problem. They have allowed fully microscopical calculations of the ground state properties of light nuclei. The basic ingredient of these methods is a decomposition of the imaginary-time evolution operator into path integrals. These paths are then sampled using Monte Carlo techniques. Particularly for light nuclei, up to $A = 10$, this approach has resulted in an excellent agreement with experimental data, provided that three-body interactions are taken into account.

I. INTRODUCTION

From the theoretical point of view, the structure of atomic nuclei is a complicated many-body problem: even for a limited number of particles there exists a huge number of configurations that can contribute to the ground state structure. Furthermore the interactions between the particles are far from simple. A quantum-mechanical description of this many-body system quickly leads to equations which can not be solved straightforwardly. Apart from that, these systems might exhibit a collective behavior one would not expect from the equations of motion of the individual particles. A way to study such properties is offered by quantum Monte Carlo methods [1–4]: instead of solving the Schrödinger equation, these methods aim at a statistical evaluation of the partition function. This allows an exact numerical calculation of thermodynamical and ground state properties, up to a controllable statistical error. Quantum Monte Carlo methods have been applied with great success for the microscopical calculation of ground-state properties of light nuclei [5–9]. The aim of this text is to give a basic understanding of the methods that were used to achieve these results. Readers who want to learn more can find a good starting point in reference [10].

The basic idea of quantum Monte Carlo methods is to write the imaginary-time evolution operator as a path integral. These paths are then sampled using Monte Carlo methods. Using paths in real-space works fine for bosons. For fermions problems arise because of anti-symmetrization: weights become negative, and therefore the Monte Carlo sampling becomes cumbersome. This is the infamous *sign problem*. However, using good variational wave functions as a start, and summing explicitly over spin and isospin degrees of freedom, one has been able to perform converged calculations for nuclei of up to 10 particles.

In section II we show how one can obtain accurate information about a highly correlated quantum-mechanical many-body state from knowledge on the imaginary-time evolution operator of the system. For practical calculations the evolution operator has to be broken up into manageable parts, leading to a path-integral representation. Section III gives an overview of several possible decomposition schemes that are widely used in the field of quantum Monte Carlo. The next section discusses the Monte Carlo techniques that are used to sample the paths. For fermions, the method often is hampered by the sign problem, which is the subject of section V. Section VI shows how these methods are put into practice for light nuclei.

II. THE IMAGINARY-TIME EVOLUTION OPERATOR

The central operator in most quantum Monte Carlo methods is the *Boltzmann operator* or *imaginary-time evolution operator*,

$$e^{-\beta\hat{H}}, \tag{1}$$

*Fund for Scientific Research - Flanders (Belgium)

with \hat{H} the Hamiltonian of the system and β the *inverse temperature* or *imaginary time*. This operator has many faces:

- **Thermodynamics:** The operator of Eq.(1) is the many-body density matrix of the grand canonical ensemble at a temperature $T = 1/(k\beta)$. This can easily be understood by expanding the operator in eigenstates of \hat{H} :

$$e^{-\beta\hat{H}} = \sum_{\lambda} |\lambda\rangle e^{-\beta E_{\lambda}} \langle\lambda|. \quad (2)$$

It describes a mixed system, that has a probability proportional to the Boltzmann factor $e^{-\beta E_{\lambda}}$ to occupy the eigenstate $|\lambda\rangle$. Taking the trace one obtains the grand canonical partition function,

$$Z(\beta) = \text{Tr} \left[e^{-\beta\hat{H}} \right] = \sum_{\lambda} e^{-\beta E_{\lambda}}. \quad (3)$$

From the function $Z(\beta)$ one can derive all thermodynamic observables, e.g. the energy is given by

$$\begin{aligned} E(\beta) &= -\frac{d \ln [Z(\beta)]}{d\beta} \\ &= \text{Tr} \left[\hat{H} e^{-\beta\hat{H}} \right] / Z(\beta). \end{aligned} \quad (4)$$

- **Ground-state projector:** Taking the limit of β to infinity in the above expressions corresponds to cooling the system to absolute zero temperature. This brings the system to its ground state. Therefore one can efficiently use the operator of Eq.(1) as a ground-state projection operator: applying it to any trial state that has a non-zero overlap with the true ground state will result in a state that approaches the ground state as β grows, while excited-state components are suppressed exponentially. Again this is demonstrated by an expansion into the eigenstates $|\lambda\rangle$ of \hat{H} : given a trial state

$$|\Psi_T\rangle = \sum_{\lambda} c_{\lambda} |\lambda\rangle, \quad (5)$$

with $c_{GS} \neq 0$, one obtains

$$\begin{aligned} e^{-\beta\hat{H}} |\Psi_T\rangle &= e^{-\beta E_{GS}} c_{GS} |\Psi_{GS}\rangle + e^{-\beta E_{GS}} \sum_{\lambda \neq GS} e^{-\beta(E_{\lambda} - E_{GS})} c_{\lambda} |\lambda\rangle \\ &\simeq e^{-\beta E_{GS}} c_{GS} |\Psi_{GS}\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

If the trial state $|\Psi_T\rangle$ is already a good approximation to the ground state, one does not have to go to too large values of β in order to obtain accurate ground-state results. The ground-state energy can be obtained as

$$E_{GS} \simeq \langle \Psi_T | \hat{H} e^{-\beta\hat{H}} | \Psi_T \rangle / \langle \Psi_T | e^{-\beta\hat{H}} | \Psi_T \rangle. \quad (7)$$

This is the so called *mixed estimator*, because it takes the overlap between the estimate for the ground state and the trial state. Observables that commute with the Hamiltonian can be evaluated in this way. For other observables one has to apply the ground-state estimate on both sides, which is not always easy to implement.

Exercise 1 Derive an estimate for the expectation value $\langle \hat{A} \rangle$ of an operator \hat{A} by taking a linear combination of the trial state expectation value and the mixed estimator,

$$\langle \hat{A} \rangle \simeq \alpha_1 \frac{\langle \Psi_T | \hat{A} e^{-\beta\hat{H}} | \Psi_T \rangle}{\langle \Psi_T | e^{-\beta\hat{H}} | \Psi_T \rangle} + \alpha_2 \frac{\langle \Psi_T | \hat{A} | \Psi_T \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi_T \rangle}, \quad (8)$$

in such a way that the estimate is exact up to first order in the difference $(|\Psi_{GS}\rangle - |\Psi_T\rangle)$.

- **Imaginary time propagator:** The operator of Eq.(1) has a striking resemblance to the Heisenberg evolution operator $\exp(-it\hat{H})$ that propagates a state over an interval t in real time. Interpreting β as an imaginary time, $\beta = it$, one can describe the action of the operator $\exp(-\beta\hat{H})$ on a trial state as a *propagation in imaginary time*. As shown above, this evolution in imaginary time is equivalent to a diffusion to the ground state.

III. DECOMPOSITIONS

In the previous section it was shown that the imaginary-time propagator contains a lot of information about the quantum many-body system. Calculating this propagator exactly would be equivalent to solving the many-body Schrödinger equation. For most systems, this is practically impossible. The quantum Monte Carlo approach tries to tackle this problem by breaking up the imaginary-time propagator into parts that can be treated exactly individually, and to generate a limited but relevant sample of these using Monte Carlo techniques. The efficiency and the feasibility of the Monte Carlo algorithms depends crucially on the decomposition that is used. One can divide the decompositions that are used in practice generally into two categories: *path-integral decompositions* and *auxiliary-field decompositions*

A. path-integral decompositions

As a first step one divides the imaginary-time propagator into small time steps, such that one can safely make approximations that are correct only up to first order in the time step ϵ :

$$e^{-\beta\hat{H}} = \left(e^{-\epsilon\hat{H}} \right)^M, \quad (9)$$

with $\epsilon = \beta/M$. Approximating $\exp(-\epsilon\hat{H})$ with an expression that has a leading error of order ϵ^2 will result in an overall error on Eq.(9) of order $M\epsilon^2 = \beta^2/M$. By taking the value of M large enough (making the time steps smaller), one can reduce the error to any desired level of accuracy. At every time step in Eq.(9), one can now introduce a complete set of states in coordinate space,

$$\sum_{\mathbf{R}} |\mathbf{R}\rangle\langle\mathbf{R}| = 1, \quad (10)$$

where \mathbf{R} is a multi-particle coordinate vector. The imaginary-time propagator can then be written as

$$\begin{aligned} \langle\mathbf{R}_0|e^{-\beta\hat{H}}|\mathbf{R}_M\rangle = \\ \int \int \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \cdots d\mathbf{R}_{M-1} \langle\mathbf{R}_0|e^{-\epsilon\hat{H}}|\mathbf{R}_1\rangle \langle\mathbf{R}_1|e^{-\epsilon\hat{H}}|\mathbf{R}_2\rangle \cdots \langle\mathbf{R}_{M-1}|e^{-\epsilon\hat{H}}|\mathbf{R}_M\rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

The expressions that have to be evaluated are of the form $\langle\mathbf{R}|e^{-\epsilon\hat{H}}|\mathbf{R}'\rangle$. For a Hamiltonian that contains a kinetic energy term and a local interaction, $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$, one can make the following approximations, because of the small time step:

$$\begin{aligned} \langle\mathbf{R}|e^{-\epsilon\hat{H}}|\mathbf{R}'\rangle &= \langle\mathbf{R}|e^{-\epsilon(\hat{T}+\hat{V})}|\mathbf{R}'\rangle \\ &= \langle\mathbf{R}|e^{-\epsilon\hat{T}}|\mathbf{R}'\rangle \langle\mathbf{R}'|e^{-\epsilon\hat{V}}|\mathbf{R}'\rangle + \mathcal{O}(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (12)$$

The two factors on the right hand side are easily evaluated.

Exercise 2 Evaluate the kinetic propagator by inserting complete sets of momentum states $|\mathbf{K}\rangle$,

$$\langle\mathbf{R}|e^{-\epsilon\hat{T}}|\mathbf{R}'\rangle = \int \int \langle\mathbf{R}|\mathbf{K}\rangle \langle\mathbf{K}|e^{-\epsilon\hat{T}}|\mathbf{K}'\rangle \langle\mathbf{K}'|\mathbf{R}'\rangle d\mathbf{K} d\mathbf{K}' =? \quad (13)$$

For a two-body interaction that is local in coordinate space, we can write

$$\langle\mathbf{R}'|e^{-\epsilon\hat{V}}|\mathbf{R}'\rangle = e^{-\epsilon V(\mathbf{R}')}. \quad (14)$$

The total propagator of Eq.(12) then becomes

$$\langle\mathbf{R}|e^{-\epsilon\hat{H}}|\mathbf{R}'\rangle \propto e^{-\frac{(\mathbf{R}'-\mathbf{R})^2}{2\hbar^2\epsilon/m}} e^{-\epsilon V(\mathbf{R}')} + \mathcal{O}(\epsilon^2). \quad (15)$$

This shows that the imaginary time propagation can be simulated through a Gaussian diffusion in coordinate space, re-weighted by an interaction factor. In order to obtain an efficient algorithm, one normally

has to apply *importance sampling*, which amounts to including a drift term in the Gaussian diffusion step,

$$\mathbf{R}' - \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}' - \mathbf{R} - 2(\hbar^2\epsilon/m)\nabla \ln \Psi_T(\mathbf{R}), \quad (16)$$

such that the diffusion mainly proceeds to regions in space where $|\Psi_T(\mathbf{R})|$ is important (see section IV B).

Instead of the asymmetric decomposition of Eq.(12), one often uses a symmetric decomposition

$$e^{-\epsilon(\hat{T}+\hat{V})} = e^{-\frac{\epsilon}{2}\hat{V}} e^{-\epsilon\hat{T}} e^{-\frac{\epsilon}{2}\hat{V}} + \mathcal{O}(\epsilon^3), \quad (17)$$

because its leading error is one order higher in ϵ . Together with Eq.(9) this results in the so-called *Suzuki-Trotter decomposition* [11].

Exercise 3 (not a simple one!) Find a decomposition of the form Eq.(17) with five factors such that the error is of order ϵ^4 . Hint: one exponent will contain a commutator. The following relation, known as the Baker-Campbell-Hausdorff formula, can be useful:

$$e^A e^B = e^{A+B+\frac{1}{2}[A,B]+\frac{1}{12}[(A-B),[A,B]]+\dots}. \quad (18)$$

Another way to improve the short-time propagator can be obtained by making use of the two-body propagator, if this is known exactly (which amounts to solving the two-body problem). Then one can apply the following improved propagator:

$$\langle \mathbf{R} | e^{\epsilon\hat{H}} | \mathbf{R}' \rangle = \prod_{i=1,A} G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_i) \mathcal{S} \left[\prod_{i<j} \frac{g_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}'_{ij})}{g_{0,ij}(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}'_{ij})} \right], \quad (19)$$

with $G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_i)$ the free (Gaussian) one-particle propagator, $g_{0,ij}(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}'_{ij})$ the free (Gaussian) pair propagator, and $g_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}'_{ij})$ the pair propagator that takes the exact interaction into account and \mathcal{S} the symmetrization operator over all indices. This type of propagator is exact at the two-body level. At the many-body level, its error is strongly reduced compared to the expression of Eq.(15). This means that one can reach the same accuracy with much larger time steps (typically $\times 5$), thereby reducing the fluctuations and improving the efficiency.

The decomposition of Eq.(11) together with Eq.(15) or Eq.(19) can be used to project a trial state onto the ground state as in Eq.(6). Used in this way, the method is called *diffusion Monte Carlo* or *Green's function Monte Carlo* [1]. Another possibility is to take the trace of Eq.(11), by equating $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_M$, and summing over all possible paths $\{\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_{M-1}\}$. From Eq.(3) it can be seen that this results in a finite temperature method, that goes by the name of *path-integral Monte Carlo* [2]. In practice one often uses improved versions of the short-time propagator of Eq.(15), in order to reduce the time step error[6].

A similar way of thinking can be applied to lattice or spin systems, resulting in a method know as *world-line Monte Carlo*[12, 13]. Because the paths or *world lines* in this case are strongly restricted by the structure of the lattice, one can use highly optimized updating schemes for the Monte Carlo sampling, such as the *loop algorithm*[14, 15] or the *worm algorithm*[16].

All these methods have the advantage that they require few memory to store the individual configurations and that the basic steps are very simple. Furthermore they solve the many-body problem directly in the full coordinate space. This makes them very useful for bosonic systems. For fermions problems appear because of the fermionic antisymmetry: a path that brings two fermions near to each other and lets them move apart again, will have nearly the same weight as the path that lets the two fermions follow nearly the same road, except that they interchange positions when they are near. However, the weight of the latter path will have the opposite sign of the weight of the former. As a result the sum over all paths will be a sum of terms of equal magnitude but with opposite signs, resulting in a bad signal-to-noise ratio for the Monte Carlo sampling. This is the reason for the so called *sign problem*.

B. auxiliary-field decompositions

Another approach is based on decompositions that try to take the fermion antisymmetry exactly into account. The idea is to decompose the imaginary-time evolution operator into a sum of evolution operators for non-interacting systems [3, 4, 17–19].

This builds on the observation that for non-interacting systems the imaginary-time evolution operator can be evaluated exactly: instead of propagating one A -particle wave function, one simply has to propagate A single-particle wave functions, even if one takes the (anti-)symmetry between the particles fully into account. This is related to the Thouless theorem[20]: the exponential of a one-body operator will transform a Slater determinant into another Slater determinant.

The operators that build up the Hamiltonian can normally be grouped into a one-body part \hat{H}_1 and a two-body part \hat{H}_2 . The difficulties come with the two-body part. In order to separate out the two-body part, one splits the imaginary-time interval into a large number of time steps using the Suzuki-Trotter decomposition of Eq.(17). The one-body propagators of the form $\exp(-\epsilon\hat{H}_1)$ are easily expressed in the single-particle representation. For the two-body propagator $\exp(-\epsilon\hat{H}_2)$ this is not possible. Therefore one expands the two-body propagator into a sum over one-body propagators,

$$e^{-\epsilon\hat{H}_2} = \sum_{\sigma} w(\sigma)e^{-\epsilon\hat{h}_1(\sigma)}, \quad (20)$$

where each of the operators $\hat{h}_1(\sigma)$ is a one-body operator and $w(\sigma)$ is a weight factor. The index σ is called the *auxiliary field*. What remains to be shown is how one can decompose the two-body propagator into one-body propagators as in Eq.(20). For this purpose one uses the Hubbard-Stratonovich transformation[21, 22], which linearizes the exponential of the square of any operator \hat{P} ,

$$e^{\frac{\hat{P}^2}{2}} = \int \frac{e^{-\frac{\sigma^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma\hat{P}} d\sigma. \quad (21)$$

This relation follows straightforwardly from the fact that the Fourier transform of a Gaussian is again a Gaussian. One can always write the two-body exponent $-\epsilon\hat{H}_2$ as a sum over squares of one-body operators \hat{P}_k

$$-\epsilon\hat{H}_2 = \sum_k \hat{P}_k^2. \quad (22)$$

This is not more difficult than solving a two-body problem, and often the symmetries of the interaction guide this decomposition [3]. Using the Hubbard-Stratonovich transform Eq.(21), the small-time-step approximation, and discrete approximations to the integrals, one obtains a decomposition of the form

$$e^{-\beta\hat{H}} = \sum_{\sigma} W(\sigma)e^{-\hat{h}(\beta,\sigma)}, \quad (23)$$

where $\hat{h}(\beta,\sigma)$ is a (non-Hermitian) one-body operator such that each individual right hand side can be treated exactly. Monte Carlo techniques have to be used to evaluate the multi-(multi-)dimensional summation over all the auxiliary fields σ . This scheme has been very successful for nuclear shell-model calculations in large model spaces like the fp shell or beyond [3, 19, 23, 24].

There is still a lot of freedom in the decompositions of the from Eq.(20). This can be put to use to eliminate time-step errors [4] or to reduce sign problems [25, 26]. Another recent development is the combination of path-integral and auxiliary-field decompositions, in order to combine continuous configurations in coordinate space with discrete configurations in the spin-isospin space in the Monte Carlo sampling [27].

IV. MONTE CARLO TECHNIQUES

The decompositions derived in the previous section lead to too many terms to perform a complete summation. The best one can do is to calculate a limited number of terms and to make a statistical estimate of the true result. For this it is necessary to generate a representative sample of all the terms. The decompositions described above require the evaluation of expressions of the form

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_x E(x)w(x)}{\sum_x w(x)}, \quad (24)$$

with x a multidimensional coordinate, $w(x)$ a weight function and $E(x)$ the contribution of configuration x to the observable E .

- For the path-integral decompositions one has configurations of the type $x = (\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M)$, with a weight function of the form

$$w(x) = \langle \Psi_T | \mathbf{R}_0 \rangle \langle \mathbf{R}_0 | e^{-\epsilon \hat{H}} | \mathbf{R}_1 \rangle \langle \mathbf{R}_1 | e^{-\epsilon \hat{H}} | \mathbf{R}_2 \rangle \cdots \langle \mathbf{R}_{M-1} | e^{-\epsilon \hat{H}} | \mathbf{R}_M \rangle \langle \mathbf{R}_M | \Psi_T \rangle, \quad (25)$$

and e.g. the contribution to the mixed estimator of the energy, Eq.(7), given by

$$E(x) = \langle \mathbf{R}_M | \hat{H} | \Psi_T \rangle / \langle \mathbf{R}_M | \Psi_T \rangle. \quad (26)$$

- For the auxiliary-field decompositions x corresponds to a vector of auxiliary fields, $x = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M)$. To set the case, let us consider the grand canonical energy given by Eq.(4). For the Monte Carlo evaluation using Eq.(24) we have to take

$$w(x) = W(x) \text{Tr} \left[e^{-\hat{h}(\beta, x)} \right] \quad (27)$$

$$E(x) = \text{Tr} \left[\hat{H} e^{-\hat{h}(\beta, x)} \right] / \text{Tr} \left[e^{-\hat{h}(\beta, x)} \right]. \quad (28)$$

The Monte Carlo strategy for the evaluation of Eq.(24) consists of generating a sample of N configurations x_1, x_2, \dots, x_N , distributed according to the weight function $w(x)$, i.e. the probability for a configuration x to be present in the sample is proportional to $w(x)$. Then we can estimate $\langle E \rangle$ by the sample average,

$$\langle E \rangle \simeq \langle E \rangle_{MC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(x_i). \quad (29)$$

The Central Limit Theorem guarantees that the sample average will converge to the true expectation value for N going to infinity, i.e. for big enough sample sizes. If the sample configurations are drawn independently of each other, one can estimate the statistical error S_E on the Monte Carlo result $\langle E \rangle_{MC}$ in the standard way,

$$S_E^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (E(x_i) - \langle E \rangle_{MC})^2. \quad (30)$$

The main difficulty is to generate the configurations x_1, x_2, \dots, x_N in a random way but such that they are distributed according to $w(x)$. Several Monte Carlo techniques have been developed to facilitate this, most of them based on the Markov chains or on a scheme with walkers and branching.

A. The Metropolis algorithm and Markov chain Monte Carlo methods

A Markov chain is a series of configurations $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$, where each configuration x_n was generated from the previous one using a fixed but stochastic transition rule $P(x_{n-1} \rightarrow x_n)$. If the same set of rules is used over and over again,

$$x_0 \xrightarrow{P} x_1 \xrightarrow{P} x_2 \xrightarrow{P} x_3 \xrightarrow{P} \dots, \quad (31)$$

the configurations will tend to be distributed following a series of probability distribution functions (p.d.f.'s),

$$\pi_0(x_0) \rightarrow \pi_1(x_1) \rightarrow \pi_2(x_2) \rightarrow \pi_3(x_3) \rightarrow \dots, \quad (32)$$

related by

$$\pi_{n+1}(x) = \int \pi_n(y) P(y \rightarrow x) dy. \quad (33)$$

Under very general conditions one finds that the series of p.d.f.'s $\pi_n(x)$ converges to one particular function $\pi(x)$, independent of the initial p.d.f.,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi_n(x) = \pi(x). \quad (34)$$

This distribution is called the *stationary distribution* of the Markov chain. A sufficient condition for a given distribution $\pi(x)$ to be the stationary distribution for a Markov transition rule $P(x \rightarrow y)$, is given by the condition of *detailed balance*:

$$\pi(x)P(x \rightarrow y) = \pi(y)P(y \rightarrow x), \quad (35)$$

for all configurations x and y . This is checked easily by taking $\pi_n = \pi$ in Eq.(33), applying Eq.(35) and the normalization condition

$$\int P(x \rightarrow y)dy = 1. \quad (36)$$

To demonstrate that the Markov chain will converge to $\pi(x)$, even if it is started from a different initial p.d.f. $\pi_0 \neq \pi$, is a bit more complicated. It can be understood by considering the ratio $r_n(x) = \pi_n(x)/\pi(x)$. Then one can write, in line with Eq.(33),

$$\begin{aligned} r_{n+1}(x) &= \int \pi_n(y)P(y \rightarrow x)/\pi(x)dy \\ &= \int r_n(y)\pi(y)P(y \rightarrow x)/\pi(x)dy \\ &= \int r_n(y)\pi(x)P(x \rightarrow y)/\pi(x)dy \\ &= \int r_n(y)P(x \rightarrow y)dy. \end{aligned} \quad (37)$$

Because P is normalized, Eq.(36), this means that $r_{n+1}(x)$ is equal to the average of $r_n(y)$ over all configurations y that can be reached from x in one Markov step. Under the condition of *ergodicity*, i.e. that any configuration can be reached from any other configuration with a finite probability in a finite number of Markov steps, one can understand that after a large number of Markov steps, this procedure will tend to make $r_n(x)$ a uniform function of x . To assure convergence one should also check that the Markov chain is *aperiodic*, i.e. that the number of steps needed to go from one configuration to another does not have to be a multiple of some fixed integer number. Otherwise the function r_n might oscillate with that periodicity between several functions. If $r_n(x)$ becomes uniform, it has to converge to 1, because $\int r_n(x)\pi(x)dx = 1$ for all n . Therefore one can conclude that π_n will converge to the stationary distribution π . In practice one always has to start with a number of *thermalization* steps in order to let the distribution converge to the desired target distribution.

The decompositions of the previous section provide a huge number of configurations and a weight for these configurations that is given by their contribution to the partition function or to the ground-state overlap. In order to sample these configurations proportionally to their weight, we would like to construct a Markov chain in the configuration space whose stationary distribution $\pi(x)$ is proportional to the weight $w(x)$ of the configuration x . Therefore we will try to find a transition rule $P(x \rightarrow y)$ that satisfies the detailed balance condition Eq.(35). This is achieved elegantly with the Metropolis algorithm[28]. It starts from a simple symmetric rule, $P_0(x \rightarrow y) = P_0(y \rightarrow x)$, to go from one configuration to another.

Exercise 4 (*this one is easy!*) *What is the stationary distribution of P_0 ?*

The Metropolis algorithm goes as follows:

- Given a configuration x_n , one draws a configuration y according to $P_0(x_n \rightarrow y)$.
- If $\pi(y) > \pi(x)$, then one takes $x_{n+1} = y$.
- Otherwise one draws a uniform random number u between 0 and 1.
If $\pi(y)/\pi(x_n) \geq u$ one takes $x_{n+1} = y$, else one takes $x_{n+1} = x_n$.

It is a simple set of rules that guarantees condition Eq.(35). Note that one only needs to consider the ratio between $\pi(y)$ and $\pi(x_n)$. This means that the target distribution does not have to be normalized to unity, which is often a big advantage: we can apply the rule using the ratio $w(y)/w(x)$ instead of $\pi(y) > \pi(x)$. The art of the method exists in choosing the transition rule $P_0(x \rightarrow y)$ such that a reasonable fraction of all the moves is accepted (typically 10% to 50%), such that not too much time is wasted in rejected trial moves and such that the subsequent samples are not too similar to each other either.

Exercise 5 The method has been extended to asymmetric trial moves by W.K. Hastings [29]. Given that $P_0(x \rightarrow y) \neq P_0(y \rightarrow x)$, derive the factor $q(x \rightarrow y)$ such that the following acceptance/rejection rules result in a transition rule P that satisfies the detailed balance condition Eq.(35) for the target distribution $\pi(x)$:

- If $q(x_n \rightarrow y) > 1$, then take $x_{n+1} = y$.
- Otherwise draw a uniform random number u between 0 and 1.
If $q(x_n \rightarrow y) \geq u$ take $x_{n+1} = y$, else take $x_{n+1} = x_n$.

Note that for the symmetric Metropolis algorithm one finds $q(x \rightarrow y) = \pi(y)/\pi(x)$.

Often this allows a more efficient sampling, because one can try to work with a trial move P_0 whose stationary distribution is similar to $\pi(x)$, such that most of the moves will be accepted. Other acceptance rules exist that result in the correct stationary distribution too, e.g. the 'heat-bath rule',

$$q(x \rightarrow y) = \frac{\pi(y)}{\pi(x) + \pi(y)}, \quad (38)$$

in case of symmetric trial moves. However, the Metropolis rule is known to be the most efficient one [30].

Note that the configurations generated by the Markov chain are not statistically independent: strong correlations exist between successive configurations. It can be shown that the correlations decrease exponentially with the number of Markov steps between two configurations. The Central Limit Theorem is still valid, such that one can safely use the Markov chain configurations to estimate the true results, be it that one has to take the correlations into account when estimating the statistical errors [31]. Therefore some authors suggest to use only a subset of the generated configurations, e.g. one configuration every 200 Markov steps, in order to obtain quasi-independent samples such that the error estimate of Eq.(30) is valid. Generally it is more efficient to run several (typically 10 or 20) independent Markov chains, and then to take for each chain the average over all generated configurations. These averages can then be used as truly independent estimates in Eq.(30) in order to obtain reliable error bars.

B. walkers and branching

Another way to sample the terms of the decompositions of section III is based on a scheme of *walkers* with *branching* [1]. It is most easily explained for the diffusion Monte Carlo method, though it can be applied to sample any given distribution. Consider first the single-walker version: it starts from a configuration \mathbf{R}_0 that is drawn according to the trial density, $\mathbf{R}_0 \propto |\Psi_T(\mathbf{R}_0)|^2$, and given a weight $w_0 = 1$. Then one draws the next configuration \mathbf{R}_1 according to a Gaussian distribution around \mathbf{R}_0 ,

$$\mathbf{R}_1 \propto e^{-\frac{(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0)^2}{2\hbar^2 \epsilon}}, \quad (39)$$

and one multiplies the weight factor,

$$w_1 = e^{-\epsilon V(\mathbf{R}_1)} \Psi_T(\mathbf{R}_1) / \Psi_T(\mathbf{R}_0) w_0. \quad (40)$$

From Eq.(15) it follows that the walker (\mathbf{R}_1, w_1) is distributed according to a probability $\pi_1(\mathbf{R}_1, w_1)$ such that

$$\int w_1 \pi_1(\mathbf{R}_1, w_1) d\mathbf{R}_0 = \langle \Psi_T | \mathbf{R}_1 \rangle \langle \mathbf{R}_1 | e^{-\epsilon \hat{V}} e^{-\epsilon \hat{T}} | \Psi_T \rangle. \quad (41)$$

One can iterate this procedure, sampling \mathbf{R}_n from a Gaussian around \mathbf{R}_{n-1} and updating the weight factor as in Eq.(40). Weighting the resulting configuration \mathbf{R}_n with the weight factor w_n , one obtains a representation of the the ground-state overlap $\langle \Psi_T | \mathbf{R}_n \rangle \langle \mathbf{R}_n | \Psi_{GS} \rangle$. The problem is that the weight factors w_n tend to oscillate with an exponentially growing variance, because of their multiplicative nature. This makes the single-walker scheme useless in practice. The trick of importance sampling, Eq.(16), reduces the variance by incorporating the factor $\Psi_T(\mathbf{R}_1) / \Psi_T(\mathbf{R}_0)$ approximately in the diffusion step, but the multiplicative nature of the weights remains. In order to avoid this problem, one uses a technique called *branching* :

- start with a set of many walkers (typically several hundreds).
- propagate each of the walkers as explained before. Keep track of the weight w_i of each walker.
- at regular intervals, rearrange the set of walkers:
 - if a walker has a large weight, then split it into two walkers with only half the weight, and let them from then on propagate independently (this is the branching).
 - if a walker has a small weight, then try to combine it with another small walker, selecting one or the other proportional to their weights, and propagate the remaining one from then on with the sum of the two weights. (the other one is eliminated).

This procedure keeps the weights more or less around the same value, and the rules are constructed such that the expectation values remain correct:

$$\left\langle \frac{\sum_i w_i E(\mathbf{R}_i)}{\sum_i w_i} \right\rangle = \left\langle \frac{\sum_{i'} w_{i'} E(\mathbf{R}_{i'})}{\sum_{i'} w_{i'}} \right\rangle. \quad (42)$$

The number of walkers does not remain constant under this procedure. One should add or subtract a constant to the potential in order to keep the number of walkers more or less constant during the run. To decide what weights are 'large' and which ones are 'small', is somehow arbitrary. One can think of several possible schemes, comparing to the average over all present walkers or comparing to an a-priori given value. Many different schemes have been proposed to decide on the branching, but all of them are more or less equivalent: any scheme of walkers with branching has a systematic error that is inversely proportional to the number of walkers[32]. Furthermore the samples are highly correlated because of the branching. Care has to be taken to estimate the statistical errors[31]. The main advantages of the method are that one avoids the thermalization steps of the Markov chain and that one obtains results for successive imaginary times in one run.

V. SIGN PROBLEMS

Above it was tacitly assumed that all terms in the decomposition of the imaginary-time evolution operator come with a positive weight. However, often this is not the case. As mentioned before, the path-integral decompositions suffer from a severe sign problem due to the fermionic antisymmetry. Also the auxiliary-field methods are generally confronted with the problem, except when there is a symmetry at work that keeps the terms positive.

Ideally one would generate the configurations x proportional to the weight $w(x)$, but if $w(x)$ can be negative this is not possible, because a probability necessarily has to be positive. The best one can do, is to generate the configurations proportional to the absolute value of the weight, $|w(x)|$. Then one can evaluate an observable E through

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \frac{\sum_x E(x) s(x) |w(x)|}{\sum_x s(x) |w(x)|}, \\ &= \frac{\sum_x E(x) s(x) |w(x)|}{\sum_x |w(x)|} / \frac{\sum_x s(x) |w(x)|}{\sum_x |w(x)|} \\ &= \langle Es \rangle_{|w|} / \langle s \rangle_{|w|}, \end{aligned} \quad (43)$$

with $s(x)$ the sign of $w(x)$. The quantity $\langle s \rangle_{|w|}$ is called the average sign. Taking a finite sample of configurations will result in approximate values for $\langle Es \rangle_{|w|}$ and $\langle s \rangle_{|w|}$. It is interesting to check the consequences of small deviations from the true values. One can expect the deviations to be proportional to $1/\sqrt{N}$, with N the number of sampled configurations,

$$\begin{aligned} \langle Es \rangle_{MC} &= \langle Es \rangle_{|w|} (1 + \epsilon_N) \\ \langle s \rangle_{MC} &= \langle s \rangle_{|w|} (1 + \delta_N) \\ \epsilon_N, \delta_N &\propto 1/\sqrt{N}. \end{aligned} \quad (44)$$

Then one obtains up to first order in $1/N$ that

$$\langle \langle E \rangle_{MC} \rangle = \left\langle \frac{\langle Es \rangle_{MC}}{\langle s \rangle_{MC}} \right\rangle = \frac{\langle Es \rangle_{|w|}}{\langle s \rangle_{|w|}} \langle 1 + \epsilon_N - \delta_N + \delta_N^2 \rangle \quad (45)$$

$$= \langle E \rangle (1 + \langle \delta_N^2 \rangle). \quad (46)$$

Because s only takes on the values $+1$ or -1 , we find that

$$\langle \delta_N^2 \rangle = \frac{1 - \langle s \rangle_{|w|}^2}{N \langle s \rangle_{|w|}^2}. \quad (47)$$

This shows that for small values of the average sign, the results will have a bias proportional to $1/(N \langle s \rangle^2)$. Even more dramatic is the effect on the variance of $\langle E \rangle_{MC}$. One finds that

$$\begin{aligned} \text{var}(\langle E \rangle_{MC}) &= \frac{\langle Es \rangle_{|w|}^2}{\langle s \rangle_{|w|}^2} \langle (\epsilon_N - \delta_N)^2 \rangle \\ &= \frac{\langle (Es - s \langle E \rangle_{|w|})^2 \rangle_{|w|}}{\langle s \rangle_{|w|}^2}. \end{aligned} \quad (48)$$

The statistical errors will be inversely proportional to the average sign. One can try to fight the sign problem by taking larger samples, such that $N \langle s \rangle^2 \gg 1$. In practice one observes that the average sign decreases exponentially with growing system size, interaction strength and inverse temperature[33], forcing this strategy to fail at some point.

sign problem remedies

Many sign-problem remedies have been proposed, but few of them have proven to be useful.

- *symmetries*: as mentioned before, there is a number of systems where symmetries guarantee that all the weights remain positive. In casu boson systems[1], one-dimensional fermion systems[13], the half-filled Hubbard model[34], even-even and $N = Z$ nuclei with schematic shell-model interactions[3] and Harmonic interactions[35].
- *fixed node approximation*: forbidding the walkers to cross the nodes of the trial wave function keeps all the weights positive[36]. The result is a variational upper bound for the energy, that becomes exact if the nodes of the trial function coincide with the nodes of the exact wave function. For the auxiliary-field methods a similar procedure has been worked out, called the *constrained-path approximation*[37]. It is no longer variational but seems to give reliable results in a number of cases.
- *explicit summation*: For few-particle systems one can try to sum explicitly over some components for each configuration in order to cancel out most of the sign fluctuations. This approach was very successful for the description of light nuclei, with explicit summation over all spin and isospin degrees of freedom[5, 6]. For more than 10 particles the summation becomes too heavy to be practical.
- *perturbation theory*: In the nuclear shell model, the dominant part of the interaction has a symmetry that guarantees a good sign. The remaining part can be treated perturbatively using a clever extrapolation scheme[23].
- *better decompositions*: The auxiliary-field method allows a lot of freedom in choosing the decomposition of Eq.(23). It has been suggested to shift the auxiliary fields onto *shifted contours* in the complex plane in order to suppress sign fluctuations[25]. Recent work suggests that pair operators can be used to construct decompositions that suffer less sign problems[26].
- Other tricks have been shown to reduce the sign problem in specific situations [38–41].

VI. QUANTUM MONTE CARLO METHODS FOR LIGHT NUCLEI

The quantum Monte Carlo calculations for light nuclei have three important ingredients: first of all one needs a realistic interaction to describe the physics. Then a lot of effort goes into the construction of a highly optimized trial wave function. Monte Carlo methods are used to evaluate the trial wave functions in the optimization process called *Variational Monte Carlo* (VMC). Finally the *Green's function Monte Carlo method* (GFMC) is used to obtain an estimate for the exact ground-state energy of the system.

A. The nuclear interaction

The parameterization of the nuclear force is constrained by the fact that it should be applicable for GFMC calculations. Therefore it has to be local in coordinate space, otherwise the evaluation of propagators of the form Eq.(15) would be cumbersome.

A useful parameterization has been compiled by the Argonne group[42]. It is the so-called *Argonne v_{18} potential*,

$$v_{ij} = v_{ij}^\gamma + v_{ij}^\pi + v_{ij}^R, \quad (49)$$

with

- v_{ij}^γ : the electromagnetic terms, including one- and two-photon-exchange Coulomb interactions, vacuum polarization, Darwin-Foldy terms, magnetic moment terms, with appropriate proton and neutron form factors.
- v_{ij}^π : the one-pion exchange potential,

$$v_{ij}^\pi = f_\pi^2 \frac{1}{3} m_\pi c^2 X_{ij}^\pi \tau_i \tau_j,$$

$$X_{ij}^\pi = Y(r) \sigma_i \sigma_j + T(r) S_{ij},$$

$Y(r)$ and $T(r)$ are the Yukawa and tensor functions with a cutoff specified by the parameter c :

$$\begin{aligned} Y(r) &= \frac{e^{-m_\pi r}}{m_\pi r} C(r) \\ T(r) &= \left[1 + \frac{3}{m_\pi r} + \frac{3}{(m_\pi r)^2} \right] \frac{e^{-m_\pi r}}{m_\pi r} C^2(r) \\ C(r) &= 1 - e^{-cr^2}. \end{aligned}$$

- v_{ij}^R : a short-range phenomenological term

The one-pion exchange is the dominating contribution to the potential at long distances. At short distances a lot of other effects come into play: other meson exchanges, double pion exchanges, Pauli-exclusion effects of the quarks inside the nucleons. Therefore one has introduced the cutoff parameter c , and additional phenomenological terms to account for the short-range physics. The one-pion exchange and phenomenological parts can be written as a sum over eighteen operators, from where the name v_{18} :

$$v_{ij}^\pi + v_{ij}^R = \sum_{k=1,18} v_k(r_{ij}) \hat{O}_{ij}^k. \quad (50)$$

The first fourteen are charge independent:

$$\begin{aligned} \hat{O}_{ij}^{k=1,\dots,14} &= [1, (\sigma_i \cdot \sigma_j), S_{ij}, (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}), \mathbf{L}^2, \mathbf{L}^2(\sigma_i \cdot \sigma_j), (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^2] \\ &\otimes [1, (\tau_i \cdot \tau_j)]. \end{aligned}$$

The Tensor operator

$$S_{ij} = 3(\sigma_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij})(\sigma_j \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij}) - \sigma_i \cdot \sigma_j, \quad (51)$$

is a crucial operator: it produces a D -wave component in the deuteron wave function and it provides most of the binding for the light nuclei. All the free parameters in the interaction are fixed by fitting the results of exact calculations to experimental data for free nucleon-nucleon scattering (the Nijmegen database, [43, 44]) in the energy range 0 - 350 MeV and to the properties of the deuteron. No fit is made to heavier nuclei.

Simpler forms of the interaction, including only some of the above operators, have been used to. They go by the name of Argonne v_6 , Argonne v_8 or other variants. The angular-momentum dependent terms require special attention, because they are not local in the strict sense. In the Monte Carlo calculations they are evaluated by using finite differences between the coordinates at consecutive time steps. The Argonne- v_{18} interaction is non-relativistic. The lowest order relativistic corrections would be proportional to \hat{P}/c , with \hat{P} the linear momentum operator. This operator is present in the interaction through the angular-momentum operators. Therefore, by fitting the interaction coefficients of the angular-momentum dependent terms to experimental data, one effectively takes into account the lowest order relativistic corrections.

The Argonne v_{18} interaction is often supplemented with a three-body force. The parameterization of the three-body force is much harder to fix, because the phenomenology is much less understood than for the two-body interactions, and there is no free three-nucleon scattering data available. One typically uses phenomenological forces that are based on some meson-exchange model, with parameters that are then fitted to experimental data for 3H , 3He and the α particle (Tucson-Melbourne, Urbana IX and Illinois-II are the names of some of these parameterizations[42]).

B. Variational Monte Carlo

The convergence of the GFMC depends crucially on the quality of the initial trial state $|\Psi_T\rangle$. Therefore considerable effort is spent on optimizing this trial wave function.

The simplest form for the trial wave function would be a Slater determinant. One could try to optimize the single-particle wave functions in order to minimize the energy,

$$E_T = \frac{\langle \Psi_T | \hat{H} | \Psi_T \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi_T \rangle}. \quad (52)$$

This is equivalent to a Hartree-Fock-calculation. The Slater determinants used for the GFMC calculations for light nuclei are based on the eigenfunctions of Woods-Saxon potentials. One optimizes the wave functions by varying the potential parameters. Different parameters can be used for each orbital. In principle one could vary the complete wave function in coordinate space. However, the important corrections will not come from better single-particle wave functions but from many-particle correlations that are missing in a Slater determinant wave function. E.g. the hard-core repulsion between nucleons should make it very improbable for one nucleon to be near to another one. Therefore one tries to improve the wave function by using correlating functions. At the two-body level these correlations are taken into account in a Jastrow wave function:

$$\Psi_T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) = \hat{A} \left[\prod_{ij} f(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \right] \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A), \quad (53)$$

with Ψ_0 e.g. a Slater determinant made up of single particle states ψ_1, \dots, ψ_A . The functions are determined from a two-body problem, such that they assure the correct asymptotic behavior for the A -body problem too. Often they also depend on some parameters, which one tries to optimize in order to minimize the energy. The structure of atomic nuclei is so complicated, that one furthermore needs to include three-body correlation functions of the form

$$f_{ijk} = 1 - t_1 \left(\frac{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|}{R_3} \right)^{t_2} e^{-t_3 R_3}, \quad (54)$$

with

$$R_3 = \|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\| + \|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k\| + \|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j\|. \quad (55)$$

The wave function described above is easy to evaluate for a given vector \mathbf{R} , but it is very hard to evaluate its integral or operator expectation values because of the high dimensionality of the function.

This complicates the optimization procedure for the wave-function parameters. Therefore one resorts to Monte Carlo methods: one generates a sample of random (multi-particle) coordinates \mathbf{R} distributed according to

$$\pi(\mathbf{R}) = \langle \Psi_T | \mathbf{R} \rangle \langle \mathbf{R} | \Psi_T \rangle. \quad (56)$$

The Metropolis algorithm is well suited for this purpose.

Exercise 6 *One could use a Gaussian transition rule for generating of the trial moves for the Metropolis algorithm. A more efficient method is to use an asymmetric transition rule (see exercise 5),*

$$P_0(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}') = e^{-\frac{(\mathbf{R}' - \mathbf{R} - \mathbf{D}(\mathbf{R}))^2}{2s^2}}, \quad (57)$$

with an average step width s and a drift term $\mathbf{D}(\mathbf{R})$. Try to find an optimized form for $\mathbf{D}(\mathbf{R})$ in the limit of a small step width s . Hint: Eq.(16) might give some inspiration.

The nuclear many-body wave function not only depends on the particle coordinates \mathbf{R} , but also on the discrete coordinates in spin and isospin space. To guarantee the right symmetry for the trial wave function and to allow a smooth sampling in the Monte Carlo procedure, these discrete coordinates are summed over explicitly for each configuration of space coordinates \mathbf{R} . For very light nuclei this is not too much of a problem, because there are not too many spin-isospin configurations. However, for a nucleus such as ^{10}B , one has to take into account already 43008 configurations. This is at the limit of present computational possibilities. With increasing computer power one can expect ^{12}C to come into reach in a couple of years, but heavier nuclei probably never will be calculated with this technique because the number of configurations grows exponentially with each particle added.

The sample of real space configurations $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_M$ can be used to calculate a variational estimate for the energy,

$$E_{VMC} = \frac{1}{M} \sum_i E(\mathbf{R}_i), \quad (58)$$

with $E(\mathbf{R})$ the local energy, given by

$$E(\mathbf{R}) = V(\mathbf{R}) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \Psi_T(\mathbf{R})}{\Psi_T(\mathbf{R})}. \quad (59)$$

To optimize the variational parameters, one could try to minimize the expectation value of the energy E_{VMC} . Instead, one often prefers to minimize the variation of the energy: if the variational wave function would be the exact wave function, then the local energy would be a constant,

$$E(\mathbf{R}) = E_{GS}, \quad \text{for all } \mathbf{R}, \quad (60)$$

and hence the variance on $E(\mathbf{R})$ would become zero. Typically one generates a sample of configurations, for which one varies and optimizes the interaction parameters. With the new parameters one generates a new sample, for which one repeats the same procedure, until convergence is reached.

C. Green's function Monte Carlo

Starting from the variational wave functions described in the previous paragraphs, one can start a GFMC calculation using the path-integral decomposition of section III A and the Monte Carlo scheme with walkers and branching of section IV B. This approach has been applied to light nuclei with great success [5–9].

The application of the GFMC to fermions is far from obvious, because of the sign problems related to the fermion antisymmetry. Luckily, for the wave functions of light nuclei it turns out that the anti-symmetry manifests itself mainly in the spin-isospin sector. By explicit summation over all spin-isospin configurations, one obtains a weight function $w(\mathbf{R})$ for the coordinate-space configuration that is dominated by a symmetric component. This is why the sign problem can be avoided at small imaginary times. When the wave function is propagated further in imaginary time, the sign problem sets in anyway. Therefore one has to start from a very good initial wave function, such that the imaginary-time

propagation converges to the ground state quickly, before the sign problems occur. If it is necessary to propagate further in imaginary time, then one can use the constrained-path condition to keep the signs positive, and then release the constraint and observe how the results evolve in the next time steps to get an idea of the error on the constrained-path results.

The GFMC uses the Monte Carlo method with walkers and branching to sample the configurations. Here the trick with the drift term of Eq.(16) and exercise 6 is used to suppress the leading order in the fluctuations of the weights of the walkers. This is another reason why the initial wave function should be highly optimized. Furthermore the GFMC code can reuse a lot of the VMC code, because the single-walker updates are very similar to the VMC Metropolis steps.

The GFMC method was used to calculate the properties of light nuclei using the force described in section VI A. The reliability of the method was demonstrated in a recent benchmark calculation for ${}^4\text{He}$ using the Argonne- v_6 interaction: seven different many-body techniques, including large-scale shell-model and Monte Carlo methods, yielded compatible results [46]. One could expect good results for GFMC method for other light nuclei. However, the GFMC calculations of the past years [6–9], have shown that it was not possible to get an overall agreement with the experimentally observed binding energies and spectra using a force that correctly describes the free-particle scattering data and the two-particle states. This problem was solved by including a three-body force. Even though the three-body force parameters were fitted only to the $A \leq 3$ nuclei, it turned out that now one could reach an excellent agreement with the experimental data for all nuclear states that could be calculated (at present up to $A \leq 10$).

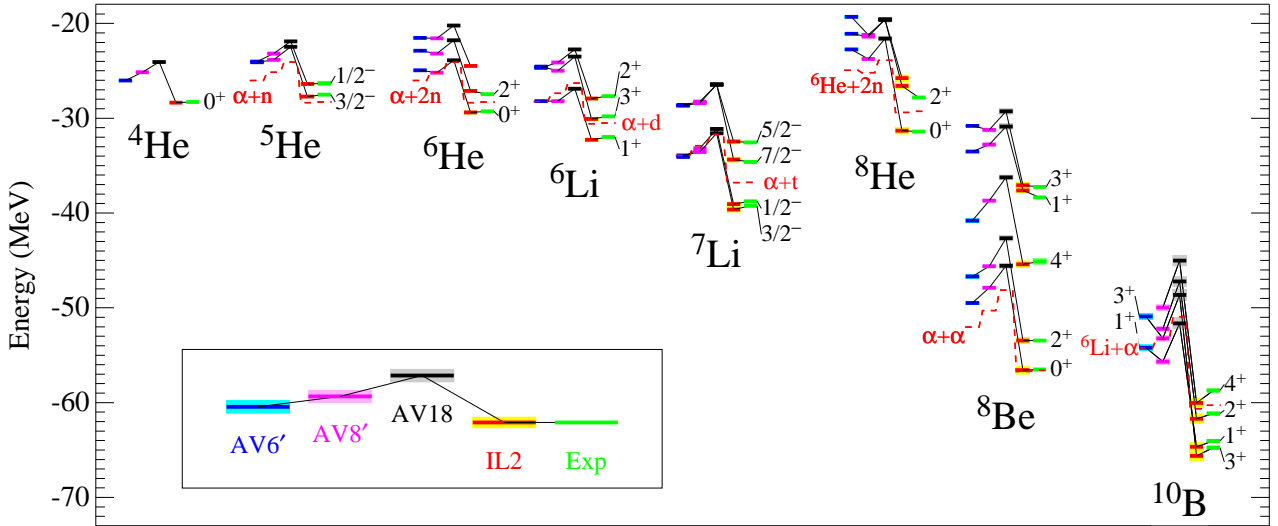


FIG. 1: Nuclear energy levels for realistic potential models; shading denotes Monte Carlo statistical errors. (taken from reference [45].)

Conclusions

Quantum Monte Carlo methods offer a wide range of tools to study correlated many-body systems. They are capable to take the many-body correlations exactly into account, up to controllable statistical and discretization errors. For fermions, most applications are hampered by the sign problem. However, by using excellent variational wave functions to start from, and by explicit summation over spin- and isospin-degrees of freedom, one has been able to perform converged calculations for light nuclei, up to $A \leq 10$. These results have shown that the structure of light nuclei can be understood from a non-relativistic local interaction, provided that three-body interactions are taken into account. One is still working on the extension to heavier nuclei, but due to the complications in the variational wave-functions and because of the explicit summation over spin and isospin degrees of freedom, it remains to be seen if the method can be extended beyond $A = 12$.

Acknowledgments

The author wishes to thank D. Dean and B. Barrett for the interesting discussions and R. Wiringa for providing figure 1. Particularly the author would like to express his gratitude to Joseph Carlson for the fruitful exchanges of ideas over the past years and for providing some of the results shown in the lectures. The author is grateful to the Fund for Scientific Research - Flanders (Belgium), to the NATO Science Programme and to the Research Board of the University of Gent for financial support.

Acknowledgments

-
- [1] D.M. Ceperley and M.H. Kalos, in *Monte Carlo Methods in Statistical Physics*, edited by K. Binder, Springer-Verlag, Heidelberg (1979).
 - [2] D.M. Ceperley, *Rev. Mod. Phys.* **67**, 279 (1995).
 - [3] S.E. Koonin, D.J. Dean and K. Langanke, *Phys. Rep.* **278**, 1 (1997).
 - [4] S.R. Rombouts, K. Heyde and N. Jachowicz, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4155 (1999).
 - [5] J. Carlson, *Phys. Rev. C* **36**, 2026 (1987); *Phys. Rev. C* **38**, 1879 (1988).
 - [6] B.S. Pudliner, V.R. Pandharipande, J. Carlson and R.B. Wiringa, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4396 (1995).
 - [7] B. S. Pudliner *et al.*, *Phys. Rev. C* **56**, 1720-1750 (1997).
 - [8] R. B. Wiringa *et al.*, *Phys. Rev. C* **62**, 014001 (2000).
 - [9] S. C. Pieper, *et al.*, *Phys. Rev. C* **66**, 044310 (2002).
 - [10] S.C. Pieper, R. B. Wiringa, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **51**, 53-90 (2001).
 - [11] M. Suzuki, *Phys. Lett. A* **146**, 319 (1991).
 - [12] J.E. Hirsch, R.L. Sugar, D.J. Scalapino, R. Blankenbecler, *Phys. Rev.* **B26**, 5033 (1982).
 - [13] W. von der Linden, *Phys. Rep.* **220**, 53 (1992).
 - [14] H.G. Evertz, G. Lana and M. Marcu, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 875-879 (1993).
 - [15] B.B. Beard and U.-J. Wiese, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5130 (1996).
 - [16] N.V. Prokof'ev, B.V. Svistunov and I.S. Tupitsyn, *Phys. Lett. A* **238**, 253 (1998).
 - [17] G. Sugiyama and S.E. Koonin, *Ann. Phys.* **168**, 1 (1986).
 - [18] R. Blankenbecler, D.J. Scalapino and R.L. Sugar, *Phys. Rev.* **D 24**, 2278 (1981).
 - [19] G.H. Lang, C.W. Johnson, S.E. Koonin and W.E. Ormand, *Phys. Rev. C* **48**, 1518 (1993).
 - [20] D.J. Thouless, *Nucl. Phys.* **21**, 225 (1960).
 - [21] J. Hubbard, *Phys. Rev. Lett.* **3**, 77 (1959).
 - [22] R.D. Stratonovich, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **115**, 1907 (1957); [transl: *Soviet Phys. Kokl.* **2**, 416 (1958)].
 - [23] Y. Alhassid, D.J. Dean, S.E. Koonin, G.H. Lang and W.E. Ormand, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 613 (1994).
 - [24] S. Rombouts, K. Heyde and N. Jachowicz, *Phys. Rev. C* **58**, 3295 (1998).
 - [25] R. Baer, M. Head-Gordon and D. Neuhauser, *J. Chem. Phys.* **109**, 6219 (1998).
 - [26] G. Puddu, *Phys. Rev. C* **64**, 034318 (2001).
 - [27] Schmidt KE, Fantoni S. *Phys. Lett. B* **446**, 99 (1999).
 - [28] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller and E. Teller, *J. Chemical Physics* **21**, 1087 (1953).
 - [29] W.K. Hastings, *Biometrika* **57**, 97 (1970).
 - [30] P.H. Peskun, *Biometrika* **60**, 607 (1973).
 - [31] M.P. Nightingale, in "Quantum Monte Carlo Methods in Physics and Chemistry", ed. M.P. Nightingale and C.J. Umrigar, NATO Science series **C 525**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1999).
 - [32] J.H. Hetherington, *Phys. Rev. A* **30**, 2713 (1984).
 - [33] E.Y. Loh Jr., J.E. Gubernatis, R.T. Scalettar, S.R. White, D.J. Scalapino and R.L. Sugar, *Phys. Rev. B* **41**, 9301 (1990).
 - [34] J.E. Hirsch, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1900 (1983).
 - [35] F. Luczak, F. Brosens, J.T. Devreese, and L.F. Lemmens *Phys. Rev. E* **57**, 2411-2418 (1998).
 - [36] J.B. Anderson, *J. Chem. Phys.* **65**, 4121 (1975).
 - [37] S. Zhang, J. Carlson and J. E. Gubernatis, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3652 (1995).
 - [38] M.H. Kalos, *Phys. Rev. E* **53**, 5420 (1996).
 - [39] S. Sorella *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4558 (1998).
 - [40] C.H. Mak, R. Egger, and H. Weber-Gottschick *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4533 (1998).
 - [41] S. Chandrasekharan and U.-J. Wiese, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3116 (1999).
 - [42] J. Carlson and R. Schiavilla, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 743 (1998).
 - [43] J. R. Bergervoet *et al.*, *Phys. Rev. C* **41**, 1435 (1990).

- [44] V. G. J. Stoks *et al.*, Phys.Rev. **C48**, 792 (1993).
 [45] R. B. Wiringa *et al.*, Phys.Rev.Lett. **89**, 182501 (2002).
 [46] H. Kamada, *et al.*, Phys.Rev. **C64**, 044001 (2001).
 [47] H.A. Forbert & S.A. Chin, Int.J.Mod.Phys. **B15** 1752-1755 (2001).

APPENDIX A: SOLUTIONS OF THE EXERCISES

• Solution of exercise 1:

The following estimator is one order better in the difference ($|\Psi_{GS}\rangle - |\Psi_T\rangle$) than the mixed estimator of Eq.(7) for operators \hat{A} that do not commute with the Hamiltonian:

$$\langle \hat{A} \rangle \simeq 2 \frac{\langle \Psi_T | \hat{A} e^{-\beta \hat{H}} | \Psi_T \rangle}{\langle \Psi_T | e^{-\beta \hat{H}} | \Psi_T \rangle} - \frac{\langle \Psi_T | \hat{A} | \Psi_T \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi_T \rangle}. \quad (\text{A1})$$

• Solution of exercise 2:

For a system of A identical but distinguishable particles of mass m one can write

$$\langle \mathbf{K} | \mathbf{R} \rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3A/2}} e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}/\hbar}, \quad (\text{A2})$$

and

$$\langle \mathbf{K} | e^{-\epsilon \hat{T}} | \mathbf{K}' \rangle = \exp\left(-\epsilon \frac{\sum_{j=1}^A k_j^2}{2m}\right) \delta(\mathbf{K} - \mathbf{K}'). \quad (\text{A3})$$

It follows that

$$\int \int \langle \mathbf{R} | \mathbf{K} \rangle \langle \mathbf{K} | e^{-\epsilon \hat{T}} | \mathbf{K}' \rangle \langle \mathbf{K}' | \mathbf{R}' \rangle d\mathbf{K} d\mathbf{K}' = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\epsilon}\right)^{3A/2} e^{-\frac{(\mathbf{R}' - \mathbf{R})^2}{2\hbar^2\epsilon/m}}. \quad (\text{A4})$$

For indistinguishable fermions (bosons) the delta function in Eq.(A3) has to be replaced by a determinant (permanent) of single-particle delta functions. However, in practice one includes only the term for distinguishable particles (this corresponds to the diagonal contribution to the determinant/permanent), because the off-diagonal contributions are one order smaller in the time step and because the trial state will impose the right symmetry on the total imaginary-time path anyway.

• Solution of exercise 3:

$$e^{-\epsilon(\hat{T} + \hat{V})} = e^{-\frac{\epsilon}{6}\hat{V}} e^{-\frac{\epsilon}{2}\hat{T}} e^{-\frac{2\epsilon}{3}\hat{V}} e^{-\frac{\epsilon}{2}\hat{T}} e^{-\frac{\epsilon}{6}\hat{V}} + \mathcal{O}(\epsilon^5), \quad (\text{A5})$$

with

$$\hat{V} = \hat{V} + \frac{\epsilon}{48} [\hat{V}, [\hat{T}, \hat{V}]]. \quad (\text{A6})$$

For a purely local interaction \hat{V} and a purely kinetic one-body operator \hat{T} , the triple commutator can be incorporated exactly in the diffusion Monte Carlo decomposition. See reference [47] for a detailed derivation.

• Solution of exercise 4:

Because P_0 is symmetric, $P_0(x \rightarrow y) = P_0(y \rightarrow x)$, it is obvious that the condition of detailed balance, Eq.(35), is fulfilled for a uniform distribution,

$$\pi(x) = \text{constant}. \quad (\text{A7})$$

• Solution of exercise 5:

Using the expression

$$q(x \rightarrow y) = \frac{P_0(y \rightarrow x)\pi(y)}{P_0(x \rightarrow y)\pi(x)}, \quad (\text{A8})$$

one can write for $x \neq y$ that

$$P(x \rightarrow y) = P_0(x \rightarrow y) \min(1, q(x \rightarrow y)). \quad (\text{A9})$$

It is straightforward to check that P fulfills the detailed balance condition of Eq.(35) with the target distribution $\pi(x)$. If P_0 has a known stationary distribution $\pi_0(x)$, one can simplify Eq.(A8) to

$$q(x \rightarrow y) = \frac{\pi(y)/\pi_0(y)}{\pi(x)/\pi_0(x)}. \quad (\text{A10})$$

• **Solution of exercise 6:**

The function q of Eq.(A8) takes on the form

$$\begin{aligned} q(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}') &= \exp \left[-\frac{(\mathbf{R} - \mathbf{R}' - \mathbf{D}(\mathbf{R}'))^2 - (\mathbf{R}' - \mathbf{R} - \mathbf{D}(\mathbf{R}))^2}{2s^2} \right] \left| \frac{\Psi_T(\mathbf{R}')}{\Psi_T(\mathbf{R})} \right|^2 \\ &= \exp \left[-\frac{(\mathbf{R}' - \mathbf{R}) \cdot (D(\mathbf{R}) + D(\mathbf{R}'))}{2s^2} - \frac{D(\mathbf{R}')^2 - D(\mathbf{R})^2}{2s^2} + 2 \ln |\Psi_T(\mathbf{R}')/\Psi_T(\mathbf{R})| \right] \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

By expanding the exponent of Eq.(A11) in $\mathbf{R}' - \mathbf{R}$, we find that the lowest order cancels if

$$\mathbf{D}(\mathbf{R}) = 2s^2 \nabla \ln |\Psi_T(\mathbf{R})|. \quad (\text{A12})$$

Because $\mathbf{D}(\mathbf{R})$ is of order s^2 , the displacement $\mathbf{R}' - \mathbf{R}$ will be of order s and the acceptance rate will be close to unity,

$$q(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}') = 1 + \mathcal{O}(s^2). \quad (\text{A13})$$

Des noyaux lourds aux super-lourds

Ch. Theisen

CEA Saclay. DSM/DAPNIA/SPhN

Bat 703

F-91191 Gif/Yvette Cedex

ctheisen@cea.fr

Ce cours peut être téléchargé à l'adresse : www-dapnia.cea.fr/Etudiants

Résumé

Il y a presque cinquante ans que l'existence des noyaux super-lourds a été prédite. Dû à la forte répulsion coulombienne, ces noyaux ne doivent leur stabilisation qu'à des effets de couche. Lors de ce cours, les raisons de cette fragile stabilité ainsi que les prédictions concernant la position de l'îlot de stabilité sont présentées dans un premier temps. Nous décrivons ensuite les expériences et les techniques expérimentales ayant été utilisées pour la synthèse ou la recherche des éléments super-lourds. Les études spectroscopiques menées dans les noyaux très lourds sont ensuite présentées. Ce cours se termine par les techniques qui seront mises en œuvre afin d'atteindre l'îlot super-lourds ou d'étudier la structure des noyaux très lourds.

Abstract

The existence of super-heavy nuclei has been predicted nearly fifty years ago. Due to the strong coulomb repulsion, the stabilisation of these nuclei is possible only through shell effects. The reasons for this fragile stability, as well as the theoretical predictions concerning the position of the island of stability are presented in the first part of this lecture. In the second part, experiments and experimental techniques which have been used to synthesize or search for super-heavy elements are described. Spectroscopic studies performed in very heavy elements are presented in the following section. We close this lecture with techniques that are currently being developed in order to reach the super-heavy island and to study the structure of very-heavy nuclei.

Introduction

Selon Democrite, l'univers est constitué d'atomes et de vide ; les atomes sont des entités insécables, ils sont éternels et existent en nombre infini. Il faudra attendre le 18^{ème} siècle pour que cette idée revive avec A.-L. Lavoisier qui définit les entités chimiques. En 1865, D. Mendeleïev propose la classification périodique des éléments qui révèle des lacunes : des éléments jusqu'alors inconnus doivent exister. La découverte de la radioactivité permettra d'établir que les noyaux ne sont pas des constituants élémentaires de la matière. F. Soddy ajoute ensuite une nouvelle dimension à la classification chimique : il est possible de distinguer plusieurs isotopes parmi un élément. Peu après la découverte du neutron par J. Chadwick en 1932, la fission induite est découverte par O. Hahn et F. Strassmann en 1938. Il s'avère alors possible de concrétiser le rêve des alchimistes : "fabriquer" de nouveaux noyaux à partir de ceux qui nous constituent. Si l'hypothèse de Democrite sur l'éternité des atomes était contredite, combler les lacunes de la classification périodique de Mendeleïev devenait envisageable. Envisageable également la synthèse d'éléments encore plus lourds que l'uranium, dernier élément connus jusqu'alors.

Avec la découverte de la fission, on sait également qu'il existe des limites de stabilité à la matière nucléaire. Le physicien se transforme alors en explorateur à la recherche des frontières de la *terra incognita*. Cette recherche des limites imposées par la nature a toujours fasciné et n'a pas à se justifier par des applications qui n'existeront sans doute jamais. Les articles annonçant la découverte d'un nouvel élément ne comportent jamais de justification ou de perspectives. Il s'agit plus d'une soif d'exploration que de compréhension : les noyaux super-lourds sont rares, donc précieux. Plus étonnant : l'homme s'évertue à bâtir un édifice qui s'écroule quasi-instantanément. La presse relate et commente d'ailleurs ces nouveautés ; une satisfaction, voire une fierté d'avoir pour la première fois créé un objet aussi éphémère soit-il est perceptible. Les querelles entre laboratoires témoignent de cette quête se transformant parfois en compétition.

Le mot découverte est en outre notablement incorrect : Christophe Colomb n'a pas découvert un continent déjà *peuplé* : il n'a été que le premier occidental à fouler son sol. Il en est de même du physicien qui est le premier humain à *peupler* ce que la nature a peut être produit d'autre part. Le physicien est donc explorateur : l'image du physicien naviguant vers l'îlot de stabilité est une métaphore usuelle.

Si l'explorateur a avant tout soif de découverte, il peut aussi se questionner sur les frontières qu'il perçoit : pourquoi certains noyaux existent-ils et d'autre pas ? Pourquoi le technétium n'existe-t'il pas dans notre environnement, pourquoi les objets à cinq corps ne sont-ils pas liés...

Quelles sont les limites de stabilité et pourquoi y a-t'il des frontières ? Ces deux interrogations peuvent se résumer à un problème : quelle est la substance de la nature, de quoi sommes-nous constitués et pourquoi ?

Ce cours a pour objectif d'initier le lecteur au domaine des noyaux très lourds et super-lourds. Dans un premier temps, les limites de stabilité de la matière nucléaire seront cernées et nous présenterons les prédictions sur l'existence des noyaux massifs. Nous convions ensuite le lecteur à suivre les pas des explorateurs. Nous présenterons

à cette occasion les techniques mises en œuvre. Les physiciens ont également tenté de chercher les éléments les plus lourds dans la nature. Nous verrons si ces recherches étaient judicieuses en nous tournant vers les étoiles, puis nous résumerons les résultats obtenus.

Après l’aspect “découverte”, nous passerons à l’aspect “compréhension” : que peuvent nous apprendre les noyaux les plus lourds, comment les sonder et quels sont les résultats les plus récents. Nous terminerons par l’avenir : quels sont les projets en cours et quels outils doivent être développés afin de poursuivre l’exploration des noyaux les plus lourds.

1 Définitions et existence des noyaux lourds et super-lourds

Le but de cette première partie est de répondre aux questions : que sont les noyaux lourds, super-lourds et pourquoi existent-ils ?

Nous débutons en tentant de définir les termes “noyaux lourds” et “super-lourds” et en cernant la région dans laquelle ils se situent. Le modèle de la goutte liquide nous permet ensuite de délimiter les frontières de stabilité de la matière nucléaire. Ce modèle s’avère insuffisant car il apparaît que ces noyaux ne doivent leurs propriétés et parfois leur existence qu’à des effets microscopiques : les corrections de couches. Nous présentons finalement les prédictions théoriques les plus récentes concernant les propriétés des noyaux lourds et très lourds, ainsi que les scénarios concernant la localisation de l’îlot de stabilité super-lourd.

1.1 Définitions

Les termes “noyaux lourds” ou “super-lourds” sont relativement imprécis. Contrairement à la chimie où seul le nombre de protons importe et détermine les propriétés des éléments, la physique nucléaire présente une grande diversité et complexité le long de la charte des noyaux.

La classification périodique des éléments, représentée par le tableau de Mendeleïev (figure 1) permet de définir rigoureusement plusieurs classes d’éléments. Dans la région qui fait l’objet de ce cours, nous trouvons les actinides allant de l’actinium ($Z=89$) au lawrencium ($Z=103$) puis les transactinides à partir du rutherfordium ($Z=104$) jusqu’à l’élément 121. On peut également définir les super-actinides à partir de l’élément 122.

En physique nucléaire, une classification aussi rigoureuse n’est pas possible du fait que les propriétés peuvent évoluer rapidement le long d’une chaîne isotopique. De plus, des noyaux de numéro atomique différent pourront présenter des propriétés nucléaires très similaires.

De ce fait, les définitions que l’on peut recenser dans la littérature sont assez vagues et recourent soit au nombre de nucléons, soit aux propriétés nucléaires (stabilité par exemple), soit à des critères arbitraires : en référence au tableau périodique, on pourra définir les transuraniens ($Z > 92$), les transfermiums ($Z > 100$), les transnobéliums ($Z > 102$)... Concernant les noyaux super-lourds, les définitions suivantes sont parfois proposées :

- $Z \geq 104$ (à partir du rutherfordium) ;

H 1																	He 2
Li 3	Be 4											B 5	C 6	N 7	O 8	F 9	Ne 10
Na 11	Mg 12											Al 13	Si 14	P 15	S 16	Cl 17	Ar 18
K 19	Ca 20	Sc 21	Ti 22	V 23	Cr 24	Mn 25	Fe 26	Co 27	Ni 28	Cu 29	Zn 30	Ga 31	Ge 32	As 33	Se 34	Br 35	Kr 36
Rb 37	Sr 38	Y 39	Zr 40	Nb 41	Mo 42	Tc 43	Ru 44	Rh 45	Pd 46	Ag 47	Cd 48	In 49	Sn 50	Sb 51	Te 52	I 53	Xe 54
Cs 55	Ba 56	La 57	Hf 72	Ta 73	W 74	Re 75	Os 76	Ir 77	Pt 78	Au 79	Hg 80	Tl 81	Pb 82	Bi 83	Po 84	At 85	Rn 86
Fr 87	Ra 88	Ac 89	Rf 104	Db 105	Sg 106	Bh 107	Hs 108	Mt 109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
119	120																

Lanthanides	Ce 58	Pr 59	Nd 60	Pm 61	Sm 62	Eu 63	Gd 64	Tb 65	Dy 66	Ho 67	Er 68	Tm 69	Yb 70	Lu 71
Actinides	Th 90	Pa 91	U 92	Np 93	Pu 94	Am 95	Cm 96	Bk 97	Cf 98	Es 99	Fm 100	Md 101	No 102	Lr 103

Figure 1: Tableau périodique des éléments.

- $250 \leq A \leq 400$;
- noyaux autour de l'îlot de stabilité super-lourd, c'est-à-dire du noyau doublement magique suivant le ^{208}Pb . Nous reviendrons sur la position de cet îlot de stabilité au paragraphe 1.2.3 ;
- noyaux pour lesquels la barrière de fission est inférieure à 0.5 MeV.

Formellement, le préfixe latin *super* signifie “au-dessus”, “sur”. Le super-lourd est donc par extension plus lourd que lourd. Paradoxalement, les noyaux lourds sont encore plus difficiles à définir puisque ce critère est relatif. Il serait tentant de les définir comme des infra-super-lourds ! Nous préférons ici considérer les noyaux très lourds (qui pourraient être des super-lourds légers). Dans ce cours, nous nous restreindrons aux noyaux allant de l'einsteinium ($Z=99$) jusqu'aux noyaux dont les propriétés nucléaires font l'objet d'études spectroscopiques : rutherfordium ($Z=104$) ou dubnium ($Z=105$).

Ajoutons pour terminer cet inventaire le terme de noyaux hyper-lourds : $400 \leq A \leq 950$ dont l'existence est très hypothétique et sur lesquels nous reviendrons au paragraphe 1.2.4.

1.2 Existence et stabilité

L'existence et la stabilité des noyaux super-lourds font appel à deux aspects complémentaires : les propriétés microscopiques et macroscopiques.

Les propriétés microscopiques ont été mises en évidence dès les années 40 par le biais de mesures de moment magnétique, des propriétés collectives (énergie du premier état rotationnel 2^+ dans les noyaux pair-pair) ou de temps de vie. Les systématiques révèlent une stabilité accrue et une sphéricité des noyaux présentant un nombre de protons et/ou de neutrons magique : 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.

La première description microscopique satisfaisante a été donnée par le modèle en couches, introduit indépendamment d'une part par Maria Goeppert Mayer [May50] et d'autre part par J.H.D. Jensen, O. Haxel et H.E. Suess [Hax49]. Ce modèle consiste à utiliser le potentiel de l'oscillateur harmonique auquel sont ajoutés les termes de couplage de moment angulaire l^2 et de couplage spin orbite $l.s$. C'est ce dernier terme écartant les orbitales de mêmes nombres quantiques N, l qui permet de bien reproduire la séquence des nombres magiques, jusqu'à la combinaison $Z=82, N=126$ (^{208}Pb) correspondant au noyau doublement magique le plus lourd connu à ce jour.

La séquence des nombres magiques peut bien entendu être perpétuée à l'infini (mais n'avait pas été envisagée lors du développement du modèle en couches). Ainsi, le nombre magique suivant devrait être 184 dans le cadre du modèle en couches. L'îlot de stabilité sphérique doit donc être localisé autour du noyau $^{310}126$.

L'idée d'une extension de la charte vers les noyaux plus lourds et l'hypothèse d'un îlot de stabilité super-lourd seront émises vers 1955 par John A. Wheeler [Whe55].

1.2.1 Description macroscopique : le modèle de la goutte liquide

La description des noyaux à l'aide du modèle en couche n'est pas suffisante. S'il en était ainsi, la charte des noyaux s'étendrait vers des nombres magiques très élevés comme dans le cas des agrégats métalliques. Il est nécessaire de compléter cette description en incluant les propriétés macroscopiques du noyau.

Une manière simple de procéder consiste à utiliser le modèle de la goutte liquide, introduit en 1935 par C.F. v.Weizsäcker [Wei35]. Dans ce modèle, le noyau est considéré comme un fluide chargé incompressible. L'énergie de liaison s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 BE(A, Z) = & E_{\text{volume}}(A, Z) \\
 & - E_{\text{surface}}(A, Z) \\
 & - E_{\text{coulomb}}(A, Z) \\
 & - E_{\text{asymétrie}}(A, Z).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Le terme de volume positif rend compte du fait que les nucléons à l'intérieur du noyau se lient par l'intermédiaire de l'interaction nucléaire. En surface, les nucléons ont moins de voisins avec qui interagir, diminuant ainsi l'énergie de liaison. Le terme coulombien répulsif tend à éloigner les protons les uns des autres et diminue encore l'énergie de liaison. On peut ajouter un terme d'asymétrie répulsif caractérisant le fait que le noyau est moins lié lorsque l'on s'éloigne de la vallée de stabilité ; ce terme n'a pas d'origine macroscopique. D'autres effets ou corrections peuvent être ajoutés, comme les corrélations d'appariement ; dans la description donnée ici, il sera ignoré car il n'est pas nécessaire pour une compréhension globale.

A partir de la formule 1, les énergies de séparation de protons S_p et de neutrons S_n peuvent être définies :

$$S_p = BE(A, Z) - BE(A - 1, Z - 1), \tag{2}$$

$$S_n = BE(A, Z) - BE(A - 1, Z). \tag{3}$$

Lorsque ces valeurs sont positives, le noyau peut décroître spontanément en perdant un nucléon. Les deux limites de stabilité $S_p = 0$ et $S_n = 0$ s'appellent drip-line proton et neutron. Elles sont représentées figure 2, définissant une première zone de stabilité comprise entre les deux drip-lines. On constate ici que le noyau doublement magique prédit par le modèle en couches $^{310}126$ est au-delà de la stabilité et ne devrait par conséquent pas exister. La position des drip-lines peut varier légèrement selon la paramétrisation choisie ; nous avons ici utilisé celle proposée par Myers et Swiatecki en 1966 [Mye66].

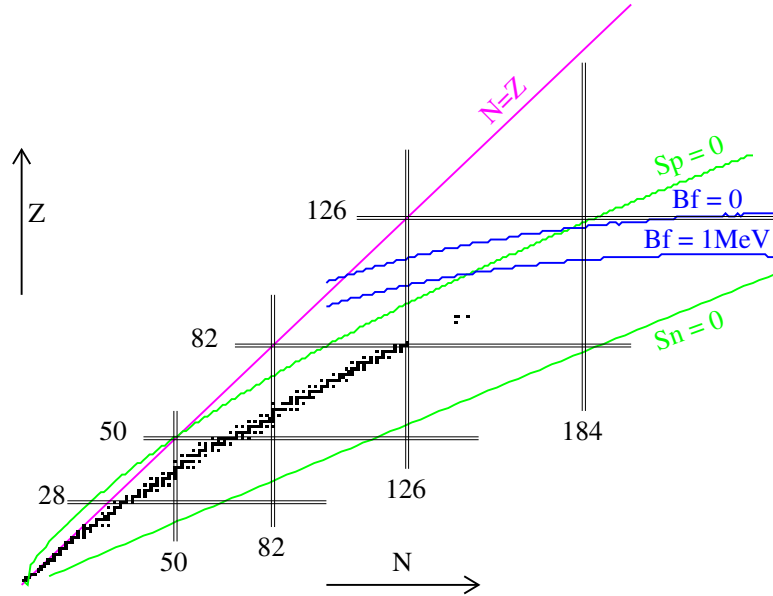


Figure 2: Stabilité et goutte liquide.

Nous avons jusqu'ici considéré une goutte liquide sphérique. Il est aisé à l'aide du modèle de la goutte liquide d'introduire la déformation, c'est-à-dire de considérer des formes allongées (prolate) ou aplaties (oblate). L'introduction de ce degré de liberté a été proposée par N. Bohr et J. A. Wheeler en 1939 [Boh39]. Les effets de la déformation sont les suivants :

- le terme de volume est inchangé puisque la matière nucléaire est incompressible. Il en est de même du terme d'asymétrie ;
- la déformation augmente la surface et diminue donc l'énergie de liaison ;
- déformer le noyau éloigne en moyenne les protons les uns des autres et donc diminue le terme coulombien.

Deux effets entrent donc en compétition : le terme de surface tend à stabiliser le noyau dans sa forme sphérique tandis que le terme coulombien tend à le déformer.

L'effet de la déformation est illustré sur la figure 3 pour six noyaux allant du ^{48}Ca au noyau hypothétique super-lourd $^{310}_{126}$. Le puits de potentiel est ici représenté en fonction du paramètre de déformation β . Les lignes horizontales correspondent aux énergies expérimentales tirées de la table de masse de G. Audi et collaborateurs [Aud95] et sont en bon accord avec le calcul de goutte liquide. Pour le noyau ^{48}Ca , le terme de surface l'emporte sur le terme coulombien : le puits présente un minimum pour une forme sphérique. Lorsque l'on considère des noyaux plus lourds, le terme coulombien prend de l'importance : le noyau gagne en stabilité pour de très grandes déformations. Il peut alors s'allonger sans restrictions et fissionner. Pour un noyau tel que ^{238}U , la forme sphérique reste stable mais le noyau a la possibilité de traverser la barrière par effet tunnel pour fissionner.

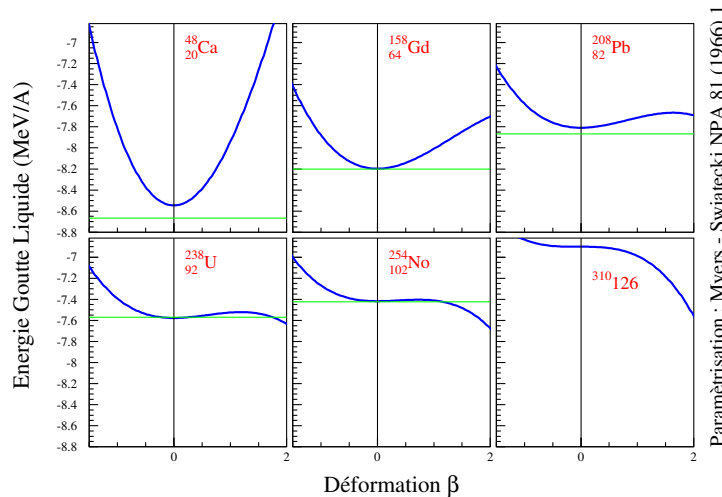


Figure 3: Stabilité et goutte liquide déformée.

La stabilité vis-à-vis de la fission est régie par le paramètre de fissilité défini par le rapport $x = E_{\text{Coulomb}}(\beta = 0)/2E_{\text{Surface}}(\beta = 0)$ qui est proportionnel en première approximation à Z^2/A . La quantité x est une mesure de l'effet désintégrant des forces coulombiennes. Plus ce paramètre augmente, moins le noyau est stable. Lorsqu'il est supérieur à 1, la répulsion coulombienne l'emporte : la barrière de fission disparaît. La ligne pour laquelle la barrière de fission est nulle ($B_f = 0$) est représentée figure 2. Les noyaux au-delà de cette limite, comme le $^{310}_{126}$, ne devraient pas exister.

En résumé, déformer la goutte liquide permet de prévoir les comportements suivants :

- tous les noyaux stables devraient être sphériques ;
- les noyaux de paramètre de fissilité proche de 1 peuvent fissionner en traversant la barrière de fission par effet tunnel et ne peuvent plus exister lorsqu'il est supérieur à un. Un calcul simple de pénétration de barrière permet d'estimer le temps de vie partiel de fission (voir par exemple [Nil95]). Un tel calcul pour le noyau ^{250}Fm

donne un temps de vie le 10 s environ, alors qu'expérimentalement, une valeur de 0.83 ans a été mesurée [Hol00].

Bien qu'elle permette une approche simple de la limite de stabilité, la goutte liquide montre ici ses limites : les temps de vie sont erronés et on sait que les noyaux ne sont pas tous sphériques. L'approche du modèle en couches avait en revanche permis d'expliquer la stabilité accrue des noyaux magiques. Les deux approches apportent leur part de vérité et il est nécessaire de les réconcilier afin de prendre en compte les aspects microscopiques et macroscopiques.

1.2.2 Les premiers calculs réalistes

Le couplage des approches microscopiques et macroscopiques n'étant pas aisé, il faudra attendre 1966 pour qu'émergent les premiers calculs réalistes. W.D. Myers et W.J. Swiatecki utilisent le modèle de la goutte liquide à laquelle est ajouté des corrections de couches de façon empirique [Mye66]. Une représentation de l'énergie de déformation est donnée pour quelques noyaux figure 4. Il apparaît pour certains d'entre eux un minimum déformé et pour d'autres une stabilisation dans l'état sphérique comme pour le noyau ^{208}Pb ou pour le noyau super-lourd $^{310}126$.

Une approche beaucoup plus satisfaisante est proposée la même année par V.M. Strutinsky ([Str67, Str68]). Cette technique, communément appelée méthode de Strutinsky a été développée spécialement dans le cadre de l'étude des noyaux super-lourds. Grâce à son succès, cette approche sera intensivement utilisée par les théoriciens. Quelques exemples de puits de potentiel sont représentés figure 4. On relève de nouveau une stabilisation du noyau $^{310}126$ par des effets de couches, ainsi que la prédiction de formes stables déformées pour des noyaux très lourds tel que ^{258}No .

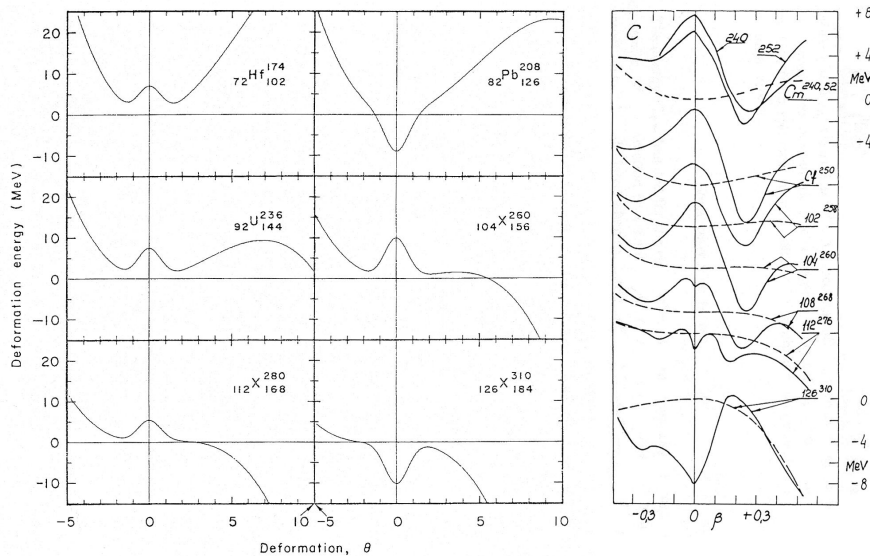


Figure 4: Illustration de la méthode de corrections de couches selon W.D. Myers et W.J. Swiatecki [Mye66] (à gauche) et selon V.M. Strutinsky [Str67] (à droite).

1.2.3 Prédictions théoriques récentes

Depuis le développement du modèle de Strutinsky, les modèles théoriques ont fortement évolué. On distingue généralement deux types d'approches :

- les modèles de champ moyen supposant un potentiel dans lequel les nucléons sont immergés. Varier la forme du potentiel permet de calculer la forme stable pour laquelle l'énergie est minimisée. Il s'agit des modèles de type Nilsson ou Woods-Saxon ;
- les modèles de champ moyen auto-consistants. L'ingrédient du modèle est ici une interaction effective entre deux nucléons. Le champ moyen est dans ce cas un résultat du calcul et n'est donc pas fixé a priori. Deux sous-catégories peuvent être citées :
 - le modèle Hartree-Fock-Bogoliubov (H.F.B.) utilisant une force de Skyrme de portée nulle ou de Gogny à portée finie ;
 - le modèle de champ moyen relativiste (Relativistic Mean Field : R.M.F.) dont l'interaction effective simule l'échange de mésons.

Citons pour terminer le modèle en couches (voir le cours de F. Nowacki [Nov02]) qui ne permet pas actuellement d'effectuer des calculs dans la région des noyaux très lourds ou super-lourds.

Ajoutons que l'introduction de la déformation quadripolaire, mais également d'ordres plus élevés (triaxiale, octupolaire, hexadécapolaire, hexacontatetrapolaire) est essentielle pour décrire la stabilité ainsi que les barrières de fission. L'introduction d'un degré de liberté ne peut que permettre au système de minimiser son énergie. Les énergies de barrières de fission étant très faibles, les moindres corrections peuvent avoir des conséquences très rapides sur les temps de vie. A titre d'exemple, changer la hauteur de la barrière de fission de 10 % pour ^{238}U induit une modification du temps de vie partiel de deux ordres de grandeur.

Passons maintenant aux prédictions. La figure 5 compare les énergies de corrections de couches calculées à l'aide du modèle H.F.B. (interactions effectives SkP et SLy7) et du modèle Woods-Saxon [Cwi96]. Dans le premier cas, un îlot de noyaux super-lourds sphériques est prédit pour $Z=126$, $N=184$ alors que dans le second cas, il est prédit pour $Z=114$, $N=184$ (le modèle de Nilsson donnerait un résultat similaire).

La figure 6 compare les prédictions du modèle H.F.B. (interactions effectives SkP, SII3, SLy6 et SII4) avec celles du modèle R.M.F. (NL3 et NI-Z2) [Ben01] (voir aussi [Rut97, Ben99, Kru00]). De nouveau, les prédictions diffèrent puisque le modèle R.M.F. prédit une nouvelle configuration doublement magique $Z=120$, $N=172$. Notons que les calculs sont ici cantonnés à des noyaux sphériques. Cette restriction est due aux contraintes de temps de calcul : un calcul sphérique nécessite environ 15 secondes, alors qu'un calcul déformé peut requérir jusqu'à deux heures.

Pour compléter ce tableau, ajoutons les calculs effectués à l'aide du modèle de la gouttelette liquide à portée finie (Finite Range Droplet Model [Mol95, MolW]) : voir figure 7. Le minimum de corrections de couches est obtenu pour $Z=114$, $N=178$. La déformation est ici un degré de liberté et on constate la présence d'un minimum déformé

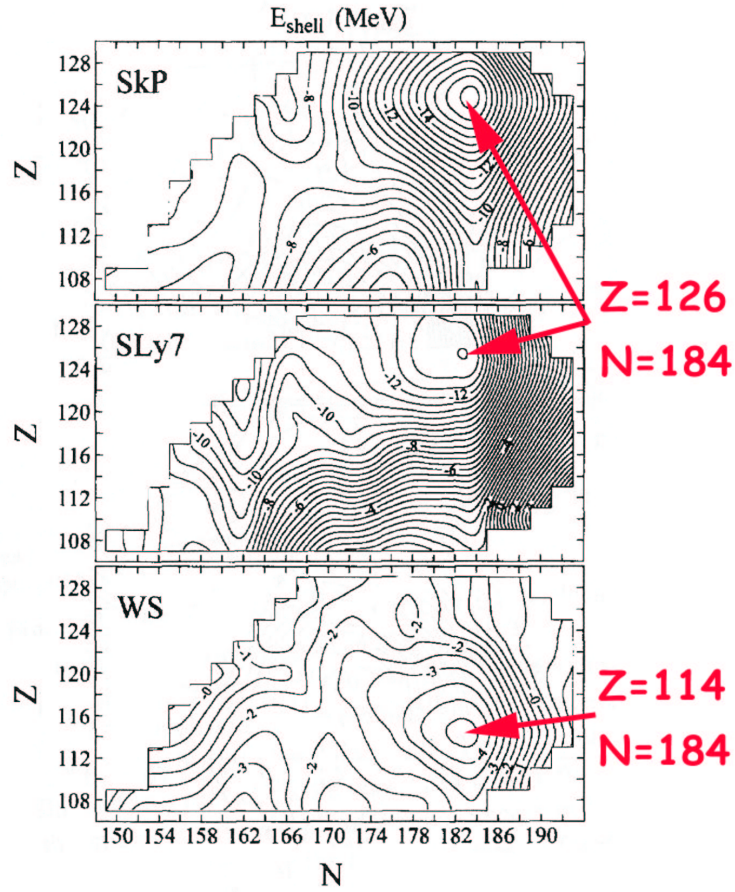


Figure 5: Comparaison entre calculs H.F.B. et Woods-Saxon [Cwi96].

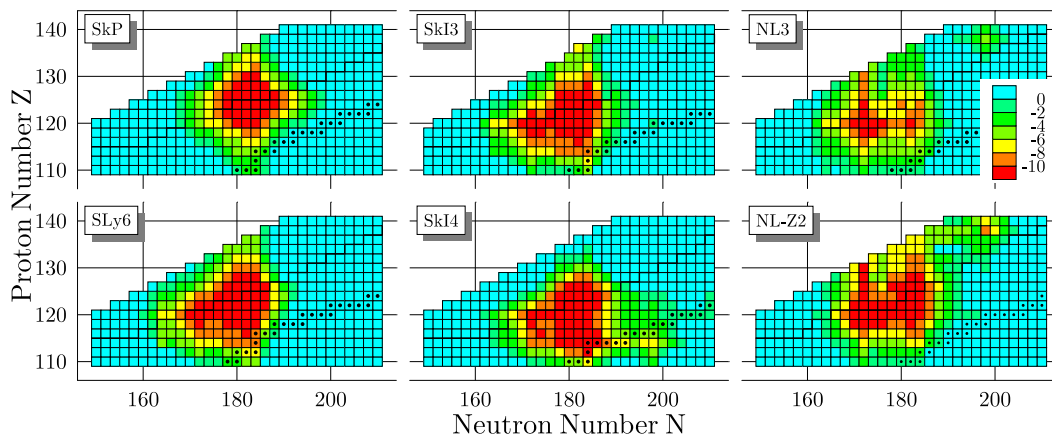


Figure 6: Comparaison entre calculs H.F.B. et R.M.F. [Ben01].

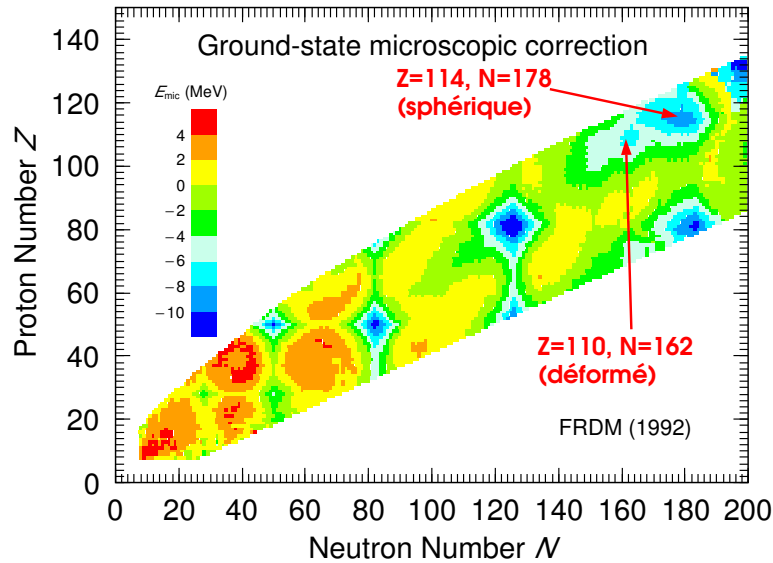


Figure 7: Calculs F.R.D.M. [Mol95].

vers $Z=110, N=162$ (voir également [Mol92]). Des calculs H.F.B. et Woods-Saxon situent ce minimum vers le noyau $^{270}_{108}\text{Hs}$ [Pat91, Smo95, Bur98]. Une fois de plus, les différents modèles divergent puisque les calculs R.M.F. prévoient cet îlot déformé vers $Z=104$ ou 106 . Cet îlot déformé est d'un grand intérêt puisque cette région doit être accessible aux expérimentateurs.

Les différentes prédictions sont résumées table 1. Toutes prédisent différentes combinaisons doublement magiques, illustrant la difficulté (et le danger) d'effectuer des calculs dans une région de la carte des noyaux inexplorée.

	Z	N
W.S.	114	184
F.R.D.M.	114	178
H.F.B.	126	184
R.M.F.	120	172

Table 1: Nombres magiques sphériques prédits par les modèles théoriques.

Les discordances entre modèles sont généralement attribuées au traitement et à la nature de l'interaction spin-orbite [Ben99]. Plus généralement, on peut se demander quel modèle conduit aux bonnes prédictions, et plus précisément quelle est la nature de l'interaction nucléaire (et de l'interaction spin-orbite en particulier).

Jusqu'au noyau ^{208}Pb , les nombres magiques de neutrons et protons sont toujours identiques. Hormis H.F.B., les modèles prédisent un nombre magique de protons différent de $Z=126$ (correspondant à $N=126$ du ^{208}Pb). Si cela s'avérait exact, cela constituerait une curiosité de la carte des noyaux (une fois de plus, l'interaction spin-orbite en serait responsable).

Les modèles s'accordent par contre sur la nature "molle" de l'îlot super-lourd sphérique. Il ne faut pas s'attendre à trouver un noyau doublement magique au caractère aussi prononcé que ^{16}O ou ^{208}Pb , avec un premier état excité 3^- et un premier état 2^+ très haut en énergie. Il faut plutôt présumer une région de stabilité renforcée par les effets de couches. Le terme îlot est donc approprié.

On peut finalement s'interroger sur la validité des modèles loin de la stabilité et se demander si cet îlot existe effectivement.

Il n'existe actuellement aucune réponse à ces questions, et la réponse résultera nécessairement des expériences réalisées dans cette région. Identifier l'îlot super-lourd sphérique conduira à écarter les modèles défailants. D'éventuels ajustements du terme spin-orbite ou des corrélations d'appariement se répercuteront sur l'ensemble des prédictions du modèle.

Nous avons vu également qu'un îlot pouvait en cacher d'autres : des zones de stabilité accrue apparaissent pour des noyaux déformés. Les études doivent donc porter non pas sur l'îlot sphérique, mais sur la globalité de la région des noyaux super-lourd.

1.2.4 Les noyaux bulles

Nous terminons ce tour d'horizon théorique par les noyaux bulles. Lors de la présentation du modèle de la goutte liquide, nous avons identifié le principal obstacle à la stabilité du noyau : le terme coulombien.

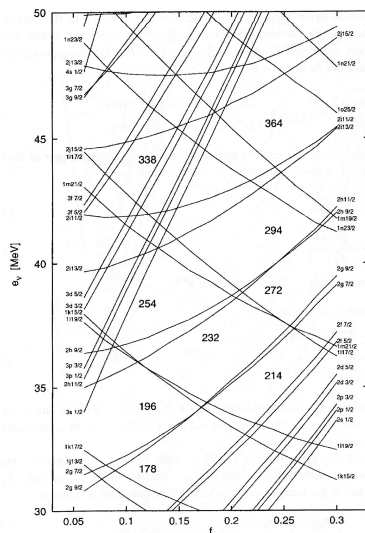


Figure 8: Etats de particules individuelles en fonction du volume de la bulle [Die97].

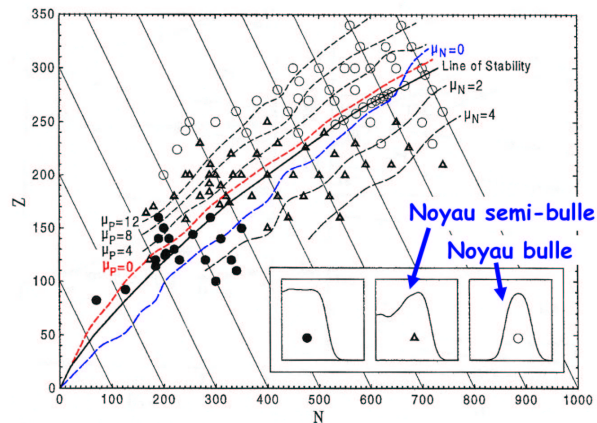


Figure 9: Stabilité des noyaux bulles ou semi-bulles calculée à l'aide du modèle H.F.B. et de la force de Gogny [Dec99].

Un moyen permettant de diminuer l'énergie coulombienne sans déformer le noyau consiste à faire un trou à l'intérieur de celui-ci. Les protons sont ainsi éloignés les uns des autres sans introduire la déformation qui conduit à la fission. Cette idée avait déjà été suggérée en 1946 par Wilson [Wil46].

L'introduction d'une bulle modifie l'énergie des états de particules comme illustré figure 8 [Die97]. De nouveaux nombres magiques apparaissent en fonction du paramètre f : fraction du volume de la bulle. Des calculs auto-consistants utilisant l'interaction de Gogny montrent qu'en réalité, la densité peut décroître à l'intérieur du noyau : il s'agit alors de noyaux semi-bulles [Dec99]. Le calcul permet de prédire la stabilité de noyaux bulles ou semi-bulles jusqu'à $A = 950$: voir figure 9.

Il serait illusoire d'envisager la synthèse de noyaux aussi lourds en laboratoire. Les prédictions n'ont cependant pas qu'un intérêt spéculatif : les noyaux bulles et semi-bulles (mais également les noyaux toroïdaux [Won72]) pourraient en effet exister dans les étoiles à neutrons.

2 Découverte des éléments très lourds et super-lourds

La découverte des éléments très lourds et super-lourds, outre son intérêt historique, permet de se familiariser avec les diverses techniques expérimentales utilisées. Leurs évolutions au cours du temps ont progressivement abouti aux instruments les plus performants utilisés actuellement. Cette revue nous permet également de comprendre les difficultés inhérentes à la production des éléments très lourds et super-lourds et d'introduire des notions basiques telles que les modes de décroissance, les réactions de fusions froide et chaude, les sections efficaces et fonctions d'excitation, la technique des corrélations génétiques.

Avant la seconde guerre mondiale, le tableau périodique des éléments était, à l'exception de quelques lacunes, rempli jusqu'à l'uranium ($Z=92$). Le francium ($Z=87$) sera découvert en 1939 par M. Perey [Per39]. L'astatine ($Z=85$) sera synthétisé l'année suivante (D.R. Corson, K.R. MacKenzie et E. Segrè [Cor40]), suivi du prométhéum ($Z=61$) en 1945 (J.A. Marinsky, L. Glendenin, C.D. Coryell [Mar47]).

Les éléments de $Z=83$ (neptunium) à $Z=98$ (californium) seront découverts entre 1940 et 1950 par G. Seaborg et ses collaborateurs par séparation chimique.

Avertissement sur la bibliographie : la lecture des articles cités dans ce paragraphe est parfois à prendre avec précautions. Certaines affirmations ont pu être infirmées par des études postérieures. Pour plus de détails, on pourra consulter les références [Hof98, Arm95]. La référence [Hof00], bien que très complète a parfois tendance à occulter la contribution russe. Le "Transfermium Working Group" de IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) a publié une étude critique de la littérature [Bar92]. Enfin, on pourra consulter des sites Web spécialisés dans l'histoire ou la nomenclature des éléments [Ele2W, Ele2W, Ele3W].

2.1 Découverte de l'einsteinium ($Z=99$) et du fermium ($Z=100$)

Contrairement aux découvertes précédentes, la synthèse de l'einsteinium et du fermium n'a pas été effectuée en laboratoire.

Le premier novembre 1952, les Etats-Unis font exploser la bombe thermonucléaire Mike dans l'atoll Eniwetok (figure 10). Après l'explosion, des avions traversent le nuage

radioactif et récoltent des résidus à l'aide de filtres qui seront transférés à Los Alamos.

L'analyse chimique permettra la découverte des isotopes $^{244-246}\text{Pu}$ et la spectroscopie α révélera deux raies d'énergie 6.6 et 7.1 MeV auxquelles peu d'attention est portée. Le résultat de ces analyses est secret, mais Albert Ghiorso (figure 11) du laboratoire de Berkeley prend connaissance d'un message envoyé à Glen Seaborg et Is Perlman. Il est très intrigué par la découverte des éléments riches en neutrons de plutonium et soupçonne que le laboratoire de Los Alamos ait pu faire d'autres découvertes. Une estimation lui permet de supposer que l'élément 100 a pu être produit par captures de neutrons suivies de décroissances β^- (mécanisme similaire au processus-r de nucléosynthèse intervenant lors de l'explosion de supernovae et conduisant à la formation des éléments lourds).

