

1987

« Au-delà du champ moyen... »

Maubuisson, 6^{ème} session – 14-18 septembre 1987

Table des matières détaillée

Avant-propos P. Quentin	p. i
I - Au-delà du champ moyen K. Dietrich	p. 3
II - Succès et limites du modèle en couches G.-J. Wagner	p. 43
III - Effets des collisions sur la dynamique nucléaire C. Grégoire	p. 93
IV - Introduction à la théorie des modules de formation d'amas. Application à la fragmentation des noyaux X. Campi	p. 166
V - Corrélations à courte portée : systèmes à peu de particules B. Silvestre-Brac	p. 205
VI - Diffusion d'électrons sur le deuterium S. Platchkov	p. 275
VII - Résonances dibaryoniques B. Mayer	p. 289
VIII - Les sondes hadroniques traditionnelles et exotiques de la structure des noyaux Y. Abgrall	p. 310
IX - Fluctuations spectrales et mouvements chaotiques O. Bohigas	p. 331
X - Les corrections au champ moyen nucléaire : des effets non-relativistes P. Grange	p. 331
XI - Fission des noyaux lourds et superfluidité nucléaire C. Signarbicux	p. 353
Références	p. 364

ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE

Maubuisson, Gironde

6^e session, 14-18 septembre 1987

Sous le patronage de
l'Institut de Physique Nucléaire et de Physique des Particules
IN2P3

avec la participation de
l'Institut de Recherche Fondamentale
CEA

AU-DELA DU CHAMP MOYEN...

K. DIETRICH
G. J. WAGNER
C. GREGOIRE
X. CAMPI
B. SILVESTRE-BRAC
S. PLATCHKOV
B. MAYER
Y. ABGRALL
O. BOHIGAS
P. GRANGE
C. SIGNARBIEX

Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire.

1982 : COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI
H. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain, R. Babinet, J. Cugnon,
D. Guerreau, C. Guet, J. Menet, H. Pirner

1983 : STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE
J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski,
S. Della Negra, J. Delorme, S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.P. Vivien

1984 : MESONS, BARYONS, QUARKS ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
épuisé B. Desplanques, B. Frois, U. Gastaldi, E. Predazzi, G. Ripka, J. Arvieux,
J.J. Aubert, M. Ericson, G. London, B. Vignon

1985 : LA MATIERE NUCLEAIRE DANS TOUS SES ETATS
P. Bunche, J. Cugnon, R. Babinet, J.F. Mathiot, L. Van Hove, M. Buenerd,
J. Galin, M.C. Lemaire, J. Meyer

1986 : SYMETRIES ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
P. Depommier, S. Gales, Nguyen Van Giai, P. Guichon, P. Schuck, D. Goutte,
M. Vergnes, M. Avenier, P. Hubert, G. Girardi, B. Loiseau

CONSEIL SCIENTIFIQUE DE
L'ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE 1987

Bordeaux CEN	J. QUEBERT
Bordeaux LPT	Y. ABGRALL, P. QUENTIN
Caen GANIL	H. DOUBRE, J. GALIN
Caen LPC	B. TAMAIN
Grenoble ISN	M. BUENERD, B. VIGNON
Lyon IPN	J. DELORME, M. MEYER
Orsay CSNSM	J.P. THIBAUD
Orsay IPN	B. DESPLANQUES, S. GALES, M. ROY-STEPHAN
Saclay CEN	J. BARRETTE, P. BONCHE, D. GOUTTE, M.C. LEMAIRE, N. NGO
Strasbourg CRN	B. HAAS, J. RICHERT

Ces cours sont disponibles dans les bibliothèques des laboratoires concernés de l'IN2P3, du CEA et au CERN.

Dans l'impossibilité de les obtenir ainsi, on peut s'adresser à :

J. Garrabos
CEN Bordeaux-Gradignan
Le Haut Vigneau
33170 GRADIGNAN

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

Ph. QUENTIN

AU-DELA DU CHAMP MOYEN

K. DIETRICH

1. Les corrélations d'appariement, l'état BCS et les quasi-particules.....	3
2. Compte-rendu bref de la théorie Hartree-Bogolyubov, noyaux en rotation, noyaux à une température finie.....	19
3. Manifestations des corrélations d'appariement.....	32
Références.....	38

SUCCES ET LIMITES DU MODELE EN COUCHES

G. J. WAGNER

Introduction.....	43
1. Situations de particule individuelle.....	45
1.1. Prédications du modèle extrême de particule individuelle..	45
1.2. Réactions "pick-up".....	46
1.3. Expériences dites de knock-out.....	51
2. Situations réalistes.....	58
2.1. Notions sur les facteurs spectroscopiques.....	58
2.2. La détermination des facteurs spectroscopiques.....	61
3. Divergences d'avec le modèle en couche.....	71
3.1. Violation de la règle de somme de Koltun.....	71
3.2. Occupation de la couche de protons 3s dans ^{208}Pb	75
3.3. Réactions photonucléaires.....	81
Références.....	89

EFFETS DES COLLISIONS SUR LA DYNAMIQUE NUCLEAIRE

C. GREGOIRE

Introduction.....	93
1. Equation cinétique et dynamique nucléaire. Recherche de solutions approchées.....	95
1.1. Opérateurs densité.....	95
1.2. La hiérarchie d'équations BBGKY.....	97
1.3. Méthodes de troncation et dérivation d'une équation cinétique.....	102
1.4. Transformation de Wigner et approximation semi-classique	108
1.5. Solutions approchées de l'équation de Vlasov nucléaire...	112
1.6. Comparaison TDHF versus Vlasov pour la dynamique des dalles de matière nucléaire semi-infinie.....	118
1.7. Expansion d'un système à symétrie sphérique.....	126
2. Phénoménologie des termes de collisions. Rôle des interactions effectives et résiduelles dans les réactions entre ions lourds	131
2.1. Termes de collisions : le chaos moléculaire.....	131
2.2. Effets des collisions sur l'évolution dynamique.....	135
2.3. Mécanismes microscopiques et macroscopiques aux énergies intermédiaires.....	136
2.4. Des collisions très inélastiques au processus de fragmentation.....	139
2.5. Deux classes de collisions : centrales et périphériques..	143
2.6. Caractéristiques des collisions centrales.....	145
2.7. Emission de particules de prééquilibre et d'évaporation..	147
2.8. Angle d'écoulement et moments transverses.....	150
2.9. Fluctuations et dispersions.....	154
Conclusion	156
Références.....	158

INTRODUCTION A LA THEORIE DES MODULES DE FORMATION D'AMAS. APPLICATION A LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

X. CAMPI

1. Introduction.....	166
2. Modèles de percolation.....	168
- Exemples de modèles de percolation.....	168
- Distribution en taille des amas finis : hypothèse d'une loi d'échelle.....	174
- Relations entre exposants critiques.....	176

3. Modèles cinétiques.....	182
- Modèles de croissance.....	182
- Modèles cinétiques de fragmentation.....	185
4. La fragmentation des noyaux atomiques.....	187
5. Recherche de transitions de phase dans la fragmentation des noyaux.....	191
- Recherche de signaux d'une transition de phase.....	191
- Etude de la nature de la transition de phase.....	194
Remarques finales et perspectives.....	198
Références.....	200

CORRELATIONS A COURTE PORTEE : SYSTEMES A PEU DE PARTICULES

B. SILVESTRE-BRAC

1. Introduction.....	205
2. Quelques rappels utiles.....	209
3. Le potentiel quark-quark.....	215
4. Corrélations dans les baryons.....	219
- Position du problème.....	219
- Degrés de liberté.....	220
- Fonction d'onde.....	221
- Densité de présence.....	223
5. L'interaction nucléon-nucléon.....	235
- Bref aperçu historique.....	235
- Position du problème.....	235
- Principe de la RGM.....	237
- Calcul des noyaux.....	239
- Résumé de la méthode.....	243
- Résultats.....	243
6. Le dibaryon H.....	248
- Introduction.....	248
- Modèle simple.....	248
- Calculs dynamiques dans le cadre de $SU(3)_F$	249
- Brisure de $SU(3)_F$	253
7. Le deuteron.....	255
8. Le triton et l'hélium 3.....	259

9. L'hélium 4.....	263
10. Conclusion.....	269
Références.....	270

DIFFUSION D'ELECTRONS SUR LE DEUTERIUM

S. PLATCHKOV

1. Introduction.....	275
2. La diffusion d'électrons.....	275
3. La fonction de structure $A(q^2)$ du deuterium.....	278
4. L'électrodésintégration du deuton au seuil.....	281
5. Conclusion.....	284
Références.....	285

RESONANCES DIBARYONIQUES

B. MAYER

1. Introduction.....	289
2. Résonances dibaryoniques et diffusion nucléon-nucléon.....	292
3. Interaction pion-deuton.....	295
4. Résonances dibaryoniques étroites.....	297
5. Bilan et perspectives.....	303
Références.....	304

LES SONDES HADRONIQUES TRADITIONNELLES ET EXOTIQUES DE LA STRUCTURE DES NOYAUX

Y. ABGRALL

1. Introduction.....	310
2. Caractéristiques essentielles des interactions élémentaires kaon-nucléon (KN) et antinucléon-nucléon ($\bar{N}N$).....	310
3. Interaction des protons, antiprotons et kaons avec les noyaux.	313
A - Fonctions densité, fonctions de corrélation et diffusion multiple.....	313

B - Contenu spatial du processus de diffusion.....	319
4. Conclusion.....	325
Références.....	326

FLUCTUATIONS SPECTRALES ET MOUVEMENTS CHAOTIQUES

D. BOHIGAS

LES CORRECTIONS AU CHAMP MOYEN NUCLEAIRE : DES EFFETS NON-RELATIVISTES SEULEMENT ?

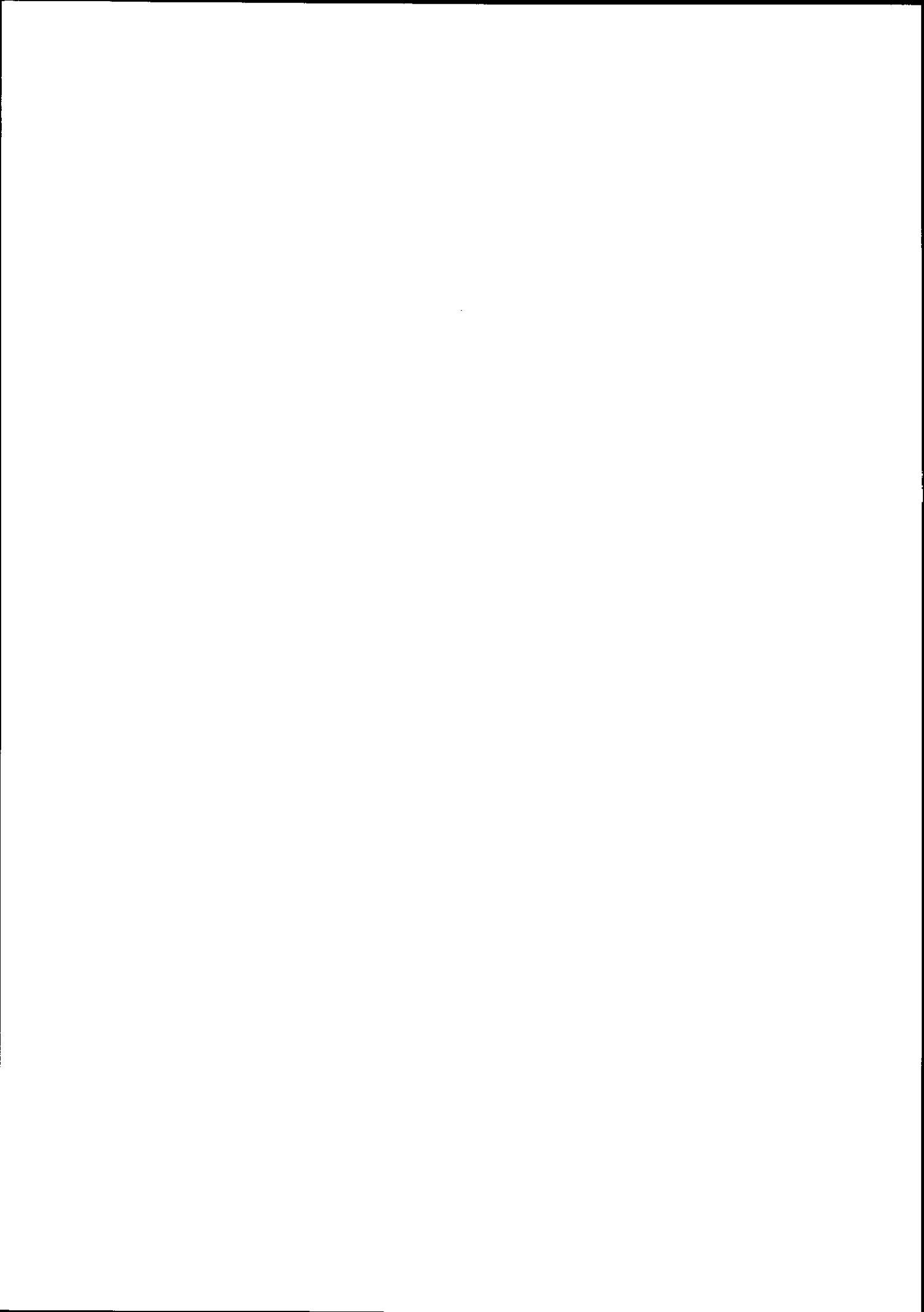
F. GRANGE

Introduction.....	331
1. Aspects "standards" du problème non-relativiste.....	332
2. Au-delà des corrections non-relativistes ?.....	343
Conclusion.....	348
Références.....	349

FISSION DES NOYAUX LOURDS ET SUPERFLUIDITE NUCLEAIRE

C. SIGNARBIEX

Introduction.....	353
1. Problématique de la dynamique du processus de fission.....	354
2. La dynamique de la fission des actinides pair-pair induite à basse énergie : arguments en faveur d'un processus superfluide	357
3. Expérience sur la fragmentation froide dans la fission des actinides pair-pair : en faveur d'une perte totale de la superfluidité.....	360
Conclusion.....	364
Références.....	364



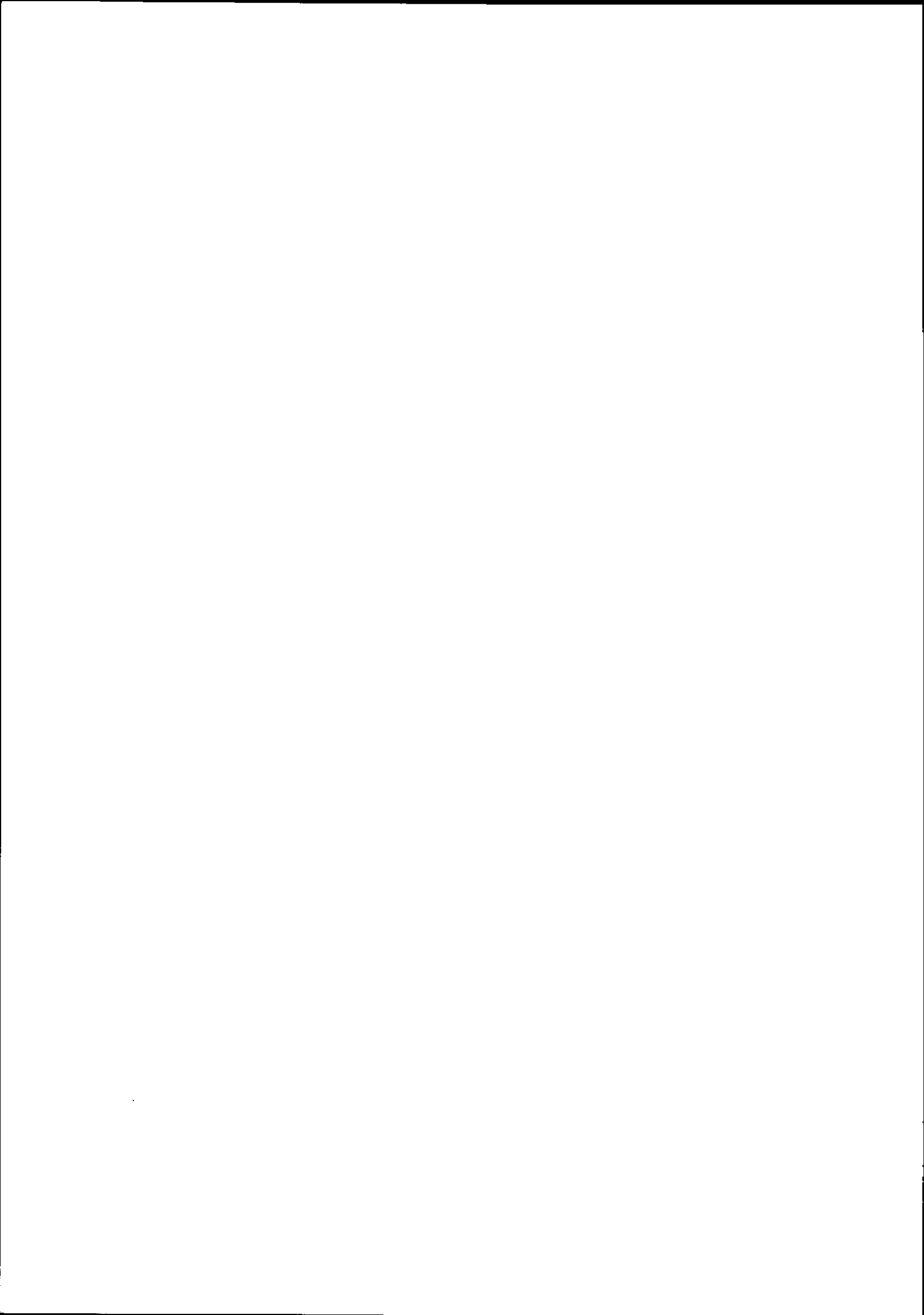
AVANT-PROPOS

Dans notre compréhension du problème à N corps nucléaire, le champ moyen joue un rôle tout à fait central. Résultat d'une approximation bien définie, il rend compte pour une part importante de la dynamique des nucléons. L'étude des corrélations qui subsistent au-delà du champ moyen est donc le lieu d'une compréhension fine des propriétés statiques et dynamiques du noyau. Ce thème unificateur de notre discipline a servi de fil directeur à l'Ecole Joliot-Curie 1987. Les développements récents de la Physique Nucléaire imposaient en outre d'envisager les corrélations autant pour les degrés de liberté subnucléoniques que pour ceux d'origine nucléonique. Il en est résulté pour les participants, quelque soit leur domaine propre de recherche, un élargissement de leurs perspectives et une confirmation de l'unité thématique de notre discipline. Nous avons conscience que c'est ainsi que l'Ecole Joliot-Curie remplit une de ses fonctions essentielles.

Il devient de plus en plus difficile de rédiger un avant-propos aux notes de cours de cette Ecole tant la qualité des cours oraux et écrits se maintient d'année en année à de très hauts niveaux. Relever la remarquable pertinence des cours et l'impressionnant effort pédagogique fourni, semble banaliser l'extraordinaire. Et pour autant, une fois de plus, la réalité dépasse la dithyrambe. Que tous les auteurs des cours de l'Ecole Joliot-Curie 1987 soient donc chaleureusement remerciés pour leurs efforts remarquables et unanimement appréciés.

Cette Ecole doit beaucoup au travail et à la compétence de Mademoiselle J. Garrabos et de Madame E. Perret. Une fois de plus l'assistance de Madame P. Tisseyre a été précieuse. Tous, organisateurs et participants nous tenons à exprimer à chacune notre profonde gratitude. L'Institut de Physique Nucléaire de Lyon a assuré avec le sérieux et la diligence habituels l'impression de ces notes de cours. Nous exprimons notre reconnaissance à son Directeur et à tous les membres du service de documentation et d'impression qui y ont contribué. Pour la seconde année, le Centre Arts et Vie de Maubuisson nous accueillait, à la plus grande satisfaction de chacun. La qualité de l'accueil et de l'hébergement mérite qu'on le signale avec nos remerciements.

Ph. QUENTIN



AU-DELA DU CHAMP MOYEN

K. Dietrich

Résumé

Ce cours rappelle les fondements et la justification du traitement des effets de corrélation d'appariement en Physique Nucléaire par une fonction d'onde de BCS. L'approximation de Hartree-Fock-Bogolyubov est ensuite discutée et appliquée aux cas de noyaux en rotation et/ou à température finie. Enfin quelques manifestations des effets d'appariement dans les réactions nucléaires sont discutées.

Abstract

These lectures recall the basic formalism and justifications of a BCS treatment of pairing correlations in Nuclear Physics. The Hartree-Fock-Bogolyubov approximation is then discussed and applied to the cases of rotating nuclei, possibly at finite temperature. Finally some consequences of the existence of pairing correlations on reaction cross-sections are reviewed.

Audelà du Champ Moyen

K. Dietrich

Physikdepartment-Technische Universität München

1.) Les corrélations d'appariement, l'état BCS et les quasi-particules

La base de la théorie nucléaire est le modèle en couches. Le nucléon dans un noyau ressent en première approximation un potentiel moyen $\hat{U}(x)$ qui représente l'interaction moyenne avec tous les autres nucléons du noyau.

$$[\hat{T}(x) + \hat{U}(x)] \varphi_{\mu}(x) = \epsilon_{\mu} \varphi_{\mu}(x) \quad (1.1)$$

ϵ_{μ} et $\varphi_{\mu}(x)$ sont l'énergie et la fonction d'onde d'une particule individuelle et l'index μ représente l'ensemble des nombres quantiques qui désignent un état de particule individuelle. x est une abréviation pour toutes les variables du nucléon; c'est à dire pour le vecteur de position \vec{x} et les variables discrètes du spin ($x_s = 1, 2$) et de l'isospin ($x_t = 1, 2$).

Nous supposons qu'il y a une interaction effective $v(x, y; \rho)$ dépendante du spin, de l'isospin et de la densité à un corps

$$\rho(x) := \sum_{\mu} \varphi_{\mu}^{\dagger}(x) \varphi_{\mu}(x) n_{\mu} \quad (1.2)$$

($n_{\mu} = 1$ pour un état occupé; $n_{\mu} = 0$ pour un état vide) qui permet à reproduire grossièrement l'énergie de liaison et les rayons des noyaux comme fonction du nombre N et Z des neutrons et protons en appliquant la méthode de Hartree-Fock (HF). La théorie "HF" ou du "champ moyen" consiste à décrire le noyau (N, Z) par un déterminant de Slater $\Psi_{\mathcal{B}}$ qui contient $N+Z=A$ fonctions $\varphi_{\mu}(x)$ occupées par les N neutrons et Z protons et de minimiser l'énergie moyenne par rapport aux variations des états de particules individuelles φ_{μ} tout en conservant la normalisation de $\Psi_{\mathcal{B}}$. Ce problème de variation mène aux équations (1.1) où le potentiel Hartree-Fock $\hat{U}(x)$ est relié à l'interaction effective v par l'expression suivante:

$$\begin{aligned} \hat{U}(x) \varphi_{\mu}(x) = & \sum_{\kappa} n_{\kappa} \int dy \varphi_{\kappa}^{\dagger}(y) v(x, y; \rho) \left[\varphi_{\kappa}(y) \varphi_{\mu}(x) - \varphi_{\mu}(y) \varphi_{\kappa}(x) \right] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\kappa, \lambda} n_{\kappa} n_{\lambda} \int dy \int dz \varphi_{\kappa}^{\dagger}(y) \varphi_{\lambda}^{\dagger}(z) \frac{\partial v(y, z; \rho)}{\partial \rho} \\ & \cdot \delta(\vec{x} - \frac{\vec{y} + \vec{z}}{2}) \left[\varphi_{\kappa}(y) \varphi_{\lambda}(z) - \varphi_{\lambda}(y) \varphi_{\kappa}(z) \right] \quad (1.3) \end{aligned}$$

Comme argument de la densité ρ dans le potentiel $v(x, y; \rho)$ on utilise le centre de gravité $(\vec{x} + \vec{y})/2$ des nucléons en interaction.

La première somme dans l'équ. (1.3) représente le terme direct (Hartree) et d'échange ("Fock") dûs aux interactions v du nucléon dans φ_{μ} avec les autres nucléons. La deuxième somme dans (1.3) est obtenue par la variation de la fonctionnelle $\langle \Psi_{\mathcal{B}} / \hat{H} / \Psi_{\mathcal{B}} \rangle$ par rapport à la densité ρ qui apparaît dans l'interaction effective v . L'origine physique de cette contribution est que l'interaction v elle-même change si l'on ajoute ou enlève un nucléon. Plusieurs interactions effectives ont été déterminées phénoménologiquement. Elles reproduisent plus ou moins bien les énergies des liaisons et les rayons nucléaires^{1,2} dans l'approximation HF. Si l'interaction effective implique un couplage suffisamment fort entre le moment angulaire relative et les spins de deux nucléons (voir ref. 3, p. 175, 177), le potentiel moyen \hat{U} contient un terme spin-orbite qui reproduit les nombres magiques

observés. Pour les noyaux loins des couches fermées la théorie HF prédit des noyaux déformés en bon accord avec l'observation. Les succès du modèle en couches seront discutés en détail dans le cours de Mr. Wagner.

Néanmoins, il y a des propriétés spectaculaires, comme les effets pair-impair et les spectres rotationnels avec un moment angulaire élevé, qui nous obligent d'aller au-delà du champ moyen.

Nous présenterons d'abord les idées de base de la théorie de l'appariement dans ce chapitre en utilisant un modèle simple. Dans le chapitre 2, nous généraliserons d'abord la théorie du chapitre 1, puis nous tiendrons compte de la rotation collective des noyaux déformés et nous étudierons le cas d'une température finie. Dans le chapitre 3 nous traiterons la manifestation de la suprafluidité nucléaire dans les réactions de transfert et nous discuterons quelques problèmes ouverts comme le transfert multiple ("effet Josephson nucléaire") et la phase de Berry ("transfert diabolique").

Un seul déterminant de Slater ne contient que les corrélations dues au principe de Pauli et; à cet effet près, les mouvements des nucléons sont indépendants. Sans doute l'interaction effective entre les nucléons produit des corrélations autres que celles du principe de l'exclusion. Le genre de corrélation dans l'état du système est déterminé par les éléments de matrice de l'interaction v . Si v contient une composante attractive de moyenne portée, la plupart des éléments de matrice du type

$$\langle \nu - \nu | v | \kappa - \kappa \rangle \equiv \int dx dy \varphi_{\nu}^{\dagger}(x) \varphi_{-\nu}^{\dagger}(y) v(x, y) \varphi_{\kappa}(x) \varphi_{-\kappa}(y) \quad (1.4)$$

sont de signe cohérent (négatif) et sont plus grands en valeur absolue que les éléments de matrice $\langle \nu \mu | v | \kappa \lambda \rangle$ entre états différents quelconques. L'état $\varphi_{-\nu}(x)$ est "l'état conjugué" de $\varphi_{\nu}(x)$ et ne peut être défini en toute généralité que dans la théorie générale de Hartree-Bogoliubov (ref. 3 ou 4). Si l'effet Coriolis est négligeable (voir chap. 2) on obtient l'état $\varphi_{-\nu}$ à partir de l'état φ_{ν} par renversement du temps^{3,4}, c'est à dire

$$\varphi_{-\nu} = \hat{T} \varphi_{\nu} \quad (1.5)$$

où \hat{T} est l'opérateur du renversement du temps. Lorsque ν représente les nombres quantiques $n l j m$ d'une "base sphérique"

$$\varphi_{\nu} = \varphi_{n l j m m_t} \quad (1.6)$$

l'état (1.5) est donné par³

$$\varphi_{-\nu} = (-1)^{l+j-m} \varphi_{n l j, -m, m_t} \quad (1.6')$$

l, j, m, m_t étant les nombres quantiques du moment angulaire orbital, du moment angulaire total, de la projection du moment angulaire total, et de la projection de l'isospin. Un élément de matrice du type (1.4) est grand et négatif pour une interaction attractive de courte portée puisque les états conjugués $\varphi_{\nu}, \varphi_{-\nu}$ ont un large recouvrement du fait de leurs distributions semblables dans l'espace. Considérons une "interaction d'appariement" V_p , c'est à dire une interaction qui ne contient que des éléments de matrice du type (1.4) dans la base "autoconsistante" définie par les équations (1.1). En 2^{de} quantification elle a pour forme

$$V^P := \frac{1}{2} \sum_{\nu, \kappa} \langle \nu, -\nu | v^P | \kappa, -\kappa \rangle c_{\nu}^{\dagger} c_{-\nu}^{\dagger} c_{-\kappa} c_{\kappa} \quad (1.7)$$

$$= 2 \sum_{\nu > 0; \kappa > 0} \langle \nu, -\nu | v^P | \kappa, -\kappa \rangle c_{\nu}^{\dagger} c_{-\nu}^{\dagger} c_{-\kappa} c_{\kappa} \quad (1.7')$$

où $c_\nu^\dagger(c_\nu)$ crée (annihile) un nucléon dans l'état ψ_ν . La notation $\nu > 0$, $\kappa > 0$ signifie que les projections du moment angulaire des états ψ_ν , ψ_κ doivent être positives. Pour étudier l'effet dynamique d'une telle interaction d'appariement considérons l'Hamiltonien suivant:

$$\hat{H}^P = \sum_{\nu > 0} \epsilon_\nu (c_\nu^\dagger c_\nu + c_{-\nu}^\dagger c_{-\nu}) + 2 \sum_{\substack{\nu > 0 \\ \kappa > 0}} \langle \nu, -\nu | \nu^\dagger | \kappa, -\kappa \rangle c_\nu^\dagger c_{-\nu}^\dagger c_\kappa c_\kappa \quad (1.8)$$

Dans le premier terme de (1.8) nous avons supposé que $\epsilon_\nu = \epsilon_{-\nu}$.

