

1995

« Noyaux en collisions »

Maubuisson, 14^{ème} session, 11-16 septembre 1995

Table des matières détaillée

Avant-propos Y. Abgrall	p. i
I - De la mécanique statistique hors équilibre aux équations de transport R. Balian	p. 2
II - Modélisation des réactions nucléaires avec des ions lourds B. Remaud	p. 27
III - Equations cinétiques en physique des ions lourds E. Suraud	p. 62
IV - Noyaux en collisions autour de l'énergie de Fermi D. Durand, B. Tamain	p. 102
V - From the Fermi to the relativistic energy domain : which Observable ? For which physics ? A. Gobi	p. 189
VI - Collisions aux énergies relativiste et ultrarelativistes : aspects théoriques J. Cugnon	p. 249
VII - Le plasma de quarks et de gluons : signatures expérimentales O. Drapier	p. 302
VIII - L'interaction électrofaible : une fenêtre sur la physique au-delà du modèle standard J. Govaerts	p. 333
IX - Tests de symétries dans le processus beta nucléaires : techniques de polarisation R. Prieels	p. 418
Séminaires Jeunes	p. 449
Liste des participants	p. 453

ECOLE INTERNATIONALE JOLIOT-CURIE
DE PHYSIQUE NUCLEAIRE

Maubuisson, France

14^{ème} session, 11-16 Septembre 1995

L'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules du CNRS

en collaboration avec

La Direction des Sciences de la Matière du CEA

et le Fonds National de la Recherche Scientifique de Belgique

NOYAUX EN COLLISION

R. BALIAN
B. REMAUD
E. SURAUD
D. DURAND
A. GOBBI
J. CUGNON
O. DRAPIER
J. GOVAERTS
R. PRIEELS

Conseil Scientifique

Y. ABGRALL (CEN Bordeaux), P. AGUER (CSNSM Orsay), N. ALAMANOS (CE Saclay), J.-P. BLAIZOT (CE Saclay), P. BONCHE (CE Saclay), Ph. CHOMAZ (GANIL Caen), J. CUGNON (U Liège), G. DUCHÊNE (CRN Strasbourg), J.-P. DUFOUR (CEN Bordeaux), Y. EL MASRI (UC Louvain), H. FONVIEILLE (LPC Clermont), R. FRASCARIA (IPN Orsay), J. GOSSET (CE Saclay), D. GOUTTE (CE Bruyères), J.-Y. GROSSIORD (IPN Lyon), P.-H. HEENEN (UL Bruxelles), S. KOX (ISN Grenoble), C. LE BRUN (LPC Caen), C. LECLERCQ-WILLAIN (UL Bruxelles), J.-F. MATHIOT (IPN Orsay), J. MEYER (IPN Lyon), F. MICHEL (U Mons), Ch. MIEHE (CRN Strasbourg), E. PLAGNOL (IPN Orsay), F. SEBILLE (SUBATECH Nantes), B. SILVESTRE-BRAC (ISN Grenoble), E. SURAUD (LPQ Toulouse).

Comité d'Organisation

Y. ABGRALL, J.-Y. GROSSIORD, P.-H. HEENEN, C. LE BRUN, J.-F. MATHIOT, F. SEBILLE, E. SURAUD.

Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire.

1982 : COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI
H. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain, R. Babinet, J. Cugnon, D. Guerreau, C. Guet,
J. Menet, H. Pirner.

1983 : STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE
J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski, S. Della Negra,
J. Delorme,
S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.-P. Vivien.

1984 : MESONS, BARYONS, QUARKS ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
B. Desplanques, B. Frois, U. Gastaldi, E. Predazzi, G. Ripka, J. Arvieux, J.-J. Aubert,
M. Ericson,
G. London, B. Vignon.

1985 : LA MATIERE NUCLEAIRE DANS TOUS SES ETATS
P. Bonche, J. Cugnon, R. Babinet, J.-F. Mathiot, L. Van Hove, M. Buenerd, J. Galin,
M.-C. Lemaire, J. Meyer.

1986 : SYMETRIES ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
P. Depommier, S. Gales, Nguyen Van Giai, P. Guichon, P. Schuck, D. Goutte, M. Vergnes,
M. Avenier,
P. Hubert, G. Girardi, B. Loiseau.

1987 : AU-DELA DU CHAMP MOYEN
K. Dietrich, G.-J. Wagner, C. Grégoire, X. Campi, B. Silvestre-Brac, S. Platchkov, B. Mayer,
Y. Abgrall,
O. Bohigas, P. Grangé, C. Signarbieux.

1988 : A/ INSTRUMENTATION EN PHYSIQUE NUCLEAIRE ET PHYSIQUE DES PARTICULES
F. Sauli, V. Comparat, M. Suffert, J. Séguinot, P. Farthouat, R. Wigmans, B. Equer, D. L'Hôte,
L. Fayard, H. Videau, J.-M. Durand, A. Boudart, H. Fanet, F. Bourgeois, D. Perret-Gallix,
L. Gonzalez-Mestres

B/ A LA RECHERCHE DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS : LES COLLISIONS
D'IONS LOURDS ULTRARELATIVISTES - ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE
J.-P. Blaizot, J.-N. Capdevielle, A. Capella, J. Gosset, G. Lандаud, P. Lutz, A. Morel, B. Pire,
D. Vautherin.

1989 : NUCLEONS DANS LE NOYAU, MAIS ENCORE...
P. Grangé, J.-F. Mathiot, M. Ericson, H.-J. Pirner, M. Roy-Stephan, J. Delorme, R. Frascaria,
S. Gales, A. Magnon, M. Arnould.

1990 : LA PHYSIQUE NUCLEAIRE DU LABORATOIRE AUX ETOILES
N. Prantzos, M. Arnould, E. Schatzman, J.-P. Thibaud, P. Descouvemont, J.-P. Dufour,
P. Quentin,
E. Suraud, R. Schaeffer.

1991 : LES NOYAUX EN PLEINES FORMES
Z. Szymanski, P.-H. Heenen, J.-F. Berger, K. Heyde, B. Haas, R. Janssens, D. Paya, D. Gogny,
G. Huber, S. Bjornholm, M. Brack.

1992 : MATIERE HADRONIQUE OU...AUJOURD'HUI ET DEMAIN AVEC LES ELECTRONS
V. Breton, H. Fonvieille, B. Frois, R. Van de Vyver, G. Smadja, J. Martino, J.-P. Blaizot,
J.-F. Mathiot,
P. Vernin, X. Artru, J. Remillieux

1993 : LES NOYAUX EN 1993 : *une nouvelle façon d'exister*

J. Meyer, G. Sletten, S. Gales, A. Mueller, D. Vautherin, J.-P. Dufour, P. Armbruster,
B. Tamain,
P. Leleux, M. Belakhovsky.

1994 : PHYSIQUE NUCLEAIRE INSTRUMENTALE : *des éléments pour un bon choix*

Ch. Bourgeois, J.-M. Brom, Y. El Masri, W. Mittig, D. L'Hôte, J.-P. Didelez, P. Desesquelles,
F. Hannachi, G. Fournier, M. Maire, L. Valentin.

Ces cours peuvent être consultés dans les bibliothèques des laboratoires de l'IN2P3, du CEA, du FNRS et au CERN. Les cours 1989, 1990, 1992, 1993, 1994 encore disponibles peuvent être obtenus sur demande auprès de :

*Josette GARRABOS
CEN Bordeaux
BP 120
33175 GRADIGNAN Cedex - FRANCE*

Les cours de la session 1988 (a) sont en vente aux Editions de Physique, Paris.

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

Y. ABGRALL

DE LA MECANIQUE STATISTIQUE HORS EQUILIBRE AUX EQUATIONS DE TRANSPORT

R. BALLAN

1. Niveaux de description	2
2. Description microscopique	3
3. Contraction de la description	8
4. La méthode de projection	14
5. Approximations	18
6. L'exemple de l'équation de Boltzmann	21
Références	25

MODELISATION DES REACTIONS NUCLEAIRES AVEC DES IONS LOURDS

B. REMAUD

1. Introduction	27
2. Modèle particulière de l'espace des phases nucléaires	29
3. Statique et dynamique nucléaire en champ moyen	34
4. Dynamique nucléaire avec des collisions	41
5. Extraction des variables collectives	46
6. Conclusions	51
Références	53

EQUATIONS CINETIQUES EN PHYSIQUE DES IONS LOURDS

E. SURAUD

1. Introduction	62
2. TDHF, INC et BUU	63
1. Deux points d'appui : TDHF et INC	63
2. Equations cinétiques à partir de la hiérarchie BBGKY	65
3. Remarques finales	74
3. Descriptions alternatives	76
1. Extensions stochastiques d'équations cinétiques	76
2. Les approches de dynamique moléculaire	82
3. Conclusions	87
4. Sur le principe de Pauli	88
1. Principe de Pauli et équations de Vlasov, BUU et QMD	88
2. Dynamiques moléculaires fermioniques	91
3. Une alternative : stochastic TDHF	93
4. Conclusions	94
5. Remarques finales	96
Références	97

NOYAUX EN COLLISIONS AUTOUR DE L'ENERGIE DE FERMİ

D. DURAND, B. TAMAIN

I. Prologue	102
1. Introduction générale	102
2. Spécificités de l'énergie de Fermi	102
3. Quelques brefs rappels des techniques expérimentales	107
4. Introduction aux chapitres suivants : chronologie d'une collision	113
II. Processus directs : les premiers instants de la collision	116
1. Emission de particules de pré-équilibre : le flot latéral	116
2. Production de particules énergétiques	121
3. Conclusions du chapitre	129
III. Collisions dissipatives : la physique des noyaux chauds	130

1. Production des noyaux chauds.....	130
2. Caractérisation des noyaux chauds	141
3. Modes de décroissance des noyaux chauds.....	155
4. Aspects statistiques de la fission et de la fragmentation	159
5. Conclusions du chapitre	162
IV. Dynamique des mouvements de grande amplitude : l'exemple de la fragmentation.....	164
1. Enjeux théoriques.....	164
2. Outils de simulation	166
3. Instabilités et échelles de temps.....	167
4. Instabilités et systèmes en expansion.....	173
5. Instabilités et séquences de forme	177
6. Conclusions du chapitre	182
V. Epilogue	183
Références	185

FROM THE FERMI TO THE RELATIVISTIC ENERGY DOMAIN : *which observable ? for which physics ?*

A. GOBBI

1. Introduction.....	189
2. Detectors, kinematics and globals.....	197
3. Thermalisation, flow and multifragmentation.....	211
4. Particles production	229
5. Conclusions	241
Références	244

COLLISIONS AUX ENERGIES RELATIVISTES ET ULTRARELATIVISTES : *aspects théoriques*

J. CUGNON

I. Introduction.....	249
II. Identification des degrés de liberté	250
III. Energies SIS-Bevalac.....	251
1. Propriétés statistiques de la matière nucléaire.....	251
2. Théorie du transport.....	254
3. Résultats théoriques	263
4. Entropie produite	265
5. Signaux de la matière douce	268
IV. Energies Bevalac → AGS	268
1. Propriétés statistiques de la matière hadronique.....	268
2. Théories de transport.....	274
3. Résultats	276
4. Dileptons	276
V. Collisions aux énergies SPS	277
1. Introduction	277
2. Collisions nucléon-nucléon	277
3. Modèles de production	278
4. Propriétés statiques	284
5. Collisions noyau-noyau	286
6. Modèles de réactions	287
7. Signatures du plasma quark-gluon	290
VI. Envoi.....	296
Références	297

LE PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS : *signatures expérimentales*

O. DRAPIER

I. Introduction.....	302
II. La transition de phase	303
III. Les collisions d'ions lourds ultrarelativistes.....	305
IV. Les signatures du plasma de quarks-gluons.....	307

V. Le pouvoir d'arrêt et les distributions de particules produites	309
VI. Le déconfinement et les résonances de saveurs lourdes	311
VII. L'équilibre chimique et la production d'étrangeté	314
VIII. La thermalisation	316
IX. La restauration de la symétrie chirale	321
X. L'interférométrie	322
XI. La recherche d'objets exotiques	328
XII. Conclusions et perspectives	328
Références	330

L'INTERACTION ELECTROFAIBLE : *une fenêtre sur la physique au-delà du modèle standard*

J. GOVAERTS

1. Introduction	333
2. Particules et champs	337
1. L'oscillateur harmonique	338
2. Particules relativistes	343
3. Le champ scalaire réel relativiste	344
4. Particules scalaires chargées	349
5. Particules relativistes de spin non nul	353
6. Particules de spin 1	357
7. Particules de spin 1/2	359
3. Symétries et interactions	366
1. L'électrodynamique quantique	367
2. Dérivée covariante	369
3. Invariance de jauge non abélienne	372
4. Brisure spontanée d'une symétrie globale	376
5. Brisure spontanée d'une symétrie locale	381
4. Le modèle standard	384
1. Groupe de jauge et champs de matière	384
2. Le lagrangien du modèle standard minimal	388
3. Mécanisme de Higgs et bosons de jauge	390
4. Spectre fermionique	392
5. Courants neutres et chargés	395
6. Quelques remarques additionnelles	400
5. La physique au delà du modèle standard	404
1. Les modèles symétriques gauche-droite	406
2. La désintégration du muon	409
3. La désintégration β	411
6. Conclusions	413
Références	415

TESTS DE SYMETRIES DANS LE PROCESSUS β NUCLEAIRES : *techniques de polarisation*

R. PRIEELS

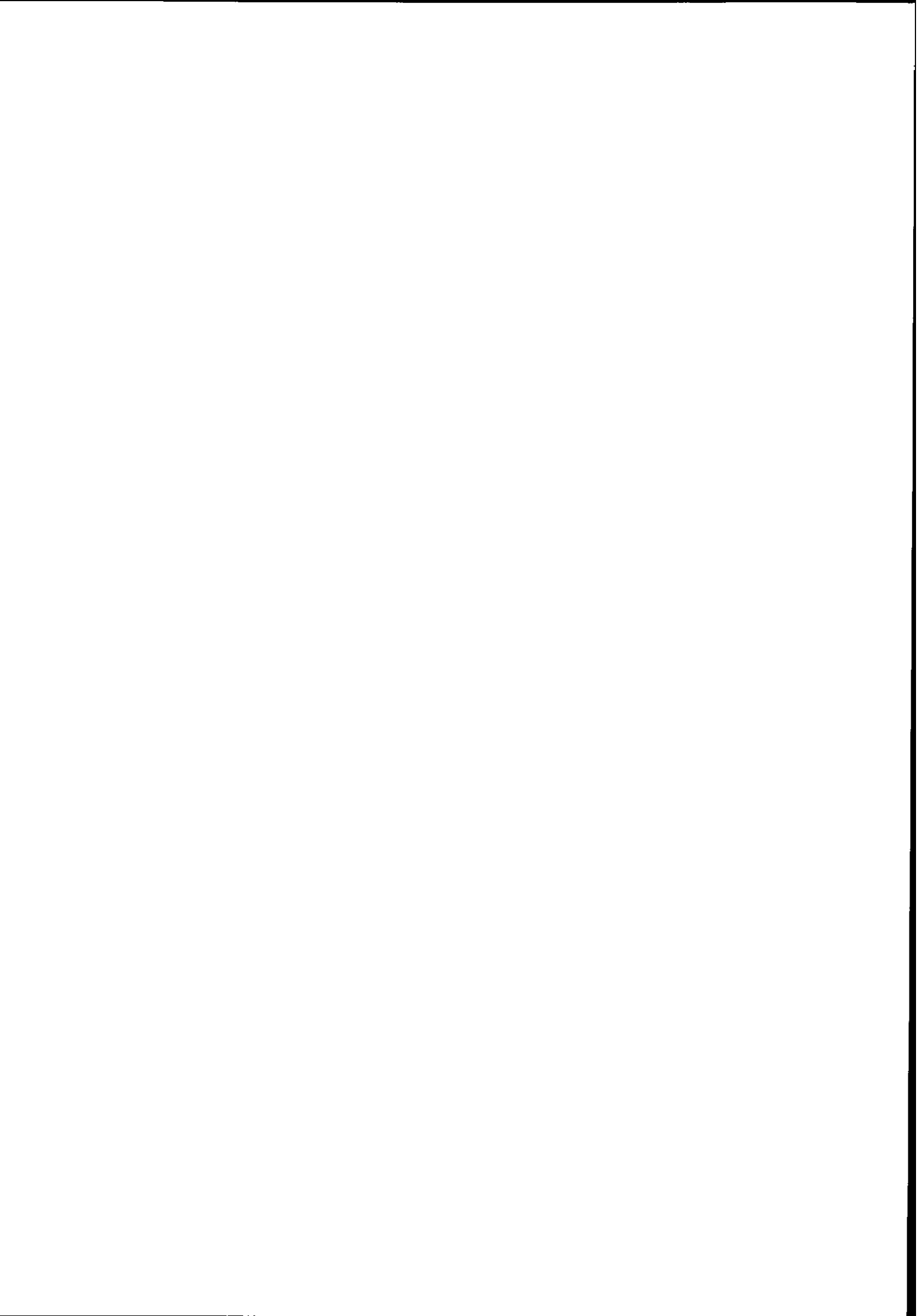
1. Introduction	418
2. Production d'émetteurs β polarisés	422
3. L'état de polarisation des électrons	429
4. Le transfert de polarisation : principes et techniques de mesures	432
5. Les mesures	444
Références	447

SEMINAIRES JEUNES

449

LISTE DES PARTICIPANTS

453



AVANT PROPOS

Sous le titre "Noyaux en Collision", l'Ecole Joliot-Curie 95 était consacrée à l'étude de la dynamique des collisions nucléaires, de l'énergie de Fermi aux énergies relativistes et ultra-relativistes.

La disposition de faisceaux d'ions lourds dans une très large gamme d'énergie et de détecteurs de plus en plus performants, permet en effet aux physiciens d'étudier les propriétés de la matière nucléaire dense et chaude.

L'Ecole, en présentant les enjeux, les difficultés et les perspectives dans ce domaine, s'est particulièrement attachée aux aspects suivants :

- sur le plan expérimental, quels sont les résultats physiques pertinents que l'on peut en extraire ? Quelles en sont les signatures ?*
- sur le plan théorique, quelle est la portée et la limite des outils dont nous disposons pour étudier la dynamique nucléaire ? Comment les mettre en jeu ?*

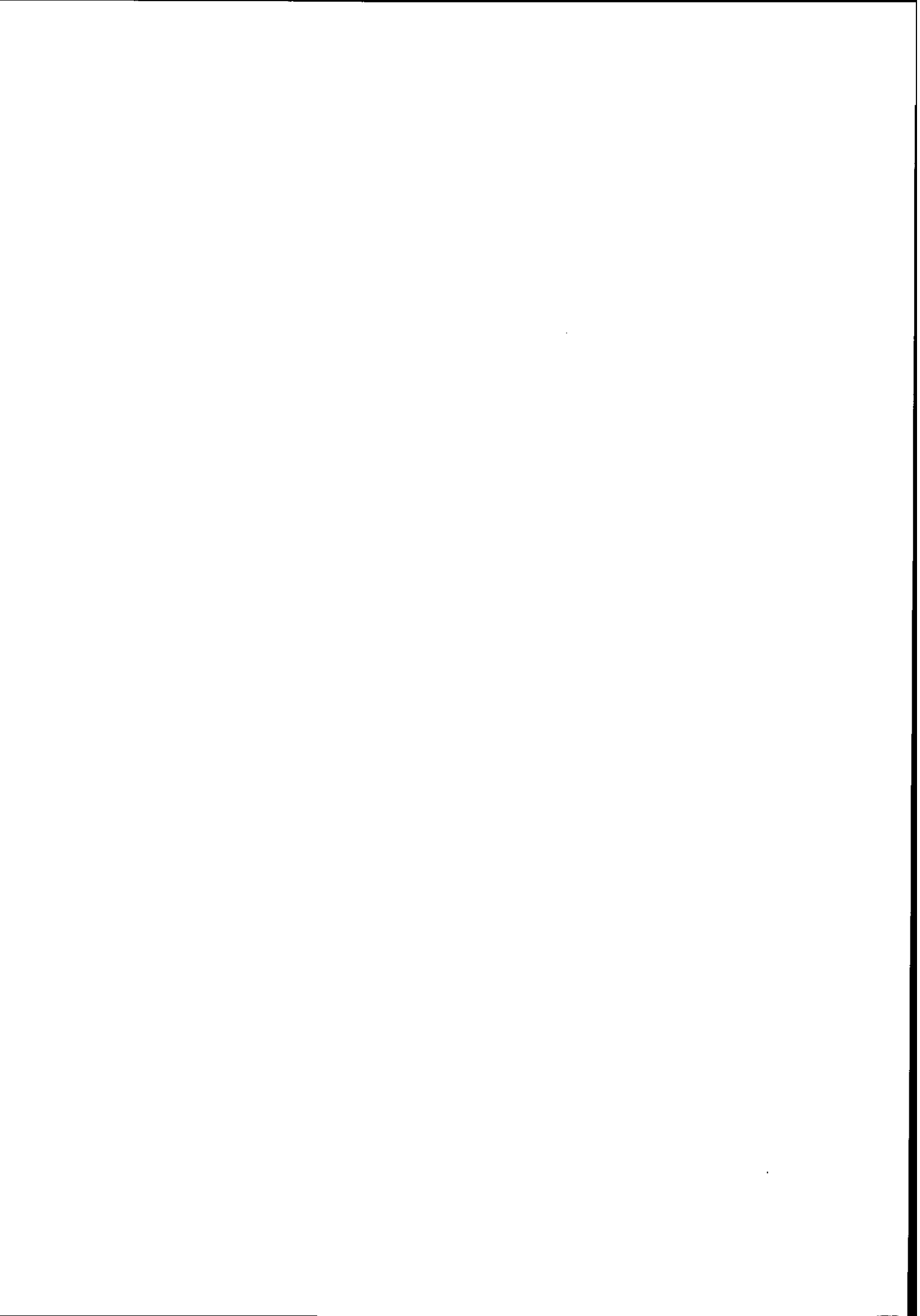
Vu la gamme des énergies couvertes et la grande variété des techniques, des données expérimentales et des analyses théoriques, il n'était pas simple aux conférenciers de répondre aux exigences pédagogiques de l'Ecole. Nous leur sommes gré d'avoir pu dégager un panorama à la fois clair et cohérent de la physique des collisions nucléaires. Qu'ils en soient ici remerciés.

Le second sujet portait cette année sur l'interaction électrofaible. Nous sommes très redevables à nos collègues de Louvain de nous avoir présenté, dans un langage relativement simple, le cadre conceptuel du Modèle Standard et la physique que l'on peut entrevoir au delà de ce modèle. Ils nous ont également montré de quelle manière des expériences de basses et moyennes énergies peuvent être aujourd'hui compétitives et complémentaires à celles poursuivies à hautes énergies.

Nous sommes très reconnaissants envers Mlles J. Garrabos et P. Chambon du CEN de Bordeaux-Gradignan et Mme Furgolle du siège de l'IN2P3 pour la compétence et l'efficacité qu'elles mettent au service de l'Ecole. Qu'elles veuillent bien trouver ici l'expression de nos vifs remerciements.

Pour le Comité d'Organisation

Y. ABGRALL



De la mécanique statistique hors équilibre aux équations de transport

Roger BALIAN

CEA/SPhT, CE Saclay, 91191 Gif sur Yvette Cedex, France

RESUME: Ces notes de cours présentent une vue synthétique sur les fondements de la mécanique statistique hors équilibre. Le but est d'établir les équations de transport satisfaites par les variables pertinentes en partant de la dynamique microscopique. On introduit pour cela la représentation de Liouville, et la projection qui associe à tout opérateur densité, pour un choix donné d'observables pertinentes, un opérateur densité réduit. On en déduit une équation intégro-différentielle exacte pour les variables pertinentes. Une approximation de mémoire courte fournit alors les équations de transport. A chaque niveau de description est associée une entropie pertinente caractérisant la finesse de la description. L'exemple du gaz classique, avec ses trois niveaux de description et avec la méthode de Chapman-Enskog, illustre l'exposé.

ABSTRACT: These lecture notes give a synthetic view on the foundations of non-equilibrium statistical mechanics. The purpose is to establish the transport equations satisfied by the relevant variables, starting from the microscopic dynamics. The Liouville representation is introduced, and a projection associates with any density operator, for a given choice of relevant observables, a reduced density operator. An exact integro-differential equation for the relevant variables is thereby derived. A short-memory approximation then yields the transport equations. A relevant entropy which characterizes the coarseness of the description is associated with each level of description. As an illustration, the classical gas, with its three levels of description and with the Chapman-Enskog method, is discussed.

Plusieurs parties de ce cours ont déjà fait l'objet, sous une forme ou sous une autre, de publications. En particulier, son contenu figure de manière plus ou moins approfondie aux chapitres 2, 14 et 15 du traité cité en ref.¹⁾. Deux cours sur des sujets voisins ont été donnés à l'Ecole de Cargèse^{2,3)}. Pour plus de détails sur la méthode de projection et ses extensions, partie centrale du présent cours, on pourra se reporter à deux articles de revue^{4,5)} et à leurs bibliographies. Nous nous bornerons ici à un exposé des idées générales, en n'incluant de détails techniques que sur les points non publiés.

1 Niveaux de description

La description microscopique d'un système physique permet de caractériser, tout au moins statistiquement, l'évolution de toutes les grandeurs imaginables. Au niveau macroscopique, on ne suit que certaines grandeurs, dont l'évolution est régie par des lois empiriques (équation de Fourier, décrivant le transport de la chaleur, pour la densité locale d'énergie, par exemple). La mécanique statistique vise à justifier ces lois en les déduisant de la dynamique microscopique.

Pour un *gaz classique*, exemple qui nous servira d'illustration tout au long de l'exposé¹⁾, le *niveau microscopique* est décrit par la densité de probabilité dans l'espace des phases à $6N$ dimensions, qui évolue selon l'équation de Liouville, conséquence des équations de Hamilton. Le *niveau macroscopique* (ou *hydrodynamique*) est décrit par les densités de particules $\rho_N(\mathbf{r})$, d'énergie $\rho_E(\mathbf{r})$ et de moment $\rho_P(\mathbf{r})$ dans l'espace ordinaire. Leur évolution est régie par les équations de conservation, couplées avec les équations de la thermostatique, et par les équations empiriques linéaires entre densités de courant (flux) et gradients des variables intensives (affinités); ces équations se résument ici en la loi de Fourier et la loi de viscosité de Newton. La description hydrodynamique ne convient pas lorsque l'équilibre local n'est pas établi; il convient alors de travailler au *niveau de Boltzmann*, intermédiaire. La description de Boltzmann repose sur la densité réduite à un corps (dans l'espace des phases à 6 dimensions), qui évolue selon l'équation de Boltzmann.

Les *échelles spatiales* caractéristiques de chaque description sont respectivement: la portée des forces, la distance sur laquelle les densités hydrodynamiques varient significativement, le libre parcours (ou les distances interparticules). Les *échelles temporelles* sont: la durée d'une collision, le temps sur lequel les densités hydrodynamiques varient significativement, le délai entre collisions successives d'une particule. Ces échelles doivent *différer suffisamment* pour valider la description hydrodynamique ou la description de Boltzmann, comme on le verra plus loin. Les lois de conservation sont un goulot d'étranglement qui permet aux densités hydrodynamiques d'évoluer lentement, ce qui autorise à la description hydrodynamique d'avoir un large domaine de validité pratique. En physique nucléaire, l'impossibilité de distinguer nettement des échelles spatiales en raison de la taille finie des noyaux implique que toute description macroscopique est plus ou moins approchée, et qu'il n'existe pas de choix indiscutable de variables macroscopiques.

A chaque niveau de description correspondent des échelles caractéristiques, un choix de *variables pertinentes* (pouvant s'exprimer statistiquement en termes des variables du niveau le plus microscopique), une *entropie* fonction de ces variables (d'autant plus grande que la description est plus grossière), des *variables conjuguées* définies comme dérivées partielles de l'entropie, et des *lois dynamiques*. Les propriétés qualitatives de ces dernières peuvent changer d'un niveau à l'autre:

non-linéarité (permettant l'existence de solitons ou de chaos), caractère *classique* (même lorsque la théorie microscopique sous-jacente est quantique comme en physique nucléaire), *irréversibilité*.

2 Description microscopique

Elle repose sur l'*opérateur densité* D du système, de trace unité, hermitien et non-négatif, qui évolue selon l'*équation de Liouville-von Neumann*

$$\frac{dD}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H, D]. \quad (2.1)$$

L'*entropie de von Neumann* ($k = 1$),

$$S \equiv - \text{Tr } D \ln D, \quad (2.2)$$

mesure le *désordre* ou le *manque d'information* associés à chaque D ; sa forme résulte de l'additivité de l'information. Elle reste constante au cours de l'évolution (2.1). Ceci exprime que l'on ne perd pas d'information au cours du temps si l'on connaît le hamiltonien. (Il est commode d'étendre aux D non normalisés cette définition, selon $S(D) = \text{Tr } D (1 - \ln D) - 1$.) La donnée de D équivaut à celle de la *correspondance* (linéaire) entre les *observables* A et leurs *espérances*

$$\langle A \rangle = \text{Tr } A D, \quad (2.3)$$

identifiées aux grandeurs physiques. Celles-ci évoluent selon le théorème d'Ehrenfest, conséquence de (2.1).

Plutôt que de considérer les *observables* comme des *matrices* A_{mn} et les *opérateurs densité* comme des *matrices* D_{nm} de l'espace de Hilbert, on a avantage à introduire les *représentations de Liouville*, qui consistent à les considérer comme des *vecteurs* A_μ et D^μ de deux espaces vectoriels duaux¹⁾. En termes d'une base complète d'observables Ω^μ linéairement indépendantes, toute *observable* s'écrit ainsi (avec la convention de sommation sur les indices répétés)

$$A = A_\mu \Omega^\mu. \quad (2.4)$$

Tout *état* D est caractérisé par ses coordonnées

$$D^\mu \equiv \langle \Omega^\mu \rangle, \quad (2.5)$$

données dans la représentation d'espace de Hilbert par $\text{Tr } \Omega^\mu D$. Si l'on définit, dans l'espace vectoriel des états, la base Σ_μ biorthogonale aux Ω^μ selon:

$$\text{Tr } \Omega^\mu \Sigma_{\mu'} = \delta_{\mu'}^\mu, \quad (2.6)$$

$$\Sigma_\mu \Omega^\mu = \mathcal{J}, \quad (2.7)$$

où \mathcal{J} désigne l'unité dans l'espace de Liouville, on peut développer D en

$$D = D^\mu \Sigma_\mu = \langle \Omega^\mu \rangle \Sigma_\mu, \quad (2.8)$$

et la *moyenne* (2.3) s'écrit comme un *produit scalaire*

$$\langle A \rangle = A_\mu D^\mu \equiv (A; D). \quad (2.9)$$

L'*algèbre* des observables est caractérisée dans la représentation de Liouville par les constantes de structure apparaissant dans les relations de produit et d'hermiticité conjuguée:

$$\Omega^\mu (\Omega^\nu)^\dagger = C_{\rho}^{\mu\nu} \Omega^\rho = (C_{\rho}^{\nu\mu})^* (\Omega^\rho)^\dagger. \quad (2.10)$$

L'*évolution* (2.1), opération linéaire sur D , s'exprime selon

$$\frac{dD^\mu}{dt} = \mathcal{L}^\mu{}_\nu D^\nu, \quad (2.11)$$

à l'aide du *liouvillien* \mathcal{L} , opérateur dans l'espace de Liouville, appelé superopérateur pour le distinguer des observables et des opérateurs densité dans l'espace de Hilbert. Dans l'image de Heisenberg, les coordonnées A_μ des observables varient de même selon

$$\frac{dA_\mu}{dt} = A_\nu \mathcal{L}^\nu{}_\mu, \quad (2.12)$$

puisque l'on a dans les deux images l'équation d'Ehrenfest $d\langle A \rangle / dt = (A\mathcal{L}; D) = (A; \mathcal{L}D)$.

Les *représentations* habituelles dans des *espaces de Hilbert* $|m\rangle$ se retrouvent comme des cas particuliers, où μ désigne une paire (m, n) d'indices, et où

$$\begin{aligned} \Omega^\mu &\equiv |m\rangle \langle n|, & A_\mu &= \langle m| A |n\rangle, \\ D^\mu &= \langle n| D |m\rangle, & \Sigma_\mu &\equiv |n\rangle \langle m|. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le liouvillien apparaît comme le tenseur à 4 indices:

$$\mathcal{L}^\mu{}_\nu \equiv \mathcal{L}^{mn}{}_{pq} = \frac{1}{i\hbar} [\delta_{mp} \langle n| H |q\rangle - \delta_{nq} \langle p| H |m\rangle]. \quad (2.14)$$

Les représentations de Liouville sont plus générales que les représentations dans des espaces de Hilbert, car elles autorisent des combinaisons linéaires sur l'indice μ , ce qui *mélange les indices des bras et des kets*. Les postulats de la mécanique quantique s'y réexpriment comme suit: (i) les

observables A , qui jouent le rôle de *variables aléatoires*, constituent une *algèbre non-commutative* avec hermiticité conjuguée (C^* -algèbre), caractérisée par (2.4), (2.10); (ii) les états D jouent selon (2.9) le rôle de *distributions de probabilité*; ils doivent être tels que $\langle 1 \rangle = 1$, et que pour $A = A^\dagger$ l'espérance soit réelle et la variance non-négative (ceci s'exprime par la positivité de la matrice $C_\rho^{\mu\nu} D^\rho$); (iii) l'évolution hamiltonienne est régie par (2.11), où \mathcal{L} doit préserver les relations d'algèbre (2.10), ce qui lui impose d'être équivalent à (2.14).

Un exemple courant est la représentation de polarisation pour un *spin* 1/2, où l'on prend comme base Ω^μ les trois opérateurs de Pauli et l'opérateur unité. Un état D est alors représenté non plus par une matrice densité 2×2 mais par le vecteur polarisation $\langle \vec{\sigma} \rangle$, réel et de longueur inférieure ou égale à 1. Le liouvillien (2.11) est (à une constante multiplicative près) le produit vectoriel par le champ magnétique.

La *représentation de Wigner* (décrite ici seulement pour une particule à une dimension) est une représentation de Liouville, où $\mu = (x, p)$ désigne une paire d'indices continus, et la sommation sur μ une intégration (avec la mesure habituelle $dx dp/h$). Les vecteurs de base associés,

$$\Omega(x, p) \equiv \int \frac{d\alpha d\beta}{h} \exp \frac{i}{\hbar} [\alpha (\hat{x} - x) + \beta (\hat{p} - p)] \equiv \Sigma(x, p). \quad (2.15)$$

sont repérés par un point (x, p) de l'espace des phases, et sont des opérateurs à travers les observables \hat{x} et \hat{p} . Celles-ci satisfont à $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$. Elles deviennent des variables aléatoires ordinaires à la limite classique; alors $\Omega(x, p)$ se réduit à $h \delta(\hat{x} - x) \delta(\hat{p} - p)$ et engendre selon (2.17) la densité de probabilité au point (x, p) de l'espace des phases (avec la mesure $dx dp/h$ qui remplace la trace). La représentée de Wigner de A , cas particulier de (2.4), s'écrit

$$A = \int \frac{dx dp}{h} A_w(x, p) \Omega(x, p), \quad A_w(x, p) \equiv \text{Tr} \Omega(x, p) A, \quad (2.16)$$

tandis que (2.5) et (2.9) deviennent

$$D_w(x, p) \equiv \langle \Omega(x, p) \rangle = \text{Tr} \Omega(x, p) D, \quad (2.17)$$

$$\langle A \rangle = \int \frac{dx dp}{h} A_w(x, p) D_w(x, p). \quad (2.18)$$

(On retrouve la présentation habituelle de la représentée de Wigner en écrivant (2.15) en représentation x , et en utilisant l'identité $e^{\lambda\hat{x} + \mu\hat{p}} = e^{\lambda\hat{x}} e^{\mu\hat{p}} e^{-i\lambda\mu\hbar/2}$ dans (2.16).) La seule différence avec le formalisme classique réside dans les relations d'algèbre (2.10), qui s'écrivent

$$\Omega(x, p) \Omega(x', p') = 4 \int \frac{dx'' dp''}{h} \Omega(x'', p'') \exp \frac{2i}{\hbar} \begin{vmatrix} 1 & x & p \\ 1 & x' & p' \\ 1 & x'' & p'' \end{vmatrix}, \quad (2.19)$$

et $\Omega(x, p)^\dagger = \Omega(x, p)$, alors que pour un système classique le second membre de (2.19) se réduit à $\Omega(x, p) h \delta(x - x') \delta(p - p')$. En conséquence, la positivité des fluctuations s'exprime par le fait que $D_W(x, p)$ doit être tel que la matrice en $(x, p), (x', p')$,

$$\int \frac{dx'' dp''}{h} D_W(x'', p'') \cos \frac{2}{\hbar} \begin{vmatrix} 1 & x & p \\ 1 & x' & p' \\ 1 & x'' & p'' \end{vmatrix}, \quad (2.20)$$

soit positive. Pour des distributions qui varient lentement sur des cellules $\Delta x \Delta p \sim h$, ceci équivaut à la positivité de la fonction $D_W(x, p)$. Dans cette limite classique, $D_W(x, p)$ s'interprète comme densité de probabilité ordinaire avec pour mesure $dx dp/h$, tandis que \mathcal{L} devient l'opérateur de Liouville classique $\frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial}{\partial p} - \frac{\partial H}{\partial p} \frac{\partial}{\partial x}$.

Plus généralement, une *limite classique* correspond à une situation physique où l'on peut se limiter à ne considérer que des états pour lesquels les observables d'intérêt constituent une sous-algèbre presque commutative de (2.19). Il peut donc exister diverses limites classiques, décrites commodément par des représentations de Liouville différentes. Par exemple, l'électrodynamique quantique a deux limites classiques opposées (et contradictoires), celle du champ électromagnétique, onde classique, et celle des photons, particules semi-classiques. On distinguera aussi la limite $\Delta x \Delta p \gg h$ de la limite de basse densité où le principe de Pauli ne joue plus.

Les représentations de Liouville non seulement se prêtent bien aux approximations semi-classiques, mais permettent aussi de décrire des *évolutions non hamiltoniennes*, par exemple aléatoires, donnant lieu à une relaxation, ou concernant un système non isolé. En effet, (2.11) s'intègre en $D(t) = e^{\mathcal{L}t} D(0)$, au lieu de $D(t) = e^{-iHt/\hbar} D(0) e^{iHt/\hbar}$ en représentation d'espace de Hilbert. Bien que ces expressions soient équivalentes, la forme plus simple de la première permet des manipulations commodes: on peut ainsi prendre formellement une moyenne sur une évolution aléatoire, en calculant la moyenne de $e^{\mathcal{L}t}$, ou encore une trace partielle. On peut aussi décomposer \mathcal{L} en $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1$ où \mathcal{L}_0 est non hamiltonien, irréductible à une forme (2.14) alors que \mathcal{L} l'est. L'élimination de degrés de liberté que nous allons effectuer ci-dessous repose sur ce genre de manipulations, et suppose donc l'emploi des représentations de Liouville.

Dans notre exemple du *gaz classique*, une approche probabiliste directe, ou bien une limite classique prise dans la représentation de Wigner pour N particules, conduisent à représenter l'état par la *densité en phase* $D(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_N)$, fonction de $6N$ variables, symétrique dans l'échange des particules. L'entropie microscopique (2.2) associée s'écrit

$$S(D) = - \int d\tau_N D \ln D, \quad d\tau_N \equiv \frac{1}{N!} \prod_{i=1}^N \frac{d^3 \mathbf{r}_i d^3 \mathbf{p}_i}{h^3}, \quad (2.21)$$

et l'espérance (2.9) d'une observable classique, fonction $A(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_N)$ des variables dynamiques aléatoires, vaut $\langle A \rangle = \int d\tau_N A D$. Il est naturel de classer ces observables classiques selon leur degré de complexité. On introduit ainsi une base d'observables à un, deux, ... corps, définie par

$$\Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \equiv \sum_i \delta^3(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}) \delta^3(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}), \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \Omega_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}') &\equiv \sum_{i \neq j} \delta^3(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}) \delta^3(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}) \delta^3(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}') \delta^3(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}') \quad (2.23) \\ &= \Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \Omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{p}') - \Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \dots \end{aligned}$$

Les variables (\mathbf{r}, \mathbf{p}) , $(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}')$, ... désignent des points dans les espaces des phases à 1 corps, 2 corps, ..., alors que les $\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i$ sont des variables aléatoires associées aux diverses particules indexées par i . Les espérances (2.5) de ces observables $\Omega_1, \Omega_2, \dots$, qui sont elles-mêmes aléatoires à travers les $\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i$,

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \equiv \langle \Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rangle = \int d\tau_N \Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) D, \quad (2.24)$$

$$f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}') \equiv \langle \Omega_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}') \rangle, \dots, \quad (2.25)$$

sont les *densités réduites à un, deux, ... corps* associées à la densité en phase D ; leur donnée équivaut à celle de D , conformément à (2.8), ou encore à celle de la fonctionnelle génératrice

$$\begin{aligned} F\{\xi(\mathbf{r}, \mathbf{p})\} &\equiv \left\langle \prod_i [1 + \xi(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i)] \right\rangle = 1 + \int \xi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\tau_1 + \\ &+ \int \xi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \xi(\mathbf{r}', \mathbf{p}') f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}') d\tau_2 + \dots, \quad (2.26) \end{aligned}$$

où $\xi(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est une fonction arbitraire, technique commode pour la manipulation globale des densités réduites. Dans cette base, l'équation de Liouville (2.11) s'écrit explicitement, pour un potentiel à deux corps $\sum_{i>j} W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$, sous la forme

$$\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{p}' \nabla_{\mathbf{r}} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}'), \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}')}{\partial t} + \left(\frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \frac{\mathbf{p}'}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \right) f_2 = \dots \quad (2.28)$$

d'une *hiérarchie, dite BBGKY*, d'équations couplant successivement f à f_2 , f_2 à f_3 , etc. Cette hiérarchie s'écrit aussi en termes des cumulants g, g_2, \dots de ces densités réduites, définis soit de proche en proche par $f \equiv g$, $f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}') \equiv g(\mathbf{r}, \mathbf{p}) g(\mathbf{r}', \mathbf{p}') + g_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}')$, ..., soit en notant

que la fonctionnelle génératrice des g, g_2, \dots est le logarithme de (2.26). L'approximation de troncature $g_2 = 0$ dans la première équation de la hiérarchie est l'équation de Vlasov.

En mécanique statistique quantique, les observables à un corps (2.22) sont remplacées par l'ensemble des $\psi_m^\dagger \psi_n$, ou encore par les transformées de Wigner de celles-ci dans l'espace de Fock,

$$\Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \equiv \sum_{mn} \psi_m^\dagger \langle m | \int \frac{d^3\alpha d^3\beta}{h^3} \exp \frac{i}{\hbar} [\alpha \cdot (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) + \beta \cdot (\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p})] | n \rangle \psi_n; \quad (2.29)$$

les opérateurs $\hat{\mathbf{x}}$ et $\hat{\mathbf{p}}$ agissent sur les kets à un corps $|m\rangle$, et Ω_1 est un opérateur dans l'espace de Fock à travers $\psi_m^\dagger \psi_n$. Aux ordres suivants, (2.23) est remplacé par les produits normaux

$$\Omega_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}') = : \Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \Omega_1(\mathbf{r}', \mathbf{p}') :, \dots \quad (2.30)$$

Une hiérarchie analogue à la hiérarchie BBGKY, en termes de $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \langle \Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rangle$, $\rho_2 = \langle \Omega_2 \rangle, \dots$, peut remplacer l'équation de Liouville-von Neumann (2.1) ou (2.11), et sa troncature est l'équation TDHF (en représentée de Wigner).

3 Contraction de la description

Une description macroscopique est caractérisée par un choix d'observables pertinentes

$$\omega^i \equiv \omega_\mu^i \Omega^\mu, \quad (3.1)$$

en nombre beaucoup plus faible que l'ensemble des Ω^μ , toutes les autres observables étant écartées. Si le système est décrit à l'échelle microscopique par l'opérateur densité D , les variables dynamiques macroscopiques à l'instant considéré s'identifient aux espérances

$$\rho^i \equiv \langle \omega^i \rangle = \omega_\mu^i D^\mu \quad (3.2)$$

de ces observables pertinentes ω^i . La contraction de la description est le passage des coordonnées D^μ définies par (2.5), en nombre immense, impraticables et peu intelligibles, aux variables macroscopiques ρ^i . Selon le contexte, celles-ci peuvent être aussi désignées comme variables collectives, variables pertinentes, variables lissées ("coarse-grained"), etc. Pour des systèmes infinis, la fluctuation statistique de ω^i est éventuellement négligeable, de sorte que le passage du microscopique au macroscopique peut faire disparaître le caractère statistique des ρ^i .

Le nombre et la nature des observables pertinentes ω^i dépend du système physique, des conditions dans lesquelles il est préparé, du degré de précision souhaité. Il faut y inclure toutes les observables expérimentalement accessibles et toutes les observables conservatives, qui ne varient

pas dans le temps. Il convient aussi d'y inclure les observables *variant lentement*, par exemple les *variables thermodynamiques locales*, qui évoluent moins vite que les autres car leur variation nécessite un transfert d'énergie, de particules ou de moment d'un point à un point voisin. Au cas où des invariances sont spontanément brisées, de façon exacte ou approchée, les *paramètres d'ordre* globaux ou locaux doivent figurer aussi parmi les ω^i . Mais il n'existe pas de recette a priori pour effectuer le choix des ω^i , qui est justifié en dernier ressort par le succès de la description réduite correspondante. Nous nous limiterons dans la suite à un choix des ω^i fixé a priori; il est possible ⁴⁾ d'étendre le formalisme à des cas où le choix même des observables collectives ω^i dépendrait de l'état D du système. D'autres extensions, ainsi que de nombreux détails sur les sections qui suivent, peuvent aussi être trouvés dans l'article ⁴⁾.

Par exemple, dans la *description de Boltzmann* d'un gaz classique, les ω^i sont les observables $\Omega_1(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ définies par (2.22), l'index i désignant le point (\mathbf{r}, \mathbf{p}) de l'espace des phases à un corps; les variables dynamiques pertinentes ρ^i sont les *densités réduites à un corps* (2.24), tandis que l'on écarte toute l'information sur les densités réduites (2.23), (2.25) à plus d'un corps. La mécanique statistique hors équilibre a alors pour tâche de démontrer approximativement l'équation de Boltzmann pour $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ en partant de la hiérarchie (2.27), (2.28) et en éliminant f_2, f_3, \dots , ou encore de construire une équation de Boltzmann généralisée plus exacte, lorsque le libre parcours n'est pas très supérieur à la portée des forces. De même, dans la *description hydrodynamique* du gaz classique, les variables dynamiques $\rho_N(\mathbf{r}), \rho_E(\mathbf{r}), \rho_P(\mathbf{r})$ s'expriment en fonction de la densité en phase comme des moyennes de variables aléatoires; elles s'expriment aussi en fonction de $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ sous forme d'intégrales sur \mathbf{p} :

$$\rho_N(\mathbf{r}) = \int d^3\mathbf{p} f, \quad \rho_E(\mathbf{r}) = \int d^3\mathbf{p} \frac{p^2}{2m} f, \quad \rho_P(\mathbf{r}) = \int d^3\mathbf{p} \mathbf{p} f. \quad (3.3)$$

Ici encore la dynamique de ces variables doit se déduire de l'équation de Liouville.

Alors que l'ensemble des D^μ microscopiques constitue une description *statistique complète*, fournissant selon (2.9) l'espérance de toute grandeur, les ρ^i macroscopiques fournissent une description *incomplète*, ne donnant aucune indication sur les observables qui ne sont pas des combinaisons linéaires des ω^i . Ces combinaisons sont représentées par le plan hachuré sur la fig.1, où l'on a visualisé l'espace de Liouville des observables. Dans l'espace de Liouville des états (fig.2), un état microscopique D , de coordonnées D^μ , est représenté par *un point*. Une description macroscopique incomplète, où seules les variables (3.2) sont données, correspond à la donnée d'un *plan* Δ , dont la codimension est la dimension de l'espace des ω^i , puisque seules les contraintes (3.2) sur les D^μ sont données.

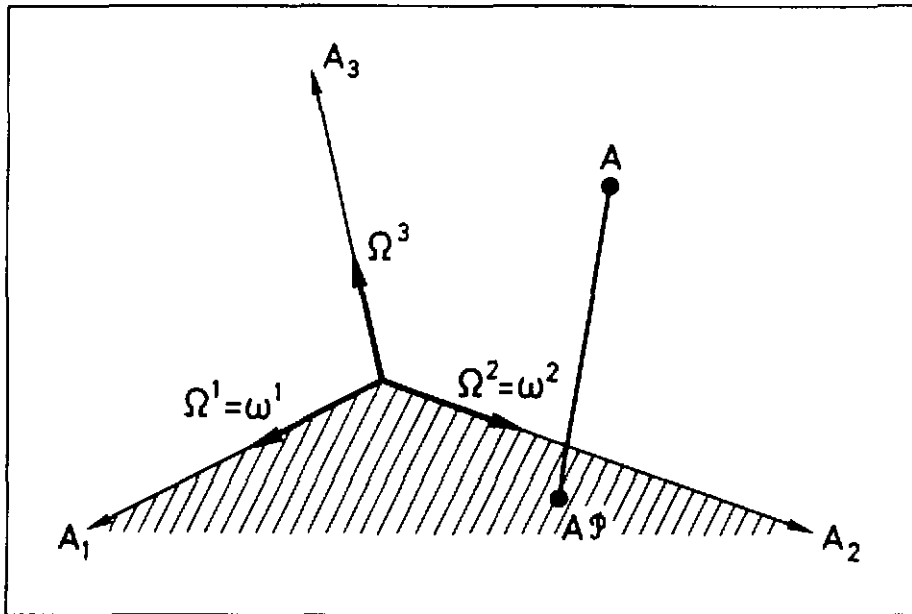


Figure 1. *L'espace des observables.* Toute observable (2.4) est visualisée comme un point dans l'espace vectoriel sous-tendu par la base Ω^μ . Le sous-espace des observables pertinentes est un plan, sous-tendu par la base ω^i . (On a choisi ici deux observables pertinentes ω^1 et ω^2 , égales respectivement à Ω^1 et Ω^2 .) La projection (4.8) qui fait passer de A à A_P est orthogonale pour la métrique (4.9) prise au point D_0 .

La correspondance $D \rightarrow \rho^i$ entre variables microscopiques est macroscopiques est réalisée par les éqs. (3.2). Posons-nous le *problème inverse*. Supposons qu'à un instant donné, seules les variables macroscopiques ρ^i soient connues. Quel opérateur densité D_0 , c'est-à-dire quelle loi de probabilité à l'échelle microscopique, doit-on alors attribuer au système ? Cet opérateur densité doit évidemment satisfaire aux *contraintes* (3.2). Nous souhaitons de plus que les prédictions qu'il nous fournit sur les observables autres que les ω^i ne soient pas biaisées. Un tel choix de D_0 est fourni de manière unique par le critère d'*entropie maximale*, postulat de nature statistique qui s'énonce comme suit ¹⁾. L'entropie de von Neumann (2.2) associée à tout opérateur densité D un nombre $S(D)$, qui mesure l'information qui manque à l'échelle microscopique lorsque le système est décrit de manière probabiliste par D . Ce nombre, nul pour un état pur, maximal lorsque tous les kets sont équiprobables, est une mesure naturelle du biais, qui est d'autant plus grand que $S(D)$ est plus faible. L'état D_0 le *moins biaisé* associé à un ensemble de variables ρ^i est alors celui qui rend maximal $S(D)$, compte tenu des contraintes $D^\mu \omega_\mu^i = \rho^i$. Tout autre état D satisfaisant aux mêmes contraintes contiendrait en effet plus d'information que D_0 , et cette information concernerait les variables non pertinentes, sur lesquelles nous avons justement

supposé que rien n'était connu. Géométriquement (fig.2), le point D_0 est celui qui rend la fonction $S(D)$ maximale dans le plan Δ .

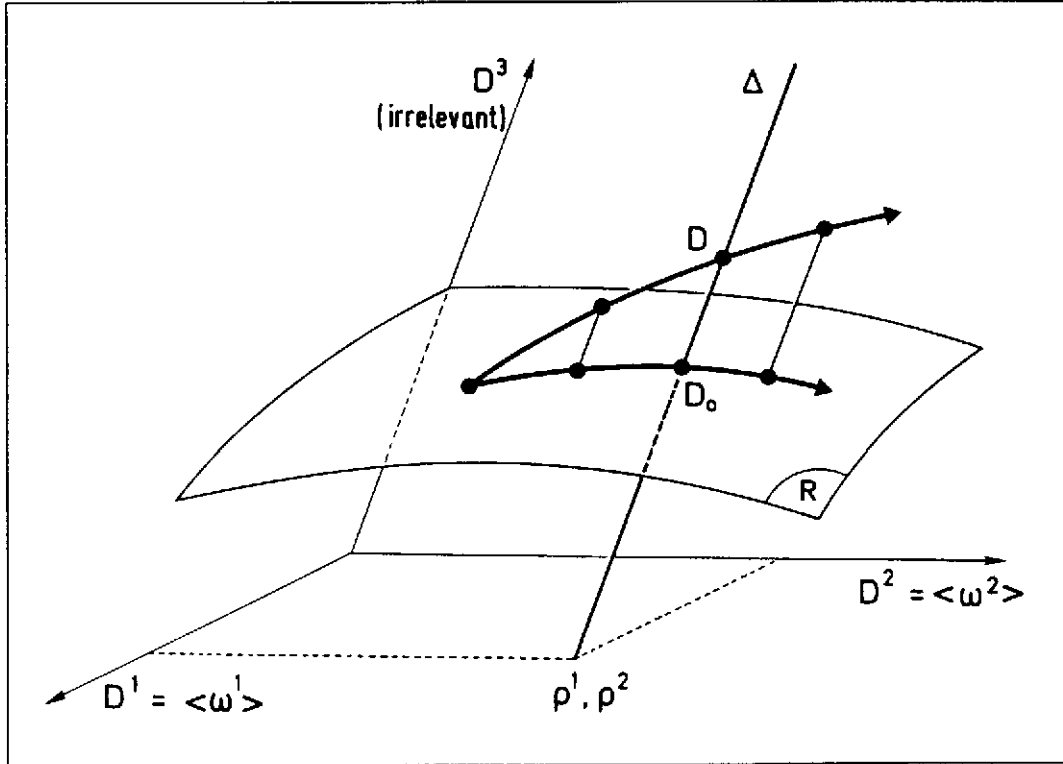


Figure 2. *L'espace des états.* La connaissance des variables macroscopiques (3.2) caractérise un plan Δ , mais ne suffit pas à déterminer un état D . Parmi les divers points D de Δ , équivalents en ce qui concerne la valeur des ρ^i mais pas pour l'espérance $\langle A \rangle = A_\mu D^\mu$ d'une observable A arbitraire, le critère d'entropie maximale détermine un opérateur densité privilégié D_0 , non biaisé. Si l'on fait varier les ρ^i arbitrairement, le point D_0 décrit une surface R , la surface (3.4) des états réduits non biaisés (la figure est schématique; en réalité la surface R est formée de droites passant par l'origine). La correspondance $D \rightarrow \rho^i \longleftrightarrow D_0$ est une projection, orthogonale pour la métrique engendrée par l'entropie, Δ et R étant perpendiculaires en D_0 . Lorsque le temps s'écoule, D décrit une trajectoire régie par l'équation de Liouville-von Neumann (2.11), et la trajectoire correspondante de D_0 est donnée par les équations de transport généralisées (4.20).

La recherche de ce maximum s'effectue explicitement en associant un *multiplicateur de Lagrange* λ_i à chaque contrainte $\text{Tr } D\omega^i = \rho^i$, ce qui fournit compte tenu de $\delta S = -\text{Tr} \delta D \ln D$:

$$D_0 = \exp \left[-\lambda_i \omega^i \right]; \quad (3.4)$$

la normalisation de D_0 est assurée en incluant dans l'ensemble des ω^i l'opérateur unité $\omega^0 =$

1, avec $\rho^0 = 1$. Les multiplicateurs λ_i sont liés aux espérances ρ^i par

$$\rho^i = -\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \text{Tr exp} [-\lambda_j \omega^j], \quad (3.5)$$

et la valeur de l'entropie $S(D_0)$ est une fonction des ρ^i (ou des λ_i) donnée par

$$S_R(\rho) = \lambda_i \rho^i + \text{Tr exp} [-\lambda_j \omega^j] - 1; \quad (3.6)$$

les deux derniers termes se compensent dans le cas physique où D_0 est normalisé ($\rho^0 = 1$). La fonction $S_R(\rho)$ définit une entropie associée non pas à un opérateur densité microscopique comme l'entropie de von Neumann, mais aux seules variables réduites macroscopiques ρ^i . En définitive, il existe une *relation biunivoque entre $D_0 \longleftrightarrow \rho^i \longleftrightarrow \lambda_i$* , donnée par (3.4), (3.5). Lorsque les ρ^i (ou les λ_i) varient, D_0 décrit dans l'espace des états (fig.2) une surface R paramétrisée par (3.4), et $S(D_0) = \max_{\Delta} S(D) = S_R(\rho)$ est donnée par (3.6).

Cette construction nous a permis d'introduire l'*entropie pertinente* (3.6) relative à la description réduite aux variables ρ^i . Elle mesure la quantité d'information qui manque lorsque seules ces variables ρ^i sont connues. Si D est un opérateur densité équivalent à D_0 en ce qui concerne les variables ρ^i , $S(D_0) - S(D)$ mesure la quantité d'information contenue dans D en ce qui concerne les variables non pertinentes. La réduction de la description, depuis l'état microscopique D vers les variables ρ^i , fait croître l'entropie, depuis l'entropie de von Neumann microscopique $S(D)$ jusqu'à l'entropie pertinente $S_R(\rho)$ relative à ces variables. Cette croissance mesure la *perte d'information* due au fait que l'on a écarté des variables considérées comme non pertinentes.

Les relations (3.5), (3.6) impliquent que

$$dS_R(\rho) = \lambda_i d\rho^i. \quad (3.7)$$

(C'est pour donner à (3.5), (3.6) la forme d'une transformée de Legendre que l'on a introduit des opérateurs D_0 non normalisés.) Les multiplicateurs λ_i apparaissent ainsi comme des *variables conjuguées* des ρ^i par rapport à l'entropie pertinente. Cette propriété étend à la mécanique statistique hors équilibre une propriété bien connue en thermostatique.

Dans l'exemple du gaz classique (fig.3), la réduction associée à la *description de Boltzmann* fait passer de la densité en phase microscopique D à la densité réduite à un corps $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. Les densités en phase D_0 non biaisées associées aux $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, notées D_B , sont celles où la composante de D_B pour chaque N est *factorisée* en un produit $\exp[-\sum_i \lambda(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i)]$. L'entropie pertinente $S_R \equiv S_B$ correspondant à cette description est une fonctionnelle de $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, définie par

$$S_B(f) = \int \frac{d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p}}{h^3} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) [1 - \ln h^3 f(\mathbf{r}, \mathbf{p})], \quad (3.8)$$

et identifiée à des constantes additive et multiplicative près à l'entropie H introduite par Boltzmann. L'équation (3.5) s'écrit $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = h^{-3} \exp[-\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{p})]$. Dans la *description hydrodynamique* ou thermodynamique, une réduction supplémentaire a mené aux cinq densités ρ_N, ρ_E, ρ_P . Les densités en phase D_0 non biaisées, notées D_{th} , qui correspondent à ces cinq densités hydrodynamiques ont la forme d'un *équilibre local* grand canonique; on peut aussi les caractériser par des densités réduites à un corps $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, exponentielles d'un polynôme de second degré en les composantes de \mathbf{p} , avec cinq coefficients λ_i (voir plus bas l'éq.(6.1)). L'entropie pertinente $S_{th}(\rho)$ correspondante est l'intégrale sur tout l'espace de la densité d'entropie, calculée en fonction des densités $\rho_N(\mathbf{r}), \rho_E(\mathbf{r}), \rho_P(\mathbf{r})$ comme en *thermostatique*. Les variables λ_i sont reliées à la température locale, au potentiel chimique local, et à la vitesse hydrodynamique locale par l'éq. (6.2).

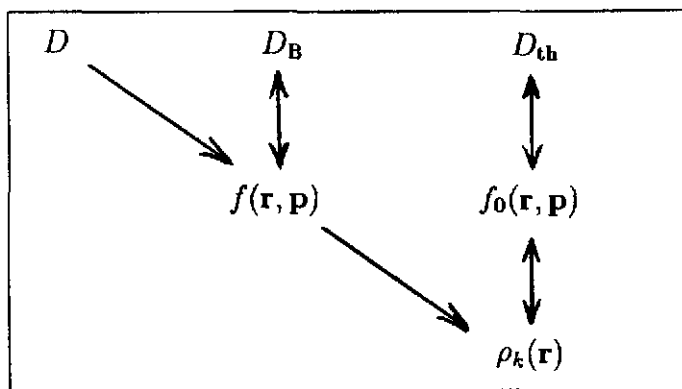


Figure 3. *Les trois niveaux de description d'un gaz, microscopique (première colonne), de Boltzmann (deuxième colonne), hydrodynamique ou thermodynamique (troisième colonne). La première ligne représente les densités en phase des trois niveaux, la seconde ligne les densités réduites à un corps, la troisième ligne les densités hydrodynamiques ($k =$ nombre de particules, énergie, moment). Les flèches simples marquent la réduction, les flèches doubles l'équivalence par inférence non biaisée.*

La construction générale (3.4),(3.5) de D_0 à partir des ρ^i s'applique en particulier à l'état *initial*. La préparation de celui-ci (soit expérimentale, soit théorique) détermine en effet seulement les variables ρ^i que l'on contrôle. En vue de faire des prédictions non biaisées sur les autres variables au temps $t = 0$, ou bien de déterminer les propriétés du système en des temps ultérieurs, il convient de lui attribuer au temps $t = 0$ une distribution de probabilité non biaisée. C'est ce que réalise l'opérateur densité défini par (3.4), (3.5). Sur la figure 2, ceci est visualisé par le fait que la trajectoire de l'état $D(t)$ dans l'espace de Liouville commence en un point $D(0) = D_0(0)$

de la surface R. Cependant, en des instants ultérieurs, l'équation de Liouville-von Neumann fait sortir $D(t)$ de cette surface.

Le long de la trajectoire $D(t)$, l'entropie de von Neumann $S(D(t))$ reste constante: l'information totale ne varie pas. En revanche, l'entropie pertinente $S_R(\rho(t))$ associée croît en général, puisque $S(D_0(t)) \geq S(D(t))$ par construction même de $D_0(t)$: l'information initiale est transférée des degrés de liberté macroscopiques ρ^i vers les autres. L'opérateur densité $D(t)$ comporte en $t \neq 0$ un biais, qui traduit la mémoire qu'il a conservée de $D_0(0)$ parmi ses parties non pertinentes. L'équation d'évolution (2.1) de $D(t)$ est plus simple que celle de $D_0(t)$, mais elle fait intervenir parmi toutes les prédictions concevables des informations non macroscopiques que nous souhaitons écarter. La dynamique d'intérêt, celle de la description incomplète $D_0(t)$ ou des $\rho^i(t)$, doit être obtenue par projection à partir de celle de $D(t)$, et la dissipation décrite par la croissance de $S_R(\rho(t))$ traduit une fuite d'information vers les variables inaccessibles que nous avons écartées, fuite due au couplage entre variables pertinentes et non pertinentes.

4 La méthode de projection

Nous allons effectuer, explicitement mais formellement, l'opération schématisée sur la fig.2: déduire de la trajectoire de $D(t)$ donnée par (2.1) celle de $D_0(t)$, c'est-à-dire établir les équations du mouvement des variables macroscopiques $\rho^i(t)$. On va pour cela relier $D_0(t)$ à $D(t)$ en montrant que le passage de D à D_0 est à chaque instant une projection dans l'espace de Liouville des états.

On introduit d'abord les opérateurs

$$\frac{\partial D_0}{\partial \lambda_j} = - \int_0^1 du (D_0)^u \omega^j (D_0)^{1-u}; \quad (4.1)$$

chacun des vecteurs (4.1), de coordonnées $\partial D_0^u / \partial \lambda_j$ dans l'espace de Liouville des états, est tangent à la surface R au point D_0 . On note que la matrice

$$\begin{aligned} \left(\omega^i; \frac{\partial D_0}{\partial \lambda_j} \right) &= - \int_0^1 du \text{Tr} \omega^i (D_0)^u \omega^j (D_0)^{1-u} \\ &= - \frac{\partial^2}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} \text{Tr} \exp [-\lambda_k \omega^k] = \frac{\partial \rho^i}{\partial \lambda_j}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

où la dernière égalité résulte de (3.5), est en vertu de (3.7) l'inverse de la matrice

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial \rho^i} = \frac{\partial^2 S_R(\rho)}{\partial \rho^i \partial \rho^j}. \quad (4.3)$$

Par suite, les opérateurs σ_i définis par

$$\frac{\partial D_0}{\partial \lambda_j} \frac{\partial^2 S_R(\rho)}{\partial \rho^i \partial \rho^j} = \frac{\partial D_0}{\partial \rho^i} \equiv \sigma_i \quad (4.4)$$

satisfont à

$$(\omega^i; \sigma_j) = \delta_j^i. \quad (4.5)$$

Tandis que les ω^i sous-tendent le sous-espace des observables pertinentes, les σ_i sous-tendent le plan tangent à R en D_0 (qui passe par l'origine); ils constituent avec les ω^i une paire de bases biorthogonales de ces sous-espaces, de même que les Ω^μ et Σ_μ constituent des bases biorthogonales des espaces entiers d'observables et d'états. L'équation (4.5) apparaît donc comme la restriction de la relation d'orthogonalité (2.6) aux sous-espaces pertinents d'observables et d'états.

En conséquence, le superopérateur \mathcal{P} , défini dans l'espace de Liouville par sa matrice

$$\mathcal{P}^\mu{}_\nu \equiv \sigma_i^\mu \omega_\nu^i \quad (4.6)$$

est un projecteur puisqu'il satisfait à $\mathcal{P}^2 = \mathcal{P}$. La définition (4.6) de \mathcal{P} est la restriction aux sous-espaces pertinents de la relation de fermeture (2.7). Le projecteur \mathcal{P} dépend de D_0 (ou des λ_i) à travers les σ_i . Appliqué à tout état D équivalent à D_0 en ce qui concerne les variables macroscopiques ρ^i , il le projette sur D_0 lui-même:

$$\mathcal{P}^\mu{}_\nu D^\nu = D_0^\mu. \quad (4.7)$$

Géométriquement (fig. 2), il projette ainsi le plan Δ sur D_0 . Appliqué à un point quelconque de l'espace des états, il le projette sur le plan tangent à R en D_0 , parallèlement à Δ , c'est-à-dire en conservant les coordonnées $(\omega^i; D) = \rho^i$. Il est donc utile non seulement en D_0 mais aussi dans son voisinage. On peut aussi appliquer le projecteur \mathcal{P} à gauche sur une observable; il la projette sur une observable pertinente selon

$$A_\nu \mathcal{P}^\nu{}_\mu = (A; \sigma_i) \omega_\mu^i \quad (4.8)$$

En particulier, il ne modifie pas les observables pertinentes puisque $\omega^i \mathcal{P} = \omega^i$. Ce projecteur \mathcal{P} permet ainsi de séparer formellement toute observable ou tout état en la somme d'une partie pertinente et d'une partie microscopique sans intérêt qui doit être éliminée pour passer à la description macroscopique.

La concavité de l'entropie permet de définir dans l'espace des états une métrique naturelle⁴⁾, puisque

$$-\frac{\partial^2 S(D)}{\partial D^\mu \partial D^\nu} \equiv \mathcal{G}_{\mu\nu} \quad (4.9)$$

est en tout point D une matrice positive. Ceci définit des distances et des angles dans l'espace des états selon $ds^2 = -d^2 S$. Le tenseur (4.3) fournit alors, au signe près, la métrique induite par (4.9)

sur la surface R. L'existence de cette métrique permet d'établir une correspondance canonique entre les espaces des observables et des états, selon

$$\delta D_\mu \equiv \mathcal{G}_{\mu\nu} \delta D^\nu = (\delta \log D)^\mu, \quad (4.10)$$

et également de définir des distances et des angles dans l'espace des observables à l'aide du tenseur inverse de $\mathcal{G}_{\mu\nu}$,

$$\mathcal{G}^{\mu\nu} = \frac{\partial^2}{\partial A_\mu \partial A_\nu} \text{Tr} \exp [-A_\mu \Omega^\mu], \quad (4.11)$$

dont (4.2) est une restriction. Avec ces définitions, il est facile de voir que (4.7) aussi bien que (4.8) constituent des *projections orthogonales*. Non seulement la correspondance $D \rightarrow D_0$ est une projection sur R au sens des espaces vectoriels, mais l'orthogonalité en D_0 de Δ et de R signifie aussi que D_0 est, parmi les opérateurs densité réduits de R, le plus proche de D .

En introduisant le projecteur \mathcal{Q} complémentaire de \mathcal{P} , on sépare D en deux parties

$$D = D_0 + D_1, \quad D_0 = \mathcal{P}D, \quad D_1 = \mathcal{Q}D. \quad (4.12)$$

Ceci permet de récrire l'équation de Liouville-von Neumann (2.11) en termes de D_0 et D_1 . On note cependant que D_0 figure indirectement dans (4.12) à travers \mathcal{P} et \mathcal{Q} , qui dépendent donc du temps. La forme (4.6) de \mathcal{P} implique $\dot{\mathcal{P}}\mathcal{Q} = 0$, alors que (4.5) implique $\mathcal{P}\dot{\mathcal{P}} = 0$, de sorte que

$$\dot{\mathcal{P}} = -\dot{\mathcal{Q}} = \mathcal{Q}\dot{\mathcal{P}}\mathcal{P}. \quad (4.13)$$

On en déduit les équations

$$\dot{D}_0 - \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{P}D_0 - \dot{\mathcal{P}}D_0 = \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{Q}D_1, \quad (4.14)$$

$$\dot{D}_1 - \mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{Q}D_1 = -\dot{\mathcal{P}}D_0 + \mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{P}D_0, \quad (4.15)$$

qui *couplent les parties pertinente et non pertinente* de l'opérateur densité. La première de ces équations équivaut au théorème d'Ehrenfest pour les ω^i , écrit sous forme

$$\dot{\rho}^i - \langle \omega^i \mathcal{L}\mathcal{P} \rangle = (\omega^i; \mathcal{L}D_1), \quad (4.16)$$

car il revient au même de se donner ρ^i ou D_0 .

Afin de trouver des équations fermées pour le mouvement des variables macroscopiques ρ^i , il reste à *éliminer* D_1 en résolvant (4.15). Cette élimination s'effectue formellement en introduisant le superopérateur fonction de Green $\mathcal{W}^\mu_\nu(t, t')$ associé au premier membre de (4.15), nul pour $t < t'$ et solution partout de l'équation

$$\left[\frac{d}{dt} - \mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{Q}(t) \right] \mathcal{W}(t, t') = \mathcal{Q}(t)\delta(t - t'). \quad (4.17)$$

Cette équation décrit une *évolution dans l'espace non pertinent*. Le superopérateur \mathcal{W} joue dans cet espace le même rôle que le superopérateur d'évolution dans l'espace complet,

$$\mathcal{U}(t, t') = e^{\mathcal{L}(t, t')}, \quad (4.18)$$

qui est associé au noyau $d/dt - \mathcal{L}$. On l'appelle le *noyau de mémoire*: il décrit, comme on va le voir, les effets de mémoire dus au couplage entre les variables ρ^i et les variables non pertinentes.

L'intégration de (4.15) s'effectue formellement à l'aide du noyau \mathcal{W} . Compte tenu de la condition initiale $D_1(0) = 0$, (4.17) fournit en effet

$$D_1(t) = \int_0^t dt' \mathcal{W}(t, t') [-\dot{\mathcal{P}}(t') + \mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{P}(t')] D_0(t'). \quad (4.19)$$

En reportant (4.19) dans (4.14), on obtient ainsi les *équations de transport généralisées*

$$\begin{aligned} \dot{D}_0 = & \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{P}D_0 + \dot{\mathcal{P}}D_0 + \\ & + \int_0^t dt' \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{Q}(t) \mathcal{W}(t, t') [-\dot{\mathcal{P}}(t') + \mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{P}(t')] D_0(t'), \end{aligned} \quad (4.20)$$

où certains projecteurs peuvent être omis, ce qui équivaut à

$$\dot{D}_0 = \mathcal{P}\mathcal{L}D_0 + \dot{\mathcal{P}}D_0 + \int_0^t dt' \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{W}(t, t') [-\dot{\mathcal{P}}(t') + \mathcal{Q}(t')\mathcal{L}] D_0(t'). \quad (4.20')$$

Il revient au même d'insérer (4.19) dans (4.16), ce qui donne les équations régissant les ρ^i , dont la donnée équivaut à celle de D_0 .

L'équation (4.20) est une équation *intégré-différentielle* pour D_0 , qui y figure explicitement et par l'intermédiaire de \mathcal{P} dont \mathcal{W} lui-même dépend. L'élimination de D_1 a ainsi conduit, à partir de $dD/dt = \mathcal{L}D$, à une équation *non linéaire* pour D_0 , avec des effets de *retard*, sans différence formelle essentielle entre le cas quantique et le cas *classique*. L'entropie $S_R(\rho)$ n'est pas constante, contrairement à $S(D)$, et croît en général. Le premier terme de (4.20) décrit le *couplage direct* entre observables pertinentes. Le second, qui selon (4.13) contient à sa gauche le projecteur \mathcal{Q} , est lié à la variation dans le temps des σ_i ; c'est-à-dire à la rotation du plan tangent à \mathbb{R} en D_0 ; il n'apparaît pas dans les équations (4.16), (4.19) pour ρ^i . Le dernier terme décrit le *couplage avec l'espace non pertinent*: son facteur $-\dot{\mathcal{P}} + \mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{P}$ fait passer de l'espace pertinent à l'espace non pertinent au temps t' , le noyau $\mathcal{W}(t, t')$ décrit l'évolution dans cet espace de t' à t , et le premier facteur fait ensuite repasser à l'espace pertinent au temps t . On notera que $-\dot{\mathcal{P}}D_0 = -\mathcal{Q}\dot{D}_0$, en conséquence de $\mathcal{Q}D_0 = 0$, de sorte que les derniers facteurs de (4.20) s'écrivent $[-\dot{\mathcal{P}} + \mathcal{Q}\mathcal{L}] D_0 = \mathcal{Q}[-\dot{D}_0 + \mathcal{L}D_0]$. Par suite, le terme intégral est petit si D_0 suit une évolution voisine de celle de D , qui est donnée par $-\dot{D} + \mathcal{L}D = 0$.

5 Approximations

Même lorsque les observables ω^i sont en nombre assez petit pour être manipulables, il est hors de question de résoudre l'équation (4.17) pour \mathcal{W} , de sorte que l'équation (4.20) n'a qu'un intérêt formel. Des approximations sont nécessaires pour rendre cette équation utile.

Négliger le dernier facteur $[-\dot{\mathcal{P}} + \mathcal{Q}\mathcal{L}] D_0$ de (4.20) revient à *négliger le couplage* entre les deux types de variables. L'équation de transport qui en résulte exprime l'annulation du premier membre de (4.16). Elle signifie simplement que $\omega^i \mathcal{L}\mathcal{P}$ joue le rôle d'*observable vitesse* associée à ω^i . Les effets du couplage direct entre les ω^i sont alors *instantanés*, et l'on est en présence d'une équation de type *champ moyen*. Dans cette approximation, on trouve selon (3.7)

$$\frac{dS_R(\rho)}{dt} = \lambda_i \dot{\rho}^i = -\frac{1}{i\hbar} \text{Tr} \ln D_0 [H, D_0] = 0, \quad (5.1)$$

de sorte que toute approximation de champ moyen est *non dissipative*: la *dissipation résulte des effets de retard*. L'approximation de *Hartree-Fock dépendant du temps* s'obtient par exemple ici en prenant pour ω^i les observables à un corps. L'approximation de champ moyen associée au choix des variables hydrodynamiques n'est autre que celle du fluide parfait, régi par l'équation d'*Euler* sans transfert de chaleur.

Il existe une circonstance dans laquelle on parvient à prendre en compte avec une erreur négligeable les effets dissipatifs associés au noyau de mémoire. Supposons que les observables pertinentes ont pu être sélectionnées de telle façon que les *échelles de temps* mises en jeu dans l'équation (4.17) pour \mathcal{W} soient courtes devant les échelles de temps caractéristiques des $\rho^i(t)$. Ceci suppose en particulier que l'on a inclus parmi les ω^i les variables *conservatives*, les *paramètres d'ordre*, et toute autre variable *collective*; il convient aussi que la séparation entre les deux échelles de temps soit nette. Dans ces conditions, on peut oublier la dépendance dans le temps de $\mathcal{Q}(t)$ dans (4.17) pour des temps $t - t'$ positifs assez courts, et donc écrire

$$\mathcal{W}(t, t') \simeq \mathcal{Q}(t) \exp[(t - t')\mathcal{L}\mathcal{Q}(t)]. \quad (5.2)$$

Dans cette *approximation de mémoire courte*, $\mathcal{W}(t, t')$ n'est appréciable que sur un intervalle de temps $t - t'$ petit devant l'échelle de temps des $\rho^i(t)$, la même que celle de $\mathcal{Q}(t)$. Plus précisément, (5.2) comprend soit des exponentielles décroissantes, soit des termes oscillants en très grand nombre (compte tenu de la grande taille de l'espace non pertinent), qui *interfèrent destructivement* lorsque $t - t'$ croît. (L'existence d'exponentielles croissantes, associées à des valeurs propres de $\mathcal{L}\mathcal{Q}$ ayant une partie réelle positive, qui traduirait une instabilité dans l'espace \mathcal{Q} , est signe d'un choix inadéquat des variables macroscopiques.) Dans (4.20), on peut alors remplacer t' par t dans

$\mathcal{P}(t')$, $\mathcal{Q}(t')$ et $D_0(t')$, qui varient peu dans la région de t' où $W(t, t')$ est appréciable. On peut aussi remplacer la borne d'intégration 0 par $-\infty$ puisque l'intégrale sur t' ne porte que sur le voisinage de la borne supérieure t , de sorte que (4.20) se réduit à l'équation de transport suivante pour D_0 , c'est-à-dire pour les $\rho^i(t)$ (ou les $\lambda_i(t)$) :

$$\dot{D}_0 \simeq \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{P}D_0 + \dot{\mathcal{P}}D_0 + \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{Q} \frac{1}{-\mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{Q} + 0} (\mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{P} - \dot{\mathcal{P}}) D_0; \quad (5.3)$$

le terme infinitésimal $+0$ en dénominateur donne un sens aux valeurs propres imaginaires de $\mathcal{Q}\mathcal{L}\mathcal{Q}$, qui forment un quasi-continuum.

Tous les termes du second membre de (5.3) sont pris au temps t , de sorte que l'on est passé d'une équation intégral-différentielle avec mémoire à une équation différentielle ordinaire. Le caractère markovien de l'équation de Liouville-von Neumann (2.1), qui s'était perdu dans l'équation exacte (4.20) du fait de l'élimination des degrés de liberté non pertinents, est retrouvé dans l'approximation de mémoire courte (5.3), qui présente cependant des caractères nouveaux. La courte échelle de temps associée aux variables non pertinentes a permis de remplacer les effets retardés qu'elles engendrent par le dernier terme de (5.3), *instantané* mais *dissipatif*. On peut en effet vérifier que ce terme fait en général croître l'entropie pertinente $S_R(\rho)$, ce qui traduit une perte d'information vers les variables non pertinentes, perte *sans retour* car les temps de récurrence sont gigantesques. En fait, une dérivée négative de $S_R(\rho)$ n'est pas exclue, bien que $S_R(\rho(t))$ soit toujours supérieure à $S_R(\rho(0))$; ceci signalerait simplement un choix inadéquat des variables dynamiques ρ^i , puisque de l'information pourrait alors revenir vers l'espace pertinent depuis certaines *variables cachées* non pertinentes. Il faudrait alors inclure ces dernières dans la description, idée couramment utilisée dans des approches semi-empiriques (par exemple, en mécanique, pour les matériaux à mémoire de forme). Par ailleurs, l'équation de transport (5.3) est *non linéaire*, à l'inverse de l'équation de départ.

On trouve dans la littérature de très nombreux exemples d'équations de transport du type (5.3). Selon le contexte, et selon le choix des variables pertinentes, elles portent des noms divers, mais on pourra toujours y reconnaître sous-jacentes les idées ci-dessus. Lorsque les ω^i sont des *projecteurs*, les $\rho^i = \langle \omega^i \rangle$ s'interprètent comme des *probabilités*, et leur dynamique (5.3) est celle d'équations de bilan, à la *Pauli*. Les équations de transport habituelles, du type de l'*hydrodynamique* ou de la *thermodynamique hors équilibre*, correspondent au choix, pour les ρ^i , de variables *conservatives locales*. Le terme dissipatif de (5.3) décrit alors des *transferts*, entre éléments de volume voisins, de chaleur, de particules ou de moment, ce qui définit dans une approximation linéaire les coefficients de transport correspondants (conductivité, diffusion, viscosité). Dans la *description de Boltzmann*, le dernier terme de (5.3) s'identifie au *terme de collision*. Dans la théorie du *mouvement Brownien*, ou bien dans la description de systèmes *non*

isolés ou *ouverts*, qui échangent de l'énergie, du moment ou des particules avec le milieu ambiant, ce dernier doit être éliminé de la description; on tombe alors sur des équations à la *Fokker-Planck*, ou sur des équations de *relaxation* (comme en résonance magnétique), ou sur un calcul de *largeurs de raies*.

Le formalisme peut s'étendre à la dynamique de Heisenberg des observables⁴⁾, et conduit ainsi pour les $A(t)$ à des équations du type *Langevin*, où la "force" dA/dt se décompose en une partie cohérente incluant *champ moyen* et *friction* comme dans (5.3), plus une *partie aléatoire* décrivant l'apparition au cours du temps de composantes non pertinentes dans $A(t)$.

Dans la pratique, le passage de l'équation exacte (4.20) à une équation de transport instantanée approchée (5.3) s'effectue généralement en court-circuitant la résolution (5.2) de l'équation (4.17) pour le noyau de mémoire, résolution qui reste le plus souvent impraticable. Des approximations supplémentaires, *perturbatives* (en termes des *interactions* ou en termes de l'*écart à l'équilibre*), *itératives*, *variationnelles*, sont effectuées, où la considération des échelles de temps joue un rôle capital. La section 6 en présentera brièvement deux exemples.

Des approches plus grossières modélisent le dernier terme de (5.3) à l'aide de coefficients empiriques. Traiter par exemple l'ensemble des variables non pertinentes comme des *variables aléatoires* auxquelles est associé un bruit blanc sans structure revient à supposer que

$$W(t, t') \simeq Q(t)e^{-(t-t')/\tau} \simeq \tau Q(t)\delta(t - t'); \quad (5.4)$$

ceci remplace le facteur compliqué $[-QLQ + 0]^{-1}$ de (5.3) par un paramètre ajustable τ , interprété comme un temps de mémoire ou une intensité de bruit, ce qui donne

$$\dot{D}_0 \simeq (\mathcal{P}\mathcal{L} + \dot{\mathcal{P}}) D_0 + \tau \mathcal{P}\mathcal{L} (Q\mathcal{L} - \dot{\mathcal{P}}) D_0. \quad (5.5)$$

Une autre méthode d'approximation, celle des *projections répétées*, consiste à déterminer $D_0(t)$ en des temps successifs $t = 0, \tau, 2\tau, \dots, n\tau, \dots$. La valeur de $D_0(n\tau + \tau)$ dépend de $D_0(n\tau)$ et de $D_1(n\tau)$, d'une manière que l'on peut déterminer en résolvant les équations (4.14), (4.15) dans l'intervalle $n\tau < t < n\tau + \tau$. Cependant, si τ est choisi suffisamment grand, dépassant le temps de mémoire, $D_0(n\tau + \tau)$ ne dépend guère de $D_1(n\tau)$, de sorte que l'on peut simplifier la résolution en remplaçant $D_1(n\tau)$ par 0. Dans ces conditions, la trajectoire de $D(t)$ sur la fig.2 équivaut approximativement, pour ce qui concerne $D_0(t)$, à une trajectoire en dents de scie, obtenue par projections successives aux instants $t = \tau, 2\tau, \dots, n\tau, \dots$. Une approximation supplémentaire, plus grossière, consiste alors à admettre que τ est assez petit pour justifier un développement de Taylor de $D_0(n\tau + \tau) - D_0(n\tau)$ au second ordre en puissances de τ . Ceci donne, en utilisant (4.17), (4.20):

$$D_0(n\tau + \tau) - D_0(n\tau) \simeq \tau (\mathcal{P}\mathcal{L} + \dot{\mathcal{P}}) D_0 + \frac{\tau^2}{2} [(\dot{\mathcal{P}}\mathcal{L} + \ddot{\mathcal{P}}) D_0 + (\mathcal{P}\mathcal{L} + \dot{\mathcal{P}}) D_0 + \mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{Q} (\mathcal{L}\mathcal{P} - \dot{\mathcal{P}}) D_0], \quad (5.6)$$

où le second membre est calculé en $t = n\tau$. On note que si une fonction f satisfait à l'équation aux différences finies

$$f(t + \tau) - f(t) \equiv \left(\exp \tau \frac{d}{dt} - 1 \right) f(t) = \tau g(t, \tau), \quad (5.7)$$

elle satisfait aussi à l'équation différentielle

$$\frac{df(t)}{dt} = \left(\exp \tau \frac{d}{dt} - 1 \right)^{-1} \tau \frac{d}{dt} g(t, \tau) \approx g(t, \tau) - \frac{\tau}{2} \frac{dg(t, \tau)}{dt} + \dots, \quad (5.8)$$

qui fait intervenir la série de Bernoulli, développement asymptotique de $x/(e^x - 1)$. Par suite, (5.6) équivaut, à l'ordre 1 en τ , à

$$\dot{D}_0 = (\mathcal{P}\mathcal{L} + \dot{\mathcal{P}}) D_0 + \frac{\tau}{2} \mathcal{P}\mathcal{L} (\mathcal{Q}\mathcal{L} - \dot{\mathcal{P}}) D_0. \quad (5.9)$$

Bien que l'interprétation en soit différente, on retrouve la même équation approchée (5.5) que dans la méthode du bruit blanc; le paramètre ajustable τ représente ici un compromis entre un intervalle assez petit pour que le développement (5.6) soit valable et un temps supérieur au délai de mémoire. En poussant les développements (5.6)–(5.9) à l'ordre suivant, on pourrait améliorer l'approximation; en particulier, le fait que celle-ci dépende peu de τ peut permettre de déterminer une valeur optimale pour ce paramètre.

6 L'exemple de l'équation de Boltzmann

L'étude des gaz classiques hors équilibre¹⁾ fait appel à deux réductions successives de la description, schématisées sur la fig.3 ci-dessus. La *première réduction* conduit à la description de Boltzmann. A partir de l'équation de Liouville pour D , qui équivaut à la hiérarchie BBGKY, la méthode de projection, appliquée aux observables pertinentes (2.22), conduit pour $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ à une équation exacte (4.16), (4.19) avec mémoire. On peut montrer directement que l'approximation de mémoire courte (5.3) devient asymptotiquement exacte à la limite où les distances entre particules (ou le libre parcours) deviennent grandes devant la portée des forces, et qu'elle aboutit alors pour $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ à l'équation de Boltzmann (6.3). Le premier membre de (4.16) s'identifie aux

termes de dérive, et son second membre est approché par les termes de collision de cette équation de Boltzmann. En fait, la méthode la plus courante pour établir l'équation de Boltzmann consiste à faire un simple *bilan*, à des instants successifs, du nombre de particules *dans un élément de volume* de l'espace des phases à une particule. Cependant, on ne peut effectuer un tel bilan que si l'intervalle entre ces instants est grand devant la durée d'une collision, situation qui autorise l'emploi de la seule *section efficace* pour caractériser chaque collision. L'équation de Boltzmann n'est donc en toute rigueur pas une véritable équation différentielle comme l'est la hiérarchie BBGKY, puisque l'élément dt qui y figure n'est pas infinitésimal mais grand devant la durée d'une collision. Elle suppose une approximation de *mémoire courte* pour les grandeurs autres que $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. De plus, le bilan ne peut se faire que dans des éléments de volume grands devant la taille des particules ou la portée des forces, qui doit donc être négligeable devant toutes les autres longueurs caractéristiques. De nombreux travaux ont permis d'établir en partant de la physique microscopique comment l'équation de Boltzmann doit être modifiée lorsque la *densité* augmente, ou (en représentation de Wigner) lorsque la nature *quantique* des particules se met à jouer.

La *seconde réduction* de la description, schématisée par la partie droite de la fig.3, mène à la description hydrodynamique, en termes des densités (3.3). Afin d'établir les équations du mouvement pour celles-ci, il est inutile de remonter à l'équation de Liouville ou à la hiérarchie BBGKY; il suffit de partir, selon le bas du schéma de la fig.3, de la description de Boltzmann. La densité réduite $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ joue alors le même rôle que D dans la méthode de projection, l'équation de Boltzmann le même rôle que l'équation de Liouville; les équations (3.3) font passer de f aux variables réduites ρ_k , et D_0 est remplacé par une densité réduite à un corps non biaisée $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, de la même forme que (3.4):

$$f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{h^3} \exp \left[-\lambda_N - \lambda_E \frac{p^2}{2m} - \lambda_P \cdot \mathbf{p} \right]. \quad (6.1)$$

Les multiplicateurs de Lagrange λ_k (où $k = E, N$ ou \mathbf{P}) sont ici des fonctions de la position \mathbf{r} et du temps, et s'interprètent en termes des variables intensives locales de la thermodynamique, température T , potentiel chimique μ et vitesse hydrodynamique \mathbf{u} , selon

$$\lambda_N + \lambda_E \frac{p^2}{2m} + \lambda_P \cdot \mathbf{p} \equiv \frac{(\mathbf{p} - m\mathbf{u})^2}{2mT} - \frac{\mu}{T}. \quad (6.2)$$

Il revient au même de se donner f_0 , les λ_k ou les ρ_k ; ces *variables conjuguées* λ et ρ sont liées en chaque point et à chaque instant par les équations d'état de la *thermostatique*. Le fait que $f_0 = \mathcal{P}f$ soit la projection de f s'exprime en écrivant que $f_1 \equiv f - f_0$ ne contribue pas aux densités ρ , ou que les relations (3.3) peuvent s'écrire indifféremment avec f ou avec f_0 . Notre but est de déterminer la dynamique des ρ_k à l'aide de la méthode de projection.

L'équation de départ est ici l'équation de Boltzmann

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f = \mathcal{J}(f), \quad (6.3)$$

où le terme de collision \mathcal{J} est proportionnel à la section efficace de diffusion et comprend des intégrations sur les moments en jeu. Sa projection sur l'espace pertinent est nulle, puisque

$$\int d^3 \mathbf{p} \mathcal{J} = \int d^3 \mathbf{p} \frac{p^2}{2m} \mathcal{J} = \int d^3 \mathbf{p} \mathbf{p} \mathcal{J} = 0. \quad (6.4)$$

Ces égalités expriment qu'à l'échelle de Boltzmann, les collisions conservent le nombre de particules, l'énergie et le moment. L'intégration de (6.3) avec les poids de (6.4) conduit donc pour les cinq variables N, E, \mathbf{P} aux cinq lois de conservation macroscopiques

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{J} = 0, \quad (6.5)$$

où les densités de courant sont définies par

$$\mathbf{J}_N = \int d^3 \mathbf{p} f \frac{\mathbf{p}}{m}, \quad \mathbf{J}_E = \int d^3 \mathbf{p} \frac{p^2}{2m} f \frac{\mathbf{p}}{m}, \quad \mathbf{J}_P = \int d^3 \mathbf{p} \mathbf{p} f \frac{\mathbf{p}}{m}. \quad (6.6)$$

L'existence de ces lois de conservation permet de simplifier l'établissement des équations de transport macroscopiques, puisque selon (4.16) et (6.5), il suffit de déterminer à chaque instant les \mathbf{J} , ce que nous allons faire ci-après; les équations dynamiques proprement dites, contenant une dérivée par rapport au temps, sont les équations de conservation (6.5).

Les densités de courant (6.6), où $f = f_0 + f_1$, comprennent en chaque point \mathbf{r} et à chaque instant une contribution triviale \mathbf{J}^0 associée à f_0 , la même que si le gaz était en mouvement uniforme à la vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. En particulier, on a $\mathbf{J}_N^0 = \rho_N \mathbf{u}$ et $\mathbf{J}_E^0 = \rho_E \mathbf{u}$. Le courant \mathbf{J}_P associé au moment s'identifie en vertu de (6.5), écrit pour la densité de moment ρ_P , au tenseur des contraintes. Sa partie triviale \mathbf{J}_P^0 est la somme du terme $m\mathbf{u}\mathbf{u}$ associé au mouvement uniforme et du terme de pression d'équilibre $\rho_N T(\mathbf{r}, t)$. Les contributions restantes, celles de f_1 à \mathbf{J}_E et à \mathbf{J}_P , s'obtiendraient rigoureusement en exprimant f_1 en fonction de f_0 pris aux instants antérieurs, ce qui équivaut à (4.19); ceci fournirait une expression exacte, mais comportant une mémoire, pour les courants. Cependant, on s'attend, à la limite où le temps moyen entre collisions est faible devant les échelles de temps caractéristiques des $\rho(t)$, à ce que l'approximation instantanée soit valable. On cherche donc à construire une approximation fournissant $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ en fonction de $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ au même instant.

Ceci est réalisé par la méthode de Chapman et Enskog¹⁾, qui repose sur les idées générales de la méthode de projection, combinées à des propriétés liées aux lois de conservation. Nous nous

contenterons ici de l'esquisser. Le régime linéaire d'intérêt correspond à la limite $f_1 \ll f_0$, dont on peut voir qu'elle correspond à des échelles spatio-temporelles pour les $\rho(\mathbf{r}, t)$ grandes devant le libre parcours et le délai entre collisions. Plus précisément, si on considère que f_0 est d'ordre 0 et f_1 d'ordre 1, on est conduit à admettre que le terme de collision \mathcal{J} de (6.3) contient un coefficient grand, d'ordre -1 . On vérifie que ce terme a pour tout f_0 de la forme (6.1) la propriété

$$\mathcal{J}(f_0) = 0. \quad (6.7)$$

Par suite, à l'ordre -1 dominant, l'équation de Boltzmann (6.3) se réduit à (6.7), la densité en phase f a une forme (6.1) où les λ_k dépendent de \mathbf{r} et t de façon restant à déterminer, et les courants se réduisent à la contribution \mathbf{J}^0 de f_0 . Les équations de conservation (6.5) se réduisent alors à

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \mathbf{J}^0 = 0. \quad (6.8)$$

Ces équations déterminent approximativement la dépendance dans le temps des ρ_k (ou des λ_k). Elles expriment l'absence de transfert de chaleur et l'absence de viscosité, qui conduit à l'équation d'Euler. L'approximation de *champ moyen* est ainsi retrouvée comme ordre dominant de la méthode de Chapman et Enskog.

A l'ordre 0 en f_1 suivant, l'équation de Boltzmann devient

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_0 = \mathcal{K} f_1, \quad (6.9)$$

où \mathcal{K} est un noyau intégral en $(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ obtenu en développant $\mathcal{J}(f_0 + f_1)$ à l'ordre le plus bas en f_1 . Ce noyau dépend de $f_0(\mathbf{r}, t)$ au point et à l'instant considérés. Le premier terme de (6.9) se déduit de (6.8) puisque f_0 ne dépend que des λ , c'est-à-dire que des ρ . Le premier membre de (6.9) est donc une combinaison linéaire des gradients des λ . Par inversion du noyau \mathcal{K} , on exprime f_1 , et par suite les courants à l'ordre 1, en fonction de ces gradients. Les équations de conservation (6.5), alliées aux relations linéaires ainsi obtenues entre les \mathbf{J} et les affinités $\nabla \lambda$, sont les équations macroscopiques cherchées. Ceci justifie dans le cas des gaz, à la limite considérée, la loi de *Fourier* pour la conduction de la chaleur et les équations de *Navier-Stokes*, et ceci fournit l'expression des *coefficients de transport* correspondants en termes de la section efficace de collision à laquelle \mathcal{K} est proportionnel.

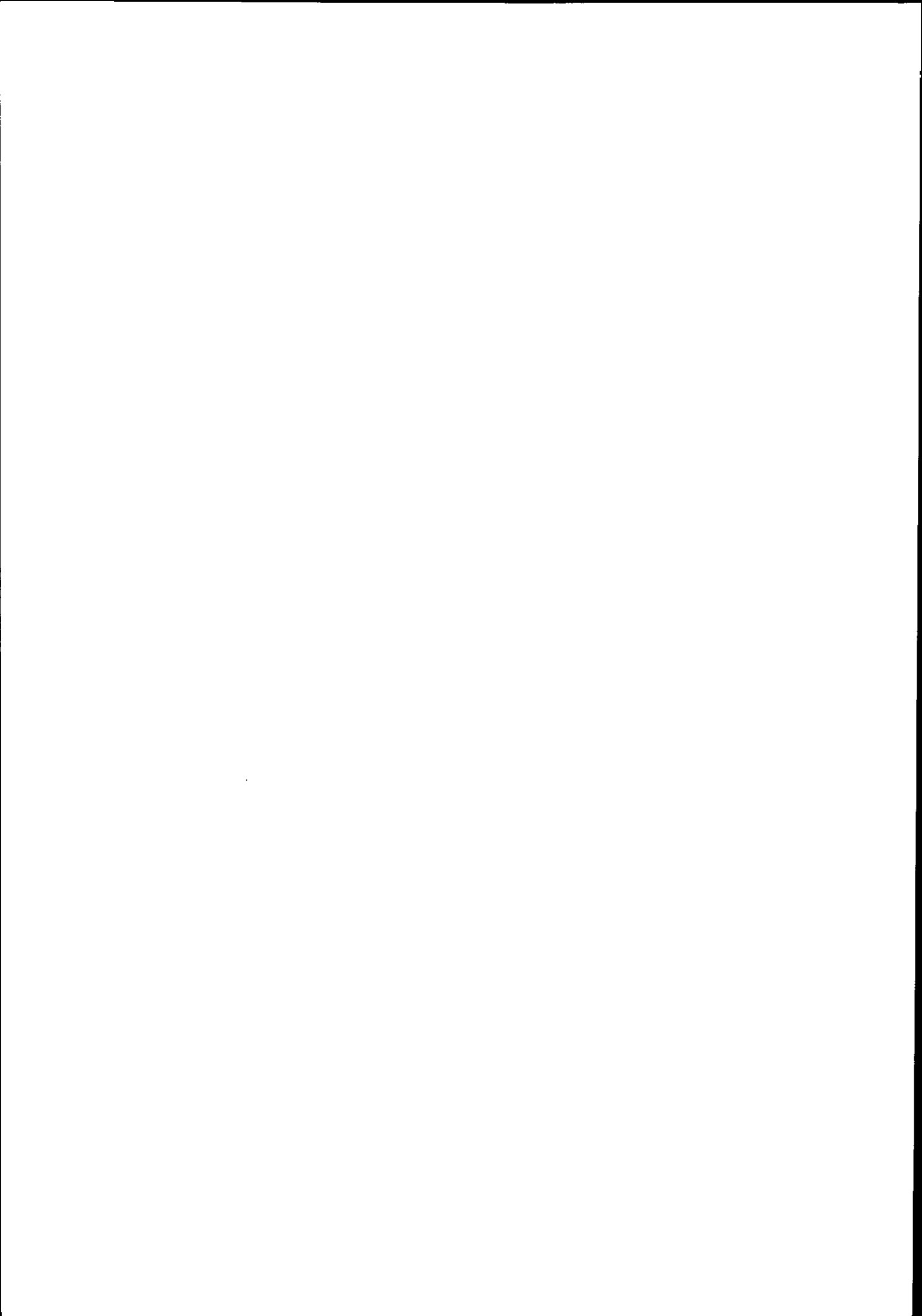
L'entropie (3.8) associée à la description de Boltzmann croît lorsque f évolue selon l'équation de Boltzmann (6.3). Ce résultat, facile à démontrer¹⁾, constitue le *théorème H* de Boltzmann, dont la signification est la suivante. Les corrélations, qui sont éliminées de l'équation de Boltzmann et qui se créent progressivement au cours du temps, emportent de l'ordre ou de l'information; par suite, le désordre qui est associé à la seule connaissance de f croît au cours du temps.

Si les gradients des ρ sont suffisamment faibles, l'entropie thermodynamique (calculée comme à l'équilibre pour chaque élément de volume) croît aussi, conformément au *deuxième principe* sous sa forme dynamique de Clausius–Duhem, qui trouve ainsi une justification microscopique. Mais les deux entropies S_B et S_{th} ne s'identifient entre elles que dans cette limite des gradients faibles. Leurs croissances respectives mesurent l'irréversibilité des évolutions aux deux échelles de Boltzmann et hydrodynamique. Pourtant, l'évolution microscopique est réversible. Cette opposition constitue le *paradoxe de l'irréversibilité*, dont l'élucidation fait appel à la fois à la statistique et à la complexité de l'évolution microscopique¹⁾. Une décroissance de S_{th} alors que S_B croît signifierait que la description hydrodynamique est mauvaise.

On notera en conclusion que la méthode de projection, générale et systématique, présente comme le montre l'exemple du gaz une grande souplesse liée au choix des observables ω^i . Ce choix ne peut cependant être justifié qu'a posteriori, après analyse des échelles de temps en jeu. On notera aussi que non seulement les divers outils utilisés, opérateur densité réduit D_0 , projecteur \mathcal{P} , noyau de mémoire \mathcal{W} , mais les concepts eux-mêmes, dépendent du choix des ω^i . Par exemple, la "température", inverse du multiplicateur associé à l'énergie, dépend du choix des autres variables. Il en est de même de l'entropie pertinente $S_R(\rho)$, comme le montre la distinction faite ci-dessus entre S_{th} et S_B , et par suite de la dissipation, qui dépend de la description réduite, et qui est d'autant plus faible que celle-ci est plus détaillée.

Références

- 1) R. Balian, *From Microphysics to Macrophysics, Methods and Applications of Statistical Physics*, deux volumes (Springer-Verlag 1991, 1992). Une version française est en préparation.
- 2) R. Balian, *Collective variables and dissipation*, dans *Heavy Ion Collisions*, NATO ASI Serie B, vol. 130, Cargèse 1984, Bonche et al, eds (Plenum Press 1986).
- 3) R. Balian, *Statistical mechanics and the maximum entropy method*, dans *From Statistical Physics to Statistical Inference and Back*, NATO ASI Serie C, vol. 428, Cargèse 1992, Grassberger et Nadal, eds (Kluwer 1994).
- 4) R. Balian, Y. Alhassid, H. Reinhardt, *Dissipation in many-body systems: a geometric approach based on information theory*, Phys. Reports **131** (1986) 1.
- 5) J. Rau and B. Müller, *From reversible quantum microdynamics to irreversible quantum transport*, Phys. Reports, à paraître.



Modélisation des Réactions Nucléaires avec des Ions lourds

Bernard REMAUD

SUBATECH

UMR 6457 Université de Nantes/IN2P3/École des Mines de Nantes

Octobre 1995

Abstract

Depuis une dizaine d'années, l'équation de Boltzmann (modifiée pour tenir compte de certains effets quantiques) a été la base de la modélisation des réactions entre ions lourds ; les modèles qui en résultent ont tous la propriété de ne pas résoudre explicitement l'équation à laquelle ils se réfèrent (sous des noms divers : Landau-Vlasov, Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim ...) mais de la simuler. On pourra se référer à d'autres cours de cette Ecole pour la présentation des bases théoriques formelles. Ce cours se propose d'exposer les principes numériques de base, de replacer ces modèles dans le cadre des différents modèles du Problème à N-Corps utilisés dans les autres domaines de Physique, d'en discuter la validité et de présenter quelques applications parmi les plus significatives.

For ten years, the Boltzmann equation (with some modifications to take into account some quantum effects) has been used as a basis of models for the description of heavy ion reactions ; these models have in common to simulate the equation they refer to (under various names as : Landau-Vlasov, Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim ...) rather than solving it explicitly. The formal theoretical bases of these studies will be discussed in other lectures of this School. This lecture will present the basic numerical principles of the models and the links with the various models of the N-Body Problem used in other fields of Physics, it will discuss the validity of these models and some applications arbitrarily chosen among the most relevant ones.

1 Introduction

On recouvre sous le vocable de problème à N-Corps, l'étude de la statique et de la dynamique de N objets sous l'influence de leurs interactions mutuelles et (parfois) de forces externes.

Les différents systèmes étudiés diffèrent donc par la valeur de N et la nature des forces en jeux : typiquement 10^{24} molécules dans un liquide ou un gaz soumises aux forces de Van der Waals, 10^{10} (environ) étoiles soumises à l'interaction gravitationnelle dans une galaxie et 10^2 noyaux d'une réaction entre ions lourds (objet de notre étude) soumis aux interactions nucléaire et coulombienne.

Des siècles de recherche ont permis des avancées gigantesques dans la théorie de la dynamique des systèmes. Ces approches formelles aboutissent à des équations (Schrödinger, Liouville, Boltzmann, Navier-Stokes, Fokker-Planck etc ...) dont la résolution numérique est d'une très grande complexité. En général, les solutions analytiques sont connues dans certaines conditions aux limites : souvent systèmes infinis ($N \rightarrow \infty$), homogènes et proches de l'équilibre. Il y a cinquante ans, l'arrivée des ordinateurs a donné l'espoir d'étendre les études à des systèmes inaccessibles aux solutions analytiques.

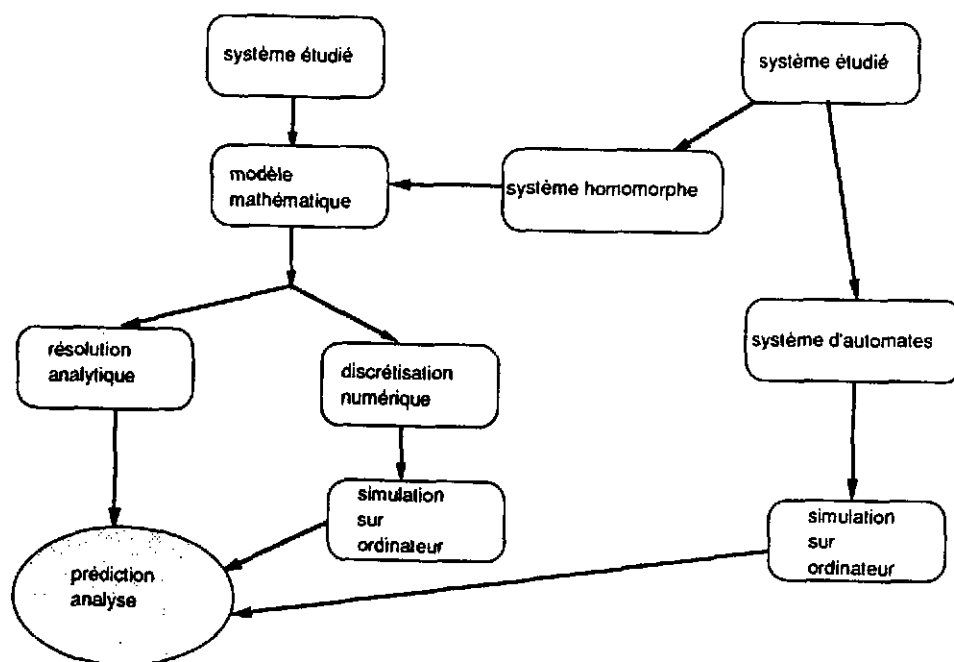


Figure 1: Méthodes classiques de modélisation des systèmes à N -Corps

L'ordinateur a été utilisé pour sa capacité à itérer les séquences de calcul qui seraient fastidieuses à la main. Le schéma classique de modélisation qui en résulte (voir fig.1) repose sur les méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles (différences finies et éléments finis) mises au point par les mathématiciens du siècle dernier.

Cependant, de manière progressive, on a pris conscience des possibilités ouvertes par les ordinateurs de plus en plus puissants, pour aboutir à ce que l'on appelle désormais *expérimentation numérique, physique sur ordinateur, ou "computational physics" en anglais*, champ disciplinaire dont certains revendiquent l'existence entre la physique théorique et la physique expérimentale.

On peut, un peu arbitrairement, attribuer cette (r?)évolution à 3 raisons principales :

- bien sûr, explosion de la puissance de calcul des machines qui permet la résolution simultanée d'un très grand nombre d'équations couplées;

- développement des méthodes stochastiques (dites de *Monte-Carlo*) ; particulièrement bien adaptées au traitement informatique, elles permettent l'analyse d'échantillons limités de systèmes inaccessibles dans leur totalité à l'analyse microscopique;
- développement des méthodes à automates discrets pour la modélisation des systèmes complexes; la modélisation passe par la recherche d'un automate (mieux adapté au traitement par ordinateur) dont le comportement est homomorphe du système à étudier (voir par exemple, [1] pour la résolution de l'équation de Navier-Stokes) .

Le cours présenté ici se propose de faire une analyse des méthodes de modélisation des réactions entre ions lourds, largement utilisées depuis une décade sous des noms divers : Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (B.U.U) [2], Vlasov-Uehling-Uhlenbeck [3] (V.U.U), Landau-Vlasov (L.V.) [4] etc... Elles dérivent toutes de l'équation de Boltzmann, modifiée pour tenir compte de certaines contraintes quantiques. Je ne m'attacherai pas à la dérivation de cette équation, discutée par ailleurs dans ce séminaire (exposé de M.Balian) ; on pourra lire aussi l'article de revue [5].

Le plan du cours est le suivant :

- section 2 : présentation générale des modèles pseudo-particulaires pour le problème à N-corps et application aux systèmes de fermions dans l'approximation semi-classique ;
- section 3 : étude de la statique et dynamique nucléaires en champ moyen avec les modèles pseudo-particulaires ;
- section 4 : étude de la dynamique nucléaire avec des collisions entre nucléons ;
- section 5 : applications à l'étude de variables collectives significatives dans les réactions entre ions lourds ;
- section 6 : conclusions

Les exemples montrés seront pour la plupart extraits d'articles utilisant le modèle de Landau-Vlasov pour des raisons de commodité, mais les conclusions sont aisément généralisables.

2 Modèle Particulaire de l'espace des phases nucléaires

Nous nous placerons dans la limite à un-corps pour la description de l'espace des phases nucléaire ; nous supposons donc que toute l'information sur le système est donnée par la densité $f(\vec{r}, \vec{k}, t)$ ($\vec{k} = \vec{p}/\hbar^3$, on supposera $\hbar = 1$ par la suite). Dans l'approximation semi-classique, cette fonction est définie positive et donc considérée comme une densité de probabilité $f(\vec{r}, \vec{k}, t) \geq 0$; les valeurs moyennes des opérateurs se calculant comme une espérance au sens des probabilités :

$$\langle A \rangle = \int d\tau A(\vec{r}, \vec{k}) f(\vec{r}, \vec{k}, t) \text{ avec } d\tau = (d\vec{r} \odot d\vec{k}) \quad (1)$$

L'évolution au cours du temps de cette densité est déterminée par l'équation de Boltzmann (=Vlasov+terme de collisions), qui s'écrit dans le cas des interactions indépendantes des vitesses :

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{k}, t)}{\partial t} + \frac{\vec{k}}{m} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} f(\vec{r}, \vec{k}, t) - \vec{\nabla}_{\vec{r}} U(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{k}} f(\vec{r}, \vec{k}, t) = I_{coll}(f); \quad (2)$$

où le terme $I_{coll}(f)$ est le terme de collision. Dans une première partie du cours nous le supposons nul (approximation du champ moyen), il sera étudié dans une autre section. L'équation (2) est dans la limite non-collisionnelle identique à l'équation de Liouville :

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{k}, t)}{\partial t} + \{f(\vec{r}, \vec{k}, t), H(\vec{r}, \vec{k}, t)\} = 0. \quad (3)$$

On aboutit donc à une situation paradoxale : les systèmes quantiques et classiques seraient gouvernés par les mêmes équations! La différence ne résiderait-elle que dans les conditions initiales? Dans le cas semi-classique, on pourrait introduire les contraintes imposées par le Principe de Pauli au taux d'occupation ; en principe, ces contraintes sont alors satisfaites tout le temps, car l'équation de Liouville conserve les densités dans l'espace des phases. Telles sont les justifications formelles généralement avancées et qui restent à être validées formellement et dans les applications numériques. Des travaux récents ont permis de mieux comprendre le caractère "quantique" des solutions de l'équation de Vlasov (voir thèse de P. L'Eplattenier [6]).

2.1 Les 2 approches numériques de base

Il existe deux méthodes de base pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov (Liouville) :

- les solutions sur réseaux (dites eulériennes) : la distribution à un corps est projetée sur un maillage régulier fixe (donc à six dimensions, en absence de symétrie particulière) et les opérateurs différentiels sont approximés par des opérateurs aux différences finies (ou éléments finis) ; l'évolution de la distribution est déterminée par la variation au cours du temps des valeurs qu'elle prend aux noeuds du maillage.
- les solutions pseudo-particulaires (dites lagrangiennes) : la distribution à un corps est projetée sur une base mobile, l'évolution de cette base détermine la dynamique du système.

On retrouve là, une distinction fondamentale qui rappelle celle entre les schémas de Schrodinger et d'Heisenberg de la Mécanique Quantique. Les méthodes lagrangiennes ont été largement utilisées en Physique Nucléaire à partir des années 85, pour 3 raisons principales :

- les réactions entre Ions Lourds constituent des systèmes sans symétries particulières (paramètre d'impact non nul, projectile et cible différents); les 6 dimensions de l'espace de phase doivent être considérées séparément;
- le mouvement intrinsèque des systèmes de fermions implique une grande extension et une grande finesse de description du sous-espace des vitesses (pas d'approximation de type hydrodynamique pour le sous-espace des vitesses) ;

- une collision d'ions lourds constitue un système initialement très loin de l'équilibre (2 noyaux froids, localisés dans l'espace, à grande vitesse relative) qui évolue ensuite vers un système très excité (chaud?) et dont les fragments occupent un très grand volume.

Utiliser des méthodes eulériennes pour ce type de problème impose des tailles très grandes de réseaux (minimum 10^{6-8} noeuds) qui les rendent particulièrement lourdes voire même impraticables.

2.2 Les bases de la méthode pseudo-particulaire

Dans les méthodes lagrangiennes, on se place dans un repère mobile ; pour cela on postule que la densité à un corps pour A particules peut s'exprimer sous forme d'un produit de convolution :

$$f(\vec{r}, \vec{k}, t) = w(\vec{r}, \vec{k}) \star g(\vec{r}, \vec{k}, t) = \int d\tau w(\vec{r}t, \vec{k}t) g((\vec{r} - \vec{r}t), (\vec{k} - \vec{k}t), t); \quad (4)$$

où w est une fonction poids non négative, constante en temps et g la base normalisée à l'unité qui elle dépend explicitement du temps. Mis à part cette dépendance en temps, ceci revient à la projection de la densité à un corps sur une base (sur)complète ; les conditions de normalisation imposent :

$$A = \int d\tau f(\vec{r}, \vec{k}, t) = \int d\tau w(\vec{r}, \vec{k}) \quad (5)$$

Si la dynamique du système étudié est déterminée par un opérateur différentiel quelconque L agissant sur les variables \vec{r}, \vec{k}, t , les propriétés élémentaires des produits de convolution impliquent que :

$$L\{f(\vec{r}, \vec{k}, t)\} = w(\vec{r}, \vec{k}) \star L\{g(\vec{r}, \vec{k}, t)\}. \quad (6)$$

La dynamique du système se réduit donc à la dynamique (exacte ou approchée) des fonctions de base.

La méthode est évidente dans le cas simple de A particules ponctuelles classiques dans un champ gravitationnel ou coulombien ; leur densité à un corps est complètement déterminée par leur position et vitesse instantanées :

$$f(\vec{r}, \vec{k}; t) = \sum_{i=1}^A \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta(\vec{k} - \vec{k}_i(t)); \quad (7)$$

l'opérateur d'évolution L évoqué dans l'équation (6) est celui de Liouville, son application à la densité de l'équation (7) donnent les équations du mouvement bien connues de Hamilton :

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\hbar^3 \vec{k}_i}{m_i}; \quad \frac{d\vec{k}_i}{dt} = -\vec{\nabla}_{\vec{r}_i} \left\{ \sum_j U(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \right\}. \quad (8)$$

Dans ce cas-ci on a un modèle particulaire, déterministe, au sens strict, les particules dont on calcule le mouvement sont les particules réelles.

Les *pseudo-particules* apparaissent dans le cas classique lorsque le nombre A de particules réelles est trop grand pour que les équations (8) soient effectivement solubles. On *échantillonne* de manière aléatoire les particules réelles et l'on donne à ces particules sélectionnées un poids statistique $\gg 1$; la norme de la fonction de poids w est n où $n \gg 1$ est le nombre de particules réelles représentées par chaque pseudo-particule. Le principe n'est pas différent que celui des sondages qui permettent de suivre(?) la dynamique de l'opinion des 50 millions de Français en ne connaissant l'opinion que d'un millier d'entr'eux. Par exemple en cosmologie, une pseudo-étoile peut représenter jusqu'à 10^2 à 10^4 étoiles réelles [7, 8].

Des pseudo-particules -d'une autre nature- peuvent être introduites lorsque la fonction à un corps à traiter, est une fonction continue ; les fonctions δ (voir equation 7) forment une base trop incomplète pour résoudre le problème, une meilleure approche consiste donc à prendre une base à support non nul [9, 10]. Quelles sont les conditions que doivent satisfaire les fonctions de base :

- a) les fonctions g doivent former une base complète (ou surcomplète) ;
- b) elles doivent être une solution exacte de l'opérateur de Liouville du problème $\{g, H\} = 0$ (toute fonctionnelle de H à support borné a-priori satisfait cette condition).

La condition b) ci-dessus est difficile à satisfaire en toute généralité si l'on veut prendre une base identique pour tout l'espace (hormis le cas du potentiel harmonique trivial) ; pratiquement on se restreint à des solutions approchées : des fonctions d'abord séparables en \vec{r} et \vec{k} , et avec une dépendance simple des coordonnées. Les états cohérents (produit de gaussiennes en \vec{r} et \vec{k} , de largeur fixe σ) sont les plus utilisés :

$$g(\vec{x}) = (2\pi\sigma^2)^{-3/2} \exp(-\vec{x}^2/(2\sigma^2)); \quad (9)$$

avec $(\vec{x}, \sigma^2) \equiv (\vec{r}, \chi)$ et (\vec{k}, ϕ) respectivement. Les gaussiennes de largeurs fixes ne satisfont pas la condition b) en général ; elles la satisfont au sens du principe variationnel lorsque leurs centres satisfont les équations de type "Ehrenfest" :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = -\{\vec{r}, g(\vec{r}) \star g(\vec{k}) \star H(\vec{r}, \vec{k})\}; \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\{\vec{k}, g(\vec{r}) \star g(\vec{k}) \star H(\vec{r}, \vec{k})\}. \quad (10)$$

Ces équations sont les limites d'équations plus générales lorsque les largeurs des gaussiennes ne sont pas gardées constantes au cours du temps (voir les références [11, 12]). On trouvera dans [10] des calculs complets avec ces bases cohérentes, dans le cas où les symétries du problème permettent de pousser suffisamment loin les intégrations analytiques.

Dans le cas le plus général, on doit introduire une approximation supplémentaire, en échantillonnant de manière discrète l'espace des phases; cela revient à évaluer les intégrales de convolution (équation 4) par une méthode de Monte-Carlo et la distribution à un corps s'écrit :

$$f(\vec{r}, \vec{k}, t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{nA} g(\vec{r} - \vec{r}_i) g(\vec{k} - \vec{k}_i); \quad (11)$$

où les centres des gaussiennes sont tirées aléatoirement dans l'espace des phases en fonction de la fonction de poids w . Dans cette approximation, les pseudo-particules (états cohérents) se comportent comme des particules classiques se mouvant dans un champ hamiltonien *habillé*:

convolué par le facteur de forme gaussien. *Mais les pseudo particules n'ont pas plus de réalité physique que les mailles d'un modèle eulérien.*

Les phases de la modélisation lagrangienne des systèmes de fermions sont donc les suivantes :

- choix du nombre n (a priori aussi grand que possible) de pseudo-particules par fermions : ce choix est souvent lié à la capacité de calcul de l'ordinateur utilisé
- choix des largeurs en position et en moment χ et ϕ des gaussiennes : pour les systèmes infinis, ce choix conditionne le taux de fluctuations de la distribution à 1-corps ; dans les systèmes finis, il est déterminé par les propriétés de surface.
- construction de l'état initial : choix de la fonction de poids w et échantillonnage de l'espace de phase, par les gaussiennes selon la fonction de poids choisie.
- solution de la dynamique par la résolution numérique des équations du mouvement (équation 10).

Cette démarche de principe est suivie dans les modélisations dites de Landau-Vlasov et de Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU) : les deux diffèrent cependant dans le détail des protocoles (choix des paramètres, types d'interaction utilisés, construction des états initiaux etc...), elles diffèrent totalement dans le traitement des collisions binaires. Le modèle QMD ([13]) très utilisé aussi, est basé sur d'autres principes ; en terme de modélisation, il se ramène à un ensemble statistique de simulations pseudo-particulaires où une seule pseudo-particule (très large donc) est associée à chaque nucléon.

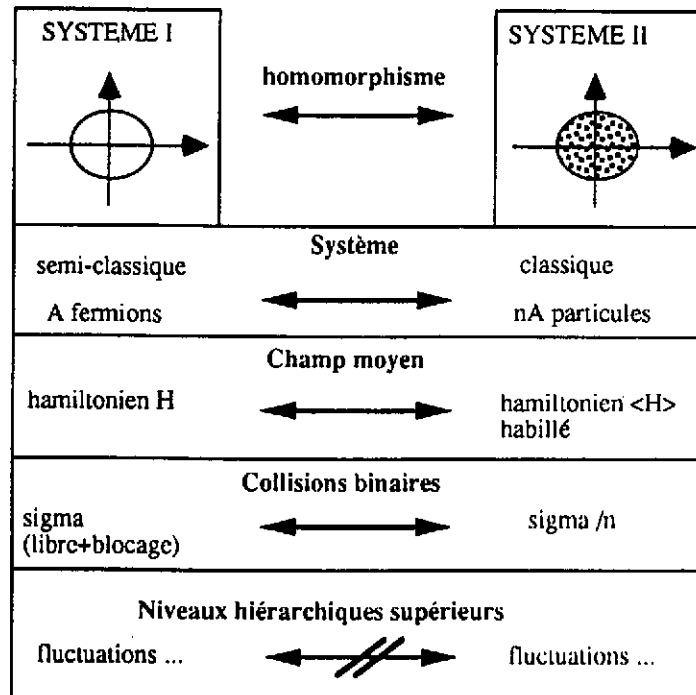


Figure 2: Schéma de principe de la modélisation d'un système de fermions par des particules-test classiques

Dans la démarche exposée ci-dessus, si l'on considère les équations initiales (équation de Vlasov pour la densité à un corps de A nucléons) et celles effectivement résolues (10, 11), le modèle se ramène à un homomorphisme (voir figure 2) entre :

- un système I, semi-classique de A fermions dont on désire calculer la distribution à 1-corps continue
- et un système II, classique de nA particules classiques ponctuelles, dont on calcule de fait la distribution à N -corps

Quelle est la qualité de cet homomorphisme, quelles sont les propriétés du système I reproduites par le système II : ces questions sont abordées dans les sections suivantes dans le cas de la matière nucléaire infinie et puis des noyaux finis.

3 Statique et Dynamique nucléaire en champ moyen

Les systèmes nucléaires sont déterminés par l'interaction effective nucléon-nucléon de courte portée et l'interaction coulombienne de longue portée. Ce mélange d'interactions de différentes portées est originale parmi les différents problèmes à N -corps et nécessite un traitement numérique spécifique (voir [14]). Les possibilités des ordinateurs actuels permettent de suivre la dynamique de quelques milliers à quelques dizaines de milliers de "pseudo particules nucléaires" ; le paramètre n est en général pris autour de 100 : de 30 pour les gros systèmes dont on veut faire une analyse grossière à plusieurs centaines (note: le pavage complet de l'espace nécessite n de l'ordre de 1000 [15]).

Le choix des paramètres χ et ϕ des gaussiennes en position et en moment est conditionné par la diffusivité de la surface nucléaire (voir infra) ; les valeurs communément choisies dans le modèle de Landau-Vlasov sont $\chi = 0,65 fm^2$ et $\phi = 0,2 fm^{-2}$.

Pour le choix de l'interaction effective nucléaire, de très nombreuses interactions étudiées pour la description auto-cohérentes des noyaux proches du fondamental ont été utilisées (interactions de type de Skyrme, de Tondeur, de Gogny etc...). De loin (hélas) la plus utilisée est l'interaction de Zamick, la masse effective est égale à l'unité et le potentiel s'écrit:

$$V(\rho) = a \frac{\rho}{\rho_0} + b \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\sigma+1}; \quad (12)$$

elle dépend de 3 coefficients a, b, σ que l'on peut ajuster à 3 données expérimentales, respectivement : l'énergie de liaison, la densité à l'équilibre et le coefficient de compressibilité nucléaire. L'interaction de Zamick a l'avantage de la simplicité mais elle décrit très mal le potentiel nucléon-noyau et son seul paramètre réel est le coefficient de compressibilité ; beaucoup de conclusions erronées ont été tirées en ajustant ce seul paramètre disponible pour retrouver les données expérimentales (voir section sur le flot nucléaire). En revanche, les interactions nucléaires de portée non-nulles (en particulier interaction de Gogny) peuvent reproduire la partie réelle du potentiel optique nucléon-noyau jusqu'à des énergies de plusieurs centaines de MeV).

Une phase essentielle de la modélisation consiste à générer les conditions initiales de l'équation de Vlasov pour un noyau ou de la matière nucléaire infinie, dans un état donné (état fondamental ou état excité), au repos ou en translation ou en rotation...

L'état fondamental correspond :

- 1) à l'état d'énergie minimum,
- 2) qui sature au maximum (compatible avec le principe de Pauli) l'occupation de l'espace des phases ;

la 2ème condition implique que les fonctions de poids w s'écrivent :

$$w(\vec{r}, \vec{k}) = \Theta(\epsilon_f - \langle H \rangle_g(\vec{r}, \vec{k})); \quad (13)$$

où ϵ_f est le niveau d'énergie de Fermi, $\langle H \rangle_g$ est la valeur moyenne de l'énergie d'une pseudo-particule centrée en (\vec{r}, \vec{k}) et Θ est la fonction d'Heaviside usuelle. La première condition implique que la densité de pseudo-particules soit $gn/(2\pi^3)$ où g est la dégénérescence en spin/isospin des fermions étudiés. La méthode pseudo-particulaire consiste donc à déterminer de manière auto-cohérente à n et A fixés la surface $\epsilon(\vec{r}, \vec{k})$ d'énergie minimale. On trouvera dans [15] la méthode pour générer les états fondamentaux de la matière infinie et de la matière à bord diffus.

Les noyaux chauds sont générés en remplaçant dans le formalisme ci-dessus la fonction Θ par une fonction de Fermi-Dirac :

$$w(\vec{r}, \vec{k}) = \frac{1}{1 + \exp((\langle H \rangle_g(\vec{r}, \vec{k}) - \epsilon_f)/kT)} \quad (14)$$

Il faut noter que le moment de Fermi et le paramètre de température ne sont pas immédiatement comparables aux moment et température du système de nucléons, car le hamiltonien $\langle H \rangle_g$ dans les expressions ci-dessus contient un terme de self-énergie supplémentaire propre aux pseudo-particules.

3.1 Statique nucléaire

Puisqu'un des objectifs fondamentaux de la physique avec des ions lourds est la détermination de variables liées à l'équation d'état de la matière nucléaire : module d'incompressibilité, température (?) critique, comparons d'abord quelques propriétés statiques de notre système de pseudo-particules à celles de la matière nucléaire. Pour cela, on fait un modèle de matière nucléaire infinie en faisant le calcul dans un cube de matière avec des conditions périodiques aux limites. On trouvera dans les références [15, 16] un inventaire très détaillé des calculs en matière infinie.

Dans la figure (3 gauche) est représentée l'énergie par nucléon de la matière nucléaire à différentes densités et températures pour l'interaction de Skyrme Skm^* , dans les cas de la matière symétrique infinie ($\rho_n = \rho_p$). Les propriétés pour la matière asymétrique $I = (\rho_n - \rho_p)/(\rho_n + \rho_p) \neq 0$ sont également bien reproduites. On peut noter que la relation (Energie d'excitation \Leftrightarrow Température) est bien décrite à toutes les densités, ce qui implique que la capacité calorifique du système est correcte. Les calculs en matière semi-infinie démontrent la très grande sensibilité de l'énergie de surface au choix de la largeur des gaussiennes, mais il est possible de la reproduire de manière très satisfaisante ; voir figure (3 droite).

Sans modifier aucun paramètre, le modèle pseudo-particulaire peut donc décrire correctement la statique de la matière nucléaire ; on peut seulement regretter que beaucoup

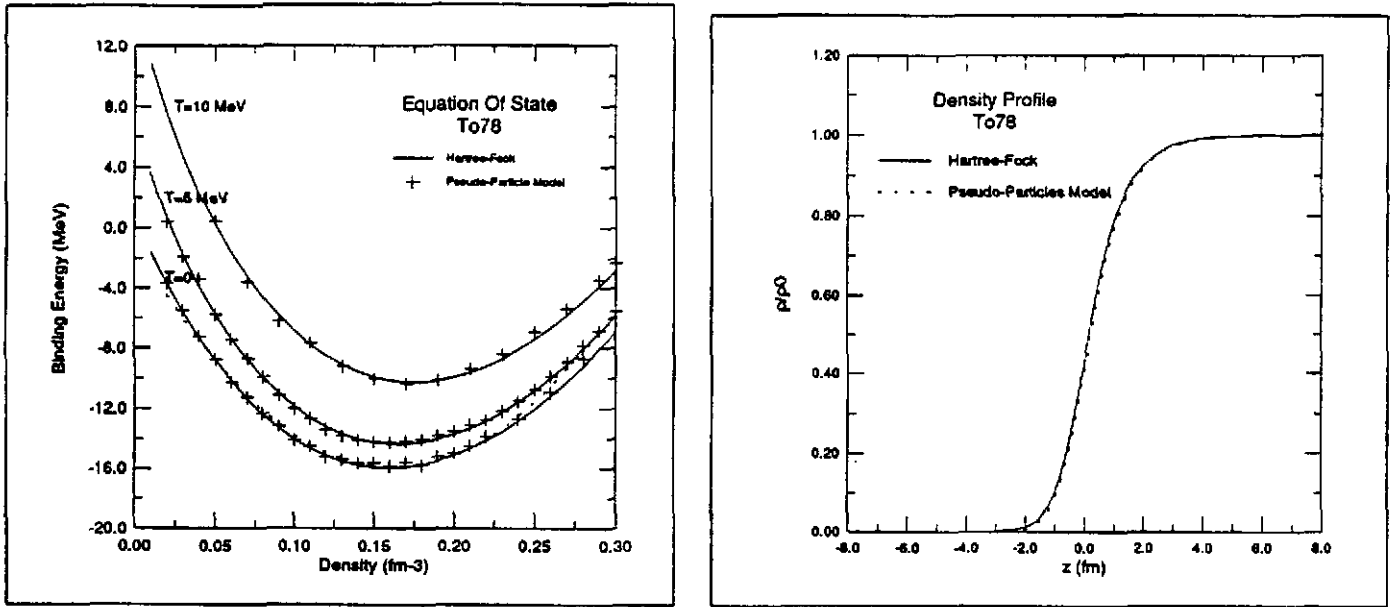


Figure 3: A gauche, comparaisons entre l'équation d'état de la matière nucléaire symétrique à différentes températures, calculée théoriquement et calculée à l'aide du modèle pseudo-particulaire. A droite, comparaisons entre les profils de surface pour la matière semi-infinie.

d'auteurs de calculs dynamiques n'affichent pas (ou ne calculent pas) l'énergie de surface nucléaire sous-jacente de leur modèle, quand on sait l'importance de cette grandeur pour la dynamique nucléaire.

3.2 Dynamique nucléaire

Une fois déterminées les propriétés statiques des systèmes nucléaires, il est possible de simuler leur évolution en champ moyen ; par exemple pour simuler des collisions d'ions lourds, il suffit de générer deux états fondamentaux (celui du projectile et de la cible) et de les déplacer dans l'espace des phases pour générer des noyaux avec une vitesse initiale et un paramètre d'impact non nul ; soit :

$$f(\vec{r}, \vec{k}) \Rightarrow f(\vec{r} - \vec{R}_0, \vec{k} - \vec{K}_0); \tag{15}$$

donne un noyau centré en \vec{R}_0 et ayant une énergie cinétique de $(\hbar K_0)^2/2m$ MeV par nucléon.

La dynamique est donnée par la solution itérative des équations (10). La résolution numérique suppose donc le suivi dynamique de milliers (ou dizaine de milliers) de pseudo-particules dont les trajectoires peuvent être plus ou moins cahotiques. Ces particules ont une très grande dynamique en vitesse (de 0 à la vitesse de Fermi, soit 1/3 de la vitesse de la lumière), de plus leur réflexion sur les parois du potentiel moyen doit être traitée de manière précise : les pas de temps de calcul doivent rester inférieurs à 1fm/c. Les calculs nécessitent des méthodes aux différences finie précises (souvent méthode du "leap frog", voir [14]) et une gestion optimisée des accès-mémoire.

Dans le cadre actuel, les simulations sont limitées à des durées de l'ordre de la centaine de fm/c pour 3 raisons principales :

- les erreurs d'intégration numérique qui provoquent une dégradation des lois de conservation du système ; la plus visible étant l'énergie, typiquement de l'ordre du % par centaine de fm/c ;
- des couplages de modes collectifs et intrinsèques (les états fondamentaux ne sont qu'approchés) qui provoquent l'évaporation indésirable de gaussiennes (nucléons) même pour les noyaux froids : typiquement des évaporations de l'ordre de 1 nucléon par 100 fm/c sont observées ;
- enfin les inhomogénéités de l'échantillonnage créent des fluctuations du champ moyen, ces fluctuations induisent des corrélations qui conduisent irréversiblement le système vers un état d'équilibre classique (décrit par une distribution de Maxwell) [6]; là aussi des temps de relaxation de l'ordre de quelques centaines de fm/c sont observés.

Heureusement, la phase dynamique des réactions nucléaires étudiées (de quelques dizaines à quelques centaines de MeV par nucléon incident) a une durée qui se situe dans cette limite de temps. Bien entendu, les méthodes pseudo-particulaires ne peuvent décrire les dernières phases de la réaction : évaporation, refroidissement des fragments.

La stabilité des noyaux chauds permet d'illustrer l'intérêt de la méthode, elle est au coeur de la problématique posée par les ions lourds. L'étude permet de mettre en parallèle les approches statiques: d'une part, calculs en champ moyen de l'équilibre entre un noyau (phase "liquide") et une "vapeur" de nucléons [17] et d'autre part, études dynamiques avec l'approche Hartree-Fock et le modèle de Landau-Vlasov [18]. L'étude statique démontre l'affaiblissement progressif de la tension superficielle jusqu'à la limite (point critique) où il n'existe plus de noyau proprement dit et une seule phase nucléaire. L'inclusion du champ coulombien conduit à une courbe donnant la limite de stabilité statique des noyaux [17].

En revanche, si l'on suit la dynamique d'un noyau chaud préparé avec les conditions initiales de l'équation (14), celui-ci évolue par des phases d'expansion/compression ponctuées d'émissions (évaporation?) importantes de nucléons (figure 4). Ces émissions provoquent un refroidissement rapide du noyau. Si l'on définit la limite de stabilité d'un noyau, comme la limite en température à partir de laquelle il n'y a plus formation de noyau résiduel : les études dynamiques indiquent que cette limite est beaucoup plus haute 14-16 MeV au lieu de 8-10 prévus par la statique. Nous retrouverons plus loin l'importance des couplages très importants entre les degrés de liberté intrinsèques et les modes collectifs (en particulier de surface) qui rend délicate l'extrapolation aux noyaux réels des résultats obtenus dans les calculs statiques.

3.3 Dynamique des instabilités

Dans certaines conditions de densité et de température, la compressibilité de la matière nucléaire infinie s'annule et devient négative : ce comportement commun à beaucoup de fluides est lié au caractère attractif à moyenne portée et répulsif à courte portée des forces effectives nucléon-nucléon. Dans ces zones, le système devient instable aux fluctuations de densité et se sépare en 2 phases : fragments nucléaires (liquide) et des nucléons libres

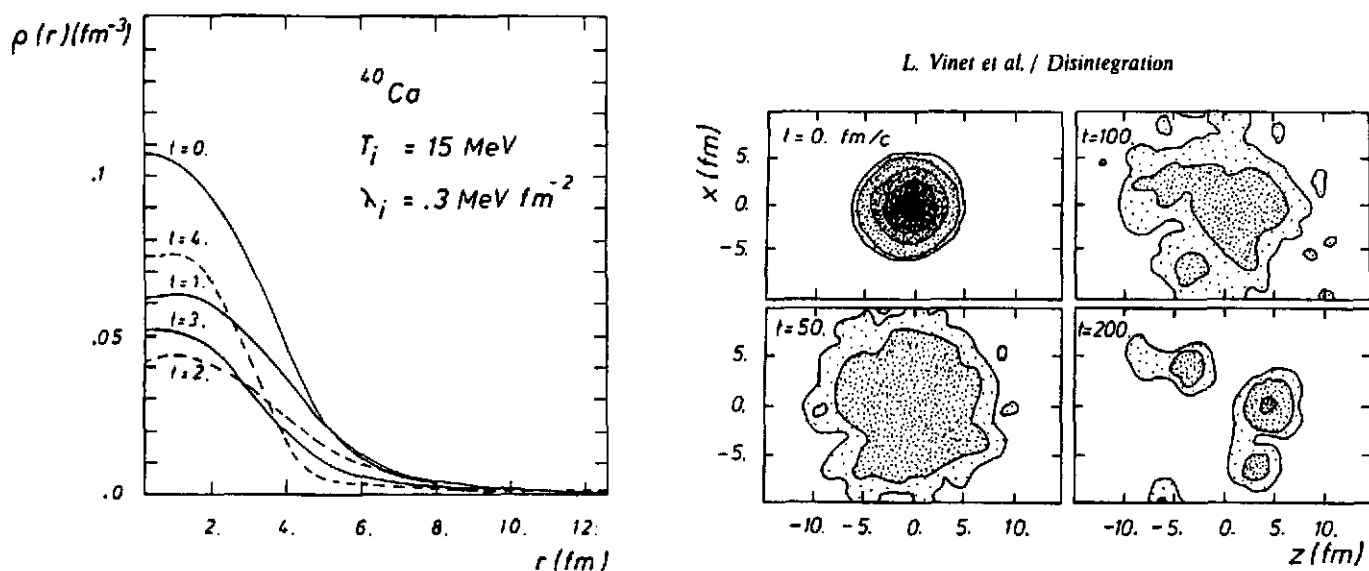


Figure 4: A gauche, Evolution d'un noyau chaud chauffé adiabatiquement à une température de 15 MeV ; un résidu se forme après que le système ait évaporé des nucléons pendant des phases d'expansion/compression. A droite, cartes de densité pour l'évolution d'un noyau ayant atteint ses limites de stabilité.

(vapeur). La théorie de Landau des liquides de Fermi permet de décrire seulement la phase initiale de la croissance des instabilités car elle est limitée aux systèmes peu perturbés (régime linéaire). Pethick et Ravenhall [19] ont appliqué le formalisme de Landau à la matière nucléaire.

Dans ce formalisme on calcule la réponse linéaire en densité : c'est-à-dire la valeur de la fluctuation de densité $\delta\rho(\vec{p})$ en réponse à une excitation périodique externe δU . La fonction de réponse dépend (en première approximation) de 2 paramètres (les paramètres F_0 et F_1 de Landau) caractéristiques de l'interaction effective nucléaire :

$$K = \frac{3\hbar^2 k_F^2}{m^*} (1 + F_0) \text{ et } \frac{m^*}{m} = 1 + F_1/3 \quad (16)$$

à travers le module d'incompressibilité K , le moment de Fermi k_F et la masse effective m^* . Les instabilités du système aux fluctuations de densité apparaissent lorsque la fonction de réponse présente des pôles ; dans le cas le plus simple (gas de Fermi sans interaction), ces fluctuations croissent exponentiellement avec un temps caractéristique τ :

$$\frac{1}{\tau} \approx -\frac{2}{\pi} (1 + F_0) v_F k, \quad (17)$$

ce taux de croissance augmente linéairement avec le nombre d'onde k (inverse de la fréquence spatiale) du champ perturbateur ; ceci implique que les fluctuations de petite longueur d'onde sont privilégiées, toutefois l'introduction de la portée finie des forces écrete la fonction de réponse (voir infra).

Etudier la croissance des fluctuations dans la matière nucléaire présente le double intérêt d'une part de permettre la validation des modèles nucléaires de champ moyen (par comparaison directe avec la théorie de Landau pour la matière proche de l'équilibre), d'autre part d'étendre le calcul en dehors du régime linéaire et pour les systèmes finis que sont les noyaux.

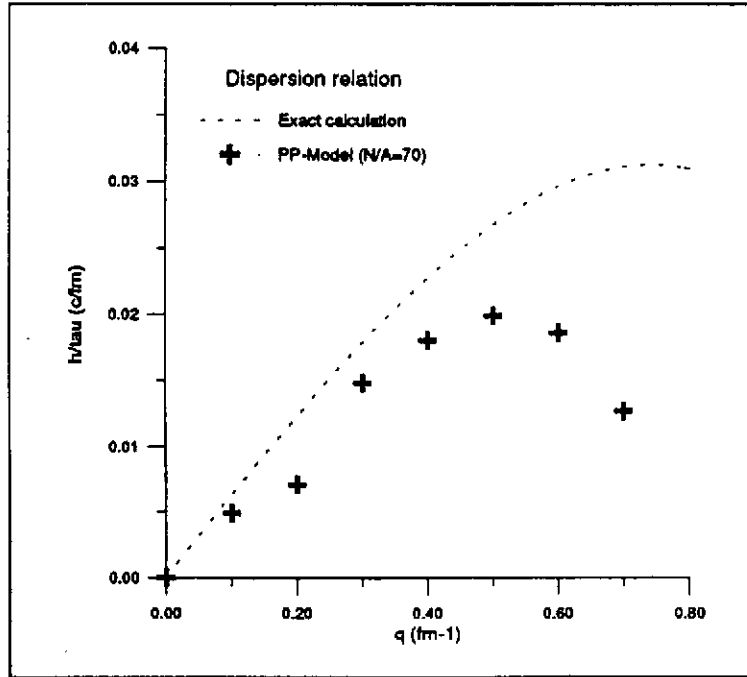


Figure 5: Courbe de réponse de la matière nucléaire à des perturbations périodiques ; l'ordonnée est l'inverse du temps caractéristique de croissance et l'abscisse le nombre d'onde de la perturbation périodique.

La matière nucléaire infinie est modélisée par un cube avec des conditions périodiques sur les faces ; la longueur de l'arête du cube (ici 16 fm) doit être grande devant la portée des forces et les longueurs d'onde étudiées. Initialement pour une densité ρ et une température T données, une perturbation périodique est créée, son évolution au cours du temps est suivie, sa transformée de Fourier spatiale permet de calculer numériquement la relation dispersion ([16]) et de la comparer avec sa valeur théorique (voir figure 5). Dans un large domaine la relation de dispersion est reproduite sauf aux petites longueurs d'onde en raison de l'extension spatiale des particules-test.

La croissance des fluctuations se traduit par formation de fragments entourés de nucléons peu liés ; pour caractériser le système, il est instructif d'introduire les moments d'ordre 2 de la densité spatiale en définissant un facteur d'inhomogénéité η ; A nucléons dans un volume V ont une densité moyenne $\langle \rho \rangle_0 = A/V$, le facteur d'inhomogénéité s'écrit :

$$\eta = \frac{(\langle \rho \rangle - \langle \rho \rangle_0)}{\langle \rho \rangle_0} = \left\{ \frac{V}{A^2} \int d\vec{r} \langle \rho \rangle^2(\vec{r}) \right\} - 1; \quad (18)$$

tel que $\eta = 0$ pour le système homogène et $\eta \gg 0$ pour le système très inhomogène. Les résultats des simulations apparaissent dans la figure 6 : respectivement matière à une température $T = 3$ MeV et à différentes densités, matière à densité moitié de la densité de saturation et à différentes températures.

Les courbes en S traduisent l'évolution du système en 3 phases :

- construction des fluctuations initiales, cette phase a une durée variable dépendant du bruit numérique initial (nombre et largeur des particules test):
- croissance exponentielle, cette phase a une durée quasi indépendante de la première, elle caractérise réellement le système et doit être comparée aux résultats du modèle de Landau ;

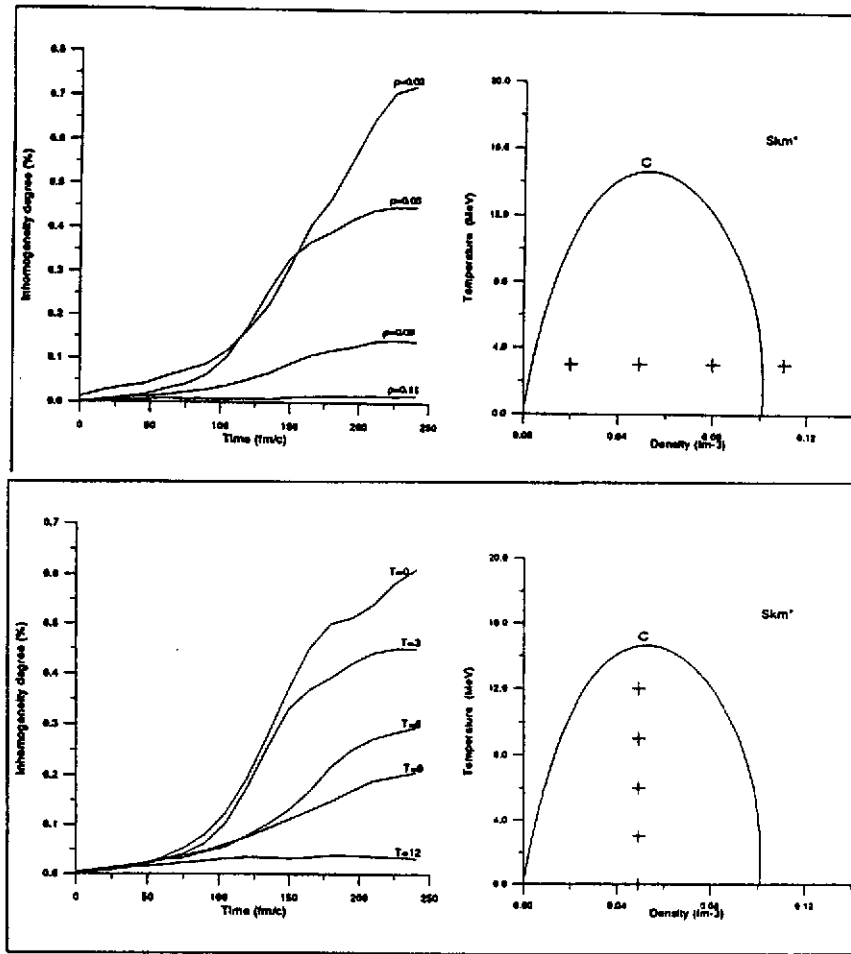


Figure 6: Evolution au cours du temps de l'inhomogénéité de la matière nucléaire : en haut, pour une température de 3 MeV à différentes densités ; en bas, pour une densité égale à 30% de la densité normale et différentes températures. A droite, la courbe donne la ligne spinodale pour l'interaction Skm^* , les croix indiquent les conditions initiales du calcul dans le plan (ρ, T) .

- saturation , les "gouttes" nucléaires sont formées, les évolutions sont très lentes (coalescence des petites en grosses gouttes)

Un lissage exponentiel sur les courbes de la figure 6 permet d'extraire les temps caractéristiques.

On observe d'une part que les temps caractéristiques croissent très rapidement à haute température, lorsque l'on approche de la limite de la zone spinodale; d'autre part, le modèle prédit pour des températures moyennes des temps caractéristiques parfaitement compatible avec la durée des réactions nucléaires (en particulier pendant les collisions centrales) (voir figure 7). La dynamique des fluctuations et la validité des simulations numériques a fait l'objet de nombreux travaux par le groupe de GANIL, Berkeley et Catane (voir la référence ([20, 21] et les références incluses) ; il est montré en particulier que, dans certaines conditions, le bruit numérique induit peut conduire à une évolution stochastique comparable à celle déduite d'une approche brownienne.

L'extrapolation de ces résultats aux noyaux finis excités lors d'une réaction nucléaire est périlleuse : le champ coulombien n'est pas inclus, les modes collectifs d'expansion ou de

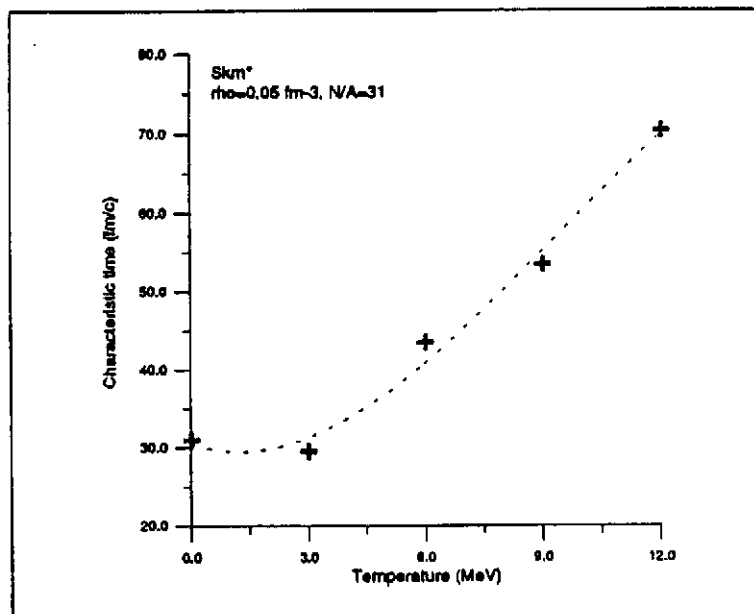


Figure 7: Temps caractéristiques de croissance des fluctuations dans la matière nucléaire à différentes températures, à faible densité.

contraction, les effets de bord peuvent brouiller les signatures de la transition observée en matière infinie.

4 Dynamique nucléaire avec des collisions

Une des motivations essentielles du développement des équations de transports aux énergies du GANIL et au-dessus, est la prise en compte des collisions binaires qui posent des difficultés techniques dans les approches de champ moyen, comme la méthode d'Hartree-Fock dépendant du temps étendue (ETDHF). Le terme de collision dans l'équation (2) est souvent introduit et traité phénoménologiquement, il peut être approché dans la réduction de la hiérarchie BBGKY (voir ref.[22]) ou dans l'approche brownienne de la dynamique à 1 corps ; nous donnerons une présentation rapide de cette dernière approche, qui permet en outre d'aborder la dynamique des fluctuations.

4.1 Approche brownienne des collisions binaires

Cette théorie a été initialement appliquée aux fluctuations hydrodynamiques des systèmes classiques (voir ref.[23]) ; récemment elle a été développée pour les systèmes de fermions (voir ref.[24, 25]) ; dans cette approche (dite de Boltzmann-Langevin), les collisions binaires et l'ensemble des corrélations d'ordre supérieur sont considérées comme une force fluctuante agissant sur l'évolution de la densité à un corps ; celle-ci n'est plus un nombre mais une distribution probabiliste :

$$f(\vec{r}, \vec{k}; t) \Rightarrow \Phi[f](\vec{r}, \vec{k}; t) \quad (19)$$

Avec le même niveau d'approximation que pour l'établissement de l'équation de Boltzmann elle-même (chaos moléculaire en particulier, statistique de Poisson pour les interactions élémentaires), la distribution $\Phi[f]$ de distribution à un corps est solution d'une équation de Fokker-Planck [25], d'une très grande complexité car devant être résolue en chaque point de l'espace des phases. Cette distribution $\Phi[f]$ porte une quantité trop importante d'information pour être utile et en pratique on se limite à ses premiers moments ; on retrouve alors la densité à un corps usuelle comme une valeur moyenne :

$$f(\vec{r}, \vec{k}; t) \equiv \int df f f(\vec{r}, \vec{k}; t) \Phi[f](\vec{r}, \vec{k}; t) \quad (20)$$

et on écrit la variance de cette distribution :

$$\sigma_f^2(\vec{r}, \vec{k}, \vec{r}', \vec{k}'; t) = \int df f \delta f f(\vec{r}, \vec{k}; t) \delta f f(\vec{r}', \vec{k}'; t) \Phi[f] \quad (21)$$

En se limitant aux collisions binaires, on peut déduire un ensemble fermé d'équations pour ces 2 quantités ; pour la valeur moyenne :

$$\frac{df}{dt} = W_+ f(1 - f) - W_- f \quad (22)$$

on retrouve le terme usuel de Uehling-Uhlenbeck qui décrit microscopiquement les processus de gain et de perte en chaque point de l'espace des phases.

Les termes W_+ et W_- (respectivement termes de gain et de perte) dépendent de la section efficace de collision binaire avec l'effet du blocage de Pauli :

$$W_+(\vec{r}, \vec{k}) = \frac{g}{2} \int d\tau_1 \int d\tau_2 \int d\tau_{11} \int d\tau_{12} f(\vec{k}_1) f(\vec{k}_2) \delta(\vec{k}_{11} - \vec{k}) \bar{f}(\vec{k}_{12}) w(12 \leftrightarrow 1'2') \quad (23)$$

$$W_-(\vec{r}, \vec{k}) = \frac{g}{2} \int d\tau_1 \int d\tau_2 \int d\tau_{11} \int d\tau_{12} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}) f(\vec{k}_2) \bar{f}(\vec{k}_{11}) \bar{f}(\vec{k}_{12}) w(12 \leftrightarrow 1'2') \quad (24)$$

la dépendance en \vec{r} a été omise pour simplifier car les collisions sont traitées localement ; w est le taux de transition induit par la collision de 2 particules :

$$w(12 \leftrightarrow 1'2') = m^{-2} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_{11} - \vec{k}_{12}) \delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_{11} - \epsilon_{12}) \frac{d\sigma(12 \leftrightarrow 1'2')}{d\Omega_{12}} \quad (25)$$

L'extension des modèles pseudo-particulaires au traitement de l'effet des collisions binaires sur la densité à un corps (puis dans un deuxième temps à ses fluctuations) implique des effets d'échelle différenciés :

- les coefficients de transport du modèle particulaire sont identiques à ceux du modèle semi-classique, si l'on applique une loi d'échelle conservant le libre parcours moyen dans la transformation et donc renormalisant la section efficace (voir figure 2) :

$$\sigma(\text{nucleon}, \text{nucleon}) \Rightarrow \frac{1}{n} \sigma(\text{nucleon}, \text{nucleon}) \quad (26)$$

- En revanche cette loi d'échelle implique que les fluctuations statistiques du modèle pseudo-particulaire ne soient pas immédiatement comparables. S'il est possible de déduire directement la densité à un corps des codes de simulation, ses fluctuations dans le code ont une amplitude directement liées au nombre de pseudo-particules utilisées et dépendent donc d'un facteur uniquement numérique. En revanche, on peut démontrer ([26]) que les fluctuations statistiques du système peuvent être calculées par une résolution simultanée d'un système d'équations, qui couple la simulation de l'équation de Boltzmann (donnant à chaque pas de temps les coefficients moyens de transport) et la résolution des équations pour les fluctuations.

On trouvera dans les références ([26, 27]) l'étude des solutions à l'équilibre des équations collisionnelles pour la densité à un corps et pour ses fluctuations. L'inclusion du terme de blocage de Pauli implique que la densité à un corps se relaxe formellement vers une distribution de Fermi-Dirac, la partie diagonale de ses fluctuations tend vers la valeur $f(1-f)$ bien connue en statistique. Cependant les simulations renseignent sur la dynamique et les temps caractéristiques. Ainsi la figure 8 donne l'évolution au cours du temps de la densité à un corps et de sa variance locale pour 2 fluides de matière nucléaire infinie s'interpénétrant (distributions des vitesses initialement définies comme deux sphères de Fermi disjointes). Outre la vérification que les grandeurs tendent vers leur valeur à l'équilibre théorique, on peut voir que les fluctuations se relaxent très rapidement et que la valeur $f(1-f)$ est une très bonne approximation même si f est complètement hors équilibre.

Dans les systèmes infinis, la partie non diagonale de la matrice des fluctuations est négligeable et donc n'est jamais traitée dans les exposés de référence de Physique Statistique (sauf le livre de Van Kampen [28]). Dans les systèmes finis comme les noyaux, en revanche, les éléments non diagonaux jouent un rôle essentiel dans la dispersion des variables collectives expérimentalement mesurées.

La valeur à l'équilibre de la matrice de covariance est complètement conditionnée par les constantes du mouvement du système qui, par définition, elles ne peuvent pas fluctuer (voir ref. [26]). Ces constantes dans notre cas sont au nombre de 5 : respectivement le nombre de particules, les 3 composantes des vitesses et l'énergie (on reconnaît là les 5 invariants de l'équation de Boltzmann). La matrice de covariance des fluctuations à l'équilibre s'en déduit :

$$\sigma_f^2(\vec{r}, \vec{k}, \vec{r}t, \vec{k}t; t) = f\bar{f}\delta(\vec{r}-\vec{r}t)(\vec{k}-\vec{k}t) + f\bar{f}f\bar{f}t(\theta_{00} + \theta_{04}(k^2 + k'^2) + \theta_{44}(k^2.k'^2) + \theta_{11}(\vec{k}\vec{k}t)) \quad (27)$$

Les coefficients θ_{ij} sont des fonctions des intégrales incomplètes de la fonction de Fermi. Par projection sur les opérateurs des variables collectives, on peut aisément calculer leurs fluctuations statistiques ; par exemple, on en déduit [26] la fluctuation statistique sur le moment quadrupolaire de la distribution des vitesses :

$$\sigma_Q^2 = 8m^2TE_T; \quad (28)$$

ou pour la variable du flot nucléaire :

$$\sigma_F^2 = mT; \quad (29)$$

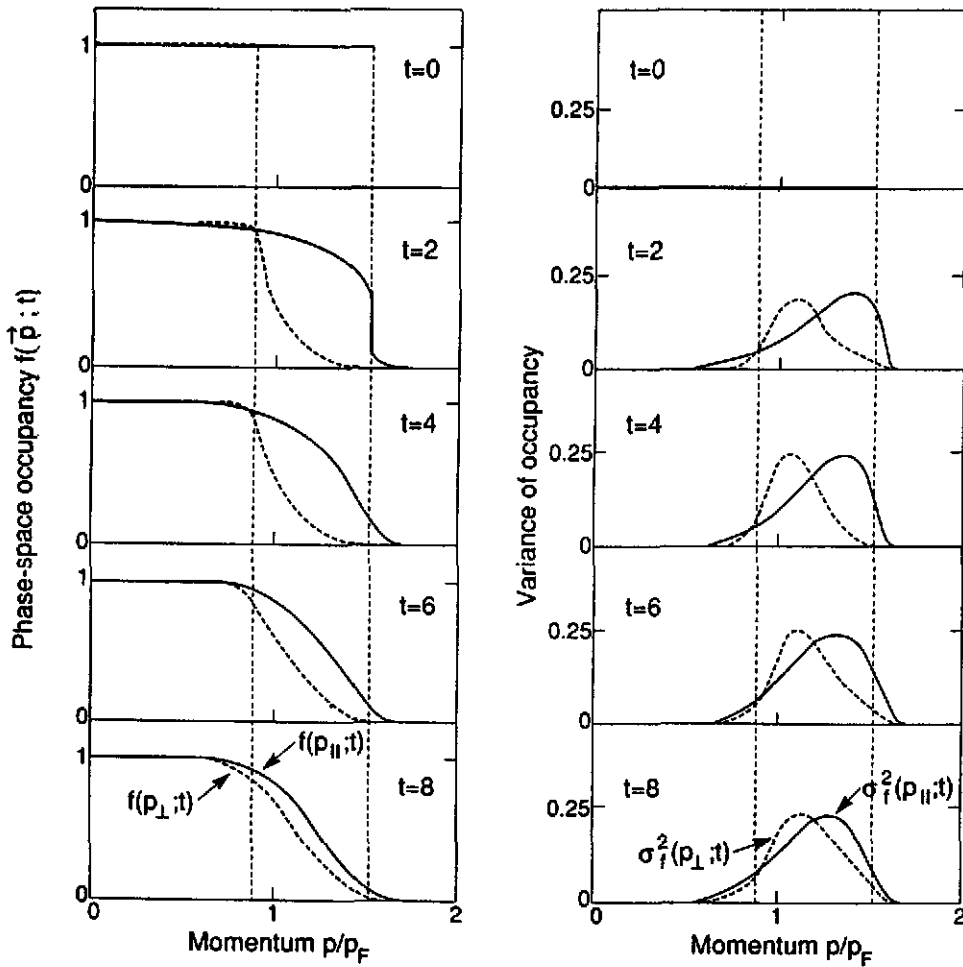


Figure 8: Evolution au cours du temps de la densité à un corps et de ses fluctuations locales pour une matière infinie, initialement caractérisée par 2 sphères de Fermi distantes de une fois la vitesse de Fermi ; les courbes pleines donnent les valeurs selon l'axe des 2 sphères de Fermi, celles en pointillés donnent les valeurs dans la direction perpendiculaire.

où T et E_T sont respectivement la température et l'énergie (dépendant de la température) du système. Les simulations numériques démontrent que les fluctuations extraites selon la méthode des équations couplées évoquée plus haut, convergent bien vers ces valeurs théoriques. On trouvera les détails dans la thèse de B.Benhassine [26].

L'approche de Boltzmann-Langevin est certainement une voie prometteuse pour l'étude des collisions d'ions lourds, car elle étend le formalisme de Boltzmann(BUU) aux fluctuations. Dans les section suivantes on se limitera aux effets moyens en couplant le terme de collisions de l'équation (22) (terme de Uehling-Uhlenbeck) avec l'opérateur de Vlasov pour le champ moyen.

4.2 Modélisation pseudo-particulaire des collisions

On trouvera par exemple dans la référence ([16]), un protocole permettant de traiter les collisions entre pseudo-particules ; il est inspiré de celui utilisé dans les modèles de cascades intranucléaires classiques ; il a été prouvé que ce protocole effectivement peut relaxer la distribution vers l'équilibre thermodynamique (décrit par la loi de Fermi-Dirac) avec des temps caractéristiques égaux à ceux prévus par la théorie ([29]).

Est-ce que les modèles pseudo-particulaires peuvent décrire les propriétés de relaxation de la matière nucléaire? La comparaison avec les résultats théoriques (théorie de Landau des Liquides de Fermi) peut être faite ; à basse énergie d'excitation, les résultats sont comparables ; la différence à plus haute énergie est liée aux approximations à la base de la théorie, elle ne traite que les collisions près du niveau de Fermi ; le modèle pseudo-particulaire peut s'affranchir de ces limites et montrer la saturation du temps de relaxation à haute température (voir figure 9).

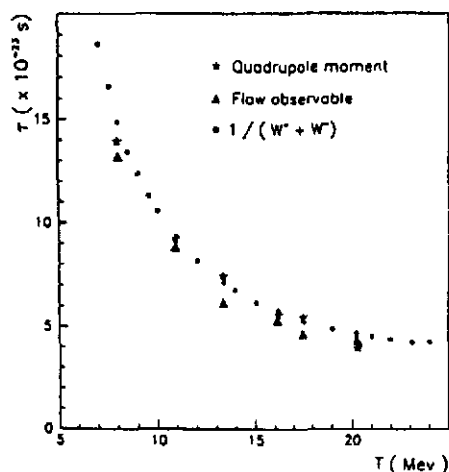


Figure 9: Evolution du temps de relaxation de variables collectives calculé dans un modèle pseudo-particulaire ; les calculs montrent que le temps est le même pour des variables différentes, ceci indique que le régime linéaire est applicable même à haute énergie d'excitation ; la tendance à la saturation à haute énergie est lié au rôle croissant du terme de gain non pris en compte dans la théorie de Landau.

Toutefois dans la pratique, le terme de collision est un point faible des simulations lorsqu'il s'agit de les traiter dans les systèmes finis, inhomogènes et hors d'équilibre. Les sources d'ambiguïté des simulations sont les suivantes :

- la section efficace nucléon-nucléon, relativement bien connue pour les nucléons libres, est difficile à évaluer dans la matière surtout lorsque celle-ci n'est pas à l'équilibre ; sa dérivation formelle à partir du formalisme de la matrice G conduit à des formes paramétrisées approximatives (par exemple [30, 31]) ;
- le blocage de Pauli est difficile à évaluer en raison des fluctuations induites par le pavage incomplet de l'espace des phases ; seules les simulations avec un très grand nombre de pseudo-particules ($n \gg 100$) pourraient échantillonner l'espace des phases avec une précision suffisante ;

- les fluctuations numérique du champ moyen lui-même induisent une relaxation erronée vers la statistique de Boltzmann qui se superpose au terme de collisions binaires (voir exposé de E.Suraud).

Ces ambiguïtés, les différences de protocoles (souvent peu explicités par les auteurs), l'absence de tests comparatifs rendent les résultats des codes souvent difficilement comparables entr'eux.

A titre d'exemple, voici un détail du protocole qui peut paraître anodin : dans la simulation avec des particules, lorsque les conditions cinématiques sont réunies pour provoquer une collision, se pose le problème du blocage de Pauli, à travers l'estimation du taux d'occupation final des particules en collision (c'est-à-dire le calcul du terme de blocage $(1 - f)$), f doit-il être évalué avant ou après avoir changé la vitesse des particules en collision? Les 2 prescriptions donnent des résultats très différents et ce d'autant plus que le nombre de particules-test est faible: pour $N = 30$ on trouvera dans ([16]) que les 2 prescriptions induisent un facteur 4 dans le temps de relaxation du moment quadrupolaire!

Il paraît essentiel que les différents codes soient validés par des calculs de référence : en matière infinie dont la solution est analytique ([29, 26]) ou en comparant le résultat des calculs avec les résultats expérimentaux pour les sections efficaces de réaction nucléon-noyau qui sont connues dans un large domaine d'énergie incidente.

5 Extraction des variables collectives

En une dizaine d'années, des centaines de travaux ont été publiés sur l'étude des réactions nucléaires avec les différents modèles. Outre la visualisation des différents régimes de réactions (voir figure 10), ces calculs ont permis d'étudier le comportement de nombreuses observables expérimentales et d'analyser les informations sur les propriétés de la matière nucléaire qu'elles pouvaient apporter. Il est impossible d'en faire un inventaire complet, nous nous limiterons à 3 aspects.

5.1 Energies d'excitation

L'énergie d'excitation est la caractéristique essentielle des noyaux chauds à (ou proche de) l'équilibre; apparemment beaucoup moins ambiguë dans un système fini que la notion de température, elle n'en pose pas moins de redoutables problèmes dans les comparaisons entre expérience et théorie. Dans un système fini, l'énergie d'excitation varie en effet très vite avec le temps, sous forme de perte de matière à l'équilibre(évaporation ?) ou hors équilibre(prééquilibre ?). Il s'agit donc de caractériser par un nombre une courbe complexe et à variations rapides.

Dans un système très excité, la densité d'énergie cinétique $\epsilon_{kin}(\vec{r})$ peut se décomposer en 3 composantes principales : l'énergie cinétique intrinsèque liée au mouvement de Fermi ϵ_{int} , l'énergie due à l'écoulement collectif de la matière nucléaire ϵ_{coll} et l'énergie d'excitation proprement dite ϵ^* ; elles s'écrivent respectivement :

$$\epsilon_{kin}(\vec{r}) = \frac{1}{2m\rho(\vec{r})} \int k^2 f(\vec{r}, \vec{k}) d\vec{k}; \quad (30)$$

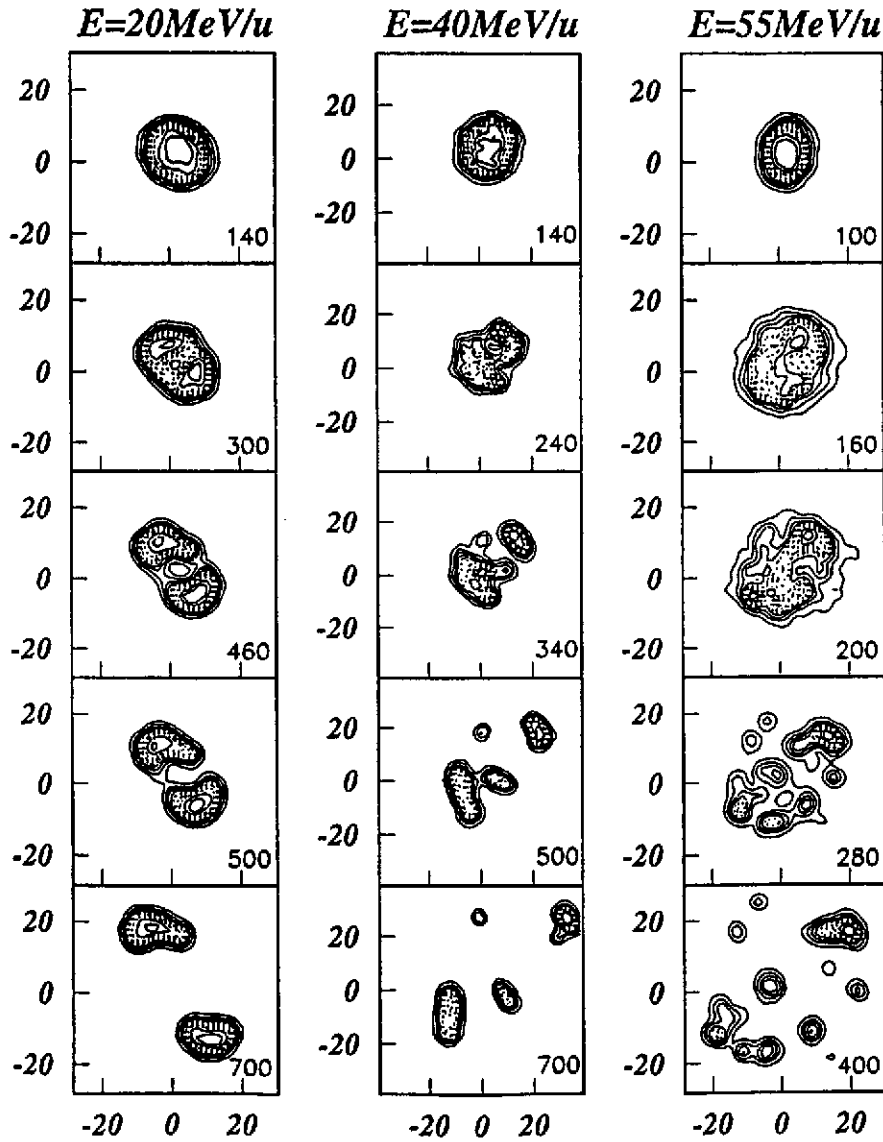


Figure 10: Cartes de densité projetées sur le plan de réaction de la collision Au+Pb à différents énergies. Ces cartes illustrent les différents régimes des collisions entre ions lourds : des collisions très inélastiques spécifiques des réactions de basse énergie aux réactions conduisant à la désintégration du système. Les échelles de temps sont données en fm/c.

$$\vec{k}_{coll}(\vec{r}) = \frac{1}{m\rho(\vec{r})} \int \vec{k} f(\vec{r}, \vec{k}) d\vec{k}; \quad \epsilon_{coll}(\vec{r}) = \frac{k_{coll}^2(\vec{r})}{2m}. \quad (31)$$

L'énergie locale due au mouvement de Fermi est évaluée dans l'approximation de Thomas-Fermi :

$$\epsilon_{int}(\vec{r}) = \frac{5/3}{2m} \left(\frac{3}{2} \pi^2 \right)^{2/3} \rho^{2/3}(\vec{r}); \quad (32)$$

et finalement, la densité d'énergie d'excitation (c'est-à-dire le supplément d'énergie de la matière nucléaire par rapport à son état fondamental dans le repère inertielle local) s'écrit :

$$\epsilon^*(\vec{r}) = \epsilon_{kin}(\vec{r}) - \epsilon_{coll}(\vec{r}) - \epsilon_{int}(\vec{r}). \quad (33)$$

Le suivi (local ou intégré sur tout ou partie de la distribution de matière) permet d'analy-

ser la transformation de l'énergie -initialement collective- en énergie d'excitation, son degré d'isotropie donne des indications sur la proximité de l'équilibre thermodynamique atteint lors des réactions.

La figure 11 montre la transformation rapide de l'énergie initiale (celle du faisceau) purement collective en énergie d'excitation ; un mode monopolaire de compression/expansion est suivi d'une forte émission de particules qui contribuent fortement à refroidir le système. L'énergie d'excitation du résidu E_{int}^* porte la trace de ces émissions de prééquilibre et des couplages avec les modes monopolaires géants ; une analyse détaillée du tenseur de pression montre que le système est proche de l'équilibration après 200 fm/c ; l'énergie d'excitation proprement dite atteinte par le système est donc de l'ordre de 1100 MeV ; c'est une petite fraction de l'énergie collective initialement disponible (environ 2600 MeV).

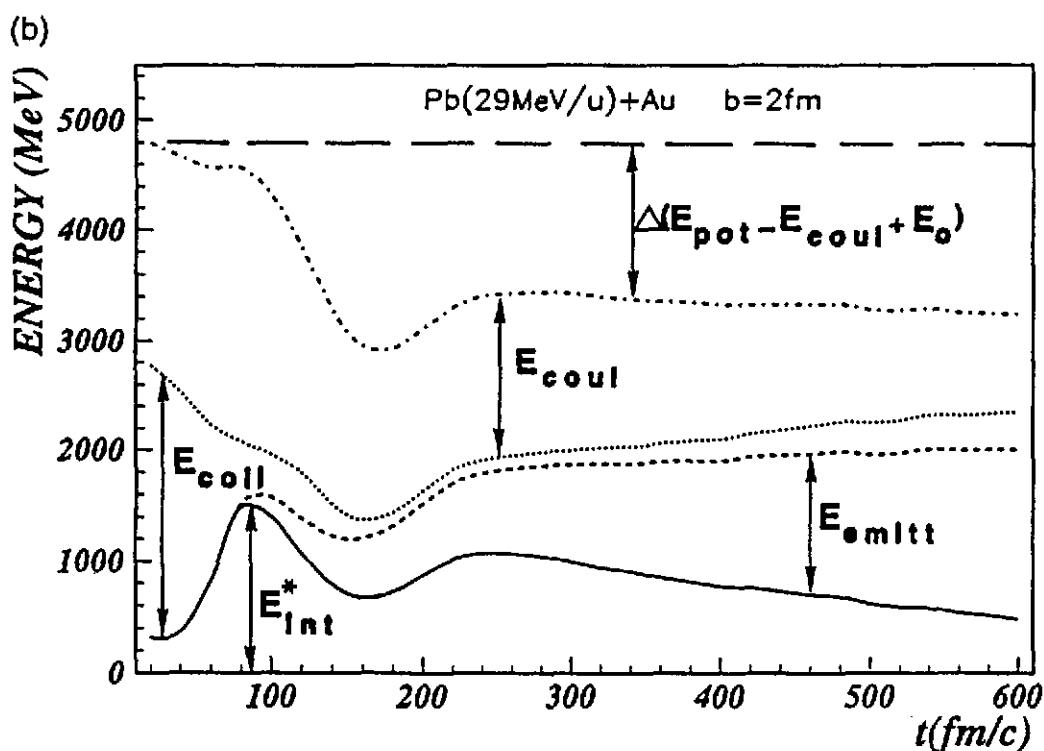


Figure 11: Evolution des différentes composantes de l'énergie dans une réaction d'ions lourds.

Ces calculs permettent une analyse détaillée des transferts complexes d'énergie entre les différents degrés de liberté du système ; ils illustrent en outre le fort pouvoir d'arrêt de la matière nucléaire à quelques dizaines de MeV/u d'énergie de faisceau ; mais la comparaison directe de l'énergie d'excitation ainsi calculée avec les valeurs déduites expérimentalement est un problème très ouvert [32].

5.2 Flot de matière

Le flot est une des variables collectives les plus étudiées en physique des ions lourds ; elle caractérise la direction privilégiée des fragments de matière nucléaire éjectés lors de la collision ; cette direction a deux composantes principales : l'une dans le plan de réaction et l'autre

perpendiculaire au plan de réaction ; nous ne nous intéresserons ici qu'à la première. Cette distribution de matière est caractérisée par sa distribution de moment transverse moyen en fonction de sa vitesse longitudinale : $\langle P_x \rangle (v_z)$. La variable de "flot" F est plus précisément la dérivée de cette distribution à la vitesse du centre de masse :

$$F = v_{\text{faisceau}} \frac{d \langle P_x / m \rangle (v_z)}{dv_z} \quad (34)$$

Les multidétecteurs avec une forte granularité permettent de mesurer avec une bonne précision le flot nucléaire (surtout pour les systèmes proches de la symétrie en masse) ; il est cependant nécessaire d'introduire dans les calculs la simulation de l'indétermination du plan de réaction ([33]). La variable de flot présente des évolutions très caractéristiques et très régulières avec l'énergie du faisceau et la masse des ions (fig. 12) ; de plus les premiers calculs ont montré sa grande sensibilité au coefficient de compressibilité nucléaire.

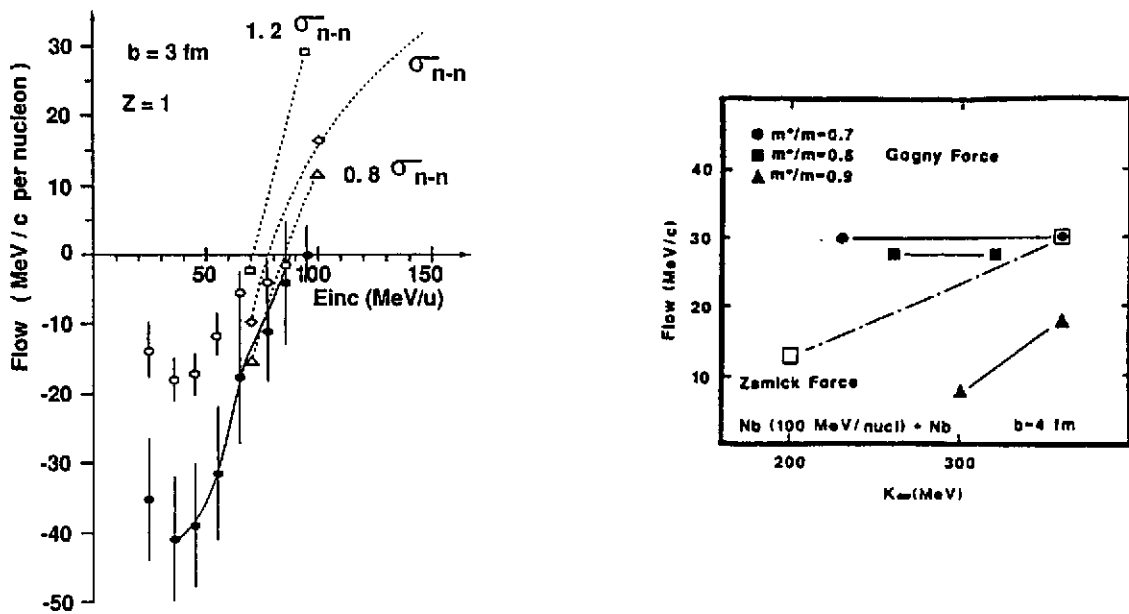


Figure 12: A gauche, évolution de la variable de flot en fonction de l'énergie du faisceau : les données expérimentales sont données par des cercles vides pour les données non corrigées de l'indétermination du plan de réaction et en cercle plein pour les données corrigées, les courbes donnent les résultats théoriques avec différentes hypothèses sur la section efficace nucléon-nucléon ; à droite, corrélation entre la non-localité des forces nucléaires et le coefficient de compressibilité pour la détermination du flot ; la force de Zamick a une masse effective égale à l'unité.

Lorsque les forces nucléaires sont globalement attractives, la matière tend à orbiter et est donc défléchie vers les angles négatifs ; inversement, lorsqu'elles sont répulsives, des déflexions vers les angles positifs sont attendues. A basse énergie, le champ moyen est très puissant et le flot est négatif ; lorsque l'énergie augmente, l'espace des phases s'ouvre et les collisions binaires deviennent très efficaces pour éjecter la matière vers les directions transverses et le flot devient positif (figure 12). Il existe donc une énergie de faisceau pour chaque système où les deux effets s'annihilent et le flot est nul ([34]).

Les nombreux calculs avec les équations de transport ont permis de comprendre la physique du problème, d'en reproduire au moins qualitativement les évolutions, de démontrer sa sensibilité au taux de collisions binaires. Cependant, les conclusions sur l'équation d'état nucléaire ont été obscurcies par l'utilisation de forces nucléaires trop approximatives ; en particulier les forces de Zamick de portée finie, elles ne reproduisent pas la dépendance en vitesse du potentiel d'interaction nucléon-noyau. Ce potentiel est très attractif à basse énergie relative, s'affaiblit aux énergies croissantes pour s'annuler et devenir répulsif à plus de 200 MeV. Les calculs avec les forces de Zamick surestiment les coefficients d'incompressibilité pour compenser leur caractère trop attractif à moyenne et haute énergie. De plus, le flot étant construit au début de la réaction lorsque les 2 ions sont encore en grande vitesse relative, les effets de non-localité (caractérisés par la masse effective) tendent à masquer les effets de compressibilité [34] (voir fig.12 droite) ; plus la masse effective est faible, plus le flot est insensible à la compressibilité nucléaire, du moins à basse énergie. Des calculs récents avec des interactions du type de Gogny, d'une part reproduisent le flot à basse énergie et d'autre part permettent de tester la compressibilité nucléaire à haute énergie où le potentiel nucléon-noyau est quasi nul. Les estimations du flot nucléaire sont compatibles avec un coefficient d'incompressibilité nucléaire K_∞ faible : proche de 220 MeV.

Beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques, sur de grandes systématiques en énergie, restent à faire pour extraire toutes les informations possibles sur les propriétés nucléaires à partir du flot et des autres variables collectives associées.

5.3 Noyaux chauds tournants

Il est assez remarquable que le moment angulaire est le grand absent des réactions d'ions lourds aux énergies atteintes au GANIL par exemple, alors que les transferts de moment angulaire ont été très étudiés -expérimentalement et théoriquement- autour de la barrière coulombienne. D'un point de vue théorique, il est a priori illusoire d'étudier la fission spontanée avec les modèles semi-classiques en raison des constantes de temps énormes et des effets quantiques près de la barrière. En revanche, si le modèle décrit correctement l'énergie de surface et l'énergie coulombienne, on peut de manière exploratoire étudier la dynamique des noyaux à haut moment angulaire (voir [35]), surtout lorsque la température dépasse 1 ou 2 MeV et donc que les effets quantiques sont négligeables.

Le noyau chaud est préparé avec un taux d'occupation défini comme dans l'équation (14) et on lui applique un champ de vitesse de rotation $\vec{\Omega}$ constant :

$$w(\vec{r}, \vec{k}) \Rightarrow w(\vec{r}, \vec{k} - m\vec{\Omega} \wedge \vec{r}). \quad (35)$$

Le système n'a pas une énergie minimale dans le repère tournant, il possède une énergie d'excitation intrinsèque, mais aux énergies considérées l'hypothèse de mise en rotation adiabatique n'est pas valide. La figure 13 présente les trajectoires typiques suivies par un noyau de Ca dans le plan (β, γ) des déformations ellipsoïdales. Toutes les trajectoires partent de la sphéricité en suivant la symétrie oblate ; à faible et moyen moment angulaire, elles passent le point-selle vers la symétrie prolata : les faibles moment angulaires ne permettent pas de passer le point-selle de la fission et le noyau se relaxe vers son fondamental sphérique par évaporation de particules ; pour des moments angulaires plus élevés, on observe une trajec-

toire de fission induite classique. A très haut moment angulaire, le noyau reste en symétrie oblate et explose en plusieurs fragments.

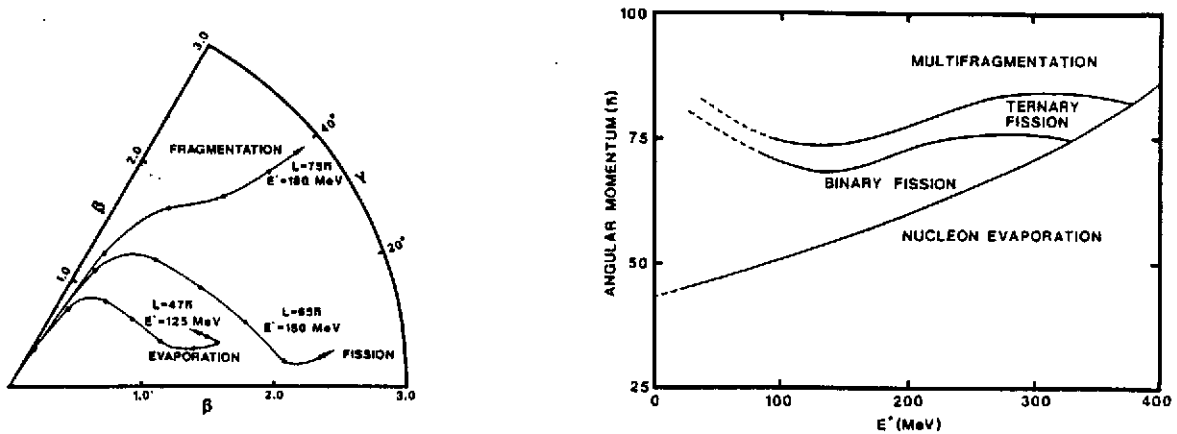


Figure 13: A gauche, trajectoires typiques dans le plan (β, γ) des déformations ellipsoïdales d'un noyau de Ca pour différents moments angulaires initiaux. Les points sur les courbes indiquent les pas de temps (10(-22)) sec. A droite, diagramme des différents régimes dynamiques des noyaux chauds tournants.

Les barrières de fission dynamique peuvent être calculées en étudiant la variation de l'énergie collective ([35]) et sont très comparables à celles données par les modèles classiques de goutte liquide. Dans la figure 13, à droite, on trouve le diagramme dans l'espace (énergie d'excitation, moment angulaire) des différents régimes des noyaux chauds tournants ; ce diagramme illustre 2 faits saillants :

- la compétition entre fission/évaporation : à moment angulaire constant, un noyau fissionne moins facilement s'il a une énergie interne élevée ; il dissipe cette énergie par émission de particules qui emporte du moment angulaire et donc empêche le noyau de fissionner.
- l'existence d'une barrière dynamique très importante entre les phénomènes à symétrie prolate et ceux à symétrie oblate ; les événements de "fission ternaire" correspondent à une fission primaire suivie de la fission d'un des gros fragments ; alors que la fragmentation correspond à la dissociation simultanée du système en plusieurs fragments (le nombre de 4 étant le plus probable).

Ces calculs mériteraient d'être affinés, en particulier sur les noyaux plus lourds où les moments angulaires nécessaires sont moins importants et donc plus probablement atteints.

6 Conclusions

Ce cours avait pour objectif un survol (forcément très incomplet) des méthodes de modélisation largement utilisées depuis une dizaine d'années en physique des ions lourds en les

replaçant dans le cadre général des méthodes pseudo-particulaires (lagrangiennes) de résolution du problème à N-corps.

Ces modèles permettent d'aborder la grande richesse de cette physique en introduisant les aspects dynamiques qui ne peuvent être négligés lorsque l'on s'attaque à l'étude thermodynamique d'une matière par des collisions. Imaginons un instant, l'étude de la transition de phase eau-glace, si le seul moyen de chauffer la glace était de cogner l'un contre l'autre deux morceaux de glace ; heureusement, les noyaux sont suffisamment visqueux (ils sont comparables à du goudron tiède d'après une estimation de W.Swiatecki) pour que le processus soit plus proche de l'équilibre.

Ils ont montré comment s'effectue la transition entre les collisions de basse énergie dominées par le champ moyen, et les collisions à très haute énergie dominées par les collisions binaires. A partir d'interactions effectives, ils permettent de relier les propriétés de la matière nucléaire très excitée à celles mieux établies des états fondamentaux.

Ces approches ont souffert de deux types de faiblesse :

- l'un intrinsèque à toute théorie, être une théorie approchée ; les modèles de transport actuels sont des approximations, souvent fortes, d'un modèle qui rendrait compte de manière plus convaincante des effets quantiques (antisymétrisation, effets de milieux etc...). Des avancées dans cette direction sont prévisibles à court ou moyen terme.
- l'autre est plus d'ordre historique ; ces modèles ont été élaborés de manière très phénoménologique avec initialement des ambitions limitées (quel est le pouvoir d'arrêt, quel est le régime qui fait suite au "deep inelastic" à plus haute énergie etc...). En raison de leur succès, on leur a demandé des informations de plus en plus précises, notamment sur les propriétés de type thermodynamique de la matière. Des résultats ont été publiés, des conclusions tirées, sans que les études préliminaires aient été toujours faites. En particulier, la comparaison des prédictions des différents codes de calcul sur des problèmes bien spécifiés, avec des conditions initiales identiques, a été rarement faite, ce qui ne permet pas toujours de savoir si les différences dans les prédictions ont des origines profondes liées à la physique ou si elles résultent de différences (ou d'erreurs) dans les protocoles de simulation. Une telle comparaison a été faite montrant l'identité des prédictions du flot à 400 MeV/u par le code de P.Danielewicz (MSU) et le code Landau-Vlasov de Subatech, malgré leurs principes de conception très différents (F.Sébille, communication privée).

Le développement des ordinateurs va permettre de modéliser des réactions avec un nombre croissant de pseudo-particules et d'améliorer la qualité des résultats d'un point de vue numérique ; cependant, à moyen terme, les modèles introduisant explicitement les effets de l'antisymétrisation dans les distributions à un corps ouvrent des perspectives prometteuses.

Remerciements

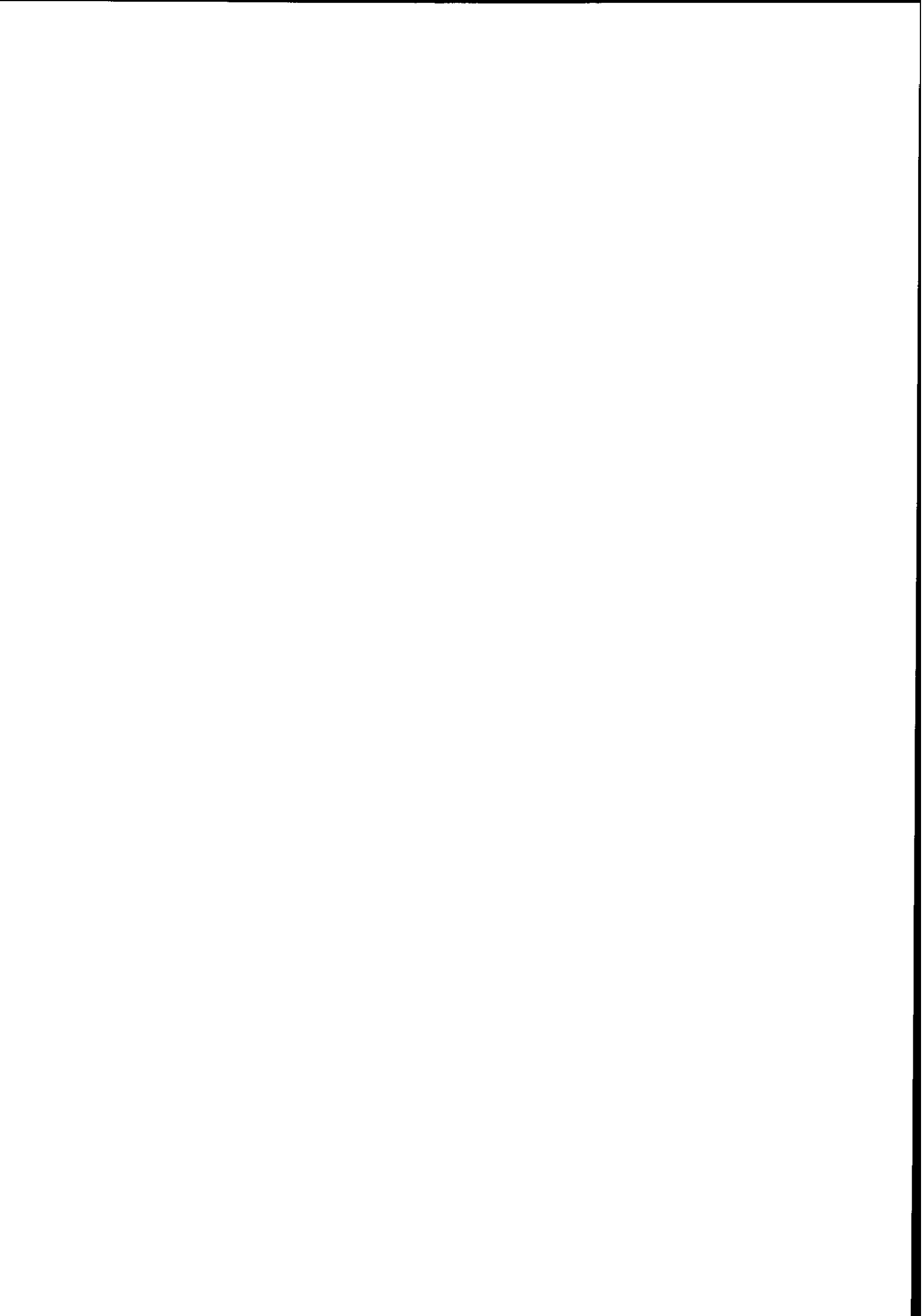
Cet exposé est illustré pour une bonne partie par des travaux effectués au LPN (devenu Subatech) de Nantes ; merci aux théoriciens : F.Sébille, M.Farine ; aux thésards : D.Idier, B.Benhassine et B.Jouault. Les développements présentés sont aussi issus de collaborations avec J.Randrup du LBL, C.Grégoire du GANIL et P.Schuck de Grenoble.

References

- [1] U.Frisch B.Hasslacher and Y.Pomeau. Lattice-gas automata for the navier-stokes equations. *Phys. Rev. Lett*, 56:1505–1508, 1986. Article de base sur la modélisation de la dynamique des fluides, par un automate régissant le déplacement de pseudo-particules sur un réseau.
- [2] H.Kruse B.Jacak and H.Stöcker. *Phys. Rev. Lett.*, 54:289++, 1985. Article de présentation du modèle VUU.
- [3] J.Aichelin and G.F. Bertsch. *Phys. Rev. C*, 31:1730++, 1985. Article de présentation du modèle BUU.
- [4] C.Grégoire B.Remaud F.Sébille L.Vinet and Y.Raffray. *Nucl. Phys. A*, 465:317++, 1987. Article de présentation du modèle Landau-Vlasov.
- [5] G.F.Bertsch and S.Das Gupta. *Phys. Rep.*, 160:189++, 1988. Article de revue sur la physique des ions lourds avec des équations de transport dérivées de l'équation de Boltzmann.
- [6] P.L'Eplattenier. *L'équation de Vlasov pour étudier la dynamique des systèmes fermioniques*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, octobre, 1995. Etude systématique des propriétés de l'équation de Vlasov ; liens avec les transformées de Wigner et de Husimi ; propriétés des solutions numériques.
- [7] E.Bertschinger and J.Gelb. Cosmological n-body simulations. *Comput. Phys.*, 3:164–179, 1991. Article de revue sur les méthodes particulières en cosmologie et leur utilisation pour l'étude des fluctuations de densité (formation des galaxies).
- [8] L.Greengard. The numerical solution of the n-body problem. *Comput. Phys.*, 4:142–152, 1990. Article de revue sur la résolution numérique du problème à N-Corps en électrostatique et astrophysique.
- [9] B.Remaud C.Grégoire F.Sébille and F.Scheuter. *Nuc. Phys.A*, 428:101++, 1984. Première approche semi-classique des réactions d'ions lourds.
- [10] F.Sébille. *Approche semi-classique de la dynamique des ions lourds aux énergies intermédiaires*. PhD thesis, Université de Nantes, 1986. Thèse d'Etat sur les bases du modèle de Landau-Vlasov.
- [11] J.T. Marshall A.K.Rajagopal. New coherent states with applications to time-dependent systems. *Phys.Rev. A*, 26:2977–2979, 1982. Principe variationnel appliqué à la propagation des états cohérents de largeurs dépendant du temps dans un champ quelconque.
- [12] B.Remaud C.Dorso and S.Hernandez. Coherent state propagation in open systems. *Physica A*, 112:193–213, 1982. Propriétés des états cohérents généralisés, c'est-à-dire de largeurs variables au cours du temps.
- [13] J.Aichelin. *Phys. Rep.*, 202:233++, 1991. Rapport de présentation du modèle QMD.

- [14] R.W. Hockney and J.W. Eastwood. *Computer simulation using particles*. Adam Hilger, 1989. Livre de référence pour la modélisation des problèmes à N-Corps les plus variés, avec les méthodes particulières.
- [15] D.Idier. *Modélisation de la matière nucléaire infinie; propriétés statiques et dynamiques ; étude des fluctuations de densités*. PhD thesis, Université de Nantes, 1994. Thèse présentant une analyse des propriétés de la matière nucléaire infinie modélisée par un système de pseudo-particules.
- [16] D.Idier M.Farine B.Remaud and F.Sébille. Modelling an infinite nucleonic system. *Ann. Phys. (Paris)*, 19:159-263, 1994. Article de revue sur la modélisation de la matière nucléaire basé sur la thèse de D.Idier.
- [17] P.Bonche. *Cours Joliot-Curie*, 1, 1985. Article de revue sur les propriétés thermodynamiques des noyaux finis en équilibre avec une vapeur de nucléons.
- [18] L. Vinet C.Grégoire P.Schuck B.Remaud and F.Sébille. A study of the disintegration of highly excited nuclei *Nucl. Phys. A*. 468:321-347, 1987. Etude de la dynamique des noyaux chauds et/ou comprimés avec le modèle de Landau-Vlasov.
- [19] C.J. Pethick D.J.Ravenhall. *Ann. Phys. (N.Y)*. 183:131+ +, 1988. Théorie des liquides de Fermi appliquée aux fluctuations de densité dans la matière nucléaire.
- [20] M.Colonna Ph.Chomaz and J.Randrup. *Nucl. Phys.A*, 567:637++ , 1994. Article sur les méthodes de calcul des fluctuations de densité dans la matière nucléaire, voir les références incluses pour d'autres études par le même groupe.
- [21] M.Colonna and Ph.Chomaz. *Phys. Rev.C*, 49:1908++ , 1994.
- [22] P.Schuck R.W.Hasse J.Jaenicke C.Grégoire B.Remaud F.Sébille and E.Suraud. Semi-classical and phase space approaches to dynamics and collisional problems of nuclei. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 22:181-278, 1989. Article de revue sur les méthodes semi-classiques.
- [23] M.Bixon and R.Zwanzig. *Phys.Rev.*, 187:267++ , 1969. Etude des fluctuations statistiques des systèmes classiques à partir de l'équation de Boltzmann et démonstration de leur équivalence à l'équilibre avec celles prédites par la théorie de Landau.
- [24] S.Ayik and C.Grégoire. *Nucl.Phys.A*, 513:187++ , 1990. Article de présentation de la théorie des fluctuations des systèmes de fermions basée sur la théorie de Langevin appliquée à la densité à un corps.
- [25] J. Randrup and B.Remaud. Fluctuations in one-body dynamics. *Nuc. Phys.A*. 514:339++ , 1990. Article de présentation de la théorie des fluctuations des systèmes de fermions, basée sur la théorie de Fokker-Planck appliquée à la densité à un corps.
- [26] B.Benhassine M.Farine E.S.Hernandez B.Remaud and F.Sébille. *Nucl. Phys.A*, 2:22-. 1994. Article de présentation de la méthode de traitement des fluctuations statistiques ; pour plus de détails voir la thèse de B.Benhassine.

- [27] B.Benhassine. *Théorie semi-classique des fluctuations dans la matière nucléaire*. PhD thesis, Université de Nantes, 1994. Dans le cadre de l'approche de Boltzmann-Langevin, étude de la dynamique des fluctuations statistiques, dérivation de la matrice de covariance à l'équilibre et modélisation numérique.
- [28] N.G. Van Kampen. *Stochastic processes in Physics and Chemistry*. North Holland, New-York, 1981. Livre de référence de physique statistique, en particulier pour la dynamique des fluctuations.
- [29] G.Welke et al. *Phys. Rev. C*, 38:2101++, 1988. Etude et validation d'un protocole de simulation du terme de collision utilisé dans le modèle de Landau-Vlasov.
- [30] J.Cugnon et al. *Nucl. Phys. A*, 352:505++, 1981. Etude des effets de milieu sur la section efficace nucléon-nucléon.
- [31] W.Cassing V.Metag U. Mosel and K.Niita. Phase space dynamics of heavy ion reactions. *Phys.Rep.*, 188:363++, 1990. Article de revue sur les équations de transport dans les noyaux.
- [32] B.Jouault F.Séville G.Royer and V.de la Mota. Fragmentation in central pb+au collisions *Nucl. Phys. A*, 0591:497-514, 1995. Exemple récent d'une étude détaillée d'une réaction nucléaire avec le modèle de Landau-Vlasov.
- [33] J.P Sullivan and J.Péter. *Nucl.Phys. A*, 540:275++, 1992. Dans cet article et dans les références cités, exposé des méthodes et résultats expérimentaux de mesure du flot au GANIL.
- [34] V.De La Mota F.Séville M.Farine B.Remaud and P.Schuck. *Phys.Rev.C*, 46:677++, 1992. Etude des liens entre le flot de matière nucléaire et l'équation d'état nucléaire ; en particulier, mise en évidence du rôle de la masse effective.
- [35] F.Garcias V. De La Mota B.Remaud G.Royer and F.Séville. *Phys.Lett. B*, 255:311++, 1991. Présentation de calculs avec le modèle de Landau-Vlasov sur la dynamique des noyaux chauds tournants.



Equations cinétiques en physique des ions lourds

E. Suraud *

Laboratoire de Physique Quantique

Université Paul Sabatier

118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse, cedex, France

Abstract

Nous présentons les bases théoriques des approches dynamiques utilisées en physique des ions lourds aux énergies de quelques dizaines de MeV par nucléon. Après un bref survol des approches champ moyen TDHF et de la Cascade Intranucléaire, nous considérons les équations cinétiques type Boltzmann adaptées au contexte nucléaire, dont les simulations (BUU, VUU, ...) sont très utilisées dans ce domaine de physique. Nous montrons comment obtenir de telles équations dans un contexte nucléaire et nous discutons les difficultés formelles soulevées par ces équations. Dans une deuxième partie nous considérons des descriptions alternatives, soit sous la forme d'extensions stochastiques de ces équations cinétiques soit sous la forme de modèles de type dynamique moléculaire. Nous présentons plusieurs modèles (MD, QMD, ...) de ce type en discutant leurs limitations. Dans une dernière partie nous discutons la capacité des différentes approches introduites dans les deux premières parties à respecter le principe d'exclusion de Pauli. Nous montrons les difficultés soulevées par ce principe tant au niveau des simulations d'équations cinétiques que des méthodes de dynamique moléculaire. Nous terminons en introduisant les approches de dynamique moléculaire fermionique (FMD, AMD), directement liées à TDHF, et une extension stochastique de TDHF (STDHF).

We present the theoretical foundations of the dynamical approaches used in heavy-ion collisions at beam energies of some tens of MeV per nucleon. After a brief review of mean field (TDHF) and Intra Nuclear Cascad approaches we consider Boltzmann-like kinetic equations, adapted to the nuclear context. Simulations of these equations (BUU, VUU, ...) are widely used in this field of physics. We show how to obtain this kind of equations in a nuclear context and we discuss the formal difficulties raised by these equations. In a second part we consider alternative descriptions, such as stochastic extensions of these kinetic equations or molecular dynamics models. We present several models (MD, QMD, ...) of this kind and discuss their limitations. In a last part we discuss the ability of the approaches introduced in the previous parts to fulfill Pauli exclusion principle. We show the difficulties raised by this principle, as well in the case of simulations of kinetic equations as in molecular dynamics models. We conclude by introducing fermionic molecular dynamics (FMD, AMD) methods, which are directly linked to TDHF, and a stochastic extension of TDHF (STDHF).

*Membre de l'Institut Universitaire de France

Depuis une dizaine d'années environ, les simulations numériques d'équations cinétiques de type Boltzmann, adaptées au contexte nucléaire, jouent un rôle considérable en physique des ions lourds [1]. Avec la mise en service d'accélérateurs d'énergies variées l'étude des propriétés de la matière nucléaire fortement excitée s'est en effet largement développée durant cette période [2, 3]. Mais les collisions d'ions lourds ne permettent un accès à ces propriétés que de manière dynamique, d'où la nécessité de descriptions aussi précises que possible des collisions. Aux énergies de quelques dizaines de MeV par nucléon la dynamique des réactions n'est plus exclusivement dominée par le champ moyen. Il faut introduire l'effet des interactions résiduelles, ce qui permet d'expliquer les phénomènes fortement dissipatifs observés durant ces collisions. Le recours à la mécanique quantique peut quant à lui être réduit à des approximations de type semi-classique, compte tenu des valeurs élevées des impulsions des nucléons aux énergies de faisceau considérées. D'un point de vue théorique le cadre adapté à la description de ces collisions semble donc être celui des équations cinétiques, type Boltzmann. La nature fermionique des nucléons nécessite cependant une prise en compte minimale de la statistique et le terme de collisions de Boltzmann peut ainsi être modifié de façon ad-hoc en suivant la prescription originale de Nordheim [4] et Uehling et Uhlenbeck [5].

A priori le noyau ne constitue pas le domaine "naturel" d'application des équations cinétiques standards. Il s'agit d'un système dense, de fermions interagissant fortement, alors que les hypothèses habituelles de la théorie cinétique concernent plutôt des systèmes dilués de particules classiques interagissant faiblement. Par ailleurs les réactions d'ions lourds que nous allons chercher à décrire conduisent en général à des régimes fortement éloignés de l'équilibre. Ceci élimine des traitements approchés type voisinage de l'équilibre, pour lesquels existent souvent des calculs analytiques, et impose un recours à des calculs numériques complexes et extrêmement lourds, dont la validation n'est pas toujours immédiate. Nous voyons donc surgir deux classes de problèmes, formels et pratiques, qu'il est indispensable d'aborder pour pouvoir conclure quant à la pertinence de l'emploi d'équations cinétiques dans le contexte des collisions d'ions lourds. L'objet de ce cours est de tenter de donner des éléments de réponse à ces questions. Nous nous concentrerons plus particulièrement sur les aspects formels mais une excursion dans le domaine des méthodes numériques de résolution d'équations cinétiques s'avèrera en fait indispensable pour mener à bien la discussion théorique, dans un domaine de physique où les simulations constituent un outil d'étude à part entière [6].

Le texte est organisé en trois grandes parties. Nous étudierons tout d'abord la pertinence des équations cinétiques type Boltzmann adaptée au cas nucléaire. Nous montrerons comment ces équations sont reliées aux modèles bien établis de physique nucléaire à basse et à haute énergie. Nous discuterons ensuite la possibilité d'introduire ces équations par le biais des hiérarchies de densités réduites, type BBGKY. La deuxième partie du texte traitera de descriptions alternatives aux équations cinétiques ("simples") introduites dans la première partie. Nous considérerons ainsi successivement les extensions stochastiques d'équations cinétiques et les méthodes de dynamique moléculaire. Un examen attentif de ces diverses approches (équations cinétiques, méthodes de dynamique moléculaire) montre qu'une des difficultés majeures de ces théories tient à la prise en compte correcte du principe de Pauli. Nous consacrerons donc la troisième partie du texte à cette question récurrente, et fondamentale en physique nucléaire, du principe de Pauli. Nous étudierons tout d'abord dans quelle mesure le principe de Pauli est effectivement traité dans les simulations numériques des modèles introduits jusqu'ici. Nous discuterons ensuite de méthodes alternatives de dynamique moléculaire construites de façon à respecter le principe de Pauli. Ceci nous ramènera tout naturellement au champ moyen quantique, dont nous sommes partis, et

<i>Acronyme</i>	<i>Forme développée</i>	<i>Modèle</i>
TDHF	Time Dependant Hartree-Fock	Champ moyen
INC	Intra Nuclear Cascad	Modèle collisionnel
BUU	Boltzmann Uehling Uhlenbeck	
VUU	Vlasov Uehling Uhlenbeck	Simulations de l'équation
LV	Landau Vlasov	de Boltzmann nucléaire
BNV	Boltzmann Nordheim Vlasov	
BL	Boltzmann Langevin	Extension stochastique de Boltzmann
MD	Molecular Dynamics	Modèle classique
QMD	Quantum Molecular Dynamics	à A corps
FMD	Fermionic Molecular Dynamics	Dynamique moléculaire avec
AMD	Antisymmetrized Molecular Dynamics	antisymétrisation
STDHF	Stochastic Time Dependant Hartree Fock	Champ moyen stochastique

Table 1: Acronymes

Kets, matrices densité et fonctions de distribution

Ket à A corps	$ \Psi(1, \dots, A) \rangle$
Ket à un corps	$ \phi(i) \rangle$
Matrice densité à A corps	$\rho_{1\dots A}$
Matrice densité à deux corps	ρ_{12}
Matrice densité à un corps	$\rho(r_1, r'_1) = \langle r_1 \rho r'_1 \rangle = \rho_1$
Fonction de distribution à un corps (espace de phase)	$f(r, p, t)$

Opérateurs

Opérateur d'antisymétrisation à A corps	$\mathcal{A}_{1\dots A}$
Opérateur d'antisymétrisation à 2 corps	\mathcal{A}_{12}
Opérateur énergie cinétique	K_i
Interaction à deux corps	V_{ij}
Champ moyen (un corps)	U_i
Hamiltonien à A corps	$H = \sum_{i=1}^A K_i + \sum_{i<j} V_{ij}$
Hamiltonien à un corps	$h_i = K_i + U_i$

Table 2: Notations

nous concluerons en introduisant un cadre formel basé sur une extension stochastique du champ moyen dépendant du temps.

L'objectif de ce cours est donc de tenter de faire le point sur les fondements théoriques des modèles dynamiques utilisés en physique des collisions d'ions lourds, en particulier des modèles fondés sur les équations cinétiques. Un grand nombre de variantes de ces modèles sont disponibles et largement utilisés tant par les théoriciens que les expérimentateurs. Ces calculs sont en général désignés par un acronyme. Nous avons regroupé dans le tableau 1 les principaux acronymes utilisés au cours du texte, avec leur signification et le type de théorie auxquels ils se rapportent. Dans la suite nous utiliserons extensivement ces acronymes.

Par souci d'unité, nous avons également tenté de respecter un certain nombre de conventions dans les notations utilisées pour désigner les quantités physiques qui reviennent de façon récurrente tout au long du texte. Ces notations sont explicitées dans le tableau 2.

1 Introduction

Les équations cinétiques proposent une description des systèmes à grand nombre de degrés de liberté en termes de la fonction de distribution en espace de phase, traditionnellement notée $f(r, p, t)$. La distribution $f(r, p, t)$ suit alors une équation aux dérivées partielles qui constitue ce que l'on appelle une équation cinétique. Le passage d'une description (classique) en termes de positions et impulsions des A particules physiques constituant un système à la distribution $f(r, p, t)$ solution d'une équation aux dérivées partielles se fonde sur une hypothèse sous jacente (forte) d'existence des dérivées partielles entrant dans l'équation cinétique. La justification habituelle de cette transition consiste à admettre que la densité de particules classiques est suffisante pour permettre une description continue en termes de $f(r, p, t)$. Une approche cinétique classique directement appliquée au noyau semble donc difficile vu son faible nombre de constituants. La mécanique quantique offre ici une solution : les fonctions d'ondes des nucléons sont étendues et conduisent donc à des matrices densités elles-mêmes "étendues". Il est dès lors raisonnable d'admettre que les représentations (semi-classiques) de ces objets seront elles aussi "lisses" ce qui permet à nouveau d'envisager une description du système en termes de distribution d'espace de phase $f(r, p, t)$. Nous introduirons donc les théories cinétiques dans le cadre de la mécanique quantique *avant* d'envisager les versions semi-classiques de ces théories.

Nous considérons donc un problème à A corps quantique d'hamiltonien

$$H = - \sum_{i=1}^A K_i + \sum_{i < j} V_{ij} \quad (1)$$

et nous étudions l'évolution en temps du système suivant l'équation de Schrödinger pour le ket à A corps $|\Psi(1...A)\rangle$

$$i \frac{d|\Psi\rangle}{dt} = H|\Psi(1...A)\rangle \quad (2)$$

ou, alternativement, suivant l'équation de Liouville von Neumann

$$i \frac{d\rho_{1...A}}{dt} = [H, \rho_{1...A}]. \quad (3)$$

pour la matrice densité à A corps $\rho_{1...A}$. Dans le cas simple où l'état du système est connu exactement $\rho_{1...A}$ se réduit à $\rho_{1...A} = |\Psi(1...A)\rangle \langle \Psi(1...A)|$. Formulé de cette façon "simple" (Eq.(2) ou Eq.(3)), le problème est insoluble... et il faut donc se tourner vers des schémas d'approximation adaptés. C'est l'objet des développements qui suivent.

2 TDHF, INC et BUU

Les équations cinétiques dont nous allons discuter dans la suite ont été développées pour décrire les collisions nucléaires à des énergies intermédiaires entre les énergies proches de la barrière coulombienne ($E/A \sim 10 \text{ MeV}/u$) et les hautes énergies ($E/A \gtrsim 500 \text{ MeV}/u$) au delà desquelles les degrés de liberté subnucléoniques commencent à jouer un rôle important. Elles empruntent d'ailleurs à ces deux gammes extrêmes d'énergies certains concepts et techniques. Il n'est donc pas inutile de rappeler brièvement les conditions dynamiques associées à ces deux régimes énergétiques, avant d'aborder l'étude directe des équations cinétiques.

A basse énergie le libre parcours moyen λ des nucléons dans un noyau est "grand" c'est à dire comparable à la taille du système lui-même, ce qui justifie des approches de type *champ moyen*. La longueur d'onde de de Broglie λ_B des nucléons est elle aussi élevée et la description du système doit donc se faire dans le cadre de la mécanique quantique. La théorie adaptée à cette gamme d'énergies est la théorie Hartree-Fock dépendant du temps ou *TDHF* (pour Time Dependent Hartree-Fock) [7]. Nous serons également appelés à parler d'approximation de Hartree (sans Fock) dans le cas où nous omettrons de prendre en compte l'antisymétrisation associée à la nature fermionique des nucléons.

A haute énergie, au contraire, le libre parcours moyen et la longueur d'onde de de Broglie des nucléons deviennent faibles devant la taille du système, voire même devant la distance moyenne entre nucléons. Dans ces conditions la dynamique est dominée par les processus élémentaires de collisions entre les nucléons, en place du champ moyen, et l'on peut se contenter d'une approche *classique* du mouvement des nucléons. Le modèle adapté à cette gamme d'énergies est la Cascade Intra Nucléaire ou *INC* (pour Intra Nuclear Cascad) [8].

Entre ces deux régimes extrêmes la dynamique est ... mixte. Champ moyen et processus élémentaires jouent de concert et l'on passe progressivement, en augmentant l'énergie, d'un régime quantique à un régime en partie classique ou plus exactement semi-classique. Le terme *semi-classique* renvoie ici au fait qu'une propriété minimale quantique doit être préservée: la statistique fermionique. Les modèles développés pour décrire cette gamme d'énergies sont donc des équations cinétiques type Boltzmann complétée par un champ moyen et dans lesquelles la statistique est explicitement intégrée dans le terme de collisions [4, 5]. Voyons comment ces équations cinétiques semi-classiques sont obtenues, ... entre champ moyen et modèles collisionnels.

2.1 Deux points d'appui : TDHF et INC

2.1.1 Dynamique nucléaire à basse énergie : TDHF

L'approximation TDHF de la dynamique d'un système à A corps est obtenue en admettant que le ket $|\Psi(1, 2, \dots, A)\rangle$ représentant l'état du système peut être factorisé sous la forme d'un produit de kets à un corps $|\phi_i(i)\rangle$:

$$|\Psi(1, 2, \dots, A)\rangle = \mathcal{A}_{1\dots A} \left(\prod_{i=1}^A |\phi_i(i)\rangle \right) \quad (4)$$

où $\mathcal{A}_{1\dots A}$ désigne, suivant nos notations, l'opérateur d'antisymétrisation à A corps. L'approximation de Hartree (sans Fock) consisterait donc simplement à remplacer $\mathcal{A}_{1\dots A}$ par l'opérateur unité. Il faut noter que cette approximation de Hartree n'est bien sûr pas réaliste en physique nucléaire où le principe de Pauli joue un rôle considérable.

Une fois la fonction d'onde à A corps supposée de la forme Eq.(4) les équations TDHF s'obtiennent à l'aide d'un principe variationnel sur l'action I

$$\delta I = \delta \int dt \langle \Psi | (H - i \frac{\partial}{\partial t}) | \Psi \rangle = 0 \quad (5)$$

Sans l'hypothèse Eq.(4) ce principe variationnel se réduirait exactement à l'équation de Schrödinger du problème à A corps de départ.

Le principe variationnel Eq.(5) conduit à un ensemble de A équations de Schrödinger couplées à un corps, pour les $|\phi_i \rangle$:

$$i \frac{\partial |\phi_i \rangle}{\partial t} = h[|\phi_i \rangle, i = 1, \dots, A] |\phi_i \rangle \quad (6)$$

qui peuvent se mettre sous la forme compacte :

$$i \frac{\partial \rho}{\partial t} = [h[\rho], \rho] \quad (7)$$

où ρ désigne la matrice densité à un corps définie par :

$$\rho = \sum_{i=1}^A |\phi_i \rangle \langle \phi_i| \quad (8)$$

soit, en représentation $|r \rangle$

$$\langle r | \rho | r' \rangle = \rho(r, r') = \sum_{i=1}^A \phi_i^*(r) \phi_i(r') \quad (9)$$

Dans les expressions Eqs.(6) ou (7) h désigne l'hamiltonien champ moyen, fonctionnelle des kets à un corps $|\phi_i \rangle$ via la matrice densité ρ . En représentation $|r \rangle$ l'action de h s'écrit

$$\begin{aligned} \langle r | h | \phi_i \rangle &= \int dr' \langle r | h | r' \rangle \langle r' | \phi_i \rangle = \int dr' h(r, r') \phi_i(r') = \\ &- \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi_i(r) + U^{dir}(r) \phi_i(r) - \int dr' U^{ech}(r, r') \phi_i(r') \end{aligned} \quad (10)$$

où apparaissent le potentiel moyen direct U^{dir} et d'échange U^{ech} qui dans le cas simple d'un potentiel à deux corps $V_{12} = V_{12}(r - r')$ s'écrivent

$$U^{dir}(r) = \int dr' V_{12}(r - r') \rho(r', r') \quad (11)$$

$$U^{ech}(r, r') = V_{12}(r - r') \rho(r', r). \quad (12)$$

Il est intéressant de noter également que l'approximation TDHF remplace l'équation de Schrödinger initiale à A corps *linéaire* par un ensemble de A équations *non linéaires* couplées à un corps. Enfin la mise en application pratique de l'approximation TDHF s'est trouvée particulièrement facilitée par l'utilisation de forces effectives elles mêmes fonctionnelles de la densité locale type Skyrme [9], dans lesquelles la partie potentielle de l'hamiltonien champ moyen h se réduit à une fonctionnelle de $\rho(r) = \rho(r, r)$. De nombreux résultats ont ainsi été obtenus pour les réactions d'ions lourds à basse énergie [7].

2.1.2 Réactions nucléaires à haute énergie : INC

Dans le modèle de la Cascade Intranucléaire le ket $|\Psi(1, \dots, A) \rangle$ est remplacé par un ensemble de tirages aléatoires de A particules *classiques*. Et la dynamique du système total est réduite aux collisions

élémentaires entre ces particules via une section efficace de collision σ . La dynamique du système se réduit donc à A équations classiques couplées pour les $\{r_i, p_i\}$:

$$\frac{dr_i}{dt} = \frac{p_i}{m} \quad (13)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{dp_i}{dt}_{coll} \quad (14)$$

où l'indice "coll" désigne un algorithme de collisions entre les particules. Cet algorithme est fondé sur le principe suivant. Considérons, à l'instant t , deux particules "1" et "2" de vitesses v_1 et v_2 dont on étudie la collision éventuelle. Deux critères sont pris en compte pour décider si ces deux nucléons vont collisionner durant le pas de temps Δt : une condition cinématique et une condition dynamique. Le critère cinématique consiste à requérir que les deux particules se croisent durant Δt ("1" parcourt $|v_1|\Delta t$ suivant v_1 , et "2" $|v_2|\Delta t$ suivant v_2) c'est à dire passent par les points correspondants à leur distance minimale d'approche d_{min} . Si cette première condition est remplie on compare d_{min} à une distance $d_{max} = \sqrt{\sigma/\pi}$ représentant la "portée" de l'interaction nucléaire, via la section efficace élémentaire nucléon-nucléon σ . Si ces deux conditions sont vérifiées, les deux particules "collisionnent" durant le pas de temps Δt suivant t . Et l'on tire aléatoirement les nouvelles impulsions des deux particules "après" collision, en respectant la conservation de l'impulsion et de l'énergie cinétique totales.

L'algorithme de Cascade Intranucléaire a été largement utilisé, avec succès, pour décrire les réactions nucléaires à haute énergie de faisceau [10]. D'un point de vue formel ce modèle s'avère fournir en fait des simulations de l'équation de Boltzmann pour la distribution classique d'espace de phase $f(r, p, t)$:

$$\frac{\partial f(r, p, t)}{\partial t} + \frac{p}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial r} f(r, p) = I_{coll} \quad (15)$$

avec

$$I_{coll}[f] = \int dp_1 dp_2 dp_3 W_{INC}(12, 34) [f(r, p_3, t) f(r, p_4, t) - f(r, p_2, t) f(r, p, t)] \quad (16)$$

où $W_{INC}(12, 34)$ est le taux de collisions défini par

$$W_{INC}(12, 34) = \frac{1}{4m^2} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta(p + p_2 - p_3 - p_4) \delta\left(\frac{p^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_3^2}{2m} - \frac{p_4^2}{2m}\right). \quad (17)$$

Notons que l'équation de Boltzmann Eq.(15) correspond bien à l'équation standard de la physique des gaz classiques dilués [11] : aucun champ moyen n'intervient et le principe de blocage de Pauli n'est pas pris en compte dans le terme de collisions. En pratique, cependant, certaines simulations INC incluent un pseudo blocage de Pauli en interdisant à des particules d'impulsion relative trop faible (typiquement 2/3 de l'impulsion de Fermi p_F) de collisionner.

2.2 Equations cinétiques à partir de la hiérarchie BBGKY

Les conditions d'application de TDHF et d'INC dépendent fortement du régime dynamique considéré. Il est instructif à ce stade de la discussion d'explorer plus quantitativement ces conditions. Nous avons vu dans l'introduction de cette partie que les deux quantités importantes pour évaluer le domaine d'application de TDHF ou INC, sont le libre parcours moyen λ et la longueur d'onde de de Broglie λ_B tous deux dépendants de la gamme d'énergies considérées. Plus précisément, il s'agit de comparer λ et λ_B à une distance caractéristique du système comme la distance moyenne entre nucléons d . Sur la Figure 1 sont tracés les rapports λ/d et λ_B/d en fonction de l'énergie de faisceau. L'énergie de faisceau

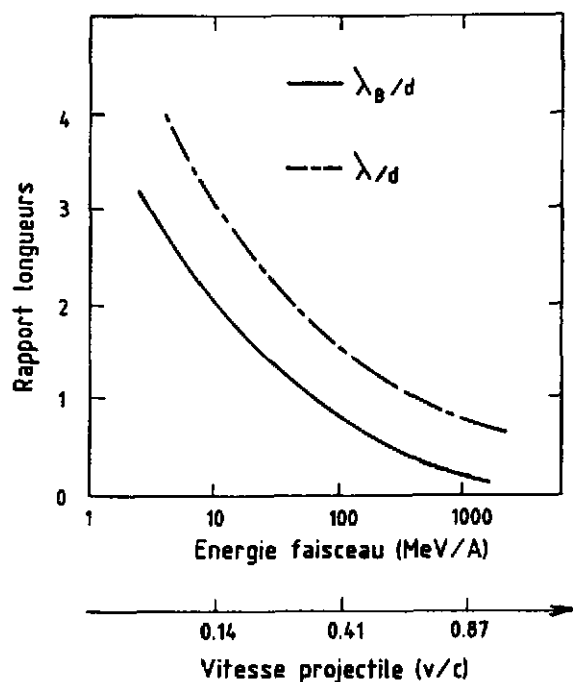


Figure 1: Libre parcours moyen et longueur d'onde de de Broglie en fonction de l'énergie

Evolution des rapports λ/d et λ_B/d en fonction de l'énergie d'un nucléon pénétrant une matière nucléaire. Sont également indiquées les vitesses correspondant à ces énergies de projectile.

représente ici l'énergie d'un nucléon pénétrant une phase de matière nucléaire. Le rapport λ/d fournit une mesure de la dominance du champ moyen ($\lambda/d \gg 1$) ou des processus de collisions élémentaires ($\lambda/d \ll 1$). Et le rapport λ_B/d permet d'estimer le caractère quantique ($\lambda_B/d \gg 1$) ou non ($\lambda_B/d \ll 1$) du système. La figure 1 montre très clairement les domaines d'applicabilité de TDHF et INC ... mais aussi leurs limites. En particulier la gamme des énergies autour de l'énergie de Fermi ($E/A \simeq \epsilon_F \pm \dots$, soit typiquement E/A entre 30 – 40 et 150 – 200 MeV/u) ne peut a priori être décrite ni par un modèle de champ moyen quantique (TDHF), ni par un modèle collisionnel classique (INC). Dans ce régime intermédiaire ou coexistent effets de champ moyen et des processus élémentaires et où la longueur d'onde de de Broglie est certes faible, mais non négligeable, il nous faut donc construire une nouvelle approche. Les équations cinétiques semi-classiques dont les simulations portent des acronymes connus tels BUU ou VUU constituent l'archétype de telles approches. Nous allons voir plus bas comment obtenir ce type d'équations.

L'argument de perte de validité de TDHF et/ou INC que nous venons de donner, est, dans une large mesure, formel. On pourrait plus prosaïquement se demander dans quelle mesure il est possible de "pousser" TDHF vers les hautes énergies... ou INC vers les basses. Autrement dit, existe-t-il des critères tangibles montrant qu'un calcul TDHF ou INC n'est plus valable. Dans le cas de TDHF les calculs de réactions à des énergies de l'ordre de l'énergie de Fermi ont montré que le champ moyen seul ne permet pas de comprendre les phénomènes de fusion entre projectile et cible observés expérimentalement dans les réactions centrales : les noyaux se traversent dans un calcul TDHF [12]. Dans le cas d'INC la fusion

pose également problème. Si l'arrêt du projectile par la cible peut être décrit correctement, le résidu de fusion formé est intrinsèquement instable puisqu'aucune interaction attractive ne permet de le lier. Il faudrait donc que soit intégré le champ moyen (attractif à faible énergie) dans INC... ou un mécanisme dissipatif dans TDHF.

2.2.1 Hiérarchie BBGKY

Nous introduisons dans cette section une approche des équations cinétiques dans le cadre de la hiérarchie BBGKY des matrices densité réduites. Nous présenterons le formalisme quantique avant de passer, à la dernière étape de la démonstration, à une approximation semi-classique.

L'idée de la hiérarchie BBGKY (Born Bogoliubov Green Kirkwood Yvon) [13] consiste à remplacer l'équation dynamique à A corps de départ (Eq.(3)) par un ensemble (hiérarchie) d'équations (couplées) à $A - 1, A - 2, \dots, 2, 1$ corps. On espère ainsi pouvoir imaginer des schémas d'approximations successives du problème global à A corps. La manipulation directe des kets s'avère dans ce cas difficile et il est préférable de travailler sur des matrices densités, en lieu et place des kets. Outre la matrice densité à A corps $\rho_{1\dots A}$ nous introduisons donc, plus généralement, les matrices densité à $k \leq A$ corps définies par

$$\rho_{1\dots k} = \frac{A!}{(A-k)!} Tr_{k+1,\dots,A} \rho_{1\dots A} = \frac{1}{A-k} Tr_{k+1} \rho_{1\dots k+1} \quad (18)$$

où $Tr_{k+1\dots A}$ désigne la trace sur les degrés de liberté associés à $k+1, \dots, A$ corps. En particulier la matrice densité à un corps (Eq.(8)) peut aussi s'écrire sous la forme

$$\rho_1 = \frac{A!}{(A-k)!} Tr_{2,\dots,A} \rho_{1\dots A}. \quad (19)$$

Ces définitions appellent un certain nombre de commentaires. Tout d'abord la notation $\rho_{1\dots k}$ (Eq.(18)), si elle présente le mérite de la compacité, n'en demeure pas moins dangereuse. Il serait sans doute plus précis d'écrire $\rho^{(k)}(1\dots k)$ pour faire explicitement apparaître d'une part l'ordre (k) de la densité réduite et d'autre part les variables $1\dots k$. Nous conviendrons, pour préserver la compacité de la notation, que le nombre d'indices fixe l'ordre. Ainsi nous noterons $\rho_2 = \rho^{(1)}(2)$ pour désigner la matrice densité d'ordre 1 pour une particule "2". Par ailleurs il est évident que la notation "i" est une notation compacte pour caractériser l'état quantique de la particule que l'on considère ... sans préciser quels nombres quantiques ou variables elle recouvre. Il est également intéressant, pour bien comprendre le contenu physique de ces matrices de densité, de revenir sur le cas particulier de la matrice densité à un corps (que nous utiliserons extensivement par la suite) que nous avons déjà introduite dans le cas de la théorie Hartree-Fock. Il est fondamental de remarquer que la matrice densité à un corps ρ (Eq.(8)) de la théorie TDHF, c'est à dire construite à partir des kets à un corps constituant le déterminant de Slater Eq.(4), diffère, dans le cas général, de la matrice densité ρ_1 construite comme trace de $\rho_{1\dots A}$. Alors que ρ (Eq.(8)) suit l'équation TDHF (Eq.(7)), la matrice densité ρ_1 (Eq.(19)) suit une équation d'évolution différente (Eq.(23)), qui n'est que la réduction de l'équation exacte Eq.(3) à la dynamique à 1 corps. En ce sens la dynamique de ρ , (en l'absence de toute approximation) est *réduite mais exacte*, alors que celle de TDHF est approchée.

Pour terminer ces remarques il n'est pas inutile de regarder la forme des densités réduites dans le cas de la hiérarchie BBGKY classique [14]. On définit de manière similaire la distribution à A corps $f(r_1, p_1, \dots, r_A, p_A)$, fonction des positions et impulsions des A particules et les distributions réduites

correspondantes comme

$$f_{1\dots k}(r_1, p_1, \dots, r_k, p_k) = \frac{A!}{(A-k)!} \int dr_{k+1} dp_{k+1} \dots dr_A dp_A f_{1\dots A}(r_1, p_1, \dots, r_A, p_A) \quad (20)$$

où l'on voit plus clairement apparaître le sens des traces partielles dans ce cas simple où les particules sont représentées par les variables simples position et impulsion.

Une fois définies les matrices densités réduites il est aisé d'obtenir des équations pour leur évolution en temps en appliquant les traces partielles $Tr_{k+1\dots A}$ à l'équation de Liouville von Neumann (Eq.(3)) que suit la matrice densité à A corps $\rho_{1\dots A}$. On obtient une hiérarchie d'équations de la forme

$$i \frac{\partial \rho_{1\dots k}}{\partial t} = \sum_{i=1}^k [K_i + \sum_{j<i}^k V_{ij}, \rho_{1\dots k}] + \sum_{i=1}^{k+1} Tr_{k+1}([V_{ik+1}, \rho_{1\dots k+1}]). \quad (21)$$

L'équation d'ordre k pour la matrice densité réduite $\rho_{1\dots k}$ est couplée à l'équation d'ordre $k+1$ via $\rho_{1\dots k+1}$. Ce couplage entre deux ordres successifs tient à l'interaction à deux corps V_{ij} et serait plus complexe si des interactions à 3, 4, ... corps étaient prises en compte dans l'hamiltonien total H (Eq.(1)) (comme ce devrait d'ailleurs être le cas en physique nucléaire où les interactions à 3 corps jouent un rôle a priori non négligeable [15]). L'ensemble de cette hiérarchie d'équations couplées est bien sûr équivalent à l'équation de départ de Liouville von Neumann (Eq.(3)). Son intérêt réside cependant dans la possibilité de la tronquer, c'est à dire de ne garder qu'une partie de la hiérarchie, moyennant une approximation de la forme

$$\rho_{1\dots k_0+1} \simeq \rho_{1\dots k_0+1}[\rho_1, \rho_{12}, \dots, \rho_{1\dots k_0}] \quad (22)$$

pour un certain ordre k_0 . Voyons maintenant plus explicitement comment fonctionne ce mécanisme de troncation et quelles équations (cinétiques) il permet d'obtenir.

2.2.2 Troncations de la hiérarchie BBGKY

2.2.2.1 Premier ordre : TDHF retrouvé

Afin d'illustrer les méthodes d'obtention d'équations cinétiques à partir de la hiérarchie BBGKY nous allons considérer la troncation la plus simple de la hiérarchie, qui porte sur la première équation

$$i \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = [K_1, \rho_1] + Tr_2([V_{12}, \rho_{12}]). \quad (23)$$

Pour "fermer" cette équation (et par la même tronquer la hiérarchie) il faut donc faire une hypothèse sur la forme de la matrice densité à deux corps ρ_{12} en fonction des matrices densité à un corps ρ_1 et ρ_2 . La plus simple de ces hypothèses consiste à supposer que 1 et 2 ne sont pas corrélées c'est à dire que $\rho_{12} = \rho_1 \rho_2$, ou s'il l'on veut tenir compte du principe de Pauli que $\rho_{12} = \mathcal{A}_{12}(\rho_1 \rho_2)$ (en représentation $|r\rangle$ on a alors explicitement : $\langle r_1 r_2 | \mathcal{A}_{12}(\rho_1 \rho_2) | r'_1 r'_2 \rangle = \langle r_1 | \rho_1 | r'_1 \rangle \langle r_2 | \rho_2 | r'_2 \rangle - \langle r_1 | \rho_1 | r'_2 \rangle \langle r_2 | \rho_2 | r'_1 \rangle$). Dans le premier cas nous parlerons d'approximation de Hartree, dans le second d'approximation de Hartree-Fock. Par souci de transparence nous nous restreindrons dans les manipulations formelles à l'approximation de Hartree, quitte à rétablir à la main l'antisymétrisation en fin de calcul, pour des applications où elle est indispensable. Avec l'hypothèse $\rho_{12} = \rho_1 \rho_2$ la troncation de la hiérarchie conduit immédiatement à une équation pour la matrice densité à un corps seule, qui s'écrit :

$$i \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = [K_1, \rho_1] + Tr_2[V_{12}, \rho_2 \rho_1] = [K_1 + Tr_2(V_{12} \rho_2), \rho_1] = [h_1, \rho_1] \quad (24)$$

Et l'on retrouve l'équation TDHF (Eq.(7)) à l'antisymétrisation près.

Il est intéressant de considérer ici la limite (semi)-classique de l'équation Eq.(24) ou de (7). La limite classique "simpliste" s'obtient en remplaçant les commutateurs par des crochets de Poisson, soit formellement :

$$[.,.] \rightarrow \{.,.\} = ._r \partial \partial_p . - ._p \partial \partial_r . \quad (25)$$

où la position de l'indice indique dans quelle direction (à gauche ou à droite !) agit l'opérateur de dérivation. On obtient ainsi l'équation de Vlasov :

$$\frac{\partial f_1(r_1, p_1, t)}{\partial t} = \{h_1, f_1\} = \frac{\partial h_c}{\partial r_1} \frac{\partial f_1}{\partial p_1} - \frac{p_1}{m} \frac{\partial f_1}{\partial r_1} \quad (26)$$

où l'hamiltonien à un corps classique s'écrit :

$$h_c(r_1, p_1) = \frac{p_1^2}{2m} + \int dr_2 dp_2 V_{12} f(r_2, p_2). \quad (27)$$

Notons au passage que cette équation de Vlasov classique peut se retrouver directement à partir de la hiérarchie BBGKY classique [14]. Au niveau de cette équation de Vlasov Eq.(26) rien ne distingue une approximation classique d'une approximation semi-classique, au sens où nous l'avons définie au début de cette partie.

2.2.2.2 Deuxième ordre : vers les équations cinétiques

La troncation de la hiérarchie BBGKY à l'ordre le plus bas nous a permis de retrouver la théorie du champ moyen dépendant du temps. Voyons comment aller au delà de cette approximation du champ moyen, l'idée étant cependant toujours d'aboutir à une équation pour la matrice densité à un corps. Dans le cadre de la hiérarchie BBGKY il est donc tout naturel de chercher un schéma de troncation à l'ordre 2 c'est à dire une approximation de la forme $\rho_{123} \simeq \rho_{123}[\rho_{12}, \rho_3]$. Moyennant une telle approximation la stratégie du calcul sera alors la suivante. On résoudra la deuxième équation de la hiérarchie en ρ_{12} en fonction de ρ_1 et ρ_2 , ce qui permettra de réécrire la première équation de la hiérarchie en fonction de la matrice densité à un corps ... et nous aurons alors obtenu ce que l'on appelle traditionnellement une équation cinétique. Pour réaliser ce programme il nous faut donc considérer cette fois-ci les deux premières équations de la hiérarchie BBGKY, l'équation Eq.(23) et

$$i \frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = [K_1 + K_2 + V_{12}, \rho_{12}] + Tr_3([V_{13} + V_{23}, \rho_{123}]). \quad (28)$$

Notons que le fait de conserver une équation dynamique pour la matrice densité à deux corps ρ_{12} (Eq.(28)) traduit la possibilité que nous nous laissons de traiter, au moins de façon approximative, les corrélations via ρ_{12} , possibilité que nous nous étions interdite en imposant la forme explicite de ρ_{12} dans le schéma de troncation champ moyen.

Voyons donc comment tronquer la hiérarchie à l'ordre deux. Nous allons commencer par raisonner sur le cas "simple" d'un système dilué, et en oubliant la statistique fermionique, ce qui va nous conduire à une équation de type Boltzmann quantique [16]. Dans une deuxième étape nous adapterons la démonstration au cas d'un système de fermions denses comme le noyau. Pour "démontrer" l'équation de Boltzmann quantique nous faisons deux hypothèses : i) nous admettons que le système est dilué (ce qui revient à prendre $\rho_{123} \simeq 0$) et que le potentiel à deux corps V_{12} est de courte portée; ii) nous faisons l'hypothèse dite

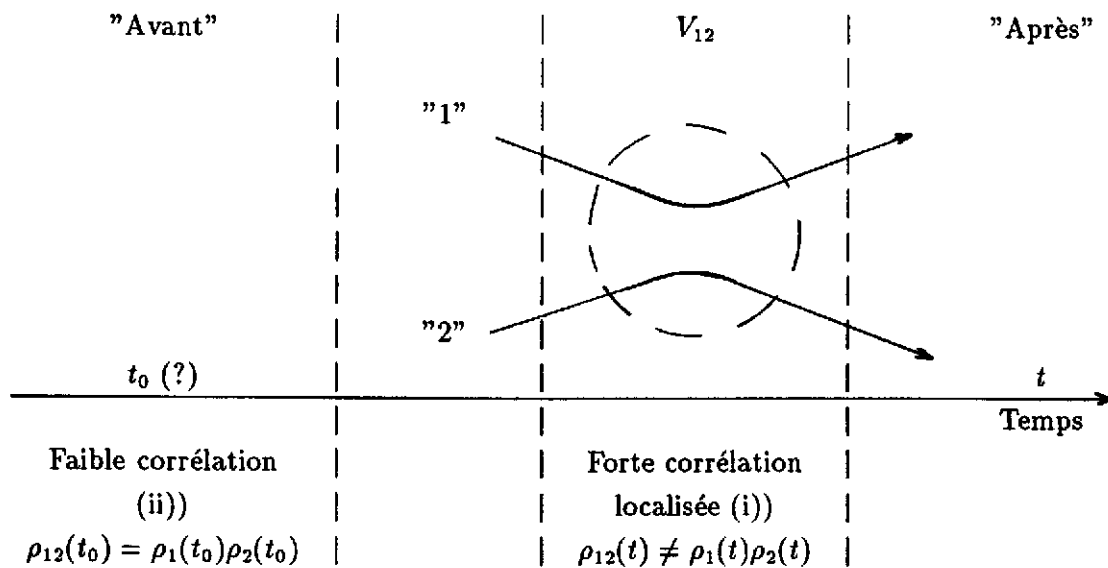


Figure 2: Collisions élémentaires dans l'équation de Boltzmann

Schématisme de la décorrélation de la matrice densité à deux corps ρ_{12} à un temps $t_0 \ll t$. L'hypothèse du chaos moléculaire ii) (voir texte) permet de décorréler les deux particules à un instant arbitraire t_0 suffisamment "antérieur". C'est cette décorrélation qui introduit un "Avant" et un "Après" et donc l'irréversibilité dans l'équation de Boltzmann.

du *chaos moléculaire* qui va permettre de briser les corrélations entre particules. Avant de poursuivre il faut noter le manque de cohérence de l'approximation qui consiste à choisir $\rho_{123} = 0$. En toute rigueur une telle hypothèse entraîne $\rho_{12} = \rho_1 = 0$ par traces successives (Eq.(18))... ce qui n'est guère souhaitable même si c'est une hypothèse classique pour obtenir l'équation de Boltzmann de manière phénoménologique. Un schéma "propre" de troncation de la hiérarchie devrait en principe permettre de respecter la condition Eq.(18) [17], comme c'est par exemple le cas du schéma conduisant à TDHF. Pour simplifier la présentation nous garderons cependant dans la suite de ce paragraphe la troncation "brutale" $\rho_{123} = 0$.

Considérons une paire de particules 1, 2 qui interagissent à l'instant t . Comme le système est dilué nous pouvons donc négliger l'effet des autres particules sur ce processus élémentaire d'interaction. L'interaction correspond cependant à une forte corrélation entre 1 et 2 au moins temporairement. Ceci signifie que $\rho_{12} \neq \rho_1\rho_2$ au moins pendant un certain temps. En fait d'après l'hypothèse i) cette forte corrélation reste "localisée" en temps à cause de la faible portée de V_{12} . Il existe donc un instant t_0 antérieur à t où la corrélation entre 1 et 2 est faible et où l'on peut donc admettre que $\rho_{12}(t_0) \simeq \rho_1(t_0)\rho_2(t_0)$: c'est l'hypothèse du chaos moléculaire (ii)). Cela signifie que les collisions élémentaires entre particules sont indépendantes les unes des autres. Avant une collision la mémoire des corrélations ($\rho_{12} \neq \rho_1\rho_2$) dues à des collisions antérieures est ainsi éliminée, ce qui introduit une distinction entre l'avant et l'après collision : c'est l'origine de l'irréversibilité de l'équation de Boltzmann. Notons enfin que si la condition de décorrélation $\rho_{12}(t_0) = \rho_1(t_0)\rho_2(t_0)$ ressemble au schéma de troncation TDHF (section 2.2.2.1) sa signification est très différente. Dans TDHF $\rho_{12} = \rho_1\rho_2$ à tout instant et TDHF est en conséquence réversible; ici ce n'est qu'à l'instant $t = t_0$ que la factorisation est possible et l'équation résultante sera

irréversible.

L'hypothèse du chaos moléculaire nous a permis de décorréler ρ_{12} à l'instant t_0 , mais nous cherchons une équation pour la matrice densité à un corps à l'instant t et non à t_0 . Il reste donc à évaluer ρ_{12} à l'instant t avec cette dernière hypothèse du chaos moléculaire. Pour ce faire il nous faut donc propager ρ_1 , ρ_2 et ρ_{12} entre t_0 et t . Les densités à un corps évoluent presque librement et l'on se restreindra donc à une propagation par l'opérateur cinétique K alors que la matrice densité à deux corps évolue à la fois via les K_i et via V_{12} . Schématiquement on peut donc écrire

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1(t_0) \xrightarrow{K_1} \rho_1(t) \\ \rho_{12}(t_0) \xrightarrow{K_1+K_2+V_{12}} \rho_{12}(t) \end{array} \right\} \xrightarrow{t_0 \ll t} \rho_{12}(t) = \Omega_{12} \rho_1(t) \rho_2(t) \Omega_{12}^\dagger \quad (29)$$

où $\Omega_{12} = \Omega_{12}(K_1, K_2, V_{12}, t)$ est l'opérateur dit de Möller, directement relié à la matrice de diffusion T_{12} par la relation $T_{12} = V_{12} \Omega_{12}$ [16, 18]. Notons que l'introduction de l'opérateur de diffusion T_{12} découle de l'hypothèse $t_0 \ll t$ qui permet formellement de prendre la limite $t_0 \rightarrow -\infty$. L'équation Eq.(29) exprime donc explicitement la matrice densité à deux corps en fonction de la matrice densité à un corps, le tout à l'instant t . Reportant cette expression dans la première équation de la hiérarchie BBGKY Eq.(23) on obtient une équation pour la matrice densité à un corps :

$$i \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = [K_1, \rho_1] + Tr_2([V_{12}, \Omega_{12} \rho_1 \rho_2 \Omega_{12}^\dagger]) = [K_1, \rho_1] + I_{coll} \quad (30)$$

qui n'est autre qu'une forme non développée d'une équation de Boltzmann quantique. Le premier commutateur correspond à la propagation libre (suivant K seul) et le deuxième représente le terme de collisions, quadratique en la matrice densité à un corps. La réduction à la forme Boltzmann habituelle Eq.(15) nécessiterait quelques calculs supplémentaires qui ne sont pas indispensables pour notre propos. Voyons plutôt dans quelle mesure le calcul que nous venons de présenter brièvement peut être adapté au cas nucléaire.

Dans le cas nucléaire nous devons revoir les hypothèses de départ (i) et ii)) de notre calcul. L'hypothèse de système dense est peu justifiée et l'interaction élémentaire V_{12} ne peut à proprement parler être considérée comme de courte portée. La distance relative entre deux nucléons est en effet comparable à la portée de l'interaction nucléaire forte. L'hypothèse i) du calcul précédent ne peut donc être préservée telle quelle. Mais une deuxième difficulté vient s'ajouter ici, due à l'indiscernabilité des particules, dont nous avons volontairement oublié de tenir compte précédemment : le principe de Pauli doit être traité correctement ! Une fois identifiées ces deux difficultés, il s'avère que la stratégie de la démonstration précédente peut être adaptée. Mais il faut noter que ceci n'est possible que moyennant une stratégie de troncature astucieuse [18]. Les schémas de troncature trop "simples" [19] conduisent à des difficultés formelles graves [17].

On étudie donc le processus d'interaction entre 1 et 2 en présence d'un nucléon avoisinant 3. Et il est alors aisé de reconnaître la théorie de Brückner dans ce traitement de la diffusion [20]. On remplace donc l'opérateur de Möller Ω_{12} par un nouvel opérateur de Möller Ω'_{12} qui décrit la diffusion de 1 par rapport à 2, dans le milieu nucléaire. Ceci revient à passer de la matrice de diffusion T_{12} à une matrice de diffusion dans le milieu, dite matrice de Brückner G_{12} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_{12} \longrightarrow \Omega'_{12} \\ T_{12} = V_{12} \Omega_{12} \longrightarrow G_{12} = V_{12} \Omega'_{12} \end{array} \right. \quad (31)$$

Pour "retrouver" l'hypothèse de faible portée de l'interaction élémentaire il "suffit" alors de séparer l'action de G_{12} en deux contributions : la partie longue portée de l'interaction va ainsi apparaître sous la forme d'un champ moyen U que l'on déduit de la partie réelle de G_{12} par moyenne ad-hoc; et la partie courte portée de l'interaction (reliée à la partie imaginaire de G_{12}) entraîne l'apparition d'un terme de collision de type Boltzmann. La propagation en temps des matrices densités s'écrit donc, dans ce nouveau contexte :

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1(t_0) \\ \rho_{12}(t_0) \end{array} \right\} \xrightarrow{t_0 \ll t} \left. \begin{array}{l} \rho_1(t) \\ \rho_{12}(t) \end{array} \right\} = \Omega'_{12} \mathcal{A}_{12}(\rho_1(t)\rho_2(t)) \Omega'_{12}{}^+ \quad (32)$$

où l'indiscernabilité des particules est prise en compte dans l'opérateur d'antisymétrisation \mathcal{A}_{12} et dans la propagation de ρ_{12} via l'opérateur de blocage de Pauli Q_{12} qui interdit la diffusion des nucléons vers les états occupés. En séparant explicitement champ moyen et terme de collisions on obtient finalement une équation type Boltzmann quantique, adaptée au contexte nucléaire :

$$i \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - [K_1 + U_1, \rho_1] = I_{coll} = 2\pi i T r_2 \{ G_{12} \mathcal{A}_{12}(\rho_1 \rho_2) G_{12}^+ (1 - \rho_1)(1 - \rho_2) - G_{12} \mathcal{A}_{12}((1 - \rho_1)(1 - \rho_2)) G_{12}^+ \rho_1 \rho_2 \} \quad (33)$$

Il est intéressant de comparer cette dernière équation à l'équation Eq.(30). On remarque l'apparition i) d'un champ moyen U , ii) et d'un terme de collisions modifié avec des facteurs de blocage de Pauli $(1 - \rho)$. Par ailleurs l'interaction nue est remplacée par une interaction effective qui prend en compte les effets de milieu ($T_{12} \rightarrow G_{12}$). Comme précédemment dans le cas de l'équation de Boltzmann élémentaire, il est cependant nécessaire de continuer le calcul pour obtenir une forme "habituelle" de cette équation cinétique.

2.2.2.3 Une équation de Boltzmann nucléaire, semi-classique

En physique des ions lourds, seule la version semi-classique de l'équation Eq.(33) est utilisée. L'équation de Boltzmann nucléaire se réduit alors à la forme familière :

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \{f_1, h_c\} = I_{coll}^{UV} \quad (34)$$

où apparaît un terme de collisions semblable au terme de collisions phénoménologique de Uehling et Ulhenbeck [4, 5] qui s'écrit

$$I_{coll}^{UV} = \int dp_1 dp_2 dp_3 W(12, 34) [(1 - f_1)(1 - f_2)f_3 f_4 - (1 - f_3)(1 - f_4)f_1 f_2] \quad (35)$$

en fonction du taux de collisions

$$W(12, 34) = \frac{1}{4m^2} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3 - \epsilon_4) \quad (36)$$

Dans ces dernières équations nous avons adopté les conventions de notation habituelles : $f_i = f(r, p_i, t)$ et $\epsilon_i = p_i^2/2m + U_i = h_c(r_i, p_i)$ (Eq.(27)). Par ailleurs la section efficace différentielle $d\sigma/d\Omega$ peut être évaluée à partir de G_{12} ($d\sigma/d\Omega \sim |G_{12}|^2$). Cette cohérence entre champ moyen et terme de collision, via G_{12} , mérite d'être soulignée. Ce résultat est intuitivement clair : il n'y a qu'une interaction nucléon-nucléon dont les effets se partagent, arbitrairement, entre champ moyen et interaction résiduelle, que ce

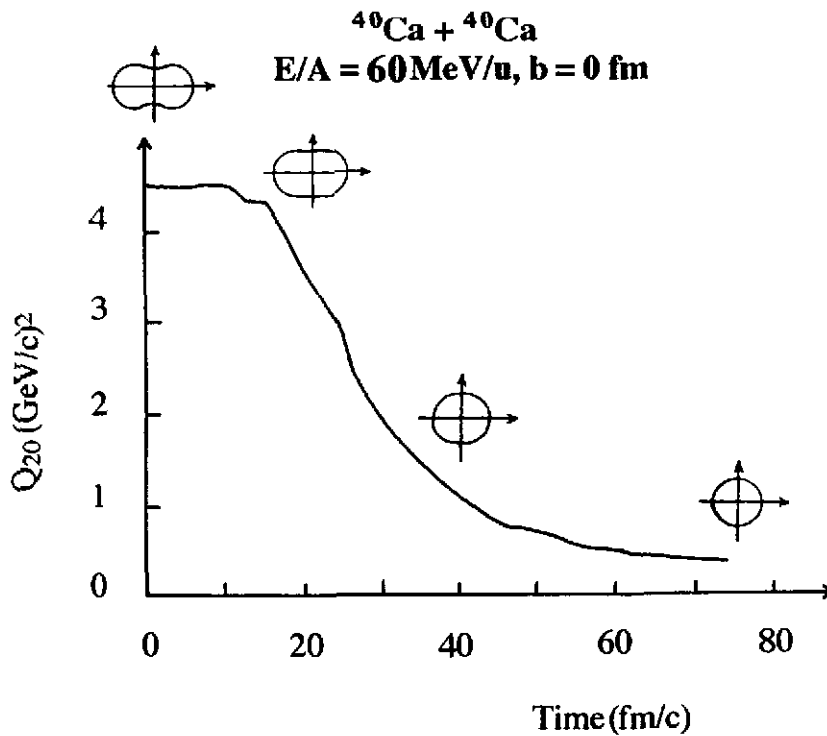


Figure 3: Evolution en temps du moment quadrupolaire de la distribution d'impulsions au cours d'une collision d'ion lourds typique des énergies de faisceau au voisinage de l'énergie de Fermi

Evolution en temps (fm/c) du moment quadrupolaire

$$Q_{20} = \int dr dp f(r, p, t) (2p_x^2 - p_y^2 - p_z^2)$$

de la distribution d'impulsions (en GeV/c^2) au cours d'une collision $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ à une énergie de faisceau de 60 MeV/u et à paramètre d'impact nul. Nous avons également indiqué sur cette figure la forme de la distribution d'impulsions à divers instants.

soit au niveau quantique (Eq.(33)) ou semi-classique (Eq.(34)). Dans la pratique cela signifie que l'on ne peut donc a priori choisir indépendamment champ moyen et section efficace entrant dans le terme de collisions. Notons enfin que l'équation Eq.(34) redonne bien une équation type champ moyen à basse énergie de faisceau. Dans ce cas en effet la plupart des collisions élémentaires sont bloquées par le principe de Pauli et $I_{coll}^{UU} \sim 0$. L'équation (34) se réduit alors essentiellement à l'équation de Vlasov Eq.(26) qui n'est autre que l'analogie semi-classique de TDHF.

L'équation (34) avec le terme de collisions Eq.(35) sert de base à tous les calculs de simulations du type BUU, VUU, LV, BNV,... développés au cours de la dernière décennie. Ces calculs ont été appliqués à de nombreuses situations en physique des ions lourds (voir par exemple [1, 6]) avec un certain succès. Nous ne discuterons pas ici des détails de ces applications. Nous nous contentons de montrer sur un exemple qu'un calcul type LV (ou BUU) conduit effectivement à une thermalisation du système, contrairement par exemple à un calcul TDHF [12]. Ce comportement est illustré sur la figure (Figure 3) où est représenté en fonction du temps le moment quadrupolaire Q_{20} de la distribution d'impulsions

au cours d'une réaction typique dans la gamme des énergies de Fermi. Le moment quadrupolaire décroît fortement jusqu'à atteindre des valeurs proches de 0 ce qui illustre la thermalisation du système (isotropie des vitesses) et donc la formation d'un noyau chaud au cours de cette réaction.

2.3 Remarques finales

Essayons de faire un bilan des discussions présentées dans cette première partie. Tout d'abord on peut remarquer que la hiérarchie BBGKY offre un schéma théorique cohérent qui permet d'obtenir, plus ou moins systématiquement, des approximations du problème à A corps sous forme d'équations cinétiques. Nous avons vu en particulier que l'équation de Boltzmann nucléaire (section 2.2.2.2) intègre champ moyen et processus élémentaires, et ce de façon cohérente. Le potentiel moyen U et la section efficace élémentaire $d\sigma/d\Omega$ se déduisent directement d'une seule et même matrice de Brückner G_{12} qui décrit les interactions entre nucléons dans un milieu nucléaire. En ce sens nous avons donc "rempli notre contrat" puisque nous cherchions précisément à décrire un régime qui interpole entre les dynamiques champ moyen et des collisions élémentaires. Cette équation de Boltzmann nucléaire conduit également à des régimes dissipatifs qui permettent de comprendre par exemple la formation des noyaux chauds.

Pour obtenir cette équation de Boltzmann nucléaire nous avons cependant passé sous silence un certain nombre de difficultés qu'il est indispensable de mentionner. Le principal problème que nous avons soigneusement occulté jusqu'ici concerne les échelles de temps. Pour fixer les idées voyons quelles échelles de temps sont mises en jeu au cours d'une réaction entre ions lourds à une énergie de l'ordre d'une centaine de MeV par nucléon. Au niveau de l'équation de Boltzmann nucléaire, nous devons essentiellement considérer 3 temps : i) la durée d'une collision élémentaire τ_{coll} qui vaut typiquement quelques fm/c ($\tau_{coll} \sim 3 - 5 fm/c$); ii) l'intervalle de temps moyen entre 2 collisions vaut quant à lui typiquement $\Delta t_{coll} \lesssim 10 fm/c$; iii) enfin, le temps caractéristique d'évolution du champ moyen est lui aussi de l'ordre d'une dizaine de fm/c ($\tau_{ch.moy.} \sim 10 fm/c$). L'examen de ces 3 quantités (i) à iii) montre clairement que le découplage des échelles de temps au cours d'une telle collision est très faible, autrement dit :

$$\tau_{coll} \ll \Delta t_{coll} \lesssim \tau_{ch.moy.} \quad (37)$$

Ce faible découplage a des conséquences fondamentales sur le plan formel. Tout d'abord il devient difficile de "découpler" la matrice densité à deux corps ρ_{12} à un hypothétique instant t_0 antérieur à la collision. En fait ce découplage ($\rho_{12}(t_0) \sim \rho_1(t_0)\rho_2(t_0)$) n'a de sens que modulo la durée d'une collision τ_{coll} qui est supposée infiniment courte par rapport à tous les autres échelles de temps. Il devient dès lors possible non seulement de décorrélérer la paire 1, 2 à t_0 mais aussi la matrice densité globale ρ_{12} à cet instant. Autrement dit on ne regardera pas la physique à une échelle de temps de l'ordre de τ_{coll} . L'hypothèse du chaos moléculaire est donc mise à mal dans le cas d'un faible découplage des échelles de temps. De plus la nature Markovienne des collisions, c'est à dire le fait que les collisions successives soient indépendantes les unes des autres est elle aussi remise en cause. On devrait donc a priori traiter les collisions élémentaires en tenant compte de "l'histoire" antérieure des nucléons. Ces effets de mémoire peuvent effectivement être introduits dans une équation cinétique de type Boltzmann mais conduisent à une équation dont la structure est beaucoup plus complexe [21].

Une deuxième classe de difficultés réside dans l'approximation semi-classique finale que nous avons été amenés à faire à la fin de notre démonstration, pour obtenir la forme finale Eq.(34). Cette dernière

approximation, si elle semble naïvement simple à justifier (section 2.2.2.1) cache en fait de subtiles difficultés. Tout d'abord le passage au régime semi-classique (ou classique) a pour conséquence importante de "mettre sur couche" les nucléons. Autrement dit la description classique définit instantanément l'énergie de chaque particule pourvu que l'on connaisse ses position et impulsion. Cette propriété n'est pas forcément souhaitable dans le contexte des collisions d'ions lourds où des effets hors couches peuvent a priori se manifester. Par ailleurs le passage "élémentaire" à la limite classique (Eq.(25)) correspondant à $\hbar \rightarrow 0$ est en fait non trivial et demande quelques précautions [22].

Enfin une dernière classe de difficultés concerne la mise en œuvre numérique de l'équation de Boltzmann nucléaire. De nombreux algorithmes ont été développés pour simuler cette équation et ce n'est pas le lieu ici de discuter de leur pertinence, mais il faut noter que la résolution numérique de ce type d'équation soulève de nombreuses difficultés. Nous renvoyons le lecteur intéressé aux références pertinentes sur ce sujet [1, 6, 23, 24, 25, 26]. Nous aurons cependant l'occasion de revenir sur ce point un peu plus bas (section 4.1).

3 Descriptions alternatives

Nous avons vu dans la première partie comment obtenir une équation cinétique type Boltzmann adaptée au cas nucléaire. Nous avons également discuté des limitations de la démonstration d'une telle équation et souligné l'intérêt des simulations de ces équations pour les applications pratiques, par exemple à la physique des noyaux chauds. Dans cette deuxième partie nous allons nous intéresser à une autre classe de questions. Nous supposons l'équation de Boltzmann nucléaire "acquise" et nous nous demandons si cette approche constitue une théorie satisfaisante des collisions d'ions lourds.

Pour apporter des éléments de réponse à cette question considérons brièvement la moisson de résultats obtenus dans l'analyse des collisions d'ions lourds au voisinage de l'énergie de Fermi (on pourra aussi se reporter au cours de D. Durand dans ce volume). De nombreux phénomènes ont été étudiés en détail, et des succès ont été remportés dans l'interprétation théorique des mesures, en particulier au niveau de la formation des noyaux chauds [1, 27]. Mais l'équation de Boltzmann nucléaire a également montré ses limites, par exemple pour l'étude de la production de particules rares (mésons sous le seuil, ..) [28] ou pour celle de la formation de fragments de masses intermédiaires, qui constitue, rappelons le, une voie importante de désexcitation des noyaux chauds [29]. La dynamique des collisions nucléaires est fortement dissipative, en particulier dans la voie d'entrée (Figure 3). Des arguments standards de physique statistique hors d'équilibre suggèrent donc la présence de grandes fluctuations, fluctuations qui ne sont pas prises en compte au niveau d'une équation "moyenne" comme l'équation de Boltzmann. On pourra se reporter à ce sujet au cours de R. Balian dans ce volume ou à des ouvrages généraux de physique statistique [30].

Il semble donc indispensable d'aller "au-delà" de l'équation de Boltzmann nucléaire, pour rendre compte de la multitude des phénomènes observés au cours des collisions nucléaires auxquelles nous nous intéressons ici. Deux voies d'approche ont été développées... au delà de l'équation de Boltzmann nucléaire. Dans une première catégorie d'approches on reste dans la logique des équations cinétiques en introduisant des extensions stochastiques de ces équations. Ces modèles sont connus sous le terme générique d'approches Boltzmann-Langevin. Dans une deuxième catégorie d'approches on tente de revenir directement au problème à A corps initial, mais en traitant de manière approximative la nature quantique des nucléons. Ces méthodes relèvent de la Dynamique Moléculaire et constituent aujourd'hui une voie active de recherche, alternative aux descriptions cinétiques. Dans cette partie nous allons successivement étudier ces deux classes d'approches.

3.1 Extensions stochastiques d'équations cinétiques

3.1.1 Une équation de Boltzmann Langevin "naïve"

Nous présentons ici une introduction intuitive aux extensions stochastiques d'équations cinétiques. Mais avant d'entrer dans le vif du sujet il n'est pas inutile de rappeler quelques éléments sur le mouvement Brownien, qui sert de prototype aux approches stochastiques de processus dynamiques complexes.

Dans le mouvement Brownien, une particule lourde (et donc lente) M de masse m et de vitesse v (la particule Brownienne) est supposée se déplacer à l'intérieur d'un gaz de particules légères (et donc rapides) caractérisé par sa température T . Les interactions entre la particule et le gaz provoquent un ralentissement de M . On peut imaginer de caractériser ce ralentissement par une friction γ et donc écrire

une équation du mouvement de la forme :

$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma v \quad (38)$$

Mais ce modèle simpliste contredit l'expérience. Les trajectoires de particules Browniennes ne sont pas rectilignes, mais semblent au contraire "erratiques", autour d'une trajectoire moyenne [31]. Pour décrire ce phénomène, l'idée de Langevin est de compléter l'équation Eq.(38) par un terme stochastique qui simule l'effet des collisions entre M et le gaz, non pris en compte dans la moyenne que traduit le paramètre de friction γ . L'équation Eq.(38) devient donc :

$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma v + F(t) \quad (39)$$

où le terme complémentaire F est une force stochastique (ou aléatoire) gaussienne, dite de Langevin, et que l'on caractérise par sa valeur moyenne

$$\langle F(t) \rangle = 0 \quad (40)$$

et sa fonction de corrélation

$$\langle F(t)F(t') \rangle = a^2 \delta(t - t'). \quad (41)$$

où a représente l'intensité de F . La notion de valeur moyenne, symbolisée par les crochets $\langle . \rangle$, mérite un commentaire. Le passage de la description déterministe Eq.(38) au modèle stochastique Eq.(39) revient à remplacer la vitesse v caractérisant la particule Brownienne par un ensemble de vitesses possibles :

$$v \longrightarrow \{v_\lambda, \lambda = 1, \dots\} \quad (42)$$

Chaque élément de cet ensemble évolue suivant sa propre histoire en fonction des réalisations de la force F . Les crochets $\langle . \rangle$ représentent une moyenne sur cet ensemble de réalisations de F , donc sur l'ensemble des vitesses. Il est également intéressant de noter que la fonction de corrélation Eq.(41) est Markovienne, c'est à dire que deux réalisations successives de F sont indépendantes l'une de l'autre.

Moyennant les seules hypothèses Eqs.(40) et (41), et le fait que le gaz est supposé à l'équilibre à la température T , il est aisé de montrer que a n'est pas un paramètre libre du problème, mais s'exprime en fonction des données comme :

$$a^2 = 2\gamma T. \quad (43)$$

Ce résultat, connu sous le nom de relation d'Einstein, représente une expression du théorème fluctuations dissipation [32].

Le mouvement Brownien que nous venons de présenter rapidement s'applique en fait à une multitude de problèmes, en physique ou dans d'autres domaines scientifiques [34]. Dès qu'il est possible de sélectionner une variable lente par rapport à un "bain" de variables rapides plus ou moins en équilibre, on peut imaginer de traiter le problème comme un processus de Langevin. De fait ce type de descriptions a, depuis longtemps [33], remporté de nombreux succès [34]. L'applicabilité éventuelle d'une approche de Langevin aux équations cinétiques repose, quant à elle, sur l'idée suivante. Supposons que l'on considère un système dont l'évolution globale (par le terme de collisions de Boltzmann) est lente par rapport à l'échelle de temps associée aux processus élémentaires (ce qui est a priori un cas typique d'application de l'équation de Boltzmann). Dans ces conditions on peut considérer le terme de collisions de Boltzmann comme l'effet moyen des collisions sur la distribution à un corps $f(r, p, t)$, que l'on peut (doit) compléter

par un terme de fluctuations, analogue à une force de Langevin. Comme dans le cas du mouvement Brownien élémentaire on passe donc d'une représentation du système par une fonction de distribution $f(r, p, t)$ à un ensemble :

$$f(r, p, t) \longrightarrow \{f_\lambda(r, p, t), \lambda = 1, \dots, N_{ens}\} \quad (44)$$

tel que

$$f(r, p, t) = \frac{1}{N_{ens}} \sum_{i=1}^{N_{ens}} f_\lambda(r, p, t) \quad (45)$$

et l'on étudie donc une sorte de mouvement de diffusion des distributions à un corps dans l'espace abstrait des fonctions de distribution à un corps.

Voyons sur le cas simple d'une équation de Boltzmann linéarisée comment compléter un terme de collision type Boltzmann par un terme de fluctuations. Nous reprenons ici un calcul ancien, mais très pédagogique, auquel le lecteur pourra se reporter [35]. Considérons une équation de Boltzmann pour des particules classiques, dans l'approximation du temps de relaxation

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m} \cdot \nabla_r f = \frac{f - f_\infty}{\tau} \quad (46)$$

où f_∞ désigne la distribution d'équilibre de Maxwell Boltzmann et τ le temps de relaxation vers cet équilibre. Par analogie avec le mouvement Brownien on écrira donc une extension stochastique de l'équation Eq.(46) sous la forme

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m} \cdot \nabla_r f = \frac{f - f_\infty}{f_\infty} + \delta I_{coll}(r, p, t) \quad (47)$$

où $\delta I_{coll}(r, p, t)$ représente un terme de collisions "fluctuant", en espace de phase, analogue à la force de Langevin F (Eq.(39)), et lui aussi caractérisé par ses deux premiers moments :

$$\langle \delta I_{coll} \rangle = 0 \quad (48)$$

et

$$\langle \delta I_{coll}(r, p, t) \delta I_{coll}(r', p', t') \rangle \propto 2\delta(t - t')\delta(r - r') \frac{1}{\tau f_\infty}. \quad (49)$$

La fonction de corrélation Eq.(49) est locale en espace r ($\delta(r - r')$) et le processus est Markovien ($\delta(t - t')$), comme les collisions élémentaires qui entrent dans le terme de collisions de Boltzmann. Enfin on remarquera que la fonction de corrélation Eq.(49) est proportionnelle à "l'intensité" du terme de collisions ($1/(\tau f_\infty)$). Ceci traduit les liens étroits entre dissipation moyenne (terme de collisions de Boltzmann) et fluctuations (terme de collisions fluctuant). Nous retrouvons à nouveau une expression du théorème fluctuations-dissipation [32]. L'équation de Boltzmann-Langevin Eq.(47) constitue donc une extension stochastique "à la Langevin" de l'équation de Boltzmann.

3.1.2 De BBGKY à Boltzmann-Langevin

Peut on relier les arguments heuristiques de la section 3.1.1 au schéma général d'obtention d'équations cinétiques à l'aide de la hiérarchie BBGKY ? Autrement dit, est il possible de faire apparaître, dans le cadre d'un schéma de troncation de BBGKY, un terme que l'on pourrait interpréter comme un terme stochastique ? L'extension des arguments de la section 3.1.1 au cas général, et au cas nucléaire en particulier, requiert quelques manipulations supplémentaires par rapport aux arguments simples que nous venons de développer. Tout d'abord il faut noter que les arguments de la section 3.1.1 ont été

appliqués à des équations linéaires, que ce soit le mouvement Brownien élémentaire Eq.(38), où l'équation de Boltzmann dans l'approximation du temps de relaxation Eq.(46). La première difficulté consiste donc à étendre les idées de Langevin au cas de processus non linéaires. Par ailleurs nous nous intéressons à des processus fort éloignés de l'équilibre pour lesquels des approximations type temps de relaxation Eq.(46) sont sans doute peu adaptées. Pour transposer les arguments de la section 3.1.1 nous allons donc nous autoriser une hypothèse supplémentaire sur laquelle nous reviendrons plus bas. Supposons qu'il existe un temps τ_{BL} durant lequel les fluctuations sont faibles, si bien qu'un traitement linéaire, autour d'une dynamique Boltzmann (non nécessairement linéaire), est concevable. Cette hypothèse revient donc à admettre qu'il existe τ_{BL} tel que

$$\tau_{coll} \ll \tau_{BL} < \tau_I \quad (50)$$

où τ_I dénote le temps caractéristique associé à l'effet (global) du terme de collisions de Boltzmann I_{coll} (Eq.(15) ou Eq.(34)). Dans le cas nucléaire nous avons vu apparaître un champ moyen et il faut donc aussi admettre que $\tau_{BL} < \tau_{ch.moy.}$ dans ce cas.

Si nous reprenons maintenant notre schéma de troncation de la hiérarchie BBGKY (section 2.2.2.2) nous allons cette fois considérer la propagation des matrices densité durant τ_{BL} , mais en relaxant l'hypothèse du chaos moléculaire (qui sinon conduirait à l'équation de Boltzmann), c'est à dire en écrivant [36]

$$\rho_{12}(t_0) = \rho_1(t_0)\rho_2(t_0) \longrightarrow \rho_{12}(t_0) = \rho_1(t_0)\rho_2(t_0) + \delta\rho_{12}(t_0) \quad (51)$$

avec la condition

$$\langle \delta\rho_{12}(t_0) \rangle_{\tau_{BL}} = 0. \quad (52)$$

Il est important de noter ici comment l'hypothèse du chaos moléculaire $\delta\rho_{12}(t_0) = 0$ est remplacée par une condition, plus faible, sur la moyenne $\langle . \rangle_{\tau_{BL}}$. Ceci rétablit des corrélations dans les matrices densités à deux corps, tout en les annulant en moyenne, ce qui permet de retrouver, en moyenne, l'évolution Boltzmann. La nature de la moyenne mérite également une remarque. Il ne s'agit pas, contrairement aux cas simples de la section 3.1.1, de moyennes sur l'ensemble de toutes les densités à un corps. On se restreint ici à des moyennes durant l'intervalle de temps τ_{BL} , ce qui revient à ne considérer qu'un sous-ensemble de l'ensemble des matrices densités à un corps, autour d'une matrice densité moyenne qui suit l'équation de Boltzmann. Cette distinction est subtile mais fondamentale car c'est elle qui permet d'accomoder les démonstrations précédentes au régime non linéaire. Le lecteur pourra trouver des détails sur ce point dans [36, 37, 38]. Pour la suite du raisonnement il suffit cependant de garder à l'esprit l'importance de τ_{BL} qui permet de transposer le formalisme de la section 3.1.1 à des cas plus généraux.

La propagation en temps de la matrice densité Eq.(51) conduit à une nouvelle équation pour la matrice densité à un corps, équation que l'on peut écrire sous la forme schématique

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\rho_1}{\partial t} &\simeq [K_1, \rho_1] + Tr_2([V_{12}, \Omega_{12}\rho_1\rho_2\Omega_{12}^+]) \\ &+ Tr_2([V_{12}, \text{propagation de } \delta\rho_{12} \text{ de } t_0 \text{ à } t]) \end{aligned} \quad (53)$$

dans le cas simple de l'équation de Boltzmann quantique Eq.(30). La dernière étape du calcul consiste à faire l'hypothèse supplémentaire de traiter le dernier terme de l'équation Eq.(53) comme un terme de collisions stochastique δI_{coll} que l'on va donc caractériser par sa valeur moyenne

$$\langle \delta I_{coll} \rangle_{\tau_{BL}} = 0. \quad (54)$$

et sa fonction de corrélation durant τ_{BL} , qui s'exprime en fonction des termes de gain et de perte de l'intégrale de collisions de Boltzmann :

$$\langle \delta I_{coll}(r, p, t) \delta I_{coll}(r', p', t') \rangle_{\tau_{BL}} \sim \text{termes de gain} + \text{perte} \quad (55)$$

L'hypothèse (cruciale) selon laquelle on peut traiter le dernier terme de l'équation Eq.(53) comme un terme stochastique peut paraître quelque peu ad hoc. Si la condition Eq.(50) est effectivement remplie il est cependant vraisemblable que ce terme représente bien une fluctuation par rapport au terme de collisions $Tr_2([V_{12}, \Omega_{12} \rho_1 \rho_2 \Omega_{12}^\dagger])$.

Dans le cas nucléaire, comme pour la démonstration de l'équation de Boltzmann (section 2.2.2.2), l'interaction nue est remplacée par une matrice de Brückner ($\Omega_{12} \rightarrow \Omega'_{12}$) et il faut tenir compte correctement des effets liés au principe de Pauli, mais la stratégie du calcul reste semblable. La dernière étape consiste à prendre la limite semi-classique et l'on obtient finalement une extension stochastique de l'équation de Boltzmann nucléaire sous la forme :

$$\frac{\partial f_\lambda}{\partial t} + \{f_\lambda, h\} = I_{coll}^{UU}[f_\lambda] + \delta I_{coll}^{UU}(r, p, t) \quad (56)$$

où apparaissent un terme de collisions de type Uehling-Uhlenbeck I_{coll}^{UU} (Eq.(35)) et un un terme de collisions fluctuant δI_{coll}^{UU} caractérisé par une valeur moyenne nulle et sa fonction de corrélation $C(r, p, p', t)$ durant τ_{BL} . Cette dernière est locale en espace réel et Markovienne, comme le terme de collisions.

L'équation de Boltzmann Langevin Eq.(56) a fait l'objet de nombreux travaux depuis quelques années. Le lecteur intéressé par ces questions pourra se reporter à [38] et aux références citées dans ce texte. Nous nous contenterons ici d'illustrer cette équation par un exemple de simulation portant sur l'évolution du moment quadrupolaire de la distribution d'impulsions, qui, nous l'avons vu, caractérise la phase fortement dissipative du début d'une collision d'ions lourds (voir Figure 3). Les résultats sont reportés sur la Figure 4. Il s'agit dans ce calcul d'une simulation de collisions centrales $^{12}C + ^{12}C$ à une énergie de faisceau de $E/A = 60 MeV/u$. On retrouve sur cette figure le comportement standard du moment quadrupolaire Q_{20} en fonction du temps (Figure 4-a). Ce moment quadrupolaire présente également de grandes fluctuations dont l'intensité peut être évaluée à partir du coefficient de diffusion C_{20} (Figure 4-c). On remarque un pic marqué dans ce coefficient de diffusion, associé à la phase la plus dissipative, que l'on identifie en regardant le nombre de collisions élémentaires par unité de temps (Figure 4-e). Les fluctuations de Q_{20} peuvent être mesurées par la variance σ_{20} (Figure 4-b) qui donne une estimation de l'étalement des Q_{20} autour de leur valeur moyenne (Figure 4-a).

3.1.3 Remarques sur l'équation de Boltzmann Langevin

L'équation de Boltzmann-Langevin (section 3.1.2) représente a priori un progrès sensible par rapport à l'équation de Boltzmann (section 2.2.2.2). Elle permet d'évaluer des largeurs autour de valeurs moyennes d'observables (Figure 4). Notons à cette occasion que les valeurs moyennes d'ensemble Boltzmann-Langevin ne se réduisent pas forcément aux valeurs Boltzmann, vu la non linéarité des équations. Ceci n'est pas contradictoire avec notre démonstration. L'équation Boltzmann-Langevin ne se réduit à l'équation de Boltzmann que localement en temps (sur τ_{BL}), ou encore à l'intérieur d'un sous ensemble de l'ensemble total [36]. De grandes fluctuations et/ou des différences de valeur moyenne apparaissent sur des temps longs et/ou au niveau de l'ensemble total. Corrélativement, les événements Boltzmann-Langevin peuvent donc explorer de larges domaines de l'espace abstrait des distributions à un corps $f(r, p, t)$.

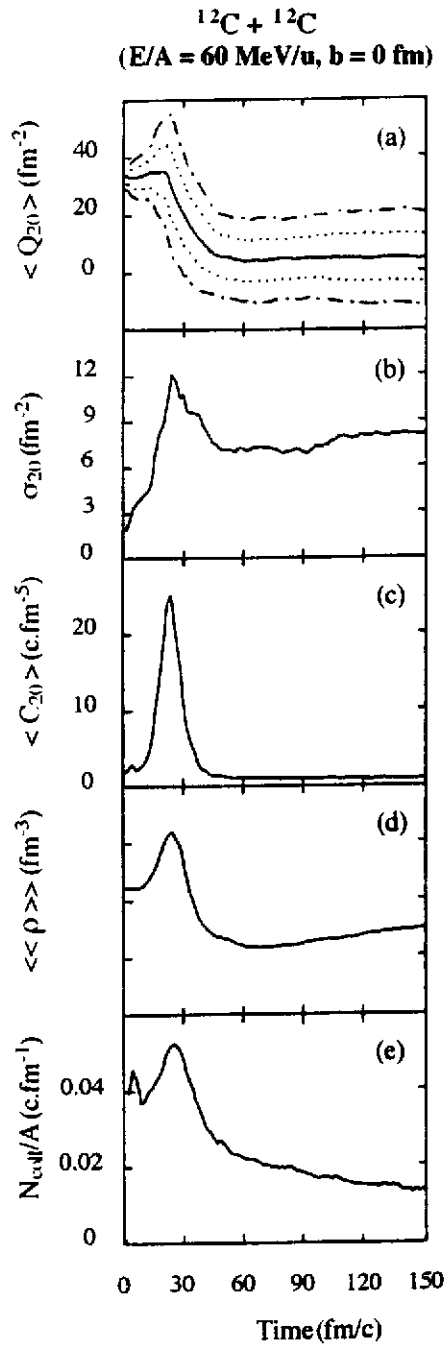


Figure 4: Exemple de simulation Boltzmann-Langevin

Evolution en temps de la moyenne d'ensemble du moment quadrupolaire $\langle Q_{20} \rangle$ ((a), et voir Figure 3) de la distribution d'impulsions, de la variance associée $\sigma_{20} = (\langle Q_{20}^2 \rangle - \langle Q_{20} \rangle^2)^{1/2}$ (b), de la moyenne d'ensemble du coefficient de diffusion C_{20} (c) correspondant à Q_{20} , de la moyenne d'ensemble de la densité moyenne $\langle\langle \rho \rangle\rangle = \int dr \rho(r)^2$ (d) et de la moyenne d'ensemble du taux de collisions à deux corps (e). Il s'agit ici d'une simulation Boltzmann-Langevin d'un ensemble de 100 événements $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ à 60 MeV/u d'énergie de faisceau et paramètre d'impact nul. En (a) les lignes pointillé correspondent à $\langle Q_{20} \rangle \pm \sigma_{20}$ et les lignes pointillé-trait à $\langle Q_{20} \rangle \pm \sigma_{20}$ (tiré de [44]).

C'est ce qui fait l'intérêt de cette approche qui permet a priori d'explorer des situations physiques où les fluctuations peuvent jouer un rôle important [39, 40, 38].

Il faut cependant noter que l'équation de Boltzmann ne résoud pas tous les problèmes soulevés par l'équation de Boltzmann, voire en soulève de nouveaux. Par exemple, dans le cas nucléaire, les difficultés liées à la justification de l'approximation Markovienne sont évidemment reportés de l'équation de Boltzmann dans l'équation de Boltzmann-Langevin. A vrai dire le problème est encore plus crucial dans ce dernier cas. Nous avons vu en effet le rôle fondamental joué par le temps caractéristique τ_{BL} . Dans la mesure où en physique nucléaire $\tau_{coll} \ll \tau_{ch.moy}$, l'existence d'un temps τ_{BL} qui viendrait s'insérer entre la durée d'une collision τ_{coll} et l'évolution champ moyen $\tau_{ch.moy}$, n'est que marginalement justifiée. On conçoit bien, qui plus est, que τ_{BL} doive être suffisamment long pour permettre à un nombre élevé de collisions élémentaires d'avoir eu lieu. Cette difficulté n'est cependant pas spécifique du cas nucléaire. Elle apparaît dès qu'un faible découplage des échelles de temps (section 2.3) rend marginale la justification d'un modèle de type Langevin.

Une autre difficulté majeure tient à la nature finie du système (le noyau) auquel on souhaite appliquer une description de nature stochastique. Nous nous sommes contentés (section 3.1.2) de caractériser le terme de collisions fluctuant δI_{coll}^{UV} par sa valeur moyenne et sa fonction de corrélation (comme dans le cas du mouvement Brownien, section 3.1.1). Ces deux premiers moments ne suffisent évidemment pas à caractériser complètement δI_{coll}^{UV} . Dans le cas du mouvement Brownien c'est l'hypothèse d'un gaz thermalisé qui permet de fixer explicitement la forme fonctionnelle de la force stochastique, une gaussienne, qui est complètement définie par ses seuls deux premiers moments [41]. Dans le cas général où le "bain" en contact avec le degré de liberté Brownien n'est pas thermique, la forme fonctionnelle de la force de Langevin n'est a priori pas fixée par ses deux premiers moments seulement. Dans le cas qui nous intéresse ici il est clair que le bain ne peut être thermique, puisque le système est fini et isolé, donc microcanonique. Nous soulevons là une difficulté de fond quant aux lois de conservation à préserver dans un système fini où l'on souhaite utiliser un modèle stochastique. A notre connaissance ce problème reste ouvert.

Une dernière difficulté concerne la mise en œuvre de simulations numériques de l'équation de Boltzmann-Langevin. Nous avons déjà noté les difficultés rencontrées dans la simulation de l'équation de Boltzmann (section 2.3). A ces difficultés se greffent des problèmes spécifiques à l'équation Boltzmann-Langevin, liés à la complexité du terme de collisions fluctuant [38], si bien que les calculs effectués jusqu'à présent se sont restreints soit à des cas schématiques [42] soit à des traitements approchés dans les cas réalistes [43, 44].

3.2 Les approches de Dynamique Moléculaire

La théorie cinétique est une voie "traditionnelle" d'approche du problème à A corps. Elle permet, nous l'avons vu, d'écrire des équations pour la distribution à un corps en espace de phase $f(r, p, t)$. La nature fortement quantique du noyau conduit à reformuler cette théorie cinétique sur une base quantique mais l'idée de la dominance des effets à un corps subsiste et semble bien justifiée au niveau de la physique des collisions nucléaires que nous considérons ici. Dans le cas classique, les capacités des ordinateurs actuels permettent de considérer sérieusement une approche alternative : la dynamique moléculaire (ou MD, pour Molecular Dynamics). En dynamique moléculaire on étudie le mouvement de toutes les particules du système sous l'action de leurs interactions mutuelles. En principe, au moins dans le cas classique, un calcul de dynamique moléculaire conduit donc à une solution complète du problème pour un système

isolé (microcanonique). Des extensions aux cas de systèmes canoniques [45] ou grand canoniques [46] sont cependant disponibles. L'application de méthodes de dynamique moléculaire à un système de particules quantiques en interaction demeure par contre un problème ouvert.

Dans un contexte quantique l'idée des méthodes de dynamique moléculaire est donc de remplacer le ket à A corps représentant l'état du système étudié par A particules classiques caractérisées par leurs seules position et impulsion

$$|\Psi_{1\dots A}\rangle \longrightarrow \{r_i, p_i, i = 1, \dots, A\}$$

dont on suit l'évolution au cours du temps. Cette évolution est régie par les équations de Hamilton :

$$\frac{dr_i}{dt} = \frac{\partial H_c}{\partial p_i} \quad (57)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H_c}{\partial r_i} \quad (58)$$

où H_c désigne l'hamiltonien à A corps classique correspondant à H (Eq.(1)). Le modèle est donc complètement spécifié dès que l'on connaît H_c et les équations de hamilton précédentes correspondent à une solution "exacte" du problème classique. A l'opposé des descriptions cinétiques une telle approche de dynamique moléculaire contient donc *toutes* les corrélations entre particules. Mais ces corrélations sont strictement *classiques*. Voyons quelles méthodes de dynamique moléculaire ont été proposées pour décrire les collisions d'ions lourds.

3.2.1 Dynamique Moléculaire Classique

Le modèle proposé par Pandharipande dans la deuxième moitié des années 80 est fondé sur un hamiltonien de la forme

$$H_c = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j} V_{ij} + \text{Coulomb} \quad (59)$$

où le potentiel à deux corps $V_{ij} = V_{ij}(r = |r_i - r_j|)$ est construit à partir d'un potentiel de Lennard-Jones [47]

$$\begin{cases} V_{ij} = V_1^{LJ} [(r^{-12} - r^{-6}) - ((r_c^{LJ})^{-12} - (r_c^{LJ})^{-6})] & r < r_c^{LJ} \\ V_{ij} = 0 & r > r_c^{LJ} \end{cases} \quad (60)$$

ou de deux Yukawa tronqués [48]

$$\begin{cases} V_{ij} = V_1(e^{-\mu_1 r} - e^{-\mu_1 r_c^Y}) - V_2(e^{-\mu_2 r} - e^{-\mu_2 r_c^Y}) & r < r_c^Y \\ V_{ij} = 0 & r > r_c^Y \end{cases} \quad (61)$$

Ce modèle a été introduit pour étudier les processus dynamiques au cours de collisions, au départ de gaz d'argon, sans forcément un objectif de réalisme du point de vue nucléaire. Comme le soulignent les auteurs de ces travaux : "We stress that the classical Argon balls used in this study are not intended to be mock nuclei, but instead to provide simple systems whose time evolution can be studied exactly (...) Direct comparisons with nuclear data are difficult (...) It is possible to define a classical system such that its density, binding energy and compressibility are similar to nuclear matter" [47].

La méthodologie est donc claire dans ces travaux. Les systèmes étudiés présentent certaines similarités énergétiques avec les noyaux mais servent surtout de laboratoire pour étudier la dynamique. Des comparaisons systématiques entre ces calculs et une description type Boltzmann ont également été effectués pour des collisions de pseudo "noyaux" $A = 50 + A = 50$ à des énergies de faisceau de l'ordre

de 450 MeV/u . Les ingrédients entrant dans l'équation de Boltzmann sont alors soigneusement déduits de l'hamiltonien original. Ces comparaisons montrent un bon accord entre les calculs Boltzmann et les calculs MD [48]. Ceci n'est guère surprenant au vu de l'algorithme utilisé pour simuler l'équation de Boltzmann (section 4.1.2). Par ailleurs les questions liés au principe de Pauli sont explicitement éliminées dans ce calcul en ne considérant que des particules strictement classiques, même au niveau Boltzmann.

3.2.2 Dynamique Moléculaire avec potentiel de Pauli

Le défaut évident des méthodes MD en physique nucléaire tient au traitement complètement *classique* des nucléons. Cette question est fondamentale et nous y reviendrons en détail par la suite (section 4). Dès la fin des années 70 elle a cependant été abordée dans une série de travaux dus à Wilets [49] qui cherchait à développer des modèles classiques, mais réalistes, de collisions d'ions lourds. Cette méthode a été reprise une dizaine d'années plus tard par le groupe de Berkeley [50]. L'idée de ces travaux consiste à restaurer le principe de Pauli de manière minimale à l'aide d'un potentiel répulsif en espace de phase. Intuitivement le mécanisme est clair. On espère pouvoir assurer une occupation maximale (2 ou 4) des cellules d'espace de phase de taille $\Delta r \Delta p \sim \hbar$ à l'aide d'une interaction entre les particules. Et cette interaction doit bien sûr agir globalement en espace de phase, à la fois en r et p .

L'hamiltonien du système s'écrit donc sous la forme

$$H_c = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i < j} [V_N(r_i - r_j) + V_P(r_i - r_j, p_i - p_j)] + \text{Coulomb} \quad (62)$$

où apparaissent un terme d'interaction nucléaire V_N et un terme de Pauli V_P . Dans les travaux originaux [49] V_N est construit à partir de 3 termes de Yukawa

$$V_N(r_i - r_j) = V_N(|r_i - r_j|) = V_N(r_{ij}) = \sum_{n=1}^3 V_n \frac{e^{-\mu_n r_{ij}}}{r_{ij}} \quad (63)$$

et le potentiel de Pauli est de la forme

$$V_P(r_i - r_j, p_i - p_j) = V_P^0 e^{-\alpha((r_i - r_j)(p_i - p_j))^4} \quad (64)$$

Dans les travaux plus récents du groupe de Berkeley [50] la partie nucléaire a la forme d'un Lennard Jones modifié

$$V_N(r = |r_i - r_j|) = V_N^0 \left(\left(\frac{r_1}{r} \right)^{p_1} - \left(\frac{r_2}{r} \right)^{p_2} \right) \frac{1}{1 + \exp(\alpha(r - d))} \quad (65)$$

et le potentiel de Pauli est gaussien

$$V_P(r_i - r_j, p_i - p_j) = V_P^0 e^{-\frac{(r_i - r_j)^2}{2\sigma_r^2}} e^{-\frac{(p_i - p_j)^2}{2\sigma_p^2}} \quad (66)$$

Les paramètres de V_N sont ajustés sur l'énergie de liaison par nucléon et la densité de saturation ainsi que sur le module d'incompressibilité et la section efficace nucléon-nucléon. Les paramètres de V_P sont quant à eux ajustés de manière à ce que l'on retrouve une énergie de Fermi satisfaisante. Notons enfin que des tentatives d'intégration du principe d'incertitude d'Heisenberg ont également été proposées sur la base d'un potentiel en espace de phase par le groupe de Wilets [51].

De nombreux calculs ont été menés à l'aide de ces formalismes, calculs de collisions nucléaires [49], études de propriétés thermodynamiques [50]. Ces calculs ont également récemment conduit à une proposition d'identification précoce des fragments formés au cours d'une collision d'ions lourds type multifragmentation [52].

Cependant ces méthodes de dynamique moléculaire avec principe de Pauli soulèvent un certain nombre de difficultés. On peut tout d'abord se demander s'il est fondé d'introduire ainsi un potentiel de Pauli ? Cela suggère-t-il l'existence d'une cinquième interaction ? Par ailleurs on sait que, quantiquement, le principe de Pauli agit sur l'ensemble des particules en même temps (opérateur d'antisymétrisation $\mathcal{A}_{1\dots A}$) et non pas par paire de nucléons... et avec une portée finie. Cette dernière critique pourrait cependant être atténuée au vu de résultats récents en physique des plasmas [53]. Une autre difficulté de cette méthode tient à la structure des états fondamentaux qu'elle produit. Les "noyaux" y apparaissent comme des cristaux... Enfin il ne semble pas que cette méthode de dynamique moléculaire avec potentiel de Pauli conduise aux bons nombres d'occupation des niveaux à un corps (section 4.1).

3.2.3 Dynamique Moléculaire "Quantique"

Le modèle de dynamique moléculaire "quantique" (ou QMD pour Quantum Molecular Dynamics) a été introduit dans la deuxième moitié des années 80 comme substitut à BUU et a pour objectif (comme son nom l'indique) de fournir une description réaliste des collisions d'ions lourds en tenant compte d'effets quantiques. Deux différences majeures le distinguent des méthodes de dynamique moléculaire standards : i) les particules classiques se voient attribuer une taille; de distribution de Dirac $\delta(r - r_i)\delta(p - p_i)$ elle deviennent "paquet d'onde" classique, gaussien; ii) certaines propriétés de la diffusion quantique par des interactions résiduelles sont restaurées par une composante stochastique type algorithme BUU (section 4.1.2).

L'hamiltonien utilisé dans ces calculs est de la forme [54]

$$H_c = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i < j} [V_{local}(r_i - r_j) + V_{Yuk}(r_i - r_j) + V_{vit}] + Coulomb \quad (67)$$

et comprend un terme "local" de la forme Skyrme [9] en fonction de la densité locale $\rho(r)$

$$V_{local} = t_1 \delta(r_i - r_j) + t_2 \delta(r_i - r_j) \rho((r_1 + r_2)/2)^{\gamma}, \quad (68)$$

un terme de Yukawa assurant une description de la surface et un terme dépendant des vitesses

$$V_{vit}(r_i - r_j, p_i - p_j) = t_4 \ln^2(t_5(p_i - p_j)^2 + 1) \delta(r_i - r_j). \quad (69)$$

Le potentiel local est ajusté sur la saturation, celui de Yukawa sur les propriétés de surface et le potentiel dépendant des vitesses sur la partie réelle du potentiel optique.

A l'effet de ces potentiels est ajouté un algorithme de collisions à deux corps type BUU (section 4.1.2). Il faut noter ici le caractère quelque peu paradoxal de ce dernier ingrédient. Dans la mesure où une dynamique moléculaire constitue en principe une description complète de la dynamique à A corps classique il est difficile de justifier l'existence d'interactions "résiduelles" comme dans le cas des descriptions cinétiques. Tout au plus peut-on invoquer un souci de rétablissement de propriétés quantiques, qu'il faudrait cependant ... quantifier. On obtient alors une dynamique moléculaire où une composante stochastique est censée rétablir certains effets quantiques.

De nombreux calculs ont été effectués à l'aide de ce modèle QMD, calculs qui ont produit un certain nombre de résultats. Plusieurs études ont en particulier été consacrées à la multifragmentation [55]. Des extensions relativistes sont également disponibles. Un certain nombre de questions restent cependant en

T	ϵ	$n(\epsilon)$
$\epsilon_F/10$	$0.8 \epsilon_F$	0.88
$\epsilon_F/10$	$1.2 \epsilon_F$	0.12
$\epsilon_F/5$	$0.8 \epsilon_F$	0.73
$\epsilon_F/5$	$1.2 \epsilon_F$	0.27

Table 3: Nombres d'occupation de Fermi

Exemples de valeurs des nombres d'occupation de Fermi $n(\epsilon) = 1/(1 + \exp(\epsilon - \epsilon_F)/T)$ à des énergies ϵ au voisinage de l'énergie de Fermi et pour deux températures T typiques des collisions d'ions lourds ($T = \epsilon_F/10$ correspond à $T \sim 4MeV$, $T = \epsilon_F/5$ à $T \sim 8MeV$).

suspens. Tout d'abord force est d'admettre que QMD contient beaucoup de phénoménologie. Plus préoccupant est cependant le manque de lien avec un cadre théorique clair, s'inscrivant dans des méthodes éprouvées du problème à A corps quantique. En particulier le lecteur familier de BUU aura reconnu le lien organique entre QMD et BUU : le champ moyen Skyrme, les collisions à deux corps... Ce lien deviendra d'ailleurs plus clair lorsque nous discuterons plus précisément de l'algorithme BUU (section 4.1.2). Enfin il s'avère, que (comme dans BUU d'ailleurs) le principe de Pauli n'est pris en compte dans QMD qu'au niveau des collisions à deux corps, ce qui est sans doute insuffisant pour justifier le qualificatif "Quantum" de QMD.

3.2.4 Limitations des méthodes de Dynamique Moléculaire

Le problème de fond rencontré par les méthodes de dynamique moléculaire en physique nucléaire est le traitement du principe de Pauli. Les nucléons sont des fermions et il est difficile de parler de noyaux... sans principe de Pauli. Cette question est simplement écartée dans les calculs MD strictement classiques (section 3.2.1). Les méthodes de dynamique moléculaire avec potentiel de Pauli abordent directement cette question (section 3.2.2) mais avec un succès relatif. En particulier on peut se demander si l'état fondamental d'un noyau est ... cristallin. Le modèle QMD (section 3.2.3), quant à lui, prend en compte certains aspects du principe de Pauli, dans les collisions à deux corps (dont la présence est quelque peu contradictoire avec l'idée d'une dynamique moléculaire).

Ces quelques remarques soulèvent deux questions de fond. On peut tout d'abord se demander dans quelle mesure il est finalement possible de simuler un système "fluide" de fermions à l'aide d'une dynamique moléculaire classique ? Plus spécifiquement, ... mais aussi plus modestement, on peut se demander si la statistique de Fermi joue un rôle crucial dans les collisions nucléaires que nous étudions ?

Avant de donner des éléments de réponse à cette dernière question (section 4) il n'est pas inintéressant de rappeler les valeurs prises par les nombres d'occupation dans un système de fermions à température finie.

Dans un système de fermions à température finie T le nombre d'occupation d'un niveau à un corps est un facteur de Fermi. Considérant des valeurs typiques des températures atteintes dans une collision d'ions lourds on obtient une estimation du caractère plus ou moins dégénéré du système. Les résultats sont reportés dans le tableau 3. Ce tableau montre clairement que la statistique est extrêmement robuste. On ne peut donc a priori en faire fi dans le cas des collisions d'ions lourds. Et il est légitime de se demander si l'on fait réellement de la physique nucléaire avec les méthodes de dynamique moléculaire que nous venons de décrire ! D'un point de vue plus optimiste, on peut se demander si ces méthodes pourraient, pour le moins, convenir sur des temps courts. Nous donnerons des éléments de réponse à ces questions dans la troisième partie (section 4.1).

3.3 Conclusions

Nous avons vu dans cette partie que BUU, même si l'on oublie certaines difficultés formelles, reste insuffisant pour décrire les collisions d'ions lourds dans les régimes fortement dissipatifs, qui génèrent de grandes fluctuations. Des exemples de situations où les fluctuations jouent sans doute un rôle fondamental sont typiquement la multifragmentation ou la production de particules rares très en dessous du seuil nucléon-nucléon, voire la production de particules de pré-équilibre très énergétiques. Pour remédier à ces déficiences de l'équation de Boltzmann nucléaire deux grandes lignes de pensée se sont développées.

Une première approche est fondée sur des extensions stochastiques d'équations cinétiques. On obtient alors des équations du type Boltzmann Langevin. Ces approches sont assez bien fondées sur le plan théorique si l'on accepte la validité de l'équation de Boltzmann nucléaire. Elles introduisent cependant quelques difficultés formelles supplémentaires et entraînent un surcoût numérique très lourd. Les méthodes de dynamique moléculaire sont simples au départ, mais intrinsèquement classiques. L'introduction d'un potentiel de Pauli n'est pas forcément justifiée ni totalement satisfaisante. Enfin QMD reste un modèle très phénoménologique. De façon générale le problème du principe de Pauli reste récurrent.

4 Sur le principe de Pauli

Le principe de Pauli joue un rôle fondamental en physique nucléaire. Les nucléons sont des fermions et doivent donc être traités avec une statistique de Fermi-Dirac. Les manifestations du principe de Pauli en physique nucléaire sont nombreuses :

- *dans le noyau*; citons par exemple la renormalisation des interactions nucléon-nucléon dans un milieu nucléaire; la structure en couches des noyaux constitue également une manifestation des effets du principe de Pauli [56] ...
- *dans les collisions d'ions lourds*; citons les phases dissipatives dans lesquelles les facteurs de blocage de Pauli jouent un rôle considérable; la production de particules (γ, π, \dots) à basse énergie de faisceau est également très sensible au mouvement de Fermi [28]...

Mais l'équation de Boltzmann-Langevin comme l'équation de Boltzmann nucléaire sont des équations semi-classiques. Quant aux méthodes de dynamique moléculaire nous avons vu qu'elles sont fondamentalement classiques. Il est donc légitime de se demander si cet arsenal théorique est réellement adapté à la physique que l'on cherche à décrire. Dans cette partie nous allons donc tout d'abord essayer de quantifier dans quelle mesure les équations cinétiques et les méthodes de dynamique moléculaire préservent le principe de Pauli. Nous discuterons ensuite de dynamiques moléculaires alternatives où le principe de Pauli est explicitement conservé et nous terminerons par un retour sur le champ moyen TDHF, pour des raisons qui deviendront claires un peu plus bas.

4.1 Principe de Pauli et équations de Vlasov, BUU et QMD

4.1.1 Critères

La question à laquelle nous allons tenter de répondre ici est la suivante : dans quelle mesure les simulations d'équations cinétiques semi-classiques (Vlasov, BUU, Boltzmann Langevin) ou les méthodes de dynamique moléculaire comme QMD conduisent elles à des états fermioniques stables. Considérons par exemple l'équation de Vlasov $\partial f / \partial t + \{f, h\} = 0$. Toute fonction $f = f(h)$ en est solution stationnaire. C'est le cas des distributions fermioniques $\theta(\epsilon_F - h)$ ou $1/(1 + \exp((h - \epsilon_F/T)))$. Mais qu'en est il de leur stabilité ? Et qu'en est-il de la réalisation numérique de ces états stationnaires ?

Pour quantifier ces effets on peut calculer les nombres d'occupation des niveaux à un corps $n(\epsilon)$ et regarder dans quelle mesure ces nombres d'occupation sont de nature fermionique ou boltzmannique [25, 26]. Pour évaluer le caractère plus ou moins fermionique des nombres d'occupation $n(\epsilon)$ on peut les comparer aux nombres d'occupation de Boltzmann $n_B(\epsilon)$ ou Fermi $n_F(\epsilon)$ équivalents, c'est à dire qui correspondent au même nombre de particules

$$A = \int d\epsilon g(\epsilon) n(\epsilon) \quad (70)$$

et à la même énergie totale à un corps

$$E = \int d\epsilon g(\epsilon) n(\epsilon) \epsilon \quad (71)$$

où $g(\epsilon)$ désigne la densité de niveaux à un corps, semi-classique

$$g(\epsilon) = \nu \int \frac{d^3r d^3p}{h^3} \delta(\epsilon - h_c) \quad (72)$$

dans laquelle ν désigne la dégenérescence d'un niveau. Il ne reste plus dès lors qu'à étudier l'évolution en temps des $n(\epsilon)$ et à les comparer aux n_B et n_F correspondants [25, 26]. Une mesure globale du comportement des nombres d'occupation est fournie par l'entropie

$$S[n] = \int d\epsilon n(\epsilon) \ln(n(\epsilon)g(\epsilon)) \quad (73)$$

et un indicateur compact de la déviation de S par rapport à l'entropie de Fermi ($S_F = S[n_F]$) peut être obtenu comme

$$\eta = \frac{S[n] - S[n_F]}{S[n_B] - S[n_F]} \quad (74)$$

qui tend vers 1 pour des particules de Boltzmann, et vers 0 pour des fermions. L'étude de la dépendance en temps de η permet finalement d'évaluer des temps de relaxation d'une distribution de $n(\epsilon)$ vers une distribution de Boltzmann [25, 26].

4.1.2 Sur la méthode numérique de résolution des équations cinétiques : Vlasov, BUU

Avant d'utiliser les critères présentés dans la section 4.1.1 pour étudier la stabilité fermionique des équations cinétiques ou de QMD il n'est pas inutile de faire une petite digression sur les méthodes numériques de résolution de ce type d'équations.

L'idée de ces méthodes de résolution, appelées méthodes particulières ou méthodes de particules tests, est de remplacer (projeter) la distribution à un corps $f(r, p, t)$ par un ensemble de N particules *numériques* (donc classiques)

$$f(r, p, t) \simeq \omega \sum_{i=1}^N \mathcal{G}(r - r_i) \mathcal{G}(p - p_i) \quad (75)$$

où \mathcal{G} est une fonction représentant la particule numérique (Dirac, B-spline, gaussienne, ...). Dans le cas de l'équation de Vlasov l'évolution en temps de $f(r, p, t)$ est alors étudiée en résolvant des équations de hamilton pour les particules tests :

$$\frac{dr_i}{dt} = \frac{\partial h_c}{\partial p_i} * \mathcal{G} \quad (76)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial h_c}{\partial r_i} * \mathcal{G} \quad (77)$$

où h_c est le hamiltonien à un corps classique (Eq.(27)). Dans le cas de BUU il faut compléter la deuxième équation Eq.(77) par un terme de la forme $dp_i/dt|_{coll}$ représentant un algorithme de collisions. Les algorithmes de collisions BUU sont directement basés sur l'algorithme INC (section 2.1.2). Le principe de Pauli est pris en compte en voie de sortie : la collision n'a lieu qu'avec une probabilité égale au taux de remplissage des voisinages des points de l'espace de phase vers lesquels diffusent les particules.

Les algorithmes de particules tests appellent un certain nombre de remarques. Tout d'abord il faut noter que l'on passe d'un problème *physique* à un corps pour $f(r, p, t)$ à un problème *numérique* à N corps pour les particules tests. Remarquons à ce propos que N est en général beaucoup plus grand que A , au moins dans les applications de physique nucléaire (voir aussi [6]). Mais le point important ici est que ces N particules numériques sont par nature classiques et obéissent donc à la statistique de Boltzmann et non à celle de Fermi-Dirac [25]. On doit donc s'attendre à ce qu'au cours de son évolution le système relaxe vers un état d'équilibre de Boltzmann pour les N particules. C'est effectivement ce

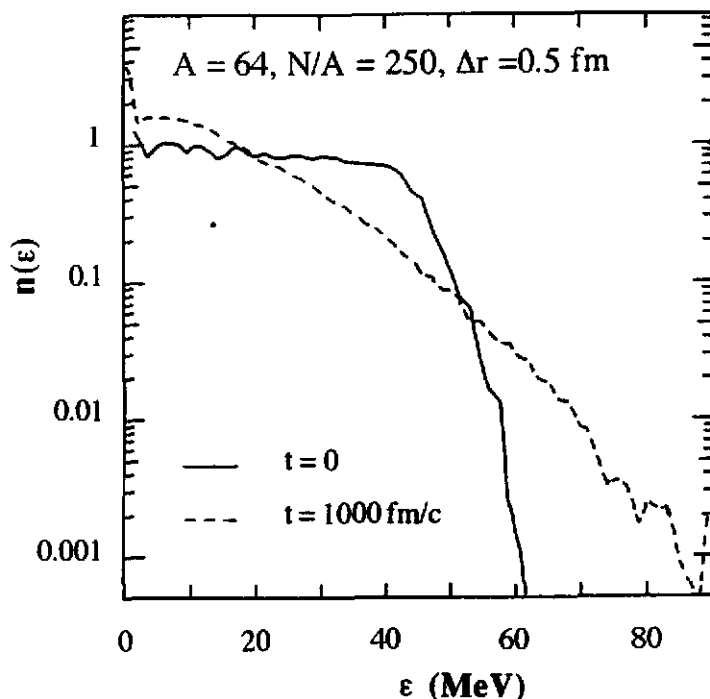


Figure 5: Dissipation fermionique dans une simulation de l'équation de Vlasov

Evolution en temps des nombres d'occupation à un corps $n(\epsilon)$ dans une simulation Vlasov typique pour un noyau de masse $A = 64$. Le nombre de particules tests utilisées dans ce calcul est de $N/A = 250$ ce qui assure la construction d'une condition initiale clairement fermionique. Les gaussiennes utilisées pour faire le calcul ont une largeur de l'ordre de $1/fm$. Les nombres d'occupation sont tracés à $t = 0$ et à $t = 1000 fm/c$ (tiré de [26]).

que montrent les calculs. Sur la Figure 5 sont tracés les nombres d'occupation $n(\epsilon)$ à l'instant initial et à "temps long" pour une simulation typique de l'équation de Vlasov. On remarque sur cette figure que, bien qu'initialement fermioniques, les nombres d'occupation à un corps deviennent progressivement de type Boltzmann. En particulier ils deviennent largement supérieurs à 1 à basse énergie, ce qui constitue une violation flagrante du principe de Pauli.

Pour évaluer le temps de cette relaxation du système de Fermi vers Boltzmann on peut tracer le rapport η (Eq.(74)). C'est ce qui est fait sur la Figure 6 dans le cas de simulations Vlasov et Boltzmann nucléaire typiques. On voit sur cette figure que η tend vers 1 dans tous les cas de figure, mais plus ou moins rapidement, en fonction des paramètres du calcul, à savoir essentiellement le nombre de particules tests par nucléon N/A et la largeur des gaussiennes \mathcal{G} en espace réel. Par ailleurs on peut remarquer que de façon générale les calculs type BUU présentent moins de relaxation vers Boltzmann que les simulations Vlasov. On voit ici agir les termes de blocage de Pauli $(1 - f_i)$ dans le terme de collisions Eq.(35).

Des calculs systématiques de cet effet de relaxation ont été effectués récemment et ont permis de mieux apprécier les difficultés liées à l'utilisation de particules tests pour simuler les équations cinétiques décrivant des fermions [25, 26]. La relaxation vers l'état de Boltzmann est la règle, même si cette relaxation peut être retardée par un choix judicieux des paramètres numériques et/ou dans le cas BUU. Par ailleurs des analyses formelles des algorithmes de particules tests montrent que ces méthodes ne conduisent pas explicitement à une résolution de l'équation de Vlasov, en particulier lorsque \mathcal{G} est étendue [25, 22]. il faut donc rester prudent dans l'interprétation à donner aux simulations, type Vlasov ou BUU, en regard

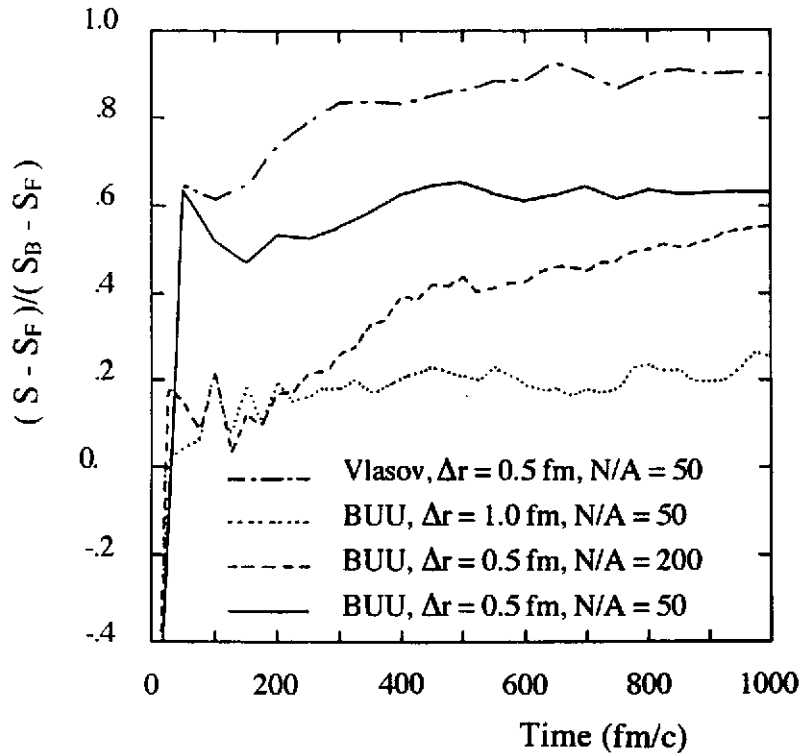


Figure 6: Dissipation fermionique dans les simulations Vlasov et Boltzmann nucléaire Evolution en temps du rapport $\eta = (S - S_F)/(S_B - S_F)$ pour un noyau de masse $A = 64$ et pour divers paramètres (N/A et largeur des gaussiennes) des simulations de l'équation de Vlasov et de l'équation de Boltzmann nucléaire (tiré de [26]).

des équations qu'elles sont censées résoudre. Enfin une dernière remarque concerne QMD. Il est clair que QMD n'est qu'un cas particulier de calcul BUU dans lequel on impose $N/A = 1$. Les pathologies de BUU vis à vis de la stabilité fermionique s'appliquent donc en bloc à QMD et y sont vraisemblablement particulièrement fortes vu le faible nombre de particules tests utilisées.

On pourrait également se demander comment se comportent les dynamiques moléculaires avec potentiel de Pauli, vis à vis de la stabilité fermionique étudiée dans cette section. Peu de résultats existent sur cette question, mais les tests numériques faits sur ces hamiltoniens semblent montrer que la stabilité fermionique y est aussi violée [57], l'effet de la non linéarité engendrée par le potentiel de Pauli l'emportant sur ses vertus supposées.

4.2 Dynamiques Moléculaires fermioniques

Devant les difficultés rencontrées pour prendre en compte de manière satisfaisante le principe de Pauli dans les méthodes de dynamique moléculaire classique une nouvelle classe d'approches a été introduite au début des années 90, les dynamiques moléculaires fermioniques (ou FMD pour Fermionic Molecular Dynamics [58, 59] et AMD pour Antisymmetrized Molecular Dynamics [60, 61]). Voyons sur quelles bases reposent ces approches.

L'idée originale de cette méthode est due à H. Feldmeier [58]. Il propose de représenter le ket à A corps du système par un déterminant de Slater de kets à un corps particuliers, à savoir des paquets d'onde

gaussiens :

$$|\Psi(1, \dots, A)\rangle = \mathcal{A}_{1\dots A} \left(\prod_{i=1}^A |\mathcal{G}_i\rangle \right) \quad (78)$$

où les kets $|\mathcal{G}_i\rangle$ sont des paquets d'onde localisés, de représentation $|r\rangle$

$$\langle r|\mathcal{G}_i\rangle = \mathcal{N}_i e^{i\varphi_i} e^{-\frac{(r-\langle r_i(t)\rangle)^2}{2\sigma_i(t)} + i\langle p_i(t)\rangle} \quad (79)$$

caractérisés par les paramètres $(\langle r_i\rangle, \langle p_i\rangle)$ en espace de phase et leur largeur σ_i (\mathcal{N}_i est la normalisation et φ_i la phase). Chaque nucléon est donc représenté par une fonction d'onde gaussienne. Les spins sont également pris en compte. L'équation du mouvement, quant à elle, est obtenue à l'aide du même principe variationnel que dans le cas TDHF, à savoir

$$\delta \int dt \langle \Psi | (H - i \frac{\partial}{\partial t}) | \Psi \rangle = 0$$

Ce principe variationnel conduit à des équations du mouvement pour les $\langle r_i\rangle$, $\langle p_i\rangle$, σ_i , qui sont les seules variables dynamiques du modèle. Notons que compte tenu de l'hypothèse d'antisymétrisation Eq.(78) les $\langle r_i\rangle$, $\langle p_i\rangle$ ne s'interprètent pas directement comme des coordonnées classiques de nucléon.

Deux versions de ce modèle ont été développées. Dans le modèle FMD [58] la partie potentielle de l'hamiltonien H a une forme simplifiée construite sur deux gaussiennes :

$$H_{FMD} = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j} (V_1 e^{\frac{(r_i-r_j)^2}{2\sigma_1^2}} - V_2 e^{\frac{(r_i-r_j)^2}{2\sigma_2^2}}). \quad (80)$$

Dans la version AMD [60] l'hamiltonien FMD est complété par un terme à 3 corps V_{123} de portée nulle, type QMD (Eq.(68)). En outre un algorithme de collisions à 2 corps est ajouté à la dynamique. Il s'agit d'un algorithme standard type BUU (section 4.1.2). La mise en œuvre de cet algorithme *classique* pose cependant quelques problèmes pratiqués dans ce cas. En effet, comme nous l'avons signalé, les positions et impulsions "classiques" des nucléons ne sont pas directement accessibles à partir de la fonction d'onde FMD ou AMD. Les auteurs de [60] sont donc amenés à reconstruire ces coordonnées classiques R_i , P_i à partir des $\langle r_i\rangle$, $\langle p_i\rangle$. L'algorithme BUU est alors utilisé sur les R_i , P_i et son effet est, dans une dernière étape, répercuté sur les $\langle r_i\rangle$, $\langle p_i\rangle$.

Qu'apportent les modèles de dynamique moléculaire fermionique ? Par construction le principe de Pauli y est préservé, ce qui est clairement un point très positif. Cependant, si l'on examine d'un peu plus près les hypothèses de construction de ces modèles on se rend compte que finalement les deux hypothèses constitutives (forme de la fonction d'onde et principe variationnel) ne sont rien d'autre qu'une version dégradée de TDHF (section 2.1.1). Dans TDHF la forme du ket à A corps est en effet aussi un déterminant de Slater de kets à un corps, mais sans restriction sur la forme de ces kets à un corps. L'hypothèse FMD n'est donc rien d'autre qu'une hypothèse TDHF... mais dans un sous espace de kets restreint par rapport à l'espace total accessible. L'introduction de l'algorithme BUU dans AMD en fait une sorte de sous TDHF étendu. Enfin il faut noter que FMD comme AMD sont des modèles extrêmement complexes sur le plan numérique. On peut donc se demander quel est le gain offert par ces modèles vis à vis ... de TDHF ou d'un TDHF étendu.

Pour terminer cette section il est intéressant de faire deux ultimes remarques sur ces méthodes de dynamique moléculaire fermionique. Tout d'abord on peut noter que si l'on relaxe la condition d'antisymétrisation Eq.(78) la dynamique des gaussiennes FMD se réduit à la dynamique des particules tests utilisée pour simuler les équations cinétiques (section 4.1.2) [57]. Par ailleurs les dynamiques

moléculaires fermioniques sont sans doute à rapprocher d'une autre méthode de simulation, utilisée en physique moléculaire, la méthode Car-Parinello, dans laquelle on force une antisymétrisation de fonctions d'ondes modèles (des ondes planes) électroniques [62].

4.3 Une alternative : Stochastic TDHF

Une alternative, à la fois aux équations cinétiques et aux méthodes de dynamique moléculaire telles que celles que nous venons de présenter, a été proposée en 1992 [63]. Ce travail se propose de fournir un cadre théorique permettant des extensions stochastiques de TDHF, sans passer par l'étape des équations cinétiques. Deux idées sous tendent cette approche : i) un traitement perturbatif de l'interaction résiduelle V_{12} sur un intervalle de temps adéquat τ_{STDHF} , à partir d'une trajectoire TDHF; ii) une projection des états corrélés construit en i) sur un ensemble de déterminants de Slater. Il s'agit donc en quelque sorte de reprendre la démarche qui conduit à l'équation de Boltzmann-Langevin, mais en partant cette fois-ci de l'évolution champ moyen et non pas d'une équation cinétique type Boltzmann. Cela revient à traiter sur le même plan toutes les collisions élémentaires, sans chercher à les regrouper spécifiquement dans un terme de collisions et/ou dans un terme de collisions fluctuant.

L'hypothèse d'un traitement perturbatif sur un intervalle de temps τ_{STDHF} impose, comme pour l'intervalle de temps τ_{BL} de Boltzmann-Langevin (section 3.1.2), une condition de "décohérence" des trajectoires TDHF :

$$\tau_{coll} \ll \tau_{STDHF} \ll \tau_{ch.moy}. \quad (81)$$

Il faut en effet que la dynamique reste dominée par l'évolution champ moyen, mais que, dans le même temps, l'interaction résiduelle puisse agir suffisamment pour permettre des transitions entre états du système, et même un nombre de transitions suffisant pour justifier une hypothèse statistique. L'emploi de la notation τ_{coll} peut ici porter à confusion. Dans le cadre de STDHF la durée d'une collision n'existe pas sous la forme sous laquelle nous avons introduite cette échelle de temps (section 2.3). Mais la condition de développement des transitions que l'on doit imposer à τ_{STDHF} revient en fait à comparer τ_{STDHF} à τ_{coll} .

Moyennant la condition Eq.(81) la propagation d'un état initialement non corrélé D_N (déterminant de Slater) entre un instant 0 et τ_{STDHF} , en tenant compte de l'interaction résiduelle, conduit à exprimer la matrice densité de cet état D_N (corrélé après τ_{STDHF}) comme une superposition statistique d'états non corrélés D_M (déterminants de Slater) :

$$\underbrace{D_N(\tau_{STDHF})}_{\text{corrélée}} = \underbrace{\sum_M W_{MN}}_{\text{taux de transition}} \underbrace{D_M(\tau_{STDHF})}_{\text{non corrélée}} \quad (82)$$

Les poids W_M s'expriment quant à eux à partir de la règle d'or de Fermi [63].

Une fois la propagation élémentaire définie Eq.(82), on peut construire un ensemble de trajectoires stochastiques suivant un schéma de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{ccc} D_N & \xrightarrow{\tau_{STDHF}} & \{D_M, W_M\} \\ & & D_{M_0} \xrightarrow{\tau_{STDHF}} \{D_L, W_{M_0L}\} \\ & & \dots \end{array} \right\}_{N=1, \dots} \quad (83)$$

Partant d'un état de Slater D_N on choisit, après le premier pas de temps STDHF (par tirage aléatoire suivant les poids W_M) un nouveau déterminant de Slater D_{M_0} . Et on réitère le processus à partir de D_{M_0} . On obtient ainsi une trajectoire. Et un ensemble de trajectoires construites de cette façon constitue la représentation d'ensemble STDHF du processus dynamique étudié.

Qu'apporte STDHF par rapport aux approches que nous avons introduites précédemment ? Considérons tout d'abord le cas des équations cinétiques. Il peut sembler, superficiellement, que STDHF ne ressemble guère aux processus stochastiques que nous avons introduits précédemment. En particulier le temps τ_{STDHF} joue un rôle crucial dans la démonstration. Cependant, on doit se rappeler que l'équation de Boltzmann Langevin présente la même difficulté au travers de τ_{BL} même si τ_{BL} n'apparaît pas explicitement dans les dérivées par rapport au temps. On pourrait d'ailleurs écrire STDHF sous forme d'une équation différentielle... moyennant la restriction que les dérivées par rapport au temps seraient prises *modulo* τ_{STDHF} . La différence apparente entre STDHF et Boltzmann-Langevin tient donc seulement à la présentation et non au fond. Plus précisément on peut même redémontrer l'équation de Boltzmann Langevin à partir de STDHF [63]. Mais l'avantage de STDHF par rapport à l'équation Boltzmann Langevin tient d'une part à la transparence de ses hypothèses et au fait qu'elle ne nécessite pas le recours à une séparation explicite de l'effet de l'interaction résiduelle en terme de collisions et terme de collisions fluctuant. Ceci a deux conséquences : i) les fluctuations du champ moyen apparaissent directement dans la dynamique, alors que dans Boltzmann Langevin elles sont relayées par le terme de collisions; ii) on peut imaginer s'affranchir d'un certain nombre de difficultés numériques liées au traitement du terme de collisions.

Que représente STDHF par rapport aux méthodes de dynamique moléculaire ? Nous ne considérons ici que les méthodes de dynamiques moléculaires fermioniques, qui seules permettent un traitement satisfaisant du principe de Pauli. Nous avons vu que ces méthodes représentent en fait des versions dégradées de TDHF. On peut donc imaginer les étendre à l'aide de STDHF, autrement dit en faire des STDHF dégradés. Cette idée vient d'être explorée dans le cadre AMD [64]. On peut cependant à nouveau se demander s'il est nécessaire de passer par la voie AMD, alors que TDHF est une théorie bien établie, tant sur le plan formel que numérique [7]. En résumé STDHF semble donc constituer une alternative intéressante aux méthodes que nous avons introduites précédemment.

4.4 Conclusions

Nous avons vu dans cette partie comment le principe de Pauli était violé dans les simulations numériques d'équations cinétiques type Vlasov ou BUU. Il peut être transitoirement restauré en ajustant les paramètres numériques de la simulation, essentiellement le nombre de particules tests par nucléon N/A et la largeur des particules tests. Mais même dans ces conditions le lien entre simulation et équation n'est pas évident. Le cas de QMD apparaît quant à lui comme un cas particulier de BUU dans lequel on prendrait $N/A = 1$. Les pathologies de BUU vis à vis du principe de Pauli se retrouvent donc intégralement dans QMD. Pour ce qui est des dynamiques moléculaires avec potentiel de Pauli la situation est moins claire mais il semble également que des pathologies semblables apparaissent.

Les dynamiques moléculaires fermioniques FMD et AMD contiennent explicitement le principe de Pauli dans leur formulation. Cependant il s'avère que FMD n'est en fait rien d'autre qu'une version dégradée de TDHF. La version AMD, qui inclue un terme de collisions type BUU, apparaît donc comme une version dégradée d'un TDHF étendu. Par ailleurs la résolution numérique de FMD ou AMD est très

complexe.

Il est intéressant de noter que ces derniers développements (FMD, AMD) sont finalement fondés sur TDHF et que l'on se repose donc, de manière heuristique des questions anciennes [65]. Dans ce contexte l'approche STDHF, qui constitue une extension stochastique de TDHF, apparaît donc comme une alternative intéressante. Elle est bien fondée sur le plan théorique et les hypothèses sous-jacentes à son applicabilité sont claires. Des travaux dans cette direction apporteront donc sans doute un éclairage nouveau sur ces questions.

5 Remarques finales

Nous avons essayé dans ce texte de discuter des bases théoriques qui sous tendent les modèles microscopiques utilisés pour décrire les collisions d'ions lourds aux énergies de faisceau de quelques dizaines de MeV par nucléon. Dans cette gamme d'énergies où champ moyen et processus élémentaires agissent simultanément, les équations cinétiques semi-classiques type Boltzmann constituent une approche a priori attractive. Des simulations numériques de ces équations cinétiques sont largement utilisées depuis une dizaine d'années dans ce domaine de physique. Plus récemment des approches alternatives, en particulier fondées sur des méthodes de dynamique moléculaire ont été introduites.

Dans une première partie nous nous sommes concentrés sur les fondements théoriques des équations cinétiques en physique nucléaire. Nous avons montré comment il était possible, à l'aide de schémas de troncation ad-hoc, de les obtenir à partir du cadre général de la hiérarchie BBGKY des matrices densités réduites. Des difficultés formelles subsistent cependant dans cette démonstration, dues au faible découplage des échelles de temps mises en jeu. Le passage du formalisme quantique aux versions semi-classiques soulèvent également des difficultés.

Même si l'on considère comme acquise une équation de type Boltzmann dans le contexte nucléaire, il s'avère que cette approche reste insuffisante pour décrire nombre de situations observées expérimentalement, comme par exemple la multifragmentation. Pour circonscrire ces difficultés deux types d'approches ont été développées. Des extensions stochastiques des équations cinétiques ont été proposées. Elles ne résolvent cependant pas toutes les difficultés soulevées par l'introduction d'équations type Boltzmann en physique nucléaire. A l'opposé de ces approches stochastiques, qui s'inscrivent dans la ligne d'une stratégie fondée sur la dominance des effets à un corps, des méthodes de dynamique moléculaire ont été introduites pour décrire les collisions nucléaires. Ces approches permettent une prise en compte totale des corrélations, mais au prix d'une réduction complètement classique de la dynamique. Il s'avère en particulier que ces méthodes conduisent, peu ou prou, à une violation du principe de Pauli. On peut dès lors se demander dans quelle mesure elles sont adaptées à une description de systèmes (les noyaux !) où le principe de Pauli joue un rôle fondamental.

En fait des études systématiques montrent qu'une violation du principe de Pauli apparaît également au cours des simulations d'équations cinétiques, de l'équation de Vlasov en particulier et, dans une moindre mesure, de BUU. Cette pathologie peut être plus ou moins retardée par un choix judicieux des paramètres numériques. C'est également pour résoudre ce problème récurrent du principe de Pauli qu'une nouvelle classe de dynamiques moléculaires (les dynamiques moléculaires fermioniques) ont été introduites au début des années 90. Ces méthodes constituent en fait des versions simplifiées/dégradées du champ moyen dépendant du temps TDHF et/ou d'un champ moyen étendu. Elles sont cependant complexes à mettre en œuvre, et on peut donc se demander s'il ne serait pas plus simple, et plus satisfaisant sur le plan théorique, de revenir à des extensions bien fondées de TDHF. La théorie Stochastic TDHF pourrait offrir une telle voie de recherche.

Remerciements

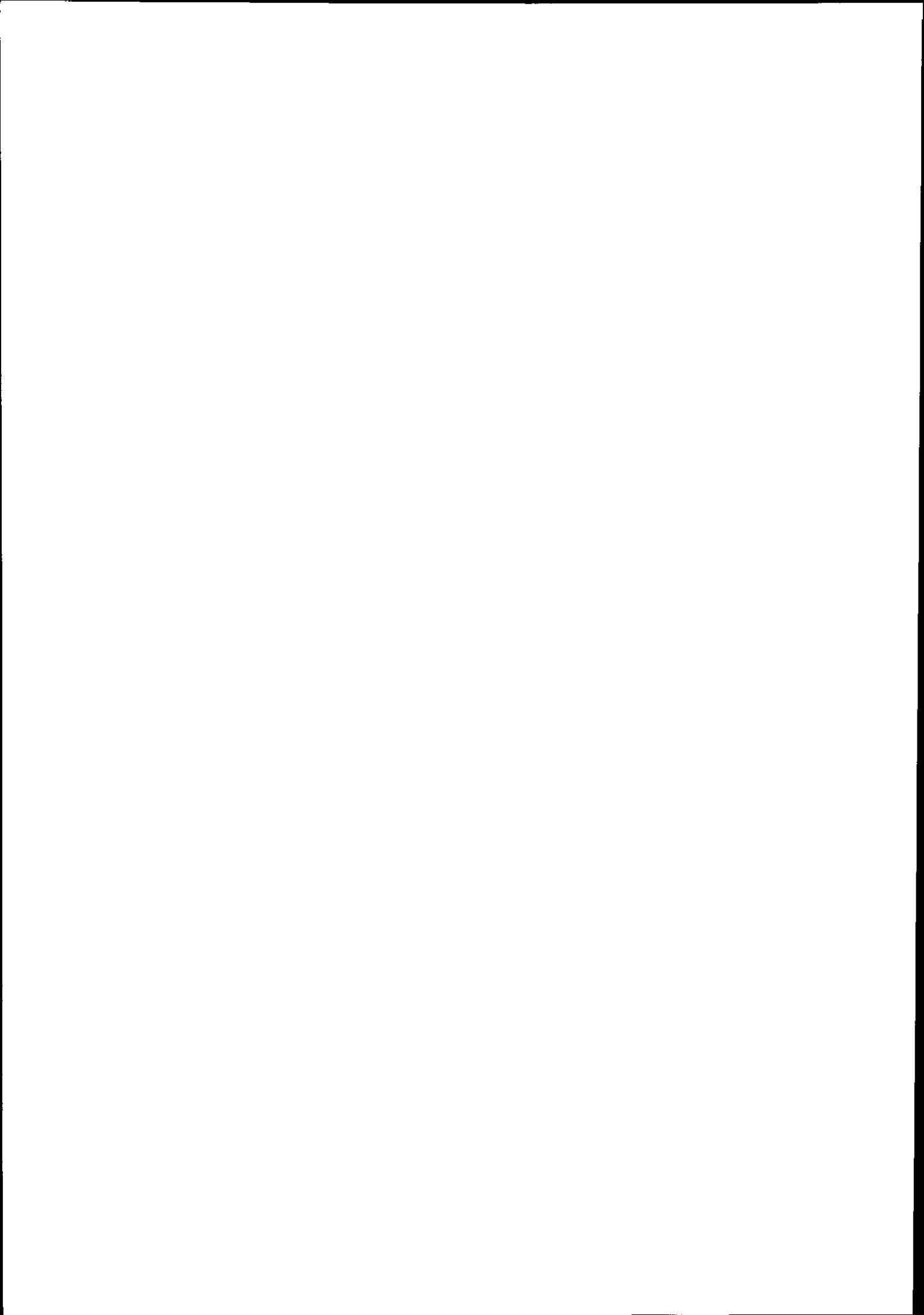
L'auteur tient à exprimer ses remerciements à P. G. Reinhard pour de nombreuses et très enrichissantes discussions. L'Institut Universitaire de France est également remercié pour son soutien financier.

References

- [1] G.F. Bertsch, S. Das Gupta, Phys. Rep. **160**(1988)190
- [2] *Nuclear matter and heavy-ion collisions*, Les houches, France, 1989, NATO, ASI, **B205**, Plenum, 1989
- [3] E. Suraud, Ann. Phys. (Fr.) **16**(1991)198
- [4] L. W. Nordheim, Proc. Roy. Soc. **A119**(1928)689
- [5] E.A. Uehling, G.E. Uhlenbeck, Phys. Rev. **43** (1933) 552
- [6] Voir le cours de B. Rémaud dans ce volume
- [7] J. W. Negele, Rev. Mod. Phys. **54**(1982)912, et références citées
- [8] J. Cugnon, T. Mizutani, J. Vandermeulen, Nucl. Phys. **A352** (1981) 505
- [9] D. Vautherin, D. Brink, Phys. Rev. **C5**(1972)626
- [10] J. Cugnon, Ann. Phys. (Fr) **11**(1986)201, et références citées
- [11] K. Huang, *Statistical Mechanics*, Wiley, New York 1963
- [12] Ch. Grégoire, Ecole Joliot Curie 1987 *Au delà du champ moyen ...*, p 93
- [13] R. Balescu, *Nonequilibrium Statistical Mechanics*, Wiley, 1975
- [14] J. P. Hansen, I. R. Mc Donald, *Theory of simple liquids*, Academic Press, Londres, 1976
- [15] B. F. Gibson, B. H. J. MacKellar, Few Body Syst. **3**(1988)143
- [16] R. F. Snider, J. Chem. Phys. **32**(1960)1051
- [17] K. J. Schmitt, P. G. Reinhard, Ch. Toepffer, Zeit. Phys. **A336**(1990)123
- [18] W. Botermans, R. Malfliet, Phys. Rep. **198**(1990)115
- [19] W. Cassing, S. J. Wang, Zeit. Phys. **A328**(1987)423
- [20] B. D. Day, Rev. Mod. Phys. **39**(1967)719
- [21] C. Greiner, K. Wagner, P.-G. Reinhard, Phys. Rev. **C49**(1994)1693
- [22] P. L'Eplattenier, E. Suraud, P. G. Reinhard, Ann. Phys. (NY), sous presse, 1995
- [23] G. Welke, R. Malfliet, Ch. Grégoire, M. Prakash, E. Suraud, Phys. Rev. **C40**(1989)317
- [24] M. Tohyama, E. Suraud, Nucl. Phys. **A459**(1992)461
- [25] P.-G. Reinhard, E. Suraud, Ann. Phys. (N.Y.) **239**(1995)193
- [26] P.-G. Reinhard, E. Suraud, Ann. Phys. (N.Y.) **239**(1995)216
- [27] E. Suraud, Ch. Grégoire, B. Tamain, Prog. Part. Nuc. Phys. **23**(1989)357
- [28] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel, K. Niita, Phys. Rep. **188**(1990)363
- [29] D. H. E. Gross, Rep. Prog. Phys. **53**(1990)605
- [30] R. Balian, *From microphysics to macrophysics*, Springer, Berlin, 1991
- [31] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods*, Springer, Berlin, 1990

- [32] D. Chandler, *Introduction to modern statistical mechanics*, Oxford Univ. Press, New-York, 1987
- [33] S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.* **15**(1943)1
- [34] N.G. Van Kampen, *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*, North-Holland, Amsterdam, 1987
- [35] M. Bixon, R. Zwanzig, *Phys. Rev.* **187**(1967)267
- [36] S. Ayik, Ch. Grégoire, *Phys. Lett.* **B212**(1988)269, *Nucl. Phys.* **A513**(1990)187
- [37] P.-G. Reinhard, E. Suraud, S. Ayik, *Ann. Phys. (N.Y.)* **213**(1992)204
- [38] Y. Abe, S. Ayik, P. G. Reinhard, E. Suraud, soumis à *Phys. Rep.*
- [39] M. Belkacem, E. Suraud, S. Ayik, *Phys. Rev.* **C47**(1993)R16
- [40] F. S. Zhang, E. Suraud, *Phys. Rev.* **C51**(1995)3201
- [41] E. Cortès, B. J. West, K. Lindenberg, *J. Chem. Phys.* **82**(185)2708
- [42] Ph. Chomaz, G. F. Burgio, J. Randrup, *Phys. Lett.* **B254**(1991)340
- [43] E. Suraud, S. Ayik, J. Stryjewski, M. Belkacem, *Nucl. Phys.* **A519**(1990)171c
- [44] E. Suraud, S. Ayik, M. Belkacem, J. Stryjewski, *Nucl. Phys.* **A542**(1992)141
- [45] S. Nosé, *J. Chem. Phys.* **81**(1984)511, W. G. Hoover, *Phys. Rev.* **A31**(1985)1685
- [46] T. Cagin, M. Pettitt, *Molec. Phys.* **5**(1991)72
- [47] T. J. Schlagel, V. R. Pandharipande, *Phys. Rev.* **C36**(1987)162
- [48] R. J. Lenk, T. J. Schlagel, V. R. Pandharipande, *Phys. Rev.* **C42**(1990)372
- [49] L. Wilets, E. M. Henley, M. Kraft, A. D. Mackellar, *Nucl. Phys.* **A282**(1977)341
L. Wilets, Y. Yariv, R. Chestnut, *Nucl. Phys.* **A301** (1978)359
D. J. E. Callaway, L. Wilets, Y. Yariv, *Nucl. Phys.* **A327** (1979)250
- [50] Ch. Dorso, J. Randrup, *Phys. Lett.* **B188** (1987)287, *Phys. Lett.* **B215** (1988)1611, *Phys. Lett.* **B232** (1989)29
- [51] C. L. Kirschbaum, L. Wilets, *Phys. Rev.* **A21**(1980)834
- [52] C. Dorso, J. Randrup, *Phys. Lett.* **B301** (1993)328
- [53] D. Klakow, C. Toepffer, P. G. Reinhard, *Phys. Lett.* **A192**(1994)55
- [54] J. Aichelin, *Phys. Rep.* **202**(1991)233
- [55] G. Peilert, H. Stöcker, W. Greiner, A. Rosenhauer, A. Bohnet, J. Aichelin, *Phys. Rev.* **C39**(1989)1402
- [56] M. A. Preston, R. K. Bhaduri, *Structure of the nucleus*, Addison Wesley, Londres, 1975
- [57] P. L'Eplattenier, Thèse d'université, Orsay, 1995, non publiée
- [58] H. Feldmeier, *Nucl. Phys.* **A515** (1990)147
- [59] H. Feldmeier, K. Bieler, J. Schnack *Nucl. Phys.* **A586** (1995)493
- [60] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, A. Ohnishi, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992)2898, *Prog. Theor. Phys.* **87**(1992)1185

- [61] A. Ono, H. Horiuchi, Phys. Rev. **C51** (1995)299
- [62] R. Car, M. Parinello, Phys. Rev. Lett. **55**(1985)2471
- [63] P. G. Reinhard, E. Suraud, Ann. Phys. **216**(1992)98
- [64] A. Ohnishi, J. Randrup, Phys. Rev. Lett. **75**(1995)596
- [65] K. Goeke, P. G. Reinhard (Eds), *TDHF and Beyond*, Lecture Notes in Physics, vol 171, Springer, Berlin, 1982



NOYAUX EN COLLISIONS AUTOUR DE L'ENERGIE DE FERMI

Dominique Durand et Bernard Tamain

Laboratoire de Physique Corpusculaire, IN2P3, ISMRa et Université de Caen

Resumé

Quelques aspects expérimentaux de la physique des collisions dissipatives autour de l'énergie de Fermi sont présentés. Une attention particulière est portée sur la comparaison entre l'expérience et les théories microscopiques basées sur les équations de transport discutées dans d'autres cours de cette école. Après une brève introduction sur les moyens expérimentaux disponibles dans ce domaine d'énergie, les divers phénomènes intervenant dans une collision sont abordés en fonction de leur apparition au cours du temps. Les processus rapides sont présentés en discutant le flot latéral des particules de pré-équilibre, l'interférométrie γ - γ et la production de particules énergétiques (π , K). Les propriétés thermodynamiques des noyaux chauds sont ensuite analysées à travers leurs modes de production et leurs modes de décroissances. Enfin, les propriétés dynamiques de la fragmentation nucléaire sont discutées en mettant l'accent sur l'identification de la (ou des) instabilité(s) responsable(s) de ce processus.

Abstract

Some experimental aspects of dissipative collisions in the Fermi energy range are presented. We focuss on the comparaison between experimental data and the results of microscopic transport models discussed elsewhere in this school. After a short introduction presenting the available experimental devices, some physical processes are discussed as a function of their occurrence as the collision goes on. Fast processes are presented including the transverse flow of pre-equilibrium particles, γ - γ interferometry and energetic particle production (π , K). Then, thermodynamical properties of hot nuclei are analysed by means of their production modes as well as their decay modes. Last, the dynamical properties of nuclear fragmentation are discussed with a special emphasis on the identification of the instability (ies) responsible for such a process.

I) Prologue

1) Introduction générale

L'étude des collisions nucléaires dans le domaine des énergies de Fermi est un vaste domaine qui couvre une multitude de processus et il est hors de question de pouvoir traiter l'ensemble du champ en quelques dizaines de pages. Suivant le thème de cette école, nous nous sommes intéressés aux collisions dissipatives qui peuvent conduire les noyaux dans des états extrêmes de température, de moment angulaire et peut-être de pression. Evoquer des grandeurs thermodynamiques de ce type revient à sélectionner des situations relevant d'un certain équilibre thermodynamique. C'est à ce niveau que se trouve la plus grande difficulté de l'étude des collisions noyau-noyau car leurs propriétés reflètent aussi des effets dynamiques. Dans ce cours, nous prendrons donc le temps comme guide. Nous traiterons d'abord les premiers instants de la collision, puis la phase permettant aux noyaux excités d'apparaître. Nous suivrons ensuite leurs propriétés de décroissance en fonction de l'énergie d'excitation et nous nous intéresserons plus particulièrement à certains aspects dynamiques liés à un processus particulier: la fragmentation nucléaire.

Auparavant, nous plantons le décor en discutant les spécificités générales des collisions noyau-noyau autour de l'énergie de Fermi, tant en ce qui concerne les dépôts d'énergie que les temps caractéristiques.

2) Spécificités de l'énergie de Fermi: grandeurs caractéristiques

a) les longueurs

Les sondes utilisées pour étudier les noyaux vont de l'électron aux ions lourds. Une spécificité des ions lourds réside dans le fait que ce sont les plus efficaces pour déposer des énergies d'excitation très fortes dans les noyaux. Une première raison de cette propriété est à rechercher dans les effets de longueur d'onde associée à un projectile entrant en collision avec un nucléon.

Energie	1 MeV	10 MeV	100 MeV	1 GeV
Electron	140	19	2,2	0,35
Nucléon	6,5	2,1	0,67	0,24

Le tableau ci-dessus donne (en fermis) les longueurs d'onde réduites associées à des collisions électron-nucléon et nucléon- nucléon pour différentes énergies

incidentes: ces chiffres sont à comparer à la distance typique entre nucléons d'un noyau (~1.2 fm). On voit que des électrons de plus de 1 GeV auront un "encombrement quantique" inférieur à la taille du nucléon; ils constitueront donc une sonde idéale pour explorer la structure du nucléon: on trouve là l'idée sous jacente à la physique de Cebaf ou de celle du projet Elfe. Un tel projectile ne peut bien évidemment pas être efficacement utilisé pour déposer une énergie d'excitation forte dans un noyau, puisque la collision se réduira pour l'essentiel à une collision sur un nucléon, voire un quark. L'énergie incidente ne sera alors pas "distribuée" dans le système mais "concentrée" sur l'un de ses constituants. Il en est de même pour un nucléon de plus de 100 MeV ou plus généralement pour un ion lourd de plus de 100 MeV par nucléon. Dans ces cas, les collisions individuelles nucléon-nucléon conduiront à une forte émission directe ou de prééquilibre. Inversement, à des énergies inférieures à 30-40 MeV/nucléon, l'interaction d'un nucléon incident conduira aisément à un dépôt d'énergie "distribuée" dans le noyau. Si le projectile est lui-même un ensemble de nucléons, les effets cumulés des énergies déposées par ces nucléons permettront d'atteindre des excitations très fortes. Le cas le plus favorable est celui d'une collision noyau-noyau symétrique. A 30 MeV par nucléon d'énergie incidente, l'énergie disponible est de l'ordre de $30/4 \approx 8$ MeV/nucléon. En cas de fusion, cela correspond à des énergies d'excitation comparables aux énergies de liaison des noyaux. Les collisions noyau-noyau sont donc très favorables pour déposer de fortes énergies d'excitation. Cependant, des remarques s'imposent quant au développement précédent. En premier lieu, les aspects de longueur d'onde associée ne sont pas les seuls qui déterminent les mécanismes de réaction. Le fait qu'un nucléon soit ou non "piégé" dans le potentiel moyen du noyau cible reflète aussi l'énergie de ce nucléon relativement au noyau cible. C'est ainsi qu'un nucléon ayant subi une collision nucléon-nucléon peut être ou ne pas être piégé dans le potentiel du partenaire. C'est la philosophie des calculs de type "Cascade" qui suivent l'histoire des nucléons du système ¹⁾. Bien que subissant des collisions nucléon-nucléon individuels, un nucléon incident de haute énergie peut ainsi finir par céder une forte partie de son énergie au système qui, à terme, est collectivement excité. C'est ainsi qu'avec une faible probabilité, un ion léger, voire un proton ou mieux un anti-proton ont pu être utilisés pour chauffer fortement les noyaux. Les valeurs des énergies déposées restent cependant inférieures à celles atteintes en ions lourds ²⁾.

b) les temps

Nous définissons quelques temps caractéristiques des collisions nucléaires à l'énergie de Fermi E_F):

- temps de thermalisation: c'est le temps nécessaire pour qu'un nucléon incident cède toute son énergie au noyau récepteur en excitant les degrés de liberté internes du système. Il y a deux régimes de thermalisation très différents selon que l'énergie incidente E_{inc} est inférieure ou supérieure à E_F l'énergie de Fermi.

Pour $E_{inc} > E_F$, la dissipation se fait par collisions nucléon-nucléon car l'espace des phases est largement ouvert. On calcule alors τ_{nn} le temps moyen entre deux collisions de façon standard et on obtient:

$$\tau_{nn} = \frac{1}{\sigma \rho_0 v} \quad (I-1)$$

où σ est la section efficace nucléon-nucléon que l'on peut prendre égale à la valeur dans le vide (40 mbarn), ρ_0 est la densité nucléaire ($.17 \text{ fm}^{-3}$), et \bar{v} la vitesse moyenne dans le milieu qui est de l'ordre de grandeur de V_F la vitesse de Fermi. On obtient numériquement un temps voisin de 5 fm/c. En général, on considère qu'il faut environ 3 ou 4 collisions pour obtenir la thermalisation, ce qui donne un temps $\tau_{therm}^{2\text{-body}}$ de l'ordre de 15 à 20 fm/c.

Lorsque $E_{inc} < E_F$, la dissipation se fait via le champ moyen (dissipation dite à un corps) car la fréquence des collisions nucléon-nucléon est fortement réduite du fait du principe de Pauli. Dans ce cas, le temps nécessaire pour thermaliser est de l'ordre du temps de transit d'un nucléon d'un bout à l'autre du noyau et on obtient alors:

$$\tau_{therm}^{1\text{-body}} \equiv \frac{R}{v} \quad (I-2)$$

où R est le rayon du noyau récepteur. Numériquement, cela donne de l'ordre de 20 à 30 fm/c. Un autre temps utile est celui associé à la relaxation de mouvements de faible amplitude type résonance géante. Ce temps est obtenu à partir de la largeur de la GDR (résonance géante dipolaire). Dans le Pb^{208} , elle est typiquement de 4 MeV, ce qui donne un temps de l'ordre de 50 fm/c.

Les temps de réaction dans notre domaine d'énergie vont d'environ 50 fm/c dans les collisions périphériques jusqu'à 250-300 fm/c dans les collisions centrales pour un système lourd type $\text{Pb}+\text{Au}$ à 29 MeV/u. Cependant, vers 100 MeV/u, ces temps sont plus courts et sont tout à fait comparables avec les temps mentionnés plus

haut . Ceci dit, on voit que généralement, les degrés de liberté internes sont relaxés assez rapidement par rapport au temps de réaction. Enfin, un dernier temps intéressant peut être obtenu à partir de la théorie statistique, c'est le temps de vie d'un noyau chaud par rapport à l'émission neutron. Il s'écrit ⁴⁾:

$$\tau_n^{\text{evap}} \cong \frac{9 \cdot 10^3 e^{\frac{Q_n}{T}}}{T^2 A^{\frac{2}{3}}} \text{ en fm/c} \quad (\text{I-3})$$

où T est la température nucléaire (en MeV), Q_n l'énergie de liaison du neutron (de l'ordre de 8 MeV). Pour le cas du Pb ($Q_n=7.1$ MeV), on trouve des temps allant de $4.2 \cdot 10^5$ fm/c pour $T=1$ MeV à 15 fm/c pour $T=7$ MeV. Ceci signifie que les temps d'émission (si tant est que la théorie statistique ait encore un sens à $T=7$ MeV) peuvent devenir de l'ordre de grandeur du temps de thermalisation pour des températures aux alentours de 5 MeV.

c) les énergies

Les énergies mises en jeu dans les réactions en dessous de 100 MeV/u sont insuffisantes pour exciter les degrés de liberté internes du nucléon. Ceci rend négligeable le rôle des résonnances Δ ou N^* dans les propriétés de transport de la matière aux énergies considérées. L'énergie dissipée ne peut donc être stockée que sous forme d'énergie cinétique des nucléons et dans les modes collectifs correspondant à des amplitudes plus ou moins grandes. Comme mentionné plus haut, l'énergie d'excitation par nucléon atteint le quart de l'énergie incidente par nucléon en cas de fusion d'un système symétrique. Sur la figure I-1, on a indiqué quelques valeurs d'énergie associée à des processus dont il sera question par la suite. Le seuil pour l'apparition de la fragmentation d'un noyau lourd, c'est à dire sa cassure en plus de deux gros fragments, a été mesuré aux alentours de $\epsilon^*=3$ MeV/u ⁵⁾.

Quels sont les ordres de grandeurs des énergies associés à des fluctuations de densité? Pour en avoir une idée, nous pouvons utiliser une paramétrisation très schématique pour l'équation d'état ⁶⁾:

$$U(\text{MeV} / u) = \frac{K}{18} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 \quad (\text{I-4})$$

où K est le coefficient d'incompressibilité, ρ et ρ_0 respectivement la densité considérée et celle du fondamental. A l'aide de cette formule et en prenant $K=220$ MeV, l'énergie nécessaire pour dilater la matière d'un facteur 3 est de 6 MeV/u alors

qu'il faut 10 MeV/u pour la comprimer d'un facteur 2. L'énergie de liaison par nucléon est d'environ 8 MeV/u et l'énergie nécessaire pour vaporiser en particules légères ($Z=1,2$) un noyau de masse 40 ⁷⁾ est de l'ordre de 10 à 12 MeV/u. Ces énergies sont effectivement possibles avec des systèmes symétriques dans des collisions centrales comme nous le verrons par la suite. Ceci signifie que l'essentiel des modes de décroissances des noyaux peuvent être observés dans notre domaine d'énergie. Des excursions à haute densité sont aussi possibles, ce qui peut permettre d'observer de nouveaux types d'instabilité comme nous le verrons au chapitre IV.

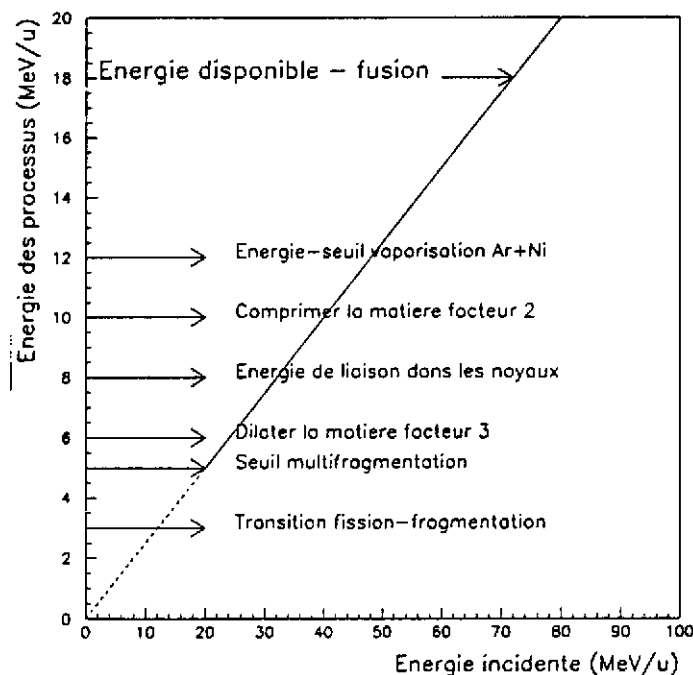


Figure I-1: Valeurs des énergies (en MeV par nucléon) nécessaires pour observer quelques processus caractéristiques des noyaux chauds. La ligne en diagonale correspond à l'énergie disponible dans le centre de masse en fonction de l'énergie incidente pour une collision symétrique.

d) avantages et inconvénients des différents projectiles

Dans ce paragraphe, nous discutons rapidement les mérites comparés des différents projectiles selon leur capacité à déposer de grandes énergies dans le système. Comme indiqué précédemment, les meilleurs sondes pour chauffer les noyaux sont les ions lourds, mais aussi avec un moindre probabilité les protons, anti-protons, deutons, He³. Les projectiles légers présentent un certain nombre d'avantages. Le mécanisme de la réaction est plus simple qu'en ions lourds bien que des effets de pré-équilibre soient toujours présents. En effet, les aspects collectifs tels que rotation, compression et déformation sont minimisés au profit des seuls effets thermiques et, de ce point de vue, les résultats obtenus avec de telles sondes peuvent servir de

références pour mettre en évidence, par "soustraction", des effets collectifs. C'est pour cette raison que des expériences ont été récemment menées en He , p ou anti-proton à Saturne et à Lear 8).

3) Quelques brefs rappels des techniques expérimentales

Nous abordons dans cette partie les méthodes expérimentales permettant l'étude des réactions nucléaires dans le domaine de l'énergie de Fermi. Les accélérateurs qui rendent accessibles ce domaine d'énergie sont pour l'essentiel situés à Caen (Ganil), aux USA (MSU et Texas), en Allemagne (GSI) et au Japon (Riken). Un point essentiel des collisions noyau-noyau de 20 à 100 MeV/u concerne la complexité de la réaction : de nombreux produits sont libérés, allant des nucléons à des agrégats lourds ou semi-lourds; de nombreux mécanismes de réaction peuvent aussi co-exister. Ces deux aspects ont conduit les physiciens à mettre en oeuvre des détecteurs couvrant un grand domaine de l'espace (si possible, proche de 4π stéradians). Malheureusement, aucun d'eux n'est complet ou parfait et on doit donc se contenter d'équipements complémentaires.

La désexcitation de noyaux excités lourds conduisent à un grand nombre de neutrons : des détecteurs 4π neutrons (boules à neutron) ont donc été installés par exemple à Ganil 9). L'avantage de ces équipements est de permettre de compter les neutrons associés à une réaction donnée et donc de filtrer les réactions les plus dissipatives, c'est-à-dire celles pour lesquelles la multiplicité est attendue la plus élevée. Deux inconvénients viennent limiter la portée de ces mesures : le fait qu'une boule à neutron ne fournit aucune donnée cinématique claire (spectre en énergie des neutrons) et le fait que les collisions les plus dissipatives ne sont pas nécessairement associées de façon bi-univoque aux multiplicités de neutrons les plus grandes. Le souhait d'obtenir des données cinématiques sur les neutrons émis a conduit à concevoir le multidétecteur Demon 10): celui-ci permet de déterminer les spectres en énergie cinétique des neutrons mais seulement sur une proportion de l'espace limitée à quelques pourcents. Les énergies des neutrons sont déduites de leur temps de vol sur une base de l'ordre de 2 mètres. Ce même temps de vol ou une discrimination de forme permet de distinguer les neutrons des gammas. C'est d'une part à cause de la grande valeur de la base de vol, d'autre part à cause des problèmes de diaphonie entre compteurs, qu'un Détecteur Modulaire de Neutrons ne peut couvrir qu'une fraction limitée de l'espace: il est donc impossible de mesurer à la fois et pour chaque événement la multiplicité des neutrons et leurs caractéristiques cinématiques (énergie et angle d'émission). Les deux dispositifs décrits précédemment sont montrés sur la figure I-2.

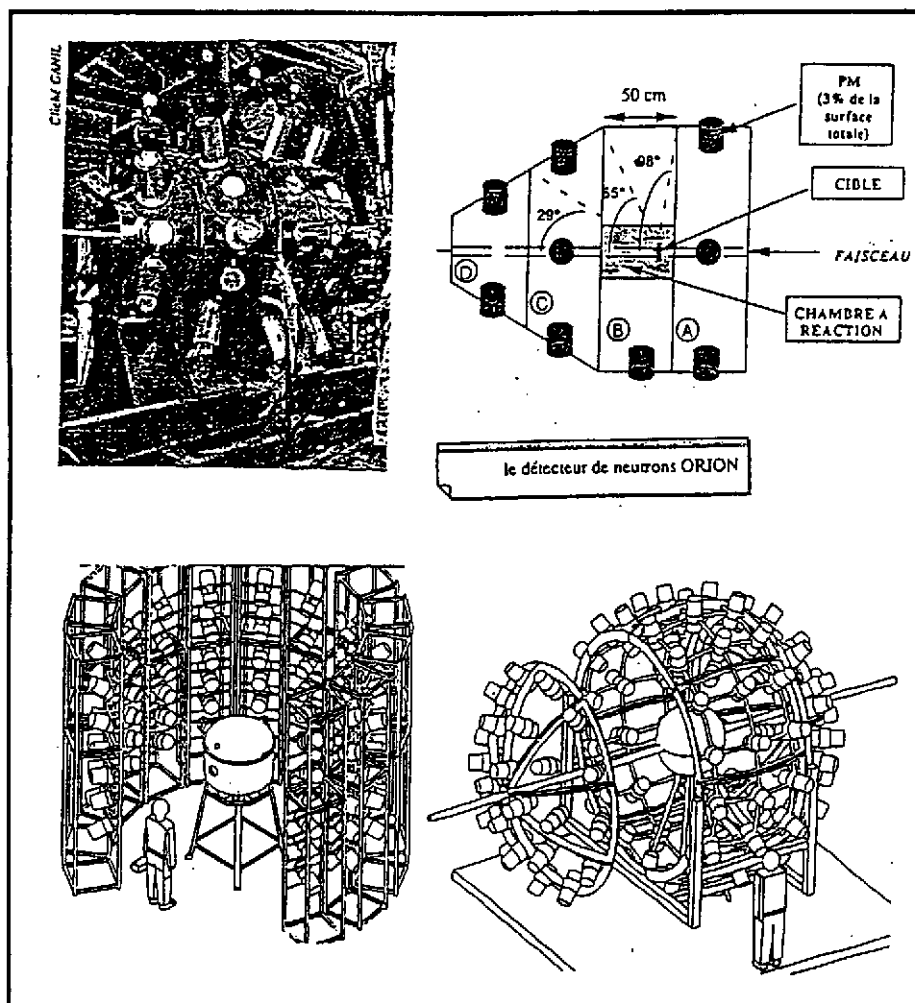


Figure I-2: Deux dispositifs expérimentaux utilisés pour la détection des neutrons. En haut, le détecteur Orion ⁹⁾. En bas, deux des configurations de Démon utilisées dans des expériences à Louvain-La-Neuve et au Ganil ¹⁰⁾.

Cet objectif n'est accessible que pour les particules chargées et encore, moyennant de très gros efforts car la panoplie des particules chargées libérées dans les collisions noyau-noyau couvrent une forte dynamique en charge ou masse, et en énergie cinétique. Les divers multidétecteurs, qui se sont développés de par le monde, se distinguent par les limites qu'ils se sont fixées quant à ces dynamiques. On peut classer dans les détecteurs 4π de première génération la boule de plastique¹¹⁾ ou la chambre à streamer¹²⁾ de Berkeley, ou Nautilus¹³⁾ à Ganil, ou Diogène¹⁴⁾ à Saturne ou Amphora¹⁵⁾ à Sara. Ces détecteurs font appel aux diverses techniques de caractérisation des produits émis: méthode $\Delta E-E$ (boule de plastique) ou ΔE -temps de vol (Nautilus), ou reconstitution de traces avec mesure du moment grâce à la courbure due à un champ magnétique (chambre à Streamer ou Diogène). La méthode $\Delta E-E$ demande l'arrêt des produits à identifier dans les détecteurs. A l'inverse, la

méthode ΔE -temps de vol n'est adaptée que si le détecteur est traversé par la particule ce qui implique des seuils de détection significatifs. Par ailleurs, l'identification concerne la charge mais non la masse. Ce dernier inconvénient n'existe pas pour les méthodes magnétiques qui combinent une mesure du ΔE et de la courbure de la trajectoire: dans ce cas, l'identification est obtenue aussi bien pour la charge que pour la masse. Une mesure supplémentaire de temps de vol (comme dans Diogène) permet une redondance pour la détermination de la masse.

Les équipements plus récemment installés à Ganil, à SIS ou à MSU reprennent toutes ces méthodes en palliant aux inconvénients des détecteurs de première génération: minimisation des zones mortes et des problèmes de seuil, amélioration des résolutions en identification ou en énergie.

Fopi 16) (figure II-3) combine les techniques mises en oeuvre dans Nautilus et dans Diogène. Le "mur avant" utilise la méthode ΔE -temps de vol à l'aide de plastiques scintillants et de chambres d'ionisation. Son ouverture angulaire 1.2° - 30°) lui permet de couvrir une large fraction de l'hémisphère "avant" dans les collisions symétriques et sa granularité (764 détecteurs) limite à 10% les probabilités d'empilement dans un même module. Les produits détectés sont identifiés en charge jusqu'à $Z = 20$. Les seuils correspondants sont 15 MeV en protons et 50 MeV/u pour $Z=15$.