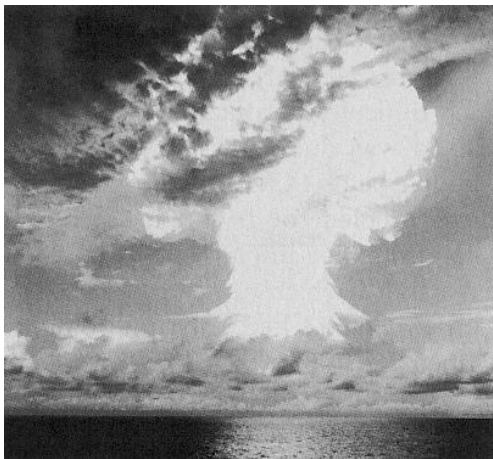


Figure 10: Explosion de la bombe Mike.

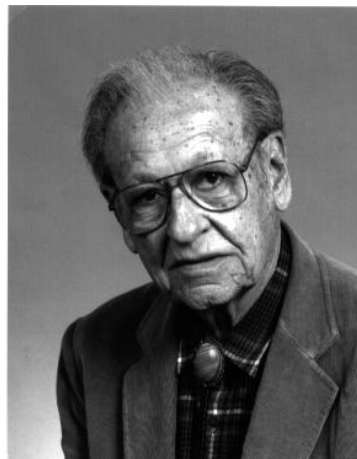


Figure 11: Albert Ghiorso.

A. Ghiorso obtient un filtre et conclut que le rayonnement α de 6.6 MeV (durée de vie d'environ un mois) ne peut provenir que de l'élément 99 ou 100. Les analyses poussées concluront à la découverte des isotopes $^{255}_{100}\text{Fm}$ et $^{253}_{99}\text{Es}$. Le noyau ^{255}Fm a donc été formé après captures successives de 17 neutrons par ^{238}U , suivies de désintégrations β^- . Devant l'interdiction de publier ces résultats, l'équipe de Berkeley décide de synthétiser les éléments en laboratoire, par réaction entre ions lourds $^{238}\text{U}(^{14}\text{C},5n)^{247}\text{Es}$ [Ghi54] puis en bombardant du ^{238}Pu par des neutrons dans un réacteur (observation de ^{253}Es [Tho54] puis ^{254}Fm [Har54]). Après déclassification, la découverte de Es et Fm à partir des débris de l'explosion de Mike sera publiée en 1955 [Ghi55a].

2.2 Découverte du mendélévium (Z=101)

Le mendélévium n'a pas et n'a pas pu être produit par l'explosion de Mike. En effet, le dernier élément de la chaîne de décroissance bêta : ^{255}Fm n'est pas émetteur β^- . Il en est de même pour les isotopes déficitaires en neutrons de fermium connus. Ce n'est qu'à partir du ^{259}Fm que l'on trouve des valeurs de Q_β positives (bien qu'ayant un Q_β positif, l'isotope ^{259}Fm fissionne spontanément). Ces valeurs négatives ou faibles de Q_β sont dues au passage de la couche déformée Z=100.

Le mendélévium a donc été synthétisé en laboratoire à l'aide de la réaction $^{253}\text{Es}(\alpha,n)^{256}\text{Md}$ [Ghi55b], puis identifié chimiquement dans une colonne à échange de

cations. Il s'agit du premier élément identifié atome par atome (17 noyaux). La cible radioactive de ^{253}Es ($t_{1/2}=20$ jours) contenant seulement 10^9 à 10^{10} atomes a été produite en réacteur par irradiation de Pu. Le faisceau d'alphas de 40 MeV avait une intensité d'environ 10^{14} p.p.s. soit $16 \mu\text{A}$; valeur très élevée qu'il est encore impossible d'atteindre pour des ions lourds.

Il s'agira du dernier élément identifié par séparation chimique et le nom sera donné en l'honneur du chimiste russe, alors que les relations entre États-Unis et soviétiques étaient tendues. Ce geste sera très apprécié et les États-Unis s'en serviront à des fins diplomatiques.

2.3 Nobélium (Z=102) et lawrencium (Z=103)

Il existait dans les années 50 uniquement trois accélérateur d'ions lourds : le HILAC à Berkeley, un cyclotron à Moscou et à Stockholm. Les conditions expérimentales de l'époque paraissent maintenant irréalistes : les faisceaux n'étaient pas toujours mono-énergétiques et le dispositif de détection était parfois installé dans l'accélérateur. En 1957, les Suédois croient avoir découvert l'élément 102 en bombardant une cible de ^{244}Cm par un faisceau de ^{13}C [Fie57], et nomment l'élément nobélium. Il s'agira d'une erreur mais le nom subsistera.

Des indications sont obtenues entre 1957 et 1960 par G.N. Flerov et collaborateurs en bombardant des cibles de $^{239,241}\text{Pu}$ par un faisceau de ^{16}O . En 1958, A. Ghiorso et collaborateurs pensent avoir découvert ^{254}No en utilisant la réaction $^{246}\text{Cm} + ^{12}\text{C}$ [Ghi58]. Il est possible que l'élément 102 ait été synthétisé lors de cette expérience, mais l'interprétation donnée s'avéra plus tard douteuse. C'est à cette époque que les détecteurs silicium à barrière de surface commencent à être utilisés pour la détection des alphas (Borkowski et Blankenship à Oak Ridge). La décroissance α caractéristique des isotopes peut ainsi être mesurée plus précisément. Auparavant, des détecteurs à gaz étaient utilisés.

Le laboratoire de Dubna ouvre dans les années 50. La preuve de la découverte du nobélium est apportée en 1964 par E.D. Donetz et collaborateurs [Don64] en utilisant la réaction $^{238}\text{U}(^{22}\text{Ne},4n)^{256}\text{No} \xrightarrow{\alpha} ^{252}\text{Fm}$, le noyau ^{252}Fm étant identifié chimiquement. Des preuves supplémentaires sont apportées en 1965 [Don66b, Zag66].

La découverte du lawrencium (Z=103) sera partagée entre les laboratoires de Berkeley et de Dubna. En 1961, Berkeley identifie le noyau ^{258}Lr produit par la réaction $^{249-252}\text{Cf} + ^{11}\text{B}$ [Ghi61] (dans cet article, l'assignation de l'activité observée à l'isotope ^{257}Lr était erronée). Le dispositif est présenté figure 12 : les reculs sont arrêtés dans de l'hélium et dirigés vers une bande de cuivre sous l'effet d'un champ électrique. La bande se déplace ensuite vers une série de cinq détecteurs silicium où l'activité alpha est mesurée.

E.D. Donetz et collaborateurs utilisent en 1965 la réaction $^{243}\text{Am}(^{18}\text{O},5n)^{256}\text{Lr} \xrightarrow{\alpha} ^{255}\text{Md} \xrightarrow{\epsilon} ^{252}\text{Fm}$ [Don65]. Le dispositif expérimental est similaire à celui qu'ils avaient utilisé pour la découverte de l'élément 102.

Les résultats publiés par Berkeley [Ghi61] et Dubna [Don65] seront formellement établis en 1971 par P. Eskola et collaborateurs [Esk71].

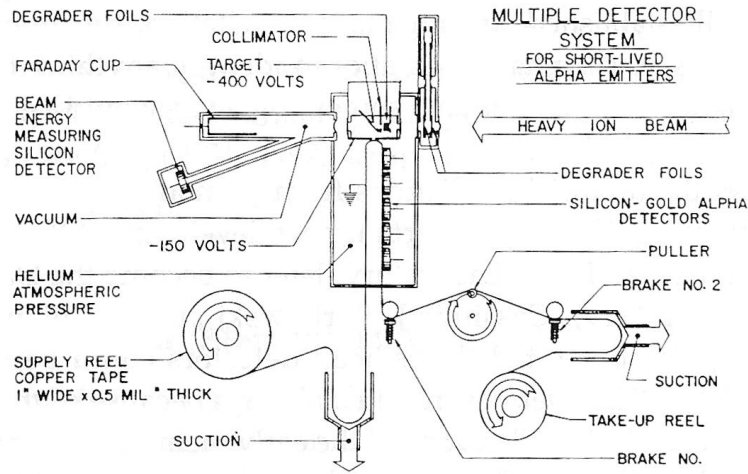


Figure 12: Dispositif expérimental utilisé à Berkeley pour de la découverte de l'élément 103 [Ghi61].

2.4 Les modes de décroissance

Nous avons décrit au paragraphe 1.2.1 la fission des noyaux à l'aide du modèle de la goutte liquide. Lors de la revue de la découverte des éléments Es, Fm, Md, No et Lr, nous avons noté que ces éléments décroissaient par émission alpha, bêta ou par capture électronique.

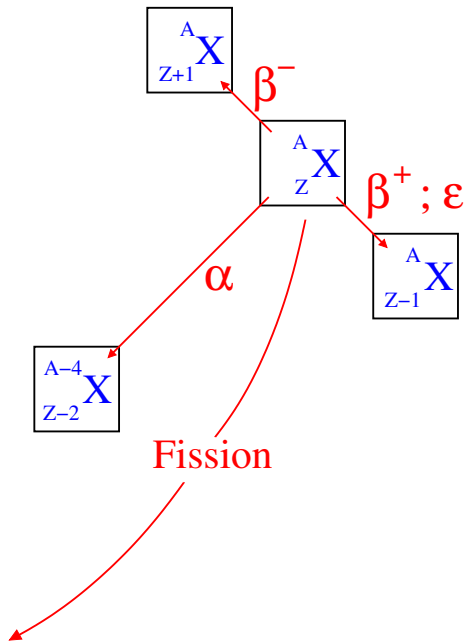


Figure 13: Principaux modes de décroissance des noyaux.

Les modes de décroissance des noyaux lourds sont schématisés figure 13. Si à chacun de ces processus correspond une période de décroissance partielle τ_i , la période de décroissance totale s'exprime par :

$$\frac{1}{\tau_{\text{total}}} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}. \quad (4)$$

La fission a déjà été évoquée au paragraphe 1.2.1. Les calculs de probabilité de fission font intervenir un calcul de pénétration de barrière. La probabilité de fissionner s'écrit :

$$P \simeq \exp \left(-\frac{2}{\hbar} \int_{\epsilon'}^{\epsilon''} \sqrt{2M'(V(\epsilon) - E)} d\epsilon \right); \quad (5)$$

où ϵ' et ϵ'' sont les déformations du point d'entrée et de sortie de la barrière : voir figure 14. M' est la masse réduite de la particule traversant la barrière (pour la fission

symétrique, on a $M' = MA/4$). Le temps de vie partiel s'exprime par $T_{1/2} = \ln 2e^K$ avec $e^{-K} = P$. La probabilité de fission augmente lorsque la hauteur de barrière diminue ou lorsqu'elle se rétrécit, ou plus précisément lorsque le paramètre de fissilité proportionnel à Z^2/A augmente.

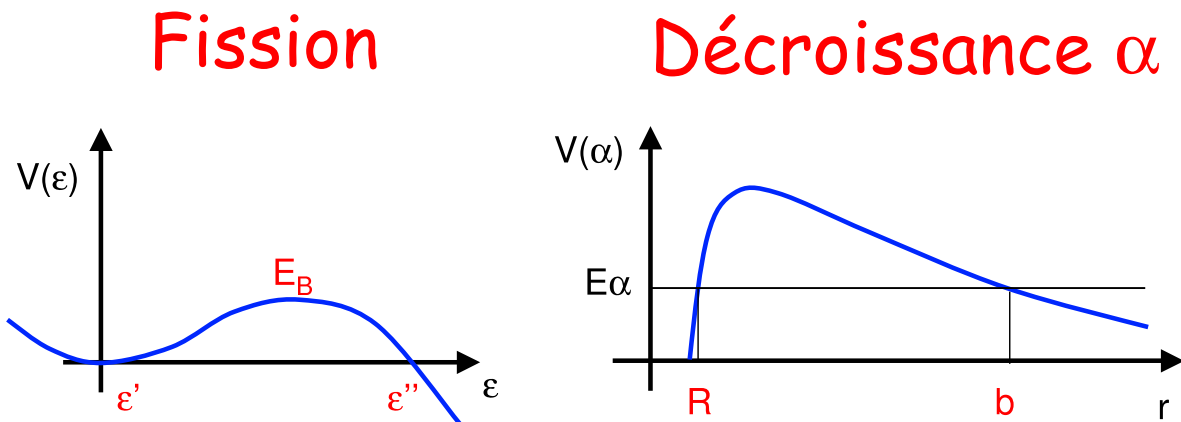


Figure 14: Barrière de fission et barrière coulombienne.

Les décroissances β^+ et β^- sont détaillées dans le cours de Ph. Dessagne [Des02].

La capture électronique, entrant en compétition avec la décroissance β^+ consiste en la capture d'un électron du cortège électronique par le noyau : ${}^A_ZX + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1}X + \nu$. On conçoit aisément que ce processus dépend de la densité électronique : la probabilité de ce mode de décroissance sera accrue pour les noyaux de numéro atomique élevé. La capture électronique pose des problèmes expérimentaux : aucune particule chargée n'est émise, et la détection des neutrons est difficile. L'indicateur le plus fiable est l'émission d'un rayon X par le noyau fils lors du réarrangement du cortège électronique.

La décroissance alpha est, comme la fission, décrite par un calcul de pénétration de barrière :

$$P \simeq \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_R^b \sqrt{2M'_\alpha \left(V(r) + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\hbar^2}{2mr^2} l(l+1) - E_\alpha \right)} dr \right\}; \quad (6)$$

où E_α est l'énergie de l'alpha émis, R et b les points d'entrée et de sortie de la barrière : voir figure 14. M'_α est la masse réduite de la particule alpha, $V(r)$ le potentiel nucléaire et l le moment angulaire transféré. Le temps de vie s'exprime comme dans le cas de la fission. La probabilité P augmente lorsque Z augmente et lorsque E_α ou l diminuent. Le processus peuplera donc préférentiellement des états de basse énergie et de faible moment angulaire.

Il est aisé d'estimer l'énergie des transitions alpha entre états fondamentaux en appliquant la formule de la goutte liquide. La chaleur de réaction est donnée par : $Q_\alpha = M_X - M_{X'} - M_\alpha$; l'énergie de la transition valant : $E_\alpha = Q_\alpha(1 + M_\alpha/M_{X'})$.

Les résultats du calcul à l'aide de la goutte liquide (traits pointillés) ainsi que les valeurs expérimentales (symboles) sont reportés figure 15. L'énergie de décroissance

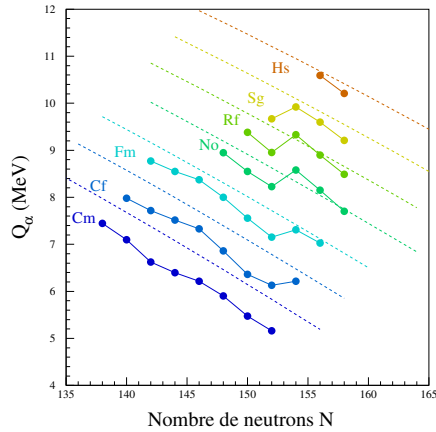


Figure 15: Energies de décroissance α estimées à l'aide du modèle de la goutte liquide (traits pointillés) et valeurs expérimentales (symboles).

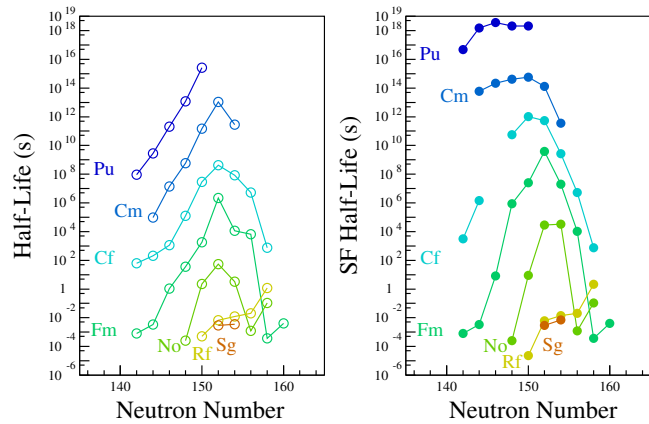


Figure 16: Temps de vie total (gauche) et temps de vie partiel de fission (droite).

alpha augmente lorsque Z augmente et diminue sur une chaîne isotopique lorsque le nombre de neutrons augmente. Il s'agit simplement d'un effet de masse. L'accord entre le modèle de la goutte liquide et l'expérience est satisfaisant pour un modèle aussi simpliste. L'irrégularité pour $N=152$ est due au passage d'une couche magique déformée. Le même effet serait constaté au passage des couches déformées $N=162$, $Z=100$ et bien évidemment des couches magiques sphériques.

Lors des expériences, il est important de savoir quel mode de désintégration sera favorisé afin d'adapter le dispositif expérimental. La réponse ne peut être donnée par un calcul simpliste de pénétration de barrière puisque les effets de structure doivent être pris en compte. La figure 16 compare le temps de vie total au temps de vie partiel de fission. La comparaison (incluant les autres modes de décroissance) indique que la décroissance alpha est généralement dominante pour les noyaux très lourds et super-lourds. C'est donc généralement à l'aide de la décroissance alpha caractéristique que les noyaux seront identifiés : voir paragraphe 2.9. Remarquons sur la figure 16 une augmentation des temps de vie au passage de la couche déformée $N=152$, reflétant une stabilisation accrue par des effets de couche.

2.5 Rutherfordium ($Z=104$) et dubnium ($Z=105$)

A la fin des années 50, G.N. Flerov et collaborateurs tentent de produire l'élément 104 en bombardant une cible de ^{242}Pu par un faisceau de ^{22}Ne . Ils observent l'activité d'une fission spontanée de 14 ms qu'ils attribuent à un isotope de l'élément 104. Il sera prouvé plus tard à Berkeley que cette activité est due à un état métastable du ^{242}Am . En 1962, S.M. Polikanov et collaborateurs [Pol62] montreront qu'il s'agit en fait d'un isomère de forme ; c'est à dire d'un état superdéformé du second puits de potentiel (voir le cours de A. Lopez-Martens [Lop02]). La recherche de l'élément 104 aura donc ouvert la voie vers

la physique des grandes déformations.

La découverte du rutherfordium est marquée par de longues controverses entre Berkeley et Dubna. A. Ghiorso et collaborateurs continuent à utiliser la décroissance alpha des noyaux, alors que le laboratoire de Dubna privilégie la détection de la fission spontanée ; probablement parce que G.N. Flerov avait co-découvert ce phénomène en 1940 [Fle40].

La première identification convaincante est apportée en 1964 par G.N. Flerov et collaborateurs en utilisant la réaction $^{242}\text{Pu}(^{22}\text{Ne},4n)^{260}104$ [Fle64]. Le principe de détection présenté figure 17 consiste à transporter les résidus sur une courroie et à identifier la fission spontanée grâce aux traces laissées dans du verre.

La confirmation est apportée en 1969 par A. Ghiorso et collaborateurs, utilisant les réactions $^{249}\text{Cf} + ^{12,13}\text{C} \rightarrow ^{257,259}\text{Cf}$ [Ghi69]. Le dispositif utilisé est une roue tournante (V.W. : Vertical Wheel) sur laquelle les produits de réaction sont déposés. La roue se déplace vers des stations de comptage (détecteurs silicium) où la décroissance α ou la fission peuvent être mesurées : voir figure 18.

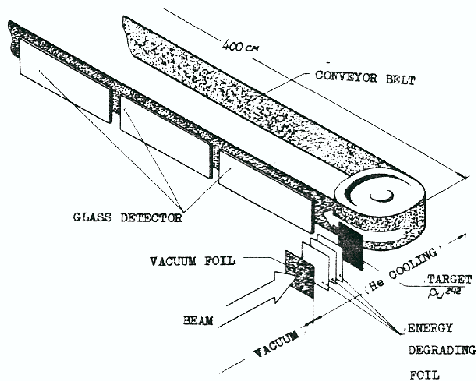


Figure 17: Dispositif expérimental utilisé par G.N. Flerov et collaborateurs pour la découverte de Rf [Fle64].

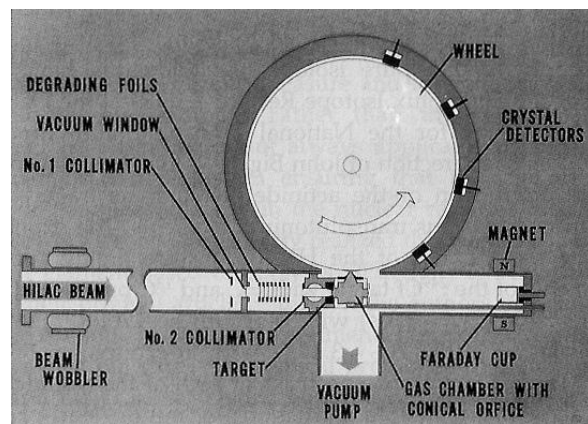


Figure 18: Vertical Wheel utilisée à Berkeley pour la découverte des éléments 104 à 106.

Les raies X de l'élément 104 ont été pour la première fois identifiées par C.E. Bemis et collaborateurs à Oak Ridge en 1973 [Bem73]. L'élément 104 peut parfois être trouvé dans la littérature sous le nom de kurchatovium (Ku).

Le dubnium ($Z=105$) a été découvert par des techniques similaires au rutherfordium. En 1969, G.N. Flerov et collaborateurs utilisent la réaction $^{243}\text{Am} + ^{22}\text{Ne}$ [Fle68]. L'originalité de l'expérience vient du fait que le faisceau était interrompu pendant deux minutes lorsqu'une particule α d'énergie comprise entre 8.8 et 10.3 MeV était détectée, permettant ainsi de réduire les corrélations fortuites. Cette technique est encore utilisée actuellement : voir par exemple [Hof02]. En 1970, V.A. Druin et collaborateurs recherchent la fission spontanée ainsi que la décroissance alpha en utilisant la même réaction [Dru71], et ont de forts indices concernant la synthèse de $^{260,261}105$. A. Ghiorso obtient la même année des données de meilleure qualité en utilisant la réaction $^{249}\text{Cf}(^{15}\text{N},4n)^{160}105$ [Ghi70]. La découverte sera partagée entre Dubna et Berkeley.

L'élément 105 a parfois été nommé hahnium (Ha) ou nielsbohrium (Ns). Le nom dubnium (Db) a été attribué en 1997 par IUPAC.

2.6 Le seaborgium (Z=106)

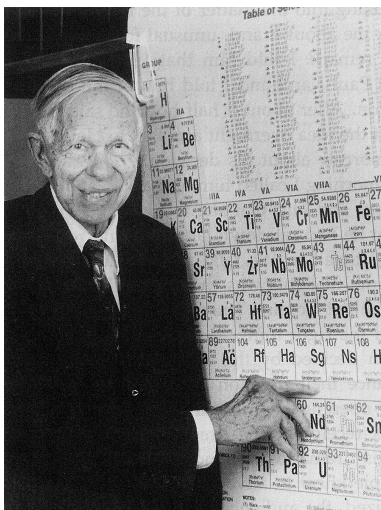


Figure 19: Glen Theodore Seaborg.

attribuées respectivement à $^{257}106$ et $^{259}106$ [Oga74]. Il sera prouvé en 1984 [Dem84] que la fission observée est entièrement issue de $^{256}104$, descendant de $^{260}104$. Dubna avait tout de même co-découvert l'élément 106 conjointement avec Berkeley.

L'élément 106 est nommé seaborgium en l'honneur du chimiste ayant découvert les éléments Z=94 à 98, et ayant participé à la découverte des éléments 99 à 102 et 106 [SeaW]. Sur la figure 19, Glen Seaborg pointe l'élément portant son nom (fait unique dans l'histoire).

2.7 Fusion froide et fusion chaude

Jusqu'à présent, la plupart des découvertes ont été réalisées en utilisant une cible d'actinide (Pu, Cf, ...) et un faisceau léger. Une cible de ^{249}Cf a été utilisée à Berkeley pour synthétiser les éléments 104, 105 et 106. Avec ce type de fusion-évaporation, 3 à 5 neutrons peuvent être émis.

En 1974, Yu. Ts. Oganessian a l'idée d'utiliser une cible de ^{208}Pb et un faisceau "lourd", bénéficiant ainsi du fort excès de masse de ^{208}Pb et donc d'une chaleur de réaction plus faible. Le noyau ^{246}Fm est peuplé par la réaction $^{208}\text{Pb}(^{40}\text{Ar}, 2n)^{246}\text{Fm}$ [Oga75]. Ce mode de réaction, la fusion froide, permet de peupler le noyau composé à plus basse énergie d'excitation comparé à la fusion chaude. Par conséquent, le nombre de neutrons émis est plus faible : généralement 1 ou 2. Or, chaque fois qu'un noyau a la possibilité d'émettre un neutron, la fission entre en compétition, diminuant la probabilité d'obtenir un résidu de fusion-évaporation. La section efficace de production est donc accrue lorsque peu de neutrons sont émis.

Les populations du noyau ^{254}No par fusion froide et chaude sont comparées dans le tableau 2 [Gag89, Don66a].

Fusion froide	Fusion chaude
$^{208}\text{Pb}(^{48}\text{Ca}, 2n)^{254}\text{No}$	$^{238}\text{U}(^{20}\text{Ne}, 4n)^{254}\text{No}$
$Q_{CN} = -154 \text{ MeV}$	$Q_{CN} = -52 \text{ MeV}$
$E_{CN}^*(\text{bass}) = 10 \text{ MeV}$	$E_{CN}^*(\text{bass}) = 35 \text{ MeV}$
$\sigma \simeq 3.4 \mu\text{b}$	$\sigma \simeq 40 \text{ nb}$

Table 2: Population du ^{254}No par fusion froide et chaude.

L'énergie d'excitation du noyau composé E_{CN}^* est calculée à la barrière de Bass. Cette barrière est évaluée en incluant les potentiels coulombien et nucléaire [Bas74]. Dans le cas de la fusion chaude, l'énergie d'excitation du noyau composé est de 35 MeV alors qu'elle n'est que de 10 MeV pour la fusion froide. Dans ce dernier cas, le nombre de neutrons émis est plus faible, avec pour conséquence une section efficace de production plus élevée. Ceci est illustré figure 20 [Hof98] où sont représentées les section efficaces de production par fusion froide : voies 1n et 2n, ainsi que par fusion chaude : voies 4n et 5n.

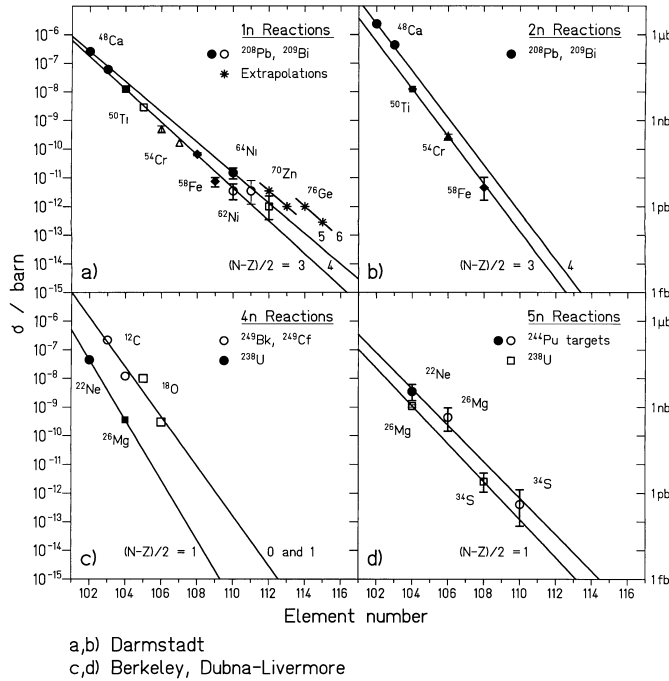


Figure 20: Sections efficaces de production par fusion froide (voies 1n et 2n) et chaude (voies 4n et 5n) [Hof98].

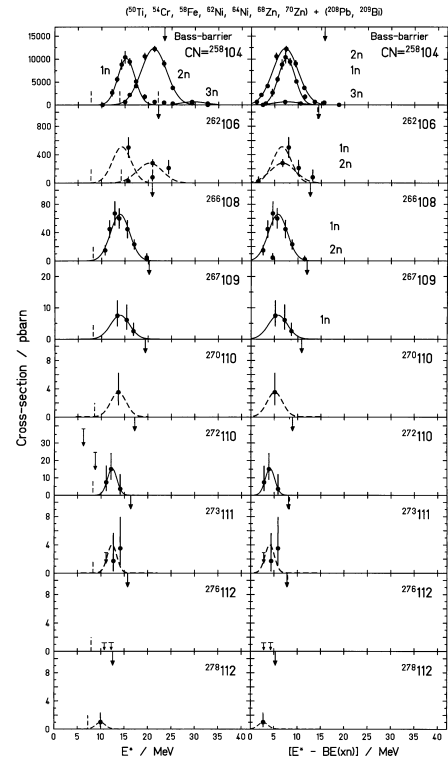


Figure 21: Fonctions d'excitation pour des réactions de fusion froide [Hof98].

La combinaison $^{208}\text{Pb} + ^{48}\text{Ca}$ est particulière puisque les deux noyaux sont doublement magiques (réaction quadruplement magique). La chaleur de réaction et la section efficace sont donc particulièrement élevées.

Dans des conditions expérimentales typiques (épaisseur de cible de ^{208}Pb de $500 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ et une intensité de faisceau de $1 \mu\text{A}$), un à deux noyaux sont produits par minute pour une section efficace de 1 nb. Pour une section efficace de 1 pb, environ un noyau est produit par jour, alors que pour 100 fb, deux noyaux sont produits par mois. Ces chiffres ne prennent pas en compte l'efficacité de détection.

Notons qu'à partir de l'élément 116 (réaction $^{208}\text{Pb} + ^{80,82}\text{Ge}$), l'énergie d'excitation du noyau résiduel est, à la barrière de Bass, sous le seuil d'émission d'un neutron. La désexcitation ne peut donc se faire que par émission gamma (canal de capture radiatif) qui rentre de nouveau en compétition avec la fission. Augmenter l'énergie de bombardement pour passer le seuil d'émission d'un neutron aurait un effet dramatique puisque la fission prédominerait. La fusion froide montre donc ici ses limites pour la production de noyaux super-lourds au-delà de $Z=114$.

Les fonctions d'excitation mesurées à GSI pour les éléments $Z=104$ à $Z=112$ sont représentées figure 21 [Hof98]. Les fonctions d'excitation sont très étroites : à des énergies d'excitation trop faibles, la fusion et/ou l'émission de neutrons n'est plus possible. En augmentant l'énergie, l'émission de 2 ou 3 neutrons devient possible, mais très rapidement, la fission l'emporte, et ceci dès la barrière de Bass. Les expériences sont donc réalisées sous-barrière.

2.8 Le bohrium ($Z=107$), le hassium ($Z=108$) et le meitnerium ($Z=109$)

En 1966, des réflexions débutent en Allemagne sur la construction d'un nouvel accélérateur couvrant une large gamme d'énergies et de faisceaux : l'UNILAC (UNiversal Linear ACcelerator). Le laboratoire GSI délivre ses premiers faisceaux en 1975. Il est décidé de développer un filtre dédié aux noyaux lourds : SHIP (Separator for Heavy Ion Products), qui sera construit sous la direction de Peter Armbruster.

Le séparateur SHIP dans sa deuxième évolution représenté figure 22 [Mun87] est un filtre de vitesse constitué pour l'essentiel d'un dipôle situé entre deux déflecteurs électrostatiques : c'est un filtre de Wien où les champs électriques et magnétique sont croisés. Une mesure de temps de vol est réalisée grâce à des galettes de micro-canaux. Le dernier dipôle à 7° (magnet V) n'existait pas à l'origine et permet d'éliminer des particules diffusées n'ayant pas été séparées. Le principe de détection au plan focal sera détaillé au paragraphe 2.9.

Le spectromètre SHIP permettra la découverte des éléments 107 en 1981 ($^{209}\text{Bi}(^{54}\text{Cr},1n)^{262}107$) [Mun81], 109 en 1982 ($^{209}\text{Bi}(^{58}\text{Fe},1n)^{266}109$) [Mun82] et 108 en 1984 ($^{208}\text{Pb}(^{58}\text{Fe},1n)^{265}108$) [Mun84].

L'élément 109 a été synthétisé avant l'élément 108 car les physiciens pensaient que l'isotope $^{265}108$ devait décroître par fission spontanée. Il s'avéra que cet élément était, comme les autres, émetteur alpha.

On trouve parfois des documents attribuant la découverte de l'élément 107 à Dubna (détections de la fission spontanée de $^{261}107$ peuplé par la réaction $^{209}\text{Bi}(^{54}\text{Cr},2n)^{261}107$)

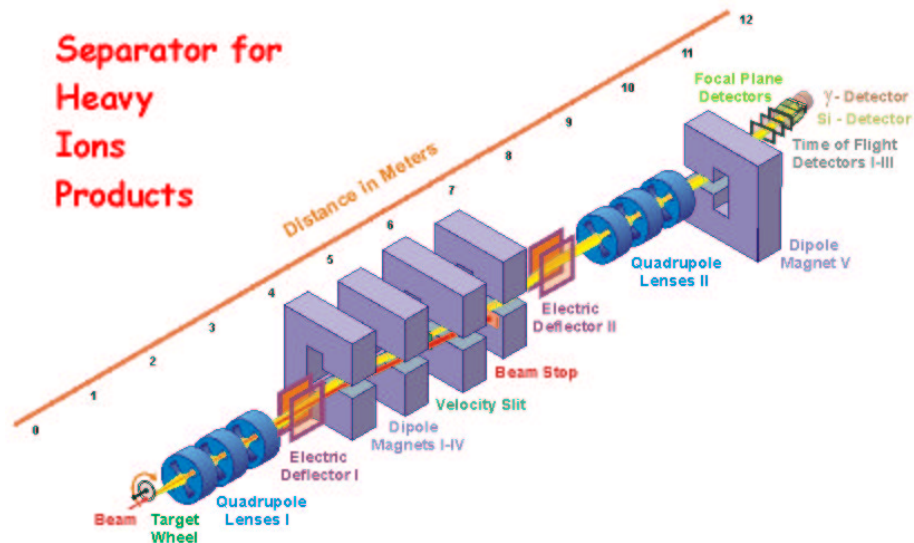


Figure 22: Le spectromètre SHIP.

[Oga76a, Oga76b]. Dans ces expériences, c'est en fait la fission spontanée de $^{257}_{105}$ qui avait été détectée.

Les noms bohrium (Bh), hassium (Hs) et meitnerium (Mt) ont été approuvés en 1997 par l'IUPAC [Iup97].

2.9 La technique des corrélations génétiques

Les éléments au-delà du nobélium ont été identifiés grâce à leurs décroissances alpha successives. Pour que le noyau précurseur puisse être identifié, la séquence doit se terminer par un ou des alphas dont les émetteurs sont connus. Si on détecte par exemple la chaîne $Y \xrightarrow{\alpha_1} \frac{A}{Z}X \xrightarrow{\alpha_2} \frac{A-4}{Z-2}X$ et que la décroissance α_2 est connue comme issue du noyau $\frac{A}{Z}X$, alors le noyau Y est identifié comme étant le grand-père de $\frac{A-4}{Z-2}X$, c'est-à-dire $\frac{A+4}{Z+2}X$.

A partir de la découverte de l'élément 107, les produits de réaction seront séparés par un filtre. Le principe est illustré figure 23.

La réaction se produit au temps t_0 ; à t_1 , le résidu est implanté dans un détecteur silicium segmenté où son énergie et sa position d'implantation sont mesurées (il peut s'agir soit d'un détecteur à pistes croisées sur les deux faces, soit d'un détecteur à pistes résistives). Le temps de vol est mesuré soit par des galettes de micro-canaux, soit par des détecteurs à gaz. La matrice énergie d'implantation - temps de vol permet une discrimination entre le faisceau diffusé et les reculs puisque ceux-ci ont des cinématiques différentes. Les décroissances alpha successives sont mesurées grâce au détecteur silicium qui permet d'acquérir les énergies, les positions (x_i, y_i) et les temps t_i grâce à une horloge universelle.

L'analyse consiste à corrélérer le recul et les décroissances alpha successives. Pour que des alphas soient attribués à la décroissance du noyau $\frac{A}{Z}X$, on requiert que l'implantation et tous les alphas soient détectés à la même position. Lorsque la séquence se termine

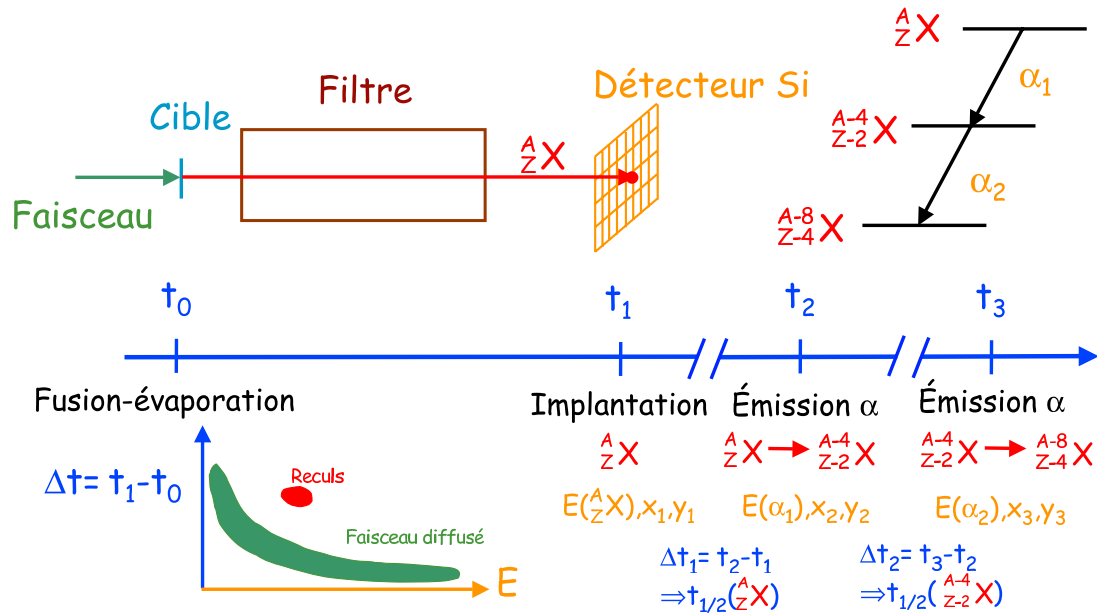


Figure 23: La technique des corrélations génétiques.

par un ou des alphas de noyaux parfaitement connus, il suffit de remonter la chaîne pour identifier le noyau implanté. L'horloge permet de mesurer le temps entre l'implantation et le premier alpha émis, puis entre les alphas successifs. Les périodes de désintégration (temps de vie partiel alpha) sont ainsi mesurées.

Le recul ayant une faible énergie (quelques dizaines de MeV pour des réactions asymétriques) est implanté peu profondément dans le silicium. L'énergie des alphas émis à l'avant sera totalement absorbée et mesurée par le détecteur Si. Ce n'est pas le cas des alphas émis à l'arrière qui déposent une faible énergie dans le Si ("alpha escape"). L'énergie mesurée n'est donc pas celle de l'alpha émis. Pour remédier à ce problème, un tunnel de détecteurs silicium peut être adjoint à l'arrière, permettant de savoir si un alpha s'est échappé et de recouvrer partiellement son énergie. Une solution plus simple consiste à placer un détecteur à gaz devant le silicium, servant simplement de veto.

Pour que la technique fonctionne correctement, il est nécessaire que les périodes de désintégration soient courtes devant le temps moyen entre deux implantations successives afin d'éviter les coïncidences fortuites. C'est pour cette raison que le faisceau peut être arrêté lorsqu'un alpha est détecté. De plus, le spectre alpha doit être exempt de toute contamination et de bruit de fond afin de ne pas générer artificiellement des décroissances radioactives.

Lorsque des détecteurs sont placés autour de la cible (détecteurs γ ou d'électrons de conversion), la technique est appelée R.D.T. (Recoil Decay Tagging). Nous reviendrons sur cette technique au paragraphe 4.6.1.

2.10 Les éléments 110 à 112

Après les succès obtenus à GSI, le laboratoire de Berkeley songe à revenir dans la compétition et construit un nouveau séparateur : SASSY (Small Angle Separator SYstem) [Ghi88]. Il s'agit d'un séparateur à gaz constitué d'un quadripôle et d'un dipôle. Le gaz d'hélium à faible pression (environ 1 mbar) permet aux reculs d'acquérir un état de charge moyen qui dépend en première approximation de la vitesse de l'ion [Oga01]. Si les reculs conservaient leur distribution d'état de charge initiale, ceux-ci auraient des trajectoires différentes dans le dipôle : peu d'états de charges seraient transmis au plan focal. Matti Leino est à l'époque en visite à Berkeley et construira plus tard à Jyväskylä le séparateur RITU (voir paragraphe 4.6.1). Après des améliorations du spectromètre (SASSY 2), la synthèse de l'élément 110 est tentée grâce à la réaction $^{209}\text{Bi}(^{59}\text{Co},1n)^{267}110$. L'expérience assez mouvementée permet d'isoler un candidat [Ghi95].

C'est cependant GSI qui apportera la preuve de l'élément 110. Le dispositif expérimental ayant permis la découverte des éléments 107 à 109 est amélioré, permettant la réduction du bruit de fond d'un facteur 10 et d'augmenter l'intensité de faisceau. Au préalable, les fonctions d'excitation des éléments 104, 106 et 108 sont mesurées afin de mieux cibler l'énergie optimale de bombardement pour l'élément 110.

La campagne de mesure débute fin 1994. L'élément 110 est rapidement découvert grâce aux réactions $^{208}\text{Pb}(^{62}\text{Ni},1n)^{269}110$ [Hof95a] puis $^{208}\text{Pb}(^{64}\text{Ni},1n)^{271}110$ [Hof97]. Suit la même année la découverte de l'élément 111 par la réaction $^{209}\text{Bi}(^{64}\text{Ni},1n)^{272}111$ [Hof95b]. En 1996, l'élément 112 est découvert : $^{208}\text{Pb}(^{70}\text{Zn},1n)^{277}112$ [Hof96]. En un peu plus d'un an, GSI aura donc découvert trois nouveaux éléments.

Une tentative pour synthétiser l'élément 113 sera faite en 1998, mais ne donnera aucun résultat. De nouvelles expériences réalisées en 2000 permettront de compléter les résultats sur les éléments 111 et 112 [Hof02].

La découverte de l'élément 110 a été approuvée par IUPAC en 2001 [Kar01] ; l'élément 110 devrait donc recevoir prochainement un nom et un symbole. Il existe à ce sujet des règles, aussi bien concernant la reconnaissance de la découverte que sur la dénomination des éléments [Iup02]. Il existe également une nomenclature provisoire des éléments à partir de $Z=110$ par exemple : ununilium (Uun, $Z=110$), ununium (Uuu, $Z=111$), ununbium (Uub, $Z=112$), ununquadium (Uuq, $Z=114$), ununhexium (Uuh, $Z=116$), unothexium (Uoh, $Z=118$), quadbispetium (Qbs, $Z=112$)... [Cha79].

Les éléments 111 et 112 n'ont pas encore été approuvés par IUPAC.

2.11 Les éléments 114 et 116

Nous avons vu précédemment au paragraphe 2.7 que les réactions de fusion froide montraient leurs limites pour les éléments super-lourds à partir de $Z=114$. C'est par réaction de fusion chaude que la découverte de l'élément 114 est faite à Dubna en 1999 par Yu. Ts. Oganessian et collaborateurs ($^{244}\text{Pu}(^{48}\text{Ca},3n)^{289}114$) [Oga99a]. Le séparateur à gaz de Dubna construit en 1989 est utilisé.

L'élément $^{287}114$ est ensuite découvert en utilisant une cible de ^{242}Pu et le séparateur électrostatique VASSILISSA [Oga99b].

Nous avons exposé précédemment la méthode des corrélations génétiques utilisée pour

identifier les éléments. La chaîne doit se terminer par des éléments connus pour que cette identification soit sans ambiguïté. Or, dans le cas de l'élément 114, la chaîne se termine par la fission de ^{277}Hs ou $^{283}112$ qui n'étaient pas connus auparavant : voir figure 24. Les chaînes sont donc flottantes et l'assignation formelle des noyaux est équivoque. Il sera fondamental à l'avenir de compléter la région inexplorée des noyaux riches en neutrons, c'est-à-dire au sud-ouest des $^{288}114$ afin de confirmer l'existence des éléments peuplés par fusion chaude.

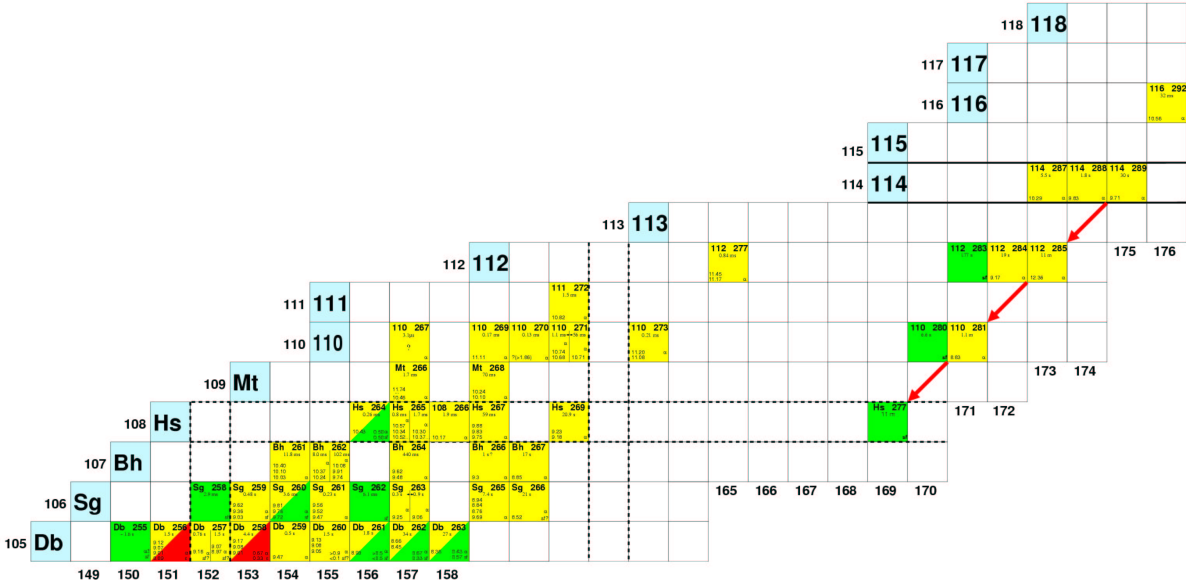


Figure 24: Décroissance des éléments 114 et 116 découverts à Dubna.

L'élément 116 est identifié à Dubna à l'aide du séparateur à gaz par la réaction $^{248}\text{Cm}(^{48}\text{Ca},3n)^{292}116$ [Oga00]. Comme pour l'élément 114, la chaîne de décroissance est flottante.

Pour terminer ce panorama, nous devons évoquer la découverte de l'élément 118 annoncée en 1999 [Nin99], puis rétractée en 2001 [Nin02]. Cette expérience a été motivée par des calculs de R. Smolańczuk, prédisant une section efficace de 670 pb pour la réaction $^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Kr},1n)^{293}118$ [Smo99], bien au-delà des extrapolations : voir figure 20. Deux expériences effectuées en 1999 ont révélé trois chaînes de décroissance alpha qui n'ont pu être confirmées par une analyse ultérieure ou des expériences effectuées à RIKEN, à GSI ou au GANIL. On pourrait regretter une certaine précipitation des auteurs à publier un résultat non recoupé par d'autres analyses, les déplorables polémiques qui s'en suivent [Phy02] et le discrédit porté à la discipline. Cependant, l'annonce fracassante de cette découverte avait à l'époque relancé les recherches sur les éléments super-lourds et motivé de nouvelles expériences sur les noyaux très lourds.

2.12 Etat des lieux

Les dates et lieux des découvertes sont résumés table 3 et s'écoulent de façon régulière dans le temps. Il en est de même pour la découverte des isotopes : en 1940, environ 500 étaient connus pour 3000 actuellement, suivant une courbe étonnamment linéaire au cours du temps.

99	Es	einsteinium	Berkeley - Los Alamos	1952	[Ghi55a]
100	Fm	fermium	Berkeley - Los Alamos	1952	[Ghi55a]
101	Md	mendélévium	Berkeley	1955	[Ghi55b]
102	No	nobélium	Berkeley - Dubna	1958	[Don65,Zag66]
103	Lr	lawrencium	Berkeley - Dubna	1961	[Ghi61,Don65]
104	Rf	rutherfordium	Berkeley - Dubna	1964	[Fle64,Ghi69]
105	Db	dubnium	Berkeley - Dubna	1970	[Fle68,Ghi70]
106	Sg	seaborgium	Berkeley - Dubna	1974	[Ghi74,Oga74]
107	Bh	bohrium	GSI	1981	[Mun81]
108	Hs	hassium	GSI	1984	[Mun84]
109	Mt	meitnerium	GSI	1982	[Mun82]
110 ^a			GSI	1994	[Hof95a]
111			GSI	1994	[Hof95b]
112			GSI	1995	[Hof96]
114			Dubna	1999	[Oga99a]
116			Dubna	1999	[Oga00]

^a : approuvé par IUPAC.

Table 3: Récapitulatif de la découverte des éléments.

Les dates des découvertes des isotopes sont représentées figure 25. Vers $Z=100$, la majorité des isotopes a été découvert dans les années 60. La synthèse de nouveaux isotopes riches en neutrons ou protons est contrariée par le fait que les combinaisons cible-faisceau disponibles restreignent les investigations.

Les connaissances sur les noyaux lourds sont encore très limitées comme on peut le voir figure 26. Pour les noyaux super-lourds, seuls les énergies de décroissance alpha et les temps de vie partiels sont connus. Pour les noyaux plus légers à partir de $Z=100$, peu d'états excités sont connus. Il existe quelques exceptions comme le ^{256}Fm étudié par décroissance β^- d'une cible de ^{256}Es [Hal89], ou les récentes études de spectroscopie γ ou électron effectuées dans les noyaux ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$.

Dans les noyaux impairs, le spin et la parité de l'état fondamental sont rarement connus. De ce fait, la comparaison avec les modèles théoriques et la prédiction de la position de l'îlot de stabilité sont très limitées et hasardeuses. Le temps de vie et l'énergie de décroissance alpha sont les seules quantités qui peuvent être comparées actuellement. Ce sont encore les difficultés expérimentales qui sont à l'origine de ce déficit de connaissances. Nous avons vu que les sections efficaces de production étaient faibles ; collecter une statistique importante est primordial pour étudier les états excités et leurs propriétés.

Nous exposerons au paragraphe 4 les techniques utilisées, puis les progrès attendus dans ce domaine.

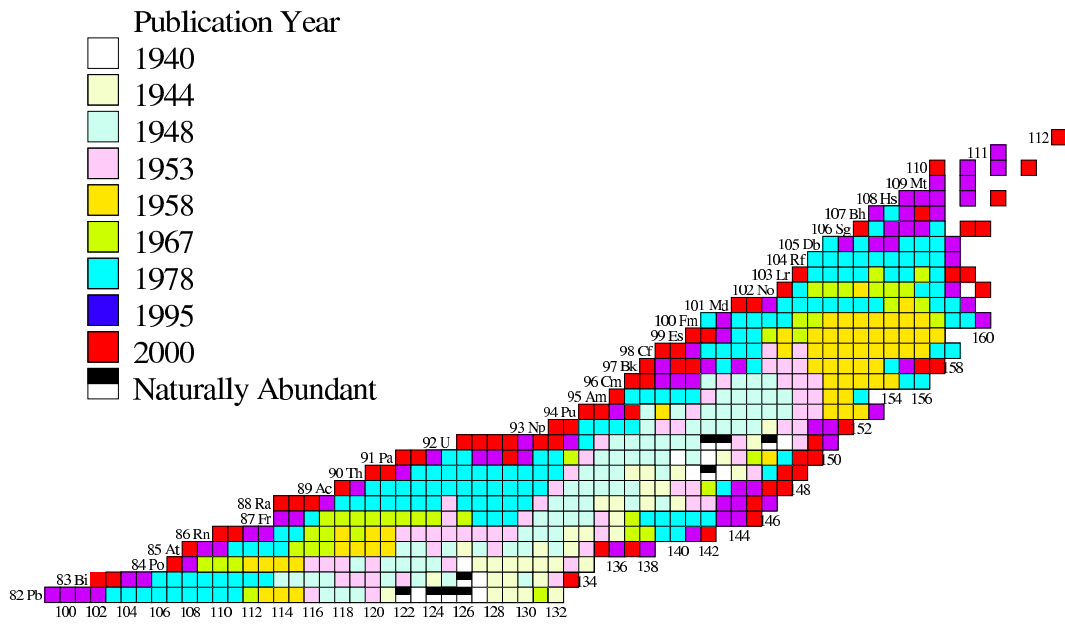


Figure 25: Date de découverte des isotopes [SysW].

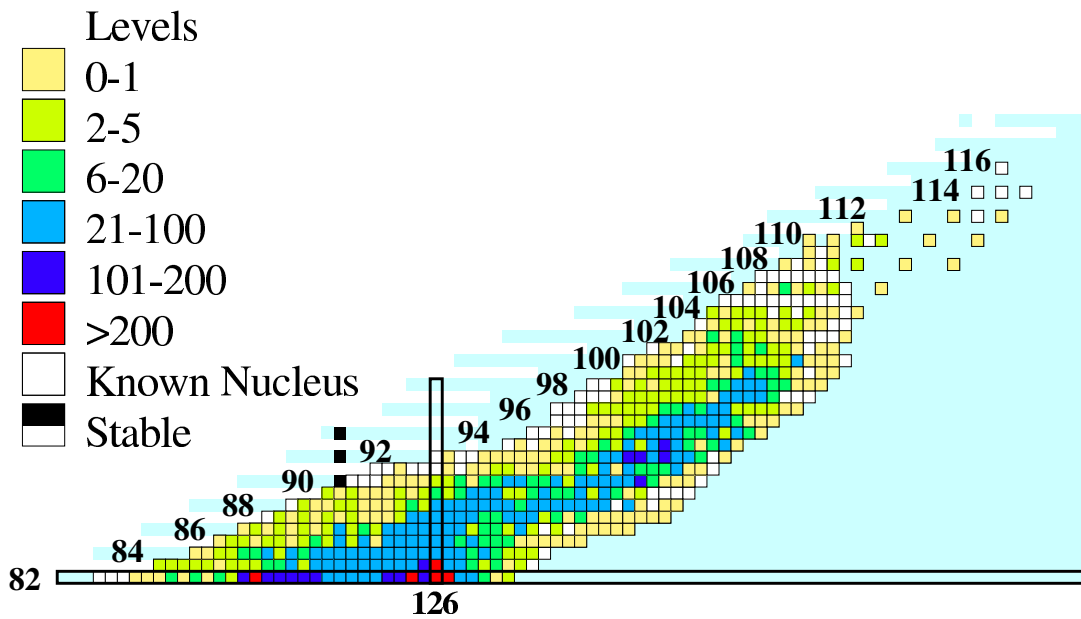


Figure 26: Nombre d'états connus dans les isotopes [SysW].

3 Nucléosynthèse et recherche des super-lourds dans la nature

La nucléosynthèse et la recherche des super-lourds dans la nature couvrent un large spectre de connaissances. Il n'est pas question ici d'être exhaustif sur ces sujets, mais plutôt de les introduire.

3.1 Nucléosynthèse des super-lourds

Les éléments super-lourds connus ont été synthétisés artificiellement soit par explosion de bombe thermonucléaire, soit par réaction entre ions lourds.

On peut se demander s'ils existent à l'état naturel et comment ils ont pu être synthétisés. Si ces éléments existent à l'état naturel, il ont pu être produits par le processus-r intervenant lors d'explosion de supernovæ ou quelques centaines de secondes après le big bang. Le processus-r est une succession de captures neutroniques suivies de décroissances β^- . Le processus est initié à partir d'éléments situés vers le fer. Lorsqu'un noyau lourd fissile est produit, les deux fragments légers peuvent à leur tour capturer des neutrons pour alimenter le processus. Les noyaux stables lourds sont produits lorsque le système se refroidit par désintégrations β^- . Le processus-r ne peut se produire que dans des conditions particulières de température ($> 10^9$ K) et de densité de neutrons ($> 10^{20}$ n/cm³).

Les paramètres clef intervenant dans la description du processus-r sont les énergies de séparation de neutrons, les valeurs Q_β et les temps de vie (barrières de fission). En l'absence de données expérimentales sur les noyaux super-lourds riches en neutrons, le processus-r doit être modélisé par des calculs théoriques, qui, comme nous l'avons vu au paragraphe 1.2.3 ont du mal à s'accorder. Il existe donc de grandes incertitudes. La production des éléments super-lourds par nucléosynthèse semble cependant improbable et incite les astrophysiciens à la prudence (voir par exemple [Kra93, Rau94, Pfe01]).

D'autres processus de nucléosynthèse ont été suggérés comme le processus-n (où les températures inférieures à 10^8 K et des densités neutroniques de 10^{18} à 10^{20} n/cm³ sont requises), la décompression de matière froide éjectée d'étoiles à neutrons, les étoiles à neutrons elles mêmes, ou les réactions entre ions lourds suivant l'explosion de supernovæ.

3.2 Présence des super-lourds dans la nature

En supposant que les éléments super-lourds aient été créés par nucléosynthèse, se pose la question de leur survie. Pour qu'ils puissent être observés dans notre environnement, il faut que leurs temps de vie soient du même ordre de grandeur que l'âge du système solaire, ou bien qu'ils aient une origine extra-terrestre plus récente. La première hypothèse est hautement improbable puisque l'âge du système solaire est d'environ 4.6 milliards d'années et que les calculs prédisent des temps de vie allant jusqu'à une centaine d'année (voir par exemple [Smo97]). Une fois de plus, cette estimation repose sur des calculs théoriques et fluctue selon les modèles utilisés. Les recherches ont donc également été effectuées sur des échantillons d'origine extra-terrestre (météorites, échantillons lunaires) ou dans les rayons cosmiques d'origine a priori plus récente.

Finalement, certains travaux ont porté non sur la recherche de l'élément, mais sur les traces ou dégâts laissés par ces éléments dans des matériaux (fission ou décroissance alpha). Dans ce cas, la question de la survie de l'élément ne se pose plus.

3.3 Recherche des super-lourds dans la nature

Les sources, techniques d'analyse et signatures recherchées sont diverses et originales. Une abondante littérature a été produite entre 1960 et 1980. On pourra trouver une synthèse des recherches effectuées dans [Her74, Fle81, Fle85] accompagnées d'une impressionnante liste de références.

3.3.1 Les sources

Les éléments super-lourds sont a priori des métaux lourds volatiles (voir le cours de H. Gäggler [Gag02]). Il est donc judicieux de chercher ces éléments dans des échantillons contenant des éléments de la même colonne : Pt, Au, Hg, Tl, Pb...

Les sources peuvent être terrestres : des minerais, du platine natif, du verre au plomb, des galènes (sulfure naturel de plomb), du mica, des sources riches en métaux lourds... Certaines de ces sources ont pu par le passé être exposées aux rayonnements cosmiques ou avoir été enrichies en sources extra-terrestres. C'est par exemple le cas des sédiments marins profonds.

Les sources extraterrestres sont les météorites, en particulier les chondrites carbonées dont l'analyse isotopique des inclusions révèle une origine présolaire, les météorites formées d'olivines (silicate de fer et de magnésium) ayant pu piéger les éléments super-lourds, ou des échantillons lunaires. Une fois encore, ces sources ont pu être exposées aux rayonnements cosmiques.

La dernière source explorée est finalement le rayonnement cosmique, le plus prompt à véhiculer les résidus d'explosion de supernovæ.

3.3.2 Les techniques d'analyse

L'analyse des échantillons est délicate du fait que toute contamination par des actinides (produits en laboratoire ou débris d'explosions thermonucléaires) doit être évitée. La sensibilité des techniques est souvent exprimées en g d'élément recherché par g d'échantillon et peut atteindre 10^{-15} g/g selon la technique employée.

Parmi les techniques d'analyse, nous pouvons distinguer :

- les recherches directes : spectroscopie de masse, irradiation neutronique, la méthode PIXE (irradiation par protons associée à la détection de fluorescence X) ;
- les recherches de manifestations d'éléments super-lourds : détection de la fission spontanée et de la multiplicité neutron. Les éléments super-lourds, en vertu de leur numéro atomique élevé relaxent plus d'énergie cinétique que les actinides. La multiplicité neutron doit également être plus élevée : $\simeq 10$ tandis qu'elle est de 3 à 5 pour les actinides (effet dû à la richesse neutronique des fragments) ;

- recherches de manifestation anciennes de la décroissance des super-lourds. Les éléments, lorsqu'ils fissionnent laissent des traces de quelques centaines de microns dans des matériaux comme le verre, le mica ou le plastique. La longueur des traces étant fonction de l'énergie cinétique des fragments, elle doit être plus élevée pour la fission des éléments super-lourds. La décroissance alpha forme également des dégâts dans des matériaux comme le mica, dont la taille est fonction de l'énergie des alphas. Puisque l'énergie de décroissance croît avec Z , la taille de ces halos doit être plus grande pour les éléments super-lourds. Enfin, la fission des éléments super-lourds devrait conduire à un excès de fragments très riches en neutrons. Le rapport isotopique $^{136}\text{Xe}/^{134}\text{Xe}$ est un indicateur. Lors de la recherches de manifestations anciennes, la survie des éléments depuis leur formation ne se pose plus.

3.3.3 Quelques exemples

Ils existe quelques cas fameux de recherches d'éléments super-lourds dans la nature. Citons en trois :

- sources de la péninsule de Cheleken (actuellement au Turkmensitan). Ces sources sont riches en métaux lourds. 2000 m^3 de ces eaux ont été filtrées, transformées en solution saturée puis en résine [Fle79]. La fission spontanée et la multiplicité neutron ont ensuite été mesurées dans une mine de sel afin de s'affranchir des rayonnements parasites. Quelques dizaines d'événements pouvant correspondre à la fission de super-lourds ont été observées ;
- la météorite Allende. Cette chondrite carbonée de plus de trois tonnes est tombée au Mexique en 1969. Des échantillons ont été analysés par diverses méthodes. La fission spontanée et la multiplicité neutron ont été mesurées comme pour les eaux de la péninsule de Cheleken [Fle77, Pop74]. La météorite a été chauffée par un flux d'hydrogène et d'oxygène à 1000° ; les produits sublimés ont été séparés chimiquement et leur fission a été mesurée [Zva77, Zhu80]. Enfin, le rapport isotopique $^{136}\text{Xe}/^{134}\text{Xe}$ a été mesuré [And75]. Ces analyses ont toutes indiqué la présence d'éléments super-lourds ;
- les halos géants observés dans des monazites de Madagascar (phosphate de cérium). Les auteurs ont observé des halos anormalement grands attribués à la décroissance alpha d'éléments super-lourds. Une analyse par la méthode PIXE a permis de détecter des raies de fluorescence X assignées aux éléments $Z=116, 124, 126$ et 127 [Gen76]. Si ces résultats s'étaient avérés exacts, cela aurait impliqué la présence de très grandes quantités d'éléments super-lourds à long temps de vie. Les raies observées étaient dues à des contaminations.

3.3.4 Bilan

Bien que quelques indications sur la présence d'éléments super-lourds dans la nature aient été publiées, il n'existe aucune évidence formelle. Des indications sur la découverte d'éléments super-lourds sont souvent avancées dans la littérature que nous avons consultée.

G.N. Flerov [FleW], qui s’est beaucoup impliqué dans ces recherches dresse lui même un bilan mitigé. Les nombreuses recherches effectuées jusqu’au début des années 80 n’ont, à notre connaissance pas donné de suites. L’élément le plus lourd trouvé dans la nature reste le ^{244}Pu [Hof71].

4 Spectroscopie des noyaux très lourds

Nous abordons dans ce chapitre les études de structure nucléaire réalisées dans les noyaux très lourds. Nous motivons dans un premier temps l’intérêt de telles études, quels types d’excitations peuvent être impliquées, puis quelles techniques expérimentales sont utilisées. Nous illustrons ensuite la spectroscopie à l’aide d’exemples récents.

4.1 Intérêt

L’intérêt des études spectroscopiques dans les noyaux lourds (à partir du fermium) est multiple.

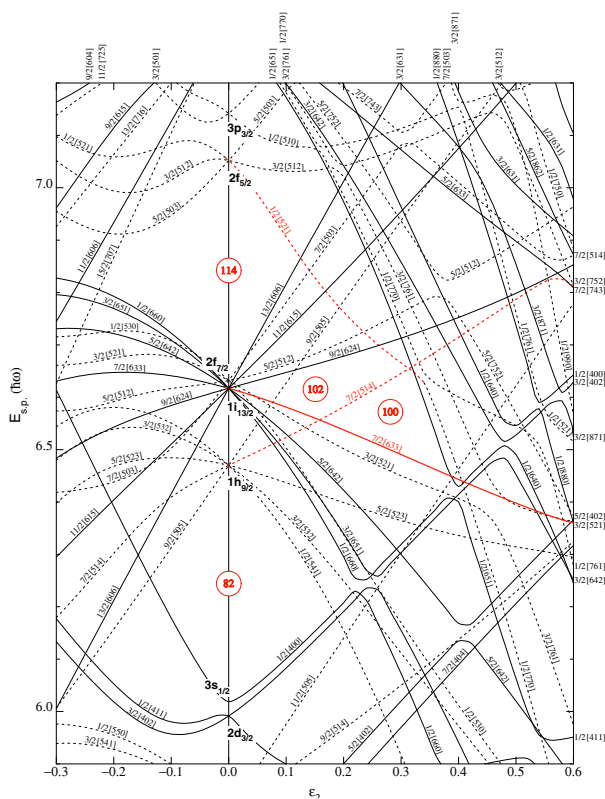


Figure 27: Schéma de Nilsson pour les protons [Fir96].

[521]1/2 issue de la couche $2f_{5/2}$ est ici attrayante puisqu’elle correspond dans ce schéma au nombre magique $Z=114$. Il faut cependant mettre un bémol à cette vision naïve : la position de ces orbitales n’est pas statique et évolue avec le nombre de nucléons. L’énergie de toutes ces orbitales diminue lorsque le nombre de nucléons augmente (voir par exem-

L’enjeu principal est de comprendre la structure de ces noyaux dans le but de mieux cerner la position et la nature de l’îlot magique super-lourd. Ceci peut être illustré à l’aide d’un schéma de Nilsson, par exemple pour les protons : voir figure 27. Ce type de schéma n’a pas la prétention de donner une vision réaliste, mais de donner un aperçu des orbitales impliquées.

Dans la région des Fm aux Rf ($Z=100$ à 104), nous observons des écartements d’orbitales (“gaps”) pour des structures déformées. Ce “gap” est particulièrement conséquent pour $Z=100$ et est responsable des irrégularités observées sur les énergies de décroissance alpha et le temps de vie présentés figures 15 et 16. Un “gap” serait également observé sur un schéma de Nilsson neutrons pour $N=152$ et $N=162$. L’enjeu pourrait se résumer simplement à déterminer l’ordre et la position de ces orbitales. L’orbitale

ple [BMv1] page 239).

Pour résumer, l'intérêt consiste à "mettre de l'ordre" dans les schémas de particules individuelles : quelles sont les orbitales impliquées, quel est leur ordre, leur nature et quelles sont les conséquences sur l'îlot super-lourd.

Les implications au niveau théorique sont nombreuses : nous avons souligné que les modèles ne s'accordaient pas sur les nombres magiques super-lourds, avec comme problème sous-jacent l'interaction nucléaire. L'interaction spin-orbite et les corrélations d'appariement sont particulièrement difficiles à explorer dans cette région.

D'autres aspects peuvent être abordés grâce à l'étude des noyaux très lourds : mécanisme de réaction, mesures de masses et étude de la fission. Ce dernier sujet très vaste ne sera pas abordé dans ce cours. On pourra consulter la référence [Oga85] pour s'initier au sujet.

4.2 Les types d'excitation

En structure nucléaire, deux grandes familles d'excitations peuvent être discernées : les excitations collectives et individuelles. La rotation est un mode privilégié d'excitation collective des noyaux déformés. Elle donne lieu à des bandes rotationnelles d'énergie $E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}I(I+1)$ (d'autres termes doivent être ajoutés selon les propriétés de la tête de bande : voir paragraphe 4.8). Les états décroissant par émissions de rayonnements quadripolaires électriques, c'est principalement par spectroscopie gamma ou électron de conversion qu'ils seront étudiés.

Le second type d'états consiste en l'excitation de particules, conduisant à un spectre en énergie irrégulier. Ce type d'excitation est particulièrement actif dans les noyaux impairs, contrairement aux noyaux pair-pair où les corrélations d'appariement "retardent" les excitations de nucléons. Des bandes de rotation peuvent bien entendu être bâties sur les excitations individuelles. Pour se convaincre de la différence entre noyaux pairs et impairs, on pourra consulter les compilations de données nucléaires : voir par exemple la différence en ^{250}Cf et ^{251}Cf [Fir96].

La décroissance d'états excités pourra être observée par leur décroissance électromagnétique. Cependant, le nombre élevé de nucléons entraîne :

- un moment d'inertie du noyau élevé et donc des énergies de transition entre états d'une bande rotationnelle faible ;
- une compression des états par rapport aux noyaux plus légers (voir de nouveau figure [BMv1] page 239) qui s'explique simplement par les propriétés de l'oscillateur confiné dans un volume de rayon $A^{1/3}$ ([Nil95] p 62, [Mot98]).

La conséquence directe est une forte conversion des transitions de basse énergie et les difficultés expérimentales qui s'en suivent. La spectroscopie alpha pourra être un outil adapté à l'étude des excitations individuelles puisque celle-ci peuple préférentiellement les états de basse énergie et de faible moment angulaire.

4.3 Les modes de production

Nous avons déjà évoqué lors du paragraphe 2 les modes de production pouvant être utilisés :

- la bombe thermonucléaire n'est plus d'actualité, bien que ses similitudes avec le processus-r pourraient, en cas de déclassification des données, apporter de précieuses informations sur la nucléosynthèse ;
- les réactions de transfert permettent, grâce à la détection de l'éjectile (énergie et distribution angulaire) des études de structure nucléaire (voir par exemple [Ahm77, Ahm78, Ahm90]). Ces réactions nécessitent des cibles lourdes radioactives et limitent les investigations à $Z=100$. Ces réactions ne sont plus utilisées ;
- le noyau le mieux connu pour $Z \geq 100$ est le ^{256}Fm étudié par décroissance β^- d'une cible de ^{256}Es [Hal89]. Comme pour le transfert, la disponibilité des cibles restreint ces études ;
- nous devons citer pour être exhaustif les travaux de A. Marinov et collaborateurs [Mar93, Mar98] qui utilisent les réactions de spallation sur des cibles de W. Les produits de fission peuvent à leur tour fusionner avec la cible de W. Ces travaux semblant indiquer la production de l'élément 112 et les interprétations compliquées (voir même farfelues) semblent convaincre uniquement leurs auteurs ;
- enfin, les réactions de fusion-évaporation permettent de peupler une large gamme d'isotopes.

Nous abordons les techniques expérimentales liées aux réactions de fusion-évaporation au paragraphe suivant.

4.4 Comparaison entre décroissance alpha et spectroscopie prompte

Lorsque les noyaux sont produits par réaction de fusion-évaporation, deux techniques représentées figure 28 peuvent être utilisées. Dans les deux cas, un filtre permet de trier et transporter les résidus d'évaporation au plan focal du spectromètre où un détecteur silicium à localisation est installé. Les résidus sont sélectionnés en combinant la mesure de l'énergie d'implantation et du temps de vol.

Lors des études de décroissance alpha, aucun détecteur n'est installé autour de la cible. Le taux de comptage au plan focal est fortement réduit par la sélectivité du filtre et une haute intensité de faisceau peut être utilisée : de l'ordre de $1 \text{ p}\mu\text{A}$. Le facteur de suppression du faisceau est typiquement supérieur à 10^{10} . On s'intéresse ici à la décroissance des noyaux implantés au plan focal. Il s'agit essentiellement de la décroissance alpha, mais aussi de la fission, de la décroissance β ou de la capture électronique. La décroissance du noyau peuple l'état fondamental, mais aussi des états excités du noyau fils. Ces derniers vont à leur tour décroître par émission de rayonnements gamma ou électrons de conversion vers l'état fondamental. Les rayonnements gamma

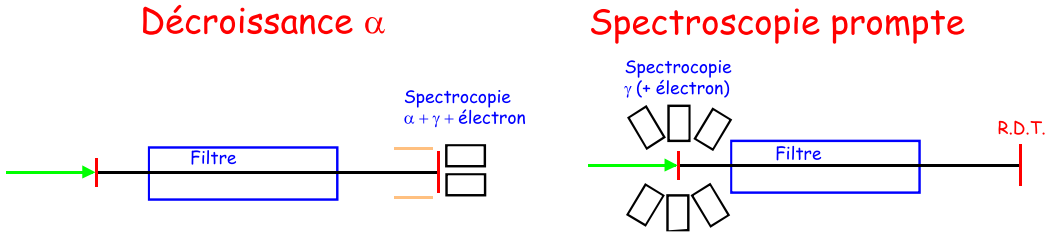


Figure 28: Principe de la spectroscopie après décroissance alpha et de la spectroscopie prompte.

pourront être détectés par un ensemble de détecteurs germanium, et les électrons par une boîte de silicium placée devant le détecteur d'implantation. La spectroscopie électron est ici relativement aisée puisque les électrons atomiques δ ne sont pas produits. De plus, le noyau produit lors de la réaction peut comporter un état isomérique qui survit au passage du filtre. Sa décroissance pourra être étudiée au plan focal. Inconvénient de cette technique : la décroissance alpha peuple essentiellement des états de basse énergie et de faible moment angulaire.

Cette technique est particulièrement bien adaptée à l'étude des excitations individuelles dans les noyaux impairs.

La spectroscopie prompte consiste à étudier autour de la cible la désexcitation des noyaux. Les noyaux sont transmis par le filtre puis triés grâce à la mesure de leur temps de vol et de leur énergie d'implantation. Lorsque la décroissance alpha caractéristique des noyaux est utilisée pour identifier le noyau, la technique s'appelle R.D.T. (Recoil Decay Tagging), que l'on pourrait traduire par étiquetage des reculs par leur décroissance. Nous reviendrons sur cette technique au paragraphe 4.6.1. Le détecteur placé autour de la cible pourra être un spectromètre gamma ou d'électrons de conversion. La spectroscopie électron est ici difficile du fait de la production d'électrons δ lors de la collision. Une limitation en intensité de faisceau découle du fait que les détecteurs ne peuvent supporter un taux de comptage illimité. On devra se limiter à des intensités de faisceau de l'ordre de 10 pA. Par contre, la réaction de fusion-évaporation peuple des états de haut moment angulaire, par exemple des bandes rotationnelles. La technique s'applique essentiellement à l'étude des propriétés collectives.

4.5 La spectroscopie après décroissance alpha

4.5.1 Rappels sur la décroissance alpha

La probabilité d'émission alpha (voir formule 6) est fonction de l'énergie de la particule, du moment angulaire transféré et du numéro atomique. Cette probabilité augmente lorsque le moment angulaire diminue, l'énergie alpha et le numéro atomique augmentent.

Dans la formule de pénétration de barrière, il n'est pas tenu compte des fonctions d'onde initiale et finale. La décroissance alpha ne fait pas exception à la règle et favorise les transitions entre états de fonctions d'ondes similaires. Lorsqu'un réarrangement de nucléons intervient lors de la transition entre le père et le fils, la probabilité d'émission

alpha diminue. Cet effet est particulièrement sensible au changement de parité.

En résumé, la décroissance alpha apporte des informations sur :

- l'énergie des états peuplés ;
- la fonction d'onde des états, et par conséquent le spin et la parité.

4.5.2 Illustration

Nous illustrons les études spectroscopiques par la décroissance alpha du noyau ^{255}Rf [Hes01]. Ce noyau a été produit à GSI par la réaction $^{208}\text{Pb}(^{50}\text{Ti},3n)^{255}\text{Rf}$ avec une section efficace d'environ 0.2 nb. Les noyaux produits par bombardement d'un faisceau de $3.1 \cdot 10^{12}$ p.p.s (soit $\simeq 500$ pA) étaient transmis par le spectromètre SHIP.

La détection au plan focal a permis d'identifier plusieurs transitions alpha, peuplant trois états du noyau fils ^{251}No : voir figure 29.

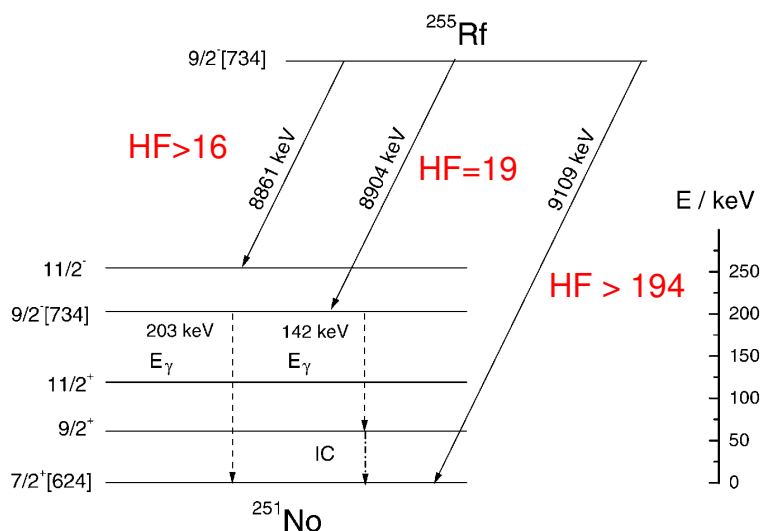


Figure 29: Décroissance de ^{255}Rf [Hes01]

L'intensité des transitions est interprétée grâce au facteur HF (Hindrance Factor), outil que l'on pourrait comparer à la quantité $\log ft$ utilisée en décroissance β (voir le cours de Ph. Dessagne [Des02]). Le facteur HF peut être défini par : $HF = T_\alpha(\text{exp})/T_\alpha(\text{ref})$ où $T_\alpha(\text{exp})$ est le temps de vie expérimental (c'est à dire l'inverse du taux de transition). $T_\alpha(\text{ref})$ est le temps de vie partiel où la dépendance en moment angulaire a été supprimée ($\Delta l = 0$) [Ras58, Ras68]. Pour les noyaux impairs, on peut aussi associer comme référence la moyenne des temps de vie partiels des transitions état fondamental vers état fondamental des deux noyaux pair-pair voisins. Le facteur HF est nécessairement supérieur à 1. Lorsqu'il est proche de 1, les fonctions d'ondes des états père et fils sont similaires.

Sur le schéma de décroissance de ^{255}Rf , la transition la moins empêchée est $9/2^- \rightarrow 9/2^-$. Suivent ensuite la transition $9/2^- \rightarrow 11/2^-$ où seul le spin est changé, puis la

transition $9/2^- \rightarrow 7/2^+$ où le spin et la parité changent. Lors de l'expérience, deux transitions gamma à 142 et 203 keV ont été observées, complétant le schéma de niveau. On peut s'étonner que les états notés $9/2^+$ et $11/2^+$ soient peu peuplés par la décroissance alpha. Il s'agit très probablement d'états rotationnels bâtis sur l'état fondamental, et donc encore plus empêchés que la transition $9/2^- \rightarrow 7/2^+$.

L'analyse à l'aide du facteur HF , associée à la détection gamma ou électrons de conversion permet donc de bâtir des schémas de niveaux et d'assigner spin et parité aux états. On pourra consulter d'autres articles où des analyses similaires sont effectuées, par exemple [Hes85, Hes97, Esk70, Esk71, Esk73].

La décroissance alpha est également un outil permettant de peupler les états de bas spin des bandes rotationnelles : voir par exemple [Hat89] pour les isotopes jusqu'à $Z = 100$. Il devrait être possible de réaliser de telles études dans les noyaux plus lourds : voir discussion dans les références [Sob01, Mun01].

4.6 La spectroscopie prompt

Lors d'expériences de spectroscopie prompt, le physicien est confronté au problème de la sélectivité des événements recherchés, noyés dans un bruit de fond dominé par la fission, les réactions de transfert ou l'excitation coulombienne. La section efficace de fusion-fission est de l'ordre de 1 b, alors que l'excitation coulombienne peut atteindre plusieurs b. Le rayonnement prompt émis par le noyau d'intérêt est donc entièrement noyé dans un fond dont il faut s'affranchir. Si la section efficace de fusion est de $1 \mu\text{b}$, il faut sélectionner un événement parmi un million sans se tromper.

La technique R.D.T. permet d'effectuer cette sélection.

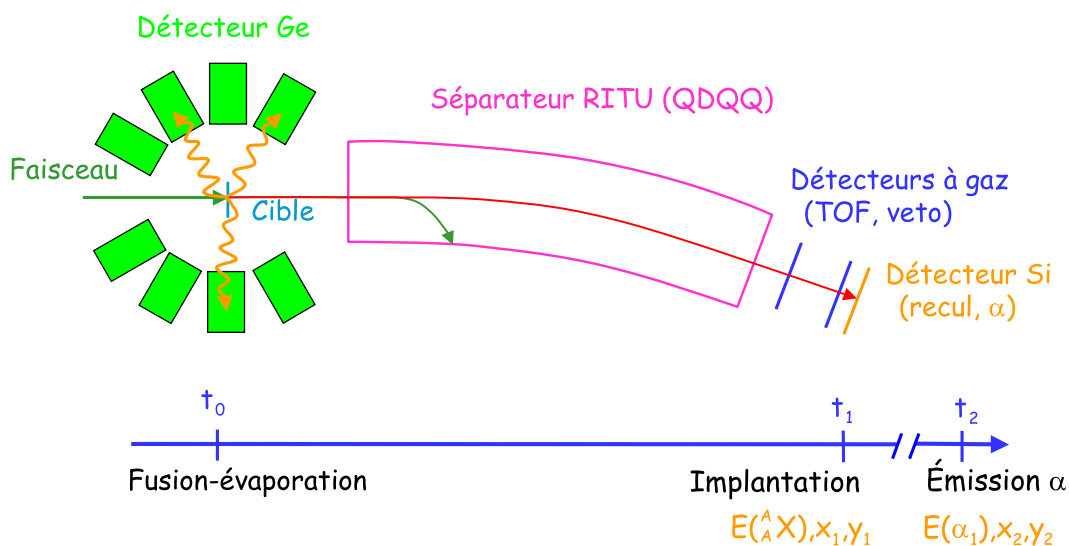


Figure 30: Principe de la technique R.D.T.

4.6.1 La technique R.D.T.

La technique R.D.T. (Recoil Decay Tagging) utilisée pour la première fois à GSI en 1986 [Sim86] est une extension de la méthode des corrélations génétiques présentée au paragraphe 2.9. L'évolution consiste en la détection des rayonnements prompts émis autour de la cible par les résidus de fusion-évaporation. Un spectromètre gamma et/ou d'électrons de conversion est utilisé.

Nous décrivons ici à titre d'illustration le dispositif employé à l'université de Jyväskylä (Finlande) dont le principe est décrit figure 30.

La réaction et l'émission des rayonnements prompts se produisent au temps t_0 . Les reculs filtrés par le séparateur à gaz RITU [Lei95] sont implantés au temps t_1 au plan focal. Le détecteur silicium segmenté mesure l'énergie et la position (x_1, y_1) . Le temps de vol est mesuré grâce à deux détecteurs à gaz. Une première sélection grâce à la matrice énergie d'implantation - temps de vol permet de s'affranchir du faisceau ou la cible diffusés. Si le résidu est émetteur alpha, la décroissance se produit au temps t_2 . La particule alpha peut soit s'échapper du silicium, auquel cas elle traverse un détecteur à gaz servant de veto, soit être détectée à la position (x_2, y_2) .

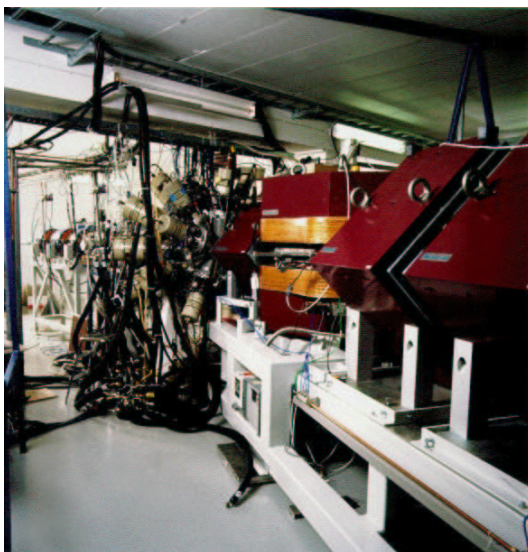


Figure 31: Le spectromètre RITU associé au multidétecteur Jurosphere.

Des détecteurs gamma ou électron de conversion peuvent être adjoints au plan focal pour permettre l'étude d'états isomériques ou de rayonnements émis après décroissance alpha :

- si le noyau A_ZX possède un état isomérique survivant au passage dans le séparateur, un rayonnement peut être émis au temps t'_1 avec $t_1 < t'_1 < t_2$;
- si le noyau A_ZX décroît sur un état excité du noyau ${}^{A-4}_{Z-2}X$, l'émission d'un rayonnement au temps $t_3 > t_2$ est possible.

Les fonctions d'excitation de production de noyaux très lourds étant très étroites, essentiellement un seul résidu sera produit. La technique R.D.T. permet alors de

Les corrélations sont effectuées en examinant les données dans l'ordre chronologique inverse. Supposons que l'on s'intéresse à la spectroscopie prompte du noyau A_ZX . Lorsqu'une particule alpha dont l'énergie E_α correspond à la décroissance du noyau étudié est détectée à la position (x_2, y_2) , on recherche dans les données antérieures le recul associé qui a dû être détecté à la même position. Le temps de recherche se limite généralement à quelques périodes de décroissance. Le recul le plus proche en temps implanté à t_1 est alors identifié comme étant le noyau A_ZX . Le temps de vol dans le séparateur Δt_{vol} est connu ; le rayonnement émis autour de la cible au temps $t_0 = t_1 - \Delta t_{vol}$ est alors associé au noyau A_ZX .

confirmer l'identification du noyau, de mesurer le temps de vie partiel ou d'étiqueter des rayonnements prompts bâtis sur un état isomérique. Dans des noyaux déficitaires en neutrons plus légers (par exemple Pb, Bi, Po), les voies d'évaporation sont plus nombreuses et l'identification par décroissance alpha est indispensable.

Le spectromètre à gaz RITU, associé au multidétecteur Jurosphere est représenté figure 31. La longueur de RITU est d'environ 4 mètres. L'efficacité de détection de Jurosphere est d'environ 2 % pour la raie à 1.3 MeV du ^{60}Co . La transmission de RITU est d'environ 30 % pour les réaction asymétriques. Le dispositif au plan focal n'est pas représenté sur cette figure.

Le dispositif combinant Gammasphere constitué de 110 cristaux de germanium (efficacité $\simeq 10\%$) et le FMA [Dav92] (Argonne) permet également d'étudier la décroissance gamma prompt de noyaux très lourds.

4.7 Spectroscopie prompt de noyaux pair-pair

4.7.1 Spectroscopie gamma de $^{252,254}\text{No}$ et ^{250}Fm

Les premières expériences de spectroscopie gamma prompt de noyaux très lourds ont été réalisées sur le noyau ^{254}No , parallèlement à Jyväskylä [Lei99] et à Argonne [Rei99]. Le choix de ce noyau était motivé par la valeur exceptionnellement élevée de la section efficace de fusion froide $^{208}\text{Pb}(^{48}\text{Ca},2n)^{254}\text{No}$: voir paragraphe 2.7.

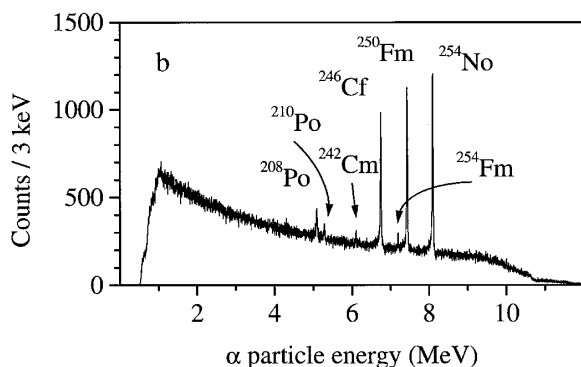


Figure 32: Spectre alpha de décroissance de ^{254}No [Lei99].

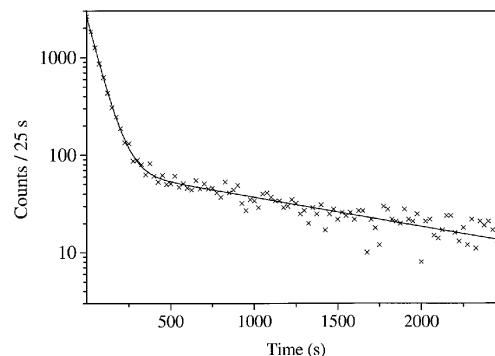


Figure 33: Mesure du temps de vie de ^{254}No [Lei99].

Nous nous focalisons ici sur l'expérience réalisée à Jyväskylä. Le dispositif autour de la cible était constitué de quatre détecteurs clover segmentés [She99] (SARI : Segmented Array at RItu) fournis par la collaboration EXOGAM complétés par un ensemble de trois détecteurs d'électrons de conversion de type mini-orange (ICEMOS : Internal Conversion Electron Mini-Orange Spectrometer). L'efficacité gamma du dispositif était de 1.7 % pour la raie à 1.3 MeV du ^{60}Co . Pour une intensité de faisceau de 10 pA, le taux de comptage total était d'environ 100 kHz. Après sélection des reculs, le taux de bons événements n'est que d'environ 10 coups par heure. On comprend ici l'intérêt de disposer d'un équipement performant. Le spectre alpha mesuré au plan focal est représenté figure 32. On distingue clairement la raie alpha de ^{254}No et de ses descendants ^{250}Fm , ^{246}Cf et ^{242}Cm . La raie du

^{254}Fm résulte de la capture électronique sur ^{254}No puis ^{254}Md . Les raies de $^{208,210}\text{Po}$ sont des contaminants.

Le spectre $t_\alpha - t_{recul}(^{254}\text{No})$ représenté figure 33 a permis de confirmer le temps de vie du noyau. Il présente deux composantes de temps de vie λ_{app} et λ_r qui sont inhérentes à la technique R.D.T. Le temps de vie de ^{254}No s'exprime par $\lambda_{app} = \lambda_{^{254}\text{No}} + \lambda_r$. La démonstration de cette relation prendrait plusieurs pages et n'est pas présentée ici.

Le spectre gamma sélectionné par les reculs (figure 34) est caractéristique de la décroissance d'une bande rotationnelle : ses transitions sont régulièrement espacées selon la relation $E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}I(I+1)$. Le spin des transitions est déterminé par la technique de Harris [Har65, Bec92] consistant à ajuster le spin en fonction de la fréquence de rotation $\omega \simeq E_\gamma(I)/2 : \hbar(I+1/2) = A\omega + B\omega^3$. Notons la présence des raies K_α et K_β associées au processus d'émission d'électrons de conversion. Les raies $4^+ \rightarrow 2^+$ et $2^+ \rightarrow 0^+$ ne sont d'ailleurs pas observées.

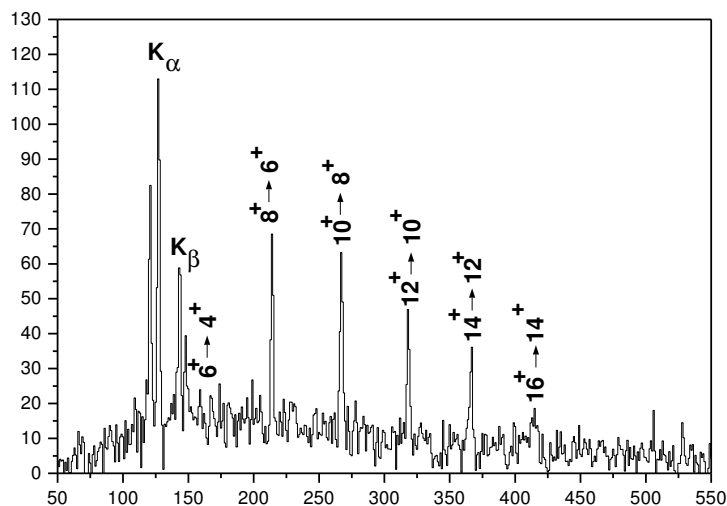


Figure 34: Spectre gamma du noyau ^{254}No [Lei99].

L'expérience réalisée parallèlement à Argonne avec le spectromètre Gammasphere associé au filtre FMA a procuré des spectres de qualité similaire [Rei99]. L'efficacité de détection de Gammasphere est de 10 %, bien supérieure à celle de SARI. Cette différence est compensée par le fait que la transmission du FMA ($\simeq 5\%$) est moins bonne que celle de RITU ($\simeq 30\%$).

Après le succès de l'expérience ayant permis d'observer une bande rotationnelle dans le ^{254}No , les noyaux ^{252}No [Her01a] puis ^{250}Fm [Cha02, Her02] ont été étudiés par spectroscopie gamma. Ces deux expériences ont été réalisées à l'université de Jyväskylä grâce au multidétecteur gamma Jurosphere constitué de 25 détecteurs germanium coaxiaux associé à RITU.

Les bandes rotationnelles obtenues pour les trois noyaux ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$ seront interprétées au paragraphe 4.7.3.

4.7.2 Spectroscopie électron

La spectroscopie gamma des noyaux pair-pair ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$ a permis d'observer la désexcitation de bandes rotationnelles jusqu'à la transition $6^+ \rightarrow 4^+$. Par exemple, le spectre gamma de désexcitation de ^{250}Fm (figure 35) ne permet pas d'observer les transitions $4^+ \rightarrow 2^+$ et $2^+ \rightarrow 0^+$ devant être situées vers 100 et 45 keV (la transition observée vers 100 keV ne fait pas partie de la bande rotationnelle). Ceci est dû au processus de conversion interne lors duquel la transition est émise sous la forme d'un électron de conversion.

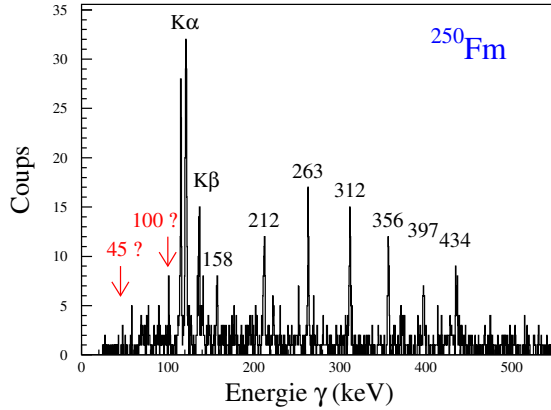


Figure 35: Spectre gamma du noyau ^{250}Fm [Cha02,Her02].

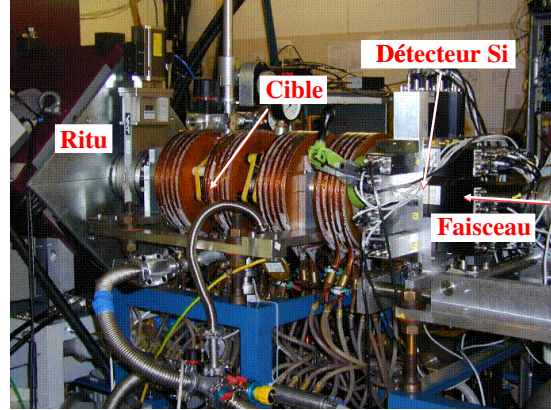


Figure 36: Spectromètre SACRED.

L'énergie est transférée à un électron du cortège électronique qui est éjecté avec une énergie $E_{\text{Electron}} = E_{\text{Transition}} - E_{\text{Liaison}}$. Où E_{Liaison} est l'énergie de liaison d'une des couches électroniques K, L, M... Le facteur de conversion interne α est défini comme le rapport des probabilité d'émettre un électron ou un gamma :

$$\alpha = \frac{N(\text{électron})}{N(\gamma)}. \quad (7)$$

La probabilité d'émettre un électron de conversion augmente avec le numéro atomique (Z^3), lorsque $E_{\text{Transition}}$ diminue et lorsque le moment angulaire transféré augmente. De plus, la probabilité d'émettre un électron K, L, M... est fonction de la multipolarité de la transition. Par exemple, le rapport α_K/α_L permet de trancher entre une transition E1, M1, E2, ... On trouvera une description détaillée du phénomène de conversion dans [Lec99]. Les coefficients de conversion peuvent être trouvés dans des tables [Hag68, Ros78, Dra00]. Pour une étude critique des calculs de coefficients de conversion, voir [Rys00].

Pour revenir au ^{250}Fm , le facteur de conversion α vaut 27 pour une transition E2 de 100 keV et 1200 pour une transition E2 de 45 keV. Il est donc exclu que ces transitions aient pu être observées par spectroscopie gamma.

Le spectromètre SACRED (Silicon Array for ConveRsiOn Electron Detection) [But95] installé à Jyväskylä permet de procéder à la spectroscopie électron de noyaux très lourds : voir figure 36.

SACRED est constitué d'un solénoïde transportant les électrons vers un détecteur annulaire segmenté. Le solénoïde peut être assimilé à une lentille magnétique. Lors de la collision, un nombre important d'électrons atomiques δ sont émis à basse énergie, polluant les spectres et augmentant le taux de comptage. Deux solutions permettent de s'en affranchir :

- les électrons δ sont émis préférentiellement à l'avant. Le détecteur silicium est donc placé à l'arrière. L'axe du solénoïde est décalé de 2.5 degrés par rapport à l'axe du faisceau ;
- une barrière électrostatique est placée dans le solénoïde. La tension négative de plusieurs dizaines de kV permet de tronquer le spectre à basse énergie.

Les spectres obtenus pour les noyaux ^{254}No et ^{250}Fm [But02, Her02] sont représentés figure 37. On observe sur ces spectres les transitions au-delà de $4^+ \rightarrow 2^+$. Les raies K ne sont pas observées lorsque l'énergie de transition est inférieure à l'énergie de liaison de la couche K. La mesure du rapport α_L/α_M confirme la multipolarité E2 des transitions. La tension de la barrière électrostatique ainsi que le seuil de détection ne permettent pas d'observer les transitions $2^+ \rightarrow 0^+$. Sur les spectres, on observe un fond centré vers 90 keV, interprété comme correspondant à la désexcitation de bandes rotationnelles de haut K (voir discussion dans [But02]).

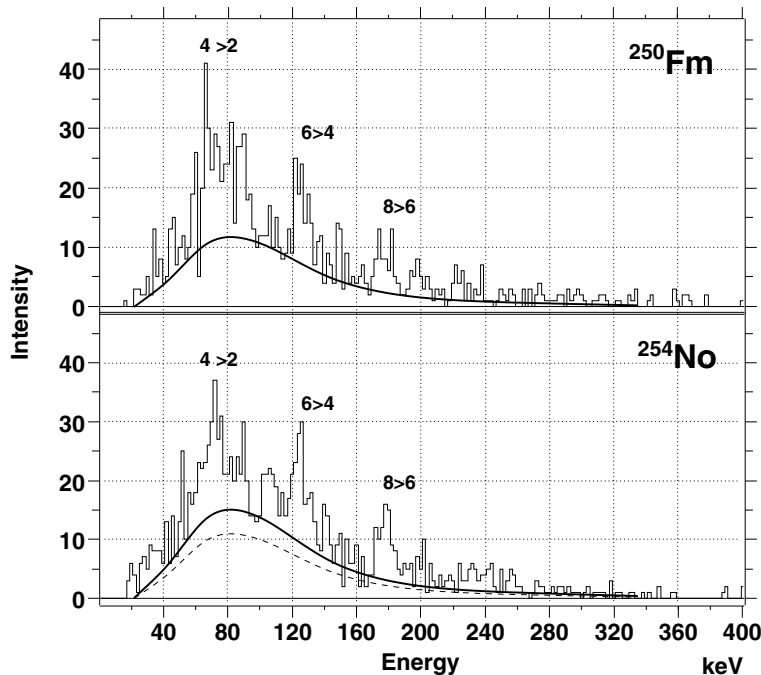


Figure 37: Spectres électron de ^{250}Fm et ^{254}No .

4.7.3 Discussion des spectres

Moment d'inertie

Les moments d'inertie cinématique $\mathcal{J}^{(1)}$ et dynamique $\mathcal{J}^{(2)}$ sont définis par :

$$\mathcal{J}^{(1)} = \hbar \frac{I(\omega)}{\omega} = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{dE}{dI^2} \right)^{-1} = -\frac{1}{\omega} \frac{dE'}{d\omega}, \quad (8)$$

$$\mathcal{J}^{(2)} = \hbar \frac{dI(\omega)}{d\omega} = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dI^2} \right)^{-1} = -\frac{d^2 E'}{d\omega^2}. \quad (9)$$

Le moment d'inertie dynamique $\mathcal{J}^{(2)}$ est fonction de la dérivée seconde de l'énergie par rapport au spin I . Dans le référentiel tournant, c'est également une fonction de la dérivée seconde de l'énergie E' par rapport à la fréquence de rotation ω . Cette quantité est donc très sensible aux changements de structure du noyau et convient pour confronter les résultats expérimentaux aux calculs théoriques. Expérimentalement, le moment d'inertie dynamique est extrait grâce à la relation :

$$\mathcal{J}^{(2)} = \hbar^2 \frac{4}{E_\gamma(I+2 \rightarrow I) - E_\gamma(I \rightarrow I-2)}. \quad (10)$$

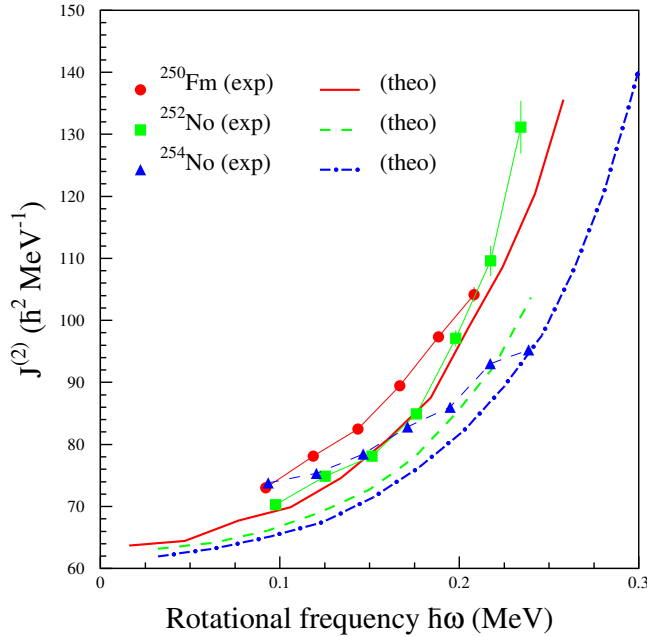


Figure 38: Moment d'inertie dynamique $\mathcal{J}^{(2)}$ expérimental et théorique pour les noyaux ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$.