L'idée physique dans (1.8) est que seuls les éléments de matrice du type "appariement" créent des corrélations dynamiques importantes au-delà du champ moyen qui est contenu dans le premier terme de l'Hamiltonien (1.8). Dans la théorie HF le fondamental du système est "la mer de Fermi", c'est à dire le déterminant contenant les N plus bas états individuels des neutrons et les Z plus bas états des protons. En 2^{nde} quantification cet état s'écrit simplement sous la forme

$$|\Psi_S\rangle = \prod_{\nu=1}^N c_{\nu, m_t = -\frac{1}{2}}^\dagger \prod_{\kappa=1}^Z c_{\kappa, m_t = +\frac{1}{2}}^\dagger |0\rangle \quad (1.9)$$

où $|0\rangle$ est le vide défini par

$$c_{\nu, m_t} |0\rangle = 0 \quad (1.10)$$

Pour simplifier, nous avons choisi un Hamiltonien \hat{H}^P pour une seule sorte de particules. L'Hamiltonien \hat{H}^P n'a un sens physique que dans le cas où les sommations sur les nombres quantiques ν , κ sont restreintes au voisinage de l'énergie de Fermi. Nous supposons donc que les sommes en (1.8) s'étendent sur un nombre fini N d'états $\nu > 0$. En effet c'est près de l'énergie de Fermi ϵ_F que l'interaction d'appariement modifiera l'état (1.9): Le principe de Pauli réduit l'interaction à des énergies qui sont beaucoup plus bas que ϵ_F . De l'autre côté, à des énergies ϵ_ν qui sont bien plus hautes que ϵ_F ($\epsilon_\nu - \epsilon_F \gg |\langle \nu, -\nu | \nu^\dagger | \kappa, -\kappa \rangle|$), les corrélations seront négligeables par un argument fondé sur la théorie de perturbations. On se rend compte facilement que l'énergie potentielle contenue dans $\sum \epsilon_\nu c_\nu^\dagger c_\nu$ est le double de ce qu'elle devrait être. Nous justifierons plus tard que cette erreur peut être facilement corrigée et ne falsifiera pas nos conclusions physiques, dans la mesure où nous ne chercherons pas à calculer l'énergie totale du système à partir de (1.8).

Soit A le nombre de particules. Du fait de la forme particulière de l'interaction dans (1.8), les états propres de l'Hamiltonien \hat{H}^P sont une superposition de produits de A opérateurs de création où les états de paires (ν , $-\nu$) sont toujours occupés *ensemble. La sommation s'étend sur toutes les possibilités de sélectionner A/2 paires d'états individuels (ν , $-\nu$) de l'ensemble de N paires (ν , $-\nu$). Désignons un ensemble de A/2 paires d'états par

$$\left\{ \nu, -\nu \right\}_A := \left\{ \nu_1, -\nu_1; \nu_2, -\nu_2; \dots; \nu_{\frac{A}{2}}, -\nu_{\frac{A}{2}} \right\}$$

* Un produit $\prod_{\kappa \in (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_A)} c_\kappa^\dagger |0\rangle$ où l'ensemble ν_1, \dots, ν_A d'états ne contient pas de paire d'états conjugués

($\kappa, -\kappa$) est aussi un état propre de \hat{H}_p avec énergie propre $E_n = \sum_{\kappa \in (\nu_1, \dots, \nu_A)} \epsilon_\kappa$. Les interactions n'y contri-

bueraient pas. Comme ces états correspondraient à des énergies très élevées non-physiques nous ne les discutons pas.

Alors les états propres Ψ_n de \hat{H}_p ont la forme générale

$$\hat{H}_p \Psi_n = \mathcal{E}_n \Psi_n \quad (1.11)$$

$$|\Psi_n\rangle = \sum_{\{v, -v\}_A} C_{\{v, -v\}_A}^n \prod_{\kappa, -\kappa \in \{v, -v\}_A} c_{\kappa}^{\dagger} c_{-\kappa}^{\dagger} |0\rangle \quad (1.12)$$

où les coefficients $C_{\{v, -v\}_A}^n$ représentent l'amplitude de probabilité pour qu'un ensemble spécifique $\{v, -v\}$ de $A/2$ paires soit occupé et le reste de $(N-A/2)$ paires soit vide dans l'état $|\Psi_n\rangle$.

Nous cherchons à trouver l'approximation de (1.12) où la probabilité que la paire spécifique $(\kappa, -\kappa)$ soit occupée (v_{κ}^2) ou vide (u_{κ}^2) soit indépendante de la distribution des autres $(A/2-1)$ paires. Essayons donc l'Ansatz suivant:

$$C_{\{v, -v\}_A}^n = v_{v_1} v_{v_2} \cdots v_{v_{\frac{A}{2}}} u_{\kappa_1} u_{\kappa_2} \cdots u_{\kappa_{N-\frac{A}{2}}} \quad (1.13)$$

où $\kappa_1 \dots \kappa_{N-\frac{A}{2}}$ sont les $(N-\frac{A}{2})$ nombres quantiques $\kappa_i > 0$ qui n'apparaissent pas

dans l'ensemble d'états $\{v, -v\}$ et où nous posons

$$v_{\kappa}^2 + u_{\kappa}^2 = 1 \quad (1.14)$$

N est le nombre d'états φ_{ν} admis dans notre modèle. Dorénavant nous supprimons l'indice n de l'état Ψ_n puisque nous nous intéressons seulement au fondamental. On se rend facilement compte de ce que la factorisation (1.13) seule n'entraîne pas encore le résultat souhaité i. e. que v_{λ}^2 et u_{λ}^2 sont les probabilités d'occupation ou de non-occupation de la paire $(\lambda, -\lambda)$. Pour cela il suffit d'évaluer la moyenne de l'opérateur $c_{\lambda}^{\dagger} c_{\lambda}$ qui compte le nombre de particules dans l'état φ_{λ} . On obtient en utilisant (1.13) dans l'état (1.12)

$$\langle \Psi | c_{\kappa}^{\dagger} c_{\kappa} | \Psi \rangle = v_{\kappa}^2 \cdot f(v_1 \dots v_N, u_1 \dots u_N) \quad (1.15)$$

où f est une fonction de tous les paramètres $v_1 \dots v_N$. La probabilité d'occupation de l'état φ_{κ} n'est donc pas v_{κ}^2 , mais dépend de toutes les autres amplitudes $v_1 \dots v_N$ et $u_1 \dots u_N$. Cette dépendance indésirable est due au fait que le nombre A des particules est toujours conservé. Si l'on lâche la conservation du nombre de particules dans l'état (1.12), c'est à dire si l'on somme aussi sur le nombre A des opérateurs de création dans (1.12), tout en gardant la factorisation (1.13) l'état du système

$$|\Psi\rangle = \sum_{A=0}^{2N} \sum_{\{v, -v\}_A} \prod_{\kappa > 0, \kappa \notin \{v, -v\}_A} u_{\kappa} \prod_{\kappa' > 0, \kappa' \in \{v, -v\}_A} v_{\kappa'} c_{\kappa'}^{\dagger} c_{-\kappa'}^{\dagger} |0\rangle$$

peut être écrit sous la forme d'un produit

$$|\Psi_{BCS}\rangle = \prod_{\nu > 0} (u_{\nu} + v_{\nu} c_{\nu}^{\dagger} c_{-\nu}^{\dagger}) |0\rangle \quad (1.16)$$

C'est le fameux état de Bardeen, Cooper et Schrieffer⁵ qui a été introduit par ces auteurs pour décrire un système supraconducteur, où les particules en jeu sont les électrons libres d'un métal et les nombres quantiques sont l'impulsion \vec{k} , et la projection m_s du spin $(\nu; -\nu) = (\vec{k}, m_s; -\vec{k}, -m_s)$. L'interaction d'appariement dans un supraconducteur métallique est une force attractive entre deux électrons qui est produite par l'intermédiaire d'une polarisation du réseau ionique.

On vérifie facilement qu'avec l'état BCS on obtient pour la probabilité d'occupation

$$\langle \Psi_{BCS} | c_k^\dagger c_k | \Psi_{BCS} \rangle = \langle \Psi_{BCS} | c_{-k}^\dagger c_{-k} | \Psi_{BCS} \rangle = v_k^2 \quad (1.17)$$

ce qui veut dire que v_k^2 est la probabilité d'occupation de la paire d'états (ψ_k, ψ_{-k}) et $u_k^2 = 1 - v_k^2$ la probabilité de ce qu'elle soit inoccupée.

L'état BCS contient tous les nombres pairs de particules entre 0 et $2N$, si N est le nombre d'états individuels admis. Pour que cet état puisse approcher le vrai fondamental de \hat{H}_p pour A particules, les paramètres u_ν, v_ν doivent être soumis à la condition supplémentaire que la moyenne du nombre de particules soit égale à A :

$$\langle \Psi_{BCS} | \hat{A} | \Psi_{BCS} \rangle = A \quad (1.17')$$

$$\hat{A} = \sum_{\nu > 0} (c_\nu^\dagger c_\nu + c_{-\nu}^\dagger c_{-\nu}) \quad (1.17'')$$

Nous déterminons le choix optimal des paramètres v_ν, u_ν dans (1.16) par le principe variationnel suivant: L'énergie

$$E_{BCS} = \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_p | \Psi_{BCS} \rangle \quad (1.18)$$

doit être stationnaire par rapport aux variations des paramètres v_ν, u_ν tout en conservant la normalisation

$$\langle \Psi_{BCS} | \Psi_{BCS} \rangle = 1 \quad (1.19)$$

les conditions (1.14), et la moyenne du nombre de particules (1.16). La normalisation (1.19) est automatiquement garantie par les conditions (1.14) car l'équation (1.19) a la forme explicite

$$\prod_{k > 0} (u_k^2 + v_k^2) = 1 \quad (1.19')$$

Nous tenons compte des conditions (1.14) directement en introduisant la dérivée variationnelle

$$\frac{\delta}{\delta v_\lambda} := \frac{\partial}{\partial v_\lambda} + \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial v_\lambda} \frac{\partial}{\partial \mu_\lambda} = \frac{\partial}{\partial v_\lambda} - \frac{v_\lambda}{u_\lambda} \frac{\partial}{\partial \mu_\lambda} \quad (1.20)$$

La contrainte (1.19') est prise en considération par la méthode de Lagrange: Nous varions d'abord l'expression

$$I := \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_p - \mu \hat{A} | \Psi_{BCS} \rangle = : \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}' | \Psi_{BCS} \rangle \quad (1.21)$$

comme si la contrainte (1.17') n'existait pas. Les amplitudes v_ν, u_ν dépendront ainsi du paramètre de Lagrange μ . Ensuite on choisit μ tel que la condition (1.17') soit remplie. Le principe variationnel prend donc la forme suivante:

$$\frac{\delta I}{\delta v_\lambda} = 0 \quad (1.22)$$

où $\lambda = 1, \dots, N$.

Par un calcul simple où l'on n'utilise que les règles d'anticommuation

$$\{c_\nu, c_\mu^\dagger\} = \delta_{\nu\mu} \quad (1.23)$$

$$\{c_\nu, c_\mu\} = \{c_\nu^\dagger, c_\mu^\dagger\} = 0 \quad (1.23')$$

et la propriété (1.10) du vide on trouve

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_P - \mu \hat{A} | \Psi_{BCS} \rangle &= \\
 &= \sum_{\nu > 0} \prod_{\mu > 0; \mu + \nu} (\mu_\mu^2 + \nu_\mu^2) \langle 0 | (\mu_\nu + \nu_\nu c_{-\nu} c_\nu) (c_\nu^\dagger c_\nu + c_{-\nu}^\dagger c_{-\nu}) \cdot \\
 &\quad \cdot (\mu_\nu + \nu_\nu c_\nu^\dagger c_{-\nu}^\dagger) | 0 \rangle \cdot (\epsilon_\nu - \mu) + \\
 &+ 2 \sum_{\nu > 0, \kappa > 0} \prod_{\mu > 0; \mu + \nu, \kappa} (\mu_\mu^2 + \nu_\mu^2) \langle 0 | (\mu_\kappa + \nu_\kappa c_{-\kappa} c_\kappa) (\mu_\nu + \nu_\nu c_{-\nu} c_\nu) \cdot \\
 &\quad \cdot c_{-\nu}^\dagger c_{-\nu}^\dagger c_{-\kappa} c_\kappa (\mu_\nu + \nu_\nu c_\nu^\dagger c_{-\nu}^\dagger) (\mu_\kappa + \nu_\kappa c_\kappa^\dagger c_{-\kappa}^\dagger) | 0 \rangle \langle \nu - \nu | \nu^P | \kappa - \kappa \rangle \\
 &= 2 \sum_{\nu > 0} (\epsilon_\nu - \mu) \nu_\nu^2 + 2 \sum_{\nu > 0, \kappa > 0, \nu + \kappa} \langle \nu - \nu | \nu^P | \kappa - \kappa \rangle \mu_\nu \nu_\nu \mu_\kappa \nu_\kappa + \\
 &\quad + 2 \sum_{\nu > 0} \langle \nu - \nu | \nu^P | \nu - \nu \rangle \nu_\nu^2 \nu_\nu^2 \quad (1.24)
 \end{aligned}$$

Introduisons le "potentiel d'appariement" par la définition

$$\Delta_\nu := -2 \sum_{\kappa > 0} \langle \nu - \nu | \nu^P | \kappa - \kappa \rangle \mu_\kappa \nu_\kappa \quad (1.25)$$

Les éléments de matrice $\langle \nu - \nu | \nu^P | \kappa - \kappa \rangle$ sont des nombres réels si les états conjugués sont reliés entre eux par inversement du temps. On a donc aussi

$$\Delta_\nu = -2 \sum_{\kappa > 0} \langle \kappa - \kappa | \nu^P | \nu - \nu \rangle \mu_\kappa \nu_\kappa \quad (1.25')$$

On montre facilement que les équations variationnelles (1.22) prennent la forme

$$2 \tilde{\epsilon}_\lambda \mu_\lambda \nu_\lambda - \Delta_\lambda \cdot (\mu_\lambda^2 - \nu_\lambda^2) = \sigma \quad (1.26)$$

où

$$\tilde{\epsilon}_\lambda := \epsilon_\lambda - \mu + 2 \langle \lambda - \lambda | \nu^P | \lambda - \lambda \rangle \nu_\lambda^2 \quad (1.27)$$

Le dernier terme dans (1.27) représente la contribution de l'interaction d'appariement au potentiel qui est contenu dans ϵ_λ . L'effet important de ces interactions s'exprime par le potentiel d'appariement Δ_λ . Les équations (1.26) doivent être résolues avec les équations (1.14). En plus le "potentiel chimique" μ doit être déterminé tel que la contrainte (1.16); c'est à dire

$$2 \sum_{\nu > 0} \nu_\nu^2 = A \quad (1.28)$$

soit remplie. Pour Δ_λ et $\tilde{\epsilon}_\lambda$ donnés, la solution de (1.26) et (1.14) est

$$\nu_\lambda^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tilde{\epsilon}_\lambda}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2}} \right] \quad (1.29)$$

$$\mu_\lambda^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\tilde{\epsilon}_\lambda}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2}} \right] \quad (1.29')$$

Comme les probabilités d'occupation v_λ^2 et d'inoccupation u_λ^2 doivent converger vers la distribution HF ($\Theta_0 = \text{fct. de Heaviside}$)

$$v_\lambda^2 = \Theta_0 (\mu - \epsilon_\lambda) \quad (1.30)$$

$$u_\lambda^2 = \Theta_0 (\epsilon_\lambda - \mu) \quad (1.30')$$

$$\mu = \epsilon_F = \text{énergie de Fermi} \quad (1.30'')$$

si l'interaction d'appariement tend vers zéro, la solution avec les signes entre parenthèses peut être exclue. Le produit de (1.29) et (1.29') est

$$u_\lambda^2 v_\lambda^2 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\tilde{\epsilon}_\lambda^2}{\tilde{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta_\lambda^2}{\tilde{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2}$$

Pour que le "gap" soit $\Delta_\nu > 0$ pour une interaction d'appariement attractive ($\langle \nu - \nu | v^P | \kappa - \kappa \rangle < 0$), nous choisissons le signe de $u_\lambda v_\lambda$ comme positif

$$u_\lambda v_\lambda = \frac{1}{2} \frac{\Delta_\lambda}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2}} \quad (1.31)$$

La substitution de (1.31) dans (1.25) fournit un système d'équations non-linéaire pour le potentiel d'appariement

$$\Delta_\nu = - \sum_{\kappa > 0} \langle \kappa - \kappa | v^P | \nu - \nu \rangle \frac{\Delta_\kappa}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_\kappa^2 + \Delta_\kappa^2}} \quad (1.32)$$

Pour se faire une idée du comportement de la solution de (1.32), on considère une interaction d'appariement constante définie par

$$-2 \langle \kappa - \kappa | v^P | \nu - \nu \rangle = G = \text{const} \quad (1.33)$$

si ϵ_ν et ϵ_κ sont dans un intervalle d'énergie autour de l'énergie de Fermi ϵ_F

$$\epsilon_\nu, \epsilon_\lambda \in (\epsilon_F - \Delta_\epsilon, \epsilon_F + \Delta_\epsilon)$$

et zéro en dehors de cette couche d'énergie. Pour un noyau, Δ_ϵ doit être de l'ordre de la distance entre couches majeures voisines. Dans ce cas, le potentiel d'appariement Δ_ν ne dépend plus de l'état ν et est appelé "paramètre du gap" Δ . Nous allons voir que Δ mesure le "trou" dans le spectre des excitations des noyaux pairs.

D'abord le potentiel d'appariement (1.25) et l'équation du gap (1.32) prennent la forme

$$\Delta = G \sum_{\kappa > 0} u_\kappa v_\kappa \quad (1.34)$$

$$\Delta = \frac{G}{2} \sum_{\kappa > 0} \frac{\Delta}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_\kappa^2 + \Delta^2}} \quad (1.35)$$

Comme déjà pour l'équation plus générale (1.32) on reconnaît l'existence d'une "solution triviale"

$$\Delta_\nu = \Delta = 0 \quad (1.36)$$

qui correspond à

$$u_\lambda v_\lambda = 0 \quad (1.37)$$

c'est à dire à la solution HF (1.30), (1.30') (voir fig. 1a). En général l'équation (1.32) ou (1.35) a

aussi une solution non-triviale

$$\Delta_V = \Delta \neq 0 \quad (1.38)$$

qui est celle qui nous intéresse. A partir de la version simple (1.35) de l'équation du gap

$$1 = \frac{G}{2} \sum_{k>0} \frac{1}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta^2}} \quad (1.35')$$

nous nous rendons compte qu'une solution non-triviale existe seulement si l'interaction constante G est plus grande qu'une valeur critique G_{cr}

$$G > G_{cr} \quad (1.39)$$

où G_{cr} satisfait à l'équ. (1.35') pour $\Delta = 0$

$$1 = \frac{G_{cr}}{2} \sum_{k>0} \frac{1}{|\tilde{\epsilon}_k|} \quad (1.39')$$

C'est aussi vrai pour le cas plus général (1.32). Sur la fig. 1a et fig. 1b nous montrons les probabilités d'occupation v_V^2 comme fonction des énergies de particules individuelles dans le cas des deux solutions. Notons que le potentiel chimique μ (même à température nulle que nous considérons ici) n'est généralement pas égale à l'énergie de Fermi ϵ_F qui est définie comme la plus haute énergie occupée dans le cas de la théorie HF.

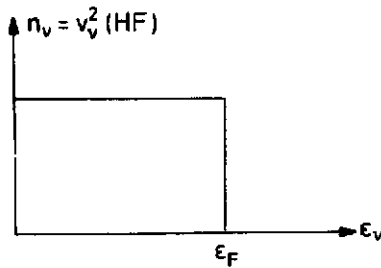


Fig. 1a: Distribution HF
("solution triviale")

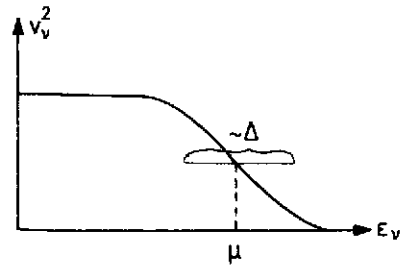


Fig. 1b: Distribution BCS
("solution non-triviale")

On voit à partir de la forme (1.29) des probabilités d'occupation

$$v_\lambda^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\tilde{\epsilon}_\lambda}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta^2}} \right]$$

que le paramètre Δ mesure la largeur dans l'espace des énergies ϵ_λ autour de μ où les probabilités d'occupation diffèrent essentiellement de 1 et de 0. C'est pour les états dans cet intervalle que les produits $u_k v_k$ sont essentiellement non-nuls. De (1.34) on voit que le nombre de ces états détermine la grandeur du gap. Pourtant le gap Δ a encore une importance physique plus éminente puisqu'il détermine l'énergie d'excitation minimale d'un noyau pair. Pour déduire ce fait nous devons généraliser notre théorie aux états excités du système. Dans ce but nous retournons à la forme (1.12) des états excités tout en gardant la factorisation (1.13) et la sommation sur tous les nombres de particules. Dans cet état toutes les particules sont arrangées en "paires de Cooper" $c_k^\dagger c_{-k}^\dagger$ et, considérant l'énergie (1.24) du système

$$\langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_P' | \Psi_{BCS} \rangle = 2 \sum_{\nu > 0} (\bar{\epsilon}_\nu v_\nu^2 - 2 \langle \nu - \nu | \nu^P | \nu - \nu \rangle v_\nu^4) - \sum_{\nu > 0} \Delta_\nu u_\nu v_\nu =: E_{BCS} - \mu A \quad (1.40)$$

nous voyons que cet appariement fournit un gain d'énergie de liaison de $\Delta_K u_K v_K$ par paire de Cooper. On peut donc exciter le système en brisant des paires de Cooper et en distribuant les nucléons des paires brisées différemment. Définissons les états

$$| \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} \rangle := c_{\lambda_1}^\dagger c_{\lambda_2}^\dagger \prod_{\substack{\kappa > 0 \\ \pm \kappa \neq \lambda_1, \lambda_2}} (\mu_\kappa + v_\kappa c_\kappa^\dagger c_{-\kappa}) | 0 \rangle \quad (1.41)$$

où $\lambda_2 \neq -\lambda_1$.

On voit facilement que ces états sont orthogonaux à l'état Ψ_{BCS} et entre eux ($\lambda_1 \neq -\lambda_2$) et normalisés à 1 : $\langle \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} | \Psi_{\lambda_1' \lambda_2'} \rangle = \langle \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} | \Psi_{BCS} \rangle = 0$ (1.42)

On obtient comme différence des énergies moyennes des états $\Psi_{\lambda_1 \lambda_2}$ et Ψ_{BCS}

$$\begin{aligned} E_{\lambda_1 \lambda_2} &:= \langle \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} | \hat{H}_P' | \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} \rangle - \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_P' | \Psi_{BCS} \rangle = \\ &= \bar{\epsilon}_{\lambda_1} + \bar{\epsilon}_{\lambda_2} - 2 \bar{\epsilon}_{\lambda_1} v_{\lambda_1}^2 - 2 \bar{\epsilon}_{\lambda_2} v_{\lambda_2}^2 + 2 \Delta_{\lambda_1} \mu_{\lambda_1} v_{\lambda_1} + 2 \Delta_{\lambda_2} \mu_{\lambda_2} v_{\lambda_2} \end{aligned} \quad (1.43)$$

ou bien, utilisant (1.29) et (1.31)

$$E_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{\bar{\epsilon}_{\lambda_1}^2}{\sqrt{\bar{\epsilon}_{\lambda_1}^2 + \Delta_{\lambda_1}^2}} + \frac{\bar{\epsilon}_{\lambda_2}^2}{\sqrt{\bar{\epsilon}_{\lambda_2}^2 + \Delta_{\lambda_2}^2}} + \frac{\Delta_{\lambda_1}^2}{\sqrt{\bar{\epsilon}_{\lambda_1}^2 + \Delta_{\lambda_1}^2}} + \frac{\Delta_{\lambda_2}^2}{\sqrt{\bar{\epsilon}_{\lambda_2}^2 + \Delta_{\lambda_2}^2}} \quad (1.44)$$

$$E_{\lambda_1 \lambda_2} = E_{\lambda_1} + E_{\lambda_2}$$

où

$$E_\lambda := \sqrt{\bar{\epsilon}_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2} \quad (1.45)$$

On peut interpréter l'état (1.41) et le résultat (1.44) de la façon suivante: Dans l'état $\Psi_{\lambda_1 \lambda_2}$ deux nucléons "célibataires" se trouvent dans les états individuels non-conjugués φ_{λ_1} et φ_{λ_2} et au même temps les paires d'états ($\varphi_{\lambda_1}, \varphi_{-\lambda_1}$) et ($\varphi_{\lambda_2}, \varphi_{-\lambda_2}$) sont exclues pour les paires de Cooper. L'énergie (1.44) de cette excitation est la somme de deux "excitations élémentaires". On appelle E_λ "l'énergie de quasi-particule". Si le potentiel d'appariement est nul, l'énergie de quasi-particule devient égale à l'énergie $\bar{\epsilon}_\lambda$ et $E_{\lambda_1 \lambda_2}$ devient

$$E_{\lambda_1 \lambda_2} \xrightarrow{v^P \rightarrow 0} \bar{\epsilon}_{\lambda_1} + \bar{\epsilon}_{\lambda_2} = E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} \quad (1.46)$$

si $\epsilon_{\lambda_1} > \epsilon_F$ et $\epsilon_{\lambda_2} < \epsilon_F$. (1.46) représente une excitation particule-trou dans la mer de Fermi, ce qui est l'excitation élémentaire dans la théorie HF. Si le potentiel d'appariement est non-nul l'énergie d'excitation est toujours plus grande que dans le cas du champ moyen:

$$E_{\lambda_1 \lambda_2} = E_{\lambda_1} + E_{\lambda_2} > |\bar{\epsilon}_{\lambda_1}| + |\bar{\epsilon}_{\lambda_2}| \quad (1.47)$$

Ceci est dû au fait que la brisure d'une paire demande une énergie supplémentaire. Généralement on a $|\bar{\epsilon}_{\lambda_1}|, |\bar{\epsilon}_{\lambda_2}| < \Delta$ pour l'excitation minimale $\text{Min } E_{\lambda_1 \lambda_2}$ et donc

$$\text{Min } E_{\lambda_1 \lambda_2} \approx 2\Delta \quad (1.47')$$

Reste à discuter le cas spécial $\lambda_2 = -\lambda_1$ où nous pouvons supposer $\lambda_1 > 0$. On pourrait envisager d'abord l'Ansatz

$$|\Psi_{\lambda_1, -\lambda_1}\rangle = c_{\lambda_1}^+ c_{-\lambda_1}^+ \prod_{k>0; k \neq \lambda_1} (\mu_k + \nu_k c_k^+ c_{-k}^+) |0\rangle$$

Ces états seraient normalisés mais ni orthogonaux entre eux ni orthogonaux par rapport à Ψ_{BCS} . Ils n'ont donc pas une signification physique. Cependant les états

$$|\Psi_{\lambda_1, -\lambda_1}\rangle := (-\nu_{\lambda_1} + \mu_{\lambda_1} c_{\lambda_1}^+ c_{-\lambda_1}^+) \prod_{k>0; k \neq \lambda_1} (\mu_k + \nu_k c_k^+ c_{-k}^+) |0\rangle \quad (1.48)$$

ont toutes les propriétés désirées que nous avons trouvées pour les états (1.41):

$$\langle \Psi_{\lambda_1, -\lambda_1} | \Psi_{BCS} \rangle = \langle \Psi_{\lambda_1, -\lambda_1} | \Psi_{\lambda_2, \lambda_2} \rangle = 0 \quad (1.49)$$

$$\langle \Psi_{\lambda_1, -\lambda_1} | \Psi_{\lambda_1, -\lambda_1} \rangle = 1 \quad (1.49')$$

$$\langle \Psi_{\lambda_1, -\lambda_1} | \hat{H}_p | \Psi_{\lambda_1, -\lambda_1} \rangle - \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_p | \Psi_{BCS} \rangle = 2 E_{\lambda_1} \quad (1.50)$$

Jusqu'à maintenant nous n'avons étudié que des systèmes avec un nombre pair de particules. Si le nombre des particules est impair, un nucléon est nécessairement sans partenaire conjugué même dans le "fondamental".* La forme naturelle des états d'un système impair est

$$|\Psi_{\lambda}\rangle := c_{\lambda}^+ \prod_{k>0; \pm k \neq \lambda} (\mu_k + \nu_k c_k^+ c_{-k}^+) |0\rangle \quad (1.51)$$

On vérifie facilement les propriétés suivantes:

$$\langle \Psi_{\lambda_1} | \Psi_{\lambda_2} \rangle = \delta_{\lambda_1, \lambda_2} \quad (1.52)$$

$$\langle \Psi_{\lambda_1} | \hat{H}_p | \Psi_{\lambda_1} \rangle - \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_p | \Psi_{BCS} \rangle = E_{\lambda_1} > 0 \quad (1.53)$$

Soit E_{λ_0} l'énergie la plus basse

$$E_{\lambda_0} := \text{Min } E_{\lambda} \quad (1.54)$$

Alors $|\Psi_{\lambda_0}\rangle$ représente le fondamental du noyau impair et E_{λ_0} est la différence d'énergie par rapport au noyau pair voisin.

Comme

$$E_{\lambda_0} = \sqrt{\tilde{E}_{\lambda_0}^2 + \Delta_{\lambda_0}^2} \approx \Delta_{\lambda_0} \approx \Delta \quad (1.55)$$

Nous trouvons ainsi une explication simple pour l'observation de l'énergie de liaison des noyaux impairs qui est de façon systématique moins grande que celle des noyaux pairs voisins. La comparaison avec cette différence pair-impair empirique donne

$$\Delta \approx 1 \text{ MeV} \quad (1.56)$$

* Nous utilisons le terme "fondamental" pour l'état avec la plus basse énergie moyenne bien qu'il ne soit pas un état propre de l'Hamiltonien.

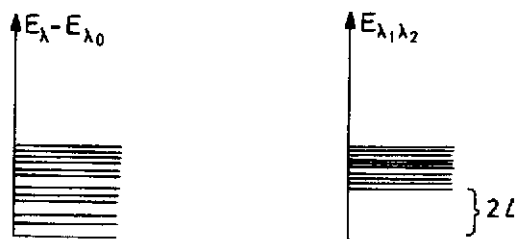


Fig. 2a: Spectre d'un noyau impair
(et N ou an Z ou en N et Z)

Fig. 2b: Spectre d'un noyau pair
(et N et en Z)

Les excitations élémentaires d'un noyau impair correspondent à des états (1.51) avec $\lambda \neq \lambda_0$, et aux énergies d'excitation

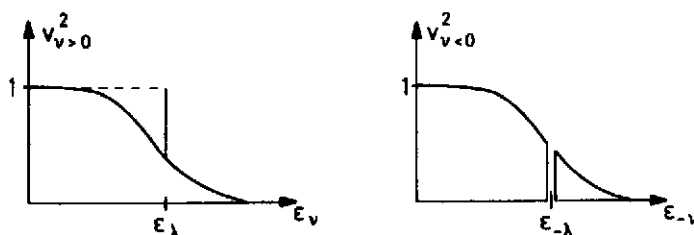
$$\langle \Psi_\lambda | \hat{H}'_p | \Psi_\lambda \rangle - \langle \Psi_{\lambda_0} | \hat{H}'_p | \Psi_{\lambda_0} \rangle = E_\lambda - E_{\lambda_0} \quad (1.57)$$

Pour un paramètre du gap $\Delta \neq 0$ l'excitation la plus basse (1.44) est toujours plus grande que 2Δ

$$E_{\lambda_1, \lambda_2} \geq 2\Delta \approx 2 \text{ MeV} \quad (1.58)$$

tandis que les énergies d'excitation (1.57) des noyaux impairs peuvent être bien plus petites que 2Δ . Ceci explique une différence spectaculaire et bien connue entre les spectres des noyaux pairs et impairs: Pour un noyau pair les excitations intrinsèques ne commencent qu'au-dessus d'un "gap" de $2\Delta \approx 2 \text{ MeV}$ contrairement aux noyaux impairs. Ceci est montré schématiquement sur les fig. 2a et 2b. Dans la physique de la matière condensée le gap dans le spectre des excitations électroniques d'un métal a comme conséquence le phénomène de la supraconductivité qui apparaît si la température de système est si basse que des états au-dessus du gap ne peuvent pas être peuplés. Nous y reviendrons brièvement au chapitre 2.