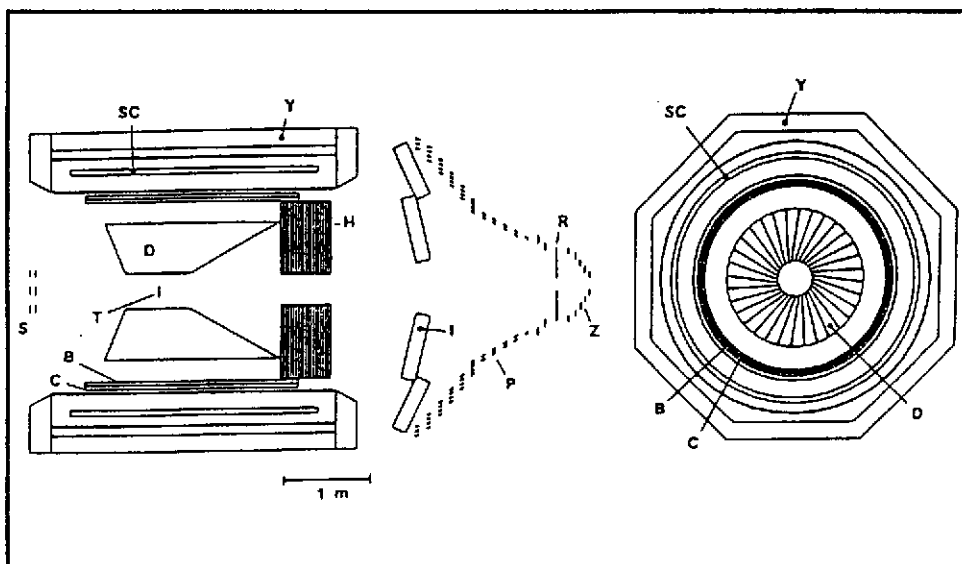


Figure I-3: Vue schématique de Fopi 16)
A gauche : coupe contenant le faisceau; à droite: coupe dans un plan perpendiculaire.

Au-delà de 30° , c'est la partie "magnétique" de Fopi qui doit permettre l'identification des produits dont on reconstruit les trajectoires dans des chambres à

dérive (D sur la figure I-3), un tonneau de scintillateurs (B) et une coquille de compteurs Cerenkov (C).

Une telle reconstruction de trajectoire est aussi la clé de l'analyse des expériences menées avec Aladin 17,18) (figure I-4).

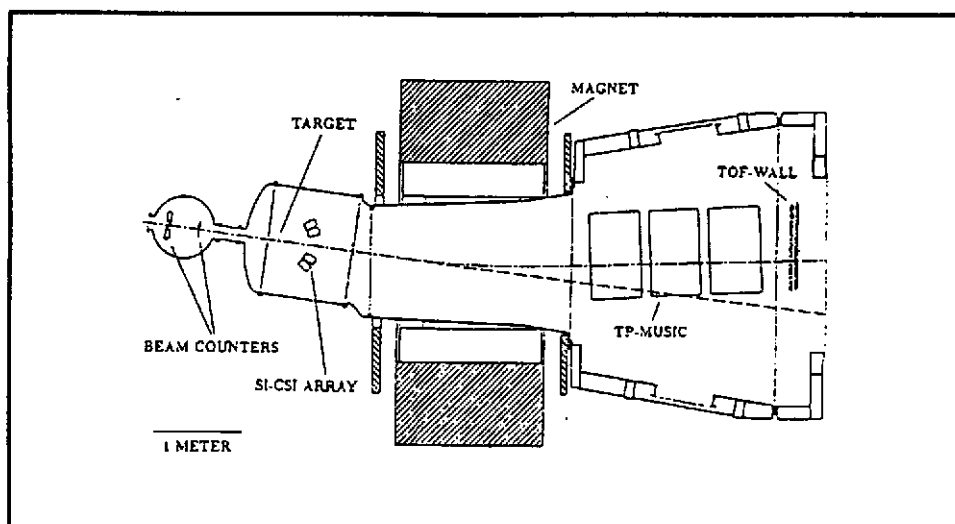


Figure I-4: Schéma de Aladin 17)

Cet ensemble à faible acceptation angulaire ($\pm 4,7$ et $\pm 4,5^\circ$ dans les plans horizontal et vertical) permet cependant de couvrir une bonne partie de l'espace des phases associé à la décroissance des quasi-projectiles ayant subi des collisions en cinématique inverse. Tous les produits correspondants de charge $Z \geq 2$, sont détectés avec une efficacité supérieure à 90% 17). Ils sont identifiés grâce à la mesure de leur temps de vol (mur de plastique) et de leur perte d'énergie (Mur et chambre d'ionisation à projection temporelle). Leur énergie est obtenue par reconstruction de trajectoire dans le champ magnétique qu'ils ont subi. Aladin est donc détecteur qui permet l'étude de la désexcitation des quasi-projectiles, mais il faut garder en tête qu'il ne détecte pas les protons et que l'information obtenue sur le reste du système (quasi-cible et zone participante reste pauvre même si un hodoscope de scintillateurs est positionné au voisinage de la cible (figure II-4).

Les deux multidétecteurs que nous venons de considérer (Fopi et Aladin) ont été construits pour mener des expériences à SIS, c'est-à-dire dans le domaine de GeV/u. Le domaine qui nous intéresse dans ce cours est en-dessous de 100 MeV/u ; les vitesses d'entraînement des produits finaux sont plus limitées qu'à SIS et elles autorisent une mesure directe de leurs énergies car les parcours associés demeurent raisonnables. C'est la raison pour laquelle les multidétecteurs Indra 19) (Ganil), Miniball 20) (MSU), Chimera 21) (Catane), Amphora (Sara) 15) ou Isis 22) (Indiana : détecteur utilisé avec des ions légers à Saturne), sont tous fondés sur une

identification par méthode ΔE -E. Ces divers équipements diffèrent par le choix des étages ΔE et E (donc les seuils associés), par la nature des matériaux détecteurs retenus (donc les résolutions en énergie et les performances d'identification) par l'électronique associée (donc la dynamique en énergie accessible), par leur nombre de modules (donc les multiplicités maximales accessibles) et par les méthodes de calibration mises en oeuvre. Le choix d'un premier étage à gaz (Indra et Isis) autorise des seuils bas ; inversement, il pose le problème de zones mortes qui n'a correctement été résolu que dans Indra (efficacité géométrique supérieure à 90%). Le choix du silicium pour l'un des étages de détection permet d'assurer des performances optimales en identification (jusqu'à $Z=50$ dans Indra) et en résolution en énergie. Une granularité de plusieurs centaines permet d'atteindre des multiplicités de 40-50 avec un taux d'erreur acceptable (5% de double comptage pour 320 détecteurs et une multiplicité de 40 ¹⁹). Le problème des calibrations est sévère car la réponse des scintillateurs dépend du produit détecté. Or, tous les multidétecteurs utilisent les scintillateurs pour dernier étage car ce sont les seuls que l'on sait construire épais. De tous les multidétecteurs actuellement sur le marché, seul Indra autorise des études cinématiques claires car c'est le seul pour lequel des efforts importants ont été menés au niveau des calibrations.

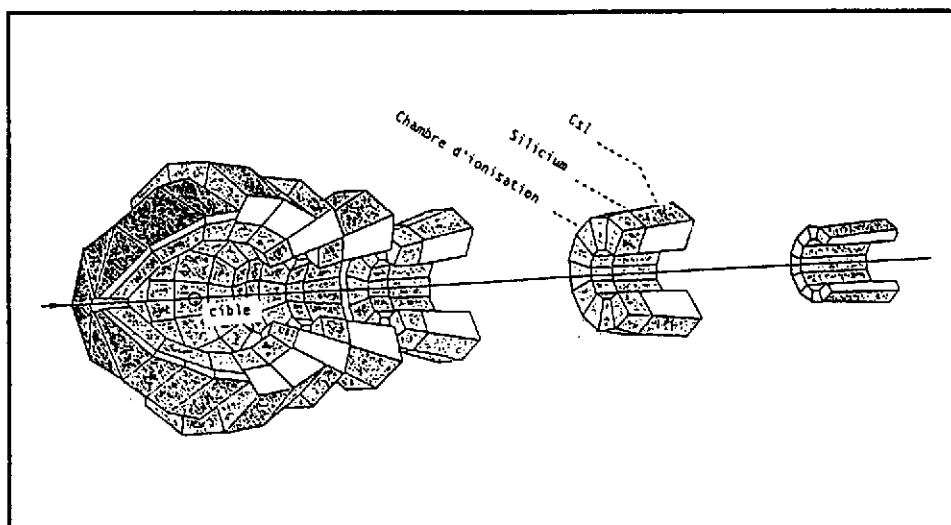


Figure I-5: Schéma de Indra et de ses 17 couronnes. Extrait de 19).

Le tableau I-1 de la page suivante résume les caractéristiques principales des principaux multidétecteurs disponibles.

	Indra	Miniball	Chimera	Amphora	ISIS
nombre de modules	336	215(188)	1192	140	162
nature des détecteurs	Gaz Si CsI	phoswich (plast - CsI)	Si CsI	CsI phoswich (<15°)	Gaz Si CsI
couverture angulaire	3-176°	9(14) -160°	1-76°	2-164°	14-86,5° 93,5-166
efficacité géométrique	90%	89%	94%	82%	80%
identification en Z	1-50	1-18	oui	1-9 1-20	1-15
identification en masse	H-He-Li-Be	H-He	oui	H-He	H-He-Li
dynamique MeV/u en énergie	seuil 1 MeV/u identifie H-He jusqu'à 150 MeV/u dynamique:1-5000	Z=3:>1,5(2,2) MeV/u Z=10:>2,5(4,5) MeV/u	très bas identifié par TV	Z=2:>4MeV/u Z=10:>8 MeV/u	0,5-90

Tableau I-1

4) Introduction aux chapitres suivants: chronologie d'une collision

Nous avons choisi de montrer les différents processus apparaissant dans les collisions dissipatives en les introduisant suivant leur ordre d'arrivée dans le temps. Une chronologie très sommaire d'une collision noyau-noyau est indiquée sur la figure I-6.

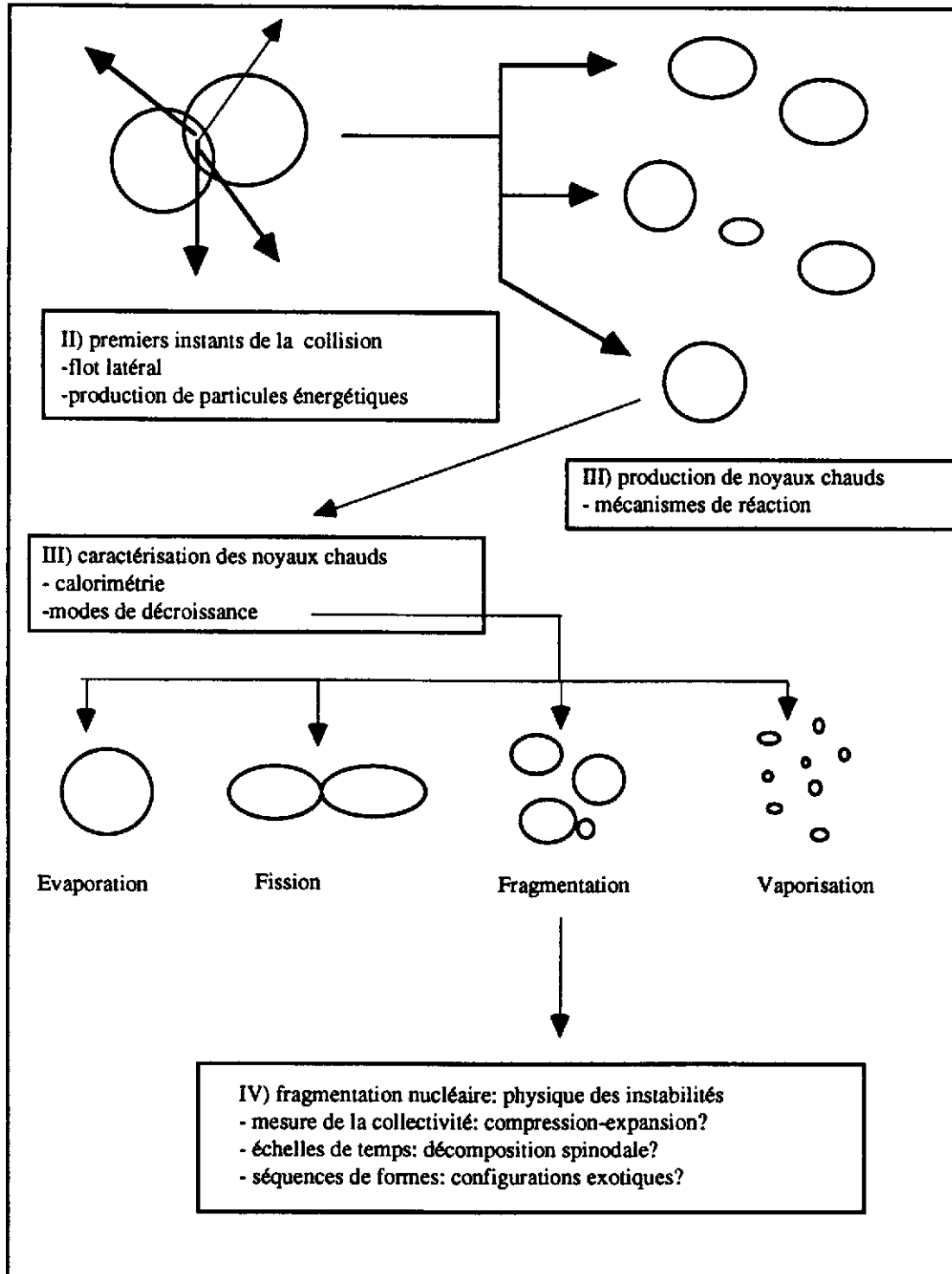


Figure I-6: Chronologie sommaire d'une réaction et ordonnancement des chapitres de ce cours

Nous décrivons donc d'abord au chapitre II les phénomènes les plus rapides. Nous commençons par l'étude du flot latéral des particules de pré-équilibre, puis la production de γ durs est discutée avec la possibilité de mesurer le coefficient d'incompressibilité de la matière nucléaire par la méthode de l'interférométrie d'intensité. La production de particules en dessous du seuil nucléon-nucléon libre est ensuite rapidement abordée. Poursuivant plus en avant dans le temps, nous en arrivons au chapitre III à la description des collisions dissipatives. Les différents mécanismes de réaction sont alors décrits en fonction des caractéristiques du système étudié (masse, énergie incidente, paramètre d'impact). Quelques techniques d'analyse utilisant des variables globales sont montrées avec des applications sur des données issues de détecteurs 4π . Les collisions dissipatives produisent une grande variété de noyaux excités. La suite du chapitre s'attache à décrire les méthodes permettant leurs caractérisations en termes de variables thermodynamiques, essentiellement l'énergie d'excitation et la température. La relation entre ces deux dernières quantités est l'objet de la calorimétrie nucléaire avec comme horizon la recherche d'une transition de phase. Une rapide description de tous les modes de décroissance des noyaux chauds observés dans ce domaine d'énergie ainsi que les questions de physique s'y rattachant est ensuite proposée. Enfin, en prélude au dernier chapitre, une discussion sur les aspects statistiques de la fission et de la fragmentation des noyaux est proposée. Le chapitre IV (le dernier) s'attache à décrire, d'un point de vue dynamique, un mode de décroissance particulier des noyaux chauds: la fragmentation. Il y est question de temps, d'énergie collective et de formes et du lien de ces différentes quantités avec les modes d'instabilité pouvant apparaître dans la matière chaude et étendue. Dans tous ces chapitres, nous nous sommes attachés à essayer de mettre en parallèle les résultats expérimentaux et ceux issus des modèles microscopiques actuellement les mieux adaptés à la description de cette physique, à savoir les théories de transport discutés abondamment dans d'autres cours de cette école (23-27).

Enfin, quelques mots sur les sujets qui ne seront pas abordés dans ce cours faute de temps et aussi de compétence. Comme indiqué au premier paragraphe, nous ne décrivons que les collisions dissipatives, c'est à dire celles qui mènent à la production de noyaux chauds ou pour le moins tièdes. Par conséquent, nous ne parlerons pas des collisions élastiques ou quasi-élastiques laissant donc de côté toutes les études sur la structure des noyaux et en particulier l'étude des noyaux exotiques. De même, nous ne traiterons pas des mouvements collectifs de faible amplitude type résonances géantes (28, 29) bien que l'étude de leur évolution en fonction de la température apporte de précieuses informations sur le comportement collectif des noyaux chauds. La production de pions sous le seuil n'est que marginalement évoquée. L'interférométrie de particules permettant la mesure de taille et de durée de

vie de sources n'est envisagée qu'à travers les expériences γ - γ alors que de nombreux résultats ont été obtenus en corrélation proton-proton ou neutron-neutron 30, 31). Les aspects dynamiques de la fission (neutrons de pre-et post-scission, théorie de Kramers,...) ainsi que la compétition avec la production de résidus lourds ne sont que brièvement mentionnés alors que ce sujet mériterait certainement mieux 32). De même, la recherche d'une transition de phase dans la fragmentation nucléaire via l'extraction d'exposants critiques dans les distributions de charges n'est pas traitée 33).

Enfin, il y a une certaine corrélation (et même une corrélation certaine) entre l'origine de la plupart des données discutées dans ce cours et l'appartenance des auteurs aux collaborations Indra et Nautilus. Nous prions donc les auteurs de travaux relatifs aux sujets traités dans ce cours mais non cités de bien vouloir nous en excuser.

II) Processus directs: les premiers instants de la collision

Dans ce chapitre, nous discutons la physique des premiers instants de la collision à travers deux thèmes qui ont été et sont encore largement étudiés dans le domaine des énergies de Fermi: le flot latéral des particules de pré-équilibre et la production de particules énergétiques.

1) Emission de particule de pré-équilibre: le flot latéral

a) définition et intérêt théorique

Nous définissons d'abord quelques quantités nécessaires pour la suite de ce chapitre. La rapidité Y d'une particule de vitesse v s'écrit:

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1+v}{1-v} \right] \quad (\text{II-1})$$

Dans le domaine cinématique considéré ici, la rapidité se confond pratiquement avec la vitesse. Souvent, on normalise la rapidité de la particule à celle du projectile. Nous définissons maintenant p_x comme la projection de l'impulsion de chaque particule dans le plan de la réaction et perpendiculairement à l'axe du faisceau. On peut alors obtenir la valeur moyenne du p_x (en le ramenant par nucléon) en fonction de la rapidité le long du faisceau (dite rapidité parallèle) de la particule comme illustrée sur la figure II-1.

On définit alors le paramètre de flot latéral à l'aide de la formule suivante:

$$F = (Y_{\text{proj}} - Y_{\text{NN}}) \left(\frac{d\langle p_x / A \rangle}{dY} \right)_{Y = Y_{\text{NN}}} \quad (\text{II-2})$$

où Y_{NN} correspond à la rapidité nucléon-nucléon et Y_{proj} à celle du projectile. Le paramètre de flot latéral s'exprime donc en MeV/u. Il est une expression de la pente de la courbe $\langle p_x / A \rangle$ au point Y_{NN} où sont localisées les particules émises aux premiers instants de la collision, à la suite de diffusions nucléon-nucléon. Cette procédure permet de limiter l'influence des particules qui résultent de la désexcitation du quasi-projectile et de la quasi-cible.

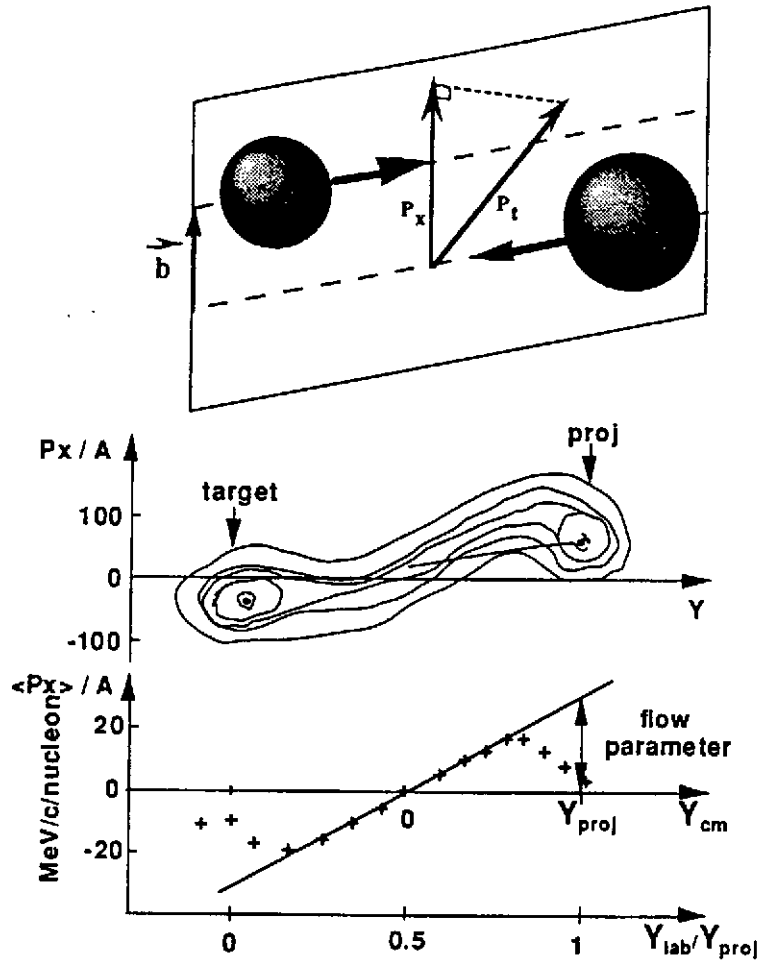


Figure II-1: Définition du paramètre de flot à partir du p_x moyen.

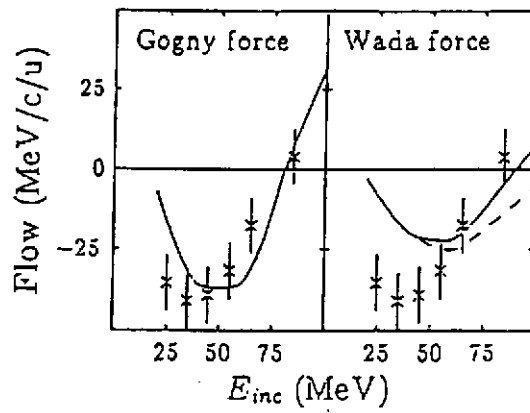


Figure II-2: Comparaison entre le flot mesuré expérimentalement (croix noires) et le résultat de calculs pour deux forces différentes: à gauche, une force non-locale et à droite une force locale. Extrait de 34).

L'intérêt du flot latéral est lié à sa dépendance vis à vis de l'équation d'état dans les modèles dynamiques. En particulier, la valeur de l'énergie incidente pour laquelle le paramètre de flot s'annule (cette énergie est appelée énergie d'inversion E_{ba1}) est une quantité sensible aussi bien aux ingrédients de la force qu'à la structure même de celle-ci (en particulier ses aspects non-locaux) comme on peut le voir sur la figure II-2 34).

b) estimer le paramètre d'impact et le plan de réaction

Afin de pouvoir comparer les données expérimentales avec le résultats des calculs microscopiques, il est nécessaire de pouvoir définir le mieux possible le type de collisions analysées. En particulier, il est crucial de pouvoir estimer événement par événement le paramètre d'impact de la collision. La technique générique est toujours la même: il faut trouver une variable ϕ (ou une combinaison de variables) dont l'évolution est corrélée le mieux possible et de façon bijective avec le paramètre d'impact (voir figure II-3). Dans la pratique, plusieurs variables (multiplicités de particules, quantités transverses....) doivent être essayées et les résultats doivent être confrontés avec ceux issus de simulations. Une telle étude a été entreprise dans la réf.35) (figure II-4).

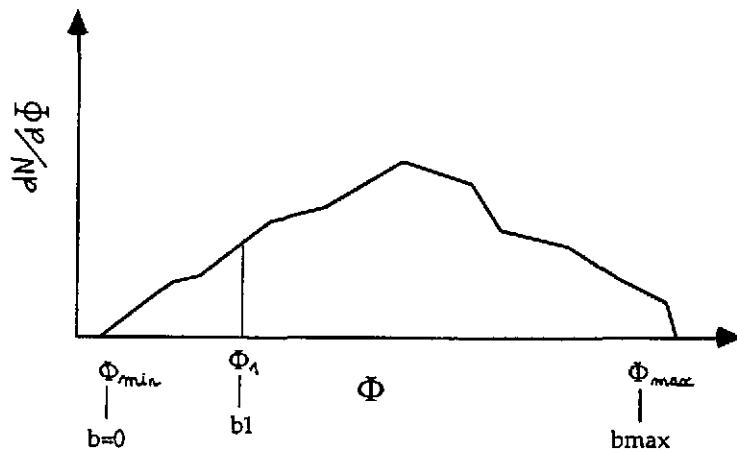


Figure II-3: Distribution de la variable Φ pour la détermination du paramètre d'impact, pour l'illustration, on a supposé que Φ augmente avec b .

Si l'on suppose que la distribution de ϕ n'est pas distordue par le dispositif expérimental, c'est à dire si il existe un relation bi-univoque entre les valeurs

mesurée et vraie de ϕ , alors les deux équations suivantes permettent d'estimer le paramètre d'impact:

$$\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \frac{dN}{d\phi} \cdot d\phi = \pi b_{\max}^2 \quad (\text{II-3})$$

$$\int_{\phi_{\min}}^{\phi_1} \frac{dN}{d\phi} \cdot d\phi = \pi b_1^2 \quad (\text{II-4})$$

où cette dernière équation permet de déterminer b_1 .

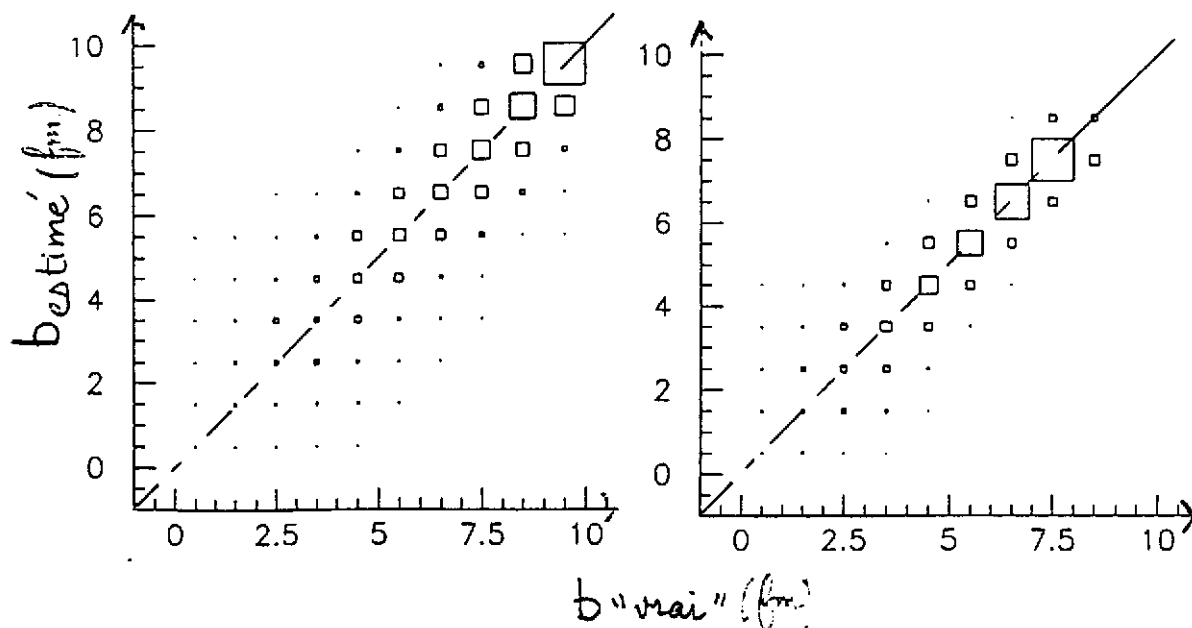


Figure II-4: Corrélation entre le paramètre d'impact estimé avec la variable p_{trans} et le paramètre d'impact "vrai". Les deux modèles utilisés sont à gauche, QMD 27) et à droite, Eugène 36). Extrait de 35).

Une fois le paramètre d'impact estimé, il est nécessaire de déterminer le plan de réaction afin de pouvoir projeter les impulsions des particules dans ce plan et mesurer le flot. Il existe plusieurs techniques et nous renvoyons aux deux références suivantes pour une discussion détaillée des mérites comparés de chaque méthode 37, 38).

c) extraire le flot et comparer avec la théorie

Nous sommes maintenant en mesure d'extraire le flot en calculant la valeur moyenne de l'impulsion transverse de chaque particule dans le plan de réaction en fonction de sa rapidité. La dérivée de cette fonction autour de la rapidité centre de masse donne la valeur du flot. On a reporté sur la figure II-5, la systématique des résultats obtenus dans le domaine des énergies de Fermi concernant l'énergie d'inversion en fonction d'une variable d'échelle $A^{-1/3}$ où A est la masse totale du système. La raison de ce choix est liée au fait que la valeur de l'énergie d'inversion est le résultat de deux effets antagonistes:

- les collisions nucléon-nucléon dont le nombre est grossièrement proportionnel au volume du système (dépendance en A) qui ont un effet répulsif sur le flot.

- l'influence du champ moyen qui a un effet attractif sur le flot et qui est caractérisé par des effets de surface (dépendance en $A^{2/3}$).

La combinaison des deux effets donne donc une dépendance en $A^{-1/3}$. Sur cette figure, on peut voir le résultat de calculs dynamiques (ligne pointillée) basés sur la résolution de l'équation de Boltzmann nucléaire ³⁹⁾. Nous observons un très bon accord entre la théorie et les données.

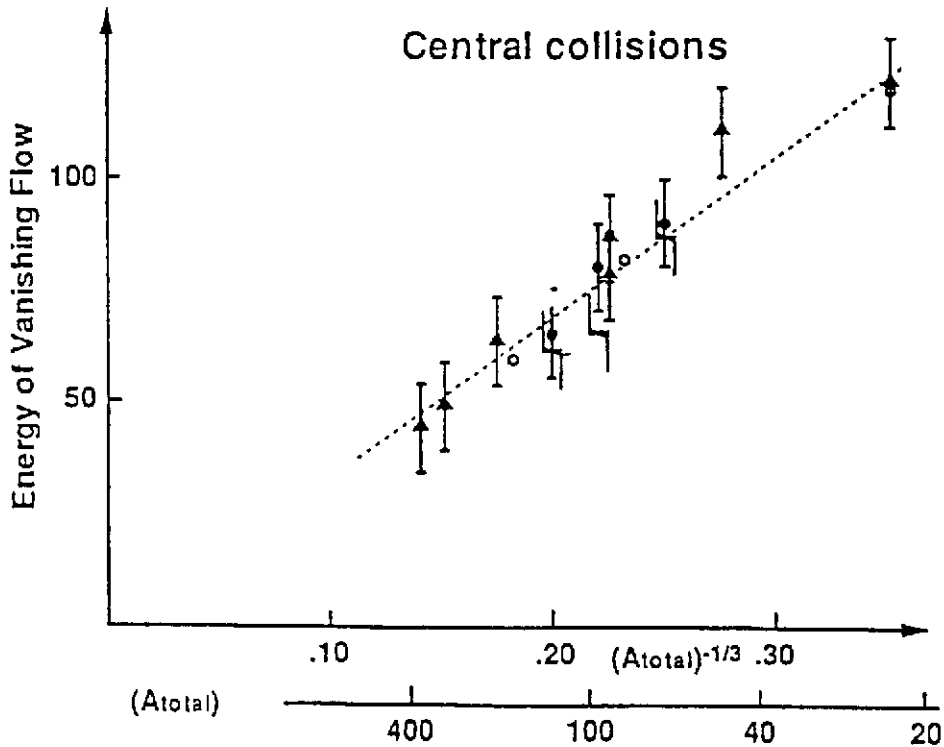


Figure II-5: Systématique des résultats obtenus sur la détermination de l'énergie d'inversion aux énergies de Fermi en fonction $A^{-1/3}$, avec A masse totale du système considéré. La dépendance en fonction de A est expliquée dans le texte. Extrait de ³⁸⁾ et références incluses.

Cette observable n'est pas la seule qui permette de tester les modèles. L'évolution du flot latéral en fonction du paramètre d'impact et de la charge (ou la masse) de la particule considérée ont aussi été étudié. A titre d'exemple, nous indiquons figure II-6, la variation de E_{bal} avec le paramètre d'impact pour le système Zn+Ni. Comme il se doit, E_{bal} augmente avec b . De plus, on observe un comportement différent selon que l'on considère les $Z=1$ ou les $Z=2$. Ceci peut être le signal de l'importance des effets coulombiens dans le processus.

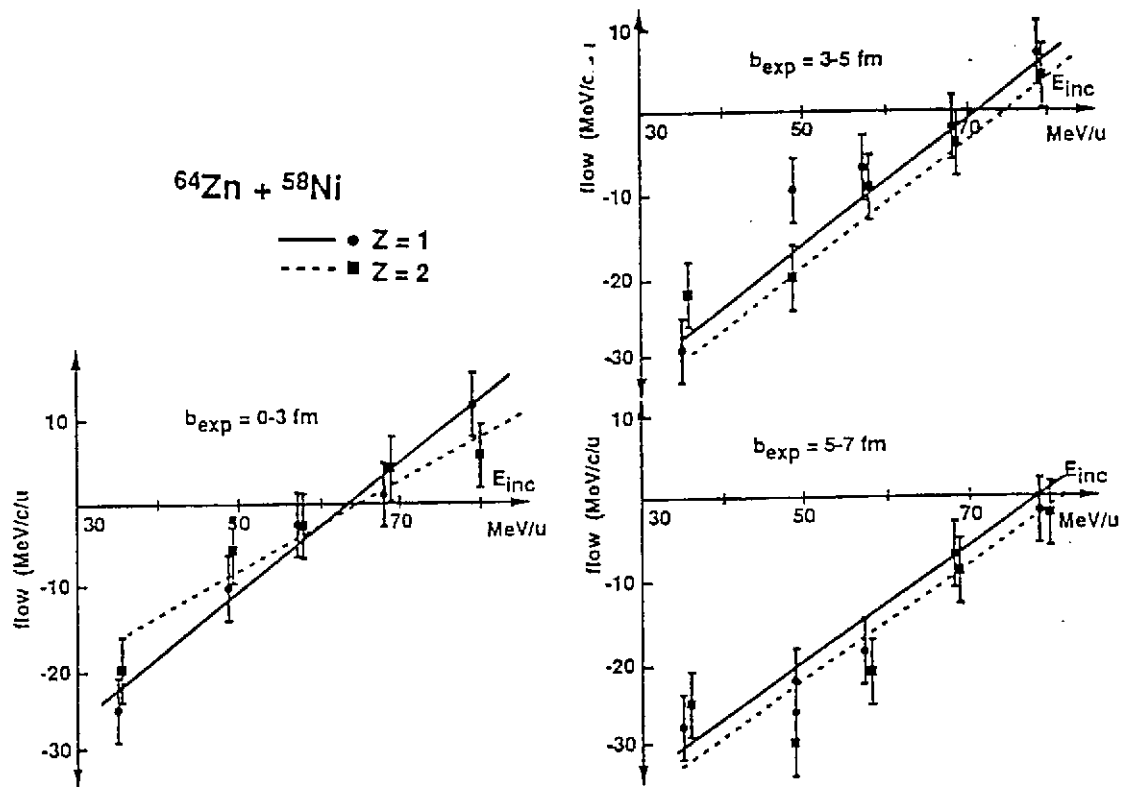


Figure II-6: Dépendance en fonction du paramètre d'impact de l'énergie d'inversion pour le système Zn+Ni. Extrait de 38).

2) Production de particules énergétiques:

interférométrie γ - γ et production de π et de K

Dans cette deuxième partie de chapitre, nous discutons la physique des processus rapides en termes de production de particules à travers l'interférométrie γ - γ et la production de Kaons et de π .

a) interférométrie de photons durs et équation d'état

L'intérêt de l'étude de la production des γ durs tient à ce que ces derniers sont produits dans des collisions n-p de type "bremstrahlung" (rayonnement de freinage) et sont donc les témoins privilégiés de la phase de haute densité et de forte compression qui peut être créée dans la zone de recouvrement des deux noyaux dans les premiers instants de la collision. C'est en effet dans cette zone que les collisions nucléon-nucléon sont les plus violentes. L'autre intérêt des γ durs est leur très faible interaction avec le milieu nucléaire une fois qu'ils ont été produits, ce qui en fait une très bonne sonde, à l'inverse des pions par exemple dont la réabsorption ou la rediffusion dans le milieu brouillent en quelque sorte le signal de production initial. Dans ce genre d'études, on se limite à l'analyse des γ de plus de 20 MeV de façon à éviter les γ de basse énergie issus des décroissances de résonnances géantes ou les γ statistiques de fin de chaînes.

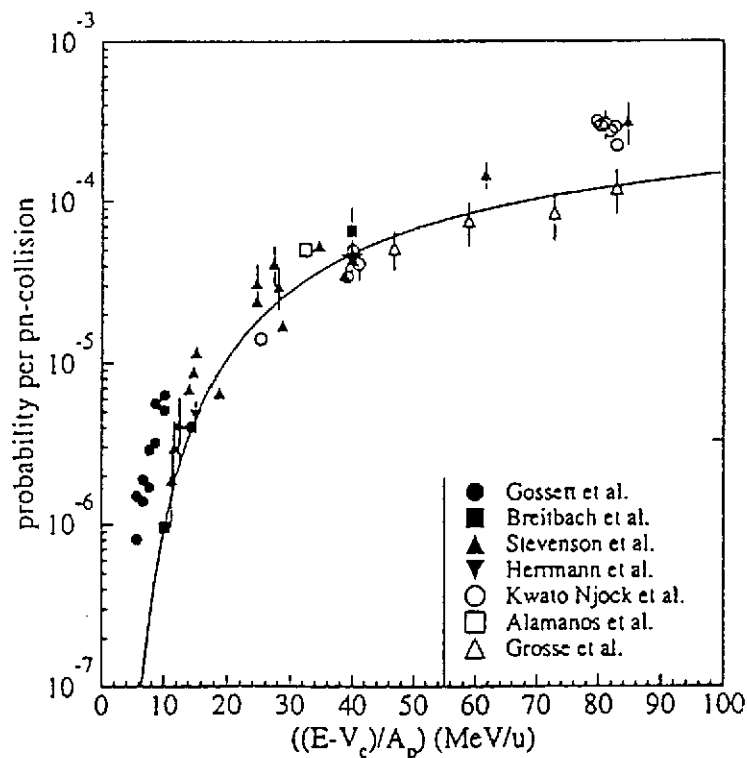


Figure II-7: Multiplicité moyenne de γ durs obtenu à partir de la formule discutée dans le texte. Extrait de 43).

La systématique de la production de γ durs dans les collisions noyau-noyau est illustrée sur la figure II-7. Pour "normaliser" les résultats issus des différents systèmes étudiés, on calcule la multiplicité moyenne de γ produits par collision n-p P_γ^{nn} en divisant la multiplicité mesurée par la section efficace totale de réaction σ_R et par le nombre moyen de collisions n-p moyennée sur le paramètre d'impact

$\langle N_{np} \rangle$. Cette dernière quantité est estimée à l'aide d'un modèle géométrique. Nous avons donc la relation suivante 40):

$$\sigma_{\gamma} = \sigma_R \cdot \langle N_{np} \rangle \cdot P_{\gamma}^{nm} \quad (\text{II-5})$$

Cette systématique a été comparée sur la figure avec le taux de production tel que le donne les modèles microscopiques du type BUU ou Landau-Vlasov 41). Les mesures précédentes correspondent à la détection d'un seul photon, elles ne contraignent pas les modèles d'une façon décisive. Par contre, il peut être intéressant de détecter en coïncidence deux photons car ceci permet de faire de l'interférométrie d'intensité. Cette méthode permet de déterminer la taille de la source émettrice ainsi que le temps de vie 42, 43). De telles mesures ont été faites dans le cas de corrélations hadron-hadron aux énergies de Fermi et aussi dans les domaines relativiste et ultra-relativiste: nous ne les discuterons pas ici et renvoyons en particulier aux deux conférences CORINNE 30,31).

Dans le cas des photons, deux mesures ont été effectuées 44, 45, 46). Nous discutons ici les résultats obtenus par la collaboration TAPS 47) dans une série d'expériences effectuées au Ganil. L'idée que l'interférométrie γ - γ puisse permettre de remonter à l'équation d'état est suggérée par des calculs BUU montrés sur la figure II-8. Dans ces calculs, la production de γ durs en fonction du temps pour différents énergies incidentes a été estimée. Vers 30 fm/c, il y a une phase de forte compression qui correspond à un premier "flash" de γ durs puis une phase d'expansion qui dure jusque vers 120 fm/c environ suivie éventuellement en fonction de l'énergie incidente d'une nouvelle compression accompagnée d'un second "flash" γ . L'intensité relative des deux "flashes" est directement reliée à la compressibilité de la matière nucléaire si l'on en croit ces calculs.

Est-il possible expérimentalement d'observer un tel processus? En mesurant la fonction de corrélation des deux γ émis en coïncidence, les auteurs de la réf. 45) affirment que l'on peut remonter à l'intensité relative des deux "flashes" de photons et par comparaison avec la théorie extraire une valeur de K.

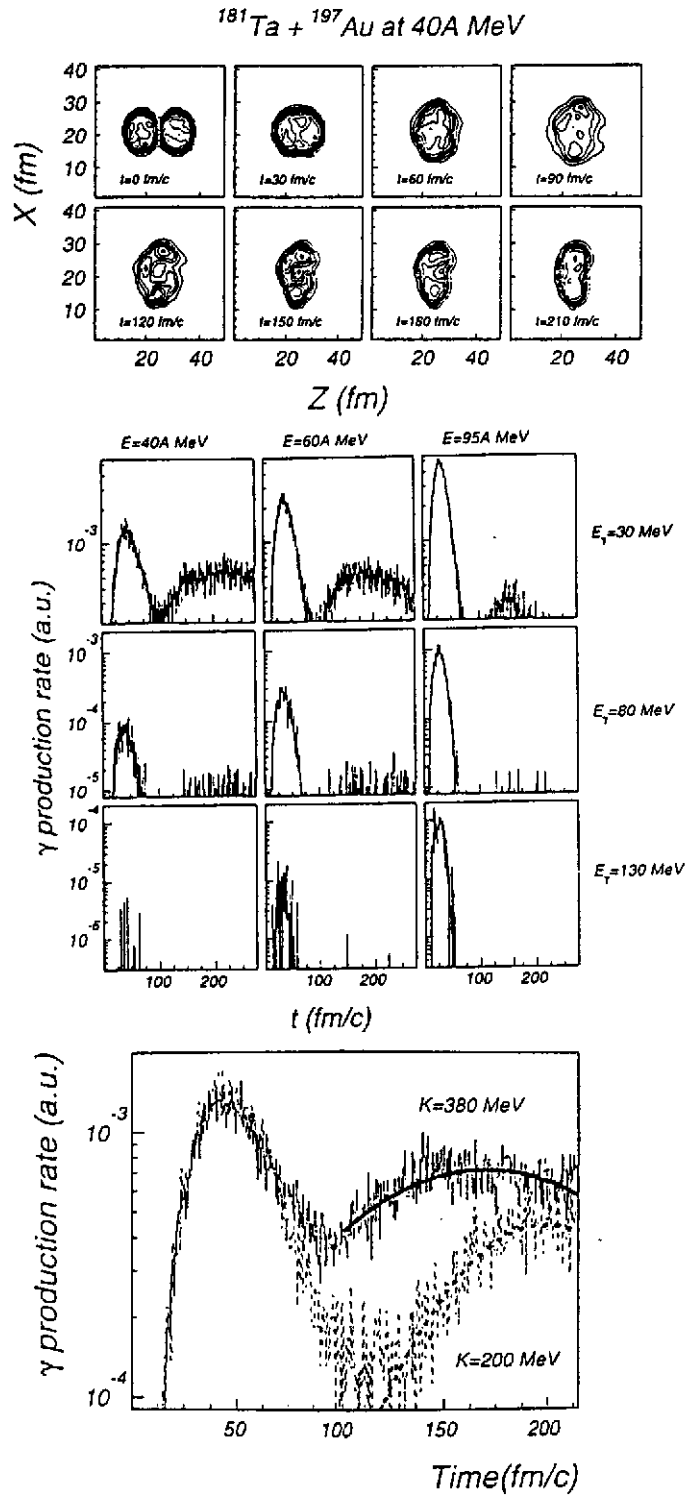


Figure II-8: Résultats de calculs BUU concernant la production de γ . En haut, évolution des contours de densité de la matière pour une collision centrale Ta+Au à 40 MeV/u. Au milieu, la production de γ en fonction du temps pour trois énergies incidentes et pour trois fenêtres en énergies de γ . On distingue les deux "flashes" γ discutés dans le texte. Enfin, en bas, l'influence de K sur l'intensité relative des deux "flashes" est montrée dans la cas Ta+Au à 40 MeV/u et pour $b=5$ fm. Extrait de ⁴⁵⁾.

Dans le cas de deux sources de photons séparés dans l'espace-temps avec des intensités relatives normalisées A et B (figure II-9), on peut montrer que sous certaines hypothèses discutées en détail dans la réf.⁴⁵, la fonction de corrélation prend une forme modulée:

$$C_{12}(Q_{inv}) = 1 + \lambda_{inv} \exp\left(-\frac{Q_{inv}^2 R_{inv}^2}{2\hbar^2 c^2}\right) \times I_{gg}(Q_{inv}) \quad (\text{II-6})$$

$$I_{gg}(Q_{inv}) = A^2 + B^2 + 2AB \cos\left(\frac{Q_{inv} \Delta r_{inv}}{\hbar c}\right)$$

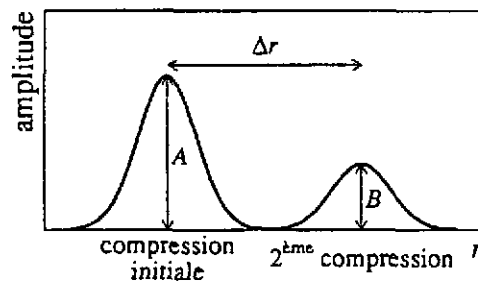


Figure II-9: Description schématique des deux sources de photons dans l'espace-temps. Extrait de ⁴⁵).

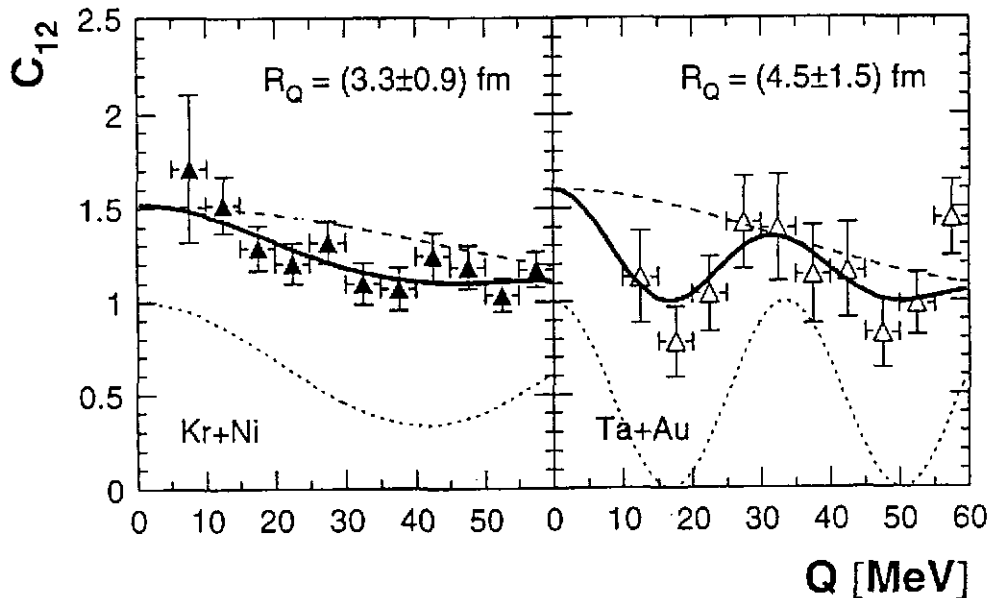


Figure II-10: Fonctions de corrélation γ - γ pour les deux systèmes Kr+Ni à 60 MeV/u et Ta+Au à 40 MeV/u. Les courbes en gras correspondent au meilleur ajustement possible à l'aide de la formule du texte. Extrait de ⁴⁵).

Comme indiqué plus haut, les intensités relatives des deux sources sont reliées à la compressibilité de la matière nucléaire. Des valeurs indiquées dans la figure II-10, une estimation de K peut être obtenue: $K=300\pm 50$ MeV. Nous reviendrons sur cette valeur dans les conclusions de ce chapitre.

b) production de pions et de kaons: phénomènes rares et fluctuations

Nous en venons maintenant à la production de particules sous le seuil. Nous considérons donc des collisions noyau-noyau pour lesquelles l'énergie incidente par nucléon est inférieure à l'énergie nécessaire E_0 pour produire la particule dans une collision nucléon-nucléon libre. Aux énergies de Fermi, cela concerne les pions ($E_0 = 180$ MeV) et les kaons ($E_0 = 671$ MeV). Dans ces conditions cinématiques, la production de particules requiert soit des effets de milieu type mouvement de Fermi dans les collisions individuelles nucléon-nucléon soit des effets coopératifs entre plusieurs nucléons. Dans tous les cas, il est intéressant de pouvoir comparer les taux de production de particules dans les collisions noyau-noyau ($A+A$) et proton-noyau ($p+A$). Ceci est illustré sur la figure II-11 où l'on a reporté la multiplicité moyenne par collision nucléon-nucléon (voir paragraphe précédent). L'abscisse η correspond à une énergie normalisée de telle sorte que $\eta=1$ correspond au seuil de production libre de la particule en question. Deux régimes très différents peuvent être observés pour la production des pions: pour η plus grand que 1, les données en $p+A$ et $A+A$ concordent, ce qui prouve que la méthode de réduction des sections efficaces est correcte. Cependant, dans la région cinématique où η est plus petit que 1, on remarque que la probabilité de produire un pion n'est plus la même dans les collisions $p+A$ (ce résultat est similaire au cas nucléon-nucléon libre) et dans les collisions $A+A$. Cette grande différence de comportement pourrait être la signature d'effets collectifs dans la production des particules sous le seuil dans les collisions noyau-noyau.

Nous en venons à la production de particules très en dessous du seuil nucléon-nucléon libre. Nous prenons comme exemple la production de kaons dans des collisions nucléaires proches de 100 MeV/u. Ce type de mesures permet de tester les théories de transport (et aussi l'habileté des expérimentateurs) dans des conditions extrêmes. La section efficace est en effet très faible et la soustraction de tous les signaux parasites afin d'isoler le signal kaon est un travail ardu. Une expérience de ce type a pu être menée à bien au Ganil. Les sections efficaces mesurées dans les collisions $Ar+X$ à 92 MeV/u sont indiquées dans le tableau suivant ainsi que l'énergie disponible dans le centre de masse qui doit être comparée aux 671 MeV nécessaires pour produire le Kaon ⁵⁰).

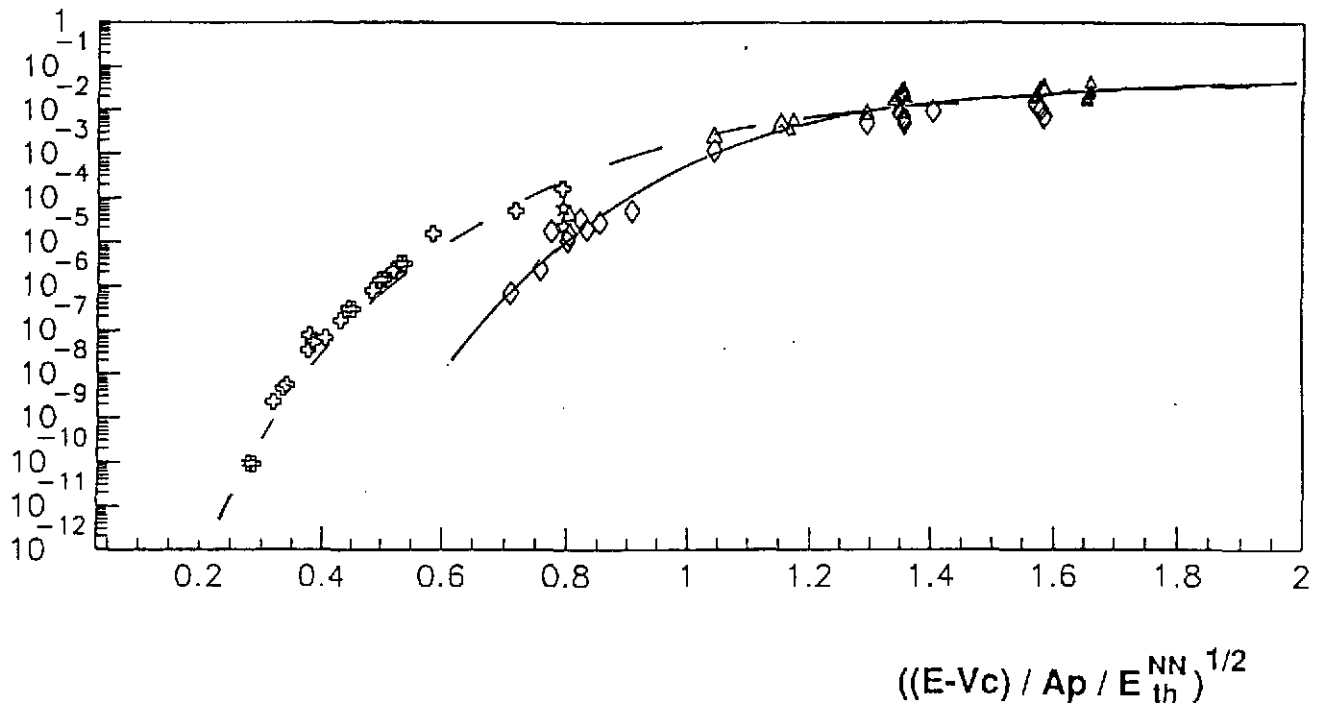


Figure II-11: Multiplicité réduite de pions dans les différents régimes cinématiques discutés dans le texte. Les croix et les triangles correspondent aux collisions A+A tandis que les losanges correspondent à p+A. Les lignes servent à guider l'oeil.
Extrait de ⁴⁸⁾ et avec l'aimable autorisation de J.F Lecolley ⁴⁹⁾.

Pour chaque système, un calcul de l'espace de phase disponible a été effectué. Comme le montre la figure II-12, l'évolution obtenue est en assez bon accord avec les données. Quelques calculs basés sur les théories de transport ont été tentés pour retrouver la section efficace expérimentale ⁵¹⁾. La conclusion est qu'il est nécessaire d'inclure dans la théorie les fluctuations et donc d'aller au delà du formalisme habituel de l'équation de Boltzmann. Cette extension baptisée équation de Boltzmann-Langevin est discutée dans cette école par E. Suraud ⁵²⁾.

Target	ECM Available energy Mev	Cross section (μbarr)
$^{12}_6\text{C}$	820	+ 121
		- 39
$^{48}_{22}\text{Ti}$	1870	+ 691
		- 340
$^{181}_{73}\text{Ta}$	2744	+ 3866
		- 2062

Tableau II-1: Sections efficaces de production de Kaons pour les trois systèmes mentionnés dans le texte. Pour chacun d'entre eux, on a indiqué l'énergie totale disponible à comparer avec les 671 MeV requis pour produire un Kaon 50).

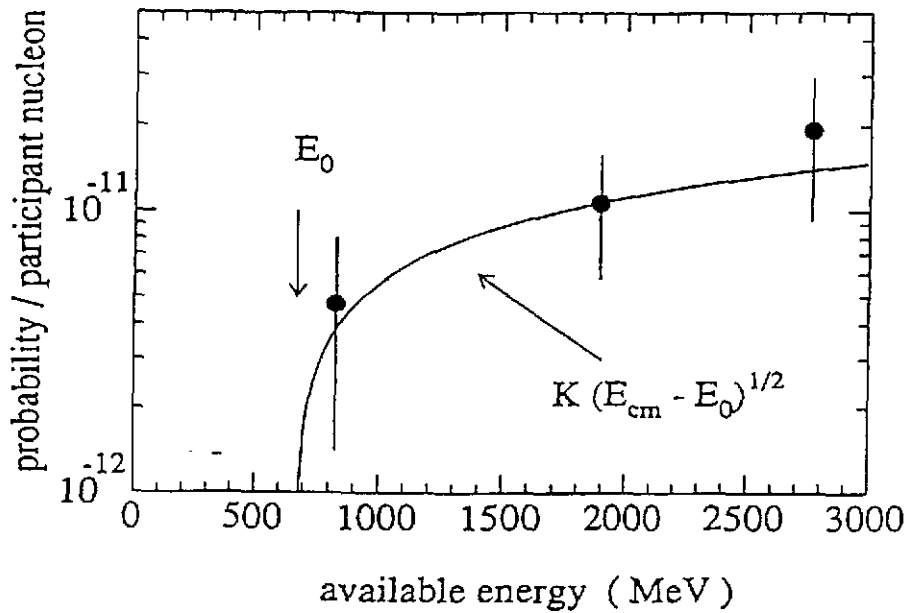


Figure II-12: Comparaison entre un calcul d'espace de phase à deux corps et les données expérimentales pour la production de kaons en dessous de 100 MeV/u (voir texte). Extrait de 50).

3) Conclusions du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons discuté quelques unes des signatures expérimentales les plus utilisées pour comprendre les phénomènes rapides se produisant dans les premiers instants de la collision. L'accent a été mis sur la possibilité d'utiliser ces signaux pour remonter à certains paramètres de l'équation d'état.

En ce qui concerne les études sur le flot latéral, une systématique sur les énergies d'inversion est maintenant disponible au moins pour les systèmes de masses faibles ou intermédiaires. Cette systématique, quand elle est comparée avec les résultats des calculs microscopiques, montre qu'il est nécessaire pour ces derniers d'utiliser des forces effectives "réalistes" ayant notamment une dépendance correcte en impulsion. Un bon accord avec les données est obtenu si l'on utilise des forces ayant des compressibilités de l'ordre de 220 MeV en accord avec les analyses sur la résonance monopolaire géante ⁵³). D'autres observables sont encore à comprendre dans le cadre de ces modèles, en particulier la dépendance du flot latéral en fonction de la charge de la particule considérée ainsi que son évolution en fonction du paramètre d'impact.

La production de γ durs et plus particulièrement l'étude de l'interférométrie γ - γ ont été discutées dans le cadre des expériences TAPS. Les résultats de ces expériences délicates suggèrent la possibilité de mesurer le coefficient K à l'aide de l'intensité relative entre les deux "flashes" γ produits au cours des deux phases successives de compression que peut subir le système dans certaines conditions de paramètre d'impact et d'énergie incidente. La valeur extraite de l'analyse est plus élevée que celle trouvée dans le cadre des analyses de flot latéral. Il est clair que d'autres mesures de ce type devraient être faites pour pouvoir confirmer ce premier résultat et son interprétation.

En ce qui concerne la production de particules énergétiques, une comparaison des taux de production de π dans les collisions p+A et A+A semble indiquer la présence d'effets collectifs dans la région en dessous du seuil de production nucléon-nucléon libre. Une mesure de la production des K très en dessous du seuil et même au voisinage du seuil absolu a pu être obtenue. Reproduire cette section efficace à l'aide des modèles de transport nucléaire est un très sérieux challenge qui pose avec acuité le problème de l'inclusion des fluctuations dans ce type de théorie.

III) Collisions dissipatives : la physique des noyaux chauds

Dans ce chapitre, nous suivons le fil du temps de notre réaction schématiquement décrite sur la figure I-6 et nous parvenons aux instants de la collision pour lesquels le destin des deux noyaux en interaction va se jouer. En fonction du paramètre d'impact, une partie plus ou moins importante de l'énergie et du moment angulaire disponibles dans le mouvement relatif va se dissiper vers les degrés de liberté internes des deux noyaux et les conduire dans des états extrêmes de température et éventuellement de pression et de moment angulaire. Ce chapitre est essentiellement divisé en deux parties, la première est consacré aux modes de production des noyaux chauds et permet de développer une classification des différents types de collisions tandis que la seconde est plus particulièrement centrée sur la caractérisation des noyaux chauds formés et ce qu'ils peuvent nous apprendre sur la matière nucléaire excitée.

1) Production des noyaux chauds: caractériser la collision

Il y a essentiellement deux façons de produire des noyaux chauds dans les collisions noyau-noyau: par fusion et par transfert très inélastique. Dans le premier cas, un seul noyau est produit alors que dans le second, les deux partenaires finals sont tous les deux fortement excités. Cependant, comme nous le verrons par la suite, il existe pour certains paramètres d'impact, une situation intermédiaire pour laquelle ce schéma simpliste ne s'applique pas (§ 1-c).

Les deux mécanismes de fusion et de transfert très inélastique ont été très bien reconnus pour les énergies de bombardement inférieures à 10 MeV/u ⁵⁴). Pour des énergies de bombardement plus élevées, il a été longtemps admis que les collisions périphériques conduisaient à une dissipation faible de l'énergie incidente, alors que les collisions centrales conduisaient à une fusion incomplète⁵⁵). Paradoxalement, peu fut dit ou publié sur les transferts très inélastiques et quelques auteurs seulement les ont explicitement reconnus au-dessus de 20 MeV/u^{56, 57, 58}).

Or, il apparaît aujourd'hui que ce mécanisme, ou plus généralement un processus à dominance binaire, est le plus probable même pour les systèmes légers pour lesquels il restait marginal en-dessous de 10 MeV/u. Par exemple, il a été reconnu pour les systèmes Ar+Al ⁵⁹), Ar+KCl ⁶⁰) ou Zn+Ti ⁶¹). Il a été établi que la place laissée à la fusion est très faible < 100 mbarn pour Ar+KCl à 32 MeV/u ⁶⁰) et il semble bien aujourd'hui que la production de noyaux chauds est assurée pour l'essentiel par les collisions de type binaire. Bien sûr, le résultat précédent est aussi observé pour les systèmes plus lourds: les transferts très inélastiques sont très

dominants pour des systèmes tels que Pb+Au ⁶²) ou Xe+Sn ⁶⁰) ou Bi+Xe ⁶³). Dans tous les cas, la réaction conduit pour l'essentiel à deux produits excités qui subissent ensuite une désexcitation.

Etudier les noyaux chauds implique bien sûr de les identifier, ce qui suppose un tri préalable des événements (§ 1-a), puis une reconstruction des sources d'émission (§ 1-b) et éventuellement la mise en évidence d'effets dynamiques tels que l'émission au col (§ 1-c). La caractérisation des produits chauds créés dans la collision passe par la détermination des énergies d'excitation ϵ^* (§ 2-a) puis par une mesure de la température T (§ 2-b). Dans le § 2-c, nous discutons la relation entre ϵ^* et T et la possibilité de mettre en évidence une transition de phase. Le § 3 est consacré à une description rapide des différents modes de décroissance des noyaux tandis que dans le § 4, les aspects statistiques de la fission et de la fragmentation sont discutés.

a) Reconnaissance ou tri des événements

Reconnaître qu'un événement est de type fusion ou transfert très inélastique est aisé à faible énergie incidente. En effet, dans ce cas, les noyaux libérés (produit de fusion, quasi-projectile ou quasi-cible) sont peu dénaturés par la phase finale de désexcitation de ces produits. A l'inverse, au-dessus de 10 MeV/u, les sources excitées subissent des désexcitations sévères conduisant à de multiples produits finals qui résultent d'évaporation (y compris d'agrégats), de fissions successives ou de multifragmentation. Reconstruire les sources primaires issues de la collision n'est donc plus un jeu aisé. Il faut détecter tous les produits auxquels elles ont donné naissance et "remonter le temps" pour leur assigner leur source de départ. Seul un multidétecteur 4π puissant permet une telle analyse. Il est cependant important de noter que bien détecter ne suffit pas. En effet, deux difficultés viennent entraver l'analyse: celle de trouver des algorithmes permettant d'attribuer tel ou tel produit à telle ou telle source; et, plus grave, celle qui consiste à trier les produits issus d'une source de ceux dynamiquement émis pendant la collision et pour lesquels la notion de source perd sa signification. On se heurte à ce niveau aux problèmes regroupés sous le vocable vague d'émission de pré-équilibre: tout produit émis, avant qu'un certain ordre ne soit établi dans le système, peut être affublé de ce terme. Entrent dans cette catégorie les particules du projectile (de la cible) qui ne subissent pas ou peu de collisions avant de s'échapper, c'est-à-dire celles qui n'ont pas exploré une phase d'équilibre du système ou d'une partie (source) du système. Ces particules, inexistantes à faible énergie incidente, viennent "polluer" les données lorsque les temps de thermalisation ou de désexcitation du système deviennent comparables aux temps de collision.

Compte-tenu des difficultés discutées ci-dessus, la façon la moins "compromettante" de classer les collisions consiste à ne pas chercher a priori à identifier des sources. On pourra dans ce sens chercher une analyse dégageant la "forme" globale de l'événement. Celle fondée sur les tenseurs de moments ou d'énergies ou de vitesses entre dans ce cadre 64).

Les composantes de ces tenseurs sont de la forme:

$$F_{ij} = \sum_{v=1}^N \gamma p_i^{(v)} p_j^{(v)} \quad (\text{III-1})$$

La sommation est effectuée sur toutes les particules de l'événement et les indices courants i et j représentent les trois composantes des coordonnées cartésiennes de leur impulsion \vec{p} dans le centre de masse. Le facteur γ est un poids qui permet de donner une signification physique au tenseur: tenseur des moments si $\gamma=1/p$, tenseur des énergies si $\gamma=1/2m$ (m : masse), tenseur des vitesses si $\gamma=1/mp$. Généralement, les analyses sont menées à l'aide du tenseur des moments. Il est commode de le diagonaliser afin d'obtenir les valeurs propres associées λ_i normalisées et classées de manière à satisfaire les relations:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (\text{III-2})$$

$$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \quad (\text{III-3})$$

Le vecteur propre associé à λ_3 donne la direction "d'écoulement" privilégié de la matière dans l'événement (noté θ sur la fig. III-1).

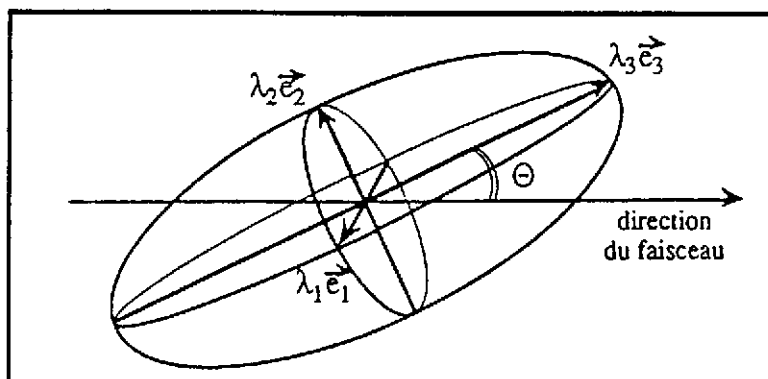


Figure III-1: Ellipsoïde caractéristique d'un événement calculé à partir du tenseur des moments.

Des quantités comme la coplanarité C ou la sphéricité S sont déduites de cette analyse; ce sont des combinaisons linéaires des valeurs propres λ_i du tenseur diagonalisé. La figure III-2 donne les définitions de ces grandeurs et montre

comment les diverses zones du triangle autorisé dans le diagramme C-S sont associées à des formes différentes d'événements. On a pu ainsi reconnaître que la majorité des événements observés dans les collisions noyau-noyau correspondent à la forme "cigare", en accord avec l'hypothèse d'un mécanisme binaire annoncé au début de ce chapitre.

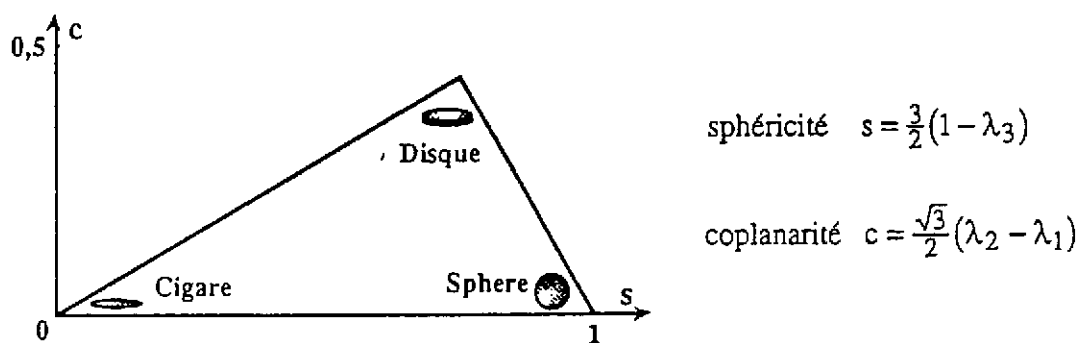


Figure III-2: Définition de la sphéricité S et de la coplanarité C. Les lieux dans le plan C-S de quelques formes géométriques typiques ont été indiqués.

Fondée sur le même principe que l'analyse en tenseurs, l'analyse en moments de Fox ^{65, 66)} permet aussi de trier selon la forme de l'événement. Ces moments s'écrivent:

$$H_l = \frac{\sum_{i,j} |\vec{p}_i| |\vec{p}_j|}{N} P_l(\cos \theta_{ij}) \quad (\text{III-4})$$

avec P_l : polynômes de Legendre; θ_{ij} : angle entre les deux particules i et j d'impulsion \vec{p}_i et \vec{p}_j . La sommation porte sur tous les couples de particules d'un événement. N est un facteur de normalisation tel que $H_0=1$. On a par ailleurs $H_1=0$. Pour les autres moments, $H_l = 0$ pour tout l si les événements sont isotropes. Cette méthode de classification a été utilisée récemment sur Indra ⁶⁶⁾ en particulier pour sélectionner les événements de type fusion.

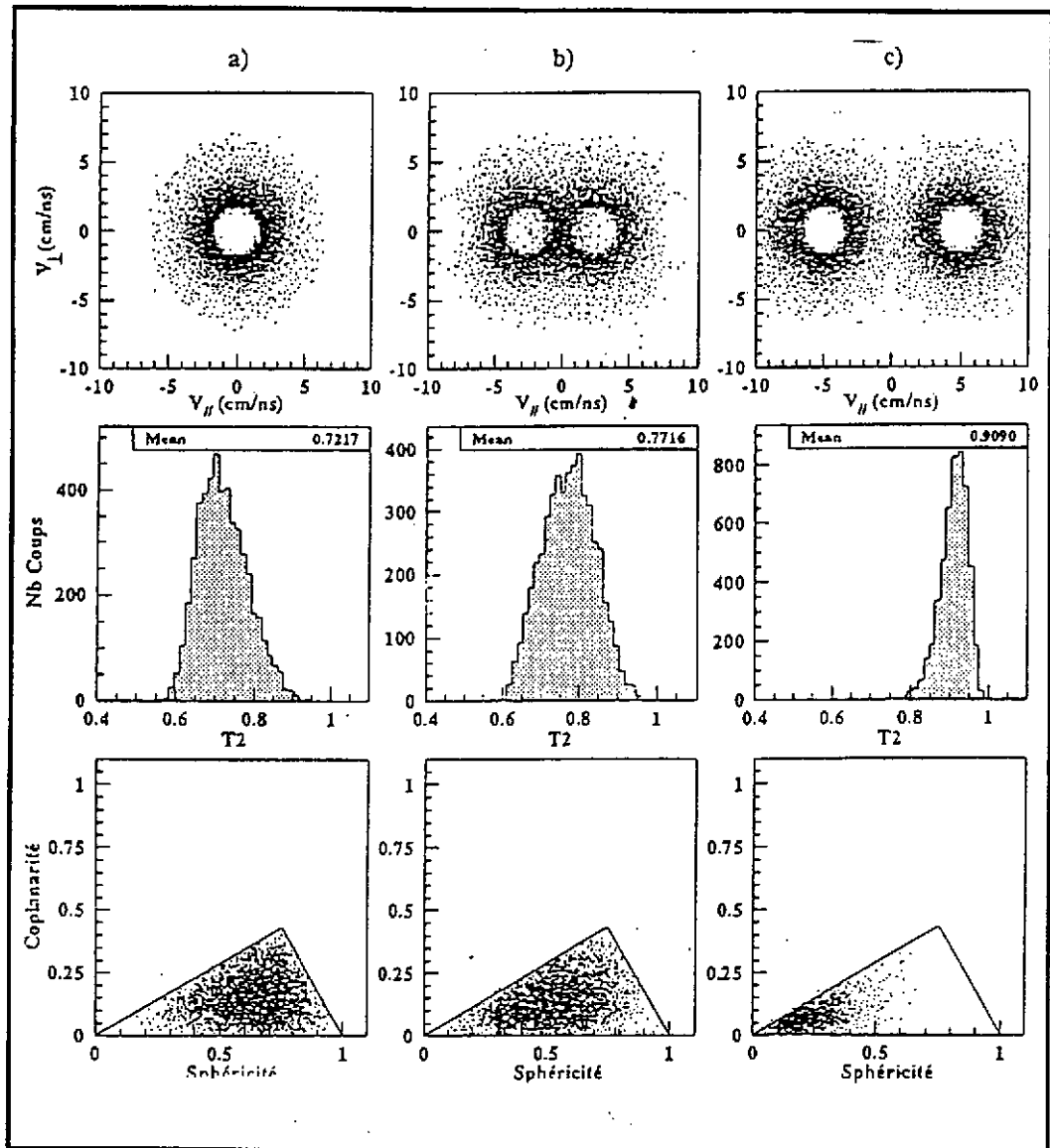


Figure III-3: Simulation d'émission de douze particules alpha par un système de 80 nucléons correspondant à une source unique (a), deux sources à ± 2.5 cm/ns (b) et ± 5 cm/ns (c) dans le centre de masse (voir le texte). Extrait de 60).

D'autres variables de tri ont été proposées: "l'énergie ou le moment perpendiculaire" à l'axe du faisceau 59, 61); l'idée est ici que la dissipation en énergie peut être mesurée grâce à la conversion de l'énergie cinétique primaire en énergie distribuée dans toutes les directions dans le centre des masses du système. Cette perte de mémoire de la direction du faisceau peut aussi être exprimée par le rapport des énergies totales transverses et longitudinales mesurées 67) ou par la directivité $D = |\Sigma \vec{p}_t| / \Sigma |\vec{p}_l|$ construite à partir des quantités de mouvement transverses des particules 68). La même idée permet de relier la dissipation aux vitesses relatives des fragments finals ($Z \geq 8$ par exemple) pris deux à deux dans un

même événement, une relaxation forte revenant à uniformiser ces diverses vitesses relatives 69).

Toutes ces méthodes, qui font intervenir les propriétés cinématiques des particules détectées, sont nettement plus performantes pour trier et, bien-sûr, pour analyser la "topologie" des événements, que celles fondées sur des variables moins élaborées comme la multiplicité de particules ou de fragments dans l'événement. Elles ne sont toutefois pas idéales: le tri ou la reconnaissance de la "topologie" des événements reste aujourd'hui problématique et certains auteurs ont effectué des sélections croisées utilisant plusieurs variables 70).

Une difficulté conceptuelle tient certainement au nombre fini de produits libérés dans la collision, donc aux fluctuations statistiques associées. La figure III-3 illustre ce point; il s'agit d'une simulation de désexcitation d'un système de 80 nucléons répartis dans 1 ou 2 sources (parties a, et b-c de la figure). Les figures supérieures sont des diagrammes de vitesses (parallèle et perpendiculaire au faisceau) de particules alpha évaporées par ces sources. Les diagrammes inférieurs concernent les couples coplanarité-sphéricité définis par la figure III-2. Bien que les situations simulées soient très différentes pour les 3 cas envisagés, les résultats font apparaître des recouvrements qui sont uniquement dûs à des effets de nombre finis. Lorsque le nombre de particules émises est trop faible, les fluctuations statistiques correspondantes masquent la corrélation entre la nature de l'événement et sa forme. Les déviations observées, événement par événement, déviations qui bien-sûr affectent aussi les événements vrais, ne reflètent que les effets de nombres finis. Ceux-ci seront d'autant plus perturbateurs que le système est petit. C'est une des raisons pour lesquelles les collisions noyaux-noyaux lourds sont étudiées avec un intérêt tout particulier.

b) Reconnaissance des sources

Une fois les événements triés, on peut chercher à déterminer les sources d'émission associées, puis les énergies d'excitation qui caractérisent ces sources. Il est d'abord nécessaire de dénombrer les sources ce qui peut être réalisé grâce à des diagrammes de section efficace invariante. L'idée est ici de porter, dans le repère $V_{//} - V_{\perp}$ des composantes de vitesse parallèle et perpendiculaire au faisceau, la quantité $\frac{1}{V} \frac{d^2\sigma}{dV_{//}dV_{\perp}}$ qui a la propriété d'être invariante par translation (transformation galiléenne). La figure est construite pour un type de particules donné. Par exemple, dans le cas de la figure III-4, il s'agit des particules alpha pour le système Xe+Sn à 50 MeV/u. Les divers diagrammes correspondent à diverses classes d'événement. Le tri a ici été réalisé sur la base de la valeur du moment total

des particules légères ($Z \leq 2$) dans la direction perpendiculaire au faisceau. Cette quantité est particulièrement bien adaptée au détecteur Indra utilisé pour ces mesures. Les faibles valeurs sont associées aux collisions périphériques (peu dissipatives) alors que les fortes correspondent aux collisions centrales. On voit sur la figure que deux sources sont clairement mises en évidence dans le premier cas alors que le second correspond soit à deux sources très rapprochées, soit à la fusion. C'est sur la base de tels diagrammes qu'il a été possible d'établir que pour l'essentiel des collisions, il subsiste deux sources principales en voie de sortie.

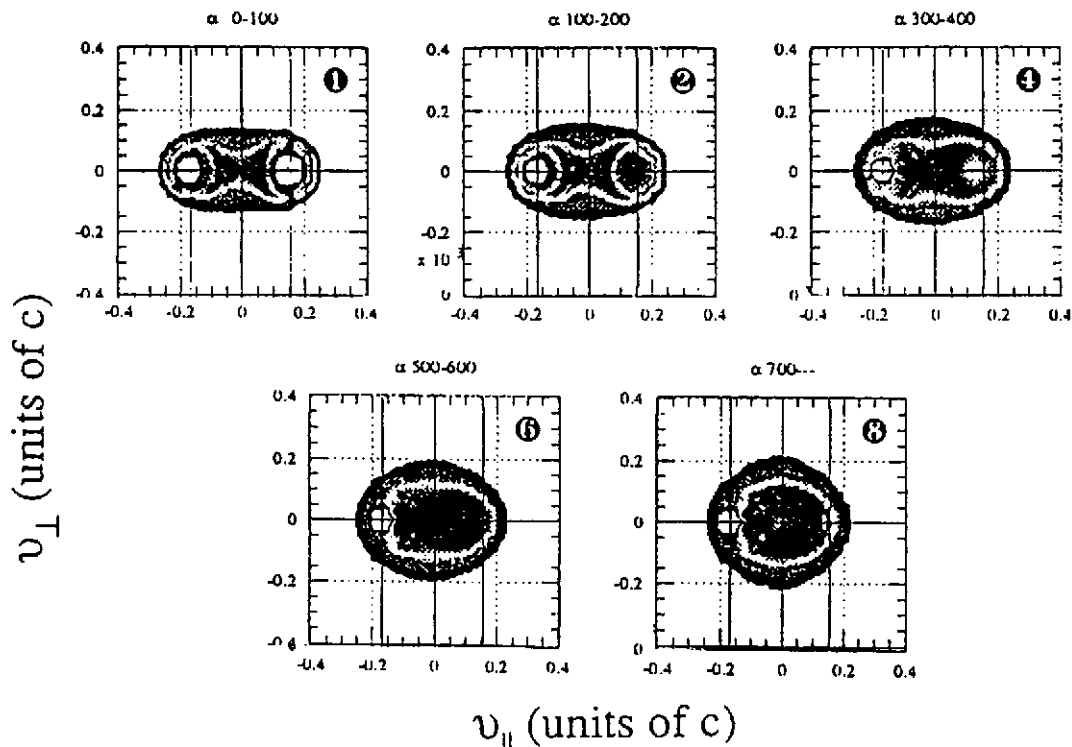


Figure III-4: Sections efficaces invariantes dans un diagramme $v_{||} - v_{\perp}$ pour les particules α émises dans les collisions $\text{Xe} + \text{Sn}$ à 50 MeV/u. Les diverses figures correspondent à diverses tranches en impulsion transverse totale des particules légères (voir le texte).
On reconnaît deux ou une source selon les cas⁷¹.

Il est alors possible de reconstituer ces sources. Si l'expérience a été menée avec un détecteur "4 π ", la reconstitution des sources se fera "événement par événement". Plusieurs méthodes sont possibles. Dans le cas de deux sources, on pourra "couper en deux" l'ellipsoïde des moments de la figure III-1 en attribuant aux deux partenaires les particules émises de part et d'autre dans le centre des masses. Une autre méthode généralisable au cas de n sources est celle du "thrust" ou de "l'estoc". L'idée consiste à regrouper au mieux les particules ou fragments qui sont émis dans des directions voisines, donc issus d'une même source. Dans le cas de deux sources S_1 et S_2 , on cherche la répartition qui maximalise la quantité⁶⁵:

$$T_2 = \frac{|\sum_{i \in S_1} \vec{p}_i| + |\sum_{j \in S_2} \vec{p}_j|}{\sum_{k=1}^N |\vec{p}_k|} \quad (\text{III-5})$$

où \vec{p}_i et \vec{p}_j sont les quantités de mouvement des produits affectés aux deux sources. Le dénominateur est un facteur de normalisation. Le problème de cette méthode issue de la physique des particules est qu'elle impose a priori le nombre de sources (2 pour la relation III-5). Le résultat dépend donc des hypothèses faites et il est nécessaire de mener des contrôles complémentaires avant de conclure.

Un exemple de l'intérêt d'analyses croisées permettant de qualifier les résultats est montré sur la figure III-5. Il s'agit d'une étude relative au système Ar+KCl à 32 MeV/u. Les événements sélectionnés ici sont ceux pour lesquels un seul fragment a été détecté en voie de sortie, le reste de la masse du système étant répartie entre les particules légères ($Z \leq 2$) émises en coïncidence. De tels événements caractérisés par un seul résidu et de nombreuses particules légères peuvent d'abord être interprétés comme dûs à une fusion suivie d'une longue chaîne d'évaporation. En fait, une analyse plus détaillée en terme de "thrust" montre que ces événements sont, soit effectivement de type fusion, soit des collisions binaires pour lesquelles l'un des deux partenaires finals s'est désintégré, ce qui conduit à un résidu unique. On peut se convaincre de cette situation en examinant la figure III-5 sur laquelle on a classé les événements à un fragment en utilisant le "thrust". La quantité T_2 de la relation III-5 peut en effet prendre des valeurs très différentes selon la forme de l'événement. Elle est voisine de 1 si les deux sources recherchées sont identifiées sans ambiguïté. Elle se rapproche de 0,6 dans le cas d'une source unique (fusion) que l'on cherche artificiellement à "couper" en deux. Les événements à un fragment observés pour le système Ar+KCl 32 MeV/u appartiennent à l'une ou l'autre de ces deux familles. Pour $T_2 > 0,85$, bien qu'il n'y ait eu qu'un seul fragment (résidu), il y avait vraiment deux sources comme en atteste le diagramme $V_{//} - V_{\perp}$ obtenu pour les particules alpha. De même, l'analyse en coplanarité-sphéricité (cf. fig.III-2) révèle une forme "crayon" de ces événements. A l'inverse, pour $T_2 < .75$, les résultats sont compatibles avec une seule source tant au niveau de l'émission alpha qu'au niveau du diagramme C-S. Seuls ces événements sont en fait attribuables à une fusion.

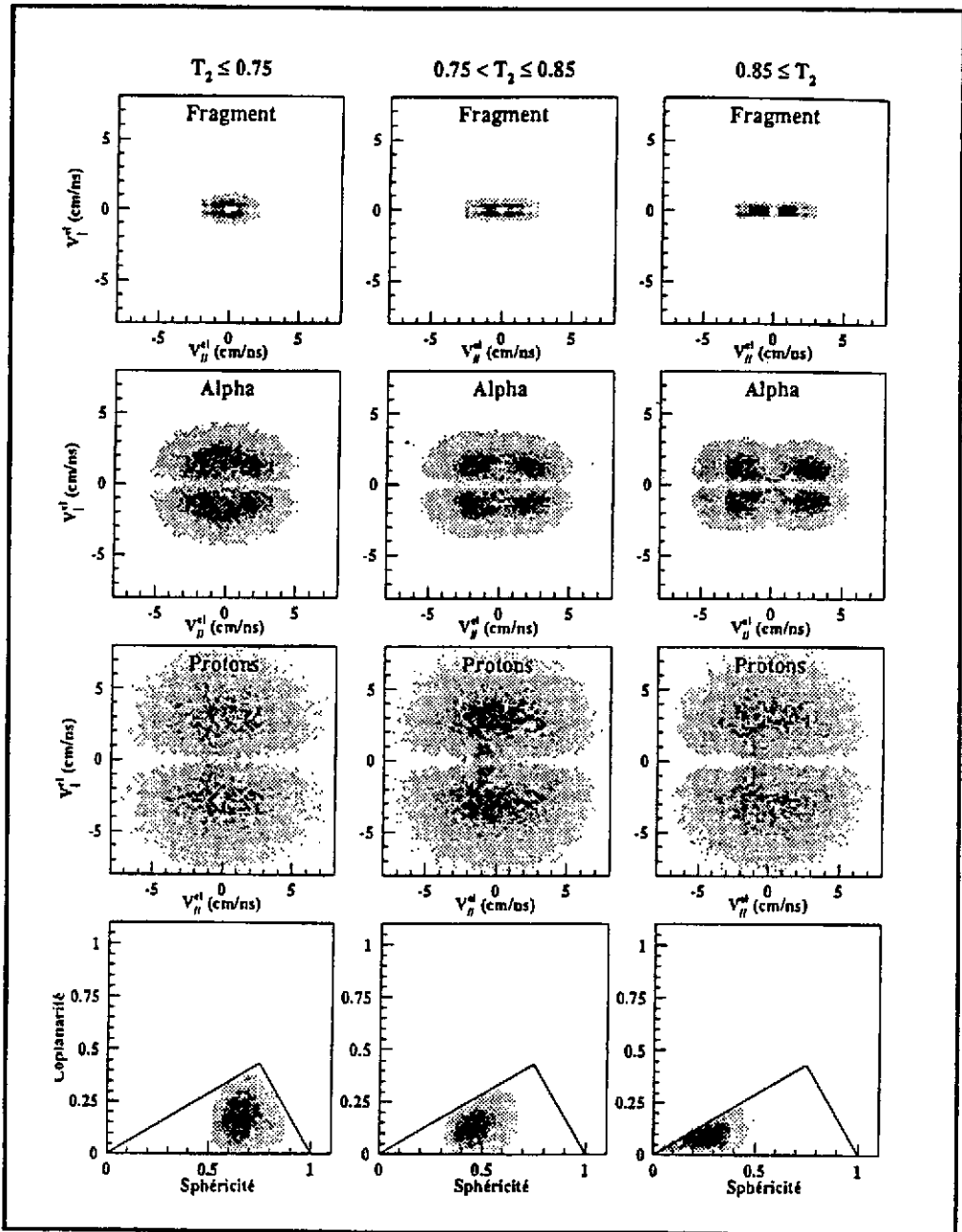


Figure III-5: Etude des événements à un seul fragment pour le système Ar+KCl à 32 MeV/u. Ils ont été classés en 3 familles (les 3 colonnes) dans une analyse en thrust (voir le texte). La première ligne donne les sections efficaces invariantes pour les fragments détectés dans un diagramme de vitesse $V_{\parallel} - V_{\perp}$. Les deux lignes suivantes donnent les mêmes quantités pour les alphas et les protons. Enfin, la dernière ligne donne les diagrammes sphéricité-coplanarité. Toutes ces représentations indiquent l'existence d'une source (colonne de gauche) et de deux sources (colonne de droite) avec une ambiguïté pour les événements de la colonne centrale. Extrait de 60).

c) un processus caractéristique au dessus de 20 MeV/u:

l'émission "au col"

Dans les paragraphes précédents, nous avons annoncé qu'une fraction dominante de la section efficace correspond à des réactions à deux corps rappelant les transferts très inélastiques largement étudiés en-dessous de 10 MeV/u. En fait, une observation attentive de la figure III-4 révèle que, si la contribution d'une émission de type "2 sources" est patente, il est faux d'affirmer que la situation est identique à celle observée à basse énergie, car l'ensemble des produits détectés n'est pas attribuable à une émission séquentielle à partir de ces deux sources: il y a une accumulation de fragments ou particules entre les deux sources (ceci est visible en particulier sur le premier diagramme de la figure III-4).

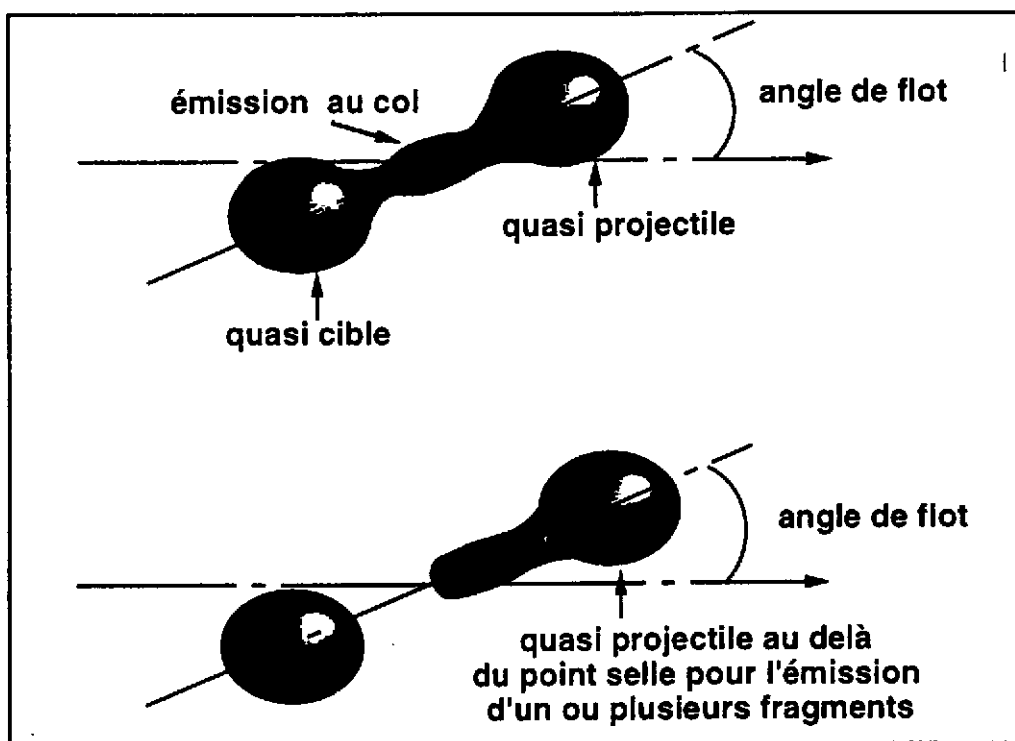


Figure III-6: Les scénarios possibles pour expliquer l'émission au col dans les collisions noyau-noyau. Dans les deux cas, c'est un phénomène dynamique (rapide) qui explique la formation de fragments dans la zone de l'espace situé entre les quasi-cible et quasi-projectile libérés par la collision.

Ce fait expérimental a été reconnu par de nombreux auteurs (72-77), pour des systèmes variés. Il peut être interprété de deux façons (figure III-6): ou bien le processus primaire de ralentissement des deux partenaires conduit à une troisième source (ou à un col) libéré à faible vitesse dans le système du centre des masses; ou bien le processus primaire est essentiellement binaire mais laisse au moins l'un des deux partenaires déformés au-delà d'un point selle, ce qui conduit à sa cassure irrémédiable et rapide. Il est possible que ces deux processus coexistent et on peut les

"unifier" en ce sens que tous les deux sont de type dynamique et correspondent à des temps d'émission comparables aux temps de collision. Ils peuvent être la signature d'instabilité de Rayleigh. Une proportion importante des collisions donne lieu à ce phénomène, surtout pour les paramètres d'impact intermédiaires. La figure III-7 en est un exemple pour le système Pb+Au à 29 MeV/u ⁷⁷). Elle donne, pour les collisions libérant 3 fragments, la corrélation entre leurs angles d'émission et leur numéro atomique. L'accumulation de produit pour $\cos \theta_{i3}$ voisin de 1 est le signe de la présence des fragments les plus légers ($Z \sim 10$ dans cette expérience) alignés le long de l'axe joignant les deux partenaires principaux de la collision.

De tels phénomènes peuvent être reproduits dans les calculs microscopiques basées sur les équations de transport ⁷⁸⁻⁸⁰). Il s'avère qu'ils dépendent de la section efficace de collision nucléon-nucléon dans le milieu et il y a donc là un espoir de pouvoir extraire cette grandeur à partir de l'analyse des données.

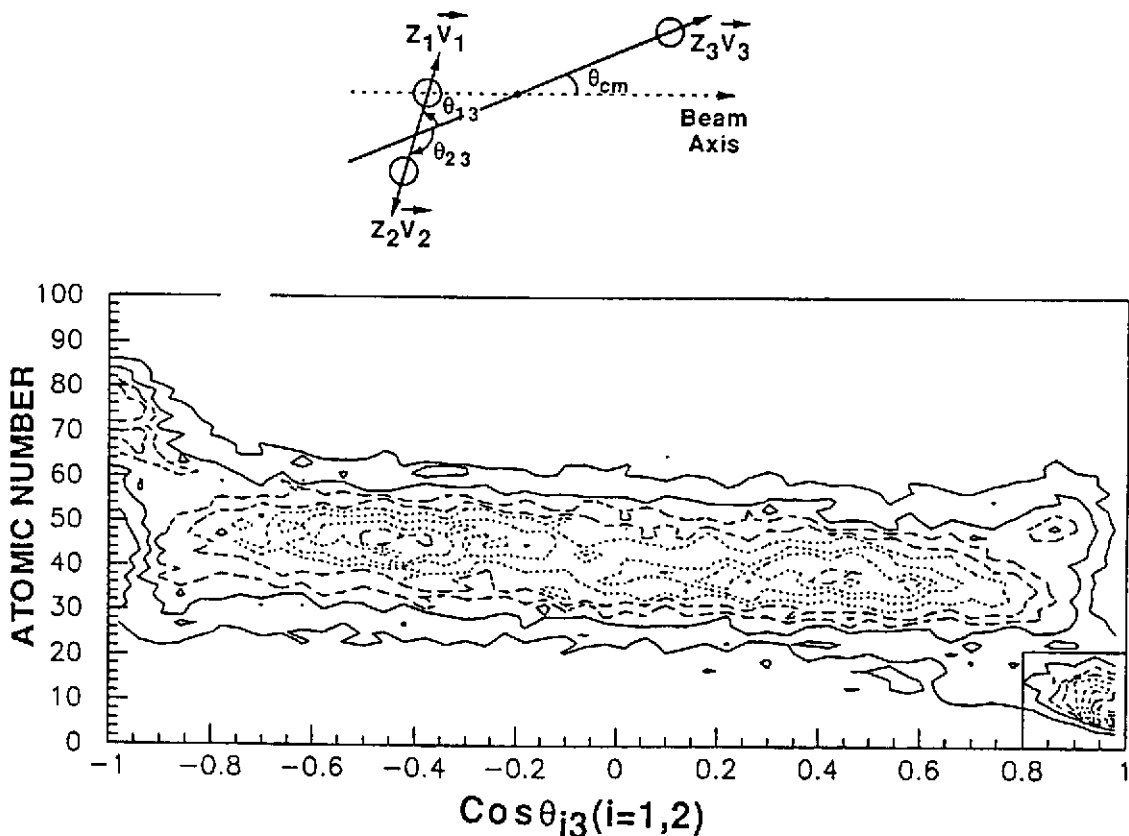


Figure III-7: Corrélation-angle d'émission-charge pour les fragments libérés dans les collisions Pb+Au à 29 MeV/u. Les événements sélectionnés sont à trois fragments. Extrait de ⁷⁷).

2) Caractérisation des noyaux chauds

Les analyses évoquées ci-dessus, qui permettent d'identifier des sources, permettent ensuite de les caractériser. En particulier, on souhaite bien évidemment connaître l'énergie d'excitation, la température, voire d'autres quantités comme le moment angulaire.

a) mesure de l'énergie d'excitation: la calorimétrie

L'énergie d'excitation peut être estimée de diverses façons. Lorsque deux sources ont été identifiées (cas le plus fréquent), on peut construire des diagrammes de Wilczynski analogues à ceux dont on a l'habitude pour des énergies incidentes faibles (en-dessous de 10 MeV/u). La figure III-8 en est un exemple pour le système Xe+Sn à plusieurs énergies incidentes. On a ici réalisé une analyse en thrust, puis on a porté en abscisse l'angle que fait avec le faisceau la direction définie par les deux sources reconstituées, alors que l'ordonnée concerne la vitesse relative de ces deux sources (exprimée ici en MeV/u). L'allure des diagrammes obtenus rappelle clairement celle connue à basse énergie. A nouveau, on trouve ici la signature de systèmes finals (majoritairement) binaires. L'énergie d'excitation peut alors être déduite du ralentissement observé des deux partenaires, ralentissement qui traduit la dissipation de l'énergie primaire.

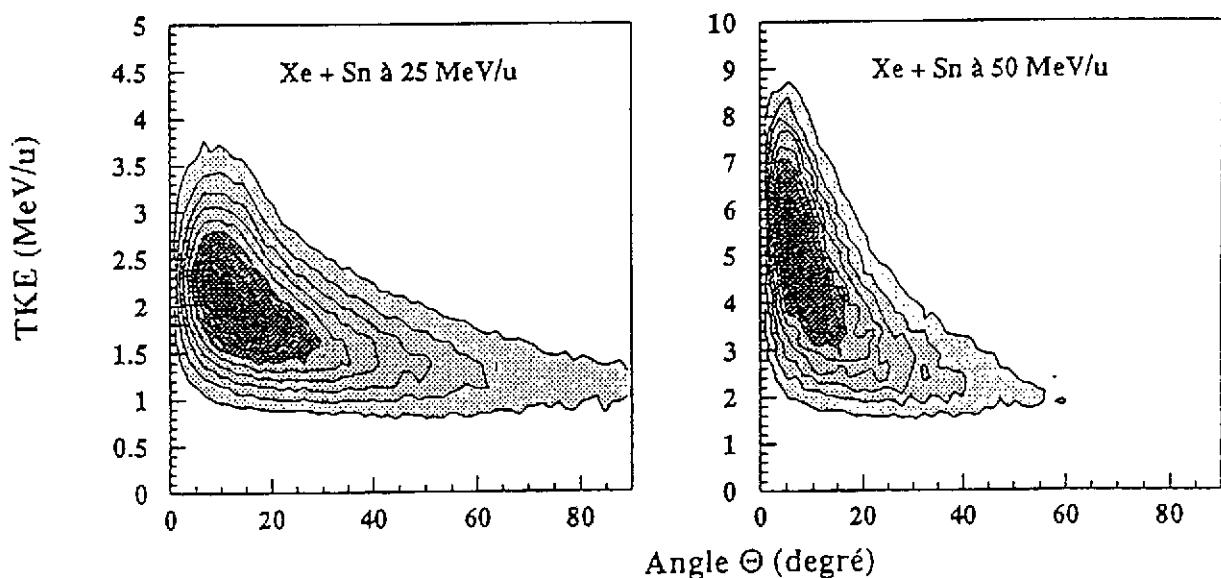


Figure III-8: Diagramme de Wilczynski pour le système Xe+Sn à deux énergies de bombardement. On reconnaît le comportement connu à basse énergie incidente. Extrait de 60).

C'est ainsi qu'a été obtenue l'échelle des abscisses sur la figure III-9, l'ordonnée étant relative aux multiplicités de particules légères ou de fragments de

masse intermédiaire associés. La concordance entre les corrélations obtenues pour diverses énergies de bombardement est une bonne indication de la validité du traitement. Deux reproches peuvent cependant être formulés: celui d'admettre que le mécanisme est purement binaire et celui de ne donner que l'énergie d'excitation totale moyenne des deux partenaires finals et non pas l'énergie d'excitation de chacun.

Sans aucun doute, la meilleure façon de déterminer l'énergie d'excitation de chaque noyau chaud formé est d'utiliser une méthode calorimétrique (61,81,82). Celle-ci est efficace quel que soit le nombre de sources finales (1: fusion; 2: mécanisme binaire). Le principe mis en oeuvre est de reconstituer l'énergie d'excitation des noyaux primaires (avant désexcitation) en sommant les énergies emmenées par chacun des produits qu'il a émis. On écrira donc :

$$E^* = \sum_{v=1}^{M_c} T_v + \sum_{n=1}^{M_n} T_n - Q \quad (\text{III-6})$$

La première sommation concerne les énergies cinétiques de tous les produits chargés attribués à la source. La seconde est la quantité équivalente pour les neutrons. Q est la différence en énergie entre les masses initiale et finale.

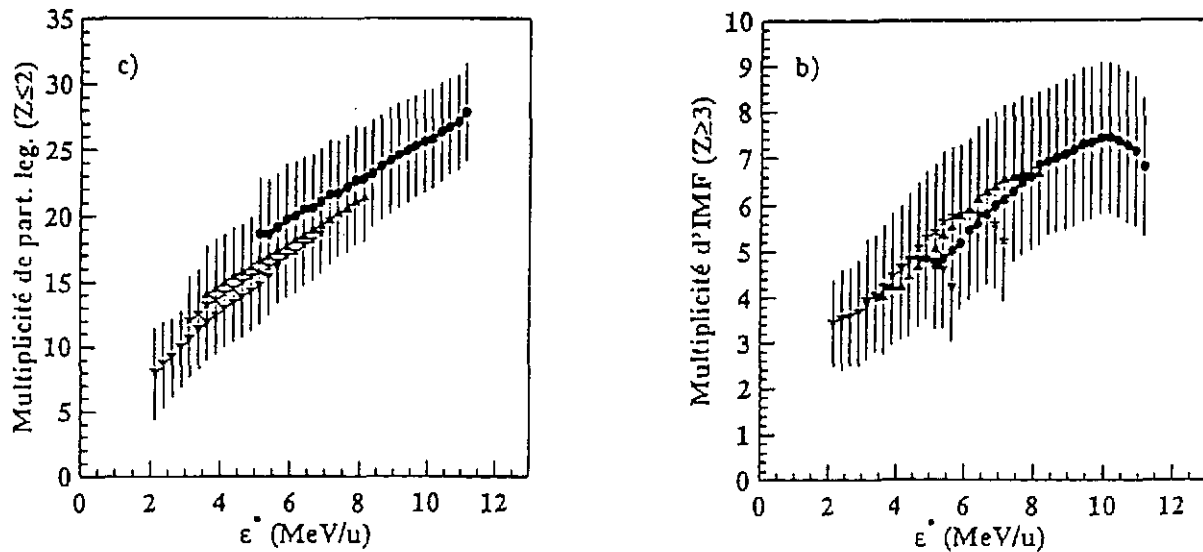


Figure III-9: Evolution des multiplicités de particules légères (gauche) ou d'IMF (droite) avec l'énergie d'excitation extraite d'un traitement de type "thrust", pour plusieurs énergies incidentes dans le cas du système Xe+Sn. Extrait de 60).

Deux difficultés affectent cette méthode. Les détecteurs 4π ne concernent que les particules chargées et les neutrons ne sont donc généralement pas détectés dans ces études. Les T_n sont donc estimés. Tantôt, on leur donne une valeur moyenne

égale à 2 fois une température effective moyenne cohérente avec l'excitation finale trouvée, tantôt on déduit $\langle T_n \rangle$ de la quantité équivalente mesurée pour les protons, en soustrayant la barrière coulombienne correspondante. Quant à la multiplicité de neutrons, elle est prise égale à la différence entre la masse initiale de la source et la masse totale mesurée.

La seconde critique que l'on peut faire à cette méthode concerne bien évidemment la sélection des particules affectées à la source d'intérêt. En particulier, il est important d'éliminer les particules de pré-équilibre, objectif difficile à atteindre de façon non contestable. Dans le cas de systèmes asymétriques, on admet généralement que les particules de pré-équilibre sont émises pour l'essentiel vers l'avant en cinématique directe et on peut soustraire leur effet moyen en comparant les formes des spectres des particules légères émises à divers angles ⁸²⁾. La contribution des particules de pré-équilibre issues des collisions nucléon-nucléon pollue, quant à elle, la zone des vitesses proches du centre des masses dans les collisions de type binaire. On peut l'éliminer en ne considérant que les particules émises dans un hémisphère non contaminé par cette contribution (figure III-10), et en doublant leur contribution. Bien-sûr, cette méthode n'est statistiquement valable que si le nombre de particules évaporées est grand. Des raffinements ont été proposés ⁸³⁾ dans lesquels seules les particules légères (donc celles susceptibles de résulter d'une émission de pré-équilibre) subissent ce traitement sélectif quant à l'hémisphère d'émission.

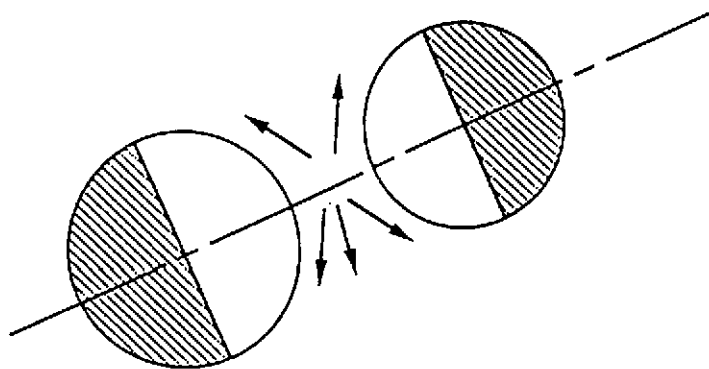


Figure III-10: Représentation schématique de la reconstitution de l'énergie d'excitation par méthode calorimétrique dans le cas d'un mécanisme binaire. Seules les particules émises dans les hémisphères hachurés sont prises en compte afin d'éviter la contribution de l'émission de pré-équilibre associée aux collisions nucléon-nucléon (flèches). Voir le texte.

En liaison avec la méthode calorimétrique, il est intéressant de mener des études complémentaires, par exemple concernant les distributions angulaires des particules attribuées à une source, dans le repère de coordonnées lié à la source. Une

émission isotrope est en effet une indication forte de la validité du traitement. En fait, la réalité est compliquée par les effets de moment angulaire qui conduisent à des directions privilégiées d'émission. L'interprétation se heurte alors à la non-unicité des analyses possibles puisque les données expérimentales sont le reflet d'une compétition entre les effets de moment angulaire (qui induisent des directions d'émission privilégiées) et ceux de l'énergie d'excitation (qui atténuent les anisotropies). La seule façon d'obtenir des résultats fiables consiste à contraindre les analyses par des observables croisées concernant, par exemple, la désexcitation par fission mais aussi celle par évaporation de particules, et ce, pour une série de systèmes. C'est cette démarche qui a été menée dans la référence ⁸⁴⁾ pour les collisions périphériques libérant deux noyaux excités en voie de sortie dans les collisions Ar (ou Kr, Xe, Pb)+Au. Des valeurs typiques d'une cinquantaine de π sont obtenues pour les quasi-cibles étudiées dans ce travail. Les résultats restent cependant non définitifs car un autre paramètre doit être introduit dans l'analyse: celui de l'instant d'émission; les effets d'anisotropie d'émission de particules légères reflètent une moyenne de l'état du noyau chaud tout au long de sa chaîne de désexcitation, situation non directement comparable à celle de la fission.

b) mesure des températures

Une donnée a priori reliée à l'énergie d'excitation déposée est la température du noyau considéré. Dans les collisions d'ions lourds à basse énergie incidente, il y a une corrélation bi-univoque entre ces deux quantités via le paramètre de densité de niveaux ⁸⁵⁾. Dans les collisions plus violentes, cette corrélation n'est plus si simple puisque peuvent apparaître des phénomènes nouveaux qui peuvent la briser (voir la suite de ce chapitre). Les termes de transition de phase ou de compression du système peuvent être associés à cette brutale évolution. On comprend dans ces conditions que mesurer séparément énergie d'excitation et température devient essentiel.

Il apparaît aujourd'hui que deux méthodes principales peuvent être mises en oeuvre. Celle utilisant les formes des spectres en énergie cinétique des particules de désexcitation et celle fondée sur les états d'excitation dans lesquels elles sont produites. On en trouvera dans la référence ⁸⁵⁾ une discussion détaillée. Une troisième méthode utilisant des doubles rapports de production d'isotopes a aussi été récemment utilisée par la collaboration Aladin.

b-1 - Spectres en énergie cinétique

La théorie de Weisskopf, c'est-à-dire la description de la désexcitation d'un noyau dans la représentation microcanonique, nous apprend que la probabilité d'évaporer une particule donnée d'énergie cinétique ϵ (à $d\epsilon$ près) s'écrit après normalisation:

$$P(\epsilon)d\epsilon = \frac{\epsilon - B}{T^2} e^{-\frac{(\epsilon-B)}{T}} d\epsilon \quad \text{III-7}$$

où B est barrière d'émission coulombienne. Comme $P(\epsilon)$ est directement déduite de l'expérience, il est facile d'en extraire la température T du noyau dont on étudie la désexcitation. Cette méthode, qui s'est avérée très puissante à basse énergie d'excitation, doit être manipulée avec précaution pour les noyaux très chauds. Les embûches sont à plusieurs niveaux: nécessité de trier convenablement les collisions (§ 1-a), puis d'identifier convenablement les sources (§ 1-b); nécessité de s'assurer que ces sources sont thermalisées, et éliminer les particules de pré-équilibre; nécessité enfin de corriger les résultats des effets de recul dans les évaporations successives, des effets de moyenne qu'implique la longueur de la chaîne de désexcitation, des effets d'évaporation d'agrégats subissant eux-mêmes une décroissance. Il n'est pas facile de s'assurer que toutes ces corrections aient été bien menées. Par exemple, il a été montré dans la référence ⁸²⁾ que les effets de recul affectent de façon significative les spectres α pour le système Ar+Ag à 60 MeV/u. Deux attitudes sont alors possibles. Dans la première, on cherche à minimiser les effets parasites. Par exemple, les reculs seront peu gênants lorsque le noyau étudié est très lourd; la figure III-11 a été obtenue dans ce cas ⁸⁶⁾. Les valeurs de température pourront alors être "validées" grâce à la cohérence qu'elles manifestent entre les valeurs obtenues pour plusieurs types de particules ou avec d'autres méthodes. Dans la seconde approche, on corrigera les résultats expérimentaux en utilisant des simulations qui permettent de les déconvoluer des effets parasites.

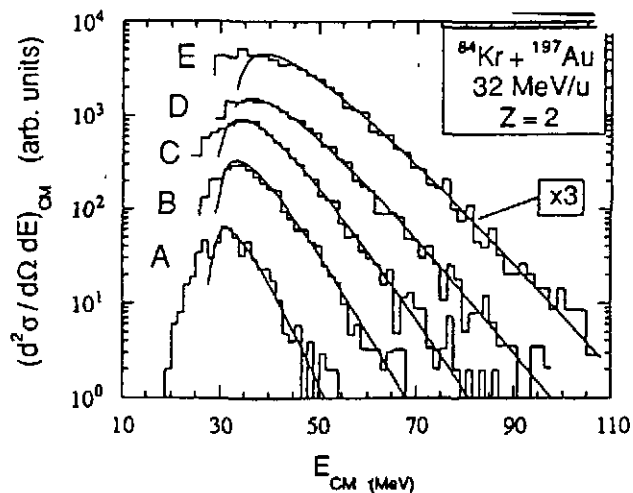


Figure III-11: Spectres en énergie cinétique de particules alpha émises à grand angle dans les collisions Kr+Au à 32 MeV/u. Les divers spectres correspondent à diverses tranches en multiplicité totale de neutrons émis (donc diverses tranches en énergie d'excitation). Les spectres sont tracés dans le repère de la source chaude. Les températures mesurées peuvent atteindre 7 MeV. Extrait de 86).

b-2 - Etude des populations de niveaux :

La théorie statistique de Weisskopf permet aussi de prévoir les probabilités d'évaporation de tel ou tel produit (particule ou agrégat). L'ingrédient essentiel est l'énergie de liaison associée et dans le cas particulier où l'on considère deux niveaux quantiques d'un même agrégat, la différence $\Delta \epsilon^*$ de leurs énergies propres: le rapport des probabilités d'émission dans les niveaux 1 et 2 s'écrit alors:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2J_1 + 1}{2J_2 + 1} \exp [- \Delta \epsilon^* / T] \quad (\text{III} - 8)$$

où J_1 et J_2 sont les spins des deux niveaux considérés. La mesure de P_1/P_2 permet alors de déterminer la température T de la source émettrice des agrégats.

Sur le plan expérimental, les niveaux quantiques des agrégats sont identifiés en mesurant la masse invariante (énergie relative) de leurs produits de désintégration: on y parviendra en détectant les photons de désexcitation ou, méthode nettement préférable (voir plus loin), les produits chargés de désintégration des niveaux instables par émission de particules. Par exemple, on détectera les alpha et deuton provenant de la désintégration d'un agrégat ${}^6\text{Li}$.

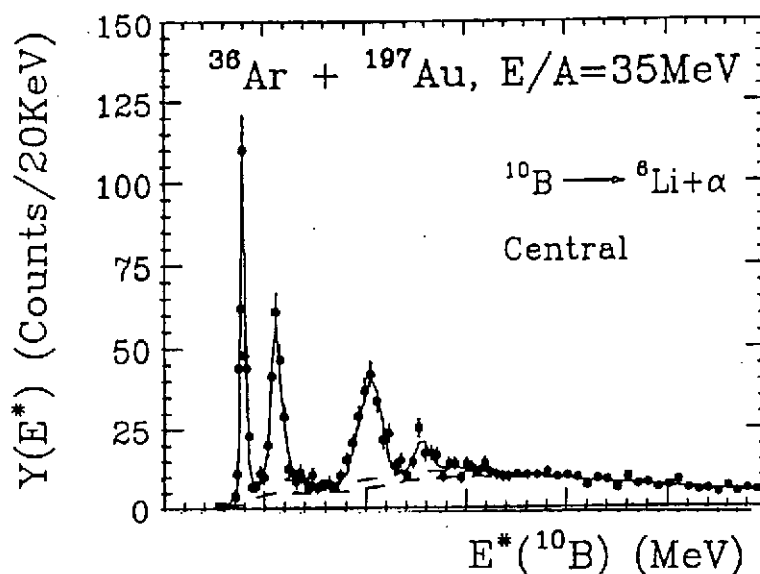


Figure III-12: Distribution d'énergie relative (convertie en énergie d'excitation du ^{10}B) pour les noyaux ^6Li et α résultant de la décroissance d'un ^{10}B excité. Extrait de 88).

La figure III-12 donne un exemple pour la désintégration d'agrégats ^{10}B : le spectre en énergie relative des deux produits détectés (α et ^6Li) présente des pics associés aux divers niveaux d'excitation. Il suffit alors d'intégrer ces pics en soustrayant la contribution d'un fond dû aux émissions séquentielles. Cette soustraction ne pose pas de problème; de même que la correction due à l'efficacité de détection du groupe de détecteurs utilisés pour la mesure. Il reste alors trois points d'importance à considérer.

D'abord, il est nécessaire de classer les collisions étudiées, ce qui implique de coupler le groupe de détecteurs utilisés à un ensemble 4π permettant d'effectuer les tris présentés au §1-a. Il faut ensuite s'assurer que les agrégats d'intérêt ont été émis par une source thermalisée. Cette étape est délicate. Enfin, il faut corriger les données pour la question du "side-feeding". De fait, un agrégat donné peut, soit avoir été directement émis par la source d'intérêt, soit résulter lui-même d'une décroissance d'un autre agrégat plus lourd que lui. Une telle alimentation "par le côté" peuple les niveaux d'excitation faible des agrégats et elle conduit à une sous-estimation d'autant plus nette de la température T que les deux niveaux considérés dans la relation III-8 sont proches 87). C'est principalement pour cette raison que la méthode des populations d'état est beaucoup plus fiable lorsqu'elle est appliquée à des niveaux instables par émission de particules, car ces niveaux peuvent être très éloignés (ce qui n'est pas le cas pour les niveaux qui décroissent par émission gamma). Les corrections à appliquer sur les températures extraites restent alors sous

contrôle car elles restent limitées quoique non négligeables. La figure III-13 est une illustration bien connue du problème: les températures fournies par la relation (III-8) pour divers couples d'états excités d'agrégats (points) sont comparées aux résultats d'un calcul statistique (histogramme) mené pour un noyau chaud à 5.4 MeV, en tenant compte des effets de "side-feeding": l'accord est excellent.

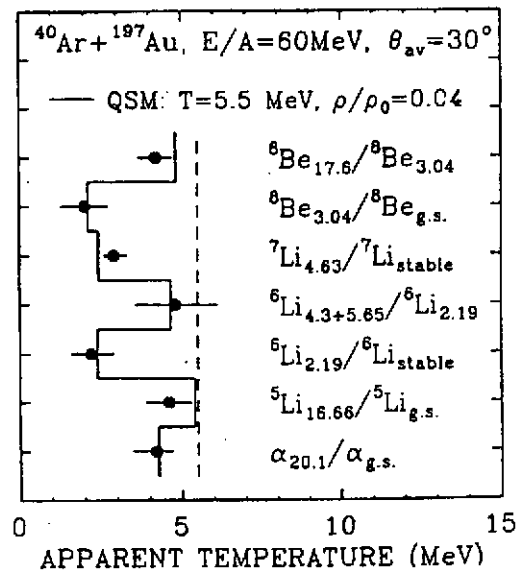


Figure III-13: Comparaison entre les températures extraites de la relation III-8 pour divers couples d'états excités et celles obtenues dans un calcul statistique prenant en compte la question du "side-feeding": voir le texte. Extrait de 88).

Un tel succès n'est pas toujours obtenu. Deux observations générales peuvent résumer la plupart des données: la méthode des "populations de niveaux" permet de mesurer les températures lorsque les conditions d'observation sélectionnent les particules émises par un noyau à l'équilibre (par exemple, émission vers l'arrière dans le cas d'un système très asymétrique en cinématique directe). Par contre, des effets de pré-équilibre se manifestent clairement dans le cas de collisions périphériques ou semi-périphériques. La figure III-14 en est un exemple pour le système Ar+Au à 35 MeV/u. Le niveau autour de 6 MeV est plus peuplé que les niveaux inférieurs, en contradiction avec les prévisions du calcul statistique incluant les effets de désexcitation séquentielle (side-feeding). Dans ce cas, la signification des populations de niveaux n'est pas établie. Enfin, une dernière remarque peut être faite sur les valeurs de températures déduites des expériences: celles-ci dépassent très rarement 5 MeV, en opposition avec la méthode des pentes de spectres. Il est possible que la sensibilité de la mesure soit trop largement affectée par les problèmes d'émission séquentielle (side-feeding) lorsque les énergies d'excitation atteignent 10 MeV/u. Alors, les résultats pourraient ne plus conserver la mémoire de l'étape de désexcitation primaire.

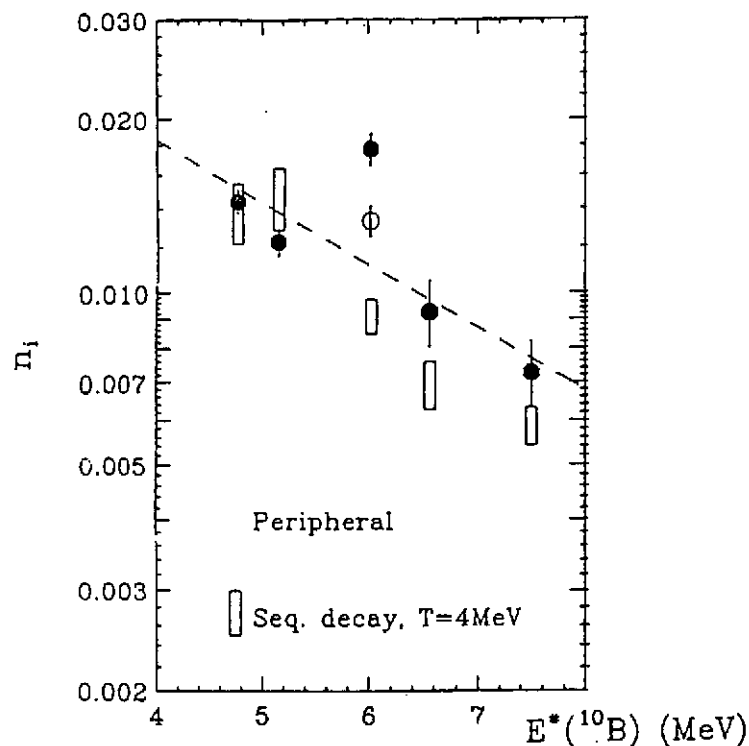


Figure III-14: Populations observées dans le cas des collisions périphériques Ar+Au à 35 MeV/u, en fonction de l'énergie d'excitation de l'agrégat ^{10}B sélectionné. On note une inversion de population autour de 6 MeV, ce niveau étant plus peuplé que les niveaux inférieurs. Un tel effet, non reproduit par les calculs (rectangles allongés) est une manifestation d'effets dynamiques ou de pré-équilibre. Extrait de 88).

b-3 - Double rapport de production d'isotopes

La collaboration Aladin 89), suite à une proposition de S. Albergo et al 90), a récemment utilisé la dépendance en température de la production de divers isotopes. Ce travail est plus précisément décrit dans le cours de A. Gobbi dans cette Ecole. Nous en abordons ici seulement le principe. La théorie de Weisskopf, appliquée aux probabilités relatives d'émission de plusieurs isotopes définis, conduit à une relation comparable à la relation (III-8) et qu'il est possible d'écrire sous la forme 90):

$$\frac{P(A_i, Z_i) / P(A_{i+1}, Z_i)}{P(A_j, Z_j) / P(A_{j+1}, Z_j)} = a e^{\left(\frac{B}{T}\right)} \quad (\text{III-9})$$

où B est un bilan d'énergie de liaison :

$$B = B(A_i, Z_i) - B(A_{i+1}, Z_i) - B(A_j, Z_j) + B(A_{j+1}, Z_j)$$

et a un coefficient qui dépend, pour l'essentiel, des spins des isotopes considérés.

Il est possible d'extraire T de la relation (III-9) si l'on mesure le double rapport de production des 4 isotopes d'intérêt (1^{er} membre de la relation III-9). Les résultats obtenus sont discutés dans le § 2-d. Au niveau méthodologique, on retiendra qu'il a été récemment montré ⁹¹⁾ que cette technique donne des résultats comparables à celle des populations d'état (voir § précédent). Elle constitue donc bien un outil intéressant. Cependant, les résultats sont très affectés par les effets de "side-feeding" et la sensibilité de la mesure est très mauvaise à haute température.

**G) la corrélation entre énergie d'excitation et température:
transition de phase?**

Une conclusion importante sur les énergies d'excitation atteintes et mesurées dans les collisions noyau-noyau concerne leurs fortes valeurs: plus de 10 MeV/u. Un tel résultat a été obtenu par les diverses méthodes évoquées (§2-a) et les figures III-9 et III-15 en attestent.

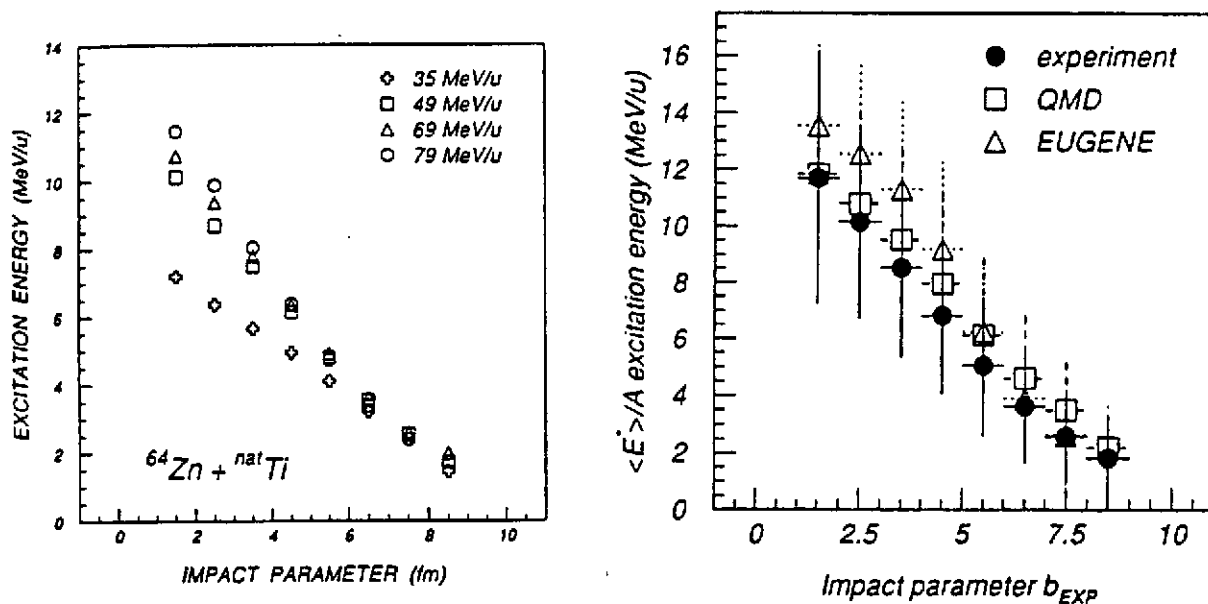


Figure III-15: Corrélation entre E^* et paramètre d'impact estimée pour le système $Zn+Ti$ à plusieurs énergies incidentes. Les résultats expérimentaux (à gauche) sont comparés à des résultats théoriques (à droite). Extrait de ⁶¹⁾.

L'énergie d'excitation peut donc excéder l'énergie de liaison. Ce résultat déplace les valeurs que l'on envisageait il y a quelques années quant à la limite d'existence des noyaux chauds ⁹²⁾. Il reflète le fait que la désexcitation par émission de particules est un processus de refroidissement très efficace, car une particule

éaporée emporte en plus de son énergie de liaison, une énergie cinétique forte. Ceci étant, la limite d'existence de noyaux chauds est une quantité difficile à définir puisque les durées de vie de ces objets sont comparables au temps nécessaire à leur formation. Il est sans doute plus correct de parler d'énergies d'excitation limites pour lesquelles des effets collectifs se manifestent dans les réactions.

Les températures atteintes excèdent nettement 5 MeV comme en attestent la figure III-11 dans le cas d'un système lourd et la figure III-18 dans le cas d'un système léger. Il est intéressant de s'arrêter quelque peu sur la corrélation température-énergie d'excitation. Dans le cadre de la théorie statistique, ces deux quantités sont reliées par la relation $\epsilon^* = aT^2$ qui définit le paramètre de densité de niveau. Mesurer à la fois ϵ^* et T permet de déterminer a et de suivre son évolution à haute température.

D'un point de vue théorique, la corrélation entre ϵ^* et T a été d'abord étudiée dans le cadre de la théorie Hartree-Fock par Bonche, Levit et Vautherin dans un papier célèbre ⁹³⁾. Dans ce travail, l'évolution en fonction de la température T du paramètre de densité de niveau a pu être obtenu pour deux forces différentes. Les résultats sont indiqués ainsi que ceux obtenus par Shlomo et Natowitz ⁹⁴⁾ sur la figure III-16. Ces calculs ont été menés en supposant que le noyau conservait son intégrité (par exemple la symétrie sphérique). Or, lorsque ϵ^* augmente, le noyau peut fragmenter comme nous le verrons par la suite. Dans ce cas, les calculs mentionnés plus haut perdent leur validité. Dans le cas de la fragmentation, seuls des modèles phénoménologiques de type statistique ont été utilisés ^{95,96)} pour estimer l'évolution de la température en fonction de ϵ^* . Le résultat obtenu est montré sur la figure III-17. Dans ce genre de modèle, l'espace de phase est échantillonné soit au niveau microcanonique c'est à dire en conservant exactement toutes les quantités telles que l'énergie, l'impulsion...⁹⁵⁾, soit au niveau canonique où l'on considère uniquement le système à la température T ⁹⁶⁾. L'effet observé sur la figure III-17, c'est à dire le plateau à $T=5$ MeV pour une région de ϵ^* entre 3 et 7 MeV/u est du à l'apparition de la fragmentation du noyau. Ce processus crée de la surface et dépense de l'énergie qui est donc perdue pour chauffer les fragments formés et induit donc une température plus faible. Le plateau de la figure III-17 a souvent été interprété comme le signe d'une transition de phase de la matière nucléaire.

Quelle est la situation expérimentale? Plusieurs series de données ont été analysées dans le passé et des résultats typiques sont montrés dans la figure III-18 relative à deux régions de masses différentes dans une large gamme d'énergie d'excitation. Les températures ont été extraites à partir des pentes des spectres de particules légères chargées en tenant compte des corrections discutés au §2-b.

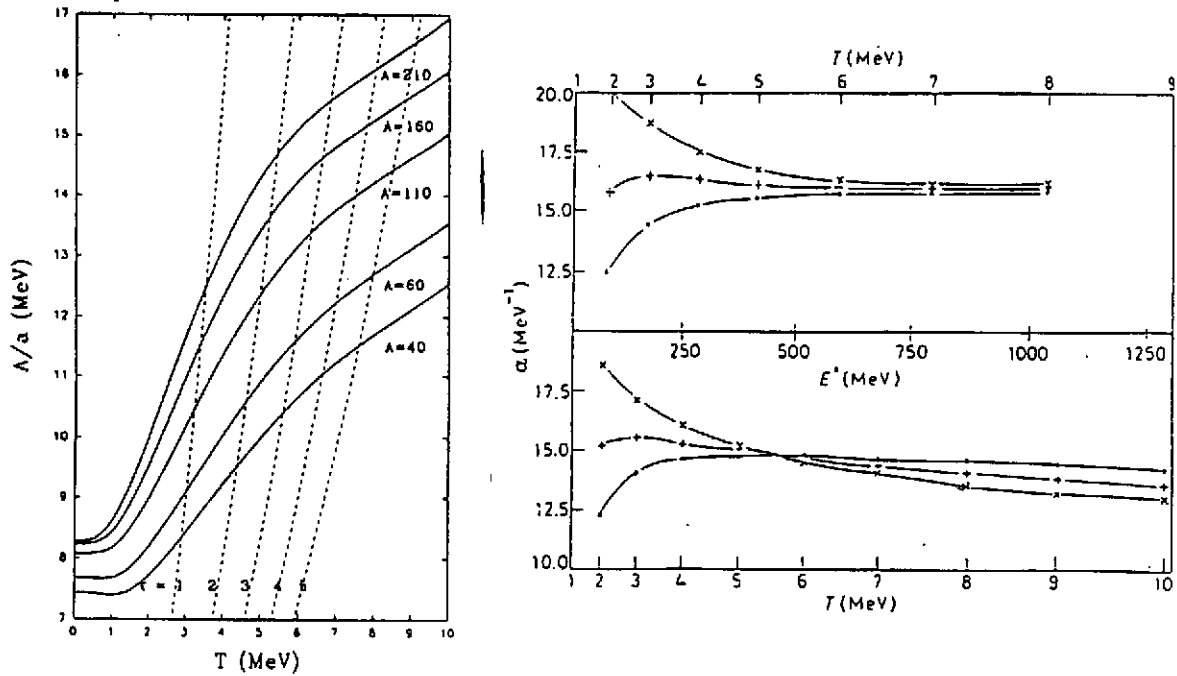


Figure III-16: A gauche, calcul de A/a en fonction de la température pour différentes masses. Les courbes pointillés sont les iso-énergies indiquées au bas de la figure. Extrait de ⁹⁴). A droite, calcul du paramètre de densité de niveaux à l'aide de plusieurs expressions dans le cadre du modèle du gaz de Fermi. Les parties supérieures et inférieures de la figure correspondent à l'utilisation de deux forces effectives différentes. Extrait de ⁹³).

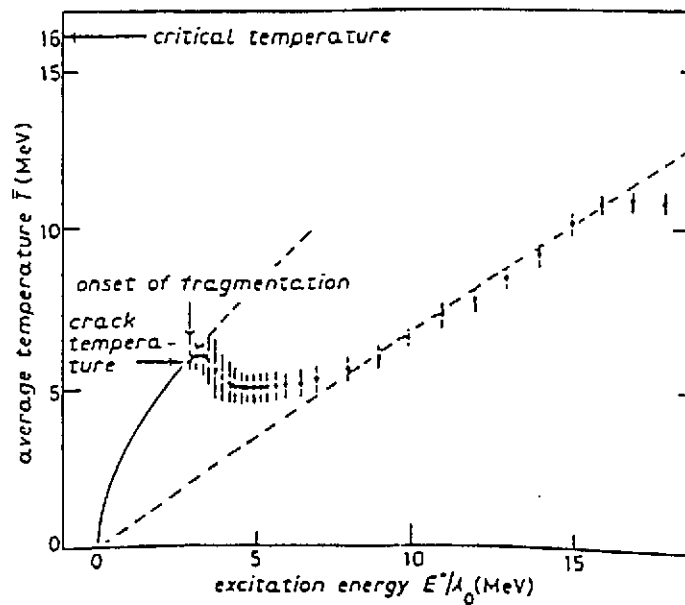


Figure III-17: Corrélation entre E^* et T obtenue dans le cadre du modèle de multifragmentation statistique de Copenhague. Extrait de ⁹⁶).

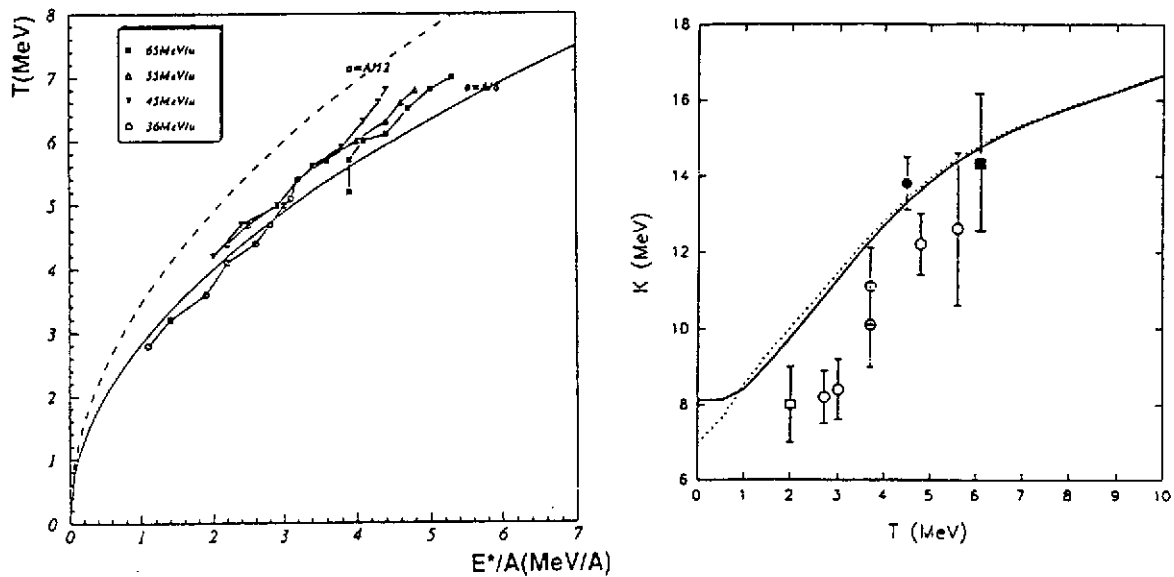


Figure III-18: Evolution de la température initiale T en fonction de l'énergie d'excitation ϵ^* (en MeV/u) pour des noyaux dans deux régions de masse: à gauche, aux alentours de $A=60$ et à droite $A=160$. Dans les deux cas, les données ont été comparées avec le gaz de Fermi. Extrait de 81) et 97).

Dans le cas de la figure III-18, l'énergie d'excitation a été obtenue par calorimétrie (§2-a). Dans le cas du système Pb+Au à 29 MeV/u, elle a été évaluée à partir de la multiplicité de neutrons mesurée avec Orion 98). Des résultats de la figure III-19, on peut extraire la relation entre T et ϵ^* : elle est en accord avec le modèle du gaz de Fermi pour un paramètre densité de niveaux raisonnable compris entre 8 et 10 MeV⁻¹. Elle ne corrobore donc pas des prévisions comme celles de la figure III-17.

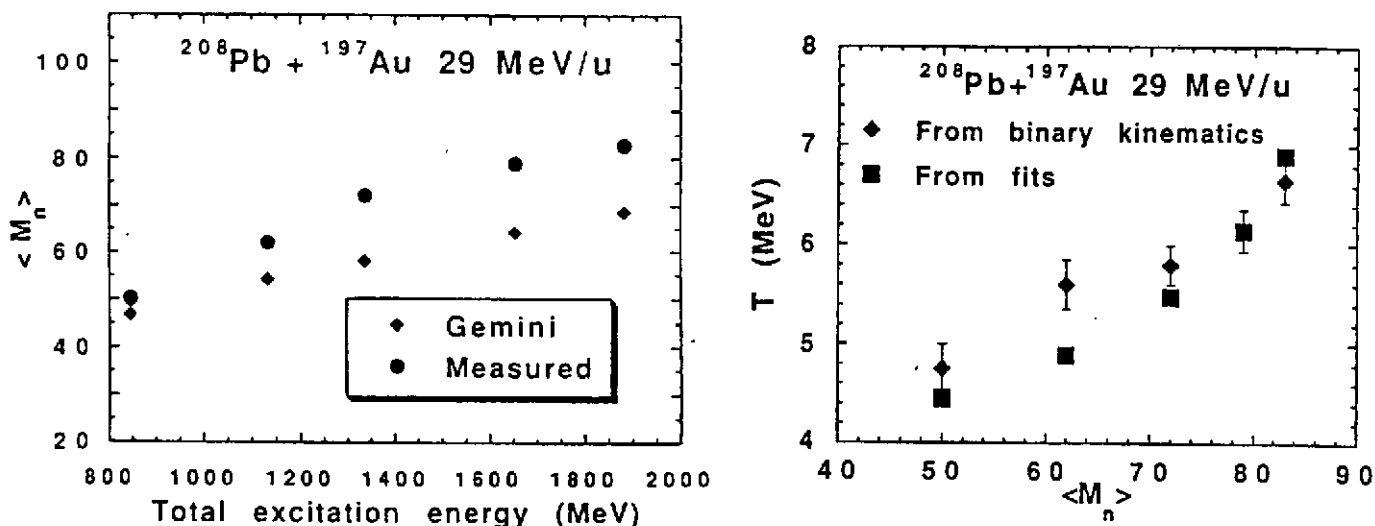


Figure III-19: A gauche, M_n la multiplicité de neutrons en fonction de \mathcal{E}^* l'énergie d'excitation telle qu'elle est mesurée (cercles) et prédite par Gemini (losanges). A droite, la corrélation entre T (mesurée en ajustant les spectres de particules α) et M_n . Extrait de 98).

Dans ces études, la température a été obtenue à partir des spectres de particules légères mais nous avons vu dans les paragraphes précédents que l'on pouvait aussi l'obtenir à partir de l'étude de la production des agrégats. Cette technique a été mise à profit par les physiciens de la collaboration Aladin 89). Les rapports de production de He^3 , He^4 , Li^6 , Li^7 ont été mesurés et une température en a été extraite (figure IV-20). Dans ce cas, la corrélation obtenue est en accord avec la prévision de la figure III-17. Il y a donc contradiction entre les résultats obtenus dans divers cadres. Nous ferons deux remarques sur ce point. D'abord, il est impératif de confirmer les résultats de la figure III-20 qui sont très étonnants si on se rappelle la remarque de la fin du §2-b3: la mauvaise sensibilité de la méthode des doubles rapports d'isotopes. En second lieu, il est important de comprendre que la contradiction ci-dessus peut n'être qu'apparente. De fait, le plateau de la figure III-17 ne reflète rien d'autre que l'énergie d'excitation "consommée" pour créer les produits de fragmentation. Ce plateau ne peut exister que si la production de fragments a lieu. Or, nous verrons dans le prochain paragraphe (§3) que les divers modes de décroissance des noyaux chauds sont en forte compétition. Sélectionner un mode de décroissance donné revient alors à sélectionner telle ou telle corrélation \mathcal{E}^* - T . On pourrait parler sans ambiguïté de transition de phase si les grandes énergies d'excitation (au dessus de 3 à 5 MeV/u) conduisaient systématiquement à la fragmentation, ce qui n'est pas le cas. Observer des noyaux

très chauds échappant à la fragmentation et se désexcitant par évaporation est équivalent à l'observation d'un phénomène de surfusion pour les noyaux.

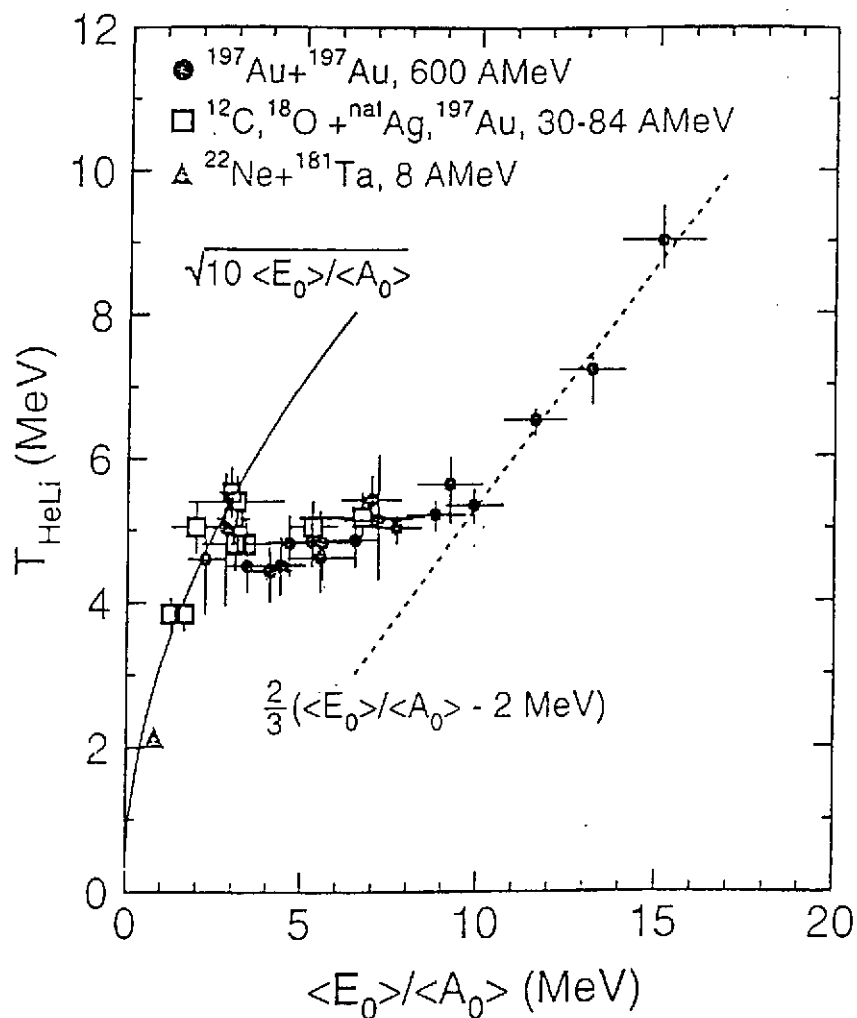


Figure III-20: Corrélation entre ϵ^* et T telle qu'elle a été obtenue dans la réf. 89).

3) Modes de décroissance des noyaux chauds:

de l'évaporation à la vaporisation

Dans ce paragraphe, nous discutons les modes de décroissance des noyaux essentiellement du point de vue des caractéristiques en charge et en multiplicité des différents produits émis au cours de la réaction reléguant au chapitre suivant les aspects dynamiques. Le domaine en énergie dissipée correspondant aux collisions noyau-noyau aux énergies de Fermi est suffisamment large pour permettre l'observation de tous les modes de décroissance depuis l'évaporation de particules légères accompagnée ou non de la fission, jusqu'à la vaporisation complète du

système (au moins lorsque celui-ci n'est pas trop lourd) en passant par la fragmentation. Par vaporisation, nous entendons la désintégration totale du système en particules de charge 1 ou 2. A titre d'exemple, nous montrons d'abord l'évolution des fragments détectés vers l'avant dans l'expérience Pb+Au à 29 MeV/u en fonction de la multiplicité de neutrons M_N ⁹⁹⁾ (figure IV-21). Pour de faibles valeurs de M_N (moins de 10 neutrons), les fragments produits en immense majorité sont des quasi-projectiles qui résultent d'interactions périphériques peu dissipatives pour lesquelles le mode de décroissance dominant est l'évaporation. Lorsque M_N augmente un peu, la voie de fission s'ouvre (il y a plus d'énergie d'excitation disponible et probablement plus de moment angulaire): c'est le domaine où fission et production de résidus sont en compétition avec des probabilités comparables. Ensuite, la production de résidus diminue, de même que la fission et un nouveau mode apparaît vers M_N égal à 30 ou 40, il s'agit de la fragmentation et celle ci devient progressivement dominante lorsque l'énergie d'excitation augmente.

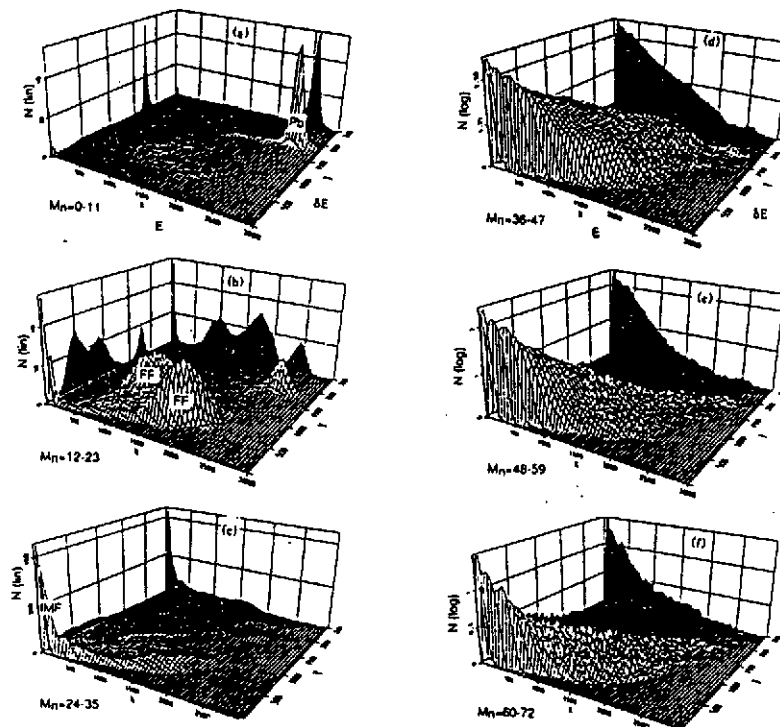


Figure IV-21: Evolution de la distribution en charge et en énergie cinétique des produits émis aux angles avants dans les collisions Pb+Au à 29 MeV/u en fonction de la multiplicité de neutrons. Extrait de ⁹⁹⁾.

D'autres mesures ont pu mettre en évidence le seuil de fragmentation des noyaux lourds en étudiant la compétition fission-fragmentation: on trouve que le passage de 2 à 3 corps dans la cassure des noyaux de masses 200 se fait aux alentours de $\epsilon^* = 3$ MeV/u ⁵⁾. La question de la compétition entre les différents modes de

décroissances peut aussi être envisagée du point de vue des énergies d'excitation que peut supporter un noyau lourd sans fissionner. Toute une série d'expériences a été menée pour mettre en évidence l'existence de résidus lourds produits dans des collisions très dissipatives. Nous mentionnons ici l'expérience Ar+Th réalisée au Ganil entre 27 et 77 MeV/u ¹⁰⁰). La distribution des produits émis à l'avant et détectés dans des Siliciums a été reportée sur la figure III-22. On peut remarquer une contribution associée aux fragments de masse intermédiaire et aussi une très forte population de fragments de fission centrée vers les masses 100 et les vitesses de 1-1.5 cm/ns. Cependant, il y a une contribution non négligeable de fragments lourds et lents vers les masses 150. On a pu s'assurer que ces fragments n'étaient pas les partenaires très asymétriques de fissions en vérifiant qu'ils n'avaient pas de partenaires émis aux angles arrières dans des détecteurs à large acceptance. L'analyse des spectres en énergie des particules α émises aux angles arrières en coïncidence avec ces résidus donne des températures élevées de l'ordre de 5 à 6 MeV. Ces températures correspondent à des énergies d'excitation estimées aux alentours de 500-550 MeV. Des résultats similaires ont été trouvés en détectant des neutrons en coïncidence avec des résidus ^{9,101}). Le fait que des noyaux lourds puissent supporter de telles énergies sans fissionner ou fragmenter est un "puzzle" sur le plan théorique.

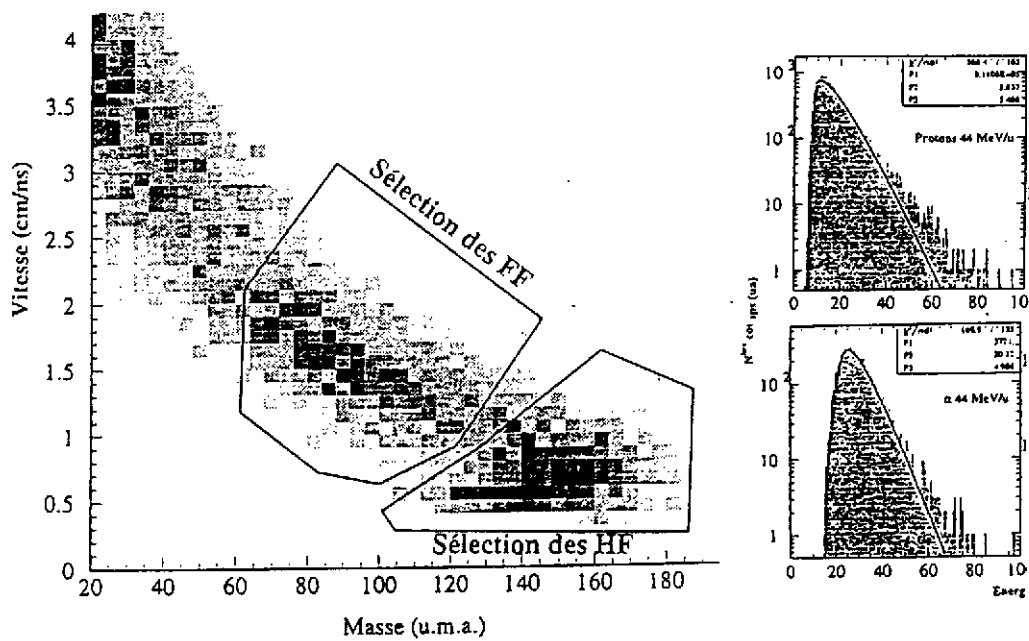


Figure III-22: A gauche, carte Masse-Vitesse des produits émis à petits angles dans les collisions Ar+Th à 44 MeV/u. A droite, spectre en énergie des α émis à l'arrière en coïncidence avec des résidus lourds sélectionnés dans la carte de gauche. Extrait de ¹⁰⁰).

La physique invoquée pour expliquer de tels effets tient dans les constantes de temps respectives des processus d'évaporation et de fission. Il est généralement admis que la fission est un processus lent et qu'une partie de l'énergie et du moment angulaire stockés dans le noyau peut être évacuée avant fission inhibant d'autant le phénomène. Cette explication est remise en cause (au moins à basse énergie d'excitation) par l'analyse récente menée à Berkeley dont il sera question plus loin.

Nous en venons maintenant au dernier mode de décroissance mis en évidence récemment: il s'agit de la vaporisation des noyaux. Outre la mesure de l'énergie seuil pour l'apparition d'un tel phénomène, il peut aussi être intéressant d'analyser les rapports de production des isotopes de $Z=1$ et 2 . Ces derniers sont montrés sur la figure III-23 ainsi que la fonction d'excitation du processus en fonction de l'énergie incidente pour le système $Ar+Ni$ ⁷⁾. Le seuil est au voisinage de 50 MeV/u ce qui correspond à des énergies d'excitation de l'ordre de 12 MeV/u . Cette valeur est en accord avec celle que l'on peut obtenir en faisant le bilan énergétique (calorimétrie) événement par événement. Elle est aussi grossièrement reproduite par un code d'évaporation. Enfin, la recherche de résonnances résultant de la décroissance d'agrégats légers dans les corrélations à petits angles peut permettre de savoir si le système est passé par une phase composite ou bien si il est passé directement sous forme de particules légères par un processus explosif très rapide. Ce type d'études est actuellement en cours ¹⁰²⁾.

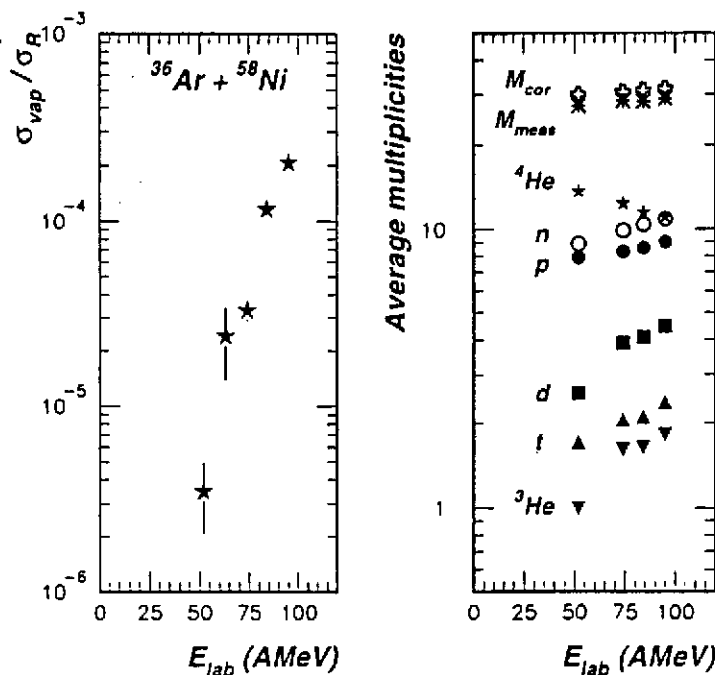


Figure III-23: A droite, fonction d'excitation pour les événements de vaporisation (voir texte). A gauche, évolution des rapports de production des différentes espèces. Extrait de ⁷⁾.

4) Aspects statistiques de la fission et de la fragmentation

Nous discutons maintenant rapidement la comparaison entre les données expérimentales et les prédictions de la théorie statistique dans le cadre de la fission et de la fragmentation. Les hypothèses fondamentales de la théorie statistique ainsi que les ingrédients utilisés dans les modèles ont été déjà discutés dans un cours de cette école en 1993 85). L'enjeu de ce type de comparaison est d'essayer de mettre en évidence des effets dynamiques à travers des déviations par rapport au modèle statistique. Ces effets dynamiques seront discutés en détail dans le chapitre suivant (au moins en ce qui concerne la fragmentation) et dans ce paragraphe, nous étudions cette question uniquement du point de vue des taux de production de fragments de fission et fragments de masse intermédiaire. Nous reprenons ici la démarche de L. Moretto et du groupe de Berkeley. Elle sera d'abord appliquée aux noyaux modérément chauffés (cas de la fission binaire), puis elle sera étendue à la production de fragments.

a) probabilité de fission et théorie statistique 103)

La méthode de l'état transitoire 104) appliquée à la fission permet d'écrire la largeur de fission en fonction des caractéristiques du système fissionnant:

$$\sigma_f = \sigma_0 \frac{\Gamma_f}{\Gamma_T} = \sigma_0 \frac{1}{\Gamma_T} \frac{T_S \cdot \rho_S (E - B_f - E_r^S)}{2\pi \cdot \rho_{gs} (E - E_r^{gs})} \quad (\text{III-10})$$

où Γ_f est la largeur de fission, Γ_T la largeur totale, σ_0 la section efficace totale de production du noyau composé dont on examine la décroissance, σ_f la section efficace de fission, les ρ sont les densités de niveau, l'indice S se rapporte au point-selle, l'indice gs au fondamental. T_S est la température au point-selle, E l'énergie d'excitation du noyau composé, E_r les énergies de rotation et B_f la barrière de fission. On peut réécrire l'expression III-10 sous la forme:

$$\frac{\ln R_f}{2\sqrt{a_n}} = \sqrt{\frac{a_f}{a_n}} (E - B_f - E_r^S) \quad (\text{III-11})$$

$$\text{avec} \quad R_f = \frac{\sigma_f}{\sigma_0} \Gamma_T \frac{2\pi \cdot \rho_{gs} (E - E_r^{gs})}{T_S} \quad (\text{III-12})$$

R_f dépend donc de quantités mesurées expérimentalement (les sections efficaces) et de l'estimation des énergies potentielles et des barrières que l'on peut obtenir à partir de modèles macroscopiques type "rotating liquid drop". Il en est de même pour les énergies dans le membre de droite de l'équation III-11. En traçant $\frac{\ln R_f}{2\sqrt{a_n}}$ en fonction de $\sqrt{(E - B_f - E_r^s)}$, on peut tester la validité de la prédiction de la théorie statistique à partir de la relation III-11. Le groupe de Berkeley a obtenu un accord excellent (figure III-24) pour toute une gamme de noyaux excités entre 25 et 125 MeV dans la zone des masses 190 à 215. Ils ont expliqué les apparentes déviations observées dans le passé en termes d'effets de couche ou de pairing. L'introduction de ces corrections conduit à des valeurs de a_f/a_n de l'ordre de 1 comme on peut s'y attendre dans le cadre d'une description purement statistique de la compétition fission-évaporation. Afin de tester la sensibilité de la méthode à des déviations induites, par exemple, par des "retards" à la fission (ce qui est en général invoqué pour expliquer la valeur de a_f/a_n , on peut calculer ce que deviendrait ce rapport en fonction de différents retards τ_f . Ceci est illustré sur la figure III-25. On note que l'analyse est suffisamment sensible pour pouvoir mettre en évidence des temps τ_f de 10^{-19} s pour des énergies d'excitation de l'ordre de 100 MeV. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles qui ont été déduites des analyses des neutrons ou γ de pré ou de post scission; analyses qui permettent de comprendre comment des noyaux lourds très excités peuvent échapper à la fission. Nous sommes donc face à une contradiction quant au rôle d'effets non statistiques dans les probabilités de fission.

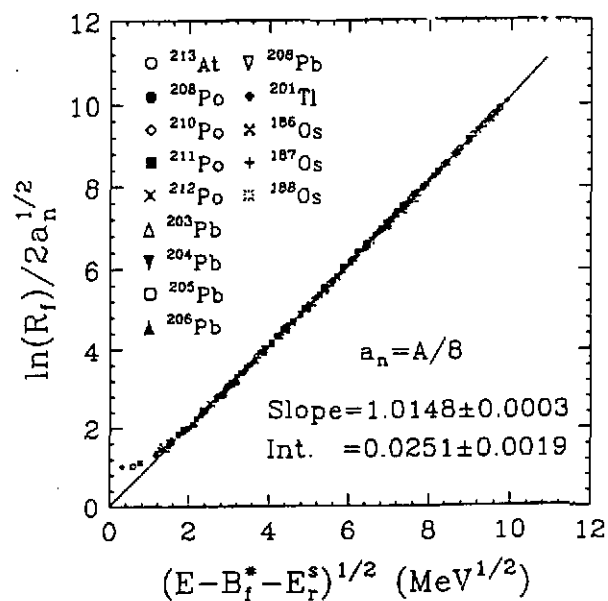


Figure III-24: Test de validité du modèle statistique à l'aide de la formule du texte.

Les données correspondent à la fission de noyaux lourds. Extrait de 103).

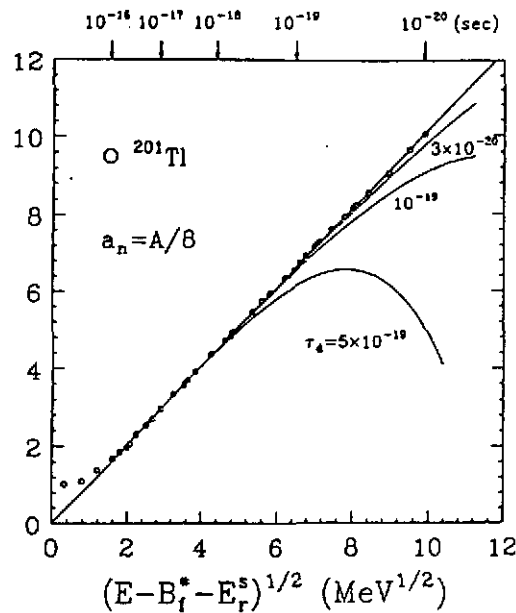


Fig III-25: Mêmes données que la figure précédente. Les courbes correspondent aux prédictions d'un modèle dans lequel on a "retardé" la fission d'une quantité indiquée dans la figure. Extrait de 103).

b) la production multiple de fragments et la théorie statistique 105)

L'analyse statistique précédente a été appliquée à la fragmentation des noyaux chauds et les conclusions des auteurs sont essentiellement identiques à celles obtenues dans le cas de la fission: on ne voit pas de déviations dans la production des fragments de masse intermédiaire par rapport à la théorie de l'état transitoire (figure III-26).

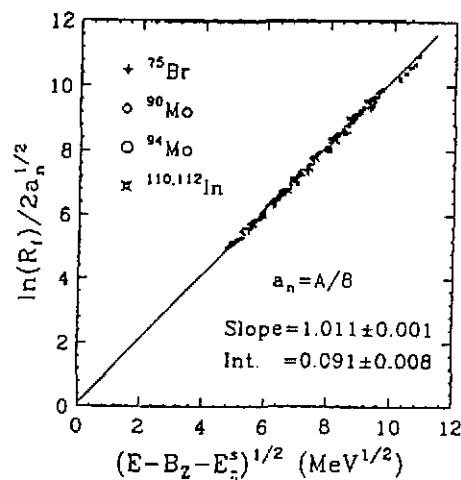


Figure III-26: Même analyse que les figures précédentes mais appliquée à des événements de fragmentation des noyaux indiqués dans la figure. Extrait de 105).

Les aspects statistiques de la fragmentation peuvent aussi être envisagés du point de vue de la multiplicité de fragments M_{IMF} et de leur distribution en charge.

En particulier, le groupe de Berkeley a étudié l'évolution de M_{IMF} en fonction de l'énergie d'excitation (en réalité en fonction d'une quantité qui lui est reliée: l'énergie totale transverse des particules légères émises) 106). Ils trouvent un résultat surprenant et qui mérite d'être confronté à d'autres données: la distribution de M_{IMF} suit une loi binomiale. Ce résultat s'interprète en disant que la probabilité totale pour les différentes émissions successives de fragments peut être "réduite" à la probabilité p d'une seule cassure. De plus, on trouve que l'évolution de p avec l'énergie d'excitation est compatible avec un processus thermique. A partir de ces deux remarques, la conclusion des auteurs est que la fragmentation des noyaux est un processus purement statistique et peut se réduire à une succession de cassures gouvernée uniquement par les barrières et la température. Il faut toutefois être prudent sur cette conclusion et on verra dans le chapitre suivant qu'elle est contestable puisque nous y discuterons l'existence d'effets dynamiques. De tels effets ont aussi été démontrés au § 1-c. Ces démonstrations passent par l'analyse de quantités cinématiques. Les probabilités de cassure ou les multiplicités de fragments sont donc des données insuffisantes pour permettre de dégager les effets dynamiques présents dans les collisions. Il reste qu'il est étonnant que ces données simples ne reflètent justement que des effets de type thermiques. Les raisons réelles de cet accord sont encore à élucider.

5) Conclusions

Après avoir décrit quelques variables globales utilisées pour la caractérisation des événements détectés dans les systèmes 4π , nous avons d'abord discuté les mécanismes de réaction qui conduisent à la formation de noyaux portés dans des états extrêmes de température, de moment angulaire et peut-être de pression.

Il semble que même dans ces conditions extrêmes, les degrés de liberté intrinsèques ont le temps de s'équilibrer. De fait, les théories de transport 23-27) indiquent des temps de relaxation de l'ordre de 30 fm/c alors que les temps de collisions excèdent souvent la centaine de fm/c. La caractérisation des noyaux chauds peut donc être discutée en termes de variables thermodynamiques: essentiellement la température T et l'énergie d'excitation ϵ^* . Cette dernière peut atteindre des valeurs élevées qui excèdent l'énergie de liaison. Les corrélations entre T et ϵ^* peuvent apporter des informations fortes sur le comportement de la matière nucléaire chauffée, en particulier sur une éventuelle transition de phase. Les résultats expérimentaux sur le sujet, aujourd'hui contradictoires, doivent être analysés avec précaution, voie de sortie par voie de sortie, les informations principales à ce niveau se trouvant sans doute dans les probabilités relatives associées.

Les différents modes de décroissance des noyaux chauds observés autour de l'énergie de Fermi ont été rapidement passés en revue. Tous les modes possibles sont en forte compétition. En ce qui concerne la fragmentation, les multiplicités de fragments présentent de nombreuses propriétés de type statistique. Cela ne signifie pas la relaxation de toutes les variables collectives du système car celles-ci peuvent avoir de grandes constantes de temps (au delà de 100 fm/c). Parmi ces variables, les déformations (déjà entrevues au §1-c) et les fluctuations de densité jouent probablement un rôle déterminant. C' est pourquoi il est nécessaire d'analyser en détail les propriétés cinématiques des produits émis. Ceci est l'objet du chapitre suivant.

IV) Dynamique des mouvements de grande amplitude: **l'exemple de la fragmentation**

1) Enjeux théoriques: la physique des instabilités

Les développements du §4 du chapitre III ont indiqué que la probabilité de production de fragments dans les désexcitations de noyaux chauds révèle un comportement statistique des systèmes. On peut donc être tenté de conclure que seules des considérations d'espace de phase déterminent les observables. Si l'on veut chercher des signatures d'effets non statistiques, il faut être capable de dégager des variables dynamiques ou des séquences temporelles définies permettant de suivre l'histoire d'une réaction. C'est cette démarche que nous suivons dans ce chapitre. Les variables que nous choisirons sont des degrés de liberté à temps caractéristiques "longs" (de l'ordre de 100 fm/c ou plus), temps qui autorisent le suivi d'une évolution dynamique. La déformation des systèmes en est un exemple. Elle conduit à la fission. Les principaux résultats concernant l'étude de la dynamique de ce processus se trouvent dans la réf. 32). Ici, nous nous focalisons sur la fragmentation. Notre propos consiste d'abord à identifier les instabilités qui entrent en jeu dans la brisure des noyaux. Les instabilités thermiques, responsables de l'évaporation, peuvent induire l'émission d'agrégats. Comme pour la fission, les instabilités de forme (statistiques ou dynamiques) peuvent jouer un rôle déterminant pour la fragmentation. Dans ce type de processus, il y a compétition entre les forces coulombiennes qui tendent à briser le noyau et la tension de surface qui cherche à restaurer la symétrie sphérique. Durant ces déformations, la matière reste à densité normale de sorte que la physique étudiée réside essentiellement dans l'étude des propriétés de transport (en particulier la viscosité) de la matière dans des conditions de pression normale mais à des températures élevées. Cependant, il existe un autre type d'instabilité qui pourrait être à l'origine de la fragmentation: il s'agit de la décomposition spinodale. Il existe une région dans le diagramme de phase de la matière nucléaire où la vitesse du son est imaginaire, ce qui implique pour tout système plongé dans cette région, qu'une toute petite fluctuation de densité croît d'une façon exponentielle de telle sorte que le système devient instable mécaniquement et fragmente. Il est possible en calculant les relations de dispersion dans la matière nucléaire dans le cadre d'une théorie de champ moyen d'estimer les temps ainsi que les longueurs d'onde associés à ce processus. Une telle étude a été entreprise dans la réf. 108) et les résultats sont montrés sur la figure IV-1.

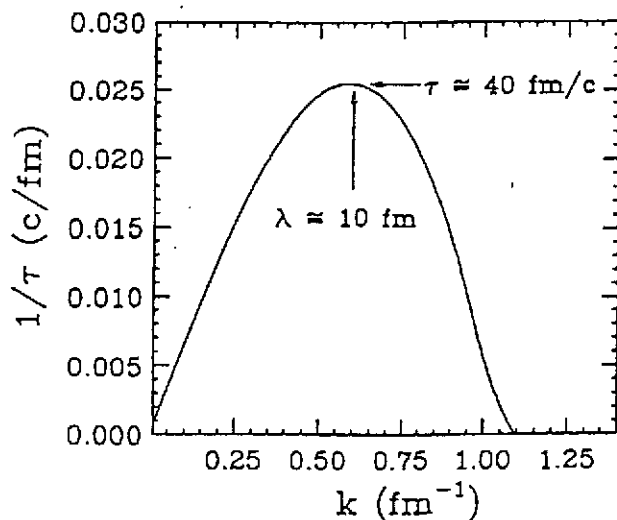


Figure IV-1: Relation de dispersion pour la matière nucléaire dans la région spinodale calculée dans le cadre d'une théorie de champ moyen . Extrait de 108)

La longueur d'onde associée aux temps d'instabilité les plus courts est de l'ordre de 10 fm ce qui implique dans le cadre d'une telle théorie une production importante de noyaux aux alentours de masse de la masse 20. Quant aux temps en eux mêmes, ils sont de l'ordre de 40 fm/c et si l'on tient compte qu'il faut environ deux à trois temps caractéristiques pour former les fragments, on aboutit à des échelles de temps de l'ordre de 100-150 fm/c. La même analyse a été entreprise avec une approche quantique 109). On obtient alors des temps un peu plus longs.

La caractérisation de la fragmentation du point de vue dynamique, c'est à dire en termes d'échelle de temps, de configuration spatiale et de répartition de l'énergie disponible dans différents modes de stockage est donc très importante pour identifier les différents types d'instabilités responsables de la fragmentation. Cette question est abordée du point de vue expérimental dans les paragraphes suivants. Cependant, auparavant il est nécessaire de dire quelques mots sur les outils de simulation utilisés pour l'analyse de ces phénomènes.

2) Outils de simulation:

un lien entre l'expérience et les théories microscopiques

L'étude des processus de fragmentation nucléaire est compliquée du fait qu'il faut réduire l'information issue de la réaction à quelques variables globales afin de pouvoir classer les collisions et isoler les signaux les plus représentatifs. De plus, les détecteurs utilisés bien que très performants ne sont pas exempts de défauts et il est souvent nécessaire de "filtrer" les résultats d'un modèle ou d'une théorie à travers le dispositif utilisé. Enfin, les protocoles d'analyse et de classement des événements peuvent induire des effets d'auto-corrélation et il peut être utile pour ne pas dire indispensable de pouvoir contrôler au moins en partie ce genre de problèmes. Pour ce faire, il est intéressant de pouvoir disposer de générateurs d'événements ou de modèles de type phénoménologique ne nécessitant pas des temps de calculs prohibitifs pour obtenir des statistiques décentes. De plus, ce type de modèle jette un pont entre les résultats expérimentaux et les modèles microscopiques plus réalistes en ce sens qu'ils permettent d'extraire des données des quantités fondamentales telles que des temps, des énergies ou des formes qui sont à même de tester les ingrédients et hypothèses des modèles microscopiques. Dans ce paragraphe, nous décrivons brièvement l'un de ces modèles dont les résultats seront amplement discutés par la suite. Nous sommes intéressés à décrire phénoménologiquement des événements dans lesquels plusieurs fragments sont émis à partir d'une ou de plusieurs sources sur des échelles de temps très courtes. Pour ce faire, nous développons un modèle simple pour la dynamique d'un système de plusieurs fragments en interaction coulombienne à partir de conditions initiales contraintes par les lois de conservation (masse, charge, impulsion, énergie, moment angulaire) et la configuration spatio-temporelle (forme de la (ou des) sources, temps d'émission des particules légères et des fragments) du système. Ces modèles sont très répandus en physique nucléaire et leur ancêtre commun est Freesco qui fut développé au début des années 80 pour les collisions d'ions lourds relativistes ¹¹⁰). La plupart d'entre eux utilisent des concepts statistiques pour calculer les fonctions de partition initiales ^{95,96,111,112}). La définition de la configuration spatio-temporelle des fragments est un problème délicat. Du point de vue spatial, on invoque souvent le concept de freeze-out pour justifier le positionnement initial des noyaux. Ceci signifie qu'il existe une densité de la matière (ou d'une façon équivalente une distance critique entre les fragments) pour laquelle les fragments cessent d'échanger de la matière et n'interagissent plus via la force nucléaire. A partir de ce point, la dynamique des fragments est gouvernée par l'interaction coulombienne seule. Ce faisant, on suppose implicitement (ce qui n'est pas évident

a priori) que le système au freeze-out est dans un état stationnaire (correspondant à un point-selle) puisque l'on calcule le poids statistique de la configuration à cet instant. Dans ce genre d'approche, on suppose que les fragments sont formés pratiquement au même instant ce qui, comme nous allons le voir par la suite, n'est justifié que pour des énergies d'excitation supérieures à 5 MeV/u.

Il convient aussi de définir les caractéristiques cinématiques des produits initiaux dans la source. A un niveau de description microcanonique, l'impulsion, l'énergie et le moment angulaire doivent être exactement conservés. Des prescriptions pour vérifier de telles contraintes dans la définition des impulsions initiales des fragments ont été données par J. Randrup¹¹²⁾. Cette méthode d'échantillonnage est celle utilisée dans le code WIX ainsi que dans le code SIMON. Nous décrivons maintenant rapidement les quelques possibilités supplémentaires disponibles dans SIMON¹¹³⁾ par rapport à WIX. Le générateur permet de simuler la décroissance de plusieurs sources à la fois, ce qui permet d'analyser des effets de proximité entre fragments issus de deux sources différentes (voir paragraphe suivant). Le calcul tient compte aussi de possibles émissions secondaires à partir des fragments initiaux chauds et l'évaporation de particules légères est prise en compte tout au long du processus. Comme dans WIX, il est possible de superposer au mouvement thermique des fragments de départ une expansion collective du type auto-similaire (ceci signifie que la vitesse d'expansion est proportionnelle à la distance au centre du fragment). Cet aspect de la simulation sera illustrée au § 4 de ce chapitre. Enfin, plusieurs géométries pour la (ou les) sources sont possibles allant de la sphère à la bulle en passant par les tores et les disques. Cette question de la "forme" de la source fragmentant sera discutée au § 5.

3) Instabilités et échelles de temps:

déformations ou décomposition spinodale?

Dans ce paragraphe, nous décrivons les techniques expérimentales qui ont été développées ces dernières années pour l'estimation des différentes échelles de temps mises en jeu dans les processus de fragmentation nucléaire. Le temps de vie par rapport à la fragmentation ainsi que le temps moyen entre l'émission de deux fragments par un noyau excité sont deux quantités fondamentales qui permettent de caractériser l'évolution du processus en fonction, par exemple, de l'énergie déposée dans le système étudié. Le schéma de la figure IV-2 permet d'illustrer comment les deux types de mesure sont possibles. Supposons une collision du type transfert très inélastique telle que celles étudiées au chapitre III. Après une phase d'approche, les deux noyaux atteignent le maximum de recouvrement correspondant au maximum de compression (si il y en a) pour le temps τ_{\max} suivie d'une étape de

forte dissipation de l'énergie incidente, puis les deux partenaires de la réaction orbitent et se re-séparent au temps τ_{inter} .

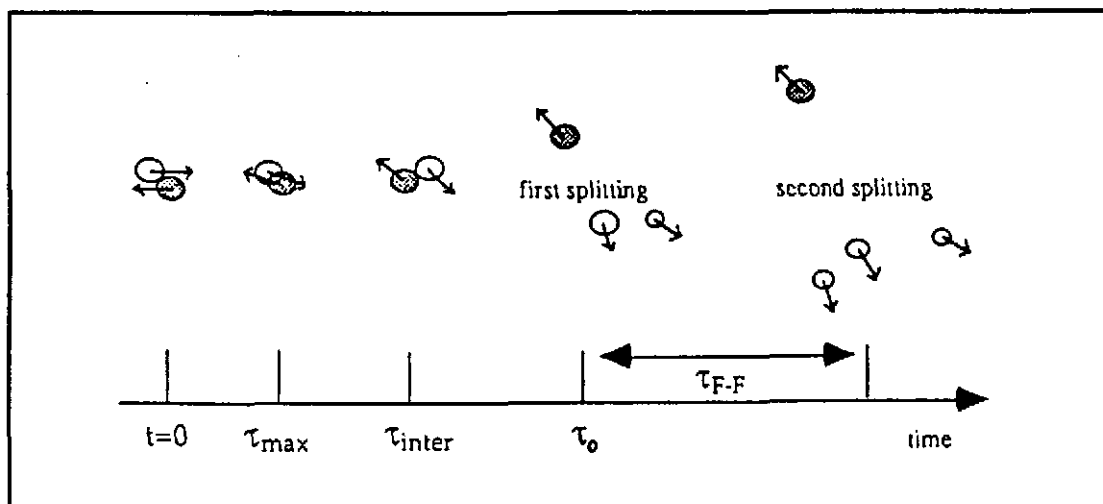


Figure IV-2: Description schématique d'une collision binaire dissipative avec les différents temps discutés dans le texte. Extrait de [114]

L'un d'entre d'eux (ou les deux) peu(ven)t alors décroître en emettant un premier fragment au temps τ_0 que l'on définit alors comme le temps de vie du système vis à vis de la fragmentation. La mesure du temps entre la re-séparation et l'émission de ce premier fragment permet d'avoir accès au temps de vie vis à vis de la fragmentation via la connaissance de τ_{inter} à l'aide de modèles. Ensuite, ce même noyau excité peut emettre un second fragment et éventuellement un troisième et on peut alors mesurer le temps moyen τ_{F-F} entre chaque émission. Pour cette dernière mesure, la technique consiste à prendre avantage des corrélations spatio-temporelles entre fragments issus d'un même noyau, ce qui permet d'étendre la méthode à des réactions de fusion. Par contre, la mesure du temps de vie nécessite la corrélation entre fragments issus de deux sources différentes et est donc limitée à des collisions binaires dissipatives. L'essence de la méthode réside dans les interactions coulombiennes entre fragments suffisamment lourds qui induisent des corrélations spatio-temporelles d'autant plus fortes que les fragments sont proches dans l'espace-temps et permettent donc d'avoir accès à la séquence en temps du processus. Deux types de variables ont été étudiés: les angles relatifs et les vitesses relatives entre fragments. Nous décrivons dans la suite la technique dans le cas des angles relatifs. L'effet majeur de la répulsion coulombienne entre les fragments est une anti-corrélation à petits angles d'autant plus marquée que les fragments interagissent fortement et sont donc proches dans l'espace-temps. La méthode habituelle pour mettre clairement en évidence ce genre d'effets consiste à construire des fonctions de corrélation. Pour cela, on construit le spectre de l'observable ϕ

considérée sur les événements vrais d'une part puis à l'aide d'un ensemble d'événements dits décorrélés en mélangeant par exemple des fragments d'un événement avec ceux de l'événement suivant **115**). On définit alors la fonction de corrélation suivant la formule:

$$\eta(\phi) = \frac{Y^{\text{corr}}(\phi) - Y^{\text{dec}}(\phi)}{Y^{\text{corr}}(\phi) + Y^{\text{dec}}(\phi)} \quad (\text{IV-1})$$

où les indices "dec" et "corr" correspondent respectivement aux événements décorrélés et corrélés (les Y sont les taux de comptage convenablement normalisés). La figure IV-3 montre le résultat d'une telle procédure dans le cas de collisions dissipatives Ar+Au à deux énergies incidentes 30 et 60 MeV/u **116**).

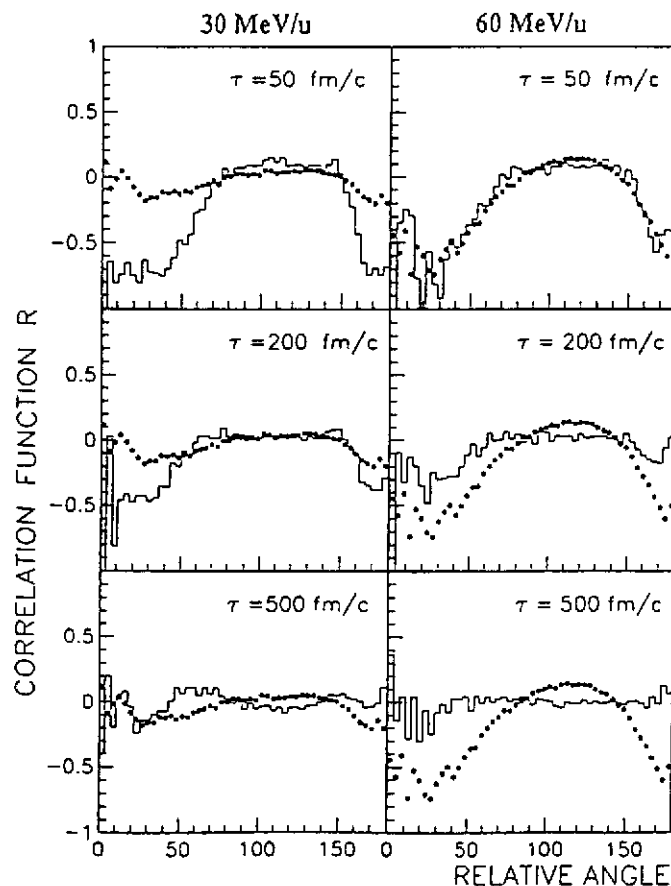


Figure IV-3: Fonctions de corrélations construites sur les angles relatifs entre fragments pris deux à deux dans les réactions Ar+Au à 30 MeV/u (figures de gauche) et 60 MeV/u (figures de droite).