Les moments d'inertie dynamiques $\mathcal{J}^{(2)}$ expérimentaux [Cha02, Lei99, Her01a] sont comparés aux calculs théoriques effectués à l'aide du modèle H.F.B. [Dug01] pour les noyaux ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$: figure 38.

L'augmentation de $\mathcal{J}^{(2)}$ est due à l'alignement de paires sous l'effet de la rotation (force de Coriolis). On observe pour ^{252}No une augmentation brutale vers $\hbar\omega = 0.15$ MeV ("upbending") qui n'est pas observée pour les autres noyaux. Il pourrait s'agir d'un croisement d'orbitales neutron qu'il est difficile d'interpréter à l'aide des calculs théoriques. L'accord entre l'expérience et la théorie peut être affiné en ajustant la force d'appariement, mais n'a pas de justification fondamentale en l'absence de données expérimentales plus complètes. Les mesures de masse pourraient à ce sujet être plus contraignantes [Dug01].

Moment quadripolaire et déformation

Nous avons vu au paragraphe 4.7.1 que les spins des transitions étaient assignés grâce à un ajustement de type Harris : $\hbar(I + 1/2) = A\omega + B\omega^3$. Une fois les paramètres A et B ajustés, l'énergie de la transition $2^+ \rightarrow 0^+$ peut être extrapolée.

Le moment quadripolaire électrique Q_0 peut ensuite être estimé grâce à la systématique de Grodzins [Gro62] reliant Q_0 à Z , A et E_{2^+} . Une étude récente a permis de raffiner cet ajustement pour les noyaux très lourds [Her01a]. Enfin, la déformation β peut être déduite à partir du moment quadripolaire électrique. Les résultats comparés aux calculs H.F.B [Dug01] sont résumés table 4.

	E_{2^+} (keV)	$Q_{0\text{exp}}(\text{e.fm}^2)$	$Q_{0\text{theo}}(\text{e.fm}^2)$	$\beta_{2\text{exp}}$
^{250}Fm	44.2	1325	1320	0.278
^{252}No	46.4	1347	1351	0.276
^{254}No	44.0	1412	1351	0.287

Table 4: Moment quadripolaire électrique et déformation des noyaux ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$.

Un excellent accord entre expérience et théorie est obtenu pour le moment quadripolaire électrique. Pour compléter les estimations expérimentales, il serait intéressant de mesurer les moments quadripolaires par excitation coulombienne, ou de faire une mesure du moment quadripolaire le long de la bande (par la méthode du plunger ou par D.S.A.M. : Doppler Shift Attenuation Method) pour mieux comprendre le moment d'inertie et l'"upbending" observé dans ^{252}No .

Moment angulaire et fission

Lors de la publication des résultats expérimentaux sur le ^{254}No obtenus à Jyväskylä et Argonne, de nombreux physiciens se sont interrogés sur l'étonnante stabilité vis-à-vis de la fission. On aurait pu en effet s'attendre à ce que ce noyau fissionne rapidement sous l'effet de la rotation et qu'il soit difficile d'observer une bande rotationnelle jusqu'aux spins 16^+ ou 18^+ .

Des calculs théoriques H.F.B. réalisés avec l'interaction de Gogny [Egi00] ou de Skyrme [Dug01] prouvent que la barrière de fission subsiste jusqu'à des moments angulaires supérieurs à $60 \hbar$. Ces résultats n'ont rien d'étonnant si l'on se réfère au modèle de la goutte liquide. S. Cohen, F. Plasil et W.J. Swiatecki ont étudié en 1974 l'effet de la

rotation sur la barrière de fission [Coh74]. La figure 39 extraite de cet article montre que pour les noyaux de masse 250, la barrière de fission subsiste jusqu'à un moment angulaire de $60 \hbar$.

L'énergie de la goutte liquide tournante s'exprime par :

$$E(Z, B, \beta, I) = E(Z, N, \beta) + \frac{\hbar^2 I^2}{2\mathcal{J}(Z, N, \beta)}. \quad (11)$$

Le dernier terme a pour effet de lisser la courbe d'énergie potentielle et donc de diminuer la barrière de fission. Plus précisément, le moment d'inertie d'un objet rigide s'exprime par $\mathcal{J} \simeq \mathcal{J}_{\text{sphère}}(1 + 0.3\beta)$ avec $\mathcal{J}_{\text{sphère}} = \frac{2}{5}A^{5/3}Mr_0^2$. Le dernier terme en I^2 est donc fonction de $A^{-5/3}$ et est donc d'autant plus faible que le noyau est lourd. Par conséquent, plus un noyau est lourd, moins la barrière de fission subira l'effet du moment angulaire et de la rotation. Cet effet est compensé par le fait que ces noyaux ont à spin nul une faible barrière de fission. Il n'y a rien d'étonnant à ce que les bandes rotationnelles subsistent à spins élevés.

Si les bandes rotationnelles ne sont pas observées jusqu'au spin $60 \hbar$, cela est dû au mode de production du noyau. Le noyau peuplé par fusion-évaporation est dans un premier temps chaud. L'émission de particules légères ou de rayonnements gamma entre alors en compétition avec la fission. Ce n'est qu'une fois que le noyau est froid (qu'il a atteint la ligne Yrast) que la relation 11 ou les calculs H.F.B. cités précédemment peuvent être appliqués. Le calcul du moment angulaire effectivement observé nécessiterait donc la prise en compte de la compétition entre fission, émission de particules et émission gamma lors du refroidissement du noyau vers la ligne Yrast.

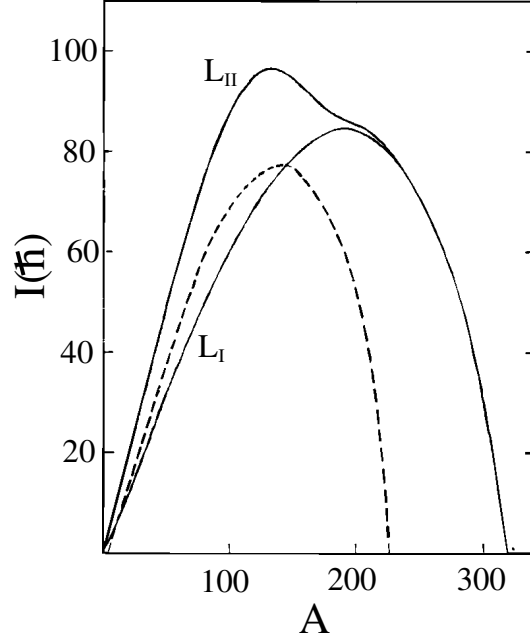


Figure 39: Moment angulaire maximum supporté par la goutte liquide [Coh74].

4.8 Spectroscopie prompt de noyaux impairs

Dans les noyaux pair-pair ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$, des bandes rotationnelles basées sur l'état fondamental ont été observées. La symétrie axiale et l'invariance par rotation de π autour de l'axe de rotation impliquent la désexcitation par transitions quadripolaires électriques.

La spectroscopie gamma des noyaux ^{253}No réalisée avec Gammasphere associé au FMA [Rei] et de ^{255}Lr réalisée avec SARI et RITU [Kan01] révèle une situation différente pour les noyaux impairs : des structures régulières caractéristiques d'une bande rotationnelle ne sont pas observées. Les spectres ne sont pas représentés ici, mais il faut souligner

dans les deux cas la forte intensité des raies X K_α et K_β indiquant une forte conversion électronique.

Pour les noyaux impairs, la relation $E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}I(I+1)$ ne peut plus être appliquée : il faut tenir compte de la brisure de symétrie axiale induite par la particule impaire. Pour $K \neq 1/2$, l'énergie de rotation s'écrit : $E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}(I(I+1) - K^2)$.

Dans le cas d'un noyau impair, K correspond à la projection Ω de la particule couplée au cœur pair-pair apparié. K peut également être non nul dans un noyau pair-pair suite à la brisure d'une paire.

La brisure de symétrie autorise également les transitions $\Delta I = 1$ représentées sur le schéma de niveaux figure 40b. On est alors en présence de deux bandes rotationnelles $\Delta I = 2$ connectées par des transitions dipolaires magnétiques M1.

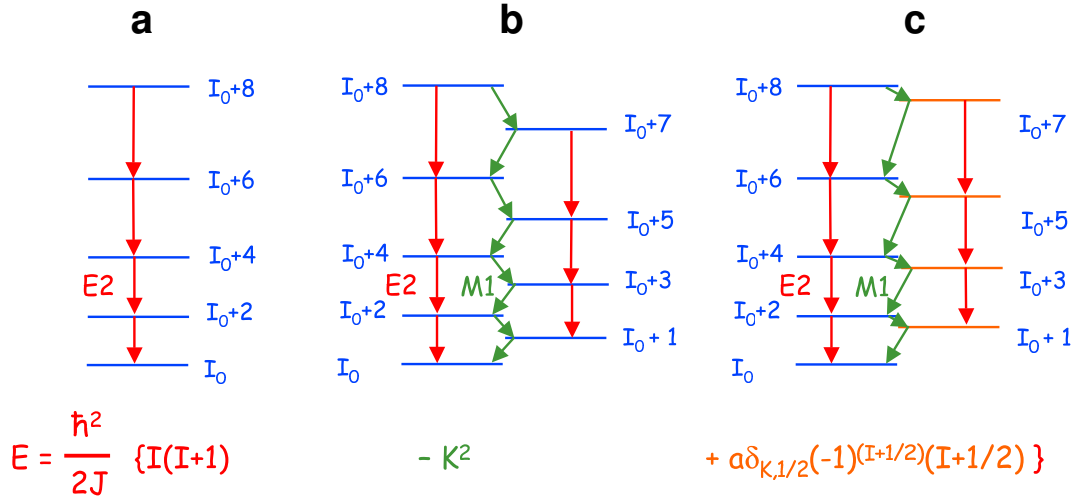


Figure 40: Modes de rotation.

L'intensité relative des transitions M1 et E2 se calcule à partir des probabilités de transitions $B(E2)$ et $B(M1)$:

$$B(E2) = \frac{5}{16\pi} \langle I K 2 0 | I - 2 K \rangle^2 Q_0^2 (e^2 \cdot fm^4), \quad (12)$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} K^2 (g_K - g_R)^2 \langle I K 1 0 | I - 1 K \rangle^2 (\mu_n^2); \quad (13)$$

g_R est le facteur gyromagnétique de rotation qui vaut Z/A en supposant la rotation uniforme du noyau. g_K est le facteur gyromagnétique. Si une seule particule est non-appariée, le facteur gyromagnétique vaut : $g_K = g_l + (g_s - g_l) \frac{\langle S_z \rangle}{K}$, où $\langle S_z \rangle$ est la projection du spin de l'orbitale sur l'axe de symétrie. Cette quantité dépend fortement de la nature de l'orbitale considérée (le cas où deux orbitales non appariées sont impliquées est plus complexe : voir par exemple [Don87]). Par conséquent, g_K puis $B(M1)$ sont fonction de l'orbitale couplée au cœur pair-pair. Chaque taux de transition $T(E2)$ et $T(M1)$ total (gamma et conversion interne) s'exprime par :

$$T(E2) = 1.223 \cdot 10^9 E^5 B(E2)(1 + \alpha_{E2}), \quad (14)$$

$$T(M1) = 1.779 \cdot 10^{13} E^3 B(M1)(1 + \alpha_{M1}). \quad (15)$$

On obtient finalement :

$$\frac{T(M1)}{T(E2)} \propto \frac{K^2(g_K - g_R)^2 \langle I K 1 0 | I - 1 K \rangle^2}{\langle I K 2 0 | I - 2 K \rangle^2} \frac{1}{E^2}. \quad (16)$$

Lorsque $g_K \simeq g_R$, les transitions E2 sont plus intenses que les transitions M1. Selon l'orbitale considérée, il y a donc soit prédominance des transitions M1 de basse énergie fortement converties, soit prédominance de transitions E2 plus facilement observables par spectroscopie gamma.

Prenons l'exemple de ^{253}No . Les calculs théoriques [Cwi94] prédisent un état fondamental $9/2^-$ ($[734]9/2^-$) et un premier état excité $7/2^+$ ($[624]7/2^+$). Pour l'état fondamental, les calculs prédisent $g_K = -0.25$, favorisant les transitions M1, alors que pour l'état excité $g_K = 0.28$ favorise les transitions E2.

Expérimentalement, la spectroscopie électron de ^{253}No [Her01b] a révélé la présence d'une bosse non résolue vers 100 keV bien reproduite par une simulation supposant $g_K = -0.25$: voir figure 41. La spectroscopie gamma effectuée à Gammasphere suggère par contre la présence de deux bandes E2 (voir figure 42) bien reproduites par une simulation supposant $g_K = 0.28$. Bien que des transitions régulièrement espacées soient observées, il n'est pas possible de conclure en l'absence de transitions M1.

Il est donc très probable que la bande fondamentale, se désexcitant par transitions M1 fortement converties n'ait été observée que par spectroscopie électron, alors que la bande basée sur l'état excité $7/2^+$ se désexcitant par transitions gamma E2 n'ait été observée qu'avec Gammasphere.

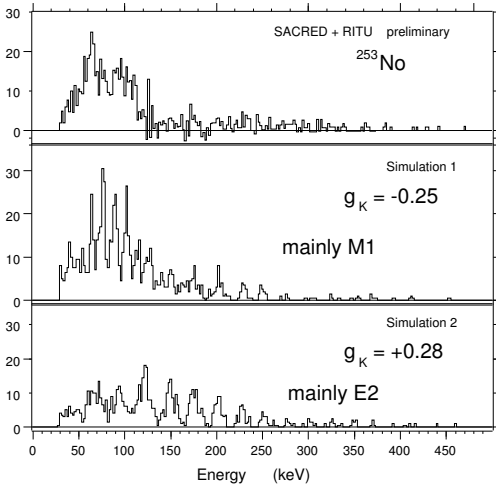


Figure 41: Spectroscopie électron de ^{253}No [Her01b].

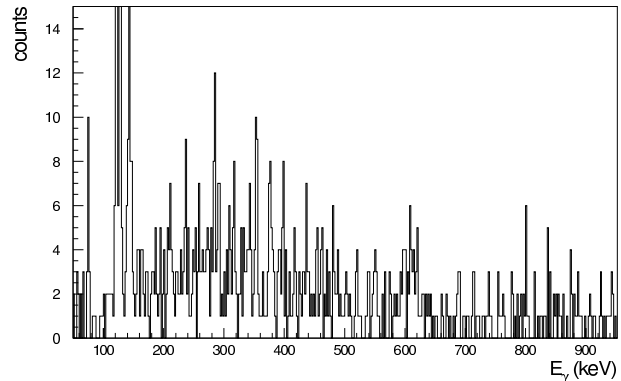


Figure 42: Spectroscopie gamma de ^{253}No [Rei].

Les noyaux pour lesquels $K = 1/2$ présentent une difficulté supplémentaire. La force de Coriolis couple les états $\Delta K = \pm 1$, conduisant à la relation :

$$E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \{I(I+1) - K^2 + a\delta_{K,1/2}(-1)^{(I+1/2)}(I+1/2)\}. \quad (17)$$

a est le paramètre de découplage qui dépend de l'orbitale considérée ; pour le formalisme, on pourra se référer à [Nil55].

L'effet de ce paramètre est de "décaler" la bande $\alpha = +1/2$ ($3/2^+$, $7/2^+$...) soit vers le haut ($a > 0$), soit vers le bas ($a < 0$). On a alors affaire à deux bandes découplées : voir figure 40c. Le rapport des probabilités de transition $B(M1)/B(E2)$ est également affecté par $K = 1/2$ [Nil55, Hjo70].

Jusqu'à présent, aucune étude de bande $K = 1/2$ n'a été menée dans la région des transférmiens. Le noyau ^{251}Md est un bon candidat puisque son état fondamental devrait correspondre à l'orbitale $[521]1/2^-$. La spectroscopie électron et gamma de ce noyau seront prochainement effectuées à Jyväskylä.

Par le biais de la mesure des transitions M1 et E2 (ou grâce à leur non-observation), la spectroscopie de noyaux impairs permet de déduire le facteur g_K , caractéristique de l'orbitale considérée. Il est donc possible de déduire la nature de l'orbitale mise en jeu. Pour $K = 1/2$, le paramètre de découplage apporte une contrainte supplémentaire et délivre à lui seul des informations. Cela n'était pas le cas pour les bandes fondamentales de noyaux pair-pair basées sur des états 0^+ : les corrélations d'appariement conduisent à un mélange de configurations. L'état 0^+ n'est donc pas pur et ses propriétés résultent des paires impliquées. Il est dans ce cas plus difficile d'en déduire les propriétés des orbitales individuelles. Dans les noyaux impairs, les propriétés électromagnétiques sont le reflet de la particule couplée au cœur dont on peut déduire les caractéristiques, en particulier le spin et la parité. Les noyaux impairs sont donc, à ce sujet, plus contraignants que les noyaux pair-pair vis-à-vis de la théorie.

4.9 Récapitulatif

La spectroscopie des noyaux très lourds fait appel à deux techniques complémentaires ayant chacune leurs contraintes :

- la spectroscopie après décroissance alpha permet de bâtir des schémas de niveaux à basses énergies d'excitations et à faibles moments angulaires. Des états non-yrast sont donc accessibles. L'analyse à l'aide du facteur HF , associée à la détection d'électrons de conversion et des rayonnements gamma permet d'assigner spin et parité aux états. Cette technique est particulièrement efficace pour étudier les excitations individuelles de particules ;
- la spectroscopie prompt (gamma ou électrons de conversion) permet d'étudier la désexcitation de noyaux peuplés à haut moment angulaire et s'applique essentiellement à l'étude des propriétés collectives (rotation). Les récentes études menées sur ^{250}Fm , $^{252,254}\text{No}$ ont permis d'observer des bandes bien reproduites par

la théorie. Dans les noyaux impairs, les propriétés électromagnétiques permettent de déterminer les caractéristiques de la tête de bande.

5 Les noyaux lourds et super-lourds au GANIL

Le laboratoire GANIL (Grand Accélérateur National d'Ions Lourds) installé à Caen permet d'accélérer des faisceaux d'intensité élevée et dispose d'un filtre de Wien. Cette installation possède donc les atouts pour étudier des noyaux très lourds et super-lourds. Nous décrivons dans ce paragraphe le dispositif FULIS dédié à l'étude des éléments super-lourds ainsi que les projets en cours et à venir, en terminant par les potentialités offertes par le couplage entre EXOGAM et VAMOS.

5.1 Le dispositif FULIS et les super-lourds

Le dispositif FULIS (FUSion à LISe) s'appuie en grande partie sur le spectromètre LISE III (Ligne d'Ions Super Epluchés), et plus particulièrement sur son filtre de Wien. La section de LISE constituée par le spectromètre achromatique est ici utilisée comme ligne de faisceau standard jusqu'à l'entrée du filtre de Wien où une cible tournante est installée. Après séparation dans le filtre, les résidus sont identifiés et étudiés au plan focal du spectromètre. Le dispositif est schématisé figure 43 [Gre02].

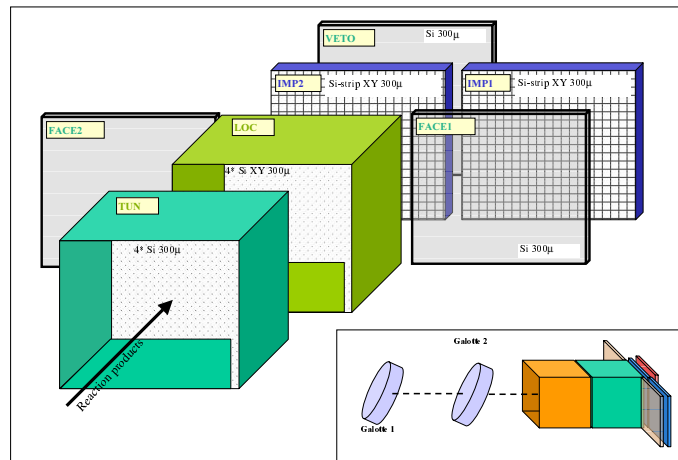


Figure 43: Dispositif de détection au plan focal de FULIS.

Les temps de vol est mesuré grâce à deux gallettes des micro-canaux. Les résidus et alphas sont mesurés grâce à un détecteur silicium segmenté. Un tunnel placé à l'avant permet de détecter les alphas s'échappant du silicium d'implantation. Lorsqu'un recul est identifié, il est possible de déplacer le détecteur d'implantation hors de la ligne de faisceau pour mesurer les alphas sans que de nouveaux reculs introduisent des corrélations fortuites. Un deuxième détecteur d'implantation prend alors le relais dans l'axe du faisceau.

La première expérience réalisée en décembre 1999 a eu pour but de reproduire l'élément 118 après l'annonce de sa découverte par le laboratoire de Berkeley.

Les noyaux $^{260,261}\text{Sg}$ ont été produits en décembre 2000 par la réaction $^{54}\text{Cr} + ^{208}\text{Pb}$ et identifiés par leur chaîne de décroissance. Une transmission supérieure à 60 % et un facteur de suppression du faisceau de $2 \cdot 10^{10}$ ont été mesurés.

Les expériences se focalisent maintenant sur des éléments plus lourds, sur d'autres modes de production : fusion en cinématique inverse ou réactions symétriques, et sur l'étude de la structure de noyaux très lourds. Ces thématiques sont brièvement décrites dans les paragraphes qui suivent.

5.2 Fusion en cinématique inverse

Les expériences présentées dans ce cours ont jusqu'à présent utilisé un faisceau léger accéléré sur une cible lourde (Pb, Bi ou actinides). La fusion en cinématique inverse consiste à réaliser le processus opposé : le faisceau est lourd et la cible légère.

Les avantages de cette technique sont les suivants [Pet01] :

- une meilleure focalisation des résidus à l'avant est obtenue, impliquant une meilleure transmission ;
- des cibles plus épaisses peuvent être utilisées puisque la dispersion angulaire est réduite. Autre conséquence : la gamme d'énergie d'excitation couverte est plus large : typiquement 10 MeV alors qu'elle se restreint à 3-4 MeV pour des cibles lourdes. Ce point est crucial lorsque la fonction d'excitation n'est pas connue ;
- les reculs étant plus énergétiques qu'en réaction directe, une meilleure discrimination des résidus, voir une estimation du numéro atomique est possible. Les reculs sont de plus implantés plus profondément ; les alphas s'échappant du détecteur d'implantation perdent donc plus d'énergie et l'énergie totale relaxée par la fission peut être mesurée ;
- le choix des cibles étant généralement plus étendu que celui des faisceaux, de nouveaux isotopes peuvent être produits. D'autre part, la température de fusion des cibles de Pb-Bi est très faible (respectivement 327 et 271°C), contraignant l'intensité de faisceau. Ce n'est généralement pas le cas pour des cibles légères.

En conclusion, un facteur 1.5 à 2 peut être gagné en transmission ; la production peut être accrue d'un facteur 2 à 6. Les perspectives ouvertes par cette technique sont donc nombreuses, en particulier la production d'isotopes au delà de $Z=112$.

5.3 Fusion en réaction symétrique

L'utilisation de réactions symétriques pour la synthèse de noyaux très lourds ou super-lourds est encore marginale, mais pourrait être attrayante tant du point de vue du mécanisme de réaction que du point de vue des noyaux accessibles.

Le premier avantage des réactions symétriques est leur très faible chaleur de réaction conduisant à un noyau composé froid. Par exemple, la chaleur de réaction de $^{136}\text{Xe} +$

^{124}Sn vaut $Q_{CN} = -275$ MeV ; l'énergie du noyau composé ^{260}Rf à la barrière de Bass est de 7 MeV seulement.

Les calculs théoriques indiquent généralement une réduction de la section efficace de production en réaction symétrique. A l'opposé, certains auteurs [Den01] suggèrent un accroissement pour ces systèmes. Etant donné que les calculs reproduisent difficilement les sections efficaces de fusion-évaporation, il apparaît indispensable de les mesurer en réaction symétrique. Autre avantage : les réactions symétriques produisent des isotopes plus riches en neutrons que les réactions de fusion froide, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives.

La réaction $^{136}\text{Xe} + ^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{260}\text{Rf}$ sera prochainement étudiée au GANIL [Dro02].

5.4 Spectroscopie après décroissance alpha de noyaux très lourds

Nous avons déjà mentionné que la structure de noyaux très lourds au delà du fermium était très mal connue. A titre d'exemple, le spin et la parité des isotopes de mendélévium est inconnu ou incertain sur toute la chaîne. Nous avons également mentionné que la spectroscopie gamma et électrons de conversion après décroissance alpha était un outil idéal pour de telles études. C'est dans cette optique que le noyau ^{251}Md sera étudié au GANIL.

Le dispositif BEST (Box for Electron Spectroscopy after Tagging) combine la détection des reculs et des alphas (détecteur silicium segmenté), des rayonnements gamma (détecteurs clover segmentés fournis par la collaboration EXOGAM), et des électrons de conversion (tunnel de détecteurs silicium). La grande efficacité de ce dispositif ($\epsilon(\gamma) > 10\%$, $\epsilon(\text{électron}) \simeq 30\%$) combiné à la haute intensité des faisceaux de GANIL devra permettre d'obtenir une haute statistique. Le spin et la parité de l'état fondamental ainsi que des premiers états excités pourront être mesurés.

5.5 EXOGAM et VAMOS

Nous terminons cette présentation des potentialités du GANIL par les détecteurs EXOGAM et VAMOS. EXOGAM est un multidétecteur de rayonnements gamma constitué de détecteurs Ge segmentés de haute efficacité ($\simeq 20\%$ à 1.3 MeV). EXOGAM est destiné à être couplé au spectromètre VAMOS (VARIABLE MOde Spectrometer) dont la transmission est supérieure à 60 % pour les réactions de fusion-évaporation. Par rapport à Jurosphere et RITU, un gain d'un facteur environ 100 sera obtenu pour les coïncidences gamma-gamma-recul.

Lorsque le couplage de ces détecteurs sera opérationnel, des performances inégalées seront donc atteintes. La disponibilité de faisceaux radioactifs (SPIRAL puis SPIRAL II pour les faisceaux riches en neutrons) est une potentialité supplémentaire.

6 Le futur des noyaux très lourds et super-lourds

Les dispositifs actuellement en service atteignent leurs limites lors de l'étude d'événements très rares. Il est nécessaire d'accroître leurs performances ou d'en construire de nouveaux pour aller de l'avant. Les avancées dans la recherche et l'étude des noyaux très lourds nécessitent soit une production accrue, soit un meilleur système de détection.

6.1 Production : mécanisme, faisceaux de très haute intensité et radioactifs

En ce qui concerne la production, nous avons déjà mentionné l'étude des réactions symétriques ou en cinématique inverse ; le point sensible étant toujours les faibles sections efficaces de production.

L'augmentation de statistique implique bien entendu la disponibilité de faisceaux de très haute intensité supérieure à $1\text{p}\mu\text{A}$. Il est donc indispensable d'envisager à moyen terme la construction d'un nouvel accélérateur permettant de délivrer de tels faisceaux (il faut également songer à remplacer les accélérateurs dont la fermeture est programmée). Il est également indispensable qu'un tel laboratoire dispose d'une ligne de faisceau et d'un appareillage dédié aux éléments très lourds et super-lourds : le montage et démontage de dispositifs expérimentaux conduit souvent à des résultats insatisfaisants, voir à des échecs. Des groupes de travail sont en place pour définir un tel projet.

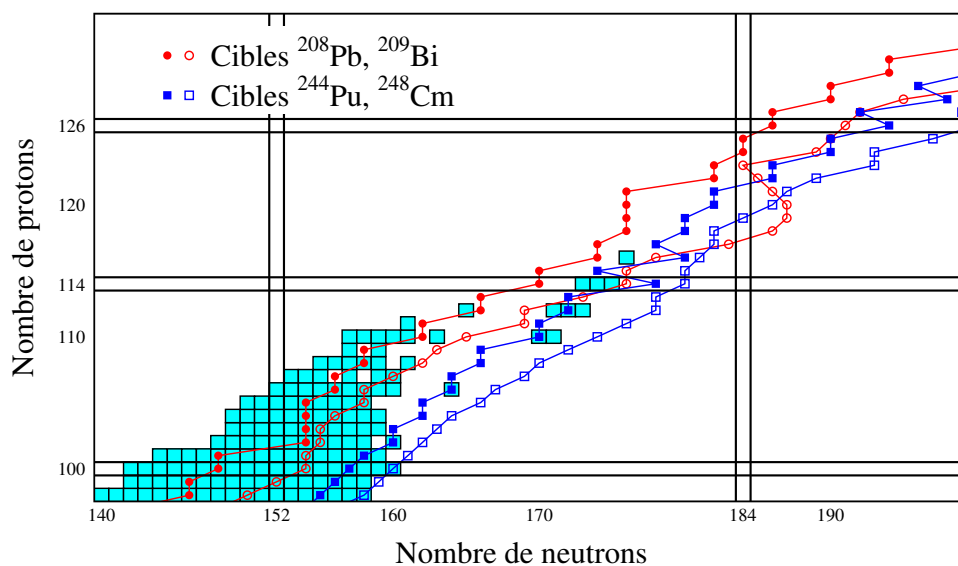


Figure 44: Noyaux composés produits en utilisant des faisceaux stables et radioactifs. Les symboles pleins (creux) correspondent aux faisceaux stables (radioactifs).

La production de nouveaux isotopes a comme obstacle les combinaisons disponibles de

cibles et de faisceaux. Pour produire des isotopes plus riches en neutrons, il sera nécessaire d'utiliser des faisceaux ou des cibles radioactifs.

Les potentialités d'explorer la carte des noyaux vers les isotopes riches en neutrons sont illustrées figure 44 (figure inspirée de [Hof01]). Les cercles pleins indiquent les noyaux composés les plus riches en neutrons accessibles en bombardant une cible de ^{208}Pb ou ^{209}Bi par un faisceau stable. Les cercles creux correspondent aux faisceaux radioactifs (nous avons considéré ici les faisceaux radioactifs pouvant être produits avec une intensité supérieure à 10^9 p.p.s : voir proposition R.I.A. [RiaW]).

Outre le gain obtenu, il faut noter que l'utilisation des faisceaux riches en neutrons permet d'accroître les sections efficaces de production. Un gain supplémentaire est obtenu en utilisant des cibles de ^{244}Pu ou de ^{248}Cm : carrés pleins pour les faisceaux stables et carrés creux pour les faisceaux radioactifs. Ces combinaisons permettront de combler la zone située au sud-ouest des isotopes $^{289}114$ et $^{292}116$ découverts à Dubna et dont les chaînes de décroissance restent flottantes.

6.2 Détection au plan focal et mesures de masse

L'efficacité de détection des résidus au plan focal des spectromètres peut difficilement être accrue. La marge de manœuvre pour accroître l'efficacité de détection gamma, électrons de conversion ou bêta est par contre très large. Nous avons déjà mentionné le dispositif BEST (paragraphe 5.4). Le dispositif GREAT (Gamma Recoil Electron Alpha Tagging) en cours d'installation à Jyväskylä permet d'accroître l'efficacité et la sensibilité [Gre1W]. Particularité de ce détecteur : son électronique sans trigger (T.D.R. : Total Data Readout [Laz01]) permet de réduire le temps mort et d'adapter par logiciel les fenêtres de coïncidence.

Le projet européen EXOTAG se propose également de développer des systèmes de détection destinés à RITU (Jyväskylä), SHIP et FRS (GSI), LISE et VAMOS (GANIL) et Rex-Isolde (CERN) [TagW].

Enfin, le projet européen EXOTRAP développe des pièges à ions destinés à GANIL, GSI, Jyväskylä et Leuven. Ces dispositifs permettront, entre autres, de mesurer la masse de noyaux lourds et très lourds avec une grande précision [TraW].

6.3 Spectroscopie prompt : de Jurosphere à AGATA

L'efficacité des meilleurs multidétecteurs gamma en service est d'environ 10 %. Jurosphere ayant permis de produire de nombreux résultats dans les nobéliums et fermiums a quant à lui une efficacité de 1.7 %. Il est donc possible d'accroître ces performances. Dans un futur très proche, Jurosphere sera remplacé par Jurogam constitué de 45 détecteurs coaxiaux. Une efficacité d'environ 4 % sera obtenue.

Nous avons précédemment évoqué le couplage à cours terme d'EXOAM et de VAMOS.

A plus long terme, les multidétecteurs AGATA [Duc01] en Europe et GRETA [Gre2W] aux Etats-Unis devraient permettre d'atteindre des efficacités de l'ordre de 50 %. AGATA est un projet européen visant à construire d'ici la fin de la décennie un dispositif constitué de détecteurs germanium multisegmentés. Jusqu'à présent, tous les détecteurs gamma

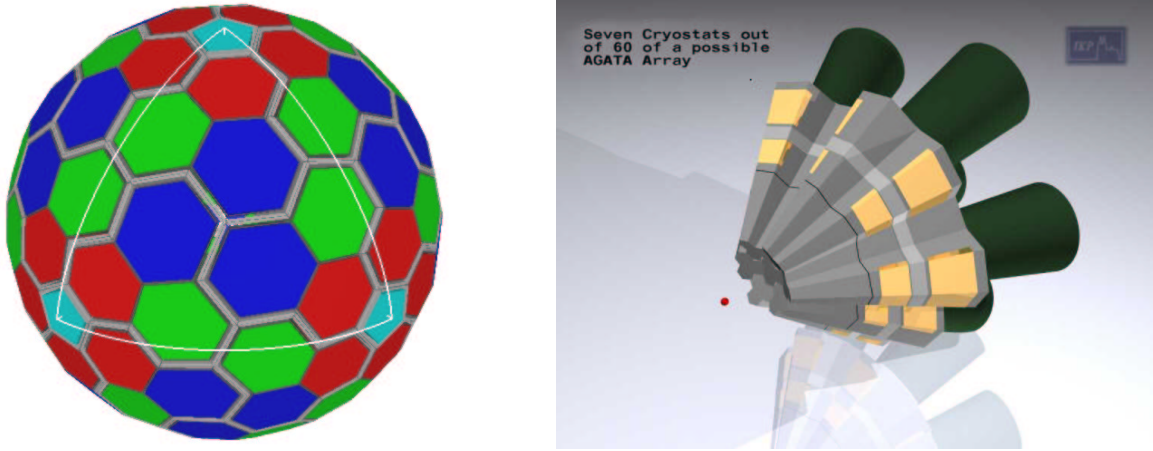


Figure 45: Gauche : vue schématique de la boule AGATA. Droite : module AGATA constitué de 7 cristaux.

disposaient d'enceintes anti-compton afin d'identifier les diffusions hors des cristaux de germanium, avec pour inconvénient une réduction de l'angle solide. AGATA sera constitué uniquement de détecteurs germanium et les diffusions seront identifiées grâce à la haute segmentation des cristaux (tracking gamma) : voir figure 45.

Autre avantage considérable : l'électronique digitale d'AGATA permettant de réduire le temps mort, associée au faible volume des segments autorisera l'utilisation de faisceaux intenses. Avec AGATA, l'utilisation de faisceaux de 100 pA semble raisonnable.

Les efficacités des multidétecteurs Ge couplés à un spectromètre sont résumées table 5.

Très prochainement, EXOGAM couplé à VAMOS permettra un gain considérable. Le couplage d'AGATA avec un spectromètre de haute efficacité permettra d'obtenir des performances d'autant plus impressionnantes que des faisceaux de haute intensité seront utilisés. Avec ce dispositif, la spectroscopie de ^{106}Sg devrait être possible ; il est raisonnable d'envisager la spectroscopie gamma au-delà de $Z=108$.

	$\epsilon_\gamma(1.3 \text{ MeV})$	ϵ_r	$\epsilon_r \cdot \epsilon_\gamma^{\geq 1}$	$\epsilon_r \cdot \epsilon_\gamma^{\geq 2}$	Imax
Jurosphere + RITU	1.7 %	25 %	4 %	0.3 %	$\simeq 10 \text{ pA}$
Jurogam + RITU	4 %	25 %	10 %	2 %	$\simeq 10 \text{ pA}$
Gammasphere + FMA	10 %	5 %	3.5 %	1.4 %	$\simeq 10 \text{ pA}$
Exogam + Vamos	20 %	60 %	50 %	30 %	$\simeq 10 \text{ pA}$
AGATA + ?	50 %	60 %	60 %	50 %	$>100 \text{ pA}$

Table 5: Efficacité de multidétecteurs couplés à un spectromètre. Les efficacités $\epsilon_\gamma^{\geq 1}$ et $\epsilon_\gamma^{\geq 2}$ sont estimées pour une énergie de transition de 500 keV et pour une multiplicité gamma de 6.

Conclusion

Les éléments très lourds et super-lourds déstabilisés par la répulsion coulombienne des protons qui les constituent ne doivent leur existence souvent éphémère qu'à des effets de couches.

Un demi-siècle aura été nécessaire pour parcourir la carte des noyaux de l'einsteinium à l'élément 116. La quête de l'îlot super-lourd est parsemée d'obstacles tant expérimentaux que théoriques, et est loin d'être achevée. S'il faut connaître plus, il faut aussi connaître mieux : parallèlement à cette quête, l'étude des noyaux très lourds a connu des progrès spectaculaires ces dernières années.

Pour aller de l'avant, tant du point de vue de la recherche d'éléments super-lourds que des études spectroscopiques, le physicien devra construire de nouveaux instruments, approfondir les mécanismes de réaction, développer des nouveaux faisceaux et affiner les modèles. Les nombreux projets émergeant et l'engouement des expérimentateurs et théoriciens permettent d'être optimiste quant à l'avenir des noyaux lourds et super-lourds.

Il y a dix ans, la spectroscopie gamma de ^{254}No était illusoire ; c'est maintenant un cas d'école. Souhaitons donc que les résultats récents présentés dans ce cours soient rapidement dépassés.

Merci à toutes les personnes qui m'ont aidé à préparer ce cours : Michael Bender, Paul Bonche, Emmanuelle Bouchez, Audrey Chatillon, Roland Dayras, Antoine Drouard, Thomas Duguet, Paul Greenlees, Paul Henri Heenen, Rodi Herzberg, Alexia Hürstel, Wolfram Kortén, Yves Le Coz, Christelle Stodel et Jean Péter.

Références

- [Ahm77] I. Ahmad *et al.* Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 12.
- [Ahm78] I. Ahmad *et al.* Phys. Rev. C 17 (1978) 17.
- [Ahm90] I. Ahmad *et al.* Phys. Lett. B 251 (1990) 338.
- [And75] E. Anders *et al.* Science 190 (1975) 1262.
- [Arm95] P. Armbruster. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35 (1995) 135.
- [Aud95] G. Audi *et al.* Nucl. Phys. A 595 (1995) 409.
- [BMv1] A. Bohr et B. Mottelson. Nuclear structure vol. 1. W.A. Benjamin, 1969.
- [Bar92] R.C. Barber *et al.* Prog. Part. Nucl. Phys. 29 (1992) 453.
- [Bas74] R. Bass. Nucl. Phys. A 231 (1974) 45.
- [Bec92] J. Becker *et al.* Phys. Rev. C 46 (1992) 889.
- [Bem73] C.E. Bemis *et al.* Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 647.
- [Ben99] M. Bender *et al.* Phys. Rev. C 60 (1999) 034304.

- [Ben01] M. Bender *et al.* Phys. Lett. B 515 (2001) 42.
- [Boh39] A. Bohr et J.A. Wheeler. Phys. Rev. 56 (1939) 426.
- [Duc01] G. Duchêne. Ecole Joliot-Curie de Physique nucléaire, 2001.
- [Bur98] T. Bürvenich *et al.* Eur. Phys. J. A 3 (1998) 139.
- [But95] P.A. Butler *et al.* Nucl. Inst. and Meth. A 381 (1995) 433.
- [But02] P.A. Bulter *et al.* Phys. Rev. Lett. 89 (2002) 202501.
- [Cha02] A. Chatillon. Mémoire de DEA. CEA-Saclay/Université Lyon I, 2002; rapport DAPNIA-02-256 disponible sur le site www-dapnia.cea.fr/Doc/Publications/Sphn/sphn02.php.
- [Cha79] J. Chatt *et al.* Pure & Appl. Chem. 51 (1979) 381.
- [Coh74] S. Cohen, F. Plasil et W.J. Swiatecki. Ann. Phys. 82 (1974) 557.
- [Cor40] D.R. Corson *et al.* Phys. Rev. 57 (1940) 459.
- [Cwi94] S. Ćwiok, S. Hofmann et W. Nazarewicz. Nucl. Phys. A 573 (1994) 365.
- [Cwi96] S. Ćwiok *et al.* Nucl. Phys. A 611 (1996) 246.
- [Dav92] C.N. Davids *et al.* Nucl. Inst. and Meth. B 70 (1992) 358.
- [Dec99] J. Dechargé *et al.* Phys. Lett. B 451 (1999) 275.
- [Dem84] A.G. Demin *et al.* Z. Phys. A 315 (1984) 197.
- [Den01] V. Yu. Denisov. Prog. Part. Nucl. Phys. 46 (2001) 303.
- [Des02] Ph. Dessagne. Ecole Joliot-Curie de Physique nucléaire, 2002.
- [Die97] K. Dietrich et K. Pomorski. Nucl. Phys. A 627 (1997) 175.
- [Don87] F. Dönau. Nucl. Phys. A 471 (1987) 469.
- [Don64] E.D. Donets *et al.* At. Energ. 16 (1964) 195; Sov. J. At. En. 16 (1964) 233.
- [Don65] E.D. Donets *et al.* At. Energ. 19 (1965) 109; Sov. J. At. En. 19 (1965) 95.
- [Don66a] E.D. Donets *et al.* Sov. J. Nucl. Phys. 2 (1966) 723.
- [Don66b] E.D. Donets *et al.* At. Energ. 20 (1966) 223; Sov. J. At. En. 20 (1966) 257.
- [Dra00] O. Dragoun *et al.* J. Phys. G 26 (2000) 1461.
- [Dro02] A. Drouard *et al.* Proposition d'expérience GANIL E411.
- [Dru71] V.A. Druin *et al.* Sov. J. Nucl. Phys. 13 (1971) 139.
- [Dug01] Th. Duguet, P. Bonche et P.-H. Heenen. Nucl. Phys. A 679 (2001) 427; communication privée.
- [Egi00] J.L. Egidio et L.M. Robledo. Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 1198.

- [Esk70] P. Eskola *et al.* Phys. Rev. C 2 (1970) 1058.
- [Esk71] P. Eskola *et al.* Phys. Rev. C 4 (1971) 632.
- [Esk73] P. Eskola *et al.* Phys. Rev. C 7 (1973) 280.
- [Fie57] P.R. Fields *et al.* Phys. Rev. 107 (1957) 1460.
- [Fir96] R.B. Firestone et V.S. Shirley. Tables of Isotopes. Eighth edition. Willey-Interscience publication, 1996.
- [Fle40] G.N. Flerov et K.A. Petrzhak. Phys. Rev. 58 (1940) 89.
- [Fle64] G.N. Flerov *et al.* Phys. Lett. 13 (1964) 73.
- [Fle68] G.N. Flerov *et al.* JINR Preprint P7-3808.
- [Fle77] G.N. Flerov *et al.* Sov. J. Nucl. Phys. 26 (1977) 237.
- [Fle79] G.N. Flerov *et al.* Z. Phys. A 292 (1979) 43.
- [Fle81] G.N. Flerov et G.M. Ter-Akopian. Pure & Appl. Chem. 53 (1981) 909.
- [Fle85] G.N. Flerov et G.M. Ter-Akopian. Treatise on Heavy-Ion Science Vol 4, p333. Plenum press, 1985.
- [Gag89] H.W. Gäggeler *et al.* Nucl. Phys. A 502 (1989) 561c.
- [Gag02] H.W. Gäggeler. Ecole Joliot-Curie de Physique nucléaire, 2002.
- [Gen76] R.V. Gentry *et al.* Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 11.
- [Ghi54] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. 93 (1954) 257.
- [Ghi55a] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. 99 (1955) 1048.
- [Ghi55b] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. 98 (1955) 1518.
- [Ghi58] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. Lett. 1 (1958) 18.
- [Ghi61] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. Lett. 6 (1961) 473.
- [Ghi69] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 1317.
- [Ghi70] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. Lett. 26 (1970) 1498.
- [Ghi74] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 1490.
- [Ghi88] A. Ghiorso *et al.* Nucl. Inst. and Meth. A 269 (1988) 192.
- [Ghi95] A. Ghiorso *et al.* Phys. Rev. C 51 (1995) R2293.
- [Gre02] S. Grévy *et al.* J. Nucl. Radiochem. Sci. 3 (2002) 9.
- [Gro62] L. Grodzins. Phys. Lett. 2 (1962) 88.
- [Hag68] R.S. Hager et E.C. Seltzer. Nucl. Data A 4 (1968) 1.

- [Hal89] H.L. Hall *et al.* Phys. Rev. C 39 (1989) 1866.
- [Har65] S.M. Harris. Phys. Rev. 138 (1965) B509.
- [Har54] B.G. Harvey *et al.* Phys. Rev. 93 (1954) 1129.
- [Hat89] Y. Hatsukawa *et al.* Nucl. Phys. A 500 (1989) 90.
- [Hax49] O. Haxel, J.H.D. Jensen, H.E. Suess. Phys. Rev. 75 (1949) 1766L.
- [Her74] G. Herrmann. Phys. Scripta 10A (1974) 71.
- [Her01a] R.-D. Herzberg *et al.* Phys. Rev. C 65 (2001) 014303.
- [Her01b] R.-D. Herzberg *et al.* Eur. Phys. J. A 15 (2002) 205.
- [Her02] R.-D. Herzberg *et al.* Conference on frontiers of nuclear structure, Berkeley, 29/7 - 2/8 2002, AIP conference proceeding 656 et à paraitre.
- [Hes85] F.P. Heßberger *et al.* Z. Phys. A 322 (1985) 322.
- [Hes97] F.P. Heßberger *et al.* Z. Phys. A 359 (1997) 415.
- [Hes01] F.P. Heßberger *et al.* Eur. Phys. J. A 12 (2001) 57.
- [Hjo70] S.A. Hjorth *et al.* Nucl. Phys. A 144 (1970) 513.
- [Hof71] D.C. Hoffman *et al.* Nature 234 (1971) 132.
- [Hof95a] S. Hofmann *et al.* Z. Phys. A 350 (1995) 277.
- [Hof95b] S. Hofmann *et al.* Z. Phys. A 350 (1995) 281.
- [Hof96] S. Hofmann *et al.* Z. Phys. A 354 (1996) 229.
- [Hof97] S. Hofmann. Z. Phys. A 358 (1997) 125.
- [Hof98] S. Hofmann. Rep. Prog. Phys. 61 (1998) 639.
- [Hof00] D.C. Hoffman, A. Ghiorso et G.T. Seaborg. The transuranium people; the inside story. Imperial College Press, 2000.
- [Hof01] S. Hofmann. Prog. Part. Nucl. Phys. 46 (2001) 293.
- [Hof02] S. Hofmann *et al.* Eur. Phys. J. A 14 (2002) 147.
- [Hol00] N.E. Holden et D.C. Hoffmann. Pure & Appl. Chem. 72 (2000) 1525.
- [Iup97] Inorganic chemistry division, commission on nomenclature of inorganic elements. Pure & Appl. Chem. 67 (1997) 2471.
- [Iup02] Inorganic chemistry division, commission on nomenclature of inorganic elements. Pure & Appl. Chem. 74 (2002) 787.
- [Kan01] H. Kankaanpää. Academic dissertation for the degree of doctor of philosophy, université de Jyväskylä, rapport 8/2001.

- [Kar01] P.J. Karol *et al.* Pure & Appl. Chem. 73 (2001) 959.
- [Kra93] K.-L. Kratz *et al.* Astroph. J. 403 (1993) 216.
- [Kru00] A.T. Kruppa *et al.* Phys. Rev. C 61 (2000) 034313.
- [Laz01] I.H. Lazarus *et al.* IEEE Trans. Nucl. Science 48 (2001) 467.
- [Lec99] Ch. Leclercq-Willain. Ecole Joliot-Curie de Physique nucléaire, 1999.
- [Lei95] M. Leino *et al.* Nucl. Inst. and Meth. B 99 (1995) 653.
- [Lei99] M. Leino *et al.* Eur. Phys. J. A 6 (1999) 63.
- [Lop02] A. Lopez-Martens. Ecole Joliot-Curie de Physique nucléaire, 2002.
- [Mar93] A. Marinov *et al.* 6th conf on nuclei far from stability and int. conf. on atom. masses and fundamental constants, Bernkastel-Kuesm 1992, IOP Publishing (1993), p 437.
- [Mar98] A. Marinov *et al.* Heavy Ion Phys. 7 (1998) 47.
- [Mar47] J.A. Marinsky *et al.* Jour. Am. Chem. Soc. 69 (1947) 2781.
- [May50] M. Goeppert Mayer. Phys. Rev. 78 (1950) 16.
- [Mol92] P. Möller et J.R. Nix. Nucl. Phys. A 549 (1992) 84.
- [Mol95] P. Möller *et al.* At. Data. Nucl. Data Tables 59 (1995) 185.
- [Mot98] B. Mottelson. Les Houches, Ecole d'été de physique théorique, session LXVI. Elsevier science, 1998.
- [Mun01] I. Muntian et A. Sobiczewski. Acta Phys. Pol. B 32 (2001) 629.
- [Mun81] G. Münzenberg *et al.* Z. Phys. A 300 (1981) 107.
- [Mun82] G. Münzenberg *et al.* Z. Phys. A 309 (1982) 89.
- [Mun87] G. Münzenberg *et al.* Nucl. Inst. and Meth. B 26 (1987) 294.
- [Mun84] G. Münzenberg *et al.* Z. Phys. A 317 (1984) 317.
- [Mye66] W.D. Myers et W.J. Swiatecki. Nucl. Phys. 81 (1966) 1.
- [Nil55] S.G. Nilsson. K. Dan. Vidensk. Selsk, Math.-Fys. Medd. 29 (1955) No 16.
- [Nil95] S.G. Nilsson et I. Ragnarsson. Shapes and shells in nuclear structure. Cambridge university press, 1995.
- [Nin99] V. Ninov *et al.* Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 1104.
- [Nin02] V. Ninov *et al.* Phys. Rev. Lett. 89 (2002) 039901.
- [Nov02] F. Nowacki. Ecole Joliot-Curie de Physique nucléaire, 2002.
- [Oga74] Yu. Ts. Oganessian *et al.* JETP Lett. 20 (1974) 265.
- [Oga75] Yu. Ts. Oganessian *et al.* Nucl. Phys. A 239 (1975) 353.

- [Oga76a] Yu. Ts. Oganessian *et al.* JETP Lett. 23 (1976) 277.
- [Oga76b] Yu. Ts. Oganessian *et al.* Nucl. Phys. A 273 (1976) 505.
- [Oga85] Yu. Ts. Oganessian et Yu. A. Lazarev. Treatise on Heavy-Ion Science Vol 4, p1. Plenum press, 1985.
- [Oga99a] Yu. Ts. Oganessian *et al.* Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 3154.
- [Oga99b] Yu. Ts. Oganessian *et al.* Nature 400 (1999) 242.
- [Oga00] Yu. Ts. Oganessian *et al.* Phys. Rev. C 63 (2000) 011301(R).
- [Oga01] Yu. Ts. Oganessian *et al.* Phys. Rev. C 64 (2001) 064309.
- [Pat91] Z. Patyk *et al.* Nucl. Phys. A 533 (1991) 132.
- [Per39] M. Perey. Jour. Phys. et Radium 10 (1939) 435.
- [Pet01] J. Péter *et al.* Proceedings of the international conference “Nuclear physics at the border lines”, Lipari 2001. World Scientific p257.
- [Pfe01] B. Pfeiffer *et al.* Nucl. Phys. A 693 (2001) 282.
- [Pol62] S.M. Polikanov *et al.* Sov. Phys. JETP 15 (1962) 1016.
- [Pop74] A.G. Popeko *et al.* Phys. Lett. 52 B (1974) 417.
- [Phy02] Physics Today, September 2002, p15.
- [Ras58] J.O. Rasmussen. Phys. Rev. 113 (1959) 1593.
- [Ras68] J.O. Rasmussen. Alpha-, Beta-, and gamma spectroscopy. Ed. K. Siegbahn. North Holland Publishing, 1968.
- [Rau94] T. Rauscher *et al.* Astrophys. J. 429 (1994) 499.
- [Rei] P. Reiter *et al.* Non publié.
- [Rei99] P. Reiter *et al.* Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 509.
- [Ros78] F. Rösel *et al.* At. Data Nucl. Data Tables 21 (1978) 01.
- [Rut97] K. Rutz *et al.* Phys. Rev. C 56 (1997) 238.
- [Rys00] M. Ryšavý et O. Dragoun. J. Phys. G 26 (2000) 1859.
- [She99] S.L. Shepherd *et al.* Nucl. Instr. and Meth. A 434 (1999) 373.
- [Sim86] R.S. Simon *et al.* Z. Phys. A 325 (1986) 197.
- [Smo95] R. Smolańczuk *et al.* Phys. Rev. C 52 (1995) 1871.
- [Smo97] R. Smolańczuk. Phys. Rev. C 56 (1997) 812.
- [Smo99] R. Smolańczuk. Phys. Rev. C 59 (1999) 2643.
- [Sob01] A. Sobiczewski *et al.* Phys. Rev. C 63 (2001) 034306.

- [Str67] V.M. Strutinsky. Nucl. Phys. A 95 (1967) 420.
- [Str68] V.M. Strutinsky. Nucl. Phys. A 122 (1968) 1.
- [Tho54] S.G. Thompson *et al.* Phys. Rev. 93 (1954) 908.
- [Wei35] C.F.v. Weizsäcker. Zeitschrift für Physik 96 (1935) 29 (article en allemand).
- [Whe55] J.A. Wheeler. Proceeding of the international conference on the peaceful uses of atomic energy, Geneva, 8-20 August 1955. United Nations 1956. vol 2, p 155.
- [Wil46] H.A. Wilson. Phys. Rev. 69 (1946) 538.
- [Won72] C.Y. Wong. Phys. Lett. 41 B (1972) 446.
- [Zag66] B.A. Zager *et al.* At. Energ. 20 (1966) 230; Sov. J. At. En. 20 (1966) 264.
- [Zhu80] B.L. Zhuikov et I. Zvara. Radiochem. Radional. Letters 44 (1980) 47.
- [Zva77] I. Zvara *et al.* Sov. J. Nucl. Phys. 26 (1977) 240.

Sites Web :

- [Ele2W] WebElements Periodic Table : www.webelements.com.
- [Ele2W] Elementymology and Elements Multidict : www.vanderkrogt.net/elements/index.html.
- [Ele3W] Los Alamos Laboratory's Periodic Table of the Elements :
pearl1.lanl.gov/periodic/default.htm.
- [FleW] L'œuvre de G.N. Flerov : 159.93.28.88/flnr/flerov/index.html.
- [Gre1W] site de GREAT : npg.dl.ac.uk/GREAT.
- [Gre2W] site de GRETA : greta.lbl.gov.
- [MolW] Tables de Masse de Möller *et al.* :
t16web.lanl.gov/Moller/publications/mass1995_abst.html.
- [RiaW] Le projet R.I.A. : www.phy.anl.gov/ria.
- [SeaW] La vie et l'œuvre de Glen Seaborg : www.lbl.gov/seaborg.
- [SysW] Nuclear Systematics (LBNL) : ie.lbl.gov/systematics.html.
- [TagW] Site d'EXOTAG : www.phys.ju.fi/research/gamma/exotag.
- [TraW] Site d'EXOTRAP : www.phys.ju.fi/research/igisol/exotraps.

Haloes, molecules and multineutrons[†]

F. Miguel MARQUÉS MORENO

*Laboratoire de Physique Corpusculaire,
IN2P3-CNRS, ENSICAEN et Université de Caen, F-14050 Caen cedex, France*

Abstract: Away from the equilibrium between protons and neutrons within stable nuclei, many exotic nuclei exist. Most of the known nuclear properties evolve smoothly with exoticism, but some extreme proton-neutron combinations have revealed during the last decade completely new concepts. They will be illustrated through three examples: the extended and dilute halo formed by very weakly bound neutrons, the molecular-like neutron orbitals found in nuclei exhibiting α clustering, and the recently revived debate on the possible existence of neutral nuclei. The different experimental results will be reviewed, and we will see how several properties of these new phenomena can be well understood within relatively simple theoretical approaches.

Resumé: Loin de l'équilibre entre protons et neutrons dans les noyaux stables, existent beaucoup de noyaux exotiques. La plupart des propriétés nucléaires connues évoluent doucement avec l'exotisme, mais certaines combinaisons proton-neutron nous ont révélé pendant la dernière décennie des concepts complètement nouveaux. Ils seront illustrés à travers trois exemples : le halo étendu et diffus formé par des neutrons très faiblement liés, les orbitales neutron de type moléculaire qui apparaissent dans des noyaux formés d'agrégats α , et le débat récemment relancé sur la possible existence de noyaux neutres. Nous passerons en revue les différents résultats expérimentaux, et nous verrons comment certaines propriétés de ces nouveaux phénomènes peuvent être comprises à travers des approches théoriques relativement simples.

[†] Lecture presented at "École Joliot-Curie de Physique Nucléaire", Maubuisson (France), Sep. 8–14 2002.

Contents

1	Introduction	2	3.2	The nuclear concepts	17
1.1	Beyond nuclear drops	2	3.3	Deformed harmonic oscillator	18
2	Halo nuclei	3	3.4	More complex molecules	21
2.1	An expected effect?	4	4	Multineutrons	22
2.2	The configuration of the cloud	5	4.1	For and (mostly) against	22
2.3	Theoretical models	9	4.2	The quest: 1960s-2000s	25
2.4	Beyond two neutrons	12	4.3	A new approach	26
3	Nuclear molecules	14	4.4	The near future	27
3.1	True molecules	14	5	Summary	28

1 Introduction

The force between nucleons remains unknown, at least qualitatively, after more than seventy years of research, and only quantitative phenomenological fits are available since the 1990s [1]. These fits are not strictly derived from QCD and contain more than 50 parameters, but describe well the world data base on pp and np scattering. However, already when attempting to model the very lightest nuclei, ${}^3\text{H}$ and ${}^3,4\text{He}$, an entirely phenomenological three-body force (no NNN data are available) needs to be added. Indeed, the complexity of nuclear forces is reflected in the huge variety of nuclei that can be formed with only protons and neutrons.

It is therefore surprising that a model like the liquid drop, with only five parameters, provides an overall good description (within few MeV) of the g.s. energy of most known nuclei. The binding energy of a nucleus, $Nm_n + Zm_p - M(N, Z)$, is given by:

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \pm \frac{\delta}{A^{1/2}} \quad (1)$$

The first three terms are justified by some nuclear properties analog to liquid drops: constant density and saturation (volume term), surface tension (surface term), and electrical repulsion between protons (Coulomb term). The other two terms are added in order to mimic some quantum properties: the Pauli principle favours configurations where $N \approx Z$, which fill the neutron and proton potential wells up to a similar energy (asymmetry term), and protons and neutrons couple to form pairs (pairing term) [2].

Even if we know that the nucleus is much more complex, the simplicity of Eq. (1) leads us to imagine nuclei as liquid drops. We believe them to have:

- **sharp** limits ($R \approx r_0 A^{1/3}$);
- **uniform** volume ($\rho[r] \approx \rho_0$);
- **homogeneous** p - n mixture ($\rho_n \approx \frac{N}{Z} \rho_p$).

Eq. (1) can be extended to take into account other effects, like deformation, shell closures, Wigner term... but all of them are compatible with the liquid drop picture. The fact that many exotic nuclei, with N/Z ratios different from those of the stable isotopes, have been studied in the past decades was neither in contradiction with this picture, as their lower binding was just accounted for by the asymmetry term in Eq. (1) or more sophisticated versions (Sec. 4).

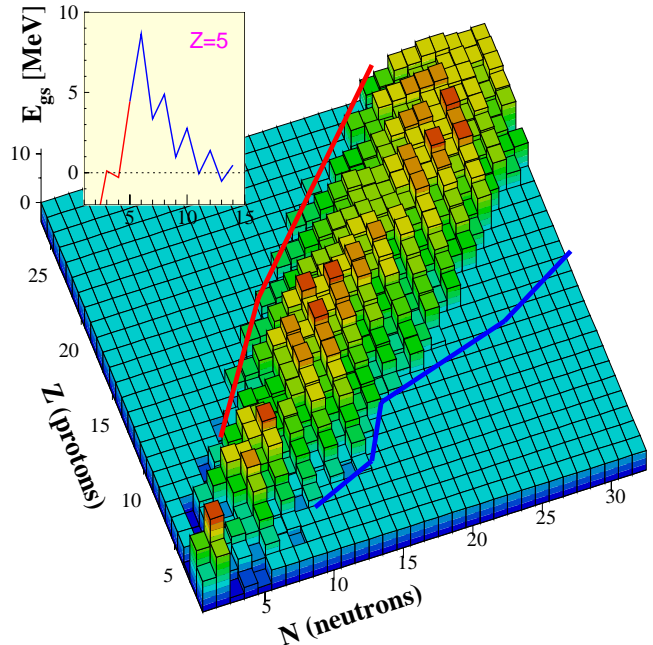


Figure 1: The ridge of stability. $E_{\text{gs}}(N, Z)$ is defined as the minimum mass difference between the nucleus and a partition of N neutrons and Z protons — the binding energy with respect to the first particle threshold. The red and blue lines correspond to the proton and neutron drip lines, and the insert to the boron isotopes.

1.1 Beyond nuclear drops

However, among the huge number of exotic nuclei already discovered, few have been recently found to exhibit new properties that do not correspond to a drop at all:

- The typical example are **halo nuclei** (Sec. 2), in which the weakly bound valence neutrons violate the three characteristics listed above — sharpness, uniformity and homogeneity — forming a low-density distribution extending far beyond the core of the nucleus.
- Another example are **nuclear molecules** (Sec. 3), neutron-rich nuclei exhibiting properties analog to covalent binding in atomic molecules. In these systems, α particles play the role of atomic nuclei and the valence neutrons act like molecular electrons: the exchange of these nucleons between the α clusters provides additional stability and effectively binds the “ α chains”.
- The possible existence of a third kind of nuclei, which would resemble a drop but with a very

unusual composition, will be finally addressed (Sec. 4): **neutron drops**; or multineutrons, or neutron clusters, or neutral nuclei... lots of names for a still hypothetical object!

All these systems are light, neutron-rich nuclei. There are two reasons for this (Fig. 1). They are neutron-rich because the Coulomb barrier confines protons, even weakly bound, in the nucleus, and prevents the existence of $N/Z \ll 1$ nuclei. Really extreme N/Z configurations have thus to be searched for on the neutron-rich side, but the most neutron-rich isotopes have only been created for light nuclei.

When having a look to the “beginning” of the nuclear chart (Fig. 2) the leading role of clustering in the landscape becomes clear. All three subjects of this course are indeed connected by the same idea: how **clustering** manifests, and correlations between clusters act, in specific configurations of protons and neutrons. Therefore, by studying these nuclei we will not only learn about their own properties, but also about the way the nuclear force forms clusters inside nuclei and leads to residual forces between them.

The nature of these residual forces is at the basis of problems as fundamental as the nucleosynthesis of carbon — and all nuclei beyond. As sketched in Fig. 2, the ending of the primordial nucleosynthesis is due to the inability of these forces to bind binary systems, like ${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$ or ${}^8\text{Be}$. Only the appearance of three-body correlations between clusters enables the continuation of the process through nuclei like ${}^6\text{He}$, ${}^9\text{Be}$ or ${}^{12}\text{C}$, and thereon the nucleosynthesis of heavier nuclei.

Details about the production of beams of exotic nuclei can be found in [3, Y. Blummenfeld]. The results that will illustrate this course have been mostly obtained with exotic beams produced by in-flight fragmentation of a primary beam. Concerning the detectors, most of the experiments will face the detection of neutrons, one of the most elusive particles. Theoretically, we will see how existing models have been extended and new ones have been created, and how simple approaches provide, at first order, the description of many of these new nuclear properties.

2 Halo nuclei

By adding/subtracting neutrons successively to a stable nucleus, the chain of isotopes reaches the neutron/proton drip line, where the binding energy of the last nucleon(s) approaches zero (inset in Fig. 1). On the neutron drip line, these weakly bound nuc-

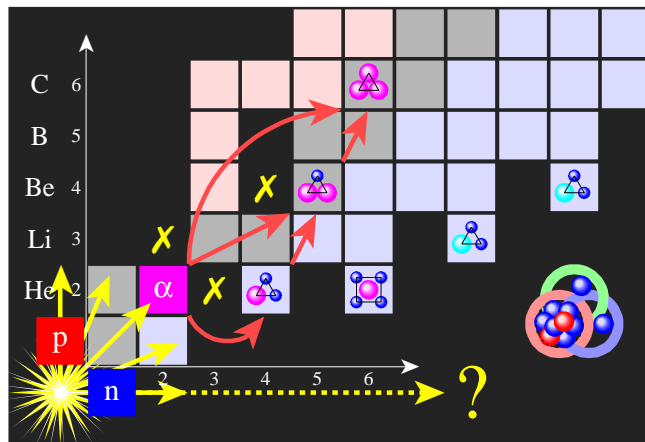


Figure 2: The Segré chart for light nuclei. The well established many-neutron haloes, ${}^6,8\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$ and ${}^{14}\text{Be}$, are indicated on the neutron drip line. The arrows show the different paths towards carbon, all involving three-body systems (${}^6\text{He}$, ${}^9\text{Be}$ and ${}^{12}\text{C}^*$). The sketch on the right represents the Borromean binding of the three clusters in ${}^{14}\text{Be}$, and the dashed arrow the location of hypothetical neutral nuclei on the chart.

leons may form a low-density veil around the other (core) nucleons. We talk about halo neutrons around a “normal” central nucleus, like the sketch of ${}^{14}\text{Be}$ in Fig. 2. How far/close is this picture from reality?

In an atom, the nucleons move within several fm, and the electrons beyond several thousands of fm. The distribution of very weakly bound neutrons can extend to several tens of fm. Therefore, even with a halo the nucleus is still a negligible point inside the atom. However, at the nuclear level an order of magnitude is a **huge effect**, and a huge theoretical challenge, as the wave function of a halo nucleon has to be calculated in a box of $\sim 10^6 \text{ fm}^3$!

If we now want to think about the nucleus as an ensemble of nucleons, and not of probability distributions, we need to “freeze” the position of the neutrons. A relevant picture is given by the rms separations, between the halo neutrons and between their c.m. and the core nucleus (Fig. 3). Not only, on average, the three bodies do not overlap, but the separations are much bigger than the ranges of the corresponding binary interactions. The system has a large probability (often more than 50%) of being in classically forbidden configurations, and thus a sketch like the one shown in Fig. 2 for ${}^{14}\text{Be}$ is not exaggerated at all.

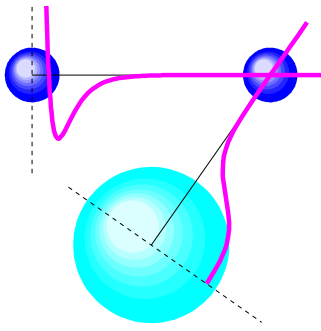


Figure 3: Average (rms) separation of ${}^9\text{Li}$ and the halo neutrons in ${}^{11}\text{Li}$, as obtained from a three-body calculation [4]. The range of the binary interactions is indicated.

2.1 An expected effect?

But, is there something strange behind the halo? No. We all know from elementary quantum mechanics that, as the binding energy of a particle in a potential well goes to zero, its probability distribution spreads more and more outside the well. The strange thing about the halo is that this indeed *does* happen in “real life” nuclei.

The simplest case is a neutron (no Coulomb barrier) with $\ell = 0$ (no centrifugal barrier) bound at an energy $E = -\varepsilon$ in a square well of depth V_0 and radius R . The Schrödinger equation leads then to an analytical wave function:

$$r \psi(r) \propto \begin{cases} \sin(kr) & , r < R \\ \sin(kR) e^{-\alpha(r-R)} & , r > R \end{cases} \quad (2)$$

where $k = \sqrt{2\mu(V_0 - \varepsilon)}$ and $\alpha = \sqrt{2\mu\varepsilon}$. Outside the well the wave function vanishes exponentially: the smaller the binding energy ε (and then α), the further the veil extends.

We can get a quantitative idea of the effect, for example for a neutron in a square well corresponding to a nucleus of $A = 10$ ($R = 2.6$ fm), by increasing the depth V_0 starting from 0. Below 8 MeV there are no bound states. Then a bound state appears, and it gets more and more strongly bound as we keep increasing V_0 . When going beyond 75 MeV a second bound state appears, just at the top of the well. The corresponding density distributions for these two states are shown in Fig. 4. The first state has a very small probability of being outside the well (6%), but the second one is most of the time (85%) outside.

Obviously $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(r > R) = 1$. The analytical dependence of $P(r > R)$ with ε can be extracted from

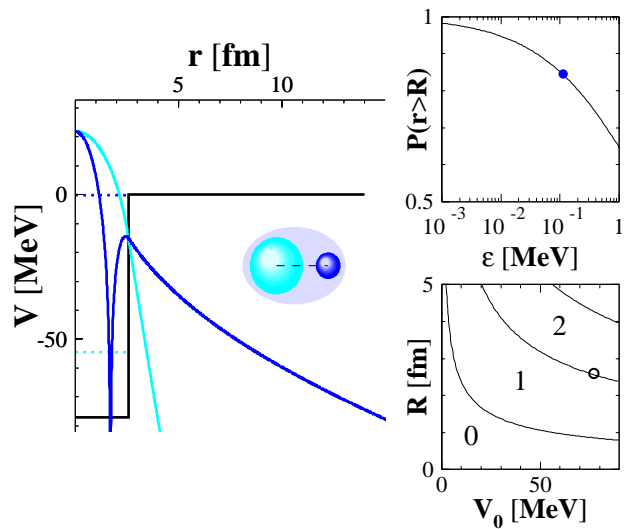


Figure 4: Density distributions, $|\psi(r)|^2$ [Eq. (2)], in logarithmic scale for the two bound states in a well of $V_0 = 77$ MeV and $R = 2.6$ fm. The right panels represent: the probability of being outside the well as a function of the binding energy ε (\bullet is the second state); and the regions corresponding to 0, 1 and 2 bound states as a function of the depth and radius of the well (\circ are the values used).

Eq. (2), and is plotted in Fig. 4. This is not *strictly* true, as for a given V_0 and R there are only discrete solutions for ε (the closed symbol), but illustrates well the potentially huge extent of the halo effect for extremely weak binding. The whole range of ε can be mapped by varying V_0 and/or R (Fig. 4). The lines correspond to the limits for having N bound states: $R = \pi(N - \frac{1}{2})\hbar c / \sqrt{2\mu V_0}$ [5, p. 244]. Within each region, the new state becomes more deeply bound when approaching the next line.

But there is a “real”, well-known example: the **deuteron**, where the neutron is bound to the proton by $\varepsilon = 2.2$ MeV. Its wave function has long been known, and Eq. (2) provides a solution very close to that obtained with much more complex potentials [5, p. 125]. The probability for the neutron being at $r > R$, even if the binding energy is still few MeV, is as big as 66%. This is thus the first halo nucleus, with a halo as big as the core!

In 1985, experiments lead by Tanihata at Berkeley with exotic beams of about 800 MeV/N revealed interaction cross-sections significantly higher for few very neutron-rich isotopes [6]. The interaction probability can be roughly linked to the size of a nucleus by:

$$\sigma_I \propto \pi (R + R_{\text{target}})^2 \quad (3)$$

It was clearly a threshold effect, as even for the other neutron-rich isotopes radii increased smoothly as expected for a liquid drop [Fig. 10(a)]. The **abnormal sizes** correspond to haloes of one neutron (^{11}Be , $S_n = 0.5$ MeV), two (^6He , ^{11}Li , ^{14}Be , $S_{2n} = 1.0, 0.3, 1.3$ MeV) and four (^8He , $S_{4n} = 3.1$ MeV). Having a look to Fig. 4 the halo hypothesis [7] seems now straightforward, but it took few years to settle down before other experiments confirmed that the protons were not participating to this increase [8, 9].

Further reanalysis of the cross-sections, taking into account the few-body structure of these nuclei [10], has led to even higher radii for ^6He (2.7 fm) and ^{11}Li (3.5 fm). For ^{11}Li it corresponds to the radius of ^{48}Ca . But we have seen that halo nuclei are not uniform objects, if they were the density of ^{11}Li would be $1/4$ of ρ_0 ! Halo nuclei have two distinct phases, the dense heavy core and the diffuse light halo (Fig. 4), and so a single size measure cannot provide the true extent of the halo. Following theoretical calculations, the size of the halo alone in ^{11}Li corresponds to about 6 fm: two nucleons occupy the same volume than 208 in Pb!

Another novel property of halo nuclei is related to the Heisenberg's uncertainty principle. The halo neutrons move in a volume much bigger than the core nucleus, and thus their momentum content is much lower, they “**move slower**” than nucleons in all nuclei we knew. This property was confirmed and exploited in breakup experiments, in which narrow momentum distributions for the neutrons and/or the core nucleus were measured [11].


We will not go into further details concerning one-neutron haloes. Their structure can be already understood with calculations as simple as the square well described above; even for more complex potentials, the asymptotic wave function (there where $V \approx 0$) is given by Eq. (2). The theoretical efforts concentrate now on the description of reactions involving these nuclei (see [3, Y. Blumenfeld]). The case of ^8He , with α - $4n$ structure, will be discussed in Sec. 4. In the following we will concentrate on two-neutron haloes.

2.2 The configuration of the cloud

Two-neutron halo nuclei can be considered as core- n - n systems. When two neutrons form the halo, there are properties much more intriguing than “just” a size effect:

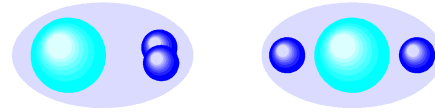
- The N - N interaction could be studied up to now, either free, either at $\rho \sim \rho_0$. Different

densities are obtained during heavy-ion collisions, but just ephemerally. In g.s. halo nuclei we find, for the first time, nucleons at $\rho \ll \rho_0$.

- The odd-even staggering in the binding energy (Fig. 1) leads, close to the drip line, to a series of unbound-bound systems. In two-neutron haloes, the core- n system is unbound, as the n - n is. A three-body system in which the removal of *any* body breaks it up is known as Borromean, by analogy to the Borromean rings [4] (, Fig. 2).

Therefore, the binding of these nuclei is a pure three-body effect. As such, they represent a unique route towards the understanding of **three-body correlations**, which are, for example, responsible for the 3α process described above, and essential nowadays in all ab initio calculations of light nuclei [12].

The first theoretical descriptions of two-neutron haloes were reduced to a two-body problem, as the one in Fig. 4, by considering a dineutron cluster around the core [7]. However, the configuration of the three-body system can be as different as:



Indeed, theoretical calculations predict the coexistence of both [4], named *dineutron* and *cigar* configurations, respectively. How can we probe them?

Measurements like interaction cross-sections or momentum content of the fragments are sensitive to the overall size, detailed correlation effects being integrated out. Knowing how the neutrons distribute themselves around the core requires second generation, more subtle experiments. The lower cross-sections force these experiments to be run only on ^6He , the two-neutron halo closest to stability.

Two-neutron transfer

Intuitively, the probability of transferring the two halo neutrons to a target nucleus should be linked to the importance of the dineutron configuration. Details on transfer reactions as a probe of the structure of halo nuclei can be found in [3, Y. Blumenfeld]. Here we will just note the $^6\text{He} + ^4\text{He}$ elastic scattering results at Dubna [13]. The data are shown in Fig. 5.

The forward angles are easily described by the elastic scattering of ^6He on the ^4He target. The increase at backward angles is due to transfer of the

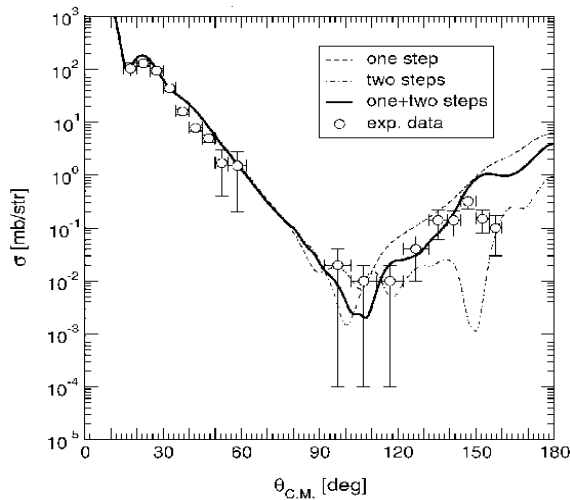


Figure 5: ${}^6\text{He} + {}^4\text{He}$ elastic scattering at 151 MeV [13]. Calculations correspond to elastic scattering with two-step (sequential) and/or one-step (direct) transfer contributions [14].

two halo neutrons from the projectile to the target:

$$\sigma(\theta) \propto |A_{\text{elastic}}(\theta) + A_{2n}(\pi - \theta)|^2 \quad (4)$$

The data were first analysed [13] assuming the contribution of *only* one-step direct reaction mechanisms. Consequently, the part of the wave function corresponding to the dineutron configuration was found to contribute the most to $2n$ transfer, and these results were presented as a probe of the dineutron configuration in ${}^6\text{He}$.

More complete calculations [14] suggest, however, that this connection between $2n$ transfer and dineutron configuration is not as straightforward as expected (Fig. 5). The inclusion of two-step processes and indirect routes via the 2^+ excited state in ${}^6\text{He}$, within the framework of coupled reaction channels, indicates that “*the sequential process may be still of importance, implying that the dineutron structure is an effective description*” of the reaction [14]. From this reference, it seems that details of the reaction **dynamics** lead the $2n$ transfer more than details of the wave function itself.

Radiative capture

An investigation of coherent bremsstrahlung production in the reaction $\alpha(p, \gamma)$ at 50 MeV demonstrated that the high-energy photon spectrum is dominated by capture to form ${}^5\text{Li}$ [15]. Such results motivated the extension of this technique to study ${}^6\text{He}$. Given a proton wavelength of $\lambda = 0.7$ fm at 40 MeV, it

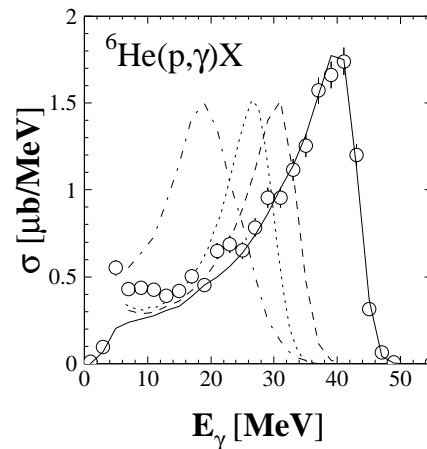


Figure 6: Energy distribution, in the ${}^6\text{He}+p$ c.m., for photons in coincidence with ${}^7\text{Li}$. The lines (arbitrarily normalized) correspond to the response of the array to $E_\gamma = 42$ MeV (solid) and to calculations of quasi-free proton capture on the ${}^5\text{He}$ cluster (dashed), the α core (dotted) and one halo neutron (dotted-dashed), respectively [16].

should be possible to observe direct capture, as a quasi-free process, on the constituents of ${}^6\text{He}$ in addition to capture into ${}^7\text{Li}$. Moreover, capture on the different clusters would lead to different E_γ in the range 20–40 MeV.

The experiment was run at GANIL with a 40 MeV/N ${}^6\text{He}$ beam, a solid hydrogen target, the SPEG spectrometer for the detection of the charged reaction products, and the “Château de Cristal” array (74 BaF₂ crystals placed around the target covering $\Omega \sim 70\%$) for the detection of high-energy photons [16]. Capture into ${}^7\text{Li}$ was observed as the strongest channel (Fig. 6): the photon energy spectrum corresponds to a γ -ray line at 42 MeV.

There were also coincidences between γ -rays and fragments lighter than ${}^7\text{Li}$, and the corresponding energy spectra did exhibit peaks below 42 MeV [16]. They were well described by calculations (Fig. 6) of quasi-free capture on a halo neutron (into d), the α core (into ${}^5\text{Li}$) and ${}^5\text{He}$ (into ${}^6\text{Li}_{0+}^*$, the $T = 1$ analogue of ${}^6\text{He}$ [17]). Importantly, the capture events on the α core corresponded well to the ones observed for the free $\alpha(p, \gamma)$ reaction [15] taking into account the intrinsic momentum of the α particle in ${}^6\text{He}$.

Nonetheless, two quasi-free capture processes were not observed: $2n(p, \gamma)t$ and $t(p, \gamma)\alpha$ [16]. This is simply explained by the absence of capture on the α - $2n$ [4] and t - t [18] configurations, respectively, and suggests that the dominant configuration for the ${}^6\text{He}$

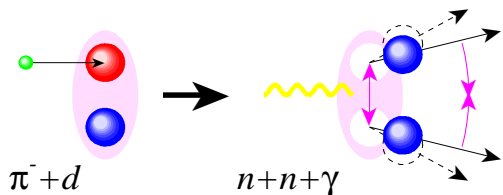


Figure 7: Schematic view of the reaction $\pi^- d \rightarrow (nn)\gamma$. In the absence of n - n interaction, the photon and the neutrons (dashed lines) share the energy following phase space. The attractive interaction gets neutron velocities (solid arrows) closer, depending on the intensity of the attraction and the n - n distance.

g.s. is α - n - n in which the n - n separation is relatively large [16]. If this was the case, lower energy protons should be able to form tritons and probe larger distance correlations between the neutrons.

Interferometry

The previous experiments relied on very low cross-sections, and were thus limited to ${}^6\text{He}$. There is, however, a powerful technique sensitive to the relative configuration of two neutrons that can be applied to the high cross-section breakup channel: two-neutron *interferometry*. Therefore, it can be extended to the more exotic two-neutron haloes ${}^{11}\text{Li}$ and ${}^{14}\text{Be}$, and soon to ${}^{17}\text{B}$.

In the absence of final state interactions, A particles in the final state of a reaction would share the available energy following the kinematics of A -body phase space [19]. Any interaction between particles will modify this phase-space sharing, depending on: (i) the **nature** of the interaction; and (ii) the **distance** between particles. If we are able to calculate/extract the phase-space contribution, and we study a particle pair for which the interaction is known, then we can measure the relative distance*.

A clear example is the reaction $\pi^- d \rightarrow (nn)\gamma$ (Fig. 7), which is used to study the n - n interaction (Sec. 4). The cross-section as a function of the n - n relative momentum q can be written as:

$$\sigma(q) \approx \sigma_0(q) \times \left| \int \psi_d \psi_s^*(a_{nn}) d^3r \right|^2 \quad (5)$$

where the phase space distribution $\sigma_0(q)$ is modulated by the overlap integral, over the relative dis-

*An analog argument leads, in α decay, to a relation between the final energy of the α particle, the α -nucleus Coulomb interaction, and the distance at which the α particle left the nucleus.

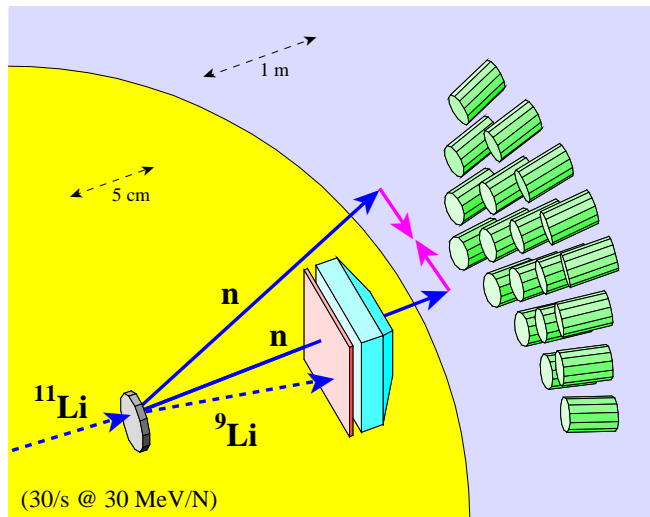


Figure 8: Setup of the neutron interferometry experiment [21]: inside the chamber, the Si-CsI telescope forward of the target; outside, the closest wall of 20 neutron detectors — four walls and 90 detectors were used.

tance, between the initial deuteron and the final n - n wave functions [20]. The former contains the relative distance between the two nucleons — well-known in the deuteron — and the latter contains the n - n interaction, characterized by the n - n scattering length a_{nn} [Eq. (40)] — which can be thus determined.

We can therefore apply the same argument, using the known a_{nn} , to a system in which the relative distance between neutrons is unknown. In the case of the breakup of a two-neutron halo, the neutron relative momentum distribution can, by analogy to Eq. (5), be written as:

$$\sigma(q) \approx \sigma_0(q) \times \left| \int \psi_{\text{halo}}(r) \psi_s^* d^3r \right|^2 \quad (6)$$

This technique was applied to the breakup of ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$ and ${}^{14}\text{Be}$ beams (30–50 MeV/N) on Pb and C targets at GANIL [21]. Part of the setup is sketched in Fig. 8. The array of 90 neutron detectors, DEMON, was placed at forward angles in a staggered arrangement of four walls in order to minimize and reject any contribution from neutron cross-talk [22].

The first element of Eq. (6), the measured $\sigma(q)$, is shown in Fig. 9(a) for the breakup of ${}^{11}\text{Li}$. The whole distribution is at low relative momenta because halo neutrons themselves have low momenta. The second element, the uncorrelated or phase-space contribution $\sigma_0(q)$, is obtained by mixing neutrons from different events [21]. A crucial point for applying this more or less standard technique to halo neutrons is

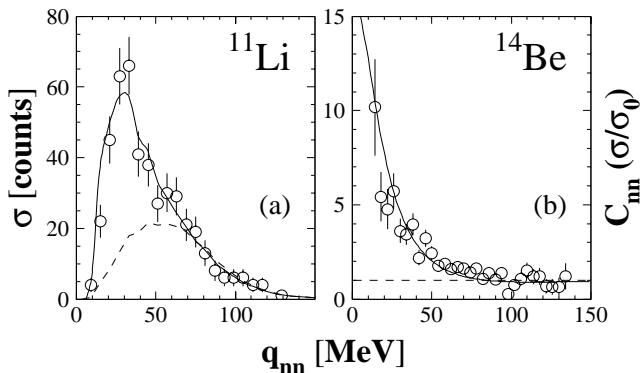


Figure 9: Neutron relative momentum distributions for the $^{11}\text{Li} \rightarrow (nn)^9\text{Li}$ and $^{14}\text{Be} \rightarrow (nn)^{12}\text{Be}$ breakup on Pb [21]: (a) symbols are the data, the dashed line the uncorrelated distribution obtained by event mixing, and the solid line the effect of the n - n interaction for $r_{nn}^{\text{rms}} = 6.6$ fm; (b) symbols are the ratio of the measured and uncorrelated distributions, and the solid line the effect of the n - n interaction for $r_{nn}^{\text{rms}} = 5.6$ fm.

the removal of residual correlations through an iterative technique, which will not be described here — for details see [21, 23]. The result is the dashed line in Fig. 9(a).

The ratio σ/σ_0 provides the interference term in Eq. (6), commonly known as *correlation function* [24], which can be expressed here as:

$$C_{nn}(q) = \frac{\sigma}{\sigma_0} \approx \left| \int \psi_{\text{halo}}(r) \psi_s^* d^3r \right|^2 \quad (7)$$

The correlation function is shown in Fig. 9(b) for the breakup of ^{14}Be . The attractive n - n interaction manifests itself through an increase of the relative momentum distributions at low values.

The interference term was interpreted following the formalism of [25] and assuming a Gaussian relative distance distribution for the halo neutrons (solid lines in Fig. 9). The fact that the single neutron distributions in halo nuclei do not correspond to Gaussians is not important, as the relative distributions are not very sensitive to the shape of the single ones. Yukawa-like or uniform-sphere single particle distributions, provided they correspond to the same r_n^{rms} , lead to relative distributions close to the Gaussian one [26].

The distances extracted for the three systems, $r_{nn}^{\text{rms}} \sim 6$ fm [Fig. 10(b)], are of the order of twice the one expected between independent nucleons within a sphere of $R = r_0 A^{1/3}$ (dashed line) and even bigger than the — already big — n - p distance in the

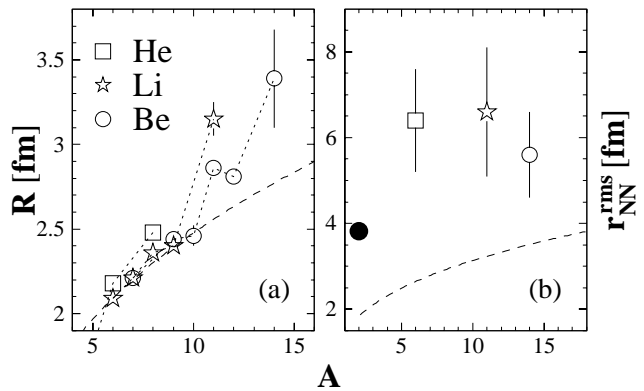


Figure 10: (a) Interaction radii deduced from reaction cross-sections of neutron-rich He, Li and Be isotopes [6]; (b) average n - n distances deduced from interferometry analyses [21, 27], compared to the n - p distance in the deuteron. The dashed lines represent the expectation for a uniform sphere of radius $r_0 A^{1/3}$ (a) and the corresponding average N - N distance (b).

deuteron. These results are in agreement with the conclusions drawn from the radiative capture experiment on ^6He : the two halo neutrons would be, on average, far away from each other.

Three-body correlations

In the preceding discussion the problem was reduced to the spatial n - n distance. But Eq. (7) can be extended to four dimensions: the correlation function is then studied over the relative momentum *and* energy, and depends on the n - n distance *and* the delay between the emission of the two neutrons [25]. The correlation function becomes not only a femtometer, but also a **clock**!

The moderate statistics (Fig. 9) do not allow for the unfolding of space and time distances, but the delay of a neutron in a three-particle system necessarily means that it formed a resonance with the remaining core nucleus with a finite lifetime. Therefore, standard techniques used in particle physics for the study of correlations in three-particle systems, such as Dalitz plot analyses [28], can be applied here to map the evolution of the final state.

The Dalitz plots for the $^{14}\text{Be} \rightarrow (nn)^{12}\text{Be}$ breakup on Pb and C targets are shown in Fig. 11, as a function of the normalized n - n and core- n invariant masses [27]. A system of non-interacting particles corresponds to a uniform population of the plot. Clearly, in the case of Coulomb-dominated breakup (a) the n - n interaction accounts well for the

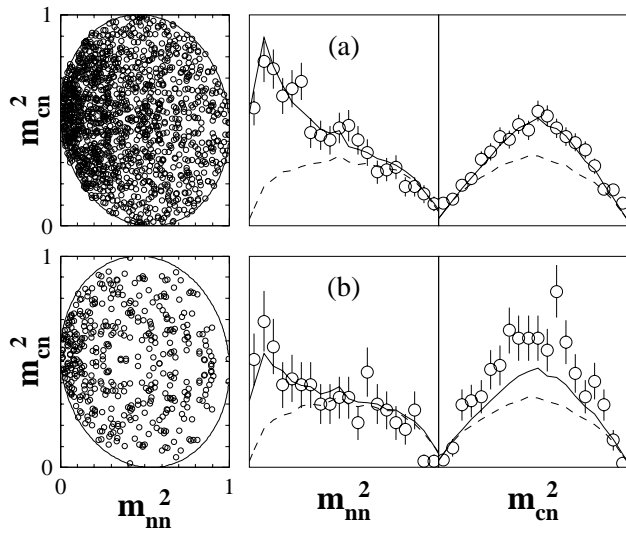


Figure 11: Dalitz plots (core- n vs n - n), and the projections onto both axes, for the $^{14}\text{Be} \rightarrow (nn)^{12}\text{Be}$ breakup on Pb (a) and C (b) targets. The lines are the result of a phase space simulation (dashed), plus the n - n interaction for $r_{nn}^{\text{rms}} = 5.6, 7.6$ fm respectively (solid).

strong departure from uniformity observed, and suggests that no ^{13}Be resonances are being significantly formed: the r_{nn}^{rms} measured corresponds thus to the n - n separation in the halo of ^{14}Be .

For nuclear breakup (b) two facts are evident: the n - n signal is weaker, and this interaction alone does not describe the distributions so well. This suggests the formation of resonances in ^{13}Be , which is confirmed in the $^{12}\text{Be}+n$ energy spectrum [27]. The delay needed to explain the decrease from Pb to C target of the n - n signal corresponds to 150_{-150}^{+250} fm/ c , or $(5_{-5}^{+8}) 10^{-22}$ s, and can be attributed to the average lifetime of the resonances formed [27].

2.3 Theoretical models

Mean-field approximations of the many-body problem succeed in describing properties of heavy nuclei, in which each nucleon “sees” the mean field created by all the others. When nuclei become lighter, the N - N interaction plays an increasing role, and mean-field models are extended by considering pairing correlations [3, H. Flocard]. These approaches are no longer valid when nuclei develop a halo, because the mean field of the halo neutrons differs from that of the core nucleons: the halo is too dilute and contains too few nucleons to allow a mean-field description.

In general, any kind of correlations beyond pairing, as all **clustering phenomena** (Fig. 2), need to be

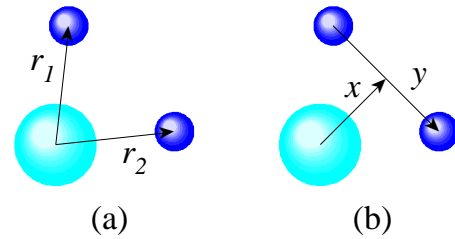


Figure 12: Relative coordinates used in core- n - n models: (a) between each neutron and the core; (b) between neutrons and between the core and their c.m. — Jacobi coordinates.

included “by hand”. The details of the many-body system are then ignored, and special attention is paid to few-body correlations between clusters (considered inert or with some simple excitation structure). Of course, some observables will be out of reach for these models, but we have seen that the existence of halo nuclei is due to a delicate balance between the cluster correlations near threshold. Therefore, they should reproduce the more relevant properties of these systems.

The two-neutron subspace

These clustering phenomena appear close to few-body thresholds of the system. The core+ n + n threshold is the one closest to the g.s., and none of the two-body systems are bound. Therefore, a description in terms of these three bodies is the natural one for general, low-energy properties, of the A nucleon system. The wave function of the nucleus is written as a product of the core and the two-neutron wave functions, $\Psi(A) = \Psi_c \Psi_{2n}$. The core is considered inert, and thus the *active* part of the wave function is Ψ_{2n} . We are left with a two-neutron problem [29]:

$$(\mathbf{H}_{cn_1} + \mathbf{H}_{cn_2} + V_{nn}) \Psi_{2n} = E_{2n} \Psi_{2n} \quad (8)$$

The energy obtained for the g.s. corresponds to S_{2n} . The n - n potentials are density dependent, zero range forces. The core- n potentials contain central (Woods-Saxon or Gaussian) and spin-orbit terms, and are fitted to reproduce known resonances in the core- n channel.

Two models [29, 30] follow this scheme [Fig. 12(a)], but differ in the way Ψ_{2n} is expanded. The choice is more intuitive in [29], where the wave functions used are the one-neutron resonant states in the core

potential:

$$\Psi_{2n}^{J\pi} = \sum_{ij} c_{ij} |\phi_{cn}^i \otimes \phi_{cn}^j\rangle_{J\pi} \quad (9)$$

The low-energy continuum neutron states are approximated as discrete states in a radial box of several tens of fm.

A conceptually less evident method is adopted in [30]. The two-neutron problem is solved on a Lagrange mesh, formed by N points x_i associated to a set of N indefinitely derivable functions f_i . The advantage? The functions are analytical (a polynomial multiplied by an exponential) and they vanish at all mesh points but one [$f_i(x_j) \propto \delta_{ij}$]. The core- n basis is defined by:

$$\phi_{cn} = \sum_i^N c_i f_i(r/h) Y_l(\Omega) \quad (10)$$

where h is a non-linear parameter aimed at adjusting the mesh to the domain of physical interest. The matrix elements are also analytical [30]. The two-neutron wave function is then constructed as in Eq. (9). In both models, the diagonalization of the hamiltonian [Eq. (8)] provides the energies and admixture coefficients c_{ij} of the two-neutron states of spin J and parity π [29, 30]. The g.s. of all Borromean haloes known corresponds to 0^+ states.

Hyperspherical harmonics

Another “family” of three-body models uses Jacobi coordinates [Fig. 12(b)] and expands Ψ_{2n} on hyperspherical harmonics [4, 31]:

$$\Psi_{2n}^{J\pi} = \rho^{-5/2} \sum \chi_{Kl_x l_y}^{LS}(\rho) |\mathcal{Y}_{KL}^{l_x l_y}(\Omega_5) \otimes X_S\rangle_{J\pi} \quad (11)$$

where $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ is the *hyperradius* and $K = 2n + l_x + l_y$ is the *hypermoment*. Both choices seem to complicate the problem, but both present advantages. Concerning the coordinates, ρ is a good one-variable measure of the spatial extent of the three-body system.

The expansion provides the explanation of Borromean binding — at least part of it. If we insert Eq. (11) in Eq. (8), the radial Schrödinger equation at large distances ρ — where the short-range potentials vanish — reads [31]:

$$\left[-\frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{(K+3/2)(K+5/2)}{\rho^2} \right] \psi(\rho) = 0 \quad (12)$$

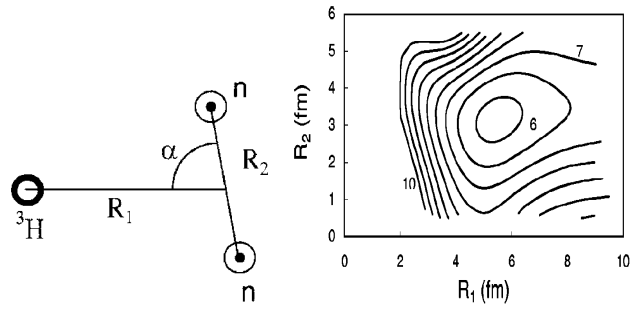


Figure 13: Three-cluster structure assumed for ${}^5\text{H}$ and energy surface of the ${}^3\text{H}+n+n$ system in a GCM calculation [33].

Even without binary binding and with total angular momentum $K = 0$ (s -waves in the binary subsystems), the three-body centrifugal barrier does not vanish, as the “effective” angular momentum of the system is $K+3/2$ [4].

Another advantage is that the asymptotic wave function is a generalization of binary scattering to $3 \rightarrow 3$ scattering [32], modified to take into account the Pauli blocking from the occupied states in the core [4]. Therefore, the asymptotics, which play a leading role in processes involving these nuclei, are properly taken into account. For large values of ρ , the three-body wave function takes a form similar to Eq. (2): $\psi(\rho) \propto e^{-\alpha\rho}/\rho$ [4].

There are, however, two similarities with the previous models [Fig. 12(a)] that are not easy to see among these new coordinates and formulae: the core is still inert and the core- n effective potential is still a modified Woods-Saxon or Gaussian [4].

Generator coordinate method

This model (GCM) gives one step forward, it considers the A nucleons in the problem [33]:

$$H = \sum_i^A T_i + \sum_{i<j} V_{ij} \quad (13)$$

The main input of the calculation is a N - N **interaction**, V_{ij} , instead of the effective V_{cn} and V_{nn} potentials used above. This interaction [33, 34] is, however, a simple one compared to the high accuracy fits used in ab initio calculations [12, 35].

The A nucleons are described by harmonic oscillator (HO) wave functions, which a priori do not seem to be the best choice for very extended and dilute systems. Moreover, the same HO parameter

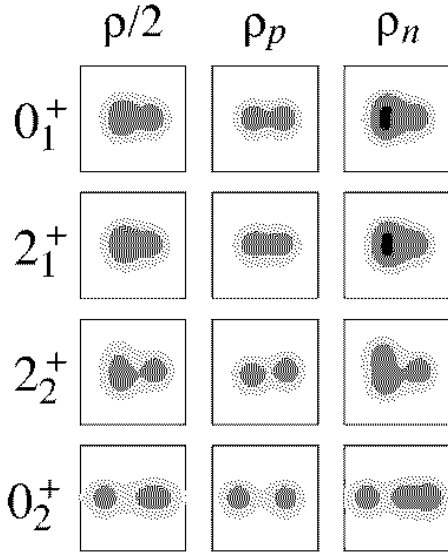


Figure 14: Density distributions of matter, protons and neutrons for intrinsic states in ^{10}Be obtained from an AMD calculation [36].

is used for all nucleons in order to avoid spurious c.m. problems [34]. The fact that halo nuclei exhibit two distinct phases is taken into account through the introduction of generator coordinates (Fig. 13), which define the centers of the nucleon wave functions. The basis functions of the core- n - n system read:

$$\Phi_{\nu_1\nu_2\nu_3}(R_1, R_2, \alpha) = \mathcal{A}\{\phi_c^{\nu_1}\phi_n^{\nu_2}\phi_n^{\nu_3}\} \quad (14)$$

where \mathcal{A} is the A -nucleon antisymmetrization operator. Therefore, even if we deal with an A -nucleon problem, an a priori clusterization of nucleons within a core has to be assumed.

The total wave function of the system is:

$$\Psi^{J\pi} = \sum_{\substack{R_1 R_2 \alpha \\ \nu_1 \nu_2 \nu_3}} f_{\nu_1\nu_2\nu_3}^{J\pi} \Phi_{\nu_1\nu_2\nu_3}^{J\pi}(R_1, R_2, \alpha) \quad (15)$$

The generator functions $f^{J\pi}(R_1, R_2, \alpha)$ are then calculated in a grid of generator coordinates [33, 34], and energy surfaces as a function of some coordinates can be constructed (Fig. 13). An advantage of this model is that it takes easily into account excited states of the core [34].