Fig. 3: Représentation schématique des probabilités d'occupation $v_{\lambda}^2 > 0$ et $v_{\lambda}^2 < 0$ pour l'état $\Psi_\lambda > 0$ où le nucléon célibataire se trouve dans l'état de particule individuelle $\varphi_\lambda > 0$ et un trou se trouve dans l'état conjugué $\varphi_{-\lambda}$.



Dans la physique nucléaire l'interaction d'appariement a plusieurs conséquences remarquables: le gap dans les spectres des excitations intrinsèques des noyaux pairs, l'effet pair-impair dans les énergies de liaison, le renforcement du transfert des paires de Cooper dans les réactions

périphériques entre noyaux supraconducteurs, la possibilité de la réaction en chaîne, la réduction des moments d'inertie des noyaux pairs par rapport aux valeurs prédites par la théorie du champ moyen et le phénomène du back-bending dans les spectres rotationnels des noyaux. Les deux derniers sujets seront discutés en partie dans le chapitre 2 et surtout dans le cours du Prof. F. Haas.

Nous nous sommes inspirés du travail original de Bardeen, Cooper et Schrieffer⁵ pour présenter la théorie d'appariement. Il est intéressant et même indispensable pour la discussion de certains sujets au chapitre 2 et 3 d'introduire maintenant la version de N. N. Bogoliubov⁶ qui utilise la méthode des transformations canoniques. Dans sa version la plus simple, qui est suffisante pour traiter l'Hamiltonien \hat{H}_p de l'équ. (1.8), on introduit les opérateurs $\alpha_{\pm\nu}^\dagger, \alpha_{\pm\nu}$ par la transformation (ν sans signe est égal à $\nu > 0$)

$$a_\nu^\dagger = u_\nu c_\nu^\dagger - v_\nu c_{-\nu} \quad (1.59a)$$

$$a_{-\nu}^\dagger = u_\nu c_{-\nu}^\dagger + v_\nu c_\nu \quad (1.59b)$$

$$a_\nu = u_\nu c_\nu - v_\nu c_{-\nu}^\dagger \quad (1.60a)$$

$$a_{-\nu} = u_\nu c_{-\nu} + v_\nu c_\nu^\dagger \quad (1.60b)$$

en exigeant que ces opérateurs remplissent les règles d'anticommutation

$$\{a_\nu, a_\mu^\dagger\} = \{a_{-\nu}, a_{-\mu}^\dagger\} = \delta_{\mu\nu} \quad (1.61a)$$

$$\text{tous les autres anticommuteurs} = 0 \quad (1.61b)$$

On en obtient la condition

$$u_\nu^2 + v_\nu^2 = 1 \quad (1.62)$$

Les relations (1.59a) - (1.60b) peuvent être inversées:

$$c_\nu^\dagger = u_\nu a_\nu^\dagger + v_\nu a_{-\nu} \quad (1.63a)$$

$$c_{-\nu}^\dagger = u_\nu a_{-\nu}^\dagger - v_\nu a_\nu \quad (1.63b)$$

$$c_\nu = u_\nu a_\nu + v_\nu a_{-\nu}^\dagger \quad (1.64a)$$

$$c_{-\nu} = u_\nu a_{-\nu} - v_\nu a_\nu^\dagger \quad (1.64b)$$

L'idée de la méthode de Bogoliubov est d'exprimer l'Hamiltonien (1.8) comme fonction des nouveaux opérateurs α^\dagger, α de sorte que les opérateurs de création $\alpha_{\pm\nu}^\dagger$ soient du côté gauche des opérateurs d'annihilation $\alpha_{\pm\nu}$ ("ordre normal") et de choisir les coefficients u_ν, v_ν tels que l'Hamiltonien prenne une forme simple qui laisse apercevoir les excitations élémentaires du système. Il s'avère que le "vide" des nouveaux opérateurs, c'est à dire l'état défini par la propriété

$$\alpha_{\pm\nu} |\omega\rangle = 0 \quad (1.65)$$

est identique à l'état $|\Psi_{BCS}\rangle$: En effet, si $|\omega\rangle$ est proportionnel au produit de tous les opérateurs d'annihilation $\alpha_{\pm\nu}$ agissant sur le "vrai" vide $|0\rangle$

$$|\omega\rangle \propto \prod_{k>0} \alpha_k \alpha_{-k} |0\rangle \quad (1.66)$$

il a la propriété (1.65) due aux règles d'anticommutation (1.61b). En substituant (1.60a), (1.60b) dans (1.66) on trouve

$$\prod_{k>0} \alpha_k \alpha_{-k} |0\rangle = \prod_{k>0} (u_k v_k + v_k^2 c_k^\dagger c_{-k}^\dagger) |0\rangle = \prod_{k'>0} v_{k'} |\Psi_{BCS}\rangle$$

ou alors

$$|\omega\rangle = \prod_{k>0} \frac{1}{v_k} a_k a_{-k} |0\rangle = |\Psi_{BCS}\rangle \quad (1.67)$$

Agissant avec a_λ^\dagger et $a_{\lambda_1}^\dagger a_{\lambda_2}^\dagger$ sur $|\omega\rangle$ on obtient par un calcul très simple les états (1.51) du noyau impair et les excitations (1.41) et (1.48) du noyau pair

$$a_\lambda^\dagger |\omega\rangle = c_\lambda^\dagger \prod_{k>0; \pm k \neq \lambda} (u_k + v_k c_k^\dagger c_{-k}^\dagger) |0\rangle \quad (1.68)$$

$$\text{pour } \lambda_2 = -\lambda_1 \quad a_{\lambda_1}^\dagger a_{\lambda_2}^\dagger |\omega\rangle = c_{\lambda_1}^\dagger c_{\lambda_2}^\dagger \prod_{k>0; \pm k \neq \lambda_1, \lambda_2} (u_k + v_k c_k^\dagger c_{-k}^\dagger) |0\rangle \quad (1.69)$$

$$a_\lambda^\dagger a_{-\lambda}^\dagger |\omega\rangle = (-v_\lambda + u_\lambda c_\lambda^\dagger c_{-\lambda}^\dagger) \prod_{k>0; \pm k \neq \lambda} (u_k + v_k c_k^\dagger c_{-k}^\dagger) |0\rangle \quad (1.70)$$

On appelle $a^\dagger(a)$ des opérateurs de création (annihilation) d'une "quasi-particule" et les états (1.68) - (1.70) des états à 1 et à 2 quasiparticules.

Nous substituons (1.63a) - (1.64b) dans l'Hamiltonien (1.8) et nous établissons l'ordre normal en utilisant les règles d'anticommuation (1.61a), (1.61b). Après un calcul simple et long nous arrivons à la forme suivante de l'Hamiltonien \hat{H}_p (pour le cas de l'appariement constant)

$$\hat{H}_p' = H_p^{(0)} + \hat{H}_p^{(1)} + \hat{H}_p^{(2)} + \hat{H}_p^{(4)} \quad (1.71)$$

$$H_p^{(0)} = 2 \sum_{v>0} (\tilde{E}_v + \frac{G}{2} v_v^2) - \frac{\Delta^2}{G} \quad (1.72)$$

$$\hat{H}_p^{(1)} = \sum_{v>0} [\tilde{E}_v (u_v^2 - v_v^2) + 2 \Delta u_v v_v] (a_v^\dagger a_v + a_{-v}^\dagger a_{-v}) \quad (1.73)$$

$$\hat{H}_p^{(2)} = \sum_{v>0} [2\tilde{E}_v u_v v_v - \Delta (u_v^2 - v_v^2)] (a_v^\dagger a_{-v}^\dagger + a_{-v} a_v) \quad (1.74)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_p^{(4)} = -G \sum_{v>0; k>0} & \left\{ (u_v^2 u_k^2 + v_v^2 v_k^2) a_v^\dagger a_{-v}^\dagger a_{-k} a_k + u_v v_v u_k v_k \cdot \right. \\ & (a_k^\dagger a_v^\dagger a_v a_k + a_{-k}^\dagger a_{-v}^\dagger a_{-v} a_{-k} + 2 a_k^\dagger a_{-v}^\dagger a_{-v} a_k) + \\ & + u_v^2 v_k^2 (a_v^\dagger a_{-v}^\dagger a_{-k} a_k^\dagger + a_{-k} a_k a_v a_{-v}) + u_k v_k (u_v^2 - v_v^2) \cdot \\ & \left. \cdot (a_k^\dagger a_k a_v a_{-v} + a_{-k}^\dagger a_{-k} a_v a_{-v} + a_{-v}^\dagger a_v^\dagger a_k^\dagger a_k + \right. \\ & \left. + a_{-v}^\dagger a_v^\dagger a_{-v} a_{-k}) \right\} \quad (1.75) \end{aligned}$$

où nous avons utilisé les définitions (1.25) et (1.27) spécialisées au cas (1.33) d'une interaction d'appariement constante

$$\tilde{\epsilon}_v = \epsilon_v - \mu - G v_v^2 \quad (1.76)$$

$$\Delta = G \cdot \sum_{v>0} u_v v_v \quad (1.77)$$

Si nous choisissons les paramètres u_v et v_v de manière à ce que la partie $\hat{H}_p^{(2)}$ de l'Hamiltonien s'annule,

$$\hat{H}_p^{(2)} = 0 \quad (1.78)$$

nous trouvons les conditions

$$2\tilde{c}_\nu u_\nu v_\nu - \Delta \cdot (u_\nu^2 - v_\nu^2) = 0$$

qui doivent être remplies avec (1.62). Ce sont les équations (1.26) que nous avons trouvées par la variation de l'énergie $\langle \Psi_{\text{BCS}} | \hat{H}_p' | \Psi_{\text{BCS}} \rangle$! Les paramètres u_ν, v_ν seront donc les mêmes que dans la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer. En plus nous voyons que le nombre commun $\hat{H}_p^{(0)}$ est égal à la moyenne (1.40) de \hat{H}_p' .

Utilisant (1.29), (1.29') et (1.31) nous trouvons facilement que la partie "opérateur à un corps" $\hat{H}_p^{(1)}$ de l'Hamiltonien (équ. (1.73)) peut être écrite sous la forme

$$\hat{H}_p^{(1)} = \sum_{\nu > 0} E_\nu (\alpha_\nu^\dagger \alpha_\nu + \alpha_{-\nu}^\dagger \alpha_{-\nu}) \quad (1.79)$$

où E_ν est l'énergie de la quasi-particule (1.45).

La partie "opérateur à 2 corps" $\hat{H}_p^{(2)}$ peut être interprétée comme une "interaction entre les quasi-particules". Nous notons que les états Ψ_λ (équ.(1.51), (1.68)) d'un système impair et les états $\Psi_{\lambda_1 \lambda_2}$ (équ. (1.41), (1.48), (1.69), (1.70)) d'un système pair sont des états propres de l'Hamiltonien ($\hat{H}_p^{(0)} + \hat{H}_p^{(1)}$). Cette partie de l'Hamiltonien décrit donc des quasi-particules indépendantes.

Même des états à un nombre arbitraire de quasi-particules sont des états propres:

$$[\hat{H}_p^{(0)} + \hat{H}_p^{(1)}] \prod_{\kappa \in (\nu_1 \dots \nu_M)} \alpha_\kappa^\dagger | \Psi_{\text{BCS}} \rangle = \left\{ E_{\text{BCS}} - \mu A + \sum_{\kappa \in (\nu_1 \dots \nu_M)} E_\kappa \right\} \prod_{\kappa \in (\nu_1 \dots \nu_M)} \alpha_\kappa^\dagger | \Psi_{\text{BCS}} \rangle \quad (1.80)$$

Le nombre commun $H_p^{(0)}$ qui est égal à la moyenne $\langle \Psi_{\text{BCS}} | \hat{H}_p' | \Psi_{\text{BCS}} \rangle = E_{\text{BCS}} - \mu A$ pourrait être omis si l'on utilise cette énergie comme zéro de l'échelle. L'indépendance approximative des quasi-particules est une propriété très importante de la théorie grâce à laquelle la généralisation à température finie sera très simple. Remarquons qu'il faut remplir la condition (1.78) pour que les quasi-particules deviennent indépendantes dans l'approximation où $\hat{H}_p^{(2)}$ est négligé. Etant donné que les énergies E_ν contiennent l'effet du champ moyen il est justifié de considérer $\hat{H}_p^{(2)}$ comme une interaction qui est moins grande que l'interaction V^p de (1.7).

Il est important de se rendre compte de ce que notre théorie se réfère à un ensemble de noyaux de différents nombres de particules, car l'état Ψ_{BCS} est une superposition de tous les nombres pairs de particules.

Cet abandon de la conservation du nombre des particules était une condition nécessaire à ce que les amplitudes v_ν, u_ν dans (1.13) signifient l'amplitude d'occupation ou d'inoccupation de la paire de Cooper ($\varphi_\nu, \varphi_{-\nu}$). Seul le nombre moyen de particules est conservé par la condition supplémentaire (1.16). Cette condition se rapporte à l'état Ψ_{BCS} . Pour les états excités $|\Psi_{\lambda_1 \lambda_2}\rangle$ d'un noyau pair, il est commode de calculer $\langle \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} | \hat{A} | \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} \rangle$ dans la base des quasi-particules, c'est à dire, en exprimant l'opérateur \hat{A} par les opérateurs α^\dagger, α :

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \sum_{\nu > 0} (c_\nu^\dagger c_\nu + c_{-\nu}^\dagger c_{-\nu}) = \sum_{\nu > 0} \left[(\mu_\nu d_\nu^\dagger + v_\nu^\dagger d_{-\nu}) (\mu_\nu d_\nu + v_\nu d_{-\nu}^\dagger) + \right. \\ &\quad \left. + (\mu_\nu d_{-\nu}^\dagger - v_\nu^\dagger d_\nu) (\mu_\nu d_{-\nu} - v_\nu d_\nu^\dagger) \right] \\ \hat{A} &= \sum_{\nu > 0} \left\{ 2v_\nu^2 + (\mu_\nu^2 - v_\nu^2) (d_\nu^\dagger d_\nu + d_{-\nu}^\dagger d_{-\nu}) + 2\mu_\nu v_\nu (d_\nu^\dagger d_{-\nu}^\dagger + d_{-\nu} d_\nu) \right\} \quad (1.81) \end{aligned}$$

A l'aide de (1.81) on trouve facilement le résultat

$$\langle \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} | \hat{A} | \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} \rangle = 2 \sum_{\nu > 0} v_\nu^2 + (\mu_{\lambda_1}^2 - v_{\lambda_1}^2) + (\mu_{\lambda_2}^2 - v_{\lambda_2}^2) \quad (1.82)$$

qui est vrai pour tous les nombres quantiques λ_1, λ_2 (sauf $\lambda_1 = \lambda_2$ où $\Psi_{\lambda_1 \lambda_2} = 0$) si l'on utilise les relations

$$u_{-v} = u_v \quad (1.83)$$

$$v_{-v} = -v_v \quad (1.83')$$

qui proviennent des équations (1.63a) - (1.64b). Comme on a généralement $u_{\lambda_1}^2 \neq v_{\lambda_1}^2$ et $u_{\lambda_2}^2 \neq v_{\lambda_2}^2$, le côté droit de l'équ. (1.82) n'est généralement pas égal au nombre des particules A du noyau considéré. Si les états φ_{λ_1} et φ_{λ_2} sont remplis à demi, $\langle \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} | \hat{A} | \Psi_{\lambda_1 \lambda_2} \rangle \approx A$, mais si les deux états sont presque remplis ou presque vides, le côté droit de (1.82) est $(A \pm 2)$. Le nombre moyen des particules dans un système impair décrit par l'état Ψ_λ ((1.51), (1.68)) est

$$\langle \Psi_\lambda | \hat{A} | \Psi_\lambda \rangle = 2 \sum_{v>0} v_v^2 + \mu_v^2 - v_v^2 \quad (1.84)$$

On aimerait que cette expression soit $A \pm 1$ selon le noyau voisin qu'on veut considérer. C'est le cas si φ_v est un état presque vide ($A+1$) ou presque occupé ($A-1$). Pourtant, pour φ_v proche du potentiel chimique on a $u_v^2 \approx v_v^2$ et donc $\langle \Psi_\lambda | \hat{A} | \Psi_\lambda \rangle \approx A$. Pour évaluer l'erreur due à la violation du nombre conservé de particules on peut évaluer la fluctuation relative du nombre de particules dans l'état Ψ_{BCS}

$$\frac{\sqrt{(\Delta A)^2}}{A} = \langle \Psi_{BCS} | (\hat{A} - A)^2 | \Psi_{BCS} \rangle^{\frac{1}{2}} \cdot A^{-1} \quad (1.85)$$

On obtient par un calcul simple

$$(\Delta A)^2 = 4 \sum_{v>0} \mu_v^2 v_v^2 \quad (1.85')$$

$$\frac{\sqrt{(\Delta A)^2}}{A} = \frac{\sqrt{\sum_{v>0} \mu_v^2 v_v^2}}{\sum_{v>0} v_v^2} \quad (1.85'')$$

Ce nombre devrait être nettement plus petit que 1 si A est le nombre de particules au voisinage de l'énergie de Fermi où v_v^2 n'est ni 0 ni 1. Dans des cas réalistes en physique nucléaire on obtient $\frac{\Delta A}{A} \approx \frac{1}{10}$ ou même plus, ce qui n'est pas très satisfaisant. On ne devrait donc pas espérer que la théorie incluant la violation du nombre conservé de particules reproduise les propriétés nucléaires avec une grande précision.

On peut faire mieux en ce qui concerne la conservation du nombre de particules:

a) Pour trouver une meilleure approximation du fondamental d'un noyau impair de $(A \pm 1)$ particules on peut varier l'énergie $\langle \Psi_\lambda | \hat{H}_p | \Psi_\lambda \rangle$ sous la contrainte

$$\langle \Psi_\lambda | \hat{A} | \Psi_\lambda \rangle = A \pm 1 \quad (1.86)$$

On trouve les mêmes équations variationnelles (1.26) avec la seule différence que l'état φ_λ bloqué par le nucléon célibataire n'apparaît pas dans le potentiel d'appariement (1.25).

$$\Delta_v = -2 \sum_{\kappa>0; \pm \kappa \neq \lambda} \langle v-v | v^p | \kappa-\kappa \rangle \mu_\kappa v_\kappa \quad (1.87)$$

L'ensemble des amplitudes v_κ , u_κ dépend ainsi de l'état bloqué φ_λ . Si Ψ_{λ_0} correspond à la plus basse énergie moyenne

$$\langle \Psi_{\lambda_0} | \hat{H}_p | \Psi_{\lambda_0} \rangle < \langle \Psi_\lambda | \hat{H}_p | \Psi_\lambda \rangle$$

cet état Ψ_{λ_0} serait l'approximation du fondamental du noyau impair. Cette approximation de blocage (blocking approximation) améliore l'accord entre les différences de masse paire-impair calculées et

empiriques. Notons cependant que dans la théorie avec blocage les différents états Ψ_λ ne sont plus orthogonaux

$$\langle \Psi_{\lambda_1} | \Psi_{\lambda_2} \rangle \neq \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \quad (1.88)$$

b) Une théorie plus rigoureuse peut être obtenue si l'on projette l'état Ψ_{BCS} . Nous obtenons ainsi un état $|\Psi_A\rangle$ qui correspond à un nombre donné A de particules

$$|\Psi_{BCS}^A\rangle = N \cdot \hat{P}^A |\Psi_{BCS}\rangle \quad (1.89)$$

$$\hat{A} |\Psi_A\rangle = A |\Psi_A\rangle \quad (1.90)$$

\hat{P}^A est un opérateur de projection défini par

$$\hat{P}^A := \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\varphi(\hat{A}-A)} \quad (1.91)$$

et la constante de normalisation N est choisie telle que

$$\langle \Psi_{BCS}^A | \Psi_{BCS}^A \rangle = 1 \quad (1.92)$$

Plus explicitement l'état $|\Psi_A\rangle$ d'un noyau pair de A nucléons a la forme

$$|\Psi_{BCS}^A\rangle = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-iA\varphi} \prod_{\kappa>0} (u_\kappa + v_\kappa e^{2i\varphi} c_\kappa^+ c_{-\kappa}^+) |0\rangle \quad (1.93)$$

et l'état Ψ_λ du noyau impair voisin avec (A+1) nucléons et un blocage du niveau φ_λ a la forme

$$|\Psi_\lambda^{A+1}\rangle = \frac{N}{2\pi} c_\lambda^+ \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-iA\varphi} \prod_{\kappa>0; \kappa \neq \lambda} (u_\kappa + v_\kappa e^{2i\varphi} c_\kappa^+ c_{-\kappa}^+) |0\rangle \quad (1.94)$$

On peut effectuer la projection après avoir déterminé les paramètres u_ν, v_ν dans la théorie avec violation du nombre conservé ("projection après variation"). Ceci rend une approximation supérieure à celle de la théorie avec ou sans blocage que nous avons discutée. On peut aussi effectuer la projection avant la variation, c.à.d. se fonder sur une variation de l'énergie moyenne

$$\langle \Psi_{BCS}^A | \hat{H}_P | \Psi_{BCS}^A \rangle \text{ ou } \langle \Psi_\lambda^{A+1} | \hat{H}_P | \Psi_\lambda^{A+1} \rangle.$$

Les équations variationnelles qui en résultent ont été dérivées et résolues numériquement dans la réf. 7.

Evidemment cette théorie est identique à l'utilisation de la forme factorisée (1.13) de l'amplitude $C_{\nu, -\nu}^A$ dans l'état (1.12). Les résultats de la théorie avec conservation du nombre de particules ("FBCS") diffèrent d'autant plus de la théorie de BCS-Bogoliubov que l'appariement est faible et la densité des niveaux ϵ_ν autour de l'énergie de Fermi est petite. Une différence remarquable est qu'il y a toujours une solution non-triviale dans la théorie avec conservation du nombre de particules et que le potentiel chimique μ devient une quantité dépendante de l'état $|\nu\rangle$: $\mu \rightarrow \mu_\nu$. Le potentiel chimique μ représente le changement de l'énergie moyenne du système si l'on ajoute une particule

$$\mu = \frac{d}{dA} \langle \Psi_{BCS} | \hat{H}_P | \Psi_{BCS} \rangle \quad (1.95)$$

Dans la théorie incluant la conservation du nombre de particules cette quantité dépend de l'état ψ_λ dans lequel on ajoute le nucléon.

La relation (1.95) qui élucide la signification physique du potentiel chimique est obtenue de la variation de la moyenne $\langle \psi_{BCS} | \hat{H}_p | \psi_{BCS} \rangle$ par rapport au paramètre μ . Etant donné qu'une variation arbitraire de l'état ψ_{BCS} doit laisser cette quantité invariante, on a

$$\frac{d}{d\mu} \langle \psi_{BCS} | \hat{H}_p | \psi_{BCS} \rangle = 0 = \frac{d}{d\mu} \langle \psi_{BCS} | \hat{H}_p | \psi_{BCS} \rangle - \mu \frac{dA(\mu)}{d\mu}$$

donc, supposant une relation univoque entre μ et A ,

$$\mu = \left(\frac{d}{d\mu} \langle \psi_{BCS} | \hat{H}_p | \psi_{BCS} \rangle \right) \frac{d\mu(A)}{dA} = \frac{d}{dA} \langle \psi_{BCS} | \hat{H}_p | \psi_{BCS} \rangle$$

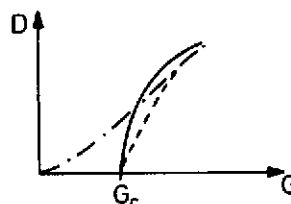
L'effet du blocage sur la distribution des probabilités d'occupation $v_{\pm\nu}^2$ est schématiquement montré dans la figure 3 pour l'état ψ_λ .

Une mesure des corrélations d'appariement est fournie par la moyenne suivante (ref.3,p. 465)

$$D^2 := \sum_{\nu, \kappa > 0} \langle c_\nu^\dagger c_{-\nu}^\dagger c_{-\kappa} c_\kappa \rangle \quad (1.96)$$

qui peut être calculée dans la théorie BCS et dans la théorie où une projection sur le nombre de particules est effectuée après la variation ("PBCS") et avant la variation ("FBCS"). Dans la fig. 4 nous montrons qualitativement le comportement de D comme fonction de la constante de l'appariement G dans les trois cas. Les différences sont importantes pour $G \approx G_c$.

Fig. 4: La mesure D des corrélations d'appariement comme fonction de la constante d'appariement G dans la théorie BCS (—) et dans le cas de projection après (---) et avant (---) variation (ref. 3,p. 465)



2.) Compte rendu bref de la théorie Hartree-Bogoliubov, noyaux en rotation, noyaux à une température finie.

Nous avons présenté les idées de base de la théorie d'appariement dans un modèle simple fondé sur l'Hamiltonien (1.8) qui est restreint au voisinage de l'énergie de Fermi.

Dans ce modèle simple les effets du champ moyen et de l'appariement sont essentiellement découplés. En réalité ils sont fortement corrélés et cette corrélation est particulièrement importante dans le cas d'un noyau déformé tournant avec un moment angulaire élevé.

Nous nous fondons sur l'Hamiltonien

$$\hat{H} = \sum_{\kappa, \nu} \langle \kappa | T | \nu \rangle a_{\kappa}^{\dagger} a_{\nu} + \frac{1}{2} \sum_{\kappa \lambda \mu \nu} \langle \kappa \lambda | v | \mu \nu \rangle a_{\kappa}^{\dagger} a_{\lambda}^{\dagger} a_{\nu} a_{\mu} \quad (2.1)$$

où T est l'opérateur de l'énergie cinétique, v est une interaction effective générale, et a^{\dagger} , a sont les opérateurs de création et annihilation pour des nucléons dans des états de particules individuelles quelconques formant une base complète. Pour simplifier nous supposons que v ne dépend pas de la densité ρ . Dans la théorie du champ moyen (HF) les opérateurs c^{\dagger} , c qui créent et annihilent des nucléons dans les états selfconsistants sont reliés à la base arbitraire initiale par une transformation unitaire

$$c_{\nu}^{\dagger} = \sum_{\kappa} D_{\kappa \nu} a_{\kappa}^{\dagger} \quad (2.2)$$

$$c_{\nu} = \sum_{\kappa} D_{\kappa \nu}^* a_{\kappa} \quad (2.2')$$

Au chapitre 1 nous avons vu que l'effet d'une interaction d'appariement peut être prise en considération par la transformation (1.59a) - (1.60b) qui ne fait intervenir que les opérateurs de création et d'annihilation d'une paire d'états conjugués. Cela peut nous suggérer de considérer la transformation linéaire la plus générale des opérateurs a et a^{\dagger}

$$\beta_{\nu}^{\dagger} = \sum_{\kappa} (U_{\kappa \nu} a_{\kappa}^{\dagger} + V_{\kappa \nu} a_{\kappa}) \quad (2.3)$$

$$\beta_{\nu} = \sum_{\kappa} (U_{\kappa \nu}^* a_{\kappa} + V_{\kappa \nu}^* a_{\kappa}^{\dagger}) \quad (2.3')$$

telles que les opérateurs β , β^{\dagger} vérifient les règles d'anticommutation

$$\{\beta_{\nu}, \beta_{\mu}^{\dagger}\} = \delta_{\nu \mu} \quad (2.4)$$

tous les autres anticommuteurs = 0

$$(2.4')$$

Ceci implique que la matrice

$$W = \begin{pmatrix} U & V^* \\ V & U^* \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

définie telle que les équ. (2.3), (2.3') puissent être écrites comme

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \beta^{\dagger} \end{pmatrix} = W^{\dagger} \begin{pmatrix} c \\ c^{\dagger} \end{pmatrix} \quad (2.3'')$$

soit unitaire.

$$W^{\dagger} W = W W^{\dagger} = 1 \quad (2.6)$$

Grâce à la propriété (2.6) on peut invertir les relations (2.3), (2.3'):

$$a_{\nu}^{\dagger} = \sum_{\kappa} (U_{\nu \kappa}^* \beta_{\kappa}^{\dagger} + V_{\nu \kappa} \beta_{\kappa}) \quad (2.7)$$

$$a_{\nu} = \sum_{\kappa} (U_{\nu \kappa} \beta_{\kappa} + V_{\nu \kappa}^* \beta_{\kappa}^{\dagger}) \quad (2.7')$$

La relation de la transformation générale de Bogoliubov avec la transformation (1.59a) - (1.60b) se clarifie par le théorème de Bloch-Messiah⁶ qui dit que la transformation de Bogoliubov peut être décomposée en trois transformations.

$$w^{\dagger} = CVD \quad (2.8)$$

où D est la transformation HF (équ. (2.2), (2.2')), V est la transformation spéciale (1.59a) - (1.60b), et C est une transformation des opérateurs a^{\dagger} entre eux

$$\beta_{\lambda}^{\dagger} = \sum_{\kappa} C_{\kappa\lambda} \alpha_{\kappa}^{\dagger} \quad (2.9)$$

En définissant la densité

$$\rho_{\nu\nu'} : = \langle \Psi | a_{\nu'}^{\dagger} \cdot a_{\nu} | \Psi \rangle = (V^* V^T)_{\nu'\nu} \quad (2.10)$$

et le tenseur d'appariement

$$\kappa_{\nu\nu'} : = \langle \Psi | a_{\nu'} \cdot a_{\nu} | \Psi \rangle = (V^* U^T)_{\nu'\nu} \quad (2.11)$$

où Ψ est le "vide des quasi-particules" défini par

$$\beta_{\nu} | \Psi \rangle = 0 \quad (2.12)$$

on peut décrire la base c^{\dagger}, c comme celle qui génère la "forme canonique" de la densité ρ et du tenseur d'appariement κ . La forme canonique est celle où ρ est diagonal et κ a des éléments nuls sauf ceux contenus dans les deux premières sous-diagonales de la diagonale principale.