Les points noirs sont les données expérimentales, les histogrammes sont le résultat de calculs pour différentes valeurs de $\tau_{F,F}$ (voir texte). Extrait de **116**).

Les réactions où trois fragments lourds ont été émis ont été sélectionnées et l'énergie d'excitation ϵ^* déposée dans le système a été estimée à 3 MeV/u à 30

MeV/u et 5 MeV/u à 60 MeV/u. Afin de pouvoir obtenir quantitativement une mesure du temps entre chaque émission, une simulation calculant les trajectoires coulombiennes entre fragments a été réalisée et les résultats sont confrontés avec les data pour plusieurs constantes de temps. A basse énergie d'excitation, la fonction de corrélation est relativement plate indiquant l'absence d'effets de proximité entre les fragments. Ceci est confirmé par les calculs qui sont en bon accord avec les données pour des temps τ_{F-F} relativement long de l'ordre de 500 fm/c. La situation est tout à fait différente à $\epsilon^* = 5$ MeV/u. Une forte anti-corrélation aux petits angles relatifs est observée indiquant de forts effets de proximité. L'allure de la distribution est reproduite par le calcul pour des temps très courts de l'ordre de 50 fm/c. Cette importante réduction des temps d'émission en fonction de ϵ^* a été observée dans d'autres systèmes et avec des techniques différentes. Une compilation (non exhaustive) des résultats obtenus est montrée sur la figure IV-4. Si l'on considère la multifragmentation comme l'émission de fragments sur des échelles de temps très courts de l'ordre de 100 fm/c, alors on peut affirmer que ce type de processus intervient pour des ϵ^* aux alentours de 5 MeV/u.

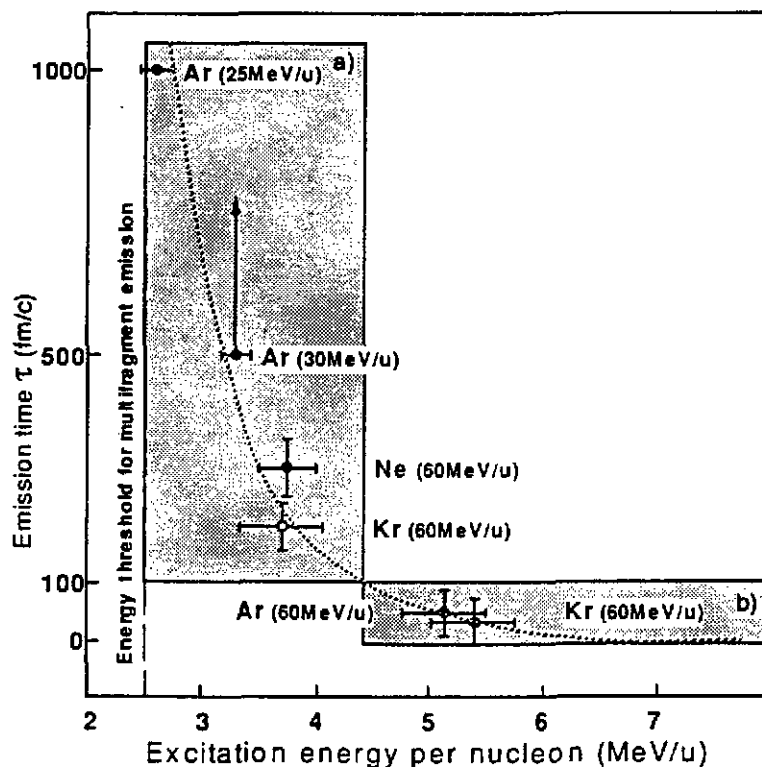


Figure IV-4: Systématique des temps d'émission de fragments en fonction de ϵ^* Extrait de [117].

Nous en venons maintenant à la mesure de la durée de vie vis à vis de la fragmentation. Comme indiqué plus haut, la méthode nécessite l'utilisation des corrélations spatio-temporelles entre fragments issus de deux sources différentes.

L'essence de la méthode est illustrée sur la figure suivante: la fragmentation (par exemple en trois fragments) d'un des deux partenaires de la réaction au voisinage de l'autre induit des distorsions coulombiennes qui se reflètent dans la distribution angulaire des fragments dans leur centre de masse. Là encore, une anti-corrélation aux petits angles mesurés par rapport à l'axe reliant les deux partenaires de la collision est le signal d'un temps de vie court alors que l'absence de distorsion indique un temps de vie long. Nous prenons à titre d'illustration le cas de Pb+Au à 29 MeV/u pour lequel il a pu être montré que la plus grande majorité des événements était associée à des transferts très inélastiques. Les événements pour lesquels trois fragments de l'un des partenaires ont été émis en coincidence avec un résidu lourd (la quasi-cible ou le quasi-projectile) ont été sélectionnés et l'énergie d'excitation ϵ^* évaluée à l'aide de la méthode développée au chapitre III §2-a. L'évolution de la distribution angulaire des trois fragments en fonction de ϵ^* est montrée sur la figure IV-5 (114).

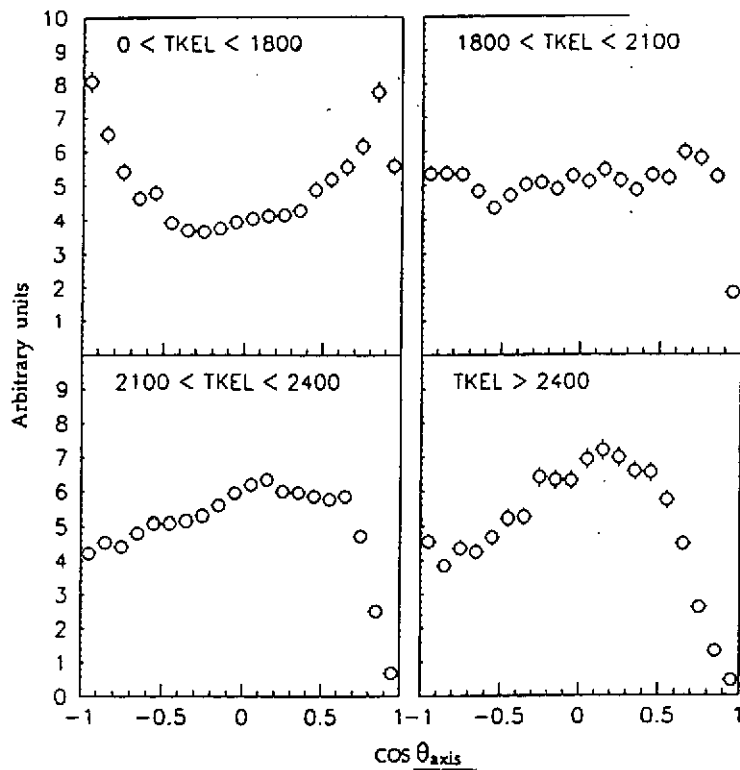


Figure IV-5: Evolution de la distribution angulaire des fragments issus de la fragmentation de l'un des deux partenaires d'une collision binaire dissipative Pb+Au à 29 MeV/u. Ces distributions sont obtenues en projetant les vitesses des fragments (calculées dans le centre de masse de ces fragments) le long d'un axe reliant les deux partenaires primaires de la collision. Chaque fenêtre est associée avec un domaine d'énergie d'excitation évaluée à l'aide de la méthode du TKEL. Extrait de 114)

A basse énergie d'excitation, la distribution est symétrique avant-arrière (le fait qu'elle ne soit pas plate est dû à des effets de moment angulaire) montrant qu'il

n y a pas d'effets de proximit à ces énergies puis la situation évolue et la distorsion apparait pour les plus grandes dissipations c'est à dire pour les collisions les plus centrales.

Afin d'évaluer le temps de vie, une simulation utilisant le code SIMON a été effectuée pour les événements les plus dissipatifs correspondant à la dernière fenêtre de la figure IV-5. Dans ces calculs, le paramètre principal est le temps de vie. Un bon accord est observé pour des valeurs de l'ordre de 150 fm/c après que les deux partenaires se soient re-séparés (figure IV-6).

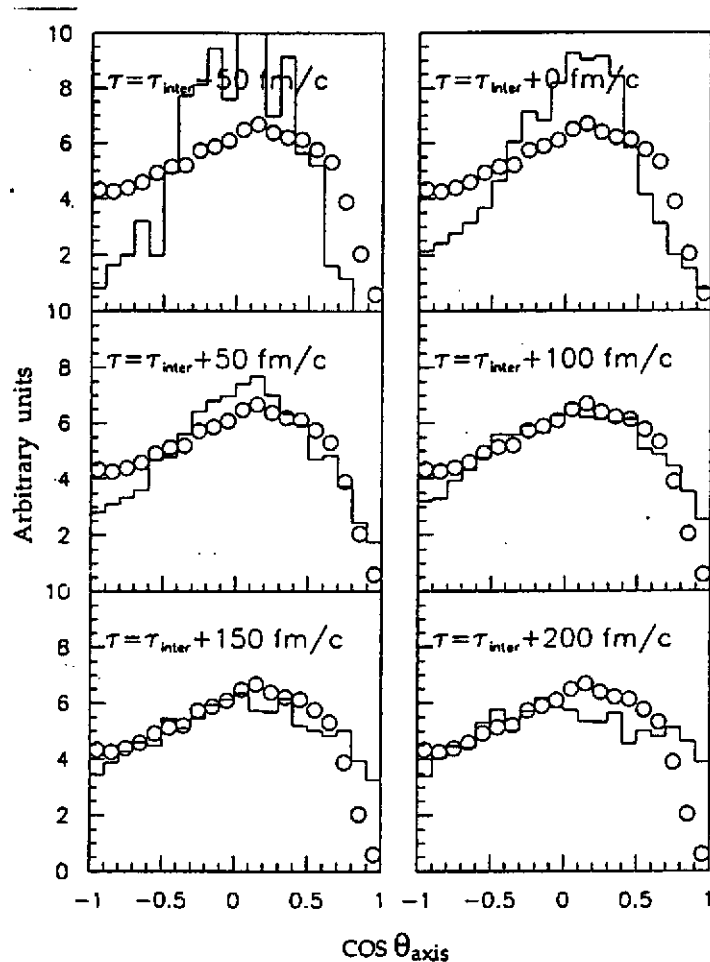


Figure IV-6: Comparaison entre les distributions angulaires expérimentales (points) et le résultat de calculs décrits dans le texte pour les collisions les plus dissipatives Pb+Au à 29 MeV/u. La valeur de τ dans chaque fenêtre correspond à la somme du temps d'interaction plus le temps de vie d'un des deux partenaires après re-séparation. Extrait de 114)

4) Instabilités et systèmes en expansion: fluctuations de densité?

Dans le paragraphe précédent, nous avons développé les aspects temporels de la fragmentation. Nous en venons maintenant à la question de la répartition de l'énergie stockée dans le noyau soit sous forme thermique soit sous forme potentielle et en particulier nous allons discuter l'existence ou non d'une composante collective dans le spectre en énergie des fragments. La justification de telles analyses tient à ce qu'il est généralement admis que l'existence d'une telle composante est la signature d'un processus d'expansion de la matière ¹¹¹), ce dernier processus ayant été initié par une phase de compression dans les premiers instants de la collision. La mise en évidence d'un tel effet collectif est donc un signal directement relié à la compressibilité de la matière nucléaire ainsi qu'à l'évolution dynamique de la matière en expansion et donc en particulier à ses propriétés de transport. Une autre idée proposée récemment pour l'interprétation de ces effets collectifs est la création d'une onde de choc dans la zone de recouvrement des deux noyaux ¹¹⁸): la propagation de cette onde dans le milieu induirait une mise en mouvement de la matière. A l'aide d'un modèle hydrodynamique simple, l'influence de la compressibilité de la matière nucléaire dans l'apparition du phénomène a pu être mise en évidence.

Cet effet étant attendu dans les collisions les plus violentes, il est nécessaire de sélectionner ces dernières du mieux possible. Plusieurs méthodes décrites au chapitre précédent ont été utilisées et nous ne re-discutons pas cet aspect dans la suite. Nous supposons donc acquis la sélection et nous nous concentrons maintenant sur le signal recherché. Si l'on suppose que l'expansion de la matière se fait le long d'une iso-entropie, alors le mouvement collectif est du type auto-similaire, c'est à dire que la vitesse collective des fragments est proportionnelle à la distance de ces derniers par rapport au centre du système. Ceci signifie que les fragments à la périphérie ont une vitesse plus grande. L'autre point à souligner est que cet aspect collectif du mouvement sera d'autant mieux mis en évidence qu'il sera observé sur des fragments lourds car à ce mouvement collectif viendra toujours se superposer un mouvement désordonné dû à l'effet thermique. Comme ce dernier est indépendant de la masse du fragment alors que le mouvement collectif est proportionnel à la masse, il est préférable de chercher l'effet sur des fragments lourds. Par conséquent, la signature la plus intéressante est l'énergie calculée dans le centre de masse des fragments lourds émis au cours de la réaction. Ce type d'analyse a été menée sur plusieurs systèmes dans le domaine de l'énergie de Fermi et quelques résultats obtenus sont montrés par la suite.

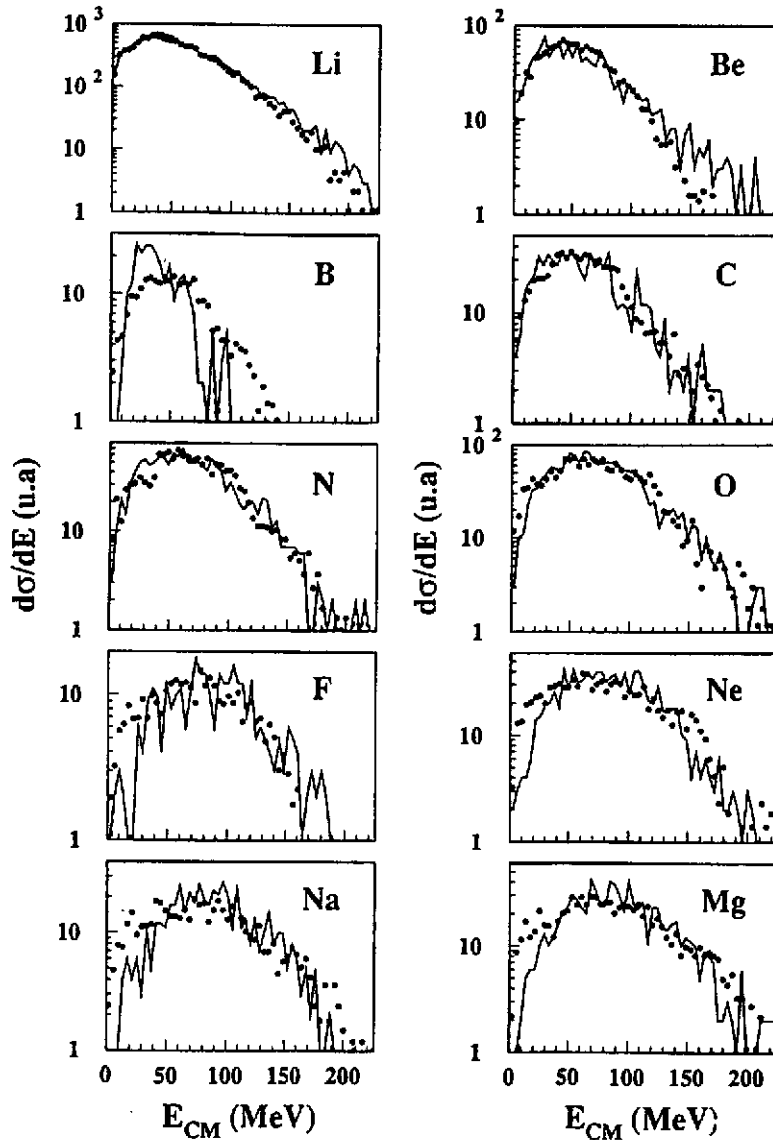


Figure IV-7: Spectre en énergie des fragments calculés dans le centre de masse de la réaction pour différents isotopes. Les collisions les plus centrales pour le système Xe+Sn à 50 MeV/u ont été sélectionnées. Les points sont les données et les histogrammes les résultats du générateur d'événements SIMON (voir texte). Extrait de 66).

Sur la figure IV-7, on a représenté les spectres en énergies des fragments émis aux alentours de 90° dans le centre de masse dans les collisions les plus centrales pour le système Xe+Sn à 50 MeV/u. Ces spectres sont très correctement reproduits par le code SIMON avec une valeur de l'énergie d'expansion de 2 MeV/u ¹¹⁸). Un calcul de type EUGENE ³⁶) où il n'y a pas d'expansion dans la dynamique est incapable de reproduire les spectres. Lorsque l'on calcule la valeur moyenne de l'énergie cinétique isotope par isotope, on obtient la courbe de la figure IV-8 ¹¹⁹).

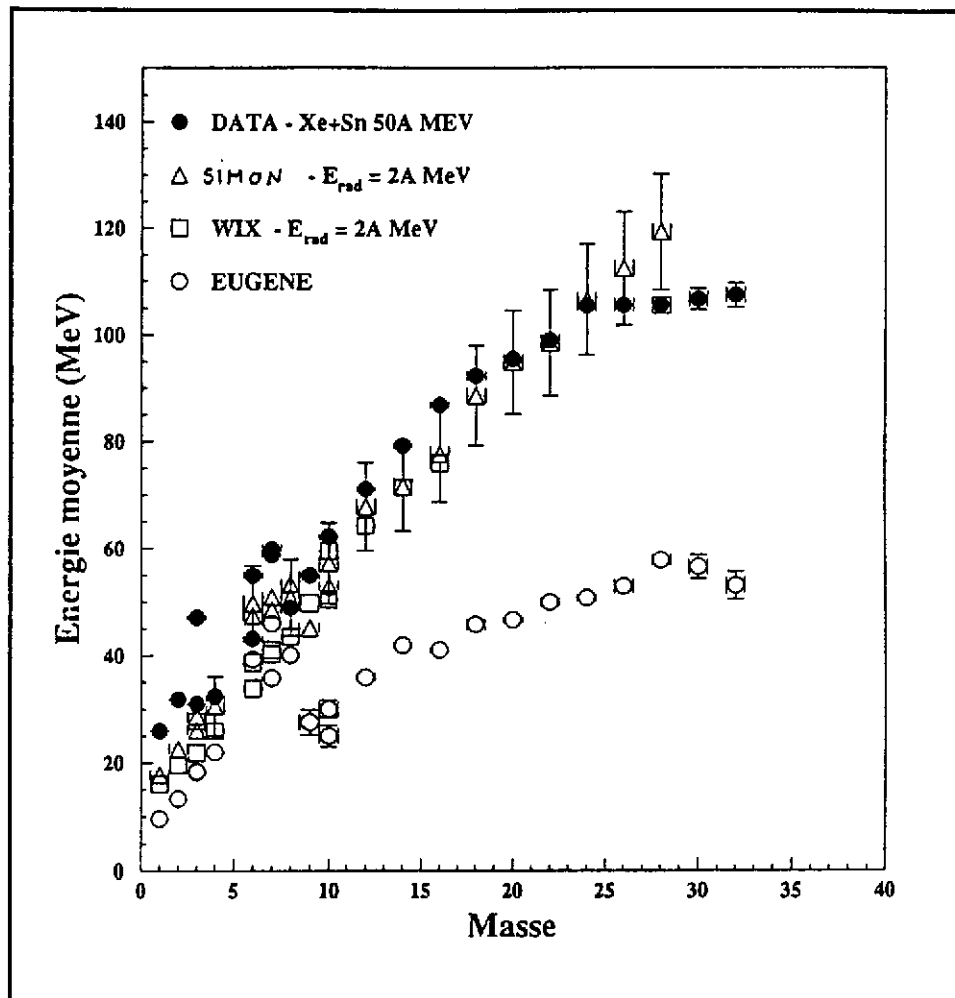


Figure IV-8: Energie cinétique par nucléon des fragments émis dans les collisions centrales Xe+Sn à 50 MeV/u en fonction de leur charge. Les résultats expérimentaux (points noirs) ont été comparés avec les résultats des codes Simon, Wix et Eugène. Extrait de 119)

Des analyses similaires ont été réalisées sur les systèmes Kr+Au à 60 MeV/u¹²⁰⁾ (figure IV-9), Zn+Ti à 79 MeV/u³⁵⁾ (figure IV-10) et Ar+Al entre 55 et 95 MeV/u¹²¹⁾. Pour le système Kr+Au à 60 MeV/u, l'énergie d'excitation a été estimée à 5 MeV/u. De la comparaison des données expérimentales avec les résultats du code SIMON, on a pu conclure à l'absence notable d'effets d'expansion bien qu'une nouvelle sélection des événements sur des critères plus restrictifs ait permis de mettre en évidence un (léger) effet de l'ordre de 1 MeV/u¹²²⁾. Lorsque l'on augmente l'énergie déposée dans le système (Zn+Ti à 79 MeV/u) vers des ϵ^* de l'ordre de 10 MeV/u, la comparaison avec les modèles donnent des valeurs pour E_{coll} de l'ordre de 1.5-2 MeV/u. Une valeur très similaire a été trouvée pour le système Ar+Al.

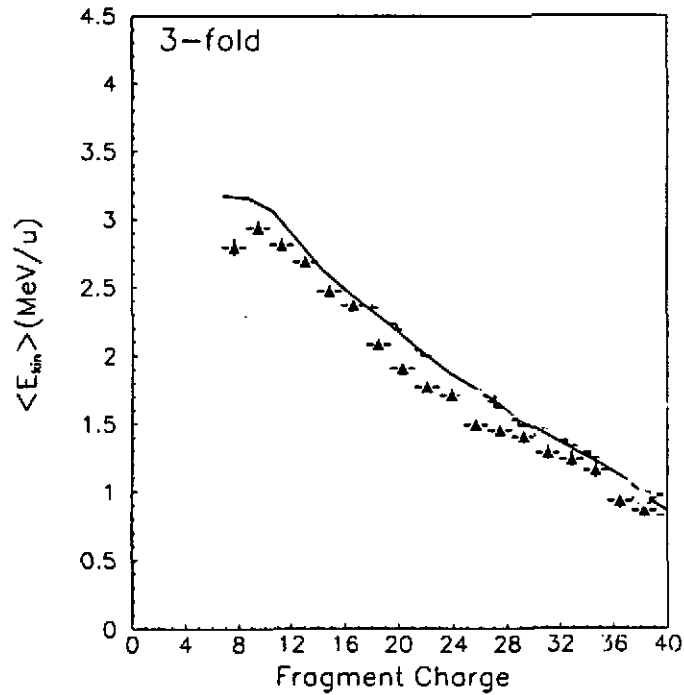


Figure IV-9: Energies cinétiques moyennes des fragments émis dans les collisions centrales Kr+Au à 60 MeV/u en fonction de la charge du fragment. Extrait de 120).

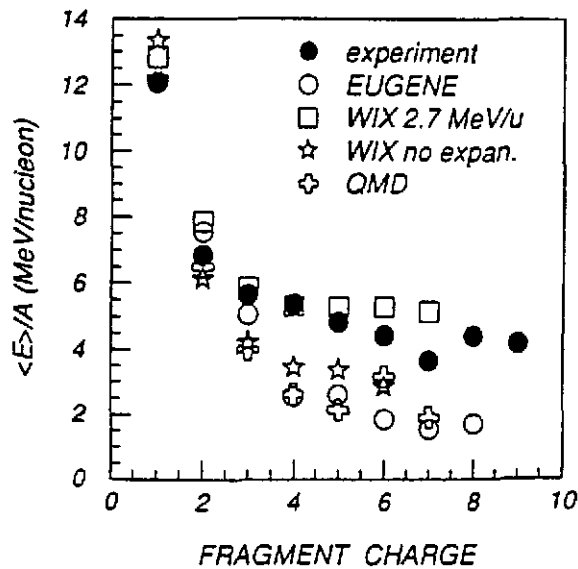


Figure IV-10: Energie cinétique par nucléon des fragments émis dans les collisions centrales Zn+Ti à 79 MeV/u en fonction de leur charge. Les résultats expérimentaux ont été comparés avec différents codes statistiques décrits au §2 de ce chapitre. Extrait de 35).

D'autres méthodes ont été développées. Par exemple, la collaboration Amphora a utilisé la dispersion en énergie transverse du fragment le plus lourd dans l'évènement pour mesurer E_{coll} . Pour le système S+Al à 32 MeV/u,

correspondant dans des collisions centrales à ϵ^* voisin de 7-8 MeV/u, les auteurs annoncent une valeur de E_{coll} de l'ordre de 3 MeV/u ¹²³). Dans la figure IV-11, on a collecté ces résultats permettant un embryon de systématique. Hormis le point Amphora qui peut être altéré par l'influence des processus binaires, l'ensemble des résultats suggèrent un seuil pour l'apparition d'effets collectifs dans le mouvement de matière pour ϵ^* aux alentours de 5 MeV/u. Ce faisant, on a supposé implicitement que la bonne variable pour suivre le phénomène était ϵ^* ce qui n'est pas évident du tout. Si l'on pense en termes de compression de la matière, l'effet serait plutôt relié à l'énergie relative entre les deux partenaires de la collision. Pour trancher cette question, une extension de la systématique est nécessaire à la fois en fonction de l'énergie du faisceau et de l'énergie d'excitation: cet travail est en cours sur les données Indra.

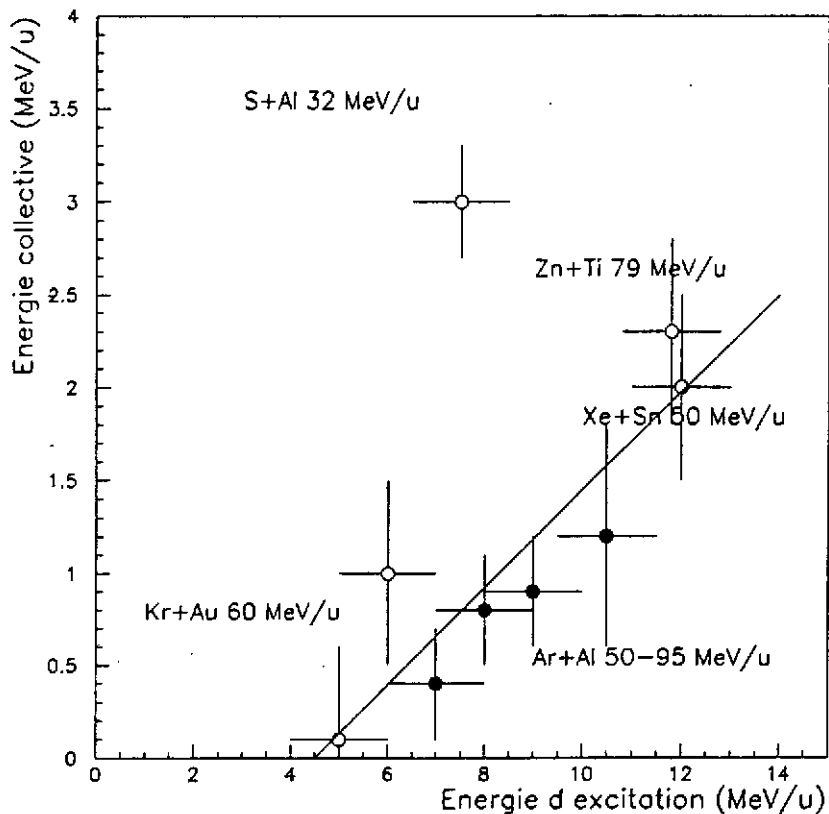


Figure IV-11: Compilation des résultats concernant l'énergie collective mesurée dans les différents systèmes mentionnés dans le texte. La ligne est pour guider l'œil.

5) Instabilités et séquences de forme : configurations exotiques?

La caractérisation en termes de dynamique du processus de fragmentation resterait incomplète sans une étude de la forme des événements. Dans la plupart des analyses mentionnées ci-dessus, il était souvent implicitement admis que l'émission des fragments était isotrope correspondant à une source sphérique.

Quand les systèmes étudiés sont relativement légers, cette hypothèse semble en général vérifiée. Cependant, dans le cas de systèmes très lourds tels que Pb+Au, la situation peut être différente. Il y a plus de 20 ans, C. Wong ¹²⁴⁾ prédisait la formation dans des réactions très centrales de structures exotiques telles que des tores ou des bulles sur la base de calculs type goutte liquide. Les instabilités mises en jeu dans ce genre de processus sont celles apparaissant à densité normale et sont du type Coulombienne ou surfacique: ce sont les mêmes que dans la fission binaire habituelle. D'autres calculs macroscopiques ont été entrepris récemment ¹²⁵⁾.

Plus récemment, des calculs dynamiques utilisant des équations de transport ¹²⁶⁻¹³⁰⁾ ont montré la possibilité de former de telles structures dans des collisions centrales entre noyaux de masses moyennes. Certains de ces résultats (pas tous!) ont été reportés sur la figure IV-12.

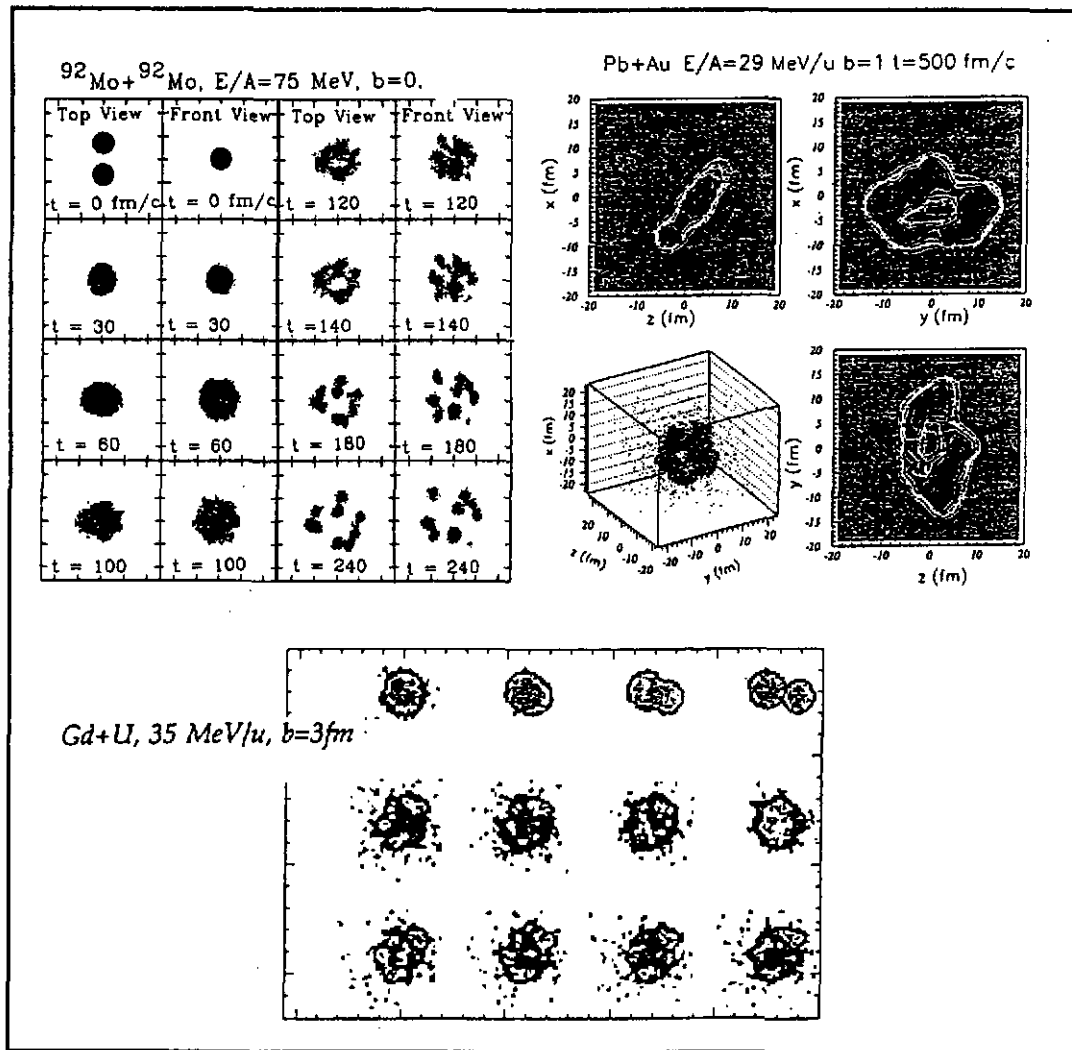


Figure IV-12: Résultats de quelques calculs basés sur les théories de transport concernant la configuration géométrique de la matière dans l'étape finale d'une collision centrale. En haut, à gauche, Mo+Mo, b=0, 75 MeV/u ¹²⁸⁾, à droite, Pb+Au, 29 MeV/u, b=1fm ¹²⁶⁾. En bas, Gd+U, 35 MeV/u, b=3fm ¹²⁷⁾.

D'un point de vue expérimental, la recherche de configurations exotiques a été entreprise pour le système Pb+Au à 29 MeV/u. Les collisions les plus centrales ont été sélectionnées en découpant plusieurs régions dans le diagramme de Wilczynski (voir chapitre III pour la construction d'un tel diagramme) sur la figure IV-13 131). Une analyse détaillée (que nous ne montrons pas ici) permet d'affirmer que la région 5 du diagramme correspond à des collisions pour lesquelles une source unique a été formée pendant un temps suffisamment long. Pour les événements de cette région, une analyse en forme (voir chapitre III pour la définition de S et C respectivement la sphéricité et la coplanarité) des événements de fragmentation, dans lesquels au moins 5 fragments ont été émis, a été effectuée. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus pour plusieurs configurations géométriques simples simulés à l'aide du générateur SIMON (fig. IV-14) 132).

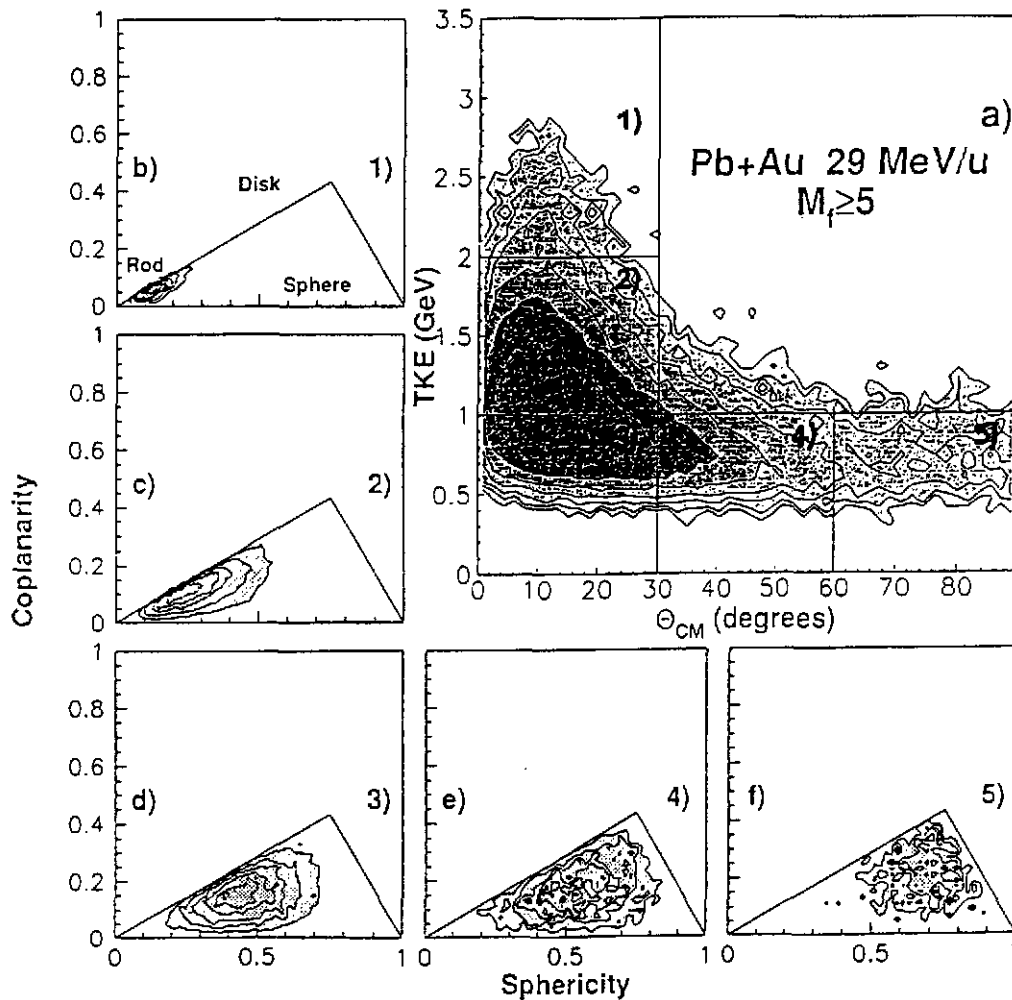


Figure IV-13: Diagramme de Wilczynski pour le système Pb+Au à 29 MeV/u. Seuls les événements où 5 fragments ont été détectés ont été retenus. Extrait de 131).

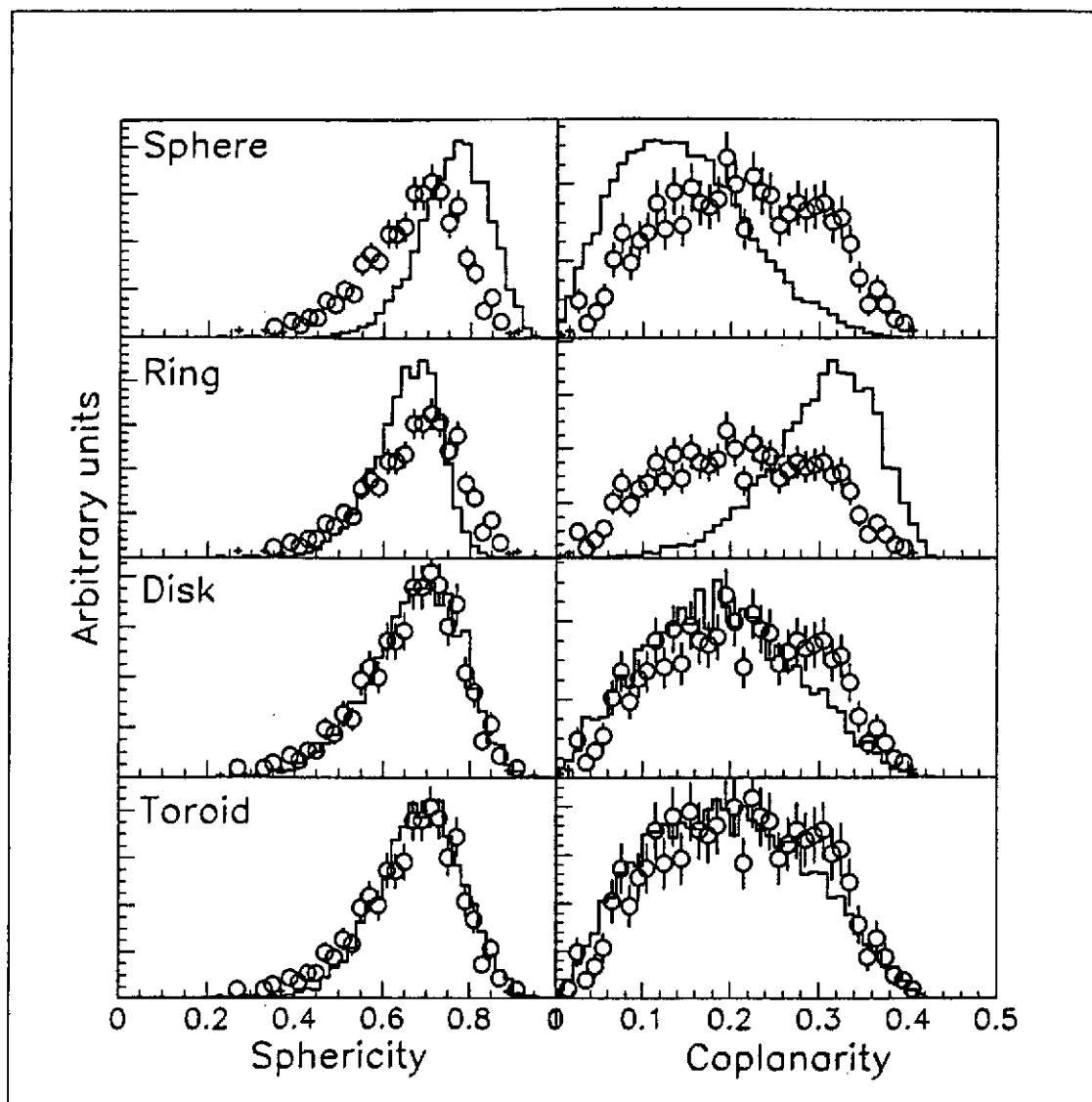


Figure IV-14: Comparaison de la forme des événements détectés associés à la région 5 du diagramme de la figure précédente avec le résultat de simulations utilisant le code SIMON. Plusieurs configurations géométriques ont été testées. Seules celles associées à des formes aplaties (cylindre ou tore d'épaisseur 15 fm) sont compatibles avec les données expérimentales. Extrait de 132).

La conclusion d'une telle comparaison est qu'il n'y a que deux configurations possibles compatibles avec la forme des événements observée: l'une correspond à un disque rempli de matière de rapport d'aspect 2/1.5/1.25 et l'autre à un tore dont les rayons intérieur et extérieur sont déterminés par le fait que les fragments ne doivent pas avoir de recouvrement et dont l'épaisseur est un paramètre libre et qui a été trouvé aux alentours de 15 fm.

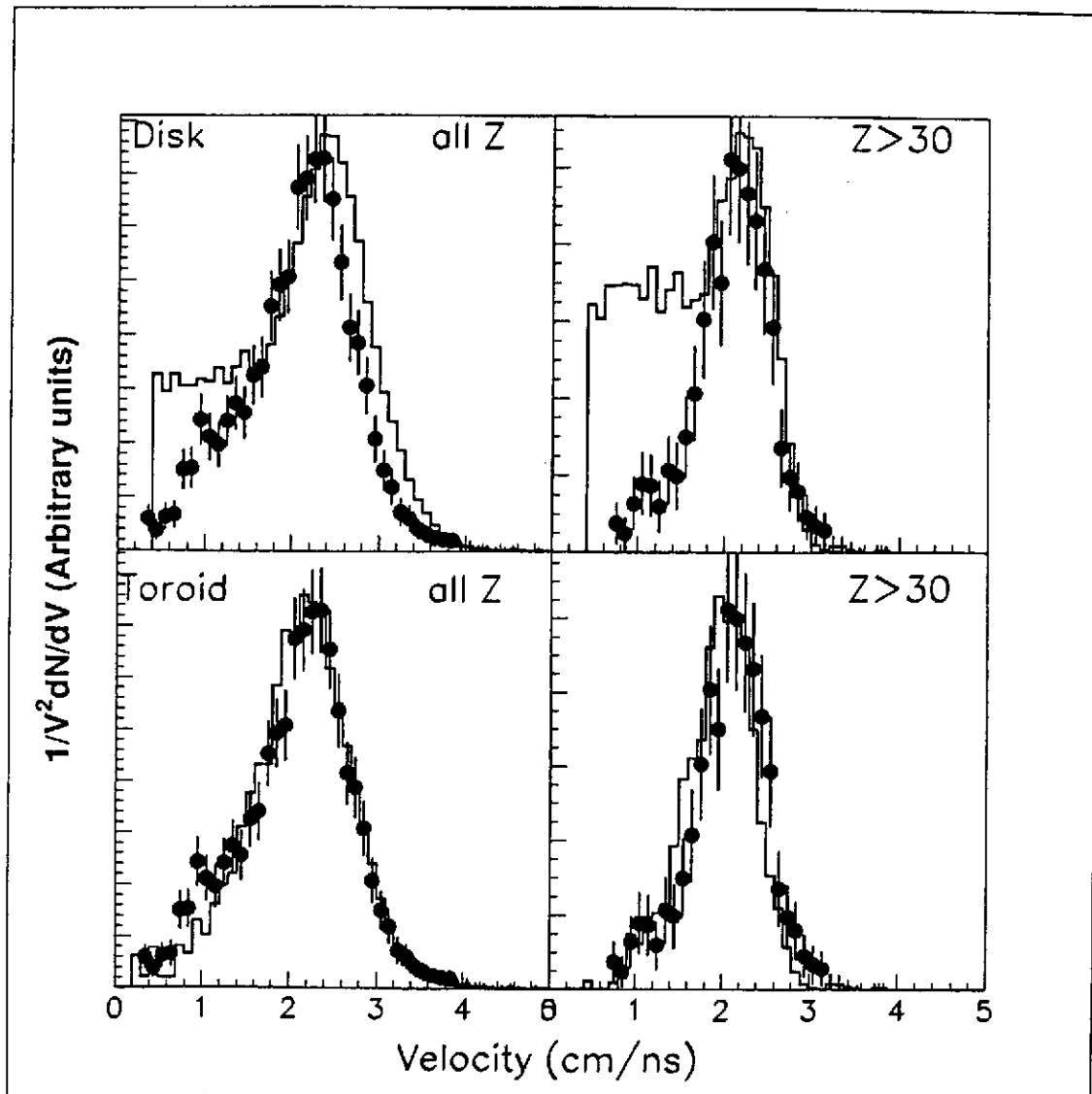


Figure IV-15: Distribution de la vitesse centre de masse des fragments des événements de la zone 5 du diagramme de la fig. IIV-13. A gauche, on a sélectionné tous les fragments. A droite, on n'a conservé que ceux qui avaient une charge plus grande que 30. En haut, les histogrammes correspondent à un calcul où la configuration de départ est un disque, alors qu'en bas il s'agit d'un toroïde (voir texte). Extrait de ¹³².

La discrimination entre ces deux géométries s'effectue via une comparaison des distributions en vitesse des fragments dans le centre de masse de la collision. L'idée est que si des fragments sont produits au voisinage du centre de la source, leur vitesse sera faible du au fait que l'interaction coulombienne avec les autres fragments est en quelque sorte écrantée. De plus, en cas de mouvement collectif, il est généralement admis que celui-ci est du type auto-similaire comme on l'a vu au paragraphe précédent. Dans ce cas, la vitesse additionnelle pour les fragments placés

au centre est beaucoup plus faible que pour ceux placés à la périphérie. Cet effet est effectivement observé sur la figure IV-15. Les deux scénarios simulés peuvent en effet être discriminés sur la base des distributions de vitesse et leur comparaison avec les données expérimentales semble favoriser une configuration dans laquelle il y a peu de matière au centre et correspond donc à une géométrie toroidale ¹³²). Là aussi, ces résultats demandent confirmation.

6) Conclusions du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons indiqué quelques méthodes permettant de caractériser la fragmentation nucléaire d'un point de vue dynamique en s'attachant à mettre en évidence les aspects spatio-temporels et énergétiques du processus. L'extraction de quantités telles que des temps, des formes ou des énergies nécessitent souvent d'étudier des corrélations entre les différentes particules émises dans l'événement. Elles nécessitent aussi une réduction de l'information en termes de variables globales pour caractériser le plus simplement possible les événements considérés. Un autre point essentiel concerne l'utilisation systématique de simulations utilisant des générateurs d'événements afin d'estimer les biais induits par le détecteur et les auto-corrélations liées au mode de sélection des événements.

Les mesures de temps montrent une évolution très rapide des temps d'émission entre fragments en fonction de l'énergie d'excitation. Vers $\epsilon^* = 5$ MeV/u, les échelles de temps sont tellement courtes que l'on peut parler de multifragmentation. Une mesure du temps de vie absolu en examinant les corrélations spatio-temporels entre fragments issus de deux sources différentes a été possible pour le système Pb+Au à 29 MeV/u. Le temps trouvé est un peu plus long que les prédictions de la théorie dans le cas d'une décomposition spinodale. En tout état de cause, il apparaît nécessaire de faire d'autres mesures dans des conditions cinématiques différentes et pour un domaine de ϵ^* plus vaste.

La recherche d'effets collectifs à travers la mise en évidence d'une composante additionnelle dans le spectre en énergie des fragments a pu montrer que de tels effets naissent aux alentours de $\epsilon^* = 5$ MeV/u sans que l'on sache jusqu'à présent si ϵ^* est la bonne variable pour suivre le processus ou si il vaut mieux choisir l'énergie relative entre le projectile et la cible comme le suggérerait un mécanisme d'expansion lié à une compression initiale du système.

En ce qui concerne la forme des événements de fragmentation, l'étude sur les événements centraux de Pb+Au à 29 MeV/u semble privilégier une forme aplatie. L'analyse des distributions de vitesse est en faveur d'une configuration où il y a peu de matière au centre du système suggérant la formation d'un tore en accord avec les prédictions de Wong dans ses calculs "goutte liquide" mais aussi en accord avec des

calculs dynamiques plus récents. La question du type d'instabilité responsable de la formation d'une telle structure est un problème complètement ouvert et un challenge très intéressant pour l'avenir. D'une façon générale, il apparaît clair que l'étude des événements de fragmentation (et aussi de fission) à travers les corrélations spatio-temporelles entre fragments et aussi entre particules légères constitue un puissant outil d'analyse pour la compréhension de ce type de processus et l'extraction des quantités physiques permettant la comparaison avec les théories microscopiques.

V) Epilogue

Nous avons voulu illustrer dans ce cours quelques uns des aspects de la physique des collisions dissipatives dans le domaine de l'énergie de Fermi en mettant l'accent sur les données expérimentales les plus récentes extraites le plus souvent à partir de détecteurs 4π . Ce choix arbitraire du à la limitation en temps et en espace de ce cours nous a obligé à écarter un certain nombre de sujets et de travaux importants. Nous espérons cependant avoir montré la grande richesse des phénomènes les plus rapides (émission de pré-équilibre et production de particules énergétiques) jusqu'aux plus lents (évaporation, fission,...).

La physique des processus directs est intimement liée à la phase initiale de compression et permet de tester le transport des nucléons (collisions individuelles et propagation dans le champ moyen) dans un milieu dense et chaud. La donnée expérimentale la plus accessible sur ce point est le flot latéral. L'interférométrie de particules s'avère être une technique prometteuse pour mettre en évidence des fluctuations de densité sur de brèves échelles de temps. Enfin, la production de particules dans des conditions cinématiques extrêmes (très en dessous du seuil nucléon-nucléon libre) questionne les modèles vis à vis des fluctuations.

En ce qui concerne les mécanismes de réaction, les différentes configurations obtenues (fusion, transferts très inélastiques, émission dynamique "au col" ...) et leur dépendance en fonction du paramètre d'impact et des caractéristiques du système (masse, énergie incidente, asymétrie) sont liées au pouvoir d'arrêt de la matière, donc à sa viscosité et aussi à sa capacité à supporter de grandes températures et de grands moments angulaires. Après thermalisation au moins partielle, les résultats actuels montrent qu'il est possible de déposer des énergies élevées (>10 MeV/u) dans les collisions noyau-noyau. La complexité des événements dans la voie de sortie rend indispensable l'utilisation de techniques d'analyse en termes de variables globales ainsi que la comparaison des données avec des générateurs d'événements. La caractérisation des noyaux chauds à travers les études de calorimétrie est une étape essentielle et délicate pour pouvoir extraire convenablement ϵ^* et T . La relation

entre ces deux quantités est une voie d'étude naturelle pour la recherche d'une transition de phase. Il apparaît que les modes de décroissance des noyaux à haute température sont extrêmement variés (de l'évaporation jusqu'à la vaporisation) et sont en forte compétition.

L'étude de la dynamique des processus de grande amplitude type fission ou fragmentation est très instructive. Elle permet d'accéder à des caractéristiques fondamentales de la matière étendue (temps, énergies, formes) qui sont nécessaires à la validation des théories microscopiques de transport qui constituent actuellement le niveau de description le plus achevé des collisions dans ce domaine d'énergie.

L'avènement des détecteurs 4π de seconde génération type Indra est "un plus" considérable pour l'étude de la physique des collisions dissipatives en dessous de 100 MeV/u. Il apparaît aujourd'hui que les progrès décisifs passent par des études cinématiques détaillées. Ce sont elles qui permettent de signer des configurations spatio-temporelles qui reflètent les propriétés intrinsèques de la matière nucléaire.

Remerciements:

Les auteurs tiennent à remercier chaleureusement leurs amis des collaborations Indra et Nautilus pour l'ensemble des discussions qu'ils ont pu avoir lors de la préparation de ce cours et en particulier D. Cussol, R. Laforest, N. Marie, V. Métivier, J. Péter, J.C. Steckmeyer, et J.P. Wielezsko pour leur avoir fourni des explications ou des résultats dont certains ne sont pas encore publiés. Un grand merci à M. Marquès pour ses explications sur les expériences TAPS et à la famille Lecolley pour les expériences sur les kaons. Merci aussi à M. Colonna, F. Gulminelli, P. Chomaz et A. Guarnera pour les aspects théoriques.

D. D. voudrait remercier ses amis du groupe DELF (G. Bizard, R. Bougault, J. Colin, C. Le Brun, JF. Lecolley, O. Lopez, M. Louvel ...) et plus généralement tous les physiciens du LPC ainsi que L. Stuttgé et G. Rudolf pour les quelques années de travail ... et de bonne humeur en commun. Enfin, merci à M^{me} Guillendou qui a assuré une partie de la frappe de ce texte.

Références

- 1) J. Cugnon, Comptes-Rendus de l'école Joliot-Curie (1985) 90
- 2) X. Ledoux, Thèse de l'Université de Caen (1995)
- 3) B. Borderie, Ann. Phys. Fr. 17 (1992) 349
- 4) P. Bonche, Comptes-Rendus de l'école Joliot-Curie (1985) 1
- 5) G. Bizard et al, Phys. Lett. B302 (1993) 162
- 6) E. Suraud, Comptes-Rendus de l'école Joliot-Curie (1990) 160
- 7) C.O. Bacri et al, Phys. Lett. B353 (1995) 27
- 8) K. Kwiatkowski et al, Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 3756
K. B. Morley et al, Phys. Lett. B355 (1995) 52
- 9) J. Galin, U. Jahnke, J. Phys. G , Nucl. Part. Phys. 20 (1994) 1105
- 10) M. Moszynski et al, NIM A343 (1994) 563
G. Bizard et al, Int. Conf. Nucl. Phys. , Ierapetra, (1991) World Scientific
- 11) A. Baden et al, NIM 203 (1982) 189
- 12) R. Stock, Heavy Ion Collisions, ed. R. Bock, North Holland (1979) Vol. I p. 607
- 13) G. Bizard et al, NIM A244 (1986) 489
A. Peghaire et al, NIM A295 (1990) 365
R. Bougault et al, NIM A259 (1987) 473
G. Rudolf et al, NIM A307 (1991) 325
- 14) JP. Alard et al, NIM 261 (1987) 379
- 15) D. Drain et al, NIM A281 (1989) 528
- 16) A. Gobbi et al, NIM A324 (1993) 156
- 17) J. Hubele et al, Z. Phys. A340 (1991) 340
- 18) GSI Nachrichten 02-89 (1989)
- 19) J. Pouthas et al, NIM A357(1995) 418
- 20) R.T. De Souza et al, NIM A295 (1990) 109
- 21) S. Aiello et al, Nucl. Phys. A583 (1995) 461c
- 22) K. Kwiatkowski et al, NIM A353 (1994) 212
- 23) A. Bonasera, F. Gulminelli, J. Molitoris, Physics Reports 243 (1994) 1
- 24) G. Bertsch, Das Gupta, Physics Reports 160 (1988) 189
- 25) D. Idier et al, Ann. Phys. Fr. 19 (1994) 159
- 26) P. Schuck et al, Prog. Part. Nucl. Phys. 22 (1989) 181
- 27) J. Aichelin, Physics Reports 202 N° 5,6 (1991) 233
- 28) Ph. Chomaz, N. Frascaria, Physics Reports 252 N°5,6 (1995) 275
- 29) T. Suomijärvi, Diplôme d'habilitation à diriger des recherches (1994)
Ph. Chomaz, Diplôme d'habilitation à diriger des recherches (1995)
- 30) Comptes-Rendus Conférence Corinne I, World Scientific, ed. D. Ardouin

- 31) Comptes-Rendus Conférence Corinne II, ed. D. Ardouin, J. Aichelin
- 32) D. Hilsher, H. Rossner, *Ann. Phys. Fr.* 17 (1992) 471
- 33) X. Campi, *Comptes-Rendus de l'école Joliot-Curie* (1987) 166
- 34) A. Onishi et al, *Nucleus-Nucleis IV*, Kanazawa, Japon (1991)
- 35) J.C. Steckmeyer et al, *Prétirage LPCC95-13* (soumis à *Phys. Rev. Lett.*)
- 36) D. Durand, *Nucl. Phys.* A541 (1992) 266
- 37) J.C. Angélique, *Thèse de l'Université de Caen* (1993)
- 38) R. Popescu, *Thèse de l'Université de Caen* (1995)
- 39) V. de la Mota et al, *Phys. Rev.* C46 (1992) 677
- 40) H. Niffenecker, A. Pinston, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 23 (1989) 271
- 41) V. Metag, *Nucl. Phys.* A488 (1988) 483c
- 42) J. Québert, *Ann. Phys. Fr.* 17 (1992) 99
- 43) M. Marquès, *Thèse de l'Université de Valence* (Ganil T 94 05)
- 44) M. Marquès et al, *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994) 34
- 45) G. Martinez et al, *Phys. Lett.* B349 (1995) 23
M. Marqués et al, *Phys. Lett.* B349 (1995) 30
- 46) A. Badala et al, *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995) 4779
- 47) R. Novotny et al, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 38 (1991) 379
- 48) V. Metag, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 30 (1993) 75
- 49) J.F. Lecolley, *Communication privée* (en préparation)
- 50) F. R. Lecolley et al, *Nucl. Phys.* A583 (1995) 379c
- 51) M. Belkacem et al, *Phys. Rev.* C47 (1993) R16
- 52) E. Suraud, *Comptes-Rendus de l'école Joliot-Curie* (1995)
- 53) J.P. Blaizot et al, *Nucl. Phys.* A591 (1995) 435
- 54) W.U. Schröder, J.R. Huizenga, *Treatise on Heavy Ion Science*,
ed. A. Bromley, Vol. 2 (Plenum, New York, 1984)
- 55) E. Suraud et al, *Progress of Nucl. Part Sci.* 23 (1989) 357
- 56) A. Olmi et al, *Europhys. Lett.* 4 (1987) 1221
G. Casini et al, *Phys. Rev. Lett.* 67 (1991) 3364
- 57) D. Jouan et al, *Z. Phys.* A340 (1991) 63
- 58) B. Borderie et al, *Phys. Lett.* B205 (1988) 26
- 59) J. Péter et al, *Nucl. Phys.* A593 (1995) 95
- 60) V. Métivier et al, *Comptes-Rendus de la Rencontre Hivernale, Bormio*, (1995)
V. Métivier, *thèse de l'Université de Caen* (1995)
- 61) J.C. Steckmeyer et al, *Comptes-Rendus de la Rencontre Hivernale, Bormio*, (1995)
- 62) R. Bougault et al, *Nucl. Phys.* A587 (1995) 499
- 63) S.P. Baldwin et al, *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995) 1299
- 64) D. L'Hôte, J. Cugnon, *Nucl. Phys.* A397 (1983) 519
- 65) M. Mjahed, *thèse de l'Université de Clermont* (1987)

- 66) N. Marie, Thèse de l'Université de Caen (1995)
- 67) J.P. Alard et al, Comptes- Rendus de la Rencontre Hivernale, Bormio, (1994)
- 68) J.P. Alard et al, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 889
- 69) R. Bougault et al, Nucl. Phys. A488 (1988) 255c
- 70) R. Bougault et al, Comptes- Rendus de la Rencontre Hivernale, Bormio, (1994)
- 71) E. Plagnol et al, Communication Privée (à paraître)
- 72) P. Glässel et al, Z. Phys. A310 (1983) 189
- 73) L. Stuttgé et al, Nucl. Phys. A539 (1992) 511
- 74) G. Casini et al, Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 2567
- 75) W. Lynch, Nucl. Phys. A583 (1995) 471c
- 76) J. Toke et al, Nucl. Phys. A583 (1995) 519c
- 77) J. F. Lecomte et al, Phys. Lett. B354 (1995) 202
- 78) M. Colonna et al, Prog. Part. Nucl. Phys. 30 (1992) 17
- 79) L. Sobotka, Phys. Rev. C50 (1994) R1270
- 80) S. Bresson, Thèse de l'Université de Caen (1993)
- 81) D. Cussol et al, Nucl. Phys. A561 (1993) 298
- 82) E. Vient et al, Nucl. Phys. A571 (1994) 580
- 83) J.P. Benlliure, thèse de l'Université de Valence, Prétirage Ganil, (1995)
- 84) J. Colin et al, Nucl. Phys. A593 (1995) 48
- 85) D. Durand, B. Tamain, Comptes-Rendus de l'Ecole Joliot-Curie de 1993, p. 135
- 86) E. Créma et al, Phys. Lett. B258 (1991) 266
- 87) B. Tamain, cours donné à la CXII "International School of Physics
"Enrico Fermi", Varenne (1989), p. 1
- 88) J. Pochodzalla et al, Phys. Rev. C35 (1987) 1695
- 89) J. Pochodzalla et al, Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1040
- 90) S. Albergo et al, Nuovo Cimento A89 (1985) 1
- 91) B. Tsang et al, Prétirage MSUCL-996 (1995)
- 92) S. Levit, P. Bonche, Nucl. Phys. A437 (1985) 426
- 93) P. Bonche, S. Levit, D. Vautherin, Nucl. Phys. A436 (1985) 265
- 94) S. Shlomo, J. Natowitz, Phys. Rev. C44 N° 6 (1991)
- 95) D. H. Gross et al, Nucl. Phys. A461 (1987) 641
- 96) J.P. Bondorf et al, Nucl. Phys. A443 (1985) 321 et A444 (1985) 460
- 97) J. Natowitz et al, Nucl. Phys. A538 (1992) 263c
- 98) M. Morjean et al, Nucl. Phys. A 591 (1995) 371
- 99) E. Piasecki et al, Phys. Rev. Lett. Vol. 66 N°10 (1991) 1291
- 100) E. Berthoumieux, Thèse de l'Université de Paris Sud (1995)
- 101) G. Bizard, Prétirage LPCC 95-14 (1995)
- 102) M. Assenard et al, (en préparation)
- 103) L. Moretto et al, Prétirage LBL-37584 (1995)

- 104) L. Moretto, Nucl. Phys. A427 (1975) 211
- 105) L. Moretto et al, Phys. Rev. Lett. Vol 74 N° 18 (1995) 3557
- 106) L. Moretto et al, Phys. Rev. Lett. Vol 74 N° 9 (1995) 1530
- 107) L. Moretto, G. Wozniak, Ann. Rev. Nucl. Sci. 43 (1993) 379
- 108) Ph. Chomaz et al, Nucl. Phys. A583 (1995) 305c
- 109) S. Ayik, M. Colonna, Ph. Chomaz, Phys. Lett. B353 (1995) 417
- 110) G. Fai, J. Randrup, Comp. Phys. Comm. 42 (1986) 385
- 111) J. Lopez, J. Randrup, Nucl. Phys. A512 (1990) 345
- 112) J. Randrup, Comp. Phys. Comm. 77 (1993) 153
- 113) D. Durand, O. Lopez, A.D. Nguyen (en préparation)
- 114) D. Durand et al, Phys. Lett. B 345 (1995) 397
- 115) R. Bougault et al, Phys. Lett. B232 (1989) 291
- 116) M. Louvel et al, Phys. Lett. B320 (1994) 221
- 117) M. Louvel et al, Prétirage LPCC 95-01 (soumis à Phys. Lett.)
- 118) R. Bougault et al, (soumis à Europhysics Letters)
- 119) R. Laforest et al, Communication privée et en préparation
- 120) O. Lopez et al, Phys. Lett. B315 (1993) 34
- 121) S. Jeong et al, Prétirage LPCC 95-12 (soumis à Phys. Lett.)
- 122) R. Bougault et al, Compte Rendu Rencontre Hivernal, Bormio, Italie (1994)
- 123) D. Heuer et al, Phys. Rev. C50 (1994) 1943
- 124) C. Wong, Ann. Phys. (NY) 77 (1993)
- 125) C. Fauchard et al, Prétirage SUBATECH-95-10
- 126) F. Gulminelli, Calculs BNV Communication privée
- 127) B. Borderie et al, Phys. Lett. B302 (1993) 53
- 128) H. Xu et al, Nucl. Phys. A569 (1994) 575
- 129) L. Moretto et al, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 1884
- 130) W. Bauer et al, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 1888
- 131) J. F. Lecomte et al, Prétirage LPCC-95 (1995) (soumis à Phys. Lett.)
- 132) D. Durand et al, Prétirage LPCC-95 (1995) (soumis à Phys. Lett.)

From the Fermi to the relativistic energy domain: Which observable? For which physics?

A. Gobbi, FOPI-Collaboration.

GSI, D-64291 Darmstadt

1. Introduction.

While Dominique Durand summarizes [1] the results obtained at incident energies, E_{in} below 100 A MeV, this report deals with collisions at $100 < E_{in} < 2000$ A MeV, concentrating mainly on experimental results obtained at GSI-Darmstadt using the 4π -detector FOPI.

The title proposed by the organizers of the school is quite stimulating and asks the question "which observable for which physics"? Before discussing the observables let us ask where the physics of nucleus-nucleus collisions, in particular the one accessible at the SIS accelerator of GSI-Darmstadt, is located in a general context. The physics of our field is situated midway between two extremes, the macro-, and the micro-cosmo: on one side the infinite matter studied in astrophysics, on the other side the elementary processes studied in a free space, free from a nuclear medium.

Within this general view, several aspects become relevant, as:

- how the properties of infinite matter change as a function of *density and temperature* while the transition to smaller and smaller systems (nuclei) occurs
- how the elementary processes evolve while the medium changes from vacuum to a nuclear medium of increasing *density and temperature*.
- nucleus-nucleus collisions represent a non-equilibrium quantum mechanical system (dynamical system) with its own characteristic times and degrees of freedom. The transport equations become crucial for the extraction from experiment of *nuclear matter properties* and of *in-medium properties of elementary processes*. To which extent such properties can be extrapolated to thermalized infinite matter has to be discussed.

An aspect of particular interest, highly debated, concerns the two phase transitions of nuclear matter [2] and the nature of the new degrees of freedom associated with such discontinuities (see figure 1).

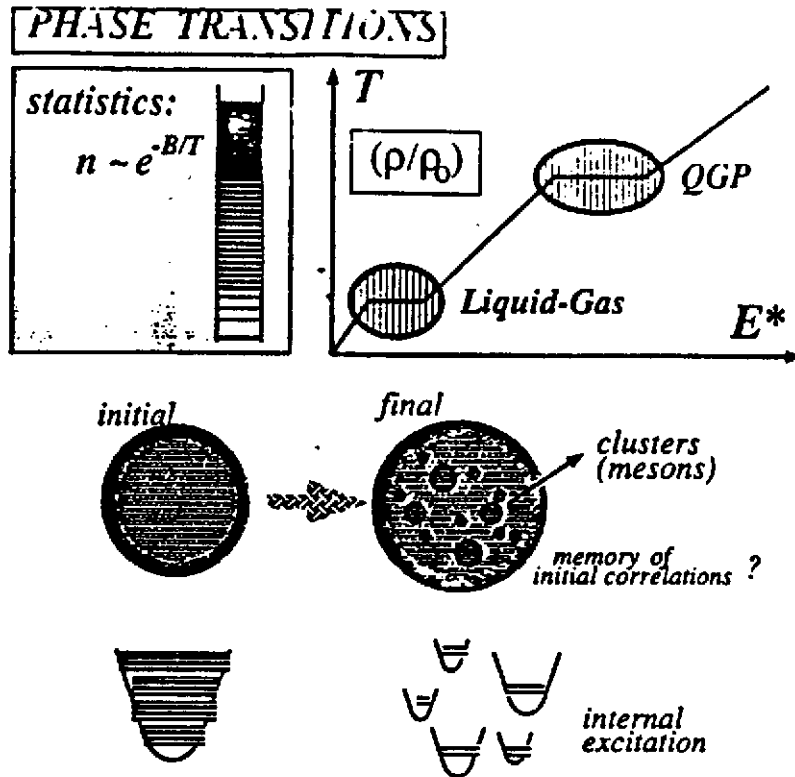


Figure 1: The two debated phase transitions of nuclear matter

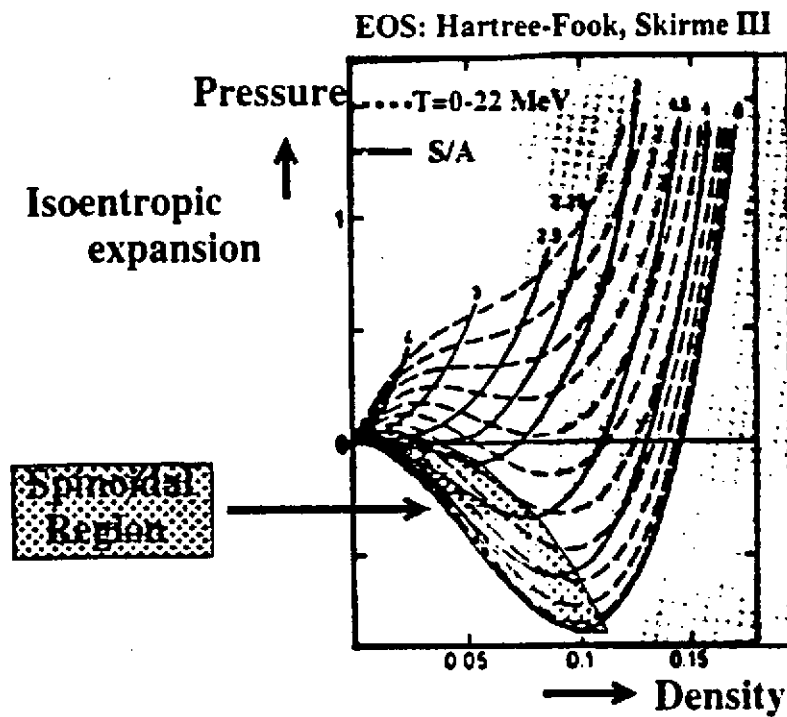


Figure 2: Phase diagram of the liquid-gas phase transition.

Two such phenomena have been postulated: the liquid-gas phase transition at low energies (about at the Fermi energy) and the deconfinement of the quark gluon plasma at ultrarelativistic energies.

The bombarding energy domain of SIS offer the possibility to cover the intermediate domain, links these two transitions, and can illustrate *similarities* and *contrasts*. The liquid-gas phase transition can be studied at SIS in peripheral and semi-peripheral collisions.

Among *similarities*, one can mention the studies of system in expansion, which reorganize themselves into aggregates, at low energies into clusters, at high energies into hadrons. The questions concerning thermalisation are also similar: to what extent the collision introduces disorders, before reorganisation, is there still a partial memory of the initial correlations in the target and projectile?

The question about the most relevant degrees of freedom elucidates rather the *contrasts*: the internal structure of the aggregates and the characteristics of the surrounding medium.

A representative example of theoretical studies [3], [4] for the low energy liquid-gas phase transition is shown in figure 2. It illustrates best, in a pressure density diagram, the relevant features of a nucleus when heated to temperatures up to 22 MeV. One would like to study the expansion of a nucleus, starting from normal density ($\rho/\rho_0 = 0.15$), along isentropes (constant entropy), while it enters the spinodal region where clusterisation is expected to occur for negative pressures at about 1/3 normal density. It is only for temperatures below 10-12 MeV that the system enters into the spinodal region.

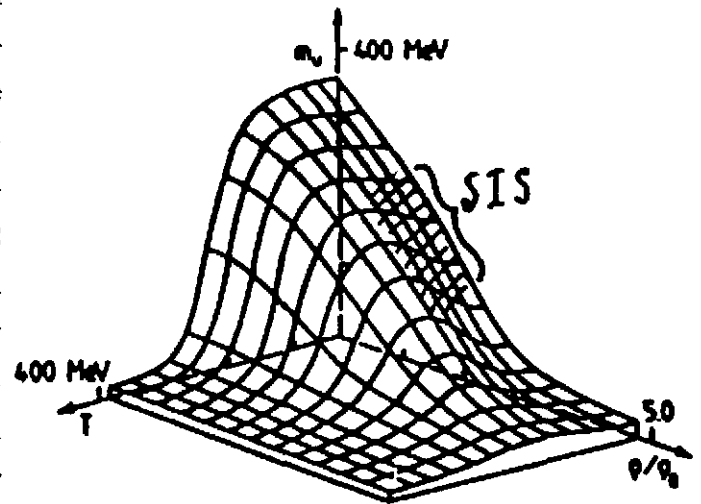


Figure 3: The scalar quark density as a function of baryon density and temperature

For experiments at SIS-energies, two lines of research will be presented which deal with the question of multifragmentation: (i) ALADIN-studies of semicentral collisions and (ii) FOPI-measurements of central collisions. The first investigates isentropes for low entropies, the second for higher entropies.

The quark gluon plasma (QGP) deconfinement of high energy experiments was, in recent years, studied theoretically, trying to base it on the basic properties of strong interactions, with the newest developments on the QCD standard model and on the chiral symmetry [5]. Extensive studies have used lattice calculations, which predict a discontinuity

in the temperature as a function of energy density.

An interesting approach was based on the Nambu-Jona-Lasinio model [6] and an example is shown in figure 3.

As calculated by Lutz et al [7] the scalar quark density, a measure of the quark mass, decreases, not only as a function of density but also as a function of the temperature in the medium. Since chiral symmetry holds in the limit of vanishing masses, one speaks of chiral symmetry restoration within a dense hot medium. Already in SIS experiments, where about twice normal density is expected at the center of the collision zone, important changes of the effective masses for mesons can be anticipated. The changes due to temperature are expected to be less relevant at SIS energies (fig. 3).

Although the developments in this direction are still in an early stage, it will be interesting to follow them. Already now, as it will be shown, there exist direct predictions based on non-perturbative chiral Lagrangian, which calculate the production rate and flow of kaons: it may be possible to learn about propagation of kaons in the dense nuclear medium.

The chiral Lagrangian adds a new name on the long list of approaches used within **transport theories** (figure 4). Such a variety is typical of the SIS energy domain and spans a broad spectrum going from pure classical to quantal descriptions, from non-relativistic to relativistic treatments with different ways of handling the moment dependent interaction. Transport theories [8], [9], [10] play a crucial role for an understanding of the physics of nucleus-nucleus collisions and serve to test the *sensitivity* of a given observable to basic quantities like attained mass- or energy-density, the equation of state, propagation of particles in the medium, etc. They help to investigate origin and magnitude of correlations between observables, can be used to eliminate ambiguities, or can be a useful tool to study the choice of global variables with its biases or, to control the bias introduced by the experimental apparatus (experimental filter).

Transport theories should not be used just as "black boxes" but allowed to follow the time evolution of the different degrees of freedom or of non-equilibrium processes leading to the final observables. In the present stage of the investigations, the main goal should not reside in a best fit by varying parameters within the frame of a given code (which can also suffer from imperfection in the programming or from numerical instabilities) but rather to test, besides the *sensitivity* of a given observable, the validity of the *basic assumptions* entering in the various approaches. This can be done at SIS over a broad range of incident energies covered by the measurements of excitation functions. Extrapolations to the lower energies of GANIL, as well as to the higher ones of AGS can also help to test the generality of the method. Unfortunately the present situation is still such that if the experiment generates many constraints from different observables, it is very difficult to combine the advantages

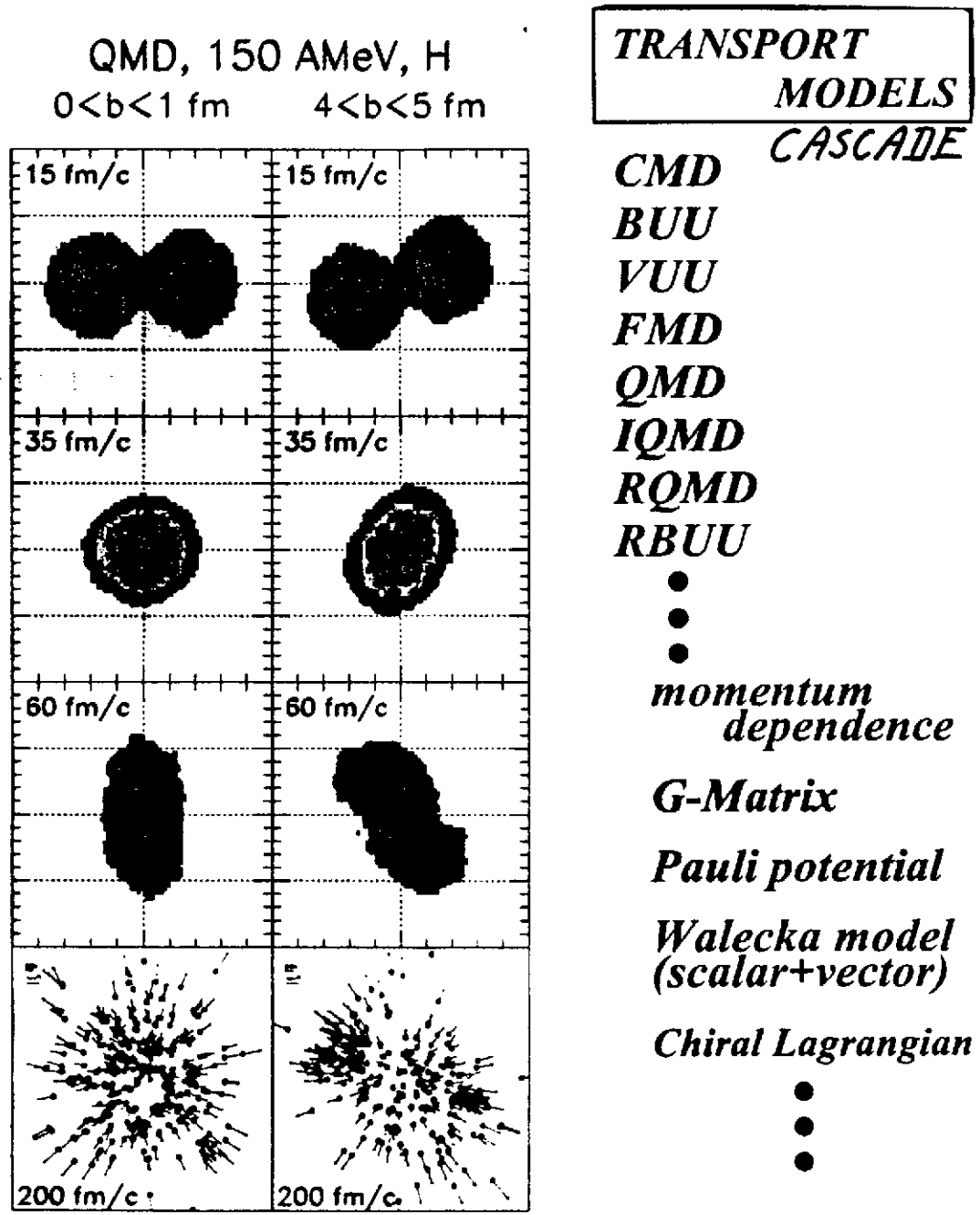


Figure 4: Transport theories

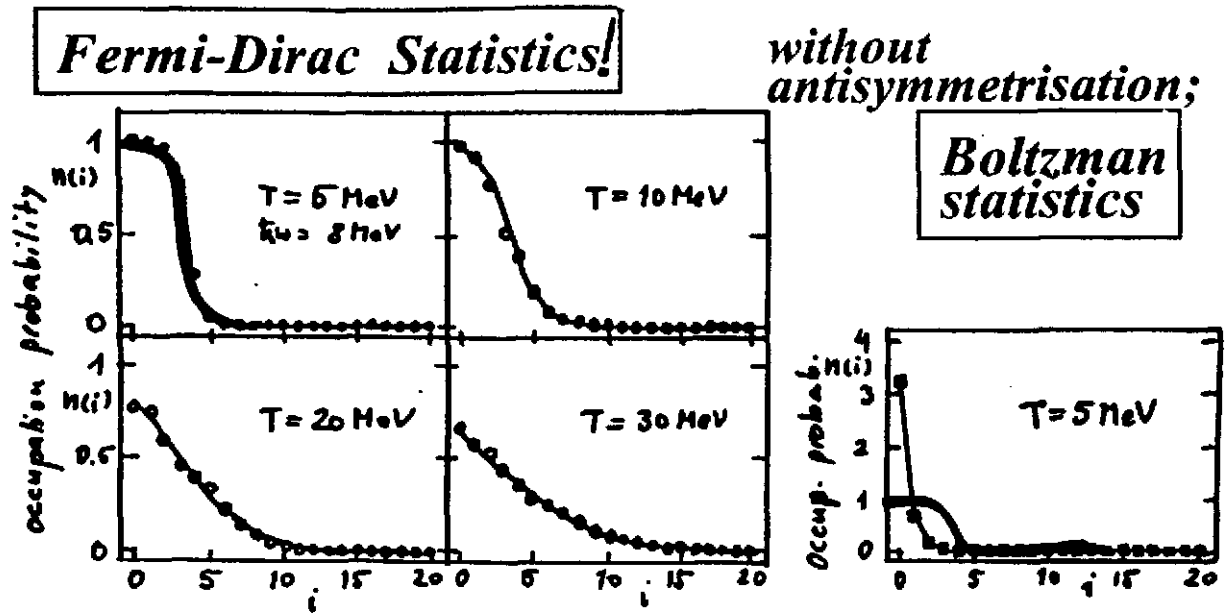


Figure 5: The Fermionic Molecular Dynamic: occupation probabilities and statistics

of different transport models into one, which is more valid. It is still necessary, in order to obtain a satisfactory description of a set of data, to use selected approaches, e.g. for the multifragmentation, for the flow, for particle production, etc. More work is necessary in order to generalize the transport theories.

An approach which, more than others, starts from basic principles and deserves therefore more attention is the **Fermionic Molecular Dynamic (FMD)** introduced in recent years by H. Feldmeier [11] for the description of collisions at the Fermi energy, or just above it ($E_{in} < 200 \text{ A MeV}$). Two questions raised by the FMD, out of many, shall be considered here: (i) the validity of classical mechanics for nucleons in nuclei and (ii) the validity of a Boltzmann statistic as compared to a Thomas-Fermi statistics, derived as a consequence of antisymmetrisation.

The classical approach is justified when the extension of the wave packet is small compared to the length of the interaction. This is not satisfied especially for the short range repulsive part ($\sim 0.2 \text{ fm}$) of the nucleon nucleon interaction, which varies over few tens of fm's as compared to the dimension of a typical wave packet as given by the Fermi momenta. This part of the NN-potential is of basic importance for the collision term of transport theories, for the thermalisation process, for the generation of fluctuations, for particle production, etc. (these collisions are often called hard collisions!). The approximation of classical moving point particles is valid only at high relative velocities, but even at 2 A GeV or higher, for central collisions, if stopping occurs, the relative velocities still drop to a velocity comparable to the Fermi velocity. The validity of a specific statistic is illustrated by the FMD results of

figure 5, which shows the occupation probability of quantal states as a function of their

occupation numbers. For a temperature of 5 MeV the distribution is still of a Fermi type. For higher temperatures the distribution becomes strongly diffused. Most interesting is the effect obtained by switching-off antisymmetrisation which, as shown on the right side of figure 5, transforms a Fermi like distribution into a Boltzman like distribution. A theory like FMD represents a guideline about how to treat the many-body problem, as compared e.g. to a treatment like BUU, which truncates the many-

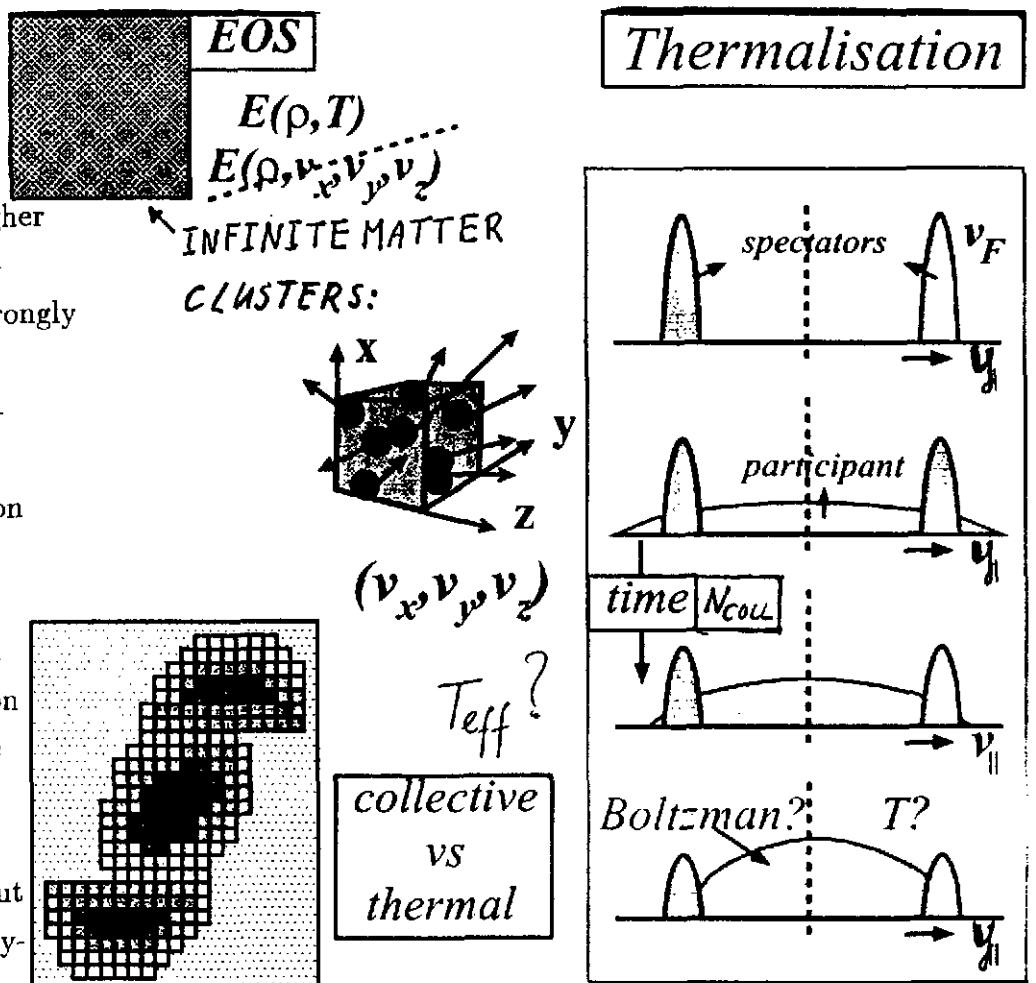


Figure 6: The nucleus-nucleus collision as a non-equilibrium dynamical process

body problem to a description of the one-body densities with a two-body collision term.

The FMD theory may be of great interest in order to understand multifragmentation and the liquid-gas transition for our Fermionic system at low energies, although limitations due to computational time restrict considerably the possibilities of the FMD approach.

The question of non-equilibrium processes, of partial or of a full thermalisation in nucleus-nucleus collisions has wide implications for how far the studies can be brought in this field.

For an infinite matter the properties are investigated as a function of ρ and T ; this is non-trivial like e.g. discussed in figure 2 and 3. The reality of a collision is quite different and more complex (see figure 6): not only the spatial characteristics, as density etc., are different for each cell, but they vary as a function of time and velocities and are, within one

cell, different for each projection (here we consider cartesian coordinates, but we could as well use spherical or cylindrical coordinates): it is only for a locally thermalized system that the velocity distributions of the nucleons are the same for the three projections and, depending if one deals with an interacting Fermionic system or with a non interacting Boltzman system (see figure 5), the distributions should obey the corresponding statistics.

On the right side of figure 6 is illustrated schematically the time evolution of the rapidity distribution for a specific cell (e.g. center of the collision). The nucleons entering at the beginning into the cell have, before the collision takes place, a Fermi distribution superimposed on the initial relative motion (the sketched distributions are kind of idealized for an high energy collision where there is no overlap in velocity between target and projectile spectators: for cells displaced with respect to the center of the collision, the sketched distributions would not be symmetric with respect to mid-rapidity). As time proceeds and collisions occur, a "participant" distribution is populated; such a distribution is broad at the beginning and for longer time and larger number of collisions shrinks and may tend to a thermal distribution, of Fermi or Boltzman type. Depending on the time of emission of the observed particle, they will reflect the "history" of the reaction: an observable may carry information on the early stage of the reaction (like for kaons measurements), which is interesting because it is a more direct measure of the high density phase, although highly non-thermalized, or it may carry information on a later "freeze-out" time, where thermalisation is more advanced but the "memory" on the high density phase may be partially lost. The various observables will reflect a kind of "effective" temperature, T_{eff} , which averages over different so called "phases" or "sources" of emission.

An interesting probe for studies of the dynamics in nucleus-nucleus collisions, is represented by the observation of clusters. If the nucleons of a cell move coherently in the same direction, they will have a large probability to form a cluster and the cluster will be observed with a large velocity (large kinetic energy with respect to the one of light particles: all collectively moving particles have the same velocity). If the nucleons of a cell have a large thermal (or chaotic) motion, the probability to form a cluster is small and the cluster carries small velocities (same kinetic energy as the light particles, all particles carry $(3/2)kT$). Clusters are produced abundantly at the low bombarding energies of SIS (few hundreds of A MeV), in central collisions where, for a given available energy, thermalisation is expected to reach a more advanced stage. At such incident energies, below or close to the pion production threshold, the inelastic excitation of nucleons takes a negligible amount of the total energy. The changes in energy of the system for vanishing T as a function of ρ (called EOS), are not very strong compared to the available energy, so that most of the total energy is carried by the kinetics, either collective or thermal, although a clear separation of these two components

is difficult and can not be reduced just to a first and second moment of distributions: the overall shapes, e.g. Thomas-Fermi or Boltzman can be relevant.

The observation of clusters can also be seen as a rather direct probe of the high density phase, since the expansion is expected to be, approximately, isentropic with a negligible loss of memory.

Summarizing the considerations of the introduction, and trying to define a **strategy for an experimental program**, it can be considered that the physics requires the observation of "volume effects" for an extended source of matter with different densities and temperatures to be determined as directly as possible. For such a source (actually a short living transient state) it is interesting to investigate, e.g. the phase transitions with an identification of the most relevant degree of freedom, the equation of state, $E(\rho, T)$, the propagation of particles like baryons or mesons in the medium, etc.

In this context, the experimental results to be presented deal mainly with two aspects:

- Cluster measurements at $100 < E_{in} < 400$ A MeV. Clusters are an excellent probe to localize and investigate a specific source with its characteristics, (ρ, T) . The temperature is deduced from the yield of clusters, the density is deduced from the kinetic energy of clusters emitted in an isentropic expansion.
- Strangeness production at $1.5 < E_{in} < 2.0$ A GeV. It is a good probe of the high density phase of the collision. It is interesting for a study of the propagation of particles (K^+ s have small absorption) in the nuclear medium and as a test of the non perturbative Chiral Lagrangian.

These are only two examples, although among the most promising ones, of activities of FOPI on nucleus nucleus collisions. They also illustrate the necessity and merits of a 4π -detector for basic studies on nuclear matter properties. In general, the most interesting experiments deals with heavy symmetric systems ($A \sim 200$ a.m.u.), but the dependences on the mass of the system is also under investigation ($A \sim 60$ and $A \sim 120$).

2. Detectors, kinematics and globals.

How to detect all charged products in 4π for collisions between the heaviest nuclei (e.g. Au on Au) at the incident energies of SIS, $100 < E_{in} < 2000$ A MeV ?

The FOPI collaboration has adopted [12] the solution of figure 7, axially symmetric, well suited for the observation of central collisions. Within a solenoidal field of $B = 0.6T$ produced by a superconducting coil, two drift chambers covering, over the full azimuth, polar

Axially symmetric FOPI Phase II

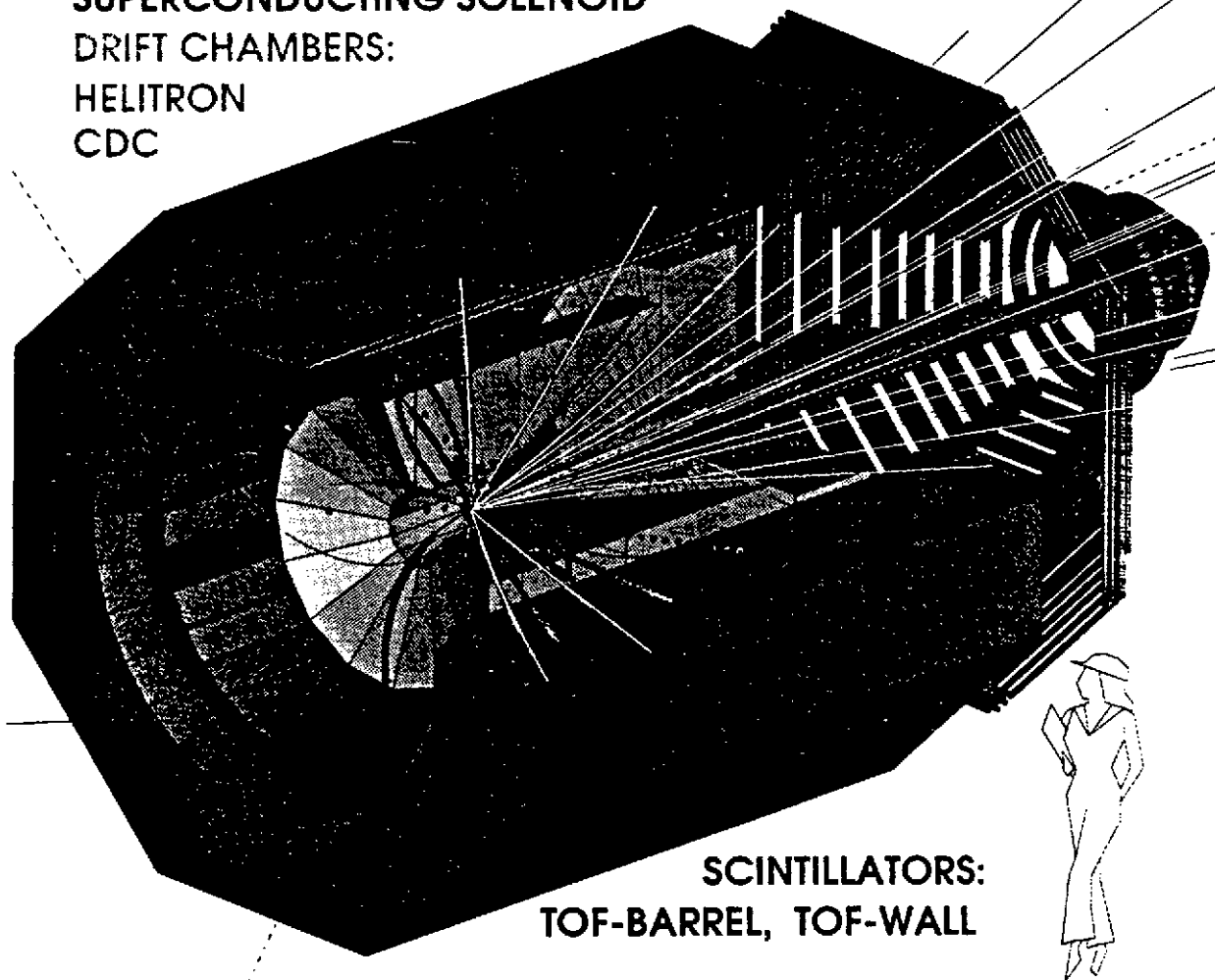
FOPI-COLL., NIM A324(1993)156

SUPERCONDUCTING SOLENOID

DRIFT CHAMBERS:

HELITRON

CDC



SCINTILLATORS:
TOF-BARREL, TOF-WALL

Au-Au, 100 A MeV
Clusters

Ni-Ni, 1.93 A GeV
Kaons

Figure 7: The 4π detector FOPI

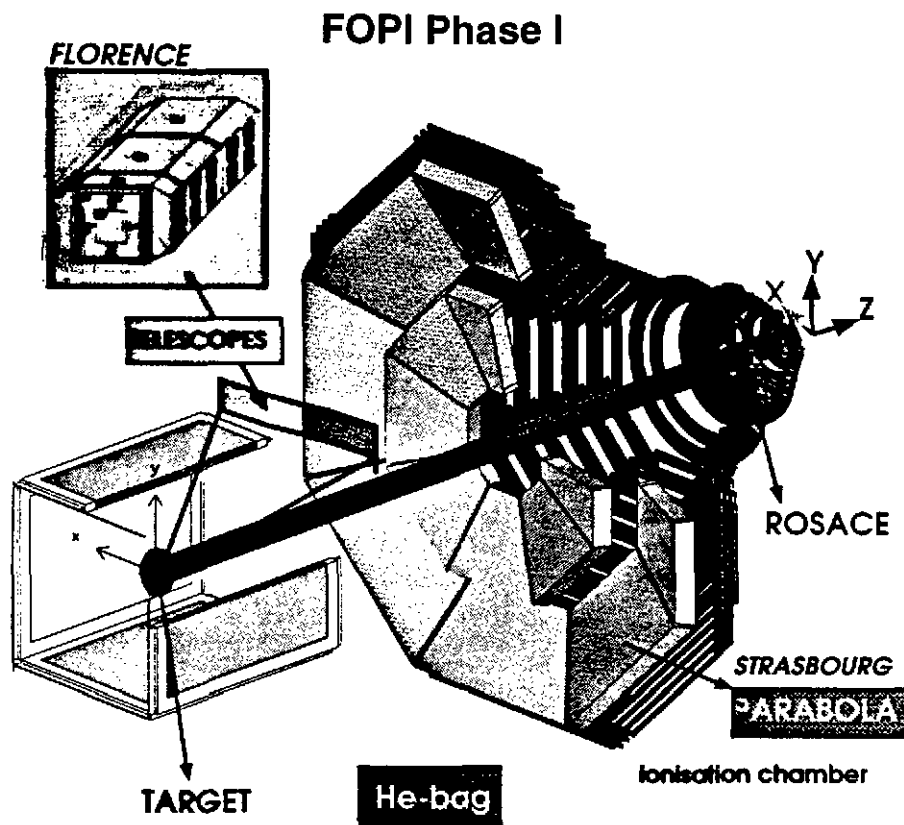


Figure 8: The FOPI phase I detector.

angles, $32^\circ < \theta_{lab} < 150^\circ$ with the CDC (central drift chamber) and $8^\circ < \theta_{lab} < 30^\circ$ with the HELITRON. The first chamber can work as a vertex detector, the second works as a vector chamber, both are exposed to average multiplicities up to ~ 70 particles which are identified from energy loss and the $B\rho$ -curvature, ρ being the radius of curvature of a track in the magnetic field. The particle identification is, in addition, supplemented by time of flight measurements using the scintillator detectors of the forwards wall for $\theta_{lab} < 30^\circ$ and of the barrel for $\theta_{lab} > 40^\circ$.

Typical of measurements at SIS energies is the requirement of a large dynamical range in order to detect on one side minimum ionizing particles, like fast pions and kaons and, on the other side, highly ionizing particles, like slow clusters. This feature, realized with FOPI has allowed the two sets of measurements presented in this report: the cluster production of chapter 3. and the strangeness production of chapter 4.

For the cluster measurement at low energies ($100 < E_{in} < 400 A MeV$), a device without magnet and drift chambers was first used (see fig. 8). Since the studies were performed for a symmetric system, Au on Au, based on symmetry arguments, a restriction of the acceptance to the forward hemisphere in the center of mass was implemented, with the advantage of a simpler set-up. In order to reduce the thresholds, the thin energy loss detectors, called

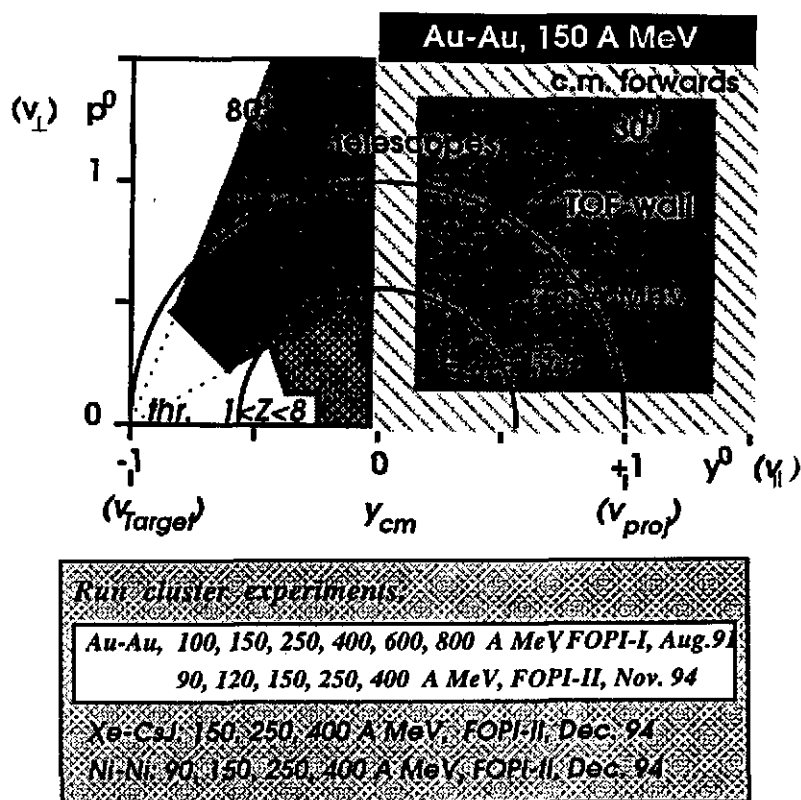


Figure 9: The acceptance of the FOPI phase I detector.

parabola and rosace, were installed in front of the forward scintillator wall; a further reduction of thresholds was achieved by the use of a helium bag. Angles behind $\theta_{lab} = 30^\circ$ were sampled with (Si-CsI)-telescopes [13]. The acceptance of the FOPI device phase I is shown in figure 9 for the Au-Au collisions at 150 A MeV. The angular limitation ($\theta_{lab} < 30^\circ$) has similar influences at all incident energies. The restriction due to thresholds is less severe at higher energies. For $E_{in} = 100 A MeV$, the forward center of mass hemisphere is definitely affected by thresholds so that measurements using FOPI, towards lower energies were not considered to be justified any more.

Important for cluster measurements is the ability of FOPI to trigger, on a hardware level, on "central collisions" in order to enhance the low cluster yield especially for the studies at the high incident energies.

The energies selected for the cluster measurements are listed in the bottom of figure 9; in addition are also listed systems and energies measured, with improved coverage using the phase II FOPI device, where polar angles $32^\circ < \theta_{lab} < 150^\circ$ were registered by the CDC drift chamber. Results on these recent cluster measurements, at the end of 94, are yet still in a very preliminary analysis stage and will not be presented in this report.

The particle identification of FOPI phase I was based on energy loss and time of flight

(TOF) measurements and delivered the charge Z of the products. The velocity was directly given by the TOF, an advantage for the production of *rapidity plots* (see below). The mass of the products was assumed to be $A = 2 \times Z$ (for $Z = 1$, in specific cases, when explicitly mentioned,

the value of the average mass was taken from the telescopes measurements). The particle identification of the telescopes was obtained from energy loss and residual energy (ΔE E technique) delivering a mass and charge information.

About 10% of the total reaction cross section, namely the one with the highest multiplicities in the forward wall ($7.5^\circ < \theta_{lab} < 30^\circ$) was enhanced, with respect to other triggers by a factor of 10. Typically, about one million events were de-

tected at each bombarding energy. An example of one event is shown in figure 10: velocity vector and charge (mass) of each product, registered within acceptance in one event, is available for an event by event analysis.

Velocities and kinematic variables were obtained from relativistic kinematics as indicated in figure 11. Within the FOPI-collaboration, a widely adopted representation consists in plotting the invariant cross section as a function of the scaled rapidity and scaled transverse velocity, both dimensionless quantities; scaled means here normalized, both for the longitudinal and transverse components, to the initial center of mass projectile velocity. In such a representation an isotropic center of mass or spectator source would manifest itself with circular contour lines centered at mid-rapidity resp. at projectile/target rapidities. It

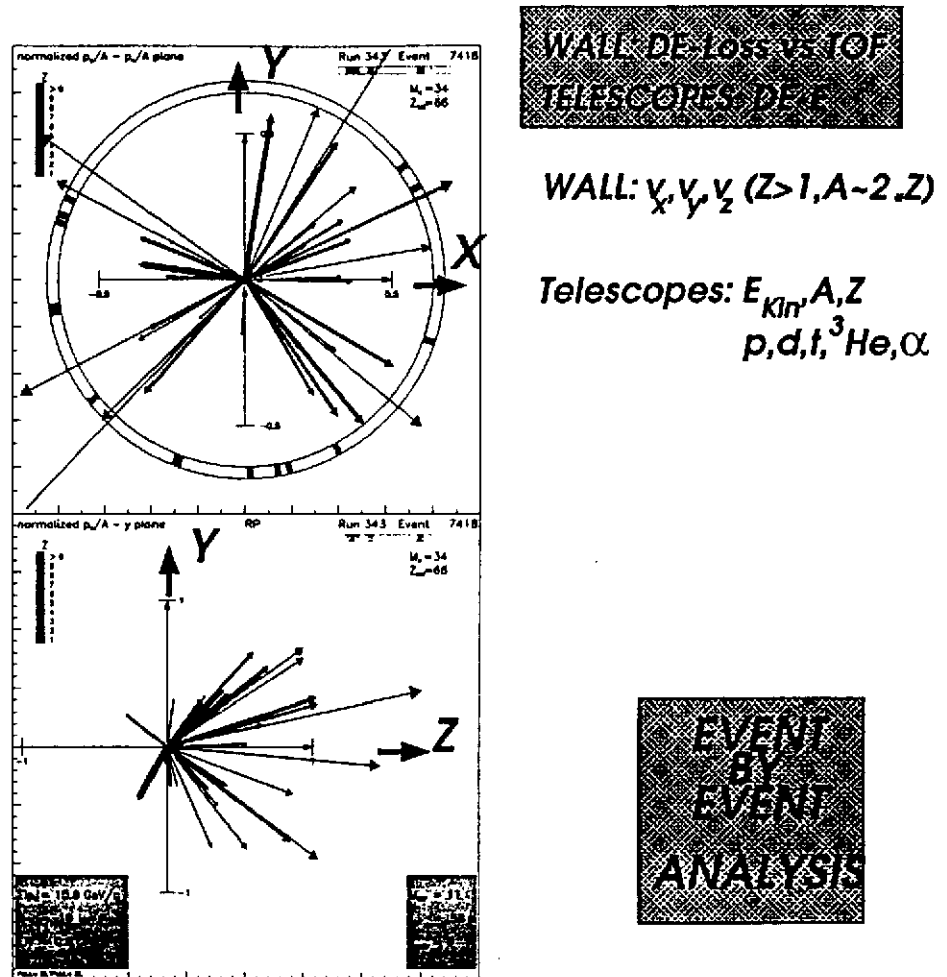


Figure 10: Particle identification.

is interesting, while measuring excitation functions, to compare rapidity plots and search for differences, normally not large; they could be indicatives of deviations from hydrodynamic scaling [14].

- $c=1$
- particles classified by 4-momentum
[Data Booklet, CERN, PL B239(1990)]

$$p = (E, \vec{p})$$

- beam in z-direction

$$\vec{p} = (p_{\parallel}, p_{\perp})$$

- transverse (perpendicular) mass
 p_{\perp}, m_{\perp} are Lorentz invariant

$$m_{\perp} = \sqrt{m^2 + p_{\perp}^2}$$

- rapidity

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\beta_{\parallel}}{1-\beta_{\parallel}}$$

- Lorentz transf. of rapidity

$$y = y' + \frac{1}{2} \ln \frac{1+\beta_{rel}}{1-\beta_{rel}}$$

- scaled rapidity plots

dimensionless c.m. quantities

$$p_{\perp}^0/m = (p_{\perp}/m)/(\beta_{pr} \star \gamma_{pr})$$

$$y_{cm}^0 = (y/y_{cm}) - 1$$

hydrodynamic scaling:

excitation functions!

- invariant cross sections:

$$E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = \frac{1}{p} \frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = \frac{d^2\sigma}{p_{\perp} dp_{\perp} dy} = \frac{1}{\pi} \frac{d^2\sigma}{dy dm_{\perp}^2}$$

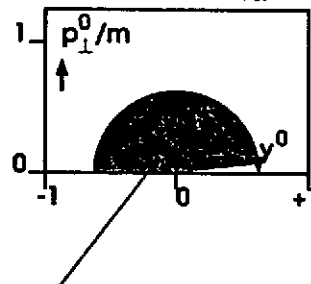


Figure 11: Relativistic kinematics.

ables able to reconstruct experimentally the collision geometry (theoretically this is trivial: impact parameter and reaction plane are known a priori) and various sources like participant, spectator or a neck emission region.

The reaction plane can be deduced [15] from experiment using the procedure suggested by Danielewicz [16], which is based on the weighted vector sum for the transversal momenta of the particles registered in one event. The resulting orientation of the vector sum defines, together with the beam axis, the reaction plane. The accuracy of the method can be

Examples of *rapidity plots* are given in figure 12, which illustrates striking differences if the rapidity plots are produced separately for specific charges or masses of the products $Z = 1, 3, 5$ and 7 for part a) and π^- 's, p 's and d 's for part b) of the figure. It is interesting to notice that for light masses the presence of sources can hardly be seen: the distributions are broad, diffuse without structure, the most extreme case is the one of pions. For heavy products the distribution becomes much more confined, localized and structures start to appear (e.g. at mid-rapidity and at target/projectile rapidities). Based on clusters it becomes possible to better localize and separate sources and study their characteristics. This will be used later as a tool, searching for global variables

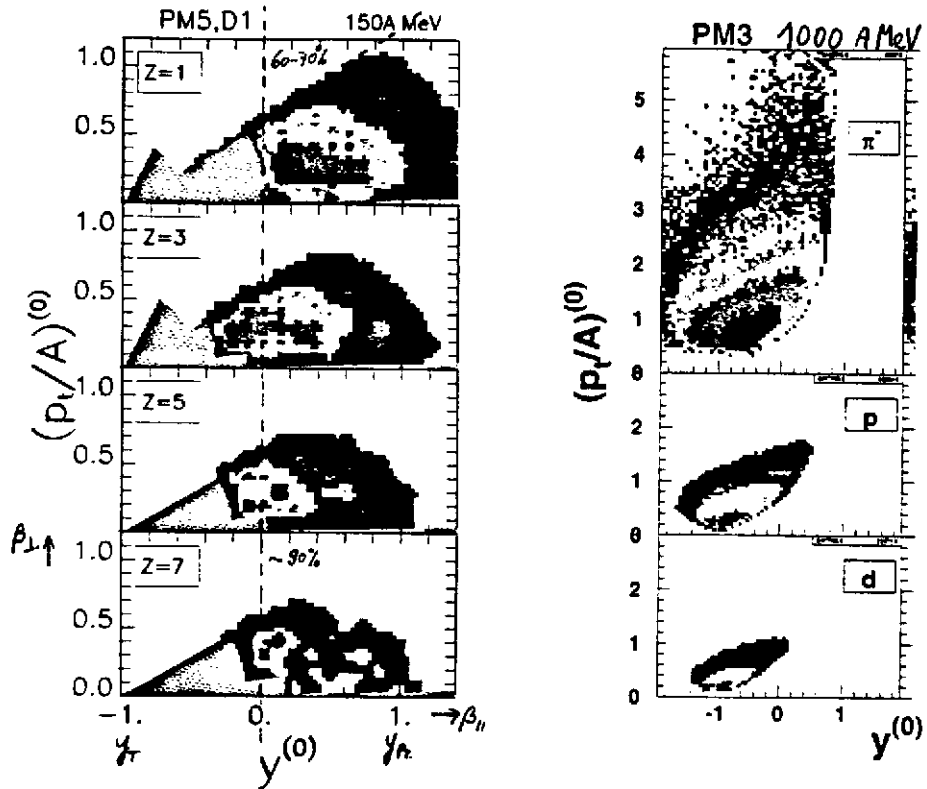


Figure 12: Au on Au rapidity plots: for light and heavy products.

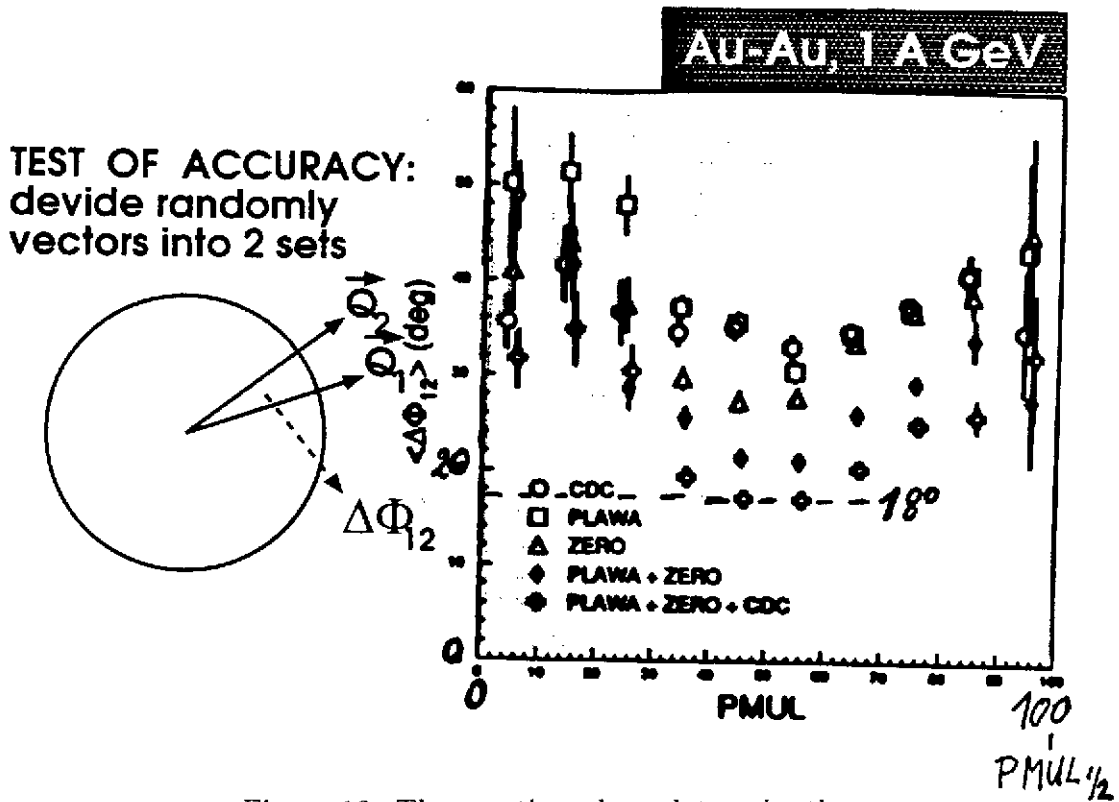


Figure 13: The reaction plane determination.

evaluated by dividing, for each event, the vectors randomly into two equal subsets and determining separately, for each subset, the azimuthal orientation. The difference in azimuth, $\Delta\Phi_{12}$ between these two planes of one event is a

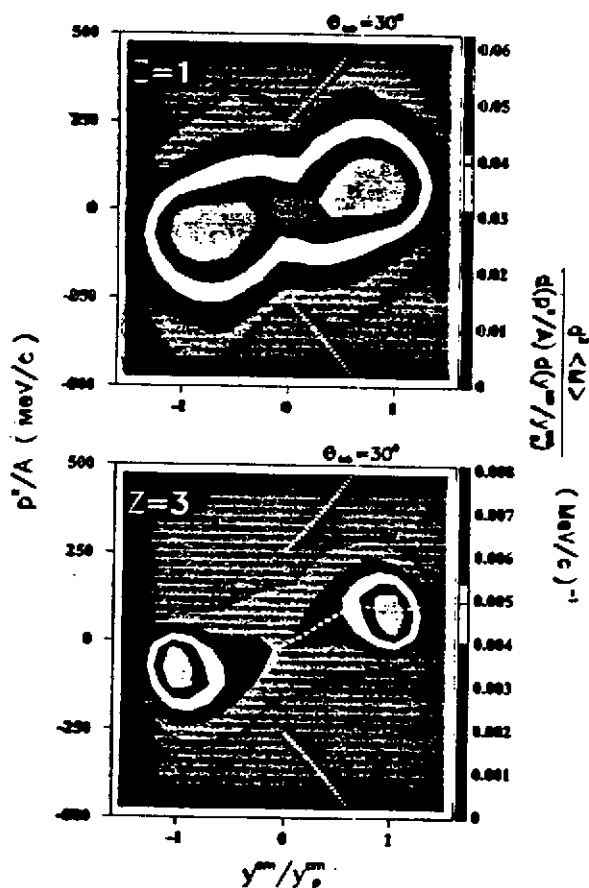


Figure 14: Invariant cross section projected onto the reaction plane.

light products ($Z = 1$, top). New with respect to figure 12, is here the possibility to see deviations from axial symmetry: the sideways flow is clearly seen (bottom, dashed line) with the so called bounce-off of spectator matter at projectile rapidity and with the side splash of participant matter close to midrapidity. The 30° detector acceptance of FOPI phase I (dotted line) is a negligible limit for $Z=3$ products but it is non negligible for $Z=1$. From this figure it can be seen that a separation in spectator and participant is non trivial, even at 400 A MeV, especially for light products. The events of figure 15 are classified according to a PM4 multiplicity and correspond to semi-central collisions (see below).

In an event by event analysis a first goal is to divide events into different classes, which are representative for the collision geometry, in order to study the impact parameter dependence of the collision. For this purpose, one or several global variables (a global variables is

measure of the attainable accuracy; it is displayed in figure 13 as a function of the product multiplicity. Depending how complete the event was measured by including in the analysis the various subdetectors of FOPI phase I and II, it can be shown that the reaction plane can be deduced with a precision, as good as 18° for intermediate values of the multiplicities (intermediate impact parameters). After having determined the reaction plane, it is possible to produce a new type of rapidity plot [17], where the invariant cross section is projected onto the reaction plane as displayed in figure 14. Taking advantage of symmetry arguments, the cross section measured in the forward center of mass hemisphere is used to be plotted mirror symmetric in the backward hemisphere. As already noticed in connection with figure 12, the heavier products ($Z = 3$, bottom) give a more clean "image" of the reaction dynamic as compared with the

generated over all or over a large number of products in one event, as opposed to specific probes) are defined with the aim to find a monotonic strong dependence with the impact parameter, with small

fluctuations. Depending on bombarding energy, experimental filter or on the observable of interest for further analysis steps, the best suited global variable, or best combination of variables, can be different. In this context, simulations based on theoretical predictions (for which b is known a priori), can be a useful tool to study the various sensitivities and effects (caution should be taken: the possible model dependences need to be investigated).

In the past one of the most used *global variable* has been the *particle multiplicity*. Depending on the analysis purpose different definitions were used: total multiplicity or subsets of it like, participant, spectator, for the full apparatus or for subsystems (fig. 13). Generally, the multiplicity distribution (see fig. 15) has a plateau with a drop toward high multiplicities and, as standard procedure [18] one uses the multiplicity value $PMUL_{1/2}$, where the distribution drops to half the plateau value, in order to define the interval $PM5$ for the events above this value, while below the interval is subdivided into four equally spaced bins, $PM1$ - $PM4$. The multiplicity distributions measured for Au on Au at 150, 250 and 400 A MeV within $7^\circ < \theta_{lab} < 30^\circ$ are shown as example in figure 15.

A global variable, which turned out to be quite useful for the FOPI cluster measurements is the quantity **ERAT**, defined as the sum over all particles in one event of the ratio between the transverse to the longitudinal energies:

$$ERAT = \sum_i E_{\perp,i} / \sum_i E_{\parallel,i}$$

The quantity ERAT is a measure of how much of the initial longitudinal target/projectile velocity is transformed, during the collision, into transverse motion by nucleon-nucleon collisions and other processes. Since at these incident energies ($100 < E_{in} < 400 A MeV$),

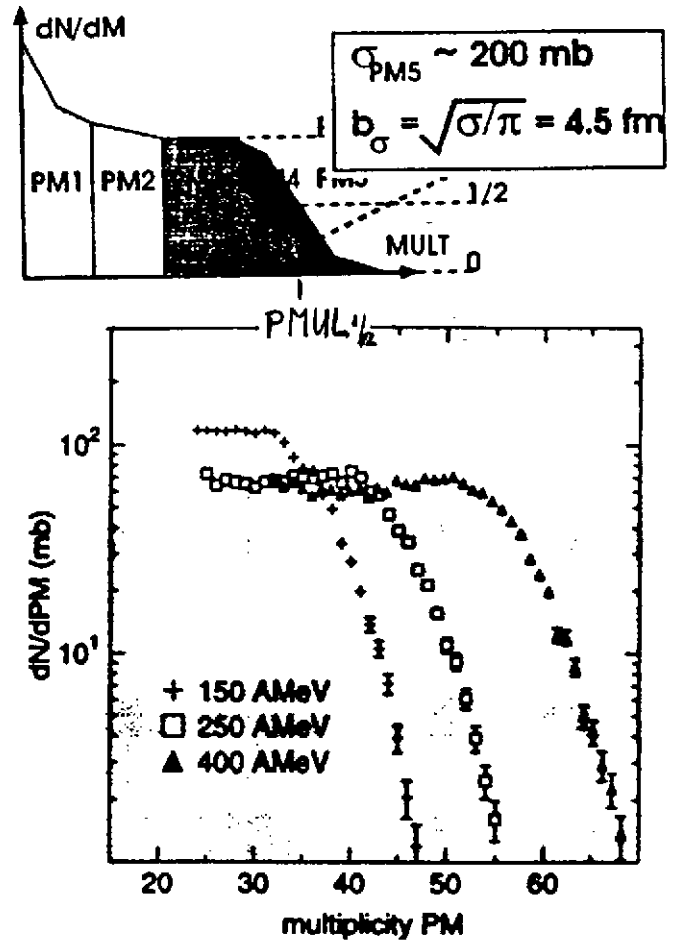


Figure 15: Multiplicity distributions and multiplicity bins.

the energy dissipated into internal excitation of nucleons (e.g., Δ 's) is negligible and also $E(\rho, T = 0)$ has overall small variations, the total energy, which has to be conserved, is essentially kinetic and can be approximated into a longitudinal and a transversal part, $E_{tot} \sim E_{\perp} + E_{\parallel}$. For this reason, other global variables based on the transverse [19] or longitudinal energies alone [20] or based on longitudinal velocities [21] can be considered as equivalent to ERAT (at lower energies the Coulomb and EOS energy can not be neglected). The observable ERAT has similar properties and applications as the total kinetic energy loss TKEL of deep inelastic collisions [22] at lower bombarding energies ($5 < E_{in} < 50 A MeV$).

The ERAT-distributions measured for Au on Au at 150, 250 and 400 A MeV are displayed in figure 16 on a logarithmic scale. They differ one from the other only slightly. When comparing experimental results, or when comparing a theoretical calculation with experiments, it is a strongly recommendable rule to do such comparisons on the base of equal integrated cross sections as opposed to bins with specific limits (bins in PMUL, ERAT, etc...).

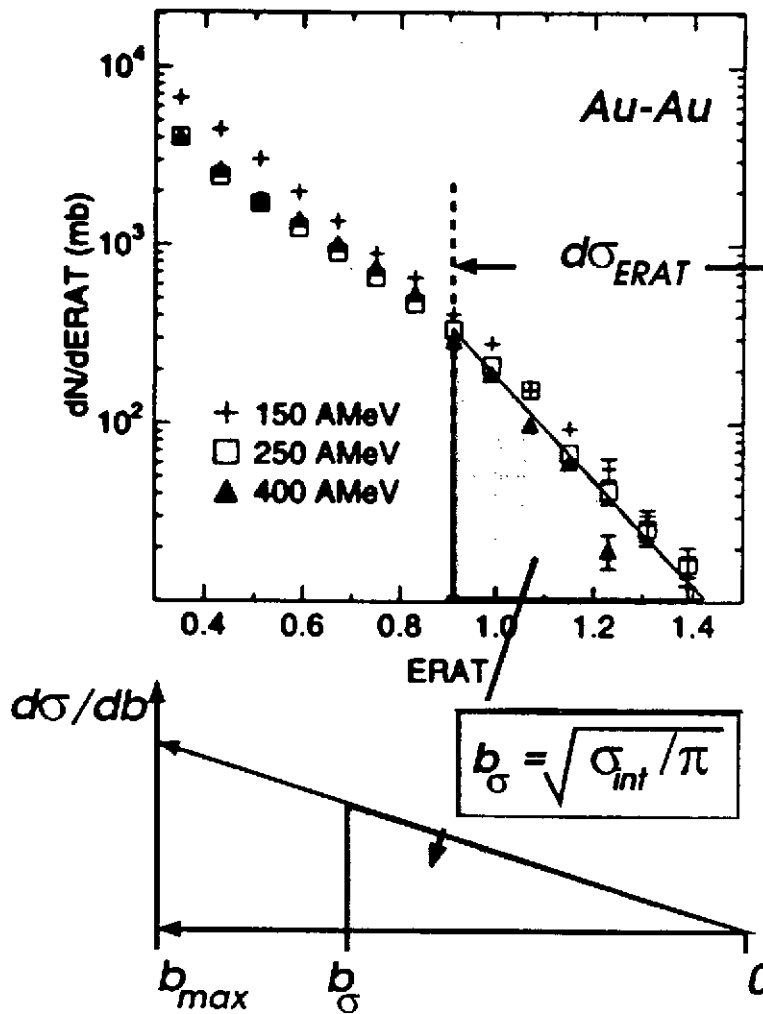


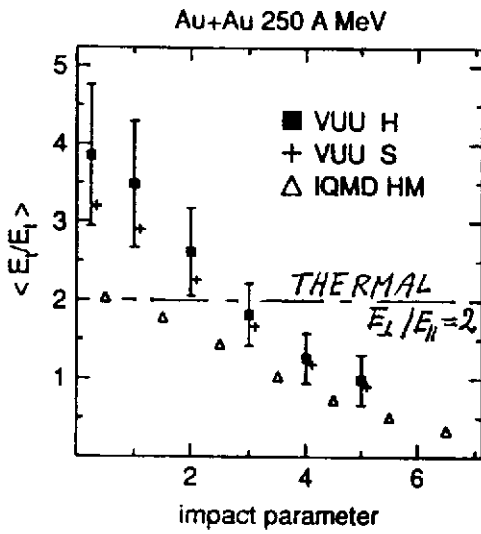
Figure 16: Transverse to longitudinal energies and geometrical cross sections.

This requires the integration of the cross section as a function of the global observable of interest, in this case ERAT, starting from the side where central collisions are expected (in this case large ERAT-values), assuming a monotonic dependence: to each value of the integrated cross section corresponds a value of ERAT. Neglecting fluctuations, on the base

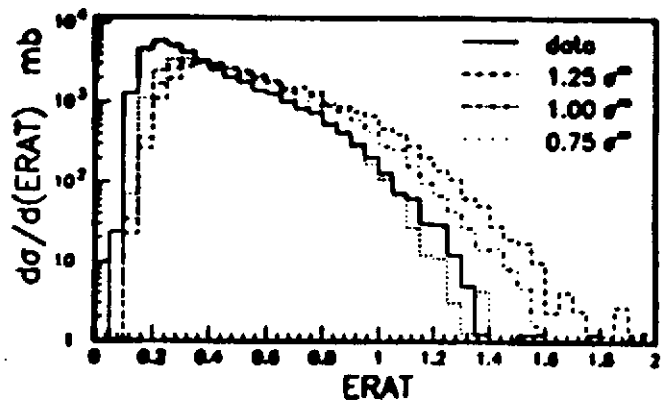
of geometrical cross sections (sharp cut-off approximation), to each value of the integrated

● observable: ERAT

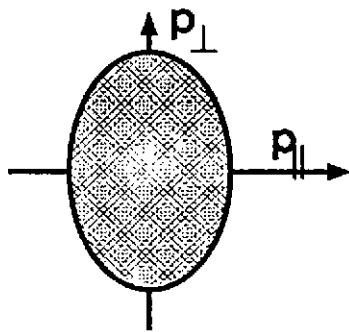
PHYSICS: $\sigma(N-N)$, stopping
thermalisation, EOS,
transverse flow



VARIATION OF $\sigma(N-N)$
Au-Au, 400 A MeV, FOPI-FILTER



CENTRAL COLLISIONS:



oblate: trans. flow
prolate: small stopping

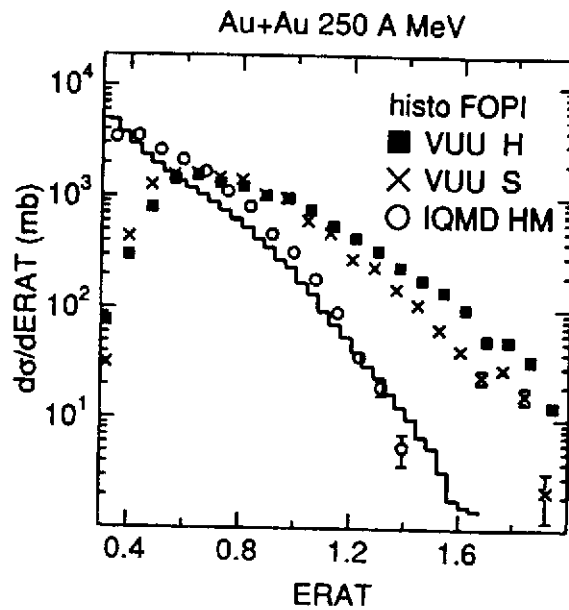


Figure 17: The physics of ERAT.

cross section is associated an impact parameter, b_{exp} . Using this procedure for a comparison of results, has the advantage to be more direct, less biased, where effect due to the experimental filter or due to uncertainties in the theoretically calculated global variable (e.g. ERAT) are mostly eliminated; effects due to fluctuations (to a fix impact parameter is not associated a unique ERAT value) remain unavoidable.

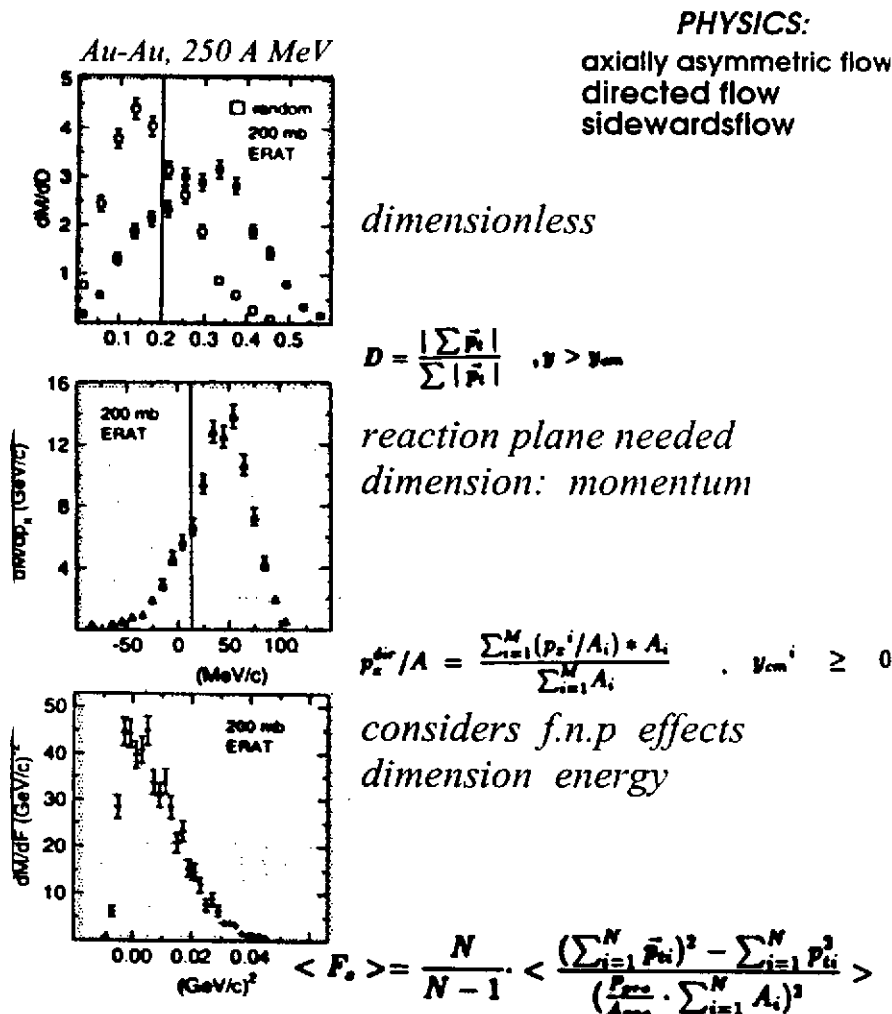


Figure 18: Definition of sidewaysflow quantities.

Physics of ERAT(which observable for which physics): the global observable ERAT has an interesting sensitivity to the cross section of nucleon nucleon collisions, σ_{nn} and consequently to stopping, thermalisation and flow (transverse versus longitudinal) in nucleus nucleus collisions. Considering (see figure 17a) the results obtained, within the full solid angle, from transport theories [23], [24], as a function of the known impact parameter b , it was surprising to see [26] that large differences between codes exist, although the sensitivity to the EOS is small. One model (IQMD) reaches, for central collisions, the thermal limit of 2, while the other model exceeds largely this limit by a factor of ~ 2 .

In a test of the sensitivity of the ERAT-distribution on the σ_{nn} , it has been seen that variations of $\pm 25\%$ lead, at large ERAT values, to variations of $\pm 15\%$. Notice that the distributions of figure 17b are derived taking into account the FOPI phase-I acceptance (30° -cut) as opposed to the 4π -distributions of fig. 17a. The apparatus filter reduces the ERAT values of ~ 2.1 by about 26% to a value of ~ 1.56 : as a consequence, extrapolated to 4π , the variation of $\pm 25\%$ for σ_{nn} leads to an estimated variation of $\pm 20\%$ for the ERAT

Efficiency:

Model estimate, IQMD:

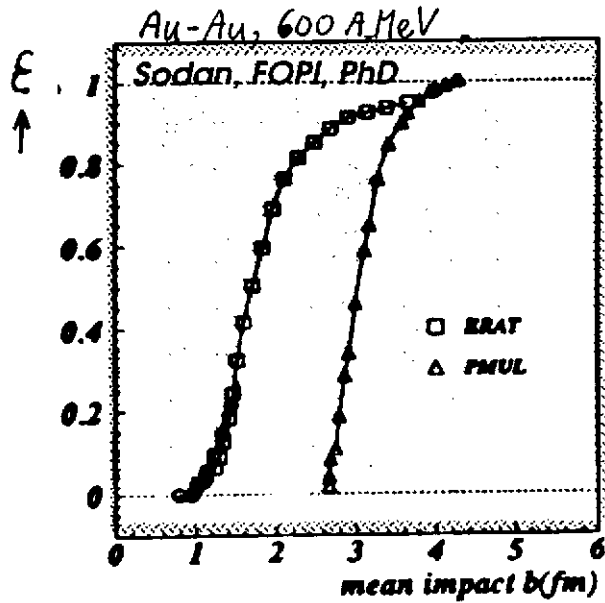
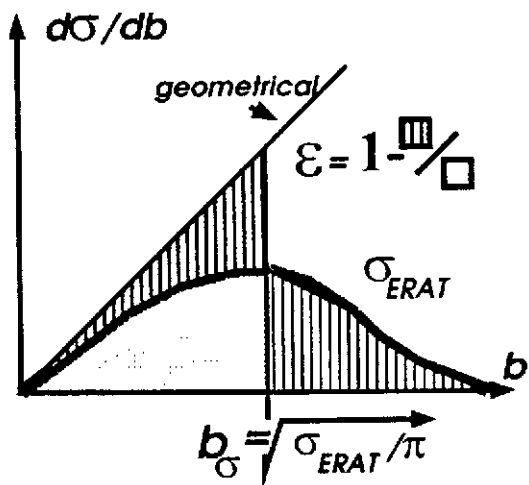


Figure 19: Efficiency of an impact parameter determination. The reaction is Au on Au at 600 A MeV. The model is IQMD(HM).

values at $b \rightarrow 0$. In the Danielewicz calculations of figure 17a, σ_{nn} would have to be reduced by almost a factor of two in order to reproduce the IQMD calculations. The experimental results, as shown in figure 17c, are more consistent with calculations like IQMD [24] or QMD [27] which predict a roughly isotropic source for $b \rightarrow 0$, as opposed to calculations like BUU [23] or QMD with Pauli potential [25], which predict a strongly oblate source, in particular for the heavy products and would request a reduced NN cross section.

Reassuring, it is interesting to see this sensitivity of ERAT on σ_{nn} and its insensitivity on the EOS, although this issue deserves to be worked out more systematically with the improved coverage of the FOPI-detector of Phase II.

An additional global observable of interest for the FOPI cluster experiments [28], is the **directivity**, D as defined in figure 18. Comparable quantities are: the *directed flow*, p_x^{dir} and the *sideways flow* F_s , all defined in figure 18. The corresponding experimental distributions can also be seen in figure 18 for the same events of the class ERAT, most central 200 mb. Central collisions correspond to small value of D. A random distribution, as shown in figure 18a, where the azimuthal angle of the products in one event are randomized, shows that, even for $b \rightarrow 0$, the experimental directivity has a non zero positive value and a selection criterium for central collisions based on directivity needs to take this into consideration. Within the FOPI collaboration, extensive studies using p_x^{dir} [29] as well as F_s [32] were performed.

For a **reconstruction of the impact parameter b**, two aspects are determinant: the *accuracy* and the *efficiency*. This is illustrated in the case of the most central collisions in

figure 19, based on IQMD simulations [30]. The procedure for a global variable like ERAT is the following (for PMUL it would be very similar): one selects a given amount of cross section for events with large ERAT values (ERAT-bin), as expected for the most central collisions. Using the theoretical model, it is possible to determine the $d\sigma/db$ distribution which corresponds to such events (left side of the figure). To such a $d\sigma/db$ distribution correspond also

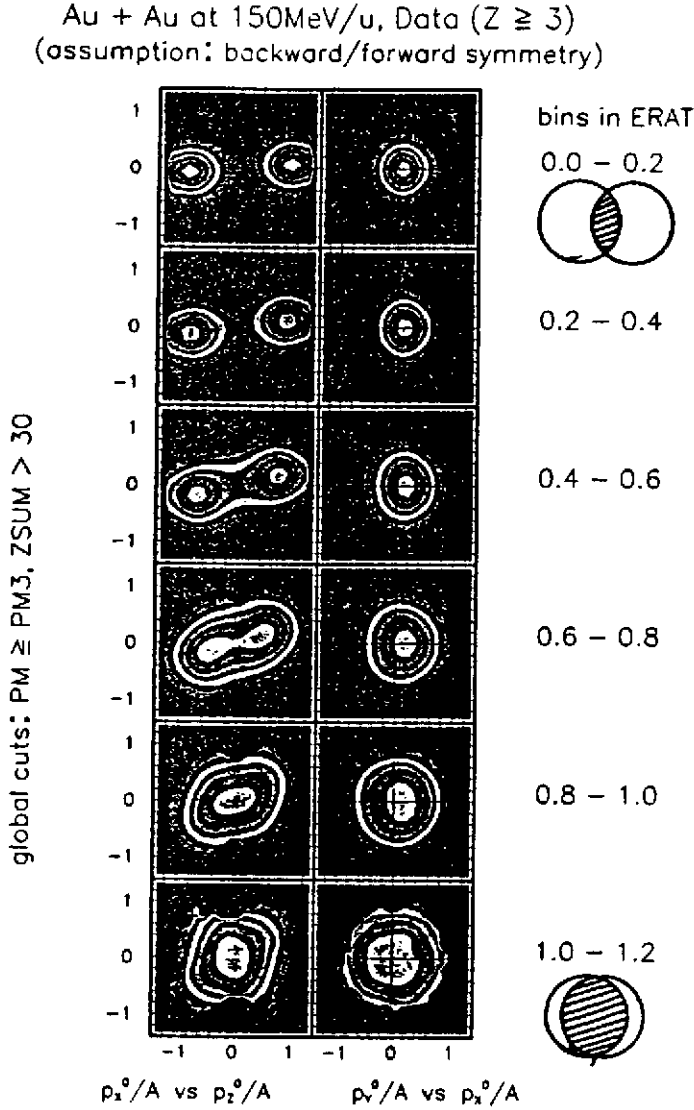


Figure 20: Measured invariant cross section for selected impact parameters.

reduce possible biases, two aspects need to be considered: (i) the global observable should be only weakly correlated with the final observable of interest (one observable should be kind of orthogonal with respect to the other one) and (ii) the cut based on one observable should

a triangular sharp cut-off distribution of the same cross section. As efficiency one determines the fraction of the $d\sigma/db$ cross section which is inside the sharp cut-off triangle. On the right side of the figure is indicated the calculated dependence of the efficiency on the size of the cross section, which can be taken as a measure of the quality of the selection as a function of the impact parameter. Using ERAT, according to the model, central collisions inside $b \sim 2fm$ can still be selected: smaller b-values can hardly be selected.

The selection of impact parameters is however only the initial step towards the final physics result of an experiment analysis. The question can be raised, to which extent a pre-selection based on a specific global variable may influence the final result. In order to

not be too restrictive. In this respect it may be interesting to relax the condition on one global observable and use a selection based on more than one global observable. The FOPI collaboration has used, among others, the following selection criteria: PMUL-D, ERAT-D, ERAT-PMUL-D, etc.

It has been proposed recently [31] a so called *neural network method*, in order to improve, while using a combination of several global observables, the impact parameter determination. Based on QMD simulations, such a method can lead to improvements as large as a factor of 4 with an uncertainty of $\sim 0.3 fm$ in the b determination of Au on Au collisions. The FOPI collaboration has not yet applied the method to its data; a drawback of such a method is, that for a final result, it is not easy to define what has been considered and what has been rejected by such a complicated selection. Important is in a comparison of theory with data, that both types of events are treated in an identical way; *the simplicity and transparency* of a method can be rewarding for an understanding of the underlying physics.

An additional important aspect of the event analysis is to avoid autocorrelations by excluding in the preselection the particles of interest (POI) directly used to obtain the final result.

After a preselection of the collision geometry, a large set of possible investigations remain open. This report will concentrate on a rather restricted set; it is also quite restricted with respect to all the results obtained by the FOPI-collaboration! Figure 20 illustrates the large information available when ERAT-bins are used for an impact parameter selection. By restricting the analysis to the clusters, making use of the forward backward symmetry of Au on Au, and projecting the invariant cross section onto the reaction plane [32], as for figure 14, the evolution from peripheral to central collisions can be seen step by step. Most of the following FOPI results, deal primarily with the most central collisions where a single large *source* is produced. The ALADIN studies deal, in peripheral and semi central collisions, with the spectator source. It remains to be discussed, in each of these two cases, how *clean* such sources are with respect to a pre-equilibrium early emission from surfaces or from remnants of other undesired sources, like spectators or participants or neck particles.

3. Thermalisation, flow and multifragmentation.

What is the content of the **sources** observed in various experiments? An overall view is given in figure 21: the abscissa indicates, on a logarithmic scale, the energy available per nucleon, or free energy, at disposal in total for internal excitation; e.g. for central collisions of symmetric systems this corresponds approximately to one quarter of the incident laboratory

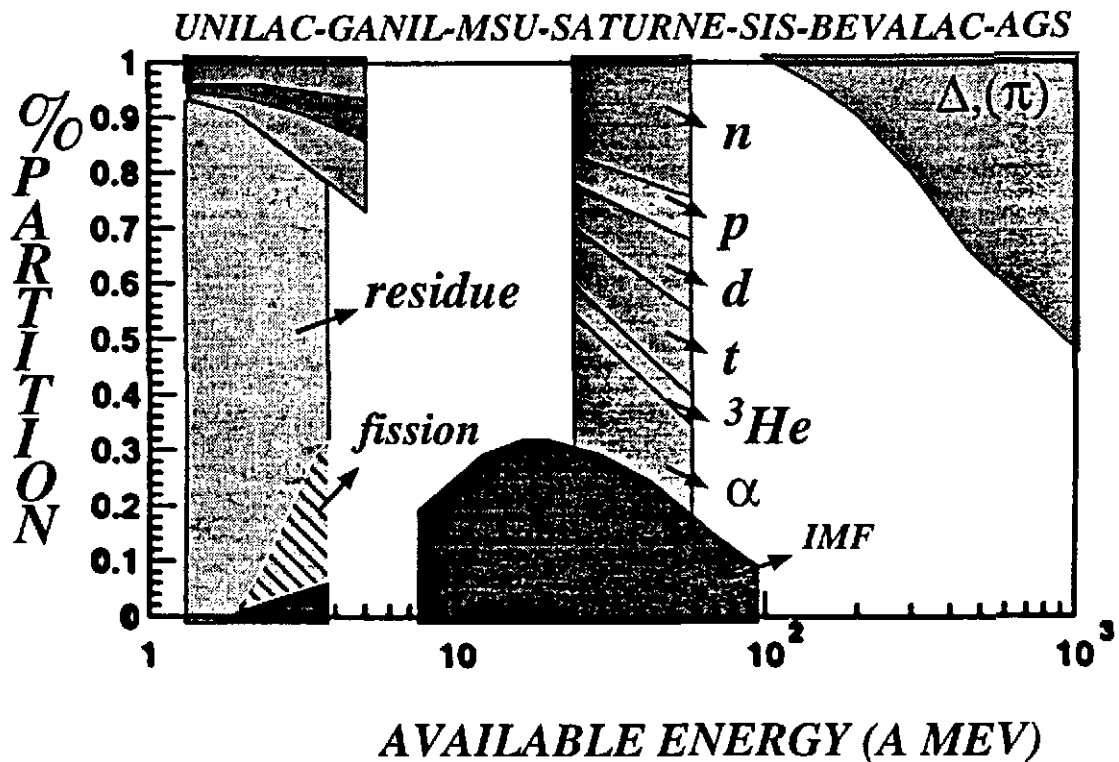


Figure 21: Partition of the total mass of the "sources" into outgoing channels. The measurements were performed at different laboratory: (i) UNILAC-GANIL, Mo-Mo, 18.7-23.4 A MeV, (ii) MSU-Saturne, Kr-Au, 35-400 A MeV, (iii)SIS, Au-Au, 100-400 A MeV, (iv) SIS-BEVALAC-AGS, pion production

energy. The ordinate gives the partition of the source, how the total number of nucleons in the system is divided into the different outgoing channels, at low energies $n, p, d, t, {}^3\text{He}, {}^4\text{He}$, clusters (IMF's), fission and heavy residues. At high incident energies, above pion threshold, the pion multiplicity observed in the BEVALAC/SIS and AGS-experiments [33] is used to estimate the number of nucleons excited to Δ -resonances. The results at the low energy end were obtained in deep inelastic collisions of ${}^{100}\text{Mo}$ on ${}^{100}\text{Mo}$ [34] using the total kinetic energy loss (TKEL) for the available energy: it corresponds to an evaporation process of two mass 100 nuclei. The partition into light particles and IMF's at the center of the displayed energy range was obtained in "central" Au on Au collisions by FOPI [35], [32], therefore for a total system of ~ 400 nucleons. The FOPI measurement of clusters is in good agreement with a result on central collisions of Kr on Au obtained at MSU and SATURNE [36] which extends the IMF information of FOPI down to available energies of 7.5 A MeV; it shows the region of maximum IMF production placed about at the FERMI energy. This IMF production is also consistent with the recent ALADIN results [37] obtained for a spectator source of varying size. From these various results, obtained with "sources" of different dynamical

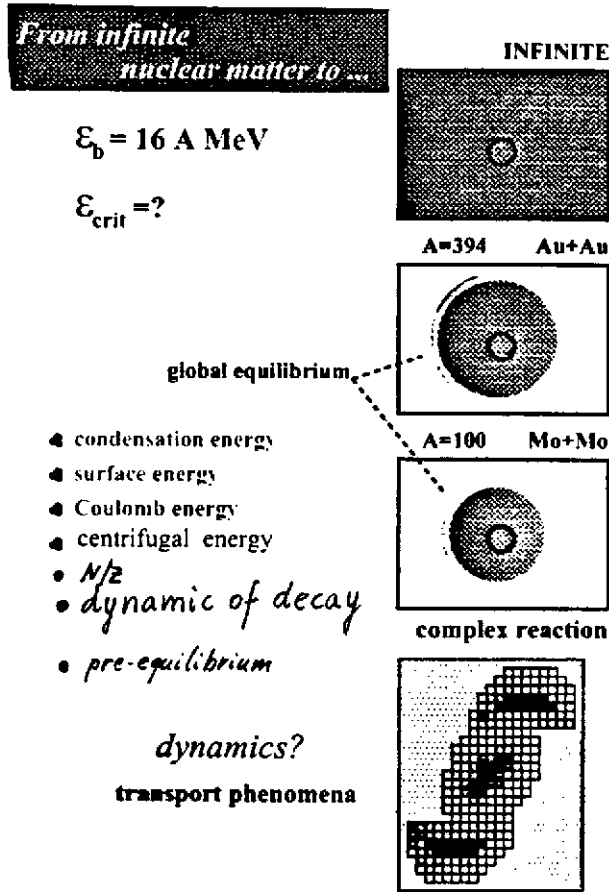


Figure 22: From infinite nuclear matter to ... a reaction.

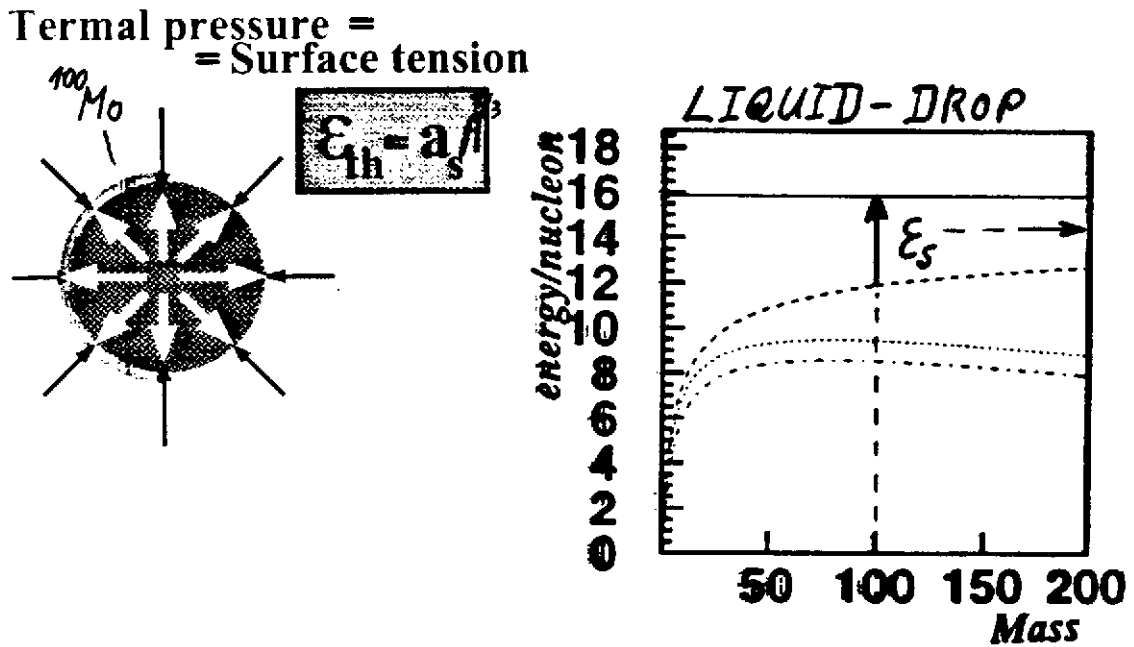


Figure 23: Starting point of the expansion.

cal situations, a general behaviour seems to emerge in particular for the IMF production (multifragmentation).

It would be interesting to obtain further experimental confirmations with systematic investigations, where size, energy and dynamical situation are varied. Concerning the determination of the available energy it would be interesting to elucidate to which extent it is thermalized, this will be discussed later.

Assuming that the system breaks-up as a thermalized source, then the partition of figure 21 could be compared with the partition predicted by statistical models, in order to identify possible characteristics of a liquid gas phase transition. As illustrated in figure 22 an extrapolation, from experimental observables, to the properties of infinite nuclear matter requires many considerations about finite size effects and the dynamics of the decay, even assuming a thermalisation at break-up. In addition, the question of how thermalized the "sources" are and if the object of interest is not contaminated by other sources needs to be considered for all sources and depends on *time scales* for the interaction, thermalisation and emission.

The infinite matter properties to be tested depend on the path of the dynamical evolution for the considered system. What happens to a nucleus when it is heated? As discussed in the following, three regions can be considered: (i) **evaporation**, (ii) **expansion** and (iii) **explosion**.

In the *evaporation* region the temperature of the nucleus rises according to a Thomas Fermi statistic without large density variations (only smearing of the surface). Since a long time it has been discussed (see e.g. ref. [38]) that there is a limit in temperature (or energy) that a hot nucleus can sustain. A simple, schematic view of this problem is shown in figure 23: when the internal thermal pressure exceeds the cohesive surface tension a nucleus begins to expand.

For the expansion and explosion region interesting results were obtained at SIS by ALADIN and FOPI. Particularly interesting is the recent measurement by ALADIN [37] of a so called *caloric curve* as shown in figure 24.

In Au on Au collisions at 600 A MeV the decay of the spectator source, which varies in size and energy deposition depending on impact parameter, is used to derive such a curve. The global observable used here for a measure of the impact parameter is Z_{bound} , which gives the total charge of the spectator source, except for hydrogen products. The original excitation energy of the decaying system is inferred from the measured kinetic energies of all products and from experimental ground state binding energies (see figure 25a).

The temperature of the *source*, T_{HeLi} is obtained by measuring the ratio of the yield for ${}^6Li, {}^7Li$ with respect to ${}^3He, {}^4He$ isotopes. The principle of such a *thermometer* relies on the

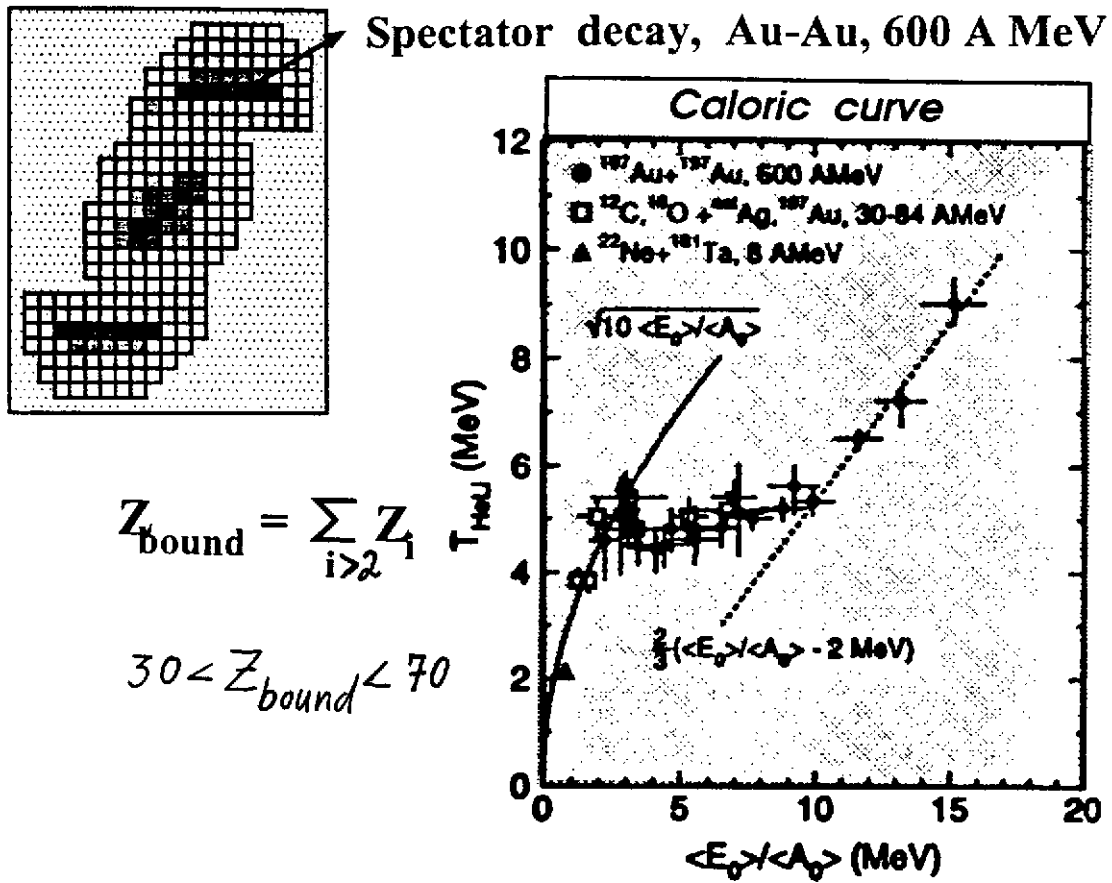
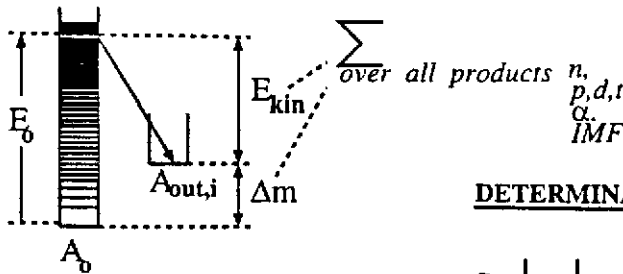


Figure 24: The caloric curve measured by ALADIN.

DETERMINATION OF THE EXC. ENERGY



DETERMINATION OF THE TEMPERATURE

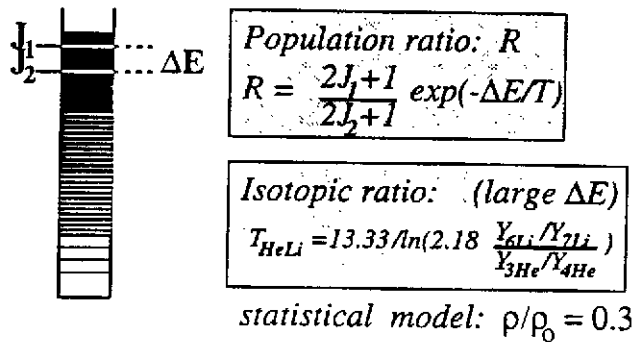


Figure 25: Determination of the free energy and of the temperature.

exponential rise of the level density of the system as a function of excitation energy and on the difference in binding energies of particle to be emitted. The energy used for the binding of a specific particle has to be taken from the overall *thermal bath* and therefore, particles with different binding sample different excitation energies (temperature) of the system. The good sensitivity of this method used by ALADIN is based on the large difference in binding energy of ${}^3\text{He}$ with respect to ${}^4\text{He}$; the different ratios help to reduce side effects coming from N/Z variations and sequential evaporation. This phase space approach relies on a statistical model for the level density and on the break-up density which was assumed to be of $\rho = 0.3\rho_0$.

DYNAMICAL MODEL G.Papp, W.Noerenberg, Preprint GSI-95-30

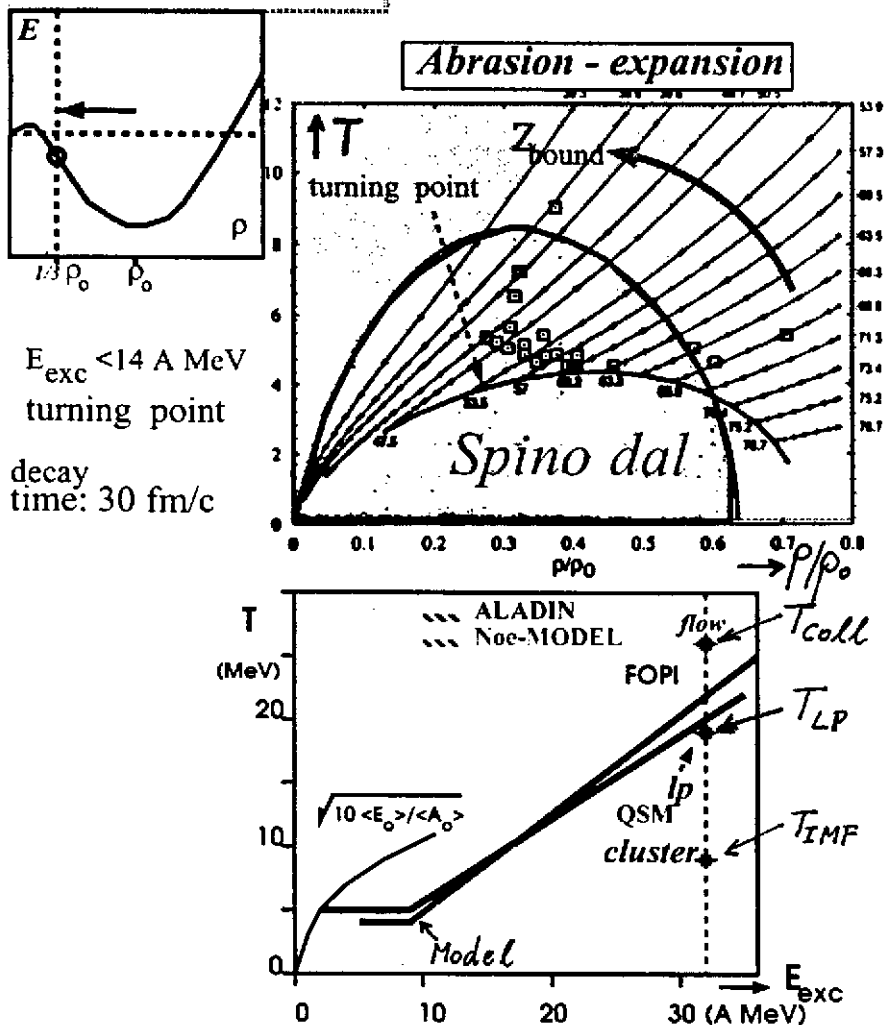


Figure 26: A simple dynamical model.

an adiabat becomes negative, see figure 2). A simple abrasion model defines the size

The caloric curve measured by ALADIN, complemented with previous results, shows (fig. 24), as a function of increasing energy deposit, first a rise, as expected for evaporation, then a plateau; starting at 2-3 A MeV the value of T_{HeLi} remains constant until ~ 10 A MeV, where T_{HeLi} shows a drastic increase again.

The behaviour of this caloric curve has been recently explained by a simple model developed by Papp and Nörenberg [39], whose results are shown in figure 26. On the upper right hand side is shown a phase diagram as function of temperature and density. The indicated spinodal region is a region of instability in the (ρ, T) -plane where the system undergoes volume instabilities (the derivative of the pressure with respect to the density along

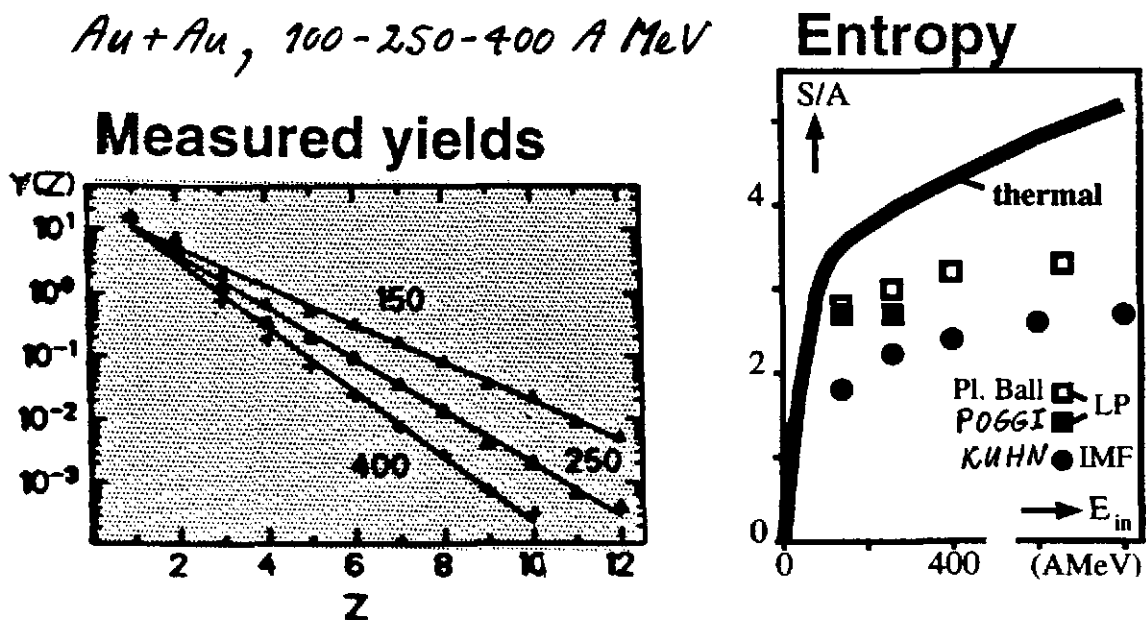


Figure 27: The entropy determination.

(Z_{bound}) and excitation energy (temperature) for an assumed equilibrated source as a starting point in the (ρ , T)-diagram with normal density.

The hot system expands and cools down along adiabates until the work necessary for the expansion exhausts the available energy and the turning point on the $E(\rho)$ potential is reached (fig. 26a). During this expansion only few nucleons are evaporated. The system spend most of the time ($\sim 30 fm/c$) at the turning point, in the spinodal region where fragmentation occurs. For excitation energies above 14 A MeV no turning point exists any more. According to this model which does not describe the formation of clusters, the time the system spend in the spinodal region is, in the average, not sufficiently long for large shape instabilities to develop. As shown in figure 26c, this simple model (dashed curve) foresees the presence of a plateau and of a steep rise above $E_{av} = 10$ A MeV, in agreement with the ALADIN data.

Within this model the origine of the plateau is mostly due to the expansion work (the deposited energy goes into expansion work) and partly due to the *latent heat* (the energy goes into surface energy of the fragments) as it was anticipated in previous model calculations [40], [41].

It is also interesting to understand, within this scheme, the FOPI results obtained for the *explosion* region at higher incident energies. In figure 26c are indicated the values of three

differently extracted temperature for one and the same available energy of 32 A MeV. This corresponds to *central collisions* of Au on Au at 150 A MeV but with different approaches: (I) from the cluster yield, T_{cl} , (II) from the yield of light particles, T_{LP} , and (III) from the flow energy extracted from experiment. The first two methods rely on statistical models like for the ALADIN results: method (II) with T_{LP} is the most similar to the T_{LiHe} determination of ALADIN and results consistent with the caloric curve are obtained in this case. The other two methods, (I) and (III), give different results as it will be discussed in the following.

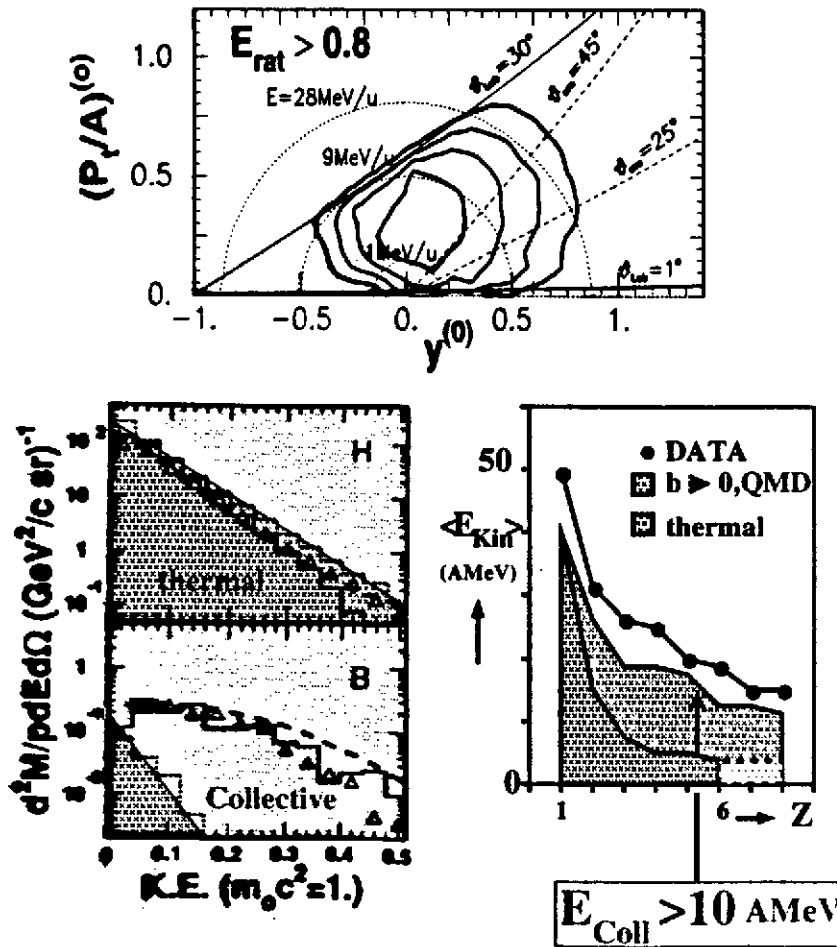


Figure 28: The determination of the radial flow.

agreement with the early plastic ball data [18] and are significantly below the values expected for a full thermalisation of the system at freeze-out (all free energy is thermal). The cluster

Figure 27 shows an example of the yield distribution measured by FOPI in central Au on Au collisions at 150 A MeV, using the forward wall for clusters and the telescopes for the light particles. The data were extrapolated to 4π and normalized to the total mass, 394 of the system; the neutron yield was inferred using mass and charge conservation.

Using the statistical model QSM [42] and FREESCO [43], in an analog way as for the ALADIN results assuming a freeze-out density of $\rho/\rho_0 = 0.3$, entropy and temperature were deduced separately from the cluster yield and from the light particle yield. The results obtained for the entropy as a function of the bombarding energy are displayed in figure 27b: the light particle data of Poggi et al [35] are in agree-

data give [44] an even lower entropy value, what may be indicative that the collision has not introduced a complete disorder (thermalisation) and a partial memory of the high density and of the initial correlations is preserved until the end of the collision.

Considering energy conservation, if the energy is not carried by thermal motion it may well be taken by collective motion since the internal excitation of products and their binding energy play a minor role at these bombarding energies.

Indeed a large **collective energy** was found [45] from an analysis of the kinetic energy spectra of the products as a function of their charge (mass). The way the analysis was carried out is illustrated in figure 28. The mid-rapidity source of the most central collisions was isolated on the base of the global variable ERAT (fig. 28a). For center of mass angles between 25° and 45° (for such angles no apparatus limitations and less bias from an ERAT selection is expected) the energy spectra were extracted (fig. 28b) and compared to the expectations of the statistical model, WIX [46]. The mean kinetic energy of the products was extracted as a function of their charge and QMD simulations were used to extrapolate the measured values to $b \rightarrow 0$. The difference for large Z 's between these extrapolated values and the expectations of the thermal model (with Coulomb) allows to extract a value for the collective energy, of at least 10 A MeV (Coulomb not included).

These developments were started a few years ago, in 91/92, during a stay of one year of Jorgen Randrup at GSI: at that time the statistical code FREESCO was extended (WIX [46]) to consider, at the moment of explosion, a collective velocity linearly increasing with radius (like in astrophysics for the red shift of an exploding star); deformed objects can also be calculated. The results of such a calculation for a spherical source are shown in figure 29 for the same data of figure 28.

At the bottom of figure 29 is illustrated how different methodes can be used to extract, from data, values for the collective energy, E_{coll} . On the left the kinetic energy *per nucleon* is plotted as a function of mass A ; E_{coll} can be read-off as an off-set, for large A , where the thermal energy, E_{th} vanishes with a fall-off of $1/A$. On the right side, the kinetic energy of the products (*total* and *not* per nucleon) is plotted as a function of A ; in this case E_{coll} is obtained from the slope of the curve.

Figure 30 summarizes the present status of the results on **radial flow** in the range of bombarding energies between 50 A MeV and 10 A GeV, including SIS-BEVALAC as well as GANIL and AGS energies. The mean collective energy, E_{coll} , is here replaced by a corresponding average radial expansion velocity, $\langle \beta_r \rangle$. All results were obtained for Au on Au collisions, except for the value at 50 A MeV which corresponds to the Xe-Sn system [1]. The results deduced from clusters ($Z > 2$) lie in general above the one extracted from the light particles ($Z < 3$). By extrapolating the data obtained from clusters to $\langle \beta_r \rangle \rightarrow 0$,

J.Randrup, *Comp. Phys. Comm.*, 77(1993)153.

Statistical model: FREESCO
+ collective expansion: WIX

$$E_{tot}^{kin} = E_{coll} + E_{th}$$

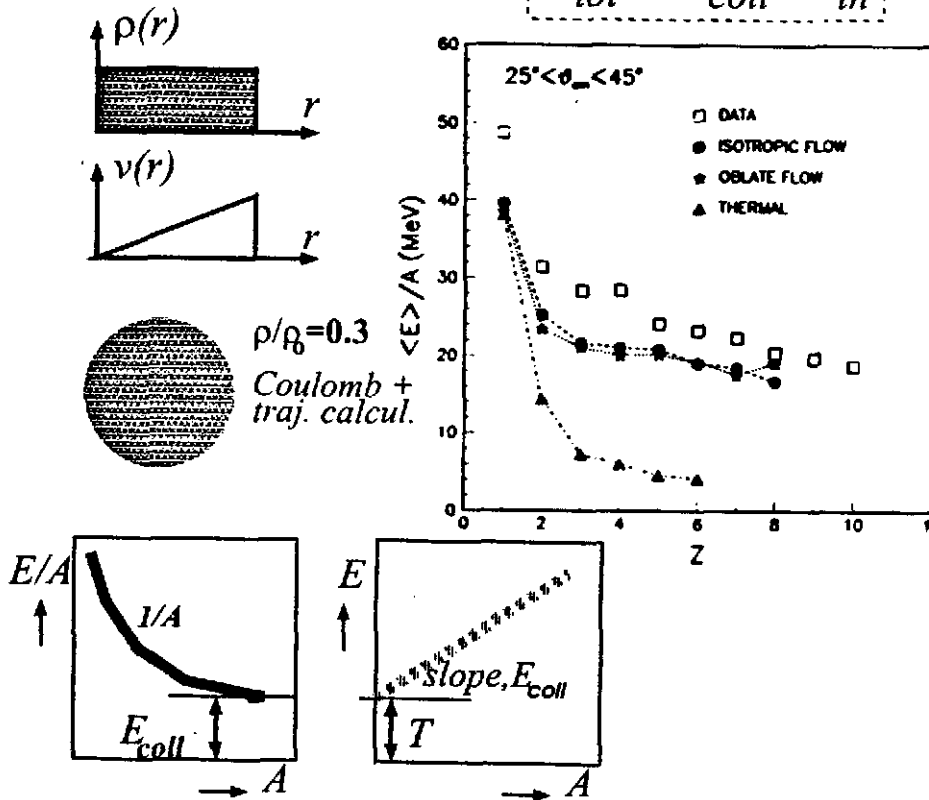


Figure 29: A global equilibrium picture.

one obtains a threshold energy, where explosion sets-in, $E_{in} \sim 35 A \text{ MeV}$ (corresponding to $E_{av} = 8.75 A \text{ MeV}$). This value is in agreement, within errors, with the energy where the caloric curve of ALADIN (figure 24) begins to rise after the plateau.

This threshold energy for explosion seems to have a general validity for nuclear matter where, as a function of energy deposit, the cohercitive nuclear forces are counterbalanced by the thermal pressure and the system (fire ball) starts to explode just above this threshold where the netto force becomes repulsive. As a consequence of the explosion, the amount of collective energy present at the end of the interaction rises rapidly when the available energy exceeds this threshold energy, E_{av}^{th} : a large fraction of the energy in excess of E_{av}^{th} takes the form of collective energy. According to the cluster measurement the collective energy can reach values of 50 % or more of the totally available energy. When compared to the collective energy associated with the directed flow, the radial collective energy is about a factor of ten larger. It is interesting to notice, as it will be shown later, that the threshold energy for directed flow - normally called balance energy where the netto forces between the two

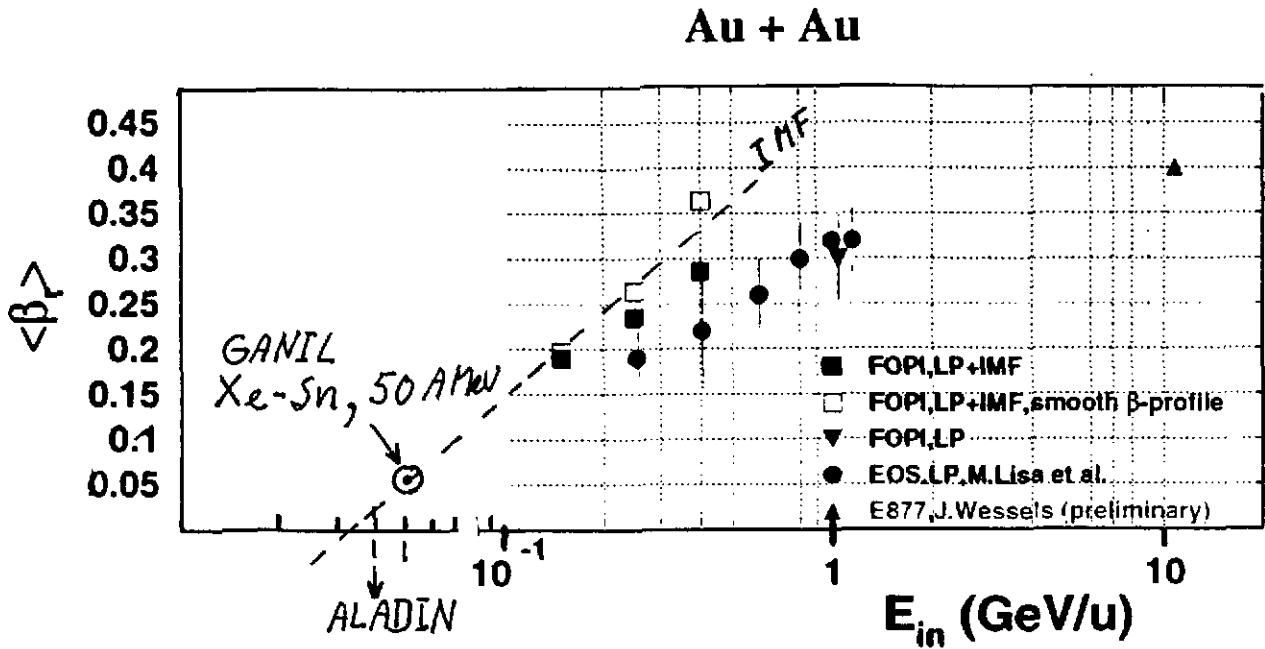


Figure 30: An excitation function of the radial flow.

colliding nuclei become, from attractive, repulsive - lies, within errors, at the same energy. This shows that most probably the same phenomenon is at the origin of both processes.

The squeeze-out process may also have the same origin. At the moment the associated threshold energy is not very precisely known but at about an incident energy of 100 A MeV, the azimuthal distribution of mid-rapidity particles changes from an in-plane to an out-of-plane distribution. The squeeze-out process is not only influenced by the energy deposit but also by angular momentum effects; this possibly explains the relative shift of thresholds.

This general character of net repulsive forces and explosion occurring for a deposited energy above E_{av}^{th} could also be discussed in the limit of infinite nuclear matter: similar energies and temperature are discussed in connection with the threshold energy for a supernova explosion.

The temperature at freeze-out of an homogeneous exploding system can also be deduced from energy conservation using the extracted collective energy: $E_{th} = E_{tot}^{kin} - E_{coll}$. The total kinetic energy per nucleon is determined by the center of mass energy and by binding energies, $E_{tot}^{kin} = E_{cm} + \Delta m$. In the evaluation of the binding energies, the mass excess of two gold nuclei and the mass of the final products is considered. From E_{th} , knowing the final particle multiplicity, MULT (neglecting sequential decay), the temperature can be derived from gas kinetics, $T_{coll} = (2/3)E_{th}/MULT$. For central collisions of Au on Au at $E_{in} = 150$ A MeV, a value of $E_{coll}/E_{kin}^{tot} = 55\%$ was obtained [47]. Corresponding values for $E_{in} = 250$ and 400 A MeV are 60 % and 75 %, respectively. Using the above indicated formula, a value of $T_{coll} = 27$ MeV can be derived for $E_{in} = 150$ A MeV. This value extracted

for T_{coll} is indicated in figure 26b and differs considerably from T_{LP} and T_{IMF} derived from the same data but from different outgoing products and using the statistical mode!

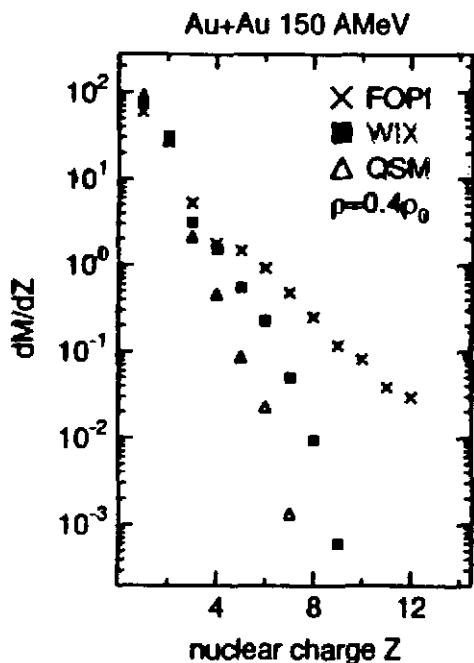


Figure 31: Comparison of statistical model calculations with measured yields.