Antisymmetrized molecular dynamics

This model (AMD) is presented as a probe of how clustering “emerges” (Fig. 14) from the A -nucleon system without assumptions [36]. The hamiltonian

of the system reads:

$$H = \sum_i^A T_i + \sum_{i<j} V_{ij} + \sum_{i<j<k} V_{ijk} \quad (16)$$

The basis function of the system is a Slater determinant of A Gaussian wave packets:

$$\Phi_{\text{AMD}}(X_i, \nu) = \mathcal{A}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_A\} \quad (17)$$

where ν is the width and X_i the coordinates of the centers. The total wave function of the system is a superposition of AMD wave functions:

$$\Psi^{J\pi} = \sum_j c_j \Phi_{\text{AMD}}^{J\pi}(X_i^j) \quad (18)$$

where the coefficients are obtained by minimizing the energy of the system [36].

With respect to GCM, no clusters are assumed [Eq. (17)]. The notion, however, of halo or valence neutrons becomes less evident since nucleons are no longer labelled — the wave function of the system is a Slater determinant. A standard technique transforms the single particle ϕ_i into an orthonormal base, and leads to single-particle energies. The two highest neutron orbits are then considered as the ones corresponding to the valence neutrons [36].

The hamiltonian [Eq. (16)] seems much more complete than the previous ones. The interaction part is, however, very close to GCM [Eq. (13)]. The N - N interaction is similar, and the three-body term is just a one-parameter contact interaction: $V_{ijk} = v_3 \delta(r_i - r_j)\delta(r_i - r_k)$ [36]. Moreover, the appearance of clustering depends much on the choice of V_{NN} [37]. As it was the case in GCM, the wave functions (Gaussians) are not well adapted to the description of very extended and dilute nuclei.

Quantum Monte Carlo (ab initio)

These calculations (QMC) use a hamiltonian as complete as AMD [Eq. (16)]: A nucleons and two- and three-nucleon interactions. The differences are all in favour of QMC [38]:

- the wave functions are more realistic than Gaussians;
- the two-nucleon interactions are parametrizations containing of the order of 60 parameters that fit all known NN scattering data with a $\chi^2/\text{datum} \approx 1$ [1];
- the three-nucleon interactions include two-pion exchange processes between three nucleons.

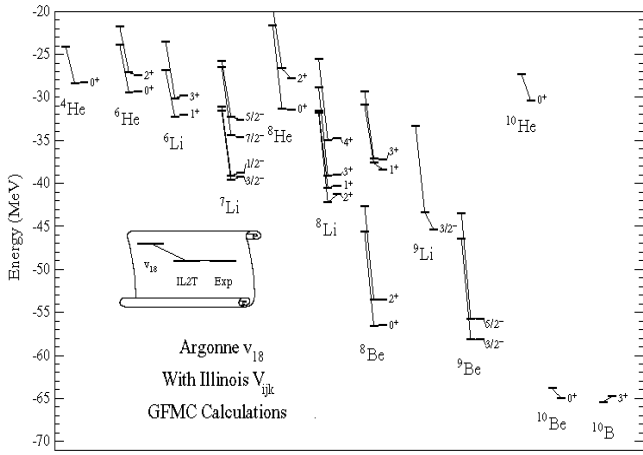


Figure 15: Energy levels of light nuclei from a QMC calculation compared to the experimental ones [12].

These are also known as *ab initio* calculations, since they are believed to be the best ones that can be done today for the description of nuclei in terms of the interactions between nucleons.

The technique used to solve the hamiltonian is Green’s function Monte Carlo (GFMC) [38]. A trial function $\Psi_T^{J^\pi}$ is first constructed and optimized, and then it is used as the starting point for a GFMC calculation, which projects out the exact lowest energy state with the same quantum numbers by propagation in imaginary time: $\Psi_0 = \lim_{\tau \rightarrow 0} \exp[-(H - E_0)\tau] \Psi_T$ (for details see [3, S. Rombouts]).

The results, when a “convenient” three-body force is used, are in agreement at the MeV level with energies of light nuclei up to $A = 10$ (Fig. 15). One should, however, keep in mind that when these calculations are quoted as “*exact at the 1–2% level*” this refers only to the V_{ij} interaction and to the projection of the lowest energy state corresponding to a given trial function. The construction of the trial function itself before the calculation and the three-body force are not *ab initio* nor *exact* at all.

2.4 Beyond two neutrons

We have seen that since their discovery many steps have been undertaken, both experimentally and theoretically, in the understanding of two-neutron haloes. New characteristics have been probed, though roughly, while others remain still out of reach. The coming years will see how techniques like transfer reactions, radiative capture or interferometry analyses will increase their resolving power, and certainly how new techniques will be applied to these systems. But

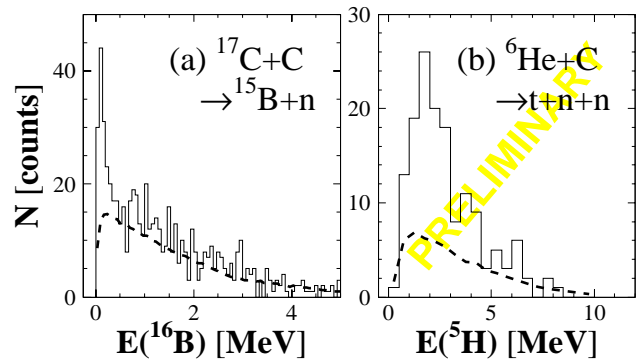


Figure 16: Final state energy for proton-removal reactions on a carbon target: (a) $^{17}\text{C} + \text{C} \rightarrow ^{15}\text{B} + n$ [40]; (b) $^6\text{He} + \text{C} \rightarrow t + n + n$ [41]. The dashed lines correspond to the non-resonant background obtained by event mixing (see text).

before going on to the next subject we will discuss three items related to two-neutron halo nuclei.

Formation of unbound nuclei

In the calculation of core- n - n systems through any of the models described in Sec. 2.3 there is an essential “subproblem”: the core- n system. For some of them it is an input, and for the others is an output that has to be checked. The obvious way to probe it is the study of the resonances in the system by neutron scattering on the core nucleus, but this technique can be only applied to ^6He , the other Borromean systems having an unstable core.

The most widely used technique is the formation of the system in a binary reaction of the type $A(\text{B}, \text{core} + n)\text{X}$. If X is detected, the missing mass provides the energy of the core+ n system, where peaks can be associated to resonances. The background, however, from reactions on target impurities, for which the partner of X is not the core+ n system, has to be subtracted [39]. The corresponding ℓ values can be indirectly inferred, if the resolution is high enough, from the width of each peak: for higher ℓ the centrifugal barrier is higher, the life time longer, and the width narrower.

The alternative technique is the coincidence detection of the core and a neutron [Fig. 16(a)]. The energy spectrum is *exactly* the missing-mass one obtained by detecting X , except for a possible contamination from neutrons stemming from X , which is not detected. And experimentally is much more complex to detect a fragment and a neutron than just a fragment. What is then the advantage? First,

we *detect* the system, and backgrounds from other reactions are thus absent. Second, we have access to correlations between core and neutron.

The analysis of correlations in the relative angle provides the ℓ of the resonances [42]. Furthermore, the analysis of *energy correlations* extracts the resonances from the background. Not only from the one created by the core and a neutron from X . The core and the neutron, as well as in experiments detecting X , can always be produced even if there are no resonances in the system, and the relative energy could exhibit peaks that correspond to pure kinematics, or to correlations in the initial state. These effects lead to a “non-resonant background” [43], which can be obtained from the data by mixing cores and neutrons from different events. Peaks above this contribution *do* correspond to core- n resonant states: for example, the narrow peak in Fig. 16(a) is assigned to a d resonance, probably the g.s. of ^{16}B , at 85 ± 15 keV [40].

Well beyond the drip lines

Core- n systems are just holes before the end point of isotopic chains. Can we go (significantly) beyond the end point? The only such cases that have been studied are superheavy isotopes of hydrogen and helium. The most extreme examples are the observation of resonances that have been attributed to the g.s. of ^5H (by missing mass [44]) and ^{10}He (both by missing mass [45] and $^8\text{He}+n+n$ coincidences [46]).

The same resonance in ^5H has been recently observed by detecting $t+n+n$ coincidences [Fig. 16(b)] in proton removal from ^6He [41]. The analysis of two- and three-body correlations presented in Sec. 2.2 is in progress. Importantly, the parameters extracted such as r_{nn}^{rms} or τ of resonances in ^4H (if present) should not be distorted at all by the reaction mechanism, since ^5H is formed during the reaction and it decays *spontaneously* in the final state.

May many-neutron haloes exist?

Is the number of halo neutrons limited to 2? We know already that ^8He is not a three-body system, as ^6He is too weakly bound to act as a core. The properties of this nucleus are better described by four neutrons around the α particle [47, 48]. Whether this extremely neutron-rich system is a four-neutron *halo* or not is still subject of debate due to its unexpectedly strong binding — 1.1 MeV more than ^6He — (Sec. 4).

Two very simple arguments, applied to ^{11}Li , are presented in [31]. The first one considers the effect

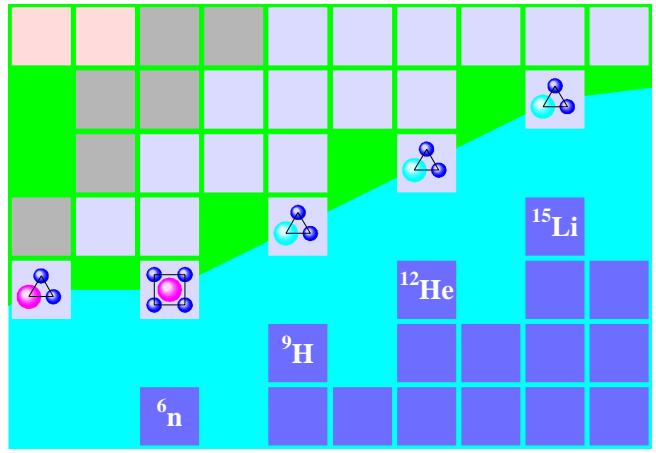


Figure 17: Location in the Segré chart of hypothetical “hyperheavy” particle-stable isotopes beyond the known drip line.

of neutron pairing. The core nucleus is not able to bind each of the neutrons separately, and thus the energy of the system would be, in the absence of neutron pairing, twice the energy of resonances in ^{10}Li : $+2\varepsilon_{9n}$. However, the energy provided by the n - n interaction, $-\varepsilon_{nn}$, is stronger and binds ^{11}Li . If we extend this argument to x neutrons added to ^9Li , the energy of the system would be:

$$E(^{9+x}\text{Li}) = +\varepsilon_{9n} x - \varepsilon_{nn} x(x-1)/2$$

which could be negative for a given $x > 2$. Considering that all possible n - n pairs will interact equally is presumably an overestimate but, even without the $(x-1)$ factor, the superheavy lithium isotope would be bound if $2\varepsilon_{9n} < \varepsilon_{nn}$. This is already true for $x = 2$; higher values, however, would require the presence of enough low-energy resonances in ^{10}Li .

The same argument can be also extended to dineutron clusters. Excited states in ^{11}Li are unbound, and could be considered as resonances of energy $+\varepsilon_{9(2n)}$. If we add a second dineutron, the energy of the system could become negative:

$$E(^{13}\text{Li}) = +2\varepsilon_{9(2n)} - \varepsilon_{(2n)(2n)}$$

provided that the attraction, now between the two dineutrons, is strong enough. Of course, clusters of more than two neutrons could be also considered. If specific numbers of neutrons correlate better than others (Sec. 4), new superheavy isotopes could form particle stable “reefs” far off the drip line [49] (Fig. 17).

3 Nuclear molecules

The term nuclear molecule has long been reserved for dinuclear systems in which two clusters orbit one another. Already in 1960 narrow resonances were observed in $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ scattering [50]. The widths were about 100 keV and the energies linear with $J(J+1)$, indicating that the system lived long enough to undergo several rotations. The formation of these molecular structures is somehow linked to the stability of the cluster components and to symmetries of the deformed potential describing the composite system, but is not well understood yet [51].

These properties give rise for example to $\alpha+\alpha$ orbiting in unbound ^8Be , on the g.s. of which a rotational band is built. Nucleons added to this highly clustered system find themselves in two-center orbits, giving rise to **molecules** fundamentally different from those observed in scattering resonances [52, 53].

Two-center orbits are very similar to those of electrons in covalent bonds in atomic molecules. Moreover, the exchange of these valence nucleons between the two α clusters can provide additional stability, effectively binding the α “nuclei” (Fig. 18). The role of nuclei in a molecule played by the α particles is related to their strong stability and the weakness of the α - α interaction.

Therefore, there seems to be an analogy between atomic and the latter nuclear molecules. If one considers the characteristics of the problem, however, the differences are huge: relative masses and distances, interaction, substructure of constituents... We will first review the different concepts using atomic (“true”) molecules, and see how the link can be made through the molecular orbitals of the systems. These will be obtained with a very simple model: the deformed harmonic oscillator. Finally, the increasing complexity of the molecules studied will be addressed.

3.1 True molecules

We will review here chapters 6,7 of [54], in which the hydrogen atom is used as the starting point for the description of more complex atoms and diatomic molecules.

Atoms

The most simple example of an atomic system is the one-electron atom (hydrogen or hydrogen-like ions).

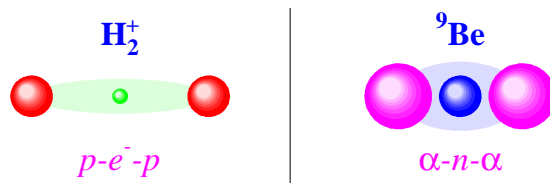


Figure 18: Sketch of the analogy between the H_2^+ molecule, bound by the electron, and the ^9Be nucleus, bound by the neutron added to ^8Be .

The hamiltonian and energies of this two-body system bound by the Coulomb interaction are, in atomic units:

$$H = -\frac{1}{2}\nabla^2 - \frac{Z}{r} \quad (19)$$

$$E_n = -\frac{Z^2}{2n^2} \quad (20)$$

The wave functions $\phi_H(n, \ell, m)$ lead to the hydrogen orbitals s, p, d, \dots for $\ell = 0, 1, 2, \dots$ (Fig. 20, middle row). From the nuclear perspective one could expect that atomic physics is an “exact science”, since it deals with point-like particles bound by a simple interaction. The hydrogen atom is, however, the *only* problem with an exact solution!

The next problem is the helium atom (Fig. 19). The hamiltonian is:

$$H = -\frac{1}{2}[\nabla_1^2 + \nabla_2^2] - \frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_{12}} \quad (21)$$

It has no exact solution anymore due to the electron repulsion (three-body problem). One way out is to neglect this term and take it effectively into account by introducing an effective charge (we are getting closer to nuclear physics...):

$$H' = -\frac{1}{2}[\nabla_1^2 + \nabla_2^2] - \frac{Z'}{r_1} - \frac{Z'}{r_2} \quad (22)$$

which is the nuclear charge minus the screening of the other electron. Eq. (22) is the sum of two one-electron problems, and therefore the solution can be written as:

$$\Psi = \phi_H(1) \phi_H(2) \quad (23)$$

$$E = -\frac{Z'^2}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (24)$$

Using the exact hamiltonian and minimizing the energy leads to $Z' = Z - \frac{5}{16}$, which gives a binding energy only 2% higher than the experimental value.

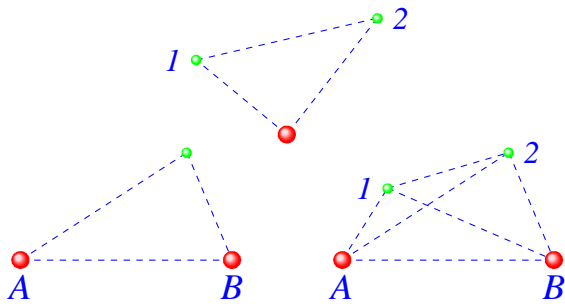


Figure 19: The simplest problems beyond one-electron atoms: the helium atom (top) and the H_2^+ and H_2 molecules (bottom).

In this way one can construct an independent electron theory for atoms with N electrons by neglecting the $N(N-1)/2$ repulsion terms:

$$H' = -\frac{1}{2} \sum_i^N \nabla_i^2 - \sum_i^N \frac{Z'}{r_i} \quad (25)$$

$$\Psi = \prod_i^N \phi_H(i) \quad (26)$$

where Z' is now the nuclear charge screened by the $N-1$ other electrons.

Molecules

The simplest molecule is H_2^+ (Fig. 18). In the same way that the solutions of the hydrogen atom are used in constructing an approximate theory of more complex atoms, the solutions of this problem can be used to develop an approximate theory of more complex diatomic molecules.

The hamiltonian (Fig. 19) is:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_i \nabla_i^2 - \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} + \frac{1}{R_{AB}} \quad (27)$$

Again we have a three-body problem, but now we cannot replace the proton repulsion by an effective screen. There is, however, another approximation (called Born-Oppenheimer) that can be made: the motion of electrons in a molecule is so rapid that the nuclei may be regarded as fixed. We can thus solve the problem for a set of internuclear distances and then plot the energy of the molecule as a function of R_{AB} : the minimum in the curve corresponds to the configuration of the stable molecule.

The Born-Oppenheimer approximation eliminates also the nuclear kinetic terms, and Eq. (27) becomes a one-electron problem. It is exactly soluble, but

there is an approximate solution that illustrates well the variational principle and the method of linear combination of atomic orbitals (LCAO). The variational principle states that “*the expectation value of the energy calculated from any approximate wave function will always be higher than the true energy of the g.s.*”. Therefore, we can propose several trial wave functions and choose the one with the lowest energy as the best approximation among the ones proposed.

A more systematic procedure is to use one trial function but with several arbitrary parameters, with respect to which the energy is minimized. Therefore, a huge number of guesses is made with only one function, but the solution will be *just* the best one within the particular parametric form chosen. The trial function is usually a linear function, and this is the basis of the LCAO method. Since molecules are made up of atoms, it is reasonable to assume that the electron distribution in a molecule can be approximated by a sum of atomic electron distributions.

For example, we can approximate the molecular orbitals Ψ of H_2^+ by a linear combination of hydrogen $1s$ orbitals ϕ . The minimization of the energy leads to:

$$\Psi_{\pm} = (\phi_A \pm \phi_B) \quad (28)$$

Applying Eq. (27) to this wave function leads to:

$$E_{\pm} = \langle \phi_A | H_A | \phi_A \rangle + \langle \phi_B | H_B | \phi_B \rangle + \left\{ \frac{1}{R_{AB}} - 2 \langle \phi_A | \frac{1}{r_B} | \phi_A \rangle \right\} \mp \langle \phi_A | H | \phi_B \rangle \quad (29)$$

The first line corresponds to the energy of each atom. Next there is the Coulomb term, in which the extra attraction of each electron by the other proton at short internuclear distances is overwhelmed by the proton repulsion. Finally, there is the **exchange term**, that takes into account the fact that electrons are not restricted to atom A or B but can exchange places between the two orbitals. This term provides the stability of the molecule for the Ψ_+ orbital.

We can now add another electron and calculate the solutions of the H_2 molecule (Fig. 19). Four terms must be added to Eq. (27): kinetic term, attraction by the two protons, and repulsion by the other electron. By adding $\pm 1/R_{AB}$, the hamiltonian can be rewritten:

$$H = H^+(1) + H^+(2) - \frac{1}{R_{AB}} - \frac{1}{r_{12}} \quad (30)$$

where H^+ is the hamiltonian for the electron in H_2^+ . If we neglect the electron repulsion and fix the internuclear distance, Eq. (30) is twice a one-electron

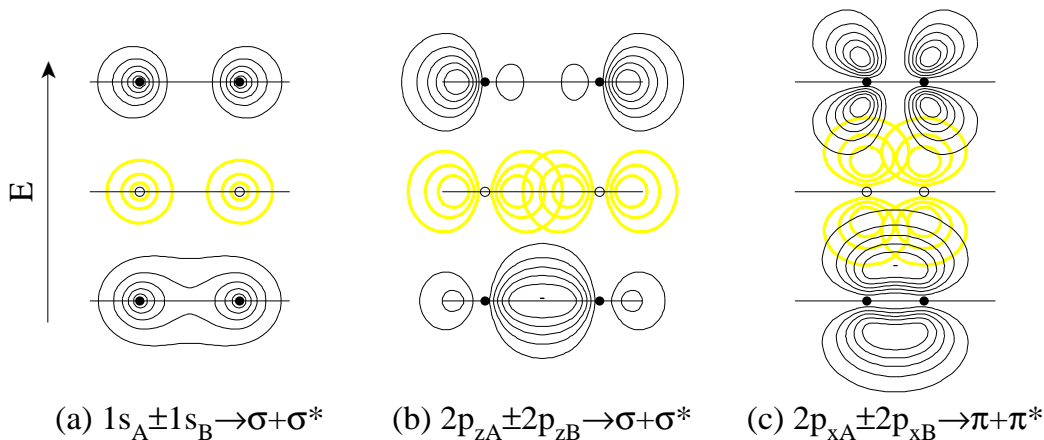


Figure 20: The formation of molecular orbitals $\Psi_{\sigma,\pi}$ from linear combinations of atomic hydrogen orbitals $\phi_{s,p}$ of atoms A and B . From top to bottom: $|\Psi_i^*|^2$ (antibonding orbital), $|\phi_i|^2$ (the two atomic orbitals) and $|\Psi_i|^2$ (bonding orbital), all projected in the XZ plane. Symbols correspond to the location of the atomic nuclei.

problem. The wave function can thus be written as $\Psi = \Psi_+(1)\Psi_+(2)$, where Ψ_+ is the wave function of each electron in H_2^+ [Eq. (28)]. We can expand the wave function following several approximations (first/second function refers to electron 1/2):

$$\Psi = \phi_A\phi_B + \phi_B\phi_A + \phi_A\phi_A + \phi_B\phi_B \quad (31)$$

$$\approx \phi_A\phi_B + \phi_B\phi_A \quad (32)$$

$$\approx \phi_A\phi_B + \phi_B\phi_A + \lambda(\phi_A\phi_A + \phi_B\phi_B) \quad (33)$$

$$\approx \Phi_A\Phi_B + \Phi_B\Phi_A \quad [\Phi = 1s + \lambda 2p] \quad (34)$$

In Eq. (31) the third and fourth terms represent the probability of finding both electrons close to one nucleus, and are called ionic terms (H_A^+H_B^- and H_A^-H_B^+). The corresponding energy of the molecule is off by 6.4%. This wave function is contrary to experience because the ionic terms predict that one half of the hydrogen molecules should dissociate into the ions H^+ and H^- , and this is never the case.

Therefore, the second approximation is to keep only the covalent terms [Eq. (32)]. The error in the energy decreases to 4.9%. It seems thus better to omit the ionic terms than to take them with equal weight. It might then be that introducing them multiplied by a variational parameter leads to a better wave function [Eq. (33)]. Minimizing the energy leads to $\lambda = 0.25$ and the energy is now off by 4.7%.

Does this mean that the wave function is an ionic-covalent mixing? No. We can use another approach [Eq. (34)] without ionic terms but with a basis hydrogen orbital with a little $2p$ character (an *hybrid* orbital). Minimizing the energy with respect to λ gives a binding energy only 4.2% higher than the experi-

mental value. This is the best result of the four. Does this mean that hydrogen atoms are slightly “polarized” in H_2 and that the molecule is purely covalent? No!

It means just that adding terms with variational parameters leads always to a better description of the observables. The best wave function of H_2 is a 50 term variational function, in which all the concepts of atomic and molecular orbitals, Coulomb and exchange terms, or polarization of the atoms disappear [54]: “*it is still an open question whether accurate, ab initio calculations will solve fundamental problems associated with the structure of complex molecules*”. This question can be extended to nuclear physics.

Molecular orbitals

Molecular orbitals that can be constructed by simple linear combinations of atomic hydrogen orbitals are displayed in Fig. 20. They are named depending on the component of angular momentum about the bond axis (Z in the figure): $\sigma, \pi, \delta, \dots$ for $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, respectively. The LCAO method always leads to as many molecular orbitals as the number of basis orbitals. At the equilibrium internuclear distance, one of the molecular orbitals has an energy lower than the isolated atoms (bonding) and the other has a higher energy (antibonding, marked with an asterisk).

Bonding (antibonding) orbitals keep the electrons in (out of) the region between the two nuclei (Fig. 20). An identical pair of π, π^* orbitals can be constructed with $2p_{yA} \pm 2p_{yB}$. The stability of the

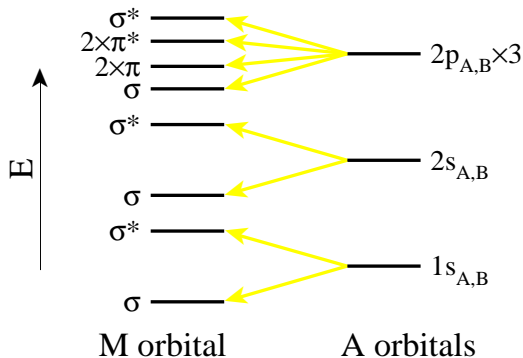


Figure 21: Energies of diatomic molecular orbitals constructed in MO theory from the atomic orbitals in atoms A and B [54].

molecule can be predicted by the number of bonding and antibonding orbitals filled. The order of the orbital energies for molecules with large internuclear distances is shown in Fig. 21. For a molecule being stable there has to be an overall extra binding with respect to the two isolated atoms. Therefore, molecules like He_2 or Be_2 do not exist [54, p. 166].

3.2 The nuclear concepts

In the sketch of Fig. 18 the atomic and nuclear problems seem analog. The simple arguments we have followed in the atomic case, however, do not seem evident at all to translate into the nuclear case. There are no basis, exact functions like the hydrogen ones, the “nucleus-electron” interaction is poorly known, the finite size and motion of “nuclei” in the molecule cannot be neglected... How are the different concepts translated?

Born-Oppenheimer approximation

In atomic molecules, the internuclear distance was fixed and the problem was solved for a series of values, mapping the evolution of the molecule energy with R_{AB} . In nuclear molecules of the type $A^{>8}\text{Be}$ we cannot freeze the two α particles, but we can mimic the Born-Oppenheimer approximation by using a two-center potential (created by the α particles) for the valence neutrons, and solve de Schrödinger equation for several interpotential distances.

This is done in the two-center shell model (TCSM) [55, p. 571] and the two-center harmonic oscillator (TCHO) [56]. The TCHO case is shown in Fig. 22. For effectively infinite separation the associated energy levels are degenerate, the quantum numbers are

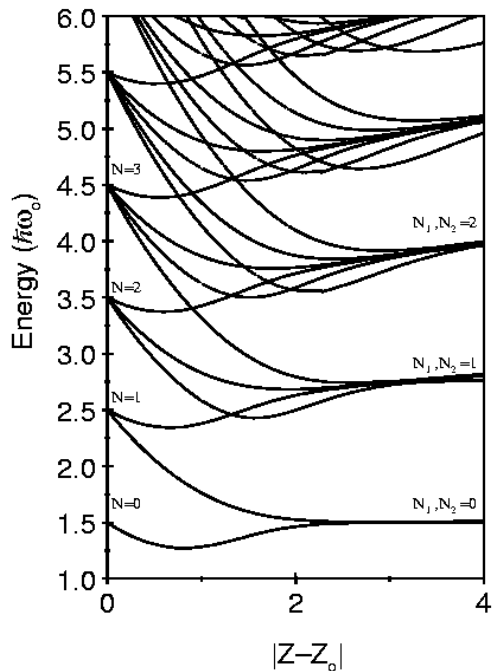


Figure 22: The energy levels of the two-center harmonic oscillator as a function of the separation of the two potentials from the origin Z_0 (the interpotential distance is $2|Z - Z_0|$) [51].

equal. As the two wells overlap the degeneracy is removed with some levels being pushed up, and others down, due to the Pauli principle: two identical initial wave functions (with respect to different centers) must evolve into two different wave functions (with respect to a common center).

For example, two $N = 0$ (nodeless) wave functions fuse to form an $N = 0$ state and, in addition, create a node along the interpotential axis ($N = 1$). This resembles much the evolution shown in Fig. 21 from isolated atomic orbitals to common molecular orbitals.

The LCAO method

The use of linear combination of atomic orbitals has its analog in the LCNO (linear combination of nuclear orbitals) approach [57], which describes the effect that can be expected from the exchange of a nucleon, as was discussed in Eq. (29) for an electron.

A clear example is given in [58]. ^{20}Ne , as will be seen below, has a pronounced $^{16}\text{O}-^4\text{He}$ cluster structure. The two clusters are particularly stable and their relative interaction is weak: the valence neutron in ^{21}Ne can be considered as a nucleon in the field of the two clusters. Therefore, its wave func-

tion is naturally constructed as a linear combination of “atomic” states of the neutron in ^{17}O and ^5He .

Orbitals

The orbitals corresponding to the valence neutrons in highly clustered systems can be obtained from some of the complex models noted above, like TCSM, TCHO or AMD. Their shape is in fact very similar to the one of the analytical LCAO orbitals shown in Fig. 20. We will see that the deformed harmonic oscillator leads to analytical nuclear orbitals and that these resemble also to the σ and π atomic ones.

Another concept which is translated into nuclear physics, not necessarily in the molecular context, is that of hybrid orbitals [54, p. 180]. In molecules formed with p atomic orbitals the angles between bonds should correspond to the angle between the three $p_{x,y,z}$ orbitals, 90° . Experimentally, the angles are higher: 104.5° in H_2O , 108° in NH_3 , 120° in BCl_3 , or even 180° in HgCl_2 .

Instead of using pure p orbitals, atoms *hybridize* one s and x p orbitals to form $x + 1$ sp^x orbitals. For $sp^{3,2,1}$ the bond angles are 109 , 120 and 180° , respectively, which correspond to the NH_3 , BCl_3 and HgCl_2 examples noted above. In nuclei, the wave function of nucleons is represented also as an hybridization of different single-particle wave functions, weighted by spectroscopic factors.

3.3 Deformed harmonic oscillator

Two-center models provide an appropriate description of fission of cluster states into their constituents and also of fusion of nuclei into a compound system (Fig. 22 from left to right and vice versa). The existence of clusters is, however, assumed through the definition of the two potentials.

The deformed harmonic oscillator model, even if inadequate for a detailed description of nuclear properties due to its infinite parabolic behaviour, is useful in many senses:

- calculations of wave functions and densities are analytical and simple;
- shell structure, even without spin-orbit coupling, is fairly well reproduced for light nuclei;
- it is a single potential, without clustering assumptions.

The spherical HO potential, $V = \frac{1}{2}m\omega_0 r^2$, leads to energy shells $E = \hbar\omega_0(N + 3/2)$. The axially

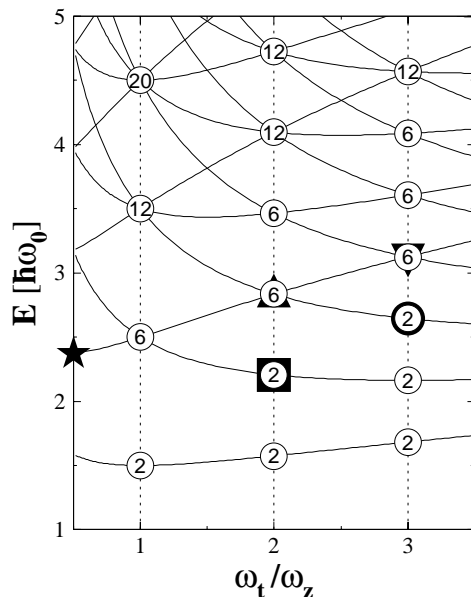


Figure 23: The deformed HO energy levels. The numbers inside the circles indicate the degeneracies at level crossings, and the closed symbols the higher occupied level that could be associated to some deformed, $N = Z$ “closed shell” nuclei: $^{12}\text{C}_{\text{gs}}$ (★), ^8Be (■), ^{20}Ne (▲), $^{12}\text{C}_{0^+}$ (●) and ^{24}Mg (▼).

symmetric HO potential (only prolate and oblate deformations) removes this degeneracy [5, p. 418]:

$$V = \frac{1}{2} m [\omega_t(x^2 + y^2) + \omega_z z^2] \quad (35)$$

$$E = \hbar\omega_t(n_t + 1) + \hbar\omega_z(n_z + 1/2) \quad (36)$$

Volume conservation ($\omega_t^2 \omega_z = \omega_0^3$), however, leads to **new shells** for integer ω_t/ω_z (or ω_z/ω_t) values, as shown in the level scheme in Fig. 23.

The three-dimensional density of a nucleus can be calculated from:

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{i=1}^A \left| \phi_{n_x}^i \left(\frac{x}{b_x} \right) \phi_{n_y}^i \left(\frac{y}{b_y} \right) \phi_{n_z}^i \left(\frac{z}{b_z} \right) \right|^2 \quad (37)$$

where the one-dimensional HO functions are:

$$\phi_n \left(\frac{x}{b} \right) = \frac{e^{-x^2/2b^2} H_n \left(\frac{x}{b} \right)}{\sqrt{2^n n!} b \sqrt{\pi}} \quad (38)$$

the length parameters are related to the frequencies by $b^2 = \hbar/m\omega$ and H_n are Hermite polynomials.

The $\alpha + \alpha$ system

Let us consider ^8Be (Fig. 23). The four protons and neutrons would fill $N = 0$ and only one third

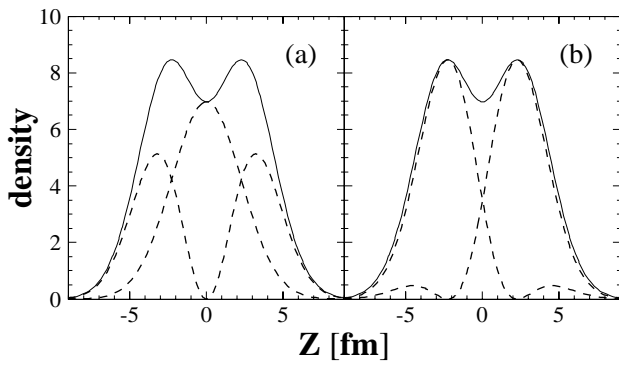


Figure 24: Density of the ${}^8\text{Be}$ g.s. along the Z axis for a $\omega_t/\omega_z = 2$ HO. The dashed lines correspond to: (a) the densities of the HO ψ_{00} and ψ_{01} wave functions; and (b) the ones of the two-center ψ_A and ψ_B wave functions.

of $N = 1$. But, if the system deforms along Z to $\omega_z = \omega_t/2$, the four nucleons would fill two complete levels: $(n_t, n_z) = (0, 0)$ and $(0, 1)$. It would be, therefore, energetically more favourable for the eight nucleon system to be deformed rather than spherical.

The density of ${}^8\text{Be}$, calculated in a $\omega_t/\omega_z = 2$ HO, is plotted in Fig. 24, and exhibits two peaks along the Z axis. These result from the s (ψ_{00}) and p (ψ_{01}) wave functions, plotted in Fig. 24(a). In Eq. (28) we saw that the molecular functions Ψ_{\pm} could be constructed from the atomic ones $\phi_{A,B}$. We can of course go the other way round[†]: $\phi_{A,B} = \Psi_{+} \pm \Psi_{-}$, and extract the atomic functions from the molecular ones.

This transformation leads here to $\psi_{A,B} = \psi_{00} \pm \psi_{01}$ [Fig. 24(b)]. Now it seems that ${}^8\text{Be}$ is made of two spatially separated s wave functions. Indeed, the overlaps with a pure α -particle wave function are $\langle \psi_{A,B} | \phi_{\alpha} \rangle \approx 0.9$. This interpretation is reinforced by having a look to the density in the XZ plane (Fig. 25), where the two α particles are clearly apparent. The deformed HO behaves as two slightly overlapping smaller spherical potentials.

Molecular (but nuclear) orbitals

Now we can plot the densities of neutrons added on top of ${}^8\text{Be}$. The next “shell”, at $\frac{9}{2}\hbar\omega_z$, corresponds to the $(n_t, n_z) = (1, 0)$ and $(0, 2)$ levels. The shape is *exactly* the one of the covalent bonds π and σ (Fig. 20) obtained by LCAO!

The study of the two valence neutrons in ${}^{10}\text{Be}$ with

[†]The normalization constants of the wave functions are being omitted for clarity, at least most of the times...

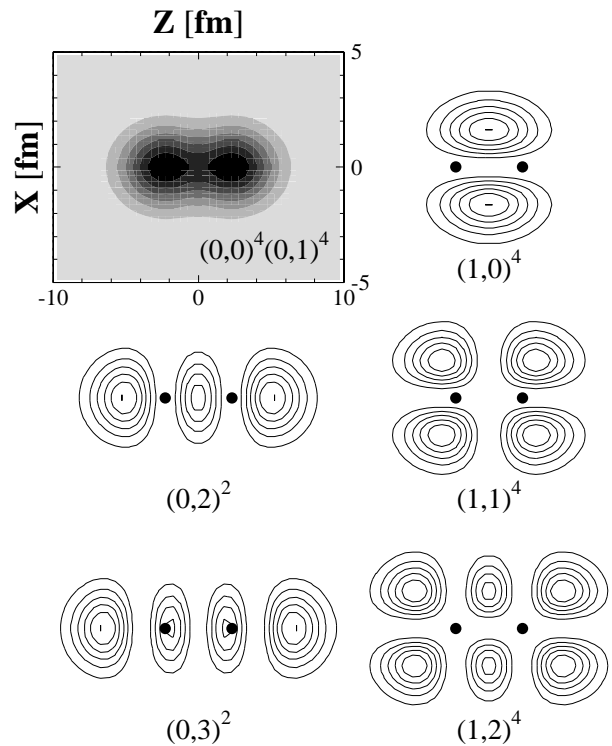


Figure 25: Density of ${}^8\text{Be}$ for a $\omega_t/\omega_z = 2$ HO projected onto the XZ plane. The contour lines correspond to (n_t, n_z) orbitals in higher shells (Fig. 23): six neutrons in $(1,0)(0,2)$ at $\frac{9}{2}\hbar\omega_z$, six in $(1,1)(0,3)$ at $\frac{11}{2}\hbar\omega_z$, and four of the twelve in the $(1,2)(0,4)(2,0)$ shell at $\frac{13}{2}\hbar\omega_z$ — the symbols indicate the two “centers”.

AMD reveals the same shapes, and the results are also interpreted in terms of molecular orbitals [36]. The 0_1^+ (g.s.), 1^- and 0_2^+ states are associated to configurations $\alpha+\alpha$ with two neutrons in π^2 , $\sigma\pi$ and σ^2 orbits, respectively. The g.s. is quite compact (Fig. 14) due to the shape of the π orbit: a ring around the axis between the two α particles.

The link between the binding of these isotopes and the exchange probability of the valence neutrons can be understood as follows: if the α - α distance increases, the neutrons become more and more localized at one of the centers and raise the kinetic energy (decrease the stability) of the molecule; but, if the α particles get too close to each other, the neutrons feel the repulsive effect due to the Pauli principle and also raise the kinetic energy of the molecule. The balance between these two effects provides the equilibrium configuration of the molecular state [36, 59].

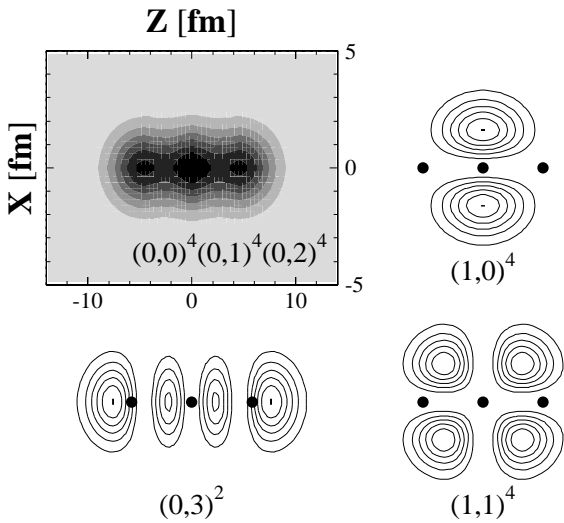


Figure 26: Density of ^{12}C for a $\omega_t/\omega_z = 3$ HO projected onto the XZ plane. The contour lines correspond to (n_t, n_z) orbitals in higher shells (Fig. 23): six neutrons in $(1,0)(0,3)$ at $\frac{13}{2}\hbar\omega_z$, and four of the six in the $(1,1)(0,4)$ shell at $\frac{15}{2}\hbar\omega_z$ — the symbols indicate the three “centers”.

“Many-neutron haloes”?

There might be a curious link between the discussions we had about the possible existence of hyperheavy isotopes (Fig. 17) and the stability conditions for molecules derived from the LCAO method (Fig. 21). The $(1,0)$ and $(0,2)$ levels correspond to bonding orbitals and are filled with six neutrons: from ^9Be to ^{14}Be , the last beryllium isotope known.

The next six neutrons ($^{15-20}\text{Be}$) go into levels $(1,1)$ and $(0,3)$, the shape of which corresponds to antibonding molecular orbitals — neutrons are pushed away from the region between the α particles. According to LCAO, these isotopes should not be bound.

However, if the next levels correspond again to bonding orbitals, LCAO would predict neutrons in these orbitals to bind the system, as it happens in molecules: Li_2 is bound, Be_2 is not, but B_2 , C_2 ... are bound again (Fig. 21). Indeed, the $(1,2)$ orbital in Fig. 25 — as well as $(0,4)$ and $(2,0)$ — has again a bonding profile. These orbitals would correspond to $^{21-32}\text{Be}$!

Deformation and clustering

We can extend the discussion to nuclear trimers. Historically, the excited 0_2^+ state of ^{12}C at 7.65 MeV — the starting point of stellar nucleosynthesis — has been linked to a 3α chain structure. The chain is

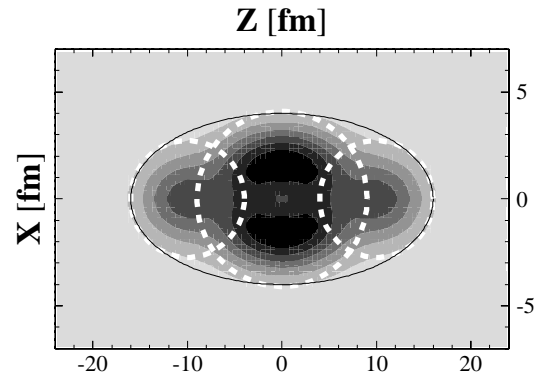


Figure 27: Density of ^{24}Mg for a $\omega_t/\omega_z = 3$ HO projected onto the XZ plane. The lines represent the deformed potential (solid) and three spherical overlapping potentials (dashed), which can be related to an α - ^{16}O - α configuration.

most probably bent [60], though it could be that the bending mode of the pure α chain gets stabilized once valence neutrons are added [53].

The density of ^{12}C in a $\omega_t/\omega_z = 3$ HO potential is shown in Fig. 26, where a linear 3α chain emerges. Neutrons on top of ^{12}C are placed in σ and π orbitals. Curiously, orbitals beyond those in the figure have an antibonding profile, and thus LCAO predicts that only ten neutrons can be added to ^{12}C : this takes us to ^{22}C , the heaviest carbon isotope known...

In view of Figs. 25,26 we can wonder whether clustering emerging from the deformed HO is restricted to α particles. One could say yes, as in light nuclei the Coulomb interaction is small and each filled pair of proton and neutron levels with common quantum numbers can be associated to an α particle: $|2p2n\rangle_{L=0} \equiv |\alpha\rangle$ [51]. Therefore, the clustering observed in Figs. 25,26 should not be considered as a surprise.

But the answer is no! The deformed potential leads to much heavier cluster components. As an example, the description of ^{24}Mg in a $\omega_t/\omega_z = 3$ HO leads, as was the case in ^{12}C , to three spherical cluster components (Fig. 27), but one of them is ^{16}O . This clusterization could be already expected from the level scheme in Fig. 23: for a $\omega_t/\omega_z = n$ potential the spherical degeneracies are repeated n times. The deformed HO behaves as a **series of overlapping potentials** (dashed lines in Fig. 27), each possessing the spherical HO shell structure

The $N = Z$ nuclei marked in Fig. 23 display well this phenomenon. They are all particularly stable, but none of them would correspond to a closed

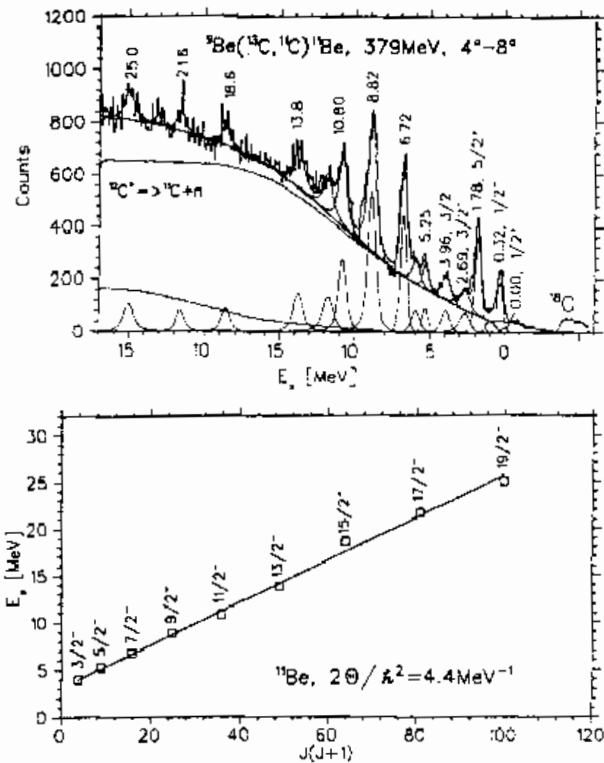


Figure 28: The spectrum of ^{11}Be states observed in the $^9\text{Be}(^{13}\text{C}, ^{11}\text{C})^{11}\text{Be}$ reaction (top) and the proposed energy-spin systematics (bottom) consistent with a rotational band [61].

shell configuration in the spherical HO. They find, through deformation, the possibility of closing shells. The oblate ^{12}C structure corresponds to an equilateral triangular arrangement of three α particles in the XY plane, while the prolate structure is related to the 3α chain [59]. The prolate ^{20}Ne structure can be related to an $^{16}\text{O}-\alpha$ configuration. The ^8Be and ^{24}Mg cases have been already discussed.

3.4 More complex molecules

Experimentally, these molecular states are probed through the spectrum originated by their rotation. One can thus search, within the known excited states of potential candidate nuclei, for rotational bands that can be interpreted in terms of the rotation of a molecular state [52, 53]. The states involved are at relatively high excitation energy, beyond the cluster emission thresholds, and therefore unbound. The experiments aiming to study these states are then of the same kind than those described in Sec. 2.4: missing mass and coincidence detection of clusters.

An example of missing mass is shown in Fig. 28 for

the reaction $^9\text{Be}(^{13}\text{C}, ^{11}\text{C})^{11}\text{Be}$, where the energy of ^{11}C displays the excited states in ^{11}Be [61]. Besides the strong background associated to this technique (Sec. 2.4), only the energy is measured, the spin and parity have to be assigned. By assuming that all of the states observed correspond to the population of a band built on the $3/2^-$ configuration, the energy is linear with $J(J+1)$.

The coincidence technique has a negligible background and provides also the spin of the states [62], but it can only “see” states that decay — and maybe only partly — into the clusters considered. Both techniques keep providing complementary information on molecular states.

Three-center molecules

Fig. 26 shows how the deformed HO predicts the formations of nuclear trimers. The $^{12}\text{C}_{0_2^+}$ state is just unbound with respect to the 3α threshold, but the role played by successive bonding neutrons may lead to strong $3\alpha+xn$ molecular configurations in — or close to — the g.s. of very neutron-rich carbon isotopes [53]. No theoretical models, however, describe how the valence neutrons could form these chains.

Experimentally, besides the limited evidence found in the spectrum of ^{13}C [53], there has been an attempt to explore the $\alpha \frac{n}{n} \alpha \frac{n}{n} \alpha$ chain structure in ^{16}C [63]. The breakup of ^{16}C on a carbon target into $^8\text{He}+2\alpha$ or $^6\text{He}+\alpha$ was not observed, and therefore only upper limits to the decay of trimers via the dimer states in $^{10,12}\text{Be}$ could be estimated.

More “electrons” in the cloud

Instead of exploring trimers, we can form more complex molecular structures by adding more neutrons to a dimer, easier to handle both theoretically and experimentally. The study of molecular states that are now well established in $^9-^{11}\text{Be}$ has been recently extended to ^{12}Be ($\alpha \frac{nn}{nn} \alpha$) and even ^{14}Be ($\alpha \frac{nnn}{nnn} \alpha$).

The $\alpha \frac{nn}{nn} \alpha$ states were formed by inelastic excitation of ^{12}Be on ^{12}C and CH_2 targets, and detected through their decay into $^6\text{He}+^6\text{He}$ and $^4\text{He}+^8\text{He}$ [62]. The results indicate that breakup of ^{12}Be occurs from excited states in the 12–25 MeV interval [Fig. 29(top)]. Angular correlations between the clusters provide a model independent spin determination, in the range $4-8\hbar$, that indicate the decay of rotational states related to an exotic molecular structure [Fig. 29(bottom)].

The possible $\alpha \frac{nnn}{nnn} \alpha$ configurations were investigated by breaking up a ^{14}Be beam into $^8\text{He}+^6\text{He}$ [64].

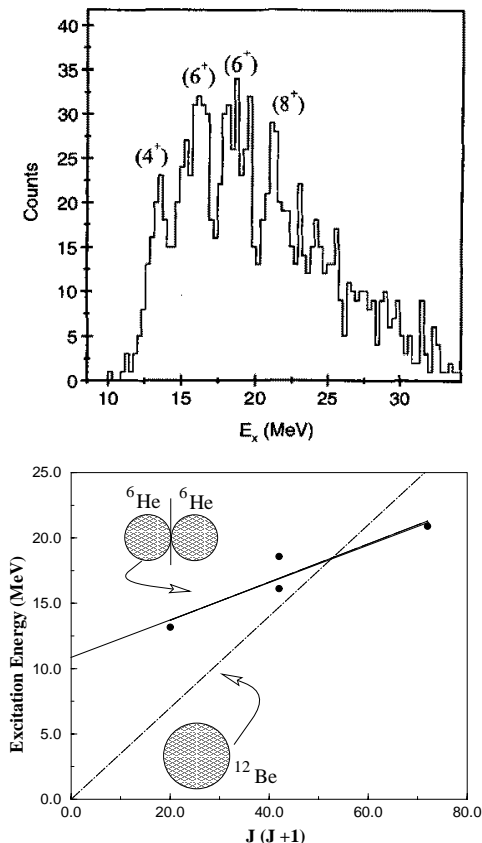


Figure 29: Excitation energy spectrum for states in ^{12}Be that break up into ${}^6\text{He}+{}^6\text{He}$ (top) and the energy-spin systematics (bottom) compared to the spherical and two-cluster configurations [62].

Three small peaks were observed in the region 10-16 MeV, but a determination of the spin was not possible.

Similar systematics have been extracted for the isobaric analog states of the beryllium isotopes in ${}^9\text{-}^{11}\text{B}$ [52, 53]. These are molecules with two kinds of “electrons”, for example $\alpha \frac{n}{p} \alpha$ in ${}^{10}\text{B}$, and it would be interesting to undertake a comparative study of these systems in order to test how the Coulomb interaction modifies the molecular structures found in beryllium.

4 Multineutrons

In the two preceding sections we have seen first how several neutrons can virtually “escape” from the nucleus to form a halo and, in the case of ${}^{6,8}\text{He}$, how they can associate to other “fugitives” to bind nuclear molecules, the most exotic case being the recently observed $\alpha \frac{nn}{nn} \alpha$ configurations in ${}^{12}\text{Be}$. In both cases we deal with many-neutron systems that exist within a given frame, the nucleus.

A question naturally arises: how would these neutron systems behave in the absence of witnesses (the core in halo nuclei or the α particles in nuclear molecules)? The debate about the possible existence of neutral nuclei has a long and checkered history that may be traced back to the early 1960s [65]. But forty years later there is only one clear evidence: the dineutron is unbound.

These decades have led to a very long list of experiments and calculations. And there is an overall consensus [66]: experimentally, no one has been able to create and detect multineutrons; theoretically, they should not exist according to our present knowledge of the nuclear interaction. Are these conclusions strong enough to close the multineutron file?

We will try to provide an answer by weighting the different theoretical arguments and the experiments that have been undertaken. We will see how some of the experiments presented in the preceding sections can be extended here to push further the present limits of multineutron (non-)existence, and discuss the first results that suggest the possible existence of 4n .

4.1 For and (mostly) against

The different arguments are based on things we know more or less well: the binding energies and structure of $N \approx Z$ nuclei are extrapolated to $Z = 0$, and the n - p and p - p interactions are extrapolated to the n - n system. How valid are these extrapolations?

The neutral liquid drop

The most straightforward calculation is setting $Z = 0$ in Eq. (1): the Coulomb term disappears and the asymmetry term becomes linear with A . If we neglect the pairing term:

$$B/A \approx (a_v - a_a) - \frac{a_s}{A^{1/3}} \quad (39)$$

The asymptotic binding depends only on the relative value of the volume and asymmetry parameters. The typical values are $a_v \sim 15$ and $a_a \sim 23$ MeV [2], and then neutron systems should be unbound by more than 8 MeV/ N .

The asymmetry term in Eq. (1) is obtained from the Fermi gas model by expanding the energy of the A nucleons around $N \approx Z$ [2, p. 241]. The results of the standard liquid drop formula are compared to the known nuclear energies in Fig. 30 (solid lines). Even if the lightest $N = Z$ nuclei are not well described — the set of parameters used here is the standard

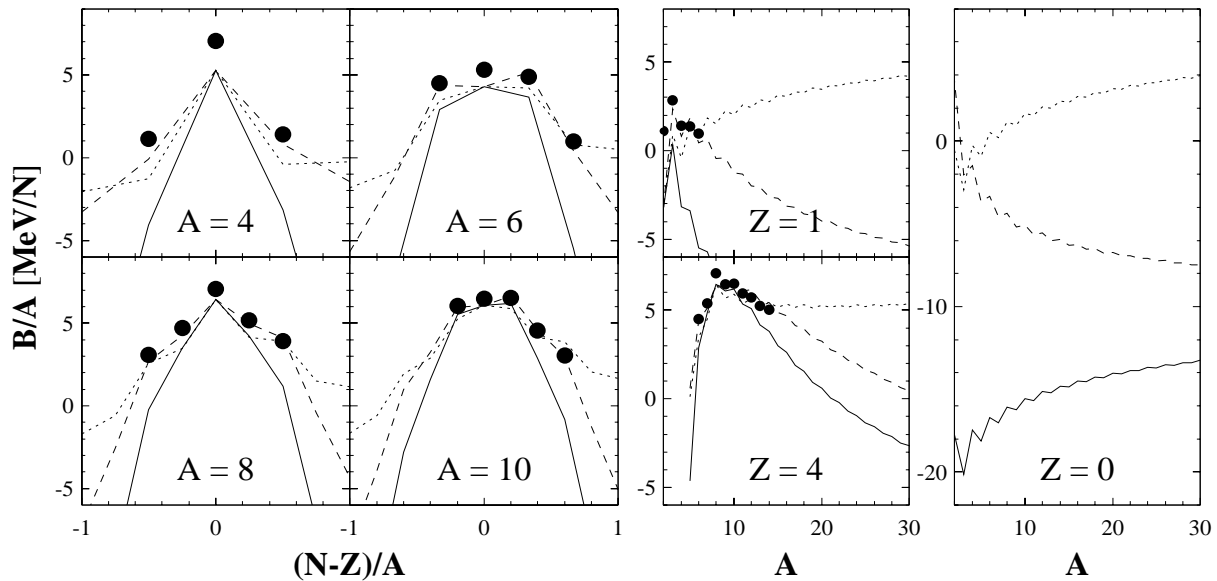


Figure 30: Binding energy per nucleon for different isobars (left), H and Be isotopes (middle), and multinucleons (right). The symbols are experimental data; the lines are results of the liquid drop formula [Eq. (1)] with different asymmetry terms: standard (solid), surface corrected (dashed), and one derived from a neutron-skin density (dotted, see text).

one fitted on heavier nuclei —, it is clear that the asymmetry effect is overestimated.

Some versions of the liquid drop formula have included surface effects in the calculation of a_a : the effect of the asymmetry energy decreases for increasing surface-to-volume ratio (lighter nuclei) [5, p. 197]. These liquid drop formulae[‡] provide a much better description of very asymmetric light nuclei (Fig. 30, dashed lines). The differences are moderate for known nuclei; for multinucleons, however, they may rise up to 20 MeV/N!

One hypothesis in the derivation of the asymmetry term within the Fermi gas model is that neutrons and protons move within the *same* volume. When the system becomes very neutron-rich we know that this may not be the case. This effect can be estimated in a simple way by considering a Fermi gas in which the density is ρ_0 all over the nucleus but with two phases: a central core with $N = Z$ and the extra neutrons outside the core forming a neutron skin. The resulting asymmetry term is also linear with A for multinucleons, but the a_a parameter needed in order to describe known nuclei is much smaller, ~ 6 MeV (Fig. 30, dotted lines).

The latter is a too simple approximation, not only because of the density assumed but also because

only the kinetic contribution to the asymmetry energy is estimated in the Fermi gas model [2, p. 241]. But Fig. 30 displays clearly **how far** multinucleons are from nuclei we know: calculations that describe known nuclei within few MeV/N may diverge up to 20 MeV/N when a proton-free system is considered...

Ab initio calculations

These are the QMC calculations that were described in Sec. 2.3. They also predict that multinucleons should not exist. They are much more formal than the macroscopic liquid drop model, and are considered as an exact microscopic approach of the many-nucleon problem [12, 35, 38]. The results, however, are quantitatively similar (Figs. 15,30) as both reproduce binding energies at the few MeV level.

In the quantitative level, the key ingredient of QMC is the three-body force, without which the results are off the data by about 10 MeV (Fig. 15). Unfortunately, this is the less *ab initio* input of the model. The parameters of V_{NNN} are fitted in order to reproduce the known nuclei, and therefore the agreement with data is not so surprising. Neither is the lack of predicting power.

For example, the first versions fitted on ${}^4\text{He}$ “predicted” a decrease of binding energy with increasing

[‡]For a recent one see [67].

isospin [68] — ${}^4,6,8\text{He}$ are $T = 0, 1, 2$, respectively. The data showed the opposite trend. New forces were then fitted to the $T \neq 0$ isotopes in order to reproduce the right trend. Note that $A \geq 4$ n systems are $T \geq 2$, the isospin values for which the interactions are less known.

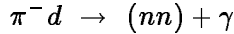
The neutron-neutron interaction

The accurate V_{NN} potentials used in the QMC model are fitted to the n - p and p - p scattering data base. The n - n interaction cannot be fitted as no n - n scattering data exist. The N - N scattering is parametrized in terms of the phase shift δ which, at low energy k , can be expanded as:

$$k \cot \delta = \frac{-1}{a_{NN}} + \frac{1}{2} r_{NN} k^2 + \mathcal{O}(k^4) \equiv \frac{-1}{a(k)} \quad (40)$$

The two parameters defining the interaction at low energy are r_{NN} , the *effective range*, and a_{NN} , the *scattering length*, which corresponds to $a(0)$ and dominates thus the interaction at very low energies [5, p. 68]. The parametrization in Eq. (40) is introduced as, at low energy, the cross-section can be written as $\sigma_{NN}(k) = 4\pi a(k)^2$.

Experimentally, a_{nn} can be determined from reactions in which the final state consists of two neutrons not perturbed by other particles. The best candidate is [20, 69, 70]:



which is shown in Fig. 7. The reaction $\mu^- d \rightarrow (nn) + \nu_\mu$ has not been measured yet, and the values extracted from $nd \rightarrow (nn) + p$ have been shown to depend on the theoretical treatment of three-nucleon forces in the final state [1].

The accepted value is $a_{nn} = -18.5 \pm 0.4$ fm [1]. It is less accurate than the well-known a_{np} and a_{pp} and, moreover, represents just the scattering parameter at zero energy for the 1S_0 n - n interaction: $a^S(0)$. In QMC calculations, however, we need to know $a^L(k)$. Therefore, charge independence (CI) of the N - N interaction has to be assumed: the n - n interaction evolves with energy and angular momentum as the n - p and p - p interactions do. We know, however, that already the n - p and π^0 - π^\pm mass differences *must* break CI [1]. Only recently terms that break CI have been added to the interactions [12].

Note: the n - n interaction used in the different models is thus purely theoretical, *it has never been measured*. Measuring this interaction remains a huge experimental challenge.

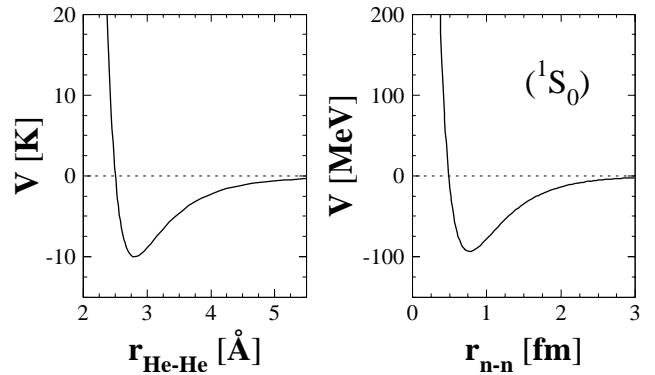


Figure 31: Comparison between the ${}^3\text{He}$ interatomic potential and the n - n potential in the singlet state.

Some clues for

We have seen that the arguments against multineutrons are only moderately strong. Are there arguments for their existence?

The fact that two neutrons do not form a bound system and that neutrons are fermions is used as an argument against the existence of multineutrons. But there is an analog problem in atomic physics: **liquid (${}^3\text{He}$) $_N$ drops**. Indeed, ${}^3\text{He}$ atoms are also fermions and their interaction, although attractive, is also too weak to form a dimer. Since a very high number of atoms form a liquid drop, theoretical studies have been undertaken to find the critical number of atoms needed to form a bound system, leading to $N \sim 30$ [71].

Could it be that a critical number exists also for neutron drops? The interaction potentials, although at very different scales, have indeed a similar shape (Fig. 31). The same type of calculations [71] are, however, not yet available at the nuclear level, as the n - n potential is much more complex than just the central part drawn in Fig. 31. Work in this direction is in progress [68].

Another hint can be extracted from the known light, **neutron-rich masses**. Besides the odd-even staggering, the overall trend for all the elements is that the binding energy decreases monotonically as more and more neutrons are added (Fig. 1). There are, however, two exceptions to this rule: hydrogen and helium [Fig. 32(a)]. It is intriguing that this neutron binding effect appears only for nuclei with *very few protons*, and that the maximum effect seems to be associated to *four neutrons*: $\alpha + 4n$ leads to the particularly stable ${}^8\text{He}$, and ${}^5\text{He} + 4n$ leads to an almost bound ${}^9\text{He}$.

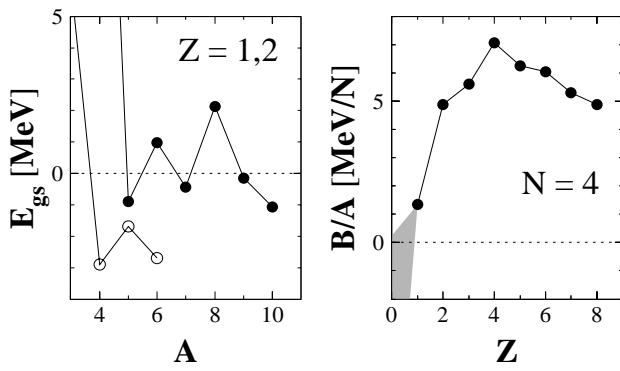


Figure 32: Nuclear mass systematics [44, 72, 73]: (a) binding energy with respect to the first particle threshold for H and He isotopes; (b) binding energy per nucleon for $N = 4$ isotones.

The binding energy per nucleon for light $N = 4$ isotones [Fig. 32(b)] has been recently extended down to $Z = 1$ [44]. The sequence ${}^8\text{Be}$ - ${}^7\text{Li}$ - ${}^6\text{He}$ - ${}^5\text{H}$ follows a decrease modulated by the $\pm\delta$ pairing term [Eq. (1)]. The next member of the sequence, ${}^4\text{n}$, should continue the decrease but with a $+\delta$ contribution. Therefore, there might be still room for a positive binding energy.

Note: the fact that the neighbouring ${}^{4,5}\text{H}$ are not particle stable would not be in contradiction with particle stability of ${}^4\text{n}$. These hydrogen isotopes have a positive binding energy of about 6 MeV, but they are unbound only because ${}^3\text{H}$ is bound by 7.7 MeV, and thus they decay into a triton and 1,2 neutrons. But in the case of ${}^4\text{n}$ there are no bound subsystems, and then even a 1 keV binding energy would lead to a bound tetraneutron.

4.2 The quest: 1960s-2000s

Experimentally, despite the efforts made in the past forty years, no limit has yet been placed on the binding energy of ${}^4\text{n}$ — or any other ${}^A\text{n}$. Rather only limits on the production cross-sections could be estimated from two-step or direct reactions.

Two-steps reactions

The principle consists of the production of ${}^4\text{n}$ in reactions such as neutron-induced fission of U [74, 75] or proton and light-ion fragmentation of a heavy target [76, 77]. Any recoiling ${}^A\text{n}$ could be then signaled by the radiochemical separation of decay products from $({}^A\text{n}, xn)$ reactions in a secondary target. An extremely pure target and a detailed analysis of all pos-

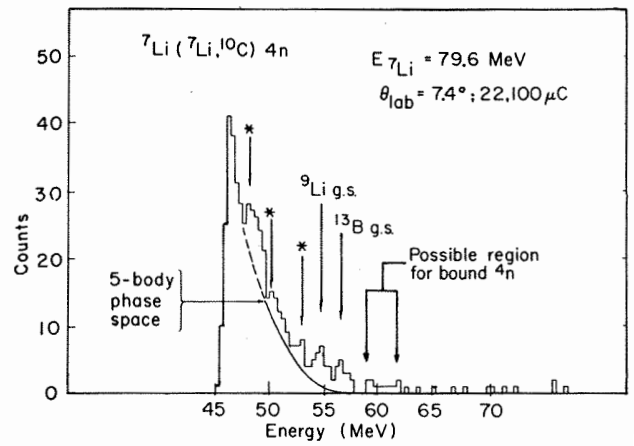


Figure 33: Energy spectrum of ${}^{10}\text{C}$ from the reaction ${}^7\text{Li}({}^7\text{Li}, {}^{10}\text{C})4n$. Known contaminant reactions are indicated either explicitly or by an asterisk [83].

sible backgrounds are thus needed. As such only upper limits for the ${}^4\text{n}$ production cross-section, assuming cross-sections for the $({}^A\text{n}, xn)$ reactions, could be determined. The only positive claim [76] was later explained as arising from an underestimation of the production of very energetic tritons [77].

π^- charge exchange

A step forward was given with double pion charge exchange ($D\pi\text{CX}$) reactions on helium: ${}^A\text{He}(\pi^-, \pi^+)An$. By detecting the π^+ , states in the An system could be signaled by discrete values of the pion energy. The technique has been applied to ${}^3,4\text{He}$ in order to study ${}^3,4\text{n}$ [78, 79, 80]. The different π^+ spectra, once the backgrounds subtracted, have shown no significant evidence for bound or resonant states. The cross-section — one pion has to change the charge of two protons — is very low, typically tens of nb [80].

This reaction was already tried inside a lead nucleus: ${}^{208}\text{Pb}(\pi^-, \pi^+){}^4\text{n}$. The idea was to induce then a second reaction in the thick target in which the tetraneutron would be absorbed into ${}^{212}\text{Pb}$ [81]. No α decay energies corresponding to ${}^{212}\text{Pb}$ were observed. Another variant of this technique was single pion charge exchange: ${}^3\text{H}(\pi^-, \gamma)3n$, but the photon energy showed no evidence for a trineutron state [82].

Multinucleon transfer

The two-body kinematics idea of $D\pi\text{CX}$ was applied to heavy-ion transfer reactions of the type $a(b, c)An$,

without success [83, 84, 85, 86]. The cross-section was still very low, and the use of stable beam-target combinations limited the search to ${}^3,4\text{n}$. There are, in addition, other problems that are clear in Fig. 33: (i) the background inherent to missing mass techniques due to target impurities — arrows and counts in the unphysical region beyond 62 MeV; (ii) the precise knowledge of the $(A + 1)$ phase space, on top of which the signal should appear; and (iii) the bias introduced by the fact that both the ${}^A\text{n}$ and the ejectile have to be formed in the reaction.

4.3 A new approach

All the experiments reviewed have in common that: (i) they relied on extremely low cross-sections; (ii) the multineutron signal was not expected in a background-free region (see Fig. 33); and (iii) they used stable (or almost) beams and targets. Also that none lead to a positive result. Does the availability of neutron-rich beams provide new possibilities in this field?

Principle

We have discussed in the two preceding sections clustering phenomena in light, neutron-rich nuclei. If multineutrons *do exist* one should consider them as any other cluster, and thus expect that a (more or less) significant component of the wave function of these nuclei could correspond to a multineutron configuration.

Therefore they should be liberated in breakup reactions, in which relatively high cross-sections are encountered (Sec. 2). Moreover, the detection of neutrons in coincidence with the reaction $({}^A\text{X}, {}^{A-xn}\text{X})$ provides a clean selection of the reaction channel. But how can we distinguish between the production of xn and ${}^x\text{n}$?

The principle is similar to that used by Chadwick 70 years ago for the discovery of the neutron: infer the mass of the neutral particle by the recoil energy of a proton [88]. Indeed, the predominant mechanism for the detection of neutrons in a liquid scintillator, such as that used in DEMON (Fig. 8), is n - p scattering [89], in which the proton recoils with an energy (E_p) up to that of the incident neutron. In general, the neutron does not lose all its energy in the interaction and may escape from the detector [22].

The energy of the proton may then be compared to the energy per nucleon of the incident particle derived from the time-of-flight (E_n). For a single neutron and an ideal detector $E_p/E_n \leq 1$, but in the

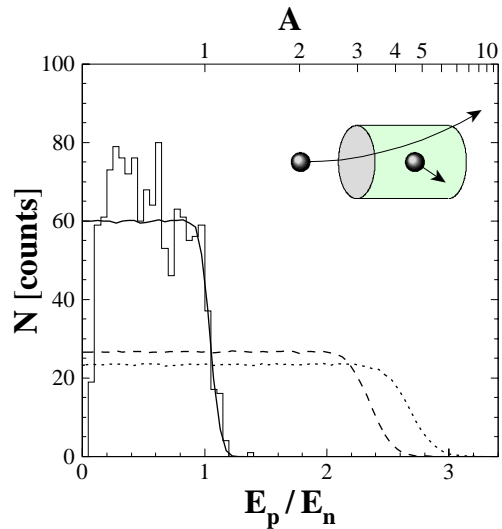


Figure 34: Distribution of the ratio of proton energy, E_p (MeV), to the energy derived from the flight time, E_n (MeV/N), for data from the reaction $({}^{14}\text{Be}, {}^{12}\text{Be}+n)$ and for simulations of elastic scattering of ${}^{1,3,4}\text{n}$ (solid, dashed and dotted lines, respectively) on protons [87].

case of a multineutron E_p can exceed the incident energy *per nucleon* and E_p/E_n may take on a range of values extending beyond 1 (~ 1.4 due to finite resolutions of DEMON), as shown in Fig. 34. The ${}^x\text{n}$ signal is thus expected in a region **well separated** from the xn background.

Test on data

The technique was tested [87] on existing data from the breakup of ${}^{14}\text{Be}$ (Sec. 2). This system, together with ${}^8\text{He}$, is a promising candidate as protons can be considered to be “confined” inside α particles and the $4n$ thresholds are the lowest known ($S_{4n} = 3.1$ MeV for ${}^8\text{He}$ and 5.0 for ${}^{14}\text{Be}$). The detection of neutrons produced in the reaction $({}^{14}\text{Be}, {}^{12}\text{Be}+n)$ is displayed in Fig. 34; a channel in which multineutrons should be absent. We observe that the flat distribution predicted for n - p scattering describes the data well.

The charged fragments produced in the breakup of the beam particles were identified using the energy loss (ΔE_{Si}) and residual energy (E_{CsI}) signals derived from the telescope (Fig. 8). One dimensional spectra representing the particle identification (PID) were constructed projecting along the hyperbolas corresponding to Be isotopes [90, 91]. The PID distribution (left panel in Fig. 35) exhibits peaks corresponding to isotopes of H, He, Li and Be, in which ${}^{10,12}\text{Be}$ are well resolved (the two higher-lying peaks).

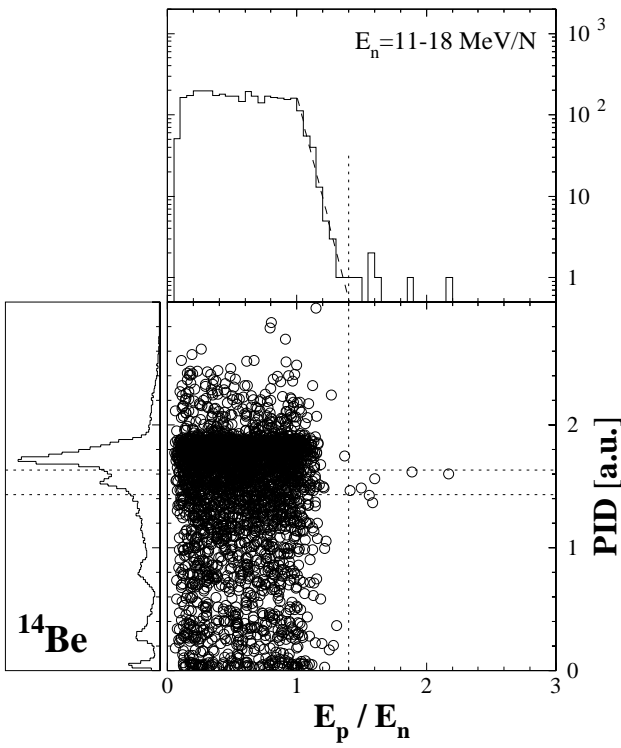


Figure 35: Scatter plot, and the projections onto both axes, of the particle identification parameter PID vs E_p/E_n for the data from the reaction ($^{14}\text{Be}, X+n$). The dotted lines correspond to $E_p/E_n = 1.4$ and to the region centred on the ^{10}Be peak [87].

The E_p/E_n distribution (upper panel in Fig. 35) exhibits a plateau up to 1 followed by a sharp decline up to 1.4, which may be fitted to an exponential distribution (dashed line). In the region where ^4n events may be expected to appear, $E_p/E_n > 1.4$, six events ranging from 1.4 to 2.2 are observed. All of them fall within a region centred on ^{10}Be . No such events were observed for two other components present in the beam, ^{11}Li and ^{15}B [87].

Several potential sources of events with $E_p/E_n > 1.4$ not involving the formation of a multineutron have been considered [87], but none was found to account for the fact that the six events appear to be produced in association with ^{10}Be fragments (17% of the total yield) while no events appear in association with other fragments with comparable (H-He-Li, 19%) or higher (^{12}Be , 47%) yields. Therefore, the six events exhibit the characteristics of a multineutron liberated in the breakup of ^{14}Be , most probably in the channel $^{10}\text{Be}+^4\text{n}$.

4.4 The near future

The limited statistics, however, together with experimental constraints due to the fact that this experiment was not planned for multineutron detection [87], require much caution until these results are confirmed. At least as much as Chadwick expressed in 1932: “*the difficulties [to explain the results] disappear, however, if it be assumed that the radiation consists of particles of mass 1 and charge 0, or neutrons*” ...

Dedicated experiments in progress

At the time of writing this document, three dedicated experiments have just been undertaken at GANIL:

- α -particle transfer from a ^8He beam to a deuterium target, leading to a $^6\text{Li}+4\text{n}$ final state [3, E. Rich]. The energy of ^6Li should exhibit peaks associated to 4n states (as in Fig. 33).
- ^8He breakup into $^4\text{He}+4\text{n}$ [92]. The high intensity delivered by SPIRAL, $1.5 \cdot 10^4$ pps, should lead to a clearer signal *if* a tetra-neutron configuration is significantly present in ^8He — the four valence neutrons are in p orbits, whereas in ^4n they should be in s and p orbits.
- ^{14}Be breakup into $^{10}\text{Be}+4\text{n}$ [93]. A new array of 16 CsI crystals from the CHARISSA collaboration should, in addition, extend the study to the $^8\text{Be}+6\text{n}$ channel through the detection of the two α particles.

The beam was only partly available for the two breakup experiments. However, the analysis of the three data sets may shed light on the debate in the coming months.

Concerning new candidate nuclei, the measurement of the mass of ^{19}B should be undertaken. Using the extrapolated value in [72], this nucleus would exhibit the lowest $S_{4\text{n}}$ value known, only 2 MeV, and thus the probability of finding a ^4n configuration should be higher than in ^{14}Be (5 MeV) or ^8He (3.1 MeV). A question that should have to be considered in parallel is the development of alternative experimental programs on the measurement of the n - n interaction.

Theoretical calculations

These results have triggered the attention of many theoretical groups. To date, all the calculations suggest the need of many-body forces in order to bind

light multineutrons — a recent example of a calculation using two-body forces can be found in [94].

More complete calculations are being developed addressing, either the existence of multineutrons itself, either the changes that need to be introduced in the present interactions in order to bind them. These efforts may also lead to a deeper exploration of the n - n interaction, very often treated in a rather simple way, and of many-body forces.

Neutron stars

One could argue that multineutrons, bound systems of neutrons, already exist: neutron stars. They are, however, at a very different size scale and held together by gravity. Is there any straightforward link between the possible existence of multineutrons at the nuclear scale and the characteristics of neutron stars?

The easiest approach consists in adding the gravitational term to Eq. (1) and calculating the minimum number of neutrons needed to hold the system [95, p. 226]. The result is of course fully dependent on the asymmetry term. For the solid and dashed lines in Fig. 30 the values are $A_{\min} \sim 4 \cdot 10^{55}$ and 10^{57} , $R \sim 3.4$ and 10 km, and $M/M_{\odot} \sim 0.04$ and 1 , respectively. The surface corrected term gives the right orders of magnitude, although the density when using Eq. (1) is assumed to be ρ_0 — due to gravity it should be higher — and we have ignored how 10^{57} neutrons could get together.

After a supernova explosion, the burnt out center of the star, mostly iron of 1 – $2 M_{\odot}$, collapses under the gravitational force. The Fermi energy of electrons increases and the $p + e^{-} \rightarrow n + \nu_e$ capture process begins, while the inverse (β decay) gets blocked by the Pauli principle — the electron gas is degenerate and there are no vacant states for the emitted electron. Nuclei become very neutron-rich and, in the end, they lose their identity and the interior of the star is mostly composed of neutrons, whose Fermi pressure stops the implosion. For heavier masses, the implosion goes on and the star ends up as a black hole.

The $^{56}\text{Fe} \rightarrow 56n$ collapse can be described within the Fermi gas model [2, p. 244]. Minimizing the energy of the neutron gas with respect to the radius leads, for $M/M_{\odot} = 1.5$, to $R = 12$ km and $\rho = 1.5\rho_0$. The interior density, however, can reach even much higher values, and a complete description of how neutron matter behaves at such high densities is not yet available [96, p. 598]. In the core of the

star one could find hyperons, pions, or even deconfined quarks. A strong debate is nowadays open.

The possible existence of multineutrons would not have any implication in the core composition, not even in the whole interior as at densities beyond ρ_0 nuclei dissolve — also neutral nuclei would. They could only appear in the inner crust, in which ^{56}Fe coexists with very neutron-rich nuclei and free neutrons, but this is a very small part of the star and any effect would be far beyond the present experimental capabilities.

On the other hand, attempts are being made in order to link the properties of neutron stars with those of the most neutron-rich stable nucleus, ^{208}Pb [97]. Theoretical models explore in this way the N - N interaction for $N > Z$ [98]. In that sense, multineutrons could provide a very important input, as their possible existence would constraint strongly the N - N interaction in an almost proton-free environment like the one found in neutron stars.

5 Summary

Among the extended landscape of exotic nuclei, we have reviewed three different kinds for which most of the well established nuclear properties break down. In all three, clustering of nucleons and correlations between clusters become the relevant degrees of freedom, instead of the behaviour of the A nucleon system as a whole.

Besides the understanding of cluster correlations, many-neutron **halo nuclei** provide for the first time very dilute nuclear matter in its ground state. This is a unique frame in which the N - N interaction can be studied. These systems represent also an almost experimental input to three-body forces, which play an increasing role in theoretical descriptions of light nuclei and for which no direct experimental data exist. These systems are right on the drip line, and give rise to many — still unanswered — questions. How do correlations survive across the drip line? May they be able to bind systems far beyond? Is the number of halo neutrons limited?

Concerning **nuclear molecules**, it was surprising that, despite the huge differences between the atomic and nuclear cases, the molecular orbitals are almost equivalent in both. With the simple deformed harmonic oscillator model, we have seen how deformation of the nucleus can be responsible for the clustering effects observed through the nodes appearing in the wave functions. Complex dimers are being studied both theoretical and experimentally, but the

studies of trimers, based for example in the 3α chain of carbon, are just starting.

The third kind was the most exotic of them: **neutron clusters**. So exotic that its existence has not been confirmed yet. Intuition, and a long list of challenging experiments and conventional calculations, tell us that they should not exist. But intuition and calculations are not enough. Very neutron-rich beams open a new way in this field, and any result — confirmation or not of the first hints observed — will have important implications in the understanding of the n - n force.

Acknowledgements

This lecture was not ment to be an extensive review article of haloes, molecules and multineutrons, but just a guide to the student through some selected aspects of these three fields. Most of the experimental results I have used to that end are the result of the common effort of the collaborations listed in [16, 62, 87], and in particular the DEMON and CHARISSA crews.

This document would not have been possible without the discussions and help I received from my colleagues Nigel Orr (haloes and multineutrons), Martin Freer and Wilton Catford (molecules), Marc Labiche, Emmanuel Sauvan, Jean-Luc Lecouey and Guillaume Normand (analysis of the huge amount of data), and Denis Lacroix (nuclear models). The support provided by the staffs of LPC (in particular Jean-Marc Gautier, Philippe Desrues, Jean-Marc Fontbonne, Laurent Hay, David Etasse and Joël Tilletier) and GANIL in preparing and executing the experiments is gratefully acknowledged.

Problèmes

Pour ceux qui ont suivi le cours :

1. Retrouver et tracer les fonctions d'onde associées à un potentiel de puits carré (Fig. 4). Modifier son rayon et/ou sa profondeur pour voir le processus d'étalement de la probabilité de présence à l'extérieur du puits.
2. Calculer l'énergie du photon associé au processus de capture (p, γ) sur les différents constituants d'un faisceau d' ${}^6\text{He}$ à 40 MeV/N (Fig. 6).
3. Étudier la cinématique de la réaction $\pi^- d \rightarrow nn\gamma$ (Fig. 7) en considérant que la capture du

neutron se produit au repos. Quelles sont les énergies maximales/minimales du photon et des neutrons?

4. Calculer la distance rms entre deux nucléons dans une sphère de rayon $r_0 A^{1/3}$ (Fig. 10) et la comparer à celle obtenue à partir d'une distribution Gaussienne équivalente ($\sigma = \sqrt{3/5} r_0 A^{1/3}$).
5. Tracer les orbitales moléculaires de la Fig. 20 à partir des orbitales atomiques dans l'atome d'hydrogène pour plusieurs distances interatomiques.
6. Tracer les orbitales de l'oscillateur harmonique déformé pour $w_t/w_z = 2$ et 3 (Figs. 24-26).
7. Dériver l'énergie d'asymétrie selon le modèle du gaz de Fermi pour un noyau à densité constante mais avec un cœur central $N = Z$ plus les neutrons additionnels à l'extérieur (Fig. 30).
8. Calculer l'énergie de recul maximale du proton dans la diffusion élastique ${}^A n-p$ (Fig. 34).
9. Calculer le nombre de neutrons minimal requis pour qu'un multineutron soit lié en rajoutant le terme gravitationnel à la formule de goutte liquide standard [Eq. (1)].

References

- [1] R. Machleidt, Nucl. Phys. **A689**, 11c (2001); R. Machleidt, I. Slaus, J. Phys. G **27**, R69 (2001).
- [2] B. Povh *et al.*, "Particles and Nuclei: and Introduction to the Physical Concepts", Springer (1999).
- [3] This book.
- [4] M.V. Zhukov *et al.*, Phys. Rep. **231**, 151 (1993).
- [5] W.F. Hornyak, "Nuclear Structure", Academic Press (1975).
- [6] I. Tanihata *et al.*, Phys. Rev. Lett. **55**, 2676 (1985); Phys. Lett. B **206**, 592 (1988).
- [7] P.G. Hansen, B. Jonson, Europhys. Lett. **4**, 409 (1987).
- [8] E. Arnold *et al.*, Phys. Lett. B **197**, 311 (1987).
- [9] B. Blank *et al.*, Z. Phys. A **343**, 375 (1992).
- [10] J.S. Al-Khalili, J.A. Tostevin, Phys. Rev. Lett. **76**, 3903 (1996); J.S. Al-Khalili, J.A. Tostevin, I.J. Thompson, Phys. Rev. C **54**, 1843 (1996).
- [11] N.A. Orr *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2050 (1992); N.A. Orr, Nucl. Phys. **A616**, 155c (1997) and references therein.

- [12] S.C. Pieper, *Eur. Phys. J. A* **13**, 75 (2002).
- [13] Y.T. Oganessian, V.I. Zagrebaev, J.S. Vaagen, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4996 (1999).
- [14] I.V. Krouglov, M. Avrigeanu, W. von Oertzen, *Eur. Phys. J. A* **12**, 399 (2001).
- [15] M. Hoefman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1404 (2000).
- [16] E. Sauvan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 042501 (2001).
- [17] K. Arai, Y. Suzuki, K. Varga, *Phys. Rev. C* **51**, 2488 (1995).
- [18] K. Arai, Y. Suzuki, R.G. Lovas, *Phys. Rev. C* **59**, 1432 (1999).
- [19] M. Nikolić, “Kinematics and Multiparticle Systems”, Gordon and Breach, New York (1968), p. 33.
- [20] M.A. Preston, R.K. Bhaduri, “Structure of the Nucleus”, Addison-Wesley (1975), p. 45.
- [21] F.M. Marqués *et al.*, *Phys. Lett. B* **476**, 219 (2000).
- [22] F.M. Marqués *et al.*, *Nucl. Instr. Meth. A* **450**, 109 (2000).
- [23] W.A. Zajc *et al.*, *Phys. Rev. C* **29**, 2173 (1984).
- [24] G.I. Kopylov, *Phys. Lett. B* **50**, 472 (1974).
- [25] R. Lednicky, L. Lyuboshits, *Sov. J. Nucl. Phys.* **35**, 770 (1982).
- [26] F.M. Marqués *et al.*, in preparation.
- [27] F.M. Marqués *et al.*, *Phys. Rev. C* **64**, 061301 (2001).
- [28] D.H. Perkins, “Introduction to High Energy Physics”, Addison-Wesley (1987), p. 122.
- [29] N. Vinh Mau, J.C. Pacheco, *Nucl. Phys.* **A607**, 163 (1996).
- [30] D. Baye, *Nucl. Phys.* **A627**, 305 (1997).
- [31] P.G. Hansen, A.S. Jensen, B. Jonson, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **45**, 591 (1995).
- [32] N.B. Shul’gina *et al.*, *Phys. Rev. C* **62**, 014312 (2000).
- [33] P. Descouvemont, A. Kharbach, *Phys. Rev. C* **63**, 027001 (2001).
- [34] P. Descouvemont, *Phys. Rev. C* **52**, 704 (1995).
- [35] R.B. Wiringa, S.C. Pieper, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 182501 (2002).
- [36] Y. Kanada-En’yo, H. Horiuchi, A. Doté, *Phys. Rev. C* **60**, 064304 (1999).
- [37] P. Descouvemont, private communication.
- [38] R.B. Wiringa *et al.*, *Phys. Rev. C* **62**, 014001 (2000).
- [39] A.V. Belozorov *et al.*, *Nucl. Phys.* **A636**, 419 (1998).
- [40] J.L. Lecouey, PhD Thesis, Université de Caen (2002), LPCC T 02-03.
- [41] G. Normand *et al.*, in preparation.
- [42] L.V. Chulkov, G. Schrieder, *Z. Phys. A* **359**, 231 (1997).
- [43] C. Forssén, B. Jonson, M.V. Zhukov, *Nucl. Phys.* **A673**, 143 (2000).
- [44] A.A. Korshennikov *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 092501 (2001).
- [45] W. von Oertzen *et al.*, *Nucl. Phys.* **A588**, 129c (1995).
- [46] A.A. Korshennikov *et al.*, *Phys. Lett. B* **326**, 31 (1994).
- [47] Y. Iwata *et al.*, *Phys. Rev. C* **62**, 064311 (2000).
- [48] M. Meister *et al.*, *Nucl. Phys.* **A700**, 3 (2002).
- [49] A.S. Jensen, K. Riisager, *Phys. Lett. B* **264**, 238 (1991).
- [50] E. Almqvist, D.A. Bromley, J.A. Kuehner, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 515 (1960).
- [51] M. Freer, A.C. Merchant, *J. Phys. G* **23**, 261 (1997).
- [52] W. von Oertzen, *Z. Phys. A* **354**, 37 (1996).
- [53] W. von Oertzen, *Z. Phys. A* **357**, 355 (1997).
- [54] M.W. Hanna, “Quantum Mechanics in Chemistry”, W.A. Benjamin Inc. (1965).
- [55] J.M. Eisenberg, W. Greiner, “Nuclear Theory 1”, North Holland, Amsterdam (1975).
- [56] P. Holzer, U. Mosel, W. Greiner, *Nucl. Phys.* **A138**, 241 (1969).
- [57] B. Imanishi, W. von Oertzen, *Phys. Rep.* **155**, 29 (1987).
- [58] W. von Oertzen, *Eur. Phys. J. A* **11**, 403 (2001).
- [59] M. Freer, *Nucl. Phys.* **A685**, 146c (2001).
- [60] N. de Takacsy, *Nucl. Phys.* **A178**, 469 (1972).
- [61] H.G. Bohlen *et al.*, *Nuovo Cimento* **111**, 841 (1998).
- [62] M. Freer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1383 (1999).
- [63] P.J. Leask *et al.*, *J. Phys. G* **27**, B9 (2001).
- [64] A. Saito *et al.*, submitted to World Scientific.
- [65] A.A. Ogloblin, Y.E. Penionzhkevich, “Treatise on Heavy-Ion Science (vol. 8): Nuclei Far From Stability”, Ed. D.A. Bromley, Plenum Press, New York (1989), p. 261 and references therein.
- [66] D.R. Tilley, H.R. Weller, G.M. Hale, *Nucl. Phys.* **A541**, 1 (1992) and references therein.
- [67] P. Danielewicz, nucl-th/0301050.
- [68] J. Carbonell, private communication.
- [69] O. Schori *et al.*, *Phys. Rev. C* **35**, 2252 (1987).
- [70] C.R. Howell *et al.*, *Phys. Lett. B* **444**, 252 (1998).

- [71] M. Barranco, J. Navarro, A. Poves, Phys. Rev. Lett. **78**, 4729 (1997); R. Guardiola, J. Navarro, Phys. Rev. Lett. **84**, 1144 (2000).
- [72] G. Audi, A.H. Wapstra, Nucl. Phys. **A565**, 1 (1993).
- [73] L. Chen *et al.*, Phys. Lett. B **505**, 21 (2001).
- [74] J.P. Schiffer, R. Vandenbosch, Phys. Lett. **5**, 292 (1963).
- [75] S. Cierjacks *et al.*, Phys. Rev. **137**, B345 (1965).
- [76] C. Détraz, Phys. Lett. **66B**, 333 (1997).
- [77] F.W.N. de Boer *et al.*, Nucl. Phys. **A350**, 149 (1980).
- [78] J.E. Ungar *et al.*, Phys. Lett. **144B**, 333 (1984).
- [79] T.P. Gorringer *et al.*, Phys. Rev. C **40**, 2390 (1989).
- [80] J. Gräter *et al.*, Eur. Phys. J. A **4**, 5 (1999).
- [81] D. Chultem *et al.*, Nucl. Phys. **A316**, 290 (1979).
- [82] J.P. Miller *et al.*, Nucl. Phys. **A343**, 347 (1980).
- [83] J. Cerny *et al.*, Phys. Lett. **53B**, 247 (1974).
- [84] G.G. Ohlsen, R.H. Stokes, P.G. Young, Phys. Rev. **176**, 1163 (1968).
- [85] A.V. Belozyorov *et al.*, Nucl. Phys. **A477**, 131 (1988).
- [86] H.G. Bohlen *et al.*, Nucl. Phys. **A583**, 775 (1995).
- [87] F.M. Marqués *et al.*, Phys. Rev. C **65**, 044006 (2002).
- [88] J. Chadwick, Nature **129**, 312 (1932).
- [89] J. Wang *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A **397**, 380 (1997).
- [90] M. Labiche, PhD Thesis, Université de Caen (1999), LPCC T 99-03.
- [91] K. Riisager *et al.*, Nucl. Phys. **A540**, 365 (1992).
- [92] F.M. Marqués *et al.*, GANIL proposal E415 (2001).
- [93] F.M. Marqués *et al.*, GANIL proposal E378 (2000).
- [94] C.A. Bertulani, V. Zelevinsky, nucl-th/0212060.
- [95] K. Heyde, “Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics”, IOP Publishing Ltd (1999).
- [96] B.W. Carroll, D.A. Ostlie, “An Introduction to Modern Astrophysics”, Addison-Wesley (1996).
- [97] C. Horowitz, J. Piekarewicz, Phys. Rev. Lett. **86**, 5647 (2001).
- [98] S. Schramm, nucl-th/0210053.

Macroscopic approaches for fusion reactions.

Denis Lacroix

*LPC/ENSICAEN, IN2P3-CNRS,
Blvd du Maréchal Juin, 14050 Caen, france.*

Summary

In this lecture, we present selected aspects of nuclear fusion. The importance of the initial geometry of the reaction and its relation to fusion barrier are first discussed. The effect of deformation leading to the notion of barrier distribution is then illustrated. After a brief overview of the advantages of macroscopic theories, the dynamics of nuclear system under large amplitude motion is reviewed. The di-nuclear concept is presented to understand the competition between fusion and quasi-fission. This concept is then generalized to account for the dissipative dynamics in multidimensional collective space. The last part of this lecture is devoted to new aspects encountered with radioactive beams : specific properties of very extended neutron rich system, influence of pygmy or soft dipole resonances and charge exchange far from stability are discussed.

Résumé

Dans ce cours, les différents aspects des réactions de fusion sont présentés en soulignant les avantages des approches macroscopiques. L'importance des voies d'entrées et en particulier de la géométrie de la réaction sur la barrière de fusion est tout d'abord discutée. A travers l'exemple des noyaux déformés, la notion de distribution de barrières sera introduite. Après cette revue rapide, la dynamique des systèmes nucléaires soumis à de fortes déformations est discutée. Le concept de système di-nucléaire est présenté afin de tenir compte de la compétition entre fusion et quasi-fission. Nous verrons comment ce concept peut être généralisé en considérant les effets dissipatifs dans un espace collectif multidimensionnel. La dernière partie de ce cours est consacrée aux nouveaux phénomènes rencontrés avec les faisceaux radioactifs : les propriétés particulières des noyaux très riches en neutrons, les résonances géantes pygmées, les effets d'échange de charges sont discutés.

Contents

I	Introduction to fusion reaction	4
A	Two-body collisions	4
B	Interaction potential, fusion barrier and fusion probability	5
C	Systematic behavior of fusion barrier	6
D	Discussion of macroscopic theories	7
II	Macroscopic models for reactions	8
A	Sudden approximation, doubly folded potential and proximity energy	8
B	Effect of deformation on entrance channels : introduction to the notion of barrier distribution . . .	10
C	From a quasi-static picture to dynamics	12
III	The path to fusion : general scenario	13
A	Probabilistic approach to fusion	14
1	Formation probability	14
2	Survival probability	15
3	Fusion cross section	15
B	Onset of quasi-fission and transfer	16
C	Shape parametrization for large amplitude collective motion	18
D	From deterministic to dissipative dynamics : Coupling collective with non-collective degrees of freedom	19
E	Some physical origin of dissipation: resistance against deformation and charge exchange	20
F	Formation probability in the presence of dissipation	22
G	Some open questions	22
1	Collective coordinates and the notion of dissipation	22
2	Quantum versus thermal effects	23
3	Thermalization?	23
4	Pre-equilibrium emission	24
IV	Phenomenology of fusion reactions with exotic nuclei	24
A	Geometric effect on fusion barrier at large N/Z	25
B	Isospin effects on reaction mechanisms	26
C	Dipole moment for stable and exotic nuclei from a macroscopic point of view	27
D	Effect of low energy isovector mode on fusion	28
E	Dipole moment for di-nuclear systems and pre-equilibrium emission	30
1	N/Z equilibration and charge transfer	30
2	On the experimental observation of isospin effects	31
V	Some conclusions and perspectives	32
APPENDIXES		32
A	From many-body physics to macroscopic theories: a guideline	32
a	Exact Schrödinger problem	32
b	Mean-field theory	33
c	Thomas-Fermi approximation	33
d	From semi-classical theories to semi-empirical macroscopic theories	34
B	Liquid-drop approximation for static properties of nuclei	34
1	Generalities	34
2	Isospin effects on macroscopic properties	35
a	Semi-empirical mass formula at large isospin and extension	35
b	Nuclear radius	35
c	Pairing correlations and isospin	36
d	Macroscopic aspects of light nuclei ?	36

INTRODUCTION

In this lecture, different aspects related to fusion are discussed. The general scenario of fusion reaction is presented in figure 1. The nuclear dynamics is generally separated into two steps. In the first instant of the reaction, the physics is governed by dynamical effects leading to the formation of a compound nuclear state while in the second step the system is supposed to have completely lost the memory of the entrance channel and statistical assumption can be used for its decay. Such an assumption is generally known as "*Bohr independence hypothesis*" [1]. In this lecture, we concentrate on the first stage of the reaction which, strictly speaking, corresponds to the terminology "fusion".

As seen in figure 1, fusion reactions are characterized by a diversity of phenomena which occurs after the compound nucleus formation starting from the survival of a single nucleus to the complete vaporization of the system (for a general introduction see ref. [2]). From the experimental side, only the results of the whole process is measurable. However, it is essential to understand the initial phase of the reaction to be able to deal with this diversity. Such an understanding is nowadays far from being complete. For instance, the dynamics of nuclear mesoscopic system under strong correlation and the conversion of relative energy into internal excitation, the dynamical exploration of the nuclear phase-space and the possibility to use statistical assumption are among very general question in physics which are largely debated in nuclear physics. One of the goal of nuclear models for collisions is to reconstruct the history of the reaction between the initial colliding nuclei and the observed configurations in the exit channel. Among the models specifically devoted to this subject, macroscopic theories have played a key role on the development of the ideas and concepts as well as on the qualitative and quantitative understanding of nuclear fusion data. In the following sections, we will present the different facets of nuclear fusion reactions focusing on their macroscopic aspects.

The basic notions and notations of nuclear fusion are first recalled using the simple two-body collision picture. In that case, the importance of geometric effects like nuclear size and deformation are illustrated. The limitation of this picture are then indicated and macroscopic models for large amplitude nuclear dynamics are introduced as well as the notion of dissipation. We then apply these concepts to fusion reactions involving radioactive beams.

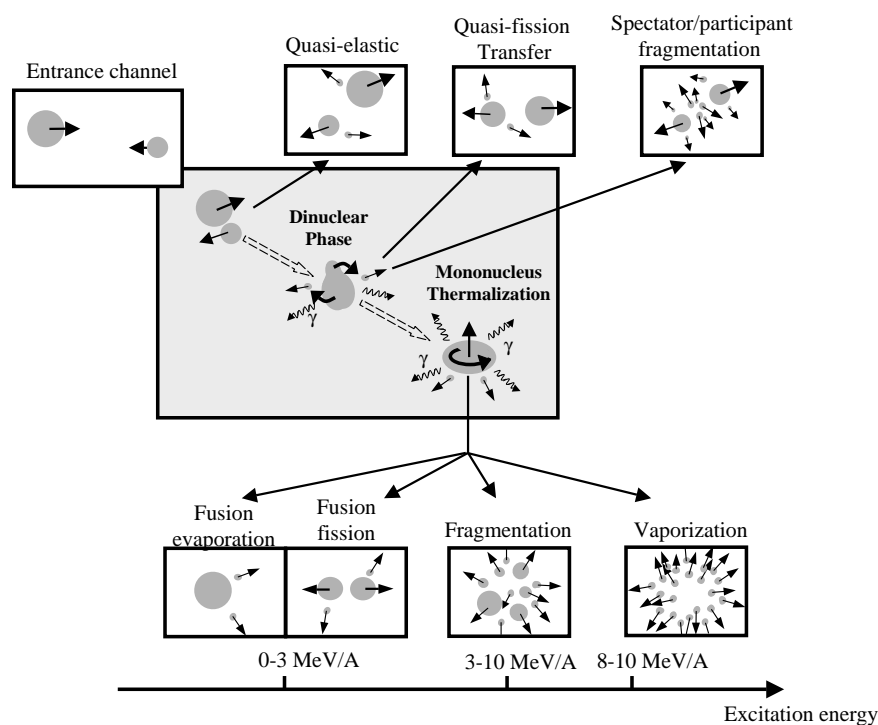


FIG. 1. Illustration of the diversity of mechanisms where fusion is involved. In the top of the figure, other competing phenomena than compound nucleus formation are shown. In the bottom part, depending on the excitation energy deposited in the compound nuclear system, fusion-evaporation, fission, multifragmentation or complete vaporization of the system after the decay may be observed [2].