La forme canonique de κ définit aussi les paires d'états conjugués $(\varphi_{\nu'}, \varphi_{\nu}) = (\varphi_{-\nu}, \varphi_{\nu})$ comme étant ceux qui correspondent aux éléments non-nuls de κ

$$\kappa_{\nu, -\nu} = * u_{\nu} v_{\nu} \quad (2.13)$$

Pour trouver un choix optimal de la transformation de Bogoliubov on peut procéder comme au premier chapitre:

On remplace les opérateurs (a^{\dagger}, a) dans l'Hamiltonien

$$\hat{H}' : = \hat{H} - \mu \hat{A} \quad (2.14)$$

par les opérateurs (B^{\dagger}, B) à l'aide de (2.7), (2.7') et on établit l'ordre normal de ces opérateurs en utilisant les règles d'anticommuation (2.4), (2.4'). Le calcul est facilité par le théorème de Wick^{3,4}. L'Hamiltonien \hat{H} a alors une forme analogue à l'équ. (1.71)

$$\hat{H}' = H^{(0)} + \hat{H}^{(1)} + \hat{H}^{(2)} + \hat{H}^{(4)} \quad (2.15)$$

Si l'on demande l'annihilation de la partie $\hat{H}^{(2)}$ (contenant les termes avec 2 opérateurs B^{\dagger} ou 2 opérateurs B) et une forme diagonale pour $\hat{H}^{(1)}$ (qui contient les termes avec les produits $B^{\dagger} B$)

$$\hat{H}^{(1)} = \sum_{\nu} E_{\nu} B_{\nu}^{\dagger} B_{\nu} \quad (2.16)$$

alors les coefficients $U_{\kappa\nu}$ et $V_{\kappa\nu}$ de la transformation (2.3) et les énergies de quasi-particules E_{ν} peuvent être déterminés. On déduit l'équation matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{\nu} \\ V_{\nu} \end{pmatrix} = E_{\nu} \begin{pmatrix} U_{\nu} \\ V_{\nu} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Dans cette équation $\begin{pmatrix} U_{\nu} \\ V_{\nu} \end{pmatrix}$ représente les éléments de la ν -ième colonne des matrices $\{U_{\kappa\nu}\}$ et $\{V_{\kappa\nu}\}$ et h et Δ sont des matrices avec les éléments

$$h_{\lambda\lambda'} : = \langle \Psi | \{ [a_{\lambda}, \hat{H}'], a_{\lambda'}^{\dagger} \} | \Psi \rangle = \langle \lambda | T | \lambda' \rangle + \Gamma_{\lambda\lambda'} - \mu \delta_{\lambda\lambda'} \quad (2.18)$$

$$\Delta_{\lambda\lambda'} := \sum_{\kappa\kappa'} \langle \lambda\lambda' | \nu | \mu\mu' \rangle \kappa_{\mu\mu'} \quad (2.19)$$

$$\Gamma_{\lambda\lambda'} := 2 \sum_{\mu\mu'} \langle \lambda\mu' | \nu | \lambda'\mu \rangle \rho_{\mu\mu'} \quad (2.20)$$

{ } dans (2.18) est l'anticommutateur et Γ et Δ sont des généralisations du potentiel HF (1.3) et du potentiel d'appariement (1.25). Le potentiel chimique doit être choisi pour que la contrainte suivante

$$\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = A \quad (2.21)$$

soit remplie. Notons que les énergies de quasi-particules E_ν qui correspondent aux états $|\Psi_\lambda\rangle = \beta_\lambda^\dagger |\Psi\rangle$ ne sont plus données par une simple formule comme (1.45) mais seulement définies comme valeurs propres des équations (2.17). Les équ. (2.17) sont un système non-linéaire pour les coefficients U et V puisque les matrices ρ et κ elles-mêmes dépendent de U et V :

$$\rho = V^* V^\dagger \quad (2.22)$$

$$\kappa = V^* U^\dagger \quad (2.23)$$

A l'exception des noyaux magiques la solution des équ. HB correspond à un noyau déformé. L'état Ψ qui est une approximation du fondamental d'un noyau pair et les excitations à une ou plusieurs quasi-particules que l'on peut générer à partir de Ψ ne sont donc pas des états propres du moment angulaire. Nous devons interpréter ces états comme étant donnés dans un référentiel intrinsèque.

Si l'on développe le fondamental Ψ ou les excitations

$$|\Psi_{\{\nu\}}\rangle := \prod_{\kappa \in \{\nu\}} \beta_\kappa^\dagger |\Psi\rangle \quad (2.24)$$

où $\{\nu\}$ est un nombre fini d'états quantiques, sur une base complète d'états propres Ψ_{IM} du moment angulaire I et de sa projection M

$$\Psi = \sum_{IM} c_{IM} \Psi_{IM} \quad (2.25)$$

les coefficients c_{IM} diffèrent de zéro pour un grand nombre d'états Ψ_{IM} . Evidemment cette propriété est analogue au fait que Ψ ainsi que $\Psi_{\{\nu\}}$ sont des superpositions d'états qui correspondent à des différents nombres de particules. Cette analogie nous suggère l'idée de contraindre la variation de l'énergie totale $\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$ par la condition supplémentaire que la moyenne du moment angulaire soit égale à un nombre désiré. On arriverait ainsi à la contrainte

$$\langle \Psi | \hat{I}^2 | \Psi \rangle = I(I+1) \quad (2.26)$$

où \hat{I} est l'opérateur du moment angulaire total divisé par \hbar . Cette contrainte, bien qu'elle soit utilisée par quelques auteurs pour les moments angulaires élevés, a plusieurs désavantages:

(i) L'opérateur \hat{I}^2 étant positif, la contrainte (2.26) oblige Ψ à être un état propre de \hat{I}^2 dans le cas $I = 0$, qui est celui du fondamental d'un noyau pair-pair. Etant donné les limitations de l'Ansatz pour Ψ , cela signifie que le potentiel moyen selfconsistant ainsi que la densité nucléaire dans l'espace \vec{r} doivent être sphérique. En général, on ne trouve pas une telle solution des équations variationnelles, qui en outre ne serait pas réaliste pour un noyau non-magique.

(ii) La contrainte (2.26) n'est pas obtenue comme première approximation dans un calcul fondé sur des états projetés (vr. ref. 3, p. 466).

Une condition supplémentaire plus utile est la suivante:

$$\langle \Psi | \hat{I}_x | \Psi \rangle = 0 \quad (2.27)$$

qui peut être motivée par la réflexion suivante:

Supposons que Ψ décrive un état (fortement) déformé du noyau. L'énergie moyenne $\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$ qui correspond à cet état déformé ne dépend pas de l'orientation de cet état dans l'espace. Soient $\Omega = (\alpha, \beta, \gamma)$ les 3 angles d'Euler, un état Ψ_Ω avec l'orientation Ω par rapport à celle de Ψ est donné par

$$\Psi_\Omega = \hat{R}(\Omega) \Psi \quad (2.28)$$

où

$$\hat{R}(\Omega) = e^{i\alpha \hat{I}_z} e^{i\beta \hat{I}_y} e^{i\gamma \hat{I}_z} \quad (2.29)$$

est l'opérateur unitaire qui effectue une rotation d'angles $\Omega = (\alpha, \beta, \gamma)$. Etant donné que les composantes $\hat{I}_x, \hat{I}_y, \hat{I}_z$ du moment angulaire total commutent avec l'Hamiltonien \hat{H} , on obtient

$$\langle \Psi_\Omega | \hat{H} | \Psi_\Omega \rangle = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle \quad (2.30)$$

On devrait donc obtenir un état variationnel amélioré en superposant des états Ψ_Ω de toutes les orientations

$$\Phi = \int d\Omega f(\Omega) \Psi_\Omega \quad (2.31)$$

Dans (2.31) la mesure $d\Omega$ et les limites d'intégration sont définies par ^{9,9}

$$\int d\Omega \dots = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^\pi d\beta \sin\beta \int_0^{2\pi} d\gamma \dots \quad (2.32)$$

On a intérêt à choisir les coefficients $f(\Omega)$ de cette superposition pour que l'état Φ devienne un état propre du moment angulaire carré \hat{I}^2 et de la composante \hat{I}_z :

$$\hat{I}^2 \Phi_{IM} = I(I+1) \Phi_{IM} \quad (2.33)$$

$$\hat{I}_z \Phi_{IM} = M \Phi_{IM} \quad (2.34)$$

c'est facile si l'on se sert des fonctions propres $D_{MK}^I(\Omega)$ de la toupie, qui ont les propriétés suivantes^{9,10}

$$\hat{I}^2 D_{MK}^I(\Omega) = I(I+1) D_{MK}^I(\Omega) \quad (2.35)$$

$$\hat{I}_z D_{MK}^I(\Omega) = M D_{MK}^I(\Omega) \quad (2.36)$$

$$\hat{I}_x' D_{MK}^I(\Omega) = K D_{MK}^I(\Omega) \quad (2.37)$$

Dans l'équ. (2.37), \hat{I}_x' est la composante du moment angulaire total par rapport à l'axe z d'un référentiel qui est au repos par rapport au noyau déformé. Les composantes "sphériques"

$$\hat{I}_\mu = (\hat{I}_{-1}, \hat{I}_0, \hat{I}_{+1}) = \left(\frac{\hat{I}_x - i\hat{I}_y}{\sqrt{2}}, \hat{I}_z, \frac{-(\hat{I}_x + i\hat{I}_y)}{\sqrt{2}} \right) \quad (2.38)$$

dans le référentiel du laboratoire et les composantes \hat{I}_μ' dans le référentiel du noyau déformé sont reliées par ^{3,10}

$$\hat{I}_\mu = \sum_{\mu'} D_{\mu'\mu}^I(\Omega) \hat{I}_{\mu'} = \sum_{\mu'} \hat{I}_{\mu'} D_{\mu'\mu}^I(\Omega) \quad (2.39)$$

La relation (2.39) est due au fait que les fonctions $D_{MK}^I(\Omega)$ constituent la représentation matricielle de l'opérateur de rotation $\hat{R}(\Omega)$

$$D_{M'M}^I(\Omega) = \langle IM' | \hat{R}(\Omega) | IM \rangle \quad (2.40)$$

où $|IM\rangle$ et $|IM'\rangle$ sont des états propres normalisés de \hat{I}^2 et de \hat{I}_Z .

$$\langle IM | IM' \rangle = \delta_{II'} \delta_{MM'} \quad (2.41)$$

Nous notons que les fonctions de la toupie remplissent la relation

$$\int d\Omega D_{M'K'}^{I'}(\Omega) D_{MK}^I(\Omega) = \frac{8\pi^2}{2I+1} \delta_{II'} \delta_{MM'} \delta_{KK'} \quad (2.42)$$

et que nous avons utilisé la convention de phases des références 10,3.

En raison des équ.(2.35) et (2.36) on voit que le choix suivant de la fonction $f(\Omega)$ remplit les conditions 82.33) et (2.34):

$$\begin{aligned} \phi_{IM} &= \sum_K \frac{2I+1}{8\pi^2} f_K \int d\Omega D_{MK}^{I*}(\Omega) \hat{R}(\Omega) \Psi & (2.43) \\ &= \sum_K f_K \hat{P}_{MK}^I \Psi & (2.43') \end{aligned}$$

Les paramètres f_K devraient être déterminés par une minimisation de l'énergie moyenne

$$E_I' = \frac{\langle \phi_{IM} | \hat{H}' | \phi_{IM} \rangle}{\langle \phi_{IM} | \phi_{IM} \rangle} \quad (2.44)$$

Dans (2.44), l'Hamiltonien \hat{H} est remplacé par l'opérateur

$$\hat{H}' = \hat{H} - \mu \hat{A}$$

puisque le nombre des particules n'est pas conservé par l'état de Bogoliubov Ψ . Cependant, si l'on conserve le nombre des particules en remplaçant l'état de Bogoliubov par l'état (1.93) (où les opérateurs $c_X^\dagger c_X$ se rapportent à la base canonique), on doit varier la moyenne de l'Hamiltonien \hat{H} .

On parle de la méthode "PBV" ("projection before variation") si l'on varie l'énergie $\langle \phi_{IM} | \hat{H}' | \phi_{IM} \rangle / \langle \phi_{IM} | \phi_{IM} \rangle$, par rapport à ϕ_{IM} (c.a.d. Ψ et les f_K) ϕ_{IM} étant un état propre de \hat{I}^2 , \hat{I}_Z et du nombre des particules \hat{A} . Par contre, on utilise la terminologie "PAV" ("projection after variation") si l'on effectue d'abord une variation par rapport à l'état Ψ de Bogoliubov qui ne conserve ni le moment angulaire ni le nombre des particules et ensuite on projette sur le moment angulaire et le nombre des particules. Bien sûr, la méthode PBV est supérieure à la méthode PAV. Les résultats des deux méthodes sont d'autant plus différents que les brisures de symétrie, qui s'expriment dans l'état de Ψ de Bogoliubov, sont peu marquées. Ils sont semblables si les brisures sont grandes et nettes (noyau fortement déformé et superfluide).^{7,8} Jusqu'à présent la méthode PBV n'est pas encore maîtrisée numériquement en ce qui concerne le moment angulaire, mais elle a été effectuée avec succès pour le problème du nombre des particules^{7,8}.

Nous devrions nous rattacher à la chaîne des idées qui devrait motiver la contrainte (2.27): On peut effectuer la projection (2.43) d'une façon approchée,^{11,3} si la déformation est grande, ce qui implique

$$\langle \Psi | \hat{I}_y^2 | \Psi \rangle \gg 1 \quad (2.45)$$

si elle a une "signature" bien définie

$$e^{i\pi \hat{I}_x} \Psi \propto \Psi$$

et si pour les petites valeurs de I la forme du noyau est presque à symétrie axiale ce qui implique le critère

$$\langle \Psi | \hat{I}_z^2 | \Psi \rangle \ll I(I+1) \quad (2.47)$$

Dans ces conditions qui sont souvent réalisées pour les noyaux fortement déformés, on démontre^{9,11} que la variation après la projection sur le moment angulaire peut être remplacée par la variation de l'énergie avant projection sous la contrainte

$$\langle \Psi | \hat{I}_x | \Psi \rangle = \sqrt{I(I+1) - \langle \hat{I}_z^2 \rangle} \quad (2.48)$$

Dans la littérature en langue anglaise on appelle cette théorie "selfconsistent cranking method" ("SCM").

Si nous prenons en considération la condition (2.48) par le choix d'un paramètre de Lagrange ω , qui signifie une vitesse angulaire, et si nous remplissons la condition

$$\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = \Lambda \quad (2.49)$$

par le choix du potentiel chimique μ , nous arrivons au principe variationnel

$$\delta \langle \Psi | \hat{H}' | \Psi \rangle = \delta \langle \Psi | \hat{H} - \mu \hat{A} - \omega \hat{I}_x | \Psi \rangle = 0 \quad (2.50)$$

Ce principe variationnel peut être remplacé par une transformation de Bogoliubov soumise à la condition que $\hat{H}^{(2)}$ soit nul et $\hat{H}^{(1)}$ soit diagonal (vr. équ. (2.15), (2.16)) ce qui nous fournit en plus la bonne représentation des excitations élémentaires du système. Les équations (2.17) - (2.20) continuent à être valables avec la seule différence que la matrice $h_{\lambda\lambda'}$ est modifiée par le terme $-\omega \hat{I}_x$ dans l'Hamiltonien \hat{H}' :

$$h_{\lambda\lambda'} = \langle \lambda | T | \lambda' \rangle + \Gamma_{\lambda\lambda'} - \mu \delta_{\lambda\lambda'} - \omega \langle \lambda | I_x | \lambda' \rangle \quad (2.51)$$

La contrainte (2.48) diffère de celle de l'équ. (2.27). La différence est sans importance pour la bande rotationnelle construite sur le fondamental d'un noyau pair-pair qui est à symétrie axiale ($\langle \Psi | \hat{I}_z^2 | \Psi \rangle = 0$) pour des petites valeurs du moment angulaire I. Pour $I \gg 1$, les conditions (2.48) et (2.27) sont toujours équivalentes. La différence entre les deux conditions est importante si on traite des bandes rotationnelles avec $K \neq 0$, surtout dans les noyaux impairs.¹²

L'influence du terme supplémentaire $-\omega \hat{I}_x$ sur la solution des équ. (2.17), c.a.d. sur l'état Ψ , est d'autant plus profond que le moment angulaire I est élevé. Comme nous avons déjà insinué, le terme $-\omega \hat{I}_x$ en combinaison avec la condition (2.27) ou (2.48) produit un spectre rotationnel comme fonction de I, c.a.d. il contient les effets de la force de Coriolis et la force centrifuge. On peut donc interpréter l'Hamiltonien \hat{H}' de l'équation (2.50) comme celui agissant dans un référentiel au

repos par rapport au noyau déformé.

Cette interprétation s'avère justifiée par la considération suivante:

Supposons que nous voulions décrire un noyau déformé en rotation dans une image dépendante du temps, c.a.d. par l'équation de Schrödinger dépendante du temps

$$\hat{H} \phi(t) = i\hbar \dot{\phi}(t) \quad (2.52)$$

où \hat{H} est l'Hamiltonien total du noyau. L'équ. (2.52) est équivalente au principe variationnel

$$\delta \langle \phi(t) | (\hat{H} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}) | \phi(t) \rangle = 0 \quad (2.53)$$

ou la variation est soumise à la condition de normalisation

$$\langle \phi(t) | \phi(t) \rangle = 1 \quad (2.54)$$

Pour que $\phi(t)$ représente un "paquet d'ondes" qui tourne autour de l'axe x avec la vitesse angulaire ω nous faisons l'Ansatz

$$\phi(t) = e^{-\frac{i\omega t}{\hbar}} \Psi \quad (2.55)$$

où l'état "intrinsèque" Ψ est normalisé et indépendant du temps.

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = 1 \quad (2.56)$$

Substituant (2.55) dans (2.53) et utilisant le fait que \hat{H} commute avec \hat{I}_x on trouve

$$\delta \langle \Psi | (\hat{H} - \omega \hat{I}_x) | \Psi \rangle = 0 \quad (2.57)$$

Si on choisit la vitesse angulaire ω telle que la condition (2.27) ou (2.48) soit remplie, on obtient notre principe variationnel. Il est clair, par cette dérivation, qu'il nous faut interpréter Ψ comme l'état "intrinsèque" du noyau dans un référentiel qui tourne dans le laboratoire avec la vitesse angulaire ω et qui est au repos par rapport au noyau déformé, et que $(\hat{H} - \omega \hat{I}_x)$ est l'Hamiltonien dans ce référentiel intrinsèque. Nous notons qu'on peut faire une réflexion analogue par rapport au nombre de particules: Si on substitue l'état

$$\phi(t) = e^{-\frac{i\mu t}{\hbar} \hat{A}} \cdot e^{-i\omega t \hat{I}_x} \Psi \quad (2.58)$$

dans (2.53), on obtient le principe variationnel (2.50) pour l'état Ψ . De ce point de vue on peut interpréter l'opérateur \hat{A} comme le générateur d'une rotation dans un espace de jauge et le potentiel chimique μ/\hbar comme la vitesse angulaire de cette rotation.

Si l'état intrinsèque Ψ est un état propre de \hat{A} et de \hat{I}_x , il ne diffère de $\phi(t)$ que par une phase

dépendante du temps, mais si Ψ brise les symétries reliées aux générateurs de rotations \hat{A} et \hat{I}_x , $\Phi(t)$ dépend du temps de façon non-triviale. L'état ψ que l'on obtient du principe variationnel (2.50) dépend des paramètres ω et μ :

$$\Psi = \Psi(\mu, \omega) \quad (2.59)$$

La moyenne $\langle \Psi(\mu, \omega) | \hat{H} | \Psi(\mu, \omega) \rangle$ est stationnaire par rapport à une variation arbitraire de $\Psi(\mu, \omega)$ qui conserve la normalisation. Regardons une variation de Ψ qui est produite par un changement du paramètre μ dans $\Psi(\mu, \omega)$

$$\delta\Psi = \left(\frac{\partial \Psi(\mu', \omega)}{\partial \mu'} \right)_{\mu'=\mu} \cdot \delta\mu \quad (2.60)$$

On obtient ainsi de l'équ. (2.50)

$$\left[\frac{\partial}{\partial \mu'} (E(\mu', \omega) - \mu A(\mu', \omega) - \omega I(\mu', \omega)) \right]_{\mu'=\mu} = 0 \quad (2.61)$$

ou

$$\frac{\partial E(\mu, \omega)}{\partial \mu} - \mu \frac{\partial A(\mu, \omega)}{\partial \mu} - \omega \frac{\partial I(\mu, \omega)}{\partial \mu} = 0 \quad (2.61')$$

Les quantités E, A et I sont définies par

$$E(\mu, \omega) = \langle \Psi(\mu, \omega) | \hat{H} | \Psi(\mu, \omega) \rangle / \langle \Psi | \Psi \rangle \quad (2.62)$$

$$A(\mu, \omega) = \langle \Psi(\mu, \omega) | \hat{A} | \Psi(\mu, \omega) \rangle / \langle \Psi | \Psi \rangle \quad (2.62')$$

$$I(\mu, \omega) = \langle \Psi(\mu, \omega) | \hat{I}_x | \Psi(\mu, \omega) \rangle / \langle \Psi | \Psi \rangle \quad (2.62'')$$

D'une façon analogue on obtient l'équation (2.63) par une variation de Ψ par rapport à ω :

$$\frac{\partial E(\mu, \omega)}{\partial \omega} - \mu \frac{\partial A(\mu, \omega)}{\partial \omega} - \omega \frac{\partial I(\mu, \omega)}{\partial \omega} = 0 \quad (2.63)$$

Utilisant les équ. (2.61') et (2.63) on trouve la relation suivante entre les différentielles totales des fonctions

$$dE = \mu dA + \omega dI \quad (2.64)$$

On en déduit que le potentiel chimique μ et la vitesse rotationnelle ω sont donnés par les dérivées partielles suivantes

$$\mu = \left(\frac{\partial E}{\partial A} \right)_I \quad (2.65)$$

$$\omega = \left(\frac{\partial E}{\partial I} \right)_A \quad (2.66)$$

ou l'indice I ou A signifie que cette quantité doit être tenue constante. Les relations (2.65) et (2.66) élucident la signification physique des paramètres μ et ω . L'énergie $E(\mu, \omega)$ doit être une fonction paire de ω et le moment angulaire $I(\mu, \omega)$ doit être nul pour $\omega=0$. Pour des petites valeurs de ω on a donc

$$E(\mu, \omega) = E(\mu, 0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0} \omega^2 + \dots \quad (2.67)$$

$$I(\mu, \omega) = \left(\frac{\partial I}{\partial \omega} \right)_{\omega=0} \cdot \omega + \dots \quad (2.68)$$

On peut démontrer¹³ la validité de la relation

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0} = \left(\frac{\partial I}{\partial \omega} \right)_{\omega=0} = \Theta \quad (2.69)$$

Le nombre moyen des particules $A(\mu, \omega)$ ne peut pas dépendre du signe de la vitesse angulaire ω . Pour de petites valeurs de ω , on a donc

$$A(\mu, \omega) = A(\mu, 0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 A(\mu, \omega)}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0} \omega^2 + \dots \quad (2.70)$$

Si l'on substitue les relations (2.67), (2.68) et (2.70) dans l'équation (2.63), on obtient en 1^{er} ordre de ω

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0} \cdot \omega = \left(\frac{\partial I}{\partial \omega} \right)_{\omega=0} \cdot \omega$$

c.a.d. la relation (2.69).

La quantité Θ qui est définie par l'équ. (2.69) représente un moment d'inertie. Pour de petites valeurs de ω ou de I on a donc

$$E(\mu, \omega) \approx E(\mu, 0) + \frac{\Theta}{2} \omega^2 \approx E(\mu, 0) + \frac{I^2}{2\Theta} \quad (2.71)$$

En remplaçant I par la valeur semiclassique $\sqrt{I(I+1)}$ dans la relation (2.27) on obtiendrait

$$E(\mu, \omega) \approx E(\mu, 0) + \frac{I(I+1)}{2\Theta} \quad (2.71')$$

Si ω est grand, on ne peut plus utiliser les développements (2.67), (2.68) et (2.70) autour de $\omega=0$. Il est d'usage de définir un moment d'inertie par l'équation classique

$$\Theta := \frac{I}{\omega} \quad (2.72)$$

La vitesse angulaire ω peut être déterminée selon l'équation (2.66) à partir d'un spectre rotationnel. On en déduit ω comme fonction de I

$$\omega = \omega(I) \quad (2.73)$$

et ainsi, utilisant (2.72), un moment d'inertie dépendant de I . Par inversion de la fonction (2.73)

$$I = I(\omega) \quad (2.73')$$

et substitution de (2.73') dans (2.72) on obtient le moment d'inertie comme fonction de ω . C'est dans cette dernière représentation que l'on discute le phénomène de "backbending" qui se produit par l'alignement des moments angulaires d'une paire de Cooper avec l'axe de rotation. Comme le "backbending" sera discuté par Mr. B. Haas, nous n'entrons pas dans ces détails.

Si le terme $-\omega \hat{I}_x$ dans l'Hamiltonien \hat{H} peut être traité comme perturbation et si Ψ_{BCS} est l'état ψ pour $\omega=0$ on obtient

$$|\Psi\rangle = |\Psi_{BCS}\rangle + \frac{\omega}{2} \sum_{\kappa, \kappa'} |\Psi_{\kappa\kappa'}\rangle \frac{\langle \Psi_{\kappa\kappa'} | \hat{I}_x | \Psi_{BCS} \rangle}{E_{\kappa} + E_{\kappa'}} \quad (2.74)$$

où

$$|\Psi_{\kappa\kappa'}\rangle = \beta_{\kappa}^{\dagger} \beta_{\kappa'}^{\dagger} |\Psi_{BCS}\rangle \quad (2.74')$$

sont des états à 2 quasi-particules (vr. équ. (2.24)) et E_{κ} , $E_{\kappa'}$ sont les énergies des quasi-particules correspondantes. Elles sont obtenues comme valeurs propres des équ. (2.17). Dans le modèle simple du chapitre 1 elles sont données par la formule (1.55), i.e. par

$$E_{\kappa} = \sqrt{(\epsilon_{\kappa} - \mu)^2 + \Delta_{\kappa}^2} \quad (2.75)$$

Calculant la valeur moyenne du moment angulaire $\langle \Psi | \hat{I}_x | \Psi \rangle$ avec l'état (2.74) et utilisant la définition (2.74) on obtient la fameuse formule du cranking pour le moment d'inertie d'un noyau (ref. 3, p. 131):

$$\theta = 2 \sum_{\kappa, \kappa' > 0} \frac{|\langle \kappa | \hat{I}_x | \kappa' \rangle|^2}{E_{\kappa} + E_{\kappa'}} (\mu_{\kappa} \nu_{\kappa'} - \mu_{\kappa'} \nu_{\kappa})^2 \quad (2.76)$$

ou $\langle \kappa | \hat{I}_x | \kappa' \rangle$ est l'élément de matrice de \hat{I}_x entre les fonctions de particules individuelles φ_{κ} et $\varphi_{\kappa'}$.

Dans la limite HF

$$\nu_{\kappa} = \theta_0 (\mu - \epsilon_{\kappa}) \quad (2.77)$$

$$\mu_{\kappa} = \theta_0 (\epsilon_{\kappa} - \mu) \quad (2.77')$$

la formule (2.76) donne la formule d'Inglis (ref. 3, p. 131)

$$\theta_{\text{Inglis}} = 2 \sum_{\kappa, \kappa'} \frac{|\langle \kappa | \hat{I}_x | \kappa' \rangle|^2}{|\epsilon_{\kappa} - \epsilon_{\kappa'}|} \theta_0 (\epsilon_{\kappa} - \mu) \theta_0 (\mu - \epsilon_{\kappa'}) \quad (2.78)$$

En général, le moment d'inertie θ est plus petit que θ_{Inglis} puisque les dénominateurs $(E_{\kappa} + E_{\kappa'})$ sont plus grands que $(\epsilon_{\kappa} - \epsilon_{\kappa'})$ et les facteurs $(\mu_{\kappa} \nu_{\kappa'} - \mu_{\kappa'} \nu_{\kappa})^2$ sont plus petits que 1. On peut interpréter ce résultat en disant qu'une partie du noyau suprafluide ne participe pas à la rotation collective.

Néanmoins, il y a des cas où le gap disparaît, le moment d'inertie n'est donc plus réduit essentiellement par rapport à sa valeur HF et toutefois l'état Ψ est composé par une somme cohérente de paires de Cooper ("gapless superconductivity"). Une telle situation est réalisée dans le phénomène du "backbending".

Nous arrivons au dernier sujet de ce chapitre: les noyaux à température finie.

Nous considérons un ensemble de noyaux dans différents états d'excitation, avec différents nombres de nucléons, et dans différents états du moment angulaire. Nous supposons que nous ne connaissons que le nombre moyen A des nucléons dans un noyau, le moment angulaire moyen I et

l'énergie moyenne E d'un noyau. Soit $\hat{\rho}$ l'opérateur statistique normalisé de l'ensemble

$$\text{Tr } \hat{\rho} = 1 \quad (2.79)$$

Il doit donc remplir les conditions suivantes

$$\text{Tr}(\hat{\rho}\hat{A}) = A \quad (2.80)$$

$$\text{Tr}(\hat{\rho}\hat{I}_x) = I \quad (2.81)$$

$$\text{Tr}(\hat{\rho}\hat{H}) = E \quad (2.82)$$

Définissons l'entropie S par

$$S = - \text{Tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho}) \quad (2.83)$$

Elle nous fournit une mesure pour le manque d'information concernant le système. L'opérateur $\hat{\rho}$ qui maximise l'entropie sous les contraintes (2.79) - (2.82) est donné par

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Y} e^{-\frac{1}{T}(\hat{H} - \mu\hat{A} - \omega\hat{I}_x)} \quad (2.84)$$

où

$$Y = \text{Tr} e^{-\frac{1}{T}(\hat{H} - \mu\hat{A} - \omega\hat{I}_x)} \quad (2.85)$$

Les paramètres de Lagrange μ , ω et T doivent être choisis tels que les conditions (2.80), (2.81) et (2.82) soient remplies. La démonstration du résultat (2.84) est très simple:

Nous exigeons que l'expression

$$\text{Tr} \left\{ \hat{\rho} \left[-\ln \hat{\rho} - \frac{1}{T}(\hat{H} - \mu\hat{A} - \omega\hat{I}_x) + \lambda \right] \right\} \quad (2.86)$$

soit stationnaire par rapport à une variation $\delta\hat{\rho}$ de l'opérateur $\hat{\rho}$. Le paramètre λ dans (2.86) doit tenir compte de la condition (2.79). On a donc la condition de stationnarité

$$\text{Tr} \left\{ (\hat{\rho} + \delta\hat{\rho}) \left[-\ln(\hat{\rho} + \delta\hat{\rho}) - \frac{1}{T}\hat{H}' + \lambda \right] \right\} - \text{Tr} \left\{ \hat{\rho} \left[-\ln\hat{\rho} - \frac{1}{T}\hat{H}' + \lambda \right] \right\} = 0 \quad (2.87)$$

où

$$\hat{H}' = \hat{H} - \mu\hat{A} - \omega\hat{I}_x \quad (2.87')$$

En utilisant la relation

$$\ln(\hat{\rho} + \delta\hat{\rho}) \approx \ln\hat{\rho} + \hat{\rho}^{-1}\delta\hat{\rho} \quad (2.88)$$

on peut reformuler l'équ. (2.87) sous la forme suivante

$$\text{Tr} \left\{ \delta\hat{\rho} \left[-\ln\hat{\rho} + \tilde{\lambda} - \frac{\hat{H}'}{T} \right] \right\} = 0 \quad (2.89)$$

où $\tilde{\lambda} := \lambda - 1$ et où $\delta\hat{\rho}$ est une variation arbitraire (hermitique) de $\hat{\rho}$. Il en suit

$$\ln \hat{\rho} = -\frac{\hat{H}'}{T} + \tilde{\lambda}$$

ce qui est équivalent à la forme (2.84) de $\hat{\rho}$ si le paramètre $\tilde{\lambda}$ est déterminé par la normalisation (2.79).