Taking $T_{coll} = 27$ A MeV as temperature at freeze-out of the exploding system, using the statistical approach (FREESCO and QSM, assuming $\rho/\rho_0 = 0.4$), the yield distribution of figure 31 is obtained. For such a relatively large global temperature consistent with the extracted value of E_{coll} and with energy conservation, the measured yield distribution of clusters can not be reproduced by calculations. It is only with a low temperature of $T_{IMF} = 9$ MeV of figure 27 that the relatively large yield of IMF's can be reproduced. The temperature T_{LP} was deduced from the light particle yield [35].

This inconsistencies for the T , S/A and E_{coll} -values extracted with different methodes may be ascribed to different effects but , in general, it shows the need for transport theories in order to describe more correctly the formation and explosion of a *fire ball* produced in central nucleus nucleus collisions.

In the following various effects, partly trivial, responsible for the observed inconsistency in deducing the temperatures of figure 26b or the entropy of figure 27b or the collective energy of figure 28 are discussed. They are subdivided as follows: (i) effects due to the methode, (ii) due to finite size of nuclei and (iii) due to dynamics.

- (i) *Effects inherent to the methodes.*

More then a quantitative comparison of the various effects, what can be discussed, at present, are qualitative aspects. The extraction of E_{coll} from the data can be considered as a rather "robust" quantity, in the sense that it depends little on the assumption where the flow comes from: from the expansion motion or from the initial target projectile motion. Some influences on the extracted value of E_{coll} is given by the choice of the flow velocity profile, $v_{coll}(r)$: such a profile is approximatively given by the measured velocity profile of the heavy products (for the heavy products the thermal motion becomes negligible with respect to the collective motion). Other influences in the dermination of E_{coll} come from the section criteria and the observed angular range.

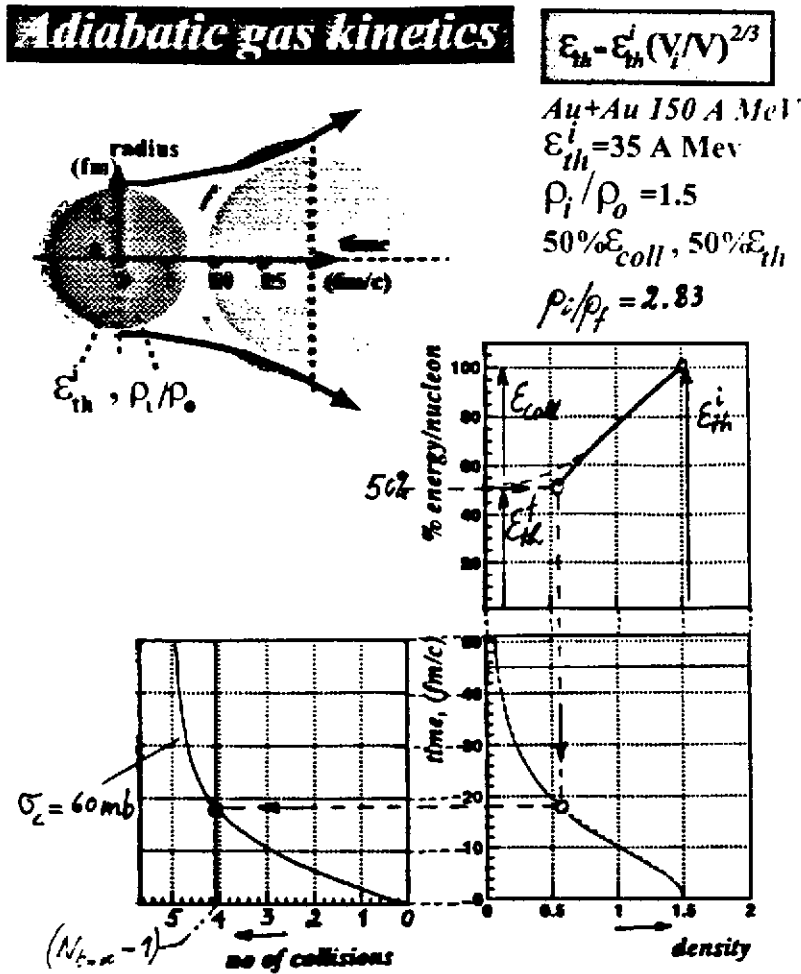


Figure 32: Very simple gas kinetics calculations

Effects due to the Coulomb acceleration of the outgoing products are more important at low energies; effects due to sequential decay are non-trivial to consider and further investigations are needed. The heavier products (IMF's) are more sensitive than the light one in the deduction of E_{coll} , but at higher bombarding energies they carry only a small fraction of the totally emitted nucleons (fig. 21) and may not be so representative for the behaviour of the full system.

The extraction of $\langle T_{coll} \rangle$ is based on the assumption of an explosion of a system in global thermal equilibrium: $E_{tot}^{kin} = E_{coll} + E_{th}$. It does not require a statistical model with a freeze-out density, but depends sensitively on the choice of a collective velocity profile, $v_{coll}(r)$.

The extraction of T_{HeLi} , T_{LP} and T_{IMF} are all based on global thermal equilibrium and on a statistical model which assumes a certain freeze-out density.

- (ii) *Size effects.* A behaviour different for light particles with respect to clusters,

similar to the one of figure 27 and 28 has been obtained in *hydrodynamic calculations* of an exploding fireball by M. Petrovici [48]. Such studies show that starting from a compressed system, assuming local equilibrium and a local freeze-out condition, the light particles are produced preferentially early from the surface, the clusters from the interior at a later stage of the explosion. In such a model the measured collective energy depends sensitively on the initial density but neglects the ground state energy $E(\rho, T)$, which is treated by transport theories. The hydrodynamic model is an interesting approach in order to study the expansion (without assuming global equilibrium) and in order to discuss differences between surface and volume effects. However the initial conditions, based on isotropy and local thermal equilibrium with a cold surface, seems rather unrealistic when compared to transport models.

One way to consider surface effects of the type usually called *preequilibrium emission*, has been investigated by Barz et al [49] and by Shen et al [50] combining transport model with a statistical disassembly calculation: the transport model estimates an amount of mass and energy emitted before the actual explosion takes place.

A very simplified description of the expansion can also be obtained within the *adiabatic gas kinetics* of a perfect gas which illustrates the sensitivity of the observed E_{coll} on the compression and maximum density. Such a simple skematic picture, shown in figure 29, considers an overall homogeneous volume with shap surfaces. During expansion, assuming adiabaticity, the thermal energy drops and from energy conservation the collective energy can be inferred. In the case where at the end of the expansion, the ratio of collective to thermal energy is 1 (like in experiment), the adiabatic gas kinetics predicts a drop in density by a factor of 2.83. Knowing the final density, the gas kinetics predicts from E_{coll} the initial density. It is also interesting to notice that within such a simple picture also the *time evolution* of energies and densities can be discussed (fig. 32b).

Introducing a cross section of 60 mb for the collisions among particles (nucleons, but not only), the time evolution of the number of collisions is predicted and the configuration, when the interaction vanishes, follows from such a calculation. Within this picture, the freeze-out condition can be discussed in relation with the condition of a vanishing interaction: normally both are taken to occur at the same time, at list within statistical approaches, what is not necessarily the case in reality.

- (ii) *Dynamical effects.*

Transport theories like BUU are very useful tools to study the collision dynamic and describe rather accurately one body densities and the occurence of nucleon nucleon

collisions, but are very limited with respect to the many body properties necessary for a realistic description of the cluster formation.

A transport theory with a realistic description of cluster formation would give the best frame to judge about the validity of simplifying assumption used in the less involved calculations discussed in precedence which are requisites for an extraction from the data of temperature, entropy, E_{coll} , etc.

A first instructive attempt to study the dynamic of cluster formation in a transport theory was undertaken by Peilert several years ago [51]. More recently were started, and are still in progress, new developments:

(a) Danielewicz [23] has used inverse cross sections in order to describe the association of few nucleons into light particles like d,t, 3He : the results of such calculations agree reasonably well with the telescope data of Poggi et al [35], but an extension of such a model to heavier cluster masses seems not to be feasible.

(b) an essential feature of these cluster models is to describe, viewed from the frame of a nascent cluster, the reorganisation of the surrounding nucleons into final products and to trace back the memory effects of the initial conditions as well as the history of the interaction, in particular of the two body collisions. Based on energetic, an early recognition methode was proposed by Randrup et al [52]; Aichelin et al [53] are implementing a similar approach into the QMD transport model. This is illustrated in figure 33.

(c) Bondorf et al [54] are developing also a new approach, the nuclear molecular model (NMD), where the cluster recognition is based on a measure of the spreading in phase space of the aggregating nucleons (figure 33).

In general, these studies of the dynamics point to the presence of non negligible memory effects on the initial distributions in momentum and coordinate space: global and even local equilibrium are not well satisfied (chemical as well as thermal). To the final collective flow contributes the expansion as well as the initial target/projectile motion.

It will be interesting to compare these new dynamical models with the Fermionic Molecular Dynamic (FMD [11]) which, as discussed in the introduction, is a more basic approach for a treatment of many body correlations and of cluster formation.

In studies of the fireball, an interesting aspect concerns the final **shapes of the fire ball**, how are the measured polar (and azimuthal) distributions of the yields and of the

J. Bondorf et al., Copenhagen

The spreading in phase space, tracing back to the initial conf.

$$\Sigma_k = \frac{1}{2A_i^{1/2}} \left[\frac{2}{A_i(A_i - 1)} \sum_{n,m(n>m)}^{A_i} \left[\frac{(\vec{r}_n - \vec{r}_m)^2}{r_0^2} + \frac{(\vec{p}_n - \vec{p}_m)^2}{P_0^2} \right] \right]^{1/2}$$

A_i : number of nucleons

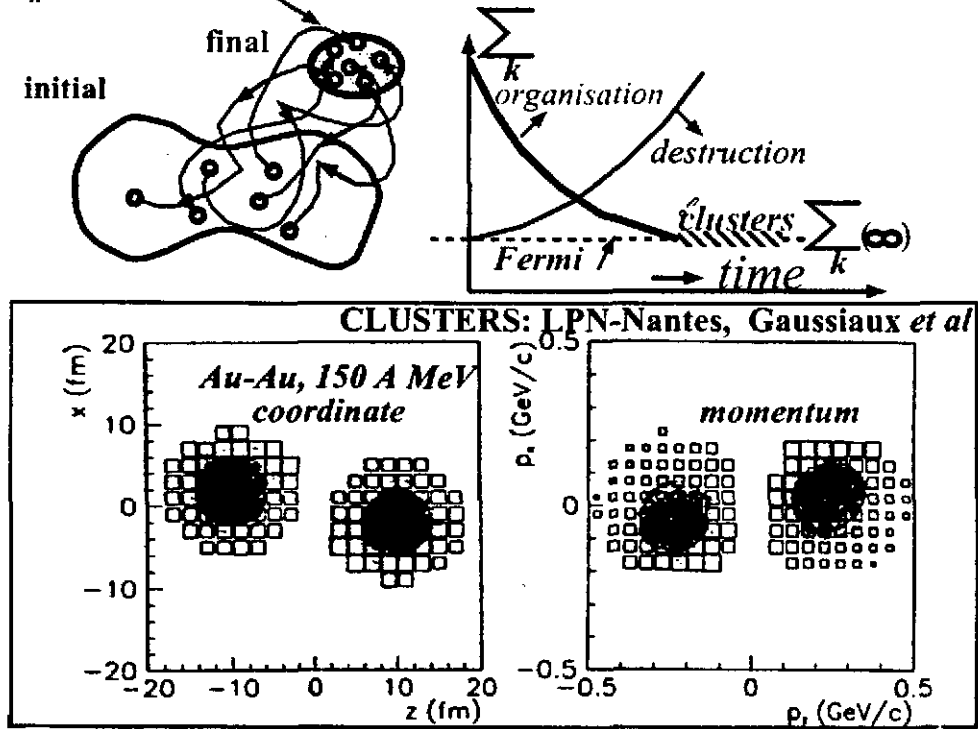


Figure 33: New dynamical models which describe cluster formation.

kinetic energies of all products or of light particles and of clusters (see previous discussion on the ERAT global observable). This is still a debated issue, within the FOPI collaboration, which is not easy to answer because of the FOPI phase I limitations and because of biases and autocorrelation effects in the event sorting.

Preliminary results were reported by Coffin et al [55] for 150 A MeV. Figure 34 shows preliminary results of Reisdorf [47] for three bombarding energies. In a comparison, the low incident energy (150 A MeV) shows more prolate shapes of the momenta (possibly less stopping due to Pauli blocking effects) then for the higher incident energies.

Without aiming at an exhaustive discussion of the sidwards flow analysis within the FOPI collaboration, one question is worth-while to be asked here: how are the radial flow and the sidward flow related? In figure 35 the sidward flow [29], previously defined in figure 18b, is given for three multiplicity bins, PM2, PM3 and PM4 as a function of incident energy in Au on Au collisions at 100 to 800 A MeV. The largest flow is observed for PM4-events.

When compared to the behaviour expected for scaling (dotted line showing proportionality to the incoming momenta), towards low energies a deviation is observed. An extrapolation with

straight lines, allows to determine the so called *balance energy*, E_{bal} , namely the incident energy for which the net forces between two colliding nuclei becomes from attractive repulsive. Incidentally, for a heavy system like Au on Au, because of the strong Coulomb repulsion as seen for Pb on Au [56] or Pb on Pb [57], the net forces are always repulsive, but the extrapolation can nevertheless deliver a balance energy, which is in agreement with the systematic as a function of mass for many lighter systems [1] which do not need an extrapolation. The balance energy of 62 A MeV is located just above the threshold energy of 35 A MeV for the radial flow (fig. 30). Considering that the radial flow is extracted for $b \sim 0$ and that the balance energy of figure 35 drops from PM2 to PM4, both energies may possibly coincide. The experimental errors are still rather large for the balance energy as well as for the extrapolated threshold energy of the radial flow. From these observations it is tempting to deduce that radial flow and sideward flow set-in for the same bombarding energy (or deposited energy) and that they possibly originate from the same phenomenon: when nuclear matter is heated above a given limit, matter begins to explode, the netto forces become repulsive and during a nucleus nucleus collision the matter is pushed to the side. Similarly to the question how the sideways flow is related to the radial flow, the relation between **squeeze-out** and radial flow can also be investigated. New FOPI results [58] are in agreement with the general expectations [59] that about at a bombarding energies approaching ~ 100 A MeV a transition occurs where a preferential out of plane emission takes over from an in plane emission. This is best seen at mid-rapidity, for intermediate impact parameters using the flow tensor frame and analysing the heavy products [60]. The energy where this transition occurs depends on impact parameters and possibly on angular momentum effects. At the moment it is premature to compare directly this transition energy with the threshold

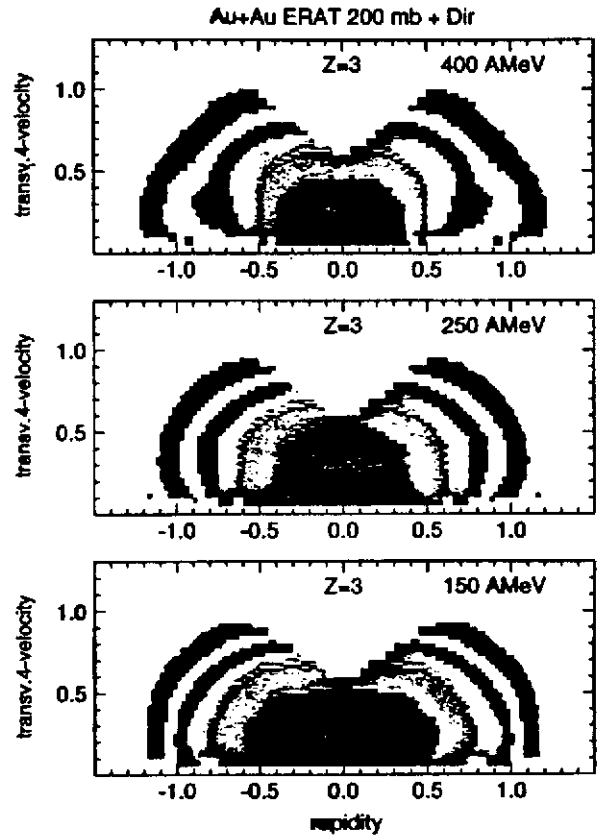
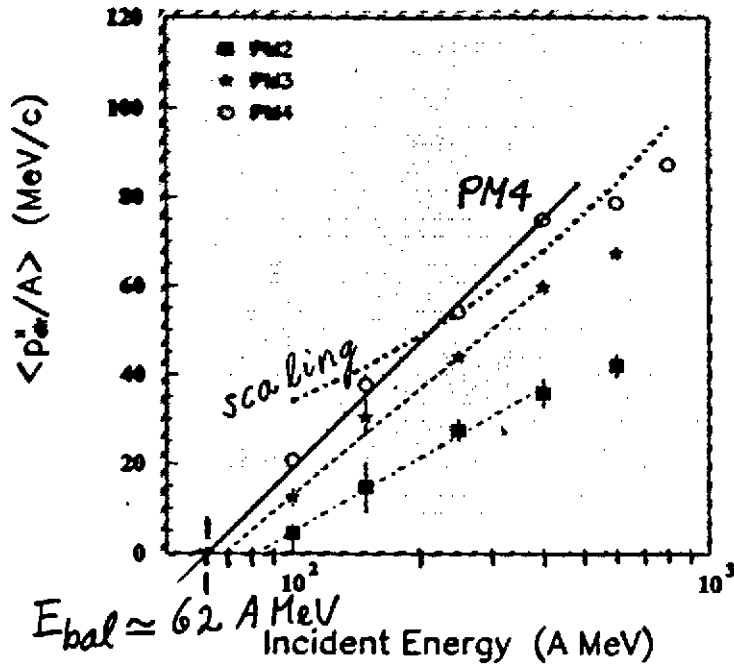


Figure 34: The mid-rapidity source at three incident energies.



FOPI: F. Rami
P. Crochet
R. Dona

Figure 35: Excitation function of the sidewaysflow.

energy for an explosion, but clearly these two phenomena are intimately connected.

This critical energy seems to correspond to the one of the caloric curve (fig. 24) where, after the plateau, the temperature grows again. The physics underlying this energy dependent repulsive potential (repulsion due to thermal energy) is partially related to the momentum dependent interaction, implemented in BUU or QMD codes, where in a proton nucleus collision, at $E_{in} \sim 400 A \text{ MeV}$, the overall potential becomes repulsive. Different in the two cases is the phase space distribution of the momenta.

Before finishing this section on FOPI cluster experiments it is worth-while to mention a new result of *sideward flow* studies given in figure 36: in an event by event analysis [29], not the first but, the second moment of p_x^{dir}/A is given as a function of the particle multiplicity in the event ($r_{mul} = PMUL/PMUL_{1/2}$, where $PMUL_{1/2}$ is defined in fig. 15). In a comparison between IQMD calculation [24] and the data, a significant discrepancy is observed. These new type of data are of interest to the model approach proposed in the lecture by Remaud [9] of a Boltzman Langevin transport theory, which describes the growth of fluctuations during the collision and may allow to trace back the magnitude of memory effects in the sense explained in the lectures by Balian [61].

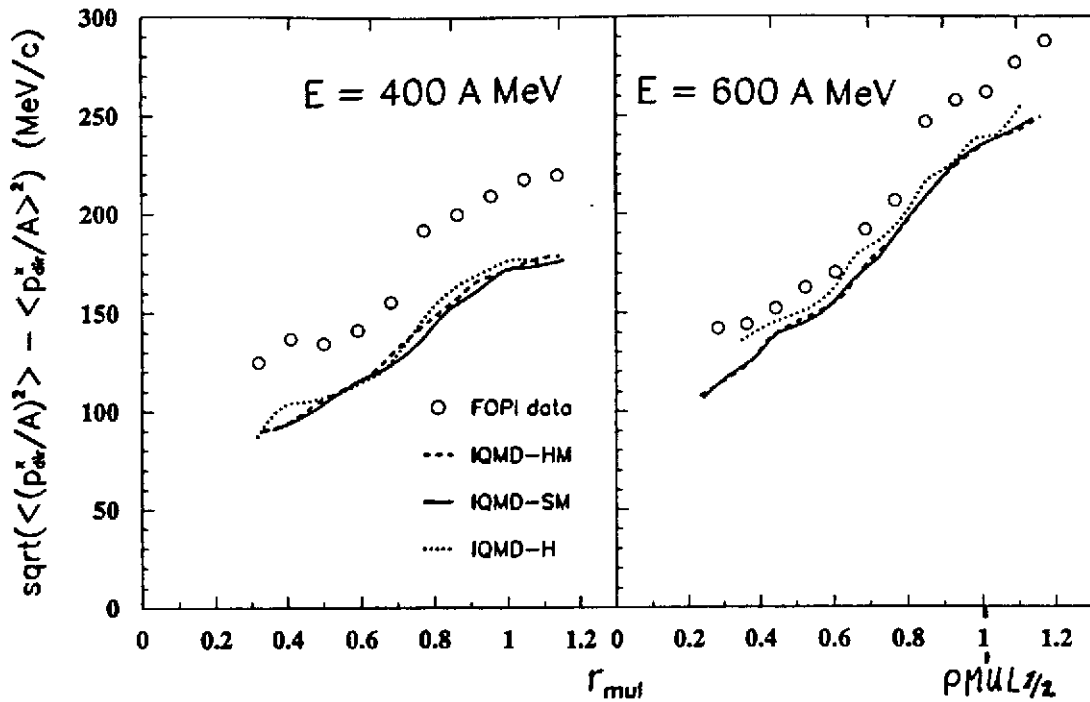


Figure 36: Second moment of the transverse flow distribution.

4. Particles production.

With the commissioning of the central drift chamber, CDC, laboratory angles larger than 30° uncovered during Phase I FOPI experiments, became available and a physics program on particle production with FOPI could be started. In July 95 the second large drift chamber, HELITRON, and the full barrel detector were also made available for physics experiment so that the full FOPI detector is now operational. The capabilities of the CDC are demonstrated in figure 37: the upper part displays a projection of the registered hits on a plane perpendicular to the beam axis. In the solenoidal field positive particles are bent clockwise, negative anticlockwise. The tracking program recognizes hits belonging to tracks which, in

CDC Particle Identification

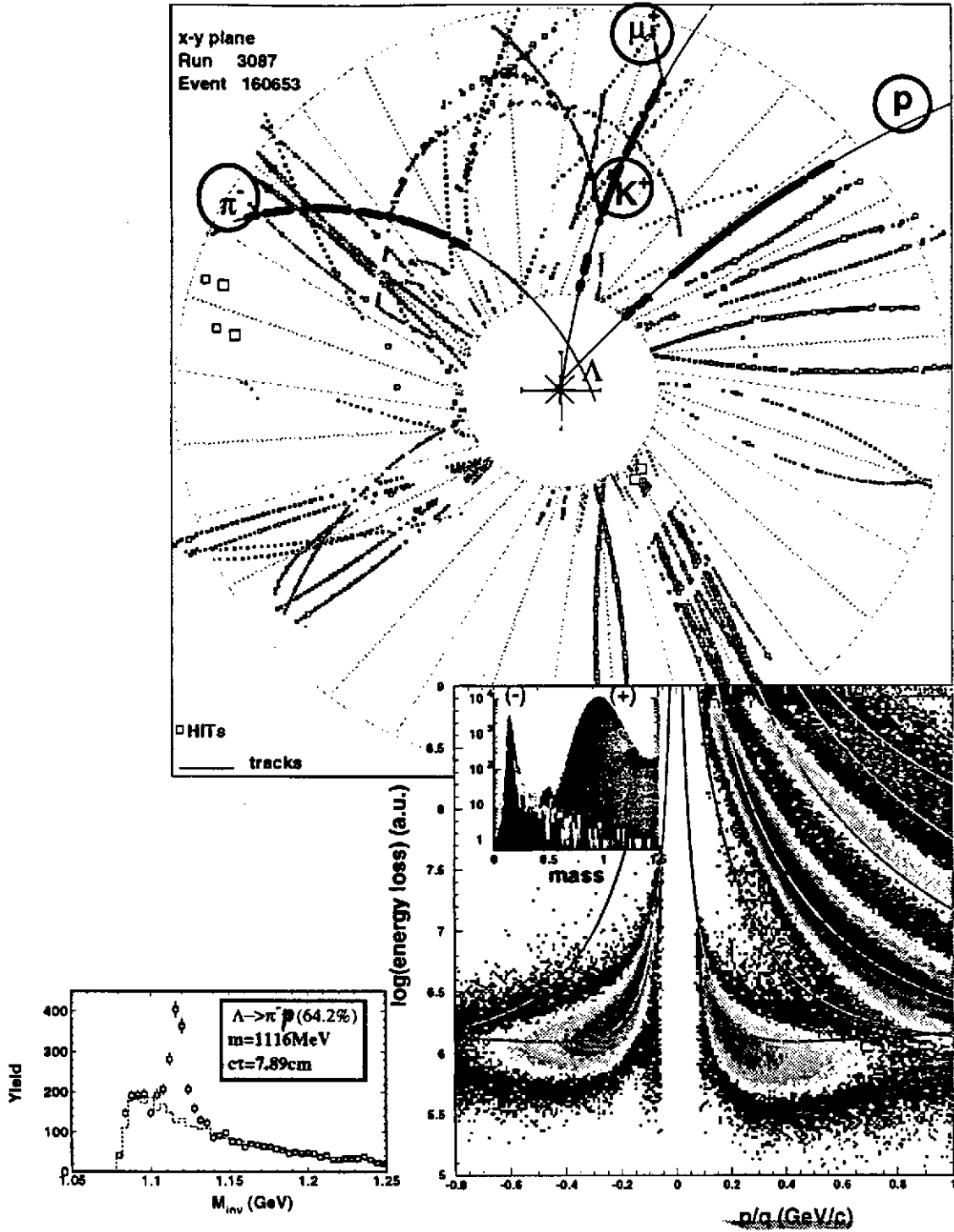


Figure 37: Invariant mass reconstruction from decays using the FOPI phase II detector.

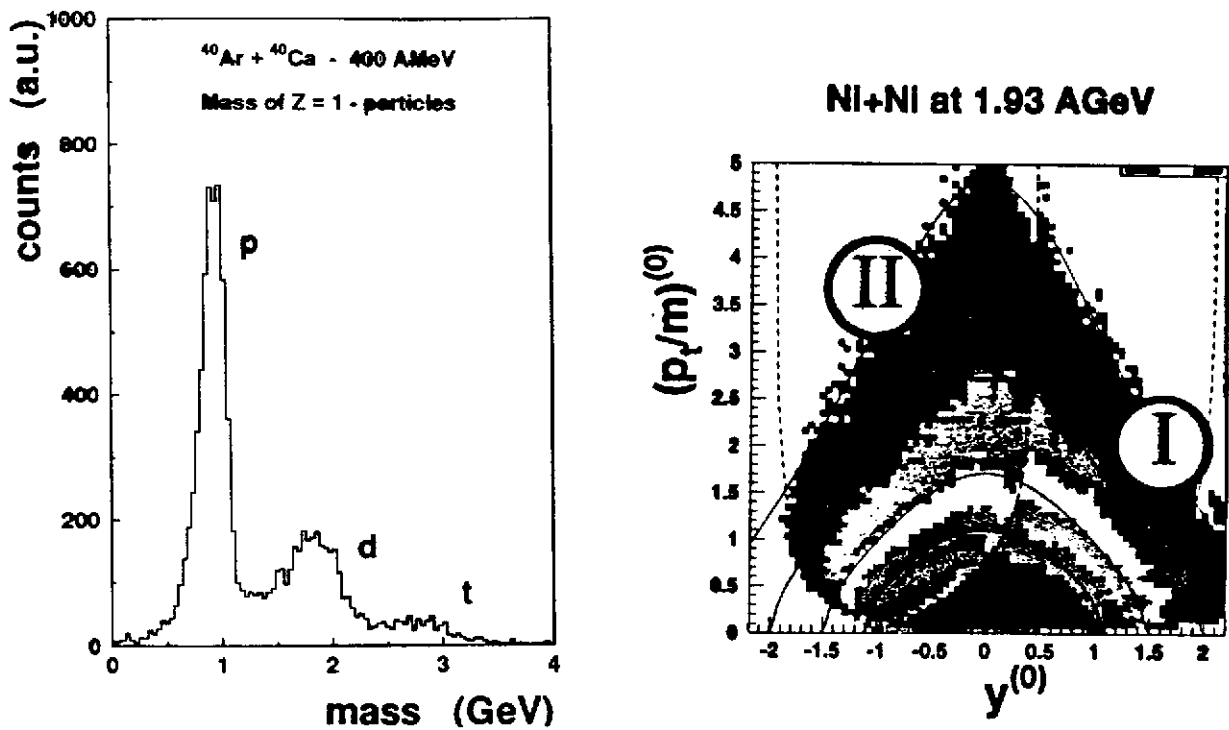


Figure 38: Particle identification using the HELITRON (left) and detector coverage of phase II (right).

general, are emitted from the vertex but, in rare cases like for the considered event of a Λ , k strangeness production, tracks can originate from a particle (Λ) decaying a few centimeters away from the vertex or even at larger distances (μ^+ from the K^+ -decay).

The large acceptance of the detector is essential for the registration and reconstruction of the invariant mass of the decaying particles [62] (see figure 37b). The identification of a particle giving a track is based on the measurement of the energy-loss, ΔE and of the track curvature ($\sim B\rho$) for positive (right side of fig. 37c) and negative particles (left side of fig. 37c). The rare positive kaons can already be recognized from this ΔE vs $B\rho$ representation: as shown later, with the complementary information of the barrel (TOF), the particle identification of the CDC can be substantially improved.

Although the tracking of particles using the *HELITRON* drift chamber is more involved as compared to the CDC - due to a larger distance from the vertex as well as due to a weaker and inhomogeneous magnetic field - first encouraging results were obtained. Preliminary results [63] on the ability to identify particles are shown in figure 38a.

As demonstrated in figure 38b, for $Z = 1$, particles detected in Ni on Ni collisions at 1.93 A GeV with the **FOPI phase II** facility, a full coverage of almost 4π with good efficiency is achieved. A symmetric colliding system (Ni-Ni) is well suited to test apparatus

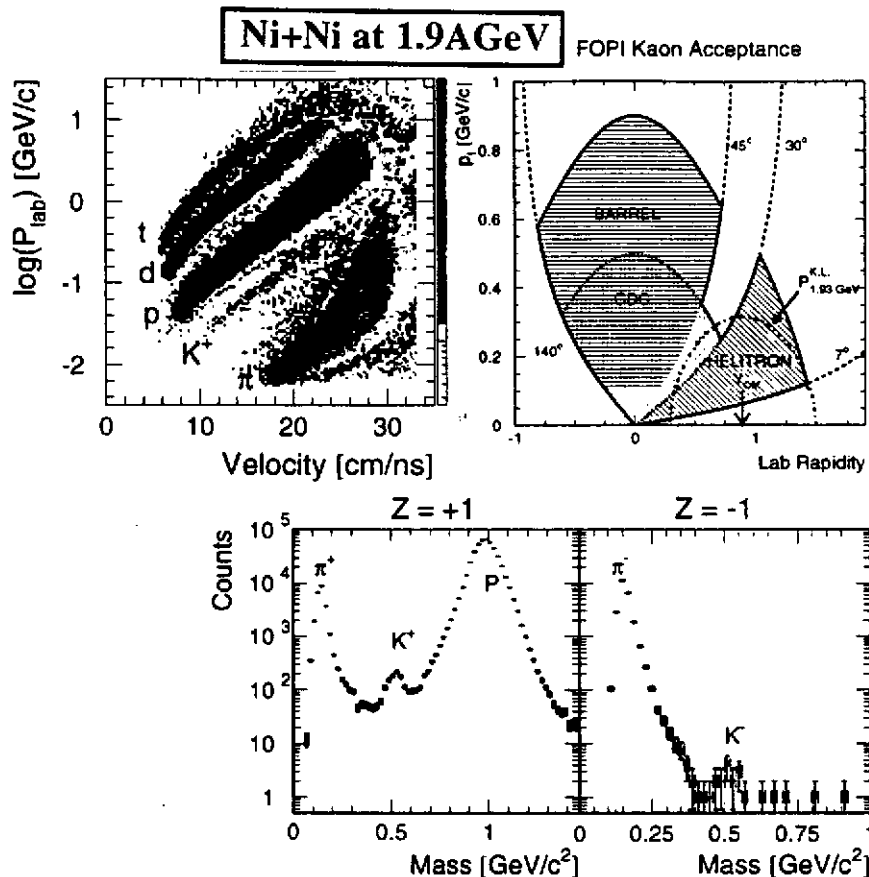


Figure 39: Kaon identification using the barrel detector.

deficiencies since forward and backward center of mass hemispheres have to deliver the same cross sections.

Over the restricted solid angle covered by the barrel (see figure 39b), an improved particle identification can be obtained, based on the product velocities extracted from the time of flight information of the scintillators (figure 39a).

Devices operational at SIS: at SIS, besides FOPI, several other devices are used in order to study particle production in nucleus nucleus collisions. This is illustrated in figure 40 which sketches the overall effort of such investigations:

- *The fragment separator, FRS [64].* The analysing power of the FRS, originally designed for the research program on exotic nuclei, has been used [65] to detect at angles close to zero degree the negative charged particles: \bar{p}, K^-, π^- .
- *The kaon spectrometer, KAOS [66].* It has been especially designed to measure, with relatively high rates, small subthreshold kaon production cross sections with good

resolution and background suppression. Precise energy spectra of pions were also measured.

- *The Two Arm Photon Spectrometer, TAPS [67]*. It detects the two-photon decay of neutral particles and in conjunction with a forward wall trigger detector, either of FOPI or of KAOS, the production of eta and neutral pions has been measured.
- *The Di Electron Spectrometer, HADES*. It is an approved project to become operational in three years from now. By the detection of (e^+, e^-) -pairs, an invariant mass reconstruction allows the observation of the ρ and ω production. The ρ -vector meson is of special interest since, with its short decay constant, it represent a direct probe of the microscopic in-medium production process and can be a test of the vector dominance model.

The lowest threshold in particle production is associated with the production of pions π^+, π^-, π^0 (~ 285 A MeV): they are produced abundantly at SIS-energies. Many studies were already performed at the BEVALAC [69], however restricted to reactions using light and heavy nuclei. The recent SIS investigations were extended to heavy nuclei and figure 41 shows, on the left side, a collection of preliminary results obtained, for Au on Au at 1 A GeV, with the different devices operational at SIS, like FOPI, TAPS and KAOS. The pion multiplicity per event is given as a function of the number of participant in the fireball. The results are difficult to be obtained because of the high multiplicities: they are still preliminary but they seem to agree, although obtained with different devices.

The number of participant was deduced from cross sections using the clean cut fire ball model [70]. The KAOS and TAPS data were extrapolated assuming isotropy. When the SIS pion multiplicity data of Au on Au are compared to the systematics gained for lighter systems at the BEVALAC [72], they indicate lower multiplicity values (figure 41b). Model calculations using IQMD [24] reproduce the BEVALAC systematics and are not in agreement with the new SIS results.

As suggested by Metag [71], the cross section of all particles produced below and near threshold follow a general curve when normalized to the number of participant, and represented (see figure 42) as a function of the ratio between available energy and threshold energy for each specific particle. This behaviour may be understood qualitatively in a phase space model: similarly to the picture given in figure 25 for the probability of emission from a hot system of a particle with a given binding energy (population ratio, $R \sim e^{(\Delta E/T)}$), the production probability can also be seen, in a time reversal picture, to depend on binding energy and on "effective temperature" T_{eff} (part of the free energy of the system). It is astonishing how, for very different particles, the production cross section follows the general

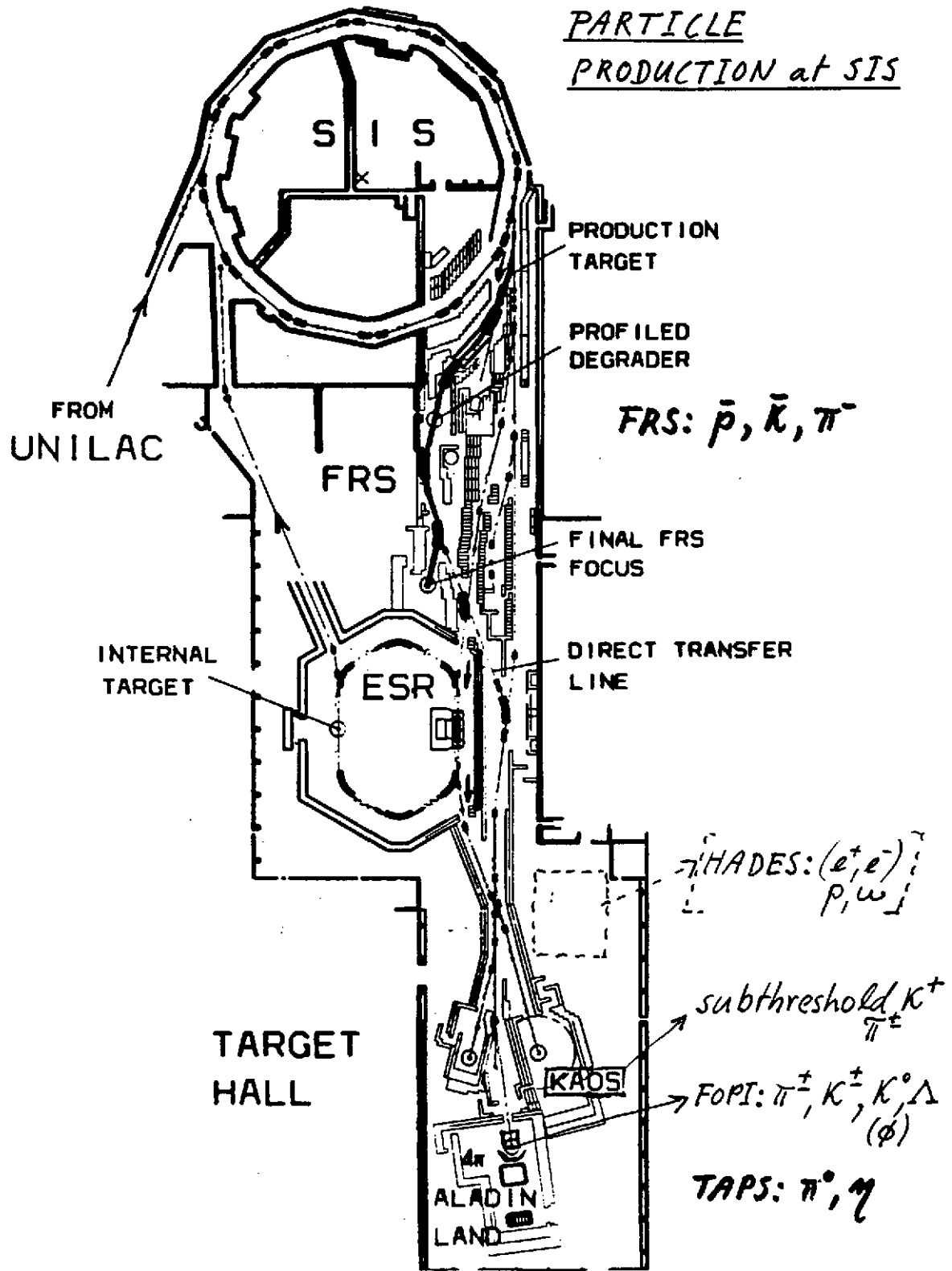


Figure 40: The SIS accelerator and its experimental area.

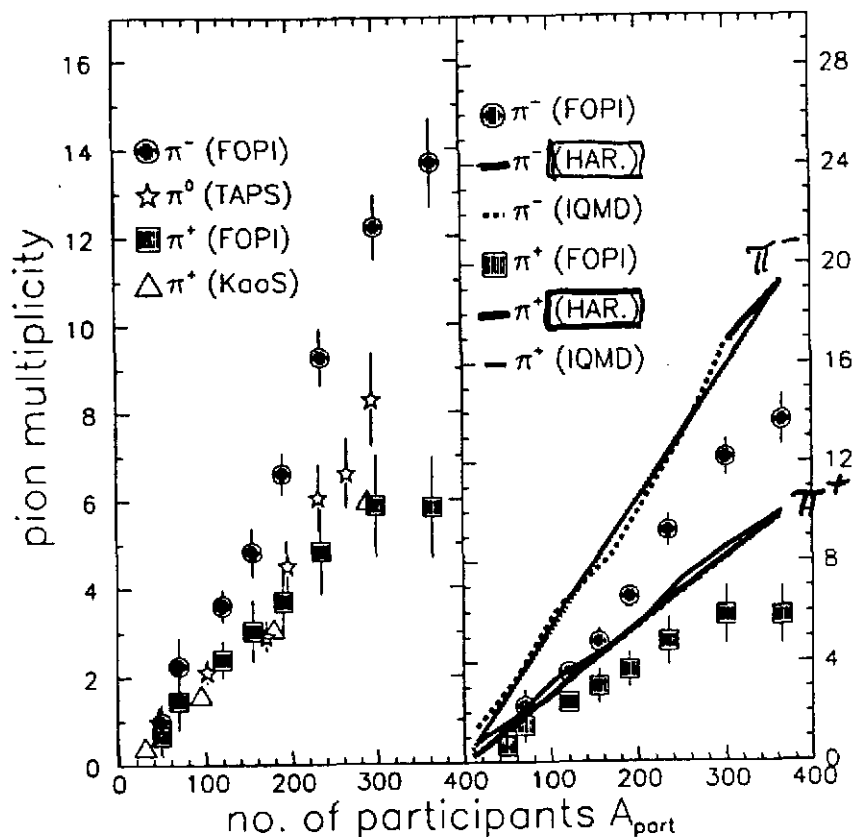


Figure 41: Pion multiplicities measured by FOPI, TAPS and KAOS for AU on Au collisions.

trend of figure 43, although the many decades of the ordinate "hide" deviations of a factor of 2 to 5. Within these deviations by a factors 2 to 5, can still be contained a quite interesting physics to search for, but accurate measurements and analysis are necessary.

A similar systematic was established [65] for the results obtained at small forwards angles with the fragment separator; it includes \bar{p} , π^- and K^- cross sections measured well below thresholds. As pointed-out in these works, it should be considered that the different particles of these systematics are subject to different absorptions during emission: this can lead to deviations from the general trends.

Besides phase space and absorption, several effects exist which are in discussion in connection with the **production cross sections of particle at threshold and below threshold**. Without aiming at completeness, some shall be mentioned here:

- *Dynamics*: like discussed skematically in figure 6, within a spectator participant picture which evolves as a function of time and number of collisions, the distribution of relative kinetic energies associated with NN-collisions, depends on incident energy

V. Metag, Prog. Part. Nucl. Phys Vol30(1993)75

A. Schroeter et al, Z.Phys., A350(1994)101

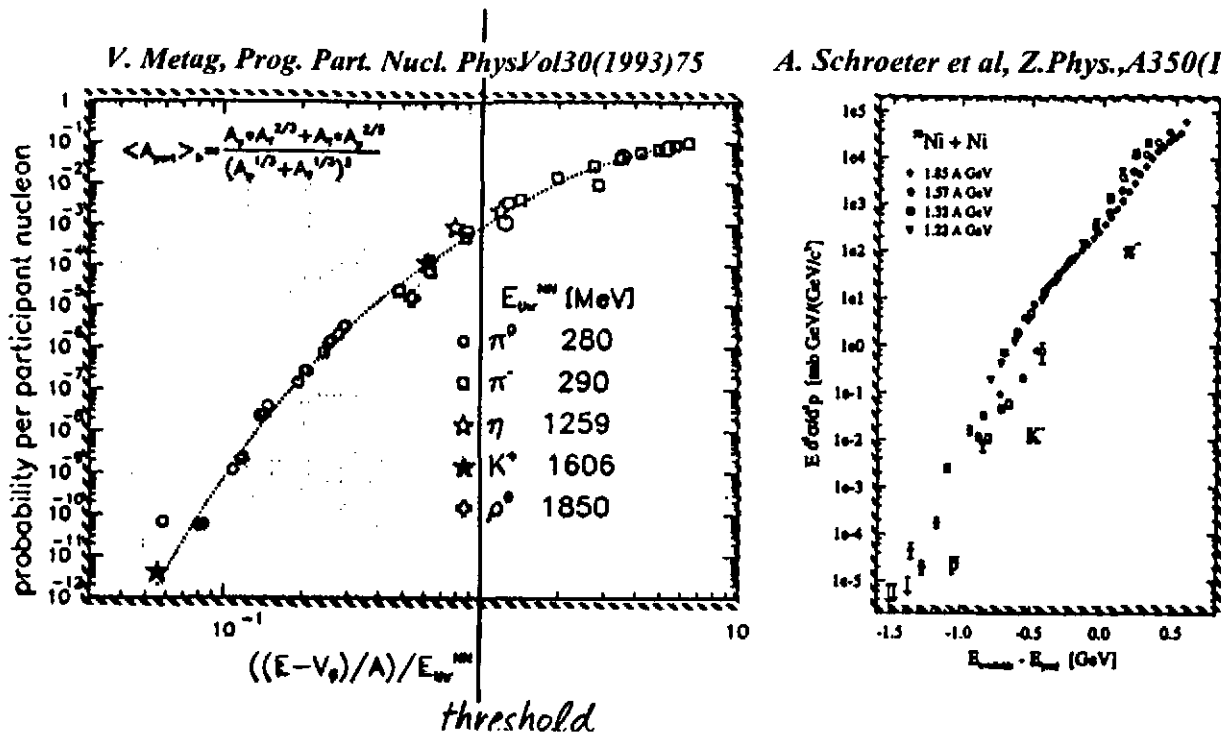


Figure 42: Systematics of particle production.

but also on the internal Fermi motion. For sub-threshold particle production what becomes relevant is the population strength, during the early collision phase, of the extreme tails of the distributions at large rapidities.

- **Spectral function:** as measured in $(e, e')p$ experiments, a nucleus in its ground state has a spectral function with a high momentum tail [8]. These large nucleon momenta, extending beyond the main distribution, become particularly relevant in subthreshold proton nucleus but also in nucleus nucleus collisions.
- **Coherence:** if a nucleon collides not with a single nucleon but with a larger object like an aggregate (e.g. quasi-deuteron) its recoil velocity will be larger and in subsequent NN collisions can contribute with larger cross sections to the particle production.
- **Resonances as doorway states:** the inelastic excitation of nucleons to resonances, mainly the Δ -resonance (1232 MeV), but also, $N^*(1440)$, $N^*(1535)$ etc., can serve as an energy storage and in subsequent $N-\Delta$, $\Delta-\Delta$, NN^* , ... collisions contribute with relatively large cross sections to the particle production.
- **Effective masses:** the "effective masse" of the in-medium (produced) particles, as described by the in-medium scalar and vector potentials, can be considerably lower than the corresponding free masses (like, e.g. for K^- , see figure 46). As a consequence there may exist an "effective in-medium threshold" which is lower than the one for the corresponding free process.

These different mechanisms contributing to the particle production are not easy to disentangle one from another and, at present, a general effort is undertaken, which includes excitation function measurements of symmetric systems, using the above described SIS-instrumentation, observing

the produced mesons π^\pm , π^0 , K^\pm , K^0 , Λ and \bar{p} , trying to deduce the population of resonances, Δ , $N(1440)$, $N(1535)$, comparing with the observations for proton nucleus reactions and with the elementary processes whose experimental data are often still too sparsely known.

Figure 43 shows an example of compilation of results on particle spectra measured [78] with the FOPI facility for one system, Ni-Ni, at one bombarding energy, 1.93 A GeV. The various products are observed with the central drift chamber CDC in the backwards hemisphere of the center of mass system. The data are sliced in rapidity bins and within each bin an invariant transverse mass spectrum is generated for each product. The upper part of

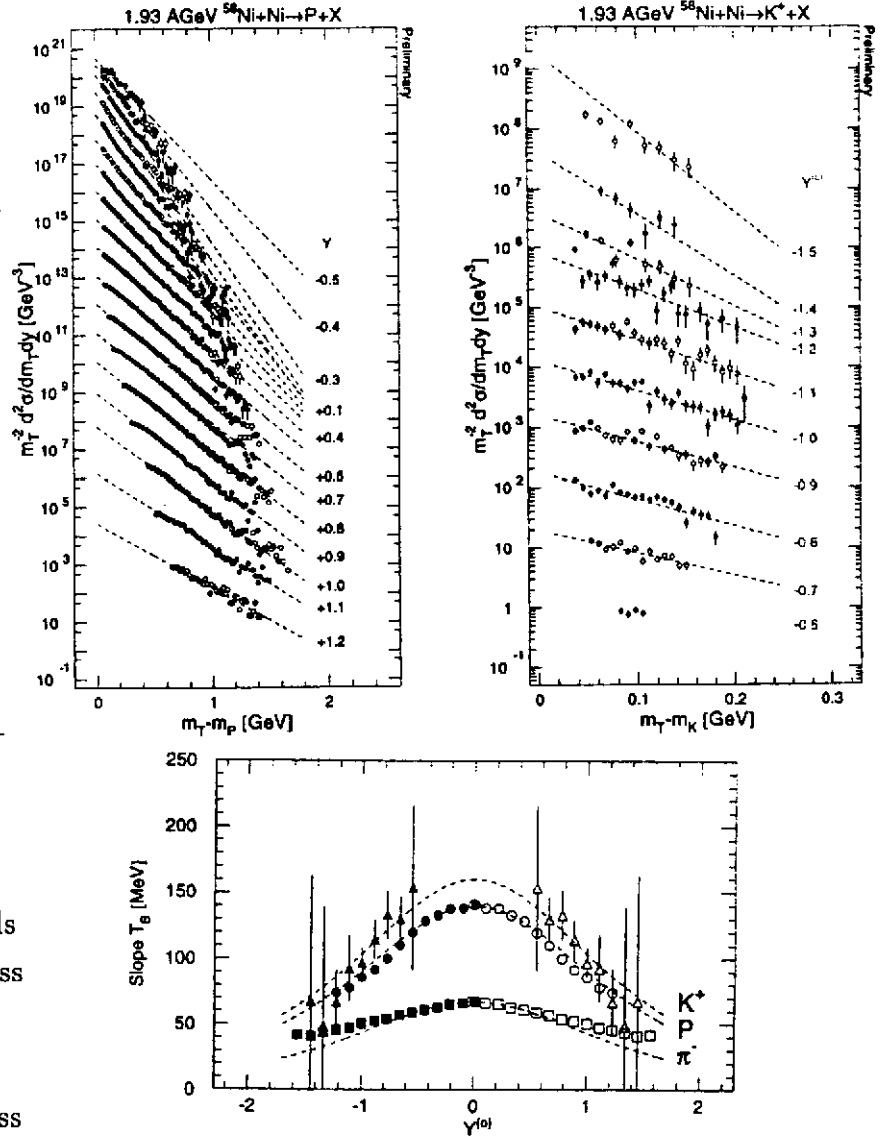


Figure 43: Particle spectra and kinetic energies.

figure 43 shows two examples of such spectra, namely for kaons and for pions. The measured spectra can be parametrized in terms of Boltzman distributions with a slope T_B and an intensity parameter; the pion spectra show in addition an high energy tail which has been attributed to the decay of resonances [73].

The results on the slopes T_B are summarized in the lower part of figure 43. Based on the symmetry of the studied system, the same results are also indicated for the forward center of mass hemisphere by mirroring the one measured in the backward hemisphere. In general

QMD-calc.

S.W.Huanget al
PL B298(1993)41

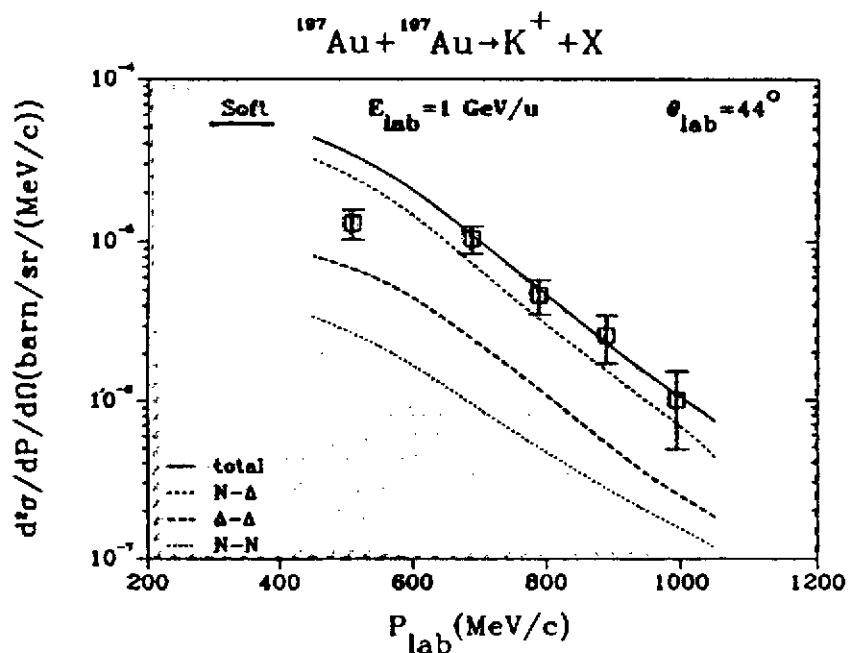


Figure 44: Measured kaon production yield with model comparisons using the Tuebingen calculations.

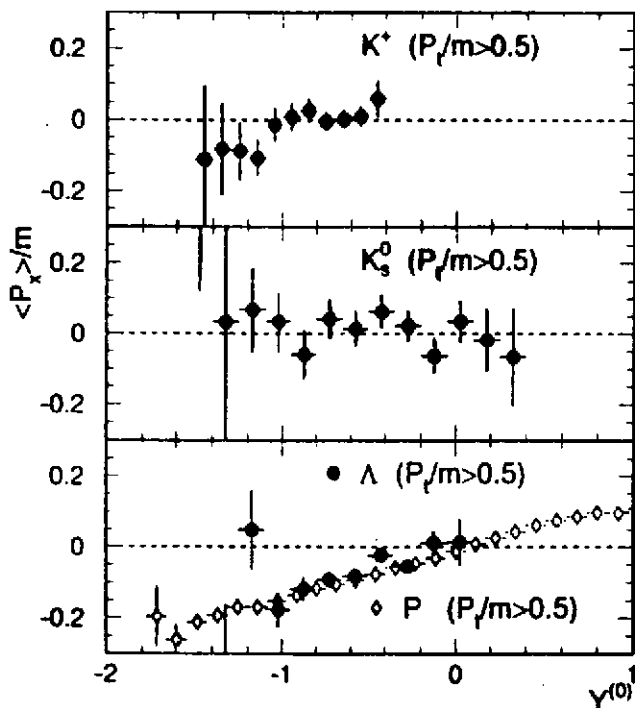


Figure 45: Measurement of the kaon flow.

the measured slope seems to follow roughly a $\cos(y)$ rapidity dependence, as expected for isotropic sources. Different particles show different slopes: the behaviour is not as expected for a source of a unique temperature for all particles, but rather like for the behaviour encountered in the cluster experiment described in figure 28, where the heavier the products are, the more energy they carry. At these high bombarding energy of 1.93 A GeV, even if large NN inelastic cross sections exist, the radial flow seems still to be present, superimposed on the thermal motion. The heavier particles like d, t, ^3He , α are the ones which give the most reliable information on the radial flow. The light particles like pions and kaons do not seem to fully obey the expectation of a thermal source with radial expansion: additional effects, like decay from resonances and rescattering, have been suggested. At present these type of investigations are carried out systematically, for refined selection criteria of centrality and for additional systems.

From a broad field of research on particle production, in the following only two examples will be brought: (i) the K^+ production cross section and (ii) a measurement of the K^+ flow.

The subthreshold K^+ production in Au on Au at 1.0 A GeV is shown in figure 44 as measured by the KAOS collaboration [74]. At such low incident energies the K^+ yield is 3 to 4 order of magnitude lower than for protons or pions and the KAOS spectrometer is well suited for such measurements. The theoretical results of figure 44 were obtained by the Tuebingen group [75]: they demonstrate the role of Δ -resonances as a doorway state, which stores energy and subsequently contributes, via (N Δ) and (Δ Δ) collisions, with larger cross sections than (NN) collisions, to the K^+ production. As it has been discussed in [74], the yield of K^+ has shown a sensitivity to the equation of state, EOS, and the observed large K^+ yield has been interpreted in favour of a soft EOS. However the K^+ yield depends not only on the number of Δ 's created and on the EOS, but also, as recently proposed, it may depend on the kaon potential and on the so called "effective mass" of kaons.

Since several years, new theoretical developments are in progress, which, based on the success of the standard model, try to describe the strong interaction and the nuclear forces with the help of the QCD-model. What is needed in the case of a nuclear medium is a non perturbative treatment, like the so called non linear Chiral Lagrangian proposed by Ko and Li [76], where, for a nucleus nucleus collision, the baryon sector and the kaon sector are defined separately. As shown in figure 46 the kaon potential depends on the baryon density and on the kaon momenta. Using the dispersion relation, the kaon energy is seen to depend on a scalar and on a vector term, where f_k represents the kaon decay constant (93 MeV), Σ_{KN} the kaon-nucleon sigma term (350 MeV) and, ρ_s the scalar density.

The in-medium effective kaon mass, m_k^* is defined as the energy of the kaon potential

KAON POTENTIAL IN A NUCLEAR MEDIUM

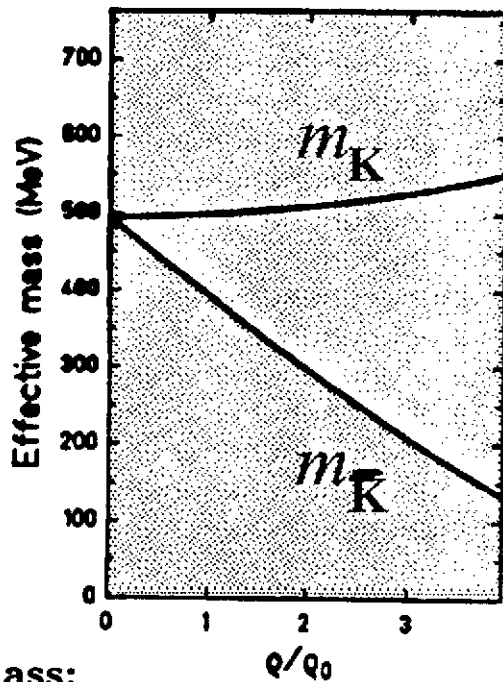
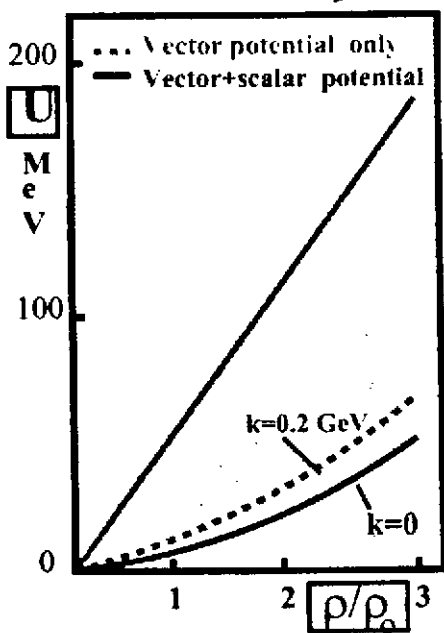
$$U(k, \rho_B) = \omega(k, \rho_B) - \omega_0(k)$$

$$\omega_0 = (m_K^2 + k^2)^{1/2}$$

ρ_B : baryon density
 k : 3 momenta of the kaon

Dispersion relation:
KAON ENERGY

$$\omega(k, \rho_B) = [m_K^2 + k^2 - \frac{\Sigma_{KN}}{f_K^2} \rho_s + (\frac{3\rho_B}{8f_K^2})^2 \frac{1}{m_K^2}]^{1/2} + \frac{3\rho_B}{8f_K^2}$$



Effective kaon mass:

$$m_K^* = m_K [1 - \frac{\Sigma_{KN}}{f_K^2 m_K^2} \rho_s + (\frac{3\rho_B}{8f_K^2})^2 \frac{1}{m_K^2}]^{1/2} \oplus \frac{3\rho_B}{8f_K^2}$$

Effective antikaon mass:

$$m_{\bar{K}}^* = m_K [1 - \frac{\Sigma_{KN}}{f_K^2 m_K^2} \rho_s + (\frac{3\rho_B}{8f_K^2})^2 \frac{1}{m_K^2}]^{1/2} \ominus \frac{3\rho_B}{8f_K^2}$$

Figure 46: The kaon chiral potentials as proposed by Li and Ko.

for vanishing kaon momenta. The lower part of figure 46 shows how the potential and the effective mass of kaons depend on the density of the nuclear medium. The strongly repulsive vector potential is compensated in part by the attractive scalar potential. The K^+ is slightly increasing, while the K^- mass strongly decreases as the medium becomes more dense: the sum of both K^+ and K^- masses is decreasing favoring the strangeness production in a dense medium.

As suggested by Ko and Li [76] an interesting possibility to learn about propagation of kaons in-medium and about kaon potential is to measure the kaon flow. Figure 45 shows recent results obtained by the FOPI collaboration [77] on the sideways flow, p_x/m for K^+ , K_s^0 , Λ and protons. It is interesting to notice that while the Λ 's follow the flow of protons, the kaons don't. The Λ and K^+ are produced originally by the same elementary process and because of strangeness conservation, the absorption by the medium is negligible. Figure 45 shows that K^+ 's propagate differently than Λ 's in the medium. A comparison [78] of the model calculations [76] with the K^+ -data of figure 45 is displayed in figure 47. Three alternative kaon potentials are used in the calculation: (i) no kaon potential at all, (ii) vector potential only and (iii) vector and scalar potential. The FOPI data are consistent with the last solution which uses a vector and scalar potential and seem to reject the two other alternatives.

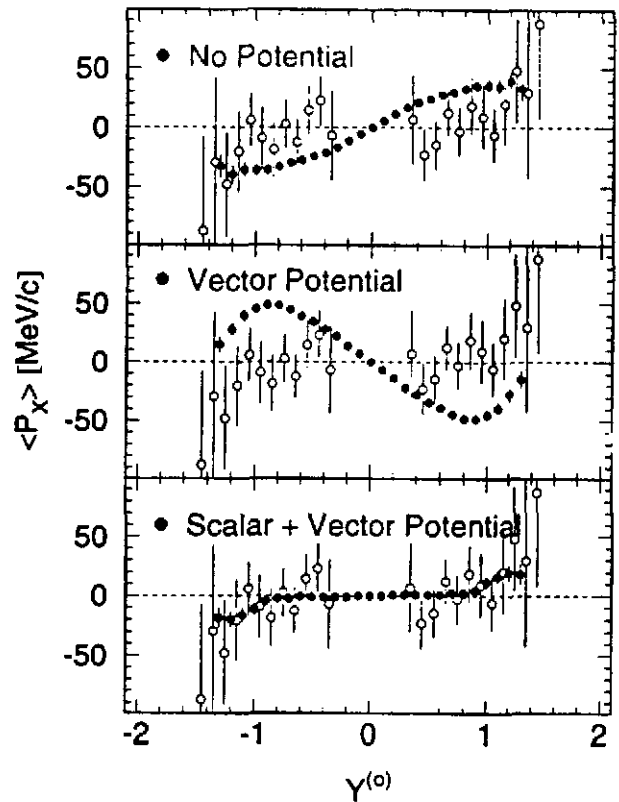


Figure 47: Model comparisons to the measured flow.

The whole program on strangeness production at SIS is presently strongly evolving and many different but related aspects are under investigation.

5. Conclusions.

The reported results and model comparisons demonstrate the importance, in nuclear matter studies, of using collisions among very heavy target projectile systems and, for the detection, of observing in 4π , the correlations among many variables. The high counting

rate and the trigger capabilities of the FOPI-detector are such that it can be considered as a unique device for such studies, in particular for clusterisation, flow and for strangeness production. Both issues are of great interest in the considered incident energy range.

The performed experiments are based on: (i) fixing the collision geometry from global observables, (ii) measuring excitation functions and varying the system size, (iii) localizing the sources and measuring their content, (iv) deducing flow, energy deposit and thermalisation and (v) searching for in medium effects like e.g. propagation of particles etc. A large set of new data has been obtained.

The main interest was addressed to the mid-rapidity source. The range of densities and temperatures accessible with such sources for studies of the equation of states (EOS), is estimated to be ($0 \lesssim \rho/\rho_0 \lesssim 2.0$) and ($7 \lesssim T \lesssim 70$ MeV). With increasing bombarding energy, as density and temperature increase ($\rho > \rho_0, T > 0$) among nucleons, the relative distance, Δx decreases and the relative momenta p_{rel}^{NN} increase, both effects test more and more the repulsive hard core of the NN-interaction. For incident energies below 400 A MeV the NN-collisions remain elastic, while above 400 A MeV, the NN-collisions become so hard that inelastic excitation occurs, nucleon resonances are populated and mesons are produced.

While nuclear matter is heated, with negligible compression, three excitation energy domains may be distinguished, as seen in ALADIN studies: evaporation ($E_{exc} \lesssim 3$ MeV), expansion ($3 \lesssim E_{exc} \lesssim 10$ MeV) and explosion ($E_{exc} \gtrsim 10$ MeV). The expansion region is the one most intensively studied for an understanding of the liquid gas phase transition and important progresses are being made.

The explosion region coincides with the one of the radial flow studied by FOPI: The additional short range repulsion of the NN-potential, felt by the increased p_{rel}^{NN} due to temperature, can be made responsible for balancing the attractive, $T=0$, nuclear forces. While the netto potential changes from attractive to repulsive, not only the radial flow but also phenomena like the sideways flow and the squeeze-out set-in. Their precise threshold position may depend on size, Coulomb and angular momentum effects.

The bombarding energy regime between 40 and 400 A MeV, with the mentioned phenomena which do not obey scaling, delivers an extensive set of data, probably well suited for studies, from first principle, of the short range repulsive NN-potential, of the EOS and of the momentum dependent interaction. It can however not be expected that the momentum dependence of a thermal motion is directly comparable with the energy dependence of a proton nucleus interaction.

The density dependence of the EOS can be investigated, at these incident energies, up to $\sim 2\rho_0$, with the advantage of simpler conditions, when compared to energies above pion threshold, where inelastic NN-collisions and particle production set-in. At lower energies the,

$T \rightarrow 0$, density dependence of the potential can be better studied since thermal pressure effects are weaker and a higher degree of thermalisation can be expected (but it remains to be proved).

A quantitative extraction from experiment of nuclear matter properties, depends heavily on transport theories and on their quality. An important drawback of such theories is, however, the truncation at the level of two-body collisions and the neglect of n-body correlations. This is particularly aggravating for studies of multifragmentation and of the liquid gas phase transition. In this respect, statistical models have the advantage to insure a complete, although approximative, inclusion of the possible correlations and channels but neglect the non-equilibrium dynamics, typical of nucleus-nucleus collisions. The global equilibrium statistical model represents a useful tool to parametrize and understand data, but extension aiming to encompass the missing dynamics are difficult and not very conclusive.

At incident energies above 400 A MeV, the NN-collisions are less blocked and become so hard that the intrinsic degrees of freedom of the nucleon constituents come into play. At the highest SIS energy, about 1/3 of the interacting nucleons are excited to resonances and about 1/3 of the incident energy can be stored into such excited configurations. These effects may be responsible for the observed leveling-off on the increase with beam energy, of collective motions like, radial flow, sideways flow and squeeze out. The phase space statistical model still represent, at high energies, a useful base for a parametrisation and an understanding of the experimental data. The interaction time becomes however shorter, the collisions more violent. The fact that one observes roughly isotropic sources should not be overinterpreted as a full thermalisation, but may result from an expansion of the system into vacuum, where few collisions are sufficient in order to disperse the original strong flow of the dense phase into all directions. This has been seen in the discussion of the shape of the mid-rapidity source, in the gas kinetics calculation and in the case of the kaon flow.

Also at high incident energies, an improvement of transport theories with the various sectors, baryon, pions, kaons, etc remains an essential task. Independent-like measurements and observables are needed to disentangle the various effects, which ultimately are interconnected. An understanding of the nucleon kinetics (nucleon propagation in medium), and of thermalisation is essential, especially for measurements below and close to thresholds. Particularly promising are the new theories which start from more basic considerations, like QCD, and treat with less approximations the quantum nature of the system, like FMD.

For the future, the FOPI-collaboration plans to still pursue both lines of research presented here. The studies of nucleon propagation in-medium and of thermalisation will be extended by investigations of the N/Z-mixing, starting with target projectile of different isospin. The studies on strangeness production and flow will be pursued with heavier projec-

tile target masses. Very recently, FOPI has proved [79] to be able to measure the production of Φ -mesons and this will also influence the orientation of the future activities.

Acknowledgments: I am grateful to the FOPI-collaboration and in particular to N. Herrmann, W. Reisdorf, as well as to many students and visitors who have greatly contributed with ideas and data analysis to a large fraction of what has been presented here.

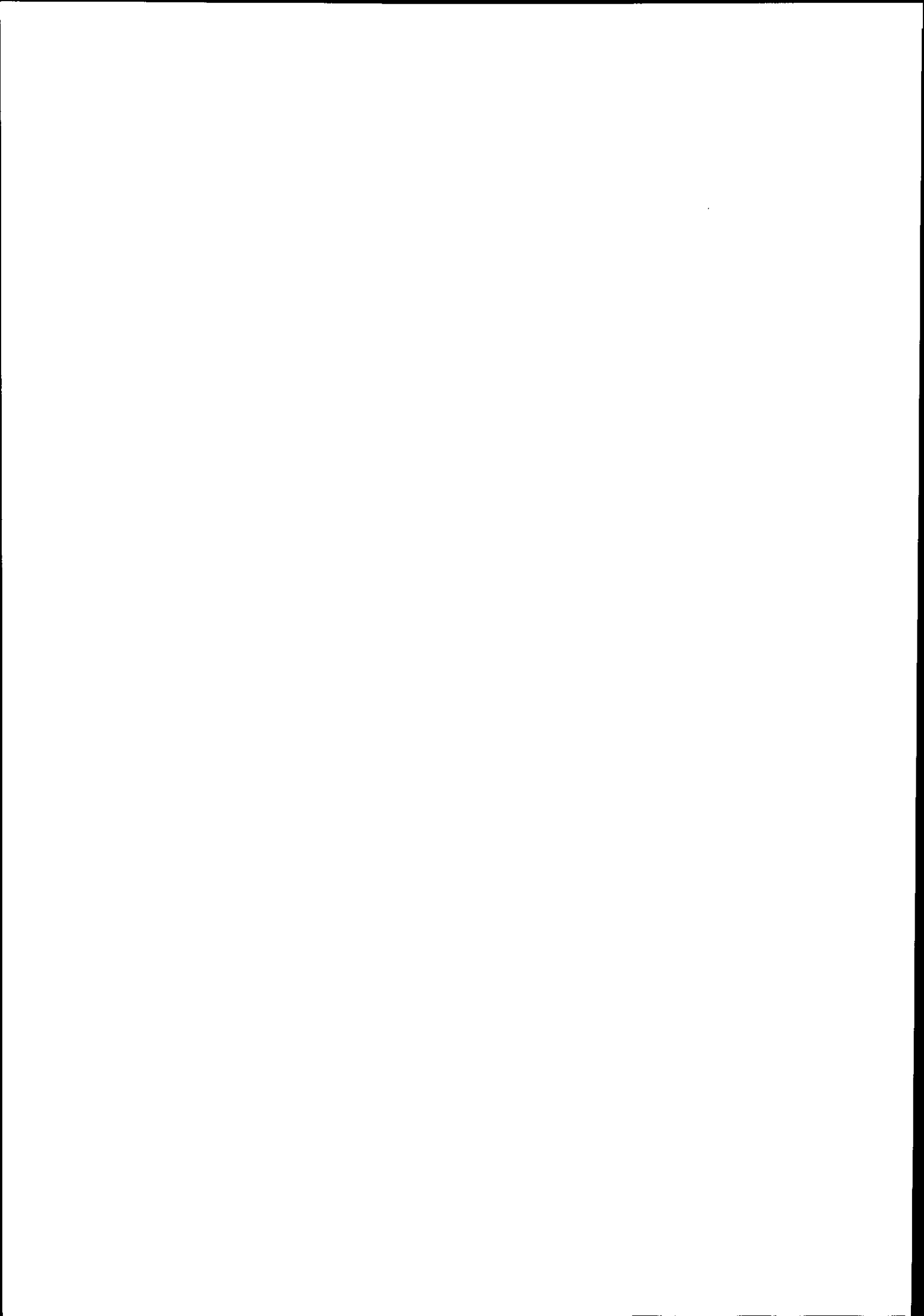
References

- [1] D. Durand, this School, Maubuisson(1995).
- [2] P. Sonderegger, Nucl. Phys. **A583**(1995)683c.
- [3] G. Sauer et al, Nucl. Phys. **A541**(1976)221.
- [4] J. Cugnon, Phys. Lett. **B135**(1984)374.
- [5] J. Govaerts, this School, Maubuisson(1995).
- [6] G.E. Brown, Nucl. Phys. **A522**(1991)397c.
W. Weise, Nucl. Phys. **A553**(1993)59c.
- [7] S. Klimt, M. Lutz and W. Weise, Nucl. Phys. **A542**(1992)521.
- [8] J. Cugnon, this School, Maubuisson (1995).
- [9] B. Remaud, this School, Maubuisson (1995).
- [10] E. Suraud, this School, Maubuisson (1995).
- [11] H. Feldmeier et al, Nucl. Phys. **A586**(1995)493.
- [12] A. Gobbi et al., Nucl. Instrum. Methods **324** (1993) 156.
- [13] G. Poggi et al, Nucl. Instr. and Meth. **A324**(1993)177.
- [14] A. Bonasera and L.P. Cernai, PRL **59** (1987), 630 and
A. Bonasera, L.P. Cernai and B. Schürmann, NP **A476** (1988),159.
- [15] C. Pinkenburg, Dissertation, Universität Heidelberg, 1995.
- [16] P. Danielewicz and G. Odyniec, Phys. Lett. **157B**(1985)146.
- [17] R. Dona', PhD thesis, Padova University (1995).
- [18] H. Gutbrod et al, Rep. Prog. Phys. **52**(1989)1267.
- [19] L.G. Moretto et al, Phys. Rev. Lett. **74**(1995)1530.

- [20] J.P. Coffin et al, Nato advanced study ..., Bodrum, Turkey(1993).
- [21] J. Peter et al, preprint Caen LPCC 95-10.
- [22] R.J. Charity et al, Z. Phys. **A341**(1991)53.
- [23] P. Danielewicz and Qiubao Pan, Phys. Rev. C **46**(1992)2002.
P. Danielewicz, Phys. Rev. **C51**(1995)716.
- [24] C. Hartnack et al, Mod. Phys. Lett. **A9**(1994)1151.
- [25] J. Konopka et al, Nucl. Phys. **A583**(1995)357.
- [26] W. Reisdorf (FOPI), Proc. Int. Workshop XXII, Hirschegg (1994) *and*
W. Reisdorf (FOPI), Acta Physica Polonica *B25*(1994)443.
- [27] J. Aichelin, Phys. Rep. **202** (1991) 2101.
- [28] J. P. Alard et. al., Phys. Rev. Lett. **69**(1992)889.
- [29] F. Rami, FOPI Internal Report and priv. comm.
- [30] U. Sodan, Dissertation, Universität Heidelberg, 1994.
- [31] C. David et al, preprint LPC-Nantes 94-05.
- [32] T. Wienold, Dissertation, Universität Heidelberg, 1993.
- [33] P. Braun-Munzinger et al, Phys. Lett. **B344**(1995)43.
- [34] A.A. Stefanini et al, Z. Phys. **A351**(1995)167.
J. Wessels, PhD Heidelberg University, 1990.
M. Gnirs, PhD Heidelberg University, 1990.
- [35] G. Poggi et al, Nucl. Phys. **A586**(1995)755.
- [36] G.F. Peaslee *et al.*, Phys. Rev. **C49**(1994)R2271.
- [37] J. Pochodzalla et al, Phys. Rev. Lett. **75**(1995)1040.
- [38] P. Bonche, Ecole Joliot-Curie de Physique Nucleaire (1985)1.
- [39] G. Papp and W. Noerenberg, GSI report No. GSI-95-30, 1995, to be publ.
- [40] D.H.E. Gross, Prog. Part. Nucl. Phys. **30**(1993)155.
- [41] J. Bondorf et al, Phys. Rep. **257**(1995)133.
- [42] D. Hahn and H. Stöcker, Nucl. Phys. **A452**(1986)723.
- [43] G. Fai and J. Randrup, Comp. Phys. Comm.**42**(1986)385 and
- [44] C. Kuhn et al, Phys. Rev. **C48**(1993)1232.
- [45] S.C. Jeong et at, Phys. Rev. Lett. **72**(1994)3468.
- [46] J. Randrup, LBL-prep. 33865, Comp. Phys. Comm., **77**(1993)153.

- [47] W. Reisdorf, FOPI Internal Report, to be publ.
- [48] M. Petrovici et al, Phys. Rev. Lett. **74**(1995)5001.
- [49] B. Heide and H.W. Barz, Nucl. Phys. **A588**(1995)918.
- [50] W.Q. Shen et al, subm. to Z. Phys.
- [51] G. Peilert et al, Phys. Rev. *C39*(1989)39.
- [52] C. Dorso and J. Randrup, Phys. Lett. **B301**(1993)328.
- [53] C.O. Dorso and J. Aichelin, Nantes, internal report LPN-94-09, acc. for publ. in Phys. Lett.
- [54] J.P. Bondorf et al, Phys. Lett. **B359**(1995)261.
- [55] J.P. Coffin *et al*, Nucl. Phys., **A583**(1995)567c.
- [56] J.F. Lecomte *et al.*, Phys. Lett. **B325**(1994)317.
- [57] T. Tanabe et al, Nucl. Phys. **A324**(1980)194.
- [58] N. Bastid et al, FOPI internal report, to be publ.
- [59] S. Soff et al, Phys. Rev. **C51**(1995)3320.
- [60] P. Crochet, PhD, Strasbourg University, in preparation.
- [61] R. Balian, this School, Maubuisson, 1995.
- [62] N. Herrmann, FOPI-collaboration, to be publ.
- [63] S. Mohren, priv. comm. and PhD Heidelberg University, in preparation.
- [64] H. Geissel et al, Nucl. Instr. Meth. **B70**(1992)286.
- [65] A. Schroeter et al, Z. Phys. **A350**(1994)101.
- [66] P. Senger, XXIII International Workshop on Gross Properties on Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, 1995.
- [67] R. Novotny, IEEE, Trans. Nucl. Sci. **38**(1991)379
- [68] HADES-Collaboration, Technical Proposal, 1995.
- [69] R. Stock, Phys. Rep. **135** (1986) 259.
- [70] J. Gosset, Phys. Rev. C **16** (1977) 629.
- [71] V. Metag, Prog. Part. Nucl. Phys. **30**(1993)75. Metag systematic
- [72] J. W. Harris et al., Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 463.
- [73] C. Muentz et al, Z. Phys. **A352**(1995)175.
- [74] W. Ahner et al., Z. Phys. A **341** (1994) 123.
- [75] S.W. Huanget et al, Phys. Lett. **B298**(1993)41.

- [76] G. Q. Li and C. M. Ko, Nucl. Phys. A **594** (1995) 460.
- [77] J. Ritman et al, Z. Phys. **A352**(1995)355.
- [78] D. Best, PhD University Heidelberg, in preparation.
- [79] N. Herrmann, priv. comm.



COLLISIONS AUX ENERGIES RELATIVISTES ET ULTRARELATIVISTES : ASPECTS THEORIQUES

J. CUGNON

Université de Liège, Physique Nucléaire Théorique, Institut de Physique B5,
Sart Tilman, B-4000 LIEGE 1, Belgique

RESUME : Après avoir identifié trois domaines d'énergie avec leur dynamique caractéristique, on passe en revue, pour chaque domaine, les connaissances théoriques sur les propriétés statiques de la matière dense, le développement des théories de transport, l'étude de signaux directs éventuels et certains problèmes ouverts.

ABSTRACT : After having identified three energy domains with their characteristic dynamics, the following items are reviewed for each of these domains : the present theoretical knowledge about the relevant static properties of dense matter, the actual status of transport theories, the study of possible direct signals from dense matter and some open problems.

I - INTRODUCTION

Le but primordial des collisions entre ions lourds est d'étudier la matière nucléaire sous des conditions extrêmes. Très souvent, celle-ci est vue sous l'angle des propriétés statiques. La difficulté de cette physique saute aux yeux. Comme les observations ne peuvent être faites que sur les produits de la réaction, les informations sur ces propriétés statiques ne peuvent être obtenues que moyennant une méthode pour "reconstruire" la collision. Comme beaucoup de degrés de liberté sont mis en jeu (si l'on veut réellement obtenir des informations sur la matière nucléaire, c'est-à-dire sur un système assez étendu), on ne peut se contenter de modèles simples. Les outils nécessaires ont pour nom "théories de transport", qui permettent d'inclure, pense-t-on, d'une manière consistante, les propriétés statiques, les propriétés de transport à faibles gradients (dans certaines limites) et les phénomènes à plus courte portée. Il n'est toujours pas clair que nous dominions réellement l'ensemble de ces différents aspects. Il est encore moins clair que les observables soient sensibles aux propriétés statiques ou soient déterminées d'une façon complexe par les effets hors équilibre à courte portée. De plus, nous ne savons pas clairement si les effets quantiques sont importants ou s'ils peuvent être négligés parce que détruits par la mise en jeu de beaucoup de degrés de liberté. Enfin, il n'est pas certain que la résolution numérique des équations de transport dont nous disposons soit satisfaisante.

La théorie "fondamentale" des forces nucléaires (ou considérée comme telle) est la QCD impliquant des interactions entre les quarks et les gluons. Mais une caractéristique des interactions fortes est qu'elle met en oeuvre des degrés de liberté différents suivant l'énergie caractéristique des phénomènes mis en jeu. Bien sûr, en principe, les degrés de liberté ultimes sont ceux des quarks et gluons. Mais nous sommes forcés d'utiliser les degrés de liberté effectifs, non seulement par commodité dans la description des mécanismes, mais parce que les calculs en termes de degrés de liberté manifestes des quarks et gluons (c'est-à-dire quand ceux-ci sont quasi libres) ne sont possibles que dans une catégorie bien spéciale de phénomènes (dits à grand Q^2) qui n'ont qu'une importance relative, semble-t-il, dans les collisions à ions lourds. Pour cette raison, la gamme d'énergie envisagée dans ce cours ("au-dessus" du GANIL jusqu'à SPS, c'est-à-dire ~ 200 MeV/u jusqu'à 200 GeV/u) présente une variété

considérable de concepts, considérations et modèles théoriques. Il n'est pas concevable de les traiter tous dans ce cours. Pour cette raison, une certaine philosophie a prévalu dans l'élaboration de ces notes. Dans trois gammes d'énergie ($\sim 1 \text{ GeV/u}, 1-10 \text{ GeV/u}, 100 \text{ GeV/u}$) on a tâché d'identifier les degrés de liberté essentiels. Ensuite, on a passé en revue les connaissances théoriques sur la matière infinie sous le régime en question, l'état des théories de transport, les résultats théoriques essentiels et les signaux directs possibles de la matière dense intermédiaire. Nous avons dès lors, par manque de temps et de place, délibérément laissé de côté les comparaisons détaillées avec l'expérience et l'élaboration des théories rencontrées, nous limitant à exposer le plus clairement possible les concepts essentiels et, parfois, les problèmes théoriques non résolus.

II - IDENTIFICATION DES DEGRES DE LIBERTE

La table 1 ci-joint donne une idée qualitative des degrés de liberté mis en jeu, et des grandeurs caractéristiques qui permettent grossièrement de délimiter les dynamiques prévalant dans certaines gammes d'énergie. Dans le domaine des relativement basses énergies, la démarche permettant d'identifier la dynamique est illustrée dans la fig. 1.

Table 1. Comparison between the various heavy ion dynamics

	Mean Field	Nucleon Cascades	Hadronic Cascades	Partonic Cascades
E_{lab}	$\leq 20 \text{ MeV/u}$	$0.02-2 \text{ GeV/u}$	$2-10 \text{ GeV/u}$	$10-200 \text{ GeV/u}$
Dynamics	mean field	NN collisions	NN collisions + hadron prod.	string dynamics
Typical length	a few fm	1 fm	0.5 fm	1/10 fm
Typical energy	$\hbar \omega_{osc}$	100 MeV	a few hundreds MeV	?
Typical time	a few fm/c	$\sim 1 \text{ fm/c}$	$< 1 \text{ fm/c}$?
Structure	nucleon wave function	(point) nucleon	nucleon & resonances	partons & strings
Input	V_{eff}	σ_{eff}	$\sigma_{el} \& \sigma_{inel}$	string formation and fragmentation probabilities
Energy loss	Fermi dynamics	collisions	particle production	string formation
Models	TDHF FMD	BUU INC VUU LV BL KB QMD FMDC	INC ARC QMD	VENUS DPM FRITIOF
Equation of state	← Fermi liquid equation of state		→ String fluid	
	<hadronic fluid>			

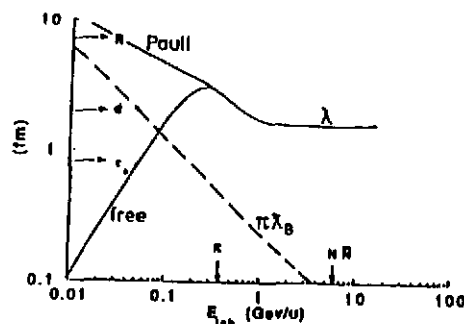


Figure 1. Comparaison entre diverses longueurs caractéristiques. Voir texte.

On y a tracé la longueur d'onde de de Broglie pour un nucléon incident et on l'a comparée à diverses longueurs caractéristiques. On voit qu'à partir de $E_{lab} \sim 0.1 \text{ GeV} / u$, cette longueur d'onde est plus petite que la distance moyenne entre deux nucléons dans la cible et plus petite que le libre parcours moyen. Il faut donc s'attendre à ce que les degrés de liberté importants soient ceux des nucléons individuels et que la dynamique soit dominée par les interactions binaires. Dans la même figure, on a indiqué le seuil le plus bas pour la production de mésons ainsi que celui pour la production de baryon-antibaryon. On voit donc que progressivement on passera d'un régime où les nucléons sont les objets fondamentaux et où les degrés de liberté sont les degrés de liberté de translation des nucléons à un régime où les objets fondamentaux seront les hadrons et où les degrés de liberté engloberont en plus les degrés de liberté mésoniques.

Quand on monte encore en énergie, on doit s'attendre à ce que les degrés de liberté internes des hadrons se manifestent progressivement. La situation est ici plus compliquée car les propriétés des sous-structures du nucléon changent suivant l'échelle d'énergie sous laquelle on les regarde. Si cette échelle est très grande, comme dans le cas de la diffusion profondément inélastique, les entités sont les partons. Ils peuvent interagir indépendamment les uns des autres si le moment de transfert $Q^2 > \Lambda^2$, Λ étant l'échelle d'interaction de QCD.

Cette condition ne délimite pas une région d'énergie bien précise car, comme nous le verrons, le mouvement est largement longitudinal dans ces collisions. Dès lors, on doit s'attendre à avoir dans la même collision noyau-noyau des processus durs correspondant à l'interaction de deux partons individuels et des processus softs qui impliquent des "collections de partons", qu'à la limite on peut admettre comme étant les quarks de valence, et qui interagissent sur un mode que nous verrons plus loin et qu'on peut appeler simplement la formation des "strings". L'image des strings est née de la phénoménologie de la diffusion hadron-hadron à haute énergie (ISR).

En résumé, aux énergies BEVALAC-SIS, les degrés de liberté sont ceux des nucléons. Aux énergies AGS, ce sont ceux des hadrons. Aux énergies ISR et SPS (probablement), ce sont ceux des strings. Sans doute au LHC, ce seront ceux des partons, quarks et gluons.

III - ENERGIES SIS-BEVALAC

III.1 - Propriétés statiques de la matière nucléaire

III.1.1 - Equation d'état de la matière nucléaire

A température nulle, la connaissance expérimentale de l'équation d'état $U/A(\rho)$ se résume aux coordonnées du point de saturation $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ et $U/A(\rho_0) = -16 \text{ MeV}$ et à la compressibilité $K = 220 \text{ MeV} \pm 20 \text{ MeV}$. Du point de vue théorique, la situation est loin d'être satisfaisante, ainsi que l'indique la figure 2. A première vue, il y a concordance entre les calculs de Brueckner à l'ordre le plus bas¹⁾, de Dirac-Hartree-Fock²⁾ et le calcul variationnel de Friedman et Pandharipande³⁾, qui supposent tous des nucléons ponctuels interagissant au travers de potentiels. Cependant, il faut rappeler que le calcul de Friedman et Pandharipande n'assure la saturation qu'au prix d'une force à trois corps attractive purement phénoménologique et ajustable et qui contribue pour $\sim 5 \text{ MeV}$ à $\rho = \rho_0$! La figure 2 montre aussi l'existence d'incertitudes théoriques notables dès qu'on veut aller au-delà de l'image des nucléons sans structure. Les losanges donnent les résultats de Malfliet quand les degrés de liberté du Δ sont inclus et les cercles ouverts le calcul du groupe de Liège si l'on inclut les forces à trois corps résultant des graphes avec Δ intermédiaires. Cela fait également écho à notre propos ci-dessus indiquant que l'on passe progressivement d'un régime à l'autre.

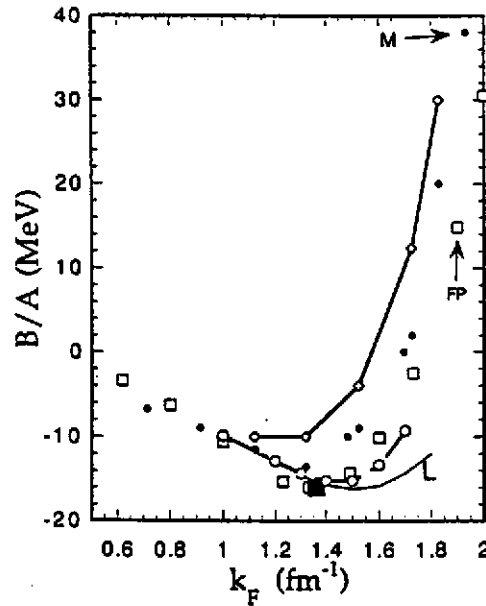


Figure 2. Comparaison entre différents calculs de l'équation d'état de la matière nucléaire. Voir texte pour détails.

III.1.2 - Distribution en impulsion et densité spectrale à une particule

La distribution en impulsions est définie par

$$n(\vec{k}) = \langle 0 | a_k^\dagger a_k | 0 \rangle, \quad (3.1)$$

où $|0\rangle$ est l'état fondamental et a_k^\dagger, a_k sont les opérateurs de création et d'annihilation habituels. Elle peut être reliée à la fonction de Green ordinaire (ou causale)

$$G(k, \omega) = \int dt e^{i\omega t} (-i) \langle 0 | T [a_k(t) a_k^\dagger(0)] | 0 \rangle \quad (3.2)$$

qui a la représentation suivante

$$G(k, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{S(k, E)}{\omega - E} \quad (3.3)$$

avec

$$\begin{aligned} S(k, E) &= \int dE' \left(\left| \langle \phi_{E'}^+ | a_k^\dagger | 0 \rangle \right|^2 + \left| \langle \phi_{E'}^- | a_k | 0 \rangle \right|^2 \right) \delta(E - E') \\ &= S_p(k, E) + S_h(k, E) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$S_h(k, E)$ mesure la probabilité de retirer une particule d'impulsion conduisant à un état à (A-1) particules d'énergie E. On a bien sûr⁴⁾

$$\int_{-\infty}^{\mu} S_{\lambda}(k, E) dE = n(\vec{k}) \quad (3.5)$$

Pour des particules indépendantes

$$S_{\lambda}(k, E) = \delta(E - e(k)) \quad , \quad n(\vec{k}) = 1 \quad , \quad k < k_F \quad (3.6)$$

où $e(k)$ est l'énergie à une particule. Dans la matière nucléaire (noyaux), la situation est proche de cela, sans cependant être idéale : la densité d'impulsion est environ 0.7-0.8 (pour une compilation, voir ⁵⁾) et la densité spectrale est assez étendue sauf pour les niveaux proches de la surface de Fermi.

III.1.3 - Excitations de la matière nucléaire

Les excitations à une particule sont les mieux connues. Théoriquement, elles apparaissent comme des pôles de la fonction de Green qui peut s'écrire

$$G(k, \omega) = \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{2m} - M(k, \omega)} \quad (3.7)$$

où $M(k, \omega)$ est l'opérateur de masse, qui en toute généralité peut être complexe. Pour la matière nucléaire, les calculs⁶⁾ montrent qu'il existe généralement un seul pôle, garantissant en quelque sorte la validité du concept de quasi-particule, dont l'énergie $e(k)$ est donnée par l'équation

$$e(k) = \frac{k^2}{2m} + M(k, e(k)) \quad (3.8)$$

Le second terme peut être vu comme le potentiel moyen $U(k)$ ressenti par les nucléons. Pour des énergies allant de 10 à 70 MeV au-dessus du niveau de Fermi, on a en bonne approximation

$$e(k) = e(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (3.9)$$

avec $m^*/m \approx 0.7$. A plus haute énergie et à plus haute température, que ce soit k , il semble que $m^* \rightarrow m$.⁷⁾

Les excitations collectives de la matière nucléaire sont assez mal connues. Elles sont souvent étudiées à partir de la théorie de Landau, mais la seule manifestation reconnue pour l'instant est la résonance quadrupolaire des noyaux.

III.2 - Théorie du transport

III.2.1 - Contexte théorique

La dérivation d'une équation de transport peut se faire de multiples manières. Pour des raisons qui apparaîtront clairement plus tard, nous utilisons ici l'approche des fonctions de Green à temps réel, utilisée pour la première fois par Kadanoff et Baym⁸⁾. Ce formalisme a été ultérieurement amélioré par Danielewicz⁹⁾ et par Malfliet¹⁰⁾. Nous suivrons assez fidèlement cette dernière référence. Partant d'un hamiltonien pour fermions

$$H = \int d^3x \psi^\dagger(x,t) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \right) \psi(x,t) + \tag{3.10}$$

$$\int d^3x_1 \int d^3x_2 \int d^3x_3 \int d^3x_4 \langle x_1 x_2 | V | x_3 x_4 \rangle \psi^\dagger(x_1,t) \psi^\dagger(x_2,t) \psi(x_4,t) \psi(x_3,t)$$

où les champs de fermions satisfont les relations d'anticommutation habituelles, on peut définir diverses fonctions de Green

$$g(1,1') = -i \langle T \psi(1) \psi^\dagger(1') \rangle, g^a(1,1') = -i \langle T^a \psi(1) \psi^\dagger(1') \rangle \tag{3.11}$$

$$g^>(1,1') = -i \langle \psi(1) \psi^\dagger(1') \rangle, g^<(1,1') = i \langle \psi^\dagger(1') \psi(1) \rangle$$

où $1 = (\vec{r}, t)$, $1' = (\vec{r}', t')$. Ces fonctions de Green ne sont pas indépendantes. On a

$$g(1,1') = g^>(1,1') \theta(t-t') + g^<(1,1') \theta(t'-t) \tag{3.12}$$

$$g^a(1,1') = g^>(1,1') \theta(t'-t) + g^<(1,1') \theta(t-t')$$

Nous considérerons $g^>$ et $g^<$ plus loin. $g(1,1')$ est la même fonction de Green que (3.7). Enfin $g^<$ a une importance cruciale et se réduit à temps égaux à la fonction de distribution du système

$$\lim_{t \rightarrow t'} g^<(1,1') = -i \rho(\vec{r}, \vec{r}', t) \tag{3.13}$$

Le point de départ de la dérivation des équations de transport repose sur le fait que ces fonctions de Green satisfont les équations de Dyson suivantes

$$\left(-i\partial_{t_1} + \frac{\hbar^2 \Delta_1}{2m}\right) g^>(1,1') = \int_{-\infty}^{+\infty} d1'' \left[\Sigma^+(1,1'') g^>(1'',1') + \Sigma^<(1,1'') g^<(1'',1') \right] \quad (3.14)$$

$$\left(-i\partial_{t_1} + \frac{\hbar^2 \Delta_1}{2m}\right) g^<(1,1') = \int_{-\infty}^{+\infty} d1'' \left[g^+(1,1'') \Sigma^>(1'',1') + g^<(1,1'') \Sigma^-(1'',1') \right]$$

où, pour simplifier l'écriture, nous avons introduit les quantités $F^\pm = \pm \theta(\pm(t-t')) [F^> - F^<]$, où $F = \Sigma$ ou g . Les opérateurs de masse $\Sigma^>$ peuvent être vus comme la somme de tous les diagrammes irréductibles correspondant aux propagations indiquées par $g^<$. On peut transformer (3.14) en faisant la somme et la différence. Ensuite, on introduit les coordonnées

$$t = \frac{1}{2}(t+t'), \vec{r} = \frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}'), \tau = t-t', \vec{\rho} = \vec{r} - \vec{r}' \quad (3.15)$$

où on a réutilisé \vec{r} et t pour ne pas multiplier les symboles, et les transformées de Wigner ($h = \Sigma$ ou g)

$$h(p,x) = \int d^4x e^{i\hbar p x} h\left(\vec{r} + \frac{\vec{\rho}}{2}, t + \frac{\tau}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{\rho}}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (3.16)$$

où $p = (\vec{p}, \omega)$, $x = (\vec{r}, t)$. Ceci permet de développer les quantités non locales autour du point de l'espace-temps \vec{r}, t .

Il est usuel de faire ici l'approximation dite "des grandes longueurs d'ondes", qui consiste à développer les fonctions $h(p,x)$ en séries de Taylor et en se limitant au premier ordre, introduisant ainsi des termes en gradients. On obtient ainsi

$$i \left(\partial_t + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} \right) g^>(p,x) - i \left\{ \text{Re } \Sigma^+(p,x), g^>(p,x) \right\} - \quad (3.17)$$

$$i \left\{ \Sigma^<(p,x), \text{Re } g^+(p,x) \right\} = \Sigma^>(p,x) g^<(p,x) - \Sigma^<(p,x) g^>(p,x)$$

où le crochet de Poisson (à quatre dimensions) est défini par

$$\{A, B\} = \partial_p A \partial_x B - \partial_x A \partial_p B \quad (3.18)$$

Les équations (3.17), absolument générales (à part l'approximation des faibles gradients), sont connues sous le nom des équations de Kadanoff et Baym. Elles ont la structure générale des équations de

transport avec des termes de "dérive" dans le membre de gauche et des termes de collision dans le membre de droite.

On peut voir que (3.17) généralise les équations de transport ordinaires classiques. Ecrivons

$$g^<(p,x) = ia(p,x)F(p,x), g^>(p,x) = -ia(p,x)[1 - F(p,x)] \quad (3.19)$$

En utilisant (3.12) et les propriétés des transformées de Fourier, on voit que (si $F \rightarrow \theta(\mu - e(p))$ à l'équilibre, voir ci-dessous), $a(p,x)$ se réduit à $S(\vec{p}, \omega)$ défini dans (3.3). $a(p,x)$ peut donc être vu comme la densité spectrale dynamique. On peut obtenir une équation pour celle-ci en faisant la différence des deux équations (3.17). On obtient, en utilisant (3.18)

$$\left\{ \omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re } \Sigma^+(\omega), a(\omega) \right\} - i \left\{ (\Sigma^>(\omega) - \Sigma^<(\omega)), \text{Re } g^+(\omega) \right\} = 0 \quad (3.20)$$

où nous avons explicité la dépendance en ω seulement. Grâce aux définitions de F^\pm , on transforme aisément (3.20) en

$$\left\{ \omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re } \Sigma^+(\omega) - i \text{Im } \Sigma^+(\omega), a(\omega) \right\} = 0 \quad (3.21)$$

ce qui veut dire que

$$a = f \left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re } \Sigma^+(\omega) - i \text{Im } \Sigma^+(\omega) \right) \quad (3.22)$$

où f est une fonction arbitraire. Sa détermination doit se faire grâce aux conditions initiales, dont la forme peut se trouver dans ⁴⁾, par exemple. On a donc

$$a(p,x) = \frac{-2 \text{Im } \Sigma^+}{\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re } \Sigma^+ \right)^2 + (\text{Im } \Sigma^+)^2} \quad (3.23)$$

Il reste donc à avoir une équation pour $F(p, x)$. En sommant les équations (3.17), on a

$$\left\{ \omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re } \Sigma^+, F \right\} - \frac{1}{a} \left\{ \Sigma^> + \Sigma^<, P \int \frac{a(p, \omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \right\} = \Sigma^> F - \Sigma^< (1 - F) \quad (3.24)$$

A la limite où $\text{Im } \Sigma^+ \rightarrow 0$

$$a(p,x) \rightarrow \delta(\omega - e(p,x)), e(p,x) = \frac{p^2}{2m} + \text{Re } \Sigma^+(p,x) \quad (3.25)$$

le dernier terme du membre de gauche de (3.24) s'annule et on recouvre une équation de type Boltzmann pour la quantité

$$f = f(\vec{p}, x) = f(\vec{p}, \vec{r}, t) = F(\vec{p}, e(\vec{p}, x), \vec{r}, t) \quad (3.26)$$

La connexion avec l'équation de Boltzmann devient plus claire quand les ingrédients de (3.17) et (3.24) sont donnés par leur expression en séries de puissance de l'interaction à l'ordre le plus bas (et à l'approximation classique). On a⁸⁾

$$\Sigma^<(p, x) = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \bar{p}'}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta(\vec{p} + \vec{p}' - \vec{\bar{p}} - \vec{\bar{p}}') \delta(e(p) + e(p') - e(\bar{p}) - e(\bar{p}')) \quad (3.27)$$

$$\left\langle \left\langle \vec{p} \vec{p}' |V| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \right\rangle \right\rangle^2 \begin{cases} f(p')(1-f(\bar{p}))(1-f(\bar{p}')) \\ (1-f(p'))f(\bar{p})f(\bar{p}') \end{cases}$$

où les dépendances en (\vec{r}, t) contenues dans (3.26) sont sous-entendues

$$\text{Re } \Sigma^+(p, x) = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \langle p p' |V| p p' \rangle f(p') \quad (3.28)$$

$$\text{Im } \Sigma^+(p, x) = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \bar{p}'}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \frac{\delta(\vec{p} + \vec{p}' - \vec{\bar{p}} - \vec{\bar{p}}')}{\delta(e(p) + e(p') - e(\bar{p}) - e(\bar{p}'))} \quad (3.29)$$

$$\left\langle \left\langle \vec{p} \vec{p}' |V| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \right\rangle \right\rangle^2 f(p')(1-f(\bar{p}))(1-f(\bar{p}'))$$

En fait, si l'on fait l'hypothèse des interactions extrêmement fortes, on peut resommer les diagrammes en échelle, ce qui signifie que les particules effectuent une collision avant de se séparer et de réinteragir à nouveau. Si on suppose que cette collision se fait comme dans l'espace libre, on obtient l'approximation de la matrice T. Si l'on tient compte du milieu, on obtient l'approximation de la matrice g. Dans les expressions (3.27)-(3.29), il faut faire la substitution

$$\left\langle \left\langle \vec{p} \vec{p}' |V| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \right\rangle \right\rangle \rightarrow \left\langle \left\langle \vec{p} \vec{p}' |g| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \right\rangle \right\rangle \quad (3.30)$$

où la matrice g est solution de l'équation de Bethe-Goldstone

$$\left\langle \left\langle \vec{p} \vec{p}' |g| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \right\rangle \right\rangle = \langle \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' |V| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \rangle + \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \quad (3.31)$$

$$\left\langle \left\langle \vec{p} \vec{p}' |V| p_1 p_2 \right\rangle \right\rangle \frac{(1-f(p_1))(1-f(p_2))}{e(p) + e(p') - e(p_1) - e(p_2)} \left\langle \left\langle p_1 p_2 |g| \vec{\bar{p}} \vec{\bar{p}}' \right\rangle \right\rangle$$

III.2.2 - Effets quantiques

Ceux-ci peuvent être étudiés en comparant les solutions de (3.24) avec ceux de l'équation de Boltzmann. Ceci n'a pu être réalisé que dans des cas modèles. Ainsi, Malfliet¹⁰⁾ a étudié le cas de la thermalisation d'une particule dans un milieu infini : on peut négliger le terme $\Sigma^<$ dans (3.24) et l'effet du champ moyen $\text{Re } \Sigma^>$ dans le membre de gauche. Dans le cas classique, on obtient

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\vec{p}, t) = -\Lambda f(\vec{p}, t) \quad (3.32)$$

avec $\Lambda = \Sigma$, que nous supposons constant pour l'instant. Dans le cas quantique, on a

$$\frac{\partial}{\partial t} f = -\Lambda \left(1 + \left(\frac{\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re } \Sigma^>}{\Lambda} \right)^2 \right) f \quad (3.33)$$

En intégrant sur ω pour les besoins de la comparaison, on a

$$\frac{\partial f(t)}{\partial t} = -\Lambda_Q f(t) \quad (3.34)$$

avec

$$\Lambda_Q = \Lambda \frac{e^{-x^2}}{\pi x \text{Erfc}(x)}, \quad x = \sqrt{\Lambda t} \quad (3.35)$$

où $\text{Erfc}(x)$ est la fonction d'erreur. Le rapport entre $f(t)$ pour le cas classique et le cas quantique est donné dans la figure 3.

On voit que la relaxation sera beaucoup plus lente dans le cas quantique à grand Λ . Ceci correspond à la remarque intuitive que les effets quantiques doivent augmenter si les collisions ($\Sigma^>$) sont importantes. Il semble donc que ces effets augmentent avec l'énergie.

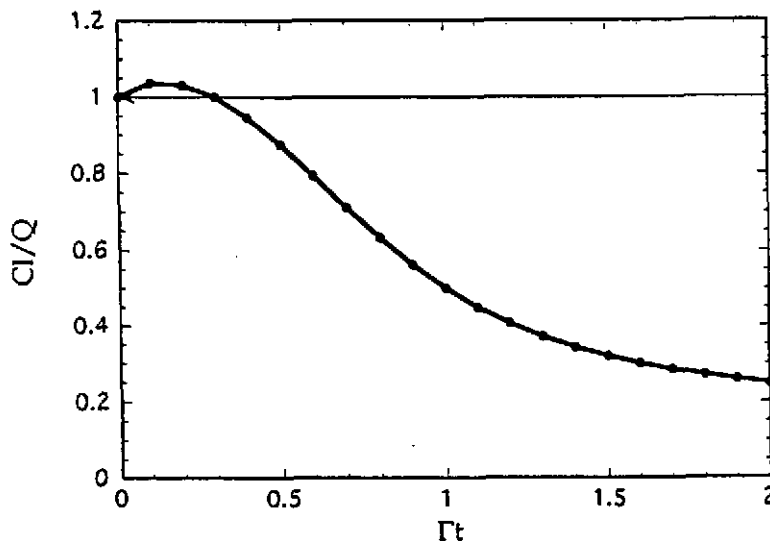


Figure 3 : Rapport entre les "relaxations" classique et quantique. Adapté de 10)

III.2.3 - Effets de milieu

Les effets de milieu interviennent dans les différents termes de l'équation de transport, même à l'approximation classique. Ils correspondent au fait que l'on doit utiliser la matrice g dans les expressions (3.27)-(3.29) au lieu de la matrice T (ou du potentiel dans le terme de champ moyen) et à la présence des énergies à une particule dans la fonction delta de conservation de l'énergie au lieu des énergies cinétiques dans (3.27). Dans le terme de collision, on doit donc faire intervenir des sections efficaces effectives de collision, ainsi que cela fut remarqué dans la référence 11). Jusqu'à présent, on s'est contenté d'appliquer des facteurs correctifs locaux qui dépendent de la densité et de la température locales (en moyennant aussi sur l'impulsion \vec{p} dans (3.27)). A titre indicatif, nous donnons dans la fig. 4 ces facteurs correctifs relativement aux collisions subies par un nucléon à une énergie incidente E par rapport à une matière nucléaire à température nulle, évalués dans 11) et 12). On remarquera pour les faibles densités un accroissement spectaculaire de la section efficace effective, effet précurseur de la transition de phase vers un milieu superfluide. Dans une collision noyau-noyau, il n'est pas sûr que cet effet, calculé statiquement, se manifeste car une transition de phase demande un certain temps de réalisation et une certaine cohérence spatiale.

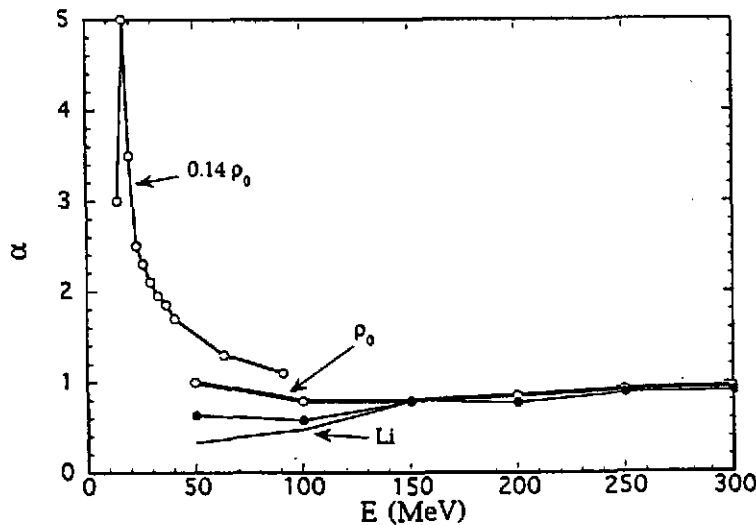


Figure 4 : Rapport entre les sections efficaces nucléon-nucléon effectives et les sections efficaces libres, calculé dans les références 11) (courbes du haut) et 12) (courbes du bas, pour ρ_0 et $\rho_0/2$)

Grâce à la définition (3.18) du crochet de Poisson, on peut voir que le membre de gauche de (3.24) donne un terme de dérive typique de l'équation de Boltzmann, qui à la limite où $\text{Im } \Sigma^* \rightarrow 0$, s'écrit

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} U) \vec{\nabla}_p + (\vec{\nabla}_p U) \vec{\nabla} \right) f = G - L \quad (3.36)$$

où le potentiel moyen U dépend, à cause de (3.29), de l'impulsion des particules (on dit abusivement qu'il dépend des vitesses). En fait, ceci généralise le potentiel optique, qui peut être décrit dans le cas statique comme le produit de la matrice g par la densité, ainsi que l'ont montré Mahaux et ses collaborateurs^{4,6}). Dans ce dernier cas, U est essentiellement une fonction quadratique en p et on peut avantageusement regrouper le second et le quatrième termes de (3.36) en introduisant une masse effective m^*

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{1}{p} \frac{\partial U}{\partial p} \quad (3.37)$$

qui correspond également à la définition (3.9). Dans un cas dynamique, il n'est pas du tout sûr que l'approximation de masse effective constante est appropriée. De plus, cette masse effective peut varier suivant les conditions de la matière. Dans la référence ⁷⁾, il est montré que la masse effective des nucléons redevient la masse ordinaire quand la température atteint 60-70 MeV.

A l'approximation de masse effective constante, la fonction delta de conservation de l'énergie peut s'écrire

$$\delta(e(p) + e(p') - e(\bar{p}) - e(\bar{p}')) = \frac{m^*}{m} \delta\left(\frac{p^2}{2m} + \frac{p'^2}{2m} - \frac{\bar{p}^2}{2m} - \frac{\bar{p}'^2}{2m}\right) \quad (3.38)$$

Le facteur m^*/m est souvent négligé dans les simulations.

III.2.4 - Solutions numériques

Il y a deux approches principales à la résolution numérique des équations de transport, celle des pseudo-particules et celle des simulations. La première se propose de résoudre l'équation de transport pour la quantité (3.26) en échantillonnant cette fonction par des particules test satisfaisant les équations d'Hamilton suivantes

$$\dot{\vec{x}} = \frac{\vec{p}}{m} + \vec{\nabla}_{\vec{p}} U(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.39)$$

$$\dot{\vec{p}} = -\vec{\nabla}_{\vec{r}} U(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.40)$$

où le potentiel $U(\vec{r}, \vec{p})$ peut être vu comme

$$U(\vec{r}, \vec{p}) = \int V_{\text{eff}}(\vec{r} - \vec{r}', \vec{p} - \vec{p}') f(\vec{r}', \vec{p}', t) d^3 r' d^3 p', \quad (3.41)$$

la fonction $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ étant elle-même donnée par

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \sum_{i=1}^{N_p} g(\vec{r} - \vec{r}_i(t), \vec{p} - \vec{p}_i(t)) \quad (3.42)$$

où on a sommé sur les pseudo-particules. Dans cette dernière expression, g est une fonction profil dont le but est d'"adoucir" la fonction f . L'interaction effective peut être choisie à volonté pour reproduire une équation d'état, sachant qu'à la même approximation que l'équation de transport, l'énergie de liaison de la matière nucléaire s'écrit

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\rho} \int_{|\vec{k}| < k_F} \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \left(\frac{k^2}{2m} + \frac{1}{2} U(\vec{k}) \right) = \frac{3}{5} \frac{k_F^2}{2m} + \quad (3.43)$$

$$\frac{1}{2} \int_{|\vec{k}| < k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{k}'| < k_F} \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} \int d^3 r' V_{eff}(\vec{r} - \vec{r}', \vec{p} - \vec{p}')$$

Plusieurs forces ont été utilisées, y compris des forces dépendant des vitesses.

Dans la deuxième approche, on tâche de garder les fluctuations au niveau le plus élevé. L'idée est que dans les collisions on a des fluctuations, dont l'origine n'est pas beaucoup discutée, mais qui, à tout le moins proviennent des fluctuations quantiques. Même si l'on part avec une fonction d'onde donnée, on va finir avec des résultats différents, et cela d'autant plus facilement que le phénomène est complexe. Le point de départ est dès lors de supposer que l'on peut décrire l'évolution de la matrice densité (ou de la fonction de Wigner) à A corps par l'évolution classique d'un ensemble statistique de distributions classiques ("spike-like") à A corps¹³, c'est-à-dire¹

$$f_w^A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_A, t) = \int d\omega g(\omega) f_A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_A, \omega, t) \quad (3.44)$$

où f_A est une "réalisation" de f_w

$$f_A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_A, t) = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_1(\omega, t)) \dots \delta(\vec{p}_A - \vec{p}_A(\omega, t)) \quad (3.45)$$

$\vec{r}_1(\omega, t), \dots, \vec{p}_A(\omega, t)$ donnant la trajectoire des particules dans la réalisation en question, et où $g(\omega)$ est la distribution de probabilité régissant la simulation (elle est souvent considérée uniforme). Bien sûr, la linéarité exprimée par l'équation (3.44) garantit la même relation pour toutes les fonctions à $s < A$ corps, après intégration sur les variables adéquates à gauche et à droite. L'hypothèse de base, contenue dans (3.44) est cependant loin d'avoir un contenu trivial. Si à un instant donné (l'instant initial, par exemple), on peut admettre qu'on génère facilement un $g(\omega)$ qui satisfait (3.44), rien ne garantit que le même $g(\omega)$ peut être utilisé ultérieurement. Pour être un peu plus précis, écrivons $U^A(x, x', t, t', \omega)$ l'opérateur d'évolution de la fonction $f_A(x, \omega, t)$, où nous avons introduit la notation compacte x pour $\vec{r}_1, \dots, \vec{p}_A$. On a

$$f_A(x, \omega, t) = \int dx' U^A(x, x', t, t', \omega) f_A(x', \omega, t') \quad (3.46)$$

et

$$\int d\omega g(\omega) f_A(x, \omega, t) = \int d\omega g(\omega) \int dx' U^A(x, x', t, t', \omega) f_A(x', \omega, t') \quad (3.47)$$

Si U^A ne dépend pas de ω , on peut écrire

$$\int d\omega g(\omega) f_A(x, \omega, t) = \int dx' U^A(x, x', t, t') \int d\omega g(\omega) f_A(x', \omega, t') \quad (3.48)$$

¹Nous ne discutons pas ici la question de la positivité de f_w^A

ce qui indique que f_w^A peut être échantillonné par les $f_A(x, \omega, t)$ à la condition que $U^A(x, x', t, t')$ soit également l'opérateur d'évolution de f_w^A . Ceci est réalisé pour le membre de gauche de l'équation de transport (dans un champ fixe), mais pas pour le membre de droite. Nous reviendrons sur ces questions plus tard.

Si les conditions énoncées ci-dessus sont remplies, la seconde méthode est de loin supérieure à la première puisqu'elle propage en principe les corrélations à tout ordre. Cependant, certaines corrélations peuvent être obtenues dans la première méthode grâce à l'adjonction de termes fluctuants. C'est ce que nous expliquons dans le paragraphe ci-dessous.

III.2.5 - Fluctuations. Equation de Boltzmann-Langevin

Il est plus facile ici de partir de la hiérarchie BBGKY que du formalisme des fonctions de Green. Nous resterons dans le cadre classique car nous voulons nous concentrer sur les fluctuations classiques. Nous suivrons de très près les notations de la référence ¹⁴). Les premières équations de la hiérarchie s'écrivent

$$(\partial_t - L_1^0) f_1(x_1, t) = \int dx_2 L_{12} f_2(x_1, x_2, t) \quad (3.49)$$

$$(\partial_t - L_1^0 - L_2^0) f_2(x_1, x_2, t) = L_{12} f_2(x_1, x_2, t) + \quad (3.50)$$

$$\int dx_3 (L_{13} + L_{23}) f_3(x_1, x_2, x_3, t)$$

où les L_i^0 sont les Liouvilliens libres et L_{ij} le Liouvillien d'interaction, et où x_i rassemble les coordonnées \vec{r}_i, \vec{p}_i . La démarche habituelle conduisant à l'équation de Boltzmann consiste à supposer que les corrélations à trois corps peuvent être négligées dans la relation (3.50), de résoudre (3.50) pour f_2 en supposant qu'à l'instant t_0 , f_2 peut se factoriser en un produit de f_1 et en réinjectant dans (3.49). On peut tenir compte des corrélations relaxant la dernière hypothèse en supposant que

$$f_2(x_1, x_2, t_0) = f_1(x_1, t_0) f_1(x_2, t_0) + \delta f_2(x_1, x_2, t_0) \quad (3.51)$$

La solution de (3.50) à $t > t_0$ est

$$f_2(x_1, x_2, t) = f_1(x_1, t) f_1(x_2, t) + \int_{t_0}^t dt' e^{(L_1^0 + L_2^0)t'} L_{12} f_1(x_1, t') f_1(x_2, t') + \quad (3.52)$$

$$e^{(L_1^0 + L_2^0)(t-t_0)} \delta f_2(x_1, x_2, t_0)$$

Quand on remplace dans (3.49), le premier terme donne le champ moyen et le second terme donne le terme de collision (dans les limites adéquates). Nous écrivons symboliquement

$$(\partial_t - L_1^{HF}) f_1(x_1, t) = C + F(x_1, t) \quad (3.53)$$

où C est le terme de collision ordinaire. Calculer F est aussi difficile que de résoudre le problème à A corps. L'idée, énoncée par Bixon et Zwanzig¹⁵⁾ et reprise par beaucoup d'auteurs¹⁶⁻¹⁹⁾ est de considérer que physiquement, F est une fonction variant extrêmement vite sur un temps caractéristique égal au temps de collision et que donc on peut le voir comme un terme fluctuant (comme dans l'équation de Langevin). On suppose généralement que F est local dans l'espace et que ses corrélations sont données par

$$\overline{F(x_1, t) F(x', t')}^{\tau} = \mathcal{F}(\vec{p}, \vec{p}', \vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(t - t') \quad (3.54)$$

On peut montrer que $\mathcal{F}(\vec{p}, \vec{p}')$ est équivalent à la somme des termes de gain et de perte dans le terme de collisions C . Ceci est intuitivement satisfaisant, car plus les collisions sont importantes, plus les fluctuations doivent être grandes. Dans la pratique, le terme fluctuant est appliqué aux moments les plus simples de la distribution à un corps et celle-ci est redéfinie à différents pas en temps pour reproduire cette variation fluctuante^{17,20)}.

Dans le formalisme des fonctions de Green utilisé au paragraphe III.3.2, l'introduction de ces corrélations peut être faite en prenant des termes d'ordre plus élevé dans la série de perturbation de $\Sigma^>$ et $\Sigma^<$.

Dans les solutions numériques des équations de transport de second type, on introduit d'autres fluctuations. Ainsi, le terme de collision est généralement simulé d'une manière stochastique. De plus, dans les simulations du type BUU, le champ moyen est calculé avec la distribution à un corps de l'événement en question (dans QMD, l'utilisation de gaussiennes tend à faire disparaître ces fluctuations). A notre connaissance, aucune étude n'a été faite pour étudier les relations entre ces différentes fluctuations. A basse énergie (GANIL), il est nécessaire d'avoir une bonne description des fluctuations¹⁹⁾, car celles-ci peuvent être faibles dans un système de fermions près de l'état fondamental, ou, à l'opposé, critiques, si le système atteint la zone d'instabilité "gaz-liquide". A haute énergie (collisions centrales au BEVALAC), il semble que les méthodes de second type rendent bien compte des fluctuations observées²¹⁾, qui d'ailleurs, sont caractéristiques des fluctuations thermiques ordinaires.

III.3 - Résultats théoriques

III.3.1 - Préliminaires

Si l'on dispose d'une "bonne" équation de transport, on peut espérer extraire l'équation d'état en comparant les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux. On est cependant loin de ce schéma idéal, pour plusieurs raisons :

- nous avons indiqué les déficiences actuelles des équations de transport et de leurs méthodes de résolution
- on ne sait pas (sans modèle) quelle est la plage de variables (ρ , T) que l'on explore lors d'une collision. On doit donc se limiter sans doute, ainsi que cela est le cas d'habitude, à une description sommaire de l'équation d'état

- l'équation d'état n'est pas le seul "input" des équations de transport. A côté, il faut citer au moins les effets de milieu
- il n'est pas évident de sélectionner des variables qui sont assez sensibles à l'équation d'état et peu sensibles aux effets de milieu et au modèle de transport utilisé.

III.3.2 - Equation d'état

Les variables usuellement utilisées pour tenter d'extraire l'équation d'état, ou mieux d'étudier leur sensibilité à l'équation d'état sont le flot, l'angle de flot, la multiplicité de pions, la multiplicité de kaons, et dans une moindre mesure, certaines propriétés de la multifragmentation. Pour la plupart des résultats, nous nous basons sur la référence ²²⁾, les autres investigations donnant des résultats qualitativement semblables.

D'abord, la densité maximale acquise par le système Au + Au est donnée par la fig. 5, pour trois calculs QMD avec des équations dites douce (S), dure (H), douce mais générée avec des forces dépendant des vitesses (SM) et pour un calcul de cascade intranucléaire²¹⁾ On voit d'une part que le domaine de densité ainsi testé n'est pas très étendu du côté des hautes densités et d'autre part que l'utilisation des forces dépendant de la densité donne une répulsion supplémentaire.

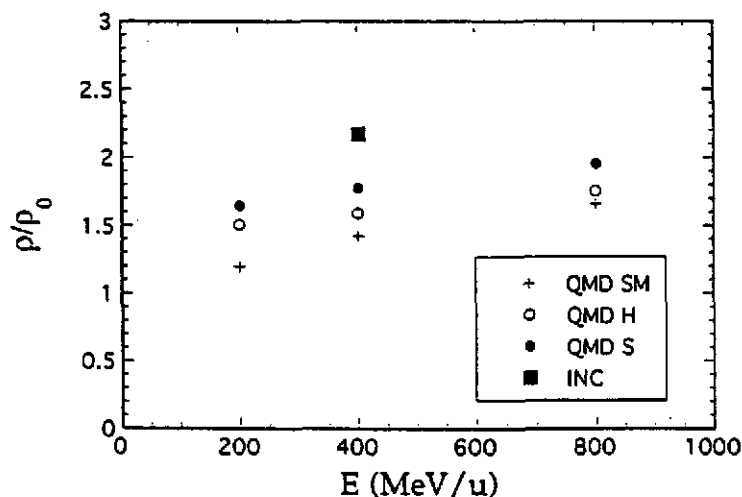


Figure 5 : Densité maximale atteinte dans les collisions Au + Au, selon divers calculs théoriques

Nous essayons maintenant de résumer les résultats significatifs. Pour le flot, défini par la pente à mi-rapacité ou le moment transverse moyen dans le plan de réaction, cette quantité est assez sensible à l'équation d'état. Cette sensibilité est assez grande à basse énergie et l'utilisation du point de balance, énergie où le flot change de signe, a été suggérée comme une quantité sensible à l'équation d'état. Cependant, très tôt, il a été montré que dans cette région le flot était très sensible aux effets de milieu²³⁾. Par contre, il est assez peu sensible aux filtres expérimentaux²⁴⁾. Alors que certains auteurs ont tout d'abord annoncé que le flot demandait une équation d'état dure, il semble bien que le flot jusqu'à 400 MeV et le point de balance peuvent être reproduits (sans effet de milieu) avec une équation d'état basée sur des forces effectives dépendant des vitesses raisonnables^{25,26)} c'est-à-dire correspondant à une masse effective de l'ordre de 0.7 et générant une équation d'état douce, c'est-à-dire avec un module de compressibilité $K \approx 210 \text{ MeV}$.

L'émission de "squeeze-out"^{27,28)} c'est-à-dire l'émission de particules perpendiculairement au plan de réaction semble avoir également une bonne sensibilité vis-à-vis de l'équation d'état, mais cette grandeur semble avoir une grande sensibilité vis-à-vis du filtre.

La distribution en rapidité ne présente, elle, qu'une très faible sensibilité à l'équation d'état.

La situation concernant les observables de multifragmentation est assez confuse. D'une part, on pense généralement que la multifragmentation elle-même est due aux propriétés de l'équation d'état à faibles densité et température. Cependant, il semble bien que la production des fragments résulte en grande partie de la subsistance de corrélations initiales^{22,29}). En particulier, l'origine des fragments est différente selon la masse de ces fragments. En conséquence, la distribution en vitesses peut ainsi varier. A l'heure actuelle, il semble bien que le flot des fragments sériés suivant leur masse soit très différent du flot des protons et que cette quantité soit assez sensible à l'équation d'état. Selon ²²), le flot est d'autant plus grand que l'équation d'état est dure. Cependant, aucune étude systématique de la dépendance vis-à-vis des effets de milieu et des filtres expérimentaux n'a été faite.

Deux autres grandeurs ont été avancées comme étant sensibles à l'équation d'état, à savoir les multiplicités des pions et des kaons, l'argument étant que ceux-ci sont produits grâce à l'agitation thermique et doivent donc être influencés par l'énergie de compression. Le taux de pions semble être en fait assez insensible à l'équation d'état, ce qui peut résulter de la réabsorption des pions. Le taux de kaons est lui très sensible à l'équation d'état, principalement parce que cette production se fait essentiellement sous le seuil. Ici, plus l'équation d'état est douce, plus le taux de kaons est élevé. Cependant, la mauvaise connaissance des sections efficaces élémentaires³⁰) et de l'importance éventuelle des effets de milieu n'ont pas permis d'utiliser la bonne dépendance vis-à-vis de l'équation d'état jusqu'à présent.

III.4 - Entropie produite

III.4.1 - Généralités

Cette grandeur présente un intérêt particulier, dans le sens qu'elle pourrait tester la matière dense directement, depuis qu'il a été démontré qu'elle reste constante dans la phase d'expansion³¹). Dans la même référence, une manière de mesurer l'entropie est suggérée, améliorant la méthode de la réf. ³²). Il vaut la peine de répéter l'argument. On peut penser que les deutérons observés sont formés dans la phase d'expansion simplement parce qu'un proton et un neutron se trouvent proches dans l'espace de phase. Dès lors, on peut écrire que le nombre de deutérons vaut

$$N_d = 3 \int \frac{d^3 r d^3 p}{(2\pi)^3} g_d(\vec{r}, \vec{p}) g_{np}(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.55)$$

où g_d est essentiellement la matrice densité du deutéron et g_{np} est la distribution conjointe d'avoir un neutron et un proton à distance relative \vec{r} et impulsion relative \vec{p} , avec des orientations de spin bien spécifiques. On a

$$g_{np}(\vec{r}, \vec{p}) = \int \frac{d^3 R d^3 P}{(2\pi)^3} f_2 \left(\vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}, \frac{\vec{P}}{2} + \vec{p}, \vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}, \frac{\vec{P}}{2} - \vec{p} \right) \quad (3.56)$$

où les deux premières variables sont relatives au neutron et les deux dernières au proton. Si la fonction de distribution à deux corps ne varie pas beaucoup sur les dimensions du deuton, et si la fonction de distribution à deux corps peut se factoriser, on a

$$N_d \approx 3 \int \frac{d^3R d^3P}{(2\pi)^3} f_1 \left(\vec{R}, \frac{\vec{P}}{2} \right) f_1 \left(\vec{R}, \frac{\vec{P}}{2} \right) \quad (3.57)$$

soit

$$N_d = 24 \langle f_1 \rangle N_{p\uparrow} \quad (3.58)$$

ou

$$R_{dp} = \frac{N_d}{N_p} = 12 \langle f_1 \rangle \quad (3.59)$$

$\langle f_1 \rangle$ étant la moyenne de la distribution $\langle f_1 \rangle$ sur elle-même. D'autre part, l'entropie vaut

$$S = -4 \int d^3r [f_1 \ln f_1 + (1 - f_1) \ln (1 - f_1)] \quad (3.60)$$

Si $\langle f_1 \rangle$ est très petit, on peut remplacer le second terme par f_1 et on obtient

$$\frac{S}{A} = 1 - \langle \ln f_1 \rangle \quad (3.61)$$

On peut relier $\langle \ln f_1 \rangle$ et $\langle f_1 \rangle$ en supposant que l'on a une distribution de Boltzmann. Il vient

$$\langle \ln f_1 \rangle = \ln (\langle f_1 \rangle 2^{3/2}) - \frac{3}{2} \quad (3.62)$$

D'où

$$\frac{S}{A} = 1 + \frac{3}{2} (1 - \ln 2) - \ln \langle f_1 \rangle \quad (3.63)$$

Pour un gaz de fermions presque dégénéré, cette relation n'est certainement plus valable. On peut alors utiliser les résultats d'équilibre thermique

$$\langle f_1 \rangle \approx 1 - \frac{3}{2} \frac{T}{\mu} \quad (3.64)$$

et

$$\frac{S}{A} \approx \frac{\pi^2}{2} \frac{T}{\mu} \quad (3.65)$$

ce qui donne

$$\frac{S}{A} = \frac{\pi^2}{3} (1 - \langle f_1 \rangle) \quad (3.66)$$

On peut interpoler doucement entre (3.63) et (3.66) par la formule

$$\frac{S}{A} = \langle f_1 \rangle \frac{\pi^2}{3} (1 - \langle f_1 \rangle) + (1 - \langle f_1 \rangle) \left(1 + \frac{3}{2} (1 - \ln 2) - \ln \langle f_1 \rangle \right) \quad (3.67)$$

comme on peut le voir sur la fig. 6. En combinant (3.59) et (3.67), on obtient

$$\frac{S}{A} = 3.95 - \ln R_{dp} - 0.053 R_{dp} - 0.023 R_{dp}^2 + 0.33 R_{dp} \ln R_{dp} , \quad (3.68)$$

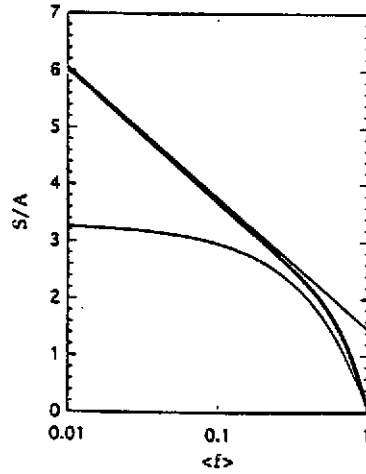


Figure 6 : Relation entre S/A et la moyenne de la distribution à un corps (eq. (3.67))

la formule de la référence ³²⁾ se limitant aux deux premiers termes. Il faut cependant remarquer que le contenu de la formule est différent. En effet, celle de la référence ³²⁾, ainsi que la méthode dite de QSM^{33,34)} supposent un équilibre statistique entre espèces avec équilibration des réactions possibles, alors que la formule (3.68) ne suppose aucun équilibre, mais simplement une interaction "soft" (avec le champ moyen, par exemple) pour permettre aux deutérons hors de leur couche de masse de revenir sur celle-ci. Cependant, (3.68) a une validité limitée, parce que l'on a admis que f_2 ne variait pas beaucoup sur la taille d'un deuton, ce qui n'est correct que pour les grands systèmes ou les collisions centrales. De plus, si $\langle f_1 \rangle$ est très grand, les corrélations de Pauli interdisent pratiquement la présence de deutons.

III.4.2 - Résultats expérimentaux et discussion

Les résultats expérimentaux sont résumés dans la fig. 7.

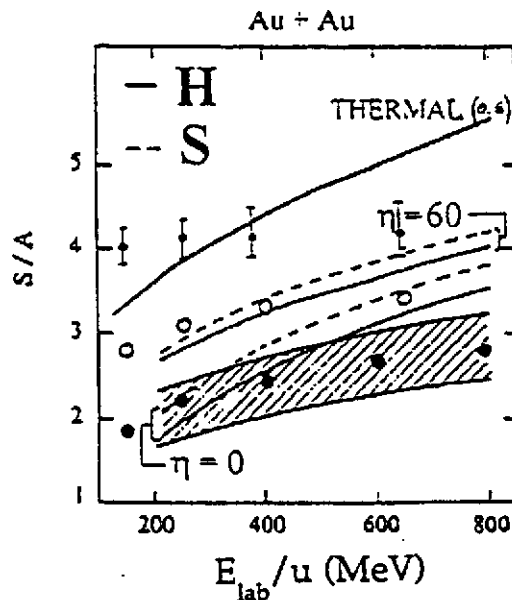


Figure 7 : Résultats de l'extraction de l'entropie, selon plusieurs méthodes. Voir texte pour plus de détails.

Ils sont basés sur les mesures de la référence 28). Il est à remarquer que les mesures récentes de FOPI ne permettent pas d'ajouter des points supplémentaires vu que les deutons ne sont pas distingués des protons. Les mesures de Bacri et al.^{35,36)} à plus basse énergie correspondent à des rapports \bar{d} / \bar{p} plus petits et donc une entropie plus grande, ce qui est contre-intuitif. Ceci illustre bien le fait que l'hypothèse fondamentale de la section III.4.1 n'est pas valable quand la matière est encore peu dispersée dans l'espace de phase. La comparaison avec les théories éventuelles ne peut donc se faire que pour les énergies allant au-delà de 400 MeV. L'entropie observée est légèrement inférieure à un désordre total (fireball, pas d'énergie de compression). Quand on utilise la méthode QSM, assez critiquable comme nous l'avons vu, on obtient une entropie de l'ordre d'une unité plus petite. Si l'on compare à des calculs d'onde de choc, il ne semble pas que l'entropie soit très dépendante de l'équation d'état mais bien de la viscosité associée à la phase d'expansion.

Il semble que les résultats de FOPI peuvent être reproduits avec une viscosité nulle³⁷⁾. Cependant, ils sont en discordance avec ceux de la Boule de Plastique²⁸⁾. Il ne fait guère de doute que l'on n'a pas encore une manière satisfaisante d'extraire l'entropie.

III.5 - Signaux de la matière dense

La possibilité d'identifier et d'analyser les signaux directs de la matière dense n'a pas beaucoup été utilisée dans cette gamme d'énergie. Le signal le plus évident est la production de photons. Il semble cependant que la majorité des photons sont produits lors de collisions $p + n$. Cependant, les photons de basse énergie et ceux de très haute énergie pourraient avoir d'autres origines. Pour ces derniers, il est essentiel de connaître les sections efficaces élémentaires avec exactitude. Un autre signal prometteur est donné par l'émission de dileptons. Nous traiterons ce point dans le chapitre suivant. Notons également les corrélations πN qui donnent une évidence de la formation de résonances Δ , ainsi qu'il avait été prédit dans la réf. 38).

IV. ENERGIES BEVALAC → AGS

Ainsi que nous l'avons indiqué dans le chapitre II, il n'y a pas de changement brutal à attendre quand on monte en énergie. L'aspect le plus caractéristique est la production de plus en plus copieuse de particules autres que les nucléons. Nous nous attacherons donc ici à traiter des degrés de liberté mésoniques, en mettant en évidence les grandes zones d'ombre de ce chapitre.

IV.1 - Propriétés statiques de la matière hadronique

IV.1.1 - Thermodynamique des gaz parfaits

Pour des gaz parfaits quantiques, la densité d'énergie, la densité et la densité d'entropie sont données par

$$\varepsilon = \frac{g}{2\pi^2} T^4 \left(\frac{m}{T}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{3K_2\left(\frac{lm}{T}\right) + \frac{lm}{T} K_1\left(\frac{lm}{T}\right)}{l^2} (\delta)^{l-1} \exp\left(\frac{l\mu}{T}\right) \quad (4.1)$$

$$n = \frac{g}{2\pi^2} T^3 \left(\frac{m}{T}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{K_2\left(\frac{lm}{T}\right)}{l} (\delta)^{l-1} \exp\left(\frac{l\mu}{T}\right) \quad (4.2)$$

$$\sigma = \frac{g}{2\pi^2} T^3 \left(\frac{m}{T}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\left(4 - \frac{l\mu}{T}\right) K_2\left(\frac{lm}{T}\right) + \frac{lm}{T} K_1\left(\frac{lm}{T}\right)}{l^2} (\delta)^{l-1} \exp\left(\frac{l\mu}{T}\right) \quad (4.3)$$

où g est le facteur statistique, m la masse des particules et μ le potentiel chimique, et où

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{bosons} \\ 0 & \text{boltzmannions} \\ -1 & \text{fermions} \end{cases} \quad (4.4)$$

Il est intéressant de mentionner dès maintenant certaines limites. Si $\frac{m}{T} \gg 1$, on a, indistinctement de la statistique

$$\varepsilon = gm \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} \left(1 + \frac{27}{8} \frac{T}{m} + \dots\right) \quad (4.5)$$

$$n = g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} \left(1 + \frac{15}{8} \frac{T}{m} + \dots\right) \quad (4.6)$$

$$\sigma = g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} \left(\frac{m-\mu}{T} + \frac{35}{8} + \dots\right) \quad (4.7)$$

On remarquera que l'on a

$$\varepsilon = n \left(m + \frac{3}{2} T\right) \quad (4.8)$$

Si $\frac{m}{T} \ll 1$ et $\mu = 0$, on a

$$\varepsilon = g \frac{\pi^2}{90} T^4, \quad n = 1.11 g \frac{\pi^2}{90} T^3, \quad \sigma = 4g \frac{\pi^2}{90} T^3 \quad (4.9)$$

pour les bosons. Pour les fermions, on a

$$\varepsilon = \frac{7}{8} g \frac{\pi^2}{90} T^4, \quad n = 0.729 \times \frac{7}{8} g \frac{\pi^2}{90} T^3, \quad \sigma = \frac{7}{2} g \frac{\pi^2}{90} T^3 \quad (4.10)$$

où n indique le nombre de particules ou d'antiparticules.

On peut voir l'effet de la production de résonances mésoniques et baryoniques sur un modèle simple. Considérons un mélange de nucléons, de Δ et de pions, résultant de l'échauffement d'un système initial de A nucléons dans un volume V . Les paramètres intervenant dans les équations (4.5)-(4.7) pour simplifier, à savoir les potentiels chimiques $\mu_N, \mu_\Delta, \mu_\pi, T$ sont donnés par l'énergie totale et le nombre baryonique

$$U = V(\epsilon_N + \epsilon_\Delta + \epsilon_\pi) + U_0 \quad (4.11)$$

$$A = V(n_N + n_\Delta) \quad (4.12)$$

et les relations entre les potentiels chimiques

$$\mu_\Delta = \mu_N, \quad \mu_\pi = 0 \quad (4.13)$$

résultant des réactions $NN \rightleftharpoons N\Delta, \Delta \rightleftharpoons \pi N$ régissant l'équilibre.

Dans (4.11), nous avons admis la présence d'une énergie de compression dépendant éventuellement de la densité. La variation de la température en fonction de l'énergie interne $(U - U_0)$ pour un système de $A = 200$ nucléons contenu dans un volume de 800 fm^3 est donnée dans la fig. 8. On voit très nettement que la température augmente beaucoup moins vite quand la production de résonances est permise. Physiquement, cela correspond au fait que l'énergie est utilisée pour produire de la masse plutôt que pour "chauffer" le système. Corrélativement, un excès d'entropie est produit.

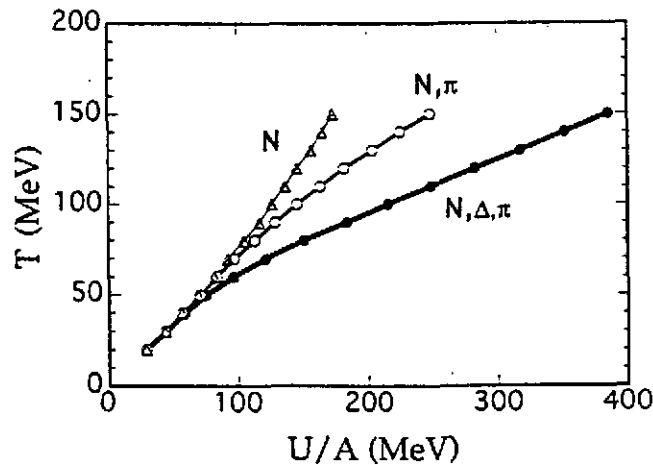


Figure 8 : Relation entre l'énergie et la température pour des gaz de compositions indiquées. Voir texte.

On peut imaginer que l'adjonction d'autres types de mésons va amplifier le phénomène. De fait, Hagedorn³⁹⁾ a montré que ce phénomène conduit à l'existence d'une température limite. Pour un système de mésons (l'argument peut être repris pour les baryons), on a

$$\epsilon = \frac{3T^2}{2\pi^2} \int_0^\infty dm \rho(m) m^2 K_2\left(\frac{m}{T}\right) \quad (4.14)$$

où on s'est limité à la contribution dominante des boltzmannions par simplicité, et où $\rho(m)$ est la densité de masse des mésons. Les mésons lourds étant faits de mésons plus légers (hypothèse du bootstrap statistique), $\rho(m)$ obéit à une équation du type

$$\rho(m) = \delta(m - m_*) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \delta\left(m - \sum_{i=1}^n m_i\right) \rho(m_i) dm_i \quad (4.15)$$

Si m est très grand et si l'on retient le terme $n=2$, $\rho(m) \approx \rho(m_1)\rho(m - m_1)$ et la solution est une exponentielle

$$\rho(m) = \exp(\alpha m) \quad (4.16)$$

En fait, la solution de (4.15) est pratiquement (4.16) pour m assez grand et α se trouve proche de m_*^{-1} . On voit donc que la densité d'énergie diverge quand $T \rightarrow \alpha^{-1}$, à cause du comportement de la fonction K_2 . La mesure de la chaleur spécifique donnerait donc dans ce modèle des indications sur le comportement statistique du spectre des mésons. Le modèle de Hagedorn a été considéré comme une méthode élégante de tenir compte des interactions entre pions. Cependant, il faut se souvenir que dans ce modèle la pression suit la loi des gaz parfaits $p = nT$.

IV.1.2 - Modèles de mésons en interaction

A la suite du modèle $\sigma - \omega$ de Walecka⁴⁰⁾, une classe assez grande de modèles de mésons a été proposée. Le point de départ est une densité lagrangienne du type

$$\begin{aligned} L = \sum_B \bar{\Psi}_B \left(i \gamma_\mu \partial^\mu - m_B + g_{\sigma B} \sigma - g_{\pi B} \left(\partial_\mu \vec{\pi} \right) \cdot \left(\gamma_5 \gamma^\mu \vec{\tau} \right) - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\sigma B} \gamma_\mu \tau_3 \rho_3^\mu \right) \Psi_B \\ + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \sigma \partial^\mu - m_\sigma^2 \sigma^2 + U(\sigma) \right) + \left(\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - m_\pi^2 \pi^2 \right) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ - \frac{1}{4} \rho^{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu \end{aligned} \quad (4.17)$$

Nous ne détaillerons pas ici tous les termes de ce lagrangien, dont certains ont cependant des rôles bien particuliers. La self-énergie $U(\sigma)$ a la forme

$$U(\sigma) = \frac{b}{3} \sigma^3 + \frac{c}{4} \sigma^4 \quad (4.18)$$

et est choisie de manière à stabiliser le système. Pour une matière uniforme et au repos, tous les champs de mésons sont des constantes, sauf le champ de pions qui a la forme

$$\pi = \frac{\bar{\pi}}{\sqrt{2}} e^{ikx} \quad (4.19)$$

à cause du couplage dérivatif. Les équations de mouvement donnent

$$m_\sigma^2 \sigma_0 = g_{\sigma_0} \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle - \frac{dU}{d\sigma} \quad (4.20)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_{\omega_0} \langle \bar{\psi}_B \gamma_0 \psi_B \rangle \quad (4.21)$$

$$(m_\rho^2 + (g_\rho \bar{\pi})^2) \rho_0 = g_{\rho_0} \langle \bar{\psi}_B \tau_3 \gamma_\mu \psi_B \rangle \quad (4.22)$$

$$(-k_\mu k^\mu + m_\pi^2) \bar{\pi} = -g_{\pi_0} \langle \bar{\psi}_B \gamma_5 \gamma_\mu k^\mu \tau \psi_B \rangle \quad (4.23)$$

et

$$\left\{ \gamma_\mu (\partial^\mu - g_{\omega_0} \omega^\mu) - (m - g_{\sigma_0} \sigma) + \gamma_\mu k^\mu \left(\frac{\tau_3}{2} + g_{\pi_0} \bar{\pi} \gamma_5 \tau_2 \right) \right\} \psi_B = 0 \quad (4.24)$$

On voit que l'effet essentiel est de donner une valeur finie à certains champs et de donner une masse effective et une impulsion effective aux baryons. La plupart du temps, les auteurs se contentent d'utiliser les états à une particule des baryons $e(p)$ pour calculer les grandeurs thermodynamiques en négligeant la contribution des antiparticules. On a ainsi

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + U(\sigma_0) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} \bar{\pi}^2 (k_\mu k^\mu + m_\pi^2) + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 \quad (4.25)$$

$$+ \sum_B \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{e(p)}{1 + \exp \frac{e(p) - \mu}{T}}$$

$$p = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - U(\sigma_0) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 \quad (4.26)$$

$$+ \frac{1}{3} \sum_B \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p^2}{e(p)} \frac{1}{1 + \exp \frac{e(p) - \mu}{T}}$$

Le nombre de mésons est donné par le carré du champ correspondant. On voit directement un problème de ces modèles. Pour une matière à l'arrêt, le champ de pion n'existe que pour $\vec{k} = 0$. Dès lors, les auteurs n'utilisent généralement ces modèles que dans le secteur baryonique et utilisent les formules des gaz parfaits (4.1)-(4.3) pour les pions^{41,42}.

IV.1.3 - Modèles chiraux

Ici, on anticipe un peu sur le chapitre V en considérant le pion comme un boson de Goldstone apparaissant à cause de la brisure spontanée de la symétrie chirale. Le modèle le plus populaire est celui créé initialement par Nambu et Jona-Lasinio⁴³⁾ Nous suivrons ici une présentation plus moderne⁴⁴⁾. Le point de départ est le lagrangien

$$\begin{aligned} L = \bar{\psi} \left[i \gamma_{\mu} \partial^{\mu} - m - g \left(\sigma + i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \right) - \Gamma_a \varphi_a \right] \psi \\ + L_{\varphi_a} + \frac{1}{2} a^2 \left(\sigma^2 + \pi^2 - f_{\pi}^2 \right)^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Comme pour les modèles précédents, les champs de fermions sont traités quantiquement et les champs de mésons sont traités classiquement. Pour étudier la thermodynamique d'un tel modèle, il est avantageux de calculer la fonction de partition

$$Z = \int D(\varphi_a) \exp[-I_{eff}] \quad (4.28)$$

où $\{\varphi_a\} = \varphi_a, \sigma$ et π et où

$$\begin{aligned} I_{eff} = - \int_0^{\beta} d\tau \int d^3r \left[\text{tr} \ln \left\{ i (\partial + \mu \gamma_0) + m + g \left(\sigma + i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \right) + \Gamma_a \varphi_a \right\} \right. \\ \left. + L_{\varphi_a} + \frac{1}{2} a^2 \left(\sigma^2 + \pi^2 - f_{\pi}^2 \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Dans cette équation, β^{-1} et μ sont la température et le potentiel chimique des fermions. On remarquera que l'on a intégré les champs de fermions pour obtenir (4.29). Ils n'apparaissent plus comme variables dynamiques. Cette procédure est connue sous le vocable imprécis de bosonisation. Nous nous concentrerons sur les aspects liés aux champs chiraux et donc, pour simplifier les notations, nous laisserons de côté les champs φ , bien que nous citerons plus loin quelques résultats les concernant.

L'action effective I_{eff} peut se développer en faisant $\{\varphi_a\} = \{\varphi_a^0\} + \delta\varphi_a$, où $\{\varphi_a^0\}$ est la valeur des champs rendant l'action classique stationnaire

$$I_{eff} = I_{eff}^0 + I_{eff}^1 + I_{eff}^2 \quad (4.30)$$

La condition de stationnarité donne, à température nulle

$$\varphi_a^0 = 0, \vec{\pi}^0 = 0 \quad (4.31)$$

$$a^2 \left(1 - \frac{m}{M} \right) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k - \mu)^2 + M^2}$$

où $M = m + g\sigma^0$. L'intégrale (4.31) a une divergence ultraviolette. Elle doit donc être régularisée. A température non nulle, la soustraction de l'expression à température nulle peut être utilisée comme régulateur⁴⁴). On a alors

$$a^2 \left(1 - \frac{m}{M}\right) = - \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2 + M^2} (n_{i+} + n_{i-}) \quad (4.32)$$

où

$$n_{i\pm} = \left\{ 1 + \exp \left[\beta \left(\sqrt{k^2 + M^2} \pm \mu \right) \right] \right\}^{-1} \quad (4.33)$$

L'équation (4.31) est dite équation du gap, car elle donne une masse M (au lieu de m , éventuellement nulle dans le cas d'une symétrie chirale complète) aux fermions. La symétrie chirale est brisée spontanément, ce qui est reflété par une valeur non nulle du paramètre d'ordre

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{M}{2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2 + M^2} (n_{i+} + n_{i-}) \quad (4.34)$$

que l'on peut obtenir en différentiant par rapport à σ la contribution des fermions au système. La contribution du deuxième ordre à l'action effective peut s'écrire sous la forme⁴⁴)

$$I_{eff}^2 = I_{\sigma\sigma}^2 + I_{\pi\pi}^2 \quad (4.35)$$

avec

$$I_{\sigma\sigma}^2 = \frac{1}{2} \bar{\sigma} K_{\sigma\sigma}^{-1} \bar{\sigma} = \frac{1}{2\beta} \int dq \bar{\sigma}(q) K_{\sigma\sigma}^{-1} \bar{\sigma}(q) \quad (4.36)$$

où $\bar{\sigma}(q) = \int d^4x e^{iqx} \bar{\sigma}(x)$, avec une écriture similaire pour $I_{\pi\pi}^2$. On peut montrer à l'aide de la méthode des intégrales fonctionnelles que $K_{\sigma\sigma}(q)$ et $K_{\pi\pi}(q)$ sont les propagateurs des mésons σ et π . Une prédiction non triviale de ce genre de modèle est que la masse de ces mésons, c'est-à-dire $K_{\sigma\sigma}^{-1}(q^2 = 0)$ et $K_{\pi\pi}^{-1}(q^2 = 0)$ ne sont pas des constantes, mais varient avec le potentiel chimique et la température.

Nous n'avons pas spécifié jusqu'à présent la nature des champs de fermions. Dans la plupart de ce type d'approche, on considère les champs ψ comme des champs de quarks et on applique ces modèles à la matière hadronique ordinaire. La justification (l'argument!) est de penser que la brisure de la symétrie chirale est plus importante que les phénomènes de confinement lorsqu'on regarde les propriétés globales de la matière. Ces modèles prévoient néanmoins une transition de phase conduisant vers un rétablissement de la symétrie chirale à haute température et à haute densité, les fermions retrouvant une petite masse, caractéristique d'une phase plasma. La fig. 9 donne une variation typique de ces masses en fonction de la densité et en fonction de la température.

La thermodynamique de ces modèles n'a cependant pas encore été étudiée dans le secteur mésonique, en tout cas en introduisant toute la complexité des familles de mésons.

IV.2 - Théories de transport

Des modèles de théorie des champs similaires à ceux décrits dans les paragraphes IV.1.2 et IV.1.3 ont été utilisés pour tenter de dériver des équations de transport incluant la production et la destruction de

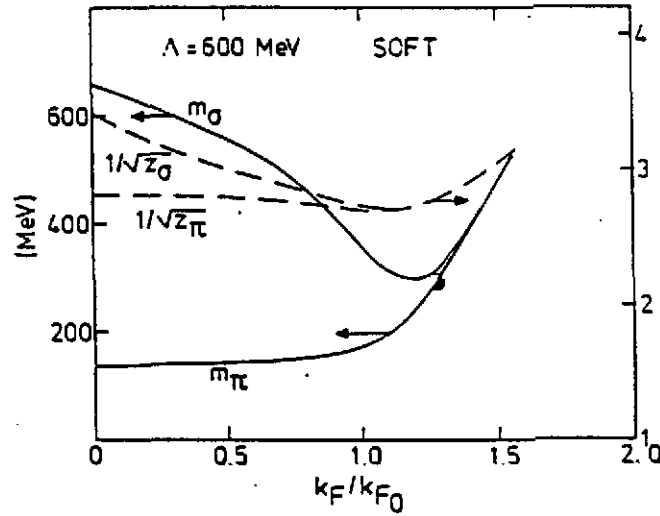


Figure 9 : Modifications de la masse des mésons σ et π dans un modèle de Nambu -Jona-Lasinio. Adapté de la référence 44)

mésons. Notons que certains modèles ont été utilisés pour résoudre l'équation de Vlassov relativiste^{45,46}). Il y a eu plusieurs tentatives pour dériver des équations de transport⁴⁷⁻⁵⁰), mais la plus avancée est celle de la référence 51) utilisant le modèle $\sigma - \omega$ de Walecka. On arrive ainsi à des équations du type (3.17) pour chacune des espèces (N, σ, ω), le couplage arrivant au travers des "self-énergies" $\Sigma^>$ et $\Sigma^<$. Cependant, en pratique aucun calcul n'a été fait de cette manière. Dans la plupart des cas, on se contente d'utiliser des équations de transport couplées via des termes de collisions classiques, reprenant les réactions possibles. Ainsi, on a typiquement

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - L_N\right) f_N(\vec{r}, \vec{p}) =$$

$$C^{NN} - \int (dp) |T(NN \rightarrow NN\pi)|^2 f_N(p) f_N(p') \bar{f}_N(p'') \bar{f}_N(p''') \bar{f}_\pi(p^{iv}) \quad (4.37)$$

$$+ \int (dp) |T(NN\pi \rightarrow NN)|^2 f_N(p'') f_N(p''') f_\pi(p^{iv}) \bar{f}_N(p) f_N(p')$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - L_\pi\right) f_\pi(\vec{r}, \vec{p}) = C^{\pi N} \quad (4.38)$$

où C^{NN} est le terme de collision NN habituel, où (dp) indique symboliquement les intégrations sur l'espace de phase et où $C^{\pi N}$ est l'opposé du terme de collision (moins C^{NN}) apparaissant dans (4.37). Les quantités \bar{f} signifient $I-f$ pour les fermions et $I+f$ pour les bosons. En général, on prend $\bar{f} = f$ pour les pions. Mais les tentatives pour inclure ce facteur d'amplification (qui revient à avoir une section efficace effective amplifiée) conduit à une population explosive de pions⁵²), à rapprocher d'une condensation de Bose-Einstein, non observée dans la réalité. Cette amplification est sans doute inhibée par deux mécanismes :

- les sections efficaces de production de pions sont sans doute modifiées fortement par des effets de milieu (voir par exemple 53))

- les interactions pion-pion qui sont largement répulsives (dans la voie $T = 0$) et qui interdisent aux pions de se trouver au même endroit.

IV.3 - Résultats

La systématique des résultats dans la gamme d'énergie du BEVALAC a été faite par Metag⁵⁴). Curieusement, les sections efficaces différentielles (ou intégrées quand elles sont disponibles) suivent une systématique que l'on peut exprimer de la façon suivante

$$\sigma \approx \sigma_R A_{part} \exp \frac{E_{avail} - E_{prod}}{E_0} \quad (4.39)$$

où E_{avail} est l'énergie disponible dans le c.m. NN, E_{prod} le seuil de production et où E_0 a une valeur universelle de l'ordre de 80 MeV et ce, sur une grande gamme d'énergie. Si cette systématique suggère une tendance à transformer l'énergie cinétique en énergie de masse (au travers des résonances baryoniques)⁵⁵), explication qui est accréditée par les "températures" observées, il n'y a aucune explication de l'universalité de la valeur de E_0 , sauf la dominance éventuelle de la résonance Δ . De plus, un certain flou a régné sur la possibilité de reproduire les fonctions d'excitation expérimentales même loin sous le seuil par les théories de transport habituelles. Il semble que les calculs BUU du groupe de Giessen peuvent le faire, moyennant semble-t-il des constantes de couplage adéquates pour la production de certains mésons⁵⁶). De plus, il semble bien que les résultats soient sensibles à l'équation d'état.

Aux énergies AGS, une reproduction convenable de la production de particules est fournie par le code de cascade nucléaire ARC⁵⁷) qui introduit les résonances Δ et N^* , moyennant des hypothèses (raisonnables) sur les réinteractions de ces résonances.

IV.4 - Dileptons

Les sources de dileptons sont assez nombreuses, comme l'indique la fig. 10. Nous reviendrons sur certaines d'entre elles dans le chapitre V. Nous nous attarderons seulement sur la voie $\pi\pi$ correspondant au diagramme de la fig. 11, en supposant que les pions ne sont pas libres mais dotés d'une certaine relation de dispersion $e = e(p)$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{e^4}{4\pi} \frac{1}{s^3(s-4m^{*2})} \left[\frac{s}{2}(s-4m^{*2}) - \frac{1}{2}(t-u) \right] |F_\pi(m_\rho^2)|^2 \quad (4.40)$$

avec

$$m^{*2} = e(p)e(p) - \vec{p} \cdot \vec{p}' \quad , \quad (4.41)$$

$$|F_\pi(m_\rho^2)|^2 = \frac{m_\rho^4}{(s-m_\rho^2)^2 + \Gamma_\rho^2 m_\rho^2} \quad (4.42)$$

En principe donc, l'étude des dileptons peut donner des informations sur la relation de dispersion des pions dans la matière. La fig. 10 montre cependant que, outre la nécessité d'introduire un modèle de réaction, il est essentiel de connaître avec une bonne précision les autres contributions.

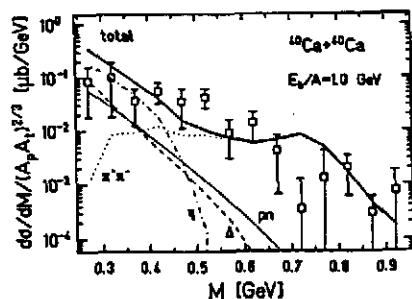


Figure 10 : Spectre de masse des dileptons dans la réaction Ca + Ca à 1 GeV/u. Les contributions théoriques selon le calcul de la référence 56) sont indiquées. Adapté de la référence 54)

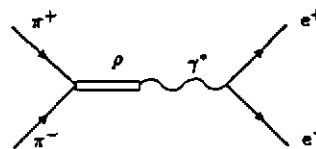


Figure 11 : Diagramme illustrant la production de dileptons dans la voie $\pi^+\pi^-$ avec formation de ρ

V. - COLLISIONS AUX ENERGIES SPS

V.1 - Introduction

Contrairement aux cas précédents, on a ici peut-être une moins bonne idée du scénario de la réaction et partant, du type de matière que l'on forme. Il est dès lors peut-être plus indiqué de commencer par ce que l'on sait sur les collisions nucléon-nucléon à ces énergies. Ensuite, nous parlerons des modèles les plus populaires pour décrire ces réactions, et un peu du plasma. Nous évoquerons brièvement les modèles théoriques pour décrire les collisions entre ions lourds. Enfin, nous terminerons en discutant brièvement les signatures éventuelles du plasma.

V.2 - Collisions nucléon-nucléon

Entre $\sqrt{s} = 3$ GeV et $\sqrt{s} = 100$ GeV, la section efficace totale est de l'ordre de 40 mb et est dominée par la section efficace de réaction qui est de l'ordre de 30 mb. Les réactions sont du type diffractif, où un des nucléons joue le rôle d'absorption pour l'autre, ce qui conduit à une figure de diffraction, et où les nucléons perdent une faible fraction de leur énergie (dans leur centre de masse) ou du type non diffractif, où les nucléons perdent nettement plus d'énergie, qui est transformée en production de particules. Les réactions du type non diffractif sont les plus importantes, correspondant à environ 80 à 90 % de la section efficace totale de réaction. Une propriété importante est la multiplicité moyenne de particules chargées. Elle vaut

$$\langle N_{ch} \rangle = 0.88 + 0.88 \ln \sqrt{s} + 0.47 (\ln \sqrt{s})^2 \quad (5.1)$$

Ces particules ont une répartition en impulsion caractéristique. D'abord la distribution en (pseudo) rapidité a la forme d'un plateau dont la valeur sature à environ deux unités par unité de rapidité, ainsi qu'on peut le voir dans la fig. 12, tirée de la revue 58). La distribution en p_T est identique pour tous les types de particules si on les porte suivant la variable $m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$. La valeur de $\langle p_T \rangle$ est assez petite, de l'ordre de 0.3 GeV. Il faut quand même distinguer les particules dites "hard" qui sont produites à grand p_T et dont le mécanisme de production est un mécanisme perturbatif de QCD.

Une notion importante est la perte d'énergie des baryons. Il semble bien⁵⁹⁾ que les baryons correspondent à une distribution uniforme en x_p . En rapidité, on a donc

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{d\sigma}{dx_F} \frac{dx_F}{dy} = \frac{d\sigma}{dx_F} \frac{m_{pT}}{m_b} e^{y-y_b} \quad (5.2)$$

où y_b est la rapidité de la particule incidente. On trouve donc $\langle y \rangle = y_b - 1$, ce qui veut dire qu'en moyenne les baryons perdent une unité de rapidité.

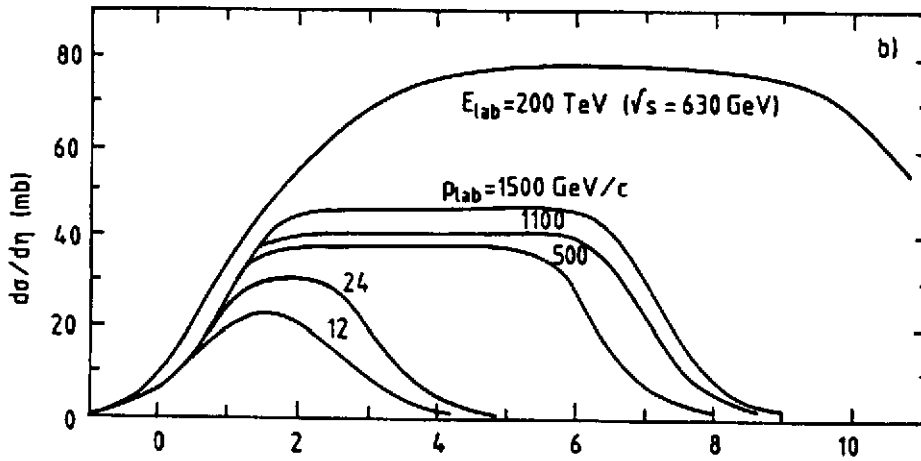


Figure 12 : Distribution en rapidité des particules produites dans les collisions pp

V.3 - Modèles de production

V.3.1 - Modèle de QCD perturbatif

Le modèle de diffusion dure est illustré par la fig. 13 où le processus important est l'interaction entre un parton du projectile et un parton de la cible.

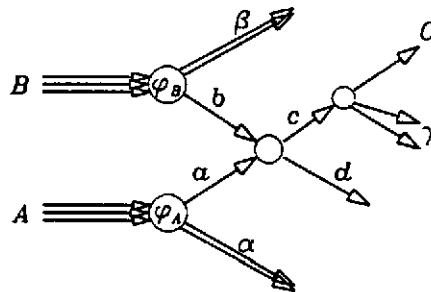


Figure 13 : Diagramme caractéristique d'un processus de diffusion dure

La section efficace de production inclusive $A + B \rightarrow C + X$ vaut donc

$$E_c \frac{d^3\sigma}{dC^3} \Big|_{AB \rightarrow CX} = \sum_{a,b} \int dx_a d^2a_T \int dx_b d^2b_T G_{a/A}(x_a, \vec{a}_T) G_{b/B}(x_b, \vec{b}_T) \times r(s, s', x_a, x_b) E_c \frac{d^3\sigma}{dC^3}(ab \rightarrow CX') \quad (5.3)$$

où le facteur cinématique r est égal à peu près à l'unité à haute énergie. La fonction de structure $G_{a/A}(x_a, \vec{a}_T)$ est la probabilité de trouver un constituant $a(b)$ dans la particule $A (B)$. La section efficace élémentaire $E_c \frac{d^3\sigma}{dC^3}(ab \rightarrow CX')$ peut se calculer par QCD perturbatif suivant les diagrammes correspondants. Dans certains cas, des estimations simples peuvent être faites. Elles conduisent à des règles de comptage ("counting rules"). Elles font d'abord appel à des propriétés de $G_{a/A}(x)$

$$G_{a/A} \underset{x \rightarrow 1}{\sim} (1-x)^{g_a} \quad , \quad G_{a/A} \underset{a_T \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{(a_T^2)^{g_a+1}} \quad (5.4)$$

où $g_a = 2n_a - 1$, n_a étant le nombre de partons "spectateurs". De plus, $E_c \frac{d^3\sigma}{dC^3}$ se comporte comme

$$E_c \frac{d^3\sigma}{dC^3} \sim \frac{1}{(s')^{n-2}} f(\theta_{CM}) \quad , \quad s' = (a+b)^2 \quad (5.5)$$

où n est le nombre de partons participant à la réaction. Cette dépendance que l'on peut deviner sur des considérations purement dimensionnelles est d'ailleurs correcte à la limite de l'échange de particules légères par rapport à s . En faisant les calculs, on obtient

$$E_c \frac{d^3\sigma}{dC^3}(AB \rightarrow CX) \underset{x \rightarrow 1}{\sim} (1-x)^{g_a+g_b+1} \quad (5.6)$$

Ainsi pour la production d'un pion ($ab \rightarrow cd$) correspond à ($q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$), la section efficace se comporte comme $(1-x)^9$, ce qui est bien vérifié par l'expérience ⁶⁰). D'autres règles de comptage sont valables pour la dépendance en \vec{C}_T ou pour les phénomènes de fragmentation.

V.3.2 - Production dans un champ intense

L'idée, d'abord avancée par Schwinger⁶¹), consiste à étudier la création d'une paire particule-antiparticule dans un champ (abélien) intense. Dans le cas de la QCD, l'idée primordiale est de constater que les champs de couleur sont confinés. Quand un quark et un antiquark s'éloignent, le champ est alors confiné dans un tube de section fixe. L'énergie contenue dans le tube est proportionnelle à la longueur du tube, ce qui est parfois illustré par un potentiel linéaire confinant, et suggère l'existence d'un champ uniforme à l'intérieur du tube. L'énergie contenue dans le tube est de l'ordre de $\kappa = 1 \text{ GeV/fm}$ (constante de corde, voir plus loin) et vaut aussi

$$\kappa = \frac{1}{2} \mathcal{E}^2 S \tag{5.7}$$

où \mathcal{E} est le champ de couleur et S la section du tube. A cause de la loi de Gauss, la charge q d'un quark vaut

$$q = \mathcal{E} S \tag{5.8}$$

En conséquence, on a donc

$$q \mathcal{E} = 2 \kappa \tag{5.9}$$

Quand une particule et une antiparticule sont créées, à cause de leur interaction mutuelle, le potentiel vu par l'une d'entre elles est en fait réduit d'un facteur 2⁶², et peut donc s'écrire

$$V(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ -\kappa z & 0 < z < L \\ -\kappa L & z > L \end{cases} \tag{5.10}$$

si la paire quark-antiquark initiale est séparée d'une distance L . Ainsi que le montre la fig. 14, les quarks dans la mer de Dirac dans la région I peuvent donc pénétrer par effet tunnel dans le continu supérieur dans la région III. On voit que cela est possible si la séparation est suffisamment grande : $L \geq 2m / \kappa$ ou $2m_T / \kappa$ si l'on tient compte du mouvement transverse. Pour calculer la probabilité de transition, il faudrait utiliser l'équation de Dirac avec le potentiel (5.10). Mais il suffit de considérer des particules de Klein-Gordon pour obtenir la formule essentielle. Supposons que la masse transverse est fixée, pour simplifier les choses. On a donc

$$\left\{ (E - V(z))^2 - \frac{d^2}{dz^2} - m_T^2 \right\} f(z) = 0 \tag{5.11}$$

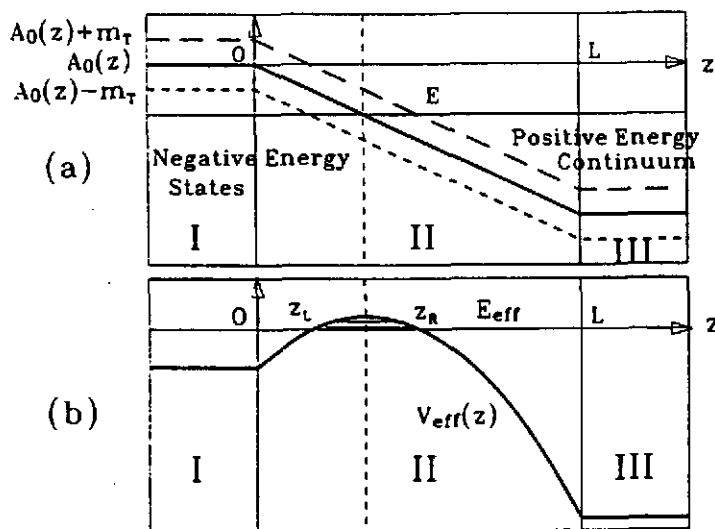


Figure 14 : (a) Potentiel $U(z)$ entrant dans l'équation (5.11). (b) Potentiel effectif entrant dans l'équation (5.14)

On peut réécrire cette équation comme une équation de Schrödinger équivalente

$$\left\{ \frac{1}{2m_T} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{m_T}{2} - \frac{(E - V(z))^2}{2m_T} \right\} f(z) = 0 \quad (5.12)$$

Le potentiel effectif est quadratique en z et présente deux points de rebroussements éventuels suivant la valeur de l'énergie

$$z_L = \frac{-E - m_T}{\kappa}, \quad z_R = \frac{-E + m_T}{\kappa} \quad (5.13)$$

Dans l'approximation WKB, le facteur de pénétration est donné par

$$P = e^{-2 \int_{z_L}^{z_R} \sqrt{2m_T [V_{eff} - E_{ff}]} dz} = e^{-\pi \frac{m_T^2}{\kappa}} \quad (5.14)$$

Le taux de particules produites par unité de volume et par unité de temps vaut

$$\frac{d^4 N}{d^3 x dt} = \frac{\kappa^2}{(2\pi)^3} \exp\left\{-\frac{\pi m^2}{\kappa}\right\} \quad (5.15)$$

Le résultat le plus important de ce modèle est de montrer que les masses lourdes sont plus difficilement produites à cause du facteur exponentiel de (5.15). En particulier, on trouve ainsi que

$$\frac{N(s\bar{s})}{N(q\bar{q})} = 0.107 \quad (5.16)$$

qui est qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux de production de mésons dans e^+e^- et nucléon-nucléon. On peut en plus trouver que

$$\frac{d^2 N}{d\vec{p}_T^2} \propto \exp\left[-\pi \frac{p_T^2}{\kappa}\right] \quad (5.17)$$

Avec $\kappa \approx 1 \text{ GeV/fm}$, on trouve $\sqrt{\langle p_T^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} \approx 0.35 \text{ GeV}/c$, en accord avec les résultats expérimentaux.

V.3.3 - Modèle de cordes classique

La notion que les hadrons peuvent être décrits comme des cordes vient du modèle de résonance duale⁶³, qui a été interprété ultérieurement en termes de diffusion de cordes^{64,65}. Le modèle de résonance duale dit que la diffusion dans la voie s , où toutes les résonances de spin J doivent être introduites est identique à la diffusion dans la voie t . Ce résultat peut être expliqué simplement si les hadrons peuvent être considérés comme des cordes. Les diffusions dans les voies s et t (voir fig. 15)

apparaissent comme correspondant à un seul diagramme de topologie bien déterminée mais vu dans des référentiels différents.

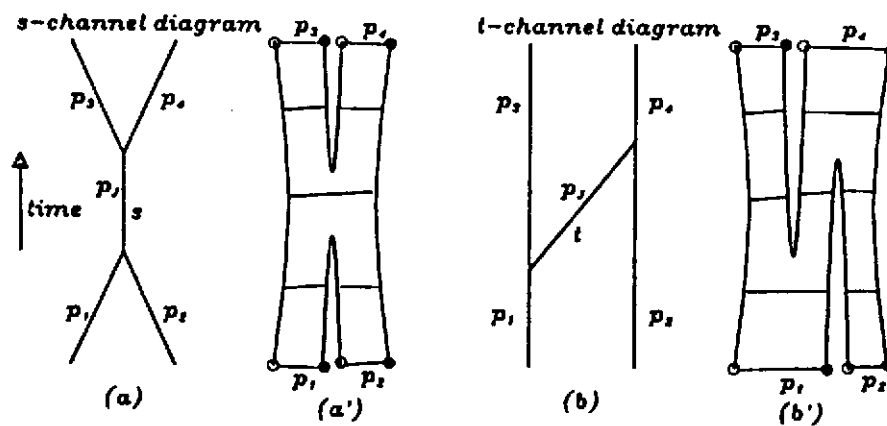


Figure 15. Diagrammes ordinaires et de cordes pour la diffusion dans la voie s et dans la voie t . Adapté de la référence 62)

De plus, dans ce modèle, on s'est aperçu que les résonances échangées étaient pour un J donné réparties sur des droites, appelées trajectoires de Regge⁶⁶, dans un plan (J, M^2) :

$$J(M) = \alpha(0) + \alpha' M^2 \quad (5.18)$$

Il se trouve que α' est quasi-universel et vaut $\alpha' = 1 \text{ GeV}^{-2}$. Ceci correspond en fait avec l'énergie d'une corde de longueur $2L$ en rotation, la corde connectant deux quarks de masse négligeable, tournant à la vitesse de la lumière. En effet dans ce cas, on a

$$M = 2 \int_0^L \frac{\kappa dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}} = \pi \kappa L \quad (5.19)$$

$$J = 2 \int_0^L \frac{\kappa x^2 dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}} = \frac{\pi}{2} \kappa L^2 \quad (5.20)$$

De ces deux équations, on tire

$$J = \frac{1}{2\pi\kappa} M^2 \quad (5.21)$$

D'où en comparant avec la valeur numérique de α' , on tire $\kappa \approx 1 \text{ GeV/fm}$.

La dynamique interne de la corde peut se décrire par le lagrangien de Nambu⁶⁴). Ici, nous utiliserons la formulation hamiltonienne, plus simple. Pour une corde déterminée par deux quarks sans masse, l'hamiltonien peut s'écrire

$$H = |p_1| + |p_2| + \kappa |x_1 - x_2| \quad (5.22)$$

Les équations d'Hamilton donnent

$$\dot{x}_i = \text{sign}(p_i) \quad , \quad \dot{p}_i = -\text{sign}(x_i - x_j) \kappa \tag{5.23}$$

On peut voir facilement que les quarks effectuent alors un mouvement oscillatoire, dit mouvement de Yo-Yo avec une période $T = 4p_1(0) / \kappa$, où p_1 est l'impulsion initiale du premier quark, dans le c.m. de la corde. Si l'on porte les trajectoires dans le plan (x, t) , elles forment des carrés successifs dont l'aire est égale à $\mathcal{A} = s / \kappa^2$, c'est-à-dire proportionnelle au carré de l'énergie de la corde. Si la corde est en mouvement, les trajectoires décrivent des rectangles dont les aires sont égales à \mathcal{A} , puisque c'est un invariant.

La formation de particules se passe en deux étapes. D'abord la corde peut se fragmenter en deux cordes. Le modèle de cassure le plus populaire est celui du modèle de Lund⁶⁷⁾, généralisant celui d'Artru-Mennessier⁶⁸⁾. La probabilité qu'elle se scinde en un point repéré par l'aire \mathcal{A} sous le point de rupture dans l'espace-temps (voir fig. 16) et la rapidité correspondante qui est reliée à la vitesse correspondante par $y = \frac{1}{2} \ln(1 + \beta) / (1 - \beta)$ par

$$dP = C A^a e^{-bA} dA dy \tag{5.24}$$

où C est une constante de normalisation. Ensuite chaque corde peut se fragmenter séparément.

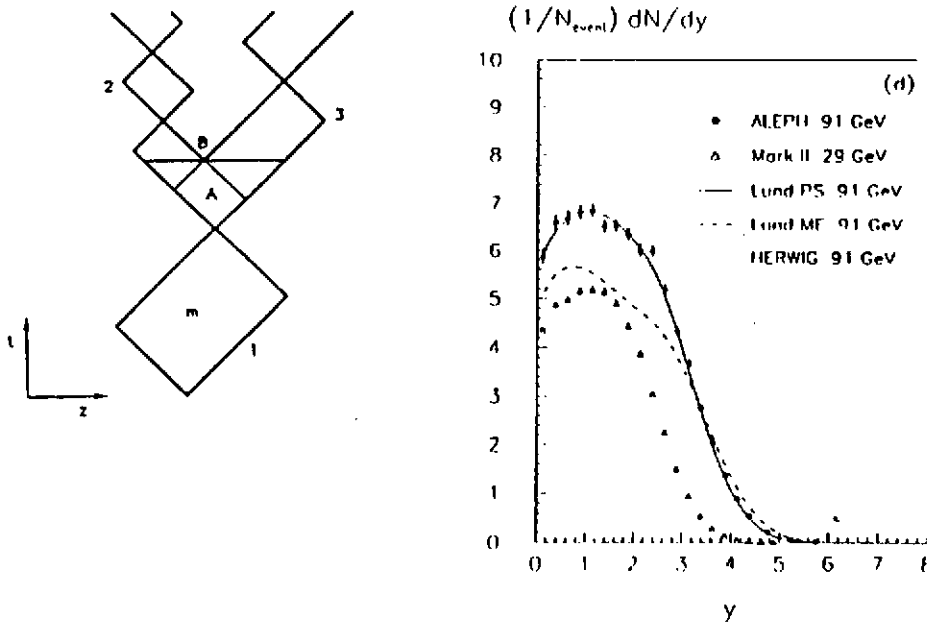


Figure 16. Diagramme de fragmentation de corde et comparaison du modèle de Lund⁶⁷⁾ avec l'expérience

La loi de probabilité pour cette seconde fragmentation est fortement conditionnée par la nécessité d'avoir une séquence de fragmentation indépendante du référentiel dans lequel on se trouve. On a ainsi

$$dP' = Nz_+^{-1} (1 - z_+)^a e^{-\frac{bA'}{z_+}} \tag{5.25}$$

Les vertex sont ainsi produits à un temps propre moyen

$$\langle \tau \rangle = \frac{\Gamma\left(a + \frac{3}{2}\right)}{\kappa \sqrt{b} \Gamma(a+1)} \quad (5.26)$$

avec une fluctuation relativement faible. On peut voir si tous les vertex sont formés au même temps propre, on trouvera une distribution dN/dy uniforme. On peut voir dans la fig. 15 le succès de ce modèle simple (pour plus de détails sur les observables, voir plus loin).

V.4 - Propriétés statiques

V.4.1 - Notion de plasma quark-gluon

Les particules porteuses de couleur sont confinées dans la matière ordinaire. Cependant, si on chauffe la matière (ou si on la comprime), ces particules peuvent devenir libres. Ceci est dû au fait que le couplage effectif entre les charges de couleur diminue lorsque le moment de transfert est grand, disons 200 MeV⁶⁹). On peut donc s'attendre à trouver la matière sous forme de quarks et gluons libres.

V.4.2 - Propriétés de la transition

Un modèle simplifié de sac permet de deviner certaines propriétés de la transition. Pour une matière à nombre baryonique nul faite de mésons de masses négligeables pour simplifier, la pression vaut

$$p = g \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad (5.27)$$

avec $g = 3$. Pour un gaz de quarks et de gluons, on trouve

$$p = g_s + \frac{7}{8}(g_q + g_{\bar{q}}) \frac{\pi^2}{90} T^4 - B = g_{\text{eff}} \frac{\pi^2}{90} T^4 - B \quad (5.28)$$

où B est la pression du sac, c'est-à-dire la pression dirigée vers l'intérieur d'un sac de quarks venant du fait qu'il a fallu créer à l'intérieur de ce sac le vide perturbatif de QCD. La valeur de g_{eff} est de 37. On voit donc que la pression (5.28) sera plus grande (et donc plus favorable) que (5.27) pour une température suffisamment élevée, c'est-à-dire pour $T > T_c$, avec

$$T_c = \left(\frac{90}{34 \pi^2} \right)^{1/4} B^{1/4} \quad (5.29)$$

Si $B^{1/4} = 200$ MeV, comme dans le modèle de sac du M.I.T., alors $T_c = 150$ MeV. On peut faire des considérations semblables à $T = 0$ et densité non nulle.