I. INTRODUCTION TO FUSION REACTION

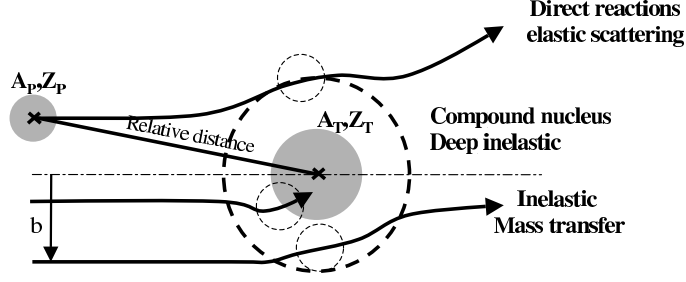


FIG. 2. Illustration of the initial dynamics towards compound nucleus formation for Heavy-Ion collisions (adapted from [3]). The different scenarios from elastic to deep-inelastic reactions are presented. b is the impact parameter. The dashed circle indicates the grazing impact parameter which separates the elastic from the inelastic reactions.

In figure 2, the different scenarios of nuclear collisions are depicted starting from inelastic to deep inelastic collisions like the fusion process. Collisions are usually classified according to the impact parameter b and beam energy E_B , while after its formation, the compound nucleus (C.N.) is characterized by its excitation energy E^* and translational and rotational energies. The entrance channel and the C.N. properties might be linked using conservation law, like mass, impulsion or energy conservation. For instance, assuming that a single excited nucleus is formed :

$$(A_P, Z_P) + (A_T, Z_T) \rightarrow (A, Z) \quad (1)$$

where P and T corresponds respectively to the target and projectile, the corresponding energy conservation gives

$$E^* = E_{c.m.} + Q_{value} \quad (2)$$

where we have introduced the center of mass energy $E_{c.m.} = \frac{A_T}{A_T + A_P} E_B$ and the standard Q-value

$$Q_{value} = M(A_P, Z_P) + M(A_T, Z_T) - M(A, Z) \quad (3)$$

with $M(A_i, Z_i)$, the energy of a nucleus of mass A_i and charge Z_i .

In a more general context, one is faced with different competing phenomena and a more complete description of the nuclear dynamics is required. A large number of nuclear models are dedicated to nuclear collisions and they aim at reconstruct the history of the system during the reaction. The development of such models requires a priori to treat the collisions of two self-organized quantum systems in strong interaction. Let us first neglect some aspects of the nuclear problem and start with a simplified two-body approach.

A. Two-body collisions

In this section, quantities and basic equations that will be used in the following sections are defined. Let us assume two partners of mass m_T and m_P that collide with a beam energy E_B . If these particles interact through a two-body potential $V(r)$ that depends only on their relative distance $r = |\mathbf{r}_T - \mathbf{r}_P|$, it is convenient to separate the center of mass motion from the relative distance evolution. Noting $M = m_T + m_P$, we have

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{c.m.} = (m_T \mathbf{r}_T + m_P \mathbf{r}_P) / M \\ \mathbf{P}_{c.m.} = \mathbf{p}_P + \mathbf{p}_T \end{cases} \quad (4)$$

respectively for the center of mass positions and momentum. The relative distance and impulsion read :

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_T \\ \mathbf{p} = (m_T \mathbf{p}_P - m_P \mathbf{p}_T) / M \end{cases} \quad (5)$$

The total energy then splits into the translational and relative energy :

$$E_B = \frac{\mathbf{p}_T^2}{2m_T} + \frac{\mathbf{p}_P^2}{2m_P} + V(r) = \frac{\mathbf{P}_{c.m.}^2}{2M} + E_{c.m.} \quad (6)$$

Noting $\mu = m_T m_P / M$ the reduced mass, the center of mass energy express as $E_{c.m.} = \mathbf{p}^2 / 2\mu + V(r)$.

In addition to $E_{c.m.}$, the entrance channel is also classified according to the centrality of the reaction using the angular momentum \mathbf{L} of the reaction. Considering initial condition with a given impact parameter b , the initial angular momentum reads $|\mathbf{L}| = L = b\sqrt{2\mu E_B}$. We thus have :

$$E_{c.m.} = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{L^2}{2\mu r^2} + V(r) \quad (7)$$

where p is the relative impulsion along the reaction axis. Expressions above are given in the classical framework, in the case of very low-energy reactions one should use the quantum analogue of equation (7):

$$H = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} + V(r) \quad (8)$$

Note that, both for classical or quantum treatment, the centrality of the reaction is either described by the impact parameter b or l . In the latter case, a convenient definition of l is $|\mathbf{L}| \simeq \hbar(l + \frac{1}{2}) = b\sqrt{2\mu E_B}$, where the $\frac{1}{2}$ factor has been added to match the quantum rotational energy in lowest order in l . The application of quantum or classical theory depends on the value of the local De Broglie wavelength compared to the typical scale of the considered problem:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\mu(E_{c.m.} - V(r))}} \quad (9)$$

B. Interaction potential, fusion barrier and fusion probability

The two-body collision picture is often used for the collision of nuclei and the nucleus-nucleus potential depends only on the relative distance between the center of mass of the two nuclei. This situation is schematically represented in figure 3. The potential in that case separates into the long-range coulomb repulsion and short range nuclear attraction $V(r) = V_{nuc}(r) + \frac{e^2 Z_T Z_P}{r}$. At large distance, the nuclei interact only through the coulomb field. At smaller distance, the nuclear field counterbalance the coulomb repulsion and one expect a local maximum in $V(r)$, the so-called fusion barrier. This barrier is often regarded as an inverted parabola characterized by its position R_B , height V_B and width $(\hbar\omega_B)^2 = -\frac{\hbar^2}{\mu} \left(\frac{\partial^2 V(r)}{\partial r^2} \right)$ (see figure 3). We see for instance that at the barrier position, the De Broglie wavelength (equation (9)) reads

$$\lambda \simeq 2\pi \left(\frac{A_T + A_P}{A_T A_P} \cdot \frac{20MeV}{E_{c.m.} - V_B} \right)^{1/2} \quad (10)$$

When the center of mass energy is above the fusion barrier, λ is expected to be much smaller than the characteristic length of the problem [3,4] and the classical treatment of the relative motion will be possible while at energies close to or below the fusion barrier, one should treat the quantum aspects and in particular the sub-barrier fusion through quantum tunneling. In practice, this problem are treated using coupled-channel methods [5], however, one can already access some properties of fusion using simplified expressions of the fusion probability based on WKB approximation. For instance, the Hill-Wheeler formula gives the transmission probability T_l for a given l and energy $E_{c.m.} \equiv E$

$$T_l(E) = \frac{1}{1 + \exp(2\pi [V_B + \hbar^2 l(l+1) / 2\mu R_B^2 - E] / \hbar\omega_B)} \quad (11)$$

The total fusion cross section expresses as $\sigma_F(E_B) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) T_l(E)$. This expression has been integrated by Wong in the semi-classical limit of continuous l values and leads finally to the so called Wong formula [6]

$$\sigma_F(E) = \frac{\hbar\omega_B R_B^2}{2E} \ln(1 + \exp(2\pi [E - V_B] / \hbar\omega_B)) \quad (12)$$

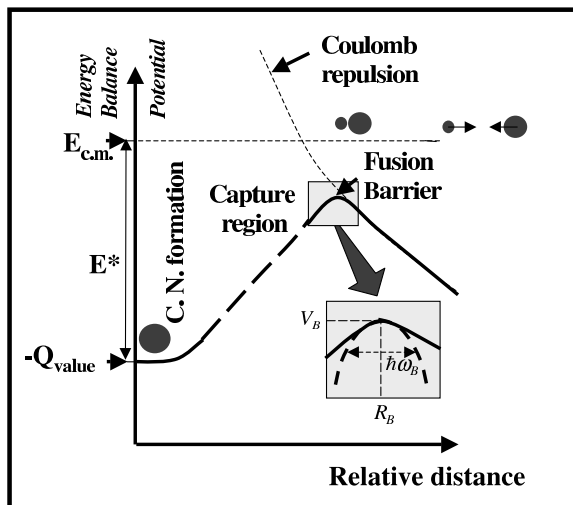


FIG. 3. Illustration of the potential felt by the two partners of the collisions during the approaching phase as a function of the relative distance between their center of mass. The quantities R_B , V_B and $\hbar\omega_B$ are indicated and represent respectively the position, height and width of the barrier. On the left side, we also report the energy balance between the excitation energy E^* , Q_{value} and the initial center of mass energy $E_{c.m.}$.

These different expressions, which reduce the problem of nuclear fusion to the knowledge of the local properties of the fusion barrier are extensively used to study the fusion properties and helps considerably to understand the different ingredients relevant for the creation of compound nuclear states. In the following section, the properties of the fusion cross-section for different target projectile combinations are presented.

C. Systematic behavior of fusion barrier .

Numerous fusion reactions have been studied experimentally. Systematic behavior of the fusion probability and empirical values of R_B , V_B and $\hbar\omega_B$ have been reported in ref. [7]. The behavior of the barrier properties is illustrated in figure (4) where the barrier position R_B and the quantity $V_B/e^2 Z_T Z_P$ have been displayed as a function of $(A_T^{1/3} + A_P^{1/3})$. The smooth evolution emphasizes the importance of the nuclear size of the two partners. Indeed, due to the strong short range properties of the nuclear force and to the sharp surface of the nuclei, the quantity R_B is expected to be proportional to the sum of the radius of the projectile and the target augmented by the range of the nuclear force. This is illustrated in top of figure 4, where a linear fit of R_B as a function of $(A_T^{1/3} + A_P^{1/3})$ is shown. A following parametrization of R_B is found :

$$R_B \simeq \langle r_T^2 \rangle^{1/2} + \langle r_P^2 \rangle^{1/2} + 3.37 \text{ fm.} \quad (13)$$

In this expression, we have introduced the target and projectile root mean-square radius (rms) calculated in the sharp radius approximation of spherical nuclei $\langle r^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{3/5} (1.2 \times A^{1/3})$. The factor 3.37 corresponds approximately to the nuclear interaction range added to the surface thickness of the two partners. In addition, due to the sharp decrease of the potential, we also expect that the barrier height V_B follows the coulomb potential. The following parametrization appears to be convenient :

$$V_B = \frac{e^2 Z_T Z_P}{r_{eff}} = \frac{e^2 Z_T Z_P}{R_B + 0.79} \text{ MeV} \quad (14)$$

whose result is shown as solid line in the bottom part of figure 4. Although more elaborated parametrization have been proposed [7], equation (13) and (14) already gives very good estimates of the position and height through the whole systematic.

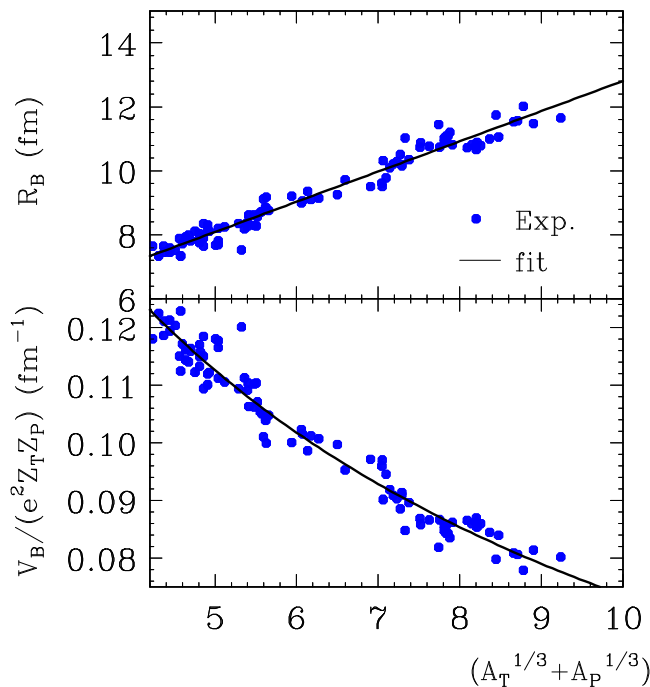


FIG. 4. Systematic dependence of the fusion barrier position (top) and height (bottom) as a function of $(A_T^{1/3} + A_P^{1/3})$. Each point corresponds to a given target and projectile combination taken from the systematic of ref. [7]. In this figure, the fit of the position and height is also shown (respectively given by equation (13) and (13)).

D. Discussion of macroscopic theories

Besides the quantitative aspects, the behavior discussed in previous section illustrates a physical problem in which macroscopic aspects are directly related to the experimental observations. Indeed, while the nuclear dynamics may involved complex reorganization of internal degrees of freedom, we have made the assumption that most of the information of the entrance channel could be described by the dynamics of the relative distance of two nuclear spheres. This hypothesis has made possible to understand some general trend of fusion.

More generally, the aim of macroscopic theories is to describe the smooth properties of a physical system in terms of few "important" degrees of freedom while microscopic effects will be responsible for fluctuations around the mean properties. The notion of a hierarchy in the degrees of freedom with respect to a given problem is certainly one of the most fundamental aspect of macroscopic models. In the case of nuclear dynamics, degrees of freedom will be classified according to their relevance with respect to the considered problem. One generally distinguishes two classes of degrees of freedom :

- Those which are believed to significantly change the dynamics when they are modified, are called "**collective degrees of freedom**", since they refer to observables describing the average properties of a "collection" of nucleons. In the previous section, the selected important degrees of freedom were the relative distance of the two nuclei and their nuclear radii. More generally, macroscopic theories select few degrees of freedom (q_1, \dots, q_n) associated to the shape of the system through the nuclear density $\rho(q_1, \dots, q_n)$. The dynamics will be reduced to the knowledge of the time evolution of $(q_1(t), \dots, q_n(t))$ and the associated conjugate variables $(p_1(t), \dots, p_n(t))$. The main advantage of macroscopic theories is to provide a rather transparent way to obtain the potential energy landscape associated with these variables. Different choices of important variables as well as their associated potentials are given in the following sections and a brief description of the approximations and methods used in macroscopic theories is given in appendix A.

- The rest of the degrees of freedom which are expected to less affect the observation on the considered process are called "single-particle degrees of freedom". As we will see, it is often necessary to introduce in an effective manner the action of the surrounding bath of single particle degrees of freedom on the collective space to properly describe the dynamics.

II. MACROSCOPIC MODELS FOR REACTIONS

Let us start with very general considerations on nuclear collision models and the difficulties encountered with the notion of interaction potential. Following appendix A, we can suppose that we are able to follow the time-dependent many-body Schrödinger equation. The state of the system is described by the many-body wave function $|\Psi(t)\rangle$ at a given time. The natural generalization of equation (3) consists in defining the potential at a given time using :

$$V^*(t) = \langle H(t) \rangle - \langle H \rangle_\infty = \langle H(t) \rangle - M(A_T, Z_T) - M(A_P, Z_P) \quad (15)$$

where H is the many-body Hamiltonian and $\langle H(t) \rangle = \langle \Psi(t) | H | \Psi(t) \rangle$ while $\langle H(t) \rangle_\infty$ corresponds to the expectation value at infinite distance. The difficulty met in microscopic theories is that the potential part of the energy does not separate from the possible internal excitation or from the kinetic part in the collective space. The interaction potential $V(t)$ thus differs from $V^*(t)$ and cannot be accessed directly. This difficulty can only be removed in two limiting approximations :

- **the sudden or frozen density approximation** : in the sudden approximation, it is supposed that the collision is sufficiently fast so that the internal degrees of freedom do not have time to "reorganize" themselves. In that case, the concept of di-nuclear system persists even in the limit of overlapping target and projectile densities. It thus neglects the Pauli principle as well as the saturation properties. The sudden limit is expected to be valid for high energy collision.
- **the adiabatic approximation** : the adiabatic limit assumes in an opposite way that internal degrees of freedom reorganize much faster than the collective degrees of freedom. In that case, the notion of two separate densities loses its meaning and one should treat instead a single entity that undergoes a transition from large deformation towards a compact shape.

The interaction potential obtained either from microscopic or macroscopic theories generally uses one of the two approximations. One should however keep in mind that once the target and projectile comes into contact, it is normally not possible to distinguish nucleons of the projectile from nucleons of the target, at least due to the fermionic nature of nucleons. It is however reasonable to assume that a memory of the entrance channel is kept during some times and that we can still at least during the time of the neck formation distinguish a target like or a projectile like nucleus. The "true" interaction potential will thus be in-between the two limiting cases.

In the following section, we will illustrate how the smooth aspects of fusion barrier presented in figure 4 could be understood using first the sudden approximation in macroscopic theories.

A. Sudden approximation, doubly folded potential and proximity energy

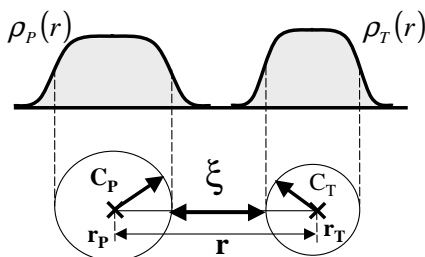


FIG. 5. Illustration of the sharp radius approximation and the different parameters used for the proximity energy calculation.

In appendix A, we give a guideline of the approximation necessary to introduce macroscopic models starting from many-body equations. In order to derive the nuclear potential in macroscopic theories, one should first consider the semi-classical version of (15):

$$V(t) = \int d^3r \varepsilon(\rho(t)) - \int d^3r \varepsilon(\rho_T) - \int d^3r \varepsilon(\rho_P) \quad (16)$$

where $\varepsilon(\rho(t))$ is the energy functional which depends on the one-body density $\rho(t)$ and on the effective nucleon-nucleon interaction. In the sudden limit, the single-particle degrees of freedom are frozen. The total density at time t writes in terms of the density of the target ρ_T and of projectile ρ_P in their ground state as : $\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_T(\mathbf{x} - \mathbf{r}_T(t)) + \rho_P(\mathbf{x} - \mathbf{r}_P(t))$ where $\mathbf{r}_T(t)$ and $\mathbf{r}_P(t)$ are respectively the target and projectile center of mass. Reporting this expression in equation (16), we end with the doubly folded potential for $V(\mathbf{r})$

$$V(\mathbf{r}) = \int d^3x d^3y \rho_T(\mathbf{r}_T(t) - \mathbf{x}) v(|x - y|) \rho_P(\mathbf{y} - \mathbf{r}_P(t)) \quad (17)$$

where the interaction v may contain any effective force functional in addition to the coulomb energy. This expression has often served as the starting point of macroscopic approaches where a specific parametrization of the shape ρ_T and ρ_P is assumed in the context of the "leptodermous" approximation (i.e. where the surface thickness or diffusivity is much smaller than the nuclear radius).

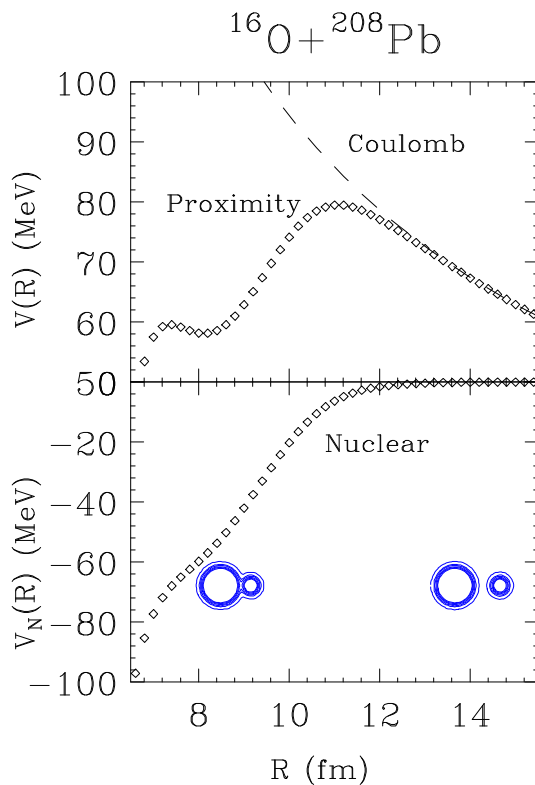


FIG. 6. Exemple of the potential obtained using the proximity energy functional for the reaction $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. Top : total energy (coulomb+nuclear), bottom: only the nuclear part is displayed.

The proximity potential is one of the cases where the relevant observable is reduced to the minimal geometric information on the two nuclei in interaction (i.e. their nuclear radius only). The expression (17) can be integrated in the case of spherical leptodermous systems, leading to a simple expression for the potential [8,9] (see illustration 5):

$$V_{prox}(r) = e^2 \frac{Z_T Z_P}{r^2} + 4\pi \frac{C_T C_P}{C_T + C_P} \Phi(\xi) \quad (18)$$

where C_T and C_P are the half density radii of the two nuclei. In this expression, the function $\Phi(\xi)$ is a function that measures the interaction energy between two parallel surfaces separated by a distance $\xi = r - C_T - C_P$. An example

of interaction potential obtained within the proximity approximation is represented in figure 6 using the proximity potential of ref. [10]. In this work, an improved expression of $\Phi(\xi)$ is given in order to reproduce the experimental systematics of ref. [7].

This example illustrates how the physical observation of the smooth behavior of fusion barrier described in figure 4 may be introduced in a more general context by selecting relevant degrees of freedom. We see for instance that the nuclear size is of interest and that the simple assumption of spherical shapes with a sharp radius can account for the gross features of fusion barrier. It is indeed possible to reproduce the barrier properties with a mean deviation less than 4%. However it is clear that the reduction of the information to its minimal form neglects some possible effects like deformation in the entrance channel.

B. Effect of deformation on entrance channels : introduction to the notion of barrier distribution

The assumption presented above is a poor approximation for deformed nuclei. One may introduce deformation in the entrance channel by adding parameters describing the shape of the nuclei. A usual way to include deformation is to develop the nuclear surface in the basis of spherical harmonics. Assuming that the nucleus has at least one axis of symmetry, we have

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_l \beta_l Y_{l,0}(\theta, \varphi) \right) \quad (19)$$

where the β_i are the multipole coefficients associated to a given shape. Using a leptodermous approximation, we have $\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 \Theta(\mathbf{r} - R(\theta, \varphi))$. Such additional collective coordinates allow to consider a more complete phase-space description of nuclear shape. They also are expected to affect the probability of fusion. For instance, the fusion barrier position and height may be parametrized in the case of a sharp surface and small quadrupole deformation for the target as $R_B(\theta) = R_B + R_T \beta_2 Y_{2,0}(\theta, 0)$ [11] where θ is the angle between the axis of symmetry and the beam axis.

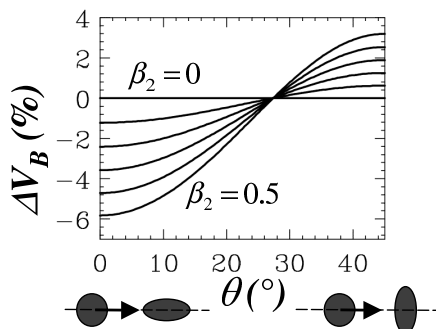


FIG. 7. Deviation of the fusion barrier height as a function of the angle between the beam axis and the main orientation axes of the deformed nucleus for different β_2 values.

The quantitative effect of static deformation on fusion barrier is illustrated in figure 7. The deviation of $V_B(\theta)$ from the non-deformed case obtained using $R_B(\theta)$ in the expression (14) is shown as a function of relative orientation of the two-partners. In particular, deformation modifies the fusion height.

Figure 8, gives an example where deformation has been included. In addition to the relative distance between nuclei one should also treat the relative orientation and possible reorientation of the two nuclei during the approaching phase. Since additional degrees of freedom are introduced, the potential itself depends also on the new parameters, and it becomes multidimensional. This means that the fusion barrier in terms of the relative distance is not unique anymore and one has to use the notion of barrier distribution which depends on the relative orientations as well as on the deformation itself. With the deformation, we have seen a fundamental concept concerning the notion of fusion barrier and the collective space selected to describe it. The fusion barrier definition depends on the collective variable selected in the theory. The example of deformation is not unique and as soon as other collective degrees of freedom start to be important, the fluctuation of the barrier induced by such degrees of freedom has to be considered. For instance, recent generalization of the proximity potential energy has been proposed in order to include the possible formation

of a neck [12]. Another example will be given in the last chapter of this lecture concerning exotic nuclei with the neutron-proton polarization.

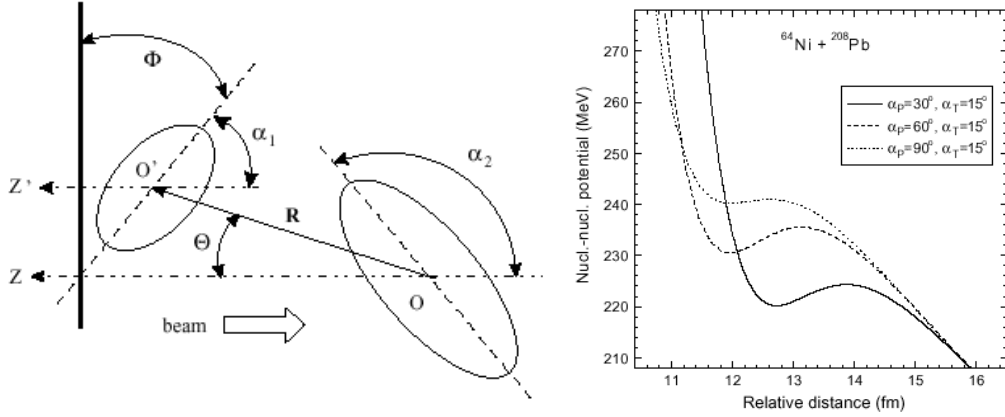


FIG. 8. Illustration of the approaching phase of two deformed nuclei. On the left side, we also show the different potential associated to the different orientations. Figures are taken from [13].

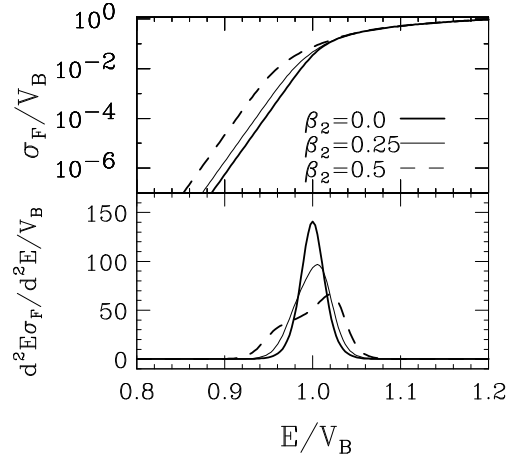


FIG. 9. Top : example of the influence of deformation of the fusion cross-section. Bottom : This effect is depicted also in the second derivative of the cross section as a function of the normalized energy.

When systems are deformed, the single barrier expression given by expression (12) cannot be used anymore. In this case, the experimental observation is expected to result from the average over all possible orientations in the entrance channel :

$$\sigma_F(E) = \int_0^{\pi/2} \sigma_F(E, \theta) \sin \theta d\theta \quad (20)$$

In order to access to the properties of the fusion barrier, one generally takes advantage of the fact that fusion cross sections are rather sharply peaked around the fusion barrier energy. It has been proposed in ref. [14] that the barrier properties obtained from high resolution measurement may be uncovered by using the second derivative of $E\sigma_F$. Top of figure 9 shows the influence of the orientation averaging when the Wong formula using $V_B(\theta)$ is used in expression (20). In bottom part the associated second derivative is also displayed. This figure shows that deformation affects the fusion probability essentially when the center of mass energy is close to the barrier height. As a result, a broadening of the second derivative directly proportional to the deformation is observed. Indeed, when a single barrier V_B exists, we expect that $d^2(E\sigma_F)/dE^2$ exhibits a single peak centered at V_B . In the classical approximation ($\hbar \rightarrow 0$), we

have $\frac{1}{\pi R_B^2} \frac{d^2(E\sigma_F)}{dE^2} = \delta(E - V_B)$. When one of the nucleus is deformed in its ground state, the shape of the second derivative is directly related to the dependence of the fusion barrier on the relative orientation. Using the classical limit again, we have [11]:

$$\frac{1}{\pi R_B^2} \frac{d^2(E\sigma_F)}{dE^2} = - \left. \frac{d \cos(\theta)}{dV_B(\theta)} \right|_{E=V_B} \quad (21)$$

More generally, the influence of additional degrees of freedom induce the existence of a barrier distribution which can be studied at energies close to the fusion barrier by analysing structures in the distribution of $\frac{1}{\pi R_B^2} \frac{d^2(E\sigma_F)}{dE^2}$. Such structures have been extensively studied experimentally (see figure 10 taken from [11]). The interpretation of such structures requires the use of sophisticated models in multidimensional collective space including both deformation effects and quantum tunneling. A further complication arises from the possible influence of excited states during the phase of approach.

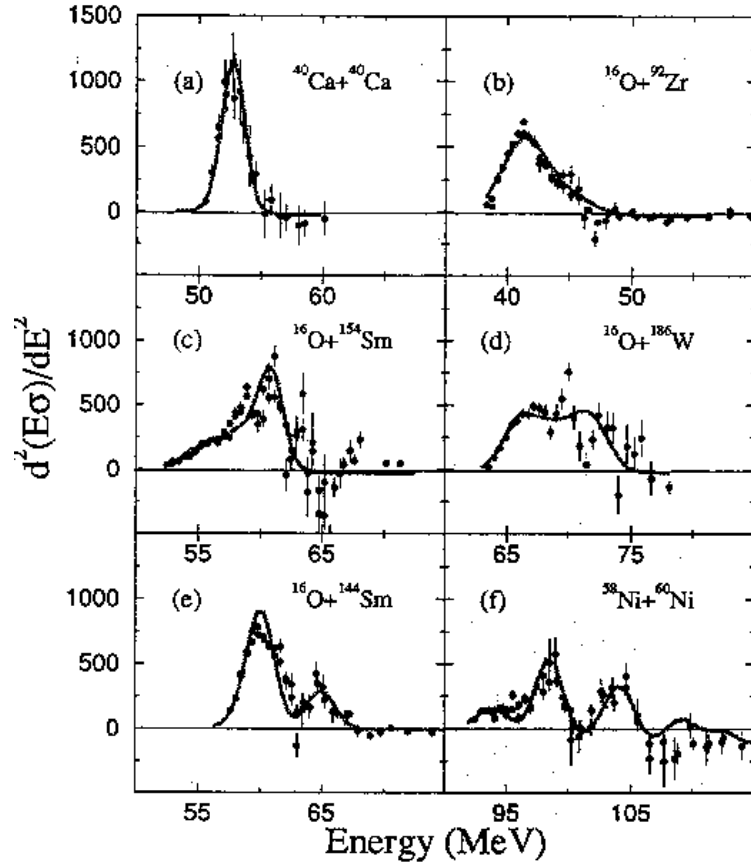


FIG. 10. Experimental evidence of barrier distribution observed for different reactions (taken from ref. [11]). The points correspond to experimental data while the line are the results of theoretical calculations including deformation as well as coupling to collective states. This figure illustrates the large variety of structure observed for different target and projectile combinations.

C. From a quasi-static picture to dynamics

In previous sections, we have introduced the notion of fusion barrier and more generally of a barrier distribution starting from the sudden approximation. In this case, we assumed a quasi-static picture for both nuclei. This means that the target and the projectile remained in their ground state in their respective intrinsic frame at least before passing the fusion barrier. This can be formally written as $|\Psi(\mathbf{x}, t)\rangle = |\Psi_T^{GS}(\mathbf{x} - \mathbf{r}_T(t))\rangle \otimes |\Psi_P^{GS}(\mathbf{x} - \mathbf{r}_P(t))\rangle$ where

$|\Psi(t)\rangle$ is the total wave function in the center of mass frame and $|\Psi_T^{GS}\rangle$ denotes the ground state wave function in their respective intrinsic frame.

From an experimental point of view, it has been observed that structures in the fusion barrier may also be observed in non-deformed nuclei. These structures are generally interpreted as the influence of internal excitation of both target and projectile. Then, the sudden limit cannot be applied anymore and one should treat explicitly the mixing of the ground state and of excited states during the phase of approach leading to a more general development $|\Psi_{T/P}(t)\rangle = c_0(t)|\Psi_{T/P}^{GS}\rangle + \sum_i c_\alpha(t)|\Psi_{T/P}^\alpha\rangle$ where $|\Psi_{T/P}(t)\rangle$ is the complete target (resp. projectile) state in the intrinsic frame and $|\Psi_{T/P}^\alpha\rangle$ denotes the ensemble of excited states. In order to account for excited states, one should explicitly calculate the evolution of the mixing coefficient $c_\alpha(t)$ during the collision. This is generally done by selecting few excited states (channels) using the coupled-channel formalism [5]. In particular, the coherent vibrational excitations are known to influence the barrier cross-section. The description of models able to account for both deformation and vibrations is out of the scope of the present lecture (a discussion of such model can be found in ref. [15]).

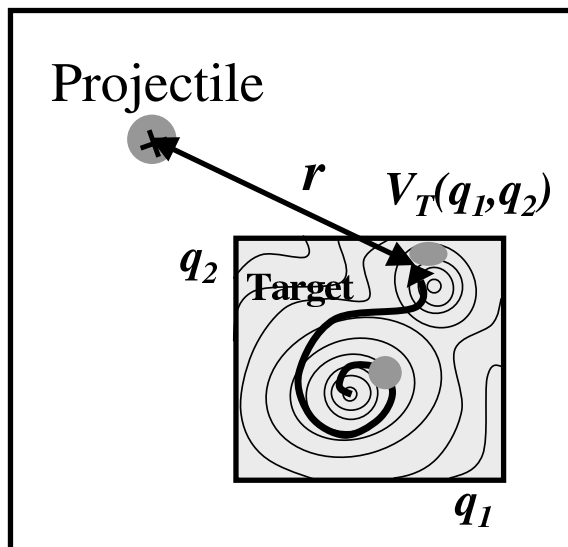


FIG. 11. The possibility to explore different shapes might be regarded as the dynamics of one of the partners in a local potential landscape (the deformation degrees of freedom are noted here (q_1, q_2)). In the presented case, the target explores dynamically the surrounding potential modifying the relative distance motion.

With the possible influence of vibrational states, we have seen the limitation of the sudden approximation and the necessity to introduce internal excitations. From a more general point of view, this means that the nuclei (target and projectile) explore dynamically the local potential landscape described in terms of the deformation parameters. This effect, depicted in figure 11, gives rise to a coupling between the relative motion and the internal degrees of freedom. At low energy, due to the discrete quantum nature of these intrinsic states, microscopic theories are generally preferred, macroscopic aspects being only used for the coupling form factor [15]. As we will see in the following, when the energy involved increases and competing phenomena to fusion appear, the number of channels to take into account increases considerably. In this case, macroscopic theories provide a guide to understand the nuclear dynamics.

III. THE PATH TO FUSION : GENERAL SCENARIO

In the previous chapter, we presented a simplified scenario leading to the formation of a compound nuclear state. In particular, it was explicitly assumed that once the system has passed the fusion barrier at not too high angular momentum and internal excitation, a single nucleus is indeed formed. This simple approximation was very helpful to introduce the concept associated to fusion. However, two additional physical processes shown in figure 1 require a modification of the scenario leading to fusion. One should first keep in mind that nuclear system under collisions are open systems, particles and photons may be emitted during the collision. In addition, once the system has passed the fusion barrier, other competing phenomena may exist like quasi-fission.

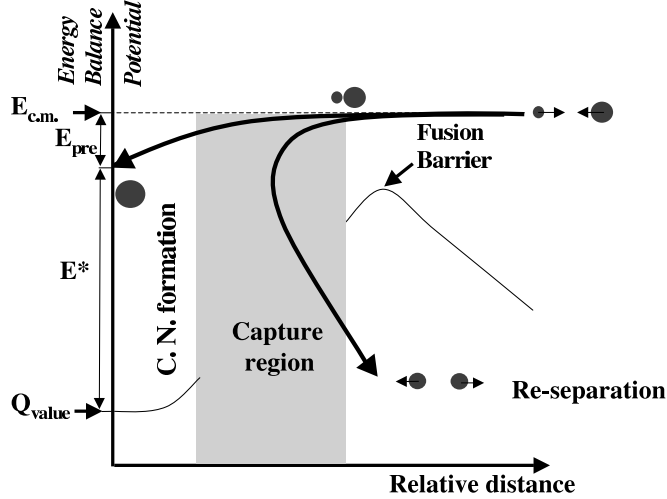


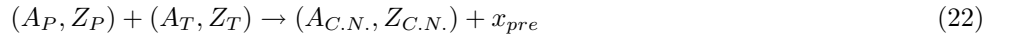
FIG. 12. Illustration of the potential encountered by the di-nuclear system as a function of the relative distance. In this figure, we illustrate the competing phenomena : Compound-Nucleus formation versus Quasi-fission. In contrast to standard fission, the quasi-fission is a re-separation of the two-nuclei after having passed the fusion barrier, without the formation of a compound-nucleus.

A. Probabilistic approach to fusion

In this section, we discuss how the simple concept introduced previously has to be adapted in order to account for the observed pre-equilibrium or quasi-fission processes. The simple starting point of the preceding chapter is not valid anymore and one should introduce statistical aspects.

1. Formation probability

The first stage of the reaction consists now in the creation of a compound nuclear state of mass $A_{C.N.}$ and charge $Z_{C.N.}$ from the initial target and projectile nuclei,



where x_{pre} represents possible pre-equilibrium emission of photons, or nuclei. The corresponding conservation of energy reads now

$$E^* = E_{c.m.} + Q_{value} - E_{pre}. \quad (23)$$

While in the previous chapter, the compound nucleus was expected to be formed with a single excitation energy and mass/charge, due to preequilibrium effects, we now have a distribution of mass, charge and energy of the compound nucleus. In order to consider this point, it is convenient to introduce the formation probability at a given excitation energy $P_{form}^{A_{C.N.}, Z_{C.N.}}(E^*)$. The associated probability to form a nucleus with a given mass and center of mass energy reads:

$$P_{form}^{A_{C.N.}, Z_{C.N.}}(E_{c.m.}) = \int P_{pre}(E_{pre}) P_{form}^{A_{C.N.}, Z_{C.N.}}(E^* = E_{c.m.} + Q_{value} - E_{pre}) dE_{pre} \quad (24)$$

For simplicity, we will use $P_{form}^{A_{C.N.}, Z_{C.N.}} \equiv P_{form}$ in the following. When in addition to the energy in the center of mass, the entrance channel is classified according to its centrality, the Compound Nucleus (C.N.) formation probability is written as $P_{form}(l, E^*)$.

During the formation process, once the di-nuclear system has passed the fusion barrier, it enters the capture region (see figure 12) and explores the local potential landscape and eventually may separate without forming a C.N. This

effect leads sometimes to an additional splitting of the formation probability into the capture or contact probability P_c and the C.N. formation probability $P_{C.N.}$, the latter being the probability to go toward the mononucleus phase assuming that the two nuclei have passed the fusion barrier.

$$P_{form}(l, E^*) = P_c(l, E^*) \times P_{C.N.}(l, E^*) \quad (25)$$

Strictly speaking, the fusion process corresponds to the creation of a compound nuclear state and the fusion probability exactly match the formation probability. However, the terminology "fusion cross-section" is often retained only for the "Fusion-evaporation" case where the composite nucleus is detected.

2. Survival probability

As mentioned in the introduction, the formation process is expected to be decoupled from the decay of the compound nuclear state. The desexcitation of the excited nucleus gives rise to a variety of decays (figure 1). This variety leads finally to the observation of one or more fragments accompanied by post-equilibrium particles of γ emission. In analogy with the first step, we write :

$$(A_{C.N.}, Z_{C.N.}) \rightarrow \sum_i (A_i, Z_i) + x_{post} \quad (26)$$

The number of fragments defines the decay channel starting from one-fragment (fusion-evaporation), two (fission) or several (multifragmentation). Finally, the probability to observe a composite system after the desexcitation, characterizes the capacity of the compound nuclear state to resist against internal excitation and angular momentum. A measure of this capacity is given by the survival probability P_{surv} which is nothing but the probability to decay into other competing channels.

3. Fusion cross section

The finally observed fusion cross-section results in the combination of the two steps described above :

$$\sigma_F(E_B) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) P_{form}(l, E_{c.m.}) P_{surv}(l, E^*) \quad (27)$$

where we have introduced $k^2 = 2\mu E_{c.m.}/\hbar^2$. Inserting the expression of $P_{form}(l, E_{c.m.})$ in this equation leads finally to the following expression :

$$\sigma_F^{A_{fin}, Z_{fin}}(E_B) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \int P_{pre}(l, E_{c.m.} + Q_{value} - E^*) \times P_c(l, E^*) \times P_{C.N.}(l, E^*) \times P_{surv}(l, E^*) dE^* \quad (28)$$

Preequilibrium
Capture
C.N. formation
Survival

where (A_{fin}, Z_{fin}) are the residue mass and charge of the reaction which may differ from (A, Z) due to pre- and post-equilibrium emission. Note that, we can recover the previous simple picture by assuming that preequilibrium is negligible and by identifying the capture probability with the fusion probability.

In this section, we have introduced the concepts commonly used for the understanding of fusion reactions. Experimentally, the intermediate stage consisting in a compound nuclear state could not be accessed and only the result of the different decay processes can be observed. However, with the quest towards nuclear systems under extreme conditions (of mass, charge, deformation or temperature) it has become more and more evident that a deep understanding of each different effect as well as their interconnection is necessary. In this lecture, we concentrate on the first step which leads to the formation of a compound nuclear state. This stage of the reaction is essential for the desexcitation since it determines the accessible phase-space in terms of angular momentum and internal excitation. In particular, the description of the first instant of the reaction should answer the two fundamental question (depicted in figure 13) : How should be generalized the simplified approach of previous chapter to treat large amplitude collective motion and describe both the di- and mono-nuclear phase? How is the initial kinetic energy transferred into internal excitation energy during the reaction?

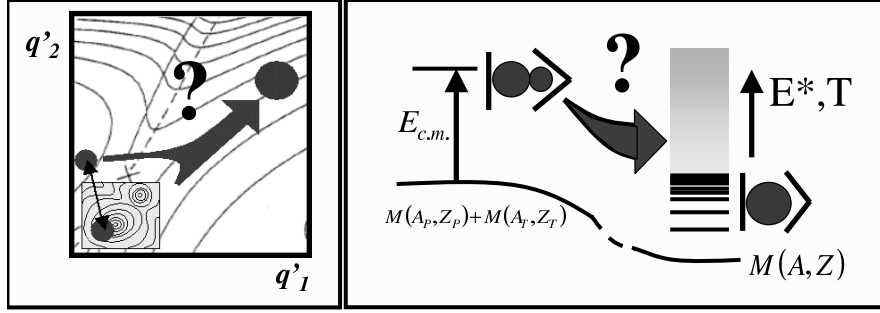


FIG. 13. Illustration of the two important problem to solve for a comprehensive understanding of the compound nucleus formation. Left : one should first generalized the previous picture (figure 11) by introducing a set of relevant collective which are able to treat large amplitude deformation and describes both the di- and mononuclear phase. Right : following the dynamical path in collective space, one should be able to understand how the initial kinetic energy is transferred to internal (thermal) excitation during the formation. The latter problem requires a proper understanding of the reorganisation of nucleonic degrees of freedom during the collision.

B. Onset of quasi-fission and transfer

When there is no quasi-fission, the formation probability identifies with the fusion cross-section. This is the case for a large variety of reactions leading to the formation of rather "light" nuclei. For heavier systems, the quasi-fission process is known to compete strongly with the compound nucleus formation and the complete description (formula (25)) should be used. From the theoretical point of view, the understanding of the dynamics after the contact point is certainly one of the most challenging and complex problem of fusion. In that case, one has to deal with non-equilibrated systems undergoing large deformations.

In previous section, we have seen that the sudden approximation is very helpful to study the fusion barrier. One can consider the frozen density for a closer distance between the nuclei. Due to the incompressibility of the nuclear forces, the nuclear potential increases sharply when the overlap between the two density increases (see equation (17)). An example of such increase is given in figure 8. According to this picture, even at rather large distance between the two nuclei, their relative velocity should go down to zero and all the initial energy is converted into potential energy. Then, the dinuclear concept can still be used and the composite system can be compared as two spheres interconnected through a small surface. Within this approximation, one can still end with a composite nucleus considering that the nuclei can exchange particles. In that case, the driving force which induces the exchange can be obtained using the energy balance of the two nuclei compared to the compound state. For instance, the potential felt by the target is given by :

$$U(Z_T, A_T) = M(Z_T, A_T) + M(Z_P, A_P) + V_{Coul}(R_c) - M(Z, A) \quad (29)$$

where the semi-empirical formula (B3) or more complex expressions may be used. In this expression, the mutual coulomb potential V_{Coul} is the coulomb energy of the two spheres separated by the distance R_c . The dynamics after the contact point is now described by the mass and charge asymmetry degrees of freedom, noted respectively $\eta_A = \frac{A_T - A_P}{A}$ and $\eta_Z = \frac{Z_T - Z_P}{Z}$, in addition to the relative motion. The charge is generally believed to be one of the fastest equilibrated degrees of freedom and is usually not considered. The potential obtained for different reactions leading to the formation of medium, heavy or super-heavy elements is illustrated in figure 14 as a function of η_A .

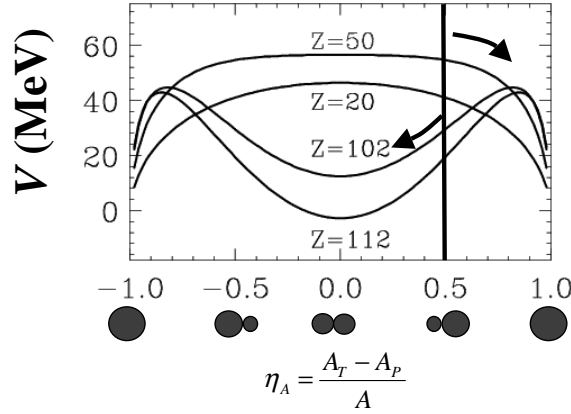


FIG. 14. Top: schematic representation of the initial di-nuclear and final mono-nuclear configuration. Bottom : Illustration of the potential encountered by the target leading to gain or loss of particles in different reactions as a function of the mass asymmetry and using formula 29 associated to semi-empirical energy formula B2 (adapted from [3]). The picture is presented for charges along the stability line with $Z = 0.5 \left(1 - 0.006A^{2/3}\right)$. The horizontal line indicates an initial condition $\eta_A = 0.5$.

This figure illustrates the onset of quasi-fission when the mass of the compound nucleus increases. Indeed, for small systems, the potential shape indicates that once the fusion barrier is passed, the target (or equivalently projectile) is driven towards the formation of the compound nucleus ($\eta_A = -1$ or $\eta_A = 1$) through the absorption of the other via nucleon transfer [16]. In the opposite, for large masses a transition of the potential shape is observed, which in addition to the local minima associated to a single nucleus exhibits an additional minimum that corresponds to the break-up into two pieces of nearly equal sizes ($\eta_A = 0$). This means, that in contrast to light and medium nuclei, not only the fusion but also the quasi-fission channels might be populated even if the nucleus has passed the barrier. The onset of quasi-fission is estimated around $Z^2/A = 120$ ($\sim Z = 50$) [4]. In realistic applications, in order to account for both fusion and quasi-fission, a multidimensional analysis in collective space should be considered. An example, in the case of two-dimension, leading to the formation of the $Z = 114$ superheavy element is shown in figure 15.

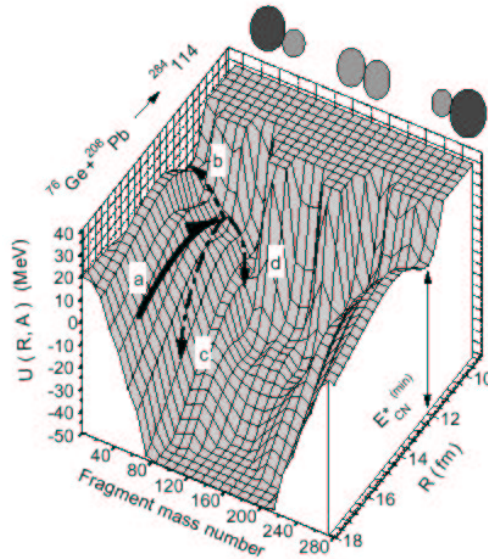


FIG. 15. Example of application of the di-nuclear concept in the two dimensional (r, A_T) space, taken from [13]. The different steps : a) capture, b) fusion, c) and d) quasi-fission are illustrated.

C. Shape parametrization for large amplitude collective motion

Although the di-nuclear model with two spheres is a very useful tool for the qualitative and quantitative understanding of the quasi-fission process, the dynamical path towards fusion in terms of deformation appears rather limited and one may worry about the possible exploration of very exotics shapes. A natural way to extend this description is to introduce parametrization of the total density $\rho(q_1, \dots, q_n)$, taken as general as possible to develop neck, deformation, elongated as well as compact shapes (numerous parametrizations exist (see ref [17])). An example of shape parametrization often used in macroscopic models is given in figure 16. In the nuclear dynamics, the relevant degrees of freedom identifies with the parameters (q_1, \dots, q_n) which determine the accessible phase-space for the nuclear shape.

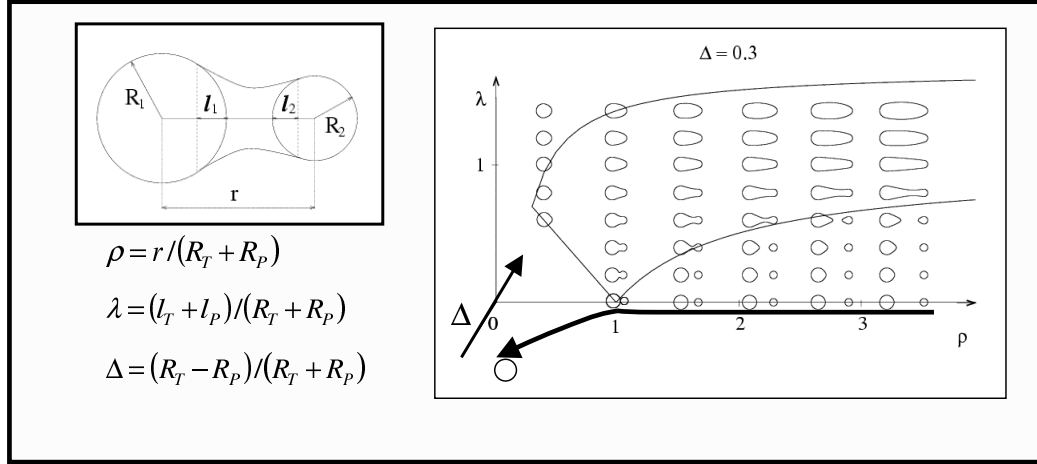


FIG. 16. Example of shape parametrization used to account for the possible neck formation during the reaction (adapted from [18]). The arrow in the (ρ, Δ) plane indicates the limited accessed phase-space dynamics when the simple di-nuclear model of two spherical nucleus is used. The new phase-space associated to the collective space (ρ, Δ, λ) is appropriate for considering possible neck formation.

Once the collective phase-space is chosen, the collective Hamiltonian can be constructed

$$H_{Coll} = \sum \frac{p_i^2}{2m} + U(q_1, \dots, q_n) \quad (30)$$

where (p_1, \dots, p_n) are the conjugate coordinate to (q_1, \dots, q_n) , m denotes generically the adiabatic mass tensor associated to the collective degrees of freedom and $U(q_1, \dots, q_n)$ is the potential felt by the system in the collective space. Assuming a given force, the total potential landscape can be obtained using the same procedure as for the static case (appendix A) by calculating the energy of the system for different values of the parameters. An example of potential landscape for the shape described in figure 16 is given in figure 17.

After the selection of the relevant collective phase-space, it is expected that fusion is accurately described by the knowledge of the evolution of $(q_1(t), \dots, q_n(t))$. If the possible influence of surrounding non-collective degrees of freedom is neglected, the dynamics is either described by the Schrödinger equation (quantum case) or by the Hamilton equation (classical case) associated to H_{Coll} . In the latter case, the standard equation of motion writes :

$$\begin{cases} dq_i/dt = \partial H / \partial p_i = \frac{p_i}{m} \\ dp_i/dt = -\partial H / \partial q_i \end{cases} \quad (31)$$

Such a deterministic picture is not sufficient to understand the formation of a compound nucleus at finite excitation. Indeed, equation (31) implies the conservation of the total energy in the collective space. However, although the selected quantities are those which are expected to contain the relevant information on the dynamics, other degrees of freedom should be considered. At least, two phenomena are known to change the energy available in the collective space :

- **Coupling of collective and single-particle degrees of freedom** : the collective coordinates interact with the environment of other degrees of freedom. As we will see, this coupling has important effect, since it is

expected to induce the transfer of collective energy into internal excitation energy which will drive the system towards thermal equilibrium. As a counterpart, the energy loss is associated to dissipative phenomena in the collective space.

- **Pre-equilibrium effect** : besides the coupling to internal degrees of freedom, the system is also expected to be coupled to the continuum. This coupling is for instance responsible for pre-equilibrium emission and the associated loss of energy E_{pre} .

While a large number of theoretical work exists on equilibrated system, only little is known on the modelisation of non-equilibrated systems. The pre-equilibrium emissions are rarely accounted for in macroscopic theories although it is observed experimentally.

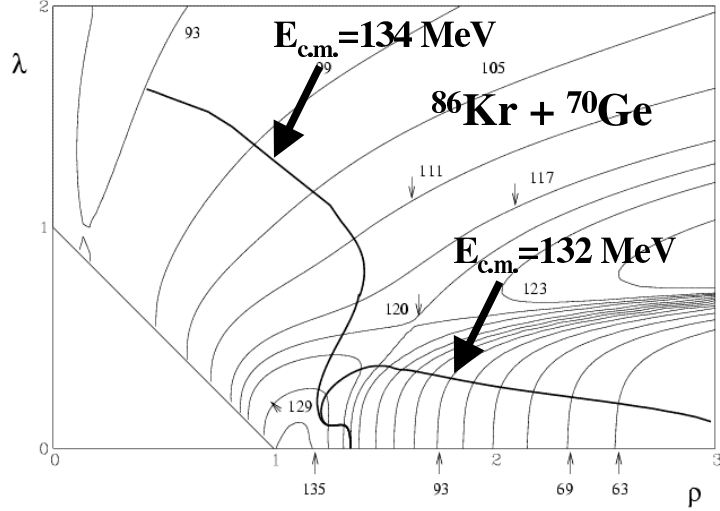


FIG. 17. Exemple of a potential landscape and classical dynamics associated to the shape parametrisation of figure 16 (taken from [18]). The two trajectories corresponds to two initial center of mass energy. In the case $E_{c.m.} = 132$ MeV, the energy is too small to pass the fusion barrier while for $E_{c.m.} = 134$ MeV the nuclei have reached the capture region.

D. From deterministic to dissipative dynamics : Coupling collective with non-collective degrees of freedom

In this section, we present a brief overview of nuclear dissipation in the collective space. We concentrate on the classical case, but similar ideas could be developed in quantum mechanics [19]. More extensive discussion on the origin of dissipation may be found in review papers [4,20,21].

Let us start from the general Hamiltonian where we have separated the part associated to the collective space H_{Coll} from the rest of the internal environment H_{int} . We note (x_1, \dots, x_m) the non collective degrees of freedom. The total Hamiltonian \mathcal{H} reads

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(q_1, \dots, q_n, x_1, \dots, x_m) = H_{Coll}(q_1, \dots, q_n) + H_{int}(x_1, \dots, x_m) + C(q_1, \dots, q_n, x_1, \dots, x_m) \quad (32)$$

where C represents the coupling between the collective and non-collective space. A situation where collective and internal degrees of freedom are coupled through an Hamiltonian like (32) has already been introduced in this lecture in section II C. It was then necessary to introduce coherent internal excitation and its coupling to the relative distance coordinate to account for dynamical effects during the phase of approach. Due to the small number of degrees of freedom involved in that case, the coupling is generally treated by means of the coupled channel formalism. When few degrees of freedom $\{x_i\}$ are involved, one could also follow the exact Hamilton equation associated to \mathcal{H} :

$$\begin{cases} dp_i/dt = -\partial H_{Coll}/\partial q_i - \partial C/\partial q_i \\ dy_i/dt = -\partial H_{Coll}/\partial x_i - \partial C/\partial x_i \end{cases} \quad (33)$$

which should be completed by the canonical variables $dq_i/dt = \partial\mathcal{H}/\partial p_i = \frac{p_i}{m}$ and $dx_i/dt = \partial\mathcal{H}/\partial y_i = \frac{y_i}{m}$. If the coupling is negligible, the two sub-space evolve independently and the collective dynamics of equation (31) is recovered: this is the zero order approximation for the dynamics. However, in general, the collective dynamics have to be corrected due to the effect of the environment. When the number of non-collective degrees of freedom involved increases, which is expected when the energy deposited in the system also increases, the complete equation (33) cannot be solved exactly and one usually use approximations for the coupling. When the coupling is assumed to be linear between the collective and non-collective coordinates, we obtain, after projection of (33) onto the collective space :

$$dp_i/dt = \mathcal{F}(q_1, \dots, q_n) - \int_t \mathcal{G}(t-t') \dot{q}_i(t') + \mathcal{W}(t) \quad (34)$$

where \mathcal{F} represents the force that derives from the potential H_{Coll} . The second term represents the effect of the coupling between the two sub-space and take the form of a friction term which is non-local in time. If we suppose that internal degrees of freedom are thermally equilibrated on a time scale much faster than the collective degrees of freedom, we obtain a stochastic Langevin equation :

$$dp_i/dt = \mathcal{F}(q_1, \dots, q_n) - \gamma \dot{q}_i(t) + w(t) \quad (35)$$

where γ is the friction coefficient proportional to the heat bath temperature T and $w(t)$ is a stochastic variable linked to $\gamma(t)$ by means of the fluctuation/dissipation theorem. Such a stochastic approximation has the great advantage to avoid the explicit treatment of internal degrees of freedom. It also accounts for the energy loss in the collective space through the friction kernel. Part of the energy is then converted into thermal excitation. Stochastic methods are largely used in macroscopic theories [21]. In the following, the physical origins of the coupling are detailed.

E. Some physical origin of dissipation: resistance against deformation and charge exchange

During the evolution, two effects are known to largely participate to the conversion of available energy into internal excitation. The first one arises due to the reorganization of internal degrees of freedom when its shape evolves (wall formula), inducing an excitation of this single-particle degrees of freedom. The second comes from the exchange of particle (window formula). Both effects, illustrated in figure (18), are called one-body dissipation in contrast to the two-body dissipations induced by nucleon-nucleon collisions.

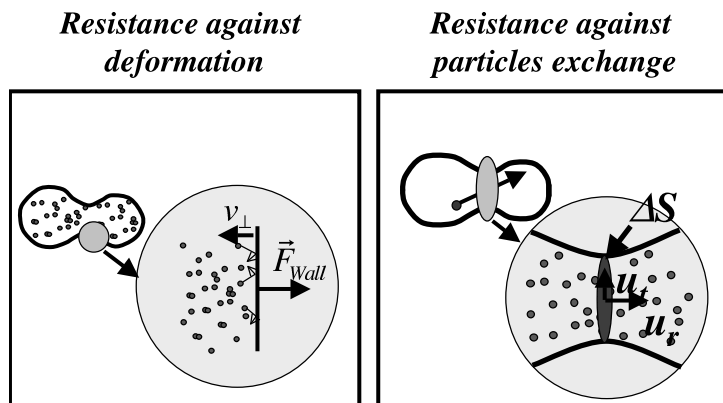


FIG. 18. Illustration of the different mechanisms leading to an effective reduction of the relative velocity. Left: the resistance against deformation leading to the wall formula. Right: the exchange of particles through the neck area which gives the window formula.

In a macroscopic picture of a stable nuclear system, the internal pressure is expected to compensate exactly the surface tension. During the reaction, both nuclei are perturbed by the other inducing a modification of their shapes. This modification is accompanied by a resistance of the internal degrees of freedom against deformation due to the change of the internal pressure. Macroscopic theories offer the possibility to derive dissipation properties in the case of large amplitude deformation in the limit where nucleons are treated classically and a sharp radius approximation is assumed for the nuclear surface. Within the so-called one-body dissipation models, dissipation arises from the

collisions of nucleons with the moving surface. This effect is depicted in left side of figure 18. The motion of the wall gives rise to a force F_{wall} between the nucleons and the wall. This coupling between collective and single-particles degrees of freedom can be written as [22,23]:

$$F_{wall} = \int_S \rho \bar{v} \dot{v}_\perp^2 ds \quad (36)$$

which is known as the "wall formula". The quantity introduced in this equation represents respectively the nucleon density ρ and average velocity \bar{v} while \dot{v}_\perp is the velocity variation normal to the wall.

More has been noted in the earlier work of Blocki et al [22], that a reduction of the relative velocity of the two nucleus if nucleons are exchanged between them is expected. This leads to an additional force acting on the collective coordinate ("window formula")

$$F_{window} = \frac{1}{8} \Delta S [2u_r^2 + u_t^2] \quad (37)$$

where ΔS is the surface of the neck area (the window), while u_r and u_t are the radial and transverse velocity with respect to the neck.

In practical applications, shapes are parametrized using few collective degrees of freedom (q_1, \dots, q_n) and both equation (36) and (37) can be expressed in terms of the collective coordinates. For instance, the window formula can be intimately connected to the mass and charge asymmetry parameters introduced previously. If thermal equilibrium is assumed, the quantities entering in the forces (like \bar{v}) can be expressed in terms of the nuclear temperature. Using again the fluctuation/dissipation theorem, we obtain Langevin equation similar to (35). This coupling contributes also to the transfer of energy from the collective to the non collective degrees of freedom and leads to internal excitation [24]. The latter is assumed to be instantaneously transformed into incoherent thermal excitation of single-particle degrees of freedom due to nucleon-nucleon collisions. This effect is of particular interest for the precise description of the final compound nucleus probability formation as far as the excitation energy E^* is concerned.

The influence of the dissipation can be directly observed experimentally. When the size of the compound nucleus increases it is expected that nucleons exchange becomes essential and appear before passing the fusion barrier. Then, an extra energy, the so-called extra-push energy, is required to pass the barrier compared to the deterministic picture as observed experimentally.

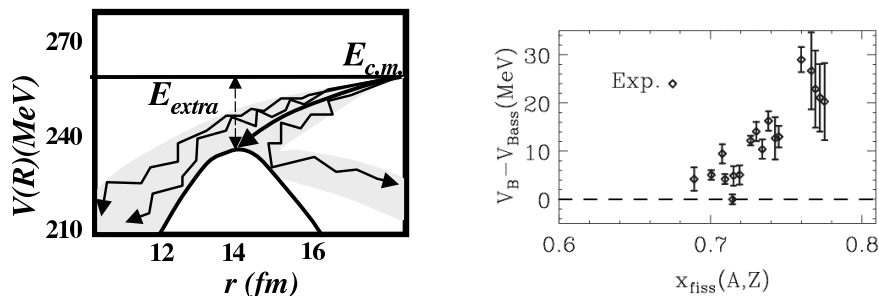


FIG. 19. Left: schematic illustration of the entrance channel mechanisms in terms of energy with stochastic path. The picture indicates the extra energy necessary to overcome the fusion barrier as a function of the fissility parameter. Right: deviation of the experimental barrier energy and the one obtained with the bass proximity model.

A schematic representation of the extra-push energy is displayed in left side of figure (19) while the experimental observation is shown in the right side. A large body of experimental data has shown that this extra energy is conveniently presented in terms of the fissility parameter $x_f = E_{Coul}/(2E_{Surf})$ [25]. This parameter is defined as the coulomb energy divided by twice the surface energy. It thus measures the probability of the system with respect to fission. For $x_f > 1$, the system has no fission barrier while for $x_f < 1$ it has got one. For a given nucleus, the liquid-drop approximation leads approximately to: $x_f \simeq \frac{1}{50} \frac{Z^2}{A}$ (see for instance [5]).

F. Formation probability in the presence of dissipation

Besides the extra-push effect, macroscopic approaches offer the possibility to treat the dissipative mechanism when several collective degrees of freedom are involved: relative distance, mass/charge asymmetry, deformation... This has led, during the past ten years to the development of stochastic macroscopic approaches in multidimensional space [21,26] to estimate the fusion/fission probability. We show in figure 20 an example of such calculation. In such approach, an ensemble of stochastic trajectories are computed and the formation probability is statistically reconstructed. These techniques have the advantages to account for most of the macroscopic aspects described in this lecture and to give direct access to the available phase-space in terms of angular momentum and excitation energy after the formation process. More, they seem to reproduce reasonably well experimental data even in the case of super-heavy elements [27,28].

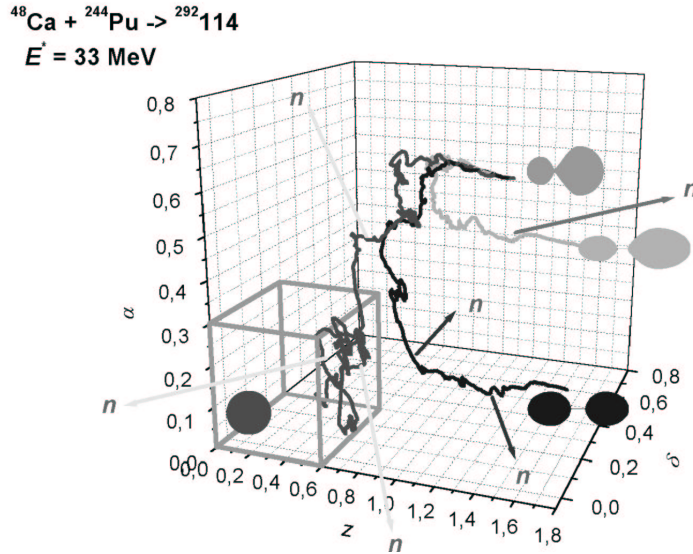


FIG. 20. Exemple of a stochastic path in a three dimensional collective space, taken from ref. [29]. Three trajectories leading to different mechanisms are presented: fusion (in the small cube), quasi-fission and fission. In most recent applications, neutron emission during the dynamics can be accounted for.

G. Some open questions

Although macroscopic theories are essential in our understanding of fusion-fission reactions, different difficulties are encountered. These difficulties are discussed in the present chapter and possible improvements are indicated.

1. Collective coordinates and the notion of dissipation

As we have already seen in the case of the nuclear potential, the extracted fusion barrier has a meaning only in a selected collective phase-space. Similar arguments hold for the dissipation. An inherent arbitrariness of the selection of few collective coordinates exists and one may worry on the possibility of missing important degrees of freedom. In that case, the dynamics in the selected collective space is a poor approximation of the complete dynamics. This will be interpreted as dissipation while an enlarged collective space would be required. The collective coordinates are generally different in various macroscopic models. As a consequence, we observe important difference between models (see figure 16 of ref. [21]).

Apart from the selection of specific degrees of freedom, we have mentioned two different ways to treat the coupling of collective degrees of freedom with internal excitation. Both start from expression (32) but differ in the selected internal degrees of freedom. Indeed, we have seen in section II C that the coherent internal excitation affects significantly the sub-barrier fusion rate. However, this effect is generally treated with coupled-channel methods which in practice

neglect possible incoherent motion induced by thermal effects. Conversely, macroscopic models only consider the coupling to incoherent excitation but are able to treat fusion at higher excitation. A unified picture where both coherent and incoherent effects would be accounted is still missing. In the case of the formation of heavy or super-heavy elements, thermal effects are important and fusion exists essentially in the sub-barrier regime [30–33].

2. Quantum versus thermal effects

We have seen in chapter I that low energy fusion reactions and, in particular, sub-barrier fusion can only be understood by considering quantum tunneling in the collective phase-space. In this case, the use of classical trajectories is not appropriate. The reproduction of experimental data by classical dynamics is only made possible by the introduction of fluctuation which are thermal in nature. In quantum models, in addition to thermal fluctuations, the quantum zero point motion makes possible to tunnel through the barrier even at zero temperature. This is a limitation problem of classical approaches in the fusion barrier energy region. It is clear from the latter discussion that part of the thermal effect mimics quantum features. However, one may worry about the notion of temperature itself and the quantitative information extracted from the models. This problem is actually largely debated and different solutions are proposed. When several degrees of freedom are considered, one of the most promising development for future models is to treat the dynamical evolution using Feynman path integrals techniques [26]. Indeed, in that case, one can take advantage of the recent developments initiated by the pioneering work of Caldeira-Leggett [34] on quantum stochastic dynamics [19].

3. Thermalization?

Besides the problem of classical vs quantum treatment, an additional difficulty appears in the application of macroscopic models. Most of the models described previously assume a fast, almost instantaneous, thermalization of the single-particle degrees of freedom. This makes possible to account for the mean properties of single-particle degrees of freedom which are easily calculated in the case of thermal equilibrium. As illustrated in figure 21, no clear separation of time-scales is expected between the formation of a compound nucleus and the thermalization. This means that the assumption of instantaneous equilibration is not justified and one should treat normally the dynamics of non-equilibrated systems. The proper treatment of such process requires to consider carefully the dynamics of the internal degrees of freedom. The most recent approaches consist in relaxing the adiabatic hypothesis and using macroscopic-microscopic models based on the two-center shell model and the non-adiabatic motion [35,64].

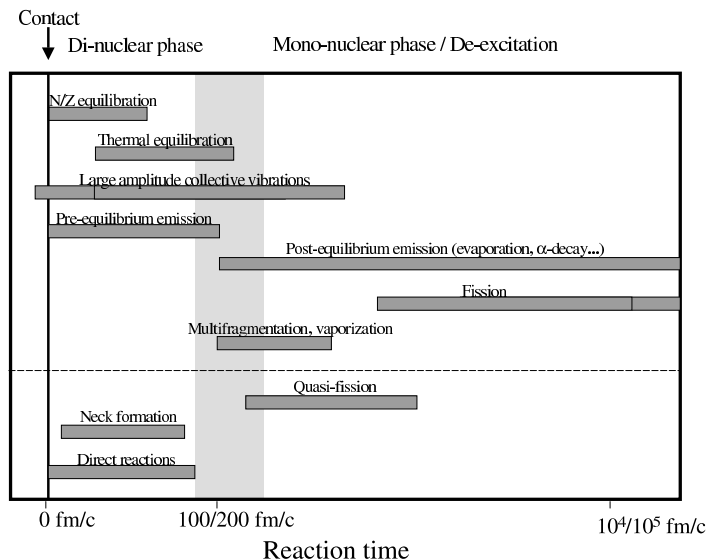


FIG. 21. Range of the time-scales associated to different processes involved during the fusion-fission reactions. The initial time is taken as the contact time of the two nuclei.

Apart from the conversion of energy into internal excitation, emission of photon or particles in the first instant of the reaction must be considered. Such an emission is expected to increase with the beam energy but may also be of particular interest at lower energy in order to understand the cooling process of nuclei by means of non-thermal emissions. An additional example will be given in the following section concerning exotic nuclei where the direct break-up should be accounted for on the same foot as fusion.

This effect is almost never considered in macroscopic approaches. Only recently, possible fast emissions have been introduced (see figure 20). In addition, the backtracing method proposed in [37] and applied to recent experiments on fusion-fission and quasi-fission, seems to indicate large pre-scission neutron emission during the collision [38,39]. This is of particular interest in order to include pre-equilibrium emission in theoretical descriptions. As we will also see in the discussion on exotic nuclei, pre-equilibrium γ emission may also give access to interesting information on the relaxation phenomena.

IV. PHENOMENOLOGY OF FUSION REACTIONS WITH EXOTIC NUCLEI

With the advent of new radioactive facilities, large isospin asymmetry can be reached. The production of nuclei under extreme conditions has led to a better understanding of the properties of exotic nuclei, in particular very neutron rich species. Unexpected effects have been observed such as the existence of halo nuclei or the presence of quasi-molecular states [40]. Besides the static properties, the case of halo nuclei or super-heavy elements has demonstrated that a deep understanding of reaction mechanisms is required.

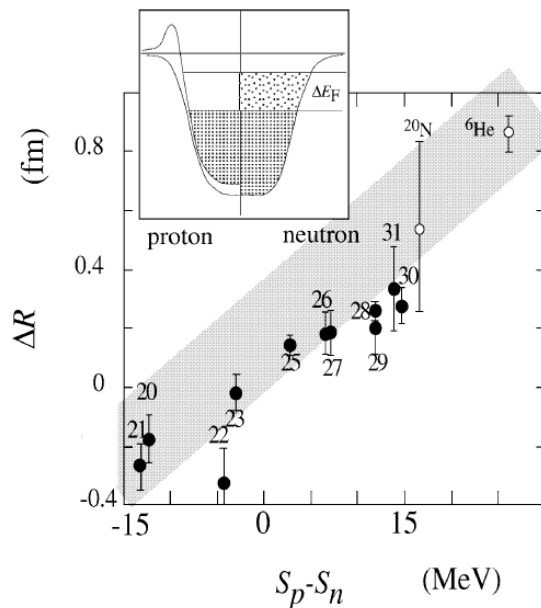


FIG. 22. Difference between neutron and proton radii ΔR as a function of the difference between proton and neutron separation energies (from [41]).

Away from the stability line, generic effects are expected concerning the static properties of nuclei. Recent experimental studies, in particular for light nuclei, have made possible to quantitatively precise the average trends of single-particle properties of exotic nuclei. These properties are illustrated in figure 22 (taken from ref. [41]) and may be summarized as follows. When the ratio N/Z increases with respect to the $(N/Z)_{eq}$ equilibrium value for a given isotope (equilibrium meaning here the N/Z of the corresponding stable isotopes), the global symmetry existing in the neutron-proton density is expected to disappear. First, the relation $\rho_n/\rho_p = N/Z$ breaks down at the surface of the nuclei. The effective surface radius of neutrons can no more be identified with the radius of the protons. In particular neutrons skins and very extended systems like haloes appear. The quasi-symmetry observed in the proton-neutron

separation energy disappears leading to weak neutron binding. This has an influence on the dynamics. Extensive theoretical [15] as well as experimental [42] works have been devoted to the understanding of isospin effects on the fusion process. For light exotic nuclei, the very notion of a leptodermous system can not be used anymore (see discussion in appendix B). Microscopic approaches are generally more convenient for their description. In the next section, we summarized the new aspects that should be considered with radioactive beam and show that macroscopic theories can still provide an elegant way to address these problems.

A. Geometric effect on fusion barrier at large N/Z

The discussion of section IC illustrates the importance of the geometry of the system on fusion. Eq. (13), adjusted for stable nuclei shows that the barrier position R_B is directly proportional to the size of the two partners while V_B is proportional to $Z_T Z_P$ (equation (14)). Increase the number of neutrons of one of the partners leads to an increase of R_B while the product $Z_T Z_P$ remains constant. This effect, linked to the onset of the nuclear interaction at larger relative distance is thus expected to decrease the fusion barrier V_B .

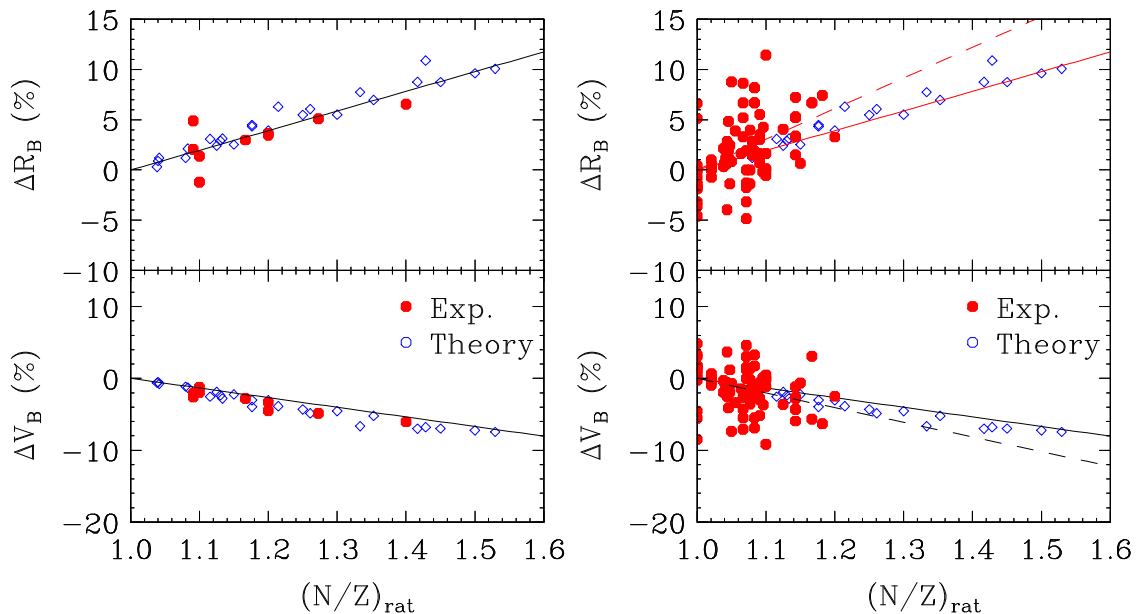


FIG. 23. Comparison between calculated and experimental dependence of the fusion barrier position (top) and height (bottom) on the neutron excess. ΔR_B and ΔV_B corresponds to the variation of position and height with respect to the collision of stable isotopes and is presented as a function $(N/Z)_{rat}$. Left : the open squares corresponds to reactions between different calcium or nickel spherical isotopes calculated in ref. [43]. The line is the result of a linear fit given by Eq. 38. We also superimposed the experimental results (filled circles) obtained for the reactions between calcium nuclei in reference [44,45] and from ref. [46] for nickel nuclei where the barrier are scaled by a factor 1.037 are prescribed in ref. [11]. Right : the same calculated barrier variation is presented and compared to experimental data of ref. [7] where not only spherical but also deformed nuclei are considered. In that case, large fluctuations are observed. A linear fit (dashed line) of the experimental values show that the isospin effects are in average increased in deformed nuclei giving $\Delta R_B = 0.305 ((N/Z)_{rat} - 1)$ and $\Delta V_B = -0.204 ((N/Z)_{rat} - 1)$.

While no experimental systematic analysis exists on fusion with exotic nuclei, the variation of the barrier properties as a function of the neutron excess has only been investigated theoretically in ref. [43]. Different reaction between spherical calcium and nickel nuclei isotopes have been studied. The expected increase of the barrier position and decrease of the height is predicted to follow the simple linear fit :

$$\begin{aligned}\Delta R_B &= 0.1954 ((N/Z)_{rat} - 1) \\ \Delta V_B &= -0.1340 ((N/Z)_{rat} - 1)\end{aligned}\tag{38}$$

In this expression, ΔR_B and ΔV_B corresponds the variation of the barrier properties with respect to the reaction corresponding to stable isotopes, while $(N/Z)_{rat}$ is the ratio of the N/Z of the compound nucleus of the considered

system divided by the N/Z of the reference system. The result of the calculation in [43] is displayed in figure 23 [open squares]. In the left side of the figure, the calculation is compared to the experimental results deduced from collision between spherical nuclei. In the right side, the whole experimental systematic of ref. [7], including not only spherical but also deformed nuclei is considered. When only spherical nuclei are selected, both calculated and experimental data follow a comparable smooth trend in agreement with eq. (38).

For deformed nuclei, we expect that the fusion barrier is modified compared to the spherical case. The increase with $(N/Z)_{rat}$ is in average still present but large fluctuation around the average trend is observed indicating that isospin degrees of freedom could not be disconnected from other important collective degrees of freedom. This gives rise to much more complex behavior.

B. Isospin effects on reaction mechanisms

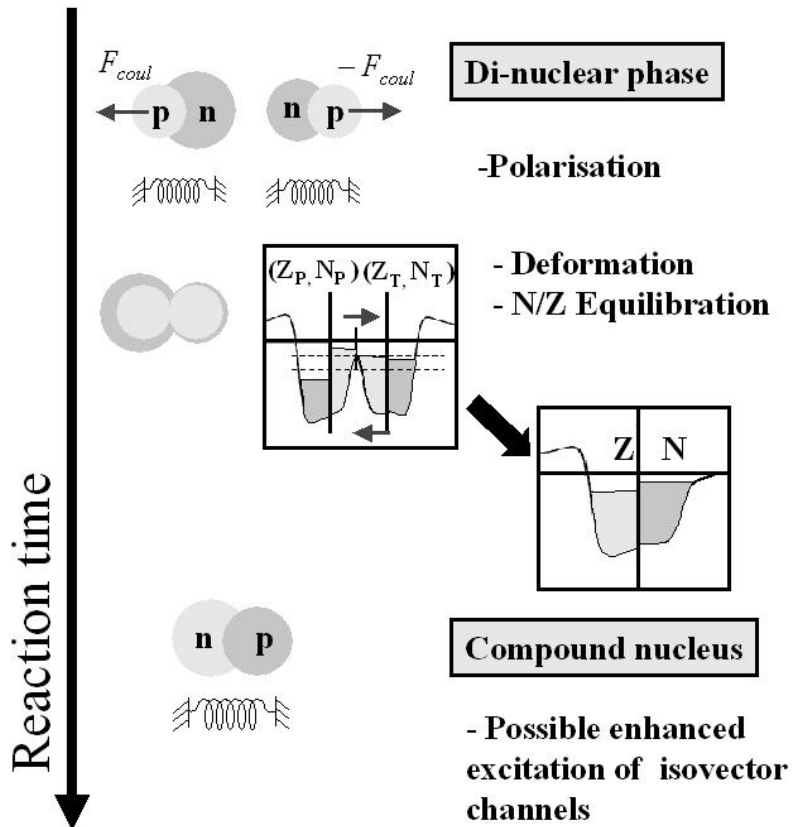


FIG. 24. Different mechanisms expected to play a significant role in the case of collisions involving exotic nuclei. The effect are presented as a function of the reaction time.

The increased asymmetry in proton-neutron is also predicted to affect the nuclear dynamics. In figure 24, we present selected physical effects that are expected to be enhanced if one of the two nuclei is very neutron rich. According to the reaction time, we can distinguish :

- **Polarization in the entrance channel** : Due to the extreme neutron richness of the nuclei, its resistance against neutron-proton center of mass displacement (dipole excitation) is expected to be reduced. This effects may be of particular interest since it has been proposed as a mechanism to increase the sub-barrier fusion cross-section [47].
- **Charge equilibration process** : as mentionned in section III B, charge equilibration process appears as a very fast process associated to the chemical potential equilibration. The access to unusual large differences between

neutron and proton chemical potentials of the two partners may increase the influence of charge exchange on fusion and/or transfer reactions.

- **Isovector excitation of the composite nucleus** : with exotic nuclei, very different N/Z ratios between the two partners are possible. This asymmetry induces an increase of isovector channels during the formation process. The dynamics of the compound nucleus formation requires a deep understanding of the survival of isovector excitations after contact.

The description of physical effects shown in figure 24, requires the introduction of collective coordinates that explicitly breaks the proton/neutron symmetry. In the previous sections, we have seen that few degrees of freedom are selected for the description of nuclear macroscopic dynamics. However, these collective degrees of freedom do not distinguish explicitly proton from neutron. For instance, the neutron/proton center of mass relative distances of one of the nucleus (the dipole moment) with respect to the neutron/proton center of mass of the others should be introduced.

C. Dipole moment for stable and exotic nuclei from a macroscopic point of view

Let R_{cm} be the center of mass of the system, the dipole operator reads $\hat{D} = \sum_p (\hat{r}_p - R_{cm})$. For a given configuration, it can be connected to the center of mass between the protons and the neutrons as

$$D = \frac{ZN}{A} (\langle r \rangle_p - \langle r \rangle_n) \quad (39)$$

Its conjugate variable is $P_{pn} = \frac{NZ}{A} \left(\frac{P_p}{Z} - \frac{P_n}{N} \right)$ where P_p and P_n are respectively the protons and neutrons center of mass momentum. Dipole excitations have been extensively studied throughout the nuclear chart [48]. They require models that explicitly account for structure effects [49]. In the small amplitude limit, macroscopic models are used in order to focus on the gross features of the process. In that case, the dynamics is driven by the classical harmonic Hamiltonian

$$H_D = \frac{P_{pn}^2}{2\mu_{np}} + \frac{1}{2} K_D D^2 \quad (40)$$

where $\mu_{np} = \frac{NZ}{A} m$ (with m the nucleon mass), while K_D measures the resistance against proton-neutron center of mass displacement. The explicit link with macroscopic theories is achieved by considering an energy-functional equivalent of the asymmetry term of equation (B3) [50,51]:

$$E_{sym} = a_a \int \frac{(\rho_p(r) - \rho_n(r))^2}{\rho_0} d^3r \quad (41)$$

where ρ_0 is the saturation density. Using the Steinwedel-Jensen model, in which all neutrons are assumed to move against all protons, the minimization of the coulomb and asymmetry energy gives the following prescription for the dipole energy [50]:

$$\hbar\omega_D = \sqrt{K_D/\mu_{np}} = \sqrt{\frac{6\hbar^2 a_a}{m \langle r^2 \rangle}} \quad (42)$$

Using $\langle r^2 \rangle = 3/5 (1.2A^{1/3})^2$ fm and the value of a_a given in appendix B leads to $\hbar\omega_D \sim 82/A^{1/3}$. This estimation is very close to the experimental value $\hbar\omega_D \sim 78/A^{1/3}$. Other more elaborated models have been proposed for the description of dipole motion in terms of a simple density displacement [48]. More generally, for a given parametrization of the shape and a specific effective interaction, the dipole energy in terms of macroscopic quantities [52] as well as its dependence with deformations can be derived [53].

For very exotic nuclei, apart from the standard dipole excitation, a new type of neutron/proton oscillations may occur at lower energy (the so-called pygmy resonance). In this case, besides the standard picture where all neutrons are expected to move out-of-phase with all protons, due to the low binding of last neutrons, the possible oscillation of part of the neutrons out-of-phase with a core of neutron and proton has been investigated. This effect might be enhanced in the case of halo nuclei [54] leading to the so-called "soft dipole" resonance.

From a macroscopic point of view, the description of a core + neutron oscillation can be done by separating the density as $\rho = \rho_{core} + \rho_n$ where ρ_{core} represents the core density formed of Z protons and N_c neutrons while the $N - N_c$ remaining neutrons are described by ρ_n . Using the Steinwedel-Jensen model, authors of ref. [55] have obtained the relation between $\hbar\omega_D$ and $\hbar\omega_D^{low}$:

$$\hbar\omega_D^{low} = \sqrt{\left(\frac{Z}{N} \times \frac{(N - N_c)}{(Z + N_c)}\right)} \hbar\omega_D \quad (43)$$

If we note $F_D = -K_D \cdot D$, the force associated to dipole motion (and F_D^{low} the same quantity for the pygmy resonance), the following relation is obtained:

$$\frac{F_D^{low}}{F_D} = \left(1 - \frac{N_c}{N}\right)^2. \quad (44)$$

According to this picture, the resistance of the neutrons displacement with respect to the core may be much less than in the usual dipole modes. For the one-neutron halo of ^{11}Be , $F_D^{low}/F_D = 0.02$ while for the ^6He $F_D^{low}/F_D = 0.25$. In the next section, we illustrate how this coherent motion may influence the fusion dynamics.

D. Effect of low energy isovector mode on fusion

During the initial stage of the collision, due to coulomb effect, the inter-proton distance of the two nuclei is expected to be larger than the inter-neutron distance. In stable nuclei, the resistance against the center of mass dissociation of proton and neutron is large and no strong effect is expected. Pygmy resonances in exotic nuclei can lead to a smaller resistance against part of the neutrons. This situation is illustrated in figure 25.

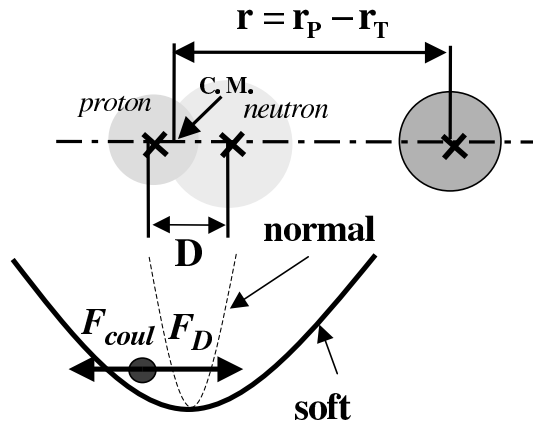


FIG. 25. Schematic representation of the resistance against proton-neutron center of mass displacement in one of the nucleus, during the reaction. The potential felt by the dipole motion in stable (dashed line) and exotic (solid line) nuclei is represented by the parabola. Its connection to the relative motion is also illustrated.

In order to treat this effect on fusion barrier, the collective space must be enlarged to include the dipole moment and its interaction with other degrees of freedom. If the relative distance of the two nuclei is only considered, we have

$$H = H_{rel}(r) + H_D(D) + V_{coup}(r, D) \quad (45)$$

where H_{rel} is the part of the Hamiltonian describing the relative coordinate, H_D is the dipole hamiltonian of the core+neutron (equation (40)). $V_{coup}(r, D)$ represents the coupling between the two collective coordinates. Note that equation (45) is nothing but an example of the more general class of hamiltonian (32) where the single intrinsic motion is included through H_D and V_{coup} . The explicit form of the coupling between r and the intrinsic state arises from a combination of the coulomb force which acts only on the core proton and from the surface-surface interaction between the target and the projectile. A simplified expression of this force can be found in [47]. In this case, an increase of the sub-barrier transmission coefficient displayed in figure 26 is predicted.

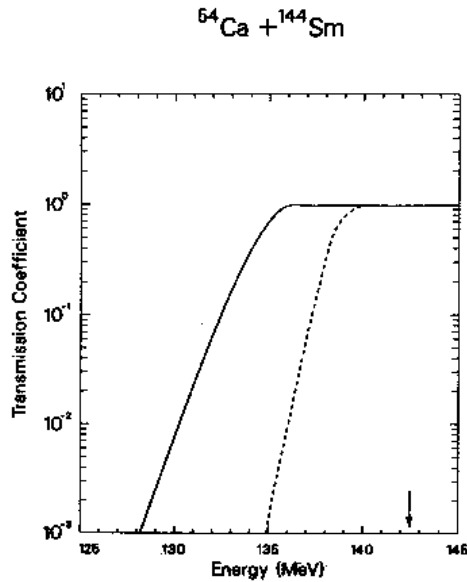


FIG. 26. Calculated increase of sub-barrier transmission due to the influence of the low energy dipole excitation in exotic nuclei (from ref. [47]) for two different coupling strength between the relative distance and the low energy dipole mode. The initial barrier height is indicated by the arrow.

In this framework, a global enhancement of the fusion probability in the sub-barrier regime has been predicted. The possibility to observe such enhancement is discussed in many theoretical investigations (see [15,56,57]).

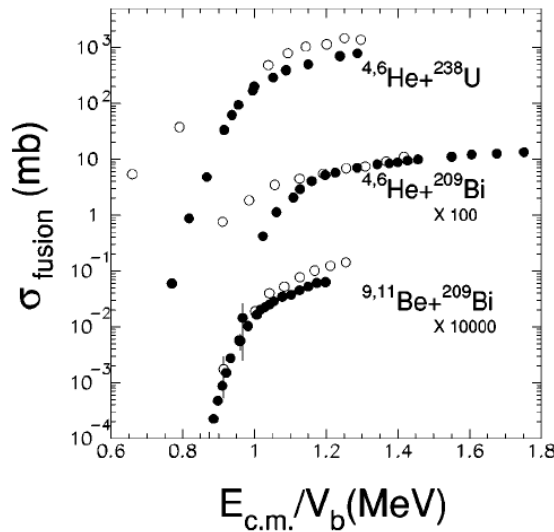


FIG. 27. Experimental fusion cross-section obtained for reactions between light exotic nuclei and uranium or bismuth nuclei (open circle) (adapted from ref. [58]). In all cases, the corresponding reaction involving the stable nucleus is also displayed with filled circles.

The experimental situation is summarized in figure 27 (from ref. [58]). In this figure, an enhancement is indeed observed for reactions with ${}^6\text{He}$ nuclei as compared to the same reaction with ${}^4\text{He}$. However, no differences exist for the ${}^{11}\text{Be}$ case as compared to the ${}^9\text{Be}$. More generally, several recent experimental observations using radioactive beam seem to indicate that an increase of the sub-barrier fusion probability is observed in the case of light exotic nuclei [59,42]. However, a deeper understanding of the other competing channels during the first instant of the reaction is required. In particular, there are extensive discussions on the influence of break-up channels. These latter are

increased for exotic nuclei and are present before or during the capture. For instance, the "last" neutron of the ^{11}Be is bound by only 500 keV and may be easily emitted. The simple harmonic picture of the soft dipole as well as its coupling to the relative motion (45) does not take into account this effect. In order to improve these models, one should include the possible coupling to the continuum (see the discussion in [57]).

E. Dipole moment for di-nuclear systems and pre-equilibrium emission

Besides the possible increase in the dipole excitation of one of the partners, one can also investigate the large N/Z effect on the isovector dynamics during the reaction [60–62]. For instance, in the di-nuclear context, the dipole moment splits into the intrinsic dipole moment of the target and projectile (respectively $D^{[T]}$ and $D^{[P]}$) and the component associated to the configuration reads

$$D = D^{[T]} + D^{[P]} + \frac{Z_P Z_T}{A} \left(\frac{N_T}{Z_T} - \frac{N_P}{Z_P} \right) r \quad (46)$$

where r is the relative distance and μ is the reduced mass of the system. Note that the second part of the equation is often used to study the possible occurrence of quasi-molecular dipole radiation in nuclei [63]. Equivalently, if p is the relative momentum, we have:

$$P_{pn} = P_{pn}^{[T]} + P_{pn}^{[P]} + \left(\frac{Z_P}{A_P} - \frac{Z_T}{A_T} \right) p \quad (47)$$

In previous sections, we only investigated the large enhancement of the intrinsic projectile dipole $D^{[P]}$ through the occurrence of the soft-dipole resonance. This leads generally to rather small values of intrinsic excitation compared with the second part of equation (46) and is often neglected at the contact point thus giving [62]:

$$D \simeq \frac{Z_P Z_T}{A} \left(\frac{N_T}{Z_T} - \frac{N_P}{Z_P} \right) R_c \quad (48)$$

leading to a very large initial dipole moment. We thus see that the dipole moment is intimately connected with the N/Z equilibration process.

1. N/Z equilibration and charge transfer

In section III B, the exchange of nucleons has been discussed having in mind the case of reaction between stable nuclei. For instance, figure 14 presents the driving potential for nuclei exchange for nucleus belonging the stability line (with $Z = Z_{eq} = 0.5 (1 - 0.006A^{2/3})$). In that case, we assumed that the Z reorganizes instantaneously to adjust to its equilibrium value Z_{eq} . When radioactive beams are used, the initial condition is expected to largely differ from Z_{eq} and one should enlarge the collective space to account not only the mass asymmetry η_A but also possible specific dynamical effect related to the charge dynamics. This has been sometimes done by considering the charge asymmetry $\eta_Z = (Z_T - Z_P) / (Z_T + Z_P)$ [64].

More generally, the charge dynamics can be taken into account by introducing an additional collective degrees of freedom leading to a generalization of figure (14) [65]. In fig. 28, we show the charge and mass driving potential in the two dimensional plane $(\eta_A, \Delta Z)$ where $\Delta Z = (Z - Z_{eq}) / Z_{eq}$. For convenience, the considered Z is the charge of the largest fragment. With this convention, we can obtain simply (14) from (28) by considering the plane $\Delta Z = 0$. Focusing on the left side of figure (28) and considering the case $\eta_A = cte$, we see that the potential drives the charge towards its equilibrium value but we may expect a more complicated behavior (path (II)) than in the case of stable system where we stay along the line $\Delta Z = 0$ (path (I)). On the right part, the case of quasi-fission in competition with fusion is also represented. As mentioned previously the path in the two dimensional plane is intimately connected to the dipole motion during the reaction. This latter problem has been extensively investigated using microscopic theories [61,62]. These studies do not indicate a fast damping of the dipole motion but rather a complex isovector dynamics. In particular, the dipole motion is largely influenced by other degrees of freedom like deformation and should be introduced in a larger multidimensional analysis (see figure 29). Recent macroscopic calculations often disregard the possible charge equilibration effect, in particular due to the numerical difficulties encountered by enlarging the collective phase-space. At variance, microscopic theories such as mean-field theories include this effects but the complete understanding of the isovector dynamics is scarce due to both the non-adiabaticity of the mean-field and the mixing with other effects. However, as we will see in the next section, the exploration of very exotic systems may be of particular interest for the understanding of compound nucleus formation.

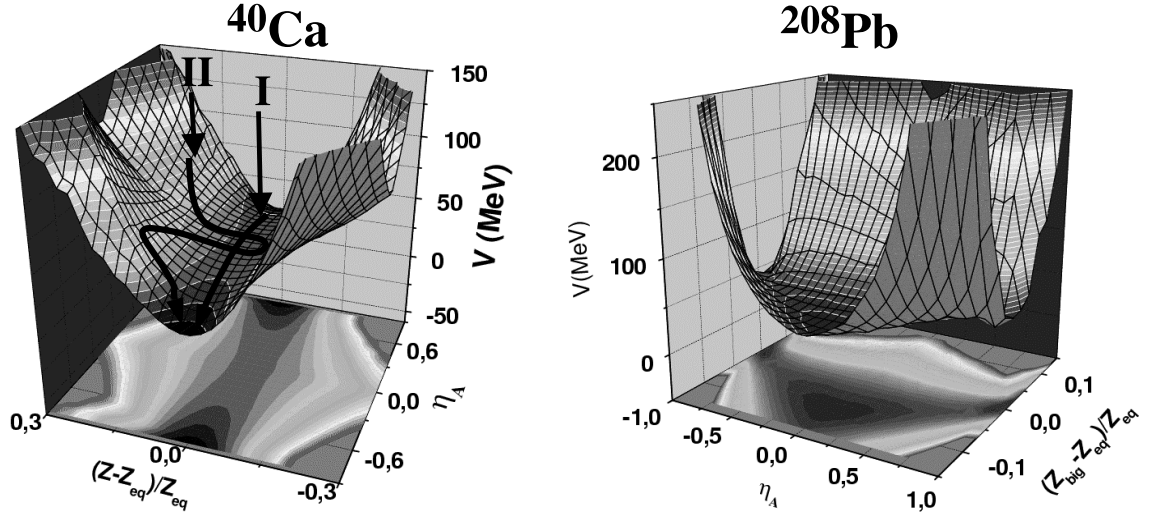


FIG. 28. Generalization of the exchange of particle driving potential including the possible departure from the stability line through the collective variable $\Delta Z = (Z - Z_{eq})/Z_{eq}$. Left : the formation of ^{40}Ca when only fusion is present. The arrow labelled (I) corresponds to reactions with stable nuclei while (II) is a schematic representation for the dynamics of unstable nuclei. Right: driving potential leading to the formation of ^{208}Pb . In this case, both quasi-fission and fusion are present.

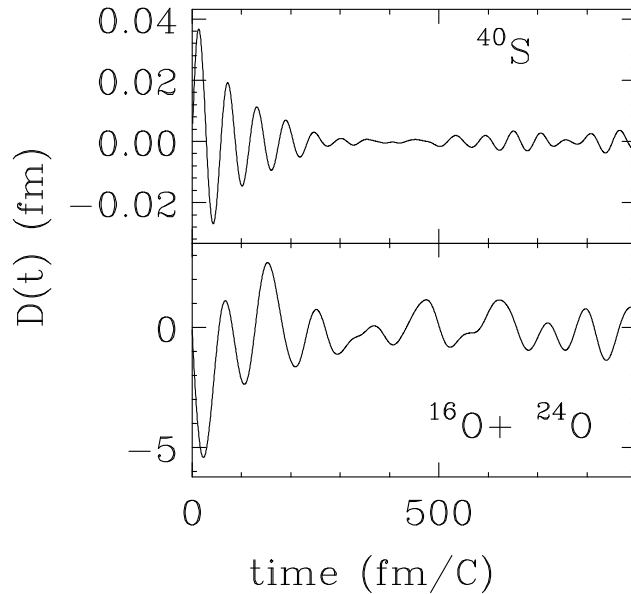


FIG. 29. Top : Example of the dipole oscillation obtained in mean-field evolution of a ^{40}S nucleus. Bottom: Example of the di-nuclear dipole oscillation during the reaction of two oxygen nuclei (after the contact) and leading to a ^{40}S compound nucleus. The dipole oscillation of the reaction differs from the one in the compound nucleus. This can be assigned both to the large quadrupole deformation and to the coupling with the octupole vibration.

2. On the experimental observation of isospin effects

Due to the strong curvature of the potential around $\Delta Z = 0$, we expect large variations of D during the first instant of the compound nucleus formation. This variation may be of great interest from an experimental point of view, due

to the expected photon emission associated to dipole radiation. The rate of photons emitted can indeed be related to the evolution of D through the formula [66]:

$$\frac{dP}{dE_\gamma} = \frac{2e^2}{3\pi\hbar c^3 E_\gamma} \left| D''(E_\gamma) \right|^2 \quad (49)$$

where $D''(E_\gamma)$ is the fourier transform of the second derivative of D . This process can be studied along the path from the non-equilibrated initial quasi-molecules to the equilibrated system. This may give additional information on the collective path towards fusion. Such an information is only accessible with high resolution experiments able to distinguish between pre- and post-equilibrium emissions. Several experiments [67–69] have already reported a global enhancement of the preequilibrium γ emission with radioactive beams. The study of promptly emitted photons can be an elegant way to access dynamical properties leading to the formation of a compound nuclear state. However, the additional isospin degree of freedom introduces further complexity and its connection with the complete collective phase-space is far from being clear.

V. SOME CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

Starting with a simple two-partner collision picture able to account for the gross features of fusion reactions, these lectures have finally shown that we should understand the dynamics of **(i) large amplitude collective motion** in **(ii) non-equilibrated** and **(iii) open system**. During the past decades, many advances have been made both in macroscopic and microscopic theories. Microscopic theories, like time dependent mean-field [49], which account for the quantum nature of nucleons and treat the complete set of one-body degrees of freedom, include a-priori these different aspects. They remain however still little used, certainly because the path to equilibrium is not yet under control in microscopic models due to the absence of equilibration process. The second reason comes from the fact that they do not offer a simple way to access a specific process by melting different effects.