Cette déduction bien connue de "l'ensemble micro-canonique" devrait nous faire comprendre que la forme (2.84) de l'opérateur statistique n'implique pas que les noyaux soient en contact avec un réservoir.

On démontre facilement que "l'énergie libre"

$$F := \text{Tr} \{ \hat{\rho} (\hat{H}' + T \ln \hat{\rho}) \} = E' - TS \quad (2.90)$$

est minimale pour la distribution (2.84). Pour généraliser notre théorie à une température T finie, il nous faut donc remplacer le principe variationnel (2.50) par la minimalisation de l'énergie libre

$$\delta F = 0 \quad (2.91)$$

fondée sur l'opérateur statistique (2.84). Le calcul est profondément simplifié par l'utilisation du théorème de Wick pour des moyennes statistiques*. On en déduit que les équations (2.17) continuent à être valables avec les mêmes définitions (2.51), (2.19) et (2.20) des matrices h , Δ et Γ mais avec la seule différence que la densité $\rho_{\mu\mu'}$ et le tenseur d'appariement $\kappa_{\mu\mu'}$ ne sont plus définis par les équations (2.10) et (2.11) mais par les moyennes statistiques

$$\rho_{\mu\mu'} := \text{Tr} (\hat{\rho} a_{\mu'}^\dagger a_{\mu}) \quad (2.92)$$

$$\kappa_{\mu\mu'} := \text{Tr} (\hat{\rho} a_{\mu'} a_{\mu}) \quad (2.93)$$

Si on utilise la transformation de Bogoliubov (2.7), (2.7'), la forme micro-canonique de $\hat{\rho}$ (équ. (2.84)) tout en négligeant $\hat{H}^{(*)}$ dans l'Hamiltonien \hat{H} , on trouve le résultat

$$\rho_{\mu\mu'} = (U n U^\dagger)_{\mu\mu'} + (V^* (1-n) V^T)_{\mu\mu'} \quad (2.94)$$

$$\kappa_{\mu\mu'} = (U n V^T)_{\mu\mu'} + (V^* (1-n) U^T)_{\mu\mu'} \quad (2.95)$$

où n représente les nombres d'occupation des énergies E_k des quasi-particules

$$n_{k\kappa'} = \delta_{k\kappa'} \frac{1}{1 + \exp(E_k/T)} \quad (2.96)$$

Si la température tend vers zéro, les relations (2.94) et (2.95) deviennent identiques aux côtés droits des équations (2.10) et (2.11). Nous attirons l'attention sur le fait que les énergies propres E_ν des équations (2.17) ainsi que les matrices U et V dépendent d'une façon non-triviale des paramètres μ , ω et T :

$$E_\nu = E_\nu(\mu, \omega, T) \quad (2.96)$$

Comme les équations sont non-linéaires, leur solution est assez compliquée et bien sûr ne peut être trouvée que numériquement. Plusieurs auteurs ont étudié la théorie de Hartree-Fock à température finie¹⁴⁻²⁰

Un problème non-trivial dans ces calculs est dû au fait qu'à une température donnée et un potentiel chimique donné il y a deux solutions des équations, une qui représente le noyau entouré par la vapeur et une autre qui ne représente que la vapeur. Une méthode pour traiter ce problème a été développée dans les références 17 et 18. Des applications en astrophysique se trouvent dans la référence 21. P. Bonche a donné une revue d'une partie de ces travaux dans son cours à l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire en 1985. Des calculs qui traitent la suprafluidité à température finie ont été faits par P. Ring et al.²²

On arrive à une simplification essentielle si l'on remplace le potentiel "selfconsistent" $\Gamma_{\mu,\mu}$ par les éléments de matrice d'un potentiel de Nilsson ou de Saxon-Woods. Cette approximation est souvent assez satisfaisante. Elle sera traitée en détail dans les cours de Mr. Haas.

3.) Manifestations des corrélations d'appariement

Les corrélations d'appariement disparaissent à une température assez basse d'environ 1 MeV. Pour discerner des effets de la suprafluidité nucléaire nous devons donc considérer les noyaux à température nulle ou dans des excitations de basse énergie.

Les effets pair-impair dans l'énergie de liaison et l'influence de l'appariement sur la valeur du moment d'inertie sont des manifestations bien connues. Le phénomène du "backbending" qui est dû à la brisure et l'alignement d'une paire de Cooper, et aussi la diminution de l'appariement par l'effet Coriolis seront discutés par le Prof. Haas.

Nous avons cru pendant longtemps qu'il y aurait des manifestations de la suprafluidité nucléaire dans la fission nucléaire à basse énergie. Le Dr. C. Signarbieux vous présentera des résultats très intéressants qui suggèrent le contraire.

Il me reste à attirer votre attention sur les effets de la suprafluidité dans les réactions nucléaires:

Considérons une collision périphérique entre deux noyaux qui conduit à un transfert d'une paire de nucléons identiques (nn ou pp) d'un noyau à l'autre. Dans l'approximation semiclassique de ce processus la section efficace $\sigma_{\beta\alpha}(\mathcal{J}; E)$ de cette réaction est donnée par le produit de la section efficace de Rutherford $\sigma_{Ruth}(\mathcal{J}; E)$ pour la diffusion élastique dans le champ Coulombien* multiplié par la probabilité $P_{\beta\alpha}$ de transition de l'état initial α des deux noyaux à l'état final β (\mathcal{J} = angle de diffusion; E = énergie du faisceau)

$$\sigma_{\alpha\beta}(\mathcal{J}, E) = \sigma_{Ruth}(\mathcal{J}, E) \cdot P_{\beta\alpha} \quad (3.1)$$

* Annotation: On peut incorporer l'effet d'un champ moyen nucléaire dans cette section efficace élastique

La probabilité de transition $P_{\beta\alpha}$ est le carré de la matrice S du processus qui peut être écrit comme un produit d'une amplitude au temps $t \rightarrow +\infty$ $F_{\beta\alpha}(t \rightarrow +\infty)$ et un facteur exponentiel qui contient l'effet de l'absorption par la partie imaginaire $W(r)$ du modèle optique.^{23,24}

$$S_{\beta\alpha} = F_{\beta\alpha}(t \rightarrow +\infty) \exp\left[-\int_{-\infty}^{+\infty} dt W(r(t))\right] \quad (3.2)$$

$$P_{\beta\alpha} = |S_{\beta\alpha}|^2 \quad (3.3)$$

Dans l'équ. (3,2) la coordonnée $r(t)$ est la distance classique entre les centres des noyaux comme fonction du temps. Les amplitudes $F_{\beta\alpha}(t)$ sont obtenues comme solution d'un système d'équations semiclassiques pour les voies couplées.^{23,25}

Si le transfert peut être traité en 1^{er} ordre de la théorie des perturbations, l'amplitude $F_{\beta\alpha}(t \rightarrow +\infty)$ est donnée par une intégrale sur l'élément de matrice de l'interaction \hat{H}_{int} qui effectue le transfert

$$F_{\beta\alpha}(t \rightarrow +\infty) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} dt \langle \Psi_{\beta} | \hat{H}_{int}(r(t)) | \Psi_{\alpha} \rangle e^{i\omega_{\beta\alpha} t} \quad (3.4)$$

Ψ_{α} et Ψ_{β} sont les produits des états nucléaires des deux noyaux avant et après la réaction. $\hbar\omega_{\beta\alpha}$ est la "valeur Q " de la réaction

$$\omega_{\beta\alpha} = E_{\beta_1} + E_{\beta_2} - E_{\alpha_1} - E_{\alpha_2} \quad (3.5)$$

($E_{\beta_1}, E_{\alpha_1}$ = énergies intrinsèques des noyaux ; dans l'état final (β) et initial (α))

Nous choisissons comme \hat{H}_{int} une interaction d'appariement qui transfère des paires de Cooper du noyau 1 au noyau 2 et vis et versa.

$$\hat{H}_{int} = V(r(t)) \sum_{\nu_1 > 0; \nu_2 > 0} (c_{\nu_2}^{\dagger} c_{-\nu_2}^{\dagger} c_{-\nu_1} c_{\nu_1} + c_{\nu_1}^{\dagger} c_{-\nu_1}^{\dagger} c_{-\nu_2} c_{\nu_2}) \quad (3.6)$$

Cette interaction est un couplage effectif qui incorpore le transfert en une étape par l'interaction à 2 corps et le transfert consécutif de deux nucléons par un potentiel à 1 corps moyen.²⁷ $V(r(t))$ est un facteur de forme qui décroît rapidement comme fonction de la distance r entre les centres des noyaux. $c_{\nu_i}^{\dagger}$ est un opérateur de création d'un nucléon dans l'orbite φ_{ν_i} du noyau i ($i=1,2$).

Pour un transfert entre les états fondamentaux des noyaux pair-pairs initiaux et finaux, les états Ψ_{α} et Ψ_{β} sont approchés par des produits de deux états BCS

$$\Psi_{\alpha} = \Psi_{\alpha_1}^{BCS} \Psi_{\alpha_2}^{BCS} \quad (3.7)$$

$$\Psi_{\beta} = \Psi_{\beta_1}^{BCS} \Psi_{\beta_2}^{BCS} \quad (3.7')$$

Les états initiaux et finaux du même noyau ne diffèrent que par le nombre moyen des nucléons, c.a.d. par le potentiel chimique. Cette différence est négligeable:

$$\Psi_{\alpha_1}^{BCS} \approx \Psi_{\beta_1}^{BCS} \quad (3.8)$$

$$\Psi_{\alpha_2}^{BCS} \approx \Psi_{\beta_2}^{BCS} \quad (3.8')$$

L'amplitude $F_{\beta\alpha}(t \rightarrow +\infty)$ pour un transfert entre les états fondamentaux est donc donnée par

$$F_{\beta\alpha}(t \rightarrow \infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \langle \Psi_{\beta} | \hat{H}_{int}(t) | \Psi_{\alpha} \rangle = -i \tilde{V}(\omega_{\beta\alpha}).$$

$$\cdot \sum_{\nu_1 > 0} \langle \Psi_{\alpha_1}^{BCS} | c_{\nu_1}^{\dagger} c_{-\nu_1} | \Psi_{\alpha_1}^{BCS} \rangle \cdot \sum_{\nu_2 > 0} \langle \Psi_{\alpha_2}^{BCS} | c_{-\nu_2} c_{\nu_2} | \Psi_{\alpha_2}^{BCS} \rangle \quad (3.9)$$

ou $\tilde{V}(\omega_{\beta\alpha})$ est la transformée de Fourier du potentiel $V(t)$

$$\tilde{V}(\omega_{\beta\alpha}) := \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega_{\beta\alpha} t} \cdot V(t) \quad (3.10)$$

Un calcul simple rend le résultat

$$F_{\beta\alpha}(t \rightarrow +\infty) = -i \tilde{V}(\omega_{\beta\alpha}) \cdot \frac{\Delta_1}{G_1} \cdot \frac{\Delta_2}{G_2} \quad (3.11)$$

où Δ_i et G_i représentent le paramètre du gap et l'élément de matrice moyen d'appariement dans le noyau $i = 1, 2$.

Le facteur $\frac{\Delta_i}{G_i}$ est proportionnel aux nombres d'orbitales qui sont partiellement occupées autour du potentiel chimique μ_i à la suite de l'interaction d'appariement. C'est une mesure du degré de suprafluidité du noyau. Pour un noyau suprafluide on a

$$\frac{\Delta_i}{G_i} \approx 5 \quad (3.12)$$

ce qui signifie un renforcement de la section efficace de transfert par un facteur

$$\left(\frac{\Delta_1}{G_1}\right)^2 \left(\frac{\Delta_2}{G_2}\right)^2 \approx 5^4 = 625 \quad (3.12')$$

en comparaison avec un transfert de deux nucléons non corrélés. Lorsqu'un seul des deux noyaux est suprafluide, il reste le facteur $\left(\frac{\Delta}{G}\right)^2 \approx 25$. C'est le cas pour les réactions (t, p) of $({}^3\text{He}, n)$. Des facteurs de renforcement de ces ordres de grandeur ont été vus dans un grand nombre de réactions de transfert. Un exemple est la réaction entre différents isotopes d'étain.²⁶ Un calcul soigneux de ce transfert a été fait par H. Weiss.²⁷

Si le couplage \hat{H}_{int} est suffisamment fort la théorie de perturbation n'est plus valable et on doit faire un calcul des voies couplées pour les amplitudes $F_{\beta\alpha}$. Cela a été fait pour des modèles simples²⁸ où l'on trouve un comportement oscillatoire de la section efficace de transfert comme fonction de la distance minimale $d_0(E, \vartheta)$ entre les noyaux en collision. Elle est produite par l'interférence entre les différentes amplitudes qui correspondent au même transfert net. L'engrenage entre les angles de jauge dans les deux noyaux suprafluides qui est à l'origine de cet effet, représente une analogie avec l'effet Josephson connu de la physique du solide.

Dans les calculs des ref.^{28, 29} l'effet d'absorption a été négligé. Pourtant cet effet s'est avéré très important.³⁰ Nous serions donc heureux de trouver, comme trace de l'effet Josephson nucléaire, que la section efficace de transfert d'une paire de Cooper passe par un maximum comme fonction de l'énergie du faisceau pour un angle ϑ de diffraction donné (ou v. v.) à une énergie qui est suffisamment basse pour que l'absorption dans d'autres voies de réaction soit encore négligeable. Dans le travail de la référence ²⁸, on a vu une diminution de la section efficace de transfert audessus d'une certaine énergie, mais les auteurs soupçonnent que le commencement de l'absorption en serait la cause. Peut-être serait-il plus prometteur d'étudier le transfert d'une

paire de protons entre 2 noyaux suprafluides en protons puisque la barriere Coulombienne pourrait réduire l'effet de l'absorption.*

Récemment une description semi-classique très élégante du transfert multiple des paires de Cooper a été publiée. Elle utilise la différence des angles de jauge dans les deux noyaux suprafluides comme variable dynamique.^{31,32} Il a été aussi trouvé que le transfert renforcé d'une paire de Cooper entre deux noyaux fait croire la section efficace de fusion à tres basse énergie.^{33,34} Ce phénomène a de l'importance pour les réactions de nucleo-synthèse dans les étoiles.

Comme dernier exemple d'une manifestation implicite des corrélations d'appariement, je voudrais attirer votre attention sur l'observation suivante faite recemment par R. S. Nikam, P. Ring, et L. F. Canto³⁵: l'élément de matrice du transfert d'une paire de Cooper sur un noyau de nombre de nucleons A et de moment angulaire I(|A,I>)

$$M(I, A) := \langle A+2, I | \{c^+ c^+\}_{L=0} | A, I \rangle$$

$$\approx \langle \phi_{\mu(A+2), \omega(I)} | \{c^+ c^+\}_{L=0} | \phi_{\mu(A), \omega(I)} \rangle \quad (3.13)$$

montre un comportement oscillatoire comme fonction de la vitesse angulaire $\omega(I)$ si les potentiels chimiques $\mu(A)$, $\mu(A+2)$ sont proches d'une valeur critique. Ceci est montré sur la figure 5 qui est copiée d'un preprint (ref. 36) de R. S. Nikam et P. Ring. Les auteurs de réf. 35 constatent que le changement de signe de l'élément de matrice comme fonction de $\omega(I)$ a lieu si les potentiels chimiques $\mu(A)$ et la fréquence $\omega(I)$ sont proches d'un "point diabolique". Les points diaboliques dans le plan des paramètres (μ, ω) sont définis comme les lieux où deux énergies propres $E_{\nu_1}(\mu, \omega)$ $E_{\nu_2}(\mu, \omega)$ des équ. (2.17) coïncident. Cela veut dire que la règle de non-croisement de von Neumann-Wigner est violée aux points diaboliques. Dans le preprint 36, Nikam et Ring expliquent que le changement de signe, c.a.d. le passage par zéro, de l'élément matriciel de transfert comme fonction de $\omega(I)$ est une manifestation de la phase de Berry.³⁶ Dans la réf. 38, Berry prouve le théorème suivant: Soit $\hat{H}(R)$ un Hamiltonien qui dépend d'un nombre $n \geq 2$ de paramètres $R=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ et $\phi_{\nu}(R(t))$ une fonction propre de l'Hamiltonien $H(R(t))$ au temps t.

$$\hat{H}(R(t)) |\phi_{\nu}(R(t))\rangle = E_{\nu}(R(t)) |\phi_{\nu}(R(t))\rangle \quad (3.14)$$

Si au temps $t=0$ la solution de l'équation de Schrödinger

$$\hat{H}(R(t)) |\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle \quad (3.15)$$

est égale à l'état propre $|\phi_{\nu}(R(0))\rangle$, et si le changement des paramètres $R(t)$ est infiniment lent, nous savons du théorème adiabatique³⁹ que $|\Psi(t)\rangle$ reste proportionnel à $|\phi_{\nu}(R(t))\rangle$.

Il n'acquiert qu'une phase $\alpha_{\nu}(t)$ dépendante du temps

$$|\Psi(t)\rangle = e^{i\alpha_{\nu}(t)} |\phi_{\nu}(t)\rangle \quad (3.16)$$

Annotation: *Communication privée de la part du Prof. von Oertzen.

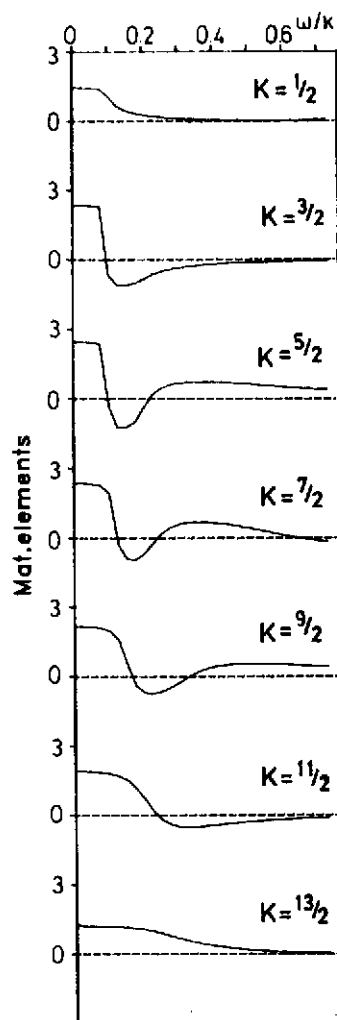


Fig. 5: (de la référence 36)

Élément de matrice de transfert comme fonction de la vitesse angulaire ω pour différentes valeurs du potentiel chimique $\mu(A)$ où A est le nombre de nucléons dans la couche li 13/2 qui pénètre dans la région des couches déformées près du potentiel chimique μ dans les Terres Rares. (κ est une unité d'énergie)

qui consiste d'une "phase dynamique" $\beta_\nu(t)$ et une phase supplémentaire $\gamma_\nu(t)$ ayant une origine géométrique

$$\beta_\nu(t) = -\frac{1}{\hbar} \int_0^t dt' E_\nu(R(t')) \quad (3.17)$$

$$\alpha_\nu(t) = \beta_\nu(t) + \gamma_\nu(t) \quad (3.18)$$

En substituant (3.16) - (3.18) dans (3.15), on obtient

$$\dot{\gamma}_\nu(t) = i \sum_j \langle \phi_\nu(R(t)) | \frac{\partial}{\partial X_j} \phi_\nu(R(t)) \rangle \dot{X}_j \quad (3.19)$$

Si on change les paramètres $R(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots)$ le long d'une trajectoire close C dans l'espace (X_1, \dots) , on trouve que la phase $\gamma_\nu(T) = \gamma_\nu(C)$ qui est acquise sur ce circuit ne dépend plus de la dépendance détaillée des paramètres R du temps t

$$\gamma_\nu(C) = i \sum_{j=1}^n \oint dX_j \langle \phi_\nu(R) | \frac{\partial \phi_\nu(R)}{\partial X_j} \rangle \quad (3.20)$$

Berry prouve que pour $n=2$ et pour une matrice Hamiltonienne réelle le facteur de phase

$$e^{+i\gamma_\nu(C)} = -1 \quad (3.21)$$

si C entoure un point diabolique où $E_\nu(X_1, X_2) = E_{\nu'}(X_1, X_2)$

et

$$e^{i\gamma_\nu(C)} = +1 \quad (3.22)$$

si C n'entoure pas un point diabolique.

Dans le cas du transfert d'une paire de Cooper, la matrice hamiltonienne est donnée par les équ. (2.17), et les paramètres $(X_1, X_2) = (\mu, \omega)$ sont le potentiel chimique μ et la vitesse angulaire ω . Les points diaboliques dans le plan (μ, ω) sont donnés par les valeurs de μ et ω où deux énergies propres des équ. (2.17) coïncident. Le fait que les équations de Bogoliubov ont en effet des "solutions diaboliques" est connue depuis plusieurs années.^{40,41} C'est précisément dans la région du backbending où l'on trouve des solutions des équ. (2.17) qui sont dégénérées et de la même symétrie.

Si l'on a conjointement transfert d'une paire $(\mu(A), \omega(I)) \rightarrow (\mu(A+2), \omega(I))$ et excitation Coulombienne $(\mu(A), \omega(I)) \rightarrow (\mu(A), \omega(I+2))$ de sorte que la trajectoire $C = C_2 - C_1$

$$C := \mu(A), \omega(I) \rightarrow \mu(A+2), \omega(I) \rightarrow \mu(A+2), \omega(I+2) \rightarrow \\ \rightarrow \mu(A), \omega(I+2) \rightarrow \mu(A), \omega(I)$$

entoure un point diabolique (μ_d, ω_d) , le théorème de Berry exige qu'il y ait interférence destructive entre les amplitudes des réactions qui correspondent aux deux trajectoires C_1 et C_2

$$C_1 := \mu(A), \omega(I) \rightarrow \mu(A+2), \omega(I) \rightarrow \mu(A+2), \omega(I+2) \\ C_2 := \mu(A), \omega(I) \rightarrow \mu(A), \omega(I+2) \rightarrow \mu(A+2), \omega(I+2)$$

Il est démontré dans la référence 31 que cette interférence destructive se manifeste par le passage par zéro de l'élément de matrice de transfert. Il serait sans doute intéressant de démontrer ce comportement dans une expérience de transfert.

Remerciements:

Je remercie Monsieur P. Ring de m'avoir expliqué son travail sur la manifestation de la phase de Berry dans le transfert d'une paire de Cooper entre deux noyaux suprafluides. J'exprime ma gratitude à Mademoiselle Dufour pour m'avoir aidé à rédiger le texte et mes chers collègues P. Bonche et Ph. Quentin pour leur aimable hospitalité à l'Ecole Joliot-Curie de Maubuisson.

Liste des References

1. T. H. R. Skyrme, *Phil. Mag.* 1 (1956), 1043
T. H. R. Skyrme, *Nucl. Phys.* 9 (1959), 615
2. D. Gogny, *Proceedings of the International Conference on Nuclear Selfconsistent Fields, Trieste, 1975*. G. Ripka and M. Porneuf, Eds. North Holland, Amsterdam, 1975
3. P. Ring, P. Schuck: "The Nuclear Many-Body Problem", Springer Verlag, New York Inc. 1980
4. J. P. Blaizot, G. Ripka: "Quantum Theory of finite systems", Cambridge, Mass. MIT-Press, 1986
5. J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 108 (1957) 1175
6. N. N. Bogoliubov, *Sov. Phys. JETP* 7 (1958) 41; *Sov. Phys. Usp* 2 (1959) 236; *Usp Fiz. Nauk.* 67 (1959) 549
7. K. Dietrich, H. J. Mang, et J. H. Pradal, *Phys. Rev.* 135 (1964) B22
8. C. Bloch and A. Messiah, *Nucl. Phys.* 39 (1962) 95
9. M. E. Rose, "Elementary Theory of Angular Momentum", John Wiley 1957
10. A. R. Edmonds, "Angular Momentum in Quantum Mechanics", Princeton Univ. Press, Princeton 1957
11. A. Kamlah, *Z. Phys.* 216 (1968), 52
12. P. Ring, H. J. Mang, and B. Banerjee, *Nucl. Phys.* A225 (1974) 141;
P. Ring and H. J. Mang, *Phys. Rev. Lett.* 33 (1974) 1174
13. H. Schmidt, *Diplomarbeit, Universität Frankfurt/Main, 1961 (pas publié)*
14. U. Mosel, P. G. Zint, K. M. Passler, *Nucl. Phys.* A236 (1974) 252
G. Sauer, M. Chanda, U. Mosel, *Nucl. Phys.* A264 (1976) 221
15. M. Brack, P. Quentin, *Phys. Lett.* 52 B (1974) 159; *Phys. Scripta* 10A (1974) 163
16. P. Quentin, H. Flocard, *Ann. Rev. Nucl.Sci.* 28 (1978) 523
17. A. K. Kerman, S. Levit, *Phys. Rev.* C24 (1981) 1029;
A. K. Kerman, S. Levit, T. Troudert, *Ann. of Phys.* 148 (1983) 436
18. P. Bonche, D. Vauthérin, *Nucl. Phys. A* 372 (1981) 496
P. Bonche, S. Levit, D. Vauthérin, *Nucl. Phys. A* 427 (1984) 278; *ibid A* 436 (1985) 265
19. S. Levit, D. Vauthérin, *Nucl. Phys. A* 427 (1984) 278; *ibid A* 436 (1985) 265
20. S. Levit, P. Bonche, *Nucl. Phys. A* 437 (1985) 426
21. P. Bonche, D. Vauthérin, *Nucl. Phys. A* 372 (1981) 496; *Astron-Astrophys.* 112 (1982) 268

22. J. E. Egidio, H. J. Mang, P. Ring, Nucl. Phys. A 451 (1986) 77
23. K. Dietrich and K. Hara, Nucl. Phys. A 211, 349 (1973)
24. R. A. Broglia and A. Winther, Nucl. Phys. A 182, 112 (1972); Phys. Reports 4C, No. 4, 152 (1972)
25. K. Dietrich, "Semi-classical Theory of Nuclear Reactions" in "Heavy-Ion High-Spin States and Nuclear Structure", Course in the ICTP, Miramare/Triest, Italy; Proceedings of the IAEA Vienna, 1975; SMR-14/31; Vol. I, p. 77-109
26. W. von Oertzen, B. Gebauer, A. Gamp, H.G. Bohlen, F. Busch, D. Schüll, "Pairing effects in quasi-elastic n-transfer between tin isotopes", Z. f. Physik A 313 (1983) 189
27. H. Weiss, Phys. Rev. C19 (1979) 834
28. K. Dietrich, K. Hara, and F. Weller, Phys. Lett. 35B, 201 (1971); Journal de Phys., coll. C6, suppl. No.11-12, tome 32 (1971), C6-179 et C6-183
29. M. Kleber, H. Schmidt, Z. Physik 245, 68 (1971)
30. S. L. Winnik, Nucl. Phys. A247 (1975) 382
31. C. H. Dasso, A. Vitturi, soumis à Phys. Rev. Lett. 1987
P. Lotti, A. Vitturi, and C. H. Dasso, accepté par Nucl. Phys. A (1987)
32. A. Winther dans "Proceedings of the International Workshop on Semiclassical and Phase space approaches to the Dynamics of the nucleus", Aussois 1987
33. Proceedings of the International Conference on Fusion Reactions below the Coulomb barrier, MIT, Ed. S. G. Steadman, Lecture Notes in Physics 219 (1985)
34. C. H. Dasso, S. Landowne, R. A. Broglia, and A. Winther, Z. Phys. A317 (1984) 187
35. R. S. Nikam, P. Ring, et L. F. Canto, Z. Phys. A324 (1986) 241
36. R. S. Nikam et P. Ring, "A Manifestation of the Berry Phase in Diaboloic Pair Transfer in Rotating nuclei", prétirage, août 1987, Physik-Department TUM, D-8046 Garching, RFA; Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 980
37. J. von Neumann et E. P. Wigner, Phys. Z. 30 (1929) 467
38. M. V. Berry, Proc. Roy. Soc. (London) A392 (1984)45
39. A. Messiah, Quantum Mechanics, Vol. II, chapter XVII, part II (North Holland Publishing Company)
40. R. Bengtson, I. Hamamoto, et B. R. Mottelson, Phys. Lett. 73B (1978) 259
41. H. Frisk et Z. Szymanski, Phys. Lett. 172B (1986) 272



SUCCES ET LIMITES DU MODELE EN COUCHES

G. J. Wagner

Abstract

This course, in its first section, recalls the essential predictions of the nuclear shell model. Then it is shown that pick-up and knock-out reactions are suitable means to test these predictions and that the model is qualitatively successful in simple situations.

A quantitative discussion, in the second chapter, asks for the introduction of spectroscopic factors and their sum rules. The accuracy of spectroscopic factors extracted from pick-up and knock-out reactions, respectively, is investigated. We find consistently indications for a lack of spectroscopic strength in the shell model region.

In the third chapter we consider three situations where the shell model most probably needs to be supplemented by the introduction of short range correlations, namely the failure of Koltun's sum rule, the occupation of the 3s proton shell in lead isotopes and, finally, photonuclear reactions.