Un effort théorique spectaculaire a été entrepris ces derniers temps pour calculer cette transition ab initio. La méthode est appelée la théorie QCD sur réseau. Elle consiste à calculer la fonction de partition et partant les grandeurs thermodynamiques en discrétisant l'espace-temps. Nous n'exposerons pas celle-ci, évitant ainsi des détails très techniques. Nous renvoyons à la littérature pour des exposés

récapitulatifs⁶²) et références y citées. L'ordre de la transition est donné dans la fig. 17. Elle est du premier ordre pour des gluons seuls (jauge pure), où l'énergie interne subit une variation très brutale lors de la transition, pour atteindre quasi la valeur d'un gaz parfait (5.28) dans la phase plasma, où les quarks ont donc de ce fait une masse négligeable, correspondant ainsi à la restauration de la symétrie chirale. Cependant, la densité d'entropie ne semble pas indiquer que les degrés de liberté sont tout à fait excités. Le calcul récent des corrélations entre quarks montre que celles-ci disparaissent lentement seulement, ce qui semble dire que les pions continuent à survivre dans le plasma⁷⁰).

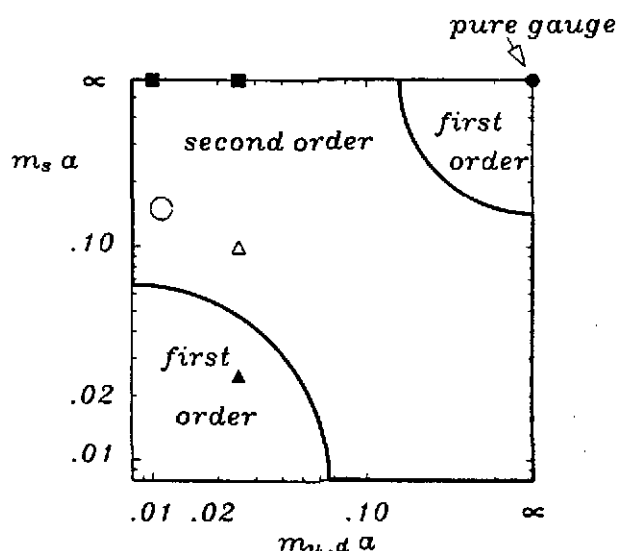


Figure 17. Ordre de la transition de phase suivant la masse des quarks. Adapté de la référence 70)

V.4.3 - Propriétés de la matière hadronique

Dans l'éventualité où le plasma ne serait pas produit, les collisions entre ions lourds ultrarelativistes présentent néanmoins l'intérêt de créer de la matière hadronique dans des conditions extrêmes. Les propriétés de celle-ci sont assez mal connues. Dans les calculs de QCD sur réseau, on ne peut calculer que dans le cadre d'une certaine approximation qui permet de simplifier les calculs quand on introduit explicitement les quarks.

Des modèles effectifs ont donc été utilisés pour investiguer cette question. Citons par exemple les modèles de type NJL. Les résultats d'un tel modèle dans la version SU(3) avec champ de background de gluons⁷¹) sont résumés dans la fig. 18 pour $\mu_u = \mu_s = 0$. Un résultat surprenant est la variation de la pression avec la température (comme T^3 !). Notons finalement que certaines tentatives ont été faites pour calculer l'équation d'état d'une matière constituée de cordes. Dans la référence ⁷²), il est montré dans le cadre d'approximations raisonnables que la densité de masse des cordes est donnée par

$$\rho(m) \propto m^{-5/2} \exp(\alpha' m) \tag{5.30}$$

avec $\alpha' = 2 / \sqrt{\kappa \pi^{1/3}}$, ce qui donne une valeur de la température critique de l'ordre de 250 MeV.

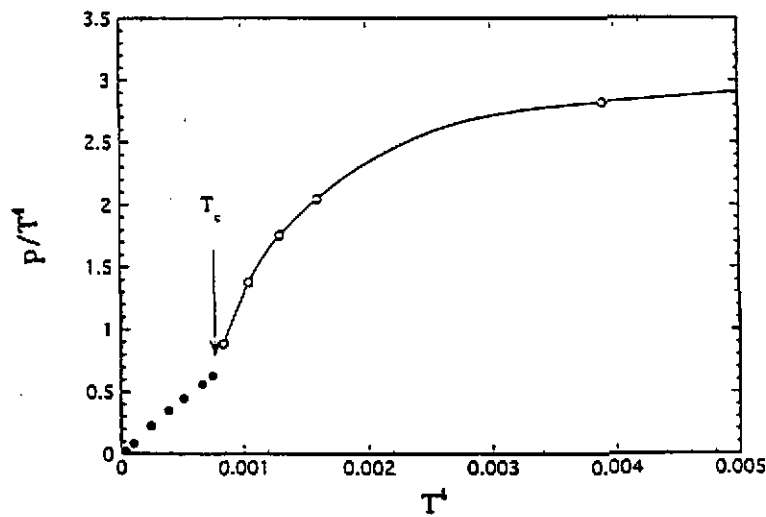


Figure 18. Pression en fonction de la température d'un système à $\mu_u = \mu_s = 0$ ⁷¹⁾

V.5 - Collisions noyau-noyau. Schéma général

V.5.1 - Collisions multiples

L'évidence des collisions multiples est donnée par le pouvoir d'arrêt des protons incidents dans des cibles de plus en plus épaisses^{62,59,73}). Il est cependant important de noter que ces collisions ne sont pas indépendantes et que par conséquent, c'est un objet de nombre baryonique 1 qui se propage, mais qui ne peut être considéré comme un proton asymptotique.

La théorie de Glauber peut donner ainsi une première idée des sections efficaces. La probabilité d'avoir n collisions à un paramètre d'impact \vec{b} est donnée par

$$P(n, \vec{b}) = \binom{AB}{n} (T(b) \sigma_{in})^n (1 - T(b) \sigma_{in})^{AB-n} \quad (5.31)$$

où $T(b)$ est la fonction de profil

$$T(\vec{b}) = \int d\vec{b}_A \int d\vec{b}_B T_A(\vec{b}_A) T_B(\vec{b}_B) t(\vec{b} - \vec{b}_A - \vec{b}_B) \quad (5.32)$$

avec

$$T_A(\vec{b}_A) = \int \rho_A(\vec{b}_A, z_A) dz_A \quad (5.33)$$

Le nombre de collisions vaut donc

$$\langle n(b) \rangle = \sum_{n=1}^{AB} n P(n, b) = AB T(b) \sigma_{in} \quad (5.34)$$

Similairement, on a

$$P(n) = \frac{\int d^2 \vec{b} P(n, b)}{\sum_{n=1}^{AB} \int d^2 \vec{b} P(n, b)} \quad (5.35)$$

On trouve, si $T(b) = (2\pi\beta^2)^{-1} \exp(-b^2 / 2\beta^2)$

$$P(n) = \frac{2\pi\beta^2}{\sigma_{in}^{AB}} \binom{AB}{n} \sum_{m=0}^{AB-n} \binom{AB-n}{m} \frac{(-)^m}{m+n} \left(\frac{\sigma_{in}}{2\pi\beta^2} \right)^{m+n} \quad (5.36)$$

Quand AB est grand, (5.31) tend vers une gaussienne et P(n) a la forme de la distribution de multiplicité, ce qui s'explique ainsi naturellement si on admet que le nombre de particules produites est proportionnel au nombre de collisions.

V.5.2 - Pouvoir d'arrêt nucléaire et contenu en baryons

Il y a de plus en plus d'évidence qu'au SPS, les particules produites sont surtout des mésons aux rapidités intermédiaires. Des baryons sont produits aux rapidités extrêmes^{62,74,75}, à l'opposé des énergies AGS⁷⁶. D'où l'image générale de la collision vue dans le c.m. comme le ralentissement de deux noyaux sous forme de disque, laissant derrière eux une matière excitée de nombre baryonique essentiellement nul. Elaborant sur ce sujet, Bjorken a proposé un modèle hydrodynamique qui permet d'extraire des quantités intéressantes sur la matière formée. La densité d'énergie vaut

$$\varepsilon = \frac{\langle m_\tau \rangle}{S\tau_0} \frac{dN}{dy} \quad (5.37)$$

où S est l'aire de la matière interagissant et où τ_0 est le temps propre nécessaire à la thermalisation de la matière. Similairement, on peut estimer la densité d'entropie par

$$s = \frac{3}{S\tau_0} \frac{dN}{dy} \quad (5.38)$$

Cette méthode ne présage rien sur la nature de la matière formée. Elle ne suppose qu'un haut degré d'équilibration et une relation entre le mouvement initial de la matière et la rapidité des particules. Notons cependant que ce scénario est orthogonal aux scénarios de fragmentation de cordes que nous allons évoquer plus loin.

V.6 - Modèles de réactions

V.6.1 - Introduction

La construction d'une théorie de transport basée sur la QCD n'a pas atteint le même développement que pour la matière nucléaire, à cause de deux difficultés essentielles : le confinement et l'invariance de jauge. Divers auteurs se sont concentrés sur la phase de plasma où la première difficulté a disparu, mais

n'ont pu aboutir à des résultats tangibles⁷⁷⁾. Il y a des modèles de recombinaison du plasma, mais ils sont encore au stade de leur enfance. Les modèles les plus développés sont des modèles de réaction sans spécification de phases ainsi que nous allons le voir.

V.6.2 - Hydrodynamique du plasma

Ce modèle a été introduit par Bjorken⁷⁸⁾. A une dimension, la formulation est très simple. Comme dN/dy est essentiellement constant, on peut supposer que les grandeurs ne dépendent pas de la coordonnée longitudinale. Dès lors, ils ne peuvent dépendre que du seul invariant restant, à savoir le temps propre : $\varepsilon(\tau)$, $p(\tau)$, $T(\tau)$. L'équation fondamentale est

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0 \quad (5.39)$$

avec

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p) u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu} p \quad (5.40)$$

u étant le quadrivecteur vitesse. En multipliant par u_ν et en utilisant $d\tau^2 = d(g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu)$, on trouve

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + (\varepsilon + p) \frac{\partial u^\mu}{\partial x^\mu} = 0 \quad (5.41)$$

A une dimension spatiale, on a $\frac{\partial u^\mu}{\partial x^\mu} = \frac{1}{\tau}$ et

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon + p}{\tau} = 0 \quad (5.42)$$

Pour un gaz parfait $\varepsilon = 3p$, on trouve

$$\frac{\varepsilon(\tau)}{\varepsilon(\tau_0)} = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{4/3}, \quad \frac{T(\tau)}{T(\tau_0)} = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{1/3}, \quad \frac{s(\tau)}{s(\tau_0)} = \frac{\tau_0}{\tau} \quad (5.43)$$

Le temps de vie du plasma vaut donc

$$\tau_c = \left(\frac{T(\tau_0)}{T_c}\right)^3 \tau_0 \quad (5.44)$$

V.6.3 - Fragmentation des cordes

Nous nous arrêterons un peu plus sur ces modèles qui ont un succès remarquable. Nous discutons d'abord un peu le mécanisme de fragmentation. Reprenant les notations de la section V.3.3 et considérant la fig. 16, on peut montrer que les coordonnées du cône de lumière de la corde

$p_{\pm} = p_0 \pm p_z$, sont égales à la longueur des côtés du rectangle caractéristique multiplié par κ . La fragmentation a lieu à un endroit B et deux cordes sont générées en respectant la conservation de l'énergie-impulsion. On a donc

$$p_+^{(1)} = p_+^{(2)} + p_+^{(3)} \quad , \quad p_-^{(1)} = p_-^{(2)} + p_-^{(3)} \quad (5.45)$$

Les quantités $p_+^{(3)}$ et $p_-^{(2)}$ étant données par les coordonnées du point B (relativement à A), les autres s'en déduisent immédiatement. La probabilité de fragmentation est souvent prise suivant la loi d'Artru-Menessier⁶⁸⁾

$$P = e^{-\alpha_0 A} = e^{-\alpha_0 p_+^{(3)} p_-^{(2)}} \quad (5.46)$$

où A est l'aire du rectangle sous le point B (relativement à A).

V.6.4 - Le modèle VENUS

Dans ce modèle^{79,80)} la dynamique de la collision est divisée en trois parties : la formation des cordes, la fragmentation indépendante des cordes et la réinteraction des cordes, conduisant à l'hadronisation. Le nombre m de strings est déterminé aléatoirement suivant la probabilité σ_m / σ_{tot} , où σ_m est la section efficace pour l'échange de m pomérons dans la théorie de Regge-Gribov, donnée essentiellement par (5.31). Les cordes sont fragmentées séquentiellement suivant le modèle d'Artru-Menessier. Les cordes qui se croisent peuvent fusionner pour donner un cluster de masse définie. Finalement les clusters sont supposés produire des hadrons stables suivant un modèle thermique. Dans le modèle VENUS, le mouvement en p_{\perp} est donné aléatoirement au point de rupture. Ce modèle peut être appliqué à e^+e^- , aux collisions NN (sur lesquelles les paramètres peuvent être réglés) et aux collisions noyau-noyau.

V.6.5 - Les autres modèles

Une comparaison synoptique entre les différents modèles existants est donnée dans la table 2 ci-dessous. Les premières interactions peuvent être dues à un échange de couleur (due au poméron) comme dans VENUS ou à une excitation longitudinale comme dans FRITIOF, ou parfois ajoutées à un calcul de QCD perturbatif. La fragmentation de la corde peut suivre une loi comme (5.46) ou une loi de Feynmann-Field de radiation des hadrons par des jets, ou la procédure de JETSET où une corde peut se désintégrer en un hadron et une autre corde. La dernière colonne de la table 2 indique le réarrangement possible des objets issus de la fragmentation. Il faut citer les modèles RQMD et SPACER qui suivent l'évolution des hadrons produits dans l'espace r.

Une remarque spéciale doit être faite concernant HERWIG qui suppose que la phase PQCD est dominante sur la phase de brisure des cordes. L'approche suivie par Geiger procède du même esprit. Les partons sont supposés déconfinés (ou plutôt décorrélés) dès le début et suivis dans l'espace-temps. L'équilibration est très rapide, à cause de la grande densité de partons. Cependant, il n'est pas évident que les partons à petit x (dans le référentiel de leur noyau) ne soient pas inhibés par les effets de contraction de Lorentz et de shadowing⁹¹⁾.

Table 2. Comparaison entre différents modèles de collision.

Model	First interactions	Fragmentation	Soft/Hard	A-B interaction	Rescattering
VENUS ⁸⁰⁾	Color Exchange (Pomeron)	Area law	S/H	Gribov-Regge	Cluster model
DPM (Orsay) ⁸¹⁾	"	$j \rightarrow j + h$	S/H	"	-----
DPM (DTUJET) ⁸²⁾	"	"	S/H	"	n-h resc.
QGSM ⁸³⁾	"	Regge model	S	"	Gribov-Regge
FRITIOF ⁶⁷⁾	Longit. Excitation	$s \rightarrow s + h$ (JETSET)	S	Geometry	-----
ATTLA ⁸⁴⁾	"	"	S	"	-----
PYTHIA ⁸⁵⁾	PQCD	"	H	"	-----
HIJING ⁸⁶⁾	PQCD/FRITIOF	"	S+H	"	-----
RQMD ⁸⁷⁾	(FRITIOF)	"	S+H	"	h-h resc.
SPACER ⁸⁸⁾	(FRITIOF)	$s \rightarrow s + h$	S	"	h-h resc.*
HERWIG ⁸⁹⁾	PQCD	$g \rightarrow q\bar{q}$	H	"	-----
GEIGER ⁹⁰⁾	PQCD	parton cascade	H	"	-----

V.7 - Signatures du plasma quark-gluon

V.7.1 Dileptons

Dans le plasma, les dileptons sont produits par le processus

$$q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+ l^- \quad (5.47)$$

où γ^* désigne un photon virtuel. Le dilepton, que l'on peut identifier, est caractérisé par sa masse invariante M^2 et par son impulsion. Le taux de dileptons produits (dans un plasma neutre) vaut

$$\frac{dN}{d^4x} = N_c N_s^2 \sum_f q_f^2 \int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} f(E_1) f(E_2) \sigma(M) v_{12} \quad (5.48)$$

avec

$$\sigma(M) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{M^2} \left(1 - \frac{4m_q^2}{M^2}\right)^{-1/2} \sqrt{1 - \frac{4m_q^2}{M^2} \left(1 + 2\frac{m_q^2 + m_l^2}{M^2} + 4\frac{m_q^2 + m_l^2}{M^4}\right)}, \quad (5.49)$$

$f(E)$ étant la distribution en énergie des quarks. En effectuant l'intégrale (5.48), on trouve pour une distribution de Boltzmann f :

$$\frac{dN}{dM^2 d^4x} = N_c N_s^2 \sum_f q_f^2 \frac{\sigma(M)}{2(2\pi)^4} M^2 \left(1 - \frac{4m_q^2}{M^2}\right)^{1/2} M T K_1\left(\frac{M}{T}\right) \quad (5.50)$$

Bien sûr, si l'on veut comparer à l'expérience, il faut intégrer sur la vie du plasma. Si $M \gg T_0 \gg T_c$, T_0 étant la température initiale du plasma, on trouve que dN / dM^2 est dominé par

$$\frac{dN}{dM^2} \sim M^{1/2} e^{-M/T_0} \quad (5.51)$$

Avant de comparer à l'expérience, il faut cependant tenir compte des autres contributions possibles, venant principalement d'avant et après le plasma. Dans le mécanisme de Drell-Yan, un quark d'un nucléon incident peut interagir avec un antiquark d'un nucléon de la cible, suivant le schéma (5.47). En supposant que la production est essentiellement longitudinale et en désignant par x_F la fraction de l'impulsion initiale emportée par le dilepton dans le c.m. nucléon-nucléon, on a

$$\frac{d^2\sigma}{dM^2 dx_F} = \frac{1}{sN_c} \sigma(M) \sum_f q_f^2 \frac{q_f^B(x_1) \bar{q}_f^A(x_2) + \bar{q}_f^B(x_1) q_f^A(x_2)}{\sqrt{x_F^2 + \frac{4M^2}{s}}} \quad (5.52)$$

avec $x_1 - x_2 = x_F$, $x_1 x_2 s = M^2$. Pour $x_F = 0$ (rapidité médiane), on trouve que $\frac{d^2\sigma}{dM^2 dx_F}$ ne dépend que de $\frac{M}{\sqrt{s}}$. Ce scaling est vérifié expérimentalement et on trouve que

$$\left. \frac{d^2\sigma}{dM dy} \right|_{y=0} \approx 3 \times 10^{-32} M^3 e^{-15M/\sqrt{s}} \text{ (cm}^2 \text{ GeV}^{-2}\text{)} \quad (5.53)$$

En fait (5.52) rend compte de cela à un facteur constant K près qui peut être expliqué par les diagrammes d'ordre plus élevé, bien que des problèmes de convergence ne soient pas exclus. On retrouve le comportement (5.53) en introduisant dans (5.52) les paramétrisations usuelles des fonctions de structure. La section efficace de production de Drell-Yan élémentaire étant extrêmement faible, on a pour une collision noyau-noyau

$$\frac{d\sigma_{DY}^{AB}}{dM dy} \approx AB \frac{d\sigma_{DY}^{NN}}{dM dy} \quad (5.54)$$

L'autre contribution vient des réactions entre hadrons, surtout induites par des pions, telles que

$$\pi^+ \pi^- \rightarrow (\gamma^*, \rho) \rightarrow l^+ l^- \quad (5.55)$$

où le ρ intermédiaire est imposé par le modèle de dominance vectorielle. Théoriquement, la situation est la même que pour (5.47) à condition de substituer les grandeurs adéquates. Donc f désigne alors la distribution des pions. La section efficace (5.49) contient alors le facteur de forme du ρ . Enfin, on doit tenir compte des dileptons venant de la décroissance des résonances mésoniques. Dans ce cas, le spectre en M est essentiellement piqué sur l'énergie de la résonance.

Les diverses contributions sont données dans la fig. 19. On y voit qu'il est très difficile de différencier les diverses composantes^{92,93}.

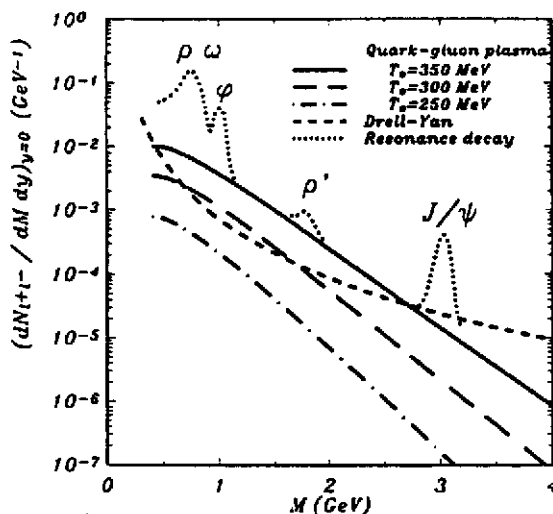


Figure 19. Distribution des dileptons à rapidité nulle et ses diverses composantes. Adapté de la référence 62)

V.7.2 - Résonances. Charmonium

La production de charmonium ne peut provenir de la production de quark c dans le plasma. Elle résulte donc de la production initiale. On observe expérimentalement une réduction de la production de J/ψ et ψ ⁹⁴⁾ qui, pense-t-on, pourrait venir de l'interaction des J/ψ avec la matière dense. Une ligne de pensée, initiée par Matsui et Satz ⁹⁵⁾ veut que cette diminution vienne de la diminution des forces entre $c - \bar{c}$, due à un effet d'écran de Debye et conduisant donc à la dissolution du charmonium. Dans un plasma ordinaire, l'effet de Debye peut être compris de la façon suivante. Si l'on ajoute une charge dans un plasma uniforme de densité n , le potentiel généré par cette charge s'écrit

$$\Delta V = -4\pi\delta(r) + \delta n(r) \tag{5.56}$$

où δn est la modification de densité induite par la charge, est contrainte par l'égalité du potentiel chimique dans tout le volume

$$\mu = \mu(n + \delta n(r), T) + qV \tag{5.57}$$

On a ainsi, au premier ordre

$$\Delta V + q \left(\frac{dn}{d\mu} \right) V = -4\pi\delta(r) \tag{5.58}$$

Le potentiel devient donc un potentiel de Yukawa en lieu et place d'un potentiel de Coulomb. Pour les forces de couleur dans le plasma, on trouve en effet

$$V = \frac{e^{-r/r_D}}{r} \tag{5.59}$$

avec

$$r_D^{-1} = \sqrt{\frac{N_c}{3} + \frac{N_f}{6}} gT \quad (5.60)$$

Si la température est assez grande, les états liés $c - \bar{c}$ disparaissent, ce qui va dans le sens des résultats expérimentaux^{94,96,97}).

Il faut cependant tenir compte du fait que la résonance J/ψ n'est pas produite "directement". En fait, dans une collision pp, c'est un paquet d'ondes contenant des composantes corrélées suivant le $J/\psi, \psi', \dots$ qui est produit⁹⁸⁻¹⁰⁰). C'est donc ce paquet d'ondes qui va se propager. De plus, il a été prouvé que le J/ψ n'est pas produit initialement dans un état singulet de couleur seulement, mais peut l'être dans un octet. Ceci soulève donc le problème particulièrement intéressant de la propagation d'un système coloré dans un milieu hadronique ou de plasma. En dépit de cette remarque, une explication a été fournie dans ¹⁰¹). Elle est basée sur une image de diffusion multiple ordinaire. Dans la théorie de Glauber, la production de J/ψ dans une collision p-noyau peut s'écrire

$$\sigma_{J/\psi}^{pA} = \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} \rho(b, z') dz' \sigma_{J/\psi}^{pp} \exp\left[-\int_z^{\infty} \rho(b, z') \sigma_{J/\psi}^{abs} dz'\right] \quad (5.61)$$

soit à peu près

$$\sigma_{J/\psi}^{pA} \approx A \sigma_{J/\psi}^{pp} \left[1 - \bar{L} \rho_0 \sigma_{J/\psi}^{abs}\right] \quad (5.62)$$

où

$$\bar{L} \approx \frac{3}{4} R \frac{A-1}{A} \quad (5.63)$$

Pour des collisions noyau-noyau, on obtient

$$\sigma_{J/\psi}^{AB} \approx AB \sigma_{J/\psi}^{pp} \left[1 - \bar{L}_{AB} \rho_0 \sigma_{J/\psi}^{abs}\right] \quad (5.64)$$

avec $\bar{L}_{AB} \approx L_A + L_B$. Les résultats expérimentaux semblent consistants avec les formules (5.62) et (5.64), moyennant $\sigma_{J/\psi}^{abs} \approx 5.2$ mb, ce qui semble néanmoins nettement plus grande que la valeur expérimentale qui, cependant, ne peut être mesurée directement¹⁰²).

V.7.3 - Photons

Dans le plasma les photons peuvent être produits par les processus $q + \bar{q} \rightarrow \gamma + g$ et $g + q(\bar{q}) \rightarrow q(\bar{q}) + \gamma$, qui sont les équivalents des processus d'annihilation ($q + \bar{q} \rightarrow 2\gamma$) et de diffusion Compton ($\gamma + q \rightarrow \gamma + q$) que l'on aurait en QED pure. En fait, les sections efficaces sont les mêmes à une constante de couplage et un facteur de couleur près. On a pour le processus d'annihilation

$$E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dp_\gamma^3} (q\bar{q} \rightarrow \gamma g) = \frac{\alpha_s}{\alpha_e} \left(\frac{e}{q}\right)^2 E_\gamma \frac{d^3\sigma}{d^3p_\gamma} (q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma) \quad (5.65)$$

où la dernière section efficace peut se déduire de $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ en changeant les masses. On a finalement

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(q\bar{q} \rightarrow \gamma g) &= \left(\frac{q}{e}\right)^2 \frac{8\pi\alpha_s\alpha_e}{s(s-4m^2)} \left\{ \left(\frac{m^2}{t-m^2} + \frac{m^2}{u-m^2}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{m^2}{t-m^2} + \frac{m^2}{u-m^2}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{t-m^2}{u-m^2} + \frac{u-m^2}{t-m^2}\right) \right\} \end{aligned} \quad (5.66)$$

On peut voir que le maximum a lieu pour $\theta_{\gamma q} = 0$ et $\theta_{\gamma \bar{q}} = 0$, c'est-à-dire quand les γ sont produits sans changement significatif d'impulsion. On a :

$$E_\gamma \frac{d^3\sigma}{d^3p_\gamma}(q\bar{q} \rightarrow \gamma g) = \left(\frac{e_q}{e}\right)^2 \sigma_{ann} \frac{1}{2} E_\gamma \left[\delta(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_q) + \delta(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_{\bar{q}}) \right] \quad (5.67)$$

avec

$$\sigma_{ann} = \frac{4\pi\alpha_e\alpha_s}{s-4m^2} \left\{ \left(1 + \frac{4m^2}{s} - \frac{16m^2}{s^2}\right) \ln \left(\frac{\sqrt{s} + \sqrt{s-4m^2}}{\sqrt{s} - \sqrt{s-4m^2}} \right) - \left(1 + \frac{4m^2}{s}\right) \sqrt{1 + \frac{4m^2}{s}} \right\} \quad (5.68)$$

Semblablement, on a

$$E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dp_\gamma^3}(gq \rightarrow \gamma q) = \frac{\alpha_s}{\alpha_e} \left(\frac{e}{q}\right)^2 E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dp_\gamma^3}(\gamma q \rightarrow \gamma q) \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma q \rightarrow \gamma q) &= \left(\frac{q}{e}\right)^2 \frac{8\pi\alpha_e\alpha_s}{(s-m^2)^2} \left\{ \left(\frac{m^2}{s-m^2} + \frac{m^2}{u-m^2}\right)^2 + \left(\frac{m^2}{s-m^2} + \frac{m^2}{u-m^2}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \left(\frac{s-m^2}{u-m^2} + \frac{u-m^2}{s-m^2}\right) \right\} \end{aligned} \quad (5.70)$$

On peut voir que le maximum a lieu pour $\theta_{\gamma q} = 0$, comme dans l'effet Compton ordinaire. On a finalement

$$E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dp_\gamma^3}(gq \rightarrow \gamma q) = \left(\frac{q}{e}\right)^2 \bar{\sigma}_c E_\gamma \delta(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_q) \quad (5.71)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{2\pi\alpha_e\alpha_s}{s-m^2} \left\{ \left(1 - \frac{4m^2}{s-m^2} - \frac{8m^4}{(s-m^2)^2}\right) \ln \frac{s}{m^2} + \frac{1}{2} + \frac{8m^2}{s-m^2} - \frac{m^4}{2s^2} \right\} \quad (5.72)$$

On peut utiliser (5.67) et (5.71) pour calculer la production dans un plasma. On obtient

$$E_\gamma \frac{dN_\gamma^{ann}}{d^4x d^3p_\gamma} = \frac{4N_s^2}{(2\pi)^6} \frac{f_q(\vec{p}_\gamma)}{E_\gamma} \sum_f \left(\frac{q_f}{e}\right)^2 \int ds dE_{\bar{q}} f_{\bar{q}}(E_{\bar{q}}) [1 + f_g(E_{\bar{q}})] \sqrt{s(s-4m^2)} \sigma_{ann}(s) \quad (5.73)$$

et

$$E_\gamma \frac{dN_\gamma^e}{d^3p_\gamma d^4x} = \frac{4N_s}{(2\pi)^5} \frac{f_q(\vec{p}_\gamma)}{4E_\gamma} \sum_f \left(\frac{q_f}{e}\right)^2 \int ds dE_g f_g(E_g) [1 + f_q(E_g)] (s-m^2) \bar{\sigma}_c(s) \quad (5.74)$$

Un problème théorique se pose ici. La section efficace diverge quand $m \rightarrow 0$. Or, dans le plasma, les interactions ne sont pas nécessairement nulles et la masse des quarks peut en être affectée. En fait, on peut montrer¹⁰³⁻¹⁰⁵⁾ que les quarks acquièrent une masse effective

$$m^* = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\mu^2 + \pi^2 T^2} \quad (5.75)$$

Il faut évidemment tenir compte des autres sources de production. L'une d'elle vient des réactions possibles entre hadrons, du type

$$\pi\pi \rightarrow \gamma\rho \quad \text{ou} \quad \pi\rho \rightarrow \gamma\pi \quad (5.76)$$

Ces taux de réaction peuvent être calculés, mais sont eux aussi sujets à des variations dues à la modification de l'espace de phase. Une autre source vient de la désintégration des hadrons, surtout les π^0 et les η . Enfin, les collisions initiales peuvent générer des photons par le mécanisme $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$. On peut évaluer cette production de la même manière que pour le plasma, mais en substituant les fonctions de structure aux fonctions de distribution des quarks dans le plasma. Pour l'instant, les difficultés expérimentales liées aux incertitudes théoriques ne permettent pas de dire qu'il y a évidence d'une radiation par le plasma.

V.7.4 Etrangeté

Si l'on excite un système nucléaire ordinaire, on va produire des quarks étranges qui, dans une phase hadronique, vont se retrouver sous forme de hadrons étranges. Les quarks \bar{s} vont se retrouver essentiellement dans les kaons. On peut donc évaluer le contenu étrange (pour $B = 0$) par

$$\frac{s}{q} = \frac{s + \bar{s}}{u + \bar{u} + d + \bar{d}} = \frac{K^+}{\frac{3}{2}\pi^+ + K^+} = \frac{\frac{K^+}{\pi^+}}{\frac{3}{2} + \frac{K^+}{\pi^+}} \quad (5.77)$$

en supposant un équilibre entre les charges. Dans le système pp à 14 GeV/c, on trouve $s/q \approx 0.05$, ce qui d'ailleurs est proche de ce que l'on observe dans p-Be à la même énergie¹⁰⁶). Dans un système ($B = 0$) en équilibre thermique, on aurait

$$\frac{K^+}{\pi^+} \approx \frac{m_{K^+}}{m_{\pi^+}} \frac{K_1\left(\frac{m_{K^+}}{T}\right)}{K_1\left(\frac{m_{\pi^+}}{T}\right)} \quad (5.78)$$

En prenant $T \sim 100$ MeV, on a $s/q \approx 0.2$ et bien sûr ce rapport augmente avec la température. Ceci montre que l'excitation des degrés de liberté de quarks est loin d'être saturée en phase hadronique.

Dans le plasma ($B = 0$), l'équilibre chimique entre les quarks de différentes saveurs conduit à un résultat semblable à (5.78) avec les masses des quarks remplaçant les masses des mésons, ce qui donne $s/q \approx 0.35$. Les calculs des références^{107,108}) laissent à penser que l'équilibre chimique serait atteint très rapidement dans le plasma.

Des indications expérimentales¹⁰⁶) montrent qu'à AGS, le rapport K^+ / π^+ croît singulièrement avec la masse du système. Ceci pourrait cependant être expliqué par les réactions de production associée et la transformation de pions en kaons et/ou par une modification de la masse des kaons dans le milieu, ce qui diminue les seuils de réaction effectifs.

Il semble plus intéressant d'étudier la production de baryons étranges dans le domaine riche en baryons. Dans des réactions purement hadroniques, les antibaryons étranges sont fortement supprimés par le facteur de Schwinger. Par contre, si les antibaryons viennent du refroidissement du plasma, on peut s'attendre à une augmentation. Les résultats expérimentaux sur le rapport $\bar{\Xi} / \Xi$ au SPS¹⁰⁹) montrent une augmentation notable dans le système $s+W$, comparé à pW , e^+e^- et $\bar{p}p$. Il faudrait cependant éclaircir la dynamique de production d'étrangeté dans la phase hadronique avant de pouvoir tirer des conclusions définitives.

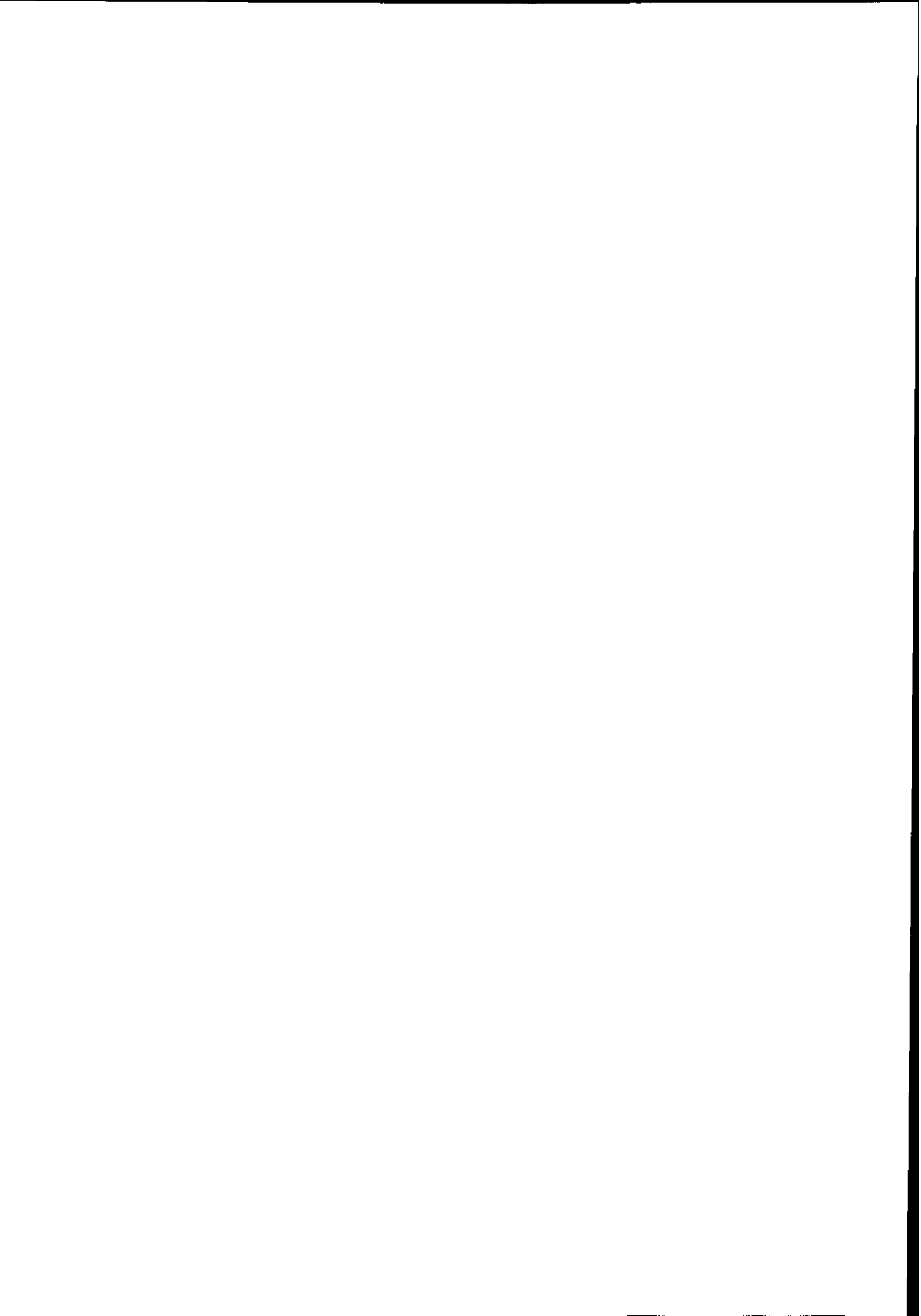
VI - Envoi

Nous avons exposé quelques questions théoriques liées aux collisions entre ions lourds. Nous avons vu que le but primordial de ces études n'est pas atteint, loin s'en faut. Cependant, cette physique doit être continuée pour la simple raison que la théorie des interactions fortes (QCD) pour les systèmes étendus ne peut être testée dans le secteur non perturbatif que par cette voie, mises à part les étoiles à neutrons et certaines indications cosmologiques. De plus, nous avons là sans doute un cas unique en physique, où les systèmes peuvent être étudiés sous plusieurs échelles (d'énergie et de longueur). Le passage des degrés de liberté effectifs valables à une échelle à ceux valables à une échelle plus grande est certainement loin d'être compris et nécessitera sans doute un effort important dans les années futures.

- 1) H.-J. Schulze, J. Cugnon, A. Lejeune, M. Baldo & U. Lombardo, University of Liège preprint, 1995
- 2) B. ter Haar & R. Malfliet, Phys.Rev.Lett. 56 (1986) 1237
- 3) B. Friedman & V.R. Pandharipande, Nucl.Phys. A361 (1981) 502
- 4) J.-P. Jeukenne, A. Lejeune & C. Mahaux, Phys.Rep. 25C (1976) 83
- 5) Nikhef Annual Report, 1991, Nikhef, Amsterdam, p. 68
- 6) J.-P. Jeukenne, A. Lejeune & C. Mahaux, Nucl.Phys. A245 (1975) 411
- 7) D. Das, R.K. Tripathi and J. Cugnon, Phys.Rev.Lett. 56 (1986) 1663
- 8) L.P. Kadanoff & G. Baym, "Quantum Statistical Mechanics", 1962, W.A. Benjamin, New York
- 9) P. Danielewicz, Ann.Phys. 152 (1984) 239, 305
- 10) R. Malfliet, in "Dynamical Fluctuations and Correlations in Nuclear Collisions", Aussois, 1992
- 11) J. Cugnon, P. Grangé & A. Lejeune, Phys.Rev. C35 (1987) 86
- 12) G.Q. Li & R. Machleidt, Phys.Rev. C49 (1994) 566
- 13) J. Cugnon, Nucl.Phys. A389 (1982) 191c
- 14) R. Balescu, "Equilibrium and Non Equilibrium Statistical Mechanics", John Wiley, New York, 1975
- 15) M. Bixon & R. Zwanzig, Phys.Rev. 187 (1969) 267
- 16) S. Ayik & C. Grégoire, Nucl.Phys. A513 (1990) 187
- 17) S. Ayik, E. Suraud, J. Stryjewski & M. Belkacem, Z.Phys. A337 (1990) 413
- 18) J. Randrup & B. Rémaud, Nucl.Phys. A514 (1990) 339
- 19) P. Chomaz, G.F. Burgio & J. Randrup, Phys.Lett. 254B (1991) 340
- 20) M. Belkacem, Thèse, Université de Caen, 1992
- 21) J. Cugnon & D. L'Hôte, Nucl.Phys. A452 (1986) 738
- 22) J. Aichelin, Phys.Rep. 202C (1991) 233
- 23) G. Bertsch et al., Phys.Lett. 189B (1987) 384
- 24) P.-B. Gossiaux, communication privée
- 25) J. Zhang, S. Das Gupta & C. Gale, McGill University preprint, 94-17
- 26) P. Schuck, communication privée
- 27) M. Demoulin et al., Phys.Lett. 241B (1990) 479
- 28) H.H. Gutbrod, A.M. Poskanzer & H.G. Ritter, Rep.Prog.Phys. 52 (1989) 1267
- 29) P.-B. Gossiaux & J. Aichelin, à paraître
- 30) J. Cugnon, "La physique avec Mimas", CEA, Saclay, 1987, p. 412
- 31) G. Bertsch & J. Cugnon, Phys.Rev. C24 (1981) 2514
- 32) P. Siemens & J. Rasmussen, Phys.Rev.Lett. 42 (1979) 880
- 33) H. Stöcker et al., Nucl.Phys. A400 (1983) 63c
- 34) H. Stöcker, Nucl.Phys. A418 (1984) 587c
- 35) C.O. Bacri et al., preprint Orsay IPNO-DRE-95-10
- 36) B. Borderie, communication privée
- 37) J.P. Coffin et al., preprint CRN 93-50 Strasbourg
- 38) J. Cugnon, T. Mizutani & J. Vandermeulen, Nucl.Phys. A352 (1981) 505
- 39) R. Hagedorn, I. Montvay & J. Rafelski, "Hadronic Matter at Extreme Energy Density", ed. N. Cabibbo, Plenum Press, New York (1980) p. 49
- 40) B.D. Serot & J.D. Walecka, in "Advances in Nuclear Physics", vol. 16, ed. J.W. Negele & E. Vogt, Plenum Press, New York, 1986
- 41) N.K. Glendenning, Z.Phys. A326 (1987) 57
- 42) N.K. Glendenning, Z.Phys. A327 (1987) 295
- 43) Y. Nambu & G. Jona-Lasinio, Phys.Rev. 122 (1961) 345
- 44) M. Jaminon & B. Van Den Bossche, Nucl.Phys. A582 (1995) 517
- 45) C.M. Ko, Q. Li & R. Wang, Phys.Rev.Lett. 59 (1987) 1084

- 46) B. Blättel et al., Phys.Rev. C38 (1988) 1767
- 47) W. Botermans & R. Malfliet, Phys.Lett. 215B (1988) 617
- 48) W. Botermans & R. Malfliet, Phys.Rep. C198 (1990) 115
- 49) M. Schönhofen, Ph.D. Thesis, GSI Report GSI-90-16
- 50) P.J. Siemens, M. Soyeur, G.D. White, L.J. Lantto & K.T.R. Davies, Phys.Rev. C40 (1989) 2641
- 51) S. Mrowczynski & U. Heinz, Ann.Phys. 229 (1994) 1
- 52) G. Welke, communication privée
- 53) B. ter Haar & R. Malfliet, Phys.Rev. C36 (1987) 1611
- 54) V. Metag, Nucl.Phys. A553 (1993) 283c
- 55) A. Schröter et al., Nucl.Phys. A553 (1993) 775c
- 56) Gy. Wolf, W. Cassing & U. Mosel, cité dans [ME93]
- 57) Y. Pang, T.J. Schlagel & S.H. Kahana, Phys.Rev.Lett. 68 (1992) 1743
- 58) G. Giacomelli, Int.J.Mod.Phys. A5 (1990) 223
- 59) A.E. Brenner et al., Phys.Rev. D26 (1982) 1497
- 60) D. Antreasyan et al., Phys.Rev.Lett. 38 (1977) 112
- 61) J. Schwinger, Phys.Rev. 82 (1951) 664
- 62) C.Y. Wong, "Introduction to High-Energy Heavy Ion Collisions", World Scientific Press, Singapore, 1994
- 63) G. Veneziano, Il Nuovo Cimento 57A (1968) 190
- 64) Y. Nambu, in "Symmetry and Quark Model", ed. R. Chand, Gordon & Breach, New York, 1970
- 65) L. Susskind, Il Nuovo Cimento 61A (1970) 457
- 66) T. Regge, Il Nuovo Cimento 14 (1959) 951
- 67) B. Andersson, G. Gustafson & B. Söderberg, Z.Phys. C20 (1983) 317
- 68) X. Artru & G. Mennessier, Nucl.Phys. B70 (1974) 93
- 69) T. Muta, "Foundations of Quantum Chromodynamics", World Scientific Press, Singapore, 1987
- 70) N.H. Christ, Nucl.Phys. A544 (1992) 81c
- 71) J. Cugnon, M. Jaminon & B. Van Den Bossche, à publier
- 72) K. Sailer, B. Müller & W. Greiner, UFTP preprint 217/1988
- 73) A. Barton et al., Phys.Rev. D27 (1983) 2580
- 74) WA80 Collaboration, S. Sorensen et al., Z.Phys. C38 (1988) 3
- 75) NA 36 Collaboration, D.E. Greiner et al., Nucl.Phys. A544 (1992) 309c
- 76) P. Braun-Munzinger et al. (E814 Collaboration), Nucl.Phys. A544 (1992) 137c
- 77) Th. Elze, preprint Univ. Heidelberg, 1990
- 78) J.D. Bjorken, Phys.Rev. D27 (1983) 140
- 79) K. Werner & P. Koch, Z.Phys. C47 (1990) 255
- 80) K. Werner, Phys.Rep. 232 (1993) 87
- 81) A. Capella et al., Z.Phys. C33 (1987) 541
- 82) H.J. Möhring et al., Nucl.Phys. A525 (1991) 493c
- 83) A. Kaidalov, Nucl.Phys. A525 (1991) 39c
- 84) M. Gyulassy, preprint CERN-TH 4794/87
- 85) T. Sjöstrand & M. van Zijl, Phys.Rev. D36 (1987) 2019
- 86) X.N. Wang & M. Gyulassy, Phys.Rev. D44 (1991) 3501
- 87) H. Sörge, H. Stöcker & W. Greiner, Nucl.Phys. A498 (1989) 567c
- 88) J. Zymanyi, Budapest Heavy Ions Meeting, ed. J. Nemeth, 1994, à paraître
- 89) G. Marchesini & B.R. Webber, Nucl.Phys. B238 (1984) 1
- 90) K. Geiger & B. Müller, Nucl.Phys. B369 (1992) 600
- 91) M. Gyulassy, Buda Past Heavy Ions Meeting, ed. J. Nemeth, 1994, à paraître
- 92) P.V. Ruuskanen, Nucl.Phys. A522 (1991) 255c
- 93) P.V. Ruuskanen, Nucl.Phys. A544 (1992) 169c

- 94) O. Drapier, cette école
- 95) T. Matsui & H. Satz, Phys.Lett. 178 B (1986) 416
- 96) C. Baglin et al., NA 38 Collaboration, Phys.Lett. 272B (1991) 449
- 97) J.-P. Blaizot & J.Y. Ollitrault, Phys.Lett. 217B (1989) 386
- 98) J. Cugnon & P.-B. Gossiaux, Z.Phys. C58 (1993) 95
- 99) J. Cugnon & P.-B. Gossiaux, Phys.Lett. B, 1995, à paraître
- 100) P.-B. Gossiaux, thèse de doctorat, Université de Liège, 1993
- 101) C. Gerschel & J. Hüfner, Nucl.Phys. A544 (1992) 513c
- 102) J.J. Aubert et al., Nucl.Phys. B213 (1983) 1
- 103) E. Braaten & R.D. Pisarski, Nucl.Phys. B339 (1990) 310
- 104) H.A. Weldon, Phys.Rev. D26 (1982) 2789
- 105) J.-P. Blaizot, J.Y. Ollitrault & E. Iancu, Saclay preprint T95/087, 1995
- 106) S. Nagamiya, Nucl.Phys. A544 (1992) 5c
- 107) P. Koch, B. Muller & J. Rafelski, Phys.Rep. C142 (1986) 783
- 108) J. Rafelski, Nucl.Phys. A544 (1992) 279c
- 109) S. Abatzia et al., WA 85 Collaboration, Nucl.Phys. A544 (1992) 321c



LE PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS : SIGNATURES EXPÉRIMENTALES

Olivier DRAPIER

Institut de Physique Nucléaire de Lyon
IN2P3-CNRS et Université Claude Bernard
43, Boulevard du 11 Novembre 1918, F-69622 Villeurbanne cedex

RÉSUMÉ

Une transition de phase de la matière nucléaire vers un état de partons déconfinés est prévue par les calculs de chromodynamique quantique sur réseaux. Depuis 1986, la recherche de cet état de plasma de quarks et de gluons est à l'origine d'un vaste programme expérimental d'étude des collisions nucléaires de haute énergie auprès de l'AGS à Brookhaven et du SPS du CERN. Ce programme se poursuit désormais à l'aide des faisceaux d'ions les plus lourds (or et plomb) aux énergies les plus élevées (11 GeV/A à l'AGS et 160 GeV/A au CERN). Ce cours présente les principales signatures recherchées pour la mise en évidence de ce plasma, ainsi qu'un aperçu des résultats récents obtenus par ces expériences. Si certaines observations sont en accord avec les signatures attendues en cas de formation du plasma, aucune conclusion définitive n'a pu être tirée jusqu'à présent. Cependant, les expériences actuellement en cours au CERN devraient apporter prochainement des résultats à haute statistique et deux ordres de grandeurs en énergie dans le centre de masse pourront être franchis successivement d'ici quelques années, grâce au collisionneur RHIC en construction à Brookhaven, puis à l'utilisation du LHC en collisionneur d'ions lourds, prévue pour les années 2005.

ABSTRACT

The existence of a deconfining phase transition of nuclear matter is a clear prediction of lattice quantum chromodynamics calculations. The signatures of this quark-gluon plasma (QGP) have been searched for, since the first high energy ion beams became available at BNL and CERN in 1986, and gold and lead beams are now accelerated at 11 and 160 GeV per nucleon by the AGS and SPS. An overview of the main signatures expected in case of QGP formation is presented here. Although some recent results have been found in agreement with the predictions of the QGP scenario, no clear evidence for its formation has been observed at present. Nevertheless, new high statistics results are expected from CERN lead beams. In addition, future experiments are being prepared at RHIC and LHC, providing an increase by two orders of magnitude of the c.m.s. energy within a few years.

I - INTRODUCTION

L'existence d'une transition de phase de la matière hadronique vers un plasma de quarks et de gluons (QGP) est une prédiction claire de la chromodynamique quantique (QCD) non perturbative. Les calculs de QCD sur réseaux développés ces dernières années montrent en effet que pour une température critique de l'ordre de 150 à 200 MeV, et/ou une densité d'énergie d'environ 5 à 10 fois la densité nucléaire normale, les hadrons doivent "fondre" en leurs constituants élémentaires : les quarks et les gluons. Dans cet état, les partons seraient déconfinés, et auraient ainsi un libre parcours moyen supérieur à la taille des hadrons.

D'un point de vue expérimental, la possibilité d'atteindre un tel état dans des collisions entre les noyaux les plus lourds aux énergies les plus élevées possibles a motivé la mise en place d'un vaste programme de recherches auprès des accélérateurs AGS (Alternating Gradient Synchrotron) du laboratoire de Brookhaven (États-Unis) et SPS (Super Proton Synchrotron) du CERN. Ce programme a débuté en 1986, par des expériences utilisant des faisceaux d'ions de masse intermédiaire, tels que du silicium à 14 GeV par nucléon à l'AGS, et des ions oxygène et soufre à 200 GeV par nucléon au SPS, lancés sur des cibles fixes de différentes masses atomiques (aluminium, soufre, tungstène, uranium, etc...). Cette phase exploratoire a laissé la place il y a deux ans aux expériences utilisant des faisceaux plus lourds à des énergies voisines, compte tenu du rapport Z/A plus faible des noyaux accélérés (or à ~ 11 GeV/A depuis 1993 à l'AGS, et plomb à ~ 160 GeV/A depuis 1994 au CERN).

Au delà de l'existence même du plasma, qui semble ne faire aucun doute, deux questions restent posées quant à sa mise en évidence dans de telle expériences :

- les conditions de la transition de phase sont-elles réunies dans ces collisions, ou dans les plus centrales d'entre elles ?
- si oui, quelles observables doit-on mesurer, et quelles signatures faut-il rechercher ?

La réponse à la première question repose sur les modèles disponibles actuellement pour décrire de telles collisions, et sur les conditions initiales qu'ils prévoient (température, densité, etc...), ainsi que sur les valeurs critiques de ces paramètres, qui dépendent largement des hypothèses de départ, comme nous le verrons plus loin.

La deuxième question est de loin la plus critique, car comme nous le verrons, la durée de vie du plasma est extrêmement courte et les produits hadroniques de la réaction sont détectés bien après le retour du système à la phase confinée, dont il faut alors chercher les caractéristiques qui auraient pu "garder la mémoire" de l'état transitoire déconfiné.

Le but de ce cours est de faire le point sur l'état actuel de cette recherche, du point de vue expérimental. Après quelques brefs rappels sur les prédictions de la QCD sur réseaux et l'exposé des principales signatures attendues en cas de formation du QGP, je montrerai

quelques résultats (principalement des expériences du CERN), pour la plupart récents, choisis pour leur représentativité et leur aspect pédagogique. Cette revue ne se veut pas exhaustive, et je prie le lecteur de bien vouloir m'en excuser ...

II - LA TRANSITION DE PHASE

Pour une température et une densité suffisantes, les calculs de QCD sur réseaux prévoient l'existence d'une transition de phase de déconfinement de la matière hadronique ¹⁾. Cette transition se manifeste par une variation brutale du nombre de degrés de liberté effectifs du système au passage de la température critique (laquelle est fonction de la densité), qui passe de quelques unités (3, par exemple pour un gaz de pions, ou plus si d'autres résonances hadroniques sont prises en compte) à

$$N_{ddl} = \frac{7}{8}q + g$$

pour un plasma contenant "q" sortes de quarks et "g" gluons. A titre d'exemple, en ne considérant que deux saveurs de quarks (u et d) ayant deux états de spin et de conjugaison de charge, et trois états de couleur, plus huit gluons dans deux états d'hélicité :

$$N_{ddl} = \frac{7}{8} * 2 * 2 * 2 * 3 + 2 * 8 = 37$$

Dans un modèle simple où l'on considère les deux phases comme des gaz parfaits ²⁾ (c'est à dire constitués de particules ponctuelles de masse nulle sans interactions), les grandeurs thermodynamiques comme la densité d'énergie et la pression peuvent s'écrire :

$$\varepsilon = 3 \frac{\pi^2}{30} T^4$$

$$P = \frac{\varepsilon}{3} = 3 \frac{\pi^2}{90} T^4$$

pour la phase hadronique, et

$$\varepsilon = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4 + B$$

$$P = 37 \frac{\pi^2}{90} T^4 - B$$

pour le plasma, où B est la pression exercée par le vide sur le plasma (encore appelée "constante du sac") qui tient compte du fait que si le milieu est déconfiné, il n'en est pas de même du vide qui l'entoure.

Le diagramme de phase correspondant est représenté sur la figure 1 dans le plan (Température/potentiel chimique baryonique¹⁾). La région des noyaux se trouve à température nulle et à la densité nucléaire normale $\rho_0 \approx 0.17 \text{ GeV}/\text{fm}^3$. L'état de gaz de

¹Le potentiel chimique baryonique μ_B est défini comme la dérivée partielle de l'énergie libre par rapport au nombre baryonique total :

$$\mu_B = \frac{\partial F}{\partial N_B}$$

C'est une fonction croissante du nombre baryonique. Il est important de noter que $\mu_B=0$ ne signifie pas que le milieu est dépourvu de quarks, mais implique uniquement que le nombre de quarks est égal au nombre d'antiquarks.

hadrons est séparé du plasma de quarks-gluons par la ligne critique représentée en gris. Cette transition de phase s'accompagne, d'après les calculs sur réseaux, d'une restauration de la symétrie chirale spontanément brisée dans la phase hadronique.

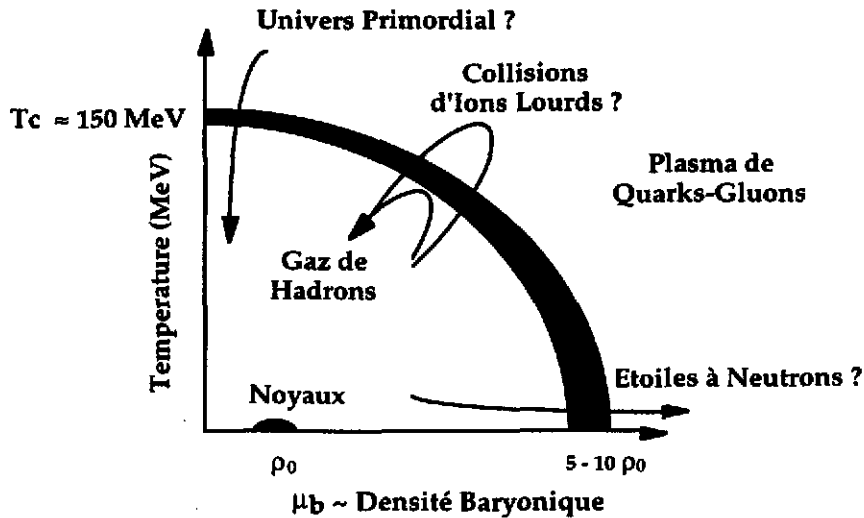


Figure 1 : Diagramme de phase schématisé de la matière nucléaire dans le plan (température/potential chimique baryonique).

L'ordre de la transition de phase n'est pas définitivement établi ³⁾, et dépend fortement des hypothèses de départ, notamment du nombre de saveurs de quarks considéré. En effet, les calculs en pure jauge (sans quarks) prédisent une transition du premier ordre pour une température critique d'environ 250 MeV. L'introduction des quarks u et d abaisse la température critique aux environs de 150 MeV, et la transition prédite est alors du second ordre.

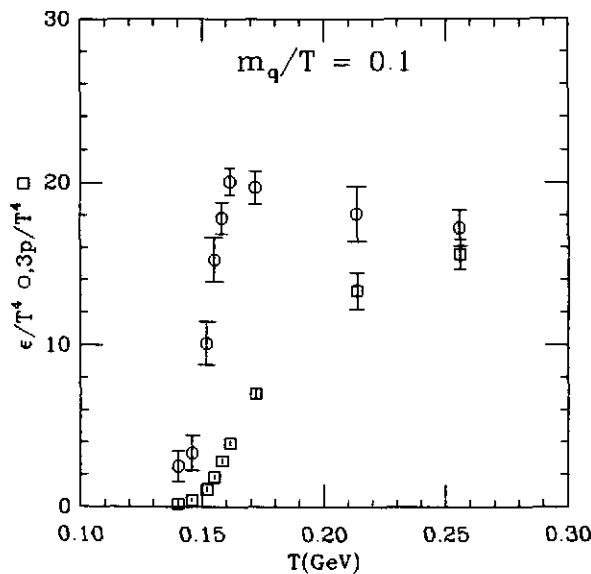


Figure 2 : Densité d'énergie (ϵ , cercles) et pression (P , carrés) rapportées à la quatrième puissance de la température T^4 , en fonction de (T) ^{3,4)}.

Cette transition est de nouveau du premier ordre si trois saveurs ou plus sont prises en compte dans les calculs. La figure 2 représente un exemple de la variation de la densité d'énergie et de la pression obtenue dans de tels calculs. La transition de phase est nettement visible pour une température de 150 MeV environ, correspondant à une densité d'énergie de 1 à 2.5 GeV/fm³. Cet exemple montre une transition du second ordre obtenue avec deux saveurs de quarks.

III - LES COLLISIONS D'IONS LOURDS ULTRARELATIVISTES

Le déroulement d'une collision d'ions lourds de haute énergie peut être schématisé de la façon suivante dans leur centre de masse :

Les deux ions, dont les dimensions longitudinales sont contractées d'un facteur γ (facteur de Lorentz, qui vaut environ 10 pour une collision à 200 GeV sur cible fixe²) entrent en collision et se traversent, laissant entre eux un milieu hautement excité. Le contenu de ce milieu dépend de la transparence des noyaux l'un à l'autre, qui est fonction de leur énergie initiale. Pour de faibles énergies, on s'attend à ce que les noyaux soient suffisamment opaques pour que les nucléons incidents soient freinés, et donc déplacés vers ce que nous appellerons par la suite la "région centrale". A l'inverse, pour des énergies incidentes élevées, des noyaux devenus transparents doivent laisser derrière eux une région centrale très excitée mais dépourvue de nucléons. L'énergie déposée dans cette région se trouve alors sous la forme d'un gaz de hadrons (principalement de pions), de densité baryonique nette égale à zéro.

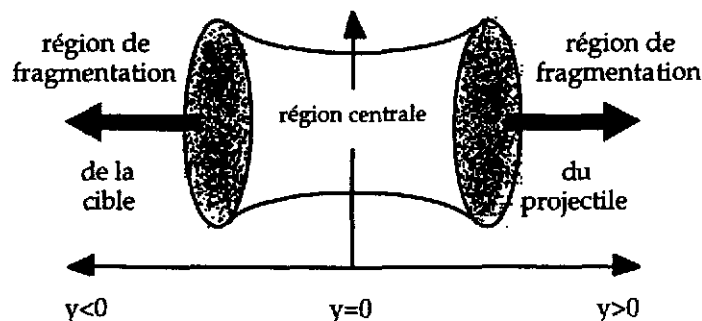


Figure 3 : Schéma d'une collision noyau-noyau à haute énergie, dans le centre de masse, en fonction de la rapidité. Si le régime de transparence est atteint, les régions de fragmentation emportent le nombre baryonique initial (grisé).

²Rappelons que l'énergie totale dans le centre de masse est \sqrt{s} , s étant le carré de la quadri-impulsion totale du système, soit, pour un nucléon de masse m_n et d'impulsion P sur un autre nucléon fixe :

$$s = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ P \\ \sqrt{P^2 + m_n^2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ m_n \end{pmatrix} \right)^2 = m_n^2 + (P^2 + m_n^2) + 2m_n\sqrt{P^2 + m_n^2} - P^2 = 2m_n(m_n + \sqrt{P^2 + m_n^2})$$

ce qui donne $\sqrt{s} = 19.4$ GeV pour $P = 200$ GeV/c.

Ce scénario est schématisé sur les figures 3 et 4, où l'axe horizontal représente la rapidité³. Trois régions peuvent être distinguées d'après cette représentation : les régions de fragmentation de la cible et du projectile, et la région centrale.

Dans le cas idéal de la transparence nucléaire (figure 3), seules les régions de fragmentation emportent le nombre baryonique initial et la distribution des mésons produits est approximativement constante dans la région centrale. Dans ce cas, la densité d'énergie initiale déposée lors de la collision peut être calculée par la formule de Bjorken⁵ :

$$\epsilon = \left. \frac{dE_T}{dy} \right|_{y=0} \frac{1}{S_T \tau}$$

où E_T est l'énergie transverse des particules émises par unité de rapidité, autour de $y=0$, $S_T \tau$ représente le volume de réaction, S_T étant la surface de recouvrement des deux noyaux (qui dépend du paramètre d'impact b de la collision), et τ le temps de formation des partons lors de l'interaction (que l'on estime généralement à 1 fm/c).

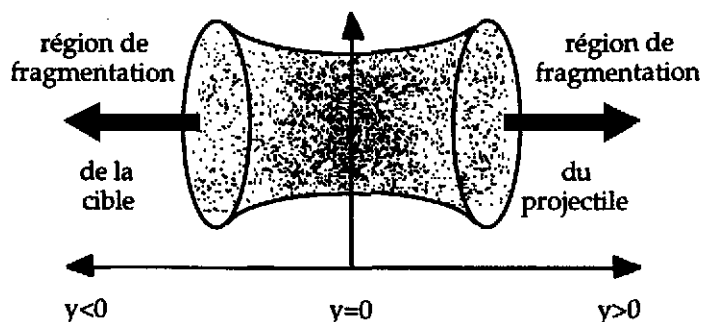


Figure 4 : Schéma similaire à la figure 3, mais dans ce cas, le pouvoir d'arrêt non nul provoque un déplacement des baryons vers la région centrale.

Si les noyaux ne sont pas transparents (figure 4), une partie du nombre baryonique est déplacée vers la région centrale, et la formule de Bjorken n'est en principe plus utilisable. Le déplacement moyen de la distribution en rapidité des baryons vers la région centrale définit une variable δy appelée "pouvoir d'arrêt", qui est accessible expérimentalement. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, le pouvoir d'arrêt observé dans les expériences auprès de l'AGS est important, et le régime de pseudo-transparence, dans lequel les régions de fragmentation sont suffisamment éloignées de la région centrale, n'est sans doute pas atteint non plus aux énergies du SPS. Ce régime ne sera

³La rapidité y est définie par :

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{(E+P_z)}{(E-P_z)}$$

où E est l'énergie et P_z l'impulsion longitudinale. Cette variable est additive dans une transformation de Lorentz.

probablement accessible qu'à plus haute énergie, comme le montre la figure 5, représentant la distribution en rapidité du nombre baryonique en fonction de l'énergie totale par collision nucléon-nucléon ⁶).

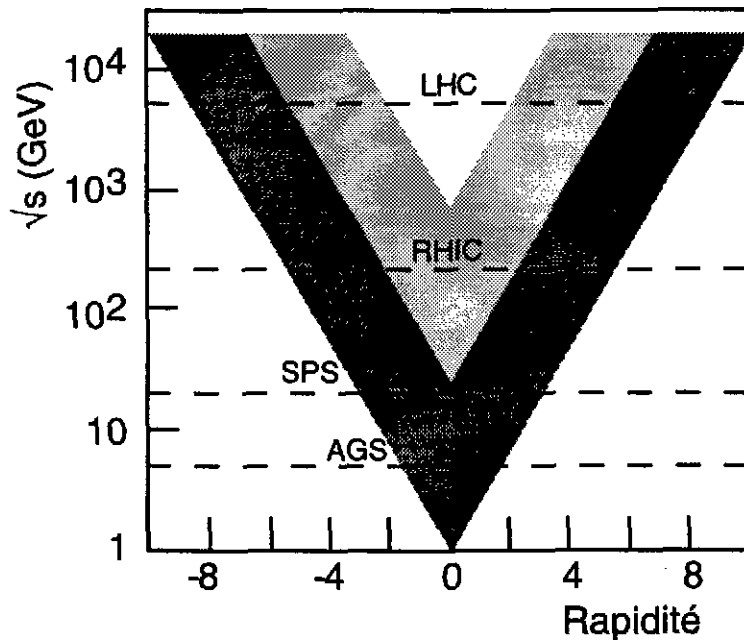


Figure 5 : Représentation schématique de la région de rapidité contenant le nombre baryonique, en fonction de l'énergie dans le centre de masse, pour deux valeurs du pouvoir d'arrêt : $\delta y=2$ (gris sombre) et $\delta y=3.5$ (gris sombre et gris clair). Les pointillés correspondent aux énergies des différents accélérateurs ⁶).

IV - LES SIGNATURES DU PLASMA DE QUARKS-GLUONS

Si la transition de phase est atteinte, le déroulement d'une collision noyau-noyau peut être décrit comme le montre la figure 6, dans le plan temps-espace (t,z). Dans ce plan, les courbes de temps propre constant τ sont les hyperboles d'équation $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$. Les noyaux entrent en collision au point $t=0, z=0$.

- Dans un premier temps, les cascades d'interactions hadroniques créent un grand nombre de partons, qui peuvent atteindre la thermalisation en un temps propre τ (de l'ordre de 1 à quelques fm/c), qui dépend des conditions initiales telles que l'énergie incidente, le volume de réaction et le pouvoir d'arrêt.
- La phase de plasma possède des propriétés qui peuvent induire des effets détectables. Il s'agit en effet d'un milieu thermalisé de quarks et de gluons déconfinés, supposé à l'équilibre chimique (c'est à dire contenant les trois saveurs légères u, d et s). De plus, la symétrie chirale doit y être restaurée. Depuis les années 1985, de nombreuses signatures ⁷) ont été proposées, et les principales d'entre elles, qui seront détaillées dans ce cours, sont les suivantes :

- le déconfinement doit interdire la formation d'états résonants de saveurs lourdes, tels que le J/ψ (état $c - \bar{c}$) ou les états excités de la résonance Υ ($b - \bar{b}$),
- l'équilibre chimique doit conduire à une production d'étrangeté supérieure à la normale,
- comme tout milieu thermalisé, le plasma doit rayonner des photons. Il se peut également que ces photons se matérialisent en paires de leptons (électrons ou muons). On parle alors de dileptons thermiques.
- la restauration de la symétrie chirale pourrait entraîner un déplacement en masse de certaines résonances, comme le ρ ou le ϕ .
- Le plasma se détend et se refroidit, conduisant au retour à une phase hadronique. Si la transition de phase est du premier ordre, l'hadronisation passe par une phase mixte, où le gaz de hadrons et des "bulles" de plasma coexistent.
- Ce gaz de hadrons se détend également, jusqu'au point appelé "freeze-out", où les hadrons se découplent.
- L'état final observé dans les détecteurs est constitué d'un grand nombre de particules diverses telles que des nucléons, des mésons, des électrons, des photons, etc... Cependant, les distributions de ces particules peuvent également donner des indications sur l'état final, comme par exemple la taille de l'objet émetteur, estimée par une méthode interférométrique (dite "Hanbury-Brown-Twiss" ou "HBT") utilisée à l'origine pour déterminer la taille de certaines étoiles ⁸⁾.
- Certains modèles prévoient en outre la formation d'objets exotiques appelés "étrangelets", supposée être une signature non ambiguë de la formation du plasma ⁹⁾.

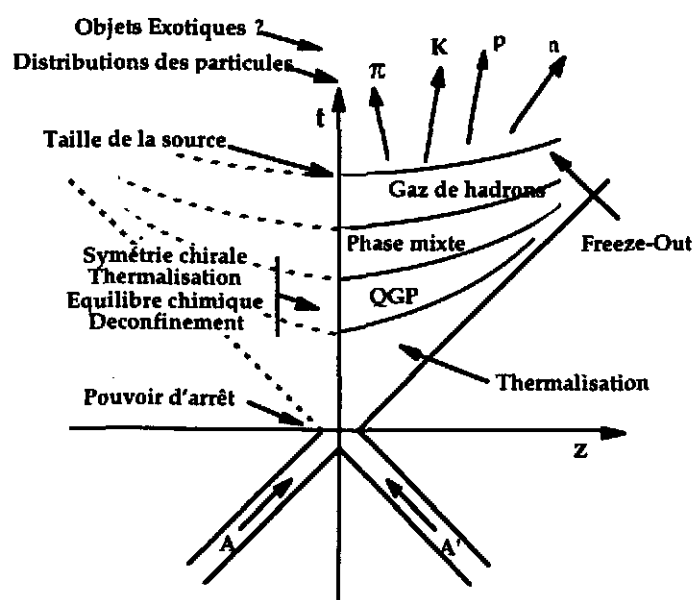


Figure 6 : Déroulement d'une collision noyau-noyau, en supposant la formation d'un plasma de quarks-gluons. La phase mixte n'existe que si la transition est du premier ordre.

Comme nous le verrons par la suite, les expériences réalisées à ce jour sont essentiellement dédiées à l'étude d'une ou deux signatures, aucune n'étant en mesure de les observer toutes compte tenu des contraintes expérimentales.

En plus des signatures spécifiques du plasma, la plupart des expériences détectent certaines distributions de particules émises, qui peuvent alors être comparées aux différents modèles disponibles, et donnent ainsi des renseignements sur les conditions initiales. Parmi celles-ci, la multiplicité des particules, la composante transverse de l'énergie des produits de réaction, ou l'énergie totale du fragment du projectile n'ayant pas interagi (encore appelé "fragment spectateur") donnent des indications sur le paramètre d'impact de chaque collision. Cette information est importante, dans la mesure où seules les collisions les plus centrales sont supposées réunir les conditions nécessaires à la transition de phase, ce qui doit faire apparaître des effets de seuil en fonction de la centralité ou de la taille des noyaux en collision. Les corrélations entre ces divers paramètres peuvent également être étudiées pour isoler d'éventuels événements "anormaux".

V - LE POUVOIR D'ARRÊT ET LES DISTRIBUTIONS DE PARTICULES PRODUITES

Le déplacement en rapidité ¹⁰⁾ subi par les nucléons incidents dépend de l'épaisseur de matière qu'ils traversent, qui est fonction de la taille des noyaux et du paramètre d'impact de la collision. Ceci est illustré par la figure 7, qui représente la distribution en rapidité des protons détectés dans les collisions noyau-noyau auprès de l'AGS ¹¹⁾.

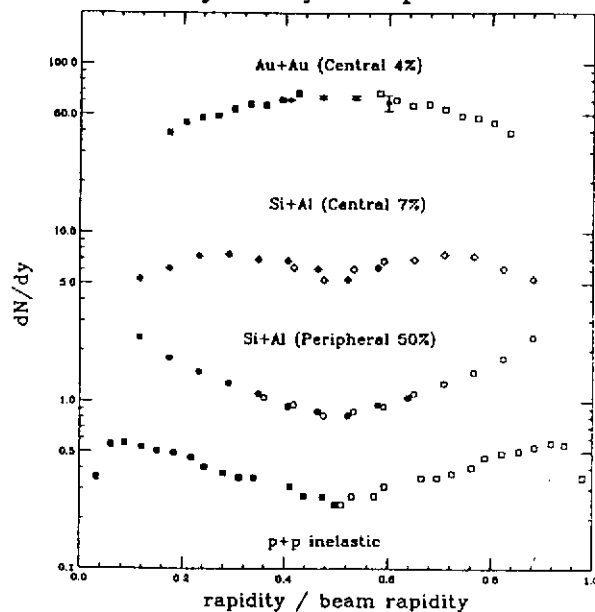


Figure 7 : Distribution en rapidité "réduite" (0 représente la rapidité de la cible, et 1 celle du projectile) des protons pour différents systèmes aux énergies de l'AGS. Ces points montrent le décalage croissant vers la rapidité centrale, que l'on observe en passant des collisions Si-Al périphériques aux collisions SiAl centrales, puis Au-Au centrales (données de E802/E866 ¹¹⁾).

En ce qui concerne les résultats du CERN, la collaboration NA49 a mesuré $\delta y=1.0$, 1.58 et 1.9 en p-p, S-S et Pb-Pb respectivement ¹²⁾. Les distributions des pions et des protons émis en collision S-S et Pb-Pb ont été comparées aux différents modèles disponibles actuellement. Ces modèles ne contiennent aucune hypothèse concernant la formation d'un plasma, et diffèrent en outre par leur façon de prendre en compte les différentes réinteractions. Comme on peut le voir sur la figure 8, les distributions des pions sont bien reproduites. Notons à propos de cette figure, comme de la précédente, que dans ce type de distribution, la plupart des expériences ne mesurent qu'une moitié de la distribution (du côté des rapidités positives pour des raisons expérimentales), et déduisent l'autre par réflexion du fait que le système est symétrique.

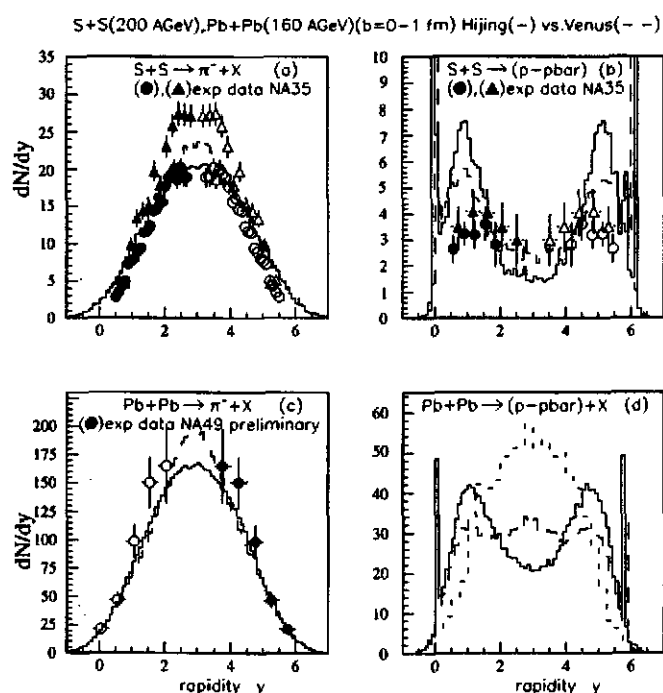


Figure 8 : Distribution en rapidité des pions (à gauche) et des protons (à droite) obtenue en collision S-S par NA35 (en haut) et en collision Pb-Pb par l'expérience NA49 (en bas). Ces données peuvent être comparées aux prédictions des modèles Hijing (trait plein), Venus (tirets longs) et RQMD (tirets courts) ¹³⁾.

La distribution des protons en collisions Pb-Pb serait évidemment d'une grande importance pour la comparaison aux modèles, mais elle n'a pas encore été publiée (à ma connaissance et au moment où j'écris ces lignes...), à l'exception d'un résultat très préliminaire de la collaboration NA44 montrant deux points ¹⁴⁾ exactement à mi-chemin entre Venus et RQMD (Relativistic Quantum Molecular Dynamics).

Un autre élément intéressant qui peut-être tiré des distributions de particules produites est l'existence du flot, récemment observé par l'expérience E877 à l'AGS ¹⁵⁾. Ce phénomène a été largement décrit à plus basse énergie, et donne des renseignements sur la compressibilité de la matière nucléaire ¹⁶⁾.

VI - LE DÉCONFINEMENT ET LES RÉSONANCES DE SAVEURS LOURDES

En 1986, il a été prédit que la présence d'un milieu dense et déconfiné doit interdire la formation des résonances de saveurs lourdes ¹⁷⁾ telles que la résonance J/ψ (état fondamental du charmonium $c-\bar{c}$). Qualitativement, on peut comprendre cette prédiction de la façon suivante. Le potentiel $c-\bar{c}$ peut être supposé non relativiste :

$$V(r) = \sigma r - \alpha/r$$

où σ représente la tension de corde, et α correspond à la partie coulombienne du potentiel inter-quarks. Si l'environnement est déconfiné, donc pour une température supérieure à la température critique T_C , la tension de corde disparaît, et le terme coulombien est écranté par la grande densité des charges de couleur présentes dans le milieu :

$$V(r) = \frac{\alpha}{r} e^{-r/R_D}$$

où le paramètre R_D (rayon de Debye) est une fonction de la température. Cet effet est analogue à l'effet d'écran connu en électrodynamique, à ceci près qu'il s'agit ici d'un "effet d'écran de couleur". Quand la température augmente, R_D décroît, et la liaison $c-\bar{c}$ devient impossible. Les quarks c et \bar{c} apparaissent alors associés à d'autres saveurs telles que u et d , très abondantes dans le milieu, conduisant à la production de charme ouvert. Pour le J/ψ , la valeur critique de R_D est 0.3 fm, et la température correspondante ¹⁸⁾ est environ $1.2 T_C$. Quant au ψ' (état excité), son rayon supérieur lui interdit de se former au delà de T_C . Dans ce modèle simple⁴, un effet supplémentaire est attendu en fonction de l'impulsion transverse de la résonance, du fait que la paire $c-\bar{c}$ n'est supposée atteindre le rayon nécessaire à la formation du J/ψ qu'au bout d'un temps moyen τ_f appelé "temps de formation" estimé à 1 fm/c environ. La résonance pourra donc se former ou non, suivant qu'elle atteint cet instant à l'extérieur ou à l'intérieur de la zone déconfinée, ce qui dépend de son impulsion transverse, comme on peut le voir sur la figure 9.

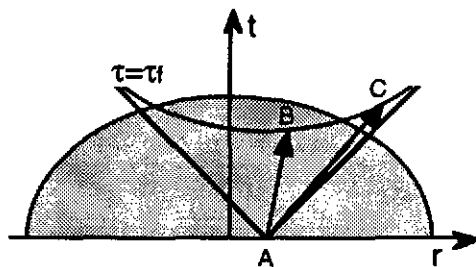


Figure 9 : Illustration de la dépendance en impulsion transverse de la suppression du J/ψ . Parmi les paires $c-\bar{c}$ (créées en un point A), seules celle de faible P_t (en B) atteignent le temps de formation τ_f à l'intérieur du plasma (zone grise), alors que les J/ψ de grand P_t (en C) ne sont pas supprimés.

⁴Le même raisonnement est valable pour les états $\Upsilon (b-\bar{b})$, à ceci près que la température nécessaire pour supprimer l' Υ est élevée (environ $2T_C$), et que seuls les états Υ' et Υ'' sont supprimés à partir de T_C .

Cet effet doit naturellement être intégré sur toutes les positions possibles du point "A". De plus, d'après le figure 9, on peut remarquer que les points de type "B" n'existent que si la durée de vie du plasma est supérieure au temps propre de formation du J/ψ .

Du point de vue expérimental, la production du J/ψ et du ψ' a été mesurée par l'expérience NA38 au CERN grâce à leur mode de désintégration en paire de muons. Comme prévu par les modèles de plasma, une suppression de la production du J/ψ est observée ¹⁹⁾ entre les collisions proton-noyau et les collisions noyau-noyau telles que O-U et S-U. Cette suppression est plus importante pour les interactions noyau-noyau centrales, et dépend de l'impulsion transverse ²⁰⁾ P_t . Ce résultat est présenté sur la figure 10 montrant la production du J/ψ rapportée au "continuum de masse" (essentiellement constitué de paires de muons issues du processus de Drell-Yan, qui est un processus dur, supposé non affecté par l'éventuelle formation du plasma), et l'accroissement des deux premiers moments (valeur moyenne et valeur carrée moyenne) de la distribution en P_t du J/ψ , dû au fait que la suppression intervient principalement à petite impulsion transverse.

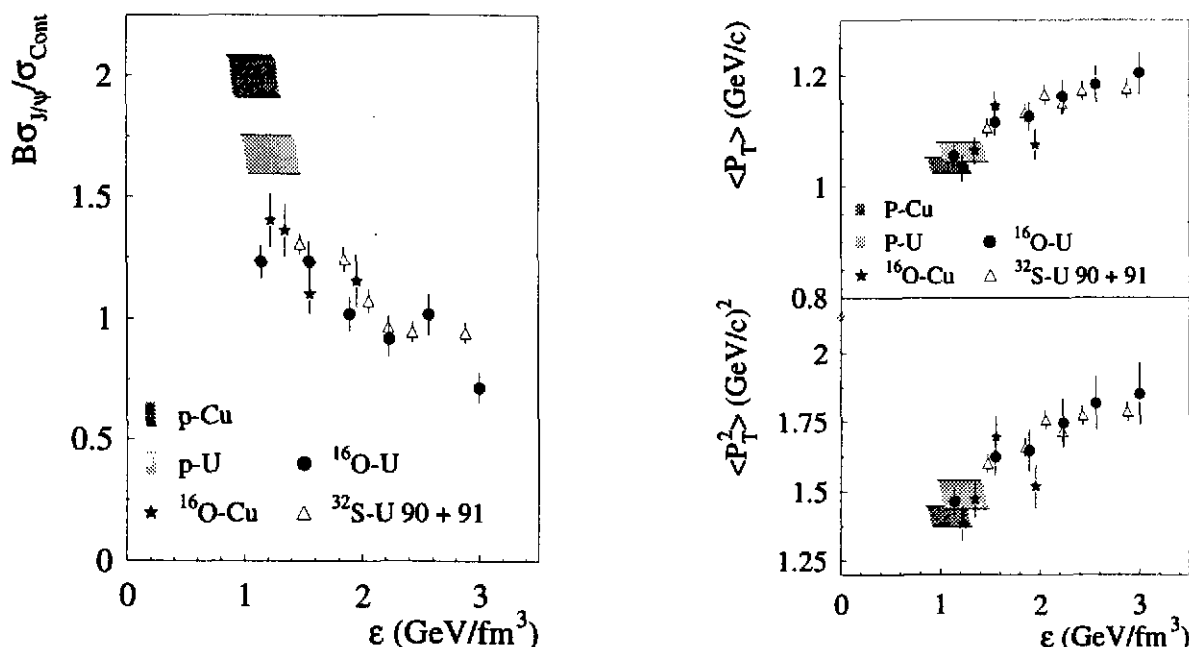


Figure 10 : Production du J/ψ rapportée à la production de paires de muons du continuum de masse (à gauche), et moments de la distribution en P_t du J/ψ (à droite), en fonction de la densité d'énergie atteinte dans les collisions.

Cependant, ce résultat peut également être interprété sans intervention du plasma. En effet, la longueur L de matière hadronique traversée par le J/ψ avant sa désintégration augmente lorsque le paramètre d'impact de la réaction diminue. Sa probabilité d'absorption dans cette matière (pas forcément déconfinée) croît donc avec la centralité de la collision et la taille du noyau cible, ce qui peut rendre compte de la suppression

observée ²¹). La section efficace d'absorption correspondante (6 à 7 mb) est néanmoins beaucoup plus élevée que les valeurs obtenues par les calculs théoriques et mesurées en photoproduction ²²) (2.5 à 3 mb), et nous y reviendrons dans la suite de ce chapitre. Dans cette approche, un effet supplémentaire serait responsable de l'augmentation des valeurs moyennes de P_t : la diffusion des gluons dans la voie d'entrée ²³). La paire $c-\bar{c}$ donnant naissance au J/ψ est en effet formée par la fusion de deux gluons, qui doivent également traverser une certaine épaisseur de matière nucléaire avant d'interagir, et peuvent ainsi acquérir de l'impulsion transverse par collision avec les nucléons du milieu. Cette épaisseur est équivalente à la longueur moyenne de matière traversée par le J/ψ après sa formation, et croît de la même façon avec la centralité et la taille des noyaux en collision.

L'une des façons de trancher entre ces deux interprétations pourrait être de les comparer au résultat obtenu pour le ψ' . La suppression de ce dernier s'avère en effet plus importante ²⁴) que celle du J/ψ dans les collisions noyau-noyau, alors que le rapport $(\psi')/(J/\psi)$ est plat en fonction de la taille de la cible dans les interactions proton-noyau, ce qui signifie que le ψ' et le J/ψ ont la même section efficace d'absorption dans la matière nucléaire. Ce résultat plaide en faveur de l'apparition d'un phénomène nouveau avec les faisceaux d'ions, comme on peut le voir sur la figure 11, représentant le rapport $(\psi')/(J/\psi)$ en fonction de la longueur L de matière traversée, pour les interactions p-noyau et S-U à différents paramètres d'impact.

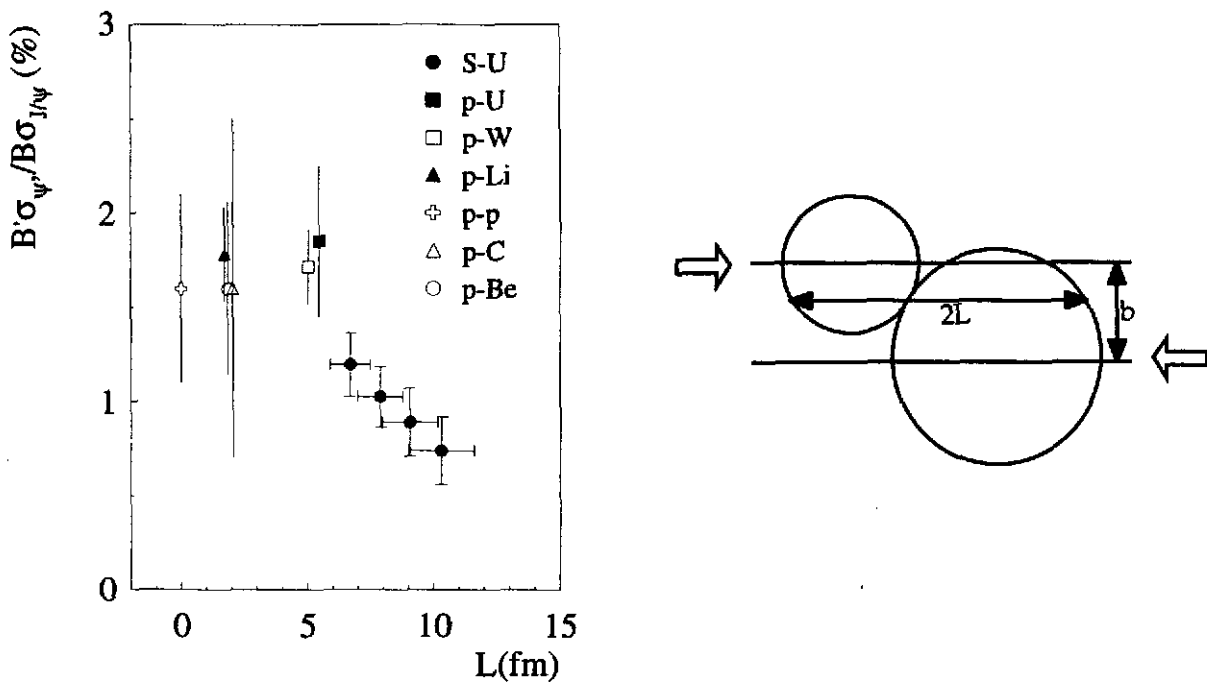


Figure 11 : Rapport $(\psi')/(J/\psi)$ (à gauche), mesuré par NA38 en S-U pour différents paramètres d'impact, et comparé au même rapport obtenu en collisions proton-noyau (certains points proviennent d'autres expériences), en fonction de l'épaisseur moyenne L de matière traversée (à droite).

La situation s'est encore compliquée, depuis la publication d'un article théorique ²⁵⁾ interprétant la suppression du J/ψ par l'absorption d'un état intermédiaire $c-\bar{c}$ -gluon (sorte de J/ψ préformé) dans une matière hadronique non déconfinée (ce qui permettrait d'expliquer la grande section efficace d'absorption mesurée). En tout état de cause, il semble nécessaire d'attendre les résultats obtenus avec les faisceaux de plomb, qui devraient permettre d'atteindre une densité locale d'énergie, et surtout un volume de réaction beaucoup plus favorables à la transition de phase.

VII - L'ÉQUILIBRE CHIMIQUE ET LA PRODUCTION D'ÉTRANGETÉ

L'augmentation de la production d'étrangeté a été proposée ²⁶⁾ comme signature de la formation d'un plasma de quarks-gluons dans les collisions d'ions lourds ultra-relativistes. Qualitativement, lorsque la température atteint l'ordre de grandeur de la masse du quark étrange, (150 à 200 MeV), la production de paires $s\bar{s}$ (principalement par interactions gluon-gluon, mais aussi par annihilation de paires $u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$) conduit à l'équilibre chimique ²⁷⁾ dans lequel les densités des trois saveurs légères sont équivalentes ($\rho_u \sim \rho_d \sim \rho_s$). La production d'étrangeté a fait l'objet de nombreuses études, tant à l'AGS qu'au SPS, et de nombreux résultats montrant une augmentation de cette production dans les collisions noyau-noyau ont été publiés ces dernières années par les collaborations qui travaillent sur ce sujet. A titre d'illustration, la figure 12 présente les données de l'expérience E802/E866 ¹¹⁾ montrant la production relative K^+/π^+ pour différentes collisions auprès de l'AGS.

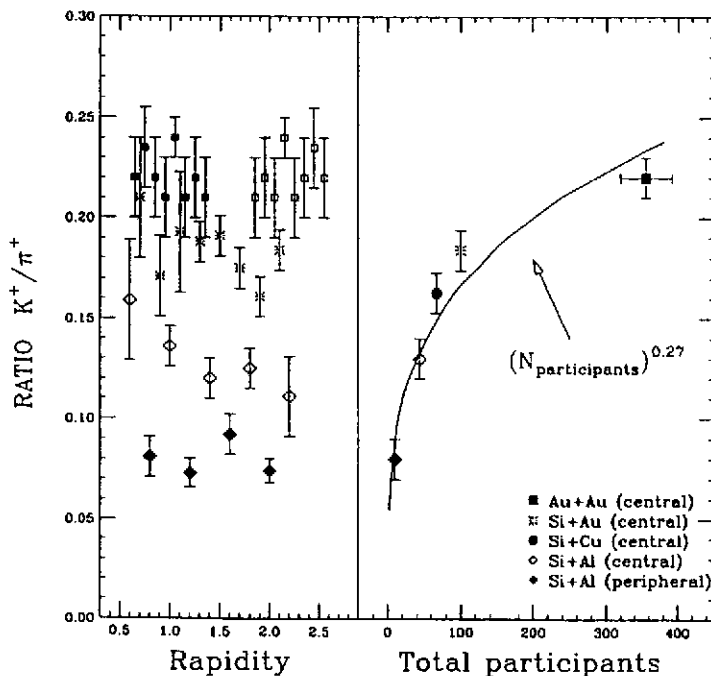


Figure 12 : Rapport K^+/π^+ , mesuré dans différentes collisions Si-noyau et Au-Au, en fonction de la rapidité (à gauche) et du nombre de nucléons participants (à droite).

Une augmentation comparable de la production d'étrangeté est également observée par l'étude des dileptons, grâce à la désintégration du méson ϕ (état $s\bar{s}$) en une paire de muons. La figure 13 montre la croissance ²⁹⁾ du rapport $\phi/(\rho+\omega)$ des collisions p-W aux collisions S-U observée par l'expérience NA38. Le même effet a également été mesuré par la collaboration HELIOS-3 ³⁰⁾.

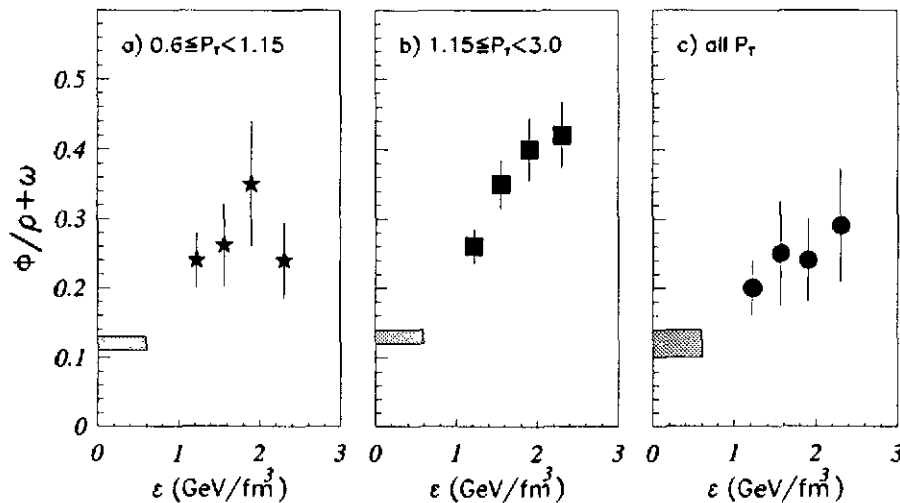


Figure 13 : Production du méson ϕ (relative à celle des méson ρ et ω) en fonction de la densité d'énergie ϵ atteinte dans les collisions p-W (zone grise) et les interactions S-U à différents paramètres d'impact (points), pour différentes conditions d'impulsion transverse P_t .

Cependant, ces divers signaux semblent pouvoir être compris actuellement sans l'intervention du plasma, grâce à l'étrangeté produite par les interactions secondaires des nombreuses particules créées dans les collisions noyau-noyau les plus centrales ³¹⁾, dont les différents codes utilisés peuvent d'ailleurs rendre compte. Il n'en est pas de même de la production des particules multi-étranges, dont l'augmentation semble moins bien comprise pour l'instant hors des modèles faisant intervenir la formation du plasma ³¹⁾, bien que ceci soit contesté ³²⁾. Ce résultat est illustré par la figure 14, montrant les rapports de production des particules K_s^0 , Λ (contenant un quark s de valence) et Ξ (contenant deux quarks s), normalisée à la production totale de hadrons négatifs, entre les interactions p-W et S-W. Ces points ³³⁾, mesurés par la collaboration WA85 montrent une augmentation plus importante de la production des particules contenant plusieurs quarks étranges. La valeur correspondante pour la particule Ω (état sss) n'a pas encore été publiée de façon définitive, mais serait encore plus élevée ³³⁾ que celle des Ξ . Cette valeur permettra de contraindre encore un peu plus les modèles, et l'évolution de ces rapports en collisions Pb-Pb sera l'un des résultats attendus avec le plus d'impatience ! Parmi les expériences étudiant les collisions de faisceaux de plomb au CERN, deux collaborations disposent des détecteurs de traces nécessaires à ces mesures, et ont déjà présenté les bonnes performances de l'identification des particules à laquelle elles parviennent ^{12,33)}.

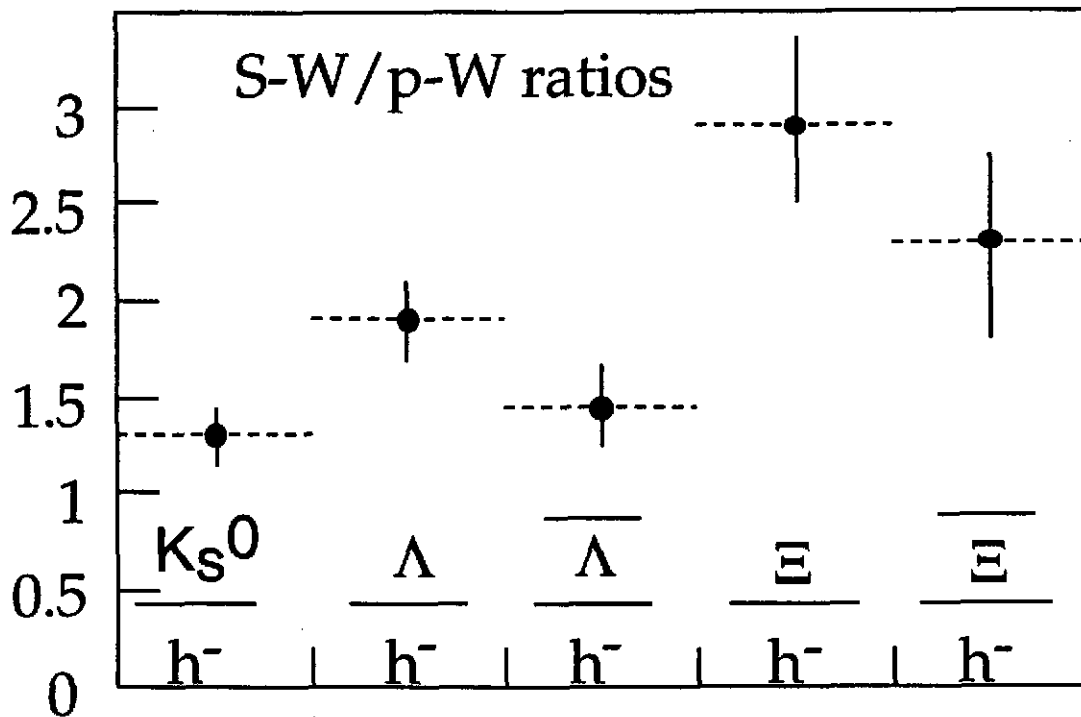


Figure 14 : Rapports de production K_S^0/h^- , Λ/h^- et Ξ/h^- (h^- représentant la production de hadrons négatifs) mesurés en collisions S-W et divisés par les mêmes rapports obtenus en p-W par la collaboration WA85 ³³).

VIII - LA THERMALISATION

De toutes les signatures de la formation du plasma de quarks-gluons, l'émission de photons ou de dileptons thermiques ³⁴) pourrait être la plus pure. En effet, ces signaux, ne subissant pas les interactions fortes, ils ne doivent pas être affectés par l'évolution de la matière hadronique dense et chaude. Cependant, cette signature reste ambiguë car elle ne permet pas forcément de distinguer une phase déconfinée d'un gaz chaud de hadrons ³⁵), et les bruits de fond importants (dus aux désintégrations des nombreux pions créés lors des collisions) rendent sa détection extrêmement difficile.

VIII - A - Les photons directs

La situation expérimentale concernant les photons directs n'est pas claire actuellement. En effet, la collaboration WA80 a exposé récemment un résultat montrant un léger excès de photons dans les collisions centrales S-Au ³⁶), alors que l'expérience NA45 n'observe pas un tel excès. Ce résultat est illustré par la figure 15, qui représente le spectre en impulsion transverse des photons détectés dans les interactions S-Au par NA45, comparé au spectre simulé résultant de la désintégration des hadrons chargés et au spectre mesuré par WA80 ³⁷).

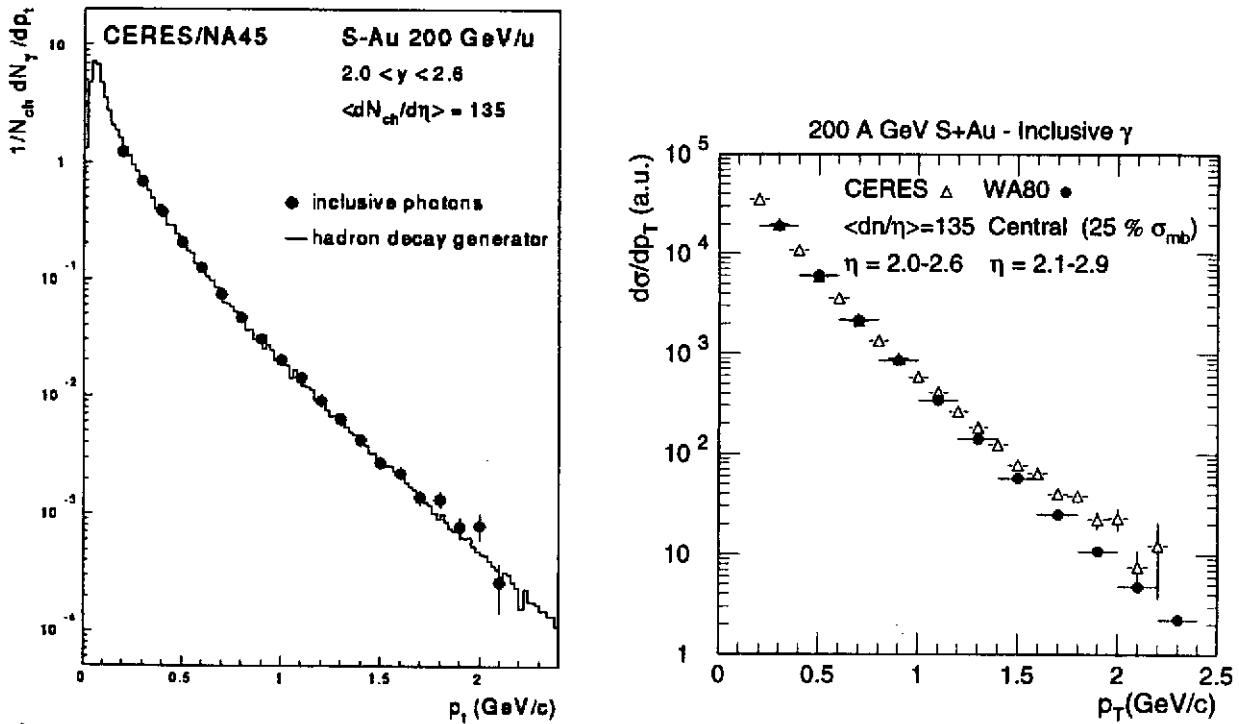


Figure 15 : Distribution en impulsion transverse des photons mesurée par NA45, comparée à la simulation des photons provenant de la désintégration des hadrons produits (à gauche), et au résultat obtenu par la collaboration WA80 (à droite).

La collaboration NA38 conclut également à l'absence de photons directs ³⁸⁾ dans la limite de 3%, comme le montre la figure 16, qui représente l'excès de signal électromagnétique détecté en corrélation avec les dimuons provenant du méson ϕ (supposé être associé aux événements de type "plasma") par rapport au signal détecté en association avec le J/ψ (supposé être anticorrélé au plasma), en fonction de la centralité des collisions S-U.

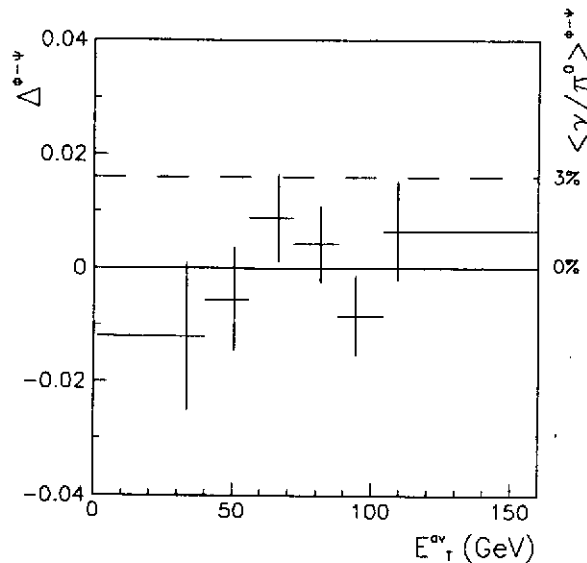


Figure 16 : Excès relatif d'énergie neutre par rapport aux photons provenant des π^0 , en fonction de la centralité des collisions S-U. Cet excès, s'il existe, est inférieur à 3% ³⁸⁾ (voir texte pour les détails).

En ce qui concerne les collisions Pb-Pb, les seuls résultats présentés pour le moment montrent les bonnes performances du spectromètre à photons de l'expérience WA98, et portent sur une trop petite partie de la statistique acquise par cette expérience pour permettre d'en tirer une conclusion ³⁹).

VIII - B - Les dileptons thermiques

Les photons thermiques rayonnés par le plasma peuvent également être virtuels. Ils se matérialisent alors en une paire de leptons (e^+e^- ou $\mu^+\mu^-$) appelés "dileptons thermiques". Les trois expériences détectant ces dileptons au CERN sont NA34 et NA38 pour ce qui concerne les dimuons, et NA45 pour les diélectrons. Leur détection est délicate car les sources de dileptons sont nombreuses, comme on peut le voir sur le spectre de masse invariante des dimuons détectés par l'expérience NA34-1 dans les collisions p-Be (figure 17). Ce spectre est bien reproduit par la superposition de toutes les sources connues, dont la plus importante est la contribution des désintégrations de hadrons (principalement de π et de K), dominante jusqu'à une masse d'environ $3 \text{ GeV}/c^2$ (le spectre présenté ne va que jusqu'à $1.5 \text{ GeV}/c^2$).

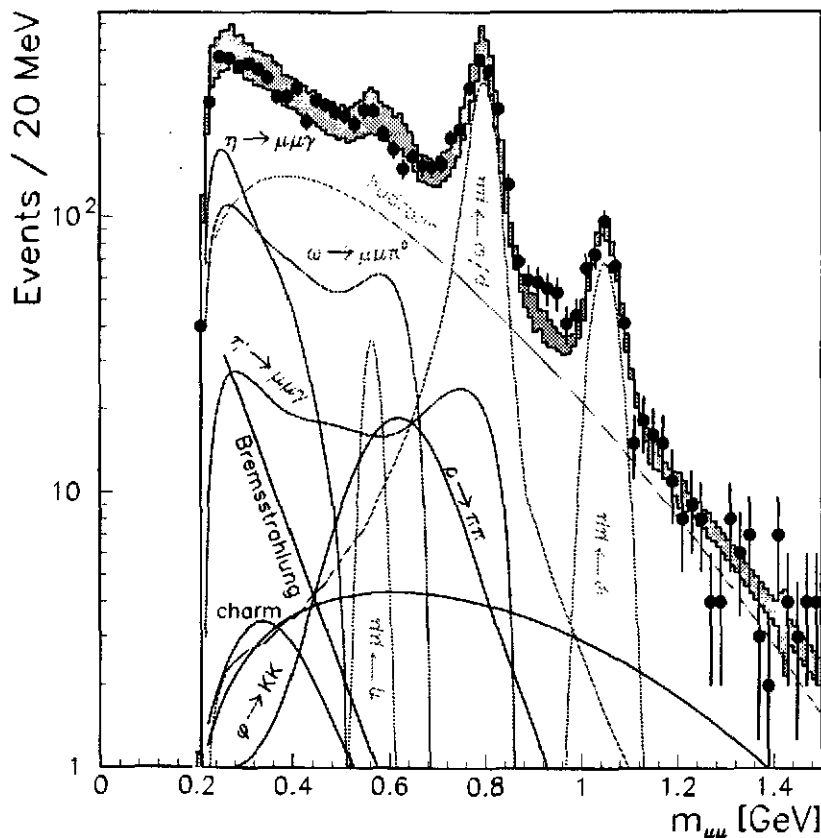


Figure 17 : Spectre de masse invariante des dimuons détectés par l'expérience NA34-1 dans les collisions p-Be. Cette figure surnommée "cocktail plot" montre la bonne compréhension de la production de dimuons par la superposition de toutes les sources connues.

Cependant, ce même spectre obtenu en collisions noyau-noyau présente des différences importantes, illustrées par la figure 18, représentant les résultats de l'expérience NA34-3 en collisions p-W et S-W, rapportés au nombre total de particules chargées qui sert de référence (le bruit de fond dû aux désintégrations de π et de K est soustrait dans ces spectres). L'augmentation de la production du méson ϕ et la suppression de celle du J/ψ sont nettement visibles sur cette figure, mais un excès de dimuons est également observé dans deux régions de masse : la région des "basses masses" (L.M.), et celle des "masses intermédiaires" (I.M.).

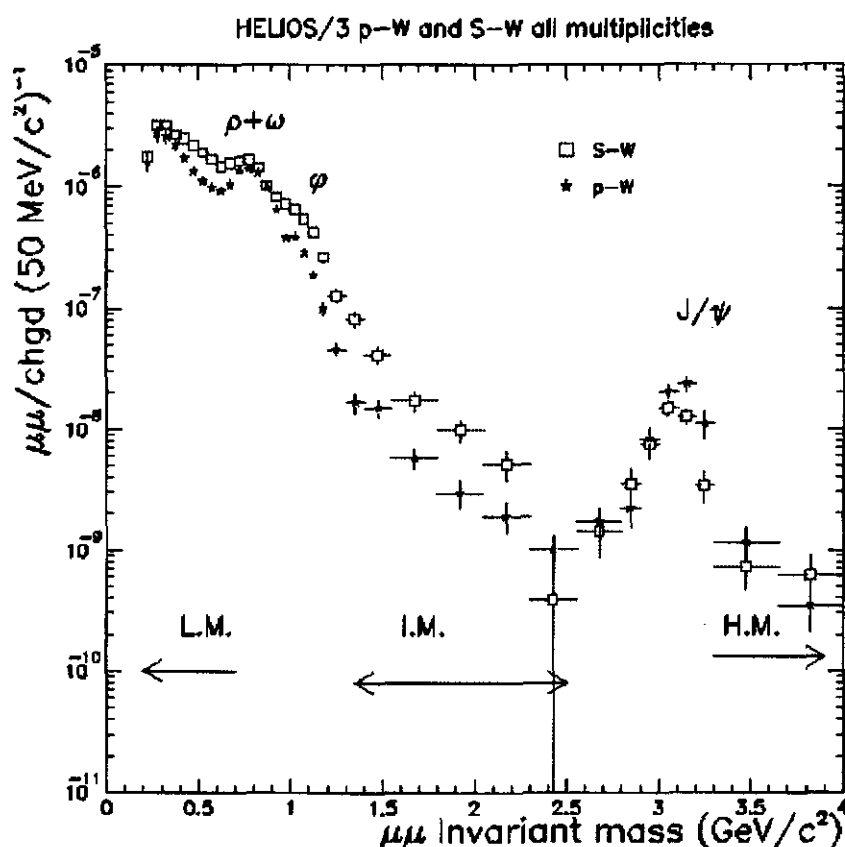


Figure 18 : Spectre de masse invariante des dimuons détectés par l'expérience NA34-3 dans les collisions p-W et S-W. En plus de l'augmentation de la production du ϕ et de la suppression de celle du J/ψ , un excès de dimuons est nettement visible pour les deux régions de masse L.M. et I.M.

Cet excès, observé ⁴⁰⁾ par les deux expériences NA34-3 et NA38, a pu être quantifié par une analyse détaillée de la région des masses intermédiaires. Le bruit de fond $\mu^+\mu^-$ dû aux désintégrations de π et de K est estimé à partir des paires $\mu^+\mu^+$ et $\mu^-\mu^-$ détectées, et les deux principales sources de signal (hormis les résonances), qui sont les paires provenant du mécanisme de Drell-Yan et de la désintégration semi-leptonique des mésons D et \bar{D} , sont simulées par le générateur Pythia et des fonctions de structure standard (Duke-Owens pour NA34-3 et GRV LO pour NA38) ⁴¹⁾. Après s'être assuré qu'une telle simulation reproduit correctement les résultats proton-noyaux (il existe entre la simulation et les

données un facteur de normalisation absolue appelé "facteur K", de l'ordre de 2, qui est ajusté sur les données p-noyau), la prédiction du générateur est extrapolée aux données S-noyau. Cette extrapolation est possible car la section efficace du mécanisme de Drell-Yan croît linéairement avec le produit AB des masses atomiques du projectile et de la cible. La croissance de la contribution du charme est également supposée linéaire, hypothèse fondée sur les mesures de l'expérience E769 ⁴²⁾ donnant $\sigma(D^0+D^+) \propto A^\alpha$ avec $\alpha = 1.00 \pm 0.05$. Les données mesurées en faisceau de soufre sont alors comparées au signal attendu d'après l'extrapolation des données obtenues avec les protons. Le résultat de cette comparaison se trouve sur la figure 19, pour différentes zones de centralité. La dépendance de cet excès vis-à-vis du paramètre d'impact n'est pas claire, mais il faut tenir compte du fait que les deux expériences ne travaillent pas tout à fait dans le même intervalle de rapidité. Cet excès a été interprété comme l'émission de dimuons thermiques par le plasma ⁴³⁾, mais il pourrait également correspondre à une augmentation (soit absolue, soit dans l'acceptance des expériences) de la production de charme ouvert (d'un facteur deux environ), car son spectre en masse est semblable à celui des paires provenant des désintégrations de D et \bar{D} .

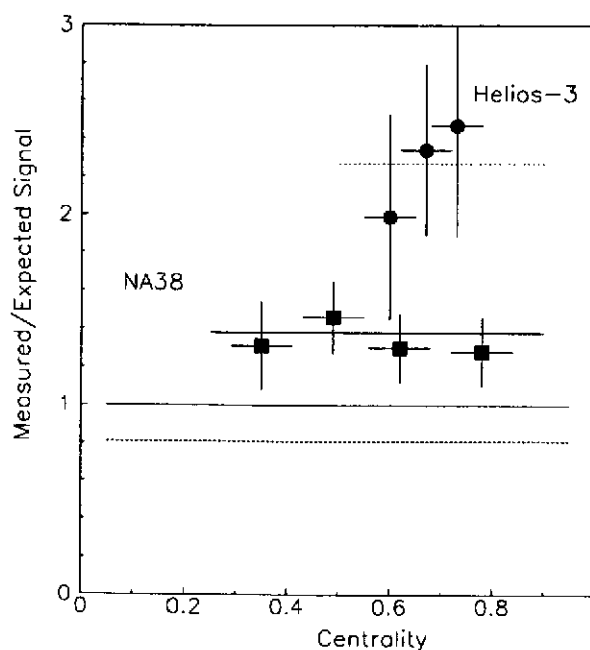


Figure 19 : Comparaison de l'excès de dimuons mesuré dans l'intervalle de masse ($1.5 < M_{\mu\mu} < 2.5 \text{ GeV}/c^2$), par les expériences NA34-3 et NA38, en fonction de la centralité ($1-b/b_{\text{max}}$) (voir texte).

Un excès similaire est également observé à basse masse dans les spectres des dimuons (NA34-3) et des diélectrons (NA45). A titre d'exemple, la figure 20 montre la comparaison des spectres de masse mesurés dans les interactions p-Be, p-Au et S-Au par l'expérience NA45 ³⁷⁾.

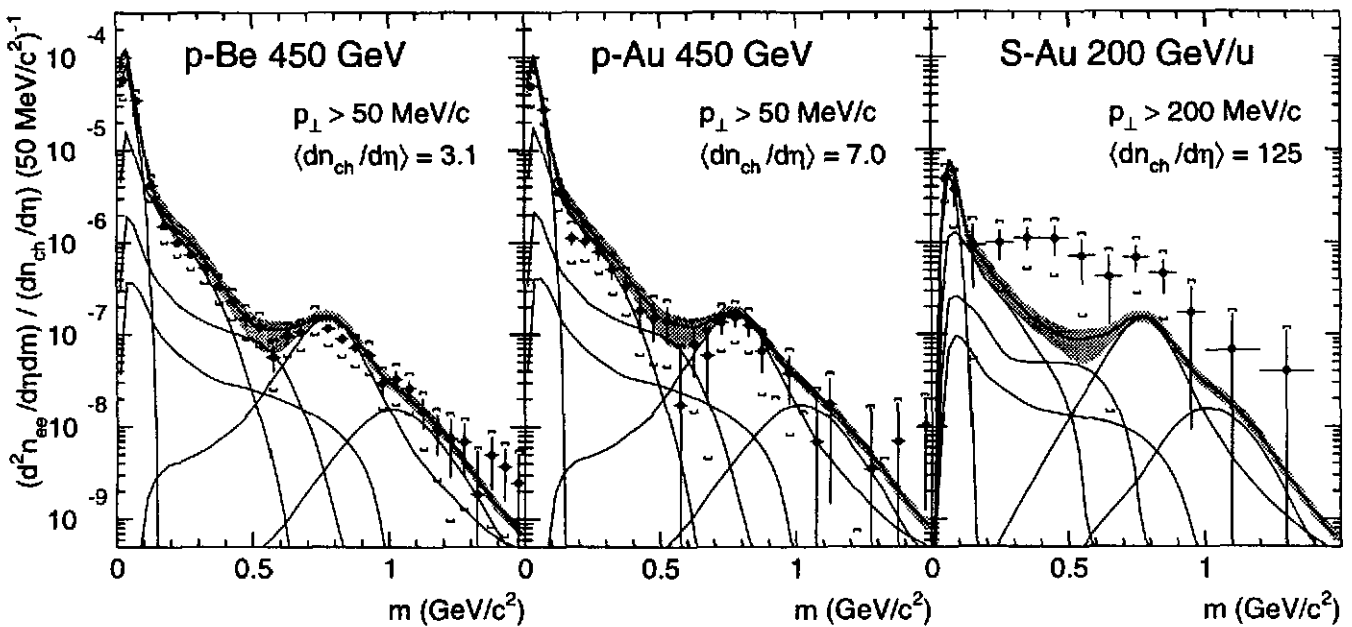


Figure 20 : Comparaison des spectres de diélectrons mesurés par l'expérience NA45 en collisions p-Be, p-Au et S-Au. Les zones grises représentent le signal attendu ³⁷⁾.

Ici encore, la situation expérimentale n'est pas suffisamment claire pour qu'une conclusion définitive puisse être tirée. En effet, l'excès observé à masse intermédiaire pourrait correspondre à des dimuons thermiques, mais aussi à une variation inattendue de la distribution du charme. Signalons que l'excès de dimuons observé par NA34-3 montre un spectre continu de la région des basses masses à celle des masses intermédiaires ⁴⁰⁾. De même, l'excès de diélectrons vu par NA45 pourrait correspondre à des annihilations $\pi^+\pi^-$ ³⁷⁾.

IX - LA RESTAURATION DE LA SYMÉTRIE CHIRALE

Des variations de la masse et de la largeur des certaines résonances (ρ , ω , ϕ , etc ...) ont été proposées comme signatures de la restauration de la symétrie chirale ⁴⁴⁾. Très récemment, un léger décalage de la masse du ϕ a été présenté ⁴⁵⁾ par la collaboration E859 pour les collisions Si-Au centrales. Ce résultat, présenté sur la figure 21, montre que la masse ajustée du méson ϕ dans les spectres K^+K^- décroît d'environ 3% pour les collisions les plus centrales. Il doit cependant être pris avec la plus grande précaution quant à son interprétation. En effet, les auteurs déclarent : "[...] Aucune des erreurs systématiques étudiées à ce jour ne permet de rendre compte d'un tel effet. Cependant, nous allons continuer d'étudier ce résultat en supposant qu'il s'agit d'un biais expérimental [...]". Ce décalage, très inférieur à celui prédit par certains auteurs ⁴⁴⁾, est cependant extrêmement difficile à observer, du fait qu'il requiert une résolution en masse inaccessible à la plupart des expériences.

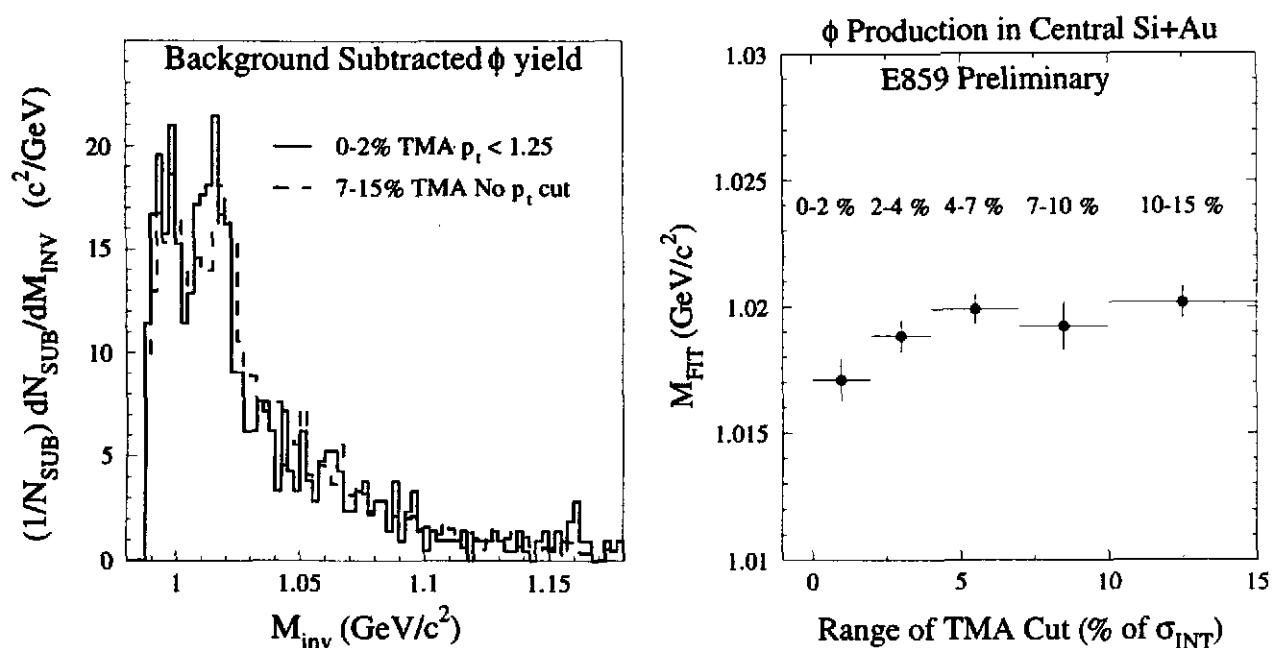


Figure 22 : Spectre de masse invariante des paires K^+K^- pour deux intervalles de centralité des collisions Si-Au (à gauche), et variation de la masse mesurée du méson ϕ en fonction de la centralité (à droite). Dans ces données de l'expérience E859, la variable "range of TMA cut" représente le paramètre d'impact : (0-2%) = très central ; (7-15%) moins central ⁴⁵.

X - L'INTERFÉROMÉTRIE

Les mesures d'interférométrie permettent en principe de déduire la taille d'un objet émetteur de la mesure des impulsions des particules émises, sous réserve que ces dernières soient décorréliées à l'émission. Cette méthode, dite Hanbury-Brown-Twiss ⁸⁾, a été utilisée à l'origine pour calculer le diamètre des étoiles par détection simultanée de deux photons dans deux détecteurs séparés par une certaine distance. Cette technique a été largement appliquée depuis en physique des particules, et l'est maintenant dans le domaine des ions lourds ultrarelativistes, bien que l'hypothèse de non-corrélation à l'émission soit dans ces deux cas beaucoup plus sujette à caution. Ces mesures ne fournissent pas à proprement parler une signature de la formation du plasma, car la nature de l'objet émetteur reste à déterminer, mais donnent cependant des indications sur le volume de réaction et sur son évolution, qui peuvent être comparés aux différents modèles. Je ne montrerai dans ce chapitre que quelques exemples, parmi les résultats récents qui ont été exposés par les différentes collaborations travaillant sur ce sujet.

Le principe de cette mesure est le suivant : la fonction de corrélation, généralement notée C_2 , qui peut être vue comme la transformée de Fourier de la distribution des particules dans la source émettrice, est calculée par le rapport de la probabilité d'émission de deux

particules, au produit des deux probabilités simples (calculé en considérant des particules provenant de deux événements distincts). Cette fonction des impulsions "q" des particules est ajustée par une forme gaussienne à une ou plusieurs dimensions, l'ajustement à une dimension correspondant à l'hypothèse d'une source sphérique. Dans le cas de plusieurs dimensions, on peut considérer la taille longitudinale de la source R_{long} , et sa taille transverse R_t . Si la statistique le permet, la dimension transverse R_t peut encore être décomposée en coordonnée R_t^{out} , le long de la ligne de visée (c'est à dire le long de la somme des deux impulsions transverses des particules), et en coordonnée R_t^{side} , perpendiculaire à la précédente. L'ajustement s'écrit donc, dans le cas général :

$$C_2 = 1 + \lambda e^{-\sum R^2 q^2}$$

où λ (paramètre de chaotité) reflète l'importance de la corrélation. De plus, la décomposition à trois dimensions permet d'accéder à la durée de vie $\Delta\tau$ de la source par la différence entre les composantes R_t^{out} et R_t^{side} :

$$R_t^{out^2} = R_t^{side^2} + (\beta\Delta\tau)^2$$

où β est la vitesse de la paire.

Pour comparer entre eux les résultats de deux expériences, ou pour en déduire une information physique, il est important de prendre garde aux différents "pièges" dissimulés dans ce type d'analyse ⁴⁶⁾ :

- Les différentes expériences ne mesurent pas la taille de la source dans le même intervalle de rapidité, l'idéal étant d'avoir différents intervalles contigus pour une même expérience, qui donne alors une sorte de "profil" des événements.
- Certaines collaborations introduisent un facteur 1/2 dans l'exposant de l'ajustement, ce qui conduit à des valeurs de R supérieures d'un facteur $\sqrt{2}$. C'est le cas des expériences WA80/WA98 et NA35/NA49.
- Le rayon moyen (rms) à une dimension est équivalent à la racine carrée de la somme des carrés des rayons à trois dimensions.
- Si l'on veut comparer les rayons obtenus à la taille du projectile, il faut convertir le rayon moyen en rayon d'une sphère dure, ce qui signifie que la valeur à comparer à $1.2 A^{1/3}$ est $\sqrt{3/5} R_t^{side}$.

Un exemple des valeurs obtenues est présenté dans le tableau 1. Il s'agit des résultats de l'expérience NA44, pour les pions et les kaons, concernant les interactions p-Pb et S-Pb.

Table 1 : Rayons mesurés par NA44 ⁴⁶⁾ par les corrélations π - π et K-K.

	R_{side}	R_{out}	R_{long}
S-Pb $\rightarrow \pi^+$	4.15 ± 0.20	4.02 ± 0.14	4.73 ± 0.26
p-Pb $\rightarrow \pi^+$	2.00 ± 0.25	1.92 ± 0.13	2.34 ± 0.36
S-Pb $\rightarrow K^+$	2.55 ± 0.20	2.77 ± 0.12	3.02 ± 0.20
p-Pb $\rightarrow K^+$	1.22 ± 0.76	1.53 ± 0.17	2.40 ± 0.30

La première tendance visible dans ce tableau est que les rayons obtenus par corrélations de kaons sont systématiquement inférieurs à ceux donnés par les pions. Cette différence, observée par toutes les expériences et bien reproduite par les calculs de RQMD ⁴⁷⁾, a été interprétée comme un découplage plus précoce des kaons, mais est probablement accentuée par le fait que la contribution des désintégrations de résonances est plus importante pour les pions (ceci se traduit également par un paramètre de chaoticité plus faible pour ces derniers). L'autre caractéristique flagrante est l'augmentation systématique des rayons mesurés avec la taille du projectile, également en bon accord avec le modèle RQMD ⁴⁸⁾. Le rayon transverse, supérieur à la taille du projectile, indique une expansion du système avant le freeze-out. L'augmentation des rayons est également très visible avec la centralité de la réaction, comme le montrent les résultats obtenus par E802/E859/E866 ⁴⁵⁾ présentés sur la figure 23.

Radii vs. Projectile Participants

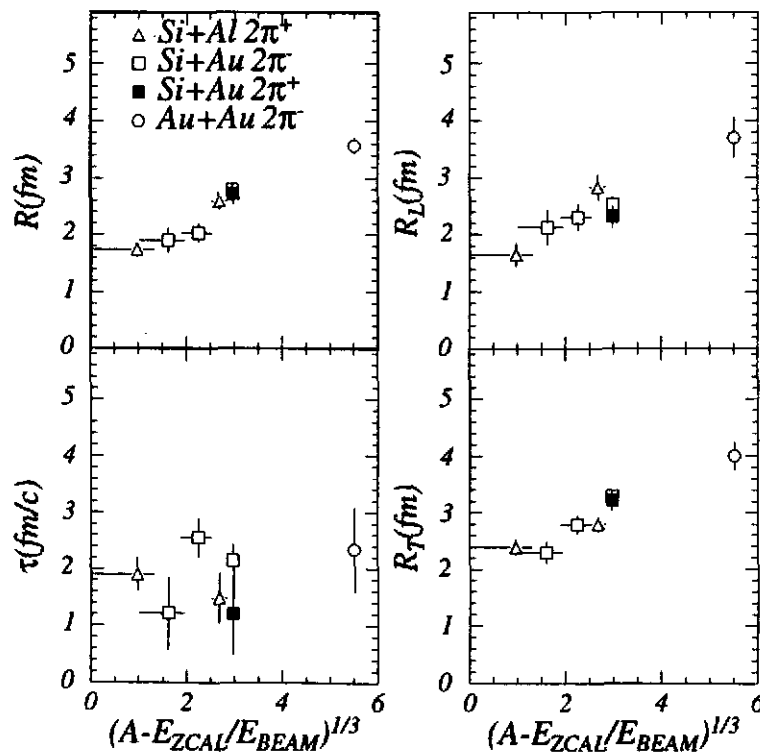


Figure 23 : Rayons obtenus dans différentes réactions à l'AGS, en fonction de la centralité de la collision (donnée par le nombre de nucléons participant à la réaction) ⁴⁵⁾. Il s'agit ici d'une analyse à deux dimensions (R, τ à gauche et R_{long}, R_{trans} à droite).

L'analyse des données d'interférométrie permet également de calculer un volume de la source au moment du freeze-out. Un exemple de ce type de résultat est illustré par les figures 24 et 25, qui montrent les résultats récemment exposés par la collaboration NA35/NA49. L'ajustement des fonctions de corrélation ^{12,49)} (du type de celles de la

figure 24) est utilisé pour calculer le volume de la source en collision Pb-Pb ⁵⁰). Ce dernier est comparé aux résultats obtenus avec les faisceaux de soufre, en fonction de la multiplicité des particules négatives produites dans les interactions (figure 25).

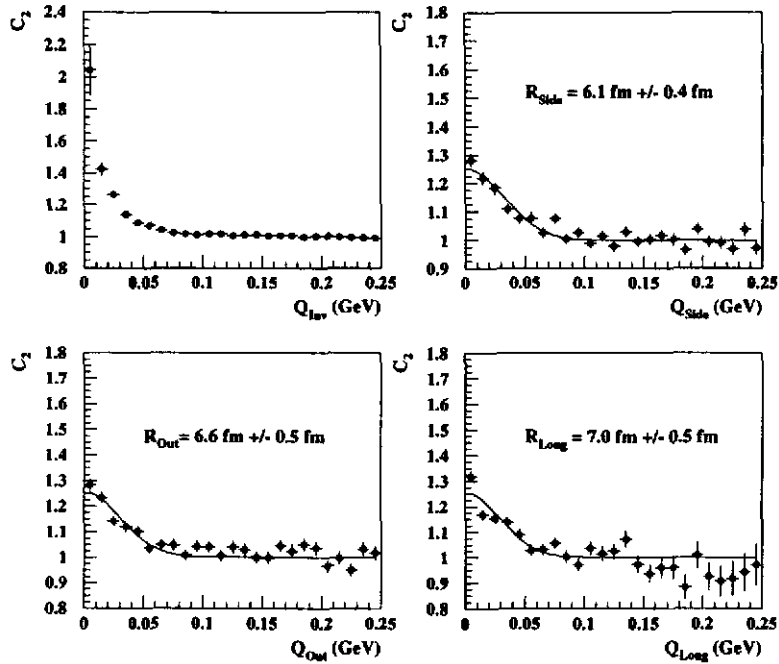


Figure 24 : Résultats préliminaires des données d'interférométrie de l'expérience NA49 en collisions Pb-Pb ⁴⁹).

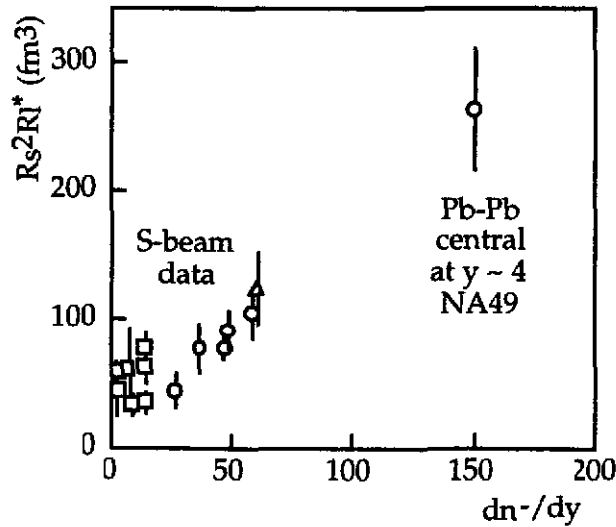


Figure 25 : Volume de la source émettrice calculé à l'aide des données de NA35 (faisceaux de soufre) et de NA49 (Pb-Pb), en fonction de la multiplicité des particules négatives ⁵⁰).

Si ces résultats d'interférométrie permettent une comparaison très poussée avec les différents codes disponibles actuellement, le problème majeur de ce type d'analyse est son interprétation en termes de nature du milieu émetteur. À titre d'exemple, on peut rapporter le nombre important de particules produites (probablement de l'ordre de 3000

dans les collisions Pb-Pb les plus centrales au SPS), au volume de quelques 250 fm³ mesuré par NA49. La densité de particules résultante est très élevée, mais ne correspond certainement pas à une phase de plasma, puisque le volume est précisément mesuré au temps où les particules cessent d'interagir !

L'analyse des distributions des particules produites est actuellement poussée plus loin, afin d'obtenir des renseignements sur la dynamique de la collision. En effet, si la source subit une expansion hydrodynamique dans une direction donnée, le rayon correspondant doit varier avec l'impulsion transverse k_t des particules ⁵¹⁾ selon la loi $R \propto 1/\sqrt{M_T}$, où la masse transverse M_T est définie par : $M_T = \sqrt{M^2 + k_t^2}$. La collaboration NA35/NA49 a étudié cette éventuelle expansion en ajustant les variations des rayons mesurés en fonction de k_t par la loi :

$$R \propto 1/M_T^\alpha$$

pour différents systèmes projectile-cible. Les valeurs correspondantes de α sont représentées sur la figure 26, qui montre qu'un régime d'expansion transverse est atteint pour les collisions Pb-Pb, alors que l'expansion longitudinale est déjà observée pour des systèmes plus légers ⁴⁹⁾.

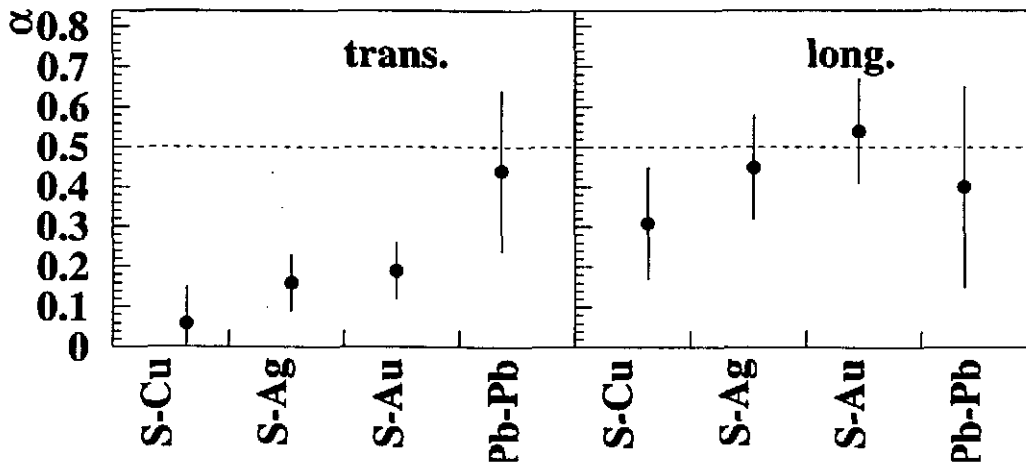


Figure 26 : Paramètre α (voir texte) montrant que l'expansion transverse est atteinte dans les collisions Pb-Pb. Ces données sont celles de l'expérience NA49 ⁴⁹⁾.

Cette tendance est également observée par l'expérience NA44 ^{46,52)}, qui a utilisé les distributions en masse transverse des particules pour déterminer la vitesse d'expansion. En effet, les modèles d'expansion hydrodynamique ⁵³⁾ prévoient une variation de la pente inverse T des spectres en M_T , avec la masse M , dépendant de la vitesse d'expansion β et de la température vraie T_0 (effet analogue à un décalage vers le bleu) selon la loi :

$$T = T_0 + \frac{1}{2}\beta^2 M$$

La figure 27 présente les distributions en M_T - M obtenues pour différents types de particules, en collisions S-Pb et Pb-Pb ⁵²⁾.

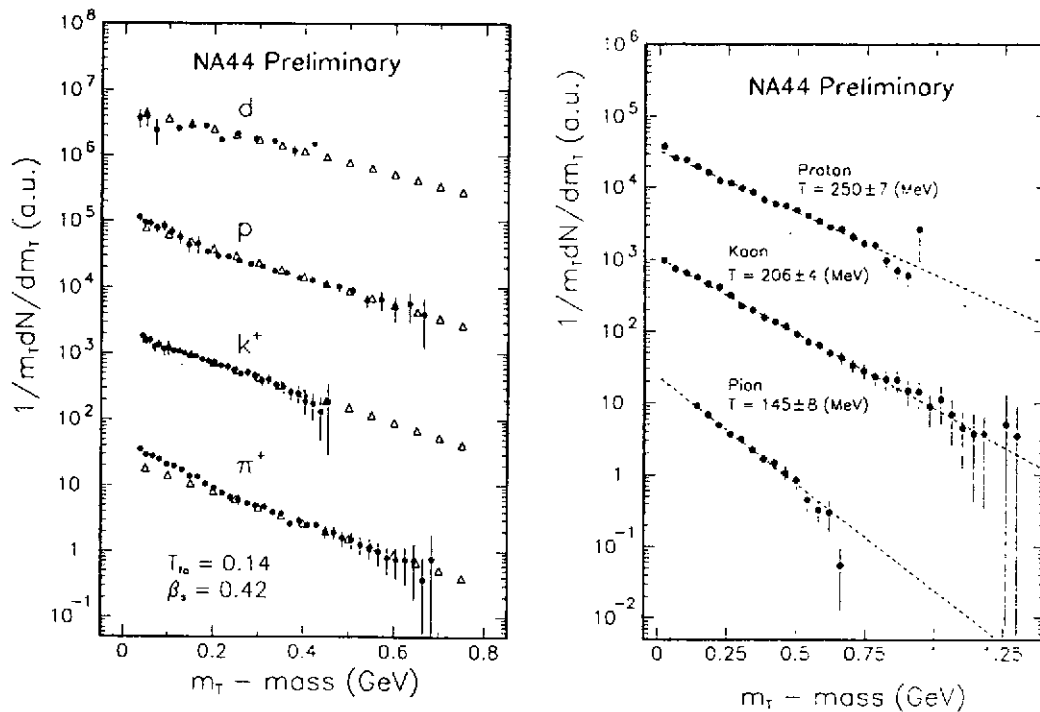


Figure 27 : Distributions de la variable M_T-M des différentes particules détectées dans les collisions S-Pb (à gauche) et Pb-Pb (à droite) par l'expérience NA44 52). Les pentes inverses ou "températures" obtenues pour S-Pb sont 156 ± 8 MeV/c, 206 ± 6 MeV/c, 242 ± 3 MeV/c et 349 ± 47 MeV/c pour les pions, les kaons, les protons et les deutons respectivement.

Un ajustement des pentes obtenues en collisions S-Pb conduit aux valeurs $\beta = 0.45 \pm 0.04$ et $T_0 = 149 \pm 8$ MeV 54), comme le montre la figure 28.

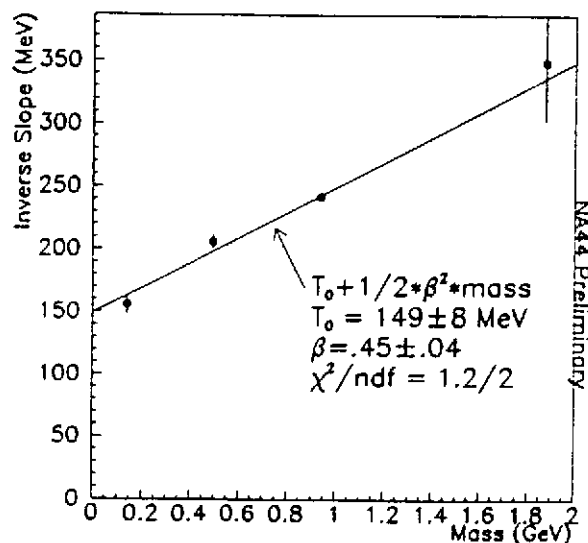


Figure 28 : Variation de la pente inverse des spectres en M_T-M des différentes particules en fonction de leur masse, interprétée comme un décalage vers le bleu dû à l'expansion (S-Pb, NA44) 54).

XI - LA RECHERCHE D'OBJETS EXOTIQUES

En 1984, il a été suggéré que la matière étrange, composée des trois saveurs de quarks u , d et s pourrait être stable sous forme de "gouttelettes" ⁵⁵⁾. La formation de tels objets appelés "étrangelets" ("strangelets") a même été proposée comme signature non ambiguë de la formation du plasma ⁹⁾. L'idée de base est que si l'équilibre chimique est atteint lors d'une collision dans une région où le nombre baryonique net n'est pas nul, les anti-quarks étranges peuvent s'associer aux quarks u et d en excès, et conduire ainsi à une sorte de "distillation" de l'étrangeté qui abaisse la température. Cette phase doit en outre se refroidir par émission de photons pour atteindre les quelque MeV en dessous desquels elle est stable⁵. Cet objet a l'avantage d'être très exotique, donc en principe facilement détectable bien que sa probabilité de formation soit sans doute très faible. Il devrait en effet avoir une masse de l'ordre de quelques dizaines ($A \sim 10$ à 30 ou 50), et une charge très faible, voire légèrement négative à cause de son contenu en quarks étranges ($n_u \sim n_d \sim n_s$). Plusieurs expériences se consacrent à sa recherche, et des résultats (négatifs) ont déjà été publiés avec des faisceaux de silicium et de soufre ⁵⁶⁾. Des résultats préliminaires avec les faisceaux d'or ⁵⁷⁾ et de plomb ⁵⁸⁾ ont aussi été présentés, et sont également négatifs. Certaines de ces expériences se poursuivent ⁵⁹⁾ afin d'augmenter leur sensibilité (actuellement de l'ordre de quelques 10^{-9} selon le rapport charge/masse de l'objet).

XII - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'existence d'une transition de phase est une prédiction claire des calculs de la QCD sur réseaux. Il n'est cependant pas certain que les conditions de cette transition de phase soient réunies à l'AGS et même au SPS, bien que l'utilisation de faisceaux vraiment lourds (or et plomb) augmente la densité d'énergie atteinte et surtout le volume dans lequel pourrait se produire l'équilibre thermodynamique. Bien que la densité d'énergie estimée dans les collisions Pb-Pb ¹²⁾ soit de l'ordre de $3 \text{ GeV}/\text{fm}^3$, ce qui serait en principe suffisant, la présence d'une densité baryonique non nulle dévie des hypothèses des calculs de QCD, et le temps nécessaire à l'établissement de l'équilibre thermique et chimique reste une inconnue.

Nous avons vu dans ce cours que ni l'existence du déconfinement, ni l'émission de signaux thermiques n'ont été clairement établies, malgré la suppression du ψ' et l'existence d'un "excès" de dileptons qui devront attendre les résultats des faisceaux de

⁵Comme on le voit, si l'on considère la recherche du plasma comme un choc de deux gouttes d'eau dans lequel on chercherait à savoir si le système est passé par un état temporaire de vapeur, c'est ici la présence d'un glaçon dans l'état final qui signerait ce passage !

plomb pour être élucidées. Une importante augmentation de la production d'étrangeté est observée, mais le signal le plus difficile à comprendre sans l'intervention du plasma est l'augmentation de la production des particules multi-étranges, bien que son incompatibilité avec les modèles classiques reste encore à démontrer ³²). Nous savons de plus que le système se comporte comme une source en expansion hydrodynamique, dont la taille au moment du découplage des hadrons est plus grande que la taille du projectile. Un tel effet collectif est aussi observé à l'AGS avec les faisceaux de silicium ⁶⁰), et n'implique en rien la formation du plasma de quarks-gluons. Enfin, l'étrangelet, seul signal supposé non ambigu mais dont l'existence reste très spéculative, n'a pas été observé à ce jour.

Ce constat peut paraître bien négatif, mais il faut souligner qu'il ne correspond pratiquement qu'à la première phase de ces expériences, phase dite "exploratoire" utilisant les faisceaux de masses intermédiaires (silicium, oxygène et soufre), et que les résultats des faisceaux de plomb du CERN ne sont quasiment pas analysés à l'heure actuelle. En effet, la plupart des expériences mesurent maintenant simultanément plusieurs paramètres globaux concernant les collisions ^{39,61,62,63}), tels que l'énergie transverse produite, la multiplicité des particules et l'énergie du fragment spectateur. Une analyse détaillée des corrélations entre ces diverses variables doit permettre d'isoler des lots d'événements "anormaux" pour lesquels les autres signatures peuvent être étudiées. Ceci n'a pas encore été fait, la plupart des expériences n'étudiant pour l'instant leurs événements qu'en fonction d'un seul de ces paramètres, supposé relié au paramètre d'impact au travers d'un modèle. Une autre possibilité apportée par les faisceaux de plomb réside dans l'importante multiplicité des particules produites. Il devient alors possible d'estimer la "température" (par les distributions en impulsion transverse des produits), ou l'entropie atteinte (grâce à la multiplicité), et peut-être même la "taille" de la source, dans un seul événement, puisque chacun d'entre eux fournit un spectre de particules.

Pour terminer, je rappellerai que ce programme expérimental va se poursuivre au moins durant les dix ans à venir. L'accélérateur RHIC est actuellement en construction et plusieurs expériences se consacreront à la recherche des signatures du plasma. De plus, l'accélération d'ions lourds par l'accélérateur LHC (de masses diverses, jusqu'au plomb) est prévue dès les années 2005. Une expérience spécifique, ALICE ⁶⁴), recherchera un grand nombre de signatures du plasma. Parallèlement, les deux expériences ATLAS et CMS, prévues pour étudier la physique des collisions proton-proton envisagent d'exploiter les faisceaux d'ions pour rechercher des signatures particulières telles que les "mini-jets" ou la suppression des états Υ' et Υ'' ^{65,66}).

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Y. Abgrall et le comité d'organisation de l'école Joliot-Curie de m'avoir invité à donner ce cours. L'ambiance de cette école et le cadre de Maubuisson sont toujours aussi agréables et enrichissants que lors de ma première participation en tant qu'étudiant il y a quelques années. Je tiens également à remercier les personnes qui m'ont aidé à me procurer les données nécessaires à cette revue et qui ont répondu à mes questions : H. Boggild, B. Jacak et G. Paic (NA44), H. Gutbrod (WA98), L. Kluberg, M. Gonin et E. Scomparin (NA50), K. Pretzl et A. Bussiere (NA52), E. Quercigh (WA97), R. Stock (NA49), I. Tserruya (NA45), et je leur demande de bien vouloir excuser les oublis et les inexactitudes qui ne manqueront pas de s'y trouver. Plusieurs collaborations diffusent des documents sous forme de pages WWW. Je remercie les personnes qui tiennent ces pages à jour, et j'en profite pour inviter le lecteur curieux à s'y connecter ...

RÉFÉRENCES

- 1) - M. Fukigita et A. Ukawa, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 503.
- S. Gottlieb *et al.*, Phys. Rev. D35 (1987) 3972.
- 2) - Pour les détails concernant ces notions de base sur le plasma, on pourra se reporter au cours de J.P. Blaizot à l'école de GIF 1988.
- Le cours d'A. Morel, dans le même volume, présente les bases des calculs de la QCD sur réseaux.
- 3) - F. Karsch, Nucl. Phys. A590 (1995) 367c.
- 4) - T. Blum *et al.*, Phys. Rev. Lett. D51 (1995) 5153.
- 5) - J. D. Bjorken, Phys. Rev. D27 (1983) 140.
- 6) - H. Satz, Lepton/Photon Symp. 2 (1991) 271, CERN-TH 6216/91.
- 7) - Une revue récente peut être trouvée dans les actes de la conférence "PANIC" PAN13, Perugia (1993) 146-169, par P. Sonderegger,
- Pour un tour d'horizon très complet sur ce sujet, le lecteur pourra se reporter aux différentes conférences "Quark Matter", qui constituent la référence en la matière (et dont les comptes-rendus ont le mérite d'être facilement accessibles dans toutes les bibliothèques puisqu'ils sont publiés dans Nuclear Physics), et en particulier à la dernière en date : "Quark Matter '95 Conference", Nucl. Phys. A590.
- 8) - R. Hanbury-Brown et R.Q. Twiss, Nature 178 (1956) 1046.
- M. Gyulassy *et al.*, Phys. Rev. C20 (1979) 2267.
- 9) - C. Greiner et H. Stöcker, Phys. Rev. D44 (1991) 3517.
- 10) - J. Barette *et al.*, Phys. Rev. Lett. 64 (1990) 1219.
- 11) - M. Gonin, "Review of single hadron spectra from relativistic heavy-ion experiments at Brookhaven".
- 12) - NA49 Coll., P. Seyboth *et al.*, "International Symposium of Multiparticle Dynamics", Stara Lesna, Slovaquie, 12-16 Septembre 1995.
- 13) - M. Gyulassy, Nucl. Phys. A590 (1995) 431c, et références citées.
- 14) - S.Esumi, "International symposium on quantum interferometry studies in high energy nuclear collisions", Hiroshima, Japon, Avril 1995.

- 15) - J. Barette *et al.*, Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 2532.
 - J.Y.Ollitrault, Phys. Rev. D46 (1992) 229.
 - J.Y.Ollitrault, Phys. Rev. D48 (1993) 1132.
 - M. Hofmann *et al.*, Nucl. Phys. A566 (1994) 15c.
 - L.V. Bravina *et al.*, Nucl. Phys. A566 (1994) 461c.
- 16) - Il a été largement question de ce flot au cours de cette école, et je ne rentrerai donc pas ici dans des détails que je connais peu ! Signalons toutefois qu'une revue des méthodes utilisées pour extraire ce paramètre se trouve dans le cours de J. Gosset, à l'école de GIF 1988.
- 17) - T. Matsui et H. Satz, Phys. Lett. B178 (1986) 416.
- 18) - H. Satz, in : "The physics of quark-gluon plasma" (1987) World Scientific, 243.
- 19) - C. Baglin *et al.*, Phys. Lett. B255 (1991) 459.
- 20) - C. Baglin *et al.*, Phys. Lett. B262 (1991) 362.
- 21) - C. Gerschel et J. Hüfner, Z. Phys. C 56 (1992) 171.
- 22) - D. Kharzeev et H. Satz, Phys. Lett. B334 (1994) 155.
 - S.D. Holmes *et al.*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35 (1985) 397.
- 23) - J. Hüfner, Y. Kurihara and H.J. Pirner, Phys. Lett. B215 (1988) 218.
 - C. Baglin *et al.*, Phys. Lett. B268 (1991) 453.
- 24) - C. Baglin *et al.*, Phys. Lett. B345 (1995) 617.
- 25) - D. Kharzeev et H. Satz, CERN-TH/95-214
- 26) - J. Rafelski, Phys. Rep. 88 (1982) 331.
 - J. Rafelski, Nucl. Phys. A544 (1992) 279c.
- 27) - Une revue très intéressante se trouve dans le livre de C.Y. Wong : "Introduction to high energy heavy-ion collisions" (1994) World Scientific, qui constitue par ailleurs un recueil très complet de tous les aspects théoriques liés au plasma (bien que certains développements assez ardues soient assez loin du titre "introduction").
- 28) - Les références concernant la production d'étrangeté sont trop nombreuses pour être citées ici. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux conférences "Quark Matter" : Nucl. Phys. A544, Nucl. Phys. A466 et Nucl. Phys. A590, ou aux proceedings de la conférence "Strangeness '95", Janvier 1994, Tucson, AZ.
- 29) - C. Baglin *et al.*, Phys. Lett. B272 (1991) 449.
 - R. Ferreira *et al.*, Nucl. Phys. A544 (1992) 497c.
- 30) - M. Maserà *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 93c.
- 31) - P. Koch, U. Heinz et J. Pisút, Phys. Lett. B243 (1990) 149.
 - V. Topor Pop *et al.*, CU-TP-676.
 - U. Heinz, Nucl. Phys. A566 (1994) 205c.
- 32) - A. Capella, LPTHE-ORSAY-94-113.
- 33) - WA97 Memorandum, CERN SPSLC 95-43.
 - S. Abatzis *et al.*, Phys. Lett. B347 (1995) 158.
- 34) - P.V. Ruuskanen, Nucl. Phys. A544 (1992) 169c.
- 35) - J. Kapusta, P. Lichard et D. Siebert, Nucl. Phys. A544 (1992) 485c.
- 36) - R. Santo *et al.*, Nucl. Phys. A566 (1994) 61c.
 - T. Awes *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 81c.
- 37) - I. Tserruya, Nucl. Phys. A590 (1995) 127c.
- 38) - S. Ramos *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 117c.
- 39) - WA98, GSI report 95-11 (1995) 111.
 - GSI Nachrichten 06-95, CERN SPSLC 95-35.
- 40) - C. Lourenço *et al.*, Nucl. Phys. A566 (1994) 77c.
 - M.A. Mazzone *et al.*, Nucl. Phys. A566 (1994) 95c.

- 41) - C. Lourenço, "Fifth conference on the intersections of particle and nuclear physics", St Petersburg, FL, Juin 1994, Preprint LIP PHYS 94-02.
- 42) - G.A. Alves *et al.*, Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 722, et références citées.
- 43) - J. Letessier, J. Rafleski et A. Tounsi, Phys. Lett. B33 (1994) 484.
- 44) - C. Adami, T. Hatsuda et I. Zahed, Phys. Rev. D43 (1991) 921.
 - E. Shuryak, Nucl. Phys. A544 (1992) 65c.
 - M. Asakawa et C.M. Ko, Nucl. Phys. A572 (1994) 732.
- 45) - B.A. Cole *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 179c.
- 46) - B. Jacak *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 215c, et références citées.
- 47) - J. Sullivan *et al.*, Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 3000.
- 48) - H. Boggild *et al.*, CERN preprint PPE/94-177.
- 49) - T. Alber *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 453c.
- 50) - R. Stock, communication privée.
- 51) - T. Csorgo et B. Lorstad, LUNFD6/NFFL-7082.
- 52) - J. Dodd *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 523c.
- 53) - Schnedermann *et al.*, Phys. Rev. C48 (1993) 2462.
- 54) - M. Murray *et al.*, "Strangeness '95", Janvier 1995, Tucson, AZ.
- 55) - E. Witten, Phys. Rev. D30 (1984) 272.
 - H.C. Liu et G. Shaw, Phys. Rev. D30 (1984) 1137.
- 56) - E814 Coll., J. Barrette *et al.*, Phys. Lett. B252 (1990) 550.
 - E858 Coll., A. Aoki *et al.*, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 2345.
 - NA52 Coll., K. Borer *et al.*, Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 1415.
- 57) - E878 Coll., D. Beavis *et al.*, submitted to Phys. Rev. Lett.
- 58) - NA52 Coll., F. Dittus *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 347c.
- 59) - Une revue récente de ces recherches se trouve dans les comptes-rendus de la dernière conférence "Quark Matter" : B.S. Kumar, Nucl. Phys. A590 (1995) 29c.
- 60) - J. Barrette *et al.*, E814 Coll., Phys. Lett. B333 (1994) 33.
- 61) - S. Margetis *et al.*, Nucl. Phys. A590 (1995) 355c.
- 62) - J. Barrette *et al.*, E877 Coll., NUCL-EX-9412003.
- 63) - NA50 Proposal, CERN SPSLC 91-55, SPSLC/P 265 REV.
- 64) - ALICE Letter Of Intent, CERN LHCC 93-16.
- 65) - ATLAS Technical Proposal, CERN LHCC 94-43.
- 66) - CMS Technical Proposal, CERN LHCC 94-38.

L'interaction électrofaible: une fenêtre sur la physique au-delà du Modèle Standard

Jan Govaerts

*Institut de Physique Nucléaire
Université catholique de Louvain
2, Chemin du Cyclotron
B-1348 Louvain-la-Neuve (Belgique)*

Résumé

Ces notes présentent un bref tour d'horizon du cadre conceptuel du Modèle Standard des particules élémentaires et de leurs interactions fondamentales telles que comprises à l'heure actuelle, dans le but d'indiquer les limites physiques de ce modèle et de présenter quelques exemples d'observables à basses et moyennes énergies pouvant sonder la physique devant exister au-delà du Modèle Standard.

Abstract

These notes present a brief overview of the conceptual framework of the Standard Model of the elementary particles and of their fundamental interactions as understood today. The purpose of this introduction is to outline some of the physical limits of this model and to present some examples of physical observables at low and intermediate energies offering a probe for any new physics which is bound to exist beyond the Standard Model.

1 Introduction

Depuis l'Antiquité, la compréhension de la structure ultime de la matière a toujours été l'une des motivations les plus fortes pour le physicien dans sa découverte de l'univers que nous habitons. C'est avec la table périodique des éléments chimiques de Mendeleev et l'hypothèse atomistique, toutes deux proposées au XIX^{ième} siècle dans le contexte de la méthodologie scientifique, que nous pouvons sans doute situer les débuts d'une recherche expérimentale systématique de l'"infinitement petit" dans le monde matériel. Aujourd'hui, cette quête encore toujours aussi féconde de ses succès répétés, trouve son expression fondamentale en terme des six quarks et six leptons identifiés dans la nature. De la même manière que l'électron, le proton et le neutron étaient considérés jusqu'il y a peu comme étant les trois seuls constituants fondamentaux de toute la matière, aujourd'hui ce rôle est

	Génération			Q
Leptons	ν_e ($< 7 \text{ eV}/c^2$)	ν_μ ($< 160 \text{ keV}/c^2$)	ν_τ (?) ($< 24 \text{ MeV}/c^2$)	0
	e^- ($511 \text{ keV}/c^2$)	μ^- ($106 \text{ MeV}/c^2$)	τ^- ($1.78 \text{ GeV}/c^2$)	-1
Quarks	u ($\sim 5 \text{ MeV}/c^2$)	c ($\sim 1.6 \text{ GeV}/c^2$)	t ($\sim 180 \text{ GeV}/c^2$)	+2/3
	d ($\sim 10 \text{ MeV}/c^2$)	s ($\sim 150 \text{ MeV}/c^2$)	b ($\sim 4.3 \text{ GeV}/c^2$)	-1/3

Tableau 1: Les leptons et quarks, constituants fondamentaux de la matière, et les valeurs de leurs masses et de leurs charges électriques.

joué par trois autres types de particules, en l'occurrence l'électron e^- et les deux quarks u et d , et au travers de leurs interactions ces particules sont à la base de toute la matière qui nous entoure et dont nous sommes faits. Ce n'est qu'à plus hautes énergies que l'existence des autres quarks et leptons peut être mise en évidence.

La liste de ces particules élémentaires est dressée dans la Table 1. Parmi celles-ci, seul le neutrino ν_τ n'a pas encore été détecté de manière *directe*. Dans cette Table sont également indiquées les valeurs (ou limites supérieures dans le cas des neutrinos) des masses de ces particules, possédant toutes un spin 1/2. De plus, leurs charges électriques normalisées à la charge électrique du proton sont données dans la colonne de droite.

La structure de la Table 1 indique comment ces six quarks et six leptons sont organisés en trois générations de particules possédant essentiellement des propriétés identiques, à l'exception des valeurs de leurs masses. L'existence de telles générations, et de seulement trois d'entre elles, est l'une des nombreuses questions posées par la description que nous avons aujourd'hui de ces particules et de leurs interactions. Cette description est celle du "Modèle Standard", c'est-à-dire le cadre conceptuel et théorique devenu le standard par rapport auquel toutes les expériences et élaborations de projets expérimentaux sont analysées. L'objet de ces notes est de présenter une brève introduction à la construction du Modèle Standard, et à quelques-unes de ses conséquences phénoménologiques les plus immédiates, de manière à en souligner tout au moins les points essentiels et fondamentalement élégants, et ainsi servir le cas échéant de point de départ à une étude en profondeur de la physique de la structure fondamentale de la matière. De plus, la discussion permettra de dégager quelques-unes des limites physiques du Modèle Standard, indiquant l'existence d'une physique "au-delà du Modèle Standard". C'est ainsi que ces notes concluent avec la

présentation de quelques exemples d'observables de basses et moyennes énergies pouvant sonder de manière bien spécifique certaines des formes que pourrait prendre cette nouvelle physique à découvrir expérimentalement.

De par la nature de ces notes, il n'est évidemment pas possible de donner une discussion détaillée ni des diverses conséquences phénoménologiques fondamentales du Modèle Standard, pour lesquelles les lecteurs peuvent consulter de nombreux ouvrages tels par exemple ceux en Réfs.[1, 2, 3, 4], ni d'ailleurs des outils mathématiques nécessaires à la mise en place du Modèle Standard, pour lesquels il est possible de consulter par exemple la Réf.[5]. Ainsi à titre d'illustration, seuls les quarks participent aux interactions fortes en raison de leur degré de liberté de couleur. Cette interaction est caractérisée par la propriété du confinement de ce degré de liberté, conduisant ainsi aux *mésons*—états liés d'un quark et d'un antiquark—et aux *baryons*—états liés de trois quarks. Or, ces divers états *hadroniques* s'organisent dans des représentations spécifiques des groupes de symétries approximatives de saveur, à savoir la symétrie d'isospin $SU(2)_F$ ou la symétrie $SU(3)_F$. L'existence de ces symétries approximatives est possible de par ce que les masses des quarks u , d et s sont petites en comparaison de l'échelle des interactions fortes¹, typiquement la masse des nucléons ou la masse du méson vectoriel ρ ($M_\rho = 770 \text{ MeV}/c^2$). Cependant, ces symétries approximatives de saveur sont en fait encore plus larges, sous la forme des symétries de l'algèbre des courants associées aux deux états de chiralité possibles des quarks, soit la symétrie $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_B$ dans le cas de deux saveurs de quarks de masse nulle, ou encore la symétrie $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_B$ dans le cas de trois saveurs de quarks de masses nulles. Ces symétries chirales ne sont pas explicitement réalisées dans le spectre de la théorie, mais sont dynamiquement brisées par la structure du vide—c'est-à-dire l'état d'énergie minimale—avec pour conséquences, en raison de ces symétries même approximatives, d'une part l'existence de bosons pseudo-scalaires de faible masse en comparaison à l'échelle typique des interactions fortes, à savoir les pions, les kaons et le η , et d'autre part une justification *a posteriori* de l'hypothèse de PCAC. Or, la dynamique des interactions fortes entre quarks, telle que décrite en terme du lagrangien de la chromodynamique quantique, possède ces symétries de manière explicite, constituant ainsi l'une des nombreuses raisons pour lesquelles cette théorie fournit certainement la description correcte des interactions fortes, bien qu'il ne soit pas possible à l'heure actuelle de faire des prédictions détaillées dans le régime non-perturbatif de cette théorie, excepté par simulations numériques pour quelques observables hadroniques statiques, mais certainement pas pour les collisions d'ions lourds par exemple.

Cet exemple est mentionné ici afin d'indiquer que de nombreux aspects fondamentaux du Modèle Standard ne seront pas même effleurés dans ces notes. Avant tout, l'accent est mis sur le secteur des interactions électrofaibles telles que décrites dans le cadre de ce modèle.

Jusqu'ici, nous avons rappelé quelle est la connaissance actuelle que nous avons de la structure fondamentale de la matière en terme des quarks et leptons. Il convient également de considérer les interactions fondamentales agissant entre ces diverses particules

¹ C'est pour cette raison que les effets de brisure explicite de la symétrie d'isospin sont moins importants que ceux de la brisure de la symétrie $SU(3)_F$, puisque la masse du quark s est plus grande que celles des quarks u et d . De plus, les charges électriques non nulles des quarks elles-aussi contribuent aux effets de brisure explicite des symétries de saveur.

élémentaires. Aujourd'hui, toutes ces interactions, au nombre de quatre, sont comprises comme étant dues à l'échange entre les quarks et leptons de particules de spin entier, des bosons intermédiaires, s'avérant être en fait des bosons de jauge associés soit à une symétrie interne ou soit à une symétrie de l'espace-temps, ces symétries étant réalisées localement en chaque point de l'espace-temps et étant caractéristiques de l'interaction correspondante.

Ainsi, par ordre d'intensité décroissante, nous avons tout d'abord l'interaction forte entre quarks, décrite par la théorie de la chromodynamique quantique, c'est-à-dire la dynamique du degré de liberté de couleur. Cette interaction est engendrée par l'échange de huit types de *gluons* de spin unité, de masse nulle mais confinés, se couplant à la charge de couleur des quarks. Le groupe de symétrie associé est $SU(3)_C$, dont la théorie de jauge est renormalisable, et possède la propriété remarquable de la liberté asymptotique, c'est-à-dire que l'intensité de cette interaction décroît lorsque l'énergie transférée augmente permettant ainsi d'étudier cette théorie dans un régime perturbatif à hautes énergies. A basses énergies cependant, en raison du confinement et du régime non-perturbatif de la théorie, il devient difficile d'étudier les propriétés du spectre hadronique auquel elle conduit. Ce spectre, outre les mésons et baryons déjà mentionnés, doit également compter des états liés de quarks *et de gluons* en des mésons et baryons *hybrides* ou des *glueballs*, dont l'existence semble finalement se confirmer expérimentalement[6]. Néanmoins, il existe des approches phénoménologiques effectives[3, 4] d'application à basses énergies pour les interactions fortes, constituant ainsi le domaine de la physique nucléaire, pour lesquelles des réalisations *non linéaires* des symétries chirales mentionnées plus haut permettent une évaluation précise de divers processus physiques impliquant les pions par exemple.

L'interaction électromagnétique est décrite par la théorie de l'électrodynamique quantique dans laquelle le photon γ , boson intermédiaire de cette interaction, couple à la charge électrique des quarks et leptons. Ce photon est de masse nulle et de spin unité, et est associé à la symétrie locale $U(1)$ de phase des champs décrivant les particules élémentaires. Les manifestations physiques de cette interaction sont nombreuses, qu'il n'est sans doute pas nécessaire de rappeler ici.

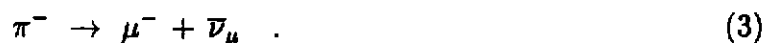
Ensuite, nous avons l'interaction faible qui aujourd'hui, dans le contexte du Modèle Standard, est d'une certaine manière unifiée mais non complètement à l'interaction électromagnétique. L'interaction faible est responsable par exemple de la désintégration β du neutron,



de la désintégration du muon,



ou encore de la désintégration du pion chargé,



Le fait que ce soit la même interaction qui est responsable de ces divers processus de désintégration est en soi déjà remarquable, et correspond à l'universalité de l'interaction faible, une propriété incluse dans la construction du Modèle Standard. Les interactions électrofaibles, outre l'interaction électromagnétique, sont dues d'une part à l'échange de bosons chargés W^\pm ayant un spin unité et une masse d'environ $80.22 \text{ GeV}/c^2$, conduisant

aux courants chargés, et d'autre part à l'échange d'un boson neutre Z_0 ayant également un spin unité et une masse d'environ $91.2 \text{ GeV}/c^2$, conduisant aux courants neutres. Outre ces bosons massifs, la théorie prédit également l'existence d'une particule scalaire neutre, le higgs physique, dont la limite expérimentale inférieure *directe* sur la masse est actuellement d'environ $58.4 \text{ GeV}/c^2$ (95% C.L.)[7].

La symétrie locale ou symétrie de jauge associée à ces interactions électrofaibles repose sur le groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$, dont les bosons de jauge physiques sont donc les bosons γ , W^\pm et Z_0 . Parmi les nombreuses propriétés phénoménologiques observées et incluses dans la construction du Modèle Standard, citons la structure totalement chirale de type $(V - A)$, c'est-à-dire de chiralité gauche, des interactions à courants chargés—telle qu'observée dans les exemples de désintégrations indiquées plus hauts et correspondant à la violation complète de la parité dans les interactions faibles à courants chargés—, le phénomène de mélange des saveurs des quarks décrit par la matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) conduisant en particulier à une violation de la symétrie CP , ou encore une masse nulle des neutrinos possédant donc une hélicité gauche. En particulier, s'il s'avérait expérimentalement que la masse des neutrinos est effectivement *non nulle*, alors nécessairement il faudrait envisager des modèles plus généraux que le Modèle Standard qui lui, ne peut accommoder que des masses nulles pour tous les neutrinos.

Finalement, nous avons bien sûr encore l'interaction gravitationnelle décrite par la théorie de la relativité générale, ou une extension de cette dernière. Dans cette théorie, la géométrie de l'espace-temps elle-même possède une dynamique propre, cette dynamique étant celle d'une théorie de jauge particulière basée sur le groupe de Poincaré comme groupe de symétrie locale, avec la contrainte que la géométrie ait une torsion nulle dans le cas de la théorie de la relativité générale d'Einstein. Le boson de jauge correspondant est le graviton, de masse nulle mais de spin 2, couplant aussi bien à la masse qu'au spin des particules élémentaires. Cependant cette théorie de l'interaction gravitationnelle se distingue des théories ci-dessus décrivant les trois autres interaction fondamentales de par ce que la relativité générale—ou ses extensions—lorsque quantifiée ne soit pas renormalisable en théorie de perturbation, contrairement aux trois autres théories associées au groupe de symétrie locale $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La recherche d'une théorie fondamentale unifiant les quatre interactions dans un cadre conceptuel quantique nécessite certainement d'aller au-delà du Modèle Standard, ce dernier étant donc défini par une théorie de jauge quantifiée des quarks et leptons basée sur le groupe de symétrie locale $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ juxtaposée à la théorie classique—c'est-à-dire non quantifiée—de la relativité générale d'Einstein.

2 Particules et Champs

Le cadre conceptuel dans lequel sont décrites aujourd'hui les particules élémentaires et leurs interactions est celui de la théorie des champs relativistes quantifiés[5]. Le but de cette section est de présenter les éléments de base d'une telle description, et leur signification physique. Pour ce faire, nous rappelons tout d'abord l'approche de quantification canonique[8] de systèmes mécaniques, dans le contexte de l'oscillateur harmonique. Cette discussion est ensuite étendue au cas de champs relativistes libres, pour aboutir à la présentation de la théorie des champs relativistes appropriés à la description de particules de spin $1/2$, à savoir les champs associés aux quarks et leptons.

2.1 L'oscillateur harmonique

Désignons le seul degré de liberté de l'oscillateur harmonique à une dimension par $q(t)$, où q est donc une variable réelle et t le paramètre d'évolution temporelle de ce système. Le principe d'action minimale s'appliquant à une action locale dans le temps de la forme,

$$S[q(t)] = \int dt L(q, \dot{q}) \quad , \quad (4)$$

conduit à la dynamique de l'oscillateur harmonique, c'est-à-dire à son équation du mouvement. Dans le cas de ce système particulier, la fonction lagrangienne $L(q, \dot{q})$ est donnée par,

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 q^2 \quad , \quad (5)$$

où ($m > 0$) est la masse de l'oscillateur et ($\omega > 0$) sa fréquence angulaire. Il est bien connu que l'équation d'Euler-Lagrange associée à ce principe de moindre action est

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0 \quad . \quad (6)$$

Considérons la formulation hamiltonienne de ce système en terme des degrés de liberté (q, p) de l'espace de phase associé. Le moment p conjugué à la variable q est défini par

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m \dot{q} \quad , \quad (7)$$

tandis que les crochets de Poisson induisant la structure de géométrie symplectique de l'espace de phase (q, p) sont donnés par²,

$$\{q, p\} = 1 \quad . \quad (8)$$

D'autre part, l'hamiltonien canonique $H_0(q, p)$ du système est alors obtenu comme étant,

$$H_0(q, p) = \dot{q}p - L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 q^2 \quad . \quad (9)$$

Les équations hamiltoniennes du mouvement des coordonnées canoniques de l'espace de phase sont alors données par les crochets de Poisson suivants,

$$\dot{q} = \{q, H_0\} = \frac{1}{m} p \quad , \quad (10)$$

$$\dot{p} = \{p, H_0\} = -m \omega^2 q \quad . \quad (11)$$

En particulier, ces deux équations conduisent à nouveau à l'équation du mouvement lagrangienne pour ce système donnée en (6). La solution générale à ces équations peut donc s'écrire sous la forme,

$$q(t) = \frac{1}{\sqrt{2m\omega}} [a e^{-i\omega t} + a^* e^{i\omega t}] \quad , \quad (12)$$

²Suivant l'usage établi, seuls les crochets de Poisson non nuls sont indiqués ici.

$$p(t) = \frac{-im\omega}{\sqrt{2m\omega}} \left[a e^{-i\omega t} - a^* e^{i\omega t} \right] , \quad (13)$$

où a est une constante d'intégration *complexe* dont les parties réelle et imaginaire sont liées à des conditions initiales telles par exemple les valeurs de $q(t)$ et $p(t)$ à un instant particulier, tandis que le facteur de normalisation de la constante d'intégration a est choisie pour convenance ultérieure.

Plutôt que de spécifier la structure des crochets de Poisson sur l'espace des solutions $(q(t), p(t))$ dans l'espace de phase, il est également possible de spécifier cette structure en terme des conditions initiales définissant ces solutions de manière complète, en l'occurrence en terme de la variable a et sa variable complexe conjuguée a^* . Dans le cas présent, utilisant les expressions pour les solutions, nous avons,

$$\{a, a^*\} = -i , \quad (14)$$

étant donnée la normalisation choisie pour la constante d'intégration a .

La description ci-dessus spécifie de manière complète toute l'information requise pour une étude de la dynamique classique du système de l'oscillateur harmonique. En l'occurrence, nous avons donc les degrés de liberté $q(t)$ et $p(t)$ de l'espace de phase, la structure symplectique de cet espace de phase—spécifiée en terme des crochets de Poisson—et finalement l'hamiltonien H_0 conduisant à l'évolution temporelle du système dans l'espace de phase au travers des crochets de Poisson de cet hamiltonien avec les degrés de liberté du système. En fait, il s'agit-là précisément de toute l'information requise également pour la formulation du système *quantifié*, sur base de l'approche de quantification canonique[8]. En effet, l'espace des états quantiques du système est alors un espace de Hilbert, sur lequel agissent des opérateurs en correspondance avec les variables classiques du système. L'algèbre de ces opérateurs, qui *a priori* ne commutent pas nécessairement entre eux, est spécifiée par leur règles de commutations qui sont établies sur base des crochets de Poisson des variables classiques associées. A savoir, le commutateur de deux opérateurs \hat{A} et \hat{B} associés à deux variables classiques A et B est donné par l'opérateur \hat{C} associé au crochet de Poisson C des variables A et B , cet opérateur \hat{C} étant multiplié par $i\hbar$. Ainsi,

$$[\hat{A}, \hat{B}] = i\hbar \hat{C} , \quad \text{avec } \{A, B\} = C . \quad (15)$$

Evidemment, la correspondance entre variables classiques et opérateurs quantiques n'est pas univoque pour des opérateurs composés, construits à partir des degrés de liberté élémentaires du système. Ce problème est celui du choix d'ordre des opérateurs quantiques, c'est-à-dire de la définition d'un système quantique associé à un certain système classique. Bien que ce problème soit extrêmement important, nous n'en dirons pas plus ici. Cependant, remarquons que puisque l'espace des états quantiques est un espace de Hilbert, celui-ci doit être muni d'un produit interne hermitien et défini positif (dans le cas d'un espace de Hilbert). En particulier, le choix d'ordre des opérateurs doit être tel que des opérateurs associés à des variables classiques réelles soient des opérateurs hermitiens et auto-adjoints pour ce produit interne; c'est le cas par exemple de l'hamiltonien du système.

Finalement, l'évolution temporelle du système quantifié est déterminée au travers de l'opérateur quantique \hat{H}_0 associé à l'hamiltonien classique H_0 , à l'aide de l'équation de Schrödinger, soit,

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi, t\rangle = \hat{H}_0 |\psi, t\rangle , \quad (16)$$

où $|\psi, t\rangle$ représente à l'instant t le vecteur de l'espace de Hilbert associé à l'état quantique du système quantifié.

Ce que nous venons de décrire en quelques lignes constitue la quantification canonique d'un système dont la dynamique est basée sur le principe de moindre action. En fait, une fois quantifié de cette manière, il est possible de construire la représentation en intégrale fonctionnelle dite de Feynman du système quantique, dans laquelle apparaît à nouveau de manière naturelle l'action $S[q(t)]$ du système ainsi que la fonction de Lagrange $L(q, \dot{q})$ correspondante[8].

Remarquons ici que ces règles de quantification canoniques considèrent les commutateurs de paires d'opérateurs en un même instant particulier, tout comme c'est d'ailleurs le cas pour la définition des crochets de Poisson qui eux aussi sont définis à un même instant spécifique pour leurs arguments. C'est là l'une des conséquences de ce que la méthode de quantification canonique, et la formulation hamiltonienne de systèmes mécaniques, ne soient pas manifestements covariants, de par le rôle particulier donné à la variable d'évolution temporelle t dans ce contexte. Evidemment, ce problème n'apparaît pas dans une formulation lagrangienne du système, que celui-ci soit classique ou quantique.

Dans le cas de l'oscillateur harmonique, nous avons donc ainsi deux choix possibles pour construire un système quantique associé au système classique; soit en terme des degrés de liberté de l'espace de phase $q(t)$ et $p(t)$, soit en terme des constantes d'intégration a et a^* . Dans le premier cas, les opérateurs élémentaires \hat{q} et \hat{p} sont donc hermitiens et auto-adjoints,

$$\hat{q}^\dagger = \hat{q} \quad , \quad \hat{p}^\dagger = \hat{p} \quad , \quad (17)$$

tandis que leurs règles de commutations sont données par,

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar 1 = i \quad , \quad (18)$$

où, tout comme dans le reste de ces notes, nous choisissons de travailler dans des unités telles que ($\hbar = 1$).

Dans le second cas où ce sont les constantes d'intégration a et a^* qui sont quantifiées, nous avons alors deux opérateurs quantiques a et a^+ tels que,

$$a^\dagger = a^+ \quad , \quad (a^+)^\dagger = a \quad , \quad (19)$$

tandis que leurs règles de commutation non nulles sont simplement,

$$[a, a^+] = i\hbar(-i) = 1 \quad . \quad (20)$$

Dans un cas comme dans l'autre, la quantification du système procède donc par la spécification d'un espace de représentation de ces algèbres d'opérateurs, cet espace étant muni d'un produit interne hermitien défini positif approprié tel que les conditions d'hermiticité ci-dessus soient satisfaites. Cet espace de représentation fournit alors l'espace de Hilbert des états quantiques du système. Dans le premier cas, il est possible de construire un tel espace utilisant une base d'états propres de l'opérateur position \hat{q} par exemple; cette représentation correspond alors à celle de l'espace de configuration³. Ainsi, si pour

³De même, une représentation construite en terme d'une base d'états propres de l'opérateur moment conjugué \hat{p} conduit à la représentation de l'espace des moments.

toutes les valeurs réelles de la variable q les vecteurs $|q\rangle$ désignent la base des états propres de l'opérateur \hat{q} , à savoir,

$$\hat{q}|q\rangle = q|q\rangle \quad , \quad (21)$$

nous pouvons supposer que ces vecteurs de base de l'espace des états sont "orthonormalisés",

$$\langle q|q'\rangle = \delta(q - q') \quad , \quad (22)$$

conduisant ainsi à la décomposition spectrale de l'opérateur unité,

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} dq |q\rangle \langle q| \quad . \quad (23)$$

Etant données ces propriétés, il est possible de décomposer tout vecteur $|\psi\rangle$ de l'espace des états en terme de ses composantes dans cette base, soit,

$$\langle q|\psi\rangle = \psi(q) \quad . \quad (24)$$

Or, cette fonction $\psi(q)$ de la variable q obtenue ainsi est précisément la *fonction d'onde* du système dans l'espace de configuration. En particulier, les opérateurs \hat{q} et \hat{p} possèdent[8] les représentations suivantes en terme de la fonction d'onde $\psi(q)$,

$$\langle q|\hat{q}|\psi\rangle = q \langle q|\psi\rangle \quad , \quad \langle q|\hat{p}|\psi\rangle = -i\hbar \frac{d}{dq} \psi(q) \quad . \quad (25)$$

Par conséquent, nous retrouvons ainsi la discussion habituelle de la mécanique quantique en tant que mécanique ondulatoire. Cependant, nous voyons ici que cette mécanique ondulatoire n'est qu'une représentation parmi d'autres des structures mathématiques abstraites inhérentes à la quantification canonique de systèmes dans leur formulation canonique hamiltonienne.