In these lectures, introducing the notion of relevant collective phase-space, we have seen how macroscopic approaches considerably simplify the description of the dynamics. It is however clear that many open questions remain regarding the physics of nuclear collisions. For instance, the notion of thermalization has not yet found a proper answer. The understanding of reactions with or leading to very exotic nuclei seems difficult without introducing proper decay channels like nucleons break-up. Both thermalization and break-up processes claim in favor of the reintroduction of the nucleonic degrees of freedom. This has led recently to the development of macroscopic-microscopic theories [35,64]. Although more fundamental questions related to the selection of few degrees of freedom or the microscopic thermalization process remain, they combine the advantages of both microscopic and macroscopic theories and offer the possibility to improve our understanding of nuclear dynamics.

Appendices

The description of nuclear systems requires the development of microscopic theories able to account for the behavior of fermions in strong interactions. This has led to the introduction of a number of many-body theories which, starting from a microscopic interaction and solving the many-body Hamiltonian in some approximations, try to account for the fine properties of nuclear quantum systems. However, it appears for medium and heavy nuclei that the properties of nuclei tends to vary smoothly along the nuclear chart and only small fluctuations from one system to another are present. While the aim of microscopic theories is to account for all these fluctuations, macroscopic theories overcome many of the difficulties of microscopic framework, by focusing only on the smooth and global behavior of nuclei. In this appendix, starting from the many-body equation, we illustrate how macroscopic theories may be understood as a semi-classical theory which could be obtained by minimization of the energy onto a selected ensemble of single-particle degrees of freedom.

APPENDIX A: FROM MANY-BODY PHYSICS TO MACROSCOPIC THEORIES: A GUIDELINE

a. Exact Schrödinger problem

Assuming a many-body hamiltonian H ,

$$H = \sum \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j} V_{i,j} \quad (A1)$$

where two-body interactions are only considered. The exact solution of the problem is found by minimizing the energy on the phase-space of the many-body wave-function $|\Psi\rangle$. This leads to the variational principle :

$$\delta \langle \Psi | H - E | \Psi \rangle = 0 \quad (\text{A2})$$

with respect to a complete set of degrees of freedom (of one-, two-,..., many-body type). This equation is strictly equivalent to the static Schrödinger equation. However, the exact solution of this problem is only accessible in few simple cases and generally approximate solutions are used.

b. Mean-field theory

Assuming that nucleons may be regarded as an ensemble of independent particles interacting only through a mean-field, we obtain the usual mean-field theories (Hartree-Fock): then, the minimisation of equation (A2) is restricted to a Slater-Determinant wave-function $|\Psi\rangle = \mathcal{A}(|\varphi_1\rangle, \dots, |\varphi_A\rangle)$. In that case, all the information on the system is contained in the one-body density operator $\rho = \sum_i |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i|$. Projecting this equation in r-space, allows to write the energy in terms of an energy functional :

$$E_{HF} = \int \int \varepsilon(\rho(r, r')) d^3r d^3r' \quad (\text{A3})$$

The ground state properties of the system in the Hartree-Fock theory is obtained by the minimization of E_{HF} with respect to the variation of $\rho(r, r')$. This is equivalent to minimize the energy on the complete set of one-body degrees of freedom. This leads to the self-consistent equation for the Hartree-Fock single particle states : $h[\rho]|\varphi_i\rangle = \varepsilon_i|\varphi_i\rangle$ where $h[\rho]$ is the usual mean-field hamiltonian depending on the effective interaction used and can be written as :

$$h[\rho] = \frac{p^2}{2m} + Tr_2(\rho V_{12}). \quad (\text{A4})$$

Where the notation $Tr_2(\cdot)$ corresponds to a partial trace on the second particle. In order to express the energy in terms of the density only one should further use the semi-classical version of the Hartree-Fock theory.

c. Thomas-Fermi approximation

Using the Wigner transform [49], we end with the usual Thomas-Fermi approximation for nuclei where the information on the system is contained in the Thomas-Fermi distribution, noted $f_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ (with $\tau = n$ (neutron) or $\tau = p$ (protons)). In the zero temperature limit, this distribution reduces to

$$f_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \Theta(h_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu_\tau) \quad (\text{A5})$$

where $\Theta(x)$ is the step function ($\Theta(x) = 1$ if $x < 0$, $\Theta(x) = 0$ elsewhere) and where μ_τ is the chemical potential of a given species. The chemical potentials are adjusted to fulfill the normalization conditions

$$N = \int d^3r \int d^3p. f_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \quad \text{and} \quad Z = \int d^3r \int d^3p. f_p(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \quad (\text{A6})$$

where the factor $g = 2$ is the spin degeneracy. The energy entering in (A5) is nothing but the semi-classical equivalent to the mean-field hamiltonian $h(\rho)$:

$$h_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \quad (\text{A7})$$

where $U_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ is the one-body potential which is self-consistently determined from the two-body interaction :

$$U_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d^3r' \int d^3p' V(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|) f_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \quad (\text{A8})$$

Note that although most of the effective interaction neglect the momentum dependence of the force, this dependence is sometimes included [70].

The local density in r-space (or p-space) can be obtained by integrating f_τ over p (respectively over r). This leads to

$$\rho_\tau(\mathbf{r}) = \int d^3p. f_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{1}{3\pi^2\hbar^3} (p_F^\tau(\mathbf{r}))^3 \quad (\text{A9})$$

where we have introduced the local fermi momentum $p_F^\tau(\mathbf{r})$ defined as $h_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{p}_F^\tau) - \mu_\tau = 0$. Within the Thomas-Fermi theory, the energy writes:

$$E^{TF} = \sum_{n,p} \int d^3r \int d^3p \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} U_{n,p}(r, p) \right) f_{n,p}(r, p) \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} = \int d^3r \varepsilon(\rho_n(\mathbf{r}) + \rho_p(\mathbf{r})) \quad (\text{A10})$$

The energy functional ε is decomposed in terms of the kinetic part $\varepsilon^{kin}(r) = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{2/3} (\rho_n^{5/3}(r) + \rho_p^{5/3}(r))$ and a potential part depending on the interaction. We thus see, that the information is contained in the local neutron/proton densities. This implies that the properties of the system is obtained by minimizing the energy with respects to the components of $\rho_n(\mathbf{r})$ and $\rho_p(\mathbf{r})$.

d. From semi-classical theories to semi-empirical macroscopic theories

One can further restrict semi-classical theories by minimizing the energy with respect to a certain class of density shape. This is mainly what is done in the derivation of the Liquid-Drop approximation assuming that the nucleus is a sphere of constant density (see next section). In that case, the density reads

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 \Theta(\mathbf{r} - R_0) \quad (\text{A11})$$

with $\rho_n(r) = \frac{N}{A} \rho(\mathbf{r})$ and $\rho_p(r) = \frac{Z}{A} \rho(\mathbf{r})$. In order to find the ground state energy of the system, one should minimize the energy with respect to R_0 (since ρ_0 and R_0 are linked through the relation $\rho_0 = A / (4\pi/3 R_0^3)$).

This example illustrates the fact that macroscopic theories derived from Thomas-Fermi approximation may be understood as a local minima in a specific reduced phase-space of density profile in a independent particle framework [71]. Indeed, the basic idea of macroscopic approaches is to reduce the initial complex problem to a simplest one where only few degrees of freedom are considered (for instance the nuclear radius in the latter case) and to give a simple (analytical) expression for the energy in terms of this quantities. Let us assume that the density can be expressed in terms of few collective variables $\rho(q_1, \dots, q_n, \mathbf{r})$ assumed to contain the most important information on the system. The associated macroscopic energy of the system is obtained by minimizing the Energy functional with respect to the variables (q_1, \dots, q_n) :

$$\delta \int d^3r \varepsilon(\rho(q_1, \dots, q_n, \mathbf{r})) = 0 \quad (\text{A12})$$

Most of the macroscopic theories are derived using technics in the context of of "leptodermous" systems (having a thin skin). This concept has been introduced for saturating systems having an almost constant density in their interior and a small surface thickness.

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 \Theta(\mathbf{r} - R(q_1, \dots, q_n)) \quad (\text{A13})$$

For a general review, we refer to [17].

APPENDIX B: LIQUID-DROP APPROXIMATION FOR STATIC PROPERTIES OF NUCLEI

1. Generalities

Due to the fermionic nature of nucleons and the peculiarity of the nuclear force, nuclear system may be succesfully approximated as an incompressible fluid of particles at almost constant density $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^3$. The first evidence of this behavior is the saturation of the binding-energy when the mass of the nucleus increases $BE(A, Z)/A \simeq 8 \text{ MeV}/A$ and the evolution of the root-mean square radius $\sqrt{\langle r^2 \rangle} \propto A^{1/3}$. Bethe and Weizsäcker use these properties to give a general form of the Binding energy. Under the assumption that the nucleus has a sharp surface, it can be considered

as a sphere of constant density and equivalent radius $R_0 = \sqrt{5/3} \langle r^2 \rangle$ and the neutron/proton density behave like $\rho_n/\rho_p = N/Z$. The nuclear binding energy may be written as, the so-called semi-empirical Bethe-Weizsäcker formula [72,73]:

$$BE(A, Z) = M(A, Z) - ZM_Z + NM_N = -a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (\text{B1})$$

where the first dominant term, represents the volume contribution of the nuclear interaction while the second and third term represents respectively the surface and coulomb effect. If in addition, the Fermionic nature of nucleons and the residual two-body interaction is accounted, we end with the usual liquid-drop approximation for nuclei with the assymetry and pairing term

$$BE(A, Z) = -a_1 (1 - \kappa_v I^2) A + a_2 (1 - \kappa_s I^2) A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \frac{\delta}{A^{1/2}} \quad (\text{B2})$$

where we have introduced the isospin parameters $I = (N - Z)/A$. This expression is sometimes further simplified leading to the usual expression

$$BE(A, Z) = -a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{1/2}} \quad (\text{B3})$$

Typical values of the different parameter are given in table B4.

$a_v = 15.67 \text{ MeV}/c^2$	volume term	
$a_s = 17.23 \text{ MeV}/c^2$	surface term	
$a_c = 0.714 \text{ MeV}/c^2$	Coulomb	
$a_a = 23.28 \text{ MeV}/c^2$	asymetry term	(B4)
$\delta = \begin{cases} -11.2 \text{ MeV}/c^2 & \text{(even-even nuclei)} \\ 0 \text{ MeV}/c^2 & \text{(odd-even nuclei)} \\ +11.2 \text{ MeV}/c^2 & \text{(odd-odd nuclei)} \end{cases}$	Pairing effects	

The pionering work of Bethe and Weizsäcker has guided the development of the semi-empirical formula. Extensions of the Bethe-Weizsäcker formula use generally the scenario depicted in previous appendix where semi-classical technics have been used. This has made possible to consider the description of potential energy in terms of few global quantities related to the shape of the nucleus.

2. Isospin effects on macroscopic properties

a. Semi-empirical mass formula at large isospin and extension

The isospin part present in the equation (B2) results in the development of the semi-classical approximation for leptodermous system as a lowest order expansion in the isospin parameter $I = (N - Z)/A$. The natural way to account for large I is to include higher order in the expansion. By taking in addition higher order terms in $A^{1/3}$ and I^2 , Myers and Swiatecki have given an explicit extended liquid-drop semi-empirical mass formula: the so-called Droplet Model [70] [74]. From a physical point of view, the inclusion of higher order terms relaxes the assumption on incompressibility and removes the condition that neutrons and protons have a common surface. Such approaches are of particular interest as far as large dissymetry in I is concerned and in particular in neutron skins. Further extensions and discussions may be found in ref. [75].

b. Nuclear radius

A convenient parametrisation of the isospin effects on the charge radius is given by the following prescription [76] :

$$R_0^p = 1.240 A^{1/3} \left(1 + \frac{1.646}{A} - 0.191 \left(\frac{N - Z}{A} \right) \right) \text{ fm} \quad (\text{B5})$$

for $Z < 38$ while

$$R_0^p = 1.256A^{1/3} \left(1 - 0.202 \left(\frac{N-Z}{A} \right) \right) fm \quad (B6)$$

is retained elsewhere. The quantity R_0^p is the equivalent sharp radius of the charge density which has been fitted along the nuclear data table for medium and heavy nuclei. Less experimental data exists concerning the equivalent neutron radius. Using microscopic models, it was found that the neutron radius can be linked to the proton radius [77]:

$$\frac{R_0^p}{R_0^n} = 1.048 \left(1 - 0.364 \left(\frac{N-Z}{A} \right) - \frac{3.148}{A} \right) \quad (B7)$$

c. Pairing correlations and isospin

Besides the nuclear extension, pairing correlation seems to vary from stable to unstable nuclei. Extensive work have been devoted to this topic and in particular to the isospin dependence of pairing. From an experimental point of view, it is observed that the pairing effect is weaker at large isospin. Indeed, by a fitting procedure on medium and heavy nuclei, the authors of ref. [78] have concluded that the pairing energy Δ parametrised by the formula

$$\Delta = \{7.2 - 44 \times I^2\} / A^{1/3} MeV \quad (B8)$$

gives a better approximation of the pairing contribution as compared to the expression $\Delta = \delta/A^{1/2}$. The expression (B8), which has been fitted for rather small values of I has the clear disadvantage to exhibit unphysical negative values for large I . This ambiguity has been removed in ref. [79,80]. Indeed, using a schematic model for the shell structure, it has been deduced that the neutron (or proton) pairing energy is conveniently written as:

$$\Delta_n = \frac{\delta_n}{N^{1/3}} \exp(sI - tI^2) \quad (B9)$$

which appears as a generalisation of the formula (B8) (with $s = 0$ and $I \rightarrow 0$). It should be however noted that more recently, pairing effects have been revisited using microscopic calculations (see for instance ref. [81,82]). In particular, here is a debate on the definition of pairing effects and on the possibility to mix accidentally additional contributions to the pairing energy in the procedure used in ref. [78–80]. It would be desirable to reexamine pairing effects in macroscopic theory taking into account this ambiguity.

d. Macroscopic aspects of light nuclei ?

Experimental data on light and very light nuclei ($A < 16$) indicates that properties like separation energies, radius,... tends to vary rather smoothly with neutron or proton numbers [41]. For light nuclei the range of variation of I is much larger than for medium and heavy nuclei. An understanding of light nuclei in macroscopic approaches, motivated by the smooth behavior, would be desirable. Macroscopic models are actually limited to $A > 16$. Concerning the binding energy or separation energy, parameters of semi-empirical formula (B3) can be fitted to reproduce well the experimental values [40]. Recently, a modified version of the semi-empirical formula has been able to rather well reproduce the energetic properties of nuclei starting from $Z = 3$ [83]. One should however note that formula (B3), has been derived in the context of leptodermous systems while very light nuclei are more "holodermous" (only skin) entities. A consistent reproduction of both extension and energy in the low mass region certainly breaks the assumption of a sharp radius and would certainly require the development of macroscopic theories that do not involve the sharp radius approximation.

Acknowledgments

I would espacially like to thank authors of reference [3,5,11], these references were very usefull for the elaboration of this lecture. Special thanks goes to Dominique Durand, Christian Le Brun and Stéphane Grévy for the careful reading of the manuscript and to Y. Aritomo for providing his figure.

-
- [1] N. Bohr, Nature **137** (1936) 344.
- [2] D. Durand, E. Suraud and B. Tamain, "Nuclear Dynamics in the nucleonic regime", Series in fundamental and applied nuclear physics, 2001.
- [3] W. Nörenberg, Heavy Ion Collisions, vol. 2, North-Holland Publishing Company (1980).
- [4] W. Nörenberg and H. A. Weidenmüller, *Introduction to the Theory of Heavy-Ion Collisions*, Springer-Verlag, (1980).
- [5] P. Fröbrich and R. Lipperheide, "Theory of nuclear reactions", *Oxford University Press*, (1996) and references therein.
- [6] C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 766.
- [7] L. C. Vaz, J.M. Alexander and G.R. Satchler, Phys. Rep. **69** (1981) 373.
- [8] J. Randrup, W.J. Swiatecki and C. F. Tsang, Lawrence Berkeley Laboratory report, LBL-3603 (1974).
- [9] J. Blocki, J. Randrup, W.J. Swiatecki and C. F. Tsang, Ann. Phys. (N.Y.) **105** (1977) 427.
- [10] W.D. Myers and W. J. W. Swiatecki, Phys.Rev. **C62** (2000) 044610.
- [11] M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley and A.M. Stefanini, Ann. Rev. of Nucl. and Part. Science **48** (1998) 401.
- [12] R. Moustabchir and G. Royer, Nucl. Phys. **A683** (2001) 266. G. Royer and Moustabchir, Nucl. Phys. **A683** (2001) 182.
- [13] G. Giardina, S. Hofmann, A.I. Muminov and A.K. Nasirov, Eur. Phys. J. A **8** (2000) 205.
- [14] N. Rowley, G.R. Satchler and P.H. Stelson, Phys. Lett. **B254** (1991) 25.
- [15] A.B. Balantekin and N. Takigawa, Rev. of Mod. Phys. **70** (1998) 77.
- [16] W. von Oertzen, "Heavy Elements and Related New Phenomena", Ed. by W. Greiner and R.K. Gupta, World Scientific (1999) p. 68.
- [17] R.W. Hasse and W.D. Myers, *Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics*, Springer-Verlag 1988.
- [18] O. Mazonka, "Stochastic effects; applications to nuclear physics", PhD Dissertation Swierk Feb. 2000 (unpublished). O. Mazonka, C. Jarzyski and J. Blocki, Nucl. Phys. **A641** (1998) 335, *ibid* Nucl. Phys. **A650** (1999) 499.
- [19] C.W. Gardiner and P. Zoller, "Quantum Noise", Springer-Verlag ed., (2000) chap. 2.
- [20] H.A. Weidenmüller, Progress in Nuclear and Particle Physics **3** (1980) 49.
- [21] Y. Abe, S. Ayik, P. G. Reinhard and E. Suraud, Phys. Rep. **275** (1996) 49.
- [22] J. Blocki et al, Ann. Phys. (NY) **113** (78) 330.
- [23] J. Randrup and W. J. Swiatecki, Nucl. Phys. **A429** (84) 105.
- [24] W. U. Schröder and J. R. Huizenga, Treatise on Heavy-Ion Science vol. **3** (1984) 115.
- [25] J. Blocki, H. Feldmeier and W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. **A459** (1986) 145.
- [26] P. Fröbrich and I.I. Gontchar, Phys. Rep. **292** (1998) 131.
- [27] Y. Aritomo, T. Wada, M. Otha and Y. Abe, Phys. Rev. **C55**(1997) R1011.
- [28] Y. Aritomo, T. Wada, M. Otha and Y. Abe, Phys. Rev. **C59** (1999) 796.
- [29] Y. Aritomo, Journal of Nuclear and Radiochemical Sciences **3** (2002) 17.
- [30] P. Armbruster, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **50** (2000) 411.
- [31] H. Hoffmann and G. Munzenberg, Rev. Mod. Phys. **72** (2000) 733.
- [32] Y. Oganessian, in "Heavy Elements and Related New Phenomena", World Scientific Ed. (2000), p. 43.
- [33] H. Hoffmann, Prog. Part. Nucl. Phys. **46** (2001) 293.
- [34] A.O. Caldeira and A.J. Leggett, Physica **121A** (1983) 587.
- [35] D. Berdichevsky et al, Nucl. Phys. **A499** (1989) 609 (*and reference therein*).
- [36] G. G. Adamian et al, Phys. Rev. **C62** (2000) 064303; G. G. Adamian et al, Nucl. Phys. **A678** (2000) 24.
- [37] P. Desesquelles, Nucl. Phys. **A604** (1996) 183.
- [38] L. Donadille *et al*, Nucl. Phys. **A656** (1999) 256.
- [39] L. Stuttgé *et al*, Proceedings of the international Conference "Nuclear Physics at the Border Lines", Lipari May-2001 World-Scientific Ed.
- [40] M. Marquès, lecture note of this school.
- [41] A. Ozawa, T. Suzuki and I. Tanihata, Nucl. Phys. **A693** (2001) 32.
- [42] C. Signorini, Nucl. Phys. **A693** (2001) 190.
- [43] R.K. Puri, M.K. Sharma and R.K. Gupta, Eur. Phys. J. **A3** (1998) 277.
- [44] H.A. Aljuwair *et al*, Phys. Rev. **C30** (1984) 1223.
- [45] H. Esbensen, S.H. Fricke and S. Landowne, Phys. Rev. **C40** (1989) 2046.
- [46] M. Beckerman *et al*, Phys. Rev. **C25** (1982) 837.
- [47] C.H. Dasso and R. Donangelo, Phys. Lett. **B276** (1992) 1.
- [48] M.N. Harakeh and A. van der Woude "Giant Resonances: Fundamental High Energy Modes of Nuclear Excitation", Oxford Sciences publications (2001).
- [49] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Spring-Verlag, New-York (1980).
- [50] G.F. Bertsch and R.A. Broglia, "Oscillation in finite quantum systems", Cambridge (1994).

- [51] Ph. Chomaz, " *Collective excitations in nuclei*" Ecole Joliot Curie de Physique Nucléaire (1997) p. 107.
- [52] W.D. Myers and W.J. Swiatecki, T. Komada, L. El-jaick and E. R. Hilf, Phys. Rev. **C15** (1977) 2032.
- [53] C.O. Dorso, W.D. Myers, W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. **A451** (1986) 189.
- [54] P.G. Hansen and B. Jonson, Europhys. Lett. **4** (1987) 409.
- [55] Y. Suzuki, K. Ikeda and H. Sato, Prog. Theor. Phys. **83** (1990) 180.
- [56] D. Lacroix, Los Alamos preprint nucl-th/0202063.
- [57] W.H.Z. Cárdenas, L.F. Canto, R. Donangelo, M.S. Hussein, J. Lubian and R. Romanelli, Nucl. Phys. **A703** (2002) 633.
- [58] N. Alamanos *et al*, Phys. Rev. **C65** (2002) 054606.
- [59] J.-L. Sida *et al*, Nucl. Phys. **A685** (2001) 51c.
- [60] Ph. Chomaz, M. Di Toro and A. Smerzi, Nucl. Phys. **A563** (1993) 509.
- [61] C. Simenel, Ph. Chomaz and G. De France, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2971.
- [62] V. Baran, M. Cabibbo, M. Colonna, M. Di Toro and N. Tsoneva, Nucl. Phys. **A679** (2001) 373.
- [63] H. Sagawa and M. Honma, Phys. Lett. **B251** (1990) 17.
- [64] G.G. Adamian, *et al*, Nucl. Phys. **A678** (2000) 24. G.G. Adamian, *et al*, Phys. Rev. **C62** (2000) 064303.
- [65] C.H. Dasso, H. Sofia and A. Vitturi, Eur. Phys. J. A **12** (2001) 279.
- [66] V. Baran, D.M. Brink, M. Colonna and M. Di Toro, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 182501.
- [67] S. Flibotte *et al*, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 1448.
- [68] F. Amorini *et al*, Phys. Rev. **C58** (1998) 987.
- [69] M. Sandoli *et al*, Eur. Phys. J. **A6** (1999) 275.
- [70] W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Ann. Phys. (N.Y.) **55** (1969) 395.
- [71] M. Brack, C. Guet and H. Håkansson, Phys. Rep. **123** (1985) 275.
- [72] C. F. von Weizsäcker, Z. Phys. **96** (1935) 431.
- [73] H.A. Bethe, Rev. Mod. Phys. **8** (1936) 139.
- [74] W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Ann. Phys. (N.Y.) **84** (1974) 186.
- [75] P. Möller, J.R. Nix, W. D. Myers and W.J. Swiatecki, At. Data Nucl. Data Tables **95** (1995) 185.
- [76] B. Merlo-Pomorska and K. Pomorski, Z. Phys **A348** (1994) 169. B. Merlo-Pomorska and B. Mach, At. Data Nucl. Data Tables **60** (1995) 287.
- [77] M. Warda, B. Merlo-Pomorska and K. Pomorski, Nucl. Phys. **A635** (1998) 484.
- [78] P. Vogel, B. Jonson and P.G. Hansen, Phys. Lett. **B139** (1984) 227.
- [79] D. G. Madland and J. R. Nix, Nucl. Phys. **A476** (1988) 1.
- [80] P. Möller and J.R. Nix, Nucl. Phys. **A536** (1992) 20.
- [81] J. Dobaczewski, P. Magierski, W. Nazarewicz, W. Satua, and Z. Szymanski, Phys. Rev. **C63**, (2001) 024308.
- [82] T. Duguet, P. Bonche, P.-H. Heenen, and J. Meyer, Phys. Rev. **C65**, (2002) 014310; *ibid* Phys. Rev. **C65**, (2002) 014311.
- [83] C. Samanta and S. Adhikari, Phys. Rev. **C65** (2002) 037301.

La décroissance β , un outil pour la spectroscopie.

Philippe Dessagne

Institut de Recherches Subatomiques, Université Louis Pasteur
UMR 7500, 23 rue du Loess, F-67037 Strasbourg Cedex 2, France

Résumé

Après quelques généralités sur le processus de désintégration faible, nous aborderons l'apport des études relatives à la décroissance β de certains noyaux sur les aspects fondamentaux de l'interaction faible. Nous passerons en revue le cas des transitions de Fermi superpermises dans le cadre de l'hypothèse CVC et nous discuterons des recherches menées sur la présence de courants scalaires et mésoniques au sein des noyaux.

Nous expliquerons ensuite, comment les études entreprises sur les transitions permises contribuent à notre connaissance de la structure nucléaire. L'évaluation des grandeurs fondamentales comme la période et la masse, la détermination des spins et parités ainsi que la mesure des énergies d'excitation et des éléments de matrice de transition β se révèlent être primordiales pour la détermination de l'interaction nucléaire et des fonctions d'ondes des états impliqués dans le processus de désintégration β . Nous présenterons aussi les études menées dans des régions particulières pour lesquelles $N=20$, $Z=20$ et $N\sim Z$ ($A\sim 80$).

Abstract

In this course we will discuss how the beta decay studies contribute to our knowledge of the fundamental aspects of the weak interaction. In the frame of the CVC hypothesis the extensive work performed on super allowed Fermi transitions will be presented as well as the search for scalar currents. The case of first forbidden transitions will be mentioned in order to verify the hypothesis of the existence of Meson Exchange Currents. All these investigations allows us to test predictions of the Standard Model. In what concern the nuclear structure the investigation of allowed β transitions give information on gross properties of nuclei (masses, half lives). For a single β transition, the determination of the matrix element and the evaluation of excitation energy, spin, parity of the feeded state, provide detailed information on the involved wave function and on the nuclear interaction. The studies performed in the $N=20$, $Z=20$ and $N\sim Z$ ($A\sim 80$) mass regions will be presented.

Table des matières

I	Introduction	1
I.1	Généralités	1
I.1.1	La décroissance β	1
I.1.2	Règles de sélection	5
I.1.3	Formalisme	6
I.1.4	Transitions permises, intensité β dans le cas Gamow Teller	7
II	Décroissance β et aspects fondamentaux de l'interaction	11
II.1	Transitions de Fermi super-permises et test de l'hypothèse CVC	11
II.2	Mélange d'isospin	14
II.3	Double décroissance β	15
II.4	Recherche de courants scalaires	15
II.5	Recherche de courants mésoniques	17
II.6	Première conclusion.	18
III	Apports de la décroissance β à la structure du noyau	19
III.1	Grandeurs fondamentales accessibles	19
III.2	Décroissance miroir	21
III.3	Informations sur la structure des noyaux des régions N=20 et Z=20	21
III.4	Informations sur la structure des noyaux de la région N \sim Z avec A \sim 80.	25
III.5	Conclusions.	30
	Références	32

Chapitre I

Introduction

Le processus de décroissance β^- est interprété comme la transformation d'un neutron en proton à la suite de la découverte du neutron par J. Chadwick en 1932 [1]. L'image du noyau que l'on se fait alors est profondément modifiée. Par la suite, le positron est découvert par C.D. Anderson [2]. Puis en 1933, W. Pauli [3] émet l'hypothèse de l'existence du neutrino. Ensuite la théorie de la décroissance β est établie par E. Fermi en 1934 [4]. Ce processus de radioactivité qui fait intervenir l'interaction faible au sein du noyau implique le plus souvent deux entités de même masse. Par ailleurs tout en étant un processus relativement lent (quelques millisecondes à plusieurs million d'années) il conduit à la transformation d'un noyau en un autre. Depuis plusieurs décennies, un grand nombre de systèmes nucléaires ont ainsi été étudiés en détails et les résultats obtenus ont permis une avancée remarquable dans notre compréhension de l'agencement et du comportement des nucléons au sein du noyau.

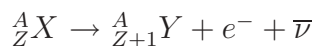
Dans ce cours, après quelques généralités sur le processus de désintégration faible, nous présenterons l'apport des études menées à ce jour sur les aspects fondamentaux de l'interaction faible et sur la structure du noyau. Les aspects instrumentaux de ces investigations seront également évoqués.

I.1 Généralités

I.1.1 La décroissance β

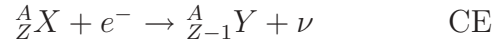
Ce mode de désintégration existe sous trois formes suivant la composition du noyau père ${}^A_Z X$ par rapport à ceux situés dans la vallée de stabilité :

- si ${}^A_Z X$ est un noyau riche en neutrons, il se produit une réaction du type β^- telle que



qui correspond à la transformation d'un neutron en un proton.

- si ${}^A_Z X$ est un noyau déficient en neutrons, il se produit une réaction du type β^+ ou de type capture électronique (CE) :



qui correspond à la transformation d'un proton en un neutron.

- les relations qui relient les masses des noyaux mis en jeu sont les suivantes (m_e masse de l'électron) :

$$\text{décroissance } \beta^-; M_Z - M_{Z+1} = E_{\beta^-} + E_{\bar{\nu}} + E_X$$

$$\text{décroissance } \beta^+; M_Z - M_{Z-1} = E_{\beta^+} + E_{\nu} + E_X + 2 m_e$$

Dans le cas de la capture électronique, un électron des couches atomiques profondes (K, L, ...) est capturé par le noyau. Il s'en suit un réarrangement du cortège électronique et l'émission d'un rayon X caractéristique du nouvel élément ${}^A_{Z-1} Y$ ainsi formé.

Dans les cas généraux, le schéma de décroissance dans les trois situations évoquées précédemment est présenté sur la figure I.1.

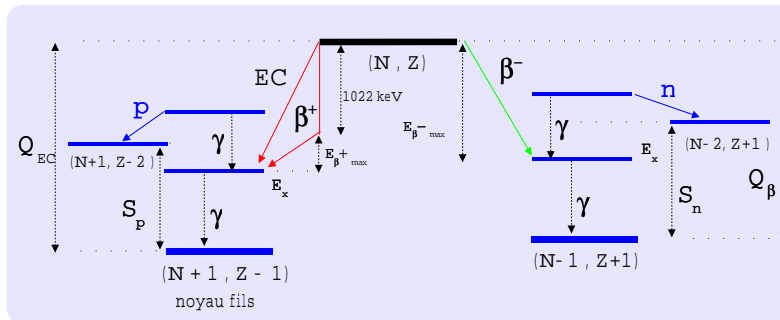


FIG. I.1 – Schéma de décroissance d'un noyau.

Pour les noyaux riches en neutrons, le processus de décroissance β^- permet d'alimenter des niveaux dans le noyau fils situés dans la fenêtre en énergie disponible Q_{β} . Si les états peuplés sont situés à une énergie d'excitation supérieure à l'énergie de séparation d'un neutron S_n , le processus d'émission d'un neutron peut avoir lieu. Ainsi l'état fondamental ou certains niveaux excités dans le noyau ${}^{A-1}_{N-2, Z+1} Y'$ peuvent être formés. On observe dans ce cas l'émission dite *retardée* de neutrons étant donné que cette émission a lieu après la décroissance β . L'émission d'un neutron à partir d'un niveau non lié est quasiment instantanée. Il est à noter qu'à une énergie d'excitation supérieure à S_n , les désexcitations radiatives sont en

compétition avec l'émission de neutrons retardés. Pour les isotopes déficitaires en neutrons nous pouvons observer à partir de l'état fondamental du noyau père, l'alimentation par transition β des niveaux du noyau fils ${}^A_{N+1,Z-1}Y$. Si l'on tient compte des deux processus que sont la capture électronique et l'émission β^+ , les états du noyau fils sur toute la fenêtre en énergie disponible Q_{EC} peuvent être peuplés. Au dessus de l'énergie de séparation d'un proton, les niveaux alimentés par transition β peuvent se désintégrer par émission d'un proton et ainsi former les niveaux du noyau ${}^{A-1}_{N+1,Z-2}Y'$. Il est entendu que l'énergie cinétique des protons doit être suffisante pour franchir la barrière coulombienne. Dans ce cas, également à haute énergie d'excitation dans le noyau fils, l'émission de protons retardés est en compétition avec les désexcitations γ .

Les périodes radioactives observées peuvent prendre des valeurs très différentes suivant la composition en protons et neutrons du noyau, de l'ordre de la milliseconde jusqu'à quelques 10^{15} années. A titre d'exemple voici deux cas extrêmes, pour l'isotope ${}^{35}Na$ la période radioactive est de 1,5 ms et pour ${}^{148}Sm$ elle vaut 7.10^{15} ans.

Les formes des spectres en énergie- β sont différentes suivant le type de décroissance observé. Suivant le numéro atomique et la nature de la décroissance, l'allure des spectres en énergie des particules émises est représentée sur la figure I.2.

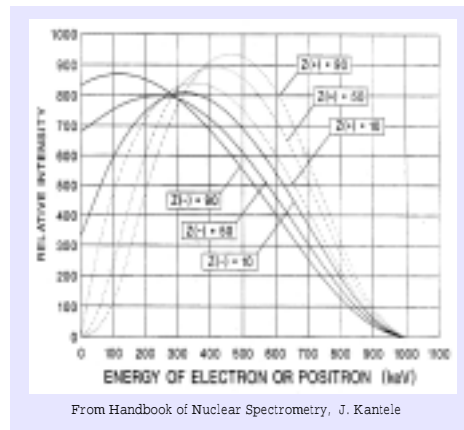


FIG. I.2 – Forme des spectres en énergie des particules β .

Suivant l'espèce nucléaire étudiée, la distribution en énergie des particules β peut s'étendre sur une plage plus ou moins large. Citons deux cas extrêmes, pour la décroissance β^- de 3H l'énergie maximale des électrons est de 18,6 keV alors que pour la décroissance β^- de ${}^{22}N$ elle est de 22800 keV. D'après l'allure des spectres, nous voyons qu'il y a quelques difficultés expérimentales à apprécier l'énergie maximale des particules, énergie qui nous donne le bilan de la transition β .

Revenons au processus d'émission de particules retardées. Voir également le cours de M. Borge donné à cette école. Il en existe plusieurs types dont les plus courants sont l'émission $\beta.p$, $\beta.n$ et $\beta.\alpha$. Pour les isotopes éloignés de la vallée de stabilité, la fenêtre Q_{EC} ou Q_β est bien supérieure à l'énergie de séparation d'une particule, il est alors possible d'observer les

processus suivants : $\beta.2p$, $\beta.3p$ et $\beta.2n...$ Les probabilités d'émission de ces particules ($P_{part.}$) s'étendent sur une très large plage. Voici quelques exemples :

$P_p = 6.10^{-6}$ pour ^{151}Lu et $P_p = 0,43$ pour ^{32}Ar ,

$P_n = 5,5.10^{-4}$ pour ^{79}Ge et $P_n = 0,99$ pour ^{11}Li .

Ce processus a été observé dans plus d'une centaine de systèmes nucléaires. Il est possible à partir de la détection des particules retardées, c'est à dire l'enregistrement des spectres en énergie et des distributions en temps, de déterminer des grandeurs fondamentales comme la période radioactive ou bien d'évaluer la masse des noyaux. Par ailleurs, à l'aide de l'analyse statistique des distributions en énergie des particules, nous pouvons estimer à haute énergie d'excitation dans le noyau fils, la densité de niveaux ainsi que les spins des états impliqués [5]. Sur la figure I.3 sont indiquées les principales caractéristiques de l'émission de protons retardés. Comme il a été dit plus haut le processus d'émission de proton est, dans la fenêtre en énergie, $Q_{EC}-S_p$, en compétition avec les désexcitations radiatives. Ceci se traduit par l'existence des largeurs partielles Γ_p et Γ_γ pour l'émission de protons et de photons respectivement. Comme indiqué sur la figure I.3 ces quantités sont fonction de la densité de niveaux et de l'énergie d'excitation des niveaux émetteurs. La largeur *proton* dépend fortement des coefficients de transmission des protons, coefficients eux mêmes fonction du moment orbital des particules et de leur énergie.

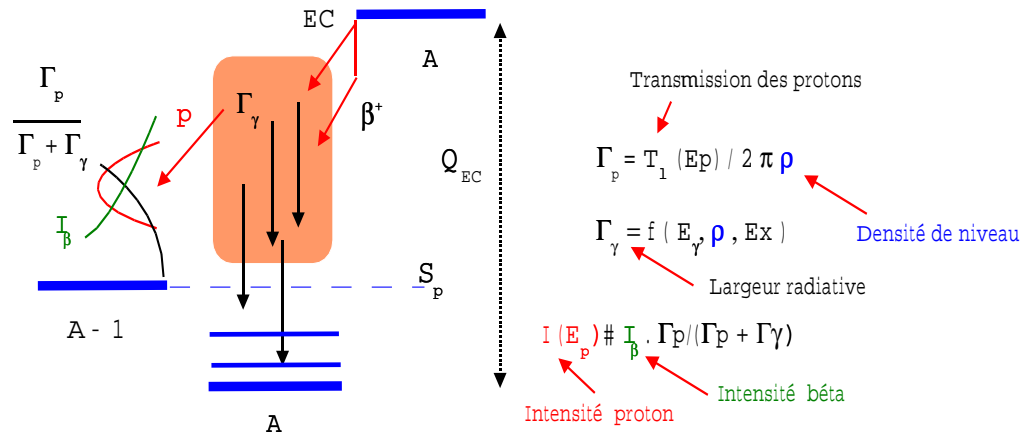


FIG. I.3 – Schéma de décroissance relatif à l'émission de protons retardés.

Comme illustré sur la figure I.3, l'intensité *proton* et l'allure des spectres en énergie sont donc conditionnés par l'importance relative des deux processus d'émission de protons et de photons. Il est à noter qu'avec les compteurs de particules que l'on utilise actuellement, l'efficacité de détection est grande, très proche de l'angle solide soutenu par les outils d'observation. Sur la figure I.4 sont reportés divers spectres en énergie de protons retardés pour des noyaux de masses différentes. On observe dans certains cas des structures très marquées et dans d'autres, une allure caractéristique d'une courbe en *cloche*. Cette dernière, souvent présente pour des noyaux de masse élevée, peut s'interpréter comme le reflet de l'alimentation β d'un grand nombre de niveaux dans le noyaux fils. Pour certains isotopes

la présence d'effets de structure peut fortement conditionner l'allure des distributions (voir le cas de ^{147}Dy sur la figure I.4). La détermination des probabilités de transitions proton (neutron) est absolument nécessaire pour l'établissement de la force de transition β . Il est donc impératif de disposer de détecteurs appropriés suivant le type de particules émises (protons ou neutrons) lors de l'observation des décroissances radioactives.

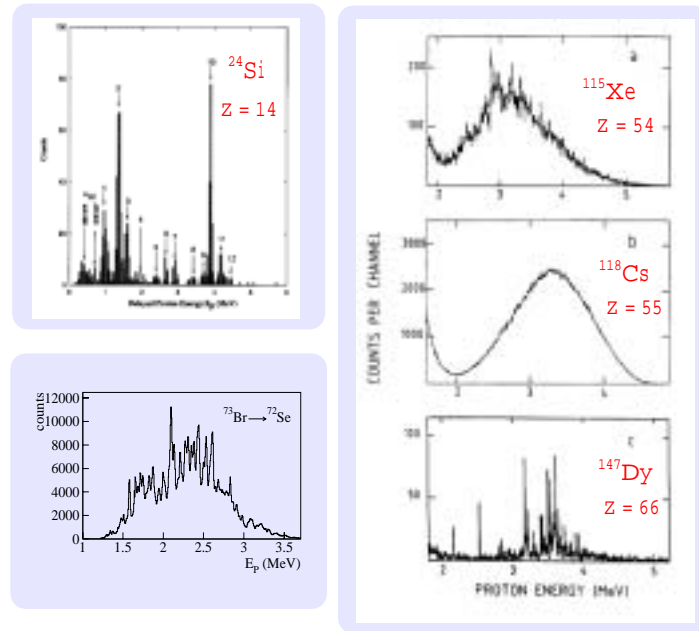


FIG. I.4 – Divers spectres en énergie de protons retardés suivant la masse.

I.1.2 Règles de sélection

Lors des décroissances β nous avons les relations suivantes pour les spins, parités et moments orbitaux.

$$J_i = J_f + L_{e\nu} + S_{e\nu} \text{ avec } L_{e\nu} = 0, 1, 2, \dots \text{ et } \pi^i = \pi^f \cdot (-1)^{L_{e\nu}}.$$

Nous devons distinguer deux cas, le neutrino et l'électron émis ont des spins parallèles, les décroissances observées sont alors du type Gamow-Teller (GT). Si le neutrino et l'électron ont des spins anti-parallèle les transitions β sont du type Fermi (F). L'étude de ces processus apportera des informations sur la structure du noyau et sur l'interaction faible. Nous y reviendrons plus en détails aux chapitres suivants.

Lors des transitions de type Gamow-Teller, la paire leptonique $e - \nu$ est émise dans un état triplet de spin ($S_e + S_\nu = 1$) et emporte un moment angulaire relatif $L_{e\nu}=0,1,2,\dots$ dans les cas respectifs d'une transition permise, première interdite, deuxième interdite,... Les règles de sélection sont alors pour des transitions permises: $\Delta J = 0, \pm 1$; $\Delta T = 0, \pm 1$ et $\pi_i \pi_f = +1$ et pour des transitions interdites à l'ordre L : $\Delta J = L, L \pm 1$ et $\pi_i \pi_f = (-1)^L$.

Lors des transitions de type Fermi, la paire leptonique $e - \nu$ est émise dans un état singulet de spin ($S_e + S_\nu = 0$) et emporte un moment angulaire relatif $L = 0, 1, 2, \dots$ dans les cas respectifs d'une transition permise, première interdite, deuxième interdite, ... Les règles de sélection sont alors pour des transitions permises: $\Delta J = 0$; $\Delta T = 0$ et $\pi_i \pi_f = +1$ et pour des transitions interdites à l'ordre L : $\Delta J = L - 1, L$ et $\pi_i \pi_f = (-1)^L$.

Les degrés d'interdiction des transitions β suivant leur nature sont donnés dans le tableau suivant :

Type	L	Fermi		Gamow-Teller	
		ΔJ	$\Delta \pi$	ΔJ	$\Delta \pi$
permise	0	0	non	(0), 1	non
première interdite	1	(0), 1	oui	0, 1, 2	oui
seconde interdite	2	(1), 2	non	2, 3	non

TAB. I.1 – Degré d'interdiction des transitions β .

I.1.3 Formalisme

Nous ne décrivons pas ici en détails le formalisme de la désintégration β car cela a fait l'objet du cours de Cristina Volpe lors de l'école Joliot Curie de l'année 2000 [6]. Nous allons seulement rappeler les grandeurs mises en jeu. Le point de départ de la formulation du processus de décroissance est la "règle d'or" de Fermi qui nous donne la probabilité de transition λ entre un état initial $|i\rangle$ et un état final $|f\rangle$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_\beta | i \rangle|^2 \rho(E), \quad (\text{I.1})$$

où $\rho(E)$ est la densité d'états accessibles dans le noyau fils et H_β l'hamiltonien de l'interaction faible qui peut se décomposer en deux termes correspondant aux transitions de type Fermi et de type Gamow-Teller.

Pour une transition β vers un niveau discret la durée de vie partielle t est donnée par $t = T_{1/2} / I_\beta$, où I_β est le pourcentage d'alimentation β . Le produit de la constante radioactive λ par t est une constante qui vaut $\log(2)$, mais aussi :

$$\lambda t = C_{ste} \cdot |M_{if}|^2 \cdot f(Z, E_\beta) t, \quad (\text{I.2})$$

où $f(Z, E_\beta)$ est la fonction de Fermi. Cette dernière dépend fortement de l'énergie de transition (f varie en E_β^5) et vaut quasiment 1 pour des noyaux de numéro atomique Z inférieur à 10. Pour les décroissances β^+ , elle est inférieure à 1 et diminue si Z augmente. Pour les décroissances β^- , elle est supérieure à 1 et augmente si Z augmente. Nous pouvons réécrire l'équation I.2 ainsi :

$$f(Z, E_\beta) t = C_{ste} / |M_{if}|^2 = ft. \quad (\text{I.3})$$

Etant donné le grand domaine de variation de la quantité ft il a été adopté d'utiliser le logarithme de ft . Cette quantité est indépendante du domaine d'énergie considéré et du numéro atomique. Une compilation des valeurs de ft suivant le type de transition a été faite par B. Singh et *al.* [7], un résumé de ce travail est donné dans le tableau suivant:

$\log(ft)$	type de transition	changement de parité	ΔJ
$\sim 3, 5$	super-permise	non	0
$< 5, 9$	permise	non	0, 1
> 6	permise $\Delta L > 2$	non	0, 1
7 (1)	première interdite	oui	0, 1
8,5 (5)	première interdite	oui	2
~ 13	seconde interdite	non	2, 3
~ 18	troisième interdite	oui	3, 4

TAB. I.2 – Valeurs de la quantité ft suivant le type de transition β [7].

Dans le cas des transitions isobariques analogues ou super-permises (transitions entre deux noyaux de même masse et de même isospin) la quantité $\log(ft)$ est proche de 3,5. Ceci à été observé par exemple dans la décroissance des isotopes ^{14}O , ^{34}Cl et ^{42}V pour les transitions qui lient les états fondamentaux des noyaux père et fils. A titre d'illustration, pour la décroissance β^- de l'état fondamental du noyau ^{12}B vers l'état fondamental de ^{12}C nous avons les caractéristiques suivantes. $I_\beta = 97,1 \%$, une période radioactive de 20,4 ms et un bilan de réaction de 13,37 MeV. La quantité $\log(f)$ vaut ainsi 5,77 et donc $\log(ft) = 4,09$. Cette valeur peut être mise en regard du tableau I.2 pour déterminer le caractère de la transition.

Si l'on revient à l'équation I.3 qui relie l'élément de matrice de la transition à la quantité ft nous voyons que pour obtenir des informations sur la structure du noyau il faut déterminer expérimentalement, le plus précisément possible, la **période radioactive**, le **pourcentage d'alimentation β** et l'**énergie de la transition**.

I.1.4 Transitions permises, intensité β dans le cas Gamow Teller

Si l'on considère maintenant les transitions permises, celles pour lesquelles $L = 0$, le carré de l'élément de matrice est :

$$|M_{if}|^2 = g_V^2 |M^F|^2 + g_A^2 |M^{GT}|^2. \quad (\text{I.4})$$

et la quantité ft est donnée par :

$$ft = \frac{K}{g_V^2 |M^F|^2 + g_A^2 |M^{GT}|^2}. \quad (\text{I.5})$$

avec

$$K = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{m_e^5 c^4} \ln 2 = 6145(4)s. \quad (\text{I.6})$$

Les constantes de l'interaction faible, g_V et g_A valent respectivement [8]
 $1,1494 (23) 10^{-5} (\hbar c)^3 GeV^{-2}$ et $-1,4596 (9) 10^{-5} (\hbar c)^3 GeV^{-2}$.

Les termes $|M^F|^2$ et $|M^{GT}|^2$ sont définis par

$$|M^F|^2 = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle f | \sum_n \hat{\tau}_n^\pm | i \rangle|^2 = B(F), \quad (I.7)$$

$$|M^{GT}|^2 = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle f | \sum_n \hat{\sigma}_n \hat{\tau}_n^\pm | i \rangle|^2 = B(GT), \quad (I.8)$$

où J_i est le moment angulaire de l'état initial. L'opérateur $\hat{\tau}^+$ ($\hat{\tau}^-$) transforme un proton(neutron) en un neutron(proton) et $\hat{\sigma}$ est l'opérateur de spin défini par Pauli.

L'intensité d'une transition β est ainsi donnée par :

$$|M_{if}|^2 = C'(B(F) + B(GT)). \quad (I.9)$$

Avec

$$B(F) = T(T + 1) - T_{zi}T_{zf} \text{ et } B(GT) = \left(\frac{g_A}{g_V}\right)^2 |\langle GT \rangle|^2. \quad (I.10)$$

Dans le cas des transitions de type Fermi ($\Delta J = \Delta T = 0$) $B(F)=2$ et pour des transitions Gamow Teller la quantité $|\langle GT \rangle|^2$ dépend fortement de la structure du noyau et en particulier des fonctions d'onde des états responsables de la décroissance (voir le cours de F. Nowaki donné dans cette école). Dans le cas de la radioactivité $\beta^+ - EC$ du noyau ^{73}Kr vers les niveaux de ^{73}Br la distribution de la force GT déterminée expérimentalement est présentée sur la figure I.5 . Ces données ont été obtenues avec des détecteurs au germanium de haute résolution en énergie et un compteur télescope gaz-silicium pour l'observation des protons retardés [9].

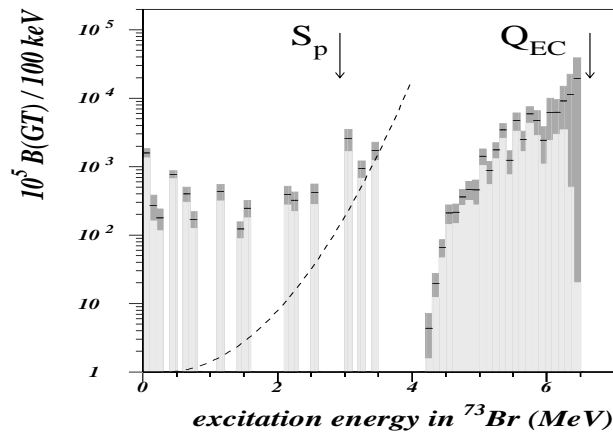


FIG. I.5 – Distribution de la force de transition Gamow Teller obtenue dans la décroissance $\beta^+ - EC$ de ^{73}Kr [9]. La ligne en pointillé indique la limite de sensibilité instrumentale (détecteurs au germanium), la force β observée entre 4 et 6 MeV provient de la détection des protons retardés.

Il est à noter que la quantité $|\langle GT \rangle|^2$ est très sensible aux configurations nucléaires et que seule une description complète de l'état fondamental du noyau parent et des niveaux du noyau fils alimentés lors de la décroissance est susceptible de fournir une distribution de la force GT compatible avec les résultats expérimentaux. Ainsi pour réaliser une bonne comparaison entre les données expérimentales et les valeurs calculées de $B(GT)$, il est nécessaire de disposer de la distribution GT sur toute la fenêtre en énergie disponible. Nous reviendrons sur ce point au chapitre 3.

Si l'on regarde en fonction du domaine de masse le rapport entre les quantités $B(GT)$ expérimentales et théoriques nous avons les résultats présentés sur la figure I.6 pour les noyaux des couches s-d et f-p. Le tableau ci-après montre le comportement de ce rapport qui est aussi appelé facteur de ralentissement. L'existence de ce facteur indique qu'il est peut être nécessaire de renormaliser l'opérateur de transition Gamow Teller. Cette situation fait l'objet de nombreuses investigations à la fois expérimentales et théoriques.

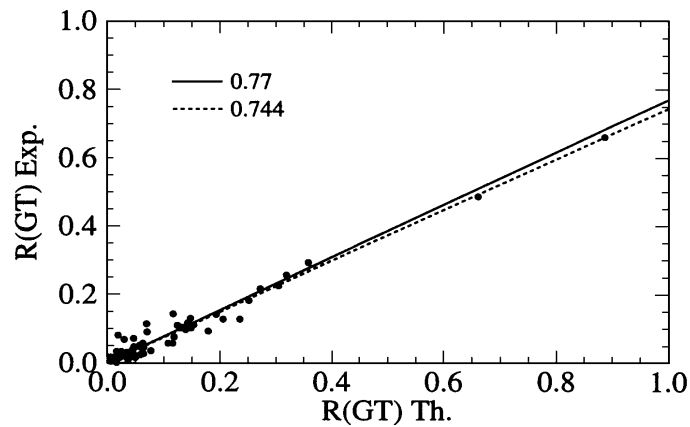


FIG. I.6 – Comparaison entre les quantités $B(GT)$ théoriques et expérimentales [10].

domaine de masse	p	s-d	f-p	$A \sim 100$
$q = (B(GT)_{exp.}/B(GT)_{theo.})^{0,5}$	0,82	0,77	0,74	0,5 - 0,44 [11]

TAB. I.3 – Comportement du facteur de ralentissement en fonction du domaine de masse.

Il est à noter que les déterminations des probabilités de transition lors des décroissances β sont des mesures directes et complémentaires des expériences d'échange de charge (réactions (p, n) ou (n, p) par exemple). En effet avec la sonde hadronique il est possible de couvrir un très large domaine en énergie d'excitation avec néanmoins des limitations à l'utilisation de cibles "stables". Cependant loin de la stabilité, étant donné que les bilans de réaction

sont importants (plusieurs MeV voir supérieur à 10MeV) les études spectroscopiques par radioactivité apportent une contribution significative à l'évaluation des éléments de matrice du type Gamow Teller.

Dans la partie suivante nous allons aborder quelques aspects fondamentaux de l'interaction faible au travers de mesures de décroissances radioactives particulières.

Chapitre II

Décroissance β et aspects fondamentaux de l'interaction

Dans le cadre de l'étude des décroissances β il est possible d'aborder les aspects fondamentaux de l'interaction faible. En effet, on peut effectuer certains tests du Modèle Standard comme la vérification de l'hypothèse de la conservation du courant vecteur (CVC) et de l'unitarité de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). La conservation du nombre de leptons dans les radioactivités double β et la présence de courants scalaires lors de certaines transitions, peuvent être également vérifiés. L'échange de mésons, prédit au cours du processus de radioactivité, a pu être mis en évidence par l'observation du renforcement du taux d'alimentation β .

II.1 Transitions de Fermi super-permises et test de l'hypothèse CVC

Dans le cas des transitions dites superpermises la quantité ft s'exprime ainsi :

$$ft = \frac{K}{g_V^2 |M^F|^2}. \quad (\text{II.1})$$

Ces transitions ne connectent, du fait de la règle $\Delta T = 0$, que deux états nucléaires membres d'un même multiplet d'isospin, appelés états isobariques analogues (IAS). Dans le cadre de l'hypothèse CVC la quantité ft doit être indépendante du noyau. Cependant pour vérifier cette hypothèse il faut tenir compte de plusieurs termes correctifs. De nombreuses études ont été menées sur ce sujet [12][13][14][15]

Tout d'abord il y a une correction radiative δ_R de l'ordre de 1,5% issue de la prise en compte lors de la décroissance β de l'échange de photons virtuels entre le positron et le noyau. Ce terme dépend du noyau considéré et s'applique à la fonction de Fermi. Une seconde correction est nécessaire, elle est notée Δ_R et vaut $2,40 \pm 0,08\%$ [16]. Elle est indépendante du noyau mais elle est fonction du modèle décrivant le processus de radioactivité. Cette contribution

est à considérer pour l'évaluation de la constante de couplage g_V ,

$$g_V'^2 = g_V^2(1 + \Delta_R), \quad (\text{II.2})$$

Un troisième terme correctif δ_C est à prendre en compte, il est relatif à la présence du mélange d'isospin dans l'état fondamental. L'amplitude de cette correction est d'une fraction de pourcent à quelques pourcents suivant les modèles théoriques utilisés. Cet effet est dû au mélange d'états d'isospin T différent de T_0 avec l'état d'isospin T_0 . L'interaction de Coulomb est principalement responsable de ce phénomène. Il est maximum pour les noyaux $N=Z$ pour lesquels il y a un fort recouvrement entre les fonctions d'ondes proton et neutron. Ainsi la quantité $|M^F|^2$ devient $|M^F|^2(1-\delta_C)$ et nous obtenons pour ft l'expression suivante [14]:

$$f t \rightarrow f(Z, E)t(1 + \delta_R)(1 - \delta_C), \quad (\text{II.3})$$

A partir du travail minutieux effectué lors de l'étude de neuf transitions superpermises pour des noyaux de masse comprise entre 10 et 54 [16][17] l'indépendance de ft avec le numéro atomique semble vérifiée. Sur la figure II.1 nous avons reporté les grandeurs $Ft = f(Z, E)t(1 + \delta_R + \Delta_R)(1 - \delta_C)$ issues du travail de Ormand et al.[15] pour les neuf mesures très précises.

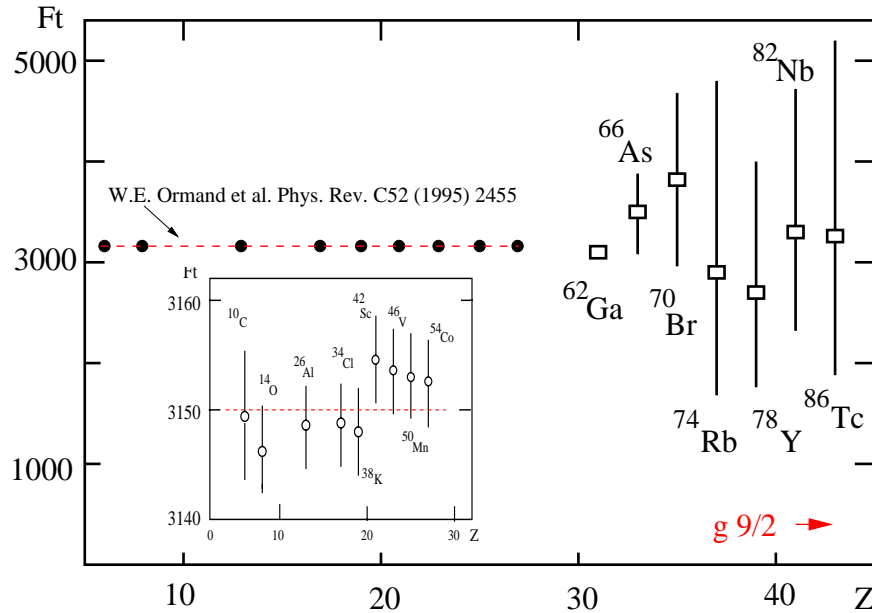


FIG. II.1 – Comportement de la quantité $f(Z, E)t(1 + \delta_R + \Delta_R)(1 - \delta_C)$ avec la masse du noyau. Pour les masses supérieures à 54 seules les valeurs de $f(Z, E)t$ sont reportées.

La valeur moyenne obtenue pour $f(Z, E)t(1 + \delta_R)(1 - \delta_C)$ est de 3072,3 (2,0) s [18]. Sur la figure II.1 est montré, pour des mesures plus récentes relatives à des noyaux de masses plus élevées, la quantité ft étant donné que les corrections radiatives ne sont pas actuellement calculées. Pour les noyaux ^{74}Rb , ^{78}Y , ^{82}Nb et ^{86}Tc les mesures proviennent des travaux réalisés

au GANIL [19][20]. Pour ^{74}Rb des mesures plus récentes ont été effectuées au CERN auprès d'ISOLDE [21] et à Triumf [22]. Pour chaque noyau, les incertitudes importantes qui sont reportées proviennent des erreurs sur la période radioactive, sur les bilans de réaction et sur les rapports d'embranchements. Pour tester l'indépendance de Ft sur un plus grand domaine de masse, des mesures de haute précision sont nécessaires. Dans ce sens plusieurs expériences sont en cours sur la décroissance des noyaux ^{62}Ga et ^{74}Rb auprès de diverses installations. Par exemple pour ^{62}Ga des mesures sont réalisées à GSI (Darmstadt), à ISOLDE (CERN) et à Jyväskylä (Finlande). Le schéma de décroissance connu à ce jour pour cet isotope est montré sur la figure II.2. Nous voyons dans ce cas que les incertitudes sur les grandeurs nécessaires à la détermination de Ft sont encore trop importantes.

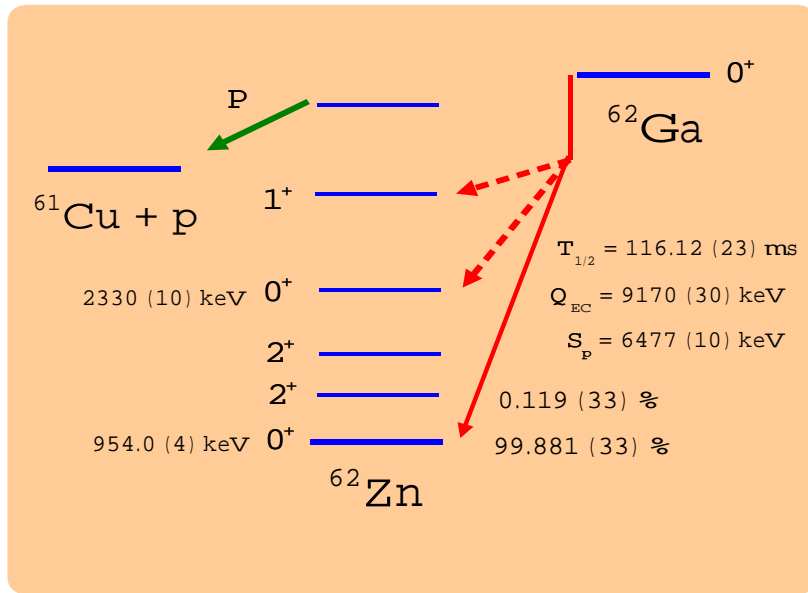


FIG. II.2 – Schéma de décroissance connu pour le noyau ^{62}Ga .

En effet, pour atteindre le degré de précision des précédentes mesures pour les masses plus faibles, il faut pouvoir déterminer les durées de vie et les rapports d'embranchements avec une précision de $3 \cdot 10^{-4}$ et les quantités Q_{EC} avec une précision de $5 \cdot 10^{-5}$. A titre d'exemple, pour un noyau avec une durée de vie de 100ms et un bilan Q_{EC} de 10 MeV les incertitudes sur ces grandeurs doivent être de 500 eV et 0,03 ms respectivement.

A partir de l'étude des décroissances superpermises, nous pouvons obtenir des informations sur le terme dominant, $|V_{ud}|$, de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). En effet nous avons,

$$f(Z, E) t(1 + \delta_R)(1 - \delta_C) = \frac{K}{2g_V^2}, \quad (\text{II.4})$$

et la relation qui lie $|V_{ud}|$ aux deux constantes g'_V et g'_μ est,

$$\frac{g'_V{}^2}{g'_\mu{}^2} = V_{ud}^2(1 + \Delta_R). \quad (\text{II.5})$$

La constante g'_μ quant à elle, est évaluée à partir des mesures effectuées sur la décroissance du muon [23]. À ce jour, les valeurs des trois termes de la première ligne de la matrice CKM sont :

$$|V_{ud}| = 0,9740(5), \quad |V_{us}| = 0,2196(23) \text{ [24] et } |V_{ub}| = 0,0032(9). \quad (\text{II.6})$$

Ce qui conduit à la relation suivante :

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0,9968(14), \quad (\text{II.7})$$

qui montre que l'unitarité de la matrice n'est pas vérifiée à plus que deux σ . Nous voyons ainsi la nécessité de mener plus avant les investigations sur les décroissances superpermises. Ceci est entrepris à travers le monde sur des noyaux comme ^{62}Ga , ^{70}Br ou ^{74}Rb . Il faut cependant noter que pour ces entités des calculs très précis des corrections radiatives sont aussi nécessaires.

II.2 Mélange d'isospin

Dans le cadre des tests du Modèle Standard et pour la description de la structure des noyaux, le mélange d'isospin joue un rôle important. Comme évoqué précédemment, cet effet est dû à l'interaction Coulombienne et il est conséquent pour les noyaux avec $N=Z$ [25][26]. Il peut atteindre quelques % pour ^{100}Sn . Une signature expérimentale de cette impureté est la présence de transitions radiatives du type E1 dans les systèmes avec $T_Z=0$, ou l'existence d'une composante de type Fermi lors d'une transition avec $\Delta T=1$ et $J^\pi \rightarrow J^\pi$. Cet effet est appréciable dans des noyaux riches en protons où seul les processus β^+ et EC sont présents. Le mélange d'isospin se traduit pour les états initiaux et finaux, impliqués dans la décroissance de type Fermi, par les formulations suivantes,

$$|i\rangle = |J^\pi, T, T_Z\rangle + \alpha |J^\pi, T+1, T_Z\rangle \quad \text{et} \quad |f\rangle = |J^\pi, T+1, T_Z+1\rangle. \quad (\text{II.8})$$

Pour cette transition, nous avons ainsi $M_F = \alpha (2T+1)^{1/2}$ et mesurer M_F conduit à la détermination du coefficient α . Le coefficient de mélange peut être aussi obtenu à partir du paramètre d'assymétrie A , obtenu lors des décroissances β d'un noyau polarisé [27]. Ce paramètre est une fonction du rapport $y = (g_V M^F)/(g_A M^{GT})$ et le coefficient de mélange est obtenu par

$$\alpha = \frac{y^2(ft)^{0^+ \rightarrow 0^+}}{(1+y^2)(T+1)ft}. \quad (\text{II.9})$$

À ce jour, 40 transitions du type $0^+ \rightarrow 0^+$, $\Delta T = 1$ et 24 du type $J^\pi \rightarrow 0^\pi$, $\Delta T = 1$ ont été étudiées et la quantité α^2 trouvée est de l'ordre de 0,1% alors que la théorie prévoit

quelques %. Par exemple pour ^{52}Mn [28] le mélange d'isospin déterminé expérimentalement ($\alpha=2,61(57)10^{-3}$) est beaucoup plus faible que l'estimation théorique. Tous ces résultats montrent qu'il est nécessaire de mener d'autres investigations tant du point de vue théorique qu'expérimental.

II.3 Double décroissance β

Du point de vue du test du Modèle Standard et des modèles utilisés pour décrire la structure du noyau, l'étude du processus de double décroissance β est d'une grande importance. Cette désintégration avec l'émission de deux antineutrinos est prédit par le Modèle Standard. Dans ce cas nous avons la situation suivante,

$$M(Z, A) \rightarrow M(A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}. \quad (\text{II.10})$$

La période d'un tel processus est de l'ordre de 10^{19} à 10^{21} ans et dix cas sont actuellement connus ($^{48}\text{Ca} - ^{136}\text{Xe}$). Un énorme travail théorique a été accompli [29][30] pour estimer les durées de vie de ce type de décroissance. Le rapport entre les valeurs calculées et celles mesurées varie de 0,3 à 1,4. Signalons que les expériences doivent être effectuées dans un environnement à très bas bruit de fond. Par exemple, cela nécessite de choisir minutieusement tous les composants des détecteurs employés et de protéger tous les instruments des rayonnements cosmiques. Aujourd'hui ce mode de décroissance est utilisé pour tester les diverses prédictions étant donné que les forces de transition très faibles sont sensibles aux détails de la structure du noyau considéré. Les plus grands efforts sont maintenant portés sur la double décroissance β sans émission de neutrinos (transition interdite). Pour la durée de vie de ce processus, les différentes prédictions sont voisines à un facteur 6 ou 10 près [29][31][32]. De nombreuses expériences sont en cours à travers le monde, signalons l'expérience NEMO dans le tunnel de Modane. Les sources utilisées sont assez lourdes, plusieurs dizaines de kilogrammes et elles sont aussi disposées dans un environnement à très bas bruit de fond. La signature expérimentale de ce processus est néanmoins plus claire que dans le cas précédent car les deux électrons emportent une énergie bien définie.

II.4 Recherche de courants scalaires

La recherche de courants scalaire lors des décroissances β peut être également un test du Modèle Standard. En effet, ce dernier prédit seulement la présence de courants vecteur et axial (V-A), caractéristiques de l'échange de bosons W, lors des transitions β . Une extension du modèle suggère [33] des courants de type scalaires (S) et tenseurs (T) (échange de bosons de Higgs). A ce jour plusieurs expériences confirment le caractère V-A des transitions β . Les composantes S et T peuvent être mises en évidence en observant les corrélations électrons-neutrinos lors des décroissances du type $0^+ - > 0^+$. Dans ce cas le taux de transition β est donné par [34]

$$\frac{dw}{d\Omega} = 1 + a \frac{p_e \cdot p_\nu}{E_e \cdot E_\nu} + b \frac{m}{E_e}. \quad (\text{II.11})$$

où a est le coefficient de corrélation électron-neutrino et b est le terme d'interférence de Fierz [35]. Dans le cadre du Modèle Standard la quantité $a' = a(1 + 0.1913b)^{-1}$ vaut +1 et les spins et impulsions de l'électron et du neutrino sont disposés ainsi

		spin	impulsion
Mod. Sdt.	e	--- >	--- >
$a'=+1$	ν	< ---	--- >
extension Mod. Sdt.	e	--- >	--- >
$a'=+1$	ν	< ---	< ---

TAB. II.1 – Configuration des spins et des vecteurs impulsion pour l'électron et le neutrino.

L'ampleur de la corrélation électron-neutrino peut être appréciée par l'élargissement des raies d'émission des protons retardés émis au cours de la décroissance. Par exemple dans le cas de la transition superpermise présente dans le noyau ^{32}Ar [35] il a été possible de déterminer, lors de mesures de haute résolution en énergie, la forme d'une raie correspondant à la transition proton entre le niveau excité 0^+ (alimenté par décroissance β^+ dans ^{32}Cl à partir de l'état fondamental de ^{32}Ar) et l'état fondamental de ^{30}S . En effet comme il est indiqué sur la figure II.3 les formes des raies d'émission sont différentes suivant la valeur de a' .

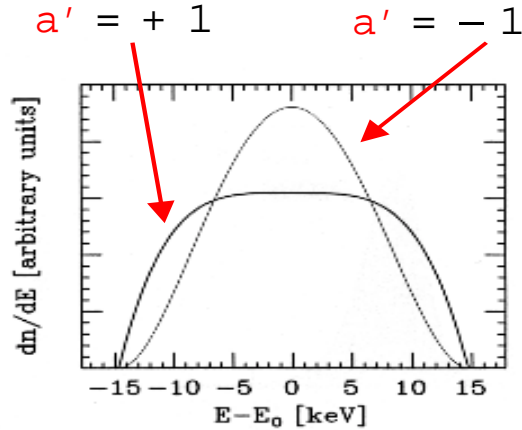


FIG. II.3 – Forme des raies d'émission des protons suivant la valeur de la quantité a' .

Sur la figure II.4 est porté le spectre en énergie des protons retardés émis lors des désintégrations de ^{32}Ar . La transition à 3,3 MeV a donc été analysée et le coefficient de corrélation a été trouvé égal à $0,9989(52)\text{stat.}(39)\text{syst.}$. Ce résultat montre le caractère V-A de la transition ce qui est en accord avec le Modèle Standard.

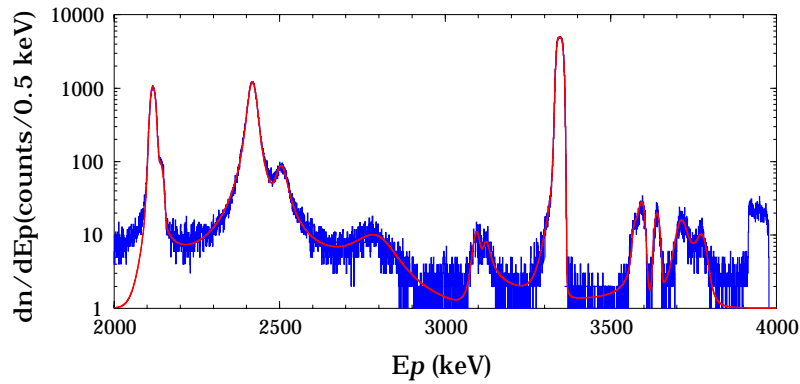


FIG. II.4 – Distribution en énergie des protons émis lors de la décroissance β^+ -EC de ^{32}Ar [35].

II.5 Recherche de courants mésoniques

Les transitions β du type première interdite sont étudiées afin de vérifier l'hypothèse de Kubodera [36] d'un renforcement du taux de ces transitions du fait de la présence d'échange de mésons (Meson Exchange Current, MEC). Ces transitions $0^+ < - > 0^-$ peuvent être observées dans des noyaux situés loin de la vallée de stabilité. Ce renforcement est prédit de l'ordre de 60% sur un large domaine de masse. Un accord est trouvé avec les prédictions pour les masses allant de 16 à 136 avec toutefois une différence pour la masse 208. Sur la figure II.5 nous avons porté les valeurs du facteur de renforcement ϵ_{MEC} en fonction de la masse.

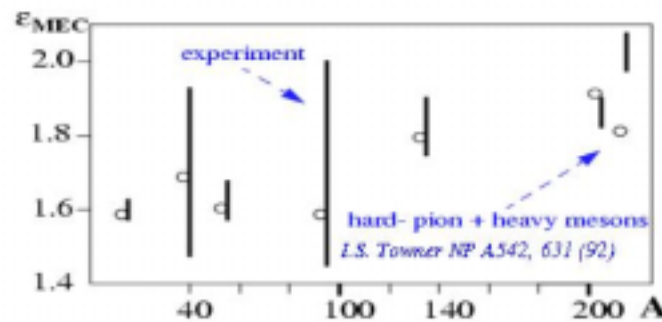


FIG. II.5 – Evolution de la quantité ϵ_{MEC} en fonction de la masse et comparaison avec la théorie.

A titre d'exemple considérons le cas de la décroissance de l'état fondamental de ^{50}K ($J^\pi = 0^-$) vers le niveau fondamental de ^{50}Ca ($J^\pi = 0^+$) [37]. Le schéma de décroissance de ^{50}K est présenté sur la figure II.6. Pour l'état fondamental de ^{50}Ca , le pourcentage d'alimentation β mesuré est de 61% et la durée de vie de ^{50}K est de 472ms.

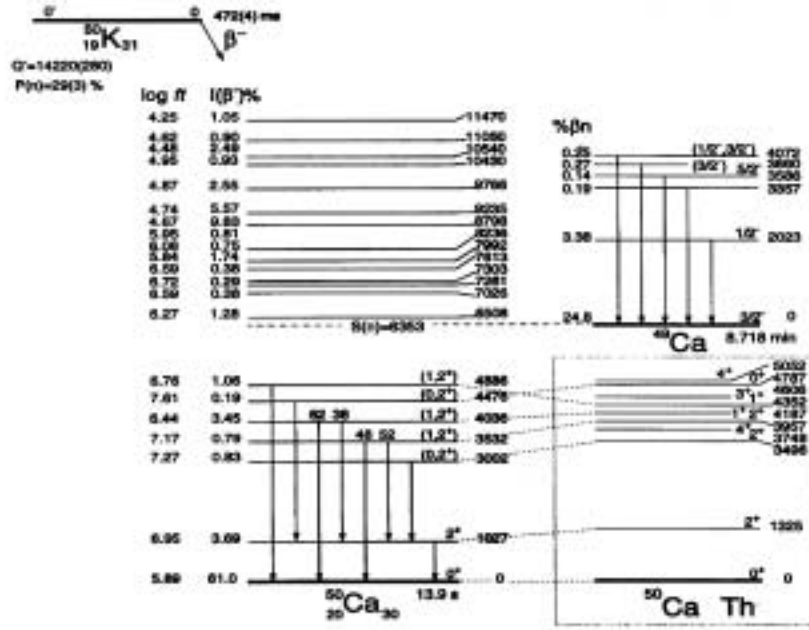


FIG. II.6 – Schéma de décroissance du noyau ^{50}K [37].

Ce qui donne pour la quantité $\log(f_0 t)$ la valeur 5,89(6). Si l'on se réfère au tableau I.2 pour ce type de transition nous devrions avoir une valeur de $\log(f_0 t)$ voisine de 7. Nous avons donc observé un renforcement de cette transition. A partir de ce résultat et de l'expression de l'élément de matrice de transition,

$$|M_1|^2 = \frac{9195 \cdot 10^5}{f_0 t} = f(\epsilon_{MEC}). \quad (\text{II.12})$$

on en déduit une valeur de 1,62(5) pour ϵ_{MEC} .

Les mesures en cours sur la décroissance d'isotopes lourds (radon) devraient apporter des informations pour expliquer les différences observées entre l'expérience et la théorie.

II.6 Première conclusion.

Nous avons vu que l'étude détaillée de certains types de décroissance radioactive comme les transitions de Fermi superpermises, la désintégration double β ou les transitions premières interdites apportent des informations très intéressantes sur le processus d'interaction faible. Les investigations en cours aussi bien du point de vue expérimental que théorique devraient répondre à plusieurs questions relatives à l'unitarité de la matrice CKM, au mélange d'isospin ou à la dépendance des courants d'échange de mésons avec la masse et enfin au type du neutrino échangé au cours de la désintégration $\beta.\beta.0\nu$.

Chapitre III

Apports de la décroissance β à la structure du noyau

Dans cette partie du cours nous aborderons les contributions apportées à la structure nucléaire principalement par l'étude des transitions β permises. Cela concerne l'évaluation de grandeurs fondamentales comme la masse et la période radioactive des noyaux et la détermination des éléments de matrice de transition du type Gamow Teller et les implications sur la constitution des fonctions d'onde des états nucléaires impliqués. Nous présenterons enfin les travaux en cours pour des régions de masse particulières à savoir pour $N=20$, $Z=20$ et pour $A\sim 70-80$ avec $N\sim Z$.

III.1 Grandeurs fondamentales accessibles

Lors des décroissances β (voir figure I.1) une mesure des bilans de réaction peut conduire à la détermination de l'excès de masse du noyau parent. En effet par une mesure directe de l'énergie maximale des électrons émis, à l'aide de compteurs à scintillation ou à base de semi-conducteur, en coïncidence ou non avec les particules émises (neutrons, γ ou protons) nous pouvons mesurer le bilan en énergie de la décroissance. Les précisions atteintes sont de l'ordre de quelques dizaines de keV. Par ailleurs, avec l'utilisation des trappes (électromagnétiques) des incertitudes de quelques keV sur la masse sont obtenues.

Si l'on considère l'équation de masse des multiplets isobariques (IMME) il est possible d'évaluer les excès de masse de plusieurs systèmes. Cette équation est pour un multiplet d'isospin donné T , de la forme [38],

$$M(A, T_Z) = a + bT_Z + T_z^2. \quad (\text{III.1})$$

Les valeurs de T_Z vont de $-T$ à $+T$ et les coefficients a , b et c ont été évalués pour plusieurs multiplets et plus de 400 isotopes. Cette équation est déduite de l'expression de l'énergie coulombienne [39] et de la masse des membres d'un multiplet d'isospin donné. Ainsi lors de l'étude des décroissances β entre états isobariques, la localisation en énergie des niveaux alimentés permet une évaluation des masses et procure également un test de l'équation IMME.

A ce jour aucune déviation par rapport à la forme quadratique n'a été observée. Ces dernières années, des mesures ont été faites pour les noyaux avec $T_Z=3/2$ à -3 comme $^{22,24}\text{Si}$ [40][41] ou $^{22,24}\text{Cr}$ [42]. Cependant la comparaison entre les valeurs mesurées et les diverses prédictions théoriques des masses atomiques révèle des différences notables surtout loin de la stabilité.

La période radioactive, autre grandeur fondamentale du noyau, peut être mesurée lors des décroissances radioactives. En effet l'évaluation des taux de désintégration des particules émises (photons, β , neutrons ou protons) conduit à des valeurs des durées de vie avec des incertitudes de l'ordre de 5 à 20% dans la majorité des cas étudiés. Il est à noter que des mesures très précises (à 10^{-4}) ont été réalisées (cf. test de CVC) pour bon nombre de noyaux. La détermination de cette grandeur permet de tester très sévèrement les modèles en particulier loin de la vallée de stabilité. Les expériences réalisées auprès de plusieurs installations (GSI, Leuven, ISOLDE, GANIL, ILL...) sur un grand domaine de masse révèlent là aussi les faiblesses des modèles théoriques. Pour les noyaux des couches s-d et f-p on observe un bon accord (facteur 2 à 3) entre les prédictions du Modèle en Couches et les grandeurs expérimentales. Mais comme il est montré sur la figure III.1 [43] des différences importantes existent entre les estimations et la réalité.

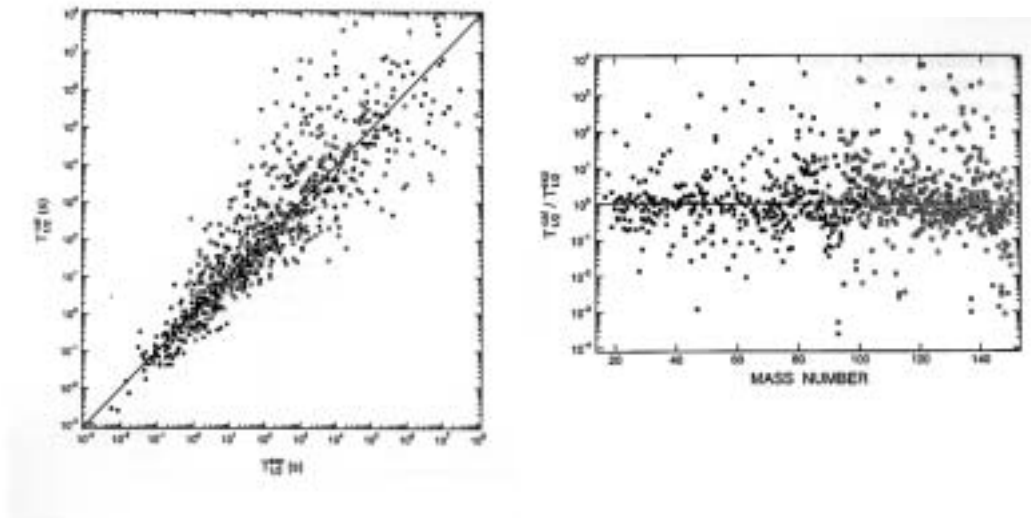


FIG. III.1 – *Comparaison entre les durées de vie mesurées et calculées, sur la partie de droite est montré le rapport entre les valeurs calculées et expérimentales en fonction du nombre de nucléons [43].*

Les mesures envisagées avec les futures installations devraient apporter des éléments déterminants pour affiner les modèles. Notons que la masse et la période radioactive sont des ingrédients importants dans la description des scénari de nucléosynthèse des éléments.

III.2 Décroissance miroir

Toujours dans le cas des transitions β permises nous pouvons considérer les décroissances miroirs $T_Z = -1/2 \rightarrow T_Z = 1/2$. Ces transitions "traversent" la ligne $N=Z$ et elles sont de périodes très courtes (une fraction de seconde). Elles alimentent principalement les états fondamentaux des noyaux fils, elles permettent des assignations de spins et apportent des informations sur le facteur de ralentissement ou de quenching (voir chapitre 1). En étudiant ces transitions qui combinent les décroissances Fermi et Gamow Teller, il est possible de déterminer les éléments de matrice du type Gamow Teller $|M^{GT}| = \langle \sigma\tau \rangle$. Des mesures sur un large domaine en Z ont été réalisées et les résultats obtenus sont montrés sur la figure III.2. On constate, jusqu'à $Z=30$ que le quenching est plus important près des couches fermées et que les effets collectifs sont présents au milieu des couches. Les décroissances miroirs pour Z plus élevé, à partir des noyaux ^{61}Ga , ^{67}Se et ^{71}Kr [44][45][46] ont été observées et les quantités $\langle \sigma\tau \rangle$ évaluées sont reportées sur la figure III.2. Des mesures plus précises ainsi que des investigations pour des valeurs de Z encore plus élevées sont nécessaires afin d'affiner les modèles théoriques et plus précisément les fonctions d'ondes. Nous constatons ainsi que la connaissance des probabilités de transition GT pour des niveaux discrets est indispensable pour la compréhension de la structure nucléaire. Notons que dans cette région de masse ces informations sont d'une grande importance pour comprendre les processus astrophysiques (processus rp au dessus du nickel [47]).

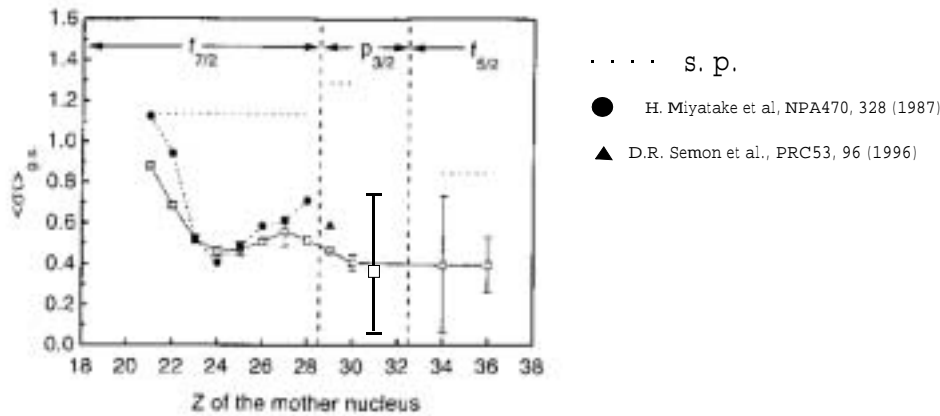


FIG. III.2 – Valeur de l'élément de matrice $\langle \sigma\tau \rangle$ en fonction de Z pour les noyaux des couches $f-p$.

III.3 Informations sur la structure des noyaux des régions $N=20$ et $Z=20$

Nous abordons maintenant l'apport des études des décroissances radioactives pour des isotopes situés dans une région d'intérêt à savoir l'îlot d'inversion. Au voisinage de $N=20$,

il y a des noyaux clés comme ^{35}Si , ^{39}K , ^{47}K et ^{41}Ca , pour lesquels la connaissance de l'énergie des états excités ainsi que leurs spins et parités permet de déterminer des éléments de l'interaction nucléaire ou de préciser l'ordre des couches ainsi que les "gaps" en énergie. De nombreux travaux théoriques [48] et expérimentaux [49] ont été menés sur les noyaux tels que $^{27,34}\text{Na}$ [49] et ^{31}Mg [50]. Ils ont révélé, à partir des déterminations des périodes, des probabilités d'émission de neutrons et des schémas de décroissance, des énergies de liaison très fortes ainsi que des durées de vie et des valeurs de spins inattendus. Le modèle en couches explique ces résultats en considérant une inversion de l'ordre des couches et des configurations à plusieurs particules et trous (voir le cours de F. Nowaki).

A titre d'exemple, considérons le cas de la décroissance de ^{33}Na . Ce noyau est produit au CERN auprès du séparateur ISOLDE lors des réactions de fragmentation d'une cible épaisse d'Uranium induite par des protons d'énergie cinétique de 1,4 GeV. Le taux de production de cet isotope était de 3 atomes par seconde. La constitution des spectres d'émission des β , des photons et des neutrons, émis lors de l'alimentation des niveaux des noyaux fils et petit fils, a été faite en mode direct ou en coïncidence avec des compteurs ayant des seuils en énergie très bas. Le schéma de décroissance obtenu est présenté sur la figure III.3 [51][52]. Dans ce cas une période de 8,0 (3) ms a été mesurée pour l'état fondamental de ^{33}Na . De plus l'inversion des couches d-f a été prouvée par la détermination des spin et parité $3/2^+$ et $7/2^-$ des deux premiers états dans ^{33}Mg .

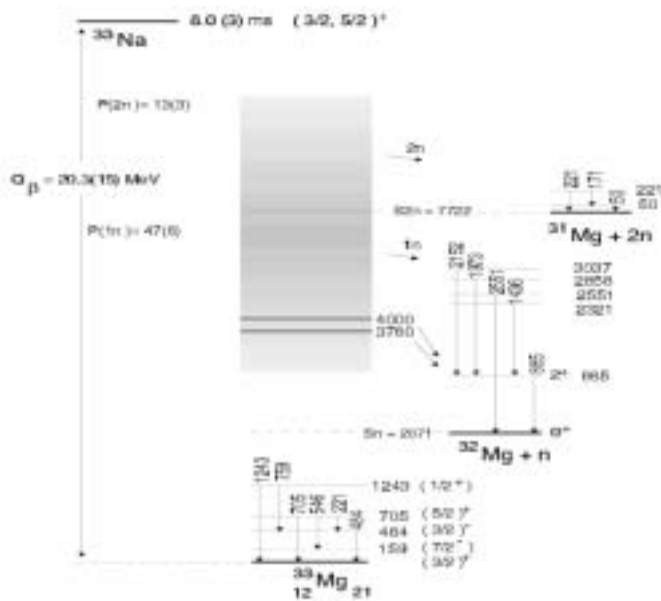


FIG. III.3 – Schéma de décroissance obtenu pour ^{33}Na [51].

Dans le cas de la décroissance β^- de ^{35}Al [53] auprès du séparateur ISOLDE (avec un taux de production de 10 at/s), le schéma obtenu est présenté sur la figure III.4. Des premières

informations sur la structure à basse énergie d'excitation dans ^{35}Si , noyau avec N=21, ont été obtenues. La localisation des états $3/2^-$ et $3/2^+$ a permis de préciser l'élément p-n de l'interaction et la réduction du "gap" $f_{7/2} - p_{3/2}$ et de déterminer des états à une particule du type $p_{3/2}$ et $d_{3/2}$. Pour le modèle en couches, ces résultats donnent un point de référence pour la description d'autres noyaux de la région.

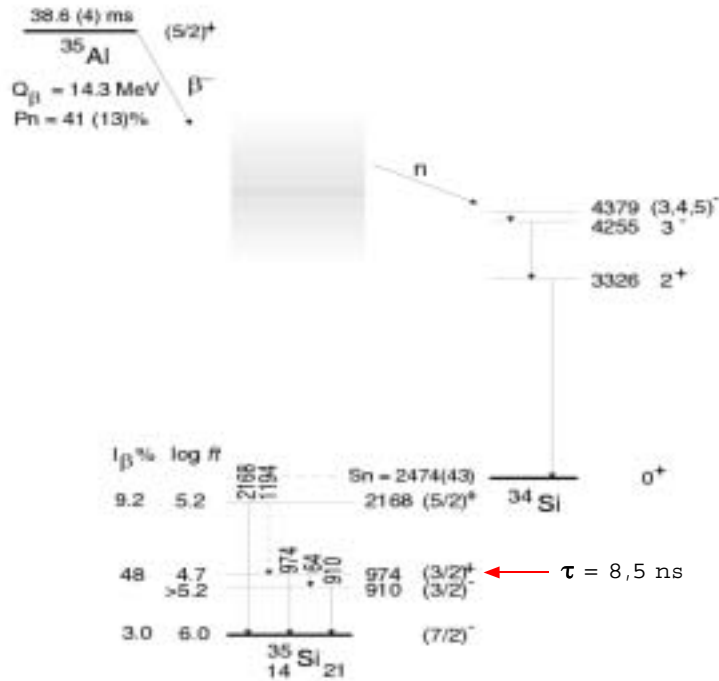


FIG. III.4 – Schéma de décroissance obtenu pour ^{35}Al [53].

Dans la région Z=20, l'étude de la décroissance des isotopes lourds de potassium prévue prochainement, doit permettre de localiser les états de parité naturelle et dits de Gamow Teller dans les noyaux fils de calcium. En effet, nous avons les schémas présentés sur la figure III.5 où l'on voit, compte tenu des spins et parités des niveaux fondamentaux, que les états de parité naturelle sont alimentés soit par des transitions β interdites soit indirectement par des désexcitations radiatives provenant des états Gamow Teller. Ces derniers sont peuplés par des transitions permises et sont situés au dessus de l'énergie de séparation d'un neutron.

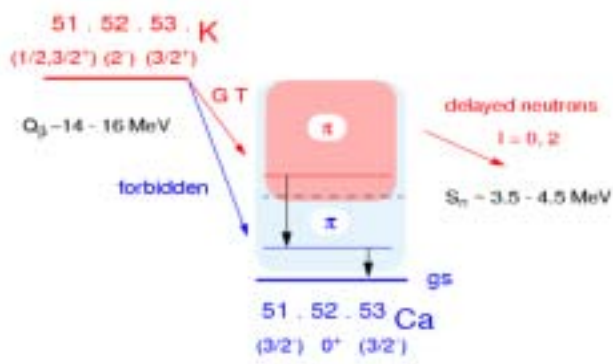


FIG. III.5 – Schéma de décroissance simplifié pour les isotopes lourds de potassium.

La connaissance des schémas de désintégration de $^{51,52,53}\text{K}$ et plus particulièrement la localisation des divers états dans les noyaux fils fournira des informations sur les interactions n-n et p-n et précisera l'ordre des couches ainsi que leur espacement. Les mesures seront réalisées comme dans beaucoup de cas similaires avec la mise en place de compteurs efficaces pour la détection des γ , β et neutrons. Sur la figure III.6 est présenté le schéma d'un dispositif "type" qui sera utilisé auprès d'ISOLDE. L'ensemble instrumental regroupera six cristaux de germanium, seize compteurs à scintillation pour la mesure de l'énergie des neutrons émis dans le domaine 1 MeV-5 MeV, huit plastiques scintillants pour l'observation des neutrons de plus basse énergie (100-1500 keV) et un scintillateur ($\Omega \sim 4\pi$) pour la détection des particules β . Les divers processus de décroissance et de désexcitation seront observés en mettant ces compteurs en coïncidence.

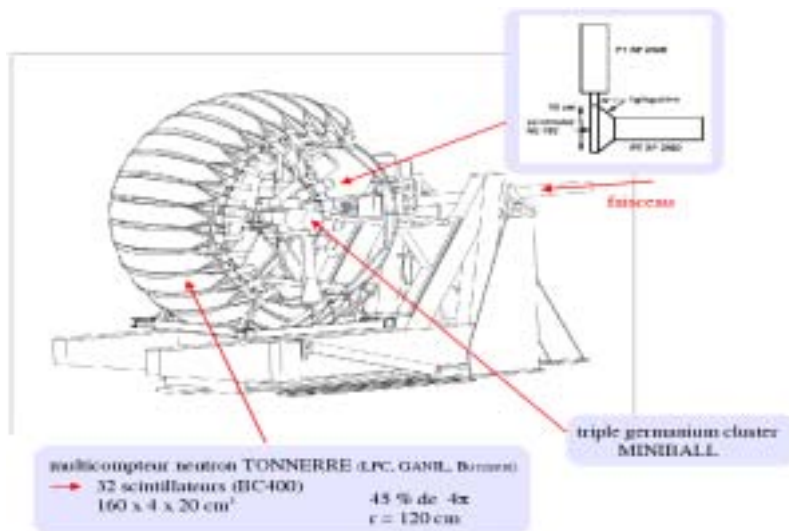


FIG. III.6 – Schéma d'un dispositif expérimental utilisé pour la mesure des décroissances d'isotopes riches en neutrons.

On constate ainsi qu'à partir de la mesure des périodes, des probabilités de transition et des énergies d'excitation pour des noyaux situés loin de la stabilité, parfois produits à des taux faibles, nous obtenons des informations capitales pour les descriptions théoriques.

III.4 Informations sur la structure des noyaux de la région $N \sim Z$ avec $A \sim 80$.

La région de la table des isotopes où N est voisin de Z , est d'un grand intérêt pour notre compréhension de la structure du noyau. Depuis plusieurs années de nombreux travaux théoriques [54][55] et expérimentaux [56][57] ont été accomplis sur des entités proches de la ligne $N=Z$. Les résultats montrent qu'il existe au sein du noyau de la coexistence de forme et de l'isomérisme de forme et que la déformation dépend fortement de N , Z et du spin. Avec ces systèmes nucléaires du fait que les protons et les neutrons occupent les mêmes orbitales, il est possible d'apprécier l'énergie d'appariement proton-neutron. Par ailleurs, le mélange d'isospin peut être étudié précisément en fonction de la masse. De plus certains isotopes comme ^{72}Kr sont d'un grand intérêt pour la description des processus astrophysiques. Sur la figure III.7 sont reportées pour la région $N \sim Z$ les déformations de l'état fondamental des noyaux [58]. On constate qu'au voisinage de la masse $A=80$ il y a de fortes transitions de forme pour l'état fondamental.

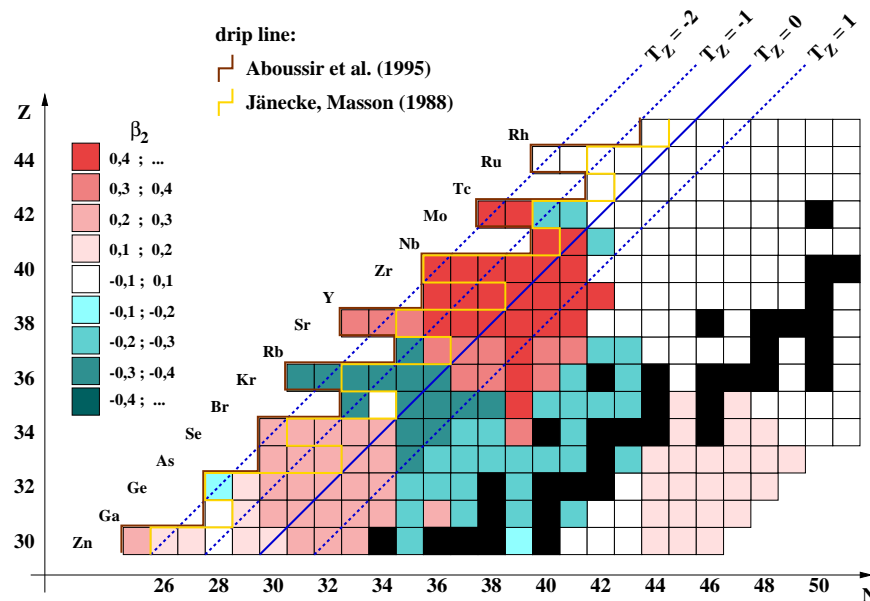


FIG. III.7 – Pour la région $N \sim Z$ et $A \sim 80$ comportement de la déformation de l'état fondamental.

L'influence du nombre de nucléons sur l'amplitude de la déformation a été mis en évidence à l'aide de réactions sous faisceau [59][60][61], lors d'études menées sur des noyaux pair-pair

avec $N = Z$.

Un champ d'investigation a été ouvert récemment avec les prédictions de I. Hamamoto et H. Sagawa [26] qui ont localisé et chiffré l'intensité de la résonance de Gamow-Teller. Ils ont montré que lorsque l'on s'éloigne de la vallée de stabilité, une majeure partie de cette résonance devait se situer en-dessous de l'état fondamental du noyau père et être ainsi accessible par décroissance β . Ensuite, de nouveaux travaux [62][63] ont démontré, pour des noyaux avec $28 < Z < 56$, la présence quasi-systématique de plusieurs minima locaux dans l'énergie HF totale et mis en avant l'influence de la déformation sur l'intensité et la forme de la distribution de la force de transition Gamow-Teller (GT). Les résultats obtenus pour ^{76}Sr sont présentés sur la figure III.8. On remarque que l'allure de la distribution GT est différente suivant le signe de la déformation de l'état fondamental de ^{76}Sr , notamment dans le domaine en énergie d'excitation accessible par l'expérience.

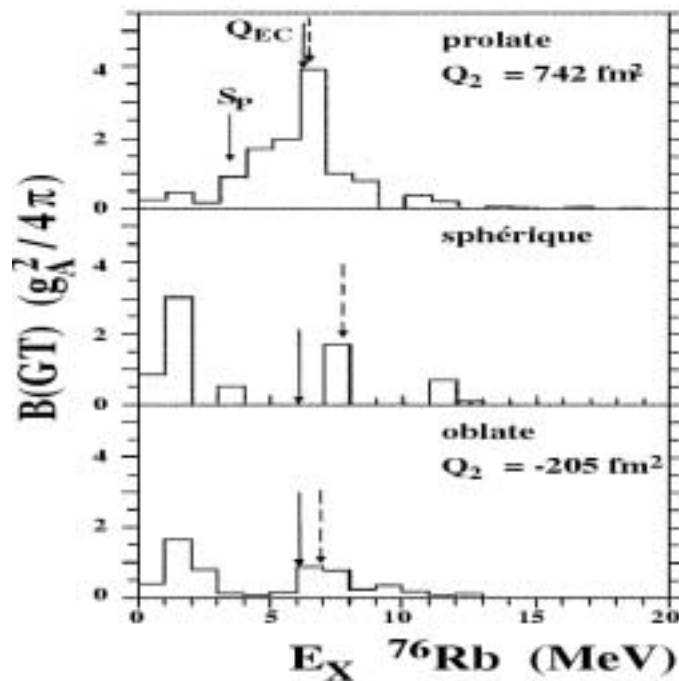


FIG. III.8 – Distribution de la force de transition Gamow Teller pour ^{76}Sr en fonction de la déformation de l'état fondamental.

Des calculs plus complets ont été menés par les théoriciens de Madrid [64][65][66][67] sur les isotopes $^{64-70}\text{Ge}$, $^{68-74}\text{Se}$, $^{72-78}\text{Kr}$, $^{76-82}\text{Sr}$. Ils ont étudié l'effet de la déformation de l'état fondamental sur l'intensité de la force β et sur la distribution GT. Sur la figure III.9 sont portées les intensités GT pour les noyaux pairs de sélénium, krypton et strontium. On voit une fois de plus que les allures des distributions GT sont différentes suivant la déformation du noyau parent. Des différences nettes sont présentes pour ^{74}Kr et $^{76,78}\text{Sr}$ dans la fenêtre Q_{EC} .

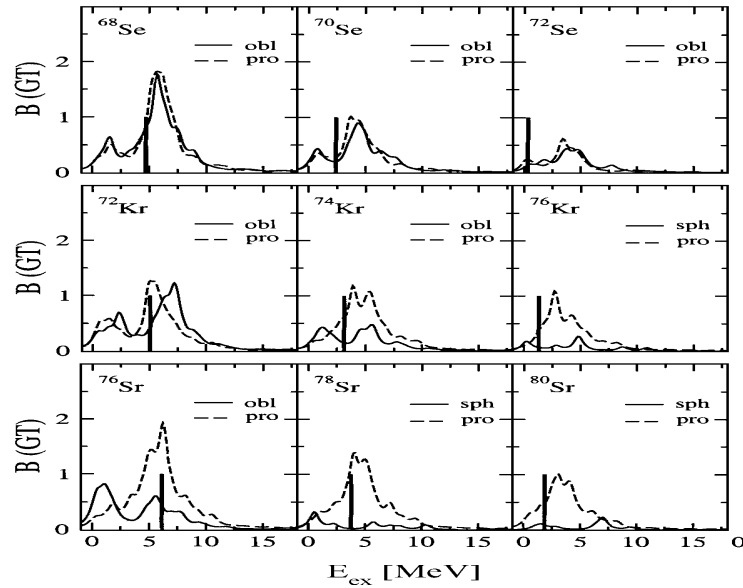


FIG. III.9 – Distributions de la force de transition Gamow Teller pour les isotopes pairs de krypton et strontium évaluées par P. Sarriguren[66].