Sommaire

Ce cours, dans le premier chapitre, rappelle les prédictions essentielles du modèle en couches. On montre ensuite que les réactions pick-up et knock-out sont des moyens adéquates pour tester ces prédictions, et que le modèle est qualitativement couronné de succès dans des situations simples.

Une discussion quantitative, dans le second chapitre, prépare l'introduction des facteurs spectroscopiques et de leur règles de somme. On examine la précision des facteurs spectroscopiques extraits de réactions pick-up et knock-out. Nous en déduisons des indications d'une carence de la force spectrale dans le domaine du modèles en couches.

Dans le troisième chapitre, nous considérons trois situations dans lesquelles le modèle en couche doit probablement être complété par l'introduction de corrélations de courte portée, soit, la violation de la règle de somme de Koltun, le peuplement de la couche protonique 3s dans les isotopes du plomb, et, enfin, les réactions photonucléaire.

SUCCES ET LIMITES DU MODELE EN COUCHES

Gerhard J. Wagner

Physikalisches Institut der Universität Tübingen

D-7400 Tübingen, Auf der Morgenstelle 14

Introduction

Le modèle nucléaire dit en couches, s'est, depuis sa naissance, affirmé comme le modèle microscopique le plus performant pour la représentation du noyau. Ce succès, dont nous sommes tous témoins, éclipse plus ou moins le fait que ce modèle était à l'origine [1] plutôt basé sur la connaissance, d'une part des nombres magiques découlant des concentrations naturelles des isotopes, et d'autre part, des spins d'états fondamentaux des noyaux impairs.

Depuis, le modèle a subi un certain nombre de modifications et d'extensions, dont la plus importante est l'introduction par Nilsson [2] du potentiel déformé et, avec l'entrée en scène des gros ordinateurs, l'exécution de calculs à plusieurs configurations dans le modèle en couches, notamment par les groupes de Oak Ridge et d'Utrecht.

Ces calculs font couramment la distinction entre le coeur inerte et les particules de valence qui sont traitées à part. Le progrès en ce domaine est tel que récemment, des calculs excluant le coeur du noyau sont devenus possibles. Parallèlement au développement des techniques d'ordinateurs, notre connaissance des forces effectives présentes entre nucléons d'un noyau fini s'est constamment affinée. Tout ceci a conduit à la situation actuelle, où les calculs de modèles en couches ont une puissance prédictive considérable, concernant les énergies d'excitation, les spins, les moments cinétiques et magnétiques, et même les amplitudes de transition. Ces réalisations ont été récemment répertoriées [3], et ne seront pas évoquées ici.

Le but de cet exposé est plutôt de discuter des tests expérimentaux sur les concepts de base du modèle en couches. Ce modèle implique pour fondement le mouvement (quasi) indépendant de nucléons (quasi) libres dans un potentiel moyen avec des interactions réciproques (quasi) inexistantes. Comme vous le savez sans doute, l'existence d'un potentiel moyen fut justifiée par les calculs de Hartree-Fock, et le mouvement quasi-indépendant par la théorie de Brueckner (v. ref.4). Ceci, ainsi que le succès des calculs phénoménologiques mentionnés plus haut, suggère que les fondations du modèle en couches sont saines. De fait,

nos tests expérimentaux montreront qu'il faut aller chercher de très hauts niveaux d'excitation ou des impulsions élevées pour atteindre les limites de validité du modèle en couches. Le concept supplémentaire alors nécessaire, si l'on franchit ces limites, est celui des corrélations à 2 nucléons. Une autre possibilité d'observer les conséquences de telles corrélations est l'étude très précise de la fonction d'onde de l'état fondamental du noyau. Dans ce qui suit, nous essaierons de faire ressortir progressivement les méthodes requises pour la détermination de l'influence de ces corrélations.

Le premier chapitre, après un bref mémento des prédictions du modèle simple en couches, contiendra les éléments essentiels des réactions nucléaires figurant au programme de cet exposé. Ce sont des réactions investiguant les degrés de liberté du nucléon seul, c.a.d., des réactions de transfert d'un nucléon individuel, comme les réactions de "pick-up" et de "knock-out". Une partie importante de ce chapitre étant connue depuis longtemps, j'inclurai quelques résultats expérimentaux récents, particulièrement dans le domaine de la physique de la polarisation. Les exemples dans ce chapitre illustreront des cas simples de modèles en couches.

Le chapitre suivant est consacré aux résultats spectroscopiques de réactions de transfert à un corps. Comme ceci n'est pas un article de revue, il ne prétend pas à l'exhaustivité, néanmoins il devrait vous laisser une impression sur l'état de l'art en ce domaine. La présentation des résultats implique l'introduction du facteur spectroscopique et des règles de somme pour les différents moments des distributions spectrales.

Dans le dernier chapitre, nous serons alors prêts pour la discussion, de trois situations où vraisemblablement, on a besoin des corrélations, en plus des notions de modèle en couches.

Ce sont :

1. l'interprétation de l'expérience $^{12}\text{C}(e,e'p)$ en termes de règle de sommes de Koltun;
2. la détermination des nombres d'occupation de protons dans l'état fondamental de ^{208}Pb ;
3. Les sections efficaces de photo-absorption aux énergies moyennes.

1. Situations de particule individuelle

1.1 Prédications du modèle extrême de particule individuelle

Je vous rappelle les prédictions essentielles du modèle ultime de la particule individuelle. Dans un potentiel central donné, soit un oscillateur harmonique, soit, de manière plus réaliste, un puit de Woods-Saxon, avec un terme complémentaire spin-orbite, on s'attend à une série d'états propres caractérisés par les nombres quantiques n, ℓ, j . D'une manière intéressante, les valeurs propres de l'énergie se croisent (à l'occasion) en fonction de A , c.a.d., de la croissance du rayon. A l'état fondamental d'un noyau, les états propres les plus "bas" vont être occupés selon le principe de Pauli par $(2j+1)$ protons et neutrons, respectivement. Il est très connu que de grands intervalles entre les énergies de particule individuelle entraînent l'apparition des "nombres magiques" 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Pour les développements suivants, il sera utile d'avoir sous la main des graphiques des fonctions d'onde radiales qui seront largement indépendantes des détails du champ général (fig. 1.1). Conséquence du potentiel centrifuge, seules les fonctions d'ondes

ayant $l=0$ auront une amplitude non nulle à l'origine. Le nombre de noeuds croît avec le nombre quantique principal n . Le rayon quadratique moyen (dans un potentiel d'oscillateur harmonique avec intervalle d'énergie constant égal à $\hbar\omega$) est égal à $6.44 (N+3/2)\hbar\omega$ fm, où N est le nombre de quanta d'oscillation. Ceci montre que les couches ayant des énergies modérées sont concentrées à l'intérieur du du noyau et justifient leur appellation de "couches internes".

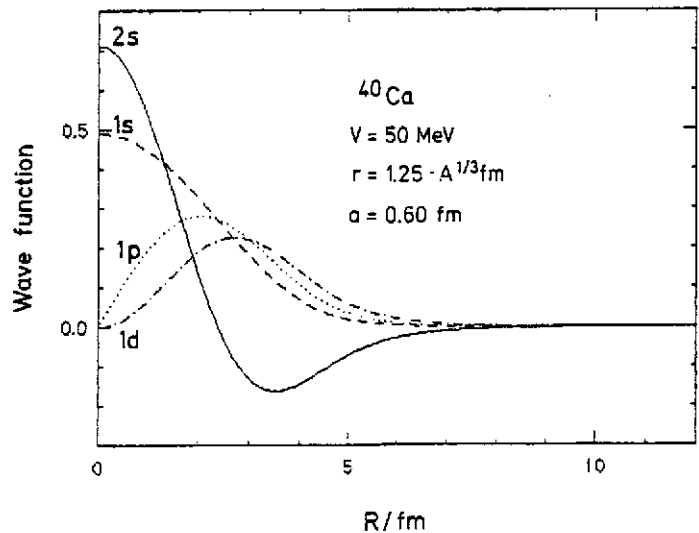


Fig. 1.1: Fonctions d'onde radiales dans un potentiel de Woods-Saxon.

Posons-nous maintenant la question de la mesure des différentes propriétés de la particule individuelle, et commençons avec l'énergie propre. Ceci est en apparence simple. Nous savons que dans un potentiel, la valeur propre de l'énergie est égale à l'énergie de séparation nécessaire au transport de la particule liée jusque dans le continuum. Nous ne devons néanmoins pas oublier que dans le système à A corps, le potentiel n'est pas déterminé de l'extérieur, mais par la somme des interactions nucléon-nucléon. Donc il est dépendant de l'état, $U_k =$

$\sum v_{ik}$, où v_{ik} est l'élément de matrice de l'interaction antisymétrisée de deux particules, considérée entre des états de particules individuelles de Hartree-Fock, dotées d'énergies propres $\epsilon_k = t_k + U_k$.

La valeur probable de l'énergie s'obtient de la manière suivante:

$$\langle H \rangle = \sum_k t_k + \frac{1}{2} \sum_{ik} v_{ik} = \sum_k \epsilon_k - \frac{1}{2} \sum_k U_k \quad (1.1)$$

Ce résultat diffère de la relation $E = \sum \epsilon_k$ obtenue dans le cadre du modèle en couches, et en conséquence de la dépendance d'état de U_k , l'état fondamental du système à A particules n'est pas nécessairement identique à la configuration dans laquelle les états de particules individuelles les plus "bas" placés sont occupés.

Par définition, l'énergie de séparation du nucléon k_0 est donnée par la différence d'énergie entre le système à A particules et le système à A-1 particules, ce même nucléon k_0 étant manquant. Ceci conduit à:

$$\langle H \rangle_A - \langle H \rangle_{A-1}^j = \sum_{k=1}^A t_k + \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^A v_{ik} - \quad (1.2)$$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^A t_k - \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,k=1 \\ i,k \neq j}}^A v_{ik} = \epsilon_j$$

un résultat en accord avec notre intuition, et qui est connu depuis 1934 sous le nom de théorème de Koopmans [5]. A noter que le développement de l'expression suppose que les éléments de matrice ne sont pas modifiés par l'enlèvement du nucléon. En posant comme condition que l'énergie de réarrangement puisse être négligée, l'énergie de séparation sera alors égale à l'énergie de la particule individuelle, dans le cadre de l'approximation de Hartree-Fock.

1.2 Réactions "pick-up"

1.2.1 Spectres d'énergie

Le moyen le plus aisé pour étudier l'enlèvement d'un nucléon, est de procéder à une réaction de pick-up du type $A(a,b)B$, où $b=a+x$, $B=A-x$ et $x=n$ ou p . Exemples typiques: réactions (p,d) , (d,t) ou $({}^3\text{He},\alpha)$ pour l'enlèvement d'un neutron, et $(d,{}^3\text{He})$ ou (t,α) pour l'enlèvement d'un proton. Pour ces expériences, les valeurs de Q sont normalement

négatives. De fait, des énergies de bombardement de 50 MeV et plus sont typiques. C'est pourquoi ces expériences sont traditionnellement conduites sur des cyclotrons, par exemple à Orsay. On utilise pour détecteurs des télescopes à semiconducteurs ou bien des spectromètres magnétiques s'il s'en trouve à disposition. Une résolution de l'énergie de 100 keV environ est typique.

Un exemple simple et instructif est donné dans la figure 1.2, qui représente un spectre d'énergie de tritons issus d'une réaction (d,t) sur ^{40}Ca à 52 MeV [6]. Le niveau fondamental et le 1er niveau de ^{39}Ca sont fortement excités et je montrerai que le remplissage de ces niveaux est issu d'un pick-up de neutrons $1d_{3/2}$ et $2s_{1/2}$, respectivement. En anticipant sur la nature directe du mécanisme de réaction, ceci prouve que la structure du niveau fondamental de ^{39}Ca est largement assimilable au couplage d'un trou-neutron $1d_{3/2}$ et d'un coeur ^{40}Ca . Similairement, le 1er état excité de ^{39}Ca est un état-trou $2s_{1/2}$.

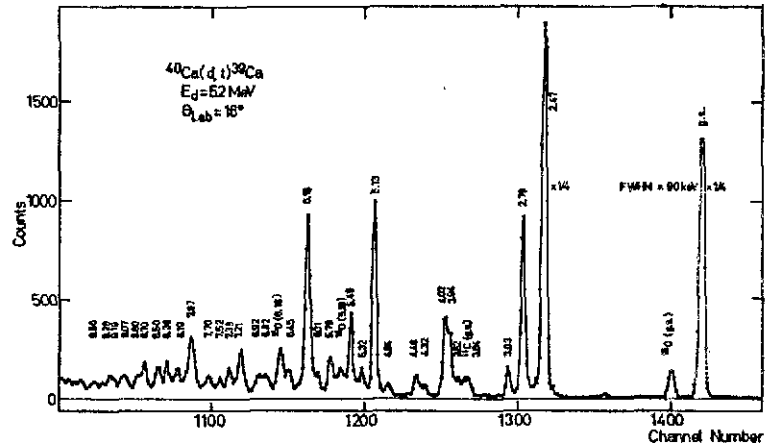


Fig. 1.2: Spectre de la réaction $^{40}\text{Ca}(d,t)^{39}\text{Ca}$ [6].

En anticipant sur la nature directe du mécanisme de réaction, ceci prouve que la structure du niveau fondamental de ^{39}Ca est largement assimilable au couplage d'un trou-neutron $1d_{3/2}$ et d'un coeur ^{40}Ca . Similairement, le 1er état excité de ^{39}Ca est un état-trou $2s_{1/2}$.

Ce état fondamental vrai du ^{40}Ca n'est pas exactement un noyau à couches saturées comme le montrent les deux transitions faibles menant aux états à 2.79 et 3.03 MeV, dans ^{39}Ca , peuplés par pick-up de neutrons $1f_{7/2}$ et $2p_{3/2}$, respectivement. Comme ces couches sont vides dans une représentation simple du ^{40}Ca , dans le modèle en couches, l'observation de ces transitions met en évidence l'ajout à la configuration principale saturée de configurations à deux particules et deux trous (et/ou 4 particules - 4 trous).

Dans le domaine des énergies d'excitation entre 5 et 8 MeV, on observe beaucoup d'états faiblement excités, le plus souvent réalisés par pick-up $1d_{5/2}$. Ceci montre que contrairement à l'état-trou $1d_{3/2}$ et à l'état-trou $2s_{1/2}$, l'état-trou $1d_{5/2}$ de ^{40}Ca n'est pas réalisé de manière naturelle; la force du trou $1d_{5/2}$ est plutôt répartie sur beaucoup d'états. On peut dire que cette fragmentation est une conséquence de la courte durée de vie d'un trou d'une telle profondeur. Ajoutons, en passant, que cette fragmentation est la règle, et que la concentration de la force de trou sur un état est une exception qui n'est observée que dans le cas de couches saturées ± 1 nucléon.

Enfin, je voudrais noter que les spectres ne comportent pas de force significative (se distinguant du bruit) à des énergies d'excitation supérieures à 10 MeV, dans ^{39}Ca . La raison en est que les projectiles complexes ou les éjectiles sont fortement absorbés dans la matière nucléaire, et, de plus, la réaction n'explore pas la région dans laquelle les fonctions d'onde de nucléons des couches internes ont une amplitude substantielle (v. fig. 1.1)

1.2.2 Distributions angulaires et moments angulaires

Le mécanisme de réaction prétendu direct est inscrit dans le postulat posé pour une description de la réaction dans le cadre de l'approximation de l'onde distordue de Born (DWBA). Le très bon accord des distributions angulaires mesurées et calculées corrobore la véracité de cette hypothèse. Ces distributions angulaires sont caractéristiques du moment angulaire λ du nucléon transféré. Cette observation, due à Butler [7], a fait de la réaction de transfert un instrument important pour l'investigation de la structure en couches des noyaux.

L'explication se laisse facilement trouver dans l'approximation de Born. La section efficace différentielle est principalement donnée par le carré de l'amplitude de transition, nous faisons toutefois la supposition d'une portée nulle pour l'interaction entre projectile a et particule transférée x .

$$T^{DWBA} \sim \int \chi_{\beta}^{*(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}) \cdot F(\vec{r}) \cdot \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}) d^3r \quad (1.3)$$

$\chi_{\alpha, \beta}$ sont les ondes distordues dans le potentiel optique du canal d'entrée et du canal de sortie. Le "facteur de forme" $F(r) = f(r) \cdot Y_{\lambda}(\theta, \phi)$ est essentiellement la fonction d'onde de la particule transférée x , dans le noyau A , avant le choc. Si, dans un souci de simplification, nous passons aux ondes planes, il vient:

$$T^{PWBA} \sim \int d^3r \exp(i\vec{q}\vec{r}) \cdot F(\vec{r}) = \sum_{\lambda} i^{\lambda} [4\pi(2\lambda+1)]^{\frac{1}{2}} \int j_{\lambda}(qr) Y_{\lambda}^0(\theta, \phi) \cdot f(r) d^3r$$

$$T^{PWBA} \sim \int j_{\lambda}(qr) \cdot f(r) dr \quad (1.4)$$

On prend en compte l'absorption à l'intérieur et la diminution rapide de la fonction d'onde à l'extérieur du noyau au moyen du remplacement de l'intégrale par l'intégrand à la limite du noyau. On obtient alors:

$$\frac{d\sigma^{PWBA}}{d\Omega}(\theta) \sim |j_{\lambda}(qR)|^2 \quad (1.5)$$

ce qui, du fait que $q^2 = k_\alpha^2 + k_\beta^2 - 2k_\alpha k_\beta \cos\theta$, donne une fonction oscillante de θ , qui est caractéristique de λ .

La figure 1.3 compare les distributions angulaires calculées dans ce modèle DWBA et mesurées dans la réaction $^{40}\text{Ca}(d,t)$ à 52 MeV. Les associations en rapport à λ , avancées au chapitre 1.2.1 sont confirmées par la comparaison. Seule l'association en rapport à $\lambda = 1$ pour l'état à 8.8 MeV (pick-up 1p) n'est pas sûre. De toutes façons, une association en rapport à $j = \lambda + 1/2$ ou $j = \lambda - 1/2$ basée uniquement sur les distributions angulaires n'est en général pas possible.

Nous verrons dans le prochain paragraphe des méthodes pour établir également une association en rapport à j . Connaissant λ et j , on peut utiliser les lois de sélection suivantes appliquées aux réactions de transfert, pour la spectroscopie:

$$|J_A - J_B| \leq j \leq J_A + J_B \quad (1.6)$$

$$\pi_A \cdot \pi_B = (-1)^j$$

Pour les noyaux-cibles pairs ayant $J_A = 0$, on a $J_B = j$ et $\pi_B = (-1)^j$. Si $J_A \neq 0$, en général plusieurs valeurs λ et j peuvent contribuer à la formation de la section efficace d'un état final B.

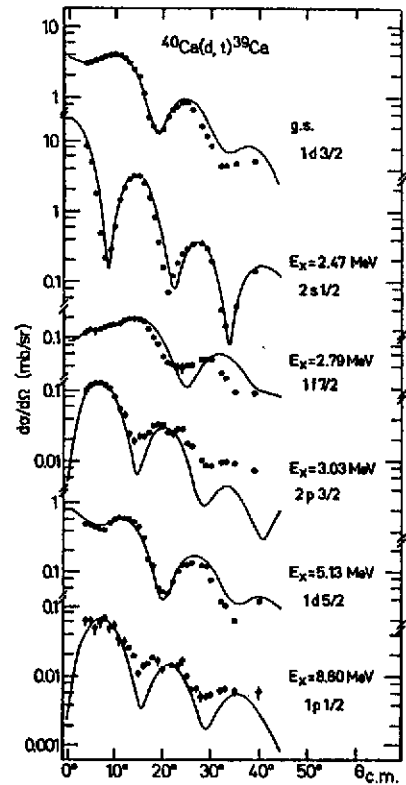


Fig. 1.3: Distribution angulaires de la réaction $^{40}\text{Ca}(d,t)$ pour des transferts λ, j variés [6].

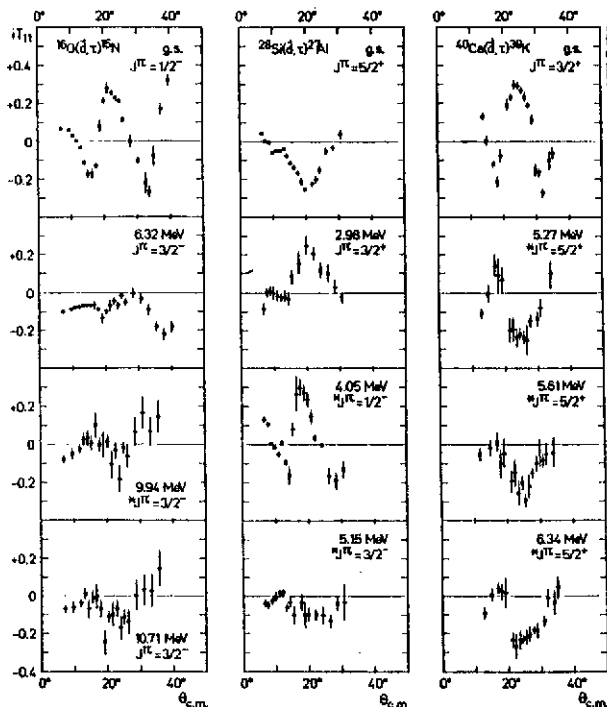


Fig. 1.4: Pouvoirs d'analyse de la réaction $(d, ^3\text{He})$ sur ^{16}O , ^{28}Si et ^{40}Ca . A noter le signe opposé pour $j = \lambda \pm 1/2$ [8].

1.2.3 Détermination du spin à partir de la force d'analyse

Depuis que l'on dispose de sources de protons et deutérons polarisés sur les cyclotrons, il est possible de différencier un pick-up $j = \lambda + 1/2$ d'un autre $j = \lambda - 1/2$, au moyen du pouvoir d'analyse. Ceci a été établi par Bechtold et al. [8] pour la réaction $(\bar{d}, {}^3\text{He})$, et par Kasigi et al. [9] pour la réaction (p, d) . Des travaux cités en 1°, on reprend la figure 1.4, qui contient des attributions de spins pour la réaction ${}^{40}\text{Ca}(d, {}^3\text{He})$. On observe ici, comme dans beaucoup d'autres cas, que les pouvoirs d'analyse pour les transferts $j = \lambda + 1/2$ et $j = \lambda - 1/2$ ont un signe opposé.

On peut expliquer qualitativement cette propriété (fig. 1.5) au moyen d'un simple schéma de News [10]. La principale hypothèse physique de cette réflexion est que le projectile et la particule éjectée sont différemment absorbés par la matière nucléaire, de sorte que, soit le côté du noyau-cible tourné vers le détecteur, soit le côté opposé contribue de manière privilégiée à l'amplitude de réaction. Pour la fig. 1.5, la 2^{ième} situation a été choisie: de sorte que l'on attend, pour: diffusion vers la droite, spin de deutéron vers le haut, et pick-up d'un proton avec $J = \lambda - 1/2$, un taux de comptage élevé, car $S_d + S_p = S_{{}^3\text{He}}$. Si l'une (ou même les trois) des conditions est modifiée, on attendra, comme le montre la figure, un taux de comptage moins important. Le force d'analyse, porté en figure 1.4, est obtenu, pour une polarisation P_y donnée du faisceau et pour un détecteur situé sur la gauche, au moyen de la différence des taux de comptage pour spin de deutéron "up" et spin de deutéron "down":

$$iT_{11}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{P_y} \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \quad (1.7)$$

Cette grandeur révèle une forte dépendance angulaire, du fait qu'elle est issue de la différence de deux sections efficaces peu différentes.

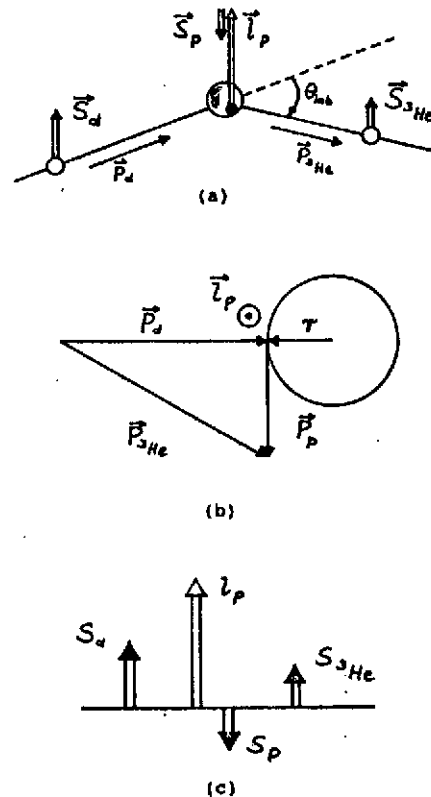


Fig. 1.5: Explication du comportement des pouvoirs d'analyse pour les transferts $j = \lambda \pm 1/2$ selon le schéma de News [10].

Ceci fait que la description DWBA est très sensible aux paramètres du calcul, et l'accord avec les mesures en général moins bonne que pour les sections efficaces différentielle.

Résumons succinctement le paragraphe 1.2 sur les réactions de pick-up. Des grandeurs essentielles du modèle en couche, on peut retrouver le moment angulaire λ du nucléon transféré à partir de la distribution angulaire, son spin j à partir du pouvoir d'analyse. Dans les deux cas, nous avons appris que l'explication principale était l'absorption à l'intérieur du noyau.

La description DWBA avec l'approximation dite de "portée nulle", conduit en général à une bonne concordance pour les section efficaces différentielles et une concordance satisfaisante pour les pouvoirs d'analyse, suffisante pour faire une distinction entre les deux possibilités $j = \lambda - 1/2$ et $j = \lambda + 1/2$.

Ainsi l'hypothèse du mécanisme de réaction directe est confirmée, c.a.d., un nucléon d'état n, λ, j est enlevé, sans que les $(A-1)$ nucléons restants se réarrangent. Ils restent spectateurs. Cette hypothèse ("approximation immédiate" = sudden approximation) est absolument à la base de l'analyse quantitative, que nous aborderons au chapitre 2.

Considérez qu'on ne peut acquérir le nombre quantique principal n à partir d'expériences de pick-up. Il faudrait pour ceci mesurer le nombre de noeuds des fonctions d'onde de particule individuelle, c.a.d., il faudrait à partir des sections efficaces trouver de l'information sur les fonctions d'onde radiales à l'intérieur du noyau. Mais l'intérieur du noyau contribue si peu à la section efficace, du fait de l'absorption, que ce n'est que très récemment que l'on a commencé, au moyen de l'analyse de Fourier-Bessel d'expériences précises, à déterminer le facteur de forme $f(r)$ à l'intérieur du noyau. Beaucoup plus adaptées à la mesure de fonctions d'onde de particule individuelle sont les expériences de knock-out, dans lesquelles l'absorption joue un rôle mineur. Nous nous tournons donc vers celles-ci.

1.3 Expériences dites de knock-out

1.3.1 Historique

Au cours des années 60 (v. table 1.1), on a commencé l'expérimentation de $(p, 2p)$ et peu après, celle de $(e, e'p)$. Lors de ces expériences, un proton-cible est éjecté par un proton - ou electron - projectile en

Table 1.1: Parameters of (p,2p) facilities

Lab. (publ.)	E_0 (MeV)	ΔE_S (MeV)
Uppsala (1958)	185	4-5
Orsay (1962)	155	4
Chicago (1966)	460	3
Liverpool (1969)	385	4-5
CERN (1971)	600	6
TRIUMF (1976)	200	3 pol.
IUCF (1978)	150	0.2

Parameters of (e,e'p) facilities

Lab. (publ.)	E_0 (MeV)	ΔE_S (MeV)
Frascati (1966)	500-780	5-10
Tokyo (1975)	700	7
Saclay (1976)	500	1.2
Saclay (1982)	500	0.8
Amsterdam (1984-)	150	0.2

dehors de l'amas nucléaire. Pour obtenir un mécanisme de réaction direct, ainsi qu'une absorption minimale des protons, ces expériences sont conduites à des énergies de 200 MeV ou plus. Une description complète de la cinématique (v. § 1.3.2) exige la mesure des impulsions des produits d'éjection à une énergie de 100 MeV ou plus. Du fait que ceci n'est possible qu'avec 2 gros spectromètres magnétiques travaillant en coïncidence, rares sont les laboratoires, dans lesquels on a pu conduire ces expériences.

Il est clair que la réaction (e,e'p), avec un seul agent de réaction dans l'interaction forte, est supérieure à la réaction (p,2p) grâce à une absorption minimale et malgré une section efficace moindre. En effet, l'état de l'art est représenté par les dispositifs de Saclay et - avant tout - au NIKHEF d'Amsterdam. Je ne décrirai que les expériences sur ces accélérateurs linéaires d'électrons.

J'ai l'espoir que, dans l'avenir, des dispositifs à coïncidence appropriés seront disponibles sur les accélérateurs de protons. Car les réactions knock-out proton-induites ont 2 avantages par rapport à

(e,e'p). Premièrement, on peut - par analogie aux réactions pick-up - déterminer les valeurs de j des nucléons éjectés, en utilisant des protons polarisés. Ceci a été mis en évidence par Kitching *et al.* [11] au moyen d'une réaction $^{16}\text{O}(p,2p)$. Deuxièmement, on peut, avec des sections efficaces comparables, mesurer les réactions (p,pn), dès lors que les problèmes de détection des neutrons sont résolus. Par contre, sa section efficace bien plus petite que celle de la réaction (e,e'p) est responsable de l'échec de toutes les tentatives pour mesurer (e,e'n). Comme, en même temps, les énergies de séparation, lors d'expériences de pick-up de neutrons, sont limitées à 20 MeV du fait de l'absorption dans la matière nucléaire, nous ne possédons aucune information sur les couches internes de neutrons.

1.3.2 Mécanisme de la réaction (e,e'p)

Nous donnons ici une description simple du mécanisme de la réaction (e,e'p), dans la mesure où il est rendu nécessaire pour l'acquisition d'informations de structures à partir des données. Une description détaillée a été effectuée par Frullani et Mougey [12].