Ainsi par exemple, il est également possible de déterminer la représentation du même système en terme de la représentation dans l'espace des moments. Dans ce cas, le système est représenté par une fonction d'onde $\psi(p)$ définie sur l'espace des moments, une base de l'espace des états quantiques étant alors l'ensemble des états $|p\rangle$ propres orthonormalisés de l'opérateur \hat{p} , la variable p prenant toutes les variables réelles possibles. Les relations de changement de base entre les espaces des configurations et des moments sont alors les suivantes,

$$\langle q|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{i\frac{q}{\hbar}p} \quad , \quad \langle p|q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-i\frac{q}{\hbar}p} \quad , \quad (26)$$

tandis que les relations entre les fonctions d'onde $\psi(q)$ et $\psi(p)$ sont alors celles des transformées de Fourier habituelles, comme par exemple,

$$\psi(p) = \langle p|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dq \langle p|q\rangle \langle q|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-i\frac{q}{\hbar}p} \psi(q) \quad . \quad (27)$$

Considérons maintenant l'autre représentation possible de l'oscillateur harmonique quantifié, obtenue en terme des opérateurs a et a^+ . Cette représentation est celle dite de l'*espace de Fock*, et s'obtient de la manière suivante. Tout d'abord, supposons qu'il existe un état fondamental $|0\rangle$ annihilé par l'opérateur a ,

$$a|0\rangle = 0 \quad , \quad (28)$$

et normalisé à l'unité pour le produit interne hermitien,

$$\langle 0|0 \rangle = 1 \quad (29)$$

Sur cet état fondamental, il est possible de construire une base dénombrable de l'espace des états, les vecteurs de cette base étant définis par

$$|n \rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^+)^n |0 \rangle, \quad n = 0, 1, \dots \quad (30)$$

et leur normalisation étant choisie telle qu'ils soient orthonormalisés,

$$\langle n|m \rangle = \delta_{n,m}, \quad n, m = 0, 1, \dots \quad (31)$$

Ces dernières propriétés sont établies sur base des règles de commutation des opérateurs a et a^+ données en (20).

L'interprétation physique de la représentation de Fock est bien connue. L'opérateur a^+ correspond à l'opérateur de création de quanta de l'oscillateur harmonique quantifié, tandis que l'opérateur a est l'opérateur d'annihilation de ces quanta. En particulier, l'hamiltonien du système s'écrit,

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega (a^+ a + a a^+) = \hbar \omega a^+ a + \frac{1}{2} \hbar \omega, \quad (32)$$

montrant que les quanta ainsi créés ou annihilés par les opérateurs a^+ et a possèdent une énergie $\hbar \omega$. En particulier, l'usage établi pour le choix du produit de ces opérateurs est celui du *produit normal*, pour lequel tous les opérateurs de création a^+ sont à gauche des opérateurs d'annihilation a . C'est ainsi que l'hamiltonien ci-dessus contient une contribution $\hbar \omega/2$ provenant de ce choix d'ordre normal, conduisant à une énergie non nulle de l'état fondamental $|0 \rangle$ du système.

Evidemment, dans le cas de l'oscillateur harmonique considéré ici, c'est-à-dire d'un système possédant un nombre fini de degrés de liberté, les deux approches possibles à la quantification canonique de ce système conduisent au même système quantique. Cependant, ceci n'est pas nécessairement le cas pour des systèmes possédant un nombre *infini* de degrés de liberté, comme par exemple des théories de champs. Cette propriété de systèmes avec un nombre fini de degrés de liberté est illustrée par exemple dans le cas présent par le fait qu'il est possible[8] de donner les formules de transformation de base entre la base des états propres $|q \rangle$ de l'opérateur \hat{q} et la base $|n \rangle$ de l'espace de Fock, à savoir,

$$\langle q|n \rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left(\frac{m\omega}{2\hbar} \right)^{n/2} \left[q - \frac{\hbar}{m\omega} \frac{d}{dq} \right]^n \langle q|0 \rangle \quad (33)$$

Une évaluation directe de cette expressions conduit alors au résultat,

$$\langle q|n \rangle = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} q^2} H_n \left(q \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \right), \quad (34)$$

où $H_n(x)$ désigne le polynôme d'Hermite d'ordre n .

2.2 Particules relativistes

Considérons maintenant la description de particules relativistes. Dans ce cas, ces particules évoluent dans l'espace-temps de Minkowski, de coordonnées x^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) dont les composantes spatiales sont x^i ($i = 1, 2, 3$) et la composante temporelle est ($x^0 = ct$) où c est la vitesse de la lumière dans le vide. Comme toujours, nous supposons un choix d'unités telles que ($c = 1$). Finalement, la géométrie de l'espace-temps de Minkowski est déterminée par la métrique $g_{\mu\nu}$ dont les composantes non nulles sont les composantes diagonales et de signature $(+1, -1, -1, -1)$.

Propageant dans cet espace-temps, une particule de masse m possède une quantité de mouvement \vec{k} et une énergie $\omega(\vec{k})$ telles que,

$$\omega(\vec{k}) = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \quad , \quad (35)$$

tandis que ces grandeurs forment un quadrivecteur k^μ tel que,

$$k^\mu = (k^0, \vec{k}) \quad , \quad k^0 = \omega(\vec{k}) \quad . \quad (36)$$

Par analogie avec la représentation de l'oscillateur harmonique quantifié en terme de l'espace de Fock, nous souhaiterions pouvoir décrire au niveau quantique la création et l'annihilation de ces particules de quantité de mouvement \vec{k} et d'énergie $\omega(\vec{k})$ bien définies, à l'aide d'opérateurs de création $a^+(\vec{k})$ et d'annihilation $a(\vec{k})$ satisfaisant les relations de commutation,

$$[a(\vec{k}), a^+(\vec{k}')] = \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad . \quad (37)$$

La représentation en espace de Fock de cette algèbre d'opérateurs est alors obtenue utilisant un état fondamental $|0\rangle$ normé, c'est-à-dire tel que ($\langle 0|0\rangle = 1$), et annihilé par les opérateurs $a(\vec{k})$,

$$a(\vec{k})|0\rangle = 0 \quad . \quad (38)$$

Les opérateurs de création $a^+(\vec{k})$ appliqués à cet état fondamental conduisent alors aux états à plusieurs particules. Ainsi par exemple, les états quantiques à une seule particule sont donnés par,

$$|\vec{k}\rangle = a^+(\vec{k})|0\rangle \quad , \quad (39)$$

qui sont donc normalisés par les relations,

$$\langle \vec{k}|\vec{k}'\rangle = \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad . \quad (40)$$

Poursuivant l'analogie avec l'oscillateur harmonique quantique, et en particulier avec le développement en modes propres a et a^* (ou a^+) des solutions (12) à son équation du mouvement, il est également possible ici de construire une certaine grandeur en terme des opérateurs de création et d'annihilation définis pour chaque valeur de la quantité de mouvement \vec{k} . Cependant, si ces opérateurs $a(\vec{k})$ et $a^+(\vec{k})$ sont multipliés par des facteurs de phase faisant intervenir l'énergie $\omega(\vec{k})$ sous la forme ($e^{\mp i\omega(\vec{k})t}$), en raison de la covariance relativiste sous les groupes de Poincaré et de Lorentz à imposer dans la construction, il est nécessaire de combiner ces contributions en des termes manifestement invariants de Lorentz, c'est-à-dire de la forme,

$$\omega(\vec{k})t - \vec{k} \cdot \vec{x} = g_{\mu\nu}k^\mu x^\nu = k_\mu x^\mu = k \cdot x \quad . \quad (41)$$

Ainsi finalement, par analogie avec la solution (12) pour l'oscillateur harmonique, sommant ces divers modes propres associés aux quanta identifiés aux particules créées et annihilées dans des processus physiques pour toutes les valeurs possibles de leur quantité de mouvement \vec{k} , et choisissant une normalisation appropriée pour les besoins ultérieurs, nous sommes amenés à considérer la grandeur suivante,

$$\hat{\phi}(\vec{x}, t) = \int_{(\infty)} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega(\vec{k})}} \left[a(\vec{k}) e^{-i[\omega(\vec{k})t - \vec{k}\cdot\vec{x}]} + a^+(\vec{k}) e^{+i[\omega(\vec{k})t - \vec{k}\cdot\vec{x}]} \right] . \quad (42)$$

Cette construction suscite donc la question suivante: quelle est la théorie dont la dynamique possède ce développement en modes propres qui lorsque quantifiés, conduisent à une interprétation physique en terme de quanta identifiés à des particules relativistes de quantité de mouvement et énergie bien définies? Puisque l'opérateur $\hat{\phi}(x^\mu)$ construit en (42) correspond à un champ scalaire défini sur l'espace-temps de Minkowski, nous sommes ainsi amenés à considérer les théories des champs relativistes sur cet espace-temps, et leur quantification canonique.

2.3 Le champ scalaire réel relativiste

Considérons donc un champ scalaire réel $\phi(x^\mu)$ défini sur l'espace-temps de Minkowski, et le principe d'action minimale pour l'action $S[\phi(x^\mu)]$ de ce système donnée par une densité lagrangienne $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$ locale dans l'espace-temps⁴,

$$S[\phi(x^\mu)] = \int_{(\infty)} d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi) . \quad (43)$$

Remarquons également que nous supposons d'emblée que la dépendance de la densité lagrangienne $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$ en la dérivée temporelle ($\dot{\phi} = \partial_0\phi$) du champ scalaire se fait au travers du quadrivecteur ($\partial_\mu\phi$), une condition nécessaire à la covariance relativiste manifeste de la description de ce système.

La densité lagrangienne de ce système est construite par analogie avec le lagrangien de l'oscillateur harmonique. D'une part, il est nécessaire que la dérivée première par rapport au temps apparaisse, mais alors ce terme doit être combiné avec des termes quadratiques dans les dérivées premières par rapport à l'espace, de manière à assurer la covariance relativiste. Par conséquent, il faut en tout cas introduire les termes suivants,

$$(\partial_t\phi)^2 - (\vec{\nabla}\phi)^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\phi\partial^\nu\phi = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi . \quad (44)$$

D'autre part, un terme quadratique dans le champ scalaire ϕ est également possible. Cependant, avec le choix d'unités tel que ($\hbar = 1 = c$), les dimensions physiques de l'action et du champ scalaire ϕ sont telles que le facteur multipliant un tel terme quadratique possède la dimension d'une masse carrée. Ainsi, la densité lagrangienne considérée ici est simplement⁵,

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi) = \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \partial^\mu\phi \partial^\nu\phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 . \quad (45)$$

⁴La localité dans l'espace-temps de l'action est nécessaire pour que les interactions entre les champs et entre les particules décrites par cette action soient elles aussi locales dans l'espace-temps.

⁵La normalisation absolue de chacun des termes étant choisie pour convenance ultérieure.

Cette densité lagrangienne définit donc la dynamique de ce système. A nouveau, considérant la formulation canonique hamiltonienne, le moment conjugué $\pi(\vec{x}, t)$ au champ scalaire $\phi(\vec{x}, t)$ est défini par,

$$\pi(\vec{x}, t) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_t \phi(\vec{x}, t))} = \partial_t \phi(\vec{x}, t) \quad , \quad (46)$$

tandis que les crochets de Poisson définis sur cet espace de phase de degrés de libertés $(\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{x}, t))$ sont donnés par,

$$\{ \phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t) \} = \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \quad . \quad (47)$$

Remarquons que tout comme dans le cas de systèmes d'un nombre fini de degrés de liberté, ces crochets de Poisson sont définis en un même instant t pour leurs deux arguments. Notons également que ce champ scalaire réel constitue effectivement un système d'un nombre infini de degrés de libertés, ces derniers étant indicés par les coordonnées \vec{x} des points de l'espace. D'un certain point de vue, il est possible ainsi de considérer que dans cette théorie un oscillateur harmonique différent est attaché à chaque point de l'espace.

L'évolution temporelle du système est engendrée par l'hamiltonien

$$H_0 = \int d^3x \mathcal{H}_0(\phi, \pi) \quad , \quad (48)$$

où la densité hamiltonienne $\mathcal{H}_0(\phi, \pi)$ est donnée par,

$$\mathcal{H}_0(\phi, \pi) = \partial_t \phi \pi - \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) = \frac{1}{2} \pi^2 + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \phi)^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \quad . \quad (49)$$

Les équations du mouvement hamiltoniennes de ce système sont donc,

$$\partial_t \phi = \{ \phi, H_0 \} = \pi \quad , \quad \partial_t \pi = \{ \pi, H_0 \} = \vec{\nabla}^2 \phi - m^2 \phi \quad , \quad (50)$$

conduisant en particulier à l'équation de Klein-Gordon pour le champ scalaire réel ϕ ,

$$[g_{\mu\nu} \partial^\mu \partial^\nu + m^2] \phi = 0 \quad . \quad (51)$$

Cette dernière équation est également l'équation d'Euler-Lagrange obtenue à partir de la densité lagrangienne $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ en vertu du principe de variation minimale pour l'action $S[\phi(x^\mu)]$ correspondante.

Il est évidemment possible de résoudre cette équation du mouvement, dont la solution au niveau non quantifié est donnée par,

$$\phi(\vec{x}, t) = \int_{(\infty)} \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega(\vec{k})}} \left[a(\vec{k}) e^{-i(\omega(\vec{k})t - \vec{k} \cdot \vec{x})} + a^*(\vec{k}) e^{i(\omega(\vec{k})t - \vec{k} \cdot \vec{x})} \right] \quad , \quad (52)$$

où $a(\vec{k})$ et $a^*(\vec{k})$ sont des constantes d'intégration complexes conjuguées l'une de l'autre. En terme de celles-ci, les crochets de Poisson élémentaires deviennent,

$$\{ a(\vec{k}), a^*(\vec{k}') \} = -i \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad . \quad (53)$$

Poursuivant avec la quantification canonique de ce système, nous avons en terme des degrés de liberté $\phi(x^\mu)$ et $\pi(x^\mu)$ les conditions suivantes pour les opérateurs correspondants,

$$\hat{\phi}^\dagger = \hat{\phi} \quad , \quad \hat{\pi}^\dagger = \hat{\pi} \quad , \quad (54)$$

ainsi que les règles de commutation canoniques,

$$[\hat{\phi}(\vec{x}, t), \hat{\pi}(\vec{y}, t)] = i \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \quad , \quad (55)$$

où t désigne l'instant particulier auquel la quantification de la théorie est définie. En terme des constantes d'intégration $a(\vec{k})$ et de leurs complexes conjugués, nous avons pour les opérateurs associés,

$$(a(\vec{k}))^\dagger = a^+(\vec{k}) \quad , \quad (a^+(\vec{k}))^\dagger = a(\vec{k}) \quad , \quad (56)$$

tandis que leurs règles de commutation canoniques sont bien sûr,

$$[a(\vec{k}), a^+(\vec{k}')] = \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad . \quad (57)$$

Par conséquent, utilisant cette dernière construction du champ scalaire réel quantifié, nous retrouvons la représentation en espace de Fock de la section précédente ayant servi de motivation à notre discussion, et pour laquelle l'interprétation physique a donc déjà été donnée.

Concernant la représentation associée à la quantification du système en terme des opérateurs $\hat{\phi}$ et $\hat{\pi}$, il est possible de procéder en parfaite analogie avec la situation rencontrée pour l'oscillateur harmonique. Ainsi, la représentation en espace de configuration est construite en terme d'une base $|\phi(\vec{x})\rangle$ de l'espace des états qui soient des états propres de l'opérateur $\hat{\phi}(\vec{x}, t)$, soit,

$$\hat{\phi}(\vec{x}, t) |\phi(\vec{x})\rangle = \phi(\vec{x}) |\phi(\vec{x})\rangle \quad , \quad (58)$$

où $\phi(\vec{x})$ désigne un champ scalaire réel défini sur l'espace. Ces états de base sont normalisés de sorte que,

$$\langle \phi | \phi' \rangle = \Pi_{\vec{x}} \delta(\phi(\vec{x}) - \phi'(\vec{x})) \quad . \quad (59)$$

Projetant le vecteur d'état $|\psi\rangle$ du système sur cette base, nous obtenons alors la représentation *fonctionnelle dans l'espace de configuration* du champ scalaire réel, à savoir,

$$\langle \phi(\vec{x}) | \psi \rangle = \Psi[\phi(\vec{x})] \quad , \quad (60)$$

pour laquelle les opérateurs $\hat{\phi}$ et $\hat{\pi}$ sont représentés par,

$$\langle \phi | \hat{\phi}(\vec{x}, t) | \psi \rangle = \phi(\vec{x}) \Psi[\phi(\vec{x})] \quad , \quad \langle \phi | \hat{\pi}(\vec{x}, t) | \psi \rangle = -i\hbar \frac{\delta}{\delta \phi(\vec{x})} \Psi[\phi] \quad . \quad (61)$$

Evidemment, il est possible de construire également un représentation du système quantifié en terme de fonctionnelles $\Psi[\pi(\vec{x})]$ dans l'espace des moments, utilisant une base d'états propres $|\pi(\vec{x})\rangle$ des opérateurs $\hat{\pi}(\vec{x}, t)$.

Contrairement au cas de systèmes d'un nombre fini de degrés de liberté, les deux approches possibles à la quantification du champs scalaire relativiste réel présentées ici ne conduisent pas à des théories quantiques unitairement équivalentes. Seules les conséquences physiques différentes de chacune d'elles permettraient de discriminer quant à la pertinence de l'une ou de l'autre pour la description de la réalité physique des particules élémentaires. Cependant, la représentation en espace de Fock est certainement la plus appropriée lorsqu'il s'agit de développer une théorie de perturbations en théorie des champs pour des particules en interactions. En effet, la théorie construite ici décrit des particules scalaires neutres⁶ libres sans interactions, dont les états quantiques à N particules s'obtiennent comme,

$$N(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_N) a^+(\vec{k}_1) a^+(\vec{k}_2) \dots a^+(\vec{k}_N) |0\rangle, \quad (62)$$

où $N(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_N)$ est un certain facteur de normalisation. En particulier, cet état est un état propre de l'opérateur de quantité de mouvement totale du système, dont la valeur propre est la somme vectorielle des quantités de mouvement individuelles \vec{k}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) de l'ensemble des particules présentes. C'est ainsi que ces états à N particules libres peuvent servir de point de départ dans une théorie de perturbations de particules en interaction préservant leur individualité en dehors de leurs interactions locales dans l'espace-temps.

Remarquons également que la quantification en espace de Fock du champ scalaire fait apparaître très clairement la dualité qui existe entre champs et particules⁷. En effet, nous constatons que les états quantiques élémentaires d'un champ, c'est-à-dire les quanta de ce champ, peuvent être identifiés à des particules élémentaires relativistes. Ces quanta sont associés aux modes propres du champ classique, c'est-à-dire qu'ils sont associés aux coefficients ou constantes d'intégration multipliant les solutions en ondes planes des équations du champ classique. Et inversement, le champ quantifié $\hat{\phi}(\vec{x}, t)$ peut s'interpréter comme étant la superposition d'une collection de quanta, c'est-à-dire comme une superposition de particules relativistes. En particulier, l'application du champ quantifié $\hat{\phi}(\vec{x}, t)$ sur le vide $|0\rangle$ de la théorie conduit à une superposition en ondes planes d'états à une particule de quantité de mouvement bien définie,

$$\hat{\phi}(\vec{x}, t) |0\rangle = \int_{(\infty)} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega(\vec{k})}} e^{i[\omega(\vec{k})t - \vec{k}\cdot\vec{x}]} |\vec{k}\rangle. \quad (63)$$

En d'autres mots, la quantification canonique d'un champ relativiste conduit à une parfaite dualité entre champs et particules. C'est pour cette raison que la description actuelle des particules élémentaires et de leurs interactions se fait dans le contexte de la théorie des champs relativistes quantifiés.

Habituellement, les résultats de la quantification canonique d'un champ relativiste décrits ici sont désignés comme étant ceux dits de la "seconde quantification". Cette terminologie existe pour des raisons historiques. En effet, suite à l'équation de Schrödinger énoncée pour la représentation en fonction d'onde dans l'espace de configuration d'un système non relativiste, les tentatives d'une mécanique quantique *relativiste* ont débuté avec l'équation de Klein-Gordon citée plus haut dans laquelle le champ $\phi(x^\mu)$ est interprété non pas comme un champ classique que l'on quantifie, mais plutôt comme *une fonction*

⁶Ce point sera explicité dans la section suivante.

⁷Fort semblable à la dualité de la mécanique quantique non relativiste entre ondes et particules.

d'onde pour une particule relativiste déjà quantifiée. Cependant, ces tentatives conduisent alors toujours[5] à des solutions pour le système quantique ainsi obtenu d'énergie *négative*, ainsi qu'à des états quantiques de norme *négative* rendant donc problématique l'unitarité de la théorie, c'est-à-dire une interprétation probabiliste pour laquelle la probabilité est conservée. Ces solutions d'énergie négative sont associées aux solutions en onde plane dont la dépendance temporelle est de la forme $(e^{+i\omega t})$. Ce n'est que lorsqu'on quantifie "*encore une fois*"—seconde quantification!—la fonction d'onde $\phi(x^\mu)$ que l'on peut éviter ces problèmes, ce qui revient précisément à considérer $\phi(x^\mu)$ non plus comme une fonction d'onde mais comme un champ qui, lorsque quantifié, conduit à des "fonctionnelles d'onde" $\Psi[\phi(\vec{x})]$ pour lesquelles aucun de ces problèmes d'interprétation n'est plus possible, comme c'est le cas également pour les fonctions d'ondes $\psi(q)$ décrivant l'oscillateur harmonique par exemple. En particulier, remarquons que dans ce dernier contexte les solutions en onde plane possédant la phase $e^{i\omega t}$ qui pourrait être associée à des états d'énergie négative ne conduisent à aucun problème. Simplement, l'équation du mouvement du système étant du second ordre dans le temps, l'espace de ses solutions est de dimension deux, et par conséquent ses solutions en ondes planes sont complexes conjugués les unes des autres et font intervenir une constante d'intégration complexe, en l'occurrence les coefficients ou opérateurs $a(\vec{k})$ et $a^+(\vec{k})$ dans le cas du champ scalaire réel.

La conclusion de la discussion de cette section est donc que de manière naturelle la description de la création et de l'annihilation de particules libres quantiques et relativistes conduit à la théorie des champs relativistes et quantifiés, ces derniers constituant donc le cadre conceptuel adéquat pour l'étude de la physique des particules élémentaires et de leurs interactions. Les quanta de ces champs sont identifiés aux particules, et sont également associés aux solutions en modes normaux des équations du mouvement des champs, tandis que les champs à leur tour peuvent s'identifier à des superpositions de particules. En particulier, un champ classique, tel par exemple un champ électrique, peut se décrire en terme d'un état *cohérent* de quanta du champ quantifié. Néanmoins, la discussion ayant mené à ces considérations a implicitement supposé que les particules sont ponctuelles, étant associées aux quanta d'un champ défini *localement* en chaque point de l'espace-temps. C'est ainsi qu'il est possible de formuler certaines théories quantiques bien spécifiques dont les objets élémentaires ne sont plus des objets ponctuels mais plutôt *un seul même objet élémentaire étendu possédant une seule dimension*, dont le spectre physique des modes propres de vibration contient des états quantiques pouvant néanmoins également s'identifier à des particules élémentaires. Ces théories correspondent aux théories dites des "supercordes"[9, 10]. Cependant, dans la limite des basses énergies, ces théories peuvent à nouveau se décrire de manière effective en terme de théories des champs associées aux diverses particules apparaissant dans le spectre de ces théories d'un seul type d'objet élémentaire.

Jusqu'à présent, nous avons considéré un champ scalaire réel, dont les quanta correspondent donc à des particules de spin et de charge électrique nuls. Comment est-il possible en théorie des champs de décrire ces attributs additionnels des particules élémentaires, lorsque non nuls?

2.4 Particules scalaires chargées

Dans le but de décrire des particules possédant une charge électrique, ou tout autre type de charge correspondant à un nombre quantique additif conservé, considérons deux champs scalaires réels libres $\phi_1(x^\mu)$ et $\phi_2(x^\mu)$ distincts *mais de même masse* m . La densité lagrangienne \mathcal{L} de ce système est donc simplement déterminée par la somme des densités lagrangiennes de chacun de ces champs scalaires, à savoir,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi_1^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi_2^2 \quad (64)$$

Associés à ces deux champs scalaires réels ϕ_1 et ϕ_2 , nous avons donc au niveau quantique⁸ les opérateurs de création et d'annihilation $a_1^+(\vec{k})$, $a_2^+(\vec{k})$ et $a_1(\vec{k})$, $a_2(\vec{k})$, respectivement.

Cependant, en raison de la masse identique de ces deux types de particules, il est indiqué de combiner les deux champs réels en un seul champ scalaire *complexe* dont les champs ϕ_1 et ϕ_2 sont les parties réelle et imaginaire, respectivement. Par conséquent, définissons le champ scalaire complexe $\phi(x^\mu)$,

$$\phi(x^\mu) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_1(x^\mu) + i \phi_2(x^\mu)] \quad (65)$$

où le facteur $1/\sqrt{2}$ est choisi pour fin de normalisation du champ $\phi(x^\mu)$ ainsi construit.

En terme de ce champ scalaire complexe, la densité lagrangienne du système prend maintenant la forme plus simple,

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 - m^2 |\phi|^2 \quad (66)$$

en terme des *normes* des champs scalaire et vectoriel complexes ϕ et $\partial_\mu \phi$.

Les solutions à l'équation du mouvement du champ ϕ sont immédiatement construites, utilisant celles pour les champs scalaires réels ϕ_1 et ϕ_2 et la définition (65). Nous avons ainsi,

$$\phi(x^\mu) = \int_{(\infty)} \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega(\vec{k})}} [e^{-ik \cdot x} a(\vec{k}) + e^{ik \cdot x} b^+(\vec{k})] \quad (67)$$

où il est entendu que dans les facteurs de phase en ondes planes le produit invariant $(k \cdot x)$ est donnée par,

$$k \cdot x = k^0 x^0 - \vec{k} \cdot \vec{x} \quad , \quad k^0 = \omega(\vec{k}) = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \quad (68)$$

Les opérateurs $a(\vec{k})$ et $b(\vec{k})$ et leurs opérateurs adjoints $a^+(\vec{k})$ et $b^+(\vec{k})$ sont définis par,

$$a(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a_1(\vec{k}) + i a_2(\vec{k})] \quad , \quad a^+(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a_1^+(\vec{k}) - i a_2^+(\vec{k})] \quad (69)$$

⁸A partir de maintenant, ayant compris la relation existant entre les modes des solutions au système classique et l'interprétation de ces modes en terme de particules relativistes dans le système quantifié, nous prenons la liberté de passer de l'une à l'autre de ces formulations sans être explicite. En particulier, l'indication d'opérateurs par le symbole " " sera ignorée.

ainsi que

$$b(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a_1(\vec{k}) - i a_2(\vec{k})] \quad , \quad b^+(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a_1^+(\vec{k}) + i a_2^+(\vec{k})] \quad . \quad (70)$$

Il est immédiat de vérifier que ces opérateurs obéissent les règles de commutation suivantes⁹,

$$[a(\vec{k}), a^+(\vec{k}')] = \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') = [b(\vec{k}), b^+(\vec{k}')] \quad . \quad (71)$$

Par conséquent, l'interprétation physique de ces opérateurs est la suivante. Les opérateurs $a(\vec{k})$ et $a^+(\vec{k})$ sont les opérateurs d'annihilation et de création, respectivement, de *particules* associées au champ scalaire complexe ϕ , tandis que les opérateurs $b(\vec{k})$ et $b^+(\vec{k})$ sont les opérateurs d'annihilation et de création d'*antiparticules* associées au même champ complexe ϕ . En effet, agissant sur le vide $|0\rangle$ ou un état excité de l'espace de Fock, en raison de ces règles de commutation le champ $\phi(\vec{x}, t)$ soit annihile un mode de type particule associé aux opérateurs $a(\vec{k})$ et $a^+(\vec{k})$, soit crée un mode de type antiparticule associé aux opérateurs $b(\vec{k})$ et $b^+(\vec{k})$. Remarquons que ces particules et antiparticules possèdent exactement la même masse m .

Une raison additionnelle justifiant cette interprétation en terme de particules et d'antiparticules apparaît lorsqu'il est fait usage des symétries que possède ce système. Par construction, une classe de symétries du champ scalaire complexe ϕ et de sa dynamique est celle des symétries de l'espace-temps de Minkowski, à savoir le groupe de Poincaré comprenant aussi bien les translations dans l'espace-temps que les transformations de Lorentz préservant la métrique de Minkowski de l'espace-temps. Cependant, en raison de la masse m identique des deux champs scalaires réels ϕ_1 et ϕ_2 , la dynamique du champ complexe libre ϕ possède également une symétrie *interne*—c'est-à-dire n'agissant pas sur la dépendance spatio-temporelle du champ—associée à la phase de ce champ, ou encore aux rotations continues entre les champs ϕ_1 et ϕ_2 . Le groupe de symétrie correspondant est évidemment le groupe abélien—ou commutatif—dénomé $O(2)$ équivalent au groupe abélien $U(1)$ agissant sur la phase du champ ϕ ,

$$\phi(x^\mu) \rightarrow \phi'(x^\mu) = e^{i\alpha} \phi(x^\mu) \quad . \quad (72)$$

Une telle symétrie interne est dite *globale* puisque le changement de phase ($e^{i\alpha}$) est identique en tous les points de l'espace-temps, le paramètre α étant constant.

Or, en vertu du (premier[8]) théorème de Noether, associés à ces symétries continues doivent exister autant de courants et charges conservés¹⁰ qu'il y a de paramètres indépendants pour ces groupes de symétries continues de cette théorie d'un champ scalaire complexe. En particulier, les charges conservées sont déterminées par l'intégrale spatiale de la composante *temporelle* du courant conservé correspondant. De plus, soit dans la formulation hamiltonienne, soit dans la formulation de quantification canonique, ces charges conservées—et les courants associés—possèdent une algèbre de crochets de Poisson ou de règles de commutation qui est celle de l'algèbre du groupe de symétrie correspondant, et

⁹ A nouveau, seules les relations de commutation *non nulles* sont données explicitement.

¹⁰ La conservation de ces quantités s'applique aussi bien pour les solutions aux équations classiques ou quantiques du mouvement, sauf dans le cas d'anomalies quantiques.

dont ces charges conservées sont donc aussi les générateurs lorsqu'agissant sur les degrés de liberté du système.

Ainsi, associée à la symétrie sous les translations dans l'espace-temps, la charge conservée correspondante prend la forme,

$$P^\mu = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} T^{0\mu} \quad , \quad (73)$$

où $T^{\mu\nu}$ est le tenseur d'énergie-moment de la théorie. L'interprétation physique de la grandeur P^μ est celle de l'énergie-quantité de mouvement totale du système. De même, associée à l'invariance sous les transformations de Lorentz de l'espace-temps, la charge conservée correspondante,

$$M^{\mu\nu} = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} [T^{0\mu} x^\nu - T^{0\nu} x^\mu] \quad , \quad (74)$$

représente le moment angulaire généralisé total du système. De plus, ces quantités engendrent l'algèbre du groupe de Poincaré, en l'occurrence au niveau quantique,

$$[P^\mu, P^\nu] = 0 \quad , \quad [M^{\mu\nu}, P^\rho] = -i [g^{\mu\rho} P^\nu - g^{\nu\rho} P^\mu] \quad , \quad (75)$$

$$[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] = -i [g^{\mu\rho} M^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} M^{\nu\rho} - g^{\nu\rho} M^{\mu\sigma} + g^{\nu\sigma} M^{\mu\rho}] \quad . \quad (76)$$

Considérons maintenant plus spécifiquement les courant et charge conservés associés à la symétrie interne de phase $U(1)$ du champ complexe ϕ . Dans ce cas, il est possible de montrer¹¹ que le courant conservé correspondant est simplement donné par,

$$J_\mu = i [\phi^\dagger \partial_\mu \phi - \partial_\mu \phi^\dagger \phi] = i \phi^\dagger \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi \quad . \quad (77)$$

En effet, un calcul explicite conduit à,

$$\partial^\mu J_\mu = i [\phi^\dagger \partial^\mu \partial_\mu \phi - \partial^\mu \partial_\mu \phi^\dagger \phi] \quad , \quad (78)$$

expression qui s'annule identiquement lorsque le champ ϕ satisfait son équation du mouvement, à savoir l'équation de Klein-Gordon,

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2) \phi = 0 \quad . \quad (79)$$

La charge conservée associée à cette symétrie de phase est donc déterminée par,

$$Q = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} J^0 \quad , \quad (80)$$

où J^0 est la composante temporelle du courant conservé J^μ . A nouveau, la conservation de cette charge est satisfaite pour des solutions aux équations du mouvement, puisque nous avons alors,

$$\frac{d}{dt} Q = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} \partial_0 J^0 = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad , \quad (81)$$

¹¹Pour ce faire, la méthode la plus immédiate consiste à calculer la variation de l'action $S[\phi(x^\mu)]$ du système pour une transformation de symétrie où le paramètre de phase α est local dans l'espace-temps, c'est-à-dire $\alpha(x^\mu)$, et d'utiliser le résultat du théorème de Noether assurant l'existence d'un courant conservé lorsque le paramètre α est constant.

où dans la seconde de ces égalités il est fait usage de la loi de conservation du courant J^μ , et dans la troisième de ces égalités la condition au bord que le champ ainsi que ses dérivées d'ordre arbitraire s'annulent toutes à l'infini.

Dans le cas particulier du champ scalaire complexe ϕ , il est possible[5] d'obtenir des expressions explicites pour les énergie-quantité de mouvement P^μ et charge Q du système en terme des opérateurs associés aux quanta de ce champ. Ainsi, nous avons d'une part,

$$P^\mu = \int_{(\infty)} d^3\vec{k} k^\mu [a^+(\vec{k})a(\vec{k}) + b^+(\vec{k})b(\vec{k})] \quad , \quad (82)$$

où bien sûr ($k^0 = \omega(\vec{k})$), et d'autre part,

$$Q = \int_{(\infty)} d^3\vec{k} [a^+(\vec{k})a(\vec{k}) - b^+(\vec{k})b(\vec{k})] \quad . \quad (83)$$

En particulier, il est alors possible d'obtenir les règles de commutation suivantes,

$$[P^\mu, a^+(\vec{k})] = k^\mu a^+(\vec{k}) \quad , \quad [P^\mu, b^+(\vec{k})] = k^\mu b^+(\vec{k}) \quad , \quad (84)$$

ainsi que

$$[Q, a^+(\vec{k})] = +a^+(\vec{k}) \quad , \quad [Q, b^+(\vec{k})] = -b^+(\vec{k}) \quad . \quad (85)$$

Par conséquent, ces résultats confirment l'interprétation donnée aux états quantiques obtenus à l'aide des opérateurs de création $a^+(\vec{k})$ et $b^+(\vec{k})$ en terme de particules et antiparticules chargées et d'énergie et quantité de mouvement bien définies. En effet, les états créés par $a^+(\vec{k})$ aussi bien que par $b^+(\vec{k})$ possèdent comme valeur propre de leur énergie-quantité de mouvement le quadrivecteur k^μ , puisque nous avons par exemple,

$$P^\mu a^+(\vec{k}) |0\rangle = k^\mu a^+(\vec{k}) |0\rangle \quad , \quad P^\mu b^+(\vec{k}) |0\rangle = k^\mu b^+(\vec{k}) |0\rangle \quad . \quad (86)$$

D'autre part, ces mêmes états possèdent des charges opposées sous l'action du générateur Q des transformations de phase du champ complexe ϕ , puisque nous avons par exemple,

$$Q a^+(\vec{k}) |0\rangle = +a^+(\vec{k}) |0\rangle \quad , \quad Q b^+(\vec{k}) |0\rangle = -b^+(\vec{k}) |0\rangle \quad . \quad (87)$$

Or, il est clair que ce nombre quantique associé aux états du système est un nombre quantique *additif*, en raison des règles de commutations entre l'opérateur Q et les opérateurs de création et d'annihilation des quanta du champ complexe ϕ . Remarquons que cette conclusion est également cohérente avec l'interprétation en terme de particules et antiparticules des états créés par les opérateurs $a^+(\vec{k})$ et $b^+(\vec{k})$, ces opérateurs portant une charge Q *opposée*. Ainsi, associé à la symétrie de phase $U(1)$ du champ complexe ϕ , il existe un nombre quantique conservé additif prenant des valeurs entières positives et négatives pour des collections de particules et antiparticules, respectivement.

En conclusion, jusqu'ici nous avons donc établi d'une part que la description en terme de champs relativistes quantifiés de particules de spin nul nécessite des champs scalaires, et d'autre part que la description de particules "neutres" ou "chargées"—c'est-à-dire possédant un nombre quantique additif conservé—requiert des champs réels ou complexes, respectivement, l'existence d'une telle charge étant liée à l'invariance sous les transformations de phase de champs complexes, ces transformations formant le groupe $U(1)$.

2.5 Particules relativistes de spin non nul

Ayant compris comment la description de charges conservées additives—telle par exemple la charge électrique—est possible en théorie des champs, considérons maintenant le problème du spin de particules relativistes. La notion de spin est associée à l'invariance d'un système sous les rotations dans l'espace. Ainsi dans le cas de la mécanique quantique *non relativiste*, le spin d'un système est caractérisé par une représentation unitaire du groupe des rotations à trois dimensions $SO(3)$ qui, du point de vue de sa structure algébrique, est assimilable au groupe $SU(2)$, les représentations de ce dernier étant désignées par un nombre j entier ou demi-entier correspondant au spin j du système. En effet, l'action d'une rotation agissant sur le système dans l'espace physique se représente dans l'espace (de Hilbert) des états quantiques associé à ce système en terme d'une transformation linéaire dans cet espace d'états, permettant de relier entre eux un ensemble de ces états qui tous représentent en quelque sorte un même état quantique du système, la seule différence étant que ces divers états s'obtiennent les uns des autres au travers de rotations dans l'espace. En d'autres mots, une telle collection d'états quantiques s'organise en une représentation (linéaire) de l'algèbre¹² ($so(3) \simeq su(2)$) du groupe des rotations $SO(3)$ à trois dimensions.

Mais puisque la notion de spin est liée aux rotations de l'espace, comment est-il possible d'étendre cette notion dans le contexte de la relativité restreinte pour lequel espace et temps sont des concepts relatifs aux observateurs et seul l'espace-temps—dont le groupe d'invariance est le groupe de Poincaré—possède une signification intrinsèque? Dans ce cas, la notion de spin ne peut se définir que par rapport à un référentiel inertiel particulier et distingué, en l'occurrence celui lié au système. Ainsi dans le cas de particules relativistes de masse *non nulle*, il est toujours possible à l'aide d'une transformation de Lorentz appropriée, de se ramener au référentiel au repos de la particule, et de considérer les rotations dans l'espace à trois dimensions tel que "vu" dans ce référentiel de la particule. De cette manière, la discussion se ramène à celle rappelée ci-dessus d'application dans la mécanique quantique non relativiste, permettant de caractériser le spin de toute particule *de masse non nulle* en terme d'un nombre j entier ou demi-entier. Ce nombre détermine la représentation du groupe des rotations spatiales dans le référentiel au repos de la particule, ce groupe étant évidemment un sous-groupe du groupe de Lorentz. Or ce sous-groupe est précisément également le sous-groupe du groupe de Lorentz laissant *invariant* le quadrivecteur énergie-quantité de mouvement de la particule dans son référentiel au repos. Ainsi, il est possible considérer une construction semblable dans le cas de par-

¹²La raison pour laquelle on obtient une représentation de l'algèbre du groupe et non du groupe lui-même, est que l'espace des états s'organise en fait en terme de représentations des *générateurs* du groupe, ces générateurs étant construits au travers des degrés de liberté du système tandis que leurs règles de commutation sont celles de l'algèbre du groupe de symétrie dont ils sont les charges conservées. Les représentations ainsi obtenues sont alors celles du *groupe de recouvrement universel* du groupe initial. Ainsi dans le cas du groupe des rotations $SO(3)$ qui est doublement connexe, le groupe de recouvrement universel est le groupe $SU(2)$ dont les représentations sont caractérisées par les nombres entiers et demi-entiers. Les représentations de spin entier sont en fait des représentations de $SO(3)$ correspondant aux représentations vectorielles et tensorielles, tandis que celles de spin demi-entier sont les représentations spinorielles de $SU(2)$ qui ne sont pas des représentations univaluées du groupe $SO(3)$ puisque pour de telles représentations la rotation d'angle 2π par rapport à un axe quelconque dans l'espace est représentée par la matrice (-1) . En d'autres mots, en terme de groupes nous avons l'identification ($SO(3) \simeq SU(2)/Z_2$), le groupe Z_2 étant le centre de $SU(2)$.

ticules de *masse nulle*, pour lesquelles il n'existe pas de référentiel au repos. En effet, dans ce cas il suffit de considérer le sous-groupe du groupe de Lorentz laissant invariant le quadrivecteur énergie-quantité de mouvement k^μ —de type lumière maintenant, c'est-à-dire tel que ($k^2 = k^\mu \cdot k_\mu = 0$). Dans le cas de quatre dimensions d'espace-temps, ce sous-groupe est en fait[11] le groupe euclidien $E(2)$ possédant le sous-groupe $SO(2)$ des rotations des deux directions de l'espace transverses à la quantité de mouvement \vec{k} de la particule de masse nulle. Dans ce cas, on obtient des représentations de l'algèbre du groupe ($SO(2) \simeq U(1)$), correspondant à l'hélicité de la particule de masse nulle.

En conclusion, dans le cadre de la relativité restreinte, aussi bien pour des particules de masse nulle que de masse non nulle, le "spin" est caractérisé par les représentations d'un groupe de rotations, ce groupe étant la composante compacte du sous-groupe¹³ du groupe de Lorentz $SO(3,1)$ laissant invariant le quadrivecteur énergie-quantité de mouvement de la particule. Dans le cas de particules de masse nulle, ce sous-groupe de rotations est isomorphe au groupe $SO(2)$, conduisant à l'hélicité entière ou demi-entière de la particule de masse nulle, tandis que pour une particule de masse non nulle, ce sous-groupe est isomorphe au groupe $SO(3)$ conduisant à nouveau à la notion de spin entier ou demi-entier d'une particule relativiste massive.

Cette discussion précise donc la signification du concept de spin ou d'hélicité en relativité restreinte, en ce qui concerne des particules relativistes. Lorsque ces particules correspondent aux quanta de champs relativistes, comment faut-il choisir ces champs de manière à obtenir une représentation de spin particulier pour les quanta de ce champ? Par construction, de telles théories de champs doivent être invariantes sous le groupe de Poincaré, et comme nous venons de le voir le groupe de Lorentz joue le rôle essentiel dans la formulation du spin. Par conséquent, de manière à assurer la covariance et l'invariance relativiste de théories de champs décrivant des particules de spin non nul, il suffit de considérer les représentations du groupe de Lorentz $SO(3,1)$ et de choisir des champs se transformant sous de telles transformations¹⁴, le contenu en spin des quanta associés à ces représentations étant alors déterminé de la manière indiquée ci-dessus. Ainsi par exemple, jusqu'à présent nous avons vu comment un champ scalaire permet la description de particules de spin nul. Or, un champ scalaire est précisément la représentation triviale du groupe de Lorentz.

Ainsi, la construction de théories de champs invariantes relativistes de spin non nul nécessite une discussion des représentations du groupe de Lorentz à quatre dimensions d'espace-temps. Remarquons que puisque le groupe de Lorentz $SO(3,1)$ est un groupe non compact, aucune de ses représentations de dimension finie ne peut être *unitaire*, contrairement au cas de $SO(3)$ ou de $SU(2)$ par exemple, qui sont des groupes compacts. Cependant, cette situation ne pose aucun problème car les représentations dont il est question ici ne servent qu'à la spécification des champs utilisés, *mais non des espaces des états quantiques de la théorie*. En effet, il est fondamental pour l'unitarité d'une théorie quantifiée que son espace d'états quantiques fournisse une représentation *unitaire* de groupes de

¹³Ce sous-groupe porte le nom de "petit groupe (de Wigner) de la particule".

¹⁴Habituellement, les champs ne se transforment pas sous les *translations* dans l'espace-temps, auquel cas le choix d'une représentation du groupe de Lorentz induit également le choix d'une représentation du groupe de Poincaré telle que les translations dans l'espace-temps soient représentées par l'opérateur identité.

symétrie, de manière à assurer la conservation des probabilités. Mais il n'en est pas ainsi pour les degrés de libertés des systèmes, en l'occurrence les champs relativistes quantifiés. Ainsi, c'est l'espace des états quantiques de telles théories des champs, obtenus dans la représentation par espace de Fock comme des superpositions de particules et d'antiparticules, qui doit fournir des espaces de représentations *unitaires* des symétries telles le groupe de Poincaré $ISO(3, 1)$ ou le groupe des rotations $SO(3)$. Or, ces espaces de représentations sont de dimensions *infinies* comme il se doit pour des groupes non compacts tels les groupes de Poincaré ou de Lorentz. Dans ces notes, nous ne pouvons développer ces questions plus avant, mais signalons seulement ici que les constructions présentées dans la suite conduisent effectivement à des théories quantiques unitaires, c'est-à-dire conservant la probabilité.

Le développement de la théorie des représentations du groupe de Lorentz $SO(3, 1)$ à quatre dimensions débute nécessairement avec l'algèbre de ce groupe, à savoir les relations de commutation déjà mentionnées en (76),

$$[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] = -i [g^{\mu\rho} M^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} M^{\nu\rho} - g^{\nu\rho} M^{\mu\sigma} + g^{\nu\sigma} M^{\mu\rho}] \quad (88)$$

De manière à faire apparaître la structure *spécifique à quatre dimensions* de cette algèbre, il est utile de distinguer les composantes spatiales et temporelles des générateurs $M^{\mu\nu}$, et de considérer les opérateurs suivants définissant une nouvelle base de leur algèbre,

$$L_+^i = \frac{1}{2} [L^i + iK^i] \quad , \quad L_-^i = \frac{1}{2} [L^i - iK^i] \quad , \quad (89)$$

tels que

$$(L_+^i)^\dagger = L_+^i \quad , \quad (L_-^i)^\dagger = L_-^i \quad , \quad (90)$$

où les générateurs K^i et L^i ($i = 1, 2, 3$) sont donnés par les relations,

$$K^i = M^{0i} \quad , \quad L^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} M^{jk} \quad , \quad M^{ij} = \epsilon^{ijk} L^k \quad , \quad (91)$$

et possèdent les propriétés suivantes,

$$(K^i)^\dagger = -K^i \quad , \quad (L^i)^\dagger = L^i \quad . \quad (92)$$

Ici, les indices ($i, j, k = 1, 2, 3$) dénotent les composantes spatiales, tandis que ϵ^{ijk} est le tenseur totalement antisymétrique tel que ($\epsilon^{123} = +1$). Remarquons que les générateurs K^i correspondent aux "boosts" de Lorentz—translations à vitesse constante—, et les générateurs L^i aux rotations spatiales autour de l'axe de direction i . Les générateurs L_\pm^i déterminent donc des transformations de Lorentz particulières combinant un "boost" de Lorentz dans la direction i et une rotation autour de cette direction, avec une chiralité soit négative ou gauche pour L_-^i , soit positive ou droite pour L_+^i .

Sur base de l'algèbre en (88), il est immédiat de montrer que les six générateurs L_\pm^i ($i = 1, 2, 3$) possèdent les règles de commutation suivantes,

$$[L_+^i, L_+^j] = i \epsilon^{ijk} L_+^k \quad , \quad [L_-^i, L_-^j] = i \epsilon^{ijk} L_-^k \quad , \quad (93)$$

$$[L_+^i, L_-^j] = 0 \quad . \quad (94)$$

En d'autres mots, les générateurs L_{\pm}^i ($i = 1, 2, 3$) engendrent une algèbre isomorphe à celle du groupe $SU(2)_L \times SU(2)_R$. Par conséquent, les représentations du groupe de Lorentz à quatre dimensions¹⁵ $SO(3, 1)$ sont spécifiées en terme d'une paire (j_L, j_R) de nombres entiers ou demi-entiers caractérisant les représentations du groupe $SU(2)$, chacun de ces nombres étant associé à l'un des facteurs $SU(2)$ dans l'équivalence algébrique¹⁶ sur les nombres complexes ($so(3, 1) \simeq su(2)_L \oplus su(2)_R$). L'existence de ces facteurs correspond à la notion de *chiralité* à quatre dimensions, le facteur $SU(2)_L$ engendré par L_{\pm}^i ($i = 1, 2, 3$) étant associé à la chiralité *gauche*, et le facteur $SU(2)_R$ engendré par L_{\pm}^i ($i = 1, 2, 3$) à la chiralité *droite*.

Cette discussion caractérise donc les représentations irréductibles de dimension finie du groupe (de recouvrement universel de) $SO(3, 1)$. La représentation (j_L, j_R) est de dimension $(j_L + 1)(j_R + 1)$, c'est-à-dire le produit des dimensions des représentations de $SU(2)$ correspondantes. De plus, le contenu en spin d'une telle représentation se détermine immédiatement, puisque les générateurs des rotations spatiales L^i ($i = 1, 2, 3$) sont simplement donnés par ($L^i = L_{+}^i + L_{-}^i$) ($i = 1, 2, 3$). En d'autres mots, il suffit d'effectuer la contraction des deux groupes $SU(2)_L$ et $SU(2)_R$ pour déterminer les représentations du groupe $SU(2)$ engendré par L^i ($i = 1, 2, 3$) associé aux rotations dans l'espace. Ainsi, le contenu en spin de la représentation (j_L, j_R) est donné par les règles habituelles de réduction de produits tensoriels des représentations de $SU(2)$ de spin j_L et j_R , soit,

$$j = j_L + j_R, j_L + j_R - 1, \dots, |j_L - j_R| + 1, |j_L - j_R| \quad . \quad (95)$$

Finalement, remarquons que sous les transformations de l'espace-temps changeant l'orientation de l'espace, c'est-à-dire les transformations de parité P , puisque les opérateurs K^i ($i = 1, 2, 3$) changent de signe mais non les opérateurs L^i ($i = 1, 2, 3$), les générateurs L_{+}^i et L_{-}^i ($i = 1, 2, 3$) sont échangés les uns avec les autres, conduisant aux transformations suivantes sous parité des représentations du groupe de Lorentz,

$$P : (j_L, j_R) \longrightarrow (j_R, j_L) \quad . \quad (96)$$

A l'aide de ces résultats, il devient immédiat de déterminer les champs à utiliser pour la description de particules de spin spécifique. Commenant avec le cas le plus simple, la représentation $((j_L, j_R) = (0, 0))$ a un contenu en spin ($j = 0$), et par conséquent la description la plus simple de particules de spin nul se fait à l'aide de champs scalaires, comme nous l'avons déjà établi.

Considérons maintenant les deux premières représentations non triviales, soit $(1/2, 0)$ ou $(0, 1/2)$. Le contenu en spin de chacune d'elles est ($j = 1/2$), mais elles se distinguent de par leur chiralité, gauche pour la première et droite pour la seconde. Prise chacune individuellement, ces représentations peuvent donc servir à la description de particules de spin $1/2$ lorsque massives, ou d'hélicité ($\mp 1/2$) lorsque de masse nulle, et correspondent aux spineurs de Weyl de chiralité gauche ou droite, respectivement. Cependant, aucune de ces représentations n'est invariante sous parité, étant échangées l'une avec l'autre sous

¹⁵Le symbole ϵ^{ijk} utilisé dans cette construction n'existe que pour trois dimensions d'espace.

¹⁶Au niveau des groupes, le groupe de recouvrement universel du groupe de Lorentz à quatre dimensions $SO(3, 1)$ est une version complexifiée du groupe $SU(2)_L \times SU(2)_R$, plus précisément celle isomorphe au groupe $SL(2, C)$. Ces distinctions ne peuvent être explicitées ici.

les transformations de parité P . La description de particules de spin $1/2$ (ou d'hélicité $(\pm 1/2)$) invariantes sous parité nécessite donc de considérer la somme directe de ces deux représentations,

$$(1/2, 0) \oplus (0, 1/2) \quad , \quad (97)$$

cet espace fournissant donc une représentation du groupe de Lorentz *invariante sous parité*. Ce choix correspond au spineur de Dirac, dont les propriétés sont détaillées plus loin.

La représentation suivante que l'on peut considérer est $((j_L, j_R) = (1/2, 1/2))$, correspondant¹⁷ à un champ vectoriel $A_\mu(x^\mu)$, dont le contenu en spin est $(j = 1)$ et $(j = 0)$. La composante de spin nul peut être éliminée par une condition invariante de Lorentz sur ce champ, à savoir la condition de Lorentz ($\partial^\mu A_\mu = 0$). Un champ vectoriel satisfaisant cette dernière condition décrit donc des particules de spin unité ou d'hélicité (± 1) . Comme nous le verrons, c'est le cas par exemple du champ associé au photon, à savoir le champ de jauge de l'électromagnétisme.

Finalement, considérons les représentations $((j_L, j_R) = (1, 0))$ et $((j_L, j_R) = (0, 1))$, qui elles aussi ne sont donc pas invariantes sous parité. Leur contenu en spin est $(j = 1)$, et un exemple de champ se transformant sous la représentation $(1, 0) \oplus (0, 1)$ est celui du tenseur électromagnétique

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad , \quad (98)$$

correspondant donc aux champs électrique et magnétique (\vec{E}, \vec{B}) de parités opposées.

2.6 Particules de spin 1

Le choix le plus simple de représentation du groupe de Lorentz permettant la description de particules de spin unité est donc $(1/2, 1/2)$, correspondant à un champ vectoriel $A_\mu(x^\mu)$. Dans le cas d'un champ vectoriel réel (resp. complexe), les quanta associés décrivent donc des particules neutres (resp. chargées). Ici, nous ne considérons que le cas d'un champ réel, pour lequel le développement en modes normaux d'ondes planes prend donc la forme,

$$A_\mu(x) = \int_{(\infty)} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega(\vec{k})}} \sum_\lambda \left[e^{-ik \cdot x} \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) a(\vec{k}, \lambda) + e^{ik \cdot x} \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) a^+(\vec{k}, \lambda) \right] \quad , \quad (99)$$

où la somme sur le paramètre λ désigne une somme sur les états de polarisation possibles de ce champ. Dans le cas d'un champ massif, le paramètre λ prend trois valeurs distinctes associées aux deux états de polarisations transverses et à l'état de polarisation longitudinale—c'est-à-dire aux trois états de spin unité—, et dans le cas d'un champ de masse nulle, le paramètre λ prend seulement deux valeurs distinctes associées aux deux états de polarisations transverses—c'est-à-dire aux deux états d'hélicité (± 1) .

Evidemment, cette discussion suppose que la composante de spin nul de la représentation $(1/2, 1/2)$ associée au champ vectoriel est identiquement nulle. Comme indiqué

¹⁷Le contenu en spin d'un quadrivecteur v^μ est effectivement $(j = 1)$ et $(j = 0)$, ce qui ne peut que correspondre à la représentation $(1/2, 1/2)$ du groupe de Lorentz. Bien sûr, il est possible—mais nous ne le ferons pas ici—de spécifier cette équivalence en terme des matrices $(\sigma^\mu = (1, \vec{\sigma}))$ — $\vec{\sigma}$ étant les matrices de Pauli—et de la quantité $(v_\mu \sigma^\mu)$ qui se transforme précisément selon la représentation $(1/2, 1/2)$.

plus haut, cette projection covariante des composantes de spin unité ou d'hélicité (± 1) est effectuée par la condition

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad , \quad (100)$$

ou encore en terme des vecteurs polarisation $\epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda)$ dans l'espace des quantité de mouvement,

$$k^\mu \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) = 0 \quad . \quad (101)$$

Finalement, les quantités multipliant les solutions en ondes planes ($e^{\mp i k \cdot x} \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda)$) en (99), à savoir $a(\vec{k}, \lambda)$ et $a^+(\vec{k}, \lambda)$, correspondent à nouveau aux opérateurs d'annihilation et de création, respectivement, des quanta ou particules associés au champ vectoriel réel $A_\mu(x)$. De la même manière que pour le champ scalaire, si le champ $A_\mu(x)$ était complexe, il y aurait doublement de ces opérateurs—en l'occurrence $a(\vec{k}, \lambda)$ et $b^+(\vec{k}, \lambda)$ —associés dans ce cas aux particules *et antiparticules* créées et annihilées par le champ vectoriel $A_\mu(x)$, avec en outre l'existence d'une charge additive conservée associée à la symétrie $U(1)$ sous les transformations de phase du champ complexe.

Afin de correspondre à une interprétation physique cohérente, le développement en modes normaux (99) doit nécessairement définir les solutions aux équations du mouvement d'un système dont l'évolution dynamique est déterminée en terme d'une densité lagrangienne locale dans l'espace-temps. Dans le cas d'un champ vectoriel réel massif, cette densité est donnée par¹⁸,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 A_\mu A^\mu \quad , \quad (102)$$

où le tenseur $F_{\mu\nu}$ est défini par

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad , \quad (103)$$

étant entendu que la condition de Lorentz (100) est imposée sur le champ vectoriel. Cette théorie décrit effectivement en chaque point de l'espace-temps trois degrés de liberté *indépendants*, ces trois degrés de liberté correspondant aux trois composantes de spin unité des particules massives relativistes associées à ce champ.

Dans le cas d'un champ vectoriel de masse nulle, la densité lagrangienne (102) possède une symétrie additionnelle, à savoir celle sous laquelle le champ se transforme comme suit,

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu + \partial_\mu \chi(x) \quad , \quad (104)$$

où le paramètre de transformation $\chi(x)$ est une fonction *locale* dans l'espace-temps. Cette symétrie du champ vectoriel de masse nulle est donc une *symétrie locale* ou encore une *symétrie de jauge* qui outre la condition de Lorentz (100), permet la réduction des quatre composantes du champ vectoriel à deux degrés de liberté *physiques* seulement et se propageant dans l'espace-temps, ces deux degrés de liberté étant associés aux deux états d'hélicité (± 1) possibles des quanta de masse nulle de ce champ. De plus, puisque la

¹⁸Il est possible de vérifier que le choix des signes des divers termes dans cette densité lagrangienne conduit effectivement à un densité hamiltonienne *définie positive* pour les degrés de libertés *physiques* se propageant dans l'espace-temps, en l'occurrence les composantes spatiales $A^i(x)$ du champ vectoriel.

symétrie de jauge en (104) modifie la composante de polarisation *longitudinale* du champ¹⁹, ces deux degrés de liberté physiques correspondent aux deux états de polarisations *transverses* du champ vectoriel de masse nulle. Plus loin, nous verrons comment un tel champ vectoriel apparaît de manière naturelle dans le contexte de symétries de jauge en général.

2.7 Particules de spin 1/2

Comme expliqué dans la section 2.5, le choix le plus simple de représentation du groupe de Lorentz invariante sous parité permettant la description de particules de spin 1/2 ou d'hélicité ($\pm 1/2$) est obtenu par la somme directe des deux représentations fondamentales (du groupe de recouvrement universel) de $SO(3, 1)$ de chiralités opposées, soit

$$(1/2, 0) \oplus (0, 1/2) \quad . \quad (105)$$

Le champ local associé à cette représentation est *le spineur de Dirac*, dénoté $\psi(x)$.

Le cas particulier de ces deux représentations fondamentales se distingue de par ce qu'elles sont également les représentations *spinorielles* du groupe de Lorentz, ces représentations pouvant être construites en terme de l'algèbre de Clifford associée à la métrique de Minkowski de signature $g_{\mu\nu}$. Dans le cas présent, cette algèbre de Clifford coïncide avec l'algèbre dite de Dirac, engendrée par quatre matrices 4×4 sur les nombres complexes dénotées γ^μ dont les relations d'*anticommutation* sont,

$$\{ \gamma_\mu, \gamma_\nu \} = 2 g_{\mu\nu} \quad , \quad (106)$$

et possédant les propriétés de conjugaison,

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad . \quad (107)$$

En particulier, la matrice définie par

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \quad , \quad (108)$$

jouissant des propriétés suivantes,

$$\gamma_5^2 = 1 \quad , \quad (\gamma_5)^\dagger = \gamma_5 \quad , \quad (109)$$

joue un rôle important, comme nous allons le voir.

En terme de cette algèbre de Clifford-Dirac, les générateurs de l'algèbre de Lorentz dans sa représentation spinorielle invariante sous parité $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ sont déterminés par les commutateurs,

$$\Sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \quad , \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad . \quad (110)$$

¹⁹En effet, dans l'espace des quantités de mouvement, la transformation de jauge (104) correspond à une redéfinition du vecteur de polarisation, soit $(\epsilon'_\mu(\vec{k}, \lambda) = \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) + \tilde{\chi}(\vec{k}) k_\mu)$, où la fonction $\tilde{\chi}(\vec{k})$ est liée à la transformée de Fourier du paramètre de jauge local $\chi(x)$. Par conséquent, la symétrie de jauge peut effectivement être mise à profit pour éliminer les composantes longitudinales du champ vectoriel de masse nulle.

En effet, à l'aide de l'algèbre de Clifford-Dirac satisfaite par les matrices γ^μ , il est immédiat de vérifier que les matrices $\Sigma^{\mu\nu}$ obéissent l'algèbre du groupe de Lorentz en (76). La représentation du groupe de Lorentz ainsi obtenue à partir de l'algèbre de Clifford-Dirac est précisément la représentation $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ considérée ici, associée au champ ou spineur de Dirac $\psi(x^\mu)$ possédant donc quatre composantes complexes indépendantes.

En fait, les deux représentations fondamentales $(1/2, 0)$ et $(0, 1/2)$ contenues dans la représentation de Dirac s'obtiennent en distinguant les composantes de chiralité gauche et droite. Or, la projection de ces deux types de composantes s'obtient à l'aide de la matrice γ_5 introduite plus haut. En effet, il est immédiat d'établir les règles d'anticommutativité ou de commutativité suivantes,

$$\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0 \quad , \quad [\gamma_5, \Sigma^{\mu\nu}] = 0 \quad , \quad (111)$$

montrant que bien que la matrice γ_5 ne soit pas diagonalisable dans l'algèbre de Clifford, elle peut l'être dans la représentation $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ du groupe de Lorentz. De plus, puisque nous avons ($\gamma_5^2 = 1$), les valeurs propres de γ_5 sont soit (-1) , soit $(+1)$, tandis que les états propres correspondants s'obtiennent à l'aide des projecteurs,

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad , \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad , \quad (112)$$

tels que

$$P_L^2 = P_L \quad , \quad P_R^2 = P_R \quad , \quad P_L P_R = 0 = P_R P_L \quad . \quad (113)$$

Ainsi, la réduction de la représentation de Dirac en terme des représentations de chiralité gauche et droite du groupe de Lorentz s'obtient par les projections suivantes,

$$\psi_L = P_L \psi \quad , \quad \psi_R = P_R \psi \quad , \quad (114)$$

associées aux représentations $(1/2, 0)$ et $(0, 1/2)$, respectivement. Ces représentations spinorielles du groupe de Lorentz correspondent ainsi aux *spineurs de Weyl* de chiralité gauche ou droite, respectivement. En particulier, nous avons,

$$\gamma_5 \psi_L = -\psi_L \quad , \quad \gamma_5 \psi_R = +\psi_R \quad . \quad (115)$$

En raison des propriétés de conjugaison (107) des générateurs γ^μ de l'algèbre de Clifford-Dirac, il est possible de montrer que les objets se transformant dans la représentation contravariante ou "inverse" de $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ s'obtiennent de la manière suivante,

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 \quad . \quad (116)$$

En particulier, cela signifie que si le spineur de Dirac se transforme sous une transformation de Lorentz ($x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$) dans l'espace-temps en terme de la représentation $S(\Lambda)$,

$$\psi \rightarrow S(\Lambda) \psi \quad , \quad (117)$$

alors le spineur conjugué $\bar{\psi}$ se transforme comme suit,

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} S^{-1}(\Lambda) \quad . \quad (118)$$

Par conséquent, la combinaison suivante est invariante sous les transformations de Lorentz,

$$\bar{\psi} \psi \quad . \quad (119)$$

Un tel terme de *couplage* d'un spineur de Dirac avec lui-même porte le nom de *couplage de Dirac*. Remarquons que ce couplage de Dirac est invariant sous les transformations de phase complexe du spineur de Dirac. De la même manière, il est possible de montrer que la combinaison suivante est également invariante sous les transformations de Lorentz de l'espace-temps,

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi \quad . \quad (120)$$

En outre, en terme des projections de chiralité définie, nous avons alors les propriétés suivantes,

$$\bar{\psi}_R = (\bar{\psi})_L \quad , \quad \bar{\psi}_L = (\bar{\psi})_R \quad . \quad (121)$$

En particulier, les contributions de chiralité définie aux termes invariants mentionnés ci-dessus se décomposent comme suit,

$$\bar{\psi} \psi = \bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R \quad , \quad (122)$$

ainsi que,

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R \quad . \quad (123)$$

Remarquons déjà ici qu'un couplage de Dirac associe des spineurs de Weyl de chiralité opposée, tandis que les couplages de type cinétique apparaissant dans cette dernière relation associent des spineurs de Weyl de même chiralité.

La discussion ci-dessus démontre donc le rôle essentiel joué par l'algèbre de Clifford-Dirac dans la construction des représentations spinorielles du groupe de Lorentz. Or, un des résultats remarquables concernant cette algèbre est que toutes ses représentations possibles de dimension finie sont unitairement équivalentes, et correspondent donc à des représentations matricielles en terme de matrices 4×4 . Deux représentations parmi celles les plus utilisées sont certainement soit la représentation de Dirac pour laquelle nous avons,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (i = 1, 2, 3) \quad , \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (124)$$

soit la représentation de chiralité pour laquelle nous avons,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (i = 1, 2, 3) \quad , \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \quad (125)$$

Dans la pratique, la représentation de Dirac est appropriée pour l'évaluation des grandeurs dans la limite non relativiste, tandis que celle de chiralité est utile dans la limite ultra-relativiste ou dans le cas de particules de masse faible voire nulle. En effet, dans cette dernière représentation, la matrice de chiralité γ_5 est diagonale, et permet donc la réduction immédiate en terme des représentations de chiralité définie appropriées pour des particules de masse nulle pour lesquelles hélicité et chiralité se confondent. En particulier, à l'aide des représentations des matrices γ^μ ci-dessus, il est possible de calculer explicitement les représentations des opérateurs L^i , K^i et L_\pm^i considérés dans la section 2.5 dans le cas

général, et de se convaincre en particulier que dans la représentation chirale les opérateurs L_-^i et L_+^i n'agissent pas sur des spineurs de Weyl de chiralité droite ou gauche, respectivement, et sont donc bloc diagonaux sur les sous-espaces de valeur propre (-1) ou $(+1)$, respectivement, de l'opérateur de chiralité γ_5 .

Afin de compléter cette discussion concernant les spineurs de Dirac et de Weyl, il est sans doute utile de présenter également les considérations suivantes. Il est bien connu que les représentations de $SU(2)$ —qui interviennent donc dans la construction des représentations du groupe de Lorentz—sont soit réelles, soit pseudo-réelles, c'est-à-dire qu'elles sont unitairement équivalentes à leurs représentations complexes conjuguées avec une matrice d'équivalence unitaire qui est soit symétrique, soit antisymétrique, respectivement. Ainsi, toutes les représentations tensorielles de $SU(2)$ sont réelles, tandis que toutes les représentations de spin demi-entier sont pseudo-réelles. En particulier dans le cas de la représentation spinorielle fondamentale de dimension deux définie par les matrices de Pauli, l'équivalence unitaire des représentations associées aux matrices σ^i et aux matrices σ^{i*} ($i = 1, 2, 3$) s'obtient à l'aide de la matrice $(-i\sigma^2)$ qui est effectivement antisymétrique. Ce fait particulier à $SU(2)$ a pour conséquence dans le contexte des représentations du groupe de Lorentz qu'à partir du spineur de Dirac complexe conjugué il est possible de construire un autre objet qui se transforme à nouveau dans la représentation $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ du groupe de Lorentz. Cette construction fait intervenir l'opérateur de conjugaison de charge C , conduisant ainsi à un nouveau spineur de Dirac de la manière suivante,

$$\psi^c = C \bar{\psi}^T \quad , \quad (126)$$

où dans le membre de droite apparaît le transposé du spineur $\bar{\psi}$. Dans les cas des représentations de Dirac ou de chiralité de l'algèbre de Clifford-Dirac, cet opérateur C est donné par,

$$C = i\gamma^2\gamma^0 \quad . \quad (127)$$

En particulier, les composantes de chiralité définie sont liées de la manière suivante,

$$(\psi_L)^c = (\psi^c)_R \quad , \quad (\psi_R)^c = (\psi^c)_L \quad . \quad (128)$$

D'autre part, étant donné un spineur de Dirac et son spineur conjugué ψ^c , les termes suivants sont des invariants de Lorentz,

$$\bar{\psi}^c \psi \quad , \quad \bar{\psi} \psi^c \quad . \quad (129)$$

Un tel type de *couplage* entre un spineur et son conjugué de charge porte le nom de *couplage de Majorana*. Remarquons que contrairement au couplage de Dirac $\bar{\psi}\psi$, le couplage de Majorana n'est pas invariant sous les transformations de phase complexe du spineur de Dirac. Par conséquent dans un tel cas, il n'est pas possible d'associer à la phase complexe d'un tel spineur un nombre quantique additif conservé. Cette possibilité apparaît par exemple dans le cas des neutrinos—particules de charge électrique nulle—lorsque ceux-ci possèdent un terme de masse de Majorana, c'est-à-dire un terme où le couplage de Majorana est multiplié par un facteur de masse alors appelé *masse de Majorana*. Dans une telle circonstance il y a alors violation du nombre leptonique.

Remarquons que tout comme le couplage de Dirac, le couplage de Majorana couple des spineurs de Weyl de chiralité opposée, comme indiqué par exemple dans la relation suivante,

$$\overline{\psi^c}\psi = \overline{(\psi^c)_R}\psi_L + \overline{(\psi^c)_L}\psi_R . \quad (130)$$

De ce point de vue, les deux types de couplages ne se distinguent pas. Leur seule différence est dans ce que le couplage de Majorana n'est pas invariant sous les transformations de phase complexe de spineurs, tandis qu'un couplage de Dirac possède une telle invariance.

Etant donné le spineur conjugué de charge, il est également possible d'imposer une restriction sur le nombre de degrés de liberté au travers de la *condition de Majorana*,

$$\psi^c = \eta \psi , \quad (131)$$

où η est une phase complexe arbitraire. Un spineur de Dirac obéissant une telle relation est appelé un *spineur de Majorana*. En vertu des résultats donnés plus haut en (128), il est clair qu'il est impossible d'imposer à la fois une condition de Weyl—une chiralité définie—et une condition de Majorana sur un spineur de Dirac à quatre dimensions. D'autre part, un spineur de Majorana ne peut posséder une invariance sous les transformations de phase, bien que ses composantes soient complexes. C'est pour cette raison que des spineurs de Dirac ou de Weyl décrivent des particules qui sont différentes de leurs antiparticules, tandis que des spineurs de Majorana ne peuvent que décrire des particules qui s'identifient à leurs propres antiparticules, dans le cas de particules de spin 1/2.

Ces préliminaires concernant la représentation du groupe de Lorentz utilisée ayant été faits, il devient possible maintenant de considérer la dynamique d'un spineur de Dirac dont les quanta sont des particules libres de spin ou d'hélicité $(\pm)1/2$. A l'aide des résultats ci-dessus, il est clair qu'une densité lagrangienne possible est de la forme,

$$\mathcal{L} = i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi . \quad (132)$$

L'équation du mouvement correspondante est l'équation de Dirac,

$$\left[i\gamma^\mu\partial_\mu - m \right] \psi = 0 . \quad (133)$$

Multipliant cette équation à gauche par l'opérateur $\left[i\gamma^\mu\partial_\mu + m \right]$ conduit à l'équation de Klein-Gordon pour chacune des quatre composantes du spineur de Dirac ψ ,

$$\left[\partial^\mu\partial_\mu + m^2 \right] \psi = 0 . \quad (134)$$

Par conséquent, le paramètre m dans l'équation de Dirac correspond à la masse des quanta associés au champ de Dirac. Etant associé à un couplage de Dirac, un tel terme de masse porte le nom de *masse de Dirac*. Remarquons qu'à l'aide d'une transformation chirale du type $(\psi' = \gamma_5\psi)$, il est toujours possible de supposer que le paramètre m est positif.

La résolution de l'équation de Dirac procède suivant la même démarche que celle de l'équation de Klein-Gordon. Les solutions générales sont obtenues sous la forme suivante,

$$\psi(x) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega(\vec{k})}} \sum_{s=\pm} \left[e^{-ik\cdot x} u(\vec{k}, s) b(\vec{k}, s) + e^{+ik\cdot x} v(\vec{k}, s) d^+(\vec{k}, s) \right] , \quad (135)$$

où les spineurs $u(\vec{k}, s)$ et $v(\vec{k}, s)$ dans l'espace des moments satisfont aux équations suivantes,

$$[\gamma^\mu k_\mu - m] u(\vec{k}, s) = 0 \quad , \quad [\gamma^\mu k_\mu + m] v(\vec{k}, s) = 0 \quad , \quad (136)$$

tandis que la somme sur le paramètre ($s = \pm$) correspond aux états propres de spin ou d'hélicité du champ de Dirac. Les facteurs $(e^{-ik \cdot x} u(\vec{k}, s))$ et $(e^{+ik \cdot x} v(\vec{k}, s))$ représentent les solutions en ondes planes dites d'énergie positive et négative, respectivement, tandis que les grandeurs $b(\vec{k}, s)$ et $d^+(\vec{k}, s)$ correspondent—au niveau quantique—aux opérateurs d'annihilation et de création des particules et antiparticules, respectivement, associées au champ de Dirac, en parfaite analogie avec le cas du champ scalaire complexe. Dans le cas présent cependant, ces opérateurs satisfont des relations d'*anticommutation* plutôt que des relations de commutation, à savoir,

$$\{ b(\vec{k}, s), b^+(\vec{k}', s') \} = \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \delta_{ss'} = \{ d(\vec{k}, s), d^+(\vec{k}', s') \} \quad . \quad (137)$$

En fait, il est nécessaire même au niveau classique d'utiliser des variables de Grassmann impaires et complexes—des fonctions complexes anticommutantes—pour les composantes du spineur de Dirac $\psi(x)$. En particulier, la quantification canonique met alors en correspondance les crochets de Poisson définis pour des variables de Grassmann impaires[8] et les *anticommutateurs* des opérateurs quantiques associés. C'est ainsi que le spineur de Dirac, décrivant des particules de spin ou d'hélicité $(\pm)1/2$, conduit à la statistique de Fermi-Dirac d'application pour des particules de spin demi-entier plutôt qu'à celle de Bose-Einstein valable pour des particules de spin entier, en parfait accord avec le théorème spin-statistique valable en théories des champs relativistes quantifiés.

Remarquons que tout comme dans le cas de champs scalaires réels ou complexes décrivant donc des particules identiques à leurs antiparticules ou non, respectivement, un spineur de *Majorana* possède un développement en modes propres de la même forme qu'en (135), avec la seule différence que l'opérateur $d^+(\vec{k}, s)$ est alors remplacé par $b^+(\vec{k}, s)$. En d'autres mots, les quanta associés à un spineur de Majorana correspondent à des particules qui s'identifient à leurs propres antiparticules, et qui par conséquent ne peuvent posséder une symétrie sous les transformations de phase, tout comme pour un champ scalaire réel.

Considérons à nouveau le lagrangien de Dirac en (132). Il est clair qu'une symétrie globale de ce système est celle des transformations de phase du spineur de Dirac $\psi(x)$,

$$\psi'(x) = e^{i\alpha} \psi(x) \quad , \quad \bar{\psi}'(x) = e^{-i\alpha} \bar{\psi}(x) \quad , \quad \psi^c(x) = e^{-i\alpha} \psi^c(x) \quad , \quad (138)$$

où α est un paramètre réel indépendant des coordonnées x^μ de l'espace-temps. En vertu du théorème de Noether, le courant conservé associé à cette symétrie de phase est le courant vectoriel engendrant cette symétrie $U(1)_V$,

$$J_V^\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) \quad , \quad (139)$$

dont la charge conservée correspondante est donc

$$Q_V = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} \bar{\psi}(x) \gamma^0 \psi(x) \quad . \quad (140)$$

Cependant, outre la transformation de phase, il est également possible de considérer la transformation chirale de la forme,

$$\psi'(x) = e^{i\alpha\gamma_5} \psi(x) \quad , \quad \bar{\psi}'(x) = \bar{\psi}(x) e^{i\alpha\gamma_5} \quad , \quad \psi^c(x) = \psi^c(x) e^{i\alpha\gamma_5} \quad , \quad (141)$$

qui transforme donc de manière différente les composantes de chiralités opposées du spineur de Dirac $\psi(x)$, avec dans chaque cas un angle de mélange lié au paramètre réel constant α . Pour une telle transformation, le lagrangien de Dirac devient,

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}'\gamma^\mu\partial_\mu\psi' - m\bar{\psi}'\psi' = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}e^{2i\alpha\gamma_5}\psi \quad (142)$$

Par conséquent, ce type de transformation ne peut être une symétrie du système que dans le cas d'une masse m nulle. Il doit effectivement en être ainsi, puisque d'une part un terme de masse de Dirac couple les composantes de chiralité opposées, tandis qu'une transformation chirale affecte ces deux types de composantes de manière différente.

Lorsque la masse m est nulle, les courant et charge conservés associés à la symétrie chirale de type axial $U(1)_A$ sont,

$$J_A^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5\psi(x) \quad , \quad Q_A = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} \bar{\psi}(x)\gamma^0\gamma_5\psi(x) \quad (143)$$

En effet, un calcul explicite de la divergence de ce courant axial $J_A^\mu(x)$, utilisant l'équation de Dirac, montre que ce courant n'est conservé que lorsque la masse m est nulle.

De la même manière, considérant le lagrangien d'un nombre n de spineurs de Dirac $\psi_i(x)$ de masses respectives m_i ($i = 1, 2, \dots, n$),

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n [i\bar{\psi}_i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_i - m_i\bar{\psi}_i\psi_i] \quad , \quad (144)$$

ce système peut posséder les symétries de saveur suivantes. Lorsque les masses m_i sont toutes différentes, seules les transformations de phase de chacun des spineurs individuellement sont des symétries, correspondant au groupe de symétries de saveur $[U(1)_V]^n$ associé aux nombres fermioniques individuels de ces n spineurs. Cependant, si toutes les masses m_i ($i = 1, 2, \dots, n$) sont identiques, alors ce groupe de symétrie devient $SU(n)_V \times U(1)_V$, où le premier facteur mélange les n saveurs de spineurs, tandis que le second facteur correspond à la transformation de phase commune à tous ces n spineurs, définissant ainsi le nombre fermionique *total*. Finalement, si toutes les masses sont non seulement égales mais nulles, le groupe de symétrie devient $SU(n)_L \times SU(n)_R \times U(1)_V \times U(1)_A$, associé aux transformations de saveur séparément pour les composantes de chiralité gauche et droite des n spineurs de masse nulle.

La théorie des interactions fortes, à savoir la chromodynamique quantique, possède précisément une telle symétrie chirale lorsque n saveurs de quarks ont une masse nulle. Cependant dans ce cas, en raison de la dynamique de cette théorie, et en particulier de l'existence des anomalies de saveur et des configurations en instantons des champs de jauge, la symétrie $U(1)_A$ valable au niveau classique est brisée au niveau quantique, et n'est pas une symétrie de la théorie. Cependant, il survit alors la symétrie chirale de saveur $SU(n)_L \times SU(n)_R \times U(1)_V$ qui se voit brisée dynamiquement dans le vide de la théorie—conduisant ainsi à $(n^2 - 1)$ bosons de Goldstone de masse nulle—laissant comme seule symétrie de saveur explicitement réalisée dans le spectre de la théorie celle associée au groupe $SU(n)_V \times U(1)_V$. Dans la réalité, ces symétries ne sont qu'approximatives en raison de la masse non nulle bien que faible des quarks de saveur u , d et s en comparaison à l'échelle typique des interactions fortes, la symétrie $U(1)_V$ étant alors associée au nombre

baryonique B et la symétrie $SU(3)_V$ à la symétrie de saveur $SU(3)_F$ incluant la symétrie d'isospin $SU(2)_F$.

Pour conclure, outre les opérateurs de type vectoriel ou axial rencontrés ici, indiquons que sur l'algèbre de Clifford-Dirac il est possible de construire seize types de générateurs et donc d'opérateurs différents, en terme d'un spineur de Dirac. Ces opérateurs possèdent des propriétés spécifiques sous les transformations de Lorentz et de parité, ces propriétés pouvant être caractérisées par la représentation du groupe de Lorentz correspondante, ainsi que le contenu en spin J et leur parité P désignés par J^P . Ainsi, les opérateurs possibles de la forme,

$$\bar{\psi} \mathcal{O} \psi \quad , \quad (145)$$

sont donnés par,

\mathcal{O}	$so(3,1)$	J^P
1	(0,0)	0^+
γ_5	(0,0)	0^-
γ_μ	(1/2, 1/2)	$0^+, 1^-$
$\gamma_\mu \gamma_5$	(1/2, 1/2)	$0^-, 1^+$
$\sigma_{\mu\nu}$	$(1,0) \oplus (0,1)$	$1^-, 1^+$

(146)

En particulier, la raison pour laquelle l'opérateur $\sigma_{\mu\nu} \gamma_5$ n'est pas repris dans cette table est la relation,

$$\sigma_{\mu\nu} \gamma_5 = \frac{1}{2} i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \sigma^{\rho\sigma} \quad . \quad (147)$$

3 Symétries et Interactions

Dans la section précédente, nous avons compris comment il est possible de construire des théories dynamiques invariantes de Lorentz, décrivant la propagation dans l'espace-temps de Minkowski de particules libres ou en interaction possédant à la fois un spin ou une hélicité bien définis et des symétries conduisant à des nombres quantiques conservés. Or, le rôle des symétries ne se limite pas à la compréhension de règles de sélections. L'une des grandes leçons des progrès de la physique du XX^{ème} siècle est le fait que les symétries peuvent également être à l'origine de la dynamique des interactions elles-mêmes, et qu'en fait *chacune* des interactions fondamentales connues dans la nature trouve son origine dans l'existence d'une symétrie à un niveau fondamental. Le but de cette section est de décrire comment un principe de symétrie peut avant-tout être un principe dynamique, conduisant à son tour à des interactions dont les propriétés sont totalement déterminées par la structure de la symétrie correspondante.

3.1 L'électrodynamique quantique

Considérons à nouveau le lagrangien de Dirac pour un spineur de Dirac $\psi(x)$,

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (148)$$

Nous avons vu comment ce système est invariant sous les transformations de phase indépendantes des points de l'espace-temps, des composantes du spineur de Dirac,

$$\psi'(x) = e^{i\alpha}\psi(x) \quad (149)$$

La symétrie correspondante est celle du groupe abélien $U(1)$, dont les courant et charge conservés sont,

$$J^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) \quad , \quad Q = \int_{(\infty)} d^3\vec{x} J^0(x^0, \vec{x}) \quad (150)$$

Or, d'un point de vue conceptuel, l'existence d'une telle symétrie pose le problème suivant. Est-il raisonnable d'imposer l'existence d'une symétrie qui requiert de transformer toutes les particules dans l'univers décrites par ce système—en l'occurrence les électrons par exemple—*de manière identique* en tous les points de l'espace-temps à la fois et au même instant? Une telle possibilité va à l'encontre des idées de causalité et de simultanéité, qui jouent un rôle si fondamental dans le contexte de la relativité restreinte. Il est difficilement concevable que si la phase d'un électron de cette feuille de papier est modifiée, il faille *d'une manière identique et instantanément* modifier la phase de tous les électrons de l'univers.

Ce dilemme conduit donc à poser la question suivante: est-il possible de rendre la symétrie de phase $U(1)$ *locale* dans l'espace-temps, c'est-à-dire effectuer des transformations de phase différentes en chaque point de l'espace-temps, mais d'une telle manière que le système reste encore invariant sous de telles transformations, tout en étant en accord avec les idées de causalité et l'absence de notion de simultanéité en relativité restreinte dans un espace-temps de Minkowski? Si cela est possible, il faut s'attendre à ce que ce type de réalisation d'une symétrie nécessite l'introduction d'une nouvelle particule couplant au spineur de Dirac initial. En effet, afin de préserver l'invariance du système sous ces transformations, il faut qu'"un certain temps" après avoir modifié la phase d'un électron particulier, les phases de tous les autres électrons de l'univers aient été modifiées d'une manière identique, tout en maintenant la causalité lors de ce changement de phase. En d'autres mots, si la phase d'un électron de cette feuille de papier est modifiée localement, il faut au même moment envoyer en quelque sorte à tous les électrons de l'univers une information les enjoignant de modifier leur phase en conséquence et d'une manière identique. Ainsi, rendre la symétrie locale implique une interaction entre les électrons de l'univers de par l'échange des quanta associés à un champ véhiculant cette information, à savoir un boson intermédiaire associé à la symétrie locale.

Dans le jargon, rendre une symétrie locale dans l'espace-temps correspond à *la jauge*. Ainsi, considérons de plus près la symétrie de phase $U(1)$ du spineur de Dirac lorsqu'elle est jaugee. Les transformations sont alors de la forme,

$$\psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x) \quad , \quad \bar{\psi}'(x) = e^{-i\alpha(x)}\bar{\psi}(x) \quad , \quad (151)$$

où $\alpha(x)$ est une fonction arbitraire de l'espace-temps. Il est alors immédiat d'obtenir la transformation correspondante du lagrangien de Dirac, à savoir,

$$\mathcal{L}'_{\text{Dirac}} = \mathcal{L}_{\text{Dirac}} - J^\mu \partial_\mu \alpha \quad , \quad (152)$$

où J^μ est précisément le courant conservé associé à la symétrie de phase globale $U(1)$. Dans le cas présent, ce courant par contre est invariant sous les transformations de jauge locales,

$$J'_\mu = J_\mu \quad . \quad (153)$$

Par conséquent, le lagrangien de Dirac *n'est pas invariant* sous la symétrie de phase $U(1)$ jaugée. Cependant, rien n'empêche d'ajouter au lagrangien initial un nouveau terme de la forme,

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -e A_\mu J^\mu = -e A_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad , \quad (154)$$

dans lequel apparaît un nouveau champ A_μ couplant au courant conservé J^μ . En raison de l'invariance relativiste du lagrangien et du fait que ce lagrangien doit être réel, nécessairement ce nouveau champ est un champ vectoriel réel, dont les quanta sont donc des particules de spin ou hélicité unité, neutres sous la symétrie globale de phase $U(1)$. Ces particules sont donc les bosons de jauge associés à la symétrie de jauge $U(1)$, véhiculant une interaction entre les quanta du spineur de Dirac. Cette interaction couple le boson de jauge à une paire des quanta du spineur de Dirac, l'intensité de cette interaction étant déterminée par le paramètre ou constante de couplage e .

De manière à ce que la somme $(\mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{int}})$ soit invariante de jauge, il est nécessaire que le champ vectoriel de jauge se transforme également sous les transformations locales de jauge de la manière suivante,

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha \quad . \quad (155)$$

En effet, dans ce cas, la variation du lagrangien de Dirac $\mathcal{L}_{\text{Dirac}}$ est exactement opposée à celle du lagrangien d'interaction \mathcal{L}_{int} . Remarquons que pour des transformations de phase globales pour lesquelles le paramètre de jauge α est constant, le champ de jauge A_μ est *invariant*, et décrit donc effectivement des quanta neutres sous cette symétrie $U(1)$.

Finalement, de manière à donner une dynamique propre de propagation dans l'espace-temps au champ de jauge A_μ , il faut encore introduire le lagrangien construit à partir du tenseur de jauge,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad . \quad (156)$$

Ce tenseur est effectivement invariant de jauge sous les transformations en (155).

En conclusion, ayant jaugé la symétrie de phase $U(1)$ du spineur de Dirac, nous sommes amenés à considérer un système dont la dynamique est décrite par le lagrangien,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QEE}} &= \mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{int}} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi - e A_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad . \end{aligned} \quad (157)$$

Ce système est invariant sous les transformations de phase *locales* dans l'espace-temps du spineur de Dirac, accompagnées des transformations en (155) du champ de jauge A_μ

véhicule d'interactions entre les quanta du spineur de Dirac et de ce champ vectoriel. En d'autres mots, jauger une symétrie conduit à des interactions dont la structure est totalement déterminée par la structure de la symétrie correspondante.

Remarquons que le boson de jauge A_μ couple directement au courant conservé J^μ associé à la symétrie de phase. Ce fait est valable en général, comme nous le verrons plus loin dans le cas de couplages de jauge soit à des champs scalaires, soit pour des symétries non abéliennes. Notons également qu'un terme de masse de la forme,

$$m^2 A_\mu A^\mu \quad , \quad (158)$$

est interdit de par l'invariance de jauge, car en effet un tel terme n'est pas invariant sous les transformations (155) du champ de jauge A_μ . En d'autres mots, la symétrie de jauge protège la masse nulle des bosons de jauge associés à cette symétrie. A nouveau, cette conclusion est valable en toute généralité.

Finalement, il est bien connu que dans le cas de la symétrie de phase $U(1)$ associée à la charge électrique des particules, le lagrangien construit ci-dessus sur base de cette symétrie jaugée est celui de l'électrodynamique quantique, c'est-à-dire la théorie des interactions entre électrons et photons. Dans ce cas, le champ vectoriel A_μ correspond aux potentiels scalaire et vecteur de l'électromagnétisme,

$$A^\mu = (\Phi, \vec{A}) \quad , \quad (159)$$

tandis que les composantes du tenseur de jauge $F^{\mu\nu}$ déterminent les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} ,

$$E^i = F^{0i} \quad , \quad B^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} F_{jk} \quad . \quad (160)$$

3.2 Dérivée covariante

Ayant compris qu'il soit possible de jauger une symétrie globale, il convient d'identifier la structure rendant une telle construction réalisable. Dans ce but, considérons à nouveau le lagrangien en (157) écrit cette fois sous la forme suivante,

$$\mathcal{L}_{\text{QDE}} = i \bar{\psi} \gamma^\mu [\partial_\mu + ie A_\mu] \psi - m \bar{\psi} \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad . \quad (161)$$

Comparé au lagrangien de Dirac initial $\mathcal{L}_{\text{Dirac}}$ en (148), outre le terme quadratique associé au champ de jauge A_μ , nous constatons que la seule différence est la substitution de la dérivé partielle ordinaire ∂_μ par un nouveau type de dérivée, à savoir,

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ie A_\mu \quad . \quad (162)$$

Afin de comprendre le rôle spécifique joué par ce type de dérivée, considérons ses propriétés sous les transformations locales,

$$\psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x) \quad , \quad \bar{\psi}'(x) = e^{-i\alpha(x)} \bar{\psi}(x) \quad , \quad A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x) \quad . \quad (163)$$

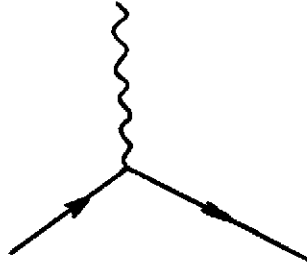


Figure 1: Le vertex d'interaction d'un boson de jauge et d'un spineur de Dirac.

Nous avons alors,

$$\begin{aligned}
 D'_\mu \psi' &= [\partial_\mu + ieA'_\mu] \psi' = e^{i\alpha} [\partial_\mu + i\partial_\mu \alpha + ieA_\mu - i\partial_\mu \alpha] \psi \\
 &= e^{i\alpha} [\partial_\mu + ieA_\mu] \psi \\
 &= e^{i\alpha} D_\mu \psi .
 \end{aligned} \tag{164}$$

Par conséquent, la dérivée D_μ appliquée sur le spineur $\psi(x)$ possède la propriété remarquable de se transformer *exactement de la même manière que le spineur de Dirac* sous les transformations du groupe de symétrie. Tout comme le spineur de Dirac, cette dérivée est *covariante* sous la symétrie de jauge $U(1)$.

C'est précisément dans cette structure de *dérivée covariante* associée à une symétrie que se trouve le secret de la possibilité de la construction de théories de jauge, c'est-à-dire de théories dont des symétries continues globales peuvent être rendues locales dans l'espace-temps avec en outre l'introduction des champs de jauge et des interactions associées. Ainsi dans le cas du lagrangien de Dirac, il suffit de remplacer la dérivée ordinaire ∂_μ par la dérivée covariante D_μ , et d'ajouter au lagrangien ainsi obtenu un terme cinétique induisant la propagation des bosons de jauge, à savoir essentiellement le carré du tenseur de jauge $F_{\mu\nu}$ correspondant. Dans le cas particulier du spineur de Dirac et de son invariance $U(1)$ sous les transformations de sa phase complexe, nous avons vu que la seule interaction ainsi introduite est celle du couplage des bosons de jauge au spineur de Dirac, au travers du terme,

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -e A_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi . \tag{165}$$

Ce terme de couplage conduit au vertex d'interaction dont la représentation en terme de diagrammes de Feynman²⁰ est donnée dans la Fig.1. Remarquons cependant que dans le cas de la symétrie $U(1)$, le boson de jauge A_μ ne couple pas à lui-même. Cette propriété est l'une des diverses conséquences de ce que ce groupe de symétrie soit abélien. En effet, nous avons vu que le courant conservé associé est invariant de jauge, tandis que la charge conservée correspondante Q commute évidemment avec elle-même (comme il se doit pour une symétrie abélienne). Cependant, nous verrons plus loin que ces propriétés ne sont plus d'application dans le cas d'une symétrie de jauge non abélienne.

De la même manière, il est maintenant immédiat de construire le lagrangien de l'électrodynamique scalaire, c'est-à-dire le lagrangien des interaction électromagnétiques

²⁰La justification et les règles associées des diagrammes de Feynman n'est pas discutée ici, mais est présentée par exemple dans les Réfs.[2, 4, 5].

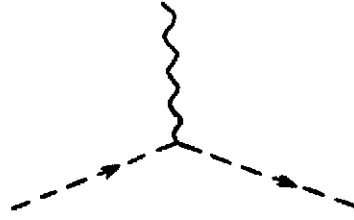


Figure 2: Vertex d'interaction d'un boson de jauge et d'une particule scalaire.

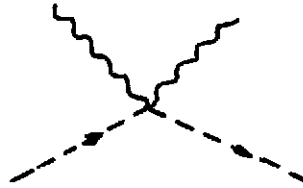


Figure 3: Vertex d'interaction de deux bosons de jauge et d'une particule scalaire.

de particules scalaires chargées. Pour cela considérons le lagrangien d'un champ scalaire complexe $\phi(x)$ en interaction avec lui-même au travers d'un potentiel $V(|\phi|)$,

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 - m^2 |\phi|^2 - V(|\phi|) . \quad (166)$$

Puisque potentiel $V(|\phi|)$ ne dépend que de la norme de ce champ scalaire complexe $\phi(x)$, il est clair que le système décrit par ce lagrangien est invariant sous la symétrie globale $U(1)$ associé à la phase du champ scalaire complexe.

Par conséquent, pour jauger cette symétrie il suffit à nouveau de remplacer la dérivée ordinaire ∂_μ par la dérivée covariante D_μ appliquée cette fois au champ scalaire complexe, et d'ajouter le terme cinétique pour le champ de jauge. Ainsi, le lagrangien de l'électrodynamique scalaire est simplement,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QED}_0} &= |D_\mu \phi|^2 - m^2 |\phi|^2 - V(|\phi|) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= |(\partial_\mu + ieA_\mu)\phi|^2 - m^2 |\phi|^2 - V(|\phi|) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} . \end{aligned} \quad (167)$$

Remarquons que tout comme pour le spineur de Dirac, il apparaît ainsi des termes d'interaction entre le boson de jauge et le champ scalaire. D'une part, nous avons ainsi le terme d'interaction du champ vectoriel A_μ au courant conservé J_μ associé à la symétrie globale $U(1)$ dans ce cas, en l'occurrence,

$$-eA_\mu \{ i [\phi^\dagger \partial^\mu \phi - \partial^\mu \phi^\dagger \phi] \} = -eA_\mu J^\mu , \quad (168)$$

et représenté dans la Fig.2.

Cependant dans le cas présent, il existe un terme d'interaction additionnel, à savoir,

$$e^2 A_\mu A^\mu |\phi|^2 , \quad (169)$$

représenté dans la Fig.3. Ce terme de type particulier, puisqu'il couple maintenant une particule scalaire à deux photons, est donc une *prédiction* du principe d'invariance de

jauge dans le cas de l'électrodynamique quantique scalaire. En particulier, le couplage correspondant e^2 est directement lié au couplage e du vertex d'interaction d'un photon à une particule scalaire, c'est-à-dire le carré de la charge électrique de ces particules scalaires. Par conséquent, une telle prédiction se prête immédiatement aux tests expérimentaux, et constitue certainement une prédiction fondamentale d'une théorie de jauge.

Ainsi, la structure d'une théorie de jauge est telle qu'elle conduit à des relations spécifiques entre les couplages des différents vertex d'interaction possibles entre les particules et les bosons de jauge. Plus loin, nous verrons d'autres exemples fondamentaux de ce phénomène caractéristique de théories de jauge, pour lesquels de nombreux tests expérimentaux peuvent être envisagés.

3.3 Invariance de jauge non abélienne

Considérons maintenant le cas général d'un système de champs scalaires et spinoriels, dénotés $\phi(x)$ pour les besoins de la présente discussion, et dont le lagrangien $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ possède une symétrie globale continue associée à un groupe de Lie compact G de dimension n . Les transformations linéaires de ce groupe de symétrie agissant sur les champs $\phi(x)$ sont donc,

$$\phi'(x) = U(\theta) \phi(x) \quad , \quad (170)$$

où la matrice $U(\theta)$ est de la forme,

$$U(\theta) = e^{i\theta^a T^a} \quad , \quad (171)$$

les T^a ($a = 1, 2, \dots, n$) étant les générateurs du groupe G dans la représentation de ce groupe sous laquelle se transforment les champs $\phi(x)$. De par la structure du groupe compact G , ces générateurs, et donc également leurs représentations, satisfont l'algèbre de Lie,

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad , \quad (172)$$

où les facteurs constants f^{abc} ($a, b, c = 1, 2, \dots, n$) sont les *constantes de structure* du groupe de Lie G , tandis que l'espace de représentation de ce groupe est muni d'un produit interne défini positif tel que ces générateurs soient hermitiens et auto-adjoints,

$$(T^a)^\dagger = T^a \quad . \quad (173)$$

En particulier, les transformations $U(\theta)$ sont alors unitaires et de dimension finie.

Par exemple, lorsque le groupe de symétrie est le groupe $SU(2)$, ces générateurs sont au nombre de trois, et obéissent l'algèbre bien connue,

$$[T^a, T^b] = i \epsilon^{abc} T^c \quad , \quad a, b, c = 1, 2, 3 \quad , \quad (174)$$

où ϵ^{abc} ($a, b, c = 1, 2, 3$) est le tenseur invariant sous $SU(2)$ totalement antisymétrique tel que ($\epsilon^{123} = +1$). Dans le cas de champs ϕ se transformant dans la représentation spinorielle de dimension 2 de $SU(2)$, nous avons alors,

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \xi \end{pmatrix} \quad , \quad T^a = \frac{1}{2} \tau^a \quad , \quad a = 1, 2, 3 \quad , \quad (175)$$

où τ^a sont les matrices de Pauli habituelles. De même, si les champs $\phi(x)$ se transforment dans la représentation vectorielle de dimension 3 de $SU(2)$, les générateurs T^a sont représentés par les matrices 3×3 d'éléments de matrice,

$$(T^a)^{bc} = -i \epsilon^{abc} \quad , \quad a, b, c = 1, 2, 3 \quad . \quad (176)$$

D'une manière analogue, dans le cas du groupe de symétrie $SU(3)$ de dimension 8, les générateurs dans la représentation fondamentale de dimension 3 sont représentés par les matrices,

$$T^a = \frac{1}{2} \lambda^a \quad , \quad a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \quad , \quad (177)$$

où les λ^a sont les matrices de Gell-Mann généralisant les matrices de Pauli.

Un tel système ayant été spécifié, considérons maintenant comment il est possible de jauger la symétrie G , sous laquelle les champs $\phi(x)$ se transforment de la manière suivante,

$$\phi'(x) = U(\theta(x)) \phi(x) \quad , \quad (178)$$

où les paramètres $\theta^a(x)$ des transformations de symétrie sont maintenant des fonctions de l'espace-temps. Comme nous l'avons compris, il suffit pour cela de construire une dérivée covariante sous les transformations de jauge locales, c'est-à-dire un objet D_μ généralisant la dérivée ordinaire ∂_μ et possédant la propriété suivante sous les transformations locales de jauge,

$$(D'_\mu \phi') = U(\theta) (D_\mu \phi) \quad . \quad (179)$$

Considérant cette dérivée covariante de la forme

$$D_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu \quad , \quad (180)$$

où g est un couplage de jauge et A_μ un champ vectoriel prenant ses valeurs également dans l'algèbre du groupe de symétrie G , à savoir,

$$A_\mu = A_\mu^a T^a \quad , \quad (181)$$

un simple calcul utilisant la relation (179) implique alors les transformations suivantes des champs de jauge réels A_μ^a ($a = 1, 2, \dots, n$),

$$A'^a_\mu T^a = U(\theta) (A^a_\mu T^a) U^{-1}(\theta) + \frac{i}{g} \partial_\mu U(\theta) U^{-1}(\theta) \quad . \quad (182)$$

En particulier, linéarisant cette relation au premier ordre dans les paramètres de transformation $\theta^a(x)$, il suit les formules de transformations infinitésimales suivantes de ces champs de jauge,

$$A'^a_\mu = A^a_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a - f^{abc} \theta^b A^c_\mu \quad . \quad (183)$$

Remarquons que contrairement au cas d'une symétrie abélienne pour laquelle les constantes de structure f^{abc} sont identiquement nulles, les bosons de jauge d'une symétrie non abélienne sont en général *non invariants* sous les transformations du groupe de symétrie,

même lorsque les transformations de ce groupe sont globales. Le fait que ces transformations des bosons de jauge impliquent les constantes de structure signifie que la représentation du groupe de symétrie sous laquelle ces bosons se transforment est la représentation *adjointe* de G , puisqu'en effet les générateurs du groupe dans cette représentation sont déterminés par les éléments de matrice,

$$(T^a)^{bc} = -i f^{abc} . \quad (184)$$

Plus loin, nous verrons qu'une conséquence de cette propriété est l'existence de couplages des bosons de jauge avec eux-mêmes. En d'autres mots, les bosons de jauge d'une symétrie non abélienne portent une charge *non nulle* de la symétrie correspondante. Qu'il doive en être ainsi est également évident du point de vue de l'algèbre du groupe de jauge, puisque les générateurs T^a ne commutent pas tous entre eux, c'est-à-dire qu'ils portent eux aussi les charges associées à la symétrie du système. En particulier, ce constat implique également que les courants conservés $J_\mu^a(x)$ associé à la symétrie globale *ne sont pas invariants* sous les transformations du groupe de symétrie, que celles-ci soient globales ou locales. En effet, les charges conservées Q^a construite en terme des champs $\phi(x)$ et de ces courants conservés engendrent précisément l'algèbre du groupe de symétrie G , et s'identifient précisément aux générateurs T^a agissant sur les champs de la théorie.

Ainsi pour tout groupe de Lie compact abélien ou non, il est possible de construire une dérivée covariante des champs $\phi(x)$, en introduisant une collection de champs vectoriels réels A_μ^a dont le nombre est égal à la dimension n du groupe de symétrie G . Cependant, afin de construire une théorie dans laquelle ces champs de jauge possèdent leur propre dynamique, il nous faut encore déterminer un tenseur de jauge. Or, cela peut aisément se faire en utilisant les propriétés de covariance de la dérivée covariante D_μ . En effet, puisque l'on souhaite construire un objet antisymétrique à deux indices spatio-temporels, il nous suffit de considérer le commutateur de l'action de la dérivée covariante dans les directions associées aux indices μ et ν des coordonnées de l'espace-temps²¹. Un calcul immédiat conduit alors au résultat suivant,

$$[D_\mu, D_\nu] = ig F_{\mu\nu} , \quad (185)$$

où le tenseur de jauge $F_{\mu\nu}$ est défini par,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig [A_\mu, A_\nu] = F_{\mu\nu}^a T^a , \quad (186)$$

ainsi que,

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c . \quad (187)$$

²¹Cette construction est totalement analogue de celle du tenseur de Riemann en relativité générale. En effet, aussi bien pour les théories de jauge qu'en relativité générale—en fait, cette dernière théorie est également une théorie de jauge!—, la dérivée covariante faisant intervenir soit les champs de jauge, soit la connection affine de Christoffel—ou la connection de spin—, définit le transport parallèle dans l'espace-temps accompagné par une "rotation" dans un espace "interne". Dans le cas de théories de jauge, cet espace interne est celui de la représentation du groupe de symétrie sous laquelle se transforment les champs de matière $\phi(x)$. Dans le cas de la relativité générale, cet espace "interne" est l'espace tangent en chaque point de l'espace-temps sur lequel agissent alors localement les transformations de Lorentz. Dans un cas comme dans l'autre, le commutateur de dérivées covariantes conduit à un objet associé aux contours fermés dans l'espace-temps et à la "rotation" de champs physiques lors de transports parallèles le long de ces contours. Cet objet est nécessairement covariant sous les transformations correspondantes.



Figure 4: Vertex à trois et à quatre bosons de jauge pour une théorie de jauge non abélienne.

De par la construction de ce tenseur de jauge $F_{\mu\nu}$, il est clair que nous avons la propriété de covariance suivante,

$$F'_{\mu\nu}(x) = U(\theta(x)) F_{\mu\nu}(x) U^{-1}(\theta(x)) \quad , \quad (188)$$

dont la signification géométrique dans l'espace du groupe de symétrie est que le tenseur de jauge $F_{\mu\nu}$ se transforme dans la représentation adjointe aussi bien pour des transformations locales que globales, une conclusion en accord avec la remarque précédente que les bosons de jauge A_μ^a se transforment dans cette représentation pour la symétrie globale G .

Une fois ce tenseur de jauge construit, nous sommes en mesure d'écrire immédiatement le lagrangien du système dont la symétrie G est "jaugée", à savoir,

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = \mathcal{L}(\phi, (\partial_\mu + igA_\mu^a T^a)\phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad . \quad (189)$$

Par conséquent, les interactions auxquelles le principe d'invariance de jauge conduit sont les suivantes. Dans le cas de champs scalaires, nous retrouvons les termes

$$|\partial_\mu \phi|^2 \rightarrow |(\partial_\mu + igA_\mu^a T^a)\phi|^2 \quad , \quad (190)$$

correspondants à nouveau aux vertex d'interactions donnés dans les Figs.2 et 3, et dont les couplages sont donc déterminés par la constante de jauge g .

De même dans le cas de champs spinoriels $\psi(x)$, nous obtenons,

$$\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi \rightarrow \bar{\psi}\gamma^\mu (\partial_\mu + igA_\mu^a T^a)\psi \quad , \quad (191)$$

reproduisant encore le vertex d'interaction de spineurs de Dirac avec les bosons de jauge de la Fig.1.

Finalement, dans le cas non abélien, le terme impliquant les tenseurs de jauge $F_{\mu\nu}^a$ détermine de nouvelles interactions,

$$-\frac{1}{4} \left[\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \right]^2 \quad . \quad (192)$$

En effet, nous obtenons alors des couplages à trois et à quatre bosons de jauge, dont les propriétés sont spécifiées par les constantes de structure f^{abc} et dont les couplages sont g et g^2 , respectivement (voir la Fig.4). Ainsi, le caractère non abélien de la symétrie conduit à des interactions des bosons de jauge entre eux, puisqu'ils portent tout comme les champs de matière $\phi(x)$ de la théorie les charges conservées associées à la symétrie jaugée.

Cette propriété unique aux théories de jauge non abéliennes implique donc que la dynamique des bosons de jauge de ces théories est *totalemment* différente de la dynamique de bosons de jauge de symétries abéliennes tels les photons.

En particulier, dans le cas des interactions fortes dont la dynamique est celle d'une théorie de jauge de groupe de symétrie $SU(3)$ avec des champs de matières qui sont les quarks de spin $1/2$ et se transformant dans la représentation fondamentale de dimension 3 de $SU(3)$, le couplage des bosons de jauge—les huit gluons—à eux-mêmes entraîne les propriétés uniques de la liberté asymptotique et du confinement, correspondant à un régime perturbatif à petite distance et un régime non perturbatif à grande distance—l'échelle hadronique—, respectivement.

Outre ce fait qui distingue fondamentalement les théories de jauge abéliennes et non abéliennes, remarquons que toutes les interactions de jauge dans ces théories sont déterminées en terme d'un seul couplage de jauge g pour chaque groupe de Lie compact simple G . C'est la structure algébrique de la symétrie de jauge qui, au travers des constantes de structure f^{abc} , détermine totalement les propriétés des interactions de jauge. Evidemment, un tel constat propre aux théories de jauge s'offre immédiatement à la vérification expérimentale.

En outre, tout comme dans le cas abélien, la symétrie de jauge protège la masse des bosons de jauge. En effet, un terme de la forme,

$$M_{ab}^2 A_\mu^a A^{b\mu} \quad , \quad (193)$$

n'est pas invariant de jauge pour les transformations de symétrie locales.

3.4 Brisure spontanée d'une symétrie globale

Jusqu'ici, nous avons compris comment il est possible de construire des théories de champs possédant des symétries soit globales, soit locales. Cependant, les exemples de symétries internes qui soient explicitement réalisées dans la nature sont rares, et souvent elles ne sont qu'approximatives, telles les symétries d'isospin ou de saveur. La plupart des symétries identifiées au niveau de la structure élémentaire de la matière ne sont pas manifestes dans les conséquences dynamiques des théories décrivant cette structure.

Lorsqu'une symétrie exacte ou approximative est manifestement réalisée dans le spectre de la théorie, cette symétrie est dite être réalisée *dans le mode de Wigner*. Dans ce cas, cela signifie que le vide—l'état d'énergie minimale—de la théorie est *invariant* sous la symétrie, et par conséquent, l'ensemble des états propres de l'hamiltonien de la théorie—le spectre physique de la théorie—s'organise en *représentations* ou *multiplets* de cette symétrie. En effet, si T^a ($a = 1, 2, \dots, n$) désignent les générateurs d'un groupe de symétries continues globales G de dimensions n et engendrant des transformations finies de la forme ($U(\theta) = e^{i\theta^a T^a}$), dire que le vide $|0\rangle$ de la théorie est invariant sous le groupe de symétrie équivaut aux relations,

$$U(\theta) |0\rangle = |0\rangle \quad , \quad T^a |0\rangle = 0 \quad , \quad a = 1, 2, \dots, n \quad . \quad (194)$$

D'autre part, dire que les générateurs engendrent une symétrie de la théorie implique que ces générateurs commutent avec l'hamiltonien H de la théorie,

$$[T^a, H] = 0 \quad . \quad (195)$$

Par conséquent, si $|E\rangle$ désigne un état physique du système diagonalisant l'hamiltonien,

$$H|E\rangle = E|E\rangle, \quad (196)$$

tous les états obtenus par l'action des transformations du groupe G sur cet état $|E\rangle$ sont dégénérés en énergie avec $|E\rangle$,

$$HU(\theta)|E\rangle = EU(\theta)|E\rangle, \quad HT^a|E\rangle = ET^a|E\rangle. \quad (197)$$

Or par construction, l'ensemble des états ainsi construits se transforment précisément suivant une représentation linéaire du groupe de symétries continues G . Ainsi, si une symétrie est manifestement réalisée dans le spectre physique d'une théorie, nécessairement ce spectre est organisé en représentations de cette symétrie, tandis que le vide de la théorie est invariant sous cette symétrie. Ces propriétés caractérisent le mode de Wigner de réalisation d'une symétrie globale.

Cependant, il est possible qu'une symétrie, qu'elle soit exacte ou approximative, puisse ne pas être manifeste dans le spectre de la théorie. Par conséquent, il nous faut maintenant comprendre de quelle manière il est possible en quelque sorte de "cacher" l'existence de cette symétrie à un observateur. Ainsi dans cette section, nous considérons le cas des symétries globales brisées spontanément, et dont les conséquences ne sont donc plus manifestes. Par exemple, on peut imaginer le cas d'une barre tenue verticalement et soumise à une pression verticale suivant sa longueur. Tant que la barre n'a pas plié, le système possède une symétrie sous les rotations dont l'axe est celui de la barre. Cependant, lorsque la barre est pliée, cette symétrie est brisée spontanément par la configuration prise par la barre, c'est-à-dire la direction transverse à son axe dans laquelle est s'est pliée. Néanmoins, le système possède encore toujours la symétrie de rotations autour de l'axe vertical, bien que cette symétrie ne soit plus manifeste dans la configuration actuelle du système. En effet, la direction dans laquelle la barre s'est pliée est arbitraire, et toutes ces configurations sont obtenues les unes des autres précisément par une rotation autour de l'axe vertical. En d'autres mots, chacune de ces configurations, bien que brisant spontanément la symétrie du système, est une solution aux équations du mouvement du système, et l'ensemble de ces solutions est *invariant* sous les rotations autour de l'axe vertical.

Lorsqu'une symétrie est brisée spontanément dans le spectre de la théorie, elle est dite être réalisée *dans le mode de Goldstone*. Associé à ce mode, nous avons alors *le théorème de Goldstone* qui affirme que dans une telle situation,

- . le vide n'est pas invariant sous les transformations de symétrie,
- . il apparaît dans le spectre de la théorie des états physiques de masse nulle²² dont les nombres et les propriétés sont exactement ceux des générateurs de la symétrie ne laissant pas le vide invariant.

Bien que nous ne souhaitons démontrer ici ce théorème, il est possible de rendre ses conclusions plausibles. Lorsque le vide n'est pas invariant sous la symétrie, en fait le vide

²²Dans le cas d'une symétrie exacte; lorsque la symétrie n'est qu'approximative, ces états acquièrent des masses liées aux paramètres brisant explicitement la symétrie.

est dégénéré en une infinité de vides obtenus par transformations de symétrie,

$$H|0\rangle = E_0|0\rangle, \quad H|\theta^a\rangle = E_0|\theta^a\rangle, \quad (198)$$

où les états $|\theta^a\rangle$ sont définis par,

$$|\theta^a\rangle = e^{i\theta^a T^a} |0\rangle. \quad (199)$$

En particulier, cette dernière relation implique également que les états suivants,

$$T^a |0\rangle, \quad (200)$$

sont *non nuls*, contrairement au cas lorsque le vide est invariant sous la symétrie.

Ainsi, les générateurs T^a de la symétrie permettent de relier tous ces états dégénérés les uns aux autres, puisque l'action répétée de ces générateurs sur les états $T^a|0\rangle$ permet d'atteindre tous les états $|\theta^a\rangle$. Les transformations infinitésimales de l'état $|0\rangle$ conduisent donc à des états propres de l'hamiltonien dégénérés aussi bien en énergie qu'en quantité de mouvement avec "le" vide $|0\rangle$ de la théorie. Ces états $T^a|0\rangle$ correspondent donc à des états physiques de masse nulle. Les états $T^a|0\rangle$ sont précisément les *bosons de Goldstone* associés à la brisure spontanée de la symétrie dans "le" vide de la théorie. Les vides de la théories sont dégénérés mais sont tous liés les uns aux autres par la symétrie du système, et diffèrent de par leur contenu en excitations associées aux bosons de Goldstone dans la limite de quantité de mouvement et énergie nulles. Les excitations élémentaires distinguant ces vides sont les bosons de Goldstone $T^a|0\rangle$, dont les propriétés sont effectivement déterminées par celles des générateurs T^a spontanément brisés dans la théorie, c'est-à-dire ne laissant pas le vide $|0\rangle$ invariant. Le nombre de bosons de Goldstone est donc égal au nombre de générateurs T^a brisés spontanément, tandis que leurs propriétés sont celles de ces générateurs. En particulier, les bosons de Goldstone se transforment donc dans la représentation adjointe du sous-groupe du groupe de symétrie G engendré par les générateurs T^a brisés spontanément. De plus, les propriétés spatio-temporelles des bosons de Goldstone, en l'occurrence leur spin et leur parité, sont celles de ces générateurs. Ainsi par exemple, dans le cas de symétries continues considérées jusqu'ici, les bosons de Goldstone sont des particules d'hélicité nulle, soit scalaires ou pseudoscalaires suivant que le courant conservé correspondant brisé spontanément est vectoriel ou axial. Dans le cas de la supersymétrie dont les générateurs sont des spineurs de Weyl, les bosons de Goldstone associés à la brisure spontanée de la supersymétrie sont alors des particules de masse nulle et d'hélicité $(\pm 1/2)$.

Les mécanismes dynamiques à l'origine de la brisure spontanée d'une symétrie globales peuvent être fort différents. Ainsi par exemple dans le cas de la symétrie chirale $SU(n)_L \times SU(n)_R \times U(1)_V$ de la chromodynamique quantique avec n saveurs de quarks de masses nulles, diverses raisons théoriques et phénoménologiques impliquent que cette symétrie globale (approximative) des interactions fortes est brisée spontanément par le vide de la théorie, laissant comme groupe de symétrie manifeste le groupe de saveur (approximatif) $SU(n)_V \times U(1)_V$. Les générateurs brisés spontanément sont donc les charges des courants axiaux

$$J_5^{a\mu} = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 T^a \psi, \quad a = 1, 2, \dots, n^2 - 1, \quad (201)$$

où les T^a sont les générateurs du groupe $SU(n)$ dans sa représentation fondamentale de dimension n , et ψ désigne la colonne des n spineurs de Dirac triplets de couleur de masses

nulles. Par conséquent, puisque ces symétries axiales sont brisées spontanément, il doit apparaître dans le spectre physique de la théorie ($n^2 - 1$) bosons de Goldstone, particules de masse et d'hélicité nulles et pseudoscalaires, dont toutes les propriétés physiques sont totalement déterminées par les symétries chirales de la théorie, et en particulier celles brisées spontanément. Dans le cas de la théorie des interactions fortes et pour trois saveurs de quarks de masses petites en comparaison de l'échelle des interactions fortes, ces huit bosons de Goldstone correspondent aux bosons pseudoscalaires ($J^{PC} = 0^{-+}$) légers, en l'occurrence les pions π^\pm, π^0 , les kaons K^\pm, K^0, \bar{K}^0 et le η , dont les masses sont non nulles puisque les symétries chirales dans ce cas ne sont qu'approximatives, mais restent néanmoins inférieures aux masses des autres états hadroniques de la théorie. Les propriétés physiques de ces particules peuvent également être déterminées sur base uniquement des symétries chirales approximatives, une approche constituant la base de la *théorie des perturbations chirales*²³.

Dans le cas de l'exemple ci-dessus d'une symétrie globale brisée spontanément, le mécanisme de brisure est non perturbatif, étant dû en fait à une condensation des paires quark-antiquark de masses nulles dans le vide de la théorie conduisant à une valeur moyenne non nulle de l'opérateur correspondant,

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0 \quad , \quad (202)$$

pour les n spineurs de Dirac de masses nulles. Il est également possible de construire des exemples de systèmes pour lesquels la brisure de la symétrie globale est perturbative et peut alors s'identifier déjà au niveau du lagrangien de la théorie. Ainsi, considérons le cas d'une théorie d'un champ scalaire complexe $\phi(x)$ possédant la symétrie globale de phase $U(1)$, et décrit par le lagrangien,

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 - \mu^2 |\phi|^2 - \lambda |\phi|^4 \quad , \quad (203)$$

où les paramètres réels μ^2 et λ sont tels que,

$$\mu^2 < 0 \quad , \quad \lambda > 0 \quad . \quad (204)$$

Par conséquent, le potentiel du champ complexe ϕ est donné par,

$$V(|\phi|) = \mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 \quad , \quad (205)$$

dans lequel le terme de masse habituel, quadratique dans le champ scalaire, possède un signe *négatif*. Ce potentiel est représenté dans la Fig.5. Ainsi dans un tel cas, le minimum absolu du potentiel ne se trouve plus en l'origine ($\phi = 0$) dans l'espace de configuration du champ complexe, mais bien pour des valeurs non nulles de ce champ. La valeur ($\phi = 0$) ne correspond alors qu'à un maximum local du potentiel du champ complexe ϕ .

En conséquence, si l'on considérait la quantification canonique de la théorie en terme du champ $\phi(x)$, on serait rapidement conduit à l'identification de quanta de masse carrée *négative*, c'est-à-dire des modes *tachyoniques* conduisant à des violations de la causalité et de l'unitarité de la théorie. En fait, ces modes tachyoniques sont une conséquence de l'instabilité de la théorie développée autour du vide ($\phi(x) = 0$), conduisant à une

²³Voir par exemple la Réf.[4].

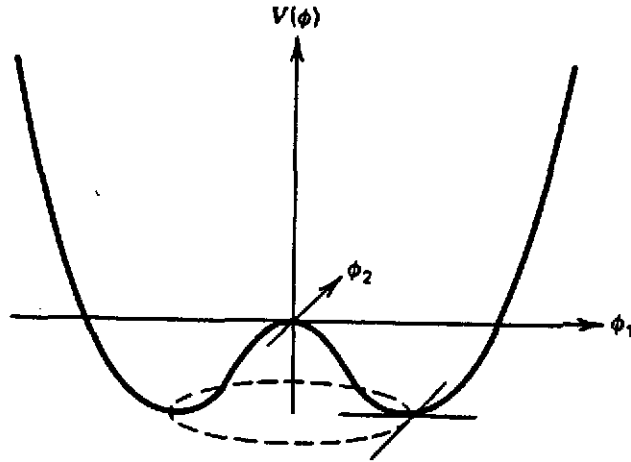


Figure 5: Potentiel du champ scalaire complexe dont la symétrie de phase $U(1)$ est brisée spontanément.

condensation de ces modes dans ce vide qui n'est pas le minimum absolu en énergie de la théorie. Une fois le processus de condensation complété, le système se trouve dans un nouvel état d'énergie inférieure à celle du vide instable ($\phi = 0$) et stable sous les perturbations. Cependant, dans ce nouvel état la valeur moyenne du champ scalaire ne peut être nulle, et la symétrie globale de phase $U(1)$ est nécessairement brisée spontanément.

Pour illustrer ce mécanisme explicitement, considérons cette symétrie de phase,

$$\phi'(x) = e^{i\alpha} \phi(x) \quad , \quad (206)$$

où α est le paramètre de transformation de symétrie globale, ainsi que la théorie développée autour du minimum du potentiel, c'est-à-dire autour d'une configuration du champ complexe $\phi(x)$ dont la norme est déterminée par,

$$|\phi(x)| = \frac{1}{\sqrt{2}} v \quad , \quad v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad . \quad (207)$$

De manière à représenter les fluctuations soit classiques, soit quantiques, du champ scalaire $\phi(x)$ autour de cette configuration particulière minimisant l'énergie du système, considérons maintenant la paramétrisation du champ en terme de sa phase et de sa norme, cette dernière étant translatée autour de la valeur non nulle ci-dessus,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\xi(x)/v} (\rho(x) + v) \quad . \quad (208)$$

En terme de cette représentation, le lagrangien de la théorie prend maintenant la forme,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho}{v}\right)^2 \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi - \frac{1}{2} \mu^2 (\rho + v)^2 - \frac{1}{4} \lambda (\rho + v)^4 \quad . \quad (209)$$

Par conséquent, sur base de ces différents termes, le mode $\xi(x)$ ne possède pas de terme quadratique, et correspond donc au boson de Goldstone de masse nulle associé à la brisure spontanée de la symétrie de phase $U(1)$. Par contre, le mode $\rho(x)$ est massif, et de masse carrée positive donnée par,

$$m^2 = -2\mu^2 > 0 \quad . \quad (210)$$

Remarquons que le mode de Goldstone $\xi(x)$ est associé aux fluctuations du champ complexe "le long du minimum du potentiel", en l'occurrence les fluctuations de la *phase* du champ complexe. Ce mode relie donc les divers états dégénérés d'énergie minimale absolue, pour lesquels la norme du champ $\phi(x)$ prend la valeur $(v/\sqrt{2})$. Par contre, le mode massif $\rho(x)$ est associé aux fluctuations dans la *norme* du champ complexe autour de la valeur minimale $(v/\sqrt{2})$, ces fluctuations étant caractérisées par un potentiel qui au premier ordre est quadratique dans le mode $\rho(x)$ et avec un coefficient donné par $(m^2/2)$. Ces deux types de modes sont en interaction, au travers du terme,

$$\frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\rho}{v} \right)^2 - 1 \right] \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi \quad . \quad (211)$$

Bien que la symétrie de phase $U(1)$ soit brisée spontanément de par la configuration d'énergie minimale de la théorie pour laquelle le champ complexe possède une valeur moyenne non nulle, cette symétrie est néanmoins encore opérationnelle mais se trouve maintenant réalisée de manière *non linéaire*. En effet, la transformation de phase en (206) conduit aux variations suivantes des modes de Goldstone et massif de la théorie,

$$\rho'(x) = \rho(x) \quad , \quad \xi'(x) = \xi(x) + v \alpha \quad . \quad (212)$$

Notons en particulier que la propriété de transformation bien spécifique du mode de Goldstone nécessite une masse nulle pour ce mode, et que l'invariance $U(1)$ de la théorie requiert que le boson de Goldstone ne puisse apparaître dans le lagrangien de la théorie qu'au travers de ses dérivées $\partial_\mu \xi$. Par conséquent, les couplages d'un boson de Goldstone de ce type sont nécessairement *dérivatifs*. Finalement, la transformation du mode de Goldstone indique également que l'action du groupe de symétrie $U(1)$ transforme effectivement les uns dans les autres les divers états dégénérés d'énergie minimale pour lesquels la symétrie globale est brisée spontanément. En vertu de la discussion générale ci-dessus, cette conclusion est valable pour toute réalisation d'une symétrie globale dans le mode de Goldstone.

3.5 Brisure spontanée d'une symétrie locale

Le théorème de Goldstone détermine les conséquences physiques de la brisure spontanée d'une symétrie *globale*. Il est certainement intéressant de considérer la situation d'une symétrie *locale* brisée spontanément. A titre d'illustration, revenons au système d'un champ scalaire complexe $\phi(x)$ possédant la symétrie de phase $U(1)$ décrit dans la section précédente, avec toutefois la différence que cette symétrie est maintenant réalisée localement dans l'espace-temps. Par conséquent, la dynamique de ce système est donnée par le lagrangien,

$$\mathcal{L} = |(\partial_\mu + ieA_\mu)\phi|^2 - \mu^2 |\phi|^2 - \lambda |\phi|^4 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad , \quad (213)$$

où le potentiel $V(|\phi|)$ du champ scalaire possède les mêmes propriétés que ci-dessus,

$$\mu^2 < 0 \quad , \quad \lambda > 0 \quad , \quad (214)$$

tandis que le tenseur de jauge $F_{\mu\nu}$ est défini en terme du boson de jauge $U(1)$ par la relation habituelle ($F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$).

Nous savons qu'une paramétrisation de ce système adéquate pour une identification correcte de ses modes physiques est donnée par,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\xi(x)/v} [\rho(x) + v] \quad , \quad v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad . \quad (215)$$

Cependant, contrairement au cas de la symétrie globale $U(1)$, le présent système est invariant sous les transformations *locales*, de la forme,

$$\phi'(x) = e^{i\alpha(x)} \phi(x) \quad , \quad A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x) \quad , \quad (216)$$

où $\alpha(x)$ est une fonction arbitraire définie sur l'espace-temps.

Par conséquent, *dans ce cas spécifique*, c'est-à-dire par vertu de l'invariance de jauge du système, étant donnée la configuration (215) du champ scalaire complexe, il est *toujours* possible d'effectuer la transformation de jauge locale de paramètre

$$\alpha(x) = -\frac{1}{v} \xi(x) \quad , \quad (217)$$

conduisant alors à la configuration suivante des champs du système,

$$\phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\rho(x) + v] \quad , \quad A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{ev} \partial_\mu \xi(x) \quad . \quad (218)$$

En d'autres mots, grâce à la symétrie de jauge, il est possible de faire disparaître ("gauge away") du spectre physique de la théorie *le mode de Goldstone* $\xi(x)$, tandis que ce mode fait maintenant partie intégrante du champ vectoriel $A_\mu(x)$ en contribuant en fait à sa composante *longitudinale* (puisque les transformations de jauge modifient les composantes longitudinales des champs de jauge et les mélangent entre eux dans le cas d'une symétrie non abélienne). Le choix de cette jauge pour la description des degrés de liberté du système porte le nom de *jauge unitaire*, car dans cette jauge seuls les degrés de liberté *physiques* mais non des degrés de libertés auxiliaires de jauge apparaissent explicitement, rendant manifeste l'unitarité de la théorie.

Ainsi, en vertu de l'invariance de jauge du système, il est possible de considérer le développement de la dynamique de la théorie en terme des champs $\phi'(x)$ et $A'_\mu(x)$ donnés ci-dessus. Il suit alors pour le lagrangien,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [\partial_\mu \rho - ieA'_\mu(\rho+v)] [\partial^\mu \rho + ieA'^\mu(\rho+v)] - \frac{1}{2} \mu^2 (\rho+v)^2 - \frac{1}{4} \lambda (\rho+v)^4 - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} \quad . \quad (219)$$

Sur base des divers termes ainsi obtenus, il apparaît donc les résultats suivants. Tout d'abord, le mode $\xi(x)$, boson de Goldstone de la symétrie $U(1)$ brisée spontanément lorsque cette symétrie est globale, n'est plus un mode physique du système. Ce mode $\xi(x)$ joue maintenant le rôle de composante *longitudinale* du boson de jauge A_μ , qui en effet acquiert de par ce mécanisme *une masse non nulle* donnée par,

$$M_A^2 = e^2 v^2 \quad , \quad (220)$$

et nécessite par conséquent une telle composante. Finalement, le mode $\rho(x)$ reste un mode physique du système de masse

$$m^2 = -2\mu^2 \quad . \quad (221)$$

Remarquons également que la symétrie locale de jauge $U(1)$, bien que brisée spontanément, reste néanmoins réalisée de manière non linéaire en terme de l'ensemble des modes physiques $\rho(x)$ et $A'_\mu(x)$ ainsi que du mode de Goldstone $\xi(x)$,

$$\rho(x) \rightarrow \rho(x) \quad , \quad \xi(x) \rightarrow \xi(x) + v\alpha(x) \quad , \quad A'_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x) \quad . \quad (222)$$

De plus, il est possible de vérifier le compte des degrés de liberté physiques du système. Dans le cas de la symétrie locale $U(1)$ *non brisée spontanément*, les modes physiques sont au nombre de quatre, à savoir les modes massif $\rho(x)$ et de Goldstone $\xi(x)$ ainsi que les deux modes physiques transverses et de masse nulle du boson de jauge A_μ . Dans la phase où la symétrie de jauge *est brisée spontanément*, nous avons encore quatre modes physiques, à savoir le mode massif $\rho(x)$ ainsi que les trois composantes du boson de jauge massif $A'_\mu(x)$, dont la composante longitudinale est essentiellement le mode de Goldstone de la symétrie globale.

En conclusion, nous avons donc établi le résultat important suivant,

Lorsque le vide d'une théorie de jauge n'est pas invariant sous la symétrie locale, les modes qui dans le cas d'une symétrie globale seraient les modes de Goldstone associés aux générateurs de la symétrie ne laissant pas le vide invariant, disparaissent du spectre physique de la théorie, mais jouent le rôle des composantes longitudinales des bosons de jauge associés à la symétrie brisée spontanément, ces derniers bosons de jauge devenant ainsi massifs.

Bien que ce résultat est établi ici sur base de l'exemple le plus simple d'une symétrie abélienne couplée à un seul champ scalaire complexe, il reste vrai en toute généralité pour toute théorie de jauge et tous champs de matières possibles, que la symétrie locale soit abélienne ou non abélienne, que les champs soient scalaires ou spinoriels. Ce mécanisme très général et extrêmement élégant porte le nom de *mécanisme de Higgs*, bien que plusieurs personnes soient à l'origine de cette idée. Et les modes physiques scalaires, tel le mode $\rho(x)$ ci-dessus, portent alors le nom de *scalaires de Higgs*.

Précédemment, nous avons souligné le fait important qu'une symétrie de jauge protège la masse des bosons de jauge associés. Ici, nous voyons que ces bosons de jauge peuvent acquérir un terme de masse non nul à condition que la symétrie locale soit brisée spontanément, ce qui n'empêche qu'elle soit encore réalisée non linéairement sur les champs de la théorie. En fait, le mécanisme de Higgs est le seul connu permettant la construction de théories *renormalisables* (multiplicativement en théorie de perturbation à l'aide d'un nombre fini de contre-termes) de champs de spin unité massifs. Aucune autre tentative de quantification de théories de tels champs massifs n'a été concluante. C'est à G. 't Hooft que l'on doit la démonstration de la renormalisabilité des théories de jauge abélienne et non abélienne, brisées spontanément ou non²⁴, conduisant à une résurrection des théories des

²⁴La renormalisabilité de l'électrodynamique quantique, une théorie de jauge abélienne non brisée spontanément, est due à R.P. Feynman, J. Schwinger et S.-I. Tomonaga.

champs comme cadre adéquat pour la description des particules élémentaires et de leurs interactions fondamentales.

Remarquons également que ce mécanisme de Higgs dans le cas de l'électrodynamique quantique couplée à un champ scalaire complexe correspond à la théorie *effective* de la supraconductivité à basse température décrite au niveau microscopique par la théorie de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS). Dans ce cas, le champ scalaire complexe correspond à la densité locale des paires de Cooper, tandis que le photon acquiert une masse non nulle, dont la valeur est essentiellement l'inverse de la longueur de pénétration de London. La théorie effective de cette section permet de calculer un grand nombre des propriétés d'états supraconducteurs, tandis que la théorie fondamentale de BCS est nécessaire pour le calcul des valeurs de diverses grandeurs physiques qui déterminent les paramètres de ces propriétés, telle la longueur de pénétration par exemple.

En conclusion, nous avons mis en place tous les outils conceptuels et théoriques pour la construction du Modèle Standard des particules élémentaires et de leurs interactions fondamentales, basé sur le groupe de jauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ et impliquant des champs de matière spinoriels et scalaires associés aux quarks et leptons connus dans la nature—dont la liste est dressée dans l'introduction—et à des bosons de Higgs nécessaires à la brisure spontanée de certaines de ces symétries de jauge. La construction de ce Modèle Standard fait l'objet de la section suivante.

4 Le Modèle Standard

Les observations expérimentales et les concepts et idées théoriques ayant conduit à la construction du Modèle Standard sont fort nombreux. Bien que ce texte ne soit pas l'endroit approprié pour rappeler ces divers progrès, soulignons néanmoins un des points expérimentaux capitaux, à savoir la découverte de la violation de la parité par les interactions faibles (des courants chargés). A titre d'exemple, les Réfs.[1, 2] rappellent de manière intéressante la genèse du Modèle Standard, en soulignant aussi bien les contributions expérimentales que théoriques à cette construction.

Le point de vue adopté ici est le suivant. Sans spécifier les diverses raisons expérimentales et théoriques justifiant le choix du Modèle Standard comme description adéquate de la physique des particules élémentaires, nous discutons de quelle manière ce modèle est construit sur base d'une théorie de jauge dont le groupe de jauge est partiellement brisé spontanément à l'aide du mécanisme de Higgs. De plus, quelques conséquences physiques de ce modèle parmi celles qui sont les plus immédiates sont indiquées, les mettant en relation directe avec les grandes expériences de physique des hautes énergies actuellement poursuivies au CERN/LEP, à FERMILAB/TEVATRON et au SLAC/SLD par exemple.

4.1 Groupe de jauge et champs de matière

Le groupe de symétrie locale de jauge du Modèle Standard est $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le facteur $SU(3)_C$ est associé aux interactions fortes entre les quarks, conduisant à huit gluons colorés auxquels se couplent les courants de couleur des quarks dans la représentation fondamentale de dimension 3. Les facteurs $SU(2)_L \times U(1)_Y$ sont associés aux interactions

électrofaibles, conduisant après brisure spontanée de ces symétries au groupe de jauge $U(1)_{em}$ de l'électromagnétisme, ainsi que les interactions faibles des bosons intermédiaires W^\pm et Z_0 se couplant aux courants chargés et neutres des quarks et leptons. L'observation expérimentale de ce qui semble être une violation maximale de la parité conduit à un choix d'une structure de chiralité gauche ($V - A$) pour les courants électrofaibles chargés.

L'une des relations fondamentales dans la construction du modèle est la suivante,

$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y \quad , \quad (223)$$

où T_3 désigne le générateur de la troisième composante de l'isospin faible associé au groupe $SU(2)_L$, tandis que Y est celui de l'hypercharge faible associée au groupe $U(1)_Y$. Cette nomenclature est héritée du secteur hadronique et de la formule de Gell-Mann-Nishijima dans ce contexte.

Les bosons de jauge de couleur sont dénotés G_μ^a ($a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$), de tenseur de jauge

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_S f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad , \quad (224)$$

où f^{abc} ($a, b, c = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$) sont les constantes de structure de $SU(3)_C$, et g_S la constante de couple de jauge des interactions fortes. Dans la représentation fondamentale de dimension 3, les générateurs T^a du groupe $SU(3)_C$ sont donnés par les matrices de Gell-Mann $\lambda^a/2$.

De même, les bosons de jauge du groupe $SU(2)_L$ sont désignés par W_μ^i ($i = 1, 2, 3$), avec le tenseur de jauge,

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad , \quad (225)$$

où ϵ^{ijk} ($i, j, k = 1, 2, 3$) sont les constantes de structure de $SU(2)_L$, et g est la constante de couplage de jauge correspondante.

Finalement, le boson de jauge du groupe $U(1)_Y$ est dénoté B_μ , dont le tenseur de jauge est,

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad . \quad (226)$$

La constante de couplage de ce groupe de jauge est désignée par g' .

Ayant spécifié le groupe de symétrie locale ainsi que les bosons de jauge associés et leurs constantes de couplage, il nous faut spécifier les champs de matière auxquels ils couplent. Evidemment, il s'agit des champs spinoriels des quarks et leptons, ainsi que de champs de Higgs dont le choix est à fixer. Comme nous l'avons vu plus haut, les représentations fondamentales du groupe de Lorentz pour la spécification de particules de spin ou hélicité $(\pm)1/2$ sont celles des spineurs de Weyl de chiralité soit gauche, soit droite. Par conséquent, pour chaque quark ou lepton, il est nécessaire de spécifier la représentation du groupe de jauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ sous laquelle chacune de ses composantes de chiralité gauche et droite se transforment. De plus, il nous faut tenir compte de la structure en générations des quarks et leptons, c'est-à-dire que ces choix de représentations de jauge doivent se répéter pour chaque génération. Ainsi, nous avons les choix indiqués dans la Table 2.

La notation utilisée dans la colonne de gauche désigne les fermions de chiralité définie pour l'ensemble des trois générations, dont le contenu est indiqué dans la colonne de droite.

	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	
L'_L	(1, 2, -1)	$\begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ e'_L \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu'_{\mu L} \\ \mu'_L \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu'_{\tau L} \\ \tau'_L \end{pmatrix}$
E'_R	(1, 1, -2)	$e'_R \quad \mu'_R \quad \tau'_R$
Q'_L	(3, 2, 1/3)	$\begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c'_L \\ s'_L \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t'_L \\ b'_L \end{pmatrix}$
U'_R	(3, 1, 4/3)	$u'_R \quad c'_R \quad t'_R$
D'_R	(3, 1, -2/3)	$d'_R \quad s'_R \quad b'_R$

Tableau 2: Représentations des trois générations des quarks et leptons dans le Modèle Standard.

En d'autre mots, les symboles tels L'_L sous-entendent un indice de génération non explicite. De plus, le symbole " ' " attaché à tous ces spineurs de Weyl indique qu'il s'agit ici des fermions couplant aux bosons de jauge, et non nécessairement des fermions possédant une masse bien définie. En effet comme nous le verrons, les états propres de la matrice de masse sont en général des superpositions linéaires de ces fermions dits états propres des interactions électrofaibles. Il est donc important de maintenir la distinction à ce stade de la discussion. Finalement, la colonne du milieu dans la Table 2 donne le choix des représentations sous chacun des facteurs du groupe de jauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Ainsi, dans un triplet de la forme (R_C, R_L, R_Y) , R_C , R_L et R_Y désignent, respectivement, les représentations de $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ sous lesquelles se transforment les spineurs correspondants. Ainsi par exemple, seuls les quarks de chiralité gauche ou droite sont des triplets de couleur, tandis que tous les fermions de chiralité droite sont singlets sous l'isospin faible mais les fermions de chiralité gauche s'organisent en doublets d'isospin faible. Finalement, les valeurs des hypercharges faibles correspondantes R_Y sont déterminées sur base de la relation en (223).

Remarquons que le choix des représentations des quarks et leptons n'inclue que des neutrinos de chiralité gauche, la raison étant qu'aucune particule neutre de chiralité droite n'ait jamais été observée dans la nature. Par conséquent, il est impossible que les neutrinos du Modèle Standard puissent posséder une masse non nulle, puisqu'un terme de masse de Dirac ou de Majorana couple des fermions de chiralité opposée. Ainsi par construction du Modèle Standard, les neutrinos sont de masse nulle, de chiralité et d'hélicité gauches.

Bien sûr, il est possible d'introduire dans le Modèle Standard trois neutrinos de chiralité droite,

$$N'_R : (1, 1, 0) \quad \nu'_{eR} \quad \nu'_{\mu R} \quad \nu'_{\tau R} \quad , \quad (227)$$

mais qui sont donc nécessairement neutres sous *toutes* les interactions de jauge de la théorie. Dans un tel cas, il peut apparaître des termes de masse soit de Dirac, soit de Majorana pour ces neutrinos, à conditions de les coupler aux doublets de leptons gauchers à l'aide de champs de Higgs appropriés, doublets de $SU(2)_L$ dans le cas de masses de Dirac, triplets de $SU(2)_L$ dans le cas de masses de Majorana. Cependant, une telle possibilité ne se justifie pas sur des bases expérimentales pour le moment.

Outre les masses des neutrinos, remarquons également que les masses de *tous* les quarks et leptons sont *nulles* à ce stade de la construction. En effet, de tels termes de masse de Dirac nécessitent de coupler des fermions de chiralité opposées, alors que tous les fermions gauchers sont des doublets de $SU(2)_L$ tandis que tous les fermions droitiers sont des singlets de $SU(2)_L$ ²⁵. Par conséquent, les symétries de jauge du Modèle Standard protègent non seulement les masses de tous les bosons de jauge, mais interdisent également des termes de masse pour tous les quarks et leptons. Afin d'obtenir un spectre de masses non nulles de ces fermions et non seulement des bosons de jauge, il est nécessaire de briser spontanément la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ à l'aide du mécanisme de Higgs, pour lequel la spécification du secteur de Higgs doit encore être faite.

Une telle situation pose le problème suivant. Le même mécanisme de Higgs doit être responsable des masses des bosons de jauge électrofaibles et des quarks et leptons, ces masses ne pouvant donc être *a priori* que du même ordre de grandeur. Or, nous savons que les échelles de masses des quarks et leptons varient sur plusieurs ordres de grandeur, et il n'est donc pas *naturel* d'imposer que le même mécanisme de Higgs puisse conduire à des échelles de masses si différentes. Une telle situation requiert un ajustement très fin des couplages des champs de Higgs aux fermions. Bien que techniquement rien ne s'oppose en principe à cela, un tel ajustement n'est pas *naturel*, et l'on souhaiterait connaître une solution plus élégante à ce *problème de la hiérarchie des masses*.

Finalement, parmi les champs de matière il nous faut encore spécifier le choix des scalaires de Higgs. Puisque l'on souhaite briser le groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ en le sous-groupe $U(1)_{em}$ associé aux interactions électromagnétiques, mais non le groupe $SU(3)_C$, il est nécessaire que ces scalaires de Higgs soient neutres de couleur mais possèdent des charges d'isospin et d'hypercharges faibles *non nulles* mais dont au moins l'une des composantes soit de charge électrique nulle au travers de la relation (223). D'autre part, dans un modèle minimal, il est souhaitable que le même choix de scalaires de Higgs permettent d'induire des masses pour tous les quarks et leptons. Cette dernière exigence requiert que les scalaires de Higgs comptent au moins des doublets d'isospin faible. L'ensemble de ces considérations conduit ainsi au choix minimal suivant d'un seul doublet de Higgs,

$$\phi: (1, 2, 1) \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix}, \quad (228)$$

où par convention la composante *inférieure* du doublet est de charge électrique nulle tel qu'indiqué par l'indice de cette composante (la première composante est donc de charge électrique (+1), tel qu'indiqué par l'indice correspondant). Cependant, dans le cas particulier de $SU(2)_L$, nous savons que la représentation spinorielle de dimension 2 est pseudoréelle, c'est-à-dire que le spineur complexe conjugué se transforme également comme un

²⁵La même difficulté existe pour l'hypercharge faible de ces fermions.

doublet à une transformation unitaire près qui dans le cas présent est donnée par la matrice ($i\tau_2$). Ainsi, nous avons également le doublet de Higgs suivant,

$$i\tau_2\phi^* : (1, 2, -1) \quad i\tau_2\phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi_+^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ \phi_- \end{pmatrix} . \quad (229)$$

Ce sont ces deux champs scalaires qui au travers de leurs couplages aux bosons de jauge et aux fermions de la théorie, doivent induire tous leurs termes de masse tels que requis expérimentalement.

Pour conclure, il est sans douter utile de mentionner ici—sans donner des détails dépassant le cadre de ces notes—qu’il est également indispensable de s’assurer que *toutes* les anomalies de jauge et gravitationnelles s’annulent dans la théorie, une condition nécessaire à sa cohérence quantique. Dans un espace-temps à quatre dimensions, ces anomalies ne peuvent que provenir de contributions de fermions chiraux, et puisque dans le secteur électrofaible du Modèle Standard le contenu fermionique est certainement chirale, il est indispensable de vérifier explicitement que toutes les anomalies éventuelles s’annulent dans le modèle, comme on peut effectivement s’en convaincre. Sans donner le détail de ce calcul ici, indiquons néanmoins que cette annulation des anomalies est obtenue pour chaque génération de quarks et leptons séparément, mais qu’au sein de chaque génération certaines de ces anomalies ne s’annulent que lorsque les contributions des quarks et des leptons sont combinées. Or, le choix des représentations sous $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ci-dessus ne s’est pas soucié de ce type de contraintes. Que celles-ci soient satisfaites “automatiquement” dans le modèle mais seulement lorsque les contributions des quarks et des leptons sont combinées, est certainement un mystère, et indique qu’il doit exister une relation profonde mais inconnue à ce jour entre les nombres quantiques des quarks et des leptons—comme par exemple entre les charges électriques et les couleurs de ces particules—et la structure chirale de leurs interactions, ce dernier problème étant lié à celui du spectre de masse fermionique.

4.2 Le lagrangien du Modèle Standard Minimal

Ayant ainsi complètement spécifié le contenu en champs de matière et champs de jauge du Modèle Standard avec son contenu minimal en champ de Higgs, il ne nous reste qu’à écrire le lagrangien de la théorie. Dans ce but, le dernier critère utilisé est celui de renormalisabilité (multiplicative en perturbation), qui nécessite qu’aucun des paramètres de couplage n’ait la dimension de l’inverse d’une masse à une certaine puissance non nulle²⁶. Etant donné qu’à quatre dimensions d’espace-temps les champs bosoniques aient la dimension d’une masse, et les champs fermioniques celle d’une masse à la puissance 3/2, les seuls couplages admissibles dans la construction du lagrangien sont ceux entre un champ scalaire ou vectoriel avec deux fermions—respectivement, un couplage de Yukawa, ou un couplage de jauge, chacun de ces

²⁶Le point de vue actuel est que le Modèle Standard est la théorie effective d’une théorie plus fondamentale à une échelle d’énergie supérieure à environ 1 TeV. Dans ce cas, les couplages renormalisables sont les paramètres “relevants” dans la théorie effective, les effets spécifiques à la théorie plus fondamentale se manifestant au travers de couplages non renormalisables—tels des couplages à quatre fermions—possédant une dimension de l’inverse d’une masse à une certaine puissance, et donc proportionnels à une certaine puissance de l’inverse de l’échelle d’énergie caractéristique de la théorie fondamentale.

couplages étant sans dimension—, ou encore des couplages trilinéaires ou quadrilinéaires des champs scalaires entre eux, dont les couplages ont la dimension d'une masse ou sont sans dimension, respectivement. Finalement, les couplages quadratiques de ces champs conduisent à leurs termes de masse respectifs, avec en particulier les signes des termes de masse des champs de Higgs choisis tels qu'ils conduisent au mécanisme de Higgs pour la symétrie locale $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Outre ces considérations, le lagrangien complet doit inclure tous les termes renormalisables possibles invariants sous le groupe de jauge.

Ainsi, le lagrangien total du Modèle Standard est de la forme suivante,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{fermions}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} \quad (230)$$

La contribution des bosons de jauge est donnée par,

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (231)$$

Rappelons comment ces différents termes induisent les vertex d'interaction à trois et quatre bosons de jauge, conduisant à des tests expérimentaux.

La contribution du secteur minimal de Higgs est,

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \left| \left(\partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2} + ig'B_\mu \frac{1}{2} \right) \phi \right|^2 - \mu^2 |\phi|^2 - \lambda |\phi|^4 \quad (232)$$

où le potentiel de Higgs est tel que,

$$\mu^2 < 0 \quad , \quad \lambda > 0 \quad (233)$$

Les contributions fermioniques sont données par les dérivées covariantes, à savoir,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{fermions}} = & i\overline{L}'_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2} + ig'B_\mu \frac{-1}{2} \right) L'_L + \\ & + i\overline{E}'_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig'B_\mu \frac{-2}{2} \right) E'_R + \\ & + i\overline{Q}'_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig_S G_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2} + ig'B_\mu \frac{1}{6} \right) Q'_L + \\ & + i\overline{U}'_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig_S G_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} + ig'B_\mu \frac{2}{3} \right) U'_L + \\ & + i\overline{D}'_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig_S G_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} + ig'B_\mu \frac{-1}{3} \right) D'_L \quad (234) \end{aligned}$$

Finalement, la contribution des couplages de Yukawa des fermions avec le doublet de Higgs sont données par,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = & -\overline{L}'_L \lambda_\ell \phi E'_R - -\overline{E}'_R \lambda_\ell^\dagger \phi^\dagger L'_L - \\ & -\overline{Q}'_L \lambda_d \phi D'_R - -\overline{D}'_R \lambda_d^\dagger \phi^\dagger Q'_L - \\ & -\overline{Q}'_L \lambda_u (i\tau_2 \phi^*) U'_R - -\overline{U}'_R \lambda_u^\dagger (i\tau_2 \phi^*)^\dagger Q'_L \quad (235) \end{aligned}$$

Dans cette dernière contribution, les paramètres λ_ℓ , λ_d et λ_u sont des matrices complexes (3×3) couplant les différentes générations entre elles au travers du doublet de Higgs et de

son conjugué. Ce sont ces termes de couplages de Yukawa qui conduisent aux spectres de masses des quarks et leptons lors de la brisure spontanée de la symétrie de jauge lorsque le champ de Higgs acquiert une valeur moyenne dans le vide non nulle.

Et voici donc écrit le lagrangien complet du Modèle Standard Minimal. Quelles en sont les conséquences phénoménologiques immédiates?

4.3 Mécanisme de Higgs et bosons de jauge

Avant toute chose, il nous faut considérer le mécanisme de Higgs dans le cas présent. La configuration du doublet de Higgs d'énergie minimal est telle que

$$|\phi| = \frac{1}{\sqrt{2}} v, \quad v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}, \quad (236)$$

où v détermine donc la valeur dans le vide du champ scalaire. Puisque cette valeur est non nulle, la symétrie de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$ sous laquelle le doublet de Higgs n'est pas neutre est nécessairement brisée spontanément dans le sous-groupe $U(1)_{em}$ identifié au groupe de jauge de l'interaction électromagnétique. En effet, la construction du modèle est telle que la charge Q définie par la relation (223) reste une symétrie explicite du vide de la théorie. Ainsi, le groupe de jauge survivant le mécanisme de Higgs est $SU(3)_C \times U(1)_{em}$.

En raison de l'invariance de jauge du système, il est toujours possible de supposer que la direction dans l'espace d'isospin faible dans laquelle le scalaire de Higgs acquiert une valeur moyenne non nulle est donnée par,

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (237)$$

de telle manière que dans cette jauge unitaire c'est la composante de charge électrique nulle du doublet de Higgs qui possède une valeur moyenne non nulle, et ainsi ne brise pas spontanément le groupe $U(1)_{em}$.

Les fluctuations du champ scalaire autour de cette configuration sont donc par exemple de la forme,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_{+1}(x) + i\varphi_{+2}(x) \\ h(x) + v + i\varphi_0(x) \end{pmatrix}. \quad (238)$$

Les modes $\varphi_{+1}(x)$, $\varphi_{+2}(x)$ et $\varphi_0(x)$ sont ceux qui dans le cas d'une symétrie globale correspondraient aux bosons de Goldstone, tandis que le mode $h(x)$ serait alors le mode massif. En effet, parmi les quatre degrés de liberté du doublet complexe, trois doivent correspondre aux trois bosons de Goldstone de masse nulle lors de la brisure spontanée du groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ dans le groupe de symétrie $U(1)_{em}$, le quatrième mode massif ayant alors une charge nulle sous la symétrie $U(1)_{em}$. Les modes $\varphi_{+1}(x)$, $\varphi_{+2}(x)$ et $\varphi_0(x)$ relient donc les divers vides dégénérés possibles de la théorie, et portent sous la symétrie $U(1)_{em}$ des charges (+1), (+1) et 0, respectivement. Par conséquent dans le cas de la symétrie locale, ces mêmes modes $\varphi_{+1}(x)$, $\varphi_{+2}(x)$ et $\varphi_0(x)$ conduisent aux composantes longitudinales des trois bosons de jauge massifs résultant de la brisure spontanée du groupe de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$ en le groupe $U(1)_{em}$, laissant un seul des quatre bosons de jauge de masse nulle, ce dernier étant alors identifié au photon de l'interaction électromagnétique

tandis que les trois autres bosons massifs sont les W^+ , W^- et Z_0 . Finalement, seul survit alors le mode de Higgs $h(x)$, dont les quanta sont donc des particules scalaires neutres, à savoir le scalaire de Higgs physique dont l'existence est ainsi prédite par le lagrangien du Modèle Standard.

Un calcul explicite conduit à la masse du scalaire de Higgs physique,

$$m_h^2 = -2\mu^2 = 2\lambda v^2 \quad (239)$$

Il est clair qu'il est avantageux, du point de vue physique, d'utiliser plutôt les paramètres m_h^2 et v en lieu et place des paramètres ($\mu^2 < 0$) et λ du potentiel de Higgs, conduisant ainsi à une interprétation physique plus transparente. En particulier, pour une valeur *fixée* de l'échelle de brisure de symétrie v qui détermine les masses des bosons de jauge, la limite ($m_h \rightarrow \infty$) d'une masse du scalaire de Higgs infinie correspond à un couplage quadrilinéaire λ de ce scalaire avec lui-même qui tend également vers l'infini. Cependant, une théorie de perturbation en terme de ce couplage λ et préservant l'unitarité de la théorie quantifiée n'est valide que si ce couplage λ n'excède pas une certaine valeur limite, conduisant ainsi à une limite d'unitarité perturbative sur la masse m_h du scalaire de Higgs $h(x)$ de l'ordre de ($m_h \leq 0.8-1.0 \text{ TeV}/c^2$) pour une valeur dans le vide du secteur de Higgs de ($v = 246 \text{ GeV}$) requise par le spectre de masse des bosons de jauges W^\pm et Z_0 . Cette limite supérieure sur la masse du Higgs ne se voit que légèrement modifiée lorsque les corrections radiatives du potentiel de Higgs sont prises en compte.

Considérons maintenant le secteur de jauge de la théorie, et en particulier le spectre de masses auquel le mécanisme de Higgs conduit dans le cas présent. Ce spectre de masses est déterminé par le terme suivant du lagrangien total,

$$|D_\mu \langle \phi \rangle|^2 \quad (240)$$

où

$$D_\mu \langle \phi \rangle = \frac{i}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} g v W_\mu^+ \\ -(g W_\mu^3 - g' B_\mu) v \end{pmatrix} \quad (241)$$

les champs W_μ^\pm étant définis par,

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} [W_\mu^1 \mp i W_\mu^2] \quad (242)$$

dont les quantas sont donc des particules de spin unité chargées, de charges électriques (+1) et (-1) pour W_μ^+ et W_μ^- , respectivement.

Il est évident que les bosons de jauge W_μ^\pm acquièrent ainsi un terme de masse, de valeur,

$$M_W = \frac{1}{2} g v \quad (243)$$

tandis que les bosons de jauge neutres W_μ^3 et B_μ se mélangent pour conduire à un boson de jauge massif Z_μ et un boson de jauge de masse nulle A_μ . Ces bosons de jauge physiques neutres sont obtenus comme suit,

$$\begin{aligned} A_\mu &= \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3 \quad , \\ Z_\mu &= -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3 \quad , \end{aligned} \quad (244)$$

où l'angle de mélange θ_W est déterminé en terme des constantes de couplage g et g' par,

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} , \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} , \quad \tan \theta_W = \frac{g'}{g} . \quad (245)$$

Les masses de ces bosons de jauge physiques sont donc données par,

$$M_A = 0 , \quad M_Z = \frac{1}{2} \frac{vg}{\cos \theta_W} = \frac{M_W}{\cos \theta_W} . \quad (246)$$

En particulier, remarquons que le rapport ρ défini par,

$$\rho = \frac{M_W}{\cos \theta_W M_Z} = 1 , \quad (247)$$

prend exactement la valeur unité dans le Modèle Standard Minimal. Cette prédiction spécifique concernant les masses des bosons de jauge massifs et l'angle de mélange des bosons neutres est une conséquence du choix de représentation de Higgs en terme de doublets. Des représentations de $SU(2)_L$ autres que des doublets pour les champs de Higgs conduisent à des valeurs du rapport ρ différentes de l'unité. Or, ce rapport apparaît par exemple dans le rapport des interactions faibles des courants neutres aux courants chargés, et vaut en très bonne approximation précisément la valeur unité. Egalement, des mesures directes mais indépendantes des masses M_W , M_Z et de l'angle θ_W —telles que celles poursuivies aux LEP, TEVATRON et SLAC—permettent une autre vérification de cette prédiction du Modèle Standard Minimal. Le paramètre ρ est donc extrêmement important pour les tests de précision du Modèle Standard incluant les contributions des corrections radiatives.

4.4 Spectre fermionique

Tournons-nous maintenant vers le mécanisme de génération des masses des quarks et leptons. Les termes de masse de Dirac pour ces champs sont déterminés par les couplages de Yukawa, c'est-à-dire le couplage des fermions à la valeur moyenne dans le vide $\langle \phi \rangle$ du doublet de Higgs,

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} , \quad i\tau_2 \langle \phi \rangle^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (248)$$

Par conséquent, les termes de masses obtenus sont donnés par,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{masse}} = & -\frac{1}{\sqrt{2}} v (\overline{N}'_L \overline{E}'_L) \lambda_l \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} E'_R - \\ & -\frac{1}{\sqrt{2}} v (\overline{U}'_L \overline{D}'_L) \lambda_d \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} D'_R - \\ & -\frac{1}{\sqrt{2}} v (\overline{U}'_L \overline{D}'_L) \lambda_u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} U'_R - h.c. , \end{aligned} \quad (249)$$

où (*h.c.*) indique tous les termes hermitiens conjugués de ceux explicités, de manière à ce que le lagrangien soit auto-adjoint (pour la théorie quantifiée, c'est-à-dire réel pour la théorie classique).

Il est clair comment ces divers termes conduisent à des masses de Dirac pour tous les fermions chargés. Cependant, les matrices de masse ainsi obtenues ne sont pas encore diagonalisées, et pour ce faire il faut se rappeler que les matrices de couplages de Yukawa λ_ℓ , λ_d et λ_u sont des matrices complexes 3×3 (ou $n \times n$ dans le cas de n générations de quarks et leptons) *a priori* totalement arbitraires. La diagonalisation de telles matrices requiert le résultat suivant.

Toute matrice complexe $n \times n$ arbitraire M est diagonalisable par une transformation biunitaire de la forme,

$$D = U M V^\dagger \quad , \quad (250)$$

où D est donc la matrice diagonale, et U et V sont des matrices unitaires $n \times n$,

$$U^\dagger = U^{-1} \quad , \quad V^\dagger = V^{-1} \quad . \quad (251)$$

Ces transformations unitaires diagonalisent les matrices hermitiennes $(M M^\dagger)$ et $(M^\dagger M)$,

$$D_1 = U (M M^\dagger) U^\dagger \quad , \quad D_2 = V (M^\dagger M) V^\dagger \quad , \quad (252)$$

avec en particulier,

$$D_1 = D D^\dagger \quad , \quad D_2 = D^\dagger D \quad , \quad D_1 = D_2 \quad . \quad (253)$$

Remarquons que les valeurs propres des matrices $(M M^\dagger)$ et $(M^\dagger M)$ sont nécessairement positives, et par conséquent celles de la matrice M sont réelles, positives ou négatives. Lorsque la matrice M est hermitienne, nous retrouvons évidemment les résultats bien connus avec en particulier l'identité des transformations unitaires U et V .

Appliquant ces résultats aux matrices des couplages de Yukawa, nous avons ainsi,

$$\begin{aligned} \lambda_\ell^{(d)} &= U_L^{(\ell)\dagger} \lambda_\ell V_R^{(\ell)} \quad , \\ \lambda_d^{(d)} &= U_L^{(d)\dagger} \lambda_d V_R^{(d)} \quad , \\ \lambda_u^{(d)} &= U_L^{(u)\dagger} \lambda_u V_R^{(u)} \quad , \end{aligned} \quad (254)$$

où l'indice supérieur dans les membres de gauche de ces relations désigne la matrice diagonalisée associée aux saveurs des leptons chargés et des quarks de type *down* et *up*. De plus, les transformations unitaires définies par les matrices $U_L^{(\ell)}$, $U_L^{(d)}$, $U_L^{(u)}$, $V_R^{(\ell)}$, $V_R^{(d)}$ et $V_R^{(u)}$ permettent la redéfinition des champs fermioniques associés aux matrices de masse diagonalisées, soit

$$\begin{aligned} L_L &= \begin{pmatrix} U_X^\dagger & 0 \\ 0 & U_L^{(\ell)\dagger} \end{pmatrix} L'_L \quad , \quad E_R = V_R^{(\ell)} E'_R \quad , \\ Q_L &= \begin{pmatrix} U_L^{(u)\dagger} & 0 \\ 0 & U_L^{(d)\dagger} \end{pmatrix} Q'_L \quad , \quad \begin{cases} U_R = V_R^{(u)} U'_R \quad , \\ D_R = V_R^{(d)} D'_R \quad . \end{cases} \end{aligned} \quad (255)$$

Remarquons que pour les leptons neutres de chiralité gauche N_L , nous avons introduit une matrice U_X unitaire 3×3 (ou $n \times n$ dans le cas de n générations) totalement arbitraire. En effet, une telle matrice peut toujours être introduite sans aucune conséquence physique, car aucun couplage de Yukawa n'existe pour ces champs en raison de l'absence de fermions neutres N_R de chiralité droite. Cependant, si de tels fermions étaient présents dans la théorie, la matrice U_X serait déterminée de la même manière que les autres matrices unitaires apparaissant ici, au moyen de la diagonalisation de la matrice des couplages de Yukawa associée. Evidemment, c'est le cas pour des théories conduisant à des termes de masse pour les neutrinos.

En conclusion, une fois ces diagonalisation effectuées, les termes de masse de Dirac des fermions chargés sont donnés par,

$$\mathcal{L}_{\text{masse}} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \bar{E} \lambda_t^{(d)} E - \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{D} \lambda_d^{(d)} D - \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{U} \lambda_u^{(d)} U \quad . \quad (256)$$

Remarquons que pour les valeurs propres négatives des matrices diagonalisées des couplages de Yukawa, il est toujours possible d'utiliser la transformation chirale

$$\psi \rightarrow \psi' = \gamma_5 \psi \quad , \quad (257)$$

agissant sur le spineur de saveur associée et ainsi modifier le signe du terme de masse correspondant. Une telle transformation chirale est alors absorbée dans les éléments des matrices U_L et V_R de saveur appropriée. De cette manière, les couplages de Yukawa conduisent toujours à une matrice de masse de fermions chargés diagonale et de valeurs positives. Typiquement, les masses des fermions sont donc données par,

$$m_{\text{fermion}} = \frac{1}{\sqrt{2}} v (\text{couplage de Yukawa}) \quad . \quad (258)$$

Ainsi, dans le contexte du Modèle Standard Minimal, la hiérarchie de masse des quarks et leptons doit se comprendre en terme d'une hiérarchie répartie sur plusieurs ordres de grandeur des couplages de Yukawa, clairement une situation *non naturelle*. Ceci constitue le problème de la hiérarchie du spectre de masse fermionique.

En conclusion, les fermions états propres de masse—et donc également états propres de l'hamiltonien de la théorie—qui se propagent comme particules dans l'espace-temps sont les quanta des champs N_L , E , U et D introduits ci-dessus. Ce sont ces champs qui créent les états physiques des quarks et leptons. Cependant, les états fermioniques qui couplent aux bosons de jauge sont les champs N'_L , E' , U' et D' dans leurs diverses composantes de chiralité définie. Nous verrons dans la section 4.5 quelles sont les conséquences physiques de ces rotations dans l'espace des saveurs des quarks et leptons entre les états qui participent aux interactions fondamentales et les états qui se propagent dans l'espace-temps, puisque ces diagonalisations de couplages de Yukawa et des matrices de masse conduisent à des redéfinitions des couplages fermioniques aux bosons de jauge physiques.

Remarquons également que les diagonalisations effectuées ci-dessus *n'affectent pas* les termes cinétiques des fermions, car ces termes couplent des fermions de *même* chiralité, contrairement aux termes de Yukawa,

$$\bar{\psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L \quad , \quad \bar{\psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R \quad . \quad (259)$$

En effet, les transformations unitaires U_L et V_R agissent séparément sur les fermions de chiralité gauche et droite. En outre, tout comme nous avons déjà fait usage de la liberté d'effectuer des transformations chirales du type ($\psi' = \gamma_5 \psi$) pour chaque type de fermion chargé de masse définie, il nous reste encore le liberté d'effectuer des transformations de *phase* individuellement pour chacun de ces fermions états propres de leurs matrices de masse. Cette dernière possibilité de transformations dans l'espace des saveurs déterminera finalement quelles sont les combinaisons des couplages de Yukawa qui conduisent à des paramètres physiques de la théorie, comme il est discuté dans la section suivante.

4.5 Courants neutres et chargés

Ayant déterminé les états propres de masse des scalaire de Higgs, bosons de jauge et fermions, il est possible maintenant de considérer les interactions de ces particules avec les bosons de jauge physiques dans le secteur électrofaible de la théorie. Dans le cas du scalaire neutre de Higgs $h(x)$, ces interactions sont déterminées par le couplage $|D_\mu \phi|^2$ évalué pour les fluctuations du champ $\phi(x)$ développé autour de la configuration de sa valeur dans le vide $\langle \phi \rangle$. Dans le cas des fermions auxquels nous nous intéressons de manière plus spécifique dans cette section, ces couplages sont déterminés à partir des couplages apparaissant dans les dérivées covariantes du type,

$$\bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi \quad . \quad (260)$$

Parmi ces couplages, il y a les couplages aux bosons de jauge physiques chargés W^\pm , et ceux aux bosons de jauge neutres Z et γ . Les premiers conduisent aux interactions faibles de type *courants chargés*, tandis que les secondes aux interactions faibles de type *courants neutres et électromagnétiques*. Considérons tout d'abord la situation des courants chargés.

Ceux-ci sont donc déterminés à partir des couplages faisant intervenir les bosons chargés sous la forme,

$$W_\mu^1 T^1 + W_\mu^2 T^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^+ T^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^- T^- \quad , \quad (261)$$

où les champs W_μ^+ et W_μ^- sont définis en (242), tandis que T^+ et T^- sont les opérateurs habituels,

$$T^+ = T^1 + iT^2 \quad , \quad T^- = T^1 - iT^2 \quad . \quad (262)$$

Par substitution directe de ces relations dans les dérivées covariantes appropriées, nous obtenons alors les couplages des fermions aux courants chargés. Cependant, il convient d'exprimer ces couplages en terme des fermions diagonalisant leurs matrices de masse, conduisant finalement aux contributions suivantes,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{c.c.} = & -\frac{1}{2\sqrt{2}} g \bar{E} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) W_\mu^- (U_L^{(e)\dagger} U_X) N - \\ & -\frac{1}{2\sqrt{2}} g \bar{D} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) W_\mu^- (U_L^{(d)\dagger} U_L^{(u)}) U + h.c. \quad . \end{aligned} \quad (263)$$

Parmi ces termes, considérons tout d'abord les contributions leptoniques. Dans ce cas, en raison de la liberté qui existe de spécifier la matrice U_X de manière totalement arbitraire, faisons le choix,

$$U_X = U_L^{(e)} \quad , \quad (264)$$

ce qui n'entraîne aucune conséquence physique. Aussi, les interactions de courants chargés leptoniques deviennent,

$$\mathcal{L}_{c.c.}^{\text{leptonique}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} W_{\mu}^{-} \bar{E} \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) N + h.c. \quad (265)$$

Evidemment, la raison pour laquelle il est toujours possible de compenser la rotation dans l'espace des saveurs leptoniques diagonalisant la matrice de masse des leptons chargés par une rotation dans l'espace des saveurs de neutrinos est que ces derniers, étant tous de masse nulle, sont dégénérés et donc, la seule manière de lever cette dégénérescence est en spécifiant le lepton chargé physique auquel chacun de ces neutrinos couple, permettant ainsi de distinguer chacun des neutrinos par un nombre quantique de saveur caractéristique du lepton chargé correspondant.

Remarquons que sous de telles circonstances, il est possible d'ignorer la possibilité que les leptons états propres de masse ou états propres des interactions électrofaibles soient distincts, puisqu'une telle distinction ne peut conduire à des conséquences physiques. Ainsi d'emblée il est permis dans ce cas de supposer que nous ayons²⁷,

$$N_L = N'_L, \quad E_L = E'_L, \quad E_R = E'_R, \quad (266)$$

tandis que la matrice de couplages de Yukawa λ_{ℓ} est proportionnelle à la matrice de masse des leptons chargés, de telle manière que,

$$U_L^{(\ell)} = 1, \quad V_R^{(\ell)} = 1, \quad (267)$$

ainsi que

$$\lambda_{\ell} = \frac{\sqrt{2}}{v} \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\tau} \end{pmatrix}. \quad (268)$$

Ainsi, puisque dans le Modèle Standard les neutrinos sont de masse nulle, il ne peut y avoir de mélange de saveur de ces neutrinos tandis qu'un mélange de saveur des leptons chargés est sans conséquence physique. De plus, ce même fait implique l'existence de symétries globales associées aux nombres leptoniques de type "électron", "muon" et "tau" caractérisant chacune des trois générations de leptons. Ces symétries globales leptoniques du Modèle Standard sont donc une conséquence de ce que les neutrinos aient une masse nulle dans le Modèle Standard qui n'inclue pas de neutrinos de chiralité droite, et ces symétries apparaissent en dépit de ce qu'elles ne soient pas imposées en tant que telles dans la construction de cette théorie. Par conséquent, tout test expérimental de la conservation des nombres leptoniques²⁸ est avant tout un test du Modèle Standard et de la masse nulle de tous les neutrinos. Dans le cas où un tel test était positif, un au moins des neutrinos devrait être massif, avec comme conséquence immédiate la possibilité de mélanges de saveurs de neutrinos, et les phénomènes bien connus d'oscillations de neutrinos par exemple.

²⁷Nous verrons plus loin que les matrices de rotations des saveurs leptoniques de chiralités gauche ou droite U_X , $U_L^{(\ell)}$ et $V_R^{(\ell)}$ n'interviennent pas dans les courants neutres non plus.

²⁸Par exemple, la conservation des nombres leptoniques interdit les conversions ($\mu \rightarrow e\gamma$) ou ($\tau \rightarrow \mu\gamma$), les oscillations muonium-antimuonium ($\mu^-e^+ \leftrightarrow \mu^+e^-$) ou encore la double désintégration $\beta\beta_{0\nu}$ sans émission de neutrinos.

Considérons maintenant la situation des courants chargés des quarks,

$$\mathcal{L}_{c.c}^{\text{quarks}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} W_{\mu}^{-} \bar{D} \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) U_{\text{CKM}} U + h.c. \quad , \quad (269)$$

où nous avons défini la matrice de *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* (CKM) par

$$U_{\text{CKM}} = U_L^{(d)\dagger} U_L^{(u)} \quad . \quad (270)$$

Contrairement au secteur leptonique, aucune liberté de rotations dans les espaces de saveurs des quarks de types *up* et *down* n'existe, et donc en général cette matrice de CKM ne peut se réduire à la matrice identité. Remarquons que cette matrice combine en quelque sorte une rotation *relative* dans les espaces de saveurs des quarks de type *up* et *down* de chiralité gauche *uniquement*.

Pour des raisons historiques, le choix habituel est de supposer que nous ayons,

$$U_L^{(u)} = 1 \quad , \quad (271)$$

correspondant à l'identité des états propres de masse et des interactions électrofaibles des quarks de type *up* et de chiralité gauche,

$$U_L = U_L' \quad . \quad (272)$$

Pour ce choix, la matrice de CKM se réduit alors à une matrice unitaire, à savoir,

$$U_{\text{CKM}} = U_L^{(d)\dagger} \quad . \quad (273)$$

D'autre part, puisque les matrices $V_R^{(u)}$ et $V_R^{(d)}$ n'interviennent pas dans cette discussion²⁹, il est également permis de supposer d'emblée que nous ayons simplement,

$$V_R^{(u)} = 1 \quad , \quad V_R^{(d)} = U_L^{(d)\dagger} \quad , \quad (274)$$

correspondant donc aux identifications,

$$U_R = U_R' \quad , \quad D_R = U_L^{(d)\dagger} D_R' \quad . \quad (275)$$

Par conséquent étant donnés ces choix, les états propres de masse et des interactions faibles sont identifiés pour les quarks de type *up*,

$$U = U' \quad : \quad (u \ c \ t) = (u' \ c' \ t') \quad , \quad (276)$$

tandis que pour les quarks de type *down* les différentes saveurs se mélangent au travers de la matrice de CKM,

$$D = U_{\text{CKM}} D' \quad : \quad (d \ s \ b) = U_{\text{CKM}} (d' \ s' \ b') \quad . \quad (277)$$

Associés à ces choix, nous avons les matrices de couplages de Yukawa suivantes,

$$\lambda_u = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad , \quad \lambda_d = \frac{v}{\sqrt{2}} U_{\text{CKM}}^{\dagger} \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} U_{\text{CKM}} \quad . \quad (278)$$

²⁹Ni d'ailleurs pour les courants neutres, justifiant donc un tel choix.

Cependant, il nous faut encore déterminer les paramètres réellement physiques de la matrice de CKM. Or, il nous reste la liberté d'effectuer des transformations de phase arbitraires individuellement pour chacun des quarks de masse définie. Pour n générations de quarks, nous avons ainsi la possibilité de $(2n - 1)$ transformations de phase relatives des $(2n)$ champs des quarks de type *up* et *down*, conduisant à une modification de la matrice de CKM, la phase commune à tous ces champs de quarks—n'apparaissant pas dans le lagrangien de la théorie—étant sans objet. Ainsi, parmi les $2n^2$ paramètres réels de la matrice unitaire de CKM soumis à n^2 conditions d'unitarité, $(2n - 1)$ de ces paramètres peuvent être éliminés de par les transformations de phases relatives des $2n$ champs de quarks, laissant ainsi finalement $(n^2 - 2n + 1)$ paramètres physiques pour la matrice de CKM. Parmi ces paramètres, $n(n - 1)/2$ sont des paramètres angulaires associés à une transformation orthogonale, c'est-à-dire une rotation, tandis que les $(n - 1)(n - 2)/2$ paramètres additionnels sont donc des phases complexes caractérisant la matrice unitaire $U_L^{(d)}$. En particulier, l'existence de telles phases complexes dans les couplages de quarks aux courants chargés conduit à des processus de violation de la symétrie CP .

Ainsi, dans le cas d'une seule génération, aucun angle de mélange ni de phase complexe n'est requis. Dans le cas de deux générations, seul un angle de mélange apparaît dans la matrice de CKM—il s'agit de l'angle de mélange de Cabibbo—mais non une phase de violation de CP . Finalement pour trois générations, nous avons trois angles de mélange et une phase complexe de violation de CP , en terme desquels il est évidemment possible de donner une paramétrisation complète de la matrice de CKM. Par conséquent, le Modèle Standard Minimal avec trois générations de quark prédit des phénomènes de violation de CP . Cependant, il n'est pas encore établi à l'heure actuelle si les phénomènes de violation de CP observés dans le système des kaons neutres et chargés peuvent s'expliquer uniquement en terme de la phase complexe de la matrice de CKM. Des expériences de violation de CP étudiées dans le système des mésons B pourraient apporter la réponse à cette question, et sont en cours de réalisation auprès du LEP et du SLAC.

D'autre part, l'unitarité de la matrice de CKM conduit à d'autres tests du Modèle Standard. En effet, si les relations entre les éléments de cette matrice exprimant son unitarité n'étaient pas respectées, nécessairement le Modèle Standard ne saurait être complet, et il devrait alors exister soit des particules additionnelles, soit des nouvelles interactions, dont les contributions devraient être incluses dans l'évaluation de ces conditions d'unitarité. Afin de donner un exemple simple, il suffirait ainsi qu'il existe une quatrième génération de quarks et leptons pour que la sous-matrice de CKM correspondant aux trois premières générations ne soit plus nécessairement unitaire.

En conclusion, les interactions électrofaibles des courants chargés dans le secteur des quarks conduisent à des phénomènes de mélange des trois saveurs de type *down*, tandis qu'il n'existe pas de nombre quantique conservé associé à chacune de ces saveurs, contrairement au cas des leptons. Le seule symétrie globale qui survit ce mécanisme de mélange est celle du nombre baryonique B , prenant la valeur ($B = 1/3$) pour chacun des six quarks.

Ayant compris la caractérisation complète des courants chargés électrofaibles, tournons-nous vers les courants neutres dûs aux couplages aux champs de jauge physiques Z_μ et A_μ définis en (244) en terme des champs de jauge neutres du groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ à l'aide de l'angle de mélange θ_W . A nouveau, ces courants sont déterminés en considérant

les termes suivants apparaissant dans les dérivées covariantes des fermions,

$$W_\mu^3 T^3 + B_\mu \frac{Y}{2} . \quad (279)$$

De cette manière, les contributions correspondantes se séparent en celles des courants électromagnétiques des quarks et leptons et celles des courants neutres électrofaibles. A nouveau, lors de l'évaluation de ces contributions, il faut effectuer les rotations appropriées dans les espaces de saveurs des quarks et leptons de chiralités spécifiques diagonalisant leurs matrices de masse respectives. Cependant, contrairement au cas des courants chargés, les courants neutres couplent toujours des fermions de *même* chiralité, et par conséquent ces transformations de saveur, agissant sur les fermions de chiralités gauche ou droite séparément, ne contribuent pas aux courants neutres puisqu'elles sont caractérisées par des matrices unitaires. En effet, si nous avons

$$\psi = U_W \psi' , \quad (280)$$

où U_W est une matrice unitaire agissant sur une collection de spineurs de Weyl de chiralité définie ψ' , nous avons évidemment la propriété

$$\bar{\psi} \Gamma \psi = \bar{\psi}' \Gamma \psi' , \quad (281)$$

pour toute matrice ($\Gamma = (1, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5, \sigma^{\mu\nu})$) dans l'algèbre de Clifford-Dirac. Par conséquent, dans le cadre du Modèle Standard, il ne peut exister de courants neutres changeant les saveurs des quarks ou des leptons états propres de masse. Contrairement aux courants chargés, les processus de courants neutres électrofaibles ne sont associés à des changements de saveur³⁰. Expérimentalement, les données existantes concernant de tels processus sont extrêmement contraignantes pour la construction de théories allant au-delà du Modèle Standard Minimal.

Le mécanisme par lequel il n'existe pas (au niveau du lagrangien non renormalisé) de processus de courants neutres changeant la saveur porte le nom de *mécanisme de GIM*, du nom de Glashow, Iliopoulos et Maiani qui ont montré au 1970 que les limites sur de tels processus nécessitaient alors l'existence du quark c découvert seulement en 1975.

Ces remarques étant faites, un simple calcul permet alors de déterminer les contributions des courants électromagnétiques,

$$\mathcal{L}_{em} = -e A_\mu \bar{F} \gamma^\mu Q F , \quad (282)$$

et des courants neutres électrofaibles,

$$\mathcal{L}_{n.c.} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} Z_\mu \bar{F} \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) F , \quad (283)$$

au lagrangien du Modèle Standard. Dans ces expressions, F désigne l'ensemble des fermions de Dirac de la théorie, y compris les neutrinos qui se réduisent alors à la composante de

³⁰Cette affirmation est valable au niveau du lagrangien non renormalisé, mais bien évidemment des processus de courants neutres changeant les saveurs existent au travers des corrections radiatives, mais sont alors faibles, en accord avec les données expérimentales.

chiralité gauche des spineurs correspondants. La charge électrique du positron est définie par,

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W \quad , \quad (284)$$

tandis que Q désigne l'opérateur de charge électrique de chacun des spineurs F de la théorie. De même, les couplages vectoriels et axiaux des courants neutres sont définis par,

$$g_V = T^3 - 2 \sin^2 \theta_W Q \quad , \quad g_A = T^3 \quad , \quad (285)$$

où T^3 désigne donc la troisième composante de l'isospin faible des fermions F . Remarquons que ces couplages vectoriels et axiaux différents pour les courants neutres conduisent à des phénomènes de polarisation et de violation de la parité pour les différents quarks et leptons s'offrant aux tests expérimentaux. En particulier, de tels tests permettent alors la mesure expérimentale de l'isospin faible T^3 des particules ainsi que la mesure de l'angle de mélange des bosons de jauge neutres au travers de $\sin^2 \theta_W$. Cette mesure est indépendante de celle obtenue par la détermination des masses des W^\pm et Z dont le rapport est également lié à cet angle de mélange (voir (247)) et constitue donc un autre test fondamental du Modèle Standard. De telles expériences réalisées au CERN et à FERMILAB où l'on dispose de faisceaux intenses de neutrinos sont encore toujours en cours d'analyse.