Auprès d'ISOLDE les décroissances de ^{72}Kr [68][69] et ^{76}Sr [68][70] ont été étudiées avec un ensemble de compteurs au germanium pour l'observation des photons et avec des plastiques scintillants et des diodes au silicium pour respectivement la détection des β et des protons retardés. Les distributions GT obtenues sont présentées sur les figures III.10 et III.11.

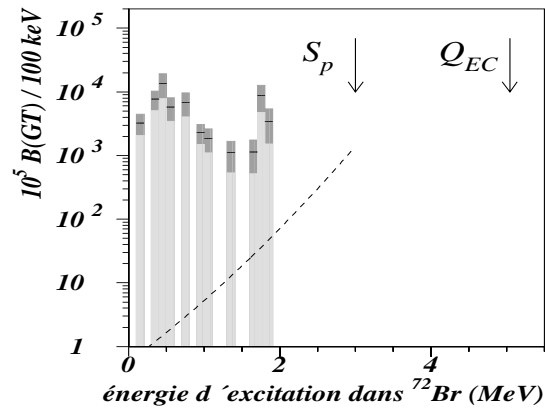


FIG. III.10 – Distribution expérimentale de la force de transition Gamow Teller pour ^{72}Kr [69]. La ligne en pointillé indique la limite de sensibilité instrumentale (détecteurs au germanium).

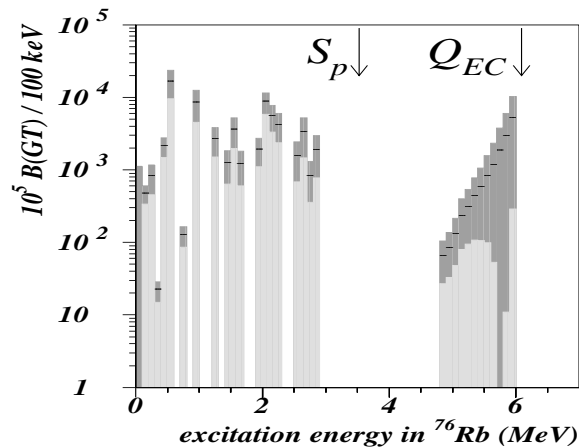


FIG. III.11 – Distribution expérimentale de la force de transition Gamow Teller pour ^{76}Sr [68].

On remarque dans les deux cas que ces distributions ne sont pas complètes sur la fenêtre Q_{EC} . Pour ^{76}Sr , la contribution obtenue à haute énergie d'excitation provient de la détection des protons retardés. Ainsi, il est difficile de procéder à une comparaison des résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques. Les limitations expérimentales observées proviennent du fait que la force β est fragmentée à haute énergie d'excitation et que les désexcitations radiatives procèdent par émission de γ de haute énergie (typiquement plusieurs MeV) échappant donc le plus souvent aux détecteurs "classiques" au germanium. La force β non observée à haute énergie d'excitation est donc incorrectement assignée aux niveaux de plus faible énergie.

Il faut donc employer un autre dispositif de détection plus sensible. De tels instruments ont été utilisés dans le passé, ils consistent en un spectromètre à absorption totale basé sur un cristal scintillant de grand volume. Cette technique d'absorption totale a été employée voilà quelques décennies à ISOLDE [71] et plus récemment au GSI [72][73][74][75][76] pour l'étude de la région $A=100$. Les détecteurs consistent en un monocristal de grand volume de NaI(Tl) vu par des photomultiplicateurs. En général les efficacités de ces outils sont très élevées, voisines de plusieurs dizaines de pourcent sur un large domaine en énergie (0,1-10 MeV). La résolution en énergie d'un tel détecteur est bien sûr inférieure à celle des semi-conducteurs mais il est possible par un traitement approprié des données d'extraire les informations sur l'intensité d'alimentation β des niveaux formés au cours de toutes les décroissances. Très récemment dans le cadre d'une collaboration entre les universités de Madrid, Strasbourg, Surrey et Valence un nouveau spectromètre TAgS (Total Absorption gamma Spectrometer) a été mis au point et installé auprès du séparateur ISOLDE au CERN. Les caractéristiques de cet instrument sont intéressantes. En effet à part des efficacités totale de 90% et photopique de 40%, sur une plage de 10MeV, il est possible d'effectuer des mesures sur des noyaux de très courtes durées de vie (bien inférieure à la seconde). Ce détecteur est composé d'un cristal de NaI(Tl) de 38cm de diamètre et de 38cm de longueur, percé d'un trou radial de 7,5 cm de diamètre. Le spectromètre est couplé à une ligne de faisceau ainsi qu'à un en-

semble de détecteurs additionnels dédiés à l'observation des particules β , γ et X issues des décroissances. Sous vide, au centre du spectromètre, est disposée une bande de mylar aluminisée pilotée par un dérouleur de bande. Ce dispositif permet de s'affranchir de l'activité des noyaux descendants. Suivant le cas le point de collection peut être aussi le point de mesure. Sur la figure III.12 est présenté le cristal disposé dans un blindage efficace aux neutrons et aux particules γ .



FIG. III.12 – Vue du spectromètre TAGS installé à ISOLDE (au premier plan on observe le télescope germanium pour l'observation des particules X et gamma).

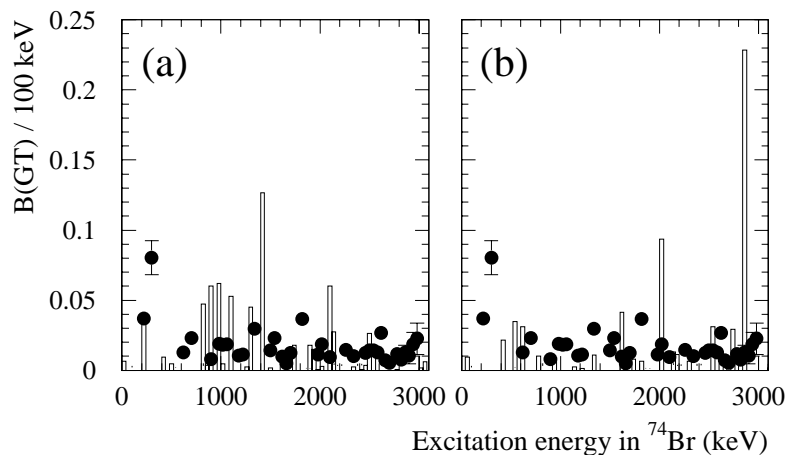


FIG. III.13 – Distribution de la force GT obtenue au cours de la décroissance de ⁷⁴Kr [78]. Les valeurs expérimentales sont mises en regard des intensités calculées pour une forme purement oblate (a) et prolate (b) de l'état fondamental de ⁷⁴Kr.

Des mesures ont donc été réalisées avec cet instrument sur la décroissance des isotopes $^{72-75}\text{Kr}$ et $^{76-78}\text{Sr}$ [77] et les analyses sont en cours. Sur la figure III.13 est présenté un résultat préliminaire concernant la décroissance de ^{74}Kr .

Si l'on se réfère aux mesures antérieures [79] sur cet isotope nous voyons que l'apport des dernières mesures est significatif. En effet, avant cette expérience la distribution GT n'était connue que jusqu'à 978keV d'énergie d'excitation dans ^{74}Br . A présent, nous disposons d'informations sur une très grande partie de la fenêtre Q_{EC} et les comparaisons avec les prédictions théoriques peuvent être faites. Ce travail a été accompli par E. Poirier [78] pour les décroissances de ^{74}Kr et ^{76}Sr . Pour le noyau ^{74}Kr les résultats montrent qu'il y a une coexistence de forme dans l'état fondamental. En effet, pour reproduire la distribution de force GT expérimentale il faut considérer dans les calculs, un mélange de forme oblate (60%) et prolate (40%). Ce résultat confirme les précédentes estimations théoriques [80] et les mesures antérieures réalisées sous faisceau [81]. Pour ^{76}Sr les premiers résultats indiquent la présence d'une forte intensité β aux environs de 4,5MeV d'énergie d'excitation dans ^{76}Rb , force présente dans les calculs à plus haute énergie (voir figure III.9). On observe également un très bon accord entre l'intensité de la force expérimentale et calculée jusqu'à 2MeV d'énergie d'excitation dans ^{76}Rb , en considérant une forme prolate pour l'état fondamental de ^{76}Sr . Ce résultat confirme ceux précédemment obtenus lors de l'étude de cet isotope par des mesures de haute résolution [68]. Des discussions sont en cours avec les théoriciens pour l'interprétation de ces données. Ce type de mesures devrait permettre de préciser certains paramètres utilisés dans la formulation de l'interaction nucléaire. En effet, une comparaison des distributions GT obtenues pour les noyaux pairs et impairs sera très pertinente. Nous voyons ainsi que les études menées dans cette région de masse avec des outils très efficaces en complément de celles entreprises avec des compteurs ayant une très bonne résolution en énergie sont indispensables pour tester les modèles théoriques.

III.5 Conclusions.

Le processus de décroissance β présente une particularité à savoir qu'à partir des propriétés nucléaires observées pour certains systèmes, nous obtenons des informations sur le processus d'interaction faible. Et pour un noyau donné, la connaissance des paramètres de l'interaction faible nous renseigne sur sa structure intrinsèque. Notons que pour la modélisation des scénari de nucléosynthèse, il est très important de connaître des grandeurs fondamentales du noyau, comme la période radioactive, la masse, les probabilités d'émission des neutrons et des protons ainsi que les pourcentages d'alimentation β .

Concernant les aspects fondamentaux de l'interaction faible, des travaux aussi bien théoriques qu'expérimentaux sont nécessaires pour vérifier l'unitarité de la matrice CKM et pour comprendre la dépendance avec la masse du processus d'échange de mésons.

Grâce aux études des décroissances β au sein du noyau, des avancées spectaculaires ont été faites dans notre compréhension de la structure nucléaire et les résultats obtenus ont permis d'affiner les modèles théoriques. Notons que les décroissances Gamow Teller sont des sondes privilégiées et loin de la vallée de stabilité les études menées sont d'un grand intérêt pour

définir l'interaction nucléaire.

Pour pouvoir tester les modèles théoriques des données "complètes" sont indispensables et cela ne peut être le cas que si l'on utilise des détecteurs appropriés et très efficaces. En particulier, il faut être capable de mesurer les distributions de la force β sur toute la fenêtre en énergie disponible dans la décroissance. De plus loin de la vallée de stabilité, le processus de décroissance β fourni même à des taux de production très faibles (1 à quelques atomes par seconde), les premières informations sur de nouvelles espèces.

Les développements expérimentaux et théoriques ont été spectaculaires ces dernières années ce qui a conduit à des améliorations sensibles de la qualité des données. Avec la mise en service de plusieurs installations dédiées à la production et à l'observation du comportement des noyaux radioactifs, nous aurons la possibilité dans les années à venir d'accroître sensiblement notre connaissance du monde subatomique.

Références

- [1] J. Chadwick, Proc. Roy. Soc. (London), **A136**, 692 (1932).
- [2] C.D. Anderson, Science, 76, 238 (1932).
- [3] W. Pauli, Rapports du Septième Conseil de Physique de Solvay, Brussels (1933).
- [4] E. Fermi, Z. Phys. 88, 161 (1934) et Nature, 133 (1934).
- [5] J. Giovinazzo *et al.*, Nucl. Phys. **A674**, 394 (2000). G. Mazzochi *et al.*, Eur. Phys. J **A12**, 269 (2001). L. Axelsson *et al.*, Nucl. Phys. **A 634**, 475 (1998). G. Canchel *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A12**, 377 (2001).
- [6] C. Volpe, Contribution à l'école Joliot-Curie de physique nucléaire 2000, (Spa, Belgique, 2000) 159.
- [7] B. Singh *et al.*, Nucl. Data Sheets 84 (1998), 487.
- [8] H. Abele, NIM A440, (2000), 499.
- [9] Ch. Miehé, *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A5** (1999), 143.
- [10] G. Martinez-Pinedo, *et al.*, Phys. Rev. **C53** (1996), 2602.
- [11] Z. Hu, *et al.*, Phys. Rev. **C60** (1999), 024315. M. Karny, *et al.*, Nucl. Phys. **C640** (1998), 3.
- [12] J.C. Hardy et I.S. Towner, Nucl. Phys. **A 509** (1990), 429.
- [13] A. Sirlin *et al.*, Nucl. Phys. **B71** (1974), 29.
- [14] D.H. Wilkinson *et al.*, NIM. **A335** (1993), 172.
- [15] W.E. Ormand *et al.*, Phys. Rev. **C52** (1995), 2455.
- [16] I.S. Towner, Nucl. Phys. **A540** (1992), 478.
- [17] G. Savard *et al.*, Phys. Rev. Let. **74** (1995), 1521.
- [18] J.C. Hardy et I.S. Towner, in Proceedings of ENAM 98 Bellaire, MI, june 1998, 733.

-
- [19] C. Longour *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81** (1999) 3337.
- [20] J. Garces *et al.*, Phys. Rev. C **63** (2001) 044307.
- [21] M. Oinonen *et al.*, Phys. Lett. **B 63** (2001) 45.
- [22] G.C. Ball *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 1454.
- [23] P.D. Grays Eur. Phys. Jour. **C15** (2000), 1.
- [24] C. Caso *et al.* Rev. Part. Phys. **EPJ C3** (1998), 1.
- [25] J. Dobaczewski *et al.*, Phys. Lett. **B345** 5 (1995) 181.
- [26] I. Hamamoto *et al.*, Phys. Rev. **C48** 5 (1993) R960.
- [27] K.S. Krane in Low temperature nuclear orientation, eds. N.J. Stone and H. Postma North Holland, Amsterdam. 1986) 31.
- [28] P. Schuurmans *et al.*, Ph. Dessagne, A. Michalon Ch. Miehé (Eds.), workshop on the β decay, from weak interaction to nuclear structure, Strasbourg, France, march 1999, p125.
- [29] E. caurier *et al.*, Phys. Rev. Lett.**77** (1996) 1954.
- [30] J. Engel *et al.*, Phys. Rev. **C37** (1988) 731.
- [31] A. Staudt *et al.*, Europhys. Lett. **13** (1990) 31.
- [32] W.C. Haxton *et al.*, Progr. Part. Nucl. Phys.**12** (1984) 409.
- [33] P. Herczeg, in P. Langacker(Ed.)Precision tests of the Standard Electroweak Model, World Scientific, 1995, p768.
- [34] J.D. Jackson *et al.*, Phys. Rev. **106** (1957) 517.
- [35] E.G. Adelberger *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1299.
- [36] K. Kubodera *et al.*, Phys. Rev. Lett. **40** (1978) 755.
- [37] P. Baumann *et al.*, Phys. Rev. **C58** (1998) 1970.
- [38] M.S. Antony *et al.*, At. Data and Nucl. Data Tab. **66** (1997) 1. J. Britz *et al.*, At. Data and Nucl. Data Tab. **69** (1998) 125.
- [39] E.P. Wigner, in Proceedings of the Robert A. Welch Foundation Conference on Chemical Research, ed. W.O. Milligan (Welch Foundation, Houston, 1958), vol. 1, p. 88. J. Jänecke, Phys. Rev. 147, 735 (1966) and in Isospin in Nuclear Physics, ed. D.H. Wilkinson (North-Holland, Amsterdam, 1969), p.297. G.T. Garvey, in Nuclear Isospin, ed. J.D. Anderson, S.D. Bloom, J. Cerny and W.W. True (Academic Press, New York, 1969), p703.

- [40] B. Blank *et al.*, Phys. Rev. **C54** (1996) 572.
- [41] S. Czajkowski *et al.*, Nucl. Phys. **A628** (1998) 537.
- [42] L. Faux *et al.*, Nucl. Phys. **A602** (1996) 167.
- [43] H. Homma *et al.*, Phys. Rev. **C54** (1996) 2972. A. Staudt *et al.*, Z. Phys. **A334** (1989) 47.
- [44] M. Oinonen *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A5** (1999) 151.
- [45] P. Baumann *et al.*, Phys. Rev. **C50** (1994) 1180.
- [46] M. Oinonen *et al.*, Phys. Rev. **C56** (1997) 745.
- [47] A.E. Champagne *et al.*, Rev. Nucl. Part. Sci. **42** (1992) 39.
- [48] X. Campi *et al.*, Nucl. Phys. **A251** (1975) 193. A. Povès *et al.*, Phys. Lett. **B184** (1987) 311. S. Peru *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A** (2000) 35. E. Caurier *et al.*, Nucl. Phys. **A693** (2001) 374.
- [49] C. Thibault *et al.*, Phys. Rev. **C12** (1975) 644. C. Detraz *et al.*, Phys. Rev. **C19** (1979) 164. D. Guillemaud *et al.*, Nucl. Phys. **A426** (1984) 26. M. Langevin *et al.*, Nucl. Phys. **A414** (1984) 151.
- [50] G. Klotz *et al.*, Phys. Rev. **C47** (1993) 2502.
- [51] S. Nummela *et al.*, Phys. Rev. **C64** (2001) 054313.
- [52] Z. Radivojevic *et al.*, NIM **A481** (2002) 464.
- [53] S. Nummela *et al.*, Phys. Rev. **C63** (2001) 044316.
- [54] M. Girod, J. P. Delaroche, D. Gogny *Shape coexistence and shape isomerism in light even-even Se, Kr, Sr and Zr isotopes*, Nuclear structure in the nineties, Oak Ridge, 1990.
- [55] A. Petrovici *et al.*, Nucl. Phys. **A605** (1996) 290.
- [56] C. Chandler *et al.*, Phys. Rev. **C56** (1997) R2924.
- [57] D. Rudolph *et al.*, Phys. Rev. **C56** (1997) 98.
- [58] Y. Aboussir *et al.*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **61** (1995) 127. P. Möller *et al.*, Nucl. Data Tables **59** (1995) 185.
- [59] C. J. Lister *et al.*, Phys. Rev. **C42** (1990) R1191.
- [60] B. J. Varley *et al.*, Phys. Lett. **B194** (1987) 463.

-
- [61] W. Gelletly *et al.*, Phys. Lett. **B253** (1991) 287.
- [62] F. Frisk *et al.*, Phys. Rev. **C52** (1995) 2468.
- [63] I. Hamamoto et X. Z. Zhang, Z. Phys. **A353** (1995) 145.
- [64] P. Sarriguren *et al.*, Nucl. Phys. **A595** (1998) 409.
- [65] P. Sarriguren *et al.*, Nucl. Phys. **A658** (1999) 13.
- [66] P. Sarriguren *et al.*, Nucl. Phys. **A691** (2001) 631.
- [67] P. Sarriguren *et al.*, Phys. Rev. **C64** (2001) 064306.
- [68] Ch. Miehé *et al.*, SGR 1997.
- [69] I. Piqueras *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A** (2003).
- [70] A. Jokinen and Ch. Miehé, Hyp. Int. **129** (2000).
- [71] C. L. Duke *et al.*, Nucl. Phys. **A151** (1970) 609.
- [72] M. Karny *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **B126** (1997) 411.
- [73] M. Karny *et al.*, Nucl. Phys. **A640** (1998) 3.
- [74] Z. Janas *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A12** (2001) 143.
- [75] C. Plettner *et al.*, Phys. Rev. **C66** (2002) 044319.
- [76] Z. Hu *et al.*, Phys. Rev. **C62** (2000) 064315.
- [77] Ph. Dessagne et B. Rubio, Proposition d'expérience IS370, CERN/ISOLDE 1998. Proposition d'expérience IS398, CERN/ISOLDE 2001.
- [78] E. Poirier, Thèse de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg, 6 décembre 2002.
- [79] H. Schmeing *et al.*, Nucl. Phys. **A242** (1975) 232.
- [80] A. Petrovici *et al.*, Nucl. Phys. **A665** (2000) 333.
- [81] F. Becker *et al.*, Eur. Phys. Jour. **A4** (1999) 103.

Désexcitation de Noyaux de Forme très Allongée

Araceli Lopez-Martens



I Formes du noyau	2
II Existence de noyaux superdéformés	2
<i>II.1 Effets quantiques et déformation</i>	3
<i>II.2 Rotation</i>	4
III Population des états superdéformés	4
IV Dispositif expérimental	5
V Spectre d'émission d'un noyau superdéformé	5
VI Désexcitation des états superdéformés	7
<i>VI.1 Désexcitation par émission de photons et problème expérimental</i>	8
<i>VI.2 Transitions de lien direct</i>	9
<i>VI.3 Transitions du quasicontinuum</i>	11
VII Ce que nous apprennent les nombres quantiques des états superdéformés	12
VIII Ce que nous apprend le spectre de désexcitation des états superdéformés	14
IX Mécanisme de désexcitation	16
X Effets chaotiques	18
XI Conclusions et perspectives	21
XII Références	22
Lecture supplémentaire	23

I Formes du noyau

A bien d'égards, le noyau se comporte comme un objet macroscopique ayant une surface. En se restreignant à des déformations quadripolaires, il est possible de paramétrer la distance R du centre du noyau à sa surface par la formule suivante:

$$R = R_0 \left[1 + \beta \cos \gamma Y_{20}(\theta, \varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma (Y_{22}(\theta, \varphi) + Y_{2-2}(\theta, \varphi)) \right]$$

où les fonctions Y sont les harmoniques sphériques et β et γ les deux paramètres qui caractérisent la déformation : β l'élongation du noyau et γ le degré de triaxialité. Toutes les formes quadripolaires du noyau peuvent alors être représentées dans le plan (β, γ) de la figure 1. Un noyau est dit « superdéformé » lorsque β est de l'ordre de 0.5.

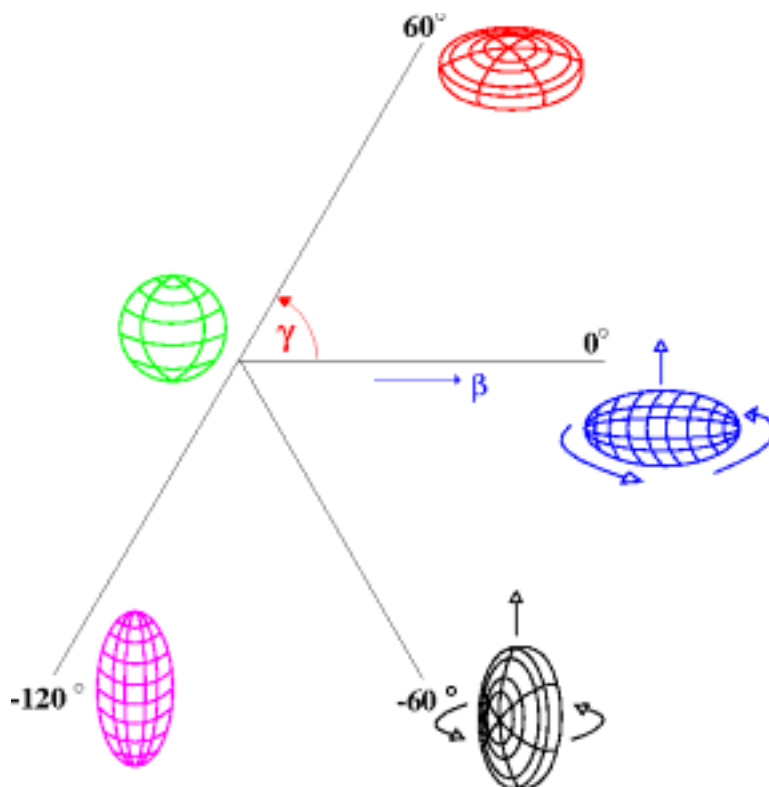


Figure 1: Déformations quadripolaires du noyau dans le plan (β, γ) . Les noyaux à élongation β non nulle et $\gamma=0^\circ$ sont dits prolates alors que ceux à $\gamma=60^\circ$ sont dit oblates.

II Existence de noyaux superdéformés

Le premier indice de l'existence de noyaux superdéformés date de 1962 [1]. En effet, c'est à cette époque que Polikanov et al. découvrent l'existence d'un état excité du noyau de ^{242}Am qui fissionne rapidement, mais avec une certaine durée de vie. C'est ce qu'on a appelé par la suite des isomères de fission. L'explication de ce phénomène en termes de déformation n'est venu que plus tard avec Strutinski en 1967 [2]: ces états du noyau correspondraient à des minima secondaires de l'énergie potentielle du noyau à grande déformation axiale et seraient ainsi protégés de la fission par une barrière de potentiel (voir figure 2).

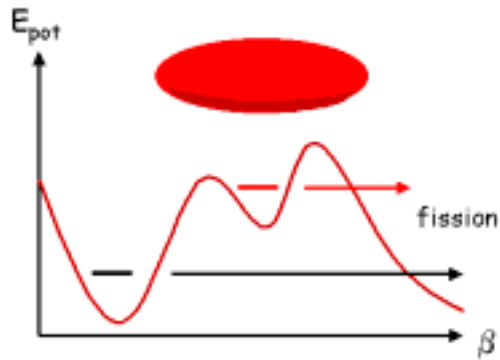


Figure 2: Energie potentielle du noyau en fonction du paramètre de déformation β . Il apparaît deux puits de potentiel, correspondant à deux formes différentes du noyau. Les deux états du noyau sont protégés de la fission par une barrière de potentiel.

II.1 Effets quantiques et déformation

De telles déformations ne s'expliquent pas dans une description macroscopique du noyau. En effet, si on étire une goutte de fluide incompressible, celle-ci finit par se casser (fissionner) mais elle n'adopte jamais une forme très allongée. L'existence de ces formes est une conséquence directe de la nature quantique des constituants du noyau. Les protons et neutrons occupent des niveaux discrets d'énergie dont la densité varie en fonction de la déformation du noyau (ou potentiel nucléaire). Ceci est illustré sur la figure 3. Les zones de basse densité, ou

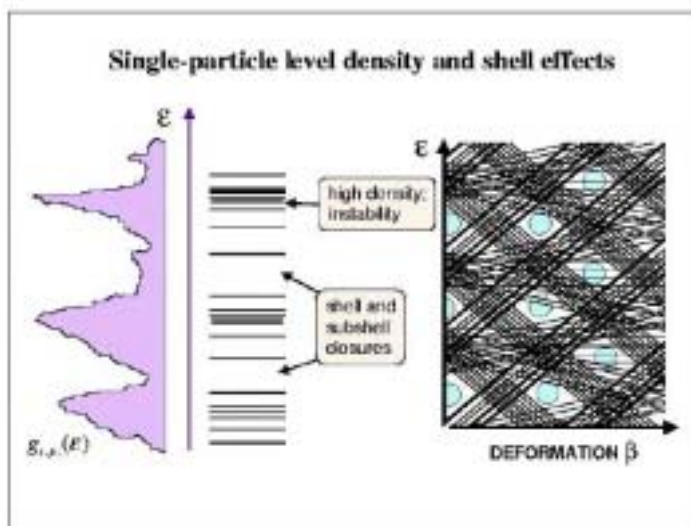


Figure 3: A gauche, spectre de niveaux d'énergie de particules individuelles et densité de niveaux $g_{sp}(E)$ correspondante. A droite, spectre de niveaux d'énergie en fonction du paramètre de déformation β . Les cercles dénotent les régions de basse densité d'états : les gaps

gaps, dans le spectre des énergies des niveaux proches du niveau de Fermi, procurent une stabilité accrue au noyau et rendent certaines déformations énergétiquement favorables.

II.2 Rotation

La densité de niveaux d'énergie varie également en fonction du spin total du noyau. C'est ainsi que la superdéformation peut devenir la forme préférentiellement adoptée par le noyau au delà d'une certaine valeur du spin et donc au delà d'une certaine fréquence de rotation.

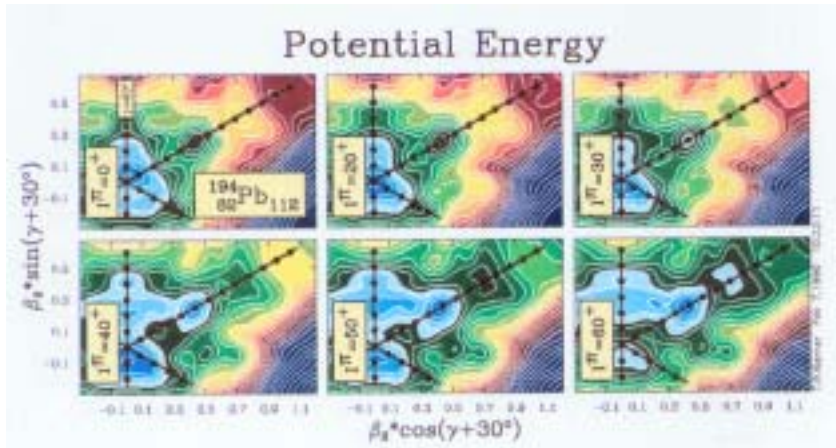


Figure 4: Surfaces d'énergie potentielle du noyau de ^{194}Pb dans le plan (β, γ) calculées à différents spins du noyau (0 à $60\hbar$). A bas spin, le minimum d'énergie potentielle (couleur bleu ciel dans le code de couleur) est obtenu à déformation nulle. Au delà de $40\hbar$, le minimum se trouve à la superdéformation.

On appelle états yrasts, les états du noyau de plus basse énergie pour un spin donné. D'après les calculs théoriques présentés sur la figure 4 [3], les états superdéformés du noyau de ^{194}Pb deviennent yrasts à partir du spin $\sim 40\hbar$.

III Population des états superdéformés

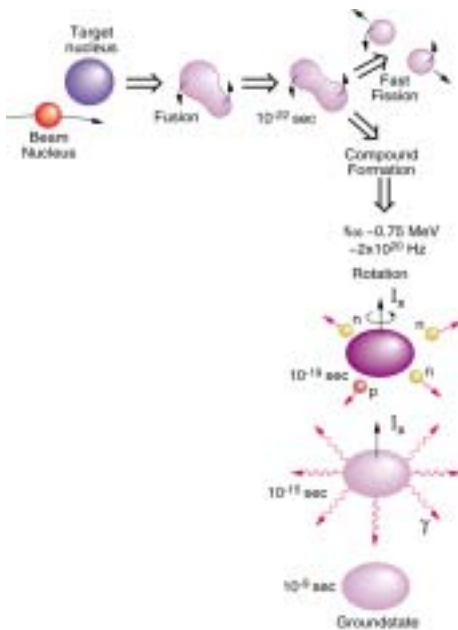


Figure 5: Chronologie d'une réaction de fusion-évaporation

Comme les états superdéformés sont les états de plus basse énergie du noyau à haut spin, la meilleure façon de les peupler est d'utiliser des réactions de fusion-évaporation (voir figure 5 ci-contre) qui apportent beaucoup de moment angulaire au noyau composé. Un projectile de type ion lourd fusionne avec un noyau cible pour former un noyau composé qui a typiquement un spin de l'ordre de $\sim 60\hbar$ et 50 MeV d'énergie d'excitation. Si le noyau survit à la fission, une partie de cette énergie est évacuée par évaporation de particules légères (neutrons, protons, particules alpha,...). Lorsque l'énergie du noyau est inférieure à l'énergie de liaison de ces particules, le noyau se désexcite vers son état fondamental en émettant une série de photons γ (entre 20 et 30). Seule une réaction de fusion sur 100 mène à un noyau superdéformé : c'est donc un événement rare et pour l'étudier, il est nécessaire d'utiliser un appareillage performant.

IV Dispositif expérimental

Pour que l'appareillage soit efficace, il est nécessaire qu'il ait une grande couverture angulaire autour de la cible : il aura donc une géométrie 4π . Comme il faut pouvoir détecter un maximum de photons en coïncidence, l'appareillage doit être granulaire et sera donc composé d'un grand nombre de détecteurs. Le matériau qui allie le mieux efficacité et résolution en énergie est le germanium refroidi à la température de l'azote liquide. L'appareillage sera ainsi constitué d'un grand nombre de détecteurs au germanium entourant la cible.

Pour augmenter le rapport signal sur bruit, chaque cristal de germanium est entouré d'un bouclier anti-Compton constitué d'un matériau dense. Ces boucliers détectent les photons qui diffusent hors du cristal de germanium et permettent ainsi de rejeter une grande partie des événements ($\sim 50\%$ pour des photons de 1 MeV) qui ne correspondent pas à un dépôt complet de l'énergie des photons dans le germanium.

Un des deux détecteurs les plus performants au monde s'appelle Euroball [4] (voir dessin et photographie de la figure 6). C'est un multidétecteur européen qui se trouve actuellement à Strasbourg auprès de l'accélérateur Vivitron. Il comprend 239 cristaux de germanium. Un certain nombre de ces cristaux sont regroupés par 4 (formant ainsi un clover) ou par 7 (un cluster) dans un même cryostat. L'autre multidétecteur s'appelle Gammasphere [5]. Il est américain et comprend 110 cristaux. L'efficacité photopique de ces multidétecteurs est comparable ($\sim 10\%$ à 1 MeV) : si 30 photons sont émis lors d'une réaction, 3 en moyenne sont détectés avec leur pleine énergie.

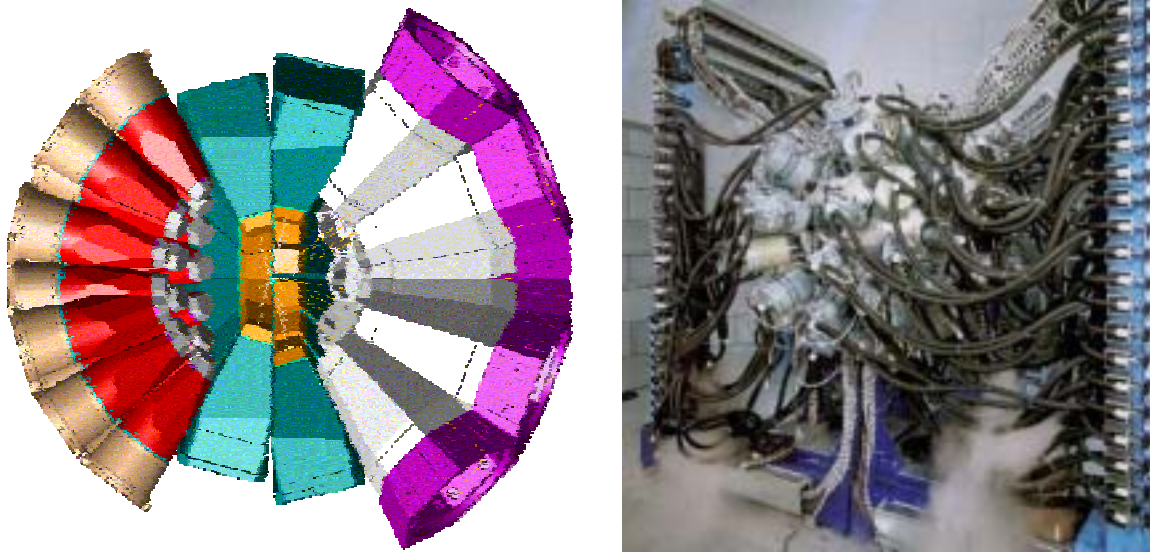


Figure 6: Demi-sphère du multidétecteur Euroball. À droite (à l'arrière) sont disposés les clusters, au centre, les clovers et à gauche (à l'avant) les détecteurs monocristallins tronconiques. Au centre, se trouve la cible. Sur la photographie d'Euroball, ne sont visibles que les réservoirs et les tuyaux d'alimentation d'azote liquide.

V Spectre d'émission d'un noyau superdéformé

Par analogie avec la rotation d'un ellipsoïde rigide en mécanique classique, le spectre de niveaux d'énergie d'un noyau superdéformé en rotation autour d'un axe perpendiculaire à son axe de symétrie devrait suivre la relation :

$$E(I) = E_0 + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} I(I+1)$$

où E_0 est l'énergie interne du noyau, I son moment angulaire et \mathfrak{I} son moment d'inertie. Cette relation suppose qu'on peut décomposer l'Hamiltonien du noyau en une partie intrinsèque et une partie rotationnelle. Du fait de l'invariance par réflexion du système, le noyau se désexcite d'un état de spin I vers le suivant en émettant un photon d'énergie E_γ qui emporte deux unités de spin. Deux quantités peuvent être définies qui ne dépendent que de l'énergie des photons émis ;

la fréquence de rotation ω :

$$\hbar\omega = \frac{dE(I)}{dI_x} \approx \frac{E_\gamma}{2}$$

I_x est la projection du spin total du noyau sur l'axe de rotation et si K est la projection sur l'axe de symétrie, $I = \sqrt{I_x^2 + K^2}$

et le moment d'inertie dynamique $\mathfrak{I}^{(2)}$:

$$\mathfrak{I}^{(2)} = \left[\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E(I)}{dI_x^2} \right]^{-1} = \hbar \frac{dI_x}{d\omega} \approx \frac{4\hbar^2}{\Delta E_\gamma}$$

ΔE_γ est la différence entre les énergies de deux photons consécutifs. $\mathfrak{I}^{(2)}$ reflète la réponse du système à la rotation, et en particulier, le réarrangement et/ou alignement des nucléons pour générer du spin.

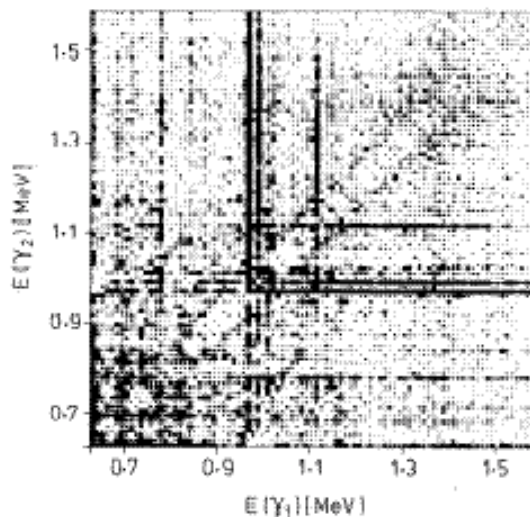


Figure 7: Matrice de coïncidences obtenue dans la réaction $^{208}\text{Pd}(^{48}\text{Ca},4n)^{152}\text{Dy}$ à 205 MeV. Le premier ridge est visible de part et d'autre de la diagonale pour des transitions d'énergie comprise entre 0.9 et 1.4 MeV. Les lignes horizontales et verticales correspondent au fond de diffusions Compton détectées en coïncidence avec des transitions intenses du ^{152}Dy .

Si le moment d'inertie dynamique est constant, le spectre d'émission du noyau consiste en une série de raies régulièrement espacées en énergie qui forment une bande rotationnelle. Dans une matrice de coïncidences, cette séquence de transitions donne lieu à une figure de corrélation bien particulière : des pics de coïncidence disposés sur une grille dont la diagonale est vide puisque aucune transition n'est en coïncidence avec elle-même. Si une multitude de séquences rotationnelles sont émises et qu'elles correspondent à un même moment d'inertie dynamique du noyau, au lieu de pics distincts, la matrice de coïncidence présentera des crêtes parallèles à la diagonale (appelées « ridges ») et dont l'espacement est caractéristique du moment d'inertie dynamique du noyau superdéformé.

La première observation du phénomène de superdéformation à haut moment angulaire date du début des années 80 avec la découverte en 1984 [6] de « ridges » superdéformés dans la

matrice de coïncidences du noyau de ^{152}Dy (voir figure 7) et en 1986 [7], la découverte des transitions discrètes de la bande fondamentale superdéformée de ^{152}Dy .

Depuis 1986, beaucoup d'autres cas de superdéformation ont été observés dans des noyaux de masse 30, 60, 80, 110, 130, 150, 170, 190 et 230 et dans la plupart des cas, plusieurs bandes sont observées dans un même noyau. A ce jour, plus de 200 bandes rotationnelles sont répertoriées. Comme le montre la figure 8, les moments d'inertie dynamique de ces bandes, corrigés de leur dépendance en masse ($\mathcal{J}^{(2)}/A^{5/3}$), se regroupent autour de la valeur du moment d'inertie d'un rotor rigide axial de rapport grand axe sur petit axe de l'ordre de 2.

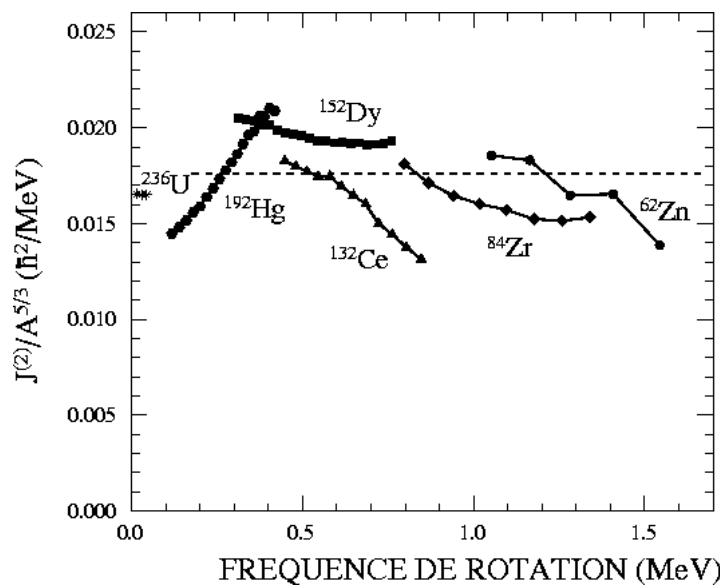


Figure 8: Moments d'inertie dynamique de quelques bandes rotationnelles superdéformées corrigés de leur dépendance en masse ($A^{5/3}$). En pointillés, est représentée la valeur du moment d'inertie d'un rotor rigide de même déformation.

VI Désexcitation des états superdéformés

La propriété commune à toutes les bandes rotationnelles superdéformées est leur profil d'intensité. En effet l'intensité des transitions d'une bande superdéformée en fonction de l'énergie de transition présente 3 régimes caractéristiques : à haute énergie de transition, ou haute fréquence de rotation, l'intensité des transitions croît graduellement : c'est le régime de population. Suit ensuite un régime de saturation, où l'intensité des transition est constante. Puis, à basse fréquence de rotation (aux spins 6-10 \hbar dans les noyaux de masse 190 et 25-30 \hbar dans les noyaux de masse 150) l'intensité disparaît soudainement en l'espace de 2 à 3 transitions (voir figure 9). La même chose a lieu à plus haute énergie d'excitation dans le puits de potentiel superdéformé : en effet, l'intensité des crêtes superdéformées décroît rapidement à basse fréquence de rotation [8].

Le cas le plus répandu est que toute l'intensité qui est présente dans la bande superdéformée alimente l'état fondamental normalement déformé du même noyau : la désexcitation du noyau superdéformé s'accompagne d'un changement de forme. Mais il y a d'autres cas où le noyau superdéformé émet un proton (exemple du ^{58}Cu [15]) ou une particule alpha ; la désexcitation s'accompagne alors d'un changement de noyau. Enfin, il existe le cas des isomères de fission où le noyau superdéformé peut fissionner et/ou changer de forme et décroître vers son état fondamental normalement déformé.

Il faut noter que ce n'est qu'en identifiant les cascades de désexcitation qu'il est possible de déterminer les énergies d'excitation, spins et parités des états superdéformés et c'est un travail d'autant plus difficile que les transitions de désexcitation sont énergétiques car l'efficacité de détection chute dramatiquement à haute énergie de transition.

En identifiant les différentes composantes du spectre de transitions émises en coïncidence avec les transitions de la bande superdéformée, il est possible d'isoler le spectre des transitions associées à la désexcitation du noyau superdéformé. Ce spectre est quasi-continu et reflète la grande fragmentation des cascades de désexcitation.

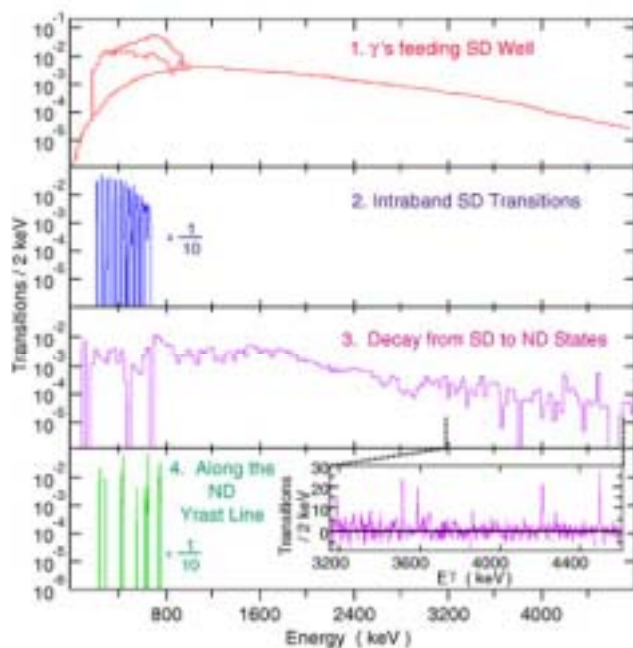


Figure 11: Quatre étapes de la vie du noyau superdéformé de ^{194}Hg : 1- spectre d'alimentation des états superdéformés yrasts qui suit l'évaporation de particules légères, 2- spectre des transitions de la bande superdéformée yrast, 3- spectre des transitions désexcitant les états superdéformés et enfin 4- spectre des transitions entre états yrasts normalement déformés peuplés dans la désexcitation des états superdéformés.

En moyenne, chaque cascade de désexcitation comporte plusieurs transitions (dans les noyaux de masse 190, c'est de l'ordre de 2 à 3), cependant, le noyau peut aussi se désexciter vers les états yrasts normalement déformés en émettant une seule transition, appelée transition de lien direct ou « link ». Parfois, comme c'est le cas du noyau de ^{194}Hg , ces transitions sont clairement visibles dans la partie haute énergie du spectre de désexcitation (voir zoom en bas de la figure 11). Les énergies d'excitation, spins et parités des états normalement déformés du noyau étant en général très bien connus, il suffit alors de connaître la multipolarité et le caractère magnétique ou électrique des transitions de lien direct pour déterminer les nombres quantiques de base des états superdéformés.

VI.2 Transitions de lien direct

Dans le cas du noyau de ^{194}Hg , quatre transitions de lien direct ont été observées d'énergies comprises entre 3.4 et 4.5 MeV : deux d'entre elles désexcitent l'état superdéformé alimenté par la transition superdéformée de 296 keV et les deux autres désexcitent l'état superdéformé alimenté par la transition à 254 keV. Une analyse de la distribution angulaire des transitions de lien direct dans le multidétecteur Gammasphere a permis d'établir leur caractère dipolaire. Les deux derniers états superdéformés observés ont donc un spin 10 et 12 et l'état de spin 10

se trouve à 4.2 MeV au dessus de l'état normalement déformé yrast de même spin [9] : les états superdéformés de ^{194}Hg sont donc à très haute énergie d'excitation.

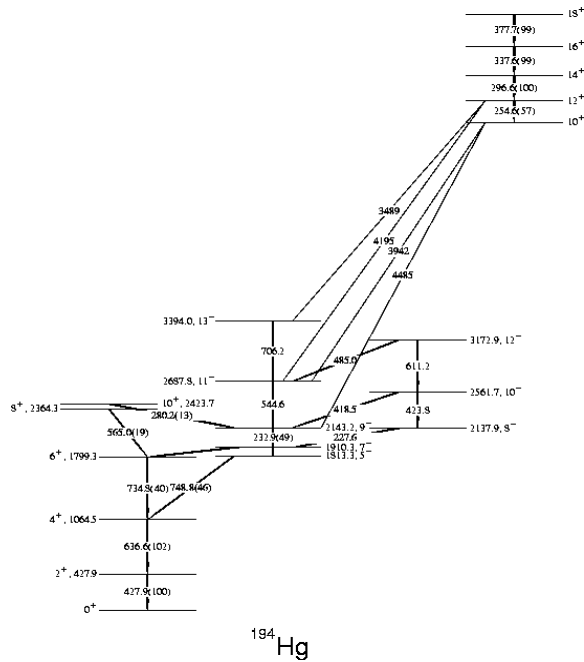


Figure 12: Emplacement des transitions de lien direct dans le schéma de niveaux du noyau de ^{194}Hg .

Les transitions de lien direct peuplent des états normalement déformés de parité négative. Or il est beaucoup plus probable que ces transitions (d'énergie $E_\gamma \sim 4$ MeV) soient de nature électrique que magnétique. La parité la plus probable des états superdéformés yrasts de ^{194}Hg est donc positive. Au total, ces transitions emportent 4.8% de l'intensité présente dans la bande superdéformée.

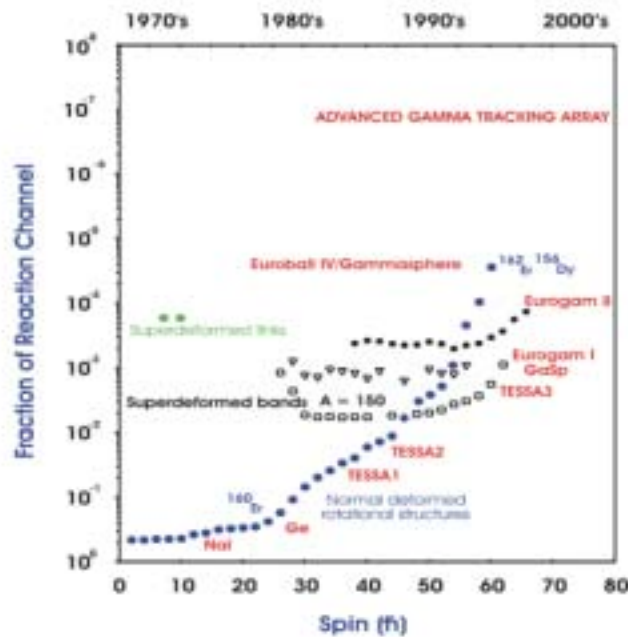


Figure 13: Progrès de la spectroscopie γ en fonction des développements techniques, illustrés par la fraction de la réaction qui est observable à un spin donné.

Le reste du flux se retrouve dans le spectre quasi-continu et quelques autres raies discrètes émises soit dans le premier pas de la cascade de désexcitation soit dans le dernier (pour des raisons de densité d'états initiaux et finals, seules ces transitions ont une chance d'être résolues expérimentalement).

Un point important à noter est la faible intensité des transitions de lien direct : chacune représente environ 1% de 1% de la voie de réaction menant au noyau de ^{194}Hg , soit $\sim 10^{-4}$. Cette fraction de la voie de réaction est aux limites de ce qui est détectable avec les multidétecteurs d'aujourd'hui (voir figure 13) : ceci rend l'étude de la désexcitation extrêmement difficile.

Le cas le plus récent de noyau pour lequel on connaît désormais les énergies d'excitation, spins et parité des états superdéformés yrasts est le ^{152}Dy (figure 14).

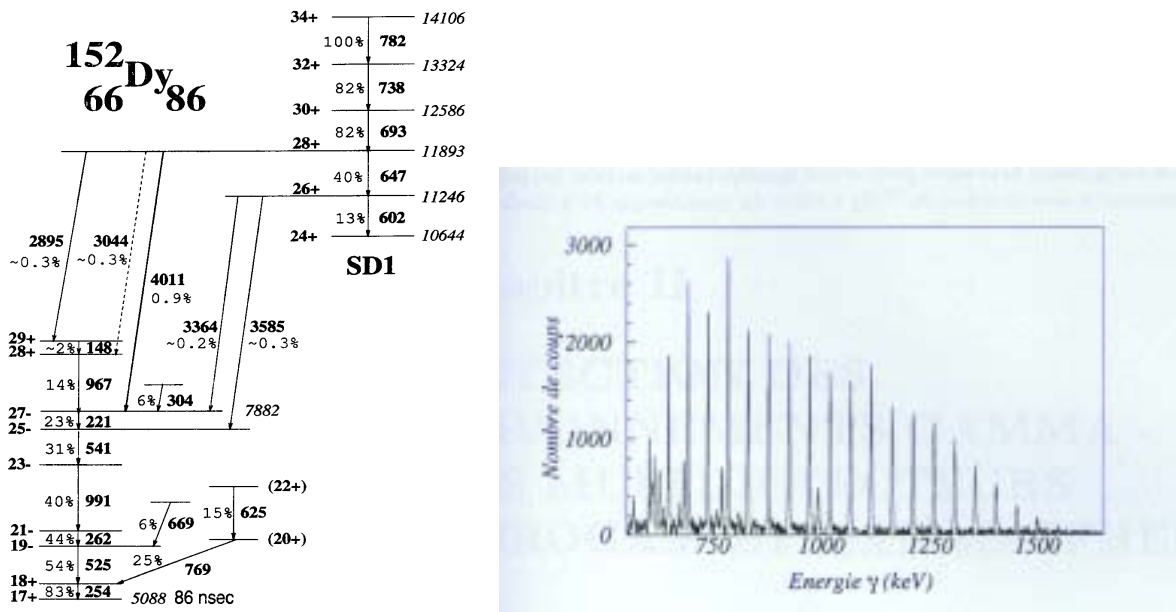


Figure 14: A droite, spectre des transitions de la bande superdéformée fondamentale de ^{152}Dy . A gauche, schéma de désexcitation des derniers états de la bande.

L'état superdéformé 28^+ se situe à 3.7 MeV au dessus de son équivalent normalement déformé [10].

Cependant et malgré les efforts déployés sur le plan expérimental, seule une bande superdéformée sur 10 a des nombres quantiques connus : ^{36}Ar [11], ^{40}Ca [12], $^{60-61}\text{Zn}$ [13,14], $^{58-59}\text{Cu}$ [15,16], ^{56}Ni [17], $^{132-137}\text{Nd}$ [18,23], ^{152}Dy [10], $^{163-164}\text{Lu}$ [24,25], ^{194}Hg [9,26], ^{194}Pb [27], $^{236,238}\text{U}$ [28,29]. Toutes les autres bandes demeurent flottantes.

VI.3 Transitions du quasi-continu

A défaut d'avoir une valeur absolue de l'énergie d'excitation et du spin des états superdéformés, on peut en extraire une valeur moyenne à partir du spectre quasi-continu de désexcitation. En effet, le centroïde du spectre donne l'énergie moyenne des transitions de désexcitation et sa surface donne le nombre moyen de transitions émises (multiplicité moyenne) lors de la désexcitation. Le produit de ces deux chiffres représente alors l'énergie E_R moyenne emportée par les photons de désexcitation alors que la multiplicité moyenne multipliée par $0.5 \hbar$ représente le spin I_R moyen emporté (ceci suppose une émission E1 statistique).

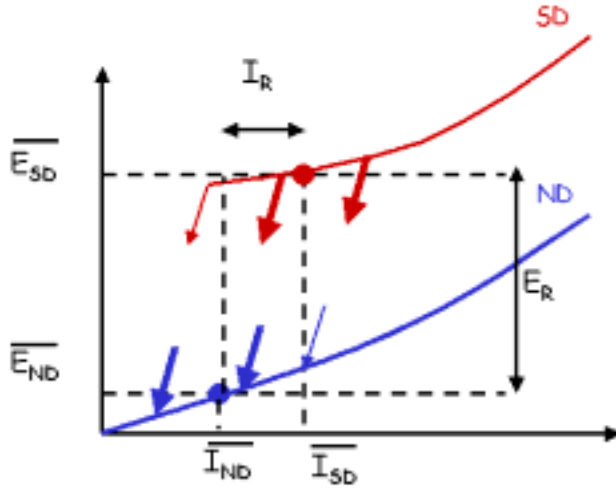


Figure 15: Plan (E,I) où sont représentées les lignes yrasts superdéformées et normalement déformées et les quantités indispensables, E_R , I_R , \bar{E}_{ND} et \bar{I}_{ND} , à la détermination des coordonnées moyennes ($\bar{E}_{SD}, \bar{I}_{SD}$) du point de désexcitation

En sachant à quels spin \bar{I}_{ND} et énergie d'excitation \bar{E}_{ND} moyens les cascades de désexcitation alimentent les états normalement déformés yrasts, il est possible, comme c'est illustré dans la figure 15, de déterminer le spin et l'énergie d'excitation moyens des états superdéformés qui se désexcitent. Dans le cas du ^{192}Hg , étudié à Eurogam et Gammasphere, ce type d'analyse a donné les résultats: $\bar{E}_{SD}(\bar{I}_{SD}=10\hbar) = 6.7 \pm 0.9 \text{ MeV}$ [30] et $5.8 \pm 0.5 \text{ MeV}$ [31] respectivement. L'incertitude sur la valeur de l'énergie d'excitation moyenne provient des hypothèses faites pour extraire le spectre de désexcitation à partir du spectre d'émission totale. En effet, le spectre de désexcitation repose sur le spectre d'alimentation statistique des états superdéformés (voir figure 11) qui est mal connu. Cette méthode d'analyse statistique du quasi-continuum a cependant été validée [31] dans le cas du ^{194}Hg pour lequel les énergies d'excitation et spins absolus des états superdéformés sont connus.

VII Ce que nous apprennent les nombres quantiques des états superdéformés

La connaissance de l'énergie d'excitation des états superdéformés permet une comparaison plus poussée avec les calculs théoriques. Ceci est illustré dans le tableau 1 qui résume les résultats de plusieurs calculs self-consistants de type champ moyen relativiste (RMF) avec la force NL3, champ moyen (tournant ou non) utilisant des forces de type Skyrme (SKM*, SKP, SLy4) et différents traitements des corrélations d'appariement (BCS, transformation de Bogolioubov, force d'appariement constante ou dépendante de la densité) et approche au delà du champ moyen avec la Méthode de la Coordonnée Génératrice avec la force de Gogny et des extensions permettant d'inclure la rotation (Gaussian Overlap Approximation).

Il apparaît clairement que les modèles théoriques ont des difficultés à reproduire l'ensemble des données même s'il arrive qu'une énergie calculée soit en bon accord avec la mesure expérimentale. Par ailleurs, toutes les approches, sauf la dernière qui se base sur des combinaisons linéaires d'états correspondant à des déformations différentes, obtiennent l'état fondamental du ^{192}Hg à plus basse énergie (ou à la même énergie) d'excitation que celui du

^{194}Pb . Ceci reflète la difficulté d'évaluer la densité de niveaux autour du niveau de Fermi à la superdéformation.

type de calcul	^{192}Hg	^{194}Hg	^{194}Pb
RMF+NL3 [32]	4.46	6.0	4.53
HF+BCS (SKM*) [33]	4.2	5.0	4.86
CHFB (SKM*+DDPI) [34]	4.7	5.5	4.7
CHFB (SKP+DDPI) [34]	4.6	5.5	5.6
CHFB (SLy4+DDPI) [34]	5.2	6.5	6.2
GCM+GOA+HFB (Gogny) [35]	5.08	6.49	4.55
Expérience	5.3(5), 6.1(9)	6.0	4.6

Tableau 1 : Energies d'excitation (en MeV) de l'état superdéformé fondamental (tête de bande) de trois noyaux de la masse 190 calculées avec plusieurs approches théoriques utilisant différentes forces effectives. La dernière ligne correspond aux extrapolations jusqu'à spin nul de l'énergie d'excitation mesurée au spin où a lieu la désexcitation (valeurs moyennes dans le cas d'analyses du quasi-continuum de désexcitation pour le ^{192}Hg et valeurs absolues données par les « links » dans les deux autres cas).

La position relative des différents états fondamentaux superdéformés et normalement déformés permet d'extraire les énergies de séparation de deux neutrons ou protons pour la matière nucléaire superdéformée (voir figure 16). Ces quantités sont riches en information puisque très sensibles à la position et magnitude des gaps dans le spectre des niveaux à particules individuelles.

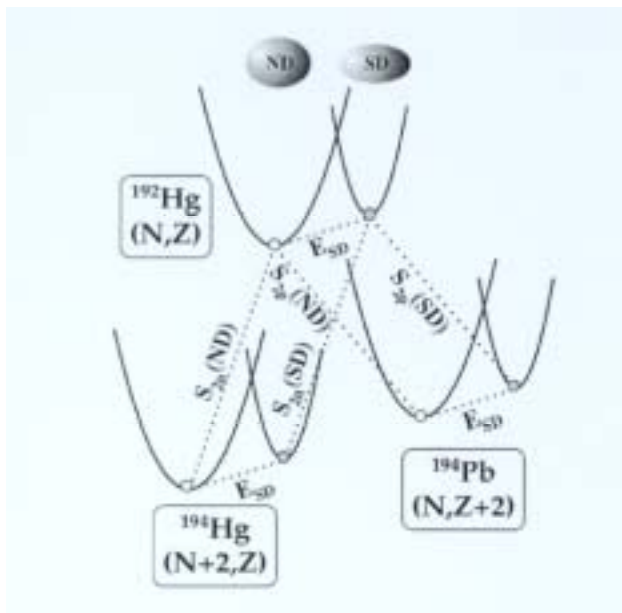


Figure 16: Représentation schématique des courbes d'énergie potentielle des 3 noyaux pair-pair ^{192}Hg , ^{194}Hg et ^{194}Pb , des énergies d'excitation des états superdéformés E_{SD} et des énergies de séparation de deux particules (2 neutrons et 2 protons) dans les états fondamentaux normalement déformés et superdéformés.

Le comportement des énergies d'excitation des états superdéformés le long d'une chaîne isotopique permet également d'extraire des informations pertinentes, notamment la valeur expérimentale du gap d'appariement neutron est obtenue en comparant les masses des noyaux superdéformés impairs et pairs voisins. Une étude faite sur 5 isotopes de Néodyme (du ^{132}Nd au ^{137}Nd) pour lesquels les énergies d'excitation des états superdéformés sont connues a montré que les corrélations d'appariement neutron à la superdéformation subsistent à haut spin mais sont réduites par rapport à celles qui existent dans la matière nucléaire normalement déformée [22].

Lorsque les énergies d'excitation et spins sont connus pour les membres de la bande fondamentale d'un noyau mais aussi pour ceux d'une bande excitée du même noyau, il est possible de qualifier la nature de l'excitation. Dans le ^{194}Hg par exemple, les états de la bande dite 3 ont également été reliés par des transitions de grande énergie aux états yrasts de plus faible déformation [26]. Il s'avère que leurs spins sont impairs et leur parité négative. Il s'avère également qu'en compétition avec l'émission E2, les états de la bande 3 se désexcitent par une émission E1 accélérée vers les états de la bande fondamentale. Toutes ces observations sont autant d'indications supplémentaires que la bande 3 est bâtie sur une vibration octupolaire de l'état superdéformé fondamental. La base microscopique de cette mollesse face au degré de liberté octupolaire est la présence autour du niveau de Fermi d'orbitales dont la combinaison donne lieu à des configurations à 2 quasi-particules $K=3^-$.

Le phénomène dit de « bandes identiques » est une observation très répandue à la superdéformation mais qui reste sans explication. A titre d'exemple, les transitions de la bande 3 de ^{194}Hg sont rigoureusement identiques à celles de la bande fondamentale de ^{192}Hg sur une large gamme d'énergie de transition : entre 400 et 800 keV. Des mesures de temps de vie ont montré que les moments quadripolaires des noyaux sont identiques dans les deux émissions (aux incertitudes expérimentales près). Les spins des états de la bande fondamentale du ^{192}Hg sont pairs et la parité est très probablement positive puisqu'il s'agit de la bande fondamentale d'un noyau pair-pair. On peut donc en conclure que des bandes identiques n'ont pas nécessairement les mêmes nombres quantiques. Des arguments en termes d'effets de « blocking » sur l'appariement combinés à des effets d'alignement des nucléons à plus haute fréquence de rotation ont été avancées pour expliquer l'identité (qualifiée d'accidentelle) des deux bandes. Dans la région de masse $A\sim 150$ une explication du phénomène des bandes identiques, basée sur l'annulation des effets d'alignement de particules et de déformation, a également été proposée, mais l'hypothèse de la manifestation d'une symétrie nouvelle n'est toujours pas écartée.

Enfin, la connaissance des nombres quantiques des états superdéformés est indispensable à la compréhension de la population des états superdéformés en général. En effet, l'emplacement de la ligne superdéformée yrast dans le plan (E,I) du noyau est un ingrédient crucial pour le calcul des densités d'états superdéformés ainsi que pour les probabilités de transition E1 et E2 du noyau superdéformé qui sont des paramètres importants des simulations du processus de population. Dans le cas du noyau de ^{152}Dy , par exemple, les spins et énergies d'excitation des derniers états de la bande fondamentale ont placé le point de croisement des lignes normalement déformée et superdéformée yrasts 1 MeV et $10\hbar$ plus bas que ce qui était précédemment supposé. Ceci a des conséquences dramatiques pour les simulations de la population qui sont censées reproduire le profil d'intensité des transitions de la bande fondamentale. En effet, en abaissant d'1 MeV le point de croisement (et en gardant tous les autres paramètres à leur valeur nominale) l'intensité de population de la bande augmente d'un facteur 2 et le profil est décalé de 2 transitions (équivalent à $4\hbar$) vers le bas. Ceci pose un problème puisque l'intensité observée des états superdéformés à haut spin, bien qu'extrêmement faible (1% de la voie de réaction), est déjà plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle des états normalement déformés de même spin. Cette différence de population n'est d'ailleurs toujours pas comprise.

VIII Ce que nous apprend le spectre de désexcitation des états superdéformés

La forme du spectre de désexcitation reflète directement la densité d'états à déformation normale puisque c'est par ces états que le noyau se désexcite jusqu'à son état fondamental. Un calcul simple de désexcitation statistique à partir d'un état situé à 4.3 MeV au dessus de la

ligne yrast normalement déformée a été effectué pour le ^{192}Hg [36] (cette énergie correspond à l'énergie d'excitation des états superdéformés extraite par l'analyse du quasi-continuum de désexcitation). A partir de niveaux à particules individuelles équidistants, les états du noyau sont calculés puis comptés en fonction de l'énergie d'excitation U du noyau afin d'obtenir la densité d'états $\rho(U)$ qui figure dans l'équation de probabilité de transition statistique E1 :

$$T(E1) = \frac{16\pi}{9\hbar(\hbar c)^3} \int_0^U \frac{\rho(U - E_\gamma)}{\rho(U)} f_{GDR}(E_\gamma) E_\gamma^3 dE_\gamma$$

où E_γ sont les énergies de transitions. $f_{GDR}(E_\gamma)$ est la force de la résonance géante dipolaire électrique. Elle correspond à l'élément de matrice de transition E1 par unité d'énergie d'excitation.

Le spectre de désexcitation obtenu est montré sur la figure 17 (cas sans pairing). Sa forme ne correspond pas du tout à celle du spectre de désexcitation expérimental (données représentées avec des barres d'erreur dans le panneau en haut à droite de la figure 17) et ceci est dû à l'accroissement monotone de la densité d'états avec l'énergie d'excitation.

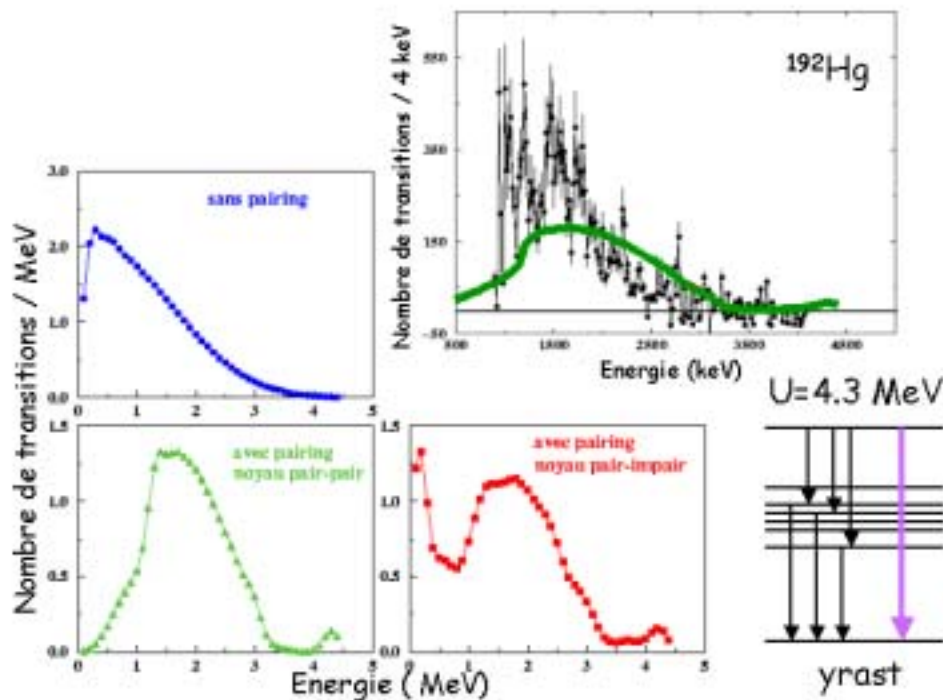


Figure 17: Spectres théoriques de désexcitation statistique à partir d'un état à 4.3 MeV au dessus de la ligne yrast normalement déformée (3 panneaux en bas à gauche, sans pairing, avec pairing pour le cas d'un noyau ayant un nombre pair de protons et un nombre pair de neutrons et pour le cas d'un noyau pair-impair) et spectre de désexcitation expérimental des états superdéformés de ^{192}Hg superposé au spectre calculé avec pairing pour un noyau pair-pair.

Le spectre expérimental de désexcitation du ^{192}Hg n'est bien reproduit que lorsque les effets des corrélations d'appariement sur la densité d'états normalement déformés sont inclus dans les calculs. L'introduction de l'appariement se fait avec le formalisme de BCS et la densité d'états est réévaluée en comptant le nombre d'excitations de quasi-particules. Il apparaît des structures dans la densité d'états et notamment le gap entre l'état fondamental et les premiers états excités. Ce domaine en énergie d'excitation dépourvu d'états est responsable du tassement du spectre autour de 1.6 MeV (toutes les cascades de désexcitation doivent « sauter » le gap) et des zones déplétées à basse et haute énergie de transition (le noyau ne

peut que rarement se désexciter en émettant un photon de 3 MeV puisque les états finaux à 1.3 MeV au dessus de la ligne yrast sont très peu nombreux).

La densité d'états normalement déformés est finie aux énergies d'excitation d'intérêt : le noyau a à sa disposition un nombre fini de chemins ou cascades de désexcitation. Si ces différentes cascades sont échantillonnées avec suffisamment de statistique dans l'expérience, les fluctuations dans la distribution du nombre de coups du spectre de désexcitation résultant, soit le rapport μ_2/μ_1 de la variance de la distribution de coups sur sa moyenne, sont reliées au nombre de chemins de désexcitation N_t par l'équation suivante [37]:

$$N_t = \frac{N_{evt}}{\frac{\mu_2}{\mu_1} - 1}$$

où N_{evt} est le nombre d'événements.

Cette analyse des fluctuations a été appliquée aux spectres quasi-continus de désexcitation du ^{192}Hg [38] et ^{194}Hg [39]: de l'ordre de 10^4 transitions d'énergie comprise entre 1 MeV et 4.5 MeV sont échantillonnées lors de la désexcitation des états superdéformés. La désexcitation est donc extrêmement fragmentée. La comparaison entre cette analyse et celle effectuée sur le spectre d'alimentation statistique montre des comportements très différents du nombre de transitions échantillonnées en fonction de l'énergie de transition : d'une part le nombre de transitions est plusieurs ordres de grandeur supérieur et d'autre part, il ne chute pas aussi abruptement à haute énergie de transition. Ceci implique qu'à la différence des cascades d'alimentation statistique qui ont pour origine une multitude d'états initiaux peuplés par l'évaporation de particules légères, les cascades de désexcitation n'ont qu'un, voire deux états initiaux.

IX Mécanisme de désexcitation

La désexcitation des états superdéformés est expliquée en termes de couplage des états superdéformés avec des états de plus faible déformation à travers la barrière de potentiel qui les sépare. Par ce processus, la fonction d'onde de l'état superdéformé acquiert une composante à plus faible déformation et c'est celle-ci qui précipite la désexcitation.

Comme le montrent l'analyse en fluctuations et certains calculs théoriques de pénétration de barrière, le couplage est très probablement faible : l'état superdéformé auquel a lieu la désexcitation n'interagit qu'avec un seul état normalement déformé. De cette interaction, il résulte deux états, dont l'un :

$$|\psi_1\rangle = \cos\theta |SD\rangle + \sin\theta |ND\rangle$$

(θ est le petit angle de mélange) a une composante majoritairement superdéformé (l'amplitude de cette composante est représentée en mauve dans la figure 18) et l'autre :

$$|\psi_2\rangle = -\sin\theta |SD\rangle + \cos\theta |ND\rangle$$

possède une composante majoritairement normalement déformée.

L'état majoritairement superdéformé peut alors soit décroître vers le prochain état superdéformé soit décroître vers des états normalement déformés de plus basse énergie par le biais de sa composante normalement déformée. La désexcitation a lieu lorsque la largeur partielle de transition « hors-bande » Γ_{ND} est compétitive face à la largeur partielle de transition « intra-bande » Γ_{SD} .

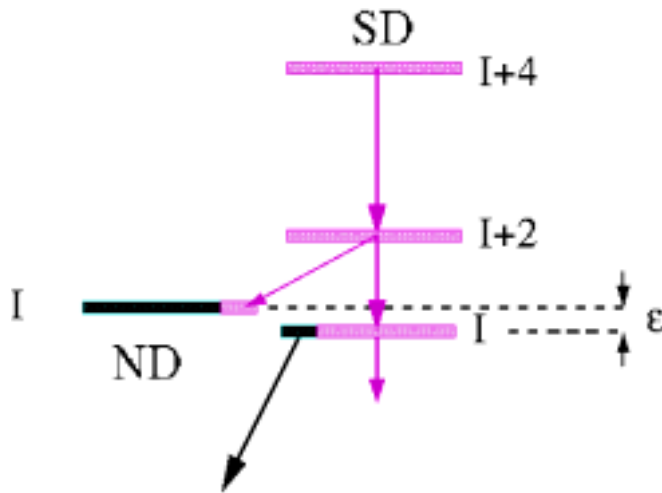


Figure 18 : Représentation schématique du résultat du couplage entre un état superdéformé et normalement déformé. Les amplitudes des composantes normalement déformées et superdéformées des états issus du couplage sont représentées par des traits plein noirs et mauves de longueur différente.

Les 2 états, $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle$, issus du mélange au spin I, sont peuplés par l'état superdéformé de spin I+2 proportionnellement à l'amplitude de leur composante superdéformée au carré. La transition superdéformée I+2- \rightarrow I est donc double. Dans les régions de masse 130 et 160, ce scénario de mélange est bien établi puisque ce dédoublement a été observé. Il a donc été possible de mesurer la force d'interaction V entre les états superdéformés et normalement déformés. Celle-ci est de l'ordre de la dizaine de keV pour ces noyaux. Par ailleurs, l'amplitude carrée $\sin^2\theta$ de la composante à déformation normale de la fonction d'onde de l'état superdéformé augmente lorsque le spin diminue.

Dans les noyaux plus lourds, il n'est en général pas possible de résoudre expérimentalement les deux états issus du mélange, c'est à dire d'observer la différence d'énergie ϵ qui les sépare, puisqu'au maximum ces deux états sont séparés de l'énergie de séparation moyenne entre états normalement déformés aux énergies d'excitation d'intérêt (3-4 MeV au dessus d'yrast) : quelques dizaines d'eV jusqu'à la centaine d'eV. Il est cependant possible d'obtenir un ordre de grandeur pour $\sin^2\theta$ en comparant les probabilités de transition réduite B(E1) des « links » ou des transitions du premier pas de la cascade de désexcitation à celles qui sont typiquement mesurées dans ces noyaux. Dans le cas du ^{194}Pb [27], par exemple, la valeur du B(E1) du « link » à 2.8 MeV qui désexcite l'état superdéformé 8^+ est mesurés à $2 \cdot 10^{-8}$ W.U. Cette valeur est très retardée par rapport aux valeurs typiques qui sont de l'ordre de 10^{-6} - 10^{-5} . Le rapport du B(E1) mesuré et des B(E1) attendus donne l'amplitude carrée de la composante à déformation normale de l'état 8^+ superdéformé : 0.2-2%. Au niveau de l'état 6^+ , cette amplitude carrée augmente (comme pour les noyaux de Nd et Lu) : elle est de l'ordre de 4-15%. Avec ces valeurs de $\sin^2\theta$ et en supposant une certaine énergie de séparation entre les états superdéformés et normalement déformés qui se mélangent, soit un quart de l'énergie de séparation moyenne entre états normalement déformés à 2.7 MeV au dessus d'yrast, il est possible de déterminer la force d'interaction V: de l'ordre de 5-150 eV au spin 8 et 25-400 eV au spin 6. Ces valeurs sont beaucoup plus faibles que celles obtenues dans les isotopes de Nd et Lu. Ceci s'explique par le fait qu'il y a beaucoup plus de particules à réarranger pour passer de la configuration superdéformée à la configuration normalement déformée dans les noyaux lourds, ou en d'autres termes, la barrière de potentiel entre les puits superdéformé et normalement déformé est beaucoup plus difficile à franchir dans le Pb que dans le Nd.

L'augmentation de l'amplitude de la composante normalement déformée de la fonction d'onde de l'état superdéformé est due à deux effets : d'une part à la diminution de la barrière de potentiel séparant les deux puits quand le spin du noyau superdéformé diminue et d'autre

part à l'augmentation de la densité d'état normalement déformés qui va de pair avec celle de l'énergie d'excitation U des états superdéformés (voir figure 19). Un autre facteur important est l'augmentation des corrélations d'appariement lorsque le spin du noyau superdéformé diminue. Ces corrélations favorisent la diffusion de paires de nucléons sur d'autres orbitales et facilitent donc le réarrangement des nucléons dans le noyau. Par ailleurs, les probabilités de transition $E2$ dans la bande superdéformée diminuent avec le spin parce que les énergies de transitions diminuent ($T(E2) \propto E\gamma^5$) alors que les probabilités de transition des états à déformation normale augmentent avec l'énergie d'excitation U : d'un côté de la barrière, les temps de vie des états deviennent de plus en plus longs et de l'autre côté ils deviennent de plus en plus courts. En même temps, il devient de plus en plus facile pour le noyau superdéformé de pénétrer la barrière et de se coupler aux états normalement déformés: inéluctablement donc, le noyau finit par changer de forme et se désexciter. Enfin, à tous ces effets, il peut s'ajouter des phénomènes de nature chaotique.

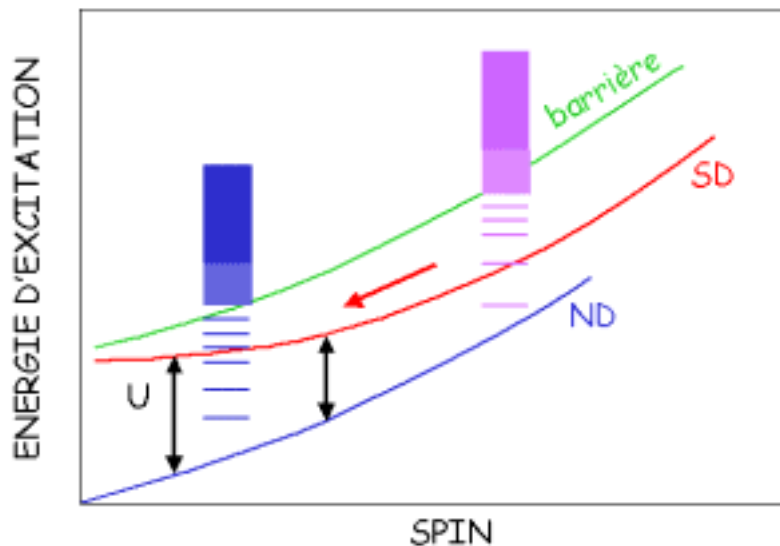


Figure 19: Lignes yzasts superdéformée et normalement déformée dans le plan (E,I) où figurent schématiquement certains paramètres importants pour la désexcitation : l'énergie d'excitation U des états superdéformés, la densité d'états normalement déformés et la hauteur de la barrière de potentiel.

X Effets chaotiques

Si la désexcitation a lieu à très haute énergie d'excitation, la composante à déformation normale de l'état superdéformé qui se désexcite est une superposition d'une multitude de configurations multi-particules-trous. Elle peut être décrite ainsi que le reste du spectre d'états normalement déformés voisins par une matrice aléatoire $N \times N$ (N très grand) dont les éléments suivent une loi de probabilité gaussienne centrée en 0 [40].

Comme la probabilité de transition réduite ω vers un état final est proportionnelle à l'amplitude au carré d'une seule composante de l'état initial complexe, les probabilités de transition réduites des transitions du premier pas de la cascade de désexcitation suivront une

loi en χ^2 à un degré de liberté. Cette distribution est appelée distribution de Porter-Thomas [41]:

$$P(\omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi\langle\omega\rangle} \right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\omega}{\langle\omega\rangle} \right)$$

où $\langle\omega\rangle$ est la probabilité de transition réduite moyenne. Cette distribution découle de la théorie des matrices aléatoires, et plus particulièrement des matrices de type GOE (Grand Orthogonal Ensemble) souvent utilisées dans l'étude de systèmes quantiques chaotiques. Les matrices GOE sont hermitiques et invariantes par rotation et par renversement du sens du temps. Comme le montre la figure 20, la distribution de Porter-Thomas diverge pour des petites probabilités de transition réduites mais s'étend jusqu'à de très grandes probabilités. Cette propriété donne lieu à d'importantes fluctuations des probabilités de transition réduites et pourrait expliquer le fait que les transitions de lien direct (qui donnent accès aux nombres quantiques des états superdéformés) sont plus intenses, et donc observables, dans certains noyaux et pas dans d'autres.

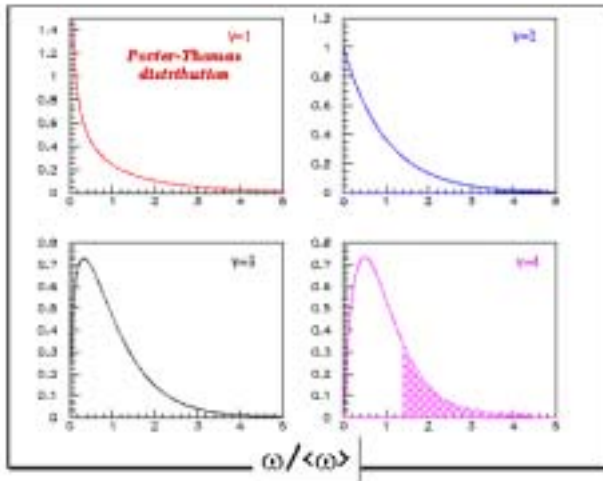


Figure 20: Distributions χ^2 à $\nu=1,2,3$ et 4 degré de liberté des probabilités de transition réduite ω normalisées à leur valeur moyenne $\langle\omega\rangle$.

Il est bien établi que les probabilités de transition réduites des transitions γ émises après capture résonante de neutron (à 7-8 MeV d'énergie d'excitation) suivent une loi en χ^2 à 1 degré de liberté [42] (voir figure 20). En s'inspirant des techniques d'analyse en χ^2 utilisées dans le cas des résonances neutron, il a récemment été montré que les intensités des transitions émises dans le premier pas de la cascade de désexcitation des états superdéformés de ^{194}Hg sont sujettes à des fluctuations de Porter-Thomas [43]. Cependant, l'incertitude associée au nombre de degré de liberté de la distribution de probabilité de transition réduite la plus probable est très grande. Ceci est dû au fait que seules 19 transitions primaires sont observées alors que par une analyse en fluctuations du spectre de désexcitation aux énergies de transition d'intérêt ($E_\gamma > 2.6$ MeV), le nombre total de raies primaires est estimées à 600. Par ailleurs, le seuil de probabilité de transition réduite en dessous duquel il est impossible d'identifier expérimentalement un pic est quatre fois plus grand que la probabilité de transition réduite moyenne : seule la queue de la distribution des probabilités de transition

réduites (au delà du chiffre 4 sur l'axe des abscisses de la figure 20) est accessible, or c'est surtout à basse probabilité de transition, que les distributions χ^2 diffèrent le plus.

Le désavantage d'utiliser l'analyse en χ^2 est qu'il n'est pas clair physiquement ce que $v \neq 1$ veut dire. Pour remédier à ce problème et pour traiter les cas de désexcitation allant du régime ordonné jusqu'au régime chaotique, un paramètre Δ est introduit pour décrire le degré de chaoticité du spectre d'états normalement déformés [44].

Comme précédemment, les états normalement déformés sont décrits par une matrice aléatoire de dimension N mais cette fois-ci, les éléments non diagonaux (responsables des interactions entre états) sont multipliés par Δ . Parmi les états intrinsèques normalement déformés, $|\mu\rangle$, il en existe un appelé $|d\rangle$ pour « doorway », qui, de part sa configuration (c'est un état vibrationnel ou rotationnel), peut se coupler à l'état superdéformé. La matrice est alors diagonalisée afin de trouver le spectre d'états normalement déformés correspondant. Si $\Delta=0$, les états normalement déformés ne se mélangent pas entre eux et si au contraire il est égal à 1, le spectre d'états normalement déformés est de type GOE (voir figure 21) et notamment, l'état $|d\rangle$ s'est entièrement dissout parmi les autres états normalement déformés. L'état superdéformé $|sd\rangle$ est alors ajouté au système ainsi que son couplage V à l'état de base doorway. Après nouvelle diagonalisation et si le couplage est faible, il y aura un état $|S\rangle$, majoritairement superdéformé, qui contiendra selon la valeur de Δ , un certain nombre de contributions d'états normalement déformés de base.

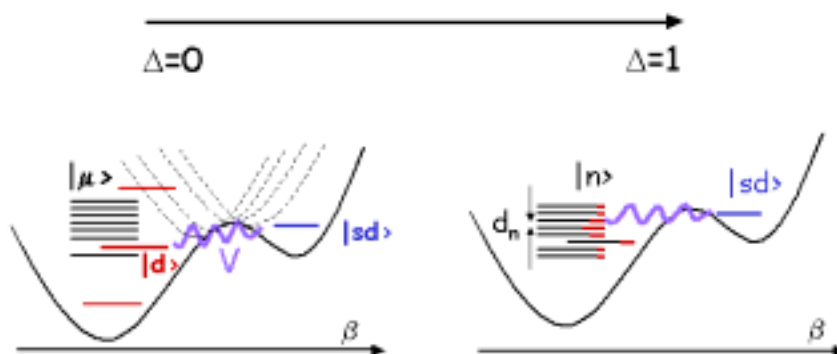


Figure 21: Illustration schématique des deux scénarii extrêmes de couplage entre un état superdéformé et les états normalement déformés. A gauche, seul un état particulier $|d\rangle$ a un élément de matrice non nul de couplage avec l'état superdéformé. A droite, tous les états normalement déformés sont mélangés par l'interaction résiduelle et l'état superdéformé peut se coupler à l'état normalement déformé le plus proche via sa composante de l'état $|d\rangle$ intrinsèque.

La figure 22 montre la distribution des contributions des états de base $|\mu\rangle$ à l'état $|S\rangle$ en fonction de Δ . Il apparaît alors clairement ce que « chaos assisted tunneling » [44] veut dire. En effet, pour de petites valeurs de Δ , seul l'état $|d\rangle$ contribue sensiblement à l'amplitude carrée de la composant normalement déformée de $|S\rangle$ alors qu'à $\Delta=1$, les N états de base ont une contribution du même ordre : l'amplitude carrée de la composante normalement déformée de l'état superdéformé est **N fois plus grand** dans la limite où les états normalement déformés sont chaotiques que dans le régime ordonné.

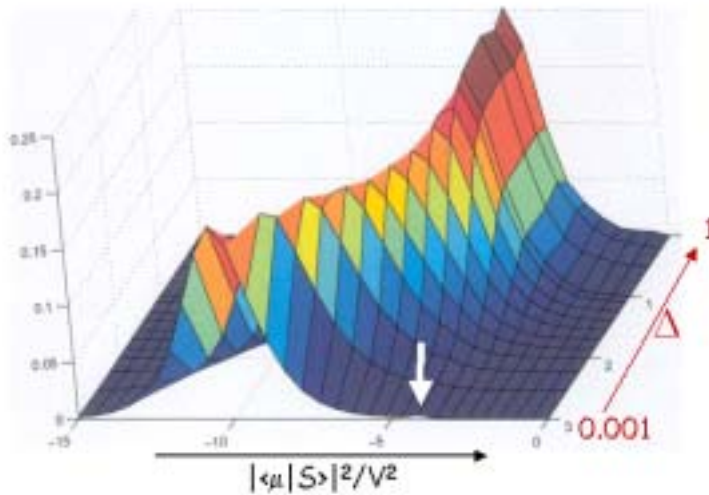


Figure 22: Distribution du mélange des états de base normalement déformés $|\mu\rangle$ dans l'état superdéformé $|S\rangle$ en fonction de Δ . La flèche blanche indique la contribution de l'état de base $|d\rangle$ pour $\Delta \sim 0$.

Dans le cas de la désexcitation des états superdéformés de ^{194}Hg , le paramètre de chaotité Δ qui correspond le mieux à l'observation des 19 raies primaires sur un total de 600 est $\Delta > 0.1$. Il semble donc que les deux méthodes d'analyse, en χ^2 et en paramètre de chaotité, s'accordent sur le fait que la désexcitation des états superdéformés dans ce noyau est un processus statistique.

Si la désexcitation n'a pas atteint la limite chaotique, l'augmentation de l'énergie d'excitation des états superdéformés lorsque le spin du noyau diminue (voir figure 19), et donc l'augmentation, en l'espace de deux transitions superdéformées consécutives, du degré de complexité des états normalement déformés voisins, peut être un facteur supplémentaire pour expliquer la soudaineté de la désexcitation du noyau superdéformé.

XI Conclusions et perspectives

En conclusion, la désexcitation d'états superdéformés est un processus inéluctable qui fait intervenir un passage à travers une barrière de potentiel, un couplage à des états plus ou moins chaotiques et un rayonnement γ révélateur de la structure du noyau à plus faible déformation sur une large gamme d'énergie d'excitation.

Dans les cas où les énergies, spins et parités des états superdéformés sont déterminés, il est possible d'obtenir des informations pertinentes sur la structure et la dynamique du noyau superdéformé. Ces quantités posent également une contrainte forte sur les modèles théoriques et notamment la forme du potentiel ainsi que le positionnement relatif des orbitales et leurs corrélations à grande déformation.

Cependant, il y a très peu de noyaux pour lesquels on connaît les énergies d'excitation, spins et parités d'états superdéformés. Ceci est dû parfois à des fluctuations chaotiques des probabilités de transition réduites mais surtout aux très faibles intensités des transitions de lien direct. Ces faibles intensités limitent également les études des propriétés des transitions primaires de désexcitation, et en particulier l'étude de la nature de leur distribution de probabilités de transition réduites.

Le futur de la spectroscopie γ des noyaux superdéformés est plus que prometteur avec le développement d'un nouveau type de multidétecteur 4π AGATA [45] (Advanced GAMMA Tracking Array) basé sur la reconstruction des trajectoires des photons dans le détecteur. Les enceintes anti-Compton, qui occupent actuellement près de 50% de l'angle solide autour de la cible, laisseront la place à du germanium actif. Ceci devrait permettre d'accroître d'environ 3 ordres de grandeur la sensibilité du dispositif expérimental et d'étudier des phénomènes de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-7} de la voie de réaction. Il sera dès lors possible de réétudier la superdéformation avec beaucoup plus de statistique et d'aborder l'étude de formes du noyau encore plus exotiques : l'hyperdéformation.

XII Références

- [1] S. Polikanov et al., Sov. Phys. JETP 15 (1962)
- [2] V. Strutinsky, Nucl. Phys. A95 (1967)
- [3] T. Verner et J. Dudek, At. Dat. and Nucl. dat. Tab. 59 (1995)
- [4] J. Simpson, Nucl. Phys. A654 (1999)
- [5] I.Y. Lee, Nucl. Phys. A520 (1990)
- [6] B. Nyako et al., Phys. Rev. Lett. 41 (1984)
- [7] P. Twin et al., Phys. Rev. Lett. 57 (1986)
- [8] S. Leoni et al., Phys. Lett. B498 (2001)
- [9] T.L. Khoo et al., Phys. Rev. Lett. 76 (1996)
- [10] T. Lauritsen et al., Phys. Rev. Lett. 88 (2002)
- [11] C. Svensson et al., Phys. Rev. Lett. 85 (2000)
- [12] E. Ideguchi et al., Phys. Rev. Lett. 87 (2001)
- [13] C. Svensson et al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999)
- [14] C.-H. Yu et al., Phys. Rev. C60 (1999)
- [15] D. Rudolph et al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999)
- [16] C. Andreoiu et al., Phys. Rev. C62 (2000)
- [17] D. Rudolph et al., Phys. Rev. Lett. 80 (1998)
- [18] C.M. Petrache et al., Phys. Lett. B415 (1997)
- [19] D. Bazzacco et al., Phys. Rev. C49 (1994)
- [20] C.M. Petrache et al., Phys. Rev. Lett. 77 (1996)
- [21] M. Deleplanque et al., Phys. Rev. C52 (1995)
- [22] S. Perries et al., Phys. Rev. C60 (1999)
- [23] S. Lunardi et al., Phys. Rev. C52 (1995)
- [24] J. Domscheit et al., Nucl. Phys. A660 (1999)
- [25] S. Törmänen et al., Phys. Lett. B454 (1999)
- [26] G. Hackman et al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997)
- [27] A. Lopez-Martens et al., Phys. Lett. B380 (1996), K. Hauschild et al., Phys. Rev. C55 (1997)
- [28] J. Schirmer et al., Phys. Rev. Lett. 63 (1989)
- [29] J. Kantele et al., Phys. Rev. C29 (1984)
- [30] R. Henry et al., Phys. Rev. Lett. 73 (1994)
- [31] T. Lauritsen et al., Phys. Rev. C62 (2000)
- [32] G. Lalazissis et al., Phys. Lett. B427 (1998)
- [33] S. Krieger et al., Nucl. Phys. A542 (1992)
- [34] P.H. Heenen et al., Phys. Rev. C57 (1998)
- [35] J. Libert et al., Phys. Rev. C60 (1999)
- [36] T. Døssing et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995)
- [37] T. Døssing et al., Phys. Rep. 268 (1996)

- [38] A. Lopez-Martens et al., Phys. Rev. Lett. 77 (1996)
- [39] A. Lopez-Martens, Thèse de l'Université Paris XI (1996)
- [40] E. Wigner, Proc. Cambridge Philos. Soc. 47 (1951)
- [41] C. Porter et R. Thomas, Phys. Rev. 104 (1956)
- [42] H. Jackson et al., Phys. Rev. Lett. 17 (1966)
- [43] A. Lopez-Martens et al., Nucl. Phys. A647 (1999)
- [44] S. Åberg, Phys. Rev. Lett. 82 (1999)
- [45] Agata Technical Proposal, J. Gerl *et al.*, <ftp://ftp.gsi.de/pub/agata/prop>

Lecture supplémentaire

Multicompteurs $4\pi\gamma$: B. Haas, Cours de l'Ecole Joliot Curie 1991
Superdeformed nuclei : R.V. Janssens, Cours de l'Ecole Jolito Curie 1991,
Superdéformation et hyperdéformation: B. Gall, Cours de l'Ecole Joliot Curie 1997
Vie et mort d'un noyau superdéformé : F. Hannachi, Images de la Physique 1999

GAS PHASE CHEMISTRY OF SUPERHEAVY ELEMENTS

H.W. Gäggeler ^{a,b}, A. Türler ^c

^a *Labor für Radio- und Umweltchemie, Universität Bern, CH-3012 Bern, Switzerland*

^b *Labor für Radio- und Umweltchemie, Paul Scherrer Institut, CH-5232 Villigen PSI, Switzerland*

^c *Institut für Radiochemie, Technische Universität München, D-85748 Garching, Germany*

Abstract

In recent years chemistry of heaviest elements has gained considerable interest. The main reasons being the discovery of several isotopes with sufficiently long half lives that make chemical investigations of these exotic elements feasible and the fact that relativistic calculations predict pronounced deviations of chemical properties relative to those expected based on first principles of the Periodic Table.

This overview summarizes gas chemical studies of transactinides using two approaches, gas thermochromatography and isothermal gas chromatography. Both techniques proved to be successful in the first chemical studies of the elements bohrium and hassium, the heaviest members of the Periodic Table by now.

1. Introduction

In transactinide chemistry research, gas phase separation procedures play an important role. Already, the very first investigation of rutherfordium has been conducted in form of frontal isothermal gas chromatography in a chlorinating atmosphere [1]. Several reasons are responsible for this success: gas phase reactions are fast and can be easily adapted to accelerators (gas-jet technique). In addition, after chemical separation, very thin final samples can be prepared which is mandatory for detection of α -events with optimum energy resolution.

2. Rutherfordium (Rf, Element 104)

So far, most gas chemical investigations of this element have been conducted in form of its chloride, oxochloride or bromide. Only in one experiment an attempt was made to search for a p-element behavior of Rf, based on a predicted ground state configuration of $[\text{Rn}]5f^{14}7s^27p^2$ [2] or, from a more recent calculation $[\text{Rn}]5f^{14}6d7s^27p$ [3], rather than the expected “d-like” $[\text{Rn}]5f^{14}6d^27s^2$. However, the experiment yielded no evidence for a “Pb-like” behavior of Rf [4]. This observation is not surprising, since Multi-Configuration Dirac-Fock (MCDF) calculations showed that ionization potentials, atomic and ionic radii for Rf are very similar to those of Hf [3].

2.1 VOLATILE COMPOUNDS OF RUTHERFORDIUM

Due to the high sublimation enthalpies of group 4 elements, gas chromatographic separations of the atoms are not feasible in quartz columns. Under halogenating conditions, however, group 4 elements form mono-molecular pure halides such as tetra fluorides, chlorides, bromides and iodides.

A good measure of the volatility is the vapor pressure. Figure 1 depicts the vapor pressure curves for Zr and Hf halides in the gas phase over the respective solids. As can be seen, the volatility decreases according to $MCl_4 > MBr_4 > MI_4 > MF_4$ with $M = \text{Zr}$ and Hf . Evidently, chlorides and bromides are clearly the best choices for gas chemical studies. Iodides have the disadvantage of a poor thermal stability and fluorides are least volatile.

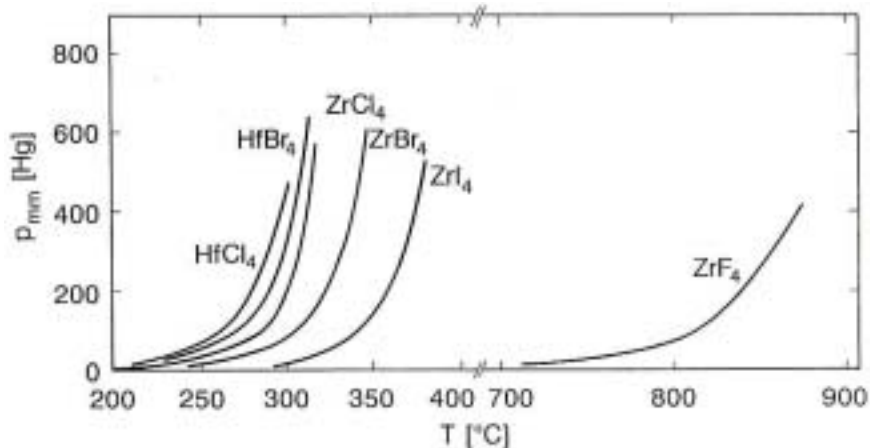


Fig. 1. Vapor pressure curves for Zr and Hf halides over their respective solids. Reproduced from [5].

In principle, in oxygen containing carrier gases also oxohalides can be synthesized. However, for group 4 elements little is known about these compounds. It was observed that ZrOCl_2 and HfOCl_2 decompose to tetrachlorides and the oxide under elevated temperatures [6]. An alternative process is substitutive adsorption of the pure halides on the surface of the quartz chromatography column where oxochloride formation is possible in the adsorbed state only.

2.2 EARLY GAS CHEMICAL STUDIES WITH RUTHERFORDIUM

The first chemical study of Rf [1] was part of the discovery claim of this element by the Dubna scientists. For production of the isotopes $^{259,260}\text{Rf}$ the hot fusion reaction $^{22}\text{Ne} + ^{242}\text{Pu}$ was used. In these pioneering studies isothermal frontal gas chromatography experiments showed that in a chlorinating gas Rf forms a highly volatile molecule (see Figure 3 in chapter 4). As chlorinating agent 0.15 mm Hg vapour pressure of $\text{NbCl}_5/\text{ZrCl}_4$ was added to a flowing N_2 carrier gas. The gas then passed through an isothermal glass column kept at temperatures between 250 and 300 °C. From previous experiments it was known that actinides do not form sufficiently volatile chlorides that could pass the column at such moderate temperatures.

Behind the column mica solid state detectors were positioned. They were kept at lower temperatures in order to adsorb the RfCl_4 molecules. It was assumed that the produced isotopes of Rf decay at least partly by spontaneous fission. Mica is known to be well suited for identification of latent fission tracks. In a series of experiments that accumulated a total beam dose of 4×10^{18} beam particles 65 fission tracks were detected along the mica detectors. These fission events were assigned to a spontaneously-fissioning isotope of Rf, presumably ^{260}Rf . Later, this assignment was questioned since additional measurements proved that this isotope has a half-life of only 20 ms, too short

for chemical study. It was therefore concluded that ^{259}Rf with a half-life of 3 s and an assumed small fission branch was the isotope that labelled the separated molecule.

After these very first experiments the Dubna group applied the thermochromatography technique that permits to compare the volatility of the Rf species, measured via the deposition temperature in the chromatographic tube, with those of the Hf compounds. An example of such a study is depicted in Figure 2. From the observed very similar deposition temperature of the Rf and Hf chlorides it was concluded that both elements behave very similarly, therefore convincingly proving that Rf is a d-element [7]. Recently, the chromatographic peaks shown in Figure 2 have been analysed applying a Monte-Carlo model. Based on some assumptions on the adsorption process and assuming that indeed the decay of ^{259}Rf with a half-life of 3 s has been detected, the standard enthalpies of adsorption, ΔH_a^0 , of -110 kJ/mol and -146 kJ/mol for Rf and Hf on the quartz chromatography column surface were deduced [8].