Un électron incident, d'impulsion \vec{K} et d'énergie $E = kc$, éjecte du noyau un proton lié par l'énergie E_B , puis est diffusé avec une impulsion \vec{K}' et une énergie $E' = kc'$, et finalement détecté dans un spectromètre à électrons (v. fig. 1.6). L'impulsion $\vec{q} = \vec{K} - \vec{K}'$ et l'énergie $\omega = c(k - k') + cq$ sont transférées au noyau-cible ($p_A = 0$) au repos dans le système de laboratoire. (Par suite de la faible intensité de l'interaction électromagnétique, il est justifié de représenter le transfert d'impulsion au moyen de l'échange d'un seul photon virtuel). Le proton éjecté est détecté dans un spectromètre à protons avec son impulsion \vec{p}' , en coïncidence avec l'électron. Ainsi, le processus est complètement défini, cinématiquement parlant, c.a.d., nous pouvons, à partir des théorèmes de l'énergie et de l'impulsion, calculer l'impulsion p_{A-1} du noyau résiduel (A-1), et l'énergie de liaison E_B du proton,

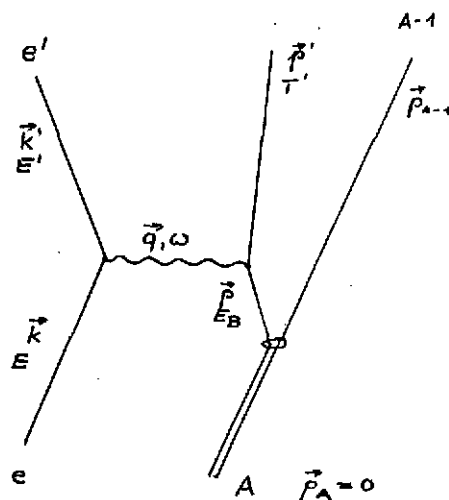


Fig. 1.6: Grandeurs cinématiques de la réaction (e,e'p)

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \vec{p}' + \vec{p}_{A-1} \\ \omega &= E_B + T_{A-1} + T' \end{aligned} \quad (1.8)$$

$T_{A-1} = p_{A-1}^2 / 2M_{A-1}$, représentant l'énergie de recul du système A-1, est normalement petite ($T_{A-1} \approx 1$ MeV).

Jusqu'ici, on n'a fait aucune hypothèse sur le mécanisme de la réaction. Nous introduisons maintenant l'importante "approximation d'impulsion" (IA), qui est équivalente à "l'approximation immédiate" (v. § 1.2.3). D'après elle, le photon virtuel n'interagit qu'avec le proton éjecté (v. fig. 1.6). Le noyau résiduel ne contribue pas à la réaction, c.a.d., p_{A-1} est son impulsion non seulement après le choc, mais aussi avant le choc. Mais, comme le noyau cible aussi était au repos, il doit venir:

$$\vec{p} + \vec{p}_{A-1} = 0 \quad (1.9)$$

Ainsi, nous avons également défini l'impulsion \vec{p} du proton éjecté avant le choc, en plus de l'énergie de liaison E_B .

Qualitativement, cette description est couronnée de succès. En vue d'une analyse quantitative, on considère aussi la distorsion dans le champ des A-1 nucléons, par un potentiel optique, du proton sortant. Ceci a pour effet que l'impulsion p du proton après le choc est différente de celle mesurée asymptotiquement. En plus de cette composante réfractive, le potentiel optique possède une composante absorbante (partie imaginaire), qui réduit la section efficace.

Conformément à la théorie selon laquelle l'électron n'interagit qu'avec un proton, la section efficace, dans le cadre de la "plane wave impulsive approximation" (PWIA), peut se factoriser en un produit de la section efficace proton-électron libre et de la probabilité $S(E_B, p)$ de rencontrer dans le noyau le proton d'énergie de liaison E_B et d'impulsion p . A ceci se greffe un facteur cinématique K , qui rend compte de la valeur de l'espace des phases dans l'état final:

$$\frac{d\sigma}{d\vec{k}' d\vec{p}'} = K \cdot \sigma_{ep} \cdot S(E_B, \vec{p}) \quad (1.10)$$

Le but de la mesure est la détermination de la "fonction spectrale" S . Selon la formule donnée, elle est égale au carré de la transformée de Fourier de la fonction de recouvrement dans l'espace r :

$$S(E_B, \vec{p}) = \left| \int_0^\infty \exp(i\vec{p}\vec{r}) \langle \Psi_{A-1} | \Psi_A \rangle d^3r \right|^2 \cdot \delta(W_{A-1} - W_A - E_B) \quad (1.11)$$

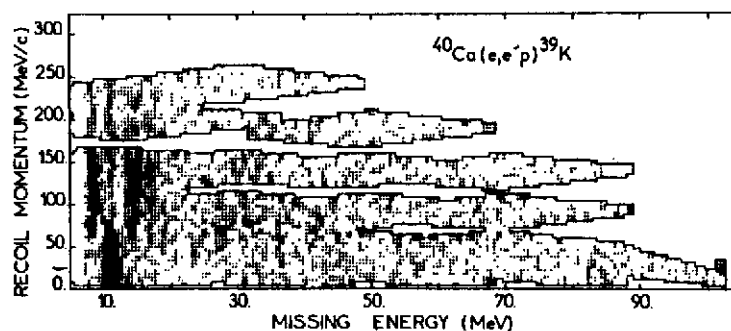
Afin de représenter, dans DWIA, la distorsion du proton sortant, on remplace dans l'expression $\exp(i\vec{p}\vec{r}) = \exp(i\vec{q}\vec{r} - i\vec{p}'\vec{r})$, l'onde plane par une onde sortante distordue $\chi^{*(-)}(\vec{r}_p')\exp(i\vec{q}\vec{r})$, et obtient ainsi la fonction spectrale distordue S' , que l'on peut directement comparer avec la section efficace expérimentale (après division par K et σ_{ep}).

Comme $\langle \psi_{A-1} | \psi_A \rangle$ correspond au facteur de forme $F(\vec{r})$ on obtient en principe la même information qu'au moyen d'expériences de pick-up. La différence essentielle réside dans la contribution plus importante de l'intérieur du noyau. En passant, nous remarquons que l'emploi de la section efficace proton-électron libre n'est pas sans problèmes, car il s'agit bel et bien d'un élément de matrice "hors couches". Ces considérations ont été traitées dans le détail par de Forest [43].

1.3.3 Résultats qualitatifs des expériences (e,e'p)

Sur la fin de ce chapitre, nous voulons nous pencher sur quelques exemples et en tirer des conclusions qualitatives. Comme les expériences d'Amsterdam se concentrent avec (et grâce à) leur haute résolution énergétique $\Delta E \leq 200$ keV sur l'investigation détaillée des couches externes, les expériences de Saclay, seront, de par $\Delta E \approx 1$ MeV, plus adaptées aux considérations générales.

Fig. 1.7: Fonction spectrale distordue S' pour ^{40}Ca [13].



Restons en compagnie de noyau-cible magique ^{40}Ca . La fonction spectrale distordue S' a été mesurée il y a plus de 10 ans, par Mougey *et al.* [13] à l'ALS (fig. 1.7). A cette occasion, le plan impulsion de recul énergie manquante n'a pas été complètement couvert. Ceci était dû à l'acceptance en impulsion limitée des 2 spectromètres magnétiques ($\pm 3\%$ pour les électrons, $\pm 5\%$ pour les protons), qui nous contraignit à saisir les données pas à pas. Dans cette expérience, l'énergie manquante ("missing energy") fut modulée au moyen d'une variation de l'énergie E' des électrons diffusés, et l'impulsion de recul \vec{p}_{A-1} ($= -\vec{p}$ dans PWIA) le fut par une variation de l'angle des protons, θ_p . L'énergie

cinétique des protons éjectés fut fixée à $T_p \approx 80$ MeV, de sorte que $p' \approx q$ (v. fig. 1.8). De cette façon, l'impulsion de recul $p = 0$ put également être acquise.

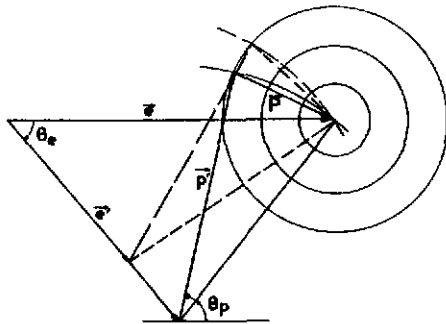


Fig. 1.8: Conditions cinématiques de l'expérience $(e, e'p)$ [13].

Kinematical conditions of the experiment: $e = 497$ MeV, $\theta_e = 52.9^\circ$, $T = 87 \pm 10$ MeV, e' varied from 320 to 400 MeV and $\theta_{e'}$ from 33° to 86° .

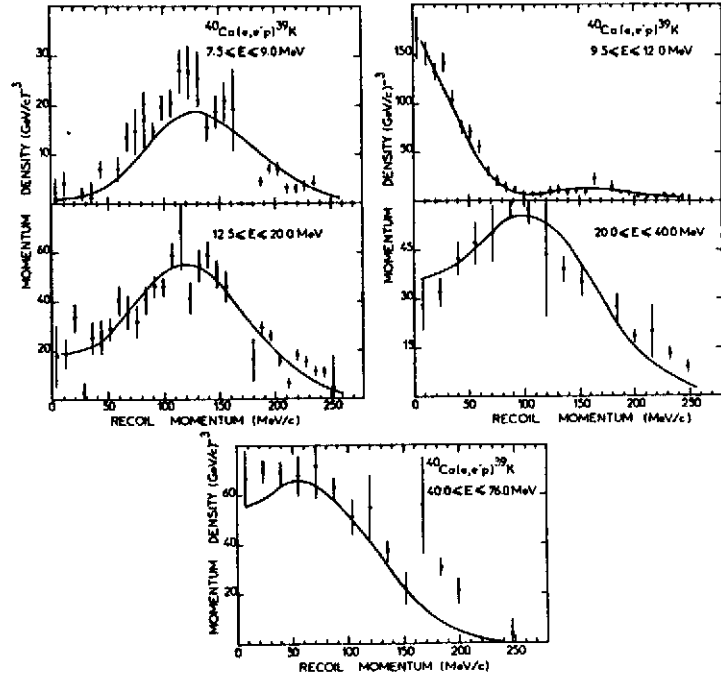
La carte des évènements sur le plan énergie manquante - impulsion de recul (fig. 1.7) présente d'étroits crêtes, correspondant aux couches $1d_{3/2}$ (essentiellement l'état fondamental de ^{39}K), $2s_{1/2}$ (principalement le premier niveau excité de ^{39}K) et $1d_{5/2}$. Tout ceci est parfaitement analogue au spectre de $^{40}\text{Ca}(d,t)^{39}\text{Ca}$ (fig. 1.2). On voit également l'élargissement de l'état-trou $1d_{5/2}$, dû à la fragmentation, c.a.d., dû à la courte durée de vie. L'augmentation de l'étendue des états-trou, en fonction de l'énergie d'excitation du noyau résiduel, a pour conséquence que les états-trou $1p$ et $1s$ ne sont presque plus reconnaissables, et ne peuvent être extraits d'une analyse de la dépendance de l'impulsion à l'égard de la fonction spectrale, qu'avec une incertitude non négligeable.

A cet effet, nous regardons sur la fig. 1.9, la distribution d'intensité le long des crêtes, c.a.d, la projection d'évènements issus d'un domaine étroit d'énergies manquantes sur l'axe des impulsions. En laissant de côté les effets de distorsion et les recouvrements de couches, nous obtenons ainsi les carrés des fonctions d'onde radiales différentes, des états-trou de particules individuelles dans l'espace des impulsions.

Il est connu, que dans le potentiel de l'oscillateur harmonique, les fonctions d'onde dans l'espace r et l'espace d'impulsion sont identiques, à un facteur scalaire près, c'est approximativement le cas, également, pour les fonctions d'onde Woods-Saxon. La fig. 1.9 montre, en effet, les phénomènes correspondants à la fig. 1.1. A cette occasion il faut faire la remarque que seules les deux premières transitions appartiennent à des états finals distincts de ^{39}K , et par là, à une transitions λ pure. Les maxima des fonctions d'onde se trouvent à $p \approx 0$ MeV/c, ≈ 90 MeV/c et ≈ 120 MeV/c pour $\lambda = 0, 1$, et 2 . Avec de la bonne volonté, on peut reconnaître le noeud de la fonction d'onde $2s$ à

$p \approx 100$ MeV/c. D'une manière générale, la fig. 1.9 reflète une des plus belles confirmations des prédictions du modèle en couche, qui me soient connues.

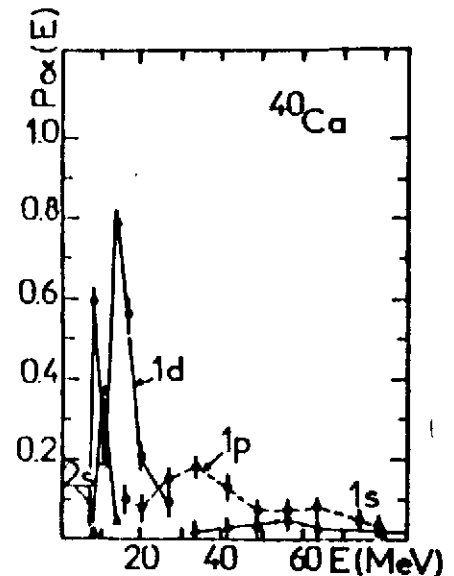
Fig. 1.9: Distributions d'impulsion pour différentes énergies de séparation dans ^{40}Ca [13].



Considérez cependant, je vous prie, qu'aucune attribution de j ne peut être extraite à partir des données! De manière précise, même l'association de l est dépendante du modèle (sauf pour $l = 0$): par variation du rayon du potentiel, on pourrait apparemment transformer une fonction d'onde $1p$ en une $1d$. La cause de ceci réside dans le fait que, en effet à cause de la faible absorption des protons sortants, une base d'ondes planes est plus adaptée à ce problème qu'une base sphérique.

Si l'on analyse les distributions d'impulsions selon les contributions de différentes l , et reporte le résultat en fonction de l'énergie de séparation, on obtient la répartition de forces spectrales des états-trou donnée en fig. 1.10. On reconnaît la subdivision de la couche $1d$, due au couplage spin-orbite. La localisation des couches $1p$ et $1s$ est peu sûre, du fait de leur grande largeur.

Fig. 1.10: Distribution des énergies de séparation [13].



2. Situations réalistes

2.1 Notions sur les facteurs spectroscopiques

2.1.1 Définition

Au chapitre 1, nous nous étions bornés à une discussion qualitative de propriétés propres aux particules individuelles aux voisinages des noyaux magiques. L'analyse quantitative, nécessaire dans le cas général de forces spectrales fragmentées, exige l'introduction du concept de facteur spectroscopique. Nous avons constaté que "l'approximation immédiate" et "l'approximation d'impulsion", pour les réactions pick-up et knock-out, respectivement, représentaient une bonne hypothèse, c.a.d., un nucléon, dans l'état (de modèle en couches) $\alpha = n, \lambda, j$ ou bien sous forme d'une onde plane avec l'impulsion $\alpha = \vec{p}$, est arraché.

Formellement, nous décrivons la séparation d'un nucléon dans l'état fondamental α , sans réarrangement du noyau résiduel $(A-1)$, par l'application d'un opérateur d'annihilation a_α à l'état fondamental $|A, 0\rangle$ du noyau cible. On nomme l'état produit $a_\alpha |A, 0\rangle$ un état-trou α (non normé). Celui-ci n'est en général pas réalisé en tant qu'état propre, dans la nature. Beaucoup plus, un état final donné du noyau résiduel $(A-1)$ est excité, avec une section efficace dont la valeur est déterminée par la probabilité pour que la configuration du trou soit contenue dans cet état final. On définit cette probabilité comme le facteur spectroscopique pour la transition de $|A, 0\rangle$ vers $|A-1, f\rangle$

$$S_\alpha(f) = |\langle A-1, f | a_\alpha | A, 0 \rangle|^2 \quad (2.1)$$

Nous argumenterons à l'aide de cette formule, qui est valable pour des états finals discrets. Pour des raisons de précision, seulement, on donnera la fonction spectrale pour le continuum, dans sa forme correspondante:

$$S(E_B, \vec{p}) = |\langle A-1, W_f | a_{\vec{p}} | A, W_0 \rangle|^2 \cdot \delta(W_f - W_0 - E_B) \quad (2.2)$$

Le développement d'un état à A particules en états du système à $(A-1)$ particules est à la base du concept de facteurs spectroscopiques. Le spectre des états propres du système à $(A-1)$ particules représente un ECOC, de sorte que ce développement est possible, il faut toutefois s'assurer que l'antisymétrisation soit garantie dans le système à A particules:

$$|A, 0\rangle = \sum_{\alpha, f} \sqrt{S_\alpha(f)/A} |A-1, f\rangle \otimes \varphi_\alpha(\vec{r}_A) \quad (2.3)$$

Le symbole \otimes implique le couplage vectoriel du spin de l'état $|A-1, f\rangle$ avec le spin ℓ, j de l'état de particule individuelle α . Le facteur $\sqrt{1/A}$, qui découle de l'antisymétrisation, garantit la même normalisation du facteur spectroscopique que dans la définition (2.1).

2.1.2 Un exemple simple: la réaction $^{51}\text{V}(d, ^3\text{He})^{50}\text{Ti}$

Pour l'illustration de ce concept abstrait, nous voulons voir le calcul de facteurs spectroscopiques dans un cas simple de modèle en couches, dans lequel seule une couche active est mise en jeu, celle dans laquelle se trouvent n particules couplées au spin J_n . Il est alors possible de donner immédiatement le développement sur $(n-1)$ états de particules antisymétrisés, avec l'aide de coefficients dits de "parenté fractionnée", donnés en tables

$$|\alpha^n, J_n\rangle = \sum_{J_{n-1}} \langle \alpha^n J_n | \alpha^{n-1} J_{n-1} \rangle \cdot |\alpha^{n-1}, J_{n-1}\rangle \otimes \varphi_\alpha^{(n)} \quad (2.4)$$

La comparaison avec l'expression (2.3) montre que dans ce cas, le facteur spectroscopique est donné par

$$S_\alpha = n \langle \alpha^n J_n | \alpha^{n-1} J_{n-1} \rangle^2 \quad (2.5)$$

Le cas général de plusieurs couches ouvertes exige l'inclusion de coefficients $6j$ pour la représentation du couplage vectoriel des moments angulaires [14,15].

Une application classique de cette relation simple est le pick-up d'un proton $f_{7/2}$ du ^{51}V , ce qui induit 4 états dans le ^{50}Ti à 0 MeV (0^+), 1.55 MeV (2^+), 2.67 MeV (4^+) et 3.2 MeV (6^+). L'état fondamental du ^{51}V est désigné comme configuration protonique $(f_{7/2})^3$, les états du ^{50}Ti comme configurations protoniques $(f_{7/2})^2$ avec un coeur ^{48}Ca doublement magique. Pour ce cas, on trouve dans les tables quatre coefficients cfp, dont les carrés valent: $0^+ : 0.25$, $2^+ : 0.14$, $4^+ : 0.25$, $6^+ : 0.36$. En multipliant par $n = 3$, nous retrouvons les facteurs spectroscopiques théoriques de la table 2.1, dont les valeurs relatives (en parenthèses) sont en excellente accord avec les résultats des expériences $(d, ^3\text{He})$ et $(e, e'p)$.

Table 2.1: Facteurs spectroscopiques pour l'extraction d'un proton $1f_{7/2}$ de ^{51}V .

^{50}Ti niveau		S			
E_x/MeV	J^π	Theorie	$(d, ^3\text{He})^a$	$(d, ^3\text{He})^b$	$(e, e'p)^c$
0	0^+	0.75	0.73(0.78)	0.41(0.73)	0.30(0.81)
1.55	2^+	0.42	0.39(0.42)	0.22(0.39)	0.13(0.35)
2.67	4^+	0.75	0.64(0.68)	0.41(0.73)	0.27(0.73)
3.22	6^+	1.08	1.05(1.12)	0.65(1.15)	0.41(1.11)
Somme		3.00	2.81(3.00)	1.69(3.00)	1.11(3.00)

a. F. Hinterberger et al., *Z. Physik* 202 (1967) 236

b. G.J. Kramer et al., to be published

c. P.K.A. de Witt Huberts, *Int. Nucl. Phys. Conf., Harrogate (1986)*
Invited Paper

En ce qui concerne les valeurs absolues, les résultats d'expériences différentes varient très fortement. Ceci met en évidence la difficulté principale qui est d'extraire des facteurs spectroscopiques absolus, difficulté qui jouera par la suite un rôle majeur. Il faut toutefois rappeler que le désaccord avec la valeur des sommes dans le modèle en couches, 3, ne représentent pas obligatoirement ce problème, car une des questions centrales actuelles est justement de savoir dans quelle mesure l'occupation de la couche $f_{7/2}$ est modifiée par des corrélations de diverses natures, par comparaison à la valeur attendue dans le cadre du modèle en couches.

2.1.3 La somme de facteurs spectroscopiques

L'exemple du dernier chapitre est en accord avec une règle de somme, que l'on peut facilement développer en toute généralité: la somme des facteurs spectroscopiques lors du pick-up ou knock-out de nucléons de nombres quantiques α est égale au nombre des particules pourvues des mêmes nombres quantiques dans l'état fondamental du noyau-cible. Dans notre exemple, la somme 3 correspondait à l'occupation supposée de la couche $f_{7/2}$ par trois protons.

Dans un souci de clareté, je voudrais ici préciser, que pour des raisons de simplicité, toute référence à la structure de l'isospin a été écartée des formules. Vous vous réfèrerez pour la recherche de détails à l'article remarquable de Galès et van Giai, paru en 1986 lors de cette

même école. Par exemple, dans la table 2.1, S devrait en fait s'appeler C^2S , où C décrit le coefficient d'isospin de Clebsch-Gordan ($T_{A-1}, T_{3,A-1}; t_x, t_{3x} | T_A T_{3A}$).

Supposons que les facteurs spectroscopiques $S_\alpha(f)$ soient connus pour tous les états finals du noyau (A-1), alors, la somme s'obtient de la manière suivante

$$\begin{aligned} \sum_f |\langle A-1, f | a_\alpha | A, 0 \rangle|^2 &= \sum_f \langle A, 0 | a_\alpha^\dagger | A-1, f \rangle \langle A-1, f | a_\alpha | A, 0 \rangle \\ &= \langle A, 0 | a_\alpha^\dagger a_\alpha | A, 0 \rangle = n_\alpha \end{aligned} \quad (2.6)$$

où nous avons utilisé le fait que les états $|A-1, f\rangle$ forment un système complet. Nous voyons, que la norme d'état-trou $a_\alpha |A, 0\rangle$ est égale au nombre de particules de nombres quantiques α , dans l'état fondamental. Pour une couche complètement occupée, cette règle de somme exprime que $\sum S_\alpha = 2j+1$. Ici, il est essentiel que la liste de nombres quantiques $\alpha = (n, \ell, j, t_3)$ ne contienne pas les m sous-états.

Je voudrais encore attirer l'attention sur 2 problèmes de la règle de sommes. D'abord, son utilisation exige que le spectre complet du noyau (A-1) soit expérimentalement acquis. C'est un problème de principe, propre aux règles de somme, et qui limite leur champ d'application pratique. Ensuite, le nombre d'occupation résultant est affecté par l'incertitude sur les facteurs spectroscopiques absolus. Nous avons déjà fait connaissance, au chapitre 2.1.2 avec la grande incertitude sur la détermination de facteurs spectroscopiques absolus. Ceci nous contraindra, lors d'applications ultérieures, à effectuer un calibrage des facteurs spectroscopiques par une autre voie. Mais d'abord, nous voulons examiner plus précisément, quelques problèmes, qui contribuent à l'incertitude sur les facteurs spectroscopiques.

2.2 La détermination des facteurs spectroscopiques

2.2.1 Facteurs spectroscopiques extraits d'expériences pick-up

Lors de la discussion sur l'amplitude-DWBA, dans l'expression (1.3), nous avons introduit le facteur de forme $F(r)$ comme fonction d'onde de la particule transférée. Effectivement, un développement précis dans l'approximation dite de "portée nulle", aboutit au résultat suivant:

$$F(\vec{r}) = \langle A - 1, f | A, 0 \rangle \quad (2.7)$$

En général, cette fonction de recouvrement sera différente d'une fonction d'onde de particule individuelle. Pour cette raison, il faudrait, sur la base de calculs à plusieurs particules, acquérir une meilleure connaissance de cette fonction de recouvrement, la mettre à contribution lors du calcul de l'amplitude DWBA, et analyser la théorie par comparaison entre sections efficaces expérimentales et calculées. (Dans le cas d'un désaccord entre l'expérience et la théorie, au vu de la complexité du problème, il serait très difficile d'en localiser la cause).

En apparence, une alternative serait de mesurer le facteur de forme $F(r)$ ou sa transformée de Fourier (v. eq. 1.4). Mais, nous avons déjà vu, au § 1.2.2, que l'absorption dans la matière nucléaire rend cette voie inpraticable.

Nous voulons chercher plus précisément l'influence de l'absorption, de nouveau sur l'exemple de la réaction ${}^{51}\text{V}(d, {}^3\text{He})$. Pour ceci, nous considérons l'intégrale radiale de l'amplitude DWBA au 1er maximum de la distribution angulaire, donnée comme fonction de la borne d'intégration inférieure r_c :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta_{max}, R_c) \sim \left| \int_{R_c}^{\infty} \chi_{{}^3\text{He}}^{*(-)}(\vec{k}_{{}^3\text{He}}, \vec{r}) F(\vec{r}) \chi_d^{(+)}(\vec{k}_d, \vec{r}) d^3r \right| \quad (2.8)$$

Ce procédé, dit "lower cut-off", a déjà fait ses preuves, dans la recherche de la dépendance de l'intégrand en fonction du rayon. Pour $F(r)$, nous choisissons dans ce cas une fonction d'onde $1f_{7/2}$, comme nous le suggère le succès du modèle en couches dans le calcul des facteurs spectroscopiques relatifs (v. table 2.1). Sur la fig. 2.1, on a reporté la section efficace en tant que fonction de r_c , normée, sur la section efficace sans "cut off" ($r_c = 0$). On voit, que les différentes contributions ayant leur origine à l'intérieur du noyau ne représentent que quelques %, l'intégrand a par contre une valeur importante dans le domaine 6-8 fm, où la fonction d'onde (fig. 2.1) est tombée à un dixième jusqu'à un centième de la valeur maximum. Cette observation est typique et nous enseigne que les sections efficaces pick-up n'explorent que la "queue" de la fonction de recouvrement, dans l'espace extérieur.

Mais nous savons maintenant que les réactions de transfert à une particule individuelle ont livré une profusion de données spectroscopiques de valeurs. Avec quelle proposition pour $F(r)$ les

facteurs spectroscopiques ont-ils été extraits, et quel crédit peut-on leur accorder? L'expression (2.3) indique en principe que le recouvrement doit être de la forme

$$\langle A-1, f | A, 0 \rangle = \sum_n S^{1/2} \phi_{nlj}(\vec{r}) \quad (2.9)$$

Nous avons, pour simplification, pris $J_A = 0$, pour éviter les couplages de moments cinétiques et les contributions de divers λ, j . Nous avons en plus supposé, que les fonctions d'onde ϕ_α de particule individuelle forment une base complète dans un potentiel local, de sorte que l'on peut bien sûr décrire n'importe quelle fonction de recouvrement. Mais ceci ne présente qu'un intérêt d'ordre académique. Dans le cas où, par exemple, les ϕ_α sont des fonctions d'onde d'oscillateurs harmoniques, on aurait besoin, même dans le cas le plus simple d'une transition pure de particule individuelle, d'une série infinie de coefficients de développement. Car, asymptotiquement, la fonction de recouvrement (2.9) doit en général décroître comme $\exp(-kr)$, avec

$$k^2 = 2ME_B/\hbar$$

$$E_B = W_{A-1} - W_A \quad (2.10)$$

Pour cette raison, on se fie dans la pratique à son intuition physique, et on choisit un seul terme de la forme (2.9). On choisit également des fonctions propres de Woods-Saxon dans une barrière de potentiel dont la profondeur est calculée de telle sorte que la différence d'énergie E_B soit obtenue comme valeur propre d'une fonction d'onde de particule individuelle de nombres quantiques choisis de manière adéquate. Si l'on obtient λ et j à partir de J_A et J_{A-1} , on doit obtenir le nombre quantique principal n à partir de considération de plausibilité. Cette méthode, nommée "methode de l'énergie de séparation", si elle garantit un comportement correct de la fonction d'onde dans l'espace extérieur, elle ne le garantit pas forcément à l'intérieur du noyau. En ce qui concerne les transitions dotées de facteurs spectroscopiques importants, comparables à la force d'une particule individuelle, cette méthode est considérée comme raisonnable. Alors, on a $F(r) = S_\alpha^{1/2} \phi_\alpha(r)^{WS}$ et S_α représente la mise à la norme asymptotique de la fonction d'onde (v .

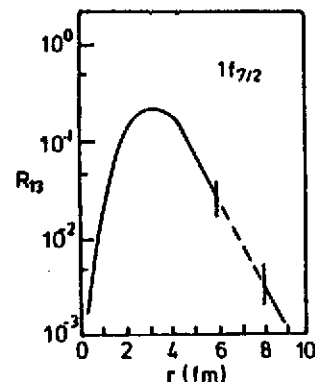
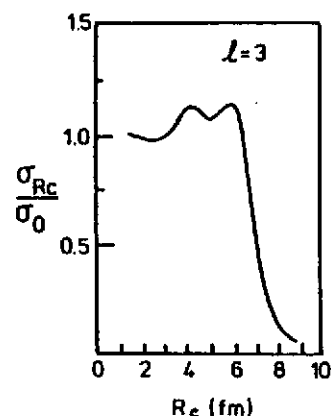


Fig. 2.1: En bas: fonction d'onde radiale d'un proton $1f_{7/2}$ dans 5^1V .

En haut: Résultats du calcul DWBA "lower cut-off" (voir texte) [16].

aussi fig. 2.1). Pour de tels états, la profondeur du potentiel atteindra aussi une valeur physique raisonnable d'environ 50 MeV.

Des faibles transitions, "interdites par le modèle en couches", seront en général caractérisées par une profondeur de potentiel physiquement non acceptable. La transition faible $1f_{7/2}$ de ^{40}Ca vers ^{39}K (2.81 MeV) en est un exemple. La différence d'énergie de liaison entre les deux états a pour valeur 11.1 MeV. Pour simuler une orbitale $1f_{7/2}$ ayant cette valeur propre, il faut disposer d'un potentiel physiquement irréaliste d'une profondeur de 70 MeV. La nature réelle de l'état $7/2^-$ dans ^{39}K n'est justement pas celle d'un trou-état, mais d'un état trois-trous deux-particules, relativement à ^{40}Ca . En ce moment, une expérience $^{40}\text{Ca}(e,e'p)^{39}\text{K}$ est en cours à NIKHEF, dans le cadre d'une collaboration Amsterdam-Indiana-Saclay-Tübingen, dans le but de mesurer la fonction de recouvrement (v. chap. 2.2.2). Le spectre de cette réaction (v. fig. 2.2) indique, pour des impulsions de recul favorisant les transitions $1f$, une nette excitation de cet état. Ceci écarte le soupçon que son observation dans la réaction $^{40}\text{Ca}(d,^3\text{He})$ serait le résultat d'un processus à plusieurs phases.