4.6 Quelques remarques additionnelles

Les sections précédentes ont présenté quelques conséquences physiques et phénoménologiques immédiates de la construction du Modèle Standard Minimal, en particulier dans le secteur électrofaible de la théorie. Historiquement, certaines de ces conséquences ont servi de justification aux divers choix entrant dans la construction de cette théorie, en particulier concernant le groupe de jauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, le couplage des fermions de chiralité gauche uniquement aux bosons chargés, la masse nulle des neutrinos, pour ne citer que quelques exemples. Quelques autres de ces conséquences constituaient des *prédictions* spécifiques du modèle, confirmées expérimentalement depuis, parmi les plus importantes desquelles il est certainement possible de citer la découverte des courants neutres, des quarks c et t —requis de par la cohérence interne sur base de l'existence des quarks s et b —, des bosons W^\pm et Z_0 , et le nombre de neutrinos de masse inférieure à la moitié de celle du Z_0 , ce nombre devant être égal au nombre de générations pour des raisons de cohérence interne de la théorie liées à l'annulation des anomalies de jauge et gravitationnelles. Et finalement, nous avons indiqué quelques conséquences phénoménologiques offrant la possibilité de tester la structure du modèle de manière fondamentale et avec précision. Ces tests sont actuellement poursuivis auprès des grands accélérateurs de physique des hautes énergies, et comprennent la mesure de l'angle de mélange θ_W et des masses de bosons de jauge W^\pm et Z , les couplages chiraux des quarks et leptons, les couplages trilineaires des bosons de jauge, la recherche du scalaire de Higgs neutre, les phénomènes violant les nombres leptoniques tels des masses et angles de mélanges des neutrinos, des nouveaux processus de violation de CP , l'unitarité de la matrice de CKM, etc ... De plus, ces divers tests actuellement poursuivis se font avec une précision telle qu'il est également essentiel de tenir compte des corrections radiatives calculées à l'aide du modèle, contribuant ainsi à vérifier sa structure fondamentale même au niveau des fluctuations quantiques qu'il prédit.

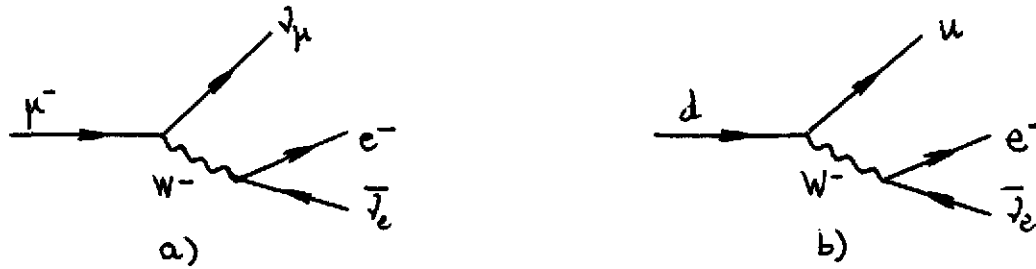


Figure 6: Désintégrations du muon (a) et du neutron (b).

Cependant, parmi les nombreuses autres conséquences phénoménologiques, il convient sans doute de mentionner encore quelques autres exemples. Ainsi, un des aspects fondamentalement inscrit dans la construction du Modèle Standard est *l'universalité des interactions faibles*, à savoir que les couplages intervenant dans les désintégrations des muons et des neutrons, par exemple, sont essentiellement identiques. En d'autres mots, il n'existe qu'un seul type d'interaction faible à courant chargé dans la nature, dont les bosons intermédiaires sont les W^\pm . Ce point important peut aisément être illustré sur base des résultats de la section 4.5. La désintégration du muon,

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad , \quad (286)$$

correspond au processus représenté dans la Fig.6a. De même, la désintégration du neutron est due à celle d'un quark d du neutron en un quark u du proton, soit,

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad , \quad d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e \quad , \quad (287)$$

un processus représenté dans la Fig.6b. Or, dans chacun de ces deux cas, l'énergie-quantité de mouvement q^μ portée par le boson de jauge intermédiaire W^- est de valeur invariante q^2 très faible devant la masse M_W^2 de ce boson de jauge, permettant ainsi d'approximer le propagateur du W^- uniquement par le facteur $(1/M_W^2)$. Par conséquent, en très bonne approximation, ces deux désintégrations possèdent une amplitude proportionnelle à,

$$\left(\frac{g}{2\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{M_W^2} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \quad , \quad (288)$$

dans le cas du muon, et

$$\left(\frac{g}{2\sqrt{2}} \right)^2 \frac{\cos \theta_c}{M_W^2} = \frac{g^2}{8M_W^2} \cos \theta_c = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \quad , \quad (289)$$

dans le cas du neutron, où $\cos \theta_c$ désigne l'angle de Cabibbo de mélange des saveurs u et d des quarks, et G_F est la constante de couplage de Fermi à quatre fermions.

Ainsi, au facteur de l'angle de Cabibbo $\cos \theta_c$ près, ces deux désintégrations possèdent la même intensité, une conséquence parmi d'autres de l'universalité des interactions faibles. Une fois encore, cette propriété d'universalité offre la possibilité de divers tests fondamentaux du Modèle Standard. Par exemple, s'il existait d'autres interactions auxquelles les quarks et les leptons coupleraient de manière différente, alors l'universalité des interactions faibles observée dans les désintégrations des muons et neutrons, par exemple, serait violée.

Il est également intéressant de comparer les intensités des interactions de courants neutres ou chargés. Comme explicité dans la désintégration du muon, le couplage effectif des interactions de courants chargés est

$$\left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{M_W^2} = \frac{g^2}{8M_W^2} \quad (290)$$

tandis que le couplage effectif des interactions de courants neutres est,

$$\left(\frac{g}{2\cos\theta_W}\right)^2 \frac{1}{M_Z^2} = \frac{g^2}{4\cos^2\theta_WM_Z^2} \quad (291)$$

Par conséquent, le rapport des couplages ou intensités de ces deux types d'interactions détermine également le rapport,

$$\frac{M_W^2}{\cos^2\theta_WM_Z^2} = \rho^2 \quad (292)$$

où ρ est le paramètre défini en (247). Expérimentalement, le rapport des interactions à courants neutres et à courants chargés conduit à une valeur de ρ essentiellement égale à l'unité. Comme indiqué dans la section 4.3, une telle valeur n'est possible que si les scalaires de Higgs non triviaux sous $SU(2)_L$ sont tous des *doublets*. Par conséquent, la mesure du rapport de ces types d'interactions électrofaibles conduit à un test de la structure de Higgs du Modèle Standard, ainsi qu'à un test des relations existant dans ce modèle entre M_W , M_Z et $\sin\theta_W$.

Il serait possible de poursuivre ainsi l'énumération de diverses conséquences physiques fondamentales pour le Modèle Standard, mais tel n'est pas l'objet de ces notes. Avant de conclure, indiquons néanmoins le point important suivant. Tout comme dans le secteur $SU(3)_C$ des interactions fortes, le groupe de jauge $SU(2)_L$ conduit également à des processus physiques médiés par des *instantons* de $SU(2)_L$. Dans le cas des interactions fortes, les instantons conduisent à une brisure quantique de la symétrie axiale $U(1)_A$, expliquant ainsi pourquoi la particule pseudoscalaire η' possède une masse de l'ordre de l'échelle de masse des interactions fortes, contrairement aux autres mésons pseudoscalaires π , K et η dont les masses sont protégées par la symétrie chirale $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V$ approximative dont ils sont les pseudo-bosons de Goldstone. De la même manière, dans le cas des interactions électrofaibles trouvant leur origine dans le groupe $SU(2)_L$, les instantons correspondants conduisent à une brisure quantique des nombres baryoniques B et leptoniques individuels et total L —ce dernier étant la somme des trois nombres leptoniques L_e , L_μ et L_τ —, mais d'une telle manière que la combinaison $(B - L)$ reste une symétrie globale exacte de la théorie quantifiée. Par conséquent, la brisure de la combinaison $(B + L)$ conduit à des processus de baryogénèse, mais il n'est pas établi encore de manière définitive si ce mécanisme pourrait conduire ou non à une contribution significative au nombre baryonique de l'univers en cosmologie.

En conclusion, considérons le nombre de paramètres physiques indépendants du Modèle Standard. Les couplages de jauge sont au nombre de trois, soit g_S , g et g' , pouvant être substitués par exemple par les paramètres physiques,

$$e \quad , \quad \alpha_S = \frac{g_S^2}{4\pi} \quad , \quad \sin\theta_W \quad (293)$$

Dans le secteur de Higgs, nous avons les paramètres du potentiel de Higgs μ^2 et λ , pouvant être utilement remplacés par la valeur dans le vide du scalaire de Higgs et sa masse,

$$v \quad , \quad m_h \quad . \quad (294)$$

Dans le secteur fermionique, nous avons les neuf masses des trois leptons et six quarks massifs, les trois angles de mélange et la phase complexe violant la symétrie CP de la matrice de mélange de saveurs de quarks de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Finalement, à ces dix-huit paramètres, il nous faut encore ajouter deux paramètres de caractère non perturbatif associés aux processus dynamiques induits par les instantons de $SU(3)_C$ et $SU(2)_L$. Ces processus conduisent à des interactions effectives au niveau quantique pouvant être représentées au niveau du lagrangien de la théorie par,

$$\frac{g_S^2}{32\pi^2} \theta_3 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G^{a\mu\nu} G^{a\rho\sigma} + \frac{g^2}{32\pi^2} \theta_2 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W^{i\mu\nu} W^{i\rho\sigma} \quad . \quad (295)$$

Des valeurs non nulles de ces paramètres sont associées à des observables violant également la symétrie CP , telles par exemple les moments électriques dipolaires de l'électron ou du neutron. Les limites expérimentales actuelles sur ces deux paramètres θ_3 et θ_2 sont extrêmement contraignantes déjà, conduisant au problème de savoir par quel mécanisme ces valeurs sont si faibles. Une solution proposée, dépassant évidemment le cadre du Modèle Standard, est celle du mécanisme de Peccei-Quin conduisant à la prédiction de nouvelles particules, les *axions*, dont l'existence n'est ni confirmée ni infirmée à l'heure actuelle.

Par conséquent, en incluant ces deux paramètres non perturbatifs θ_3 et θ_2 , le Modèle Standard Minimal compte un total de vingt paramètres physiques, dont seule l'expérience peut déterminer les valeurs numériques.

Parmi ceux-ci, nous avons^{[7]³¹},

$$M_W = 80.22 \text{ GeV}/c^2 \quad , \quad M_Z = 91.187 \text{ GeV}/c^2 \quad , \quad (296)$$

$$G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad , \quad \sin^2 \theta_W = 0.2319 \quad , \quad (297)$$

et finalement,

$$v = 246 \text{ GeV} \quad . \quad (298)$$

En particulier, remarquons que la masse du quark t récemment mesurée^[12, 13],

$$m_t \simeq 180 \text{ GeV}/c^2 \quad , \quad (299)$$

correspond à un couplage de Yukawa λ_t de l'ordre de l'unité, c'est-à-dire un couplage pour lequel un traitement en théorie de perturbation pourrait devenir problématique! Cependant, une des questions importantes restant ouverte, au même titre que celle de la masse des neutrinos, est celle de l'existence et de la masse du scalaire de Higgs neutre h .

³¹Pour être complet, il nous faudrait spécifier le schéma de renormalisation dans lequel ces valeurs sont données, mais ceci dépasse le cadre de ces notes.

5 La Physique au delà du Modèle Standard

La construction et les conséquences physiques du Modèle Standard suscitent de nombreuses questions. Parmi celles-ci, nous avons déjà cité le problème de la hiérarchie des masses fermioniques, les masses nulles des trois saveurs de neutrinos, les violations des symétries T et CP , la structure chirale des interactions fondamentales—en particulier dans le secteur électrofaible—et l'annulation des anomalies de jauge des quarks et leptons. On pourrait également juger qu'un modèle possédant vingt paramètres libres—aussi remarquable soit l'accord de l'ensemble de ses prédictions avec toutes les données expérimentales—ne puisse être considéré comme une théorie finale des interactions fondamentales, d'autant plus qu'il ne tient pas compte des interactions gravitationnelles au niveau quantique.

Le Modèle Standard laisse ouvertes encore d'autres questions fondamentale, telles la raison d'être de trois générations exactement, des quatre interactions fondamentales, de quatre dimensions d'espace-temps, etc ... D'autre part, excepté pour le mécanisme de Higgs permettant la brisure spontanée de la symétrie de jauge tout en maintenant tous les avantages d'une telle symétrie en ce qui concerne la renormalisabilité et l'unification de diverses interactions, le secteur de Higgs n'a encore aucune justification expérimentale ne fût-ce que par l'observation du scalaire de Higgs. Non seulement aucune contrainte autre que le rapport ($\rho \simeq 1$) n'existe dans le choix du secteur de Higgs, mais de plus ce secteur conduit au problème de la *hiérarchie de jauge*. En effet, les corrections radiatives aux masses des champs scalaires possèdent des divergences quadratiques, et il est donc nécessaire de redéfinir à chaque ordre de perturbation les paramètres du potentiel de Higgs de telle manière à ce que la valeur dans le vide v renormalisée soit ($v = 246$ GeV). Or, excepté pour l'échelle de la masse de Planck ($M_{\text{Planck}} = 10^{19}$ GeV) dans le secteur gravitationnel à laquelle les effets quantiques gravitationnels deviennent importants, aucune autre échelle de coupure naturelle de ces divergences quadratiques n'existe dans le Modèle Standard. Par conséquent, l'échelle naturelle de valeur dans le vide v du scalaire de Higgs est plutôt la masse de Planck que la masse des bosons W^\pm et Z_0 ! La nécessité de réajuster ainsi les paramètres du potentiel de Higgs avec une précision relative de 10^{-34} , bien que techniquement possible puisque la théorie est renormalisable, n'est certainement pas satisfaisante ni *naturelle*, et constitue le problème de la *hiérarchie de jauge*.

Ainsi, il existe toute une série de raisons soit théoriques, soit phénoménologiques, soit d'élégance conceptuelle, qui semblent vouloir nous indiquer que le Modèle Standard ne peut être considéré comme une théorie fondamentale, mais seulement comme une théorie effective décrivant les processus physiques aux échelles d'énergie typiquement inférieures à la masse du Higgs—si celui-ci existe—ou en tout cas inférieures à environ 1 TeV. Au-delà de cette énergie doit exister un nouveau domaine de particules et interactions inconnues à découvrir et à explorer, et seule l'expérience est en mesure de nous apprendre quelle forme cette *physique au-delà du Modèle Standard* pourrait prendre.

En attendant, les théoriciens ne sont pas en mal d'imaginer de nombreuses possibilités; citons en vrac,

- . les modèles composites des quarks et leptons,
- . les extensions des groupes de jauge,
- . les théories de Grande Unification (GUTS),

- . les théories supersymétriques ou de supergravité généralisant le Modèle Standard,
- . les théories supersymétriques ou de supergravité grande unifiées (SUSY/SUGRA GUTS),
- . les théories de technicouleur ou leurs extensions,
- . les théories de Kaluza-Klein généralisées,
- . les théories de supercordes,
-

Soulignons cependant que parmi toutes ces alternatives, les théories de supercordes[9, 10, 11] sont sans conteste considérées aujourd'hui comme offrant le plus d'intérêt, puisqu'elles unifient les *quatre* interactions fondamentales—donc la gravitation comprise!—dans un cadre conceptuel quantique cohérent qui prédit à la fois la théorie de la relativité générale et les théories de jauge à partir *d'un seul* type d'objet fondamental—une supercorde relativiste—dont les divers états d'énergie possibles correspondraient à *toutes* les particules observées dans la nature, et ce y compris les champs de matière, les champs de jauge et même le graviton.

Quoiqu'il en soit, *toutes* les extensions possibles du Modèle Standard conduisent à des déviations aux prédictions de ce modèle, soit sous la forme de nouvelles particules et de nouvelles interactions, soit sous la forme de nouveaux effets physiques pouvant être mis en évidence dans des mesures d'asymétries ou de polarisations de précision. En raison des échelles d'énergie concernées, la première classe de déviations ne peut être étudiée qu'auprès des grands accélérateurs de physique des hautes énergies, conduisant par exemple à la production de nouvelles particules ou à la mise en évidence de nouvelles interactions au travers de couplages entre particules qui diffèrent de ce qui est attendu dans le Modèle Standard. Cependant, la seconde classe de déviations consiste en des mesures de précision qui ne nécessitent pas nécessairement des énergies importantes, et qui de plus peuvent offrir à basses et moyennes énergies une complémentarité d'information et donc un avantage en comparaison de mesures analogues à hautes énergies. Dans la quête de la physique au-delà du Modèle Standard, une telle opportunité ne saurait être ignorée. C'est ainsi que le noyau nucléaire peut être utilisé comme un laboratoire pour la physique des particules élémentaires et leurs interactions fondamentales.

Dans ces notes, parmi les diverses extensions du Modèle Standard, pour fins d'illustrations nous allons nous attacher plus spécifiquement à une extension possible du groupe de jauge dans le contexte des modèles dits symétriques gauche-droite. Néanmoins, d'autres extensions possibles offrent un intérêt certainement au moins tout aussi important, telles par exemple celles utilisant des théories supersymétriques pour lesquelles il existe même déjà des motivations expérimentales. Le but de la discussion développée ci-dessous est de montrer comment des mesures de précision à basses et moyennes énergies peuvent contribuer à la recherche de physique au-delà du Modèle Standard, quelle que soit la forme que celle-ci puisse prendre.

	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$
$L'_L = \begin{pmatrix} N'_L \\ E'_L \end{pmatrix}$	(1, 2, 1, -1)
$L'_R = \begin{pmatrix} N'_R \\ E'_R \end{pmatrix}$	(1, 1, 2, -1)
$Q'_L = \begin{pmatrix} U'_L \\ D'_L \end{pmatrix}$	(3, 2, 1, 1/3)
$Q'_R = \begin{pmatrix} U'_R \\ D'_R \end{pmatrix}$	(3, 1, 2, 1/3)

Tableau 3: Représentations des trois générations des quarks et leptons dans les modèles symétriques gauche-droite.

5.1 Les Modèles Symétriques Gauche-Droite

La motivation première pour l'introduction de ces modèles[14] est une restauration de la symétrie de parité au moins à grande énergie, et l'explication de la violation de la parité observée à basses énergie à l'aide du mécanisme de Higgs. En effet, si les fermions de chiralité gauche et droite couplait de manière identique à des bosons de jauge distincts, mais que le mécanisme de Higgs conduisait à des masses fort différentes pour ces bosons de jauge, la symétrie de parité serait spontanément brisée dans le spectre et les interactions de la théorie mais néanmoins elle serait une symétrie exacte la théorie fondamentale. Une telle proposition s'avère conduire à d'autres résultats attrayants, tel le fait que la symétrie globale ($B - L$) du Modèle Standard devienne une symétrie locale dans ces théories, et qu'il existe un mécanisme naturel conduisant à des masses de neutrinos non nulles mais extrêmement faibles pour autant que l'échelle d'énergie de brisure de la symétrie de parité soit suffisamment grande.

Le groupe de jauge de ces modèles symétriques gauche-droite est $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, avec les couplages de jauge respectifs g_S , g_L , g_R et g' , et les représentations des champs de matières indiquées³² dans la Table 3.

³²Il est possible de s'assurer que toutes les anomalies de jauge et gravitationnelles s'annulent identiquement dans ces modèles, en combinant les contributions des quarks et des leptons. Qu'il en est ainsi devrait être évident, puisque ces modèles copient dans chaque secteur de chiralité gauche ou droite la structure chirale des représentations des champs fermioniques de chiralité gauche du Modèle Standard, pour lequel ces anomalies s'annulent effectivement. En d'autres mots, les modèles symétriques gauche-droite n'expliquent pas plus que le Modèle Standard ni la structure chirale des interactions électrofaibles—c'est-à-dire entre autre la violation de la parité—, ni le spectre de masse fermionique, et ni les relations fondamentales qui semblent devoir exister entre ces divers problèmes.

Remarquons que ces champs de matière incluent maintenant également des neutrinos de chiralité *droite*, rendant possibles des termes de masses de Dirac et de Majorana pour les neutrinos. Cette dernière possibilité est déterminée par le choix du secteur de Higgs, qui doit contenir de toute manière au moins la représentation (1, 2, 2, 0) afin de pouvoir obtenir des masses de Dirac pour les fermions chargés au travers de couplages de Yukawa. Si le secteur de Higgs contient des représentations de dimension 3 soit sous $SU(2)_L$, soit sous $SU(2)_R$, des termes de masse de Majorana deviennent possibles pour les neutrinos, conduisant alors au mécanisme dit du *see-saw* tel que les masses des neutrinos sont dans des rapports proportionnels aux rapports des masses carrées des leptons chargés, et sont inversement proportionnelles à l'échelle de brisure M_{W_2} du groupe de jauge en celui du Modèle Standard,

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (300)$$

Rappelons également que la possibilité de masses non nulles des neutrinos dans ces modèles permet entre autre le phénomène de mélange de saveurs des neutrinos et donc de violation des nombres leptoniques individuels.

La brisure spontanée du groupe de jauge procède en deux étapes essentiellement. Tout d'abord, celle indiquée en (300) est associée à une première échelle de masse M_{W_2} , tandis que la seconde,

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_{em} \quad (301)$$

est associée à une échelle de masse M_{W_1} , de telle manière que la charge électrique soit déterminée par la relation,

$$Q = T_L^3 + T_R^3 + \frac{1}{2}(B - L) = T_L^3 + \frac{1}{2}Y \quad (302)$$

Lors de ces divers mécanismes de brisure, les bosons de jauge électrofaibles neutres et chargés W_L^\pm , W_L^3 , W_R^\pm , W_R^3 et B associés aux groupes $SU(2)_L$, $SU(2)_R$ et $U(1)_{B-L}$, respectivement, peuvent se mélanger pour conduire aux états propres de masse identifiés aux bosons de jauge physiques W_1^\pm , W_2^\pm , Z_1 , Z_2 et γ . Parmi ceux-ci, les W_1^\pm , Z_1 et γ sont les particules connues, tandis que les W_2^\pm et Z_2 sont des bosons intermédiaires pour un nouveau type d'interaction électrofaible. Ainsi par exemple, les bosons physiques chargés W_1^\pm et W_2^\pm , de masses respectives M_1 et M_2 , sont donnés par,

$$\begin{aligned} W_L^+ &= \cos\zeta W_1^+ + \sin\zeta W_2^+ \quad , \\ W_R^+ &= e^{i\omega} \left[-\sin\zeta W_1^+ + \cos\zeta W_2^+ \right] \quad , \end{aligned} \quad (303)$$

où ζ est un angle de mélange et ω est une phase complexe violant la symétrie CP . Ces derniers paramètres sont déterminés par les valeurs dans le vide des différents scalaires de Higgs introduits dans la construction de la théorie.

Un cas particulier qui suffit pour nos besoins d'illustration est celui des modèles dits *manifestement* symétriques gauche-droite. Dans ceux-ci, la symétrie de parité est restaurée en imposant que les couplages de jauge g_L et g_R soient égaux, ($g_L = g = g_R$), que le secteur

de Higgs soit tel que les matrices de CKM dans les secteurs de chiralité gauche et droite, aussi bien pour les leptons que pour les quarks, soient égales,

$$U_{CKM,L}^{\text{quarks}} = U_{CKM,R}^{\text{quarks}} \quad , \quad U_{CKM,L}^{\text{leptons}} = U_{CKM,R}^{\text{leptons}} \quad , \quad (304)$$

et finalement qu'aucune contribution de violation de CP autre que les phases complexes dans ces diverses matrices de CKM—telle la phase ω en (303)—ne soit présente. En d'autres mots, les seules phases de violation de CP trouvent leur origine dans le secteur des couplages de Yukawa, mais non dans le secteur des valeurs dans le vide du secteur de Higgs.

Sous ces hypothèses, il pourrait sembler que la symétrie de parité est exactement réalisée dans le modèle, bien que brisée spontanément par le mécanisme de Higgs. Néanmoins, de manière à obtenir des échelles de masses M_{W_1} et M_{W_2} fort différentes, il est indispensable de faire un choix de secteur de Higgs qui brise cette symétrie *explicitement*. La violation de la symétrie de parité doit nécessairement être inscrite sous une forme ou une autre dans la construction de la théorie. Dans le Modèle Standard, elle est inscrite dans le choix des représentations de jauge des champs de matière impliquant une violation *maximale* de type $(V - A)$ de la parité. Dans les modèles manifestement symétriques gauche-droite, elle est inscrite dans un choix asymétrique sous le groupe $SU(2)_L \times SU(2)_R$ dans le secteur de Higgs.

Dans le contexte de tels modèles manifestement symétriques gauche-droite, il est possible d'obtenir des limites expérimentales sur certains de ces paramètres. Ainsi, nous avons[15, 16],

$$M(W_2) > 652 \text{ GeV}/c^2 \text{ (95\% C.L.)} \quad , \quad M(Z_2) > 310 \text{ GeV}/c^2 \text{ (95\% C.L.)} \quad , \quad (305)$$

ainsi que[17],

$$|\zeta| < 0.003 \quad . \quad (306)$$

Par conséquent, il est justifié de supposer qu'en bonne approximation cet angle de mélange des bosons chargés est nul, et donc que les quarks et leptons de chiralité gauche ou droite sont respectivement couplés aux bosons de jauge W_L^\pm et W_R^\pm uniquement. Puisque le premier type de couplage est caractérisé par la structure $(V - A)$ avec un couplage effectif,

$$\frac{g^2}{8M_1^2} \quad , \quad (307)$$

tandis que le second type de couplage est caractérisé par la structure $(V + A)$ avec un couplage effectif

$$\frac{g^2}{8M_2^2} \quad , \quad (308)$$

l'importance des déviations au Modèle Standard est déterminée par la valeur du rapport de ces deux couplages effectifs, à savoir,

$$\delta = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \quad . \quad (309)$$

Les limites expérimentales ci-dessus montrent que ce rapport, dans le contexte des modèles manifestement symétriques gauche-droite, est beaucoup plus petit que l'unité.

De la même manière, dans les modèles symétriques gauche-droite plus généraux, les déviations au Modèle Standard seront liées aux paramètres,

$$\delta, \zeta, \omega, \frac{g_R}{g_L}, \frac{U_{CKM,R}^{\text{quarks}}}{U_{CKM,L}^{\text{quarks}}}, \frac{U_{CKM,R}^{\text{leptons}}}{U_{CKM,L}^{\text{leptons}}} \quad (310)$$

5.2 La désintégration du muon

Dans le but d'illustrer de manière plus spécifique ce que des expériences de moyenne énergie peuvent réaliser dans ce domaine, considérons de façon qualitative la désintégration du muon positif *polarisé*,

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (311)$$

Au maximum du spectre en énergie du positron, la configuration cinématique est telle que les deux neutrinos sont émis dans une même direction opposée à celle d'émission du positron. En particulier, considérons cette situation lorsque le positron est émis dans la direction opposée à la polarisation du muon (voir Fig.7).

Dans le cas d'un couplage de type $(V - A)$, en raison de l'hélicité gauche de neutrinos et droite d'antineutrinos de faible masse et de la conservation du moment angulaire total, la polarisation longitudinale du positron est alors maximale, $(P_L(e^+) = +1)$, tandis que le taux d'émission de positrons est nul (voir Fig.7a). Cependant dans le cas d'un couplage de type $(V + A)$, en raison de l'hélicité maintenant *droite* de neutrinos et *gauche* d'antineutrinos de faible masse, et de la conservation du moment angulaire, la polarisation longitudinale du positron est alors maximale négative, $(P_L(e^+) = -1)$, tandis que le taux d'émission de positrons dans cette direction est non nul.

Par conséquent, outre la dépendance du taux d'émission dans la structure chirale du courant chargé responsable de la désintégration, la polarisation longitudinale du positron présente une sensibilité à une telle structure, avec l'avantage évident d'une mesure *relative* pour deux directions de polarisation du muon.

Explicitement, dans le contexte de modèles manifestement symétriques gauche-droite et choisissant $(\zeta = 0)$, la distribution angulaire des positrons est donnée par[18, 19],

$$\frac{dN_e}{dx d \cos \theta} \simeq x^2 \left[(3 - 2x) - (1 - 2\delta^2) P_\mu \cos \theta (1 - 2x) \right] \quad (312)$$

où θ est l'angle d'émission du positron par rapport à la direction de polarisation du muon, $(-1 < P_\mu < 1)$ est le degré de polarisation du muon, et x l'énergie du positron relative à l'énergie maximale disponible dans la désintégration, soit $(E_{\max} \simeq 52 \text{ GeV})$. Remarquons que l'asymétrie de ce spectre d'émission par rapport à la polarisation du muon est proportionnelle à

$$1 - 2\delta^2 \quad (313)$$

où δ est le rapport des masses carrées des bosons chargés W_1 et W_2 . Dans la limite de masses nulles des neutrinos, une mesure *absolue* de cette asymétrie conduit à la limite expérimentale[20],

$$M(W_2) > 432 \text{ GeV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (314)$$

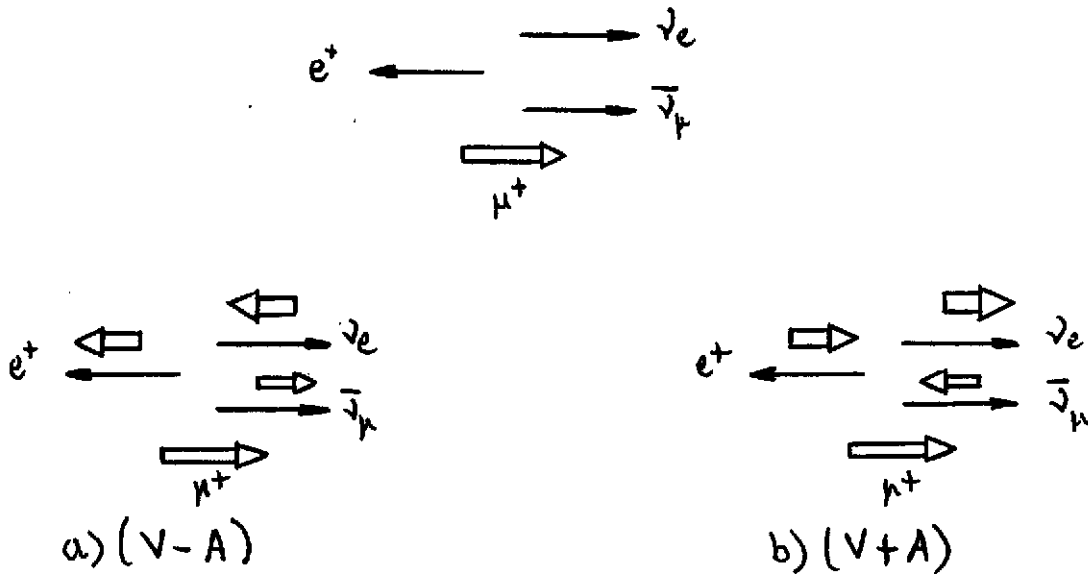


Figure 7: Désintégration du muon positif polarisé.

Cependant, une mesure *relative* de la polarisation longitudinale du positron dans le domaine,

$$x \simeq 1 \quad , \quad P_\mu \simeq 1 \quad , \quad \cos\theta \simeq -1 \quad , \quad (315)$$

conduit à l'approximation suivante[19],

$$P_L(e^+) \simeq 1 - \frac{4\delta^2}{2\delta^2 + 4(1-x) + (1-P_\mu) + (1+\cos\theta)} \quad . \quad (316)$$

Par conséquent, pour ce type de mesure plus la résolution énergétique et angulaire du positron est meilleure, et plus la polarisation du muon est grande, plus la sensibilité à la contribution éventuelle de courants chargés de chiralité *droite* est importante. Il est alors permis d'envisager[19] d'étendre la limite sur la masse du boson massif associé à

$$M(W_2) > 600 \text{ GeV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad . \quad (317)$$

A première vue, un tel résultat n'est pas compétitif avec celui en (305). Cependant, une fois que l'on considère de telles expériences dans le contexte de modèles symétriques gauche-droite plus généraux, les différentes observables mesurées sont des combinaisons *différentes* des paramètres de ces modèles, et conduisent ainsi à des contraintes indépendantes et *complémentaires*[21] pour ces paramètres. En particulier, certaines de ces combinaisons qui apparaissent alors, comme par exemple pour la désintégration de muons ou la désintégration β , ne sont pas accessibles aux expériences à hautes énergies[22]. C'est ainsi que le type d'expérience de moyenne énergie brièvement décrit dans cette section se justifie entièrement dans le contexte actuel de la physique des particules élémentaires. Il en est de même pour la désintégration β de noyaux polarisés.

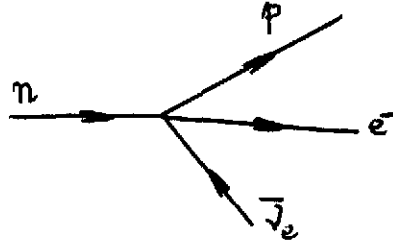


Figure 8: Le couplage effectif à quatre fermions de la désintégration β du neutron.

5.3 Désintégration β

Dans la perspective d'une interaction à courants chargés de structure aussi générale que possible et dépassant donc le cadre du Modèle Standard, il est possible de considérer dans le cas de la désintégration β nucléaire un hamiltonien effectif à quatre fermions arbitraire, prenant la forme du produit invariant de deux courants, soit[23]³³ (voir Fig.8),

$$\begin{aligned}
 H_{int} = & \bar{\psi}_p 1 \psi_n \bar{\psi}_e (C_S - C'_S \gamma_5) \psi_\nu + \\
 & \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n \bar{\psi}_e \gamma^\mu (C_V - C'_V \gamma_5) \psi_\nu + \\
 & \bar{\psi}_p \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} \psi_n \bar{\psi}_e \sigma^{\mu\nu} (C_T - C'_T \gamma_5) \psi_\nu + \\
 & \bar{\psi}_p \gamma_\mu \gamma_5 \psi_n \bar{\psi}_e \gamma^\mu \gamma_5 (-C_A + C'_A \gamma_5) \psi_\nu - \\
 & - \bar{\psi}_p \gamma_5 \psi_n \bar{\psi}_e \gamma_5 (-C_P + C'_P \gamma_5) \psi_\nu .
 \end{aligned} \tag{318}$$

Sur base d'un tel hamiltonien effectif, il devient alors possible de concevoir des expériences de mesure d'asymétrie, de polarisation ou de corrélation conduisant à des mesures précises de combinaisons spécifiques des différents couplages apparaissant en (318), caractérisant la nature scalaire (S), pseudoscalaire (P), vectorielle (V), axiale (A) ou tensorielle (T) du courant chargé impliqué.

Ainsi par exemple dans le cas de modèles symétriques gauche-droite, seuls les couplages C_V , C'_V , C_A et C'_A contribuent, tandis qu'ils peuvent s'exprimer en terme des paramètres de tels modèles[24]. A titre d'illustration, considérons les transitions β^+ permises de type Gamow-Teller suivantes,

$${}^{107}\text{In} : 9/2^+ \rightarrow 7/2^+ , \quad {}^{12}\text{N} : 1^+ \rightarrow 0^+ , \tag{319}$$

lorsque les noyaux émetteurs sont polarisés. Dans ce cas, la distribution angulaire des positrons est de la forme,

$$\frac{d^3 N_e}{dp_e d^2 \Omega_e} = W_0(p_e) \left[1 + \beta J A \hat{p}_e \cdot \hat{J} \right] , \tag{320}$$

où p_e et β sont, respectivement, la quantité de mouvement et la vitesse du positron, $(-1 \leq J \leq +1)$ et \hat{J} le degré et la direction de polarisation du noyau, A le paramètre

³³Le choix du signe de l'opérateur de chiralité γ_5 dans la Réf.[23] est l'opposé de celui fait ici.

d'asymétrie et $W_0(p_e)$ un facteur d'espace de phase incluant divers autres couplages. En particulier,

$$A = \frac{2 \operatorname{Re}(C_A C_A'^*)}{|C_A|^2 + |C_A'|^2} \quad (321)$$

D'autre part, la polarisation longitudinale des positrons est donnée par

$$P_L(J) = \frac{\beta A + J \hat{p}_e \cdot \hat{J}}{1 + \beta J A \hat{p}_e \cdot \hat{J}} \quad (322)$$

Par conséquent, les caractéristiques de ces résultats sont analogues à ceux valables pour la désintégration du muon, avec en fait une explication physique semblable en terme des hélicités des particules émises.

Dans le cadre des modèles manifestement symétriques gauche-droite, nous avons à nouveau[25],

$$A = 1 - 2\delta^2 \quad (323)$$

lorsque l'angle de mélange ($\zeta = 0$) est nul. En particulier, la polarisation longitudinale *relative* des positrons pour deux polarisations *opposées* du noyau émetteur est donnée par[25],

$$\frac{P_L(-J)}{P_L(+J)} = \left(\frac{P_L(-J)}{P_L(+J)} \right)_{\delta=0} \left[1 - \frac{8\beta^2(\vec{\beta} \cdot \vec{J}A)}{\beta^4 - (\vec{\beta} \cdot \vec{J}A)^2} \delta^2 \right] \quad (324)$$

Par conséquent, tout comme dans le cas de la désintégration du muon, la mesure *relative* de la polarisation longitudinale de positrons émis dans la direction opposée à la celle de la polarisation du noyau émetteur, présente une sensibilité accrue[25] à des contributions éventuelles de courants de chiralité droite, en comparaison à une mesure *absolue* de l'asymétrie de la distribution d'émission. Plus le degré de polarisation du noyau émetteur est élevé, et plus la résolution en énergie des positrons est meilleure, plus le facteur d'amplification de la contribution proportionnelle à δ^2 est important.

Une première série de mesures dans le cas des noyaux précités a déjà conduit aux limites suivantes[26, 27],

$$\begin{aligned} {}^{107}\text{In} : \quad M(W_2) &> 250 \text{ GeV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad , \\ {}^{12}\text{N} : \quad M(W_2) &> 225 \text{ GeV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad . \end{aligned} \quad (325)$$

Dans le cas de ${}^{107}\text{In}$, une seconde série de mesures[28] avec un dispositif expérimental amélioré devrait permettre de pousser ces limites dans le domaine des 400 GeV/c².

Ainsi, les deux exemples considérés ici, à savoir la mesure de la polarisation longitudinale de positrons émis dans les désintégrations de muons ou d'émetteurs β , constituent des illustrations de ce que la physique des basses et moyennes énergies peut contribuer à la recherche de la physique au-delà du Modèle Standard, en l'occurrence dans le contexte des modèles symétriques gauche-droite, tout en conduisant à des résultats complémentaire à ceux poursuivis en physique des hautes énergies.

De même, il serait possible de présenter d'autres exemples de mesures de ce type, offrant la possibilité d'améliorer les limites actuelles sur les couplages de type scalaire,

pseudoscalaire, ou tensoriel, auxquels d'autres classes de nouvelles interactions et particules pourraient contribuer—telles les leptosquarks ou les partenaires supersymétriques des quarks et leptons en théories de grande unification ou en supersymétrie—, ainsi que sur leurs phases complexes pouvant conduire à de nouveaux processus de violation de la symétrie CP .

6 Conclusions

L'objectif de ces notes a été triple. Tout d'abord, nous nous sommes efforcés d'introduire dans un langage relativement simple aux concepts des théories quantiques de champs relativistes, et d'indiquer la manière dont de telles théories décrivent des particules relativistes de masse et de spin spécifiques nuls ou non nuls, possédant des nombres quantiques conservés et qui sont en interaction localement dans l'espace-temps. De plus, cela nous a permis de montrer comment la notion de symétrie pénètre aujourd'hui toute la conception de la physique des interactions fondamentales des particules élémentaires, jusqu'au point de servir de principe dynamique pour la genèse de toutes ces interactions et la raison d'être des bosons intermédiaires de ces interactions. De plus, tous les avantages de telles interactions de jauge restent acquis grâce au mécanisme de Higgs, permettant la construction de théories de jauge pour lesquelles les symétries locales ne sont pas nécessairement manifestes dans les processus physiques de telles théories, permettant ainsi des termes de masses non nulles pour les bosons de jauge.

Une fois ces outils conceptuels et théoriques mis en place, il nous a été possible de les mettre en œuvre dans la construction du Modèle Standard Minimal des interactions fortes et électrofaibles basées sur le groupe de jauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Cette théorie, dont la formulation s'appuie sur de nombreux résultats expérimentaux, conduit à de non moins nombreuses prédictions dont toutes celles ayant pu être vérifiées expérimentalement jusqu'aujourd'hui se trouvent être réalisées dans la nature. Quelques-unes de ces prédictions parmi les plus immédiates ont été brièvement discutées, afin d'illustrer la perspective dans laquelle s'inscrivent les expériences des hautes énergies poursuivies actuellement auprès des grands accélérateurs.

Finalement, nous avons mentionné quelques raisons expérimentales, théoriques et conceptuelles qui indiquent qu'il doit exister *une physique au-delà du Modèle Standard*, et que les problèmes qui suggèrent cette possibilité se posent principalement dans le secteur électrofaible de la théorie. Seule l'expérience peut nous renseigner sur la forme que pourrait revêtir cette physique à découvrir et à explorer, pour laquelle les possibilités théoriques ne manquent pas et sont fort riches en phénomènes physiques nouveaux. A titre d'illustration, nous nous sommes attachés à l'une de ces possibilités théoriques qui ne requiert que l'extension du groupe de jauge, contrairement aux théories supersymétriques par exemple. Dans ce contexte, nous avons alors également montré de quelle manière des expériences de basses et moyennes énergies peuvent certainement aujourd'hui être compétitives et complémentaires à celles poursuivies à hautes énergies. Deux telles classes d'expériences ont brièvement été décrites, utilisant la désintégration du muon et la désintégration β de noyaux radioactifs. Typiquement, ces expériences à basses et moyennes énergies utilisent et mesurent la polarisation des particules émettrices et produites, et cherchent à mettre

en évidence de faibles déviations aux valeurs attendues sur base du Modèle Standard. De telles expériences requièrent donc toutes des techniques de polarisation et de polarimétrie efficaces, faisant l'objet du cours du Professeur René Prieels dans ce même recueil.

Remerciements

L'auteur tient à exprimer ici ses remerciements aux organisateurs de cette Ecole d'Eté, et en particulier au Professeur Yvon Abgrall, non seulement pour leur invitation à parler du sujet de ces notes, mais surtout pour leur organisation efficace et certainement pour leur accueil si chaleureux. Et qu'avec eux, tous les participants à ce cours soient tout autant remerciés pour avoir contribué à l'excellente atmosphère et pour leurs nombreuses questions pertinentes et enrichissantes.

Références

- [1] E.D. Commins and P.H. Bucksbaum, *Weak Interactions of Leptons and Quarks* (Cambridge University Press, Cambridge, 1983).
- [2] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons* (Wiley, New York, 1984).
- [3] B.R. Holstein, *Weak Interactions in Nuclei* (Princeton University Press, Princeton, 1989).
- [4] J.F. Donoghue, E. Golowich and B.R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model* (Cambridge University Press, Cambridge, 1992).
- [5] C. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, New York, 1980).
- [6] F. Close, *Are Glueballs and Hybrids Found?*, Rutherford preprint RAL-TR-95-045, hep-ph/9509245 (Septembre 1995).
- [7] The Review of Particle Properties, *Phys. Rev. D* **50** (1994) 1173.
- [8] Pour une discussion des méthodes de quantification canonique, voir par exemple, J. Govaerts, *Hamiltonian Quantisation and Constrained Dynamics*, (Leuven University Press, Leuven 1991).
- [9] M.B. Green, J.H. Schwarz and E. Witten, *Superstring Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987), 2 Volumes.
- [10] J. Govaerts, *The Geometrical Principles of String Theory Constructions*, in the Proceedings of the Cargèse Summer School 1989, "Particle Physics", eds. M. Lévy, J.-L. Basdevant, M. Jacob, D. Speiser, J. Weyers and R. Gastmans (Plenum, New York, 1990), pp. 141-216.
- [11] Voir par exemple, J. Govaerts, *String and Superstring Theories: An Introduction*, in the Proceedings of the IInd Mexican School of Particles and Fields, Cuernavaca-Morelos 1986, eds. J.L. Lucio and A. Zepeda (World Scientific, Singapore, 1987), pp. 247-442.
- [12] F. Abe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2626.
- [13] S. Abachi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.
- [14] Voir par exemple, R. Mohapatra, *Unification and Supersymmetry* (Springer, New York, 1986).
- [15] F. Abe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2900;
S. Abachi *et al.*, *Phys. Lett.* **B358** (1995) 405.
- [16] F. Abe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 1463.
- [17] M. Aquino, A. Fernandez and A. Garcia, *Phys. Lett.* **B261** (1991) 280.

- [18] The Review of Particle Properties, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1399.
- [19] Letter of Intent R-95-06, ETHZ-Louvain-PSI-Zürich Collaboration, *Measurement of the dependence on momentum and angle of the longitudinal positron polarisation in the decay of polarised muons* (December 1994).
- [20] A. Jodidio *et al.*, *Phys. Rev.* **D34** (1986) 1967; (E) *ibid* **D37** (1988) 237.
- [21] P. Herczeg, communication privée (novembre 1994); article en préparation.
- [22] J. Govaerts, *Heavy Charged Gauge Boson Production at CDF and Left-Right Symmetric Models*, UCL-IPN-95-R05 Internal Report (July 1995).
- [23] J.D. Jackson, S.B. Treiman and H.W. Wyld, Jr., *Phys. Rev.* **106** (1957) 517; *Nucl. Phys.* **4** (1957) 206.
- [24] J. Govaerts, M. Kokkoris and J. Deutsch, *Polarisation-Asymmetry Correlation in Allowed β -Decay: a Probe for Right-Handed Currents*, UCL-IPN-95-P01 preprint (August 1995), à paraître dans *J. Phys. G*.
- [25] P.A. Quin and T.A. Girard, *Phys. Lett.* **B229** (1989) 29.
- [26] N. Severijns *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 4047; (E) *ibid* **73** (1994) 611; F. Gimeno-Nogues, *PhD Thesis* (Catholic University of Louvain, January 1994), non publiée.
- [27] M. Allet *et al.*, Proc. PANIC XIII, June 28 - July 2, 1993 (Perugia, Italy), ed. A. Pascolini (World Scientific, Singapore, 1994), p. 281; M. Allet, *PhD Thesis ETHZ Nr. 10741* (June 1994), non publiée; M. Allet *et al.*, *Search for Right-Handed Weak Currents in the β -Asymmetry-Polarisation Correlation from ^{12}N Decay*, ETHZ-UCL-IPN preprint (September 1995), à paraître dans *Phys. Lett. B*.
- [28] J. Camps, communication privée.

TESTS DE SYMETRIES DANS LES PROCESSUS β NUCLEAIRES :

TECHNIQUES DE POLARISATION

René Prieels

Institut de Physique Nucléaire, Université Catholique de Louvain, 2 Chemin du Cyclotron,
B-1348 Louvain-la-Neuve, Belgique.

Résumé

L'objet de ce cours est de donner un bref aperçu des différents tests que l'on peut entreprendre dans le cadre des recherches en interactions faibles. L'accent portera avant tout sur les techniques de polarisation tant dans la production de noyaux polarisés que dans la mesure des polarisations longitudinales et transverses des particules bêta émises. Sans être exhaustif le cours doit être considéré davantage comme une introduction que comme une discussion avancée des différentes techniques.

Abstract

The aim of the lesson is to give a short view on the various possible tests that can be done in the weak interaction domain. The content is most related to the polarimetry and to the production of polarised nuclei. The principles of measuring longitudinal and transverse β polarisations is presented more as an introduction to the field than as a discussion on advanced techniques.

1 Introduction

Quatre quantités vectorielles peuvent être mesurées dans la désintégration bêta:

- $\langle \vec{J} \rangle$ la polarisation du noyau émetteur,
- $\hat{\sigma}$ la direction de polarisation de l'électron,
- \vec{p}_e la quantité de mouvement de l'électron,
- \vec{p}_ν la quantité de mouvement du neutrino.

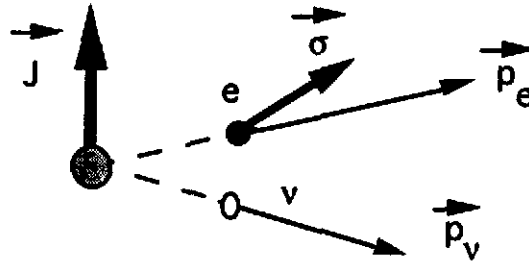


Figure 1: Observables vectorielles de la désintégration bêta.

Dans la recherche des déviations du Modèle Standard, on se réfère le plus souvent aux expressions générales des distributions des particules émises dans la désintégration bêta telles qu'elles sont données par Jackson, Treiman and Wyld dans leur article de 1957 [1] où aucune hypothèse d'invariance n'est imposée.

Une expression générale de la distribution des observables dans la désintégration β permise lorsque le noyau émetteur est orienté selon \vec{J} est donnée par :

$$\begin{aligned}
 dW(\vec{J}, \hat{\sigma}) = & G_F^2 V_{ud}^2 \frac{1}{2\pi^5} F(\pm Z, E) \xi p_e E_e (E^0 - E_e)^2 dE_e d\Omega_e d\Omega_\nu \\
 & \cdot \left\{ 1 + a \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{p}_\nu}{E_e E_\nu} + b \frac{m_e}{E_e} + c \left[\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{p}_\nu}{3E_e E_\nu} - \frac{(\vec{p}_e \cdot \vec{J})(\vec{p}_\nu \cdot \vec{J})}{E_e E_\nu} \right] \left[\frac{J(J+1) - 3 \langle (\vec{J} \cdot \vec{J})^2 \rangle}{J(2J-1)} \right] \right. \\
 & + \frac{\vec{J}}{J} \cdot \left[A \frac{\vec{p}_e}{E_e} + B \frac{\vec{p}_\nu}{E_\nu} + D \frac{\vec{p}_e \times \vec{p}_\nu}{E_e E_\nu} \right] \\
 & \left. + \hat{\sigma} \cdot \left[G \frac{\vec{p}_e}{E_e} + H \frac{\vec{p}_\nu}{E_\nu} + N \frac{\langle \vec{J} \rangle}{J} + Q \frac{\vec{p}_e}{E_e + m_e} \left(\frac{\langle \vec{J} \rangle}{J} \cdot \frac{\vec{p}_e}{E_e} \right) + R \left(\frac{\langle \vec{J} \rangle}{J} \times \frac{\vec{p}_e}{E_e} \right) \right] \right\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

où chaque coefficient ξ, a, b, A, B, \dots est une expression des constantes de couplages

$$C_S, C_V, C_T, C_A, C'_S, C'_V, C'_T, C'_A,$$

des spins J, J' des états impliqués et des éléments de matrice Fermi M_F et Gamow-Teller M_{GT} :

$$a, b, A, G, N, Q, R = f(C_S, C_V, C_T, C_A, C'_S, C'_V, C'_T, C'_A, p_e, J, J', M_F, M_{GT})$$

Les constantes de couplage qui sont en fait les caractéristiques recherchées de l'interaction faible sont définies par l'hamiltonien:

$$\begin{aligned}
 H_{int} = & (\bar{\psi}_p \psi_n) (C_S \bar{\psi}_e \psi_\nu + C'_S \bar{\psi}_e \gamma_5 \psi_\nu) \\
 & + (\bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n) (C_V \bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_\nu + C'_V \bar{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 \psi_\nu) \\
 & + (\bar{\psi}_p \sigma_{\lambda\mu} \psi_n) (C_T \bar{\psi}_e \sigma_{\lambda\mu} \psi_\nu + C'_T \bar{\psi}_e \sigma_{\lambda\mu} \gamma_5 \psi_\nu) \\
 & + (\bar{\psi}_p \gamma_\mu \gamma_5 \psi_n) (C_A \bar{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 \psi_\nu + C'_A \bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_\nu) \\
 & + (\bar{\psi}_p \gamma_5 \psi_n) (C_P \bar{\psi}_e \gamma_5 \psi_\nu + C'_P \bar{\psi}_e \psi_\nu) \\
 & + \text{hermitien conjugué}
 \end{aligned}$$

où les termes avec un accent correspondent à des interactions ne conservant pas la parité c'est-à-dire l'invariance dans l'espace. Les expressions détaillées des coefficients ξ, a, b, A, B, \dots peuvent être trouvées dans l'article [1] précité. La mesure, par l'expérience, de ces coefficients permet de déduire ou donner des limites aux constantes de couplage de l'interaction.

- Ainsi les termes de l'expression (1) ci-dessus qui violent l'invariance sous l'espace (invariance sous P) sont ceux qui changent de signe sous l'inversion des coordonnées de l'espace. Les quantités $\hat{\sigma}$ et \vec{J} , étant des vecteurs axiaux, ne changent pas sous l'opération parité, par contre les vecteurs polaires tels les quantités de mouvement changent de signe. Par conséquent tous les termes ayant un nombre impair de \vec{p}_i violent l'invariance sous P. Il s'agit donc des termes A, B, G, H, R

- Le coefficient A peut être obtenu par une mesure de corrélation angulaire [2] mesurant le taux bêta en fonction de l'angle entre la polarisation du noyaux \vec{J} et la direction de l'électron \vec{p}_e .
- Le coefficient B mesure la corrélation entre le vecteur polarisation du noyau et la direction d'émission du neutrino. Ce dernier étant non détectable, la direction d'émission s'obtient par l'observation directe ou indirecte du recul du noyau [3].
- La recherche de la valeur du coefficient G requiert des mesures de polarisation longitudinale de l'électron alors qu'une mesure de polarisation transverse permet d'accéder au terme R . Notons en outre que la mesure de G à partir de noyaux polarisés s'accompagne toujours des termes N et Q et que si le neutrino ou le recul ne sont pas observés le terme H disparaît de l'expression.

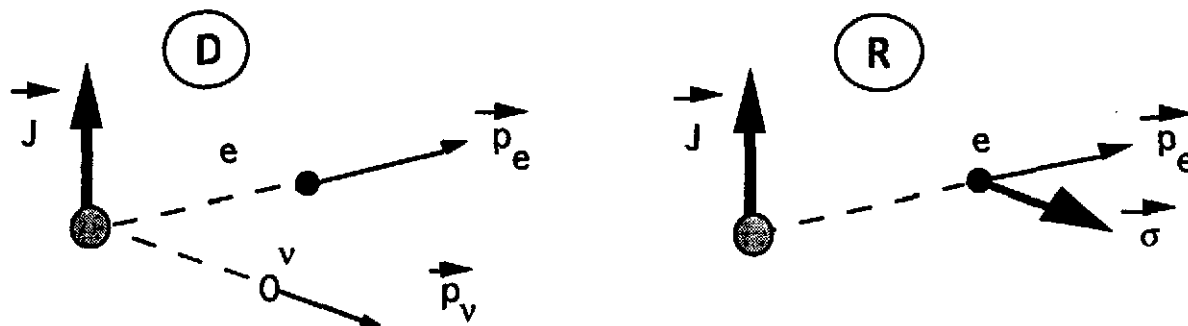


Figure 2: Quantités vectorielles à mesurer pour mettre en évidence l'existence d'un terme R ou D.

- Les termes construits sur base de trois vecteurs axiaux ou polaires contenant chacun implicitement une dimension temporelle violent l'invariance sous le temps (invariance sous T). Il s'agit des contributions D et R . Elles se mesurent par la mesure de la distribution des événements sélectionnés par trois vecteurs tels que ceux dessinés à la figure 2. Comme nous l'avons déjà

mentionné, une mesure de R se fait par la détection de la polarisation transverse des électrons dans un plan idéalement perpendiculaire à la polarisation du noyau émetteur. Rappelons que la non nullité de R exige une violation de T et de P. La mesure de D , paire sous P, implique la détection simultanée du recul du noyau et de la quantité de mouvement de l'électron.

- Les termes des coefficients non encore mentionnés: a, b, c, N, Q restent positifs sous l'inversion du temps et de l'espace et donc également sous la conjugaison de charge. Ils peuvent donc être présents dans l'interaction quelles que soient les propriétés de symétrie de l'interaction.
 - Les expériences de corrélation angulaire électron-neutrino ont permis de mesurer a dans des désintégrations Fermi et Gamow-Teller. C'est de ces mesures (entre autre) que l'on a pu déterminer le caractère *uniquement* vectoriel et axial des interactions faibles. En guise d'illustration nous représentons schématiquement à la figure 3 la désintégration bêta $0 \rightarrow 0$ pour laquelle seules les interactions scalaire et vecteur sont possibles. Dans le cas d'une interaction scalaire les particules sont émises dans un même état de spin, ce qui impose une émission dos à dos des deux particules (positron et neutrino) afin de conserver le moment angulaire total. Cette situation implique un faible recul du noyau. Par contre l'interaction vectorielle créant des particules de spin opposés amènera à un grand recul du noyau vu l'émission préférentielle des positrons et neutrino dans la même direction.

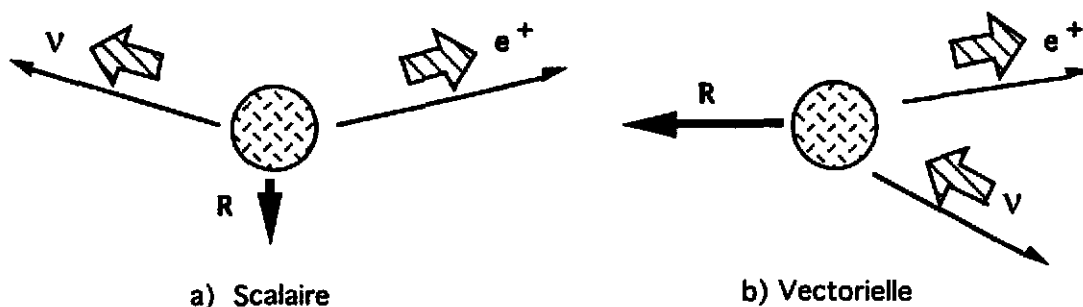


Figure 3: Dans une désintégration $0 \rightarrow 0$, les mesures de corrélation angulaire positron-neutrino informent sur la nature de l'interaction faible. a) Interaction scalaire, b) interaction vectorielle.

Les mesures passées ont ainsi mis en évidence le caractère vectoriel et axial des interactions faibles. L'importance vectorielle ou axiale que l'on accorde à l'interaction est liée entre autre à l'incertitude expérimentale sur la valeur du terme a et la recherche de contributions possibles venant d'autres types d'interactions: tenseur, scalaire, pseudoscalaire [7], continue par la mise en oeuvre d'expériences de plus en plus précises. Une table impressionnante 1 de résultats obtenus à ce jour pour les différents termes de l'expression (1) est reprise de l'excellente revue de Deutsch et Quin [8] où l'on pourra trouver les références nécessaires.

En outre, la violation de la parité supposée complète au lendemain des mesures réalisées en 1957, est depuis quelques années remise en question favorisant la réévaluation plus précise des termes A, B, G impliquant de nouvelles mesures de corrélations angulaires et de polarisations longitudinales des électrons ou positrons à partir de noyaux polarisés. Un des objectifs est ainsi de poser une limite ou d'attribuer une valeur à la masse d'un éventuel boson droitier W_R partenaire plus lourd du boson gauche W_L actuellement connu. En effet la brisure de la symétrie chirale dans les interactions faibles n'a jamais été comprise mais est un fait expérimental. Une symétrie primordiale à la naissance de l'univers contenant des bosons droitiers lourds et des bosons gauchers légers pourrait cependant être la vérité, car si à température élevée il est permis de négliger les masses des bosons en interactions, ce n'est plus le cas à la température du monde d'aujourd'hui, et la symétrie profonde initiale pourrait ainsi

Table 1: Results from the various experiments discussed in Sect. 2.

Quantity	Transition	$\log_{10}ft$	Value (Error)	References
$\mathcal{F}t$	$0^+ \xrightarrow{\beta^+} 0^+$ F	3.5	3138.4(32)	Subsect. 2.3
	$n \xrightarrow{\beta^-}$ mixed p	3.0	1082.4(22)	Subsect. 2.4
	$^{19}_{10}\text{Ne} \xrightarrow{\beta^+}$ mixed $^{19}_9\text{F}$	3.2	1756.3(27)	Subsect. 2.5
a	$n \xrightarrow{\beta^-}$ mixed p	3.0	-0.1012(46)	[?]
	$^6_2\text{He} \xrightarrow{\beta^-}$ GT ^6_3Li	2.9	-0.3343(30)	[?]
	$^{32}_{18}\text{Ar} \xrightarrow{\beta^+}$ F $^{32}_{17}\text{Cl}$	3.2	1.00(4)	[?]
	$^{33}_{18}\text{Ar} \xrightarrow{\beta^+}$ F $^{33}_{17}\text{Cl}$	3.3	1.02(2)	[?]
A	$n \xrightarrow{\beta^-}$ mixed p	3.0	-0.1127(11)	Subsect. 2.4
	$^{19}_{10}\text{Ne} \xrightarrow{\beta^+}$ mixed $^{19}_9\text{F}$	3.2	-0.03808(46)	Subsect. 2.5
B	$n \xrightarrow{\beta^-}$ mixed p	3.0	0.997(28)	[?]
D	$n \xrightarrow{\beta^-}$ mixed p	3.0	-0.0005(14)	[?]
	$^{19}_{10}\text{Ne} \xrightarrow{\beta^+}$ mixed $^{19}_9\text{F}$	3.2	0.00010(62)	[?]
G	$^3_1\text{H} \xrightarrow{\beta^-}$ mixed ^3_2He	3.1	-1.005(26)	[?]
	Gamow-Teller	≈ 7.4	-0.998(14)	[43-45]
G_F/G_{GT}	$^{14}_8\text{O} \xrightarrow{\beta^+}$ $^{14}_7\text{N}$ / $^{10}_6\text{C} \xrightarrow{\beta^+}$ $^{10}_5\text{B}$ F GT	3.5/3.0	0.9996(37)	[?]
	$^{26}_{13}\text{Al}^m \xrightarrow{\beta^+}$ $^{26}_{12}\text{Mg}$ / $^{30}_{15}\text{P} \xrightarrow{\beta^+}$ $^{30}_{14}\text{Si}$ F GT	3.5/4.8	1.003(4)	[?]
$B(\mathcal{P}A)$	$^{107}_{49}\text{In} \xrightarrow{\beta^+}$ GT $^{107}_{48}\text{Cd}$	5.7	0.0080(52)	[?]
R	$^8_3\text{Li} \xrightarrow{\beta^-}$ GT ^8_4Be	5.6	0.004(7)	[?]
	$^{19}_{10}\text{Ne} \xrightarrow{\beta^+}$ mixed $^{19}_9\text{F}$	3.2	-0.079(53)	[?]
ρ	$\mu^+ \rightarrow e^+$		0.7518(26)	[?]
δ	$\mu^+ \rightarrow e^+$		0.7486(38)	[?]
$P_\mu\xi$	$[\pi \rightarrow \mu] \mu^+ \rightarrow e^+$		1.0027(85)	[?]
	$[K \rightarrow \mu] \mu^+ \rightarrow e^+$		1.0013(61)	[?]
$P_\mu\xi\delta/\rho$	$[\pi \rightarrow \mu] \mu^+ \rightarrow e^+$		0.99790(88)	[?]

disparaître au profit d'interactions faisant intervenir majoritairement les bosons les plus légers. Les coefficients des expressions de Jackson et al. ont donc été réécrits dans le cadre de modèles au-delà du modèle standard [4, 5, 6] afin d'exprimer les quantités mesurables G, A, B en terme de masse d'un hypothétique boson droitier. Les limites à ce jour sont également reprises dans le tableau 1 mentionné précédemment [8]. Pour recevoir une explication plus approfondie du contenu de ce tableau, nous invitons le lecteur à se procurer le texte de la référence citée.

Nous percevons dès à présent, qu'en réponse aux questions d'aujourd'hui, ce vaste terrain d'exploration nécessite entre autre la production d'émetteurs β polarisés et le développement de techniques menant à la mesure de la polarisation de la particule bêta émise lors du processus de désintégration faible. Une introduction à ces techniques fait l'objet des sections suivantes.

2 Production d'émetteurs β polarisés

Cette section n'a pas la prétention de donner une revue exhaustive des différents mécanismes de production d'émetteurs β polarisés, mais seulement d'en donner un échantillon montrant à la fois l'activité et les besoins dans ce secteur.

2.1 Polarisation naturelle $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$

Nature nous aide parfois en nous proposant des candidats émetteurs qui sont spontanément polarisés. C'est le cas du pion chargé. En effet, le pion chargé (son spin est nul) se désintègre essentiellement en $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu, \pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ au détriment de la désintégration en $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e, \pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$. Ceci provient de l'hélicité stricte du neutrino (antineutrino). En effet dans le repère du pion, la quantité de mouvement est nulle et par conséquent les muons et neutrinos doivent être émis dos à dos. La conservation du moment angulaire, nul dans ce cas, implique en outre que : puisque l'antineutrino a une hélicité positive, celle du μ^- doit l'être aussi. Cette situation viole le caractère gaucher du lepton μ^- . En conséquence la désintégration n'est possible que par la masse du muon qui tolère un relâchement du caractère gaucher de la particule. La vitesse de désintégration sera en outre fortement ralentie et le temps de vie du pion sera de 26 nsec. Ce relâchement est nettement moins favorable pour l'électron qui a une masse 2000 fois plus faible et la manifestation en sera un taux d'embranchement $(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)/(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)$ de 1.26710^{-4} . Le calcul montre que ce rapport est proportionnel à la seconde puissance du rapport de masses de l'électron et du muon et contrecarre largement l'avantage offert par l'espace de phase plus avantageux pour l'électron [9]. Notons en passant que ce résultat expérimental est une conséquence du caractère V-A des interaction faibles. Toute étude précise dans ce secteur augmente donc nos connaissances sur la réalité V-A de l'interaction faible. Un scénario identique est présent dans la désintégration du π^+ et est montré à la figure 4.

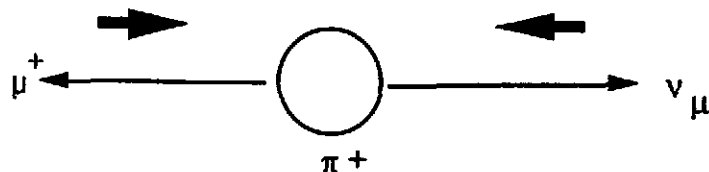


Figure 4: Les muons de la désintégration du π^+ au repos sont polarisés négativement par rapport à leur direction de propagation.

Quoi qu'il en soit, le muon provenant de la désintégration d'un pion dans le centre de masse du pion

Table 2: Polarisations du ^{12}B obtenues par réaction nucléaire

Réaction	énergie	angle	implantation	B	polarisation	référence
$^{11}\text{B}(d,p)^{12}\text{B}$	1.6 MeV	45°	Mg	10-30 Gauss	10%	[10]
$^{11}\text{B}(d,p)^{12}\text{B}$	1.5 MeV	45°	Al	2.2 kGauss	13%	[11]
$^{10}\text{B}(^3\text{He},n)^{12}\text{B}$	3.2 MeV	24.5°	Al	2.2 kGauss	25%	[11]
$^{11}\text{B}(d,p)^{12}\text{B}$	1.5 MeV	45°	Grafoil	3 kGauss	14%	[13]

possède une hélicité bien définie. Des pions se désintégrant au repos sont donc capables de produire un faisceau de muons polarisés à 100%. La difficulté se glisse au niveau pratique lorsque les pions au repos sont entourés de pions cinétiques qui se désintègrent en vol, contaminant ainsi le faisceau de muons de polarisation définie par des muons de polarisations quelconques. Le travail sera alors la recherche d'un transport de faisceau très sélectif.

2.2 Polarisation par réaction nucléaire

Sans entrer dans le détail de la physique des réactions nucléaires, les études de celles-ci ont montré la possibilité de produire des noyaux polarisés [10, 13, 11] lors de réaction permettant l'éjection du noyau recherché. Le degré de polarisation que l'on peut obtenir est fonction du type de réaction, de l'énergie de la particule incidente, de l'angle de recul. Il n'y a pas eu de recherche systématique parcourant les noyaux connus, mais bien une recherche orientée où les candidats cibles et les noyaux produits étaient en liens étroits avec les noyaux utiles aux recherches menées dans le domaine des interaction faibles. C'est ainsi que la plupart des travaux ont porté sur la production du noyau de ^{12}B polarisé. La table 2 reprend quelques résultats.

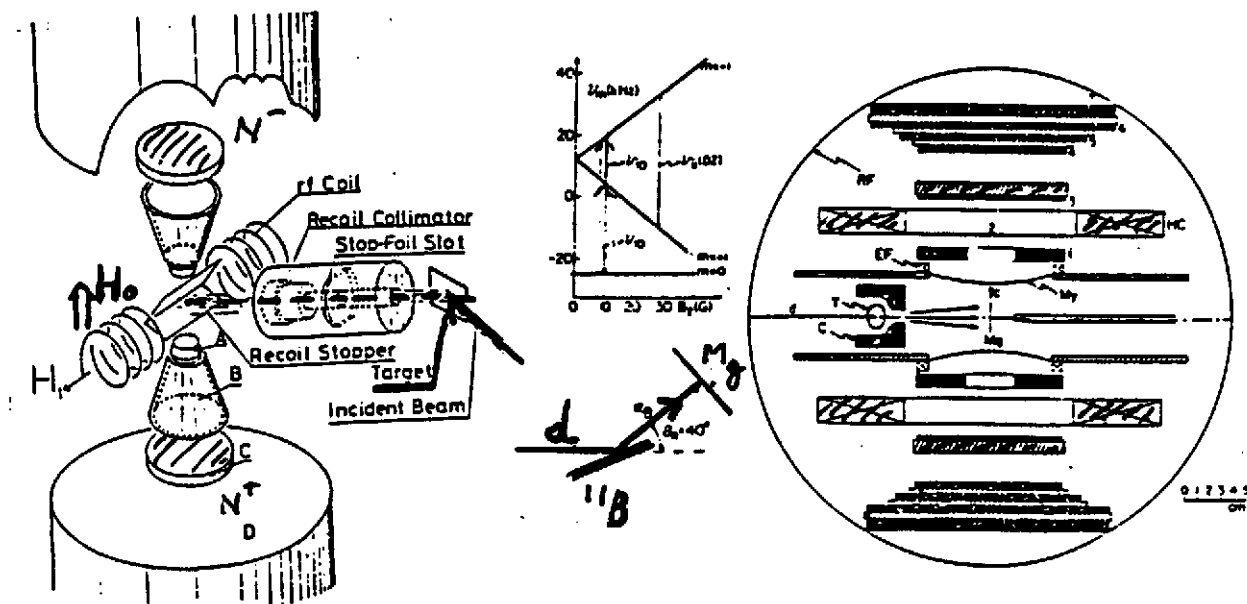


Figure 5: Dispositifs [10, 11] de production de noyaux polarisés par réaction nucléaire.

La polarisation de ces noyaux est maintenue durant le recul, par la présence d'un champ magnétique perpendiculaire au plan de la réaction jusqu'au site d'implantation. Les noyaux radioactifs ainsi

formés ont généralement des temps de vie compris entre quelques millisecondes et quelques secondes. La difficulté est de maintenir la polarisation du noyau après son implantation dans un support. Des éléments tels que C, Ni, Au, Al, Mg sont employés à cet effet. La conservation de la polarisation étant fonction de la valeur des champs internes eux-mêmes fonction des sites d'implantation des noyaux (région substitutionnelle, interstitielle), de la température, de l'orientation des cristaux etc. Ainsi la production de noyaux polarisés, dans sa recherche des meilleurs sites, est aussi une porte ouverte vers la physique de l'état solide. L'interaction faible qui était l'objectif premier devient moyen d'investigation pour un nouveau domaine. Le temps de relaxation c'est-à-dire le temps nécessaire pour que les noyaux se dépolarisent lorsque le champ de maintien est coupé fait l'objet d'études particulières.

La valeur de la polarisation obtenue est mesurée par l'asymétrie de la désintégration β . Elle est mesurée par des détecteurs situés de part et d'autre de la cible d'implantation dans l'axe du champ magnétique. Une mesure du "zéro" est obtenue en supprimant la polarisation par l'application d'un champ radiofréquence de fréquence adéquate et orthogonal au champ principal ou en changeant le site d'implantation. Le figure 5 montre deux de ces dispositifs.

2.3 Polarisation par réaction nucléaire avec des particules polarisées

On peut espérer produire des noyaux avec une plus grande valeur de polarisation dans des réactions nucléaires où soit la cible soit la particule incidente sont polarisées. Ce fut le cas dans la réaction $^{12}\text{C}(\vec{p}, \vec{n})^{12}\vec{N}$. Des transferts de polarisation aussi élevés que 38% ont été mesurés [15] lorsque l'azote de recul intégré sur 2π était implanté dans du Al sur lequel une cible mince carbone était évaporée. Ici aussi un champ magnétique de maintien est nécessaire. Avec un faisceau de protons polarisés à 75% on peut obtenir une cible de $^{12}\vec{N}$ polarisée à 18%. La figure 6 montre les résultats obtenus en fonction de l'énergie du faisceau polarisé incident et selon différents sites d'implantation pour le noyau $^{12}\vec{N}$ de recul.

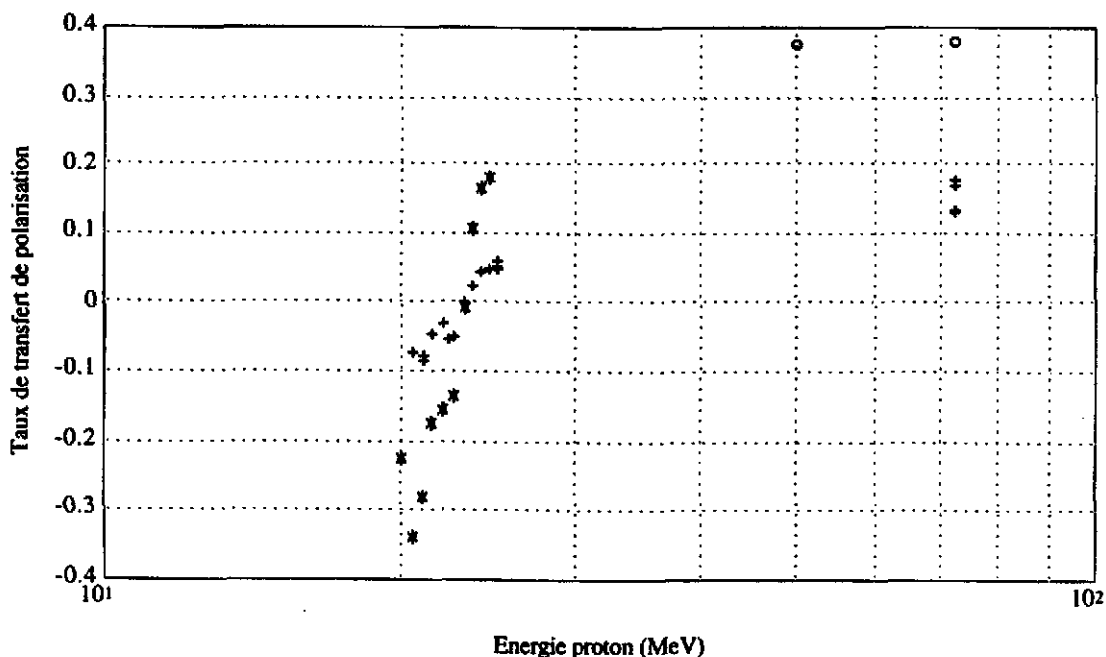


Figure 6: Taux de transfert de polarisation des noyaux $^{12}\vec{N}$ en fonction de l'énergie du proton dans la réaction $^{12}\text{C}(\vec{p}, \vec{n})^{12}\vec{N}$. Les 'o' et '*' correspondent aux implantations de $^{12}\vec{N}$ dans l'Al, les '+' lorsque l'implantation a lieu dans le carbone. Un transfert de 100% donnerait lieu à une polarisation de 66%.

2.4 Polarisation par lumière laser

Des travaux sont actuellement en cours pour réaliser des faisceaux de noyaux alcalins radioactifs polarisés et les implanter ensuite dans une région pour observer leur désintégration. Les noyaux radioactifs sont produits par réaction nucléaire auprès d'accélérateurs de protons ou d'ions lourds. Un équipement de séparation isotopique en ligne produit le faisceau de noyaux souhaités et les transporte électriquement chargés vers la zone expérimentale. Il convient alors de neutraliser les atomes en les faisant traverser une vapeur de Na et de superposer axialement au faisceau neutre, et dans une région où règne un champ magnétique axial, un faisceau laser intense de lumière polarisée circulaire. On réalise ainsi un pompage optique maximum vers des sous-états m ou $-m$ selon le sens de la polarisation circulaire. Par interaction hyperfine il y a alors transfert de la polarisation électronique vers une polarisation nucléaire. Les noyaux ainsi formés sont alors implantés dans un milieu permettant de garder la polarisation. On a ainsi réussi à polariser [14] à ISOLDE le ^{26}Na à 30% et tout récemment le ^{37}K à 26%. La mesure du degré de polarisation est obtenue par la mesure de l'asymétrie de la désintégration bêta.

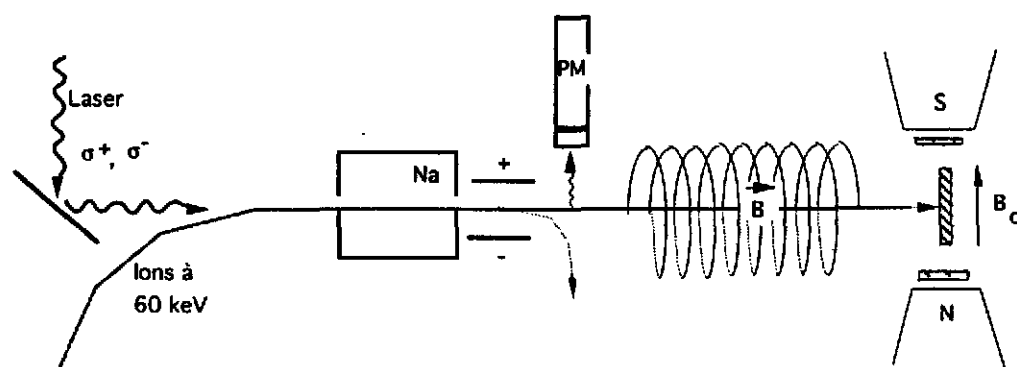


Figure 7: Polarisation des noyaux par excitation laser. Pour des raisons mécaniques, le spin du noyau final est tourné de 90° en fin de parcours.

Un autre domaine en plein développement est celui des trappes optiques dans lesquelles on essaie non seulement de confiner un grand nombre d'atomes (10^4 à 10^8 atomes) loin de toutes surfaces, mais aussi de les polariser. La première étape consiste à refroidir les atomes c'est-à-dire à diminuer leur énergie thermique. Le refroidissement se fait par interaction laser sur des atomes électriquement neutres. Six faisceaux lasers placés sur trois axes orthogonaux pointent vers l'origine d'un repère imaginaire. Ils sont tous réglés pour émettre de la lumière à une fréquence légèrement inférieure à celle correspondant à la différence d'énergie entre le niveau fondamental et le premier niveau excité. Lorsque les atomes se dirigent vers une source de rayonnement laser, ils perçoivent, par effet Doppler, les photons avec une énergie accrue et peuvent absorber un photon. Cette absorption induit un recul de l'atome et en conséquence un ralentissement de celui-ci.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dn}{dt} \frac{h\nu}{c} \hat{p}$$

L'émission qui suit est isotrope et n'altère donc pas en moyenne le ralentissement des atomes qui se déplaçaient vers une source de rayonnement. Il y a donc en moyenne et selon les trois axes un refroidissement des atomes. Cependant au fur et à mesure de leur ralentissement l'effet Doppler devient insuffisant et l'absorption n'a plus lieu. Ceci peut être réalisé soit par une variation continue de la fréquence laser "chirp", soit par un champ magnétique non uniforme.

Dans le cas d'un refroidissement avec champ magnétique non uniforme réalisé par deux bobines de anti-Helmoltz c'est-à-dire parcourues par des courants opposés, ce ralentissement peut s'accompagner d'un

confinement. Cette situation est décrite à la figure 8. Les bobines engendrent un champ magnétique nul au centre (croisement des axes) mais provoque un gradient de champ magnétique autour de la région d'interaction des atomes avec les lasers.

Si en outre la lumière émise par les lasers est polarisée circulaire, l'effet Zeeman présent en dehors du centre lève la dégénérescence des états hyperfins et la lumière polarisée circulaire favorisera les transitions vers des sous-états m supérieurs ou inférieurs créant ainsi des atomes dotés d'un moment magnétique dipolaire. La présence du gradient de champ $\partial B_i / \partial e_i$ avec ($i = x, y, z$) de l'ordre de 10 gauss/cm engendre une force de rappel

$$F_z = \frac{\partial B_z}{\partial e_z} m_z$$

et crée le confinement. Ces trappes portent le nom de ZOT (Zeeman-shift Optical Trap) ou de MOT (Magneto-Optic trap) [16]. Ce nuage d'atomes confinés est, dans le jargon du domaine, appelé "molasse". On parvient à y rassembler jusqu'à 10^{10} atomes.

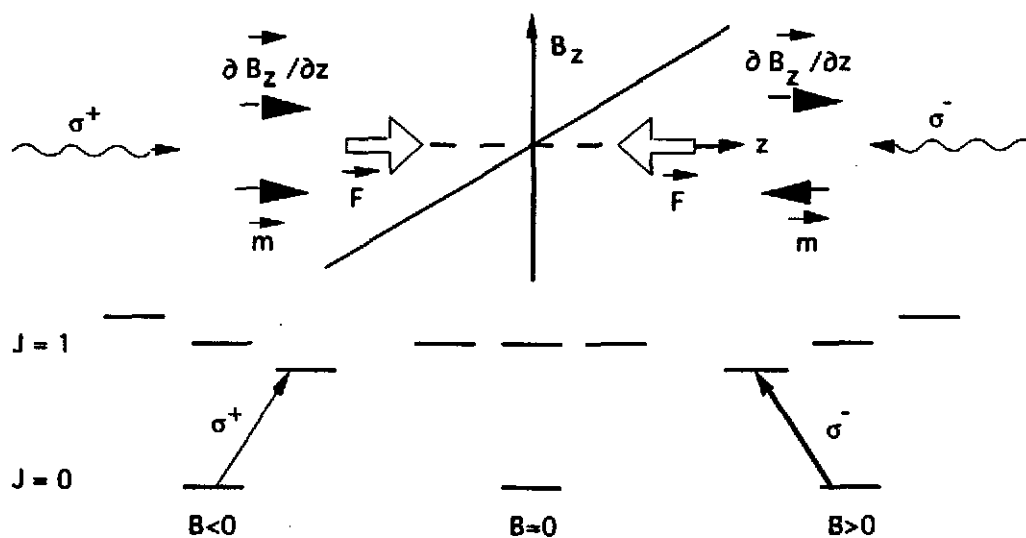


Figure 8: Ralentissement des atomes par absorption laser. Les polarisations des faisceaux lasers sont définis par rapport à l'axe z .

Les atomes ainsi confinés sont cependant non polarisés car les transitions par rapport à un axe unique (z par exemple) sont de types $\Delta m = +1$ et $\Delta m = -1$ donnant en moyenne un moment angulaire nul.

La polarisation est obtenue par une astuce supplémentaire. On opère trois modifications [17] :

1. On ajoute une paire de bobines anti Helmholtz perpendiculairement aux premières de façon à réaliser un champ dont le gradient s'annule selon un axe. Il n'y donc plus d'effet ZOT selon cet axe car le gradient y est nul.
2. Les polarisations circulaires des faisceaux laser selon cet axe privilégié sont modifiées de telle façon que seuls les états de même polarisation soient peuplés.
3. Sur les deux autres axes, les faisceaux laser opposés sont désalignés de quelques mm. L'auteur [17] explique que les atomes voulant s'échapper selon l'axe privilégié sont repoussés selon les autres axes vers une région de moindre champ et subissent alors une force de rappel. Les équations du mouvement assez complexes engendrent finalement un mouvement en spirale autour de $x=y=z=0$.

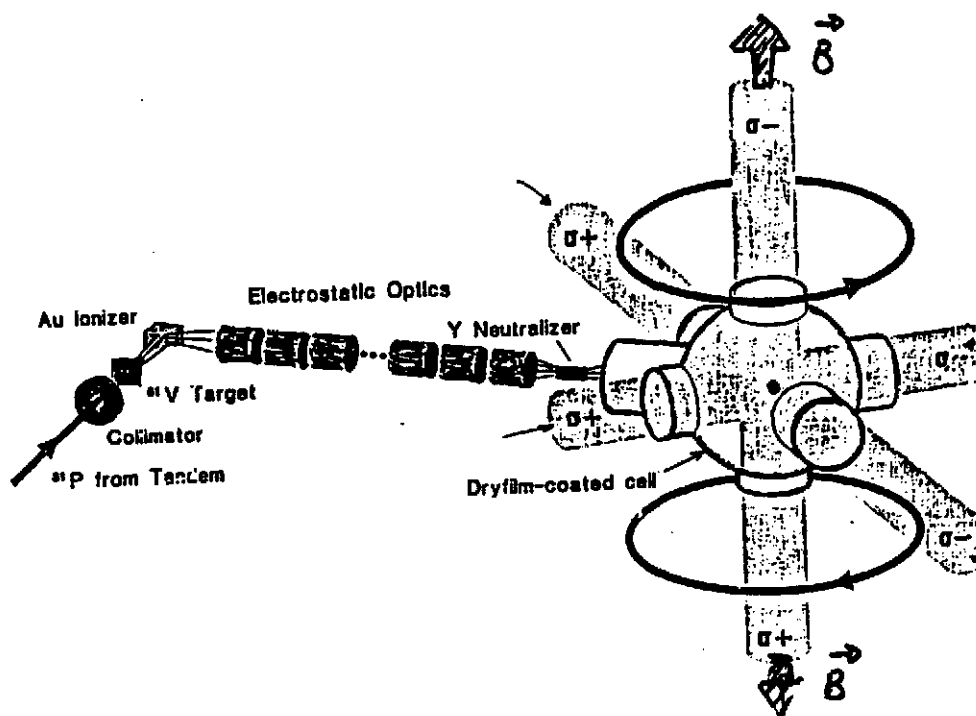


Figure 9: Vue schématique de l'installation de la trappe laser de Stony Brook.

Le fait que l'on ait inversé la polarisation circulaire d'un des rayonnements laser crée une polarisation nette selon un axe particulier. On a pu ainsi obtenir une polarisation allant jusqu'à 75%. Cette technique est assez délicate et requiert en outre l'ajout d'un faible champ magnétique de quelques gauss pour obtenir des résultats optimaux.

Des techniques plus simples sont également à l'étude. On interrompt par exemple le confinement pendant un bref instant; le temps d'inverser un des lasers, de réaliser une polarisation nette et de mesurer. Pendant ce temps le déconfinement s'opère et la molasse se dilate. On réinstalle l'opération de confinement avant que la perte de confinement ne soit trop avancée. Cette technique ON/OFF assez simple donne déjà de bons résultats [18]. Le domaine est en plein essor dans divers laboratoires et mérite qu'on lui porte attention.

2.5 Polarisation par cryogénie

Les noyaux dotés de spin non nuls possèdent un moment magnétique dipolaire qui interagit avec les champs magnétiques. Les valeurs de ces moments magnétiques dipolaires peuvent être trouvées dans des compilations récentes [19]. Ces interactions sont extrêmement faibles vu la petitesse des moments magnétiques nucléaires. Sous ces interactions, un noyau de spin I se subdivise en sous-états quantiques $I_z = m = I, I - 1, \dots - I$ avec un intervalle énergétique constant entre les sous-états, égal à

$$\Delta E_m = -\mu\mu_N B/I$$

où μ_N est le magnéton nucléaire, μ le moment magnétique nucléaire en unité de magnéton nucléaire, I le spin de l'état fondamental, et B le champ magnétique à l'endroit d'implantation du noyau à polariser. A température normale, l'énergie thermique de l'ensemble est suffisamment grande pour que tous les sous-états soient également peuplés. Par contre si on parvient à maintenir les noyaux à une température assez basse, les populations a_m des sous-états m deviendront inégales et se répartiront selon la loi de Boltzmann

$$a_m = \frac{\exp(-E_m/kT)}{\sum \exp(-E_m/kT)}$$

avec $E_m = \Delta E_m m$. Pour que les populations de ces sous-états varient considérablement, il faut que le terme kT soit comparable ou plus petit que la différence d'énergie entre sous-états soit [20] :

$$kT \leq \mu \mu_N B$$

$$\frac{B}{T} \geq k/\mu_N \mu \simeq 10^4 \text{ [Tesla Kelvin}^{-1}\text{]}$$

qui est une valeur plutôt difficile à obtenir. On peut par les supraconducteurs, atteindre des champs magnétiques de 10 T. Il faudrait donc des températures de 1 mK. Heureusement la nature aide en offrant des champs magnétiques internes très élevés de 50 T à 500 T dans des sites substitutionnels de certains éléments ferromagnétiques (Fe, Co, Ni, Gd). Ceci simplifie la vie d'au moins un ordre de grandeur et rend possible l'usage de cette technique dans les cryostats à dilution pouvant aisément atteindre des températures de 10 mK. Il suffit alors d'implanter les noyaux à étudier dans des éléments ferromagnétiques maintenus à 10mK. La polarisation que l'on peut obtenir est alors égale à :

$$P = \sum_m (m/I) a_m$$

où I est le spin du niveau fondamental.

Pour que cette technique soit utile, il faut en outre que le temps nécessaire aux noyaux pour se polariser soit inférieur au temps de vie du noyau dont on étudie la désintégration. Ce temps peut être estimé à l'aide de la relation de Korringa :

$$C_k = T_1 T$$

où C_k est la constante de Korringa, T_1 le temps de relaxation et T la température. Cette relation n'est cependant valable que si $\Delta E_m < kT$; requête opposée à celle qui était nécessaire pour un "effet Boltzmann" important. Le point de comparaison sera alors souvent exprimé en terme de température d'interaction définie par :

$$T_{int} = \frac{0.366 \mu [\mu_N] B [T]}{I [\hbar]} \text{ mK}$$

Estimation de T_1 .
 si $T > IT_{int}$ alors $T_1 = C_k / T$
 si $T < IT_{int}$ alors $T_1 = C_k / (IT_{int})$

Estimation de C_k . La constante de Korringa dépend à la fois du site d'implantation et du noyau implanté. La dépendance du noyau est incluse dans la notion de température d'interaction. La dépendance du site peut être trouvée dans des tables [21]. Pour l'implantation dans du Fe en site substitutionnel nous avons ainsi :

$$C_k = \frac{1.410^{-4} [s K^3]}{T_{int}^2 [K^2]}$$

En guise d'exemple, prenons le cas de ^{107}In ($I = 9/2$; $\mu = +5.585\mu_N$; $T_{1/2} = 31.4m$) implanté dans du Fe à 10 mK et sous un champ magnétique interne de 28.7T, les expressions précédentes donnent :

ΔE_m	1.1227e-06 eV
kT	8.6270e-07 eV
T_{int}	0.0130 Kelvin
polarisation	0.9169 %
C_k	0.8237 sec Kelvin
T_1	14.0409 sec ($T < T_{int}$)

On constate que le temps de relaxation est effectivement inférieur au temps de vie du noyau ^{107}In à étudier.

Les trappes (trappes électromagnétiques) non décrites ici font également l'objet de travaux bien actuels. Il en est de même pour la polarisation de noyaux par diffusion sous incidence rasante et par passage au travers de feuilles obliques minces. Cette section est donc loin d'être exhaustive et n'a pour but que de montrer la variété de recherches pour la réalisation de sources polarisées.

3 L'état de polarisation des électrons

3.1 La polarisation

Dans l'étude de l'interaction faible la polarisation des électrons n'a pas été l'objet d'étude systématique avant 1957. Cependant, d'excellents articles traitaient déjà de la polarisation des électrons; citons principalement celui de H.A Tolhoek [22]. Ce n'est qu'après la découverte de la violation de la parité en 1957 que les études concernant la polarisation des leptons et antileptons prirent un grand essor. Depuis nous savons que l'électron, le positron sont polarisés lors de leur émission dans un processus faible. Dans cette section nous allons définir ce que nous entendons par polarisation d'un électron, et comment nous pouvons la transformer.

Un électron polarisé possède deux états de spin. Il peut être soit de spin up soit de spin down et ceci selon une direction quelconque de l'espace. Une description complète doit informer du rapport

$$P_i = \frac{N_{up_i} - N_{dw_i}}{N_{up_i} + N_{dw_i}}$$

selon trois directions orthogonales, où N_{up_i}, N_{dw_i} sont les probabilités de trouver l'électron avec un spin up respectivement down selon chacune des trois directions choisies : ($i = x, y, z$). Le degré de polarisation d'un faisceau est donné par :

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$

Electrons au repos. Le vecteur polarisation \mathbf{P} d'un électron dans son repère est donnée par la valeur moyenne de l'opérateur de spin $\sigma \equiv (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

$$P_k = (\psi^*, \sigma_k \psi) \quad k = 1, 2, 3$$

$$\mathbf{P} = \langle \sigma \rangle$$

où ψ est la fonction d'onde décrivant l'électron et σ_k les matrices de Pauli.

Electrons non relativistes. On définit la *polarisation longitudinale* comme la projection du spin sur le moment.

$$P_l = \langle \sigma \cdot \hat{p} \rangle$$

$P_l = 1$ signifie que la polarisation est parallèle au moment \vec{p} , $P_l = -1$ qu'elle est opposée. En général le vecteur polarisation n'est ni parallèle ni antiparallèle, et sa valeur absolue est inférieure à 1.

On peut aussi mesurer la *polarisation transverse* P_t , par la projection du vecteur polarisation sur une direction perpendiculaire au moment. On choisira l'angle azimutal tel que P_t soit maximal.

$$P_t = \langle \sigma \cdot \hat{t} \rangle$$

Electrons relativistes. La définition la plus simple est la valeur moyenne de l'opérateur calculée dans le repère de la particule. Pour avoir la polarisation dans un autre repère on fera une transformation de Lorentz. On aura:

$$P_l(\text{lab}) = \langle \sigma \cdot \hat{p} \rangle = P_l(\text{rest})$$

$$P_t(\text{lab}) = \langle \beta \sigma \cdot \hat{t} \rangle = \frac{mc^2}{W} P_t(\text{rest})$$

où W est l'énergie totale de la particule dans le laboratoire [23].

3.2 Les transformateurs de polarisation

Ces transformations vont mettre en jeu d'une part la non interaction du moment magnétique de l'électron avec le champ électrique et d'autre part son interaction avec le champ magnétique. Le facteur gyromagnétique g reliant le spin (moment angulaire intrinsèque) de l'électron et le moment magnétique dipolaire de l'électron fera donc son apparition. Pour décrire l'évolution de la polarisation dans des champs magnétiques externes constants, nous définissons l'angle Φ entre le moment \hat{p} et le vecteur polarisation \vec{P} . Nous appelons $\Omega = d\Phi/dt$ le rythme de variation de cet angle et ω la vitesse angulaire de rotation de la quantité de mouvement \hat{p} .

$$(\vec{P} \cdot \hat{p})/P = \cos\Phi$$

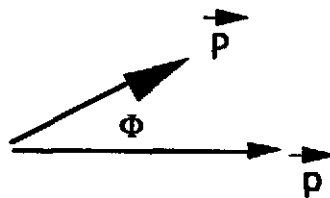


Figure 10: Définition de l'angle Φ entre le vecteur polarisation et la quantité de mouvement.

Le rythme de variation de l'angle Φ dans le laboratoire et dans des champs homogènes est donné par [24] :

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{e}{2m} \left(\frac{\hat{t} \cdot \vec{E}}{v} \left[(g-2) - \frac{g}{\gamma^2} \right] + \hat{t} \cdot (\hat{p} \times \vec{B})(g-2) \right)$$

où \hat{t} est un vecteur unitaire perpendiculaire à \hat{p} , vecteur unitaire selon \vec{p} . $\gamma = \sqrt{1/(1-(v/c)^2)}$, \vec{E} et \vec{B} sont les champs électriques et magnétiques à l'endroit de l'électron et m et g sont respectivement la masse et le facteur gyromagnétique de l'électron.

En guise d'illustration nous prenons quelques situations caractéristiques.

Champ magnétique longitudinal. La composante longitudinale du vecteur polarisation reste constante mais la composante transverse du vecteur polarisation précesse autour de l'axe du champ avec une fréquence angulaire :

$$\Omega_B = g\mu_0 B / \hbar \gamma$$

avec $\mu_0 = e\hbar/2m$

Champ électrique transverse. La trajectoire de particules est circulaire et la fréquence de rotation est :

$$\omega_E = eE/m\gamma v$$

qui est aussi la vitesse angulaire du moment. L'angle de polarisation (par rapport au moment) tourne avec une vitesse angulaire

$$\Omega_E = \frac{eE}{2mv} \left[(g-2) - \frac{g}{\gamma^2} \right] = \omega_E \frac{\gamma}{2} \left[(g-2) - \frac{g}{\gamma^2} \right]$$

Ainsi, le moment tourne d'une quantité $\omega_E t$ lorsque la polarisation tourne de $\Omega_E t$ et donc si l'on souhaite faire tourner le spin de $\pi/2$ la particule doit tourner d'un angle θ correspondant à l'équation:

$$\pi/2 = \theta \frac{\gamma}{2} \left[(g-2) - \frac{g}{\gamma^2} \right]$$

Dans la limite relativiste ($\gamma = 1$) on constate que $\theta = -\pi/2$.

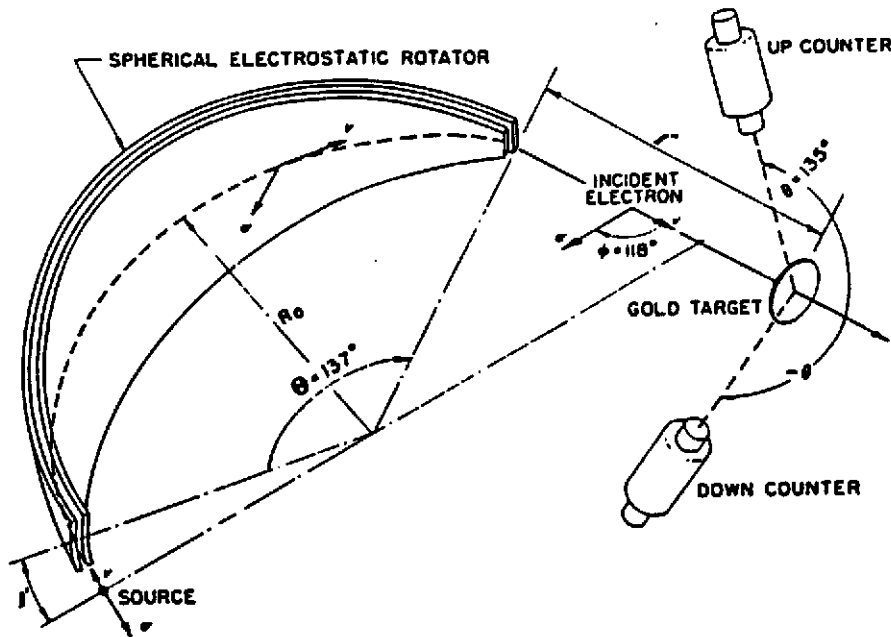


Figure 11: Transformation de spin dans un condensateur sphérique

Champ magnétique transverse. La particule tourne et le spin tourne également en suivant la particule. La polarisation change lentement car $g-2$ est non nul.

$$\Omega_B = \frac{eB}{2m} \gamma (g-2)$$

Champ croisés. Les champs électriques et magnétiques sont perpendiculaires entre eux et à l'axe suivi par l'électron. Les grandeurs de deux champs sont tels que les forces électriques et magnétiques se compensent. La particule continue donc son chemin en ligne droite mais le dipôle magnétique tournera et ainsi le spin. Pour cela, les champs doivent obéir à la relation

$$\vec{E} = -v \times \vec{B}$$

et

$$\Omega_{EB} = \frac{eB}{2m\gamma^2}$$

$$\vec{E} = -v \times \vec{B}$$

$$\Omega_{EB} = \frac{eB}{2m\gamma^2}$$

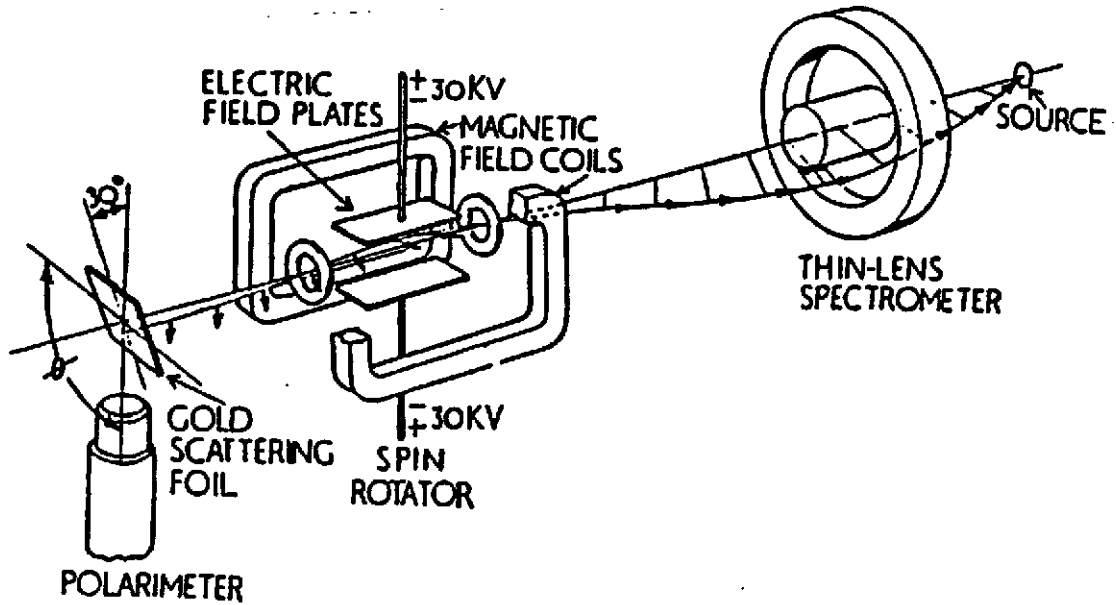


Figure 12: Transformation de spin dans des champs électrique et magnétique croisés.

4 Le transfert de polarisation: principes et techniques de mesures

Nous allons maintenant passer en revue les principaux mécanismes physiques qui dépendent de la polarisation. Ce seront essentiellement des créations ou diffusions de particules polarisées ou non dont la section efficace est fonction de l'état de polarisation soit d'une cible soit de la particule incidente.

4.1 Bremsstrahlung

Les électrons longitudinalement polarisés, incidents sur une cible non polarisée, changent de direction par interaction électromagnétique dans le champ du noyau et créent un rayonnement de freinage (bremsstrahlung) polarisé circulairement. Le signe de l'hélicité est conservé. La fraction de polarisa-

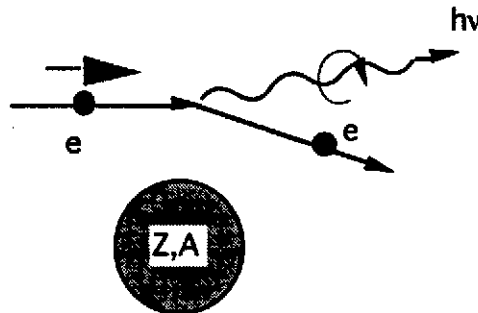


Figure 13: Mécanisme de bremsstrahlung.

tion transférée au photon de freinage dépend de la fraction d'énergie transférée, de l'angle d'émission et de la charge Z du noyau sur lequel le bremsstrahlung procède [30]. La quantité de polarisation transférée peut être paramétrisée par un paramètre L :

$$P_{circ}(photon) = LP_i(electron)$$

Pour être plus complet on peut aussi caractériser le transfert de polarisation *transverse* des électrons, pour lesquels on observera en outre une asymétrie azimutale autour du moment de l'électron. Soit T la fraction de polarisation transverse transférée.

$$P_{circ}(photon) = TP_t(electron)$$

Et enfin informons que les électrons *non polarisés* permettent d'obtenir des photons de bremsstrahlung de faible énergie linéairement polarisés et perpendiculaires au plan de l'interaction (lorsque les photons émis sont de haute énergie, la polarisation linéaire décroît comme lorsque les électrons incidents sont de basse énergie)

$$P_{lin}(photon) = LP_{nonpol}(electron)$$

Les figures 14 montrent le transfert de polarisation dans ces trois circonstances et pour des électrons de 2.5 MeV et 50 MeV. Dans le cas du transfert de polarisation longitudinale qui nous intéresse le plus, le transfert est maximum et proche de l'unité lorsque l'énergie transférée au photon est maximale et cela quel que soit le Z du diffuseur.

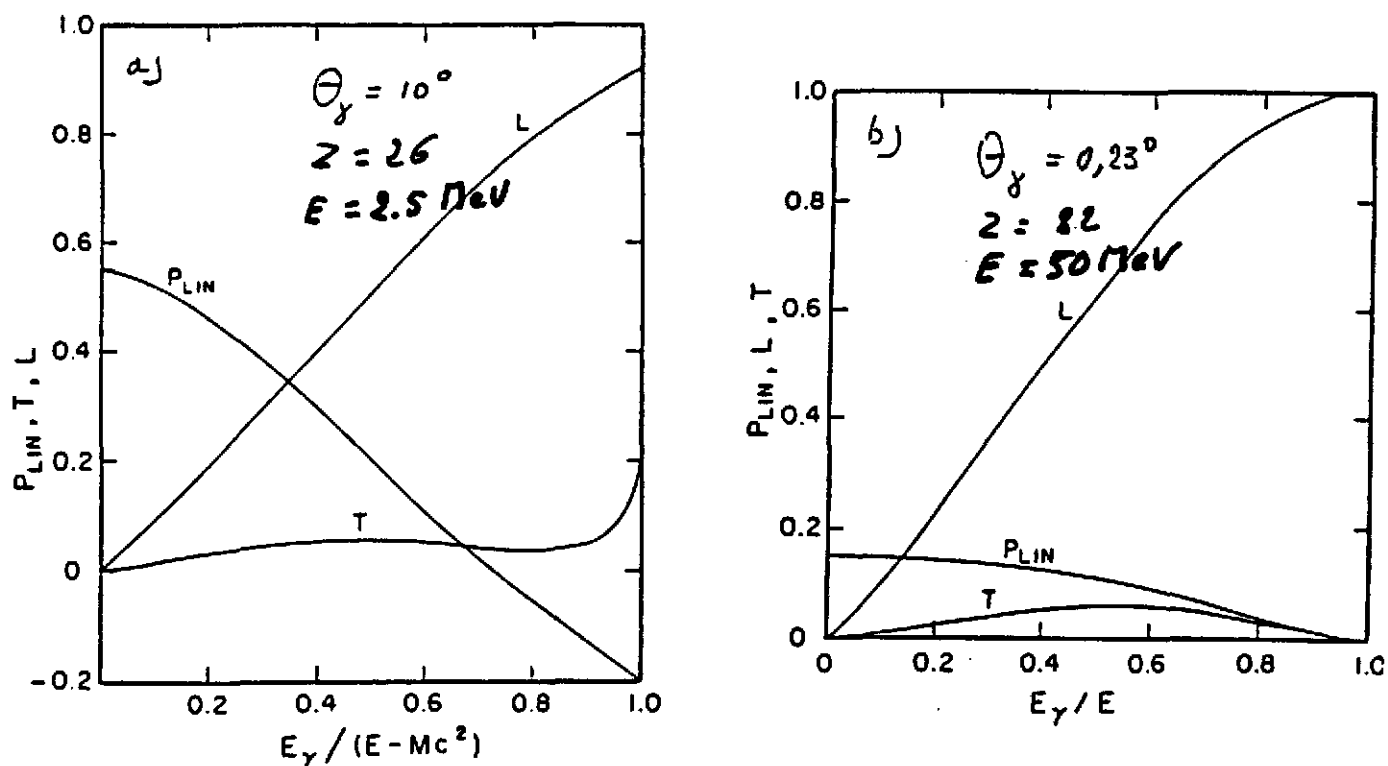


Figure 14: Quantité de polarisation transférée dans le mécanisme de bremsstrahlung sur des noyaux de Z différents. a) Energie de l'électron incident = 2.5 MeV, Z diffuseur = 26, angle de diffusion = 10° . b) Energie de l'électron incident = 50 MeV, Z diffuseur = 82, angle de diffusion = 0.23° .

Pour une polarisation arbitraire P des électrons avec un angle de polarisation Φ on a une combinaison de transfert donnée par:

$$P_{circ}(photon) = P(L\cos\Phi + T\sin\Phi)$$

4.2 Polarimétrie Compton

C'est la détection de la lumière polarisée circulaire après diffusion Compton sur des électrons polarisés. Il est connu que les photons font des diffusions Compton sur les électrons atomiques des atomes d'un milieu. Ce qui l'est moins, c'est l'existence dans la section efficace de diffusion d'un terme qui est fonction de la polarisation circulaire du photon incident et du spin des électrons diffuseurs [23].

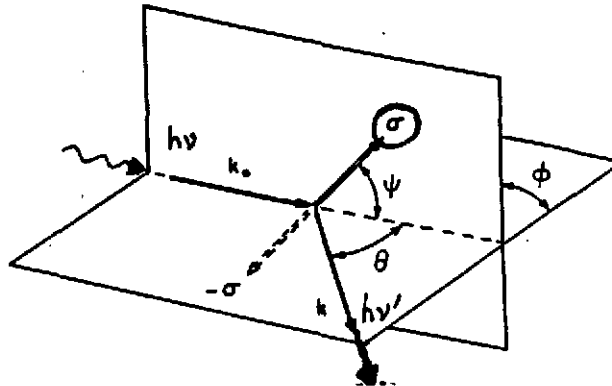


Figure 15: Diffusion Compton de photon sur un électron polarisé.

De façon simplifiée, la section efficace de diffusion peut s'écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + P \frac{d\sigma_1}{d\Omega}$$

où $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$ est la section efficace dépendante de la polarisation. Elle est reprise à la figure 16 où l'on remarquera le passage par zéro et donc une insensibilité de ce type de polarimètres pour des photons d'environ 650 keV.

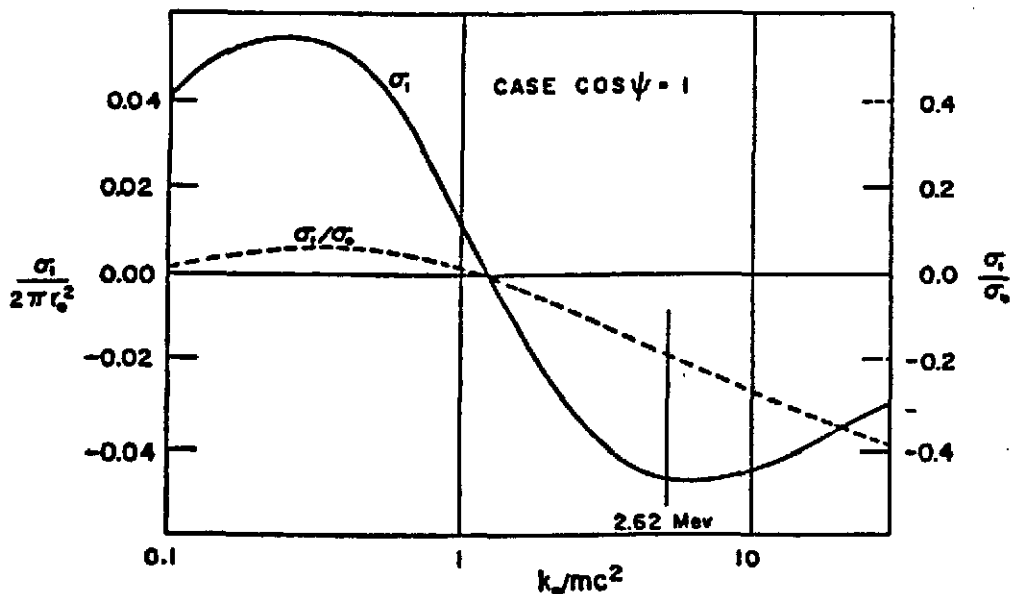


Figure 16: Section efficace Compton en fonction de l'énergie du photon, pour des photons polarisés circulairement à 100% diffusant sur des électrons ayant leur spin aligné sur l'axe d'incidence du photon.

Le pouvoir d'analyse, c'est-à-dire la sensibilité d'une mesure à la valeur de la polarisation circulaire du photon, est donnée par l'expression :

$\delta(k_0) = \frac{N_+(k_0) - N_-(k_0)}{N_+(k_0) + N_-(k_0)}$ où $N_+(k_0)$ et $N_-(k_0)$ sont les taux de comptage des photons diffusés selon que les électrons du milieu diffuseur sont de même sens (+) ou de sens opposés (-) à la direction des

photons incidents. La figure 17 montre ce pouvoir d'analyse pour différentes géométries de polarimètre où le photon diffusé est observé après transmission dans un bloc de matière polarisée ou après diffusion vers l'avant ou vers l'arrière.

$$\delta(\omega) = \frac{N_+(\omega) - N_-(\omega)}{N_+(\omega) + N_-(\omega)}$$

"inclut
7,7% de polarisation
du Fe"

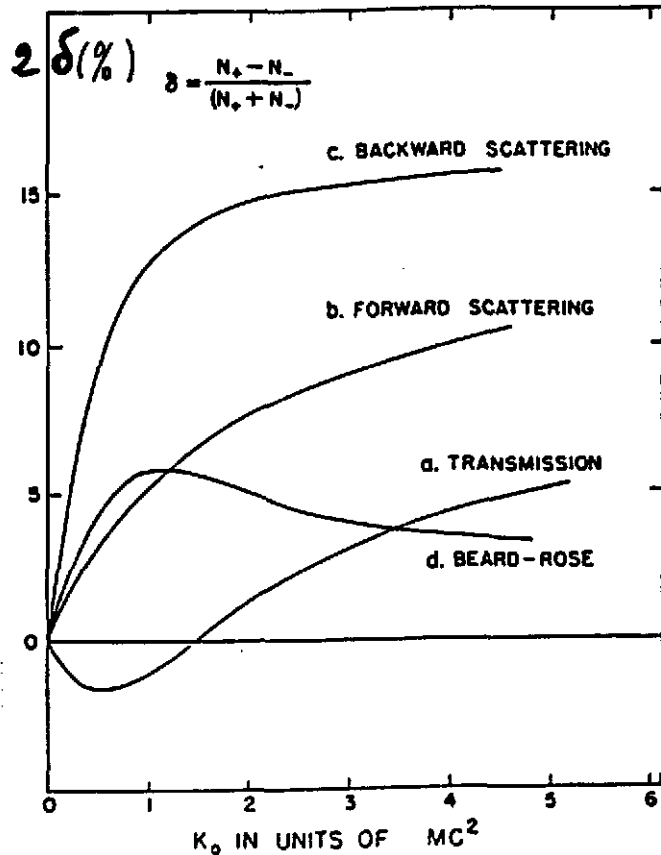


Figure 17: Pouvoir d'analyse (multiplié part 2) pour différents types de polarimètre en Fe. Ce pouvoir d'analyse tient compte des 7% de polarisation des électrons dans le Fe

La figure 18 montre une réalisation de ce type de polarimètre en mode diffusion vers l'avant.

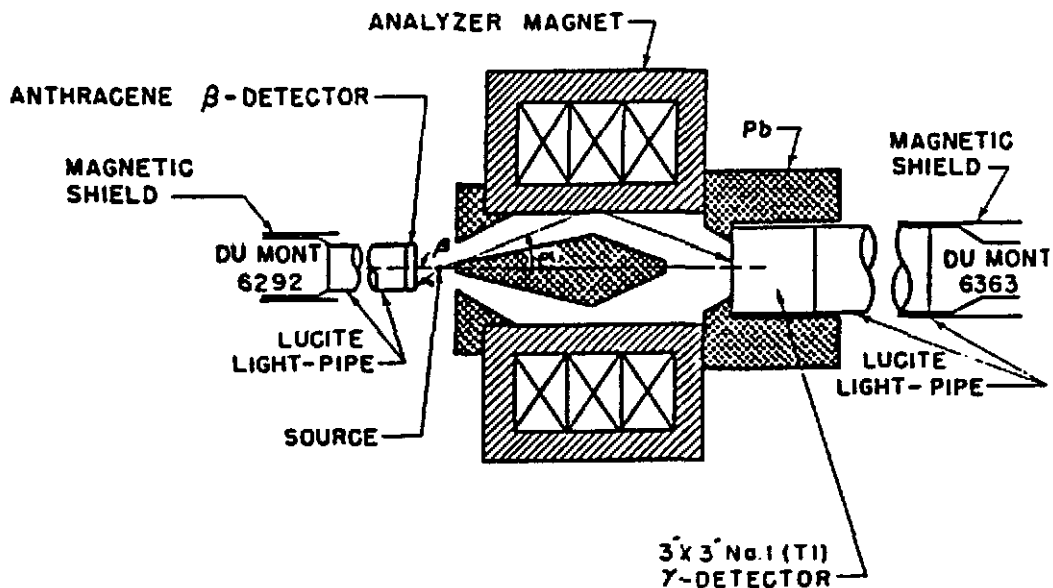


Figure 18: Polarimètre Compton en mode de diffusion vers l'avant.

4.3 Création de paires

La création de paires peut être considérée comme le processus inverse du bremsstrahlung. Un faisceau de photons polarisés circulaires produit des électrons et des positrons longitudinalement polarisés. La particule la plus énergétique emporte le signe de l'hélicité. Pour des photons très énergétiques le transfert devient 100% pour tous les éléments. Ceci implique pratiquement la conservation de la polarisation longitudinale dans les "gerbes" à haute énergie.

4.4 Annihilation de positrons en vol

Le transfert de la polarisation longitudinale du positron sur cible *non polarisée* peut être résumé comme suit. Il devient unité à haute énergie pour une annihilation en un seul gamma. Dans l'annihilation en deux gamma, c'est le gamma le plus énergétique (émis dans la direction du positron) qui emporte le plus de polarisation et qui conserve le signe de l'hélicité du positron. Si le positron est polarisé transverse, il existe aussi une polarisation circulaire des photons mais elle est très faible. Ceci est repris en synthèse dans le tableau 3.

Table 3: Transfert de la polarisation du positron sur cible non polarisée.

Entrée	Polarisation de e^+	Sortie	Pol circ. des $h\nu$
e^+	circulaire	1γ	1
e^+	circulaire	2γ émis vers l'avant	même signe pour γ le plus énergétique
e^+	transverse	2γ	faible

Lorsque la cible est polarisée, les sections efficaces d'annihilation en vol sont fonction de l'état de spin respectif du positron et de l'électron [25]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow} = \frac{r_0^2}{2\beta\epsilon^2} \frac{\beta^2 \sin^2\theta (1 + \cos^2\theta)}{1 - \beta^2 \cos^2\theta}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow} = \frac{r_0^2}{2\beta\epsilon^2} \frac{1 - \beta^2}{1 - \beta^2 \cos^2\theta} (1 + \beta^2 + \beta^2 \sin^4\theta)$$

où toutes les quantités sont données dans le repère du centre de masse : β est la vitesse du positron, ϵ est l'énergie totale en unité de mc^2 d'un des deux fermions en interaction, θ est l'angle entre ce fermion et le rayon γ et r_0 est le rayon classique de l'électron. De manière plus condensée, la section efficace d'interaction [26] peut aussi s'écrire [27] selon :

$$\sigma_1(E_1, E_2) = \sigma_0(E_1, E_2) \left[1 + A(E_1, A_2) \vec{P}_l \cdot \vec{P}_{e^-} \right],$$

où E_1, E_2 sont les énergies totales au laboratoire des deux particules dans l'état final; P_l est la polarisation longitudinale du positron et P_{e^-} la polarisation du matériau créant l'annihilation. La dépendance en spin est exprimée dans le terme $A(E_1, A_2)$ de la section efficace et est calculable par QED. La figure 19 montre les valeurs de ce pouvoir d'analyse en fonction de l'énergie des particules de l'état final. Il correspond à l'expression suivante basée sur les taux de doublets de gamma détectés dans les deux configurations de spin du Fe.

$$\frac{N_{\uparrow\uparrow} - N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\downarrow}} = A \vec{P}_l \cdot \vec{P}_{e^-}$$

Un dispositif expérimental utilisé dans le passé [27] est schématisé à la figure 20.

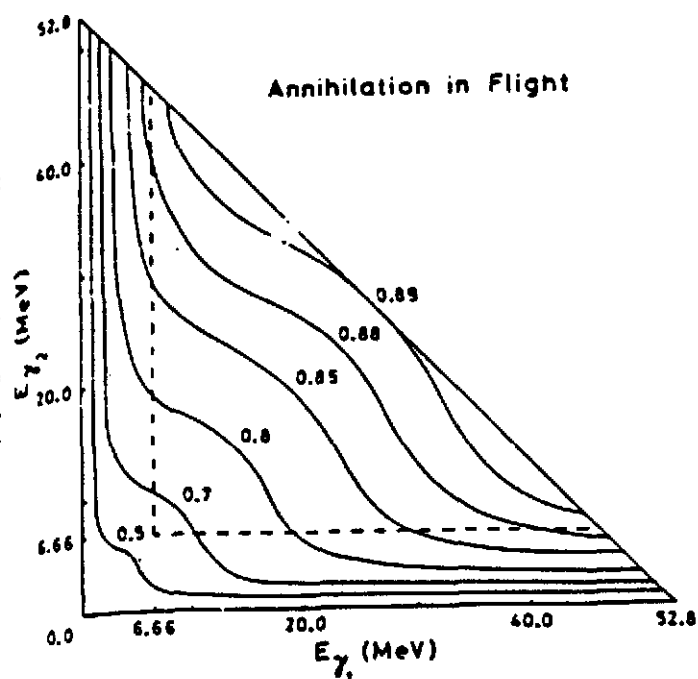


Figure 19: Pouvoir d'analyse pour l'annihilation en vol de positrons polarisés à 100% sur un matériau totalement polarisé et sa dépendance en fonction de l'énergie des photons émis.

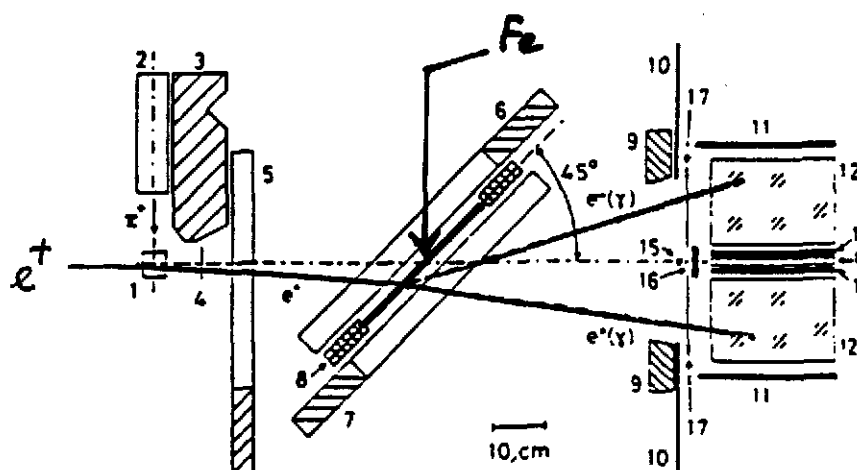


Figure 20: Dispositif expérimental d'annihilation en vol de positron sur du Fe polarisé. Un positron vient de la gauche, il est détecté dans une première chambre à fil. L'annihilation est confirmée par l'absence de signal dans la seconde chambre et par la détection d'un photon dans chacun des deux NaI placés à droite.

4.5 Diffusion Moeller ou Bhabha

La diffusion Moeller concerne la diffusion d'électrons sur des électrons, la diffusion Bhabha se rapporte à celle de positrons sur des électrons. Si deux électrons ont des spins parallèles, la section efficace de diffusion différentielle est plus petite que si les spins étaient antiparallèles. On peut naïvement comprendre cela comme une manifestation du principe de Pauli interdisant deux états identiques de se "rencontrer". Un intérêt tout particulier doit donc être accordé au rapport σ_p/σ_a . En effet il est à

la base des mesures de polarisations longitudinales. Ce rapport est fonction de la fraction d'énergie transférée. Il est présenté à la figure 21 en fonction de l'énergie des électrons (positrons) incidents lorsque les leptons sortants se partagent l'énergie disponible en moitié pour chacun.

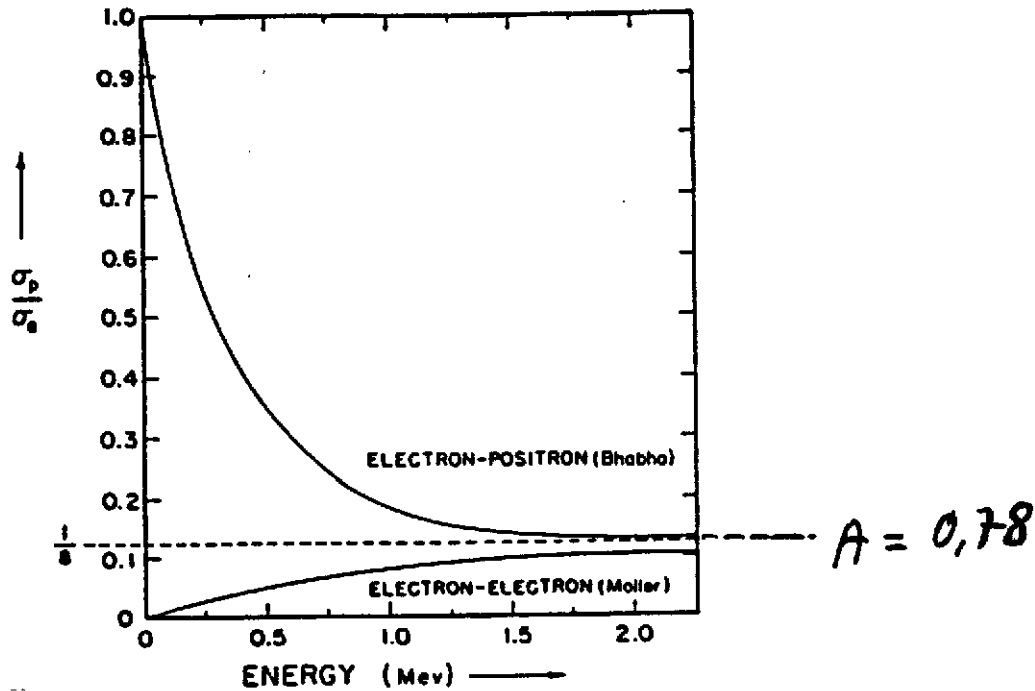


Figure 21: Rapport des sections efficaces de diffusion Moeller et Bhabha en fonction de l'énergie de la particule incidente.

Que faut-il pour déduire la polarisation d'un faisceau de particules de mesures de taux? Soit P_i la polarisation à mesurer et P_{e^-} la polarisation de la cible. Ces deux quantités n'étant pas nécessairement égales à 1. Soit aussi σ_+ et σ_- les sections efficaces de diffusion pour $P_i = 1; P_{e^-} = 1$ et $P_i = 1; P_{e^-} = -1$ respectivement. On a donc dans le cas dépolarisé ($P_i = 0$ et/ou $P_{e^-} = 0$) une section efficace de diffusion égale à $(\sigma_+ + \sigma_-)/2$. Il vient donc que le taux de comptage lorsque les spins sont parallèles est donné par :

$$N_+ = P_i P_{e^-} \sigma_+ + (1 - P_i P_{e^-}) \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2}$$

et lorsque l'on reverse la polarisation de la cible on obtient pour la situation antiparallèle,

$$N_- = P_i P_{e^-} \sigma_- + (1 - P_i P_{e^-}) \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2}$$

On obtient donc:

$$\frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = P_i P_{e^-} \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-} = P_i P_{e^-} \frac{1 - \sigma_-/\sigma_+}{1 + \sigma_-/\sigma_+}$$

Connaissant P_{e^-} l'on peut ainsi déduire P_i . La fraction $\frac{1 - \sigma_-/\sigma_+}{1 + \sigma_-/\sigma_+}$ est le pouvoir d'analyse.

On peut également donner le pouvoir d'analyse dans des situations plus générales que celles du partage égal d'énergie pour les leptons sortants. On a alors une expression similaire à celle utilisée dans l'annihilation en vol. La figure 22 montre les valeurs [27] de ce pouvoir d'analyse en fonction de l'énergie des particules de l'état final. On constatera que pareillement à l'annihilation en vol, le pouvoir d'analyse est très grand, voisinant les 70 à 80%.

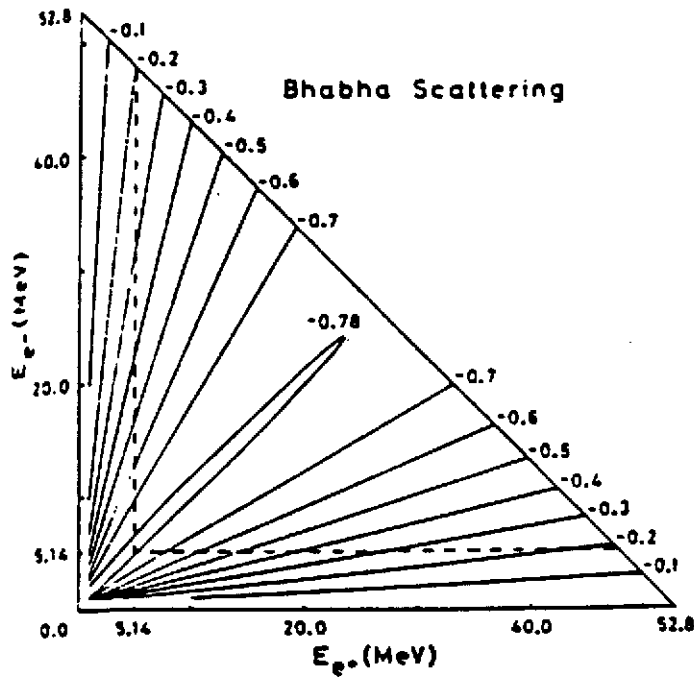


Figure 22: Pouvoir d'analyse de la diffusion Bhabha en fonction de l'énergie des particules de l'état final. La diagonale $E_1 = E_2$ correspond à la situation symétrique précédemment évoquée à plus basse énergie.

Les valeurs de P_{e^-} sont hélas loin d'être proche de l'unité. Dans le Fe, seuls 2 électrons sur 26 peuvent être forcés de s'aligner selon les champs internes. Même la valeur optimale de 7.7% est rarement atteinte. En feuilles minces on ne peut obtenir que $P_{e^-} = 0.054$. Si de plus les dispositifs expérimentaux exigent d'incliner les feuilles à 45° , la polarisation effective chutera à une valeur aussi petite que 3.7%.

Certains alliages ferromagnétiques permanents tels que le samarium-cobalt et le supermendur (49% Fe, 49%Co, 2%V) permettent d'atteindre des valeurs de $P_{e^-} = 0.04$ à 0.05.

Cette contrainte de faible polarisation des électrons diffuseurs réduit ainsi le pouvoir d'analyse des polarimètres Moeller, Bhabha et annihilation en vol à environ 3%.

4.6 Diffusion de Mott

C'est la diffusion des électrons dans le champ coulombien du noyau. La section efficace de ce processus est à peu près A fois plus élevée que la diffusion Moeller. L'interaction spin orbite est responsable de la sensibilité de cette diffusion à la polarisation transverse. Elle est très sensible dans le domaine de 30 keV à 1.5 MeV. La difficulté est de préparer des feuilles assez fines, car la sensibilité de la diffusion Mott est maximale lorsqu'il n'y a qu'une diffusion.

Elle ne convient pas très bien pour les positrons à cause de la répulsion coulombienne. Le principe de la sélectivité au spin est le suivant. Dans le référentiel du c.m. lorsque l'électron diffuse par exemple vers la droite, tout se passe comme si le noyau tournait autour de l'électron créant ainsi un moment magnétique dipolaire. Lorsque ce moment magnétique est parallèle au spin des électrons, la section efficace de diffusion est plus grande. Ainsi des électrons avec un spin vers le haut diffusent davantage vers la droite que vers la gauche. L'asymétrie attendue est donnée à la figure 23 pour les électrons et les positrons. Une asymétrie maximale de 20% peut être lue pour les électrons et de 6% pour les

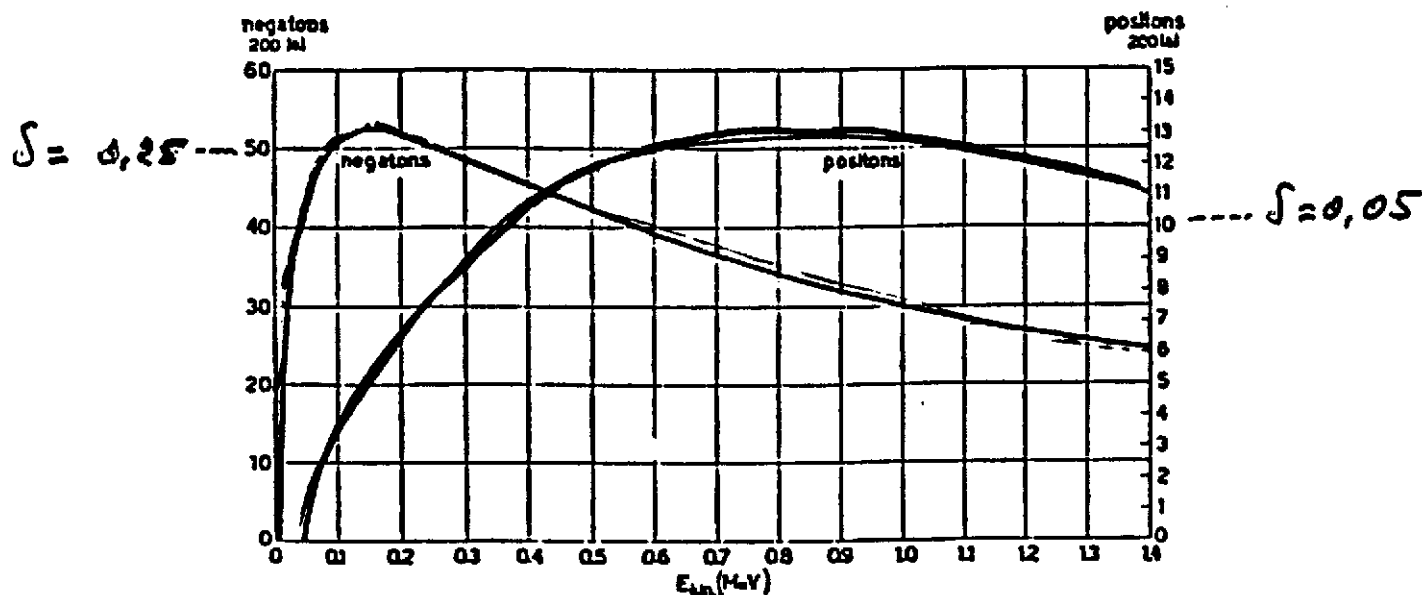


Figure 23: Asymétrie ($\times 200$) lors d'une diffusion Mott à 90° d'un faisceau d'électrons et de positrons polarisés transversalement à 100%.

positrons. L'asymétrie est comme d'habitude définie par le rapport de la différence des taux gauches et droits sur la somme de ces mêmes taux.

4.7 Spectroscopie du positronium

La méthode de mesure de la polarisation longitudinale des positrons par spectroscopie temporelle du positronium a été proposée indépendamment par Telegdi[28] et par Lundby [29]. Elle utilise la sensibilité, à la polarisation du positron, de la formation de l'état pseudo triplet (mélange des états $J=0$ et $J=1, m=0$) du positronium formé dans un milieu où règne un champ magnétique intense. Décrivons le principe. Le positronium est un système lié non stable composé d'un électron et d'un positron. Son énergie de liaison dans l'état n est :

$$E_n = -\frac{m_e c^2 \alpha^2}{4n^2}$$

L'énergie de l'état fondamental ($n=1$) est donc de $-6.8eV$, elle est de $-1.7eV$ dans l'état $n=2$. Les deux électrons peuvent se coupler avec des spins (moments angulaires) parallèles $F = 1$ ou anti parallèles $F = 0$. L'interaction spin-spin engendre ainsi deux niveaux écartés de $\Delta E = 8.4110^{-4}eV$.

Dans un champ magnétique, l'interaction du champ avec les moments magnétiques de l'électron et du positron lève la dégénérescence des trois sous-niveaux $m = -1,0,1$ de l'état triplet avec la particularité de n'avoir aucune action sur les deux sous-états $m = -1$ et $m = +1$ puisque les moments dipolaires magnétiques de l'électron et du positron sont opposés et se compensent exactement. Donc seuls les niveaux $J=0$ et $J=1, m=0$ vont se déplacer comme le montre la figure 24.

Sans champ magnétique externe, les quatre sous-états sont également peuplés. L'état singlet ($J = 0$) se désintègre en 2 γ de 511 keV avec un temps de vie de 0.125 ns et l'état triplet ($J = 1$) se désintègre en 3 photons selon un spectre d'énergie continu de 0 à 511 keV et avec un temps de vie théorique de 142 ns dans le vide.

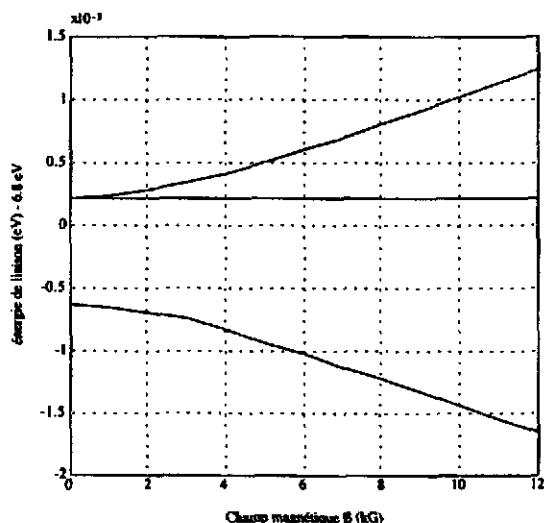


Figure 24: Energies des sous-états du positronium en fonction du champ magnétique. L'état singlet ($J = 0, m = 0$) se déplace vers le bas tandis que l'état pseudo-singlet ($J = 1, m = 0$) gagne de l'énergie. Les sous-états triplets $m = \pm 1$ restent inchangés.

Lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué, les sous-états $m = 0$ se mélangent donnant naissance à des nouveaux états appelés pseudo-singlet et pseudotriplet. Les temps de vie s'en trouvent affectés:

$$\begin{aligned} \lambda_{PT} &= \cos^2\theta\lambda_T + \sin^2\theta\lambda_S \\ \lambda_{PS} &= \sin^2\theta\lambda_T + \cos^2\theta\lambda_S \end{aligned}$$

où l'angle de mélange θ est égal à :

$$\tan 2\theta = x(B) = \frac{\mu_0(g_e - g_p)B}{\Delta E} = \frac{B[kG]}{36.2942}$$

Le temps de vie du pseudo-singlet s'en trouve à peine rallongé tandis que le temps de vie du pseudo-triplet est radicalement réduit comme le montre la figure 25. Les temps de vie des sous-états $m = \pm 1$ du triplet sont inchangés.

En outre, les populations des sous-états sont affectées non seulement par la valeur du champ mais aussi par sa direction relative au spin du positron. Le tableau 4 donne cette information.

Table 4: Population des états du positronium dans un champ magnétique.

état	sous-état	dénomination	population	mode de désintégration
F=1	m=1	triplet	$(1 + P)/4$	$3\gamma(2\gamma)$
	m=0	pseudo triplet	$(1 - (\hat{B} \cdot \hat{P})\epsilon P)/4$	$2\gamma(3\gamma)$
	m=-1	triplet	$(1 - P)/4$	$3\gamma(2\gamma)$
F=0	m=0	pseudo singlet	$(1 + (\hat{B} \cdot \hat{P})\epsilon P)/4$	2γ

Le terme $\epsilon(B)$ dans l'expression de la population des sous-états, représente le pouvoir d'analyse de la polarimétrie positronium.

$$\epsilon(B) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

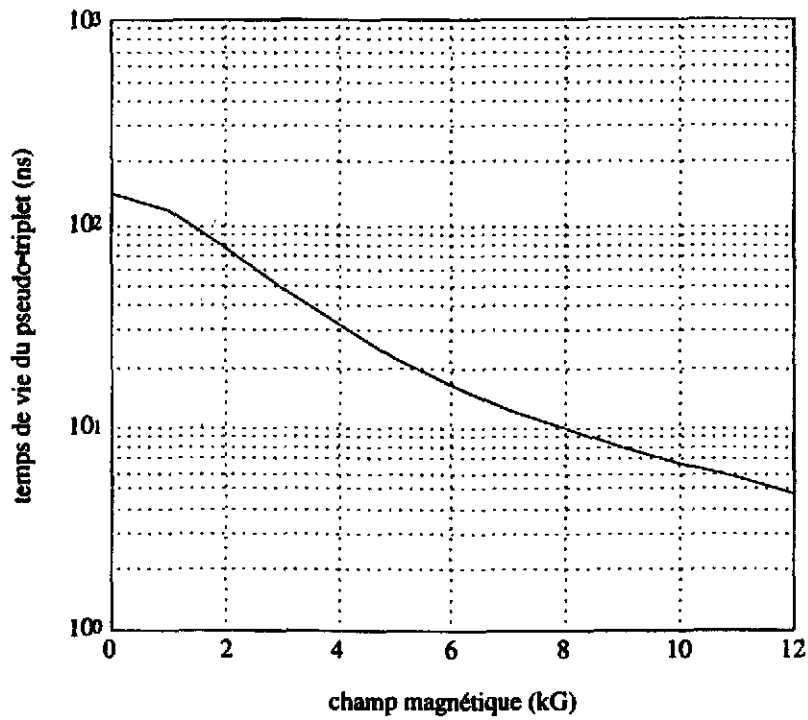


Figure 25: Temps de vie de l'état pseudo-triplet en fonction du champ magnétique.

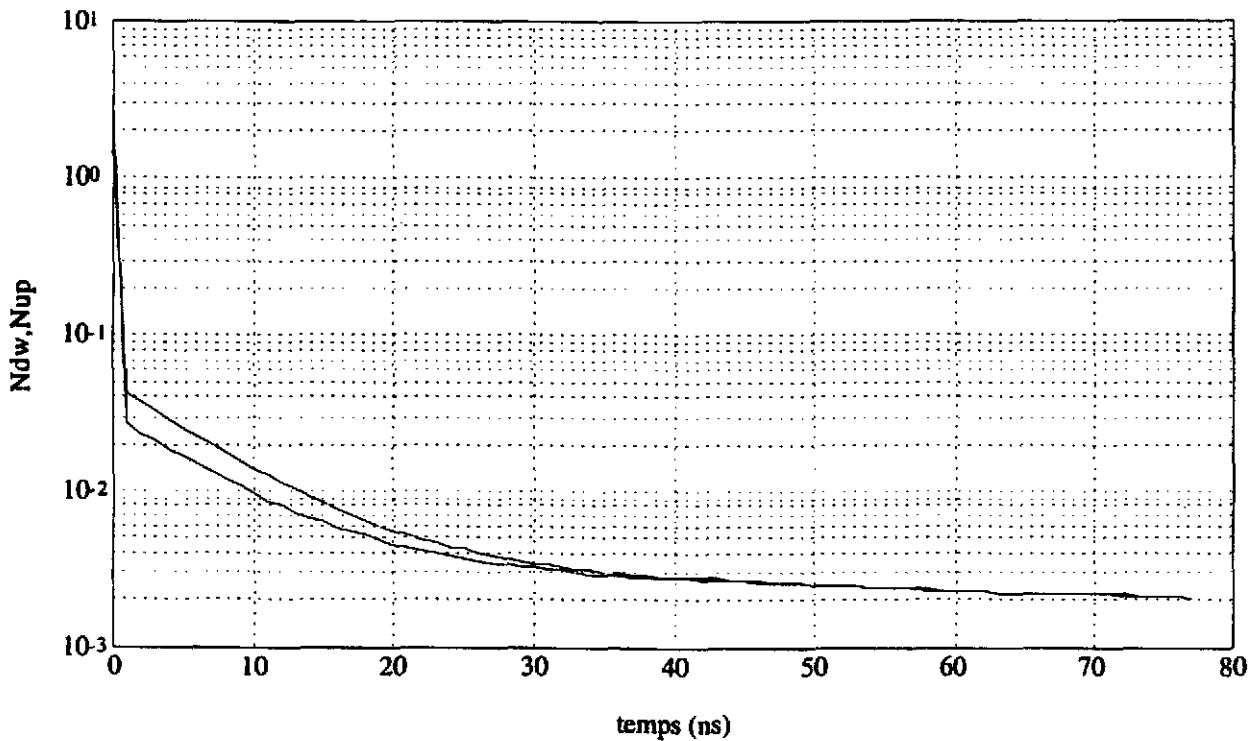


Figure 26: Spectre temporel de désintégration du positronium avec $f = 1$ et $B = 9.6kG$. L'échelle verticale est arbitraire. On distingue nettement les désintégrations de l'état pseudo-triplet selon que le champ magnétique est parallèle (dessus) ou antiparallèle (dessous) au spin du positron incident.

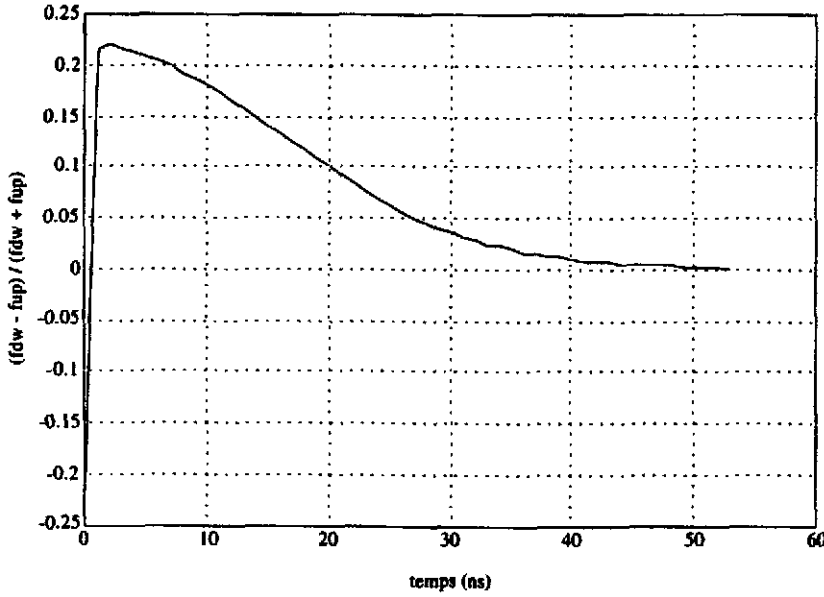


Figure 27: Asymétrie en fonction du temps pour $B = 9.6$ kG et $\epsilon = 0.25$.

Le taux de désintégration du positronium est alors donnée par :

$$\frac{dN(t)}{dt} = f \left[\frac{1}{4}(1 \pm \epsilon P) \lambda_{ps} e^{-\lambda_{ps}t} + \frac{1}{4}(1 \mp \epsilon P) \lambda_{pt} e^{-\lambda_{pt}t} + \frac{1}{2} \lambda_t e^{-\lambda_t t} \right] + (1 - f) \delta(t)$$

où les signes supérieurs correspondent aux états de spins parallèles. Le paramètre f est la fraction de positronium formé dans le milieu d'implantation du positron. La fonction $\delta(t)$ représente l'annihilation directe des positrons qui n'ont pas pu former du positronium. Dans les solides c'est pratiquement une fonction delta, en réalité elle est plus complexe et contient l'évolution temporelle des positrons libres dans la matière d'implantation.

La figure 26 montre la fonction $\frac{dN(t)}{dt}$ pour $B = 9.6$ kG induisant : $\epsilon = 0.256$ et $\tau_{pt} = 1/\lambda_{pt} = 7.6$ ns.

La polarimétrie est réalisée en mesurant la fonction $\frac{dN(t)}{dt}$ pour deux orientations opposées du champ magnétique B . On obtient ainsi une asymétrie $a(t)$ fonction du temps, très caractéristique et dont l'amplitude est proportionnelle au pouvoir d'analyse $\epsilon(B)$:

$$a(t) = \frac{dN(t)_{\uparrow\downarrow}/dt - dN(t)_{\uparrow\uparrow}/dt}{dN(t)_{\uparrow\downarrow}/dt + dN(t)_{\uparrow\uparrow}/dt} \simeq (\epsilon P) a_0(t)$$

Nous dessinons cette asymétrie à la figure 27.

La technique revient donc à arrêter des positrons dans un milieu et d'observer dès leur arrivée la structure temporelle de désintégration des positroniums formés. Une mesure d'asymétrie permet de déduire ϵP . L'asymétrie observable est très grande et rend donc cette technique très performante; le grand handicap réside dans le fait qu'il faut ralentir les positrons et former le positronium ce qui résultera en diffusion du faisceau incident et en dépolariation dans le processus de ralentissement. Ce point est traité dans la section suivante. La dépolariation ne permet pas de connaître ϵ avec grande précision, par contre lors de mesures de polarisations relatives, cette méconnaissance ne porte pas à conséquence car le terme ϵ tombe dans un rapport du type : $\frac{\epsilon P_a}{\epsilon P_b}$.

5 Les mesures

5.1 La précision

Comme dans toute mesure de précision, la statistique est nécessaire et il convient d'en évaluer la quantité nécessaire pour atteindre l'objectif dans un temps raisonnable. En outre, la quantité de statistique nécessaire est liée étroitement au pouvoir d'analyse. En effet plus ce dernier est grand moins il faut de précision absolue pour réaliser une mesure significative. Cette section a pour but de clarifier ces divers points.

- La luminosité est définie par la fraction des événements sensibles à l'analyseur de polarisation. Si N_{in} est le nombre de particules dont il faut mesurer la polarisation P , seule une fraction N_{out} de celui-ci participera à l'analyse en polarisation. Cette réduction peut être due : aux angles solides, à des coupures en énergies, à des efficacités de compteurs, à des sections efficaces ... et constitue un filtre. On aura donc :

$$N_{out} = f N_{in}$$

où f est le facteur de réduction.

- Le pouvoir d'analyse a va agir maintenant sur la partie déjà filtrée des événements. Nous aurons donc en général pour deux situations différentes des taux de comptages différents. Appelons les N^+ et N^- . Ils correspondent soit à des taux mesurés pour des spins opposés d'un matériau diffuseur, soit à des taux mesurés pour des orientation opposées de champ magnétique, etc.... On a donc :

$$N^+ = f N_{in}(1 + aP)$$

$$N^- = f N_{in}(1 - aP)$$

d'où l'on tire:

$$aP = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}$$

La précision relative sur la polarisation P que l'on va obtenir de ce type de mesure est égale à :

$$\frac{\sigma_P}{P} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{1}{2fN_{in}}(1 + aP)}$$

En guise d'exemple, supposons que l'on veuille une mesure relative à 10^{-3} de précision, que le pouvoir d'analyse est de $3 \cdot 10^{-2}$. Si l'on veut obtenir cette précision au bout de 20 jours de mesures, il faut que le produit fN_{in} soit égal à $300s^{-1}$. Les conditions seront donc claires pour f et pour N_{in} .

A tout ceci s'ajoute bien sûr toute la discussion des erreurs systématiques. Dans l'exemple précité la précision demandée aboutit à mesurer un effet qui est de l'ordre

$$\sigma_P a = \frac{\sigma_P}{P} P a \simeq 3 \cdot 10^{-5},$$

en prenant P proche de l'unité. C'est donc un effet extrêmement petit à mesurer. Les asymétries instrumentales doivent alors être très soigneusement critiquées et au mieux mesurées.

5.2 La dépolarisation

Les mesures de polarisation s'accompagnent toujours de diffusions et/ou de ralentissements dans la matière qui causent une dépolarisation partielle de la polarisation des particules incidentes. Cette dépolarisation provient de différentes sources.

5.2.1 Par bremsstrahlung

La dépolarisation due au bremsstrahlung est surtout importante à haute énergie. Elle fut étudiée par Olsen et Maximon [30]. Retenons seulement la relation qu'ils proposent :

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{rad} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}P_l\right)\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{rad}$$

et qui lie la perte relative de polarisation à la perte relative d'énergie totale par radiation.

5.2.2 Par diffusion Moeller (e^-, e^-) ou Bhabha (e^+, e^-)

Effet coulombien. En ne considérant que les diffusions à petits angles des électrons sur les électrons ou des positrons sur les électrons de la matière, Bouchiat [31] affirme que l'axe de rotation du vecteur polarisation est perpendiculaire au plan de la diffusion. En négligeant les termes en θ^2 la valeur α de cette rotation est donnée par:

$$\alpha = (1 - m/E)\theta$$

où θ est l'angle de diffusion de la particule incidente, E son énergie totale et m la masse de l'électron. Cette diffusion à petits angles correspond à de larges paramètres d'impacts et est gouvernée par la partie purement coulombienne de l'interaction (e^-, e^-) ou (e^+, e^-)

Ionisation. Lorsque la particule perd de l'énergie par ionisation, la perte d'énergie par collision est relativement petite ($\Delta E \simeq qq \ 10eV$). Les angles de diffusion sont relativement petits. La variation de polarisation longitudinale est donnée par :

$$\frac{\Delta P_l}{P_l} = \frac{m}{E} \left(\frac{2m\Delta E}{E^2 - m^2} \right) + \text{ordre} \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^2$$

Il apparaît donc clairement que pour des énergies $E \gg m$, où la perte par ionisation augmente, ce type collision ne peut donner lieu à de grandes dépolarisations.

Les grands transferts d'énergies. Les grands transferts d'énergie avec $E > m$ et $\Delta E \simeq E/3$ sont peu probables; de l'ordre de m/E . La polarisation peut être affectée par un basculement de spin, mais ceci est également de l'ordre de m/E . Ceci nous amène à une faible probabilité de modifier considérablement le vecteur polarisation par ce mécanisme.

5.2.3 Par diffusion coulombienne sur les noyaux

Là aussi le vecteur polarisation subit une déflexion d'un angle α autour d'un axe perpendiculaire au plan de la diffusion.

$$\alpha = \theta - 2 \arctg \left(\frac{m}{E} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right).$$

qui dans l'approximation des petits angles devient : $\alpha = (1 - m/E)\theta$

Le graphique suivant résume ce qui vient d'être décrit et donne le taux de perte de polarisation en fonction de l'énergie de l'électron incident. On constate qu'à grande énergie, le taux de perte est faible car la polarisation suit rigidement le moment. Il est également faible à très basse énergie lorsque la polarisation se découple du moment. L'électron diffuse mais le vecteur polarisation n'est que peu modifié. Par contre la région de transition relativiste-nonrelativiste est soumise à des dépolarisations importantes. Ceci est rendu visible dans la figure 28.

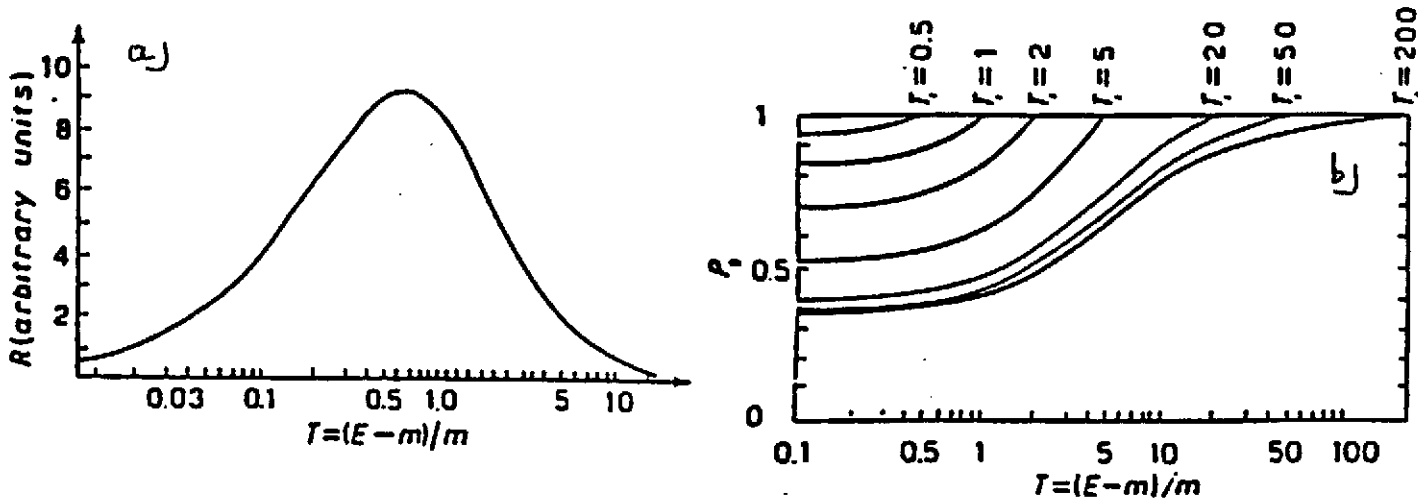


Figure 28: a) Taux de dépolarisation en fonction de l'énergie de l'électron. b) Evolution de la polarisation lors du ralentissement dans du CH_2 pour différentes énergies initiales.

Tout ceci est également fonction du Z de la matière traversée: la dépendance du rapport de la polarisation finale sur la polarisation initiale (P_f/P_i) en fonction de la charge Z du milieu diffuseur est donnée par :

$$\left(\frac{P_f}{P_i}\right)_X = \left[\left(\frac{P_f}{P_i}\right)_{CH_2}\right]^\sigma \quad \text{où } \sigma = \frac{\alpha_X}{\alpha_{CH_2}} \quad \text{et } \alpha = \frac{Z(Z+1)}{Z}$$

Un calcul permet ainsi d'établir le graphe 29

5.3 Exemples

Nous terminons en citant quelques exemples de mesures de polarisation à haute précision réalisées ou proposées ces dernières années. Les détails et figures pour chacune de ces expériences peuvent être trouvés dans la littérature.

- Violation de l'invariance T dans la désintégration du 8Li (PSI Zurich).
La polarisation du noyau 8Li est obtenue par transfert de polarisation d'un faisceau de deutons polarisés. La mesure de la polarisation transverse du spin de l'électron est réalisée par diffusion Mott sur une fine feuille de Pb [32].
- Recherche d'un éventuel boson droitier dans la désintégration de ^{107}In (Louvain).
La polarisation des noyaux ^{107}In est réalisée après séparation isotopique par implantation des noyaux dans du Fe maintenu à 10 mK. La polarisation longitudinale des positrons est mesurée par la technique du positronium. C'est une mesure relative qui compare les polarisations pour deux orientations différentes du spin du noyau émetteur [33].

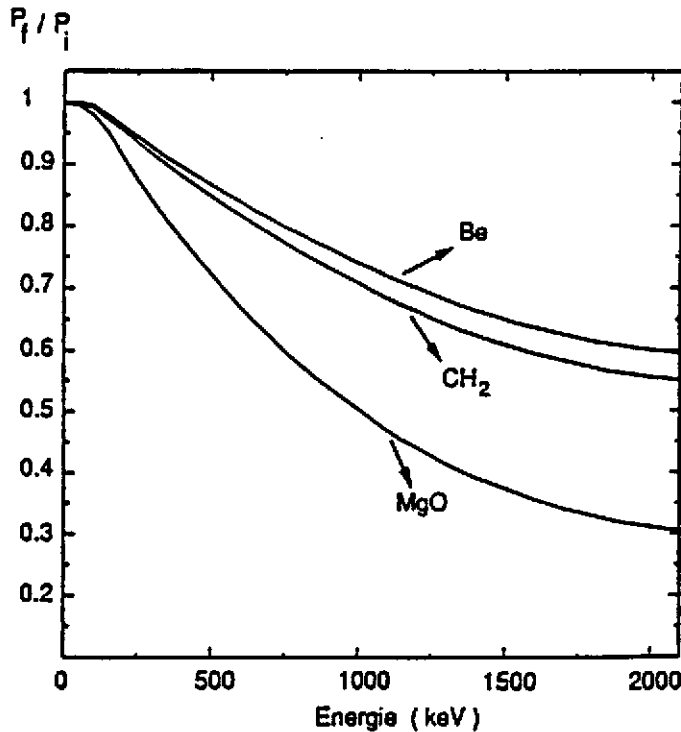


Figure 29: Evolution de la polarisation lors du ralentissement dans différents matériaux.

- Limites sur la masse d'un éventuel boson droitier dans le rapport des polarisations F/GT dans les désintégrations de ^{26}Al et de ^{30}P (Groeningen).
La polarisation des positrons émis par les noyaux ^{26}Al et ^{30}P non polarisés est mesurée par une diffusion Bhabha sur des cylindres de fer polarisés dont on alterne fréquemment l'orientation des spins. C'est une mesure relative de la polarisation des positrons émis par ^{26}Al et par ^{30}P [34].
- Recherche d'un éventuel boson droitier dans la désintégration du muon (PSI-Louvain).
C'est un projet de recherche utilisant la désintégration des pions au repos pour obtenir une source de muons totalement polarisés. La partie la plus énergétique des positrons Michel émis sont sélectionnés et envoyés vers un polarimètre basé sur la technique de l'annihilation en vol de positrons. C'est une mesure relative de la polarisation de ces positrons de 50 MeV émis par des muons polarisés et par des muons non polarisés [35].

Remerciements

Je tiens à remercier tous mes collaborateurs de l'Institut de Physique Nucléaire de Louvain, ainsi que mes nombreux collègues de l'ETH à Zurich, pour les heures passées ensemble auprès des expériences qui plus que les livres fascinent mais aussi instruisent sur les difficultés expérimentales et obligent à la lutte pas à pas. Un grand merci aussi aux professeurs J. Deutsch, J. Govaerts, P. Quin et N. Severijns pour les nombreuses et fructueuses discussions.

Références

- [1] J.D. Jackson, S.B. Treiman, H.W Wyld N.P. 4(1957) 206
- [2] C.S. Wu et al., Phys. Rev. 105 (1957) 1413.
L.M. Chirovsky et al. Physics Letters 94B (1980) 127.

- [3] C.J. Christensen, V.E. Krohn, G.R. Ringo, Phys. Rev. C 1 (1970) 1963.
- [4] M.A.B. Bég, R.V. Bundy, R. Mohapatra and A. Sirlin, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1252.
- [5] B.R. Holstein, S.B. Treiman, Phys. Rev. D 16 (1977) 2369.
- [6] P.A. Quin and T. Girard PLB 229(1989)29
- [7] V. Brudanin et al. Nucl.Phys. A 587 (1995) 577.
- [8] J. Deutsch and P. Quin, "Precision Tests of the Standard Electroweak Model", World Scientific, Ed. P Langacker (1995) 706. therein.
- [9] D.H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, Addison-Wesley, 1982.
- [10] H. Brandle, et al., Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 299.
- [11] K. Sugimoto, I. Tanihata and J. Goering, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1533.
- [12] Y. Nojiri, Y. Kumata and T. Minamisono, Hyperfine Interactions 9 (1981) 443.
- [13] Y. Kuno et al., Hyperfine Interactions 39 (1988) 253.
- [14] Neugardt, Communication privée.
- [15] J. Liechti et al., Nucl. Phys. A533 (1991) 292
- [16] A. et J. Dalibard, La recherche 25 (1994) 30.
- [17] T. , et al., Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 2168.
- [18] P.A. Voytas et al., A.I.P. conf. Proc. 293 (1994) 208.
- [19] P. Raghavan Atomic Data and Nuclear Data Tables.
- [20] A. Postma , N.J. Stone, "Low temperature Nuclear Orientation", ed N.J. Stone and A. Postma, Elsevier Science Publishers B.V. (1986) pp 1-30.
- [21] E. Klein, "Low temperature Nuclear Orientation", ed N.J. Stone and A. Postma, Elsevier Science Publishers B.V. (1986) pp 579-639.
- [22] H.A. Tolhoek, Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 277.
- [23] L. Marton, "Methods of Experimental Physics: Nuclear Physics", ed L.C.L Yuan and C.S Wu, Academic Press volume 5 part 2 (1963) 215.
 α, β, γ Spectroscopy. volume 2, H. Frauenfelder, R.M. Steffen, "The helicity of β particles" Ed K. Sieghahn North-Holland (1965), 1431.
- [24] V. Bargmann, L. Michel, and V.L. Telegdi, Phys. Rev. Lett. 2 (1959) 435.
- [25] A. Buhler et al. P.L. 7 (1963) 368
- [26] Lorne A. Page, Phys Rev. 106(1957)394,
W.H. McMaster, Nuovo Cimento 17 (1960) 395,
Adam M. Bincer, Phys. Rev. 107 (1957) 1434,
G.W. Ford and C.J. Mullin, Phys. Rev. 108 (1957) 477.
- [27] F. Corriveau et al. P.R. D24. (1981) 2004
- [28] Communication privée dans : L. Madansky, cours donné au CERN en 1961 (réf. CERN 62-8(fév 1962))
- [29] A. Lundby, Progr. Elem. Part. Cosmic. Ray Phys. 5 (1960) 1.
- [30] H. Olsen and L.C. Maximon, Phys. Rev. 114 (1959) 887.
- [31] C. Bouchiat and J.M. Lévy-Leblond, Il nuovo cimento vol XXXIII (1964) 193.
- [32] M. Allet et al., Phys. Rev. Lett. 68 (1992) 572.
K. Bodek et al. PSI Nuclear and Particle Physics Newsletter (1994) 93;
- [33] N. Severijns et al. Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 4047 and Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 611e
- [34] V.A. Wichers, et al. Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 1821.
- [35] Letter of intent for an experiment at PSI R-95-06.

SEMINAIRES JEUNES

Fusion et mécanismes de réactions binaires dans le système $^{35}\text{Cl} + ^{24}\text{Mg}$ à $E_{\text{lab}} = 275 \text{ MeV}$

Rachid NOUICER - CRN Strasbourg

Les mesures exclusives fragment-fragment effectuées pour la réaction $^{35}\text{Cl} + ^{24}\text{Mg}$ à $E_{\text{lab}} = 275 \text{ MeV}$ permettent d'estimer l'importance de la fusion-fission asymétrique par rapport au processus de deep-inélastique (*l'orbiting*). Les données inclusives des résidus d'évaporation révèlent une petite contribution de la fusion incomplète. Une étude plus approfondie de la cinématique de réaction à deux corps se basant sur la loi de conservation de l'impulsion est en cours pour rechercher les sources d'émission des fragments.

Onde de choc dans le système S + Al à 37.5 MeV/u ?

Michael CHARVET - ISN Grenoble

L'étude avec le multidétecteur AMPHORA, des collisions centrales dans le système S + Al à 37.5 MeV/A, semble mettre en évidence un phénomène dans lequel le système composite subit un processus d'expansion. Un tel mécanisme pourrait avoir pour origine l'apparition d'une onde de choc due à la décompression consécutive à la collision.

Expansion d'un plasma de quarks et d'antiquarks et transition vers la phase hadronique

Ludovic BOT - SUBATECH Nantes

Par simulation numérique, nous résolvons l'équation de Boltzmann à l'approximation de Hartree pour un gaz de quarks et d'antiquarks indépendants, décrits par le hamiltonien $h = \sqrt{P^2 + M^2}(r, t)$. La masse effective des particules, $M(r, t)$, est solution de l'équation de gap résultant de l'approximation de champ moyen dans le lagrangien de Nambu-Jona-Lasinio. La symétrie chirale de ce lagrangien est brisée par l'introduction de la masse des quarks légers ($m_u = m_d = 4 \text{ MeV}$). Une transition de phase est observée vers la masse des quarks constituant les hadrons ($M = 300 \text{ MeV}$).

Evènements de "Vaporisation" du système $^{36}_{18}\text{Ar} + ^{58}_{28}\text{Ni}$ et fonctions de corrélation

Monia ASSENARD - SUBATECH - Nantes

Les corrélations de particules fournissent un outil de mesure capable d'accéder à certaines grandeurs physiques significatives (dimension spatio-temporelle, température des sources d'émission...). Cette analyse a été entamée sur les données expérimentales collectées sur la réaction Ar + Ni à 95 MeV/nucléon dans lesquelles les évènements dits de "vaporisation" ont été sélectionnés. L'étude des résonances dans ces fonctions de corrélation donne des résultats encore préliminaires (une résonance en moyenne par évènement de vaporisation, un paramètre température $\approx 11 \text{ MeV}$ et des temps d'émission inférieurs à 100 fm/c).

Analyse qualitative des effets réfractifs dans les noyaux à halo

Abderrahman BOUKOUR - PNTPM - UL Bruxelles

Une nouvelle approche basée sur l'étude du flux quantique en diffusion élastique d'ions lourds permet une analyse directe de la diffusion réfractive et la mise en évidence d'un éventuel effet de "halo" de neutrons dans certains noyaux.

Etude neutronique de la voie résidu dans les collisions Ar + Au, à 60 MeV/u, avec DEMON

François-René LECOLLEY - LPC / ISMRA Caen

Angle de flot dans les collisions semi-centrales Au + Au de 150 à 800 MeV/u

Philippe CROCHET - CRN Strasbourg

L'étude des collisions d'ions lourds relativistes avec le détecteur FOPI permet d'extraire des valeurs réalistes et précises de l'angle de flot dans la région participante de la réaction. Cette grandeur est utilisée pour caractériser la forme de l'évènement en fonction de la centralité et de l'énergie incidente. Son extraction se fait à l'aide de la mesure des fragments de masse intermédiaire qui sont, au contraire des particules légères, réellement représentatifs des degrés de liberté collectifs du système, puisque étant peu affectés par les fluctuations d'origine thermique.

$^{19}\text{Ne}(p, \gamma)^{20}\text{Na}$ motivation astrophysique et méthode de mesure directe

Jean-Sébastien GRAULICH - IPN - UC Louvain

La réaction $^{19}\text{Ne}(p, \gamma)^{20}\text{Na}$ peut jouer un rôle important pour la nucléosynthèse explosive. Un faisceau radioactif de ^{19}Ne , d'intensité $\leq 10^9$ pps, est utilisé pour mesurer directement sa section efficace qui est inférieure au μbarn aux énergies de la fusion thermonucléaire. On détecte les β^+ émis par le ^{20}Na que l'on sépare des β^+ de plus faible énergie, émis par le ^{19}Ne , à l'aide d'un solénoïde muni d'un obstacle axial. Le système de détection est conçu pour minimiser le bruit de fond.

Références : A.E. Champagne et M. Wiescher, Ann. Rev. Nucl. Part. Sc. 42(92)39.

C. Michotte et al. NIM A, accepté.

R. D. Page et al. PRL 73(94)3066.

Flot transverse dans les réactions centrales Au + Au, 150 MeV/u.

Christelle ROY - CRN Strasbourg

Thermodynamique et collisions des agrégats de sodium

Feng-Shou ZHANG - GIP, CERFACS Toulouse

On a étudié les propriétés thermodynamiques des collisions d'agrégats de sodium par la dynamique moléculaire de type "tight-binding" pour Na_n ($n = 2-8$ and 20). On trouve une structure solide pour $T \leq 150$ K et une structure liquide pour $T \geq 350$ K. Les spectres de

vibration des agrégats et leur dépendance en température^{1/} ont été analysés. Les processus de collision^{2/} à faible énergie entre deux agrégats dans leur état fondamental ont été étudiés.

1/ F.S. Zhang, F. Spiegelmann, and E. Suraud soumis à *Phys. Rev. B* (1995)

2/ F.S. Zhang, F. Spiegelmann, E. Suraud, V. Frayssé, R. Poteau, R. Glowinski, and F. Chatelin, *Phys. Rev. Lett.* A193 (1994) et *Z. Phys. D* sous presse.

Etude du flot latéral dans les collisions Ar + Ni de 32 à 95 MeV/u

Thomas LEFORT - CRN Strasbourg

Transitions électroniques sous l'effet d'un changement de charge ou d'un recul neutre

Laurence WAUTERS - PNTPM - UL Bruxelles

Une approche théorique du calcul des probabilités de transition vers les états liés ou non de l'atome fille a été effectuée dans le cadre de l'approximation brusque. Un traitement analytique et numérique a été développé en présence d'un électron. Le traitement numérique a été étendu au problème à deux électrons. Les résultats ont été présentés pour la radioactivité β de ${}^6\text{He}$.

Sur les états de multiphonons

Cristina VOLPE - GANIL Caen

L'étude expérimentale des états de multiphonons (résonances géantes multiples) excités par des collisions relativistes entre ions lourds donne des résultats qui sont en contradiction avec les prédictions théoriques sur les sections efficaces. Les modèles utilisés jusqu'à présent se basent sur notre connaissance des résonances géantes et sur l'hypothèse que le comportement du noyau reste harmonique.

Par contre si l'on schématise le noyau par un oscillateur anharmonique à une dimension excitée par un champ Coulombien relativiste, on peut montrer que même une anharmonicité aussi faible que 10% peut modifier de façon significative la probabilité d'excitation des états de multiphonons et augmenter leur section efficace d'un facteur 1.6. Ce résultat nous fait croire que les anharmonicités pourraient jouer un rôle important quand le noyau vibre avec une grande amplitude.

Etude du couplage entre deux mouvements collectifs

David SAMSOEN - CEN Bordeaux

Le couplage de ces 2 mouvements collectifs a été introduit par Chandrasekhar dans son étude de la stabilité des corps célestes.

L'introduction de la vorticité en Physique Nucléaire s'inscrit dans l'optique d'une meilleure description des phénomènes collectifs. Ph. Quentin et I.N. Mikhailov ont montré par des arguments classiques que ces 2 mouvements peuvent expliquer le staggering observé dans certaines bandes superd form es.

L'étude du modèle de l'oscillateur harmonique avec double Cranking confirme leurs hypothèses dans une approche plus quantique.

Détermination de sources d'émission de particules dans le système Ar + Ni

Laurent NALPAS - DAPNIA / SPhN CE Saclay

Analyse en moment de Fox des événements recueillis par le multidétecteur INDRA au cours des collisions Xe + Sn entre 25 et 50 MeV/A.

Stéphanie SALOU - GANIL Caen

Afin d'étudier les différents mécanismes intervenant lors des collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires, il faut pouvoir les distinguer. Pour ce faire, il est nécessaire d'utiliser des variables cinématiques globales adaptées. Ainsi, nous avons choisi d'utiliser les moments de Fox, qui donnent une mesure de la forme et de la compacité de l'évènement. Cette méthode donne de bons résultats puisqu'elle permet de faire une sélection efficace entre les évènements binaires et les évènements centraux.

PARTICIPANTS ECOLE JOLIOT-CURIE 1995

ABGRALL Yvon

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - *abgrall@frcpn11.in2p3.fr*

AICHE Mourad

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - *aiche@frcpn11.in2p3.fr*

ASSENARD Monia

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - *assenard@frcpn11.in2p3.fr*

BACRI Charles-Olivier

IPN Orsay - BP 1 - F-91406 ORSAY Cedex - *bacri@frcpn11.in2p3.fr*

BALIAN Roger

SPhT - CE Saclay - F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - *valerie@amoco.saclay.cea.fr*

BELLAICHE Frédéric

IPN Lyon - 43 Bld du 11 Novembre 1918 - F-69622 VILLEURBANNE Cedex - *bellaich@frcpn11.in2p3.fr*

BENCHEIKH Kamel

Institut de Physique - Université de Sétif - A-19000 SETIF - ALGERIE

BOIVIN David

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - *boivin@borsu0.in2p3.fr*

BORDERIE Bernard

IPN Orsay - BP 1 - F-91406 ORSAY Cedex - *borderie@frcpn11.in2p3.fr*

BOT Ludovic

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - *bot@nanh2.in2p3.fr*

BOUGUETTOUCHA Abdelouaheb

CRN Strasbourg - BP 28 - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 - *bouguet@crnhp1.in2p3.fr*

BOUKOUR Abderrahman

PNTPM - CP 229 - ULB - B1050 BRUXELLES - BELGIQUE - *aboukou@ulb.ac.be*

BUCHET Philippe

DAPNIA / SPhN - CE Saclay - F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - *buchet@phnx7.saclay.cea.fr*

CHARVET Michaël

ISN Grenoble - 53 Av. des Martyrs - F-38026 GRENOBLE Cedex - *charvet@isnd23.in2p3.fr*

CHOMAZ Philippe

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - *chomaz@ganac4.in2p3.fr*

COLIN Jean

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *colin@frcpn11.in2p3.fr*

COLONNA Maria

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - *colonna@ganac4.in2p3.fr*

CROCHET Philippe

CRN Strasbourg - BP 28 - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 - *crochet@crnvsq.in2p3.fr*

CUGNON Joseph

PNT - Institut de Physique B5 - Sart Tilman - B-4000 LIEGE 1 - BELGIQUE - *cugnon@gw.unipc.ulg.ac.be*

CUSSOL Daniel

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *cussol@caevax.in2p3.fr*

DRAPIER Olivier

IPN Lyon - 43 Bld du 11 Novembre 1918 - F-69622 VILLEURBANNE Cedex - *drapier@ipnl.in2p3.fr*

DURAND Dominique

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *dodurand@frcpn11.in2p3.fr*

EUDES Philippe

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - *eudes@frcpn11.in2p3.fr*

FRANKLAND John David

IPN Orsay - BP 1 - F-91406 ORSAY Cedex - frankland@ipnvbx.in2p3.fr

GAUTHERIN Claire

DAPNIA / SPhN - CE Saclay - F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - gautheri@phnx7.saclay cea.fr

GOVAERTS Jan

IPN - UC Louvain - 2 Ch. du Cyclotron - B-1348 LOUVAIN-LA-NEUVE - BELGIQUE - govaerts@fynu.ucl.ac.be

GOBBI Adriano

GSi - Postfach 11 05 52 - D-64220 DARMSTADT - ALLEMAGNE - gobbi@vsag.gsi.de

GRAULICH Jean-Sébastien

IPN - UC Louvain - 2 Ch. du Cyclotron - B-1348 LOUVAIN-LA-NEUVE - BELGIQUE - graulich@fynu.ucl.ac.be

GUARNERA Alfio

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - guarnera@ganac4.in2p3.fr

IOULDACHBAEVA Elmira

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex / INP Tachkent - iouldach@frcpn11.in2p3.fr

JACQUOT Bertrand

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - jacquot@ganac4.in2p3.fr

JOUAULT Bruno

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - jouault@frcpn11.in2p3.fr

LAVILLE Jean-Louis

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - laville@frcpn11.in2p3.fr

LECOLLEY François-René

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - lecollef@frcpn11.in2p3.fr

LE FEVRE Arnaud

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - lefevre@ganac4.in2p3.fr

LEFORT Thomas

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - lefort@frcpn11.in2p3.fr

LIBERT Jean

CEN Bordeaux - Physique Théorique - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - libert@frcpn11.in2p3.fr

MORJEAN Maurice

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - morjean@frcpn11.in2p3.fr

NALPAS Laurent

DAPNIA / SPhN - CE Saclay - F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - nalpas@frcpn11.in2p3.fr

NOUCER Rachid

CRN Strasbourg - BP 28 - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 - nouicer@crnsu1.in2p3.fr

PRIEELS René

IPN - UC Louvain - 2 Ch. du Cyclotron - B-1348 LOUVAIN-LA-NEUVE - BELGIQUE - prieels@fynu.ucl.ac.be

QUENTIN Philippe

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - quentin@frcpn11.in2p3.fr

REMAUD Bernard

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - remaud@frcpn11.in2p3.fr

REPOSEUR Thierry

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - reposeur@frcpn11.in2p3.fr

ROY Christelle

CRN Strasbourg - BP 28 - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 - roy@crnvsg.in2p3.fr

SALOU Stéphanie

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - salou@ganac4.in2p3.fr

SAMSOEN David

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - samsoen@borsu0.in2p3.fr

SEBILLE François

SUBATECH - 4 rue Kastler - F-44070 NANTES Cedex 03 - sebille@frcpn11.in2p3.fr

SILVESTRE-BRAC Bernard

ISN Grenoble - 53 Av. des Martyrs - F-38026 GRENOBLE Cedex - *bsilvest@frcpn11.in2p3.fr*

STEZOWSKI Olivier

CRN Strasbourg - BP 28 - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 - *stezowsk@crn.in2p3.fr*

SURAUD Eric

LPQ - Univ. Paul Sabatier - 118 Route de Narbonne - F-31062 TOULOUSE Cedex - *suraud@irsamc2.ups.tlse.fr*

TAMAIN Bernard

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *tamain@frcpn11.in2p3.fr*

TALOU Patrick

CEN Bordeaux - BP 120 - F-33175 GRADIGNAN Cedex - *talou@frcpn11.in2p3.fr*

VIENT Emmanuel

LPC / ISMRA - Bld du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *vient@frcpn11.in2p3.fr*

VOLPE Cristina

GANIL - BP 5027 - F-14021 CAEN Cedex - *volpe@ganac4.in2p3.fr*

WAUTERS Laurence

PNTPM - CP 229 - ULB - B1050 BRUXELLES - *lwauters@ulb.ac.be*

ZHANG Feng-Shou

CERFACS - 42 Avenue G. Coriolis - F-31057 TOULOUSE Cedex - *zhang@cerfacs.fr*