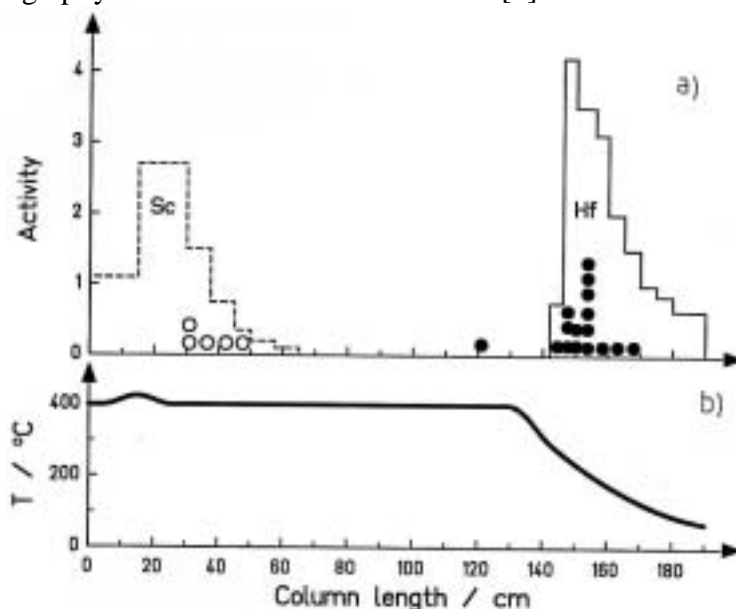


Fig.2. Results of an experiment to investigate the volatility of ^{259}Rf – and $^{170,171}\text{Hf}$ chlorides, a) temperature profile in the column, b) distribution of fission tracks (open and closed circles), ^{44m}Sc (a representative of a actinides-like element), and of $^{170,171}\text{Hf}$. Reproduced from [7].

Thermochromatography was also applied to investigate the volatility of Rf and Hf bromides [9]. These experiments yielded evidence that Rf bromide is more volatile than Hf bromide, but also more volatile than Rf chloride.

2.3 ON-LINE ISOTHERMAL GAS CHEMICAL INVESTIGATIONS OF RUTHERFORDIUM

2.3.1 General remarks

In recent years predominantly continuous isothermal chromatography has been applied in gas chemical studies of transactinides. This technique offers the possibility to combine a continuous separation of volatile species with an *in-situ* detection of the products on the basis of single atom counting. To reach this ambitious goal, novel devices have been

developed such as OLGA (On-Line Gas chemistry Apparatus) [10] or, in a modified version, HEVI (Heavy Element Volatility Instrument) [11].

On-line isothermal gas chemistry has originally been developed to search for superheavy elements with atomic numbers between 112 and 118. OLGA I was restricted to an operation with inert gases. Its application concentrated on separations of volatile atoms. As “reactive” gas, traces of hydrogen gas could be added to a helium carrier gas in order to stabilize the elemental state. Model studies with the p-elements Po, Pb, Bi and At showed that at temperatures of up to 1000 °C excellent separations of these elements from d- and f-elements could be achieved.

Improved versions of OLGA (versions II and III) enabled the applications of corrosive gases such as hydrogen chloride or hydrogen bromide, chlorine, thionyl chloride or boron tribromide vapor etc. This made it possible to synthesize volatile halides and measure their retention times in isothermal quartz columns.

2.3.2 Isothermal gas chromatography studies of $RfCl_4$ and $RfBr_4$

For investigations of the chlorides and bromides commonly the isotope ^{261}Rf was used as tracer. It has a half-life of 78 s and can be produced in the fusion reaction $^{18}O + ^{248}Cm$ at a bombarding energy of about 100 MeV. ^{261}Rf decays via emission of two sequential α -particles via ^{257}No to ^{253}Fm , a long-lived product. Hence, identification of ^{261}Rf after chemical separation bases on the measurement of the two life times and two α -decay energies of the mother and its daughter nuclide, respectively. From the four signals an unequivocal identification of every decaying atom of rutherfordium may be achieved. Simultaneous formation of Hf isotopes may be obtained by covering the ^{248}Cm target by a thin layer of Gd.

Figure 3 depicts the result from such a study with the OLGA III device [12]. Helium saturated with carbon particles served as carrier aerosol to transport the products from the collection chamber to the chemistry device. The chemical reagent was HCl gas, purified from traces of oxygen, added to the carrier gas at the entrance of the oven system.

Rf passes through the quartz column at a lower retention temperature compared to Hf. This observation received considerable attention and was interpreted as evidence for relativistic effects, since the higher volatility of $RfCl_4$ compared to that of $HfCl_4$ is unexpected on the basis of classical extrapolations.

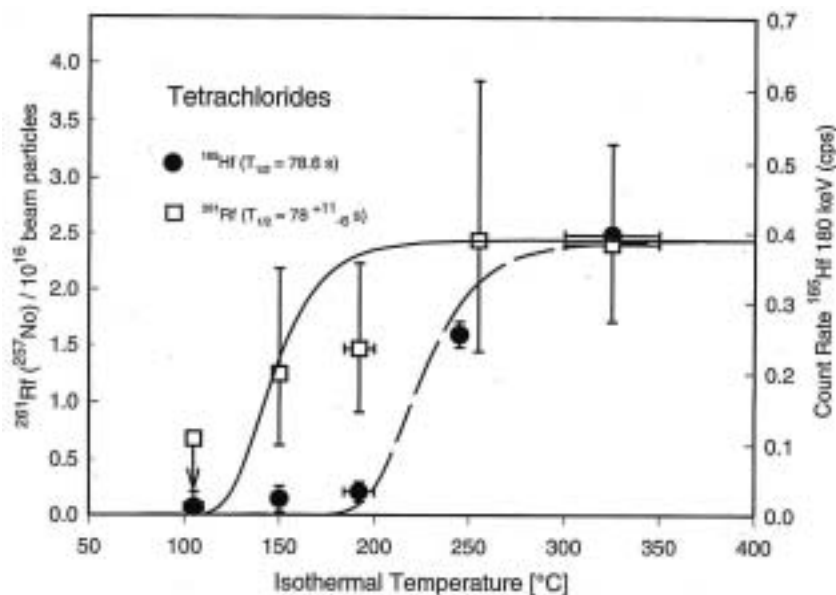


Fig.3. Relative yields for $^{261}\text{RfCl}_4$ and $^{165}\text{HfCl}_4$ from in the same $^{18}\text{O} + ^{248}\text{Cm}/^{152}\text{Gd}$ experiment behind the isothermal quartz chromatography column as a function of the temperature. The solid lines represent Monte Carlo simulations adapted to the experimental data. Reproduced from [12].

In an earlier study with the device HEVI the chlorides of Zr, Hf, and Rf were investigated employing the reactive gases HCl/CCl_4 (Zr, Hf) and HCl (Rf). MoO_3 particles in a He carrier gas served as aerosol [13]. In contact with HCl , MoO_3 forms a very volatile molybdenum oxochloride that passes through the chromatographic column without deposition on its surface. For Rf and Hf chlorides the same sequence in volatility was found as depicted in Figure 3. In addition, the volatility of Zr chloride turned out to be very similar to that of Rf chloride, hence, different to the volatility of Hf chloride. This observation is rather unexpected, since the volatilities of macro amounts of Zr and Hf tetrachlorides are nearly identical (Figure 1).

A first study of Rf bromide with OLGA II indicated that Rf is more volatile than Hf bromide [14]. For the transport KCl was used as aerosol particles and HBr/BBr_3 served as reactive gas. In addition, Rf bromide was found to be less volatile compared to the Rf chloride. In a more recent study with HEVI, using KBr particles and HBr as brominating agent, these findings were essentially confirmed (Figure 4). The behavior of Zr and Hf bromides were found to be very similar being less volatile than Rf bromide [15].

2.3.3 Oxochlorides of Rf

The oxochlorides of group 4 elements are expected to be less stable than the pure chlorides. ZrOCl_2 and HfOCl_2 were found to decompose to the tetrachlorides at elevated temperatures [6]. It is therefore not clear, whether ZrOCl_2 and HfOCl_2 exist in the gas phase.

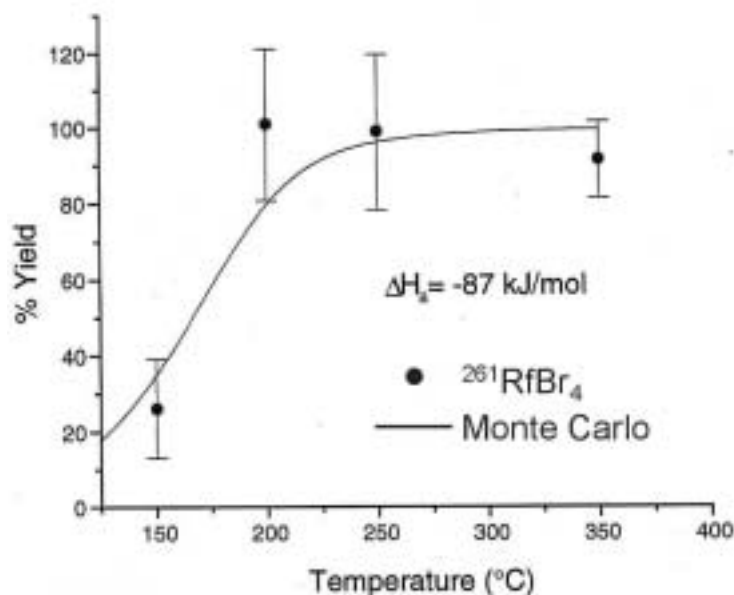
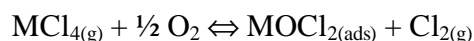


Fig.4. Chromatographic yield curve for ^{261}Rf bromide using KBr aerosol particles for transport and HBr as reactive gas. Reproduced from [15].

In thermochromatography experiments an increase of the deposition temperature of Zr and Hf was observed as a function of the partial pressure of oxygen in a chlorinating reactive gas mixture [16]. An OLGA III study with oxygen containing chlorinating reactive gas confirmed this observation: Rf and Hf were considerably less volatile compared to oxygen-free conditions (Figure 5).

It was speculated that the oxochlorides do not exist in the gas phase but only in the adsorbed state. The following transport mechanism was proposed:



It is interesting to note that RfOCl_2 and HfOCl_2 behave much more similar compared to the pure chlorides RfCl_4 and HfCl_4 .

2.3.4 Adsorption enthalpies of Zr, Hf, and Rf chlorides and bromides on quartz

From the measured chromatographic retention temperatures adsorption enthalpies ΔH_a^0 of single molecules on the surface of the quartz chromatography column can be deduced. This analysis is based on certain thermodynamic assumptions of the adsorption process of single molecules with the surface of the chromatographic column [18]. In addition, a Monte Carlo model enables to describe the migration path of each single molecule along the chromatographic column under real experimental conditions [19].

Figure 6 summarizes resulting ΔH_a^0 values from isothermal gas chromatographic investigations of the pure chlorides and bromides of Zr, Hf, and Rf, respectively, using the HEVI and OLGA II devices [20]. A smooth (classical) extrapolation of the ΔH_a^0 values from Zr through Hf shows that one would expect the ΔH_a^0 values for RfCl_4 or RfBr_4 to be more negative than those of the respective Hf compounds. The experimental

values for Rf show a striking reversal of this expected trend. In addition, the bromides have more negative values, hence being less volatile than the corresponding chlorides.

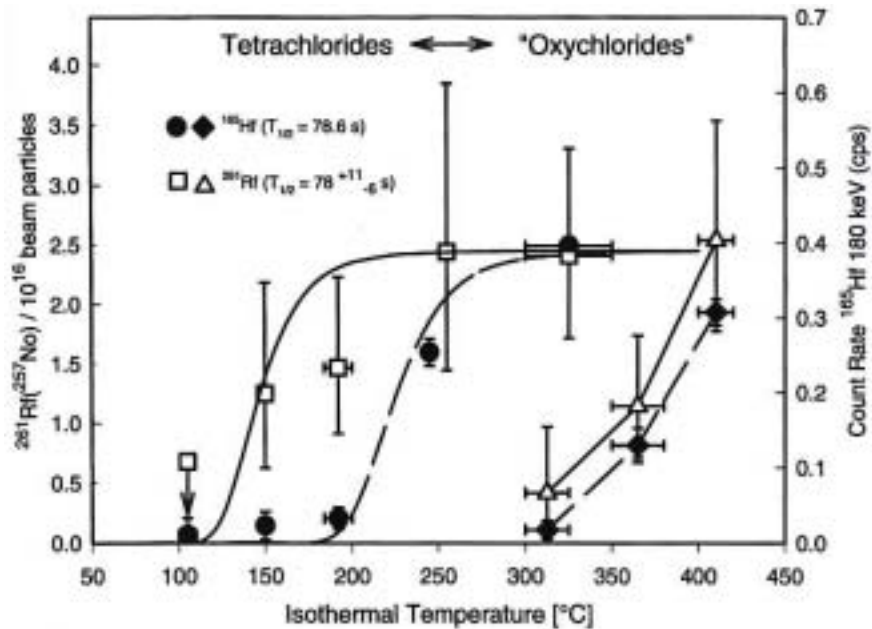


Fig.5. Yields for ^{261}Rf and ^{165}Hf with Cl_2 , saturated with SOCl_2 vapor and with O_2 in comparison with the pure halides. Reproduced from [17].

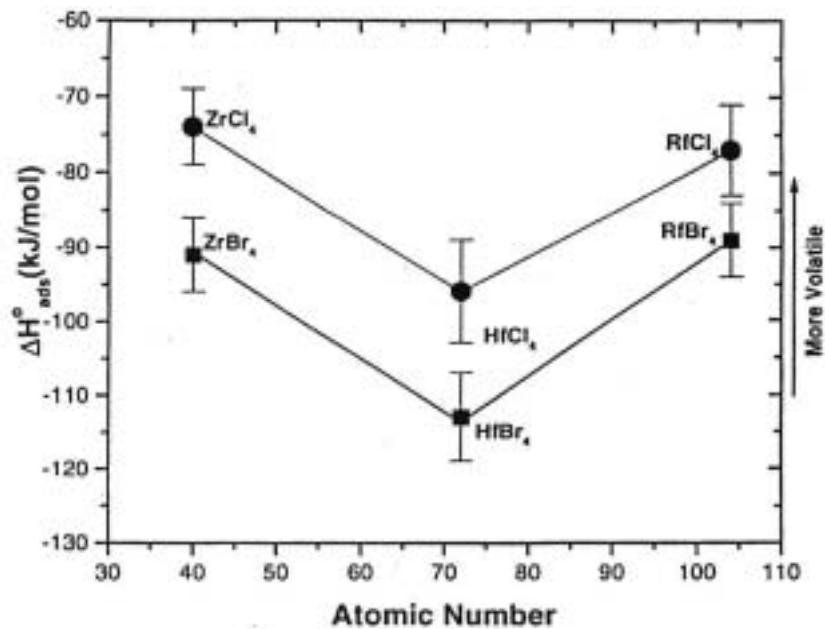


Fig.6. Adsorption enthalpies of chlorides and bromides of Zr, Hf, and Rf on quartz surfaces, deduced from OLGA and HEVI experiments. Reproduced from [20].

Relativistic calculations of the chemical properties of these compounds predict trends that are in agreement with experimental observations. Therefore, it was argued that this

“reversal” in the trend of ΔH_a^0 for chlorides and bromides when going from Zr via Hf to Rf is evidence for “relativistic effects” in the chemistry of Rf [18].

3. Dubnium (Db, Element 105)

Dubnium is expected to have a $[\text{Rn}]5f^{14}6d^37s^2$ electronic ground state configuration. This makes dubnium a firm member of group 5, positioned below tantalum.

All gas chemical investigations of dubnium have been performed with Db^{5+} in form of the penta halides (chlorides and bromides) and oxohalides. As a general rule, all these studies were extremely difficult due to the high tendency of group 5 elements to react with trace amounts of oxygen or water vapor. Hence, gas chemical investigations were only successful if the quartz chromatography columns were very carefully preconditioned with the halogenating reactive gas prior to each experiment and, in addition, applying extensive cleaning procedures to the carrier gas to remove trace amounts of oxygen and water vapor.

3.1 VOLATILE COMPOUNDS OF DUBNIUM

Group 5 elements are most stable in their maximum oxidation state +5 and therefore form pentahalides (Figure 7). Most volatile are the pentafluorides, followed by the pentachlorides and the pentabromides. Besides the pure halides, also the oxohalides (MOX_3) are stable in the gas phase. They should be less volatile compared to the pure halides. This was confirmed experimentally for niobium (Figure 8).

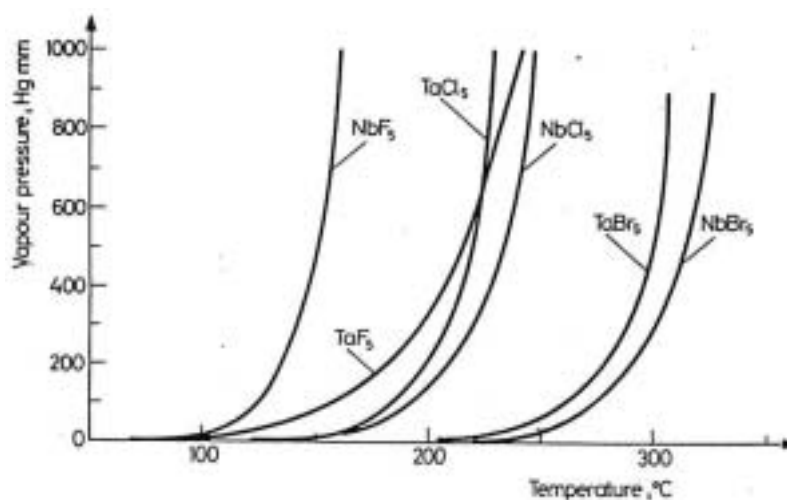


Fig.7. Vapor pressure curves for Nb and Ta halides over the respective solids. Reproduced from [5].

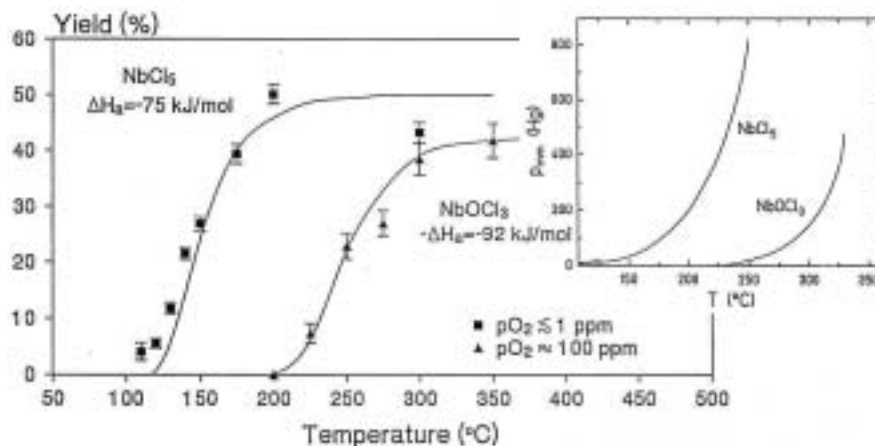


Fig. 8. Vapor pressure curves for NbCl_5 and NbOCl_3 (upper right corner) and the relative yields of $^{99m}\text{NbCl}_5$ and $^{99m}\text{NbOCl}_3$ molecules passing through an isothermal quartz column. Reproduced from [5].

3.2 EARLY GAS CHEMICAL STUDIES WITH DUBNIUM

As early as 1970 gas chemical experiments with Db have been performed in a chlorinating atmosphere [21]. These studies applied the gas thermochromatography technique and indicated that the deposition temperature of Db chloride (or oxochloride) is rather similar to that of Hf under identical conditions and significantly higher compared to the deposition temperature of Nb. Later studies were conducted in a brominating gas medium and again yielded evidence that Db bromide is less volatile compared to the homologous compound with Nb [22] (Figure 9). These investigations were performed with ^{261}Db ($T_{1/2} = 1.8$ s) which has a small fission branch. This nuclide was produced in the $^{243}\text{Am}(^{22}\text{Ne},4n)^{261}\text{Db}$ reaction.

From the result of this experiment it was concluded that the boiling point of DbBr_5 may exceed the boiling point of NbBr_5 by 80-100 °C and may be close to the boiling point of PaBr_5 . The ionic radius of Db^{5+} was estimated to be close to the radius of Pa^{5+} , which is ≈ 0.9 Å, whereas the radii of Nb^{5+} and Ta^{5+} are both ≈ 0.7 Å.

3.3 ON-LINE ISOTHERMAL GAS CHEMICAL INVESTIGATIONS OF DUBNIUM

3.3.1 Production of dubnium isotopes

On-line gas chemical studies of dubnium have been mostly performed with ^{262}Db . This nuclide can be produced in the reaction $^{249}\text{Bk}(^{18}\text{O},5n)$ at a beam energy of about 100 MeV. It has a half-life of 34 ± 5 s and decays with 67 % by emission of two sequential α particles via ^{258}Lr ($T_{1/2} = 4.4$ s) to the long-lived ^{254}Md ($T_{1/2} = 28$ m). With 33 % ^{262}Db decays by spontaneous fission. Hence, identification of each separated labeled molecule based on either detection of two α -particles and two life times or on the detection of spontaneous fission decay events including the life times of each decaying atom.

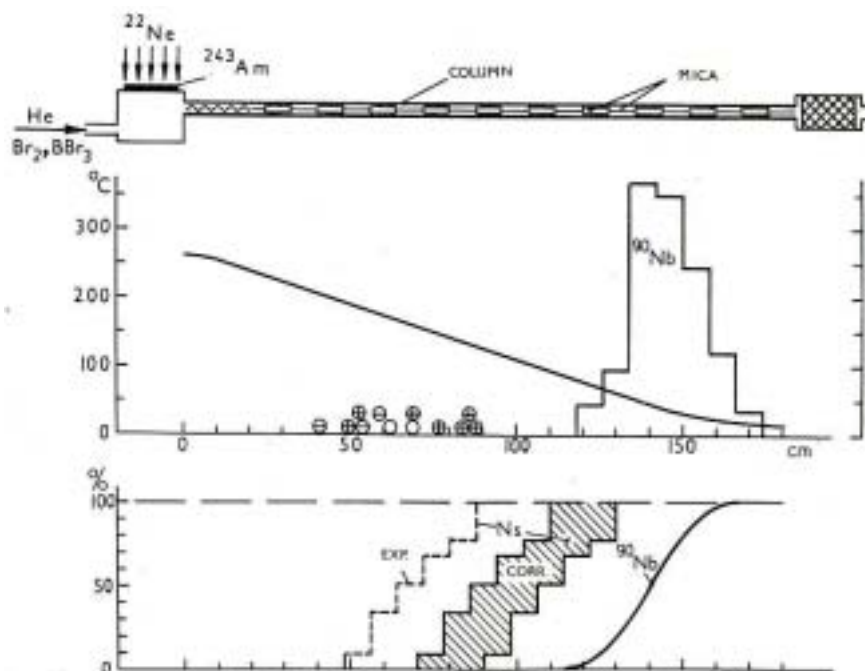


Fig.9.

Top: Schematic of the thermochromatography experiment with Db in a brominating atmosphere ($\text{Br}_2 + \text{BBr}_3$).

Middle: Temperature profile along the column and measured distributions of ^{90}Nb and ^{261}Db .

Bottom: Integral distribution of ^{90}Nb (solid line) and of Db (named Ns by the authors at that time; shaded area) after corrections for the much shorter half-life of ^{261}Db compared to that of ^{90}Nb . Reproduced from [22].

3.3.2 Chlorides and oxochlorides

Several attempts to form in on-line isothermal gas chromatographic investigations the pure pentachloride of Db failed. Obviously, despite very thorough cleaning procedures, minute amounts of oxygen and/or water vapor in the system were still sufficient to form at least partly dubnium oxochloride, most likely DbOCl_3 . Figure 10 depicts a measured chromatographic curve in conjunction with the data for Nb from Fig. 8 [23]. As chlorinating agent HCl gas was used, purified with activated charcoal at 900 °C. The shape of the yield curves suggests two components, a species with a lower volatility passing through the column above 350 °C and one with a higher volatility that is retained in the column only below 200 °C. The two species are tentatively assigned to DbOCl_3 and DbCl_5 , respectively. From this follows, that DbCl_5 must be equal or more volatile than RfCl_4 (see Figure 3).

It is interesting to note that none of the gas chemical investigations succeeded to investigate the behavior of tantalum chloride. Obviously, the tendency to react with oxygen is even higher for Ta compared to Nb and Db.

3.3.3 Bromides and oxobromides

The volatility of Dubnium bromide was studied with HBr as reactive gas using the isotope ^{262}Db formed in the $^{249}\text{Bk}(^{18}\text{O},5n)$ reaction [24]. In this experiment the retention behaviors of niobium and tantalum bromides were investigated as well. Interestingly, the volatile tantalum bromide was formed only when HBr was saturated with BBr_3 vapor. The data are shown in Figure 11. A trend in volatility of $\text{Nb} \approx \text{Ta} > \text{Db}$ was deduced. This

sequence is very surprising since DbBr_5 is expected to be more volatile compared to NbBr_5 and TaBr_5 , respectively. Evidence for a lower volatility of dubnium bromide relative to that of niobium bromide has already been found in previous thermochromatographic studies (see Figure 9).

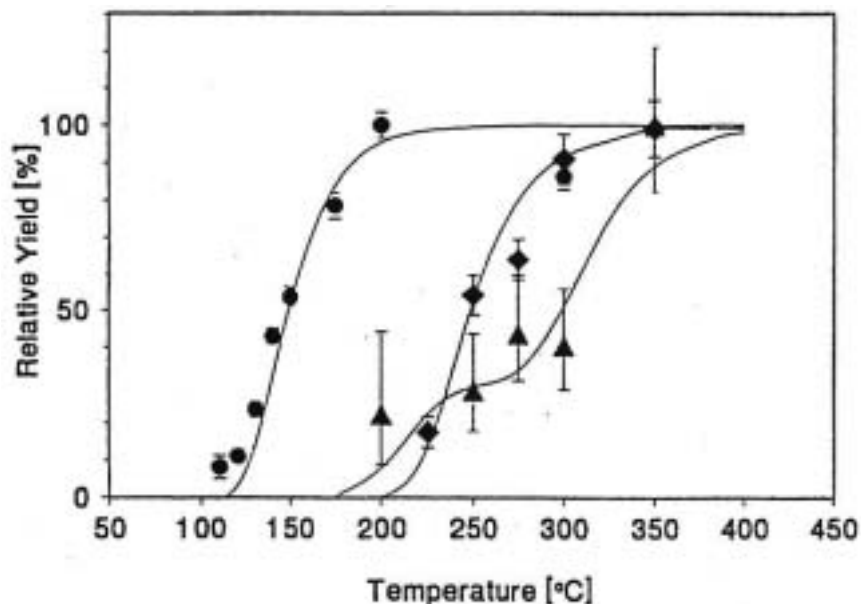


Fig.10. Relative yield of Db measured in an isothermal gas chromatographic experiment with purified HCl as reactive gas. Reproduced from [23]. For comparison, the data for Nb measured under identical gas chemical conditions from Figure 8 are also shown.

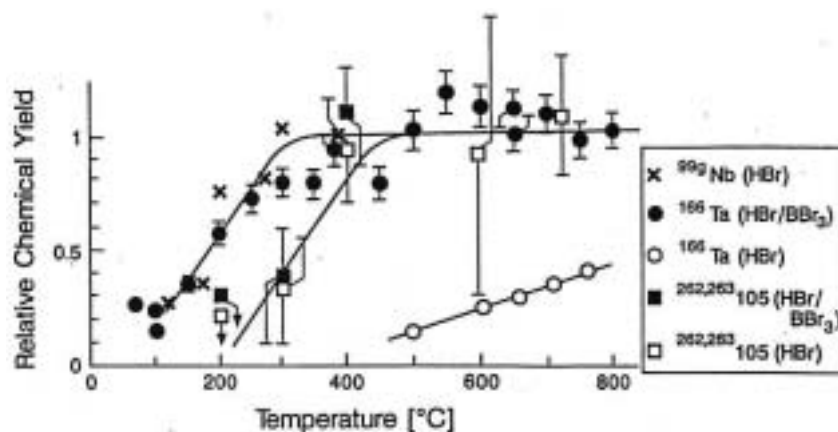


Fig.11. Yields of Nb, Ta and Db in a gas chromatographic experiment with HBr (Nb, Db) and HBr/BBr₃ (Db, Ta) as reactive gas. Reproduced from [24].

3.3.4 Adsorption enthalpies of Nb, Ta and Db chlorides, oxochlorides, bromides and oxobromides on quartz

Figure 12 depicts ΔH_a^0 values of group 5 chlorides and bromides measured with the OLGa technique (for an overview of several experimental investigations and a re-analysis of the data, see [25]). It is rather surprising to observe a different trend of the

ΔH_a^0 values when going from Nb via Ta to Db, if compared to the situation in group 4 (see Figure 6). It was speculated [25], that e.g. in case of the bromides [24] the oxobromide of dubnium has been formed rather than the pure pentabromide. However, this would mean that under identical gas chemical conditions Nb and Ta form pure bromides while Db does not. If true, Db has a much higher tendency to react with oxygen compared to the lighter homologues Nb and Ta. So, presently it remains open whether the ΔH_a^0 values for Db shown in Figure 12 represent the behavior of the pure halides or of the oxohalides.

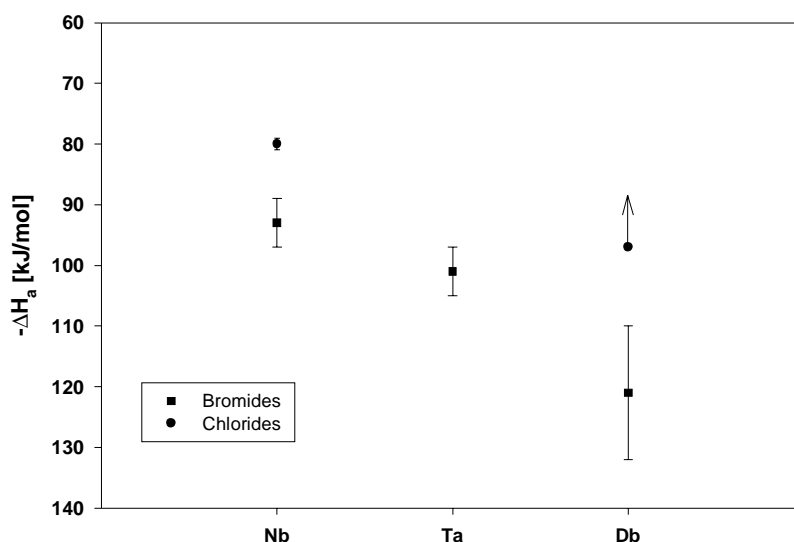


Fig.12. Adsorption enthalpies of chlorides and bromides of Nb, Ta and Db on quartz surfaces, deduced from OLGA experiments. Reproduced from [25].

4. Seaborgium (Sg, Element 106)

For over 20 years, ^{263}Sg with a half-life of 0.9 s was the longest-lived known Sg isotope. In addition to the minute production rates, this short half-life effectively prevented a chemical identification of Sg. In 1992 Timokhin et al. from Dubna the chemical identification of Sg as volatile oxochloride by the method of on-line thermochromatography [26]. This claim was substantiated by ancillary experiments [27, 28] and further studies of the behavior of homologue elements Mo and W [29]. Shortly thereafter, an international collaboration of chemists conducted on-line isothermal chromatography experiments with Sg oxochlorides [30]. The presence of Sg after chemical isolation in the gas-phase was established by directly identifying the nuclides ^{265}Sg and ^{266}Sg via the observation of their characteristic, genetically linked, nuclear decay chains [30]. Also, a first thermochemical property of Sg, namely the adsorption enthalpy of Sg oxochloride on the chromatographic surface was measured in these experiments [31]. Recently, Sg was also characterized as volatile oxide hydroxide in on-line isothermal chromatography experiments [32].

4.1 VOLATILE COMPOUNDS OF SEBORGIIUM

4.1.1 Halides and Oxohalides

Of the hexahalides the compounds MF_6 ($M = Mo, W$), WCl_6 and WBr_6 are known. $MoCl_6$ is not stable and exists probably only in the gas phase in chlorine atmosphere. WCl_6 can be volatilized to a monomeric vapor while WBr_6 is decomposing to WBr_5 on moderate heating. Of the pentahalides the pentafluorides and the pentachlorides are known, W also forms the pentabromide. While MoF_5 and WF_5 have the typical tetrameric structure of the pentafluorides, $MoCl_5$ and WCl_5 form dimeric species in the solid. $MoCl_5$ is monomeric in the gas phase.

In contrast to the pure halides, the oxohalides of group 6 elements are more stable and show a similarly high volatility. For the oxidation state +6 the two stoichiometric types MOX_4 and MO_2X_2 ($M = Mo, W$; $X = F, Cl$) exist. The Mo compounds are less stable than those of W . Of the oxofluorides $MoOF_4$, MoO_2F_2 , and WOF_4 are known, whereas the existence of WO_2F_2 is doubtful. Of the oxochlorides all four varieties exist, however, $MoOCl_4$ decomposes to $MoOCl_3$ already at room temperature. WO_2Cl_2 disproportionates at temperatures above $200^\circ C$ to form WO_3 and $WOCl_4$. However, there is no indication that single molecules of WO_2Cl_2 are unstable even at elevated temperatures.

In the oxidation state +5 four principal compounds of the type MOX_3 ($M=Mo, W$; $X = Cl, Br$) are known. The vapor pressure of Mo and W chlorides and oxochlorides over their respective solids as a function of temperature is shown in Figure 13. The vapor pressure of the pure chlorides $MoCl_5$, WCl_5 , and WCl_6 all are very similar. The volatility of MoO_2Cl_2 is higher than that of $MoOCl_4$, whereas the situation is reversed for W , where $WOCl_4$ is more volatile than WO_2Cl_2 . According to tabulated enthalpies of sublimation, $MoOCl_4$ should be more volatile than MoO_2Cl_2 [33]. This change in the sequence of vapor pressures can be explained by the solid phase entropies.

4.1.2 Oxides and Oxide Hydroxides

By analogy to Mo and W the oxides and oxide hydroxides of Sg are expected to be moderately volatile, whereas the heavy actinides and the transactinides Rf and Db do not form volatile oxides and oxide hydroxides. For this reason this class of compounds should be very selective with regard to a gas chromatographic isolation of Sg from the plethora of by-products of the nuclear formation reaction. Mo and W form many stable oxides, but in excess of oxygen the trioxides MO_3 ($M = Mo, W$) should be the main component. Macroscopic amounts of MoO_3 and WO_3 sublime preferentially as polymers of the type $(MO_3)_n$. However, carrier-free amounts can be volatilized in dry oxygen only as monomers. In moist oxygen the more volatile oxide hydroxides $MO_2(OH)_2$ ($M=Mo, W$) can be formed. Extensive studies using thermochromatography and on-line isothermal chromatography [34-36] in dry and moist oxygen have revealed that the transport of Mo and W in moist oxygen is not governed by simple reversible adsorption reactions of $MO_2(OH)_2$, but by a dissociative adsorption according to the reaction



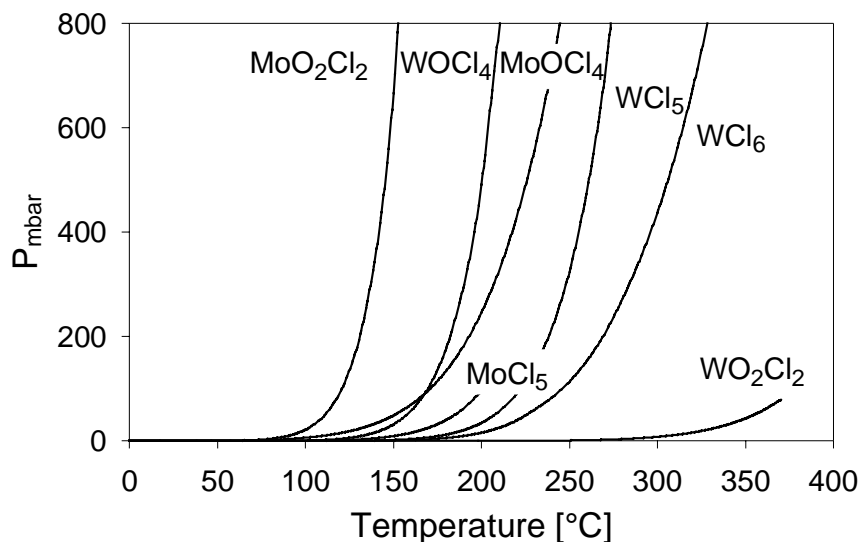


Fig.13. Vapor pressure of Mo and W chlorides and oxochlorides over their respective solids as a function of temperature. MoCl_5 is melting at 197°C whereas WO_2Cl_2 disproportionates at temperatures above 200°C . Data from [33].

4.2 GAS CHEMICAL STUDIES WITH SEABORGIUM

4.2.1 Thermochromatography of Oxochlorides

Early on, separation procedures to chemically isolate Sg concentrated on inorganic gas chromatography of chlorides and/or oxochlorides [37]. In a number of studies the gas chromatographic behavior of halide and oxohalide species of Mo and W were investigated with respect to a physico-chemical characterization of Sg [38-46]. In experiments by the Dubna group [26-29], the reaction $^{249}\text{Cf}(^{18}\text{O}, 4n)$ was employed to produce $0.9\text{ s }^{263}\text{Sg}$. A very similar set-up as in experiments to chemically identify Rf and Db was used. Reaction products were thermalized behind the target in a rapidly flowing stream of Ar gas and flushed to the adjoining thermochromatography column. Volatile oxochlorides were synthesized by adding air saturated with SOCl_2 as reactive agent. The formed oxochloride species migrated downstream the fused silica chromatography column, to which a longitudinal, negative temperature gradient was applied, and finally deposited according to their volatility. In contrast to earlier experiments, no mica plates were inserted, but the fused silica column itself served as sf track detector. The deposition of Sg was registered after completion of the experiment by searching for latent sf tracks left by the sf decay of ^{263}Sg . Indeed, in several experiments a number of sf tracks were found in the column in the temperature region $150 - 250^\circ\text{C}$, which were attributed to the decay of Sg nuclides. Therefore, like its lighter homologs Mo and W, Sg must form volatile oxochloride compounds. The sf tracks were only found, when the quartz wool plug, which was inserted as a filter for aerosols, was absent. This was attributed to the increased surface and thus a much longer retention time. In Figure 14 the location of 41 registered sf events are shown that were observed in the course of three experiments

corresponding to a total beam dose of $6.1 \cdot 10^{17}$ ^{18}O beam particles. The dotted histogram shows the data corrected for the relative detection efficiency due to the annealing of fission tracks at elevated temperatures. The solid lines denoted with "[106]" and with ^{176}W show the deposition peak for 2.5 h ^{176}W and the expected shape of the "[106]" deposition peak fitting the sf data. Based on the results of ancillary experiments with short-lived W nuclides, it was concluded that in a first, fast step volatile MO_2Cl_2 ($\text{M} = \text{W}, \text{Sg}$) molecules are formed and in a second, slower step the deposited MO_2Cl_2 is converted to more volatile MOCl_4 . Therefore the Sg deposition peak was attributed to the compound SgO_2Cl_2 , whereas the ^{176}W deposition peak was attributed to WOCl_4 . Due to the occurrence of two different species as well as due to the large differences in half-life no information about the relative volatility of MO_2Cl_2 ($\text{M} = \text{Mo}, \text{W}, \text{Sg}$) or MOCl_4 ($\text{M} = \text{Mo}, \text{W}, \text{Sg}$) within group 6 was obtained.

4.2.2 Isothermal Chromatography of Oxochlorides

In 1995 and 1996 an international collaboration conducted on-line isothermal chromatography experiments with Sg oxochlorides using the OLGA technique (see section 4.3) [30, 31]. In this work the longer-lived Sg-isotopes ^{265}Sg and ^{266}Sg were synthesized in the reaction $^{248}\text{Cm}(^{22}\text{Ne}; 4,5\text{n})$. Nuclear reaction products, recoiling from the target, were stopped in He gas loaded with carbon aerosols, and — adsorbed to their surface — continuously transported through a thin capillary to the OLGA setup. The aerosols carrying the reaction products were collected on quartz wool inside the reaction oven kept at 1000°C . Reactive gases — Cl_2 saturated with SOCl_2 and traces of O_2 — were introduced in order to form volatile oxochlorides (thermodynamic calculations [45] indicate that Mo and W most probably form the dioxide dichloride MO_2Cl_2 , $\text{M} = \text{Mo}, \text{W}$). Simultaneously, the carbon aerosols were converted to CO_2 . The chromatographic separation takes place downstream in the adjoining isothermal section of the column. At temperatures of 300°C and above group 6 oxochloride molecules travel through the column essentially without delay. In order to increase the sensitivity of the experiment the mother-daughter recoil counting modus was implemented at the rotating wheel system ROMA (see chapter 4, section 4.3). In a first experiment conducted at isothermal temperatures of the chromatography column of 300°C and 400°C the nuclide ^{265}Sg was unambiguously identified after chemical isolation by the observation of its α -decay chains [47].

In a second experiment at 350°C isothermal temperature, the results of the first experiment were confirmed by observing further ^{265}Sg α -decay chains [47]. Without changing any of the other experimental parameters, the isothermal temperature was then lowered to 250°C and the yield of ^{265}Sg was measured with a comparable sensitivity as at higher isothermal temperatures. In order to assure that the experimental set-up performed as expected, the nuclide ^{168}W was simultaneously produced from a small ^{152}Gd admixture to the ^{248}Cm target material and its yield was monitored. In Figure 15, the relative yields measured for oxochlorides of short-lived Mo, W, and Sg nuclides are shown as a function of isothermal temperature (the Sg data points measured at 300°C , 350°C and 400°C are summarized in one data point). The yield curve for ^{168}W was measured with the same chromatography column and under the same experimental conditions as they were then used for the isolation of Sg, whereas the yield curve for ^{104}Mo was determined in an earlier measurement. The solid lines show the results of a Monte Carlo simulation procedure where the migration of a molecule through the chromatography column has

been modeled [48]. From the measured Sg data a first thermochemical property of a Sg compound could be deduced. The sequence in volatility of MO_2Cl_2 ($M = \text{Mo}, \text{W}, \text{Sg}$) on the stationary phase is $\text{MoO}_2\text{Cl}_2 > \text{WO}_2\text{Cl}_2 \approx \text{SgO}_2\text{Cl}_2$. The probability that SgO_2Cl_2 is equally or even more volatile than MoO_2Cl_2 was estimated to be less than 15%.

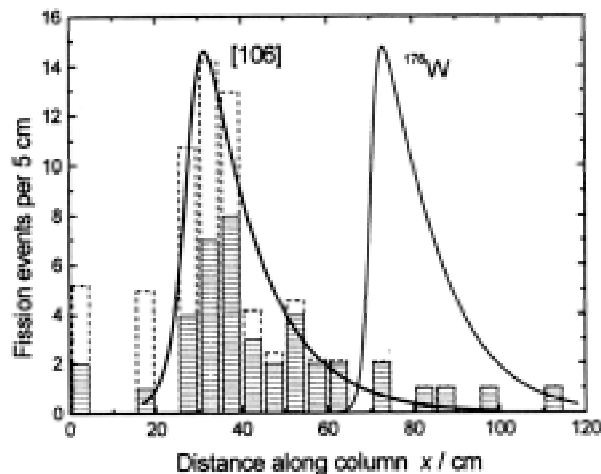


Fig.14. Measured distribution of spontaneous fission events attributed to the decay of an isotope of element 106 (Sg). The dotted histogram shows the data corrected for the relative detection efficiency due to annealing of fission tracks. The thick solid curves show the smoothed corrected thermochromatograms for Sg and ^{176}W . Figure reproduced from [29].

The experimentally determined ΔH_a^0 -values, measured with trace amounts (at zero surface coverage), were directly correlated with their macroscopic sublimation enthalpies (ΔH_s^0) (see chapter 6, section 2.3). It was therefore possible to directly estimate $\Delta H_s^0(\text{SgO}_2\text{Cl}_2) = 127_{-21}^{+10}$ kJ/mol from only a few investigated molecules. $\Delta H_s^0(\text{SgO}_2\text{Cl}_2)$ is a very important quantity in order to estimate e.g. $\Delta H_s^0(\text{Sg})$. Seaborgium is expected to have an equally or even higher ΔH_s^0 than W, the least volatile element in the Periodic Table.

4.2.3 Isothermal Chromatography of Sg Oxides/Oxide Hydroxides

Since the transport of group 6 elements Mo, W, and presumably also Sg in moist oxygen containing gases occurs via a dissociative adsorption reaction and not via a simple reversible adsorption, the retention times in an isothermal chromatography column are generally longer, also at very high temperatures. With the **High Temperature On-Line Gas Chromatography Apparatus (HITGAS)** [49] retention times of about 8 to 9 s were determined from measurements with short-lived Mo- and W nuclides at isothermal temperatures above 1270 K. Therefore, in experiments to characterize Sg as oxide hydroxide, the longer-lived isotope ^{266}Sg ($T_{1/2} \approx 21$ s), produced in the reaction $^{248}\text{Cm}(^{22}\text{Ne}, 4n)$ was used despite its lower production cross section of only about 60 pb, compared to the shorter-lived ^{265}Sg ($T_{1/2} = 7.4$ s) produced in the 5n evaporation channel with a maximum cross section of about 240 pb [47, 50]. By condensing the separated volatile species directly on metal foils mounted on the circumference of the rotating

wheel of the ROMA detection system (see chapter 4, section 4.3) the time-consuming reclustering step could be avoided, however at the expense of a reduced detection efficiency, since due to the thickness of the metal foils final samples could be assayed only in a 2π geometry. Furthermore, contaminants like various Po isotopes cannot be removed in the oxide/hydroxide chemical system, which makes detection of genetically linked α -decay chains difficult. Fortunately, ^{266}Sg decays by α -particle emission to the relatively short-lived ^{262}Rf ($T_{1/2}=2.1$ s) which decays by sf (100%).

In an experiment conducted at GSI a ^{248}Cm target was bombarded with 119 MeV ^{22}Ne ions. Reaction products recoiling from the target were stopped in He gas loaded with MoO_3 aerosol particles and swept to the HITGAS set-up. At the entrance to the chromatography column moist O_2 was added to the gas-jet. The temperature of the quartz chromatography column was 1325 K in the reaction- and 1300 K in the isothermal zone. Loosely packed quartz wool in the reaction zone served as filter for aerosol particles. A total beam dose of $6.3 \cdot 10^{17}$ ^{22}Ne ions was accumulated. The search for genetically linked decay chains $^{266}\text{Sg} \xrightarrow{\alpha} ^{262}\text{Rf} \xrightarrow{\text{sf}}$ revealed two candidate events. The probability that both of these events were entirely random was only 2%. Therefore, as expected, Sg appeared to be volatile under the conditions of the experiment, presumably as Sg oxide hydroxide. In the $\text{O}_2\text{-H}_2\text{O}_{(\text{g})}/\text{SiO}_{2(\text{s})}$ -system Sg showed typical group 6 element properties and also an U(VI)-like behavior, which is also known to form a volatile oxide hydroxide. In Figure 16, the relative yields of Mo and W oxide hydroxides in open quartz columns using humid O_2 as reactive carrier gas component are shown as a function of isothermal temperature. The solid lines are the result of a Monte Carlo model based on a microscopic description of the dissociative adsorption process [35] with $\Delta H_{\text{diss.ads}}^0(\text{MoO}_2(\text{OH})_2) = -54$ kJ/mol and $\Delta H_{\text{diss.ads}}^0(\text{WO}_2(\text{OH})_2) = -56$ kJ/mol. The dashed line represents a hypothetical yield curve assuming that group 6 oxide hydroxides are transported by simple reversible adsorption with $\Delta H_{\text{a}}^0 = -220$ kJ/mol [32].

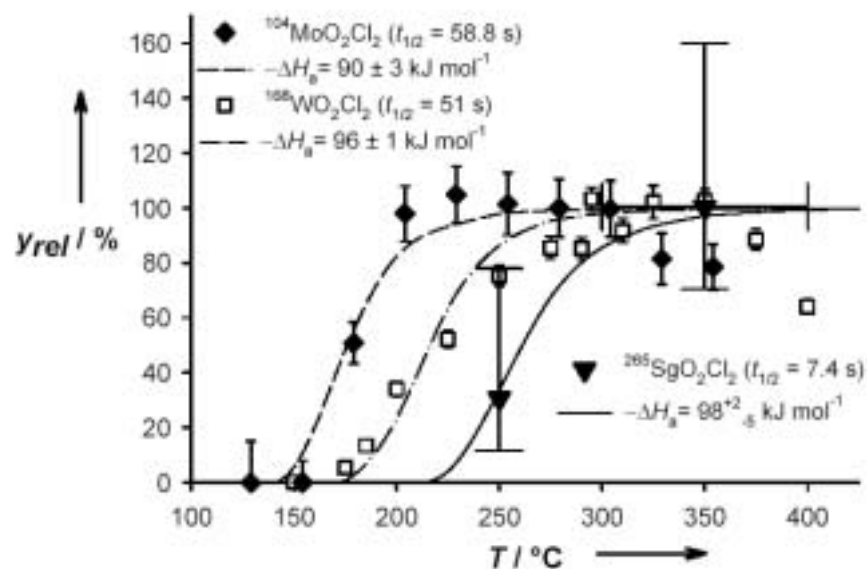


Fig.15. Relative yield of MO_2Cl_2 (M = Mo, W, Sg) as a function of isothermal temperature in the chromatography column [31].

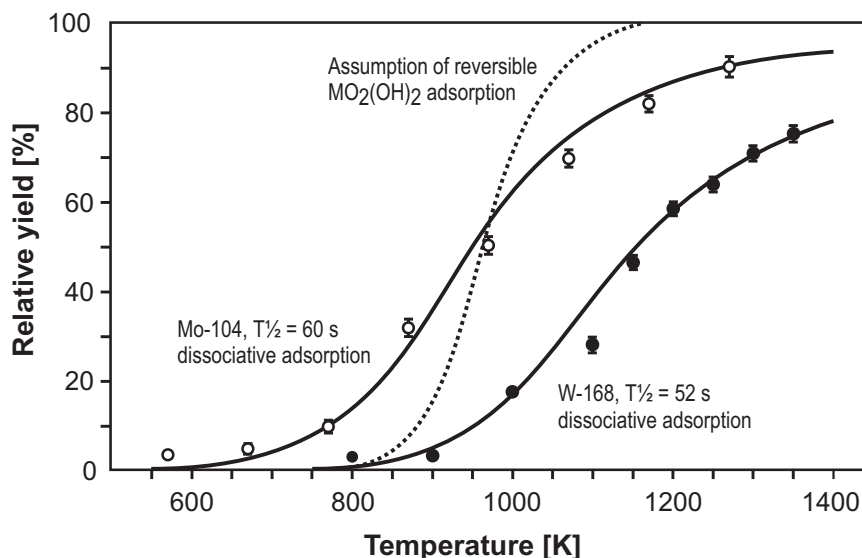


Fig.16. Relative yields in isothermal gas chromatography of ^{104}Mo (○) and ^{168}W (●) oxide hydroxides in quartz columns using humid oxygen as reactive carrier gas component. Sg was observed at an isothermal temperature of 1300 K.

In order to answer the question about the sequence of volatility of oxide hydroxides within group 6, further experiments have to be conducted at lower isothermal temperatures.

5. Bohrium (Bh, Element 107)

The fourth transactinide element bohrium is expected to be homologous to Mn, Tc, and Re and thus to belong to group 7 of the Periodic Table. Two early attempts to chemically identify Bh as volatile oxides or oxide hydroxides have failed [51, 52]. For the synthesis of Bh nuclides the reactions $^{249}\text{Bk}(^{22}\text{Ne}; 4,5n)^{267,266}\text{Bh}$ and $^{254}\text{Es}(^{16}\text{O}; 4,5n)^{265,266}\text{Bh}$ were employed. The decay properties of the nuclides $^{265-267}\text{Bh}$ were entirely unknown at the time. With the recent identification of the nuclides ^{266}Bh ($T_{1/2} \approx 1$ s) and ^{267}Bh ($T_{1/2} = 17^{+14}_{-6}$ s) [53] in bombardments of ^{249}Bk with ^{22}Ne ions and the recognition that the rapid formation of volatile oxide hydroxides is apparently hindered [54], Eichler et al. paved the way to the first successful chemical identification of Bh as oxochloride compound [55]. However, due to the very low formation cross sections of only about 70 pb for ^{267}Bh (produced in the reaction $^{249}\text{Bk}(^{22}\text{Ne}, 4n)$) [53], any experiment aiming at a chemical identification of Bh was predestined to be a "tour de force". Nevertheless, in a one month long experiment conducted at Paul Scherrer Institute, Switzerland, an international collaboration of radiochemists observed a total of 6 α -decay chains originating from ^{267}Bh after chemical isolation and established the sequence in volatility $\text{TcO}_3\text{Cl} > \text{ReO}_3\text{Cl} > \text{BhO}_3\text{Cl}$ [56].

5.1 VOLATILE COMPOUNDS OF BOHRIMUM

In contrast to groups 4 and 5, but similar to group 6, the 7 valence electrons of group 7 elements allow for a large number of stable oxidation states and thus a wide variety of

inorganic compounds. An increased stabilization is observed for the half-filled d-shells, which is especially evident for the 3d shell of Mn, which is considerably more volatile than its neighbors Cr and Fe in the same period. However, Mn behaves chemically markedly different from its homologs Tc and Re. Compounds of Mn are chemically most stable in oxidation state +2 whereas compounds in oxidation states +4 and +7 are strong oxidizing agents. Compounds of Tc and Re in high oxidation states are much more stable towards reduction and the oxidation state +2 is of minor importance. Due to the lanthanide contraction, the atomic- and ionic radii of Tc and Re are very similar and thus also their chemical behavior. Some typical mononuclear compounds of group 7 are listed in Table 1. Of all the compounds listed in Table 1 the oxides, oxide hydroxides, and the oxochlorides turned out to be the most promising candidates.

Table 1. Typical mononuclear compounds of group 7 elements

compound	Mn	Tc	Re
oxides	MnO, MnO ₂	TcO ₂ , TcO ₃	ReO ₂ , ReO ₃
hydroxides	MnOH, Mn(OH) ₂		
oxide hydroxides		HTcO ₄	HReO ₄
sulfides	MnS, MnS ₂	TcS ₃	ReS ₃
halides	MnX ₂ , MnX ₃ , MnX ₄	TcX ₃ , TcX ₄ , TcX ₅ ,	ReX ₃ , ReX ₄ , ReX ₅ ,
X = F, Cl, Br, I		TcX ₆	ReX ₆
oxohalides		TcOX ₃ , TcOX ₄ ,	ReOX ₃ , ReOX ₄ ,
X = F, Cl, Br, I		TcO ₃ X	ReO ₃ X

5.2 GAS CHEMICAL STUDIES OF BOHRIUM

5.2.1 Thermochromatography of Oxides and/or Oxide Hydroxides

A first attempt to chemically identify element 107 as eka-rhenium was conducted by Zvara and co-workers already in 1984 [51]. These authors based their separation on the prediction that bohrium should form volatile oxide-hydroxides. As in earlier experiments with Rf, Db and Sg, they searched for latent tracks left by the decay of a spontaneously fissile isotope of Bh in a thermochromatographic column. Moist air with a water vapor pressure of 600 Pa at a flow rate of 0.75 l/min passed behind a 150 µg/cm² thick ²⁴⁹Bk target that was irradiated with ²²Ne ions. Eight experiments were conducted with varying conditions concerning the operation of the thermochromatographic column. In the last 3 experiments optimum purification from actinides was achieved. No sf-tracks were observed in a temperature range from 800 down 20 °C, while the nuclide ¹⁷⁷Re (produced from an admixture of ¹⁵⁹Tb to the target material) was adsorbed around 200 °C. This negative result was interpreted that either the half-lives of the produced Bh nuclides were shorter than 2 s or that the production cross sections were lower than 100 pb [51]. Even though the reached cross section limits are very close to the cross sections measured later by Wilk et al. [53], the studies by Eichler et al. [54] showed that the rapid formation of a volatile oxide hydroxide does not take place.

5.2.2 On-line Gas Chromatography of Oxides

Later, in a different attempt Schädel et al. [52] bombarded a ²⁵⁴Es target with ¹⁶O ions to produce the isotopes ²⁶⁶Bh and ²⁶⁵Bh at the 88-Inch Cyclotron of Lawrence Berkeley Laboratory. Reaction products recoiling from the target were thermalized in He containing 20% O₂ and, attached to the surface of KCl aerosols, transported to the on-line

chromatography set-up OLGA. In the reaction oven of OLGA kept at 1050 °C the KCl aerosols were collected on a quartz wool plug and destroyed. The water content of the gas mixture was kept below 100 ppm in order to form only the trioxide species, as determined in test experiments with Re. Volatile oxides, which passed through the second part of the column with a negative temperature gradient ranging from 1050 °C down to 500 °C at the exit of the column, were deposited on thin Ni catcher foils (0.67 mg/cm²) that were coated with 50 µg/cm² Ta. The catcher foils were mounted on the circumference of a rotating wheel and stepped periodically between pairs of surface barrier detectors to register α - and sf decays. A spectrum of all α -events from all runs (93 MeV and 96 MeV bombarding energy) and all detectors revealed that a small portion of heavy actinide isotopes had passed through the gas chromatographic column, but that the decontamination factor was better than 10³. Even though a couple of α -decays were registered with energies between 8.4 and 9.2 MeV none of these could be conclusively attributed to the decay of a Bh isotope. No genetically linked decay chains were observed. Assuming a transport time of about 1 s and a half-life of the produced Bh isotopes of more than 2 s, cross section limits of about 3 to 10 nb were reached (95% confidence level). These upper limits were larger than the calculated production cross sections by more than one order of magnitude. As outlined by the authors, the experiment clearly failed to chemically identify Bh.

5.2.3 Isothermal Chromatography of Oxochlorides

In an experiment at the Philips cyclotron of PSI, the first successful chemical isolation and identification of Bh was accomplished [56]. A target of ²⁴⁹Bk (670 µg/cm²) covered with a layer of ¹⁵⁹Tb (100 µg/cm²) was prepared at LBNL on a thin (2.77 mg/cm²) Be foil. The target was irradiated for about four weeks with typically 1.6×10¹² particles of ²²Ne per second at a beam energy in the middle of the target of 119±1 MeV, producing 17-s ²⁶⁷Bh in the reaction ²⁴⁹Bk(²²Ne, 4n). ¹⁷⁶Re was simultaneously produced in the reaction ¹⁵⁹Tb(²²Ne, 5n) and served as a yield monitor for the chemical separation process. Nuclear reaction products recoiling from the target were attached to carbon aerosol clusters and transported with the carrier gas flow through a capillary to the modified OLGA III set-up. As reactive gases a mixture of HCl and O₂ was added. After chemical separation final products were attached to CsCl aerosols and transported to the rotating wheel detection system ROMA where α -particle and sf decays were registered in a 4 π geometry in a event by event mode. Measurements were performed at isothermal temperatures of 180°C, 150°C, and 75°C. At each isothermal temperature a beam integral of 10¹⁸ ²²Ne particles was accumulated. Throughout the experiment close to 180'000 samples have been measured. A total of 6 genetically linked decay chains attributed to the decay of ²⁶⁷Bh were observed; four at an isothermal temperature of 180°C, two at 150°C and none at 75°C. Due to a small contamination with Po and Bi nuclides, 1.3 of the 4 decay chains observed at 180°C have to be attributed to accidental correlations unrelated to the decay of ²⁶⁷Bh. At 150°C this correction amounted only to 0.1 out of 2 observed decay chains. The properties of the observed decay chains are shown in Figure 17.

Interestingly, at 75°C a relative yield of 80% was observed for ¹⁶⁹ReO₃Cl compared to 180°C isothermal temperature indicating that BhO₃Cl is less volatile than ReO₃Cl. The

fact that ^{267}Bh was identified after chemical separation already excludes a "Tc-like" behavior of Bh, since CsCl was used as recluster aerosol material, which was not suitable to recluster the very volatile TcO_3Cl [57]. The relative yields of the compounds $^{108}\text{TcO}_3\text{Cl}$ (○), $^{169}\text{ReO}_3\text{Cl}$ (●), and (most likely) $^{267}\text{BhO}_3\text{Cl}$ (■) as a function of isothermal temperature are shown in Figure 18. The deduced enthalpies of adsorption on the column surface were $-\Delta H_a^0(\text{TcO}_3\text{Cl}) = 51 \pm 3$ kJ/mol, $-\Delta H_a^0(\text{ReO}_3\text{Cl}) = 61 \pm 3$ kJ/mol, and $-\Delta H_a^0(\text{BhO}_3\text{Cl}) = 75_{-9}^{+6}$ kJ/mol (68% confidence interval). Therefore, the sequence in volatility is $\text{TcO}_3\text{Cl} > \text{ReO}_3\text{Cl} > \text{BhO}_3\text{Cl}$. The probability that BhO_3Cl is equally or more volatile than ReO_3Cl is less than 10%.

This sequence in volatility agrees well with predictions from fully relativistic density-functional calculations for group 7 oxochlorides that have been performed by Pershina et al. [75]. The results of these calculations have shown that the electronic structure of BhO_3Cl is very similar to that of TcO_3Cl or ReO_3Cl . Increasing dipole moments and electric dipole polarizabilities in the group suggest a decreasing volatility in the sequence $\text{TcO}_3\text{Cl} > \text{ReO}_3\text{Cl} > \text{BhO}_3\text{Cl}$. However, also classical extrapolations down the groups of the Periodic Table making use of empirical correlations of thermochemical properties predict BhO_3Cl to be more stable and less volatile than ReO_3Cl or TcO_3Cl [76]. As in the case of Sg-oxochlorides the experimentally determined ΔH_a^0 -value can be used to estimate a macroscopic sublimation enthalpy (ΔH_s^0) of BhO_3Cl using an empirical linear correlation function. It was therefore possible to directly estimate $\Delta H_s^0(\text{BhO}_3\text{Cl}) = 89_{-18}^{+21}$ kJ/mol from only a few investigated molecules

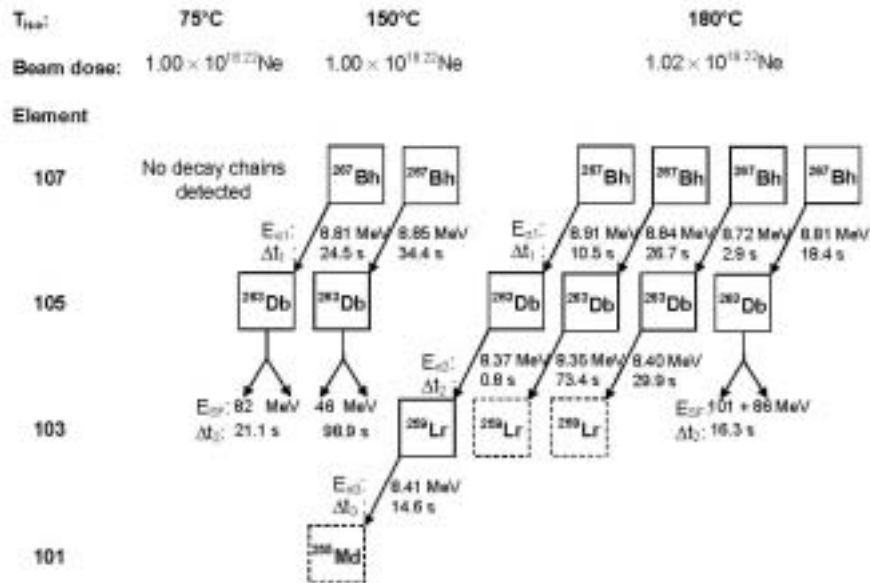


Fig17. The six nuclear decay chains attributed to the decay of ^{267}Bh leading to ^{263}Db and ^{259}Lr . These were observed at 180 °C and 150 °C, which allowed the unambiguous identification of Bh after chemical separation, presumably as volatile BhO_3Cl . No ^{267}Bh was detected at 75 °C isothermal temperature. Figure reproduced from [56].

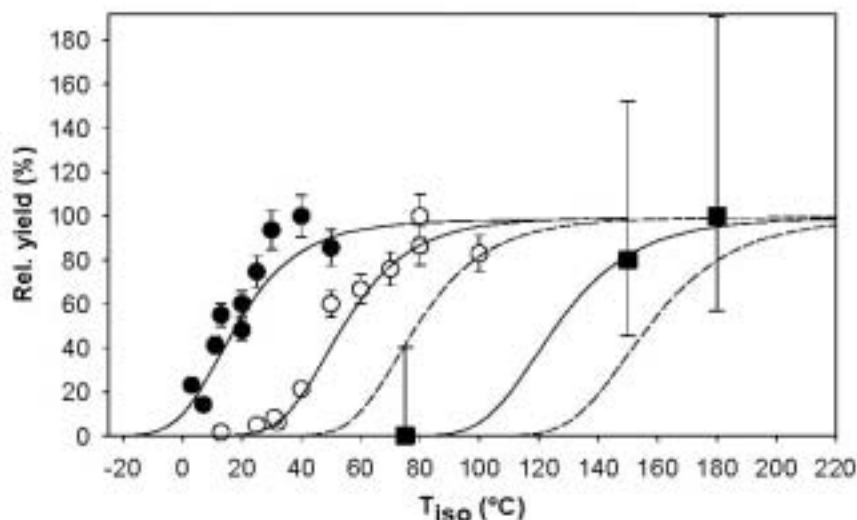


Fig.18. Relative yields of the compounds $^{108}\text{TcO}_3\text{Cl}$ (○), $^{169}\text{ReO}_3\text{Cl}$ (●), and (most likely) $^{267}\text{BhO}_3\text{Cl}$ (■) as a function of isothermal temperature. The error bars indicate a 68% confidence interval. The solid lines indicate the results of simulations with the microscopic model of Zvara [49] with the adsorption enthalpies given in the text. The dashed lines represent the calculated relative yield concerning the 68% confidence interval of the standard adsorption enthalpy of BhO_3Cl from -66 to -81 kJ/mol. Figure reproduced from [56].

6. Hassium (Hs, Element 108)

The experimental chemical investigation and characterization of the next heavier transactinide element Hassium (Hs, element 108) has, for some years, constituted a daunting task even though from the very beginning the selection of a volatile compound was absolutely clear. Hassium, as a presumed member of group 8 of the Periodic Table and thus a homologue of Fe, Ru, and Os, should form stable and at the same time very volatile HsO_4 molecules, very similar to OsO_4 . The discovery of Hs was reported in 1984 [77] with the identification of the nuclide ^{265}Hs with a half-life of only 1.5 ms, far too short for all of the currently available chemical separator systems. Only in 1996, the much longer-lived isotope ^{269}Hs with a half-life of the order of about 10 s was observed in the α -decay chain of the nuclide $^{277}\text{112}$ [78]. However, the production cross section of only about 1 pb for the reaction $^{208}\text{Pb}(^{70}\text{Zn}, 1n)^{277}\text{112}$ was discouragingly small. A somewhat larger production cross section of about 7 pb could be expected for the direct production of ^{269}Hs in the reaction $^{248}\text{Cm}(^{26}\text{Mg}, 5n)$ [79].

6.1 VOLATILE COMPOUNDS OF HASSIUM

Group 8 elements Fe, Ru and Os are known to exist in a large number of oxidation states: Fe is known in all states from -2 through +6, Ru in the states -2 through +8 (with the exception of +1) and Os in all states from -2 through +8 explaining the large variety of compounds. Ru and Os are the elements with the highest maximum valency within their periods and the only elements which can form an 8+ oxidation state (with the exception of Xe, which is known to form tetrahedral XeO_4 [81]). While the chemistry of Ru and Os is quite similar, Fe behaves differently. The reason is the existence of the lanthanide

series which is inserted in the sixth period of the Periodic Table. Therefore, investigations of the chemical properties for a future Hs chemistry experiment concentrated on Ru and Os. The most important volatile compounds of Ru and Os are the tetroxides MO_4 ($M=$ Ru, Os). There also exist a number of volatile Ru- and Os halides and oxohalides. The fluorides and oxofluorides are of importance, but experimentally difficult to handle. Quite naturally, early considerations [82, 83] and experimental developments [84-97] for a first Hs chemistry exclusively concentrated on the tetroxides. This strategy is justified, since classical extrapolations [98] as well as fully relativistic density functional theory calculations on the group 8 tetroxides [99] predict the existence of a volatile and very stable HsO_4 .

6.2 EARLY ATTEMPTS TO CHEMICALLY IDENTIFY HASSIUM

A first unsuccessful attempt to chemically identify Hs as volatile HsO_4 was reported by Zhuikov et al. [89] from Dubna. The reaction $^{40}Ar + ^{235}U$ was employed to produce short-lived α -decaying isotopes of element 110 and Hs daughter nuclides which might be detected by their sf-decay were rapidly isolate as volatile tetroxides. Atoms recoiling from the target were stopped in air and transported to a thermochromatography column, where the purification from actinides took place on a hot quartz wool filter. OsO_4 was adsorbed quantitatively on Lavsan (polyethylenphtalat) fission track detectors covered with $50 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ of Pb. No sf decays were registered resulting in a production cross section limit of 10 pb for nuclides with half-lives longer than 150 ms.

In a second experiment, using the reaction $^{249}Cf(^{22}Ne, 4n)^{267}Hs$, Zhuikov et al. [89] searched also for short-lived α -particle emitting isotopes of Hs. Recoiling atoms were thermalized in a mixture of Ar + 2% O_2 and continuously swept from the target chamber through a Teflon capillary to a quartz column kept at 1000-1100 °C filled with CaO to retain non-volatile nuclear reaction products i.e. actinides, Ra, Fr, and Po. Volatile species were then transported through a Teflon capillary and blown onto the surface of a Si detector covered with $50 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ of Pb. At the opposite side an annular Lavsan track detector (also coated with $50 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ of Pb) was located for registering fission fragments. The whole counting device was placed inside a shielding of Cd and paraffin in order to decrease the background. In model experiments with Os, OsO_4 was efficiently absorbed on the Pb surfaces. The decontamination from actinides was excellent (separation factor $>10^6$) as well as that from Po ($>10^3$). Nevertheless, no α -particles in the energy range above 8.5 MeV and no sf events were registered and an upper limit of 100 pb for the production cross sections of α -decaying nuclides with half-lives in the range between 50 ms and 12 h and of 50 pb for spontaneously fissioning nuclides was established.

A similar experiment was reported by Dougan et al. [91]. A set-up called **On-line Separation and Condensation AppaRatus** (OSCAR) was installed at the 88-Inch cyclotron of Lawrence Berkeley Laboratory. Nuclear reaction products were collected with a KCl aerosol gas-jet and transported from the target chamber to the OSCAR set-up where O_2 was added. The aerosol particles were destroyed on a hot quartz wool plug and the formation of tetroxides occurred at a temperature of 650°C. Non volatile reaction products were retained on the quartz wool plug whereas the volatile tetroxides were swept by the carrier gas flow to a condensation chamber, where they were deposited on a Ag disk, which was cooled with liquid N_2 . An annular Si surface barrier detector

registered α -particle and sf decays of nuclides adsorbed on the disk surface. The OSCAR set-up was used to search for α -decaying ^{272}Hs , the expected EC decay daughter of ^{272}Mt (estimated EC-decay half-life: 25 m), produced in the $^{254}\text{Es}(^{22}\text{Ne}, 4n)$ reaction. However, no α -decays between 8.7 and 11 MeV were observed and an upper limit for the production cross section of 1 nb was derived.

6.3 ON-LINE THERMOCHROMATOGRAPHY OF HASSIUM

In order to reach the required sensitivity and to obtain at the same time meaningful chemical information about Hs and its compounds different experimental developments had to be combined. First, the most promising approach to synthesize relatively long-lived Hs isotopes appeared to be the reaction $^{248}\text{Cm}(^{26}\text{Mg}; 4,5n)^{270,269}\text{Hs}$. Second, the rate of production could be increased by using an intense ^{26}Mg beam impinging on rotating ^{248}Cm targets. Third, the "in-situ" production [96] allowed for highest possible chemical yields of group 8 tetroxides. Fourth, in order to compare the volatility of HsO_4 with those of its lighter homologues of group 8, thermochromatography is the method of choice since the position of every detected atom contributes chemical information. The only problem of the thermochromatographic technique so far was the unambiguous identification of the decaying nuclide. This problem has been solved by Kirbach et al. [97] who have built a rectangular thermochromatography column consisting of PIN diodes. In the actual Hs experiment an improved version namely the **Cryo On-Line Detector (COLD)** was used.

The required gain in sensitivity of one order of magnitude compared to the OLGA set-up used in experiments with Bh was thus accomplished. With the rotating target wheel, synthesis of about 3 atoms of ^{269}Hs per day could be expected, assuming a production cross section of 7 pb. The overall efficiency of the set-up (including detection of a 3 member α -decay chain) amounted to 30 - 50%, resulting in the expected detection of about one decay chain per day of experiment.

In an experiment to produce Hs isotopes conducted in May of 2001 at GSI, of valid data was collected during 64.2 h. During this time 1.0×10^{18} ^{26}Mg beam particles passed through the ^{248}Cm target. Only α -lines originating from ^{211}At , $^{219,220}\text{Rn}$ and their decay products were identified. While ^{211}At and its decay daughter ^{211}Po were deposited mainly in the first two detectors, $^{219,220}\text{Rn}$ and their decay products accumulated in the last three detectors, where the temperature was sufficiently low to partly adsorb Rn. During the experiment, seven correlated decay chains were detected. All decay chains were observed in detectors 2 through 4 and assigned to the decay of either ^{269}Hs or the yet unknown ^{270}Hs . The characteristics of three decay chains agreed well with literature data on ^{269}Hs and its daughter nuclides [78, 100], while two other decay chains were attributed to the decay of ^{270}Hs . The last two decay chains were incomplete and a definite assignment to ^{269}Hs or ^{270}Hs could not be made. No additional three-member decay chains with a total length of ≤ 300 s were registered in detectors 2 to 10. The background count-rate of α -particles with energies between 8.0 and 9.5 MeV was about 0.6 h^{-1} per detector, leading to very low probabilities of $\leq 7 \times 10^{-5}$ and $\leq 2 \times 10^{-3}$ for any of the first five chains and any of the last two chains, respectively, being of random origin. In addition, four fission

fragments with energies >50 MeV that were not correlated with a preceding α -particle were registered in detectors 2 through 4.

The longitudinal distribution of the 7 decay chains originating from Hs is depicted in Figure 19. The maximum of the Hs distribution was found at a temperature of -44 ± 6 °C. The distribution of $^{172}\text{OsO}_4$ ($T_{1/2} = 19.2$ s) measured before and after the experiment showed a maximum in detector 6 at a deposition temperature of -82 ± 7 °C. As in experiments with lighter transactinide elements the Monte Carlo model of Zvara [19], that describes the microscopic migration of a molecule in a gas chromatographic column, was used to evaluate the adsorption enthalpy of HsO_4 and OsO_4 on the silicon nitride detector surface. The modeled distributions with $-\Delta H_a^0(\text{HsO}_4) = 46 \pm 2$ kJ/mol (68% confidence interval) and $-\Delta H_a^0(\text{OsO}_4) = 39 \pm 1$ kJ/mol are shown as solid lines in Figure 19.

The higher deposition temperature of about 40 °C and the thus about 7 kJ/mol higher adsorption enthalpy seems to indicate a slightly lower volatility of HsO_4 compared to its lighter homolog OsO_4 . This experimental result was somewhat unexpected since according to both, classical extrapolations and relativistic molecular calculations, HsO_4 was predicted to be about as volatile as OsO_4 . Nevertheless, the high volatility of the Hs oxide species clearly suggests that it is HsO_4 since by analogy with the known properties of the Os oxides all other Hs oxides are expected to be much less volatile and unable to reach the detector system. The observed formation of a volatile Hs oxide (very likely HsO_4) provides strong experimental evidence that Hs behaves chemically as an ordinary member of group 8 of the Periodic Table.

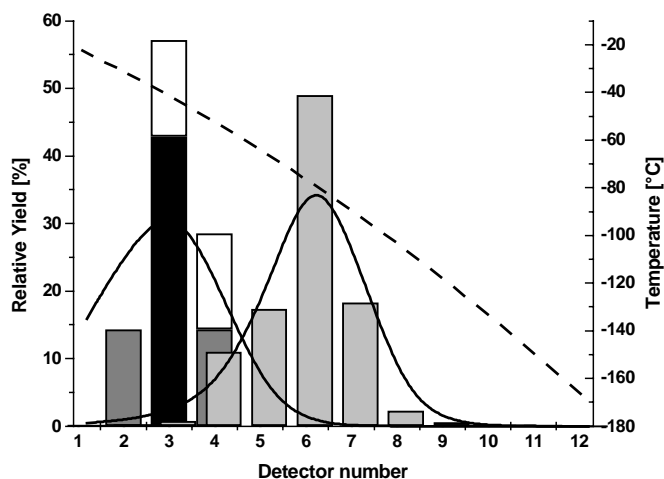


Fig 19. Relative yields of HsO_4 and OsO_4 for each of the 12 detector pairs. Measured values are represented by bars: $^{269}\text{HsO}_4$; black; $^{270}\text{HsO}_4$; dark grey; 269 or $^{270}\text{HsO}_4$; white; $^{172}\text{OsO}_4$; light grey. The dashed line indicates the temperature profile (right-hand scale). The maxima of the deposition distributions were evaluated as -44 ± 6 °C for HsO_4 and -82 ± 7 °C for OsO_4 . Solid lines represent results of a simulation of the adsorption process with standard adsorption enthalpies of -46.0 kJ/mol for $^{269}\text{HsO}_4$ and -39.0 kJ/mol for $^{172}\text{OsO}_4$. Figure reproduced from [101].

References

1. Zvara, I., Chuburkov, Yu.T., Caltetka, R., Shalaevski, M.R., Shilov, B.V.: *At. Energ.* **21**, (1966) 8.
2. Keller, O.L.: *Radiochim. Acta* **37**, (1984) 169.
3. Johnson, E., Fricke, B., Keller, O.L., Nestor, C.W., Tucker, T.C.: *J.Chem. Phys.* **93**, (1990) 8041.
4. Zhuikov, B.L., Chuburkov, Yu.T., Timokhin, S.N., Kim U. Jin, Zvara, I.: *Radiochim. Acta* **46**, (1989) 113.
5. Gäggeler, H.W.: *J. Radioanal. Nucl. Chem.* **183**, (1994) 261.
6. Morozove, A.I., Karlova, E.V.: *Russ J. Inorg. Chem.* **16**, (1971) 12.
7. Zvara, I., Belov, V.Z., Chelnikov, L.P., Domanov, V.P., Hussonois, M., Korotkin, Yu.S., Shegolev, V.A., Shalaevski, M.R.: *Inorg. Nucl. Chem. Lett.* **7**, (1971) 1109.
8. Türler, A.: "Gas Phase Chemistry of the Transactinide Elements Rutherfordium, Dubnium, and Seaborgium", in: *Habilitation Thesis*, Bern University (1999).
9. Zvara, I., Timokhin, S.N., Chuburkov, Yu.T., Domanov, V., Gorski, B.: *Joint Institute for Nuclear Research, Laboratory for Nuclear Reactions, Scientific Report 1989-1990, E7-91-75, Dubna*, p.34.
10. Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Baltensperger, U., Weber, A., Kovacs, A., Vermeulen, D., Türler, A.: *Nucl. Instrum. Meth. in Phys. Res.* **A309**, (1991) 201.
11. Kadkhodayan, B., Türler, A., Gregorich, K.E., Nurmia, M.J., Lee, D., Hoffman, D.C.: *Nucl. Instrum. Meth. in Phys. Res.* **A317**, (1992) 254.
12. Türler, A., Buklanov, G.V., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Grantz, M., Hübener, S., Jost, D.T., Lebedev, V.Ya., Piguet, D., Timokhin, S.N., Yakushev, A.B., Zvara, I.: *J. Alloys. Comp.* **271-273**, (1998) 287.
13. Kadkhodayan, B., Türler, A., Gregorich, K.E., Baisden, P.A., Czerwinski, K.R., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Hamilton, T.M., Jost, D.T., Kacher, C.D., Kovacs, A., Kreek, S.A., Lane, M.R., Mohar, M.F., Neu, M.P., Stoyer, N.J., Sylwester, E.R., Lee, D.M., Nurmia, M.J., Seaborg, G.T., Hoffman, D.C.: *Radiochim. Acta* **72**, (1996) 169.
14. Türler, A., Gäggeler, H.W., Gregorich, K.E., Barth, H., Brüchle, W., Czerwinski, K.R., Goyer, M.K., Hannink, N.J., Henderson, R.A., Hoffman, D.C., Jost, D.T., Kacher, C.D., Kadkhodayan, B., Kovacs, A., Kratz, J.V., Kreek, S.A., Lee, D.M., Leyba, J.D., Nurmia, M.J., Schädel, M., Scherer, U.W., Schimpf, E., Vermeulen, D., Weber, A., Zimmermann, H.P., Zvara, I.: *J. Radioanal. Nucl. Chem.* **160**, (1992) 327.
15. Sylwester, E., Gregorich, K.E., Lee, D.M., Kadkhodayan, B., Türler, A., Adams, J.L., Kacher, C.D., Lane, M.R., Laue, C.A., McGrath, C.A., Shaughnessy, D.A., Strellis, D.A., Wilk, P.A., Hoffman, D.C.: *Radiochim. Acta* **88**, (2000) 837.
16. Domanov, V.P., Kim U. Zin.: *Radiokhimiya* **31**, (1989) 12.
17. Türler, A., Buklanov, G.V., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Grantz, M., Hübner, S., Jost, D.T., Lebedev, V.Ya., Piguet, D., Timokhin, S.N., Yakushev, A.B., Zvara, I.: *J. Alloys and Comp.*, **271-273**, (1998) 287.
18. Eichler, B. Zvara, I.: *Radiochim. Acta* **30**, (1982) 233.
19. Zvara, I.: *Radiochim. Acta* **38**, (1985) 95.
20. Gregorich, K.E., in: *Radiochemistry of Rutherfordium and Hahnium, Proc. "The Robert A. Welch Foundation, 41st Conference on Chemical Research – The Transactinide Elements"*, Houston, Texas, Oct. 27-28 (1997), p.95.
21. Zvara, I., Belov, V.Z., Korotkin, Yu.S., Shalaevski, M.R., Shchegolev, V.A., Hussonois, M., Zager, B.A.: *Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Report P12-5120, May 15 (1970)*.
22. Zvara, I., Belov, V., Domanov, V.P., Shalaevski, M.R., *Sov. Radiochem.* **18**, (1976) 371.
23. Türler, A., Eichler, B., Jost, D.T., Piguet, D., Gäggeler, H.W., Gregorich, K.E., Kadkhodayan, B., Kreek, S.A., Lee, D.M., Mohar, M., Sylwester, E., Hoffman, D.C., Hübener, S.: *Radiochim. Acta* **73**, (1996) 55.
24. Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Kovacs, J., Scherer, U., Weber, A., Vermeulen, D., Türler, A., Gregorich, K.E., Henderson, R., Czerwinski, K., Kadkhodayan, B., Lee, D.M., Nurmia, M., Hofman, D.C., Kratz, J.V., Goyer, M., Zimmermann, H.P., Schädel, M., Brüchle, W., Schimpf, E., Zvara, I.: *Radiochim. Acta* **57**, (1992) 93.
25. Türler, A.: *Radiochim. Acta* **72**, (1996) 7.
26. Timokhin, S.N., Yakushev, A.B., Perelygin, V.P., Zvara, I., "Chemical Identification of Element 106 by the Thermochromatographic Method". In: *Proceedings of the "International School Seminar on Heavy Ion Physics"*, Dubna, 10-15 May 1993, pp. 204-206.
27. Timokhin, S.N., Yakushev, A.B., Honggui, Xu, Perelygin, V.P., Zvara, I.: *J. Radioanal. Nucl. Chem., Letters* **212**, (1996) 31.
28. Yakushev, A.B., Timokhin, S.N., Vedenev, M.V., Honggui, Xu, Zvara, I.: *J. Radioanal. Nucl. Chem.* **205** (1996) 63.
29. Zvara, I., Yakushev, A.B., Timokhin, S.N., Honggui, Xu, Perelygin, V.P., Chuburkov Yu.T.: *Radiochim. Acta* **81** (1998) 179.
30. Schädel, M., Brüchle, W., Dressler, R., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Günther, R., Gregorich, K.E., Hoffman, D.C., Hübener, S., Jost, D.T., Kratz, J.V., Paulus, W., Schumann, D., Timokhin, S., Trautmann, N., Türler, A., Wirth, G., Yakushev, A.: *Nature* **388**, (1997) 55.

31. Türler, A. Brüchle, W., Dressler, R., Eichler, B., Eichler, R., Gäggeler, H.W., Gärtner, M., Gregorich, K.E., Hübener, S., Jost, D.T., Lebedev, V.Y., Pershina, V.G., Schädel, M., Taut, S., Timokhin, S.N., Trautmann, N., Vahle, A., Yakushev, A.B.: *Angew. Chem. Int. Ed.* **38**, (1999) 2212.
32. Hübener, S., Taut, S., Vahle, A., Dressler, R., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Piguet, D., Türler, A., Brüchle, W., Jäger, E., Schädel, M., Schimpf, E., Kirbach, U., Trautmann, N., Yakushev, A.B.: *Radiochim. Acta* **89**, (2001) 737.
33. Knacke, O., Kubaschewski, O., Hesselmann K. (Eds.), *Thermochemical Properties of Inorganic Substances II*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.
34. Vahle, A., Hübener, S., Eichler, B.: *Radiochim. Acta* **69**, (1995) 233.
35. Vahle, A., Hübener, S., Dressler, R., Eichler, B., Türler, A.: *Radiochim. Acta* **78**, (1997) 53.
36. Vahle, A., Hübener, S., Funke, H., Eichler, B., Jost, D.T., Türler, A., Brüchle, W., Jäger E.: *Radiochim. Acta* **84**, (1999) 43.
37. Zvara, I., Eichler, B., Belov, V.Z., Zvarova, T.S., Korotkin, Yu.S., Shalayevski, M.R., Shchegolev, V.A., Hussonnois, M.: *Sov. Radiochemistry* **16**, (1974) 709.
38. Helas, G., Hoffmann, P., Bächmann, K.: *Radiochem. Radioanal. Letters* **30**, (1977) 371.
39. Bayar, B., Votsilka, I., Zaitseva, N.G., Novgorodov, A.F.: *Sov. Radiochemistry* **20**, (1978) 64.
40. Tsalas, S., Bächmann, K.: *Anal. Chim. Acta* **98**, (1978) 17.
41. Rudolph, J., Bächmann, K., Steffen, A., Tsalas, S.: *Microchim. Acta* **I** (1978) 471.
42. Rudolph, J., Bächmann, K.: *J. Radioanal. Chem.* **43**, (1978) 113.
43. Rudolph, J., Bächmann, K.: *Microchim. Acta* **I**, (1979) 477.
44. Tsalas, S., Bächmann, K., Heinlein, G.: *Radiochim. Acta* **29**, (1981) 217.
45. Gärtner, M., Boetger, M., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Grantz, M., Hübener, S., Jost, D.T., Piguet, D., Dressler, R., Türler, A., Yakushev, A.B.: *Radiochim. Acta* **78**, (1997) 59.
46. Lebedev, V.Ya., Yakushev, A.B., Timokhin, S.N., Vedenev, M.B., Zvara, I.: *Czech. J. Phys.* 49/S1, (1999) 589.
47. Türler, A., Dressler, R., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Schädel, M., Brüchle, W., Gregorich, K.E., Trautmann, N., Taut, S., *Phys. Rev. C* **57**, (1998) 1648.
48. Zvara, I.: *Radiochim. Acta* **38**, (1985) 95.
49. Vahle, A., Hübener, S., Dressler, R., Grantz, M.: *Nucl. Instr. Meth. A* **481**, (2002) 637.
50. Lazarev, Y.A., Lobanov, Y.V., Oganessian, Y.T., Utyonkov, V.K., Abdullin, F.S., Buklanov, G.V., Gikal, B.N., Iliev, S., Mezentsev, A.N., Polyakov, A.N., Sedykh, I.M. Shirokovsky, I.V., Subbotin, V.G., Sukhov, A.M., Tsyganov, Y.S., Zhuchko, V.E., Loughheed, R.W., Moody, K.J., Wild, J.F., Hulet, E.K., McQuaid, J.H.: *Phys. Rev. Lett.* **73**, (1994) 624.
51. Zvara, I., Domanov, V.P., Hübener, S., Shalaevkii, M.R., Timokhin, S.N., Zhuikov, B.L., Eichler, B., Buklanov, G.V.: *Sov. Radiochem.* **26**, (1984) 72.
52. Schädel, M., Jäger, E., Brüchle, W., Sümmerer, K., Hulet, E.K., Wild, J.F., Loughheed, R.W., Dougan, R.J., Moody, K.J.: *Radiochim. Acta* **68**, (1995) 7.
53. Wilk, P. A., Gregorich, K. E., Türler, A., Laue, C. A., Eichler, R., Ninov, V., Adams, J. L., Kirbach, U.W., Lane, M.R., Lee, D.M., Patin, J.B., Shaughnessy, D.A., Strellis, D.A., Nitsche, H., Hoffman, D.C.: *Phys. Rev. Lett.* **85**, (2000) 2697.
54. Eichler, R., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Dressler, R., Türler, A.: *Radiochim. Acta* **87**, (1999) 151.
55. Eichler, R., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Piguet, D., Türler, A.: *Radiochim. Acta* **88**, (2000) 87.
56. Eichler, R., Brüchle, W., Dressler, R., Düllmann, Ch.E., Eichler, B., Gäggeler, H.W., Gregorich, K.E., Hoffman, D.C., Hübener, S., Jost, D.T., Kirbach, U.W., Laue, C.A., Lavanchy, V.M., Nitsche, H., Patin, J.B., Piguet, D., Schädel, M., Shaughnessy, D.A., Strellis, D.A., Taut, S., Tobler, L., Tsyganov, Y.S., Türler, A., Vahle, A., Wilk, P.A., Yakushev, A.B.: *Nature* **407**, (2000) 63.
57. Merinis, J., Bouissieres, G.: *Anal. Chim. Acta* **25**, (1961) 498.
58. Schäfer, H.: *Chemische Transportreaktionen*, Verlag Chemie, Weinheim (1962).
59. Bayar, B., Novgorodov, A.F., Zaitseva, N.G.: *Radiochem. Radioanal. Lett.* **15**, (1973) 231.
60. Bayar, B., Vocilka, I., Zaitseva, N.G., Novgorodov, A.F.: *Sov. Radiochem.* **16** (1974) 333.
61. Bayar, B., Novgorodov, A.F., Vocilka, I., Zaitseva, N.G.: *Radiochem. Radioanal. Lett.* **19**, (1974) 45.
62. Eichler, B., Domanov, V.P.: *J. Radioanal. Chem.* **28**, (1975) 143.
63. Bayar, B., Vocilka, I., Zaitseva, N.G., Novgorodov, A.F.: *Radiochem. Radioanal. Lett.* **34**, (1978) 75.
64. Adilbish, M., Zaitseva, N.G., Kovach, Z., Novgorodov, A.F., Sergeev, Yu.Ya., Tikhonov, V.I.: *Sov. Radiochem.* **20**, (1978) 652.
65. Steffen, A., Bächmann, K.: *Talanta* **25**, (1978) 677.
66. Novgorodov, A.F., Adilbish, M., Zaitseva, N.G., Kovalev, A.S., Kovach, Z.: *Sov. Radiochem.* **22**, (1980) 590.
67. Domanov, V.P., Hübener, S., Shalaevkii, M.R., Timokhin, S.N., Petrov, D.V., Zvara, I.: *Sov. Radiochem.* **25**, (1983) 23.
68. Eichler, B.: *Radiochem. Acta* **72**, (1996) 19.
69. Rösch, F., Novgorodov, A.F., Qaim, S.M.: *Radiochim. Acta* **64**, (1994) 113.
70. Novgorodov, A.F., Bruchertseifer, F., Brockmann, J., Lebedev, N.A., Rösch, F.: *Radiochim. Acta* **88**, (2000) 163.

71. Schädel, M., Jäger, E., Schimpf, E., Brüchle, W.: *Radiochim. Acta* **68**, (1995) 1.
72. Merinis, J., Bouissieres, G.: *Radiochim. Acta* **12**, (1969) 140.
73. Neidhart, B., Bächmann, K., Krämer, S., Link, I: *Radiochem. Radioanal. Lett.* **12**, (1972) 59.
74. Tsalas, S., Bächmann, K.: *Analytica Chimica Acta* **98**, (1978) 17.
75. Pershina, V, Bastug, T.: *J. Chem. Phys.* **113**, (2000) 1441.
76. Eichler, R.: PSI internal report TM-18-00-04 (in german) (2000).
77. Münzenberg, G., Armbruster, P., Folger, H., Hessberger, F.P., Hofmann, S., Keller, J., Poppensieker, K.E., Reisdorf, W., Schmidt, K.-H., Schött, H.-J., Leino, M.E., Hingmann, R.: *Z. Phys. A* **317**, (1984) 235.
78. Hofmann, S., Ninov, V., Hessberger, F.P., Armbruster, P., Folger, H., Münzenberg, G., Schött, H.J., Popeko, A.G., Yerebin, A.V., Saro, S., Janik, R., Leino, M.: *Z. Phys. A* **354**, (1996) 229.
79. Kratz, J.V.: "Chemical properties of the Transactinide Elements". In: *Heavy Elements and Related New Phenomena*. Eds. Greiner, W., Gupta, R.K., World Scientific, Singapore, (1999) 129-193.
80. Düllmann, Ch.E., Brüchle, W., Dressler, R., Eberhardt, K., Eichler, B., Eichler, R., Gäggeler, H.W., Ginter, T.N., Glaus, F., Gregorich, K.E., Hoffman, D.C., Jäger, E., Jost, D.T., Kirbach, U.W., Lee, D.M., Nitsche, H., Patin, J.B., Pershina, V., Piguet, D., Qin, Z., Schädel, M., Schausten, B., Schimpf, E., Schött, H.-J., Soverna, S., Sudowe, R., Thörle, P., Timokhin, S.N., Trautmann, N., Türler, A., Vahle, A., Wirth, G., Yakushev, A.B., Zielinski, P.M.: *Nature* **418**, (2002) 859.
81. Gundersen, G., Hedberg, K., Huston, J.L.: *J. Chem. Phys.* **52**, (1979) 812.
82. Bächmann, K., Hoffmann, P.: *Radiochim. Acta* **15**, (1971) 153.
83. Fricke, B.: *Structure and bonding* **21**, (1975) 90.
84. Eichler, B., Domanov, V.P.: *J. Radioanal. Chem.* **28**, (1975) 143.
85. Eichler, B.: *Radiochem. Radioanal. Letters* **22**, (1975) 147.
86. Domanov, V.P. Zvara, I.: *Radiokhimiya* **26**, (1984) 770.
87. Eichler, B., Zude, F., Fan, W., Trautmann, N., Herrmann, G.: *Radiochim. Acta* **56**, (1992) 133.
88. Zude, F., Fan, W., Trautmann, N., Herrmann, G., Eichler, B.: *Radiochim. Acta* **62**, (1993) 61.
89. Zhuikov, B.L., Chepigin, V.I., Kruz, H., Ter-Akopian, G.M., Zvara, I.: unpublished report 1985, see also Chepigin, V.I., Zhuikov, B.L., Ter-Akopian, G.M., Zvara, I.: *Fizika tiazhelykh ionov - 1985. Sbornik anotacii. Report JINR P7-86-322*, Dubna, (1986) 15.
90. Zhuikov, B.L., Kruz, H., Zvara, I.: *Fizika tiazhelykh ionov - 1985. Sbornik anotacii. Report JINR P7-86-322*, Dubna, (1986) 26.
91. Dougan, R.J., Moody, K.J., Hulet, E.K., Bethune, G.R.: *Lawrence Livermore National Laboratory Annual Report FY 87, UCAR 10062/87*, (1987) 4-17.
92. Hulet, E.K., Moody, K.J., Loughheed, R.W., Wild, F., Dougan, R.J., Bethune, G.R.: *Lawrence Livermore National Laboratory Annual Report FY 87, UCAR 10062/87*, (1987) 4-9.
93. Düllmann, Ch.E., Türler, A., Eichler, B., Gäggeler, H.W.: "Thermochromatographic Investigation of Ruthenium with Oxygen as Carrier Gas" In: *Extended Abstracts of "1st International Conference on Chemistry and Physics of the Transactinide Elements"*, Seeheim, Germany, 26-30 September 1999, P-M-13.
94. von Zweidorf, A., Kratz, J.V., Trautmann, N., Schädel, M., Nähler, A., Jäger, E., Schausten B., Brüchle W., Schimpf, E., Angert, R., Li, Z., Wirth, G.: "The Synthesis of Volatile Tetroxides of Osmium and Ruthenium" In: *Extended Abstracts of "1st International Conference on Chemistry and Physics of the Transactinide Elements"*, Seeheim, Germany, 26-30 September 1999, P-M-15.
95. Yakushev, A.B., Vakarov, V.I., Vasko, V., Lebedev, V.Ya., Timokhin, S.N., Tsyganov, Yu.S., Zvara, I.: "On-line Experiments with Short-lived Osmium Isotopes as a Test of the Chemical Identification of the Element 108 - Hassium" In: *Extended Abstracts of "1st International Conference on Chemistry and Physics of the Transactinide Elements"*, Seeheim, Germany, 26-30 September 1999, P-M-17.
96. Düllmann, Ch.E., Eichler, B., Eichler, R., Gäggeler, H.W., Jost, D.T., Piguet, D., Türler, A.: *Nucl. Instr. Meth. A* **479**, (2002) 631.
97. Kirbach, U.W., Folden III, C.M., Ginter, T.N., Gregorich, K.E., Lee, D.M., Ninov, V., Omtvedt, J.P., Patin, J.B., Seward, N.K., Strellis, D.A., Sudowe, R., Türler, A., Wilk, P.A., Zielinski, P.M., Hoffman, D.C., Nitsche, H.: *Nucl. Instr. Meth. A* **484**, (2002) 587.
98. Düllmann, Ch.E., Eichler, B., Eichler, R., Gäggeler, H.W., Türler, A.: *J. Phys. Chem. B* **106**, (2002) 6679.
99. Pershina, V., Bastug, T., Fricke, B., Varga, S.: *J. Chem. Phys.* **115**, (2001) 792.
100. Hofmann, S., Heßberger, F.P., Ackermann, D., Münzenberg, G., Antalic, S., Cagarda, P., Kindler, B., Kojouharova, J., Leino, M., Lommel, B., Mann, R., Popeko, A.G., Reshitko, S., Saro, S., Uusitalo, J., Yerebin, A.V.: *Eur. Phys. J. A* **10**, (2001) 5.
101. Düllmann, Ch.E.: "Chemical Investigation of Hassium (Hs, Z=108)", PhD thesis, Bern University (2002).
102. Oganessian, Yu.Ts., Yerebin, A.V., Gulbekian, G.G., Bogomolov, S.L., Chepigin, V.I., Gikal, B.N., Gorshkov, V.A., Itkis, M.G., Kabachenko, A.P., Kutner, V.B., Lavrentev, A.Yu., Malyshev, O.N., Popeko, A.G., Roháč, J., Sagaidak, R.N., Hofmann, S., Münzenberg, G., Veselsky, M., Saro, S., Iwasa, N., Morita, K.: *Eur. Phys. J. A* **5**, (1999) 63.

103. Oganessian, Yu.Ts., Yeremin, A.V., Popeko A. G., Bogomolov, S.L., Buklanov, G.V., Chelnokov, M.L., Chepigin, V.I., Gikal, B.N., Gorshkov, V.A., Gulbekian, G.G., Itkis, M.G., Kabachenko, A.P., Lavrentev, A.Yu., Malyshev, O.N., Roháč, J., Sagaidak, R.N., Hofmann, S., Saro, S., Giardina, G., Morita, K.: *Nature* **400**, (1999) 242.
104. Oganessian, Yu.Ts., Utyonkov, V.K., Lobanov, Yu.V., Abdullin, F.Sh., Polyakov, A.N., Shirokovsky, I.V., Tsyganov, Yu.S., Gulekian, G.G., Bogomolov, S.L., Gikal, B.N., Mezentsev, A.N., Iliev, S., Subbotin, V.G., Sukhov, A.M., Ivanov, O.V., Buklanov, G.V., Subotiv, K., Itkis, M.G., Moody, K.J., Wild, J.F., Stoyer, N.J., Stoyer, M.A., Loughheed, R.W.: *Phys. Rev. C* **62**, (2000) 041604(R).
105. Eichler, B.: *Kernenergie* **19**, (1976) 307.
106. Pitzer, K.S.: *J. Chem. Phys.* **63**, (1975) 1032.
107. Eichler, B., Rossbach, H.: *Radiochim. Acta* **33**, (1983) 121.
108. Bächmann, K., Hoffmann, P.: *Radiochim. Acta* **15**, (1971) 153.
109. Trautmann, W., Hoffmann, P., Bächmann, K.: *J. Organometallic Chem.* **92**, (1975) 191.
110. Yakushev, A.B., Buklanov, G.V., Chelnokov, M.L., Chepigin, V.I., Dmitriev, S.N., Gorshkov, V.A., Hübener, S., Lebedev, V.Ya., Malyshev, O.N., Oganessian, Yu.Ts., Popeko, A.G., Sokol, E.A., Timokhin, S.N., Türler, A., Vasko, V.M., Yeremin, A.V., Zvara, I.: *Radiochim. Acta* **89**, (2001) 743.
111. Yakushev, A.B., Belozerov, A.V., Buklanov, G.V., Chelnokov, M.L., Chepigin, V.I., Dmitriev, S.N., Eichler, B., Gorshkov, V.A., Gulyev, A.V., Hübener, S., Itkis, M.G., Lebedev, V.Ya., Malyshev, O.N., Oganessian, Yu.Ts., Popeko, A.G., Sokol, E.A., Soverna, S., Szegłowski, Z., Timokhin, S.N., Türler, A., Vasko, V.M., Yeremin, A.V., Zvara, I.: submitted to *Radiochim. Acta*.