Philpott, Pinkston et Satchler [17] ont développé un formalisme, qui permet de joindre les aspects à plusieurs particules de la fonction de recouvrement et l'aspect de particule individuelle de la réaction de transfert. Il débouche sur équation inhomogène de type Schrödinger, qui trouve difficilement un champ d'application. Jusqu'ici, on n'a pratiquement travaillé qu'avec la seule "méthode d'énergie de séparation" décrite plus haut. Dans les derniers temps, le problème a de nouveau été mis à l'ordre du jour. Une approximation praticable a été pour la première fois donnée par Rae [18] et mise en oeuvre par Winfield et al. [19].

Dans cette méthode, on se tient fondamentalement à un potentiel raisonnable de particule individuelle et on ajuste l'énergie de liaison E_B par l'ajout d'une force-delta à la surface du noyau. Ce qui est justifiée par le fait que l'interactions résiduelle, responsable de la

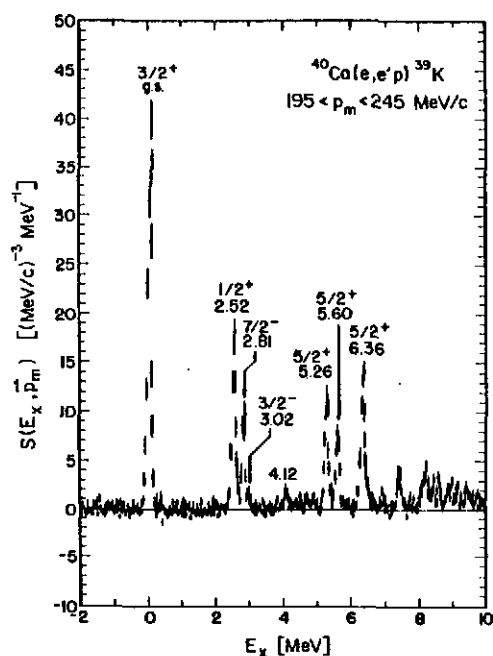


Fig. 2.2: Spectre de la réaction $^{40}\text{Ca}(e,e'p)^{39}\text{K}$ montrant le peuplement de l'état $7/2^-$ à 2.81 MeV.

déviations par rapport à l'énergie d'une particule individuelle, présente un caractère d'interaction de surface.

Retenons donc bien: on ne peut attendre de la "méthode d'énergie de séparation" des facteurs spectroscopiques relatifs utilisables que pour des facteurs spectroscopiques suffisamment grands, présentant une valeur de, disons, plus de 20% de la valeur pour la particule individuelle. Les valeurs absolues restent mêmes dans ce cas favorable, affectées d'incertitudes considérables, dont, en particulier celles dues à la forte dépendance en fonction du rayon du potentiel: Kramer et al. [20] ont exploré les diverses dépendances, lors d'un examen systématique de la réaction $^{51}\text{V}(d, ^3\text{He})$ à 53 MeV. Une variation de rayon de 1% provoque à cet endroit une variation du facteur spectroscopique de 8%. Dans des noyaux lourds, ^{208}Pb , nous avons même trouvé $\Delta S/S \approx 13 \Delta r/r$ [21].

2.2.2 La fonction spectrale obtenue à partir d'expériences (e,e'p)

Les facteurs spectroscopiques mesurés par des expériences de pick-up ne sont donc pas un moyen adapté pour répondre à la question, essentielle pour le succès des théories dites de "champ moyen", de savoir si les couches situées en dessous du seuil de Fermi sont occupées par $(2j+1)$ -particules, respectivement, ou bien en partie dépeuplées par des corrélations. Des expériences de knock-out du type (e,e'p) devraient être, plus adaptées, grâce à la moindre influence de la distorsion. Quel est l'état actuel de l'art? On peut illustrer le développement théorique et pratique de l'utilisation de réactions (e,e'p) à l'aide de 3 exemples.

(i) Commençons par l'expérience $^{12}\text{C}(e,e'p)$ de Bernheim et al [22]. La fig. 2.3 montre un spectre d'énergie avec et sans corrections radiatives. La résolution de l'énergie est d'environ 1.2 MeV. On distingue 2 domaines, qu'on attribue aux couches 1p et 1s du ^{12}C , grâce à leur distribution d'impulsion mesurée expérimentalement (v. fig. 2.4). La courbe en trait-pointillé est le résultat d'un calcul PWIA. Son

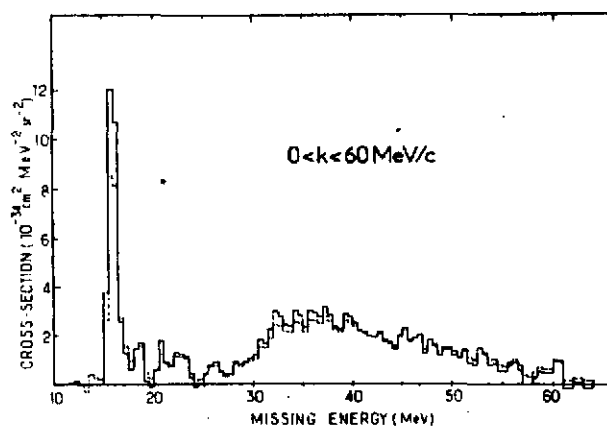


Fig. 2.3: Spectre de la réaction $^{12}\text{C}(e,e'p)$ avec et sans corrections radiatives [22].

amplitude est conforme aux valeurs expérimentales. De la normalisation, on extrait des nombres d'occupation de 0.5 protons dans la couche 1s et 1.7 proton dans la couche 1p du ^{12}C . Le calcul DWIA (ligne pleine) a été effectué sous la forme factorisée indiquée plus haut.

On voit, que la forme de la distribution d'impulsion n'est que peu modifiée par la distorsion de la fonction de proton sortante dans le potentiel optique. Mais, la section efficace absolue attendue est nettement plus petite, à savoir d'un facteur 0.66 pour la couche 1p et 0.52 pour la couche 1s. (Pour des couches internes des noyaux lourds le coefficient d'atténuation décroît encore plus, par exemple, jusqu'à ≈ 0.2 pour la couche 2s dans le ^{58}Ni). Le nombre d'occupation qui en découle, dans le ^{12}C , est donc plus élevé, à savoir $n(1p) = 2.6$ et $n(1s) = 1.1$. Ainsi, dans le domaine exploré de la fonction spectrale s'étendant jusqu'à des impulsions de 250 MeV/c et des énergies de séparation de 80 MeV, on n'a trouvé que 60% des protons. Il restait à savoir si la force manquante était à mettre au compte d'incertitudes dans le potentiel optique, de domaines non explorés de la fonction spectrale ou bien d'autres problèmes.

(ii) Pour l'examen de cette question, une investigation très détaillée des réactions $^{12}\text{C}(e, e'p)^{11}\text{B}(0)$ et $^{16}\text{O}(e, e'p)^{15}\text{N}(0)$ et 6.3 MeV fut conduite quelques années plus tard par Bernheim *et al.* [23] à Saclay avec un nouvel ensemble de deux spectromètres, sous plusieurs conditions cinématiques. On établit une dépendance de la fonction spectrale distordue par rapport à la direction du noyau de recul. Aussi bien dans PWIA que dans une DWIA factorisée, une telle dépendance est incompréhensible. Boffi *et al.* [24] avaient entre temps développé un code (e, e'p), qui englobait également les contributions spin-orbite dans le potentiel optique, ces contributions empêchant d'une part une factorisation de section efficace e-p, et d'autre part la fonction spectrale. En effet, on put, à l'aide de ces calculs, expliquer en partie les asymétries observées.

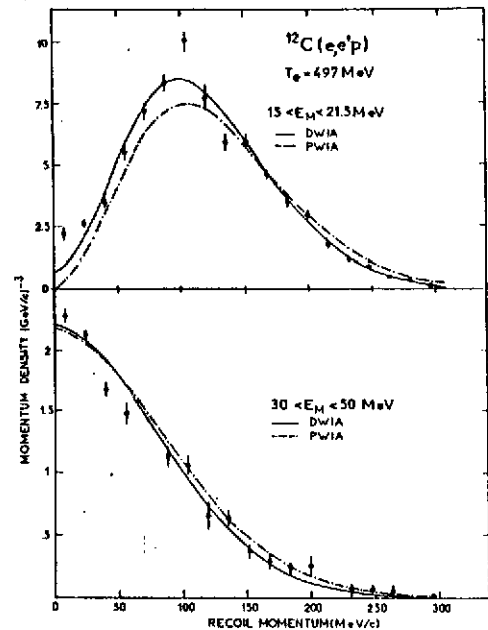


Fig. 2.4: Distributions d'impulsion de la réaction $^{12}\text{C}(e, e'p)$. Calcul PWIA (pointillé) et DWIA (trait plein) [22].

Le résultat concernant la validité de la description de 1^{16}O par le

TABLE 2.2

Reduced χ^2 , absorption factor η_α , and spectroscopic strength N_α for the $16\text{O}(e, e'p)15\text{N}$ reaction

Bound state	Optical potential	P _{1/2}			P _{3/2}		
		χ^2	η	N	χ^2	η	N
ES	PWIA	5.6	0.98	0.30	4.9	0.99	0.38
ES	GK	1.7	0.66	0.45	1.8	0.66	0.56
ES	GI	2.5	0.70	0.43	1.4	0.70	0.53
ES	GR	2.6	0.63	0.48	1.5	0.71	0.53
ES	AJ	1.8	0.52	0.57	2.0	0.65	0.58
ES	JA	1.9	0.50	0.59	1.9	0.66	0.57
GO	JA	2.9	0.51	0.59	1.8	0.65	0.57
NE	JA	1.7	0.51	0.59	3.2	0.67	0.56
GR	GR	2.2	0.63	0.48	1.8	0.71	0.53

modèle en couches, est porté en table 2.2. Celle-ci contient, pour diverses combinaisons de potentiels optiques et potentiels de l'état lié, les coefficients de réduction et les nombres d'occupation extraits $N = n/(2j+1)$. Dans PWIA, la qualité du "fit" est mauvaise ($\chi^2 \approx 5$). Dans DWIA, on ne retrouve, pour les 2 états finals de 15N , que 50-60% de la valeur du modèle en couches, bien que les deux états soient connus comme étant de purs états-trous $1p_{1/2}$ et $1p_{3/2}$, respectivement. Par contre, dans les expériences de pick-up, on trouve des facteurs spectroscopiques de ≈ 2.0 pour l'état fondamental et ≈ 3 pour l'état à 6.3 MeV. Les valeurs absolues sont à ce point de vue, moins instructives que le fait qu'aucun état $1p_{1/2}$ de plus, dans $A = 15$, n'a été peuplé, et que seulement 20% de la force de $1p_{3/2}$ a été retrouvée dans des états $3/2^-$ situés plus haut. Pour cette raison, le facteur spectroscopique pour l'état fondamental de 15N devrait représenter le nombre d'occupation de protons de $1p_{1/2}$ dans l'état fondamental de 1^{16}O . D'après les conclusions de cette expériences, elle ne représenterait que 50-60% de la valeur du modèle en couches, ce qui, à ma connaissance, n'est pas explicable au moyen des calculs à plusieurs corps déjà existants.

(iii) La troisième génération des expériences $(e, e'p)$ est représentée par les travaux de NIKHEF, entre autres, par les expériences sur 51V et 90Zr [25,26]. Il s'agit ici de noyaux mi-lourds, pour lesquels la distorsion coulombienne des ondes d'électrons ne peut plus être négligée. On l'intègre dans le cadre de l'approximation du "transfert effectif d'impulsion". Pour ceci, les énergies asymptotiques des électrons sont augmentées de la force du potentiel coulombien, $\Delta E_e = \Delta E'_e = 1.18 Z \alpha/R$ (MeV). Ceci décale les impulsions de recul calculées

de quelque MeV/c, et augmente les distributions d'impulsion théorique d'environ 20%.

Fig. 2.5: Distributions d'impulsion obtenues par knock-out des protons $2p_{1/2}$ et $2p_{3/2}$ de ^{90}Zr . Calculs utilisant un potentiel optique avec une partie imaginaire (a) habituelle. (b) modifiée comme indiqué dans l'insert [26].

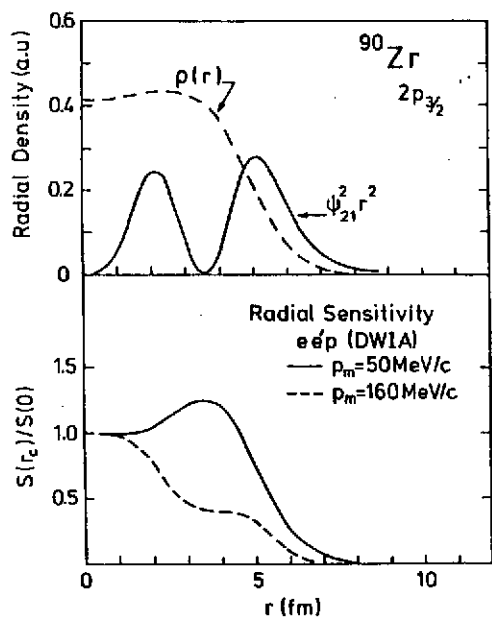
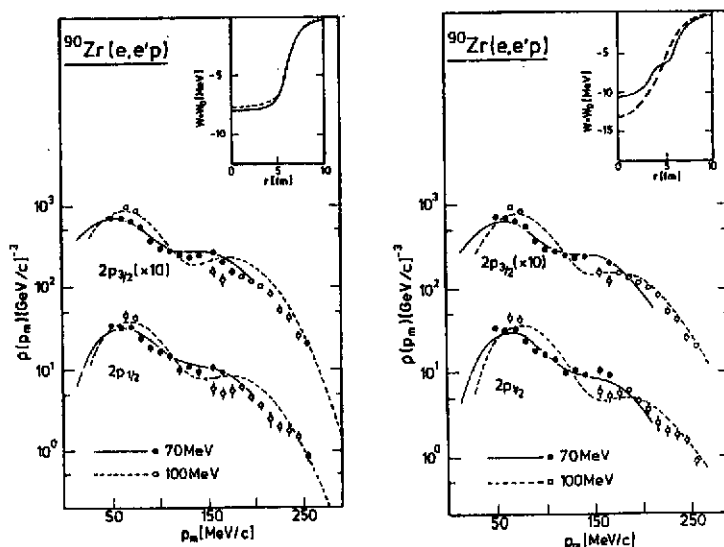


Fig. 2.6: En haut: Probabilité de présence d'un proton $2p_{3/2}$ et densité de charge totale de ^{90}Zr ; En bas: Sensibilité de la réaction $(e,e'p)$ comme fonction de r pour deux valeurs de l'impulsion manquante. [26]

Pour juger de la qualité de la description des données, nous considérons la distribution d'impulsion pour les knock-out $2p_{1/2}$ et $2p_{3/2}$ dans le ^{90}Zr , car la présence d'un noeud livre une fonction d'onde assez structurée. Les distributions d'impulsion mesurées pour des énergies de protons de 70 et 100 MeV, respectivement, sont représentées sur la fig. 2.5, conjointement aux calculs DWIA. Sur la fig. 2.5a, on a utilisé un potentiel optique standard, ce qui ne nous donne pas une description satisfaisante des données. Ce n'est qu'avec un potentiel optique modifié qu'un accord satisfaisant est atteint. Ici, il est essentiel de noter que la diffusion élastique de proton est également reproduite de

manière satisfaisante par le potentiel modifié, étant lui-même en concordance avec le potentiel standard dans l'espace extérieur. Ceci donne l'impression que les réactions $(e, e'p)$ sont plus sensibles à l'intérieur du noyau que la diffusion élastique.

En fait, un calcul "cut-off" effectué sur la réaction $^{90}\text{Zr}(e, e'p)$ (comp. § 2.2.1) met en évidence que, spécialement pour des impulsions de recul élevée (≈ 160 MeV/c), l'intérieur du noyau contribue considérablement à l'amplitude de réaction (fig. 2.6). De sorte que l'on a la possibilité d'investiguer la dépendance radiale de la fonction d'onde du proton lié.

Par un ajustement des mesures, on extrait un potentiel de particule individuelle avec un paramètre de rayon plus grand ($r_0 \approx 1.35$ fm) qu'il n'avait été supposé ($r_0 = 1.2$ fm) lors de l'analyse de la réaction $^{90}\text{Zr}(d, ^3\text{He})$. Le rayon moyen quadratique de la fonction d'onde est lui aussi, avec 4.65 fm, plus grand que dans les calculs de Hartree-Fock (4.5 fm). Comme l'ajustement du rayon a été effectué simultanément à celui du potentiel optique, on devra regarder ce résultat d'un oeil critique.

Table 2.3: Facteurs spectroscopiques pour l'extraction des protons de ^{90}Zr .

$E_x(\text{MeV})$	$n\lambda j$	$(d, ^3\text{He})^a)$	$(d, ^3\text{He})^b)$	$(e, e'p)^c)$	$(e, e'p)^d)$
0	$2p_{1/2}$	1.8	0.8		0.67
0.91	$1g_{9/2}$	1.25	0.4		
1.51	$2p_{3/2}$	3.9	1.3		1.74
1.75	$1f_{5/2}$	8.9	3.0	2.9	2.0
3.11	$1f_{7/2}$	9.2		6.0	4.1

a) A. Stuirbrink et al., *Z. Physik* 297 (1980) 307

b) Données de (a), mais corrigées pour un rayon augmenté ($r_0 = 1.35$ fm) et pour des effets à portée finie; selon J.W. den Herder, thèse, Amsterdam (1987)

d) J.W.A. den Herder et al., *Phys. Lett.* B184 (1987) 11

Den Herder et al. [26] ont d'une part renouvelé les résultats antérieurs de la réaction $(d, ^3\text{He})$ [27], dans lesquels on avait trouvé une occupation presque complète des états selon le modèle en couches, et d'autre part, leur analyse antérieure de transitions 1f dans la réaction $^{90}\text{Zr}(e, e'p)$, en prenant un paramètre de rayon plus grand. J'ai compilé les résultats dans la table 2.3. De même que dans la table 2.1 pour le ^{51}V , on ne trouve qu'environ 40% d'occupation, selon le modèle en

couches, dans les couches 2p et 1f. Il faut enfin remarquer le fait qu'aucune information sur les couches situées plus à l'intérieur du ^{90}Zr n'a été obtenue dans la réaction $(e, e'p)$, malgré une absorption moindre.

Avec des noyaux-cible plus lourds, comme le ^{208}Pb , on ne peut appliquer les corrections coulombiennes au moyen de l'approximation citée plus haut, de sorte que l'on ne peut actuellement pas obtenir de facteurs spectroscopiques absolus fiables à partir d'expériences $(e, e'p)$, tant que l'équipe de Boffi, à Pavie, n'a pas conduit à son terme le programme DWIA prenant en considération la distorsion des ondes d'électrons et de protons.

Si nous tentons de résumer les résultats de ce chapitre, nous nous apercevons d'abord que la réaction $(e, e'p)$ n'est pas, elle non plus sans poser quelques problèmes. J'ai déjà indiqué ici avant tout les incertitudes, pour le proton sortant, dues au potentiel optique. De même, j'ai fait observer qu'une prise en compte correcte de la distorsion coulombienne reste encore à faire. Le traitement des effets "hors couches" dans la section efficace e-p peut conduire, selon la situation cinématique, à des incertitudes allant jusqu'à 20% [43].

Ces problèmes mis à part, tous les résultats, du ^{12}C au ^{90}Zr , issus de 3 générations d'expériences et d'analyses $(e, e'p)$ ont produit avec une constance étonnante, des nombres d'occupation bien au-dessous des valeurs prédites par le modèle en couches, à savoir $\approx 60\%$ dans ^{12}C , $\approx 50\%$ dans ^{16}O et $\approx 40\%$ dans ^{51}V et ^{90}Zr . Ceci pourrait signifier une révision considérable de notre représentation du noyau atomique. Comme explication alternative, on spécule que la section efficace électron-proton est bien plus petite dans ce milieu que pour des protons libres ("effet EMC"). Retenons donc: La systématique des expériences $(e, e'p)$ donne des indications sur un problème grave, dont la solution, qu'elle soit due aux corrélations, ou à un effet analogue à l'effet EMC, devrait causer une certaine agitation. On espère approcher la solution par des expériences qui sont en cours à Saclay et à NIKHEF où une séparation des contributions longitudinales et transversales à la section efficace $(e, e'p)$ est mise en oeuvre. Nous essaierons, dans le prochain chapitre, de trouver des indications sur les nombres d'occupation dans le modèle en couches, sans devoir passer par les facteurs spectroscopiques absolus.

3. Divergences d'avec le modèle en couche

3.1 Violation de la règle de somme de Koltun

3.1.1 Formulation de la règle de somme

Nous avons, dans le dernier chapitre, obtenu des indications de divergences considérables avec les nombres d'occupation prédits par le modèle en couches. Du fait du rôle prépondérant de l'incertitude sur les facteurs spectroscopiques absolus, nous voulons examiner quelques idées sur le modèle en couches, dans un contexte différent, n'exigeant l'emploi que des seuls facteurs spectroscopiques *relatifs*. Nous développons d'abord une règle de somme avec pondération de l'énergie, règle qui fut énoncée par Koltun [28].

Dans un premier temps, nous considérons l'énergie du état-trou normé:

$$a_\alpha |A, 0\rangle / n_\alpha^{1/2} \quad (3.1)$$

Elle a pour valeur:

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \langle A, 0 | a_\alpha^\dagger H a_\alpha | A, 0 \rangle / n_\alpha \\ &= \sum_{f, f'} \langle A, 0 | a_\alpha^\dagger | A-1, f \rangle \langle A-1, f | H | A-1, f' \rangle \langle A-1, f' | a_\alpha | A, 0 \rangle / n_\alpha \\ &= \sum_f \langle A-1, f | a_\alpha | A, 0 \rangle \cdot W_f / n_\alpha = \sum_f S_\alpha(f) \cdot W_f / \sum_f S_\alpha(f) \end{aligned} \quad (3.2)$$

c.a.d., l'énergie d'état-trou fragmenté est obtenue comme l'énergie du centre de gravité pondéré au moyen des facteurs spectroscopiques des états finals effectivement réalisés. De la même manière, on peut définir comme l'énergie (négative) de particule individuelle d'un état λ quelconque, la différence entre l'énergie d'état fondamental du système à A particules, W_A , et l'énergie de l'état-trou λ dans le système à A particules.

$$\epsilon_\lambda = W_A - W_{A-1}^{(\lambda)} = \frac{\langle A, 0 | a_\lambda^\dagger [a_\lambda, H] | A, 0 \rangle}{\langle A, 0 | a_\lambda^\dagger a_\lambda | A, 0 \rangle} \quad (3.3)$$

L'opérateur hamiltonien est alors subdivisé en parties à un, deux, ... jusqu'à n corps: $H = H_1 + H_2 + \dots + H_n$.

Dans une première étape, il est montré que

$$\sum_\lambda \epsilon_\lambda \cdot n_\lambda = \langle H_1 \rangle + 2 \langle H_2 \rangle + \dots + n \langle H_n \rangle \quad (3.4)$$

où $H_i = \langle A, 0 | H_i | A, 0 \rangle$.

La preuve n'en est fournie que dans le plus simple des cas,

$$H = H_1 = \sum_{\alpha, \beta} \langle \alpha | H_1 | \beta \rangle a_\alpha^\dagger a_\beta = \sum_{\alpha, \beta} H_{\alpha\beta}^1 \cdot a_\alpha^\dagger a_\beta$$

D'après (3.3), on a alors

$$n_\lambda \epsilon_\lambda = \sum_{\alpha, \beta} H_{\alpha\beta} \langle A, 0 | a_\lambda^\dagger a_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta - a_\lambda^\dagger a_\alpha^\dagger a_\beta a_\lambda | A, 0 \rangle \quad (3.5)$$

En employant les règles d'échange de Fermi pour les nucléons,

$$a_\lambda a_\alpha^\dagger = \delta_{\alpha\lambda} - a_\alpha^\dagger a_\lambda \quad \text{et} \quad a_\lambda a_\beta + a_\beta a_\lambda = 0$$

on obtient:

$$\begin{aligned} \sum_\lambda n_\lambda \epsilon_\lambda &= \sum_{\alpha\beta\lambda} H_{\alpha\beta}^1 \langle A, 0 | a_\lambda^\dagger \delta_{\alpha\lambda} a_\beta | A, 0 \rangle \quad (3.6) \\ &= \langle A, 0 | \sum_{\alpha\beta} H_{\alpha\beta}^1 a_\alpha^\dagger a_\beta | A, 0 \rangle = \langle H_1 \rangle \end{aligned}$$

Nous rappelons alors que l'énergie de liaison totale est donnée par:

$$W_A = \langle H \rangle = \langle H_1 \rangle + \langle H_2 \rangle + \dots \langle H_n \rangle \quad (3.7)$$

Si nous nous restreignons aux forces à deux corps, nous pouvons réunir (3.4) et (3.7) en:

$$W_A = \frac{1}{2} \langle H_1 \rangle + \frac{1}{2} \sum_\lambda n_\lambda \epsilon_\lambda \quad (3.8)$$

rapporté à un nucléon, nous obtenons après division par $A = \sum_\lambda n_\lambda$, la règle de somme de Koltun:

$$W_A/A = \frac{1}{2} (\bar{T} - \bar{E}_B) \quad (3.9)$$

Cette règle expose, en supposant des forces à deux corps, la relation entre l'énergie de liaison par nucléon, W_A/A , l'énergie cinétique moyenne \bar{T} , et l'énergie moyenne de séparation, $\bar{E}_B = - \sum_\lambda n_\lambda \epsilon_\lambda / \sum_\lambda n_\lambda$. Cette relation est générale, et englobe également la relation (1.1), valide dans l'approximation de Hartree-Fock.

3.1.2 Application au ^{12}C :

Cette règle de somme a été appliquée [22] à l'expérience $^{12}\text{C}(e, e'p)$ décrite dans le paragraphe 2.2.2. Comme seule la fonction spectrale pour les protons a été mesurée, on doit prendre à la place de l'énergie de

liaison par nucléon ($W_A/A = -7.68$ MeV), l'énergie de liaison par proton, que Koltun, en se servant des énergies coulombiennes et des énergies de symétrie dans la formule de masse, a estimée à $W_Z/Z = -6.93$ MeV.

Dans l'article de réf. 22 on montre que, pour les noyaux légers, une correction cinématique est nécessaire. En effet, lors de la définition (3.3) de ϵ_λ par l'emploi de l'opérateur d'annihilation a_λ , l'état final n'est pas créé au repos, mais avec une énergie de recul $T_R = p_{A-1}^2/2M_{A-1}$ alors que les énergies de séparation E_B du noyau-cible et du noyau résiduel sont définies en état de repos. De sorte qu'il faut écrire plus précisément:

$$\epsilon_\lambda = W_A - W_{A-1}^{(\lambda)} = -E_B^{(\lambda)} - \bar{T}_R^{(\lambda)}$$

Comme $T_R = T M_p/M_{A-1}$, ceci conduit à:

$$W_Z/Z = \frac{1}{2}(\bar{T} - \bar{E}_B - \bar{T}_R) = \frac{1}{2} \left(\frac{A-2}{A-1} \bar{T} - \bar{E}_B \right) \quad (3.10)$$

Energy region (MeV)	Experimental results ^a			DWIA corrections			Corrected values		
	n	$\langle T \rangle$	$\langle E_m \rangle$	ν_j	η	ΔT	n	$\langle T \rangle$	$\langle E_m \rangle$
15-25	1.7	16.3	16.9	$1p_{3/2}$	0.66	2.14	2.6	18.4	16.9
25-74	0.56	11.5	38.7	$1s_{1/2}$	0.52	1.85	1.1	13.4	38.7
15-74							3.7	16.9	23.4

^aThe estimated relative error is 20% for n; the statistical ones are 3% for $\langle T \rangle$ and 1.5% for $\langle E_m \rangle$.

Table 3.1: Nombres d'occupation, énergies cinétiques moyennes et énergies de séparation (en MeV). [22]

Une confirmation simple se trouve dans l'emploi de cette expression dans le cas du deutéron. Les valeurs importantes pour l'application sont présentées dans la table 3.1, séparément pour les domaines des couches 1p et 1s, et moyennées sur toute la fonction spectrale.

L'énergie cinétique moyenne a été à cette occasion calculée à partir de la fonction d'onde de Woods-Saxon, laquelle était à l'origine de bons "fits" pour la distribution d'impulsion (v. fig. 2.4), les énergies moyennes de séparation l'ont été à partir du spectre (fig. 2.3). Il est important, que les nombres d'occupation n n'entrent dans le calcul comme valeurs relatives que pour le calcul de moyenne pour les couches 1p et 1s.

Vous pouvez peut-être être étonnés que les nombres d'occupation des couches 1s et 1p ne soient pas dans un rapport 1:2. Ici aussi, on attend une correction pour le "mouvement erratique" lors du passage du potentiel du modèle en couches aux coordonnées relatives du proton et du système (A-1).

Pour un noyau de la couche 1p, de masse A, avec 2 protons dans la couche 1s et (Z-2) protons dans la couche 1p, on attend des facteurs spectroscopiques de la forme:

$$S(1s) = 2 - \Delta ; S(1p) = Z - 2 + \Delta \text{ ou } \Delta = \frac{Z - 2}{A} \quad (3.11)$$

On pense donc obtenir $S(1s)/S(1p) = 0.39$ pour ^{12}C , alors que notre expérience a donné 0.42, ce qui est en bon accord.

En reprenant les valeurs de la table 3.1, la partie droite de l'expression (3.6) est calculée à $-(4.0 \pm 5 \text{ MeV})$, et $W_Z/Z = -6.93 \text{ MeV}$. Ceci signifie, que le domaine observé de la fonction spectrale ne peut justifier que de 60% de l'énergie de liaison, si nous ne considérons que les forces à 2 corps. Comme nous avons mesuré des énergies de séparation jusqu'à 74 MeV et des impulsions jusqu'à 250 MeV/c, l'expérience parcourt le domaine du modèle en couches, mais ne rend compte que de 60% de l'énergie de liaison. Nous nous trouvons devant un désaccord criant avec le modèle en couches.

On indiquera, en complément, que des différences du même ordre entre partie droite et partie gauche de l'expression (3.10) ont été mesurées [13] dans les réactions (e,e'p) sur ^{28}Si ($-2.18 \pm 0.6 \text{ MeV}$), ^{40}Ca ($-0.7 \pm 0.5 \text{ MeV}$) et ^{58}Ni ($-3.8 \pm 0.7 \text{ MeV}$).

3.1.3 Interprétation des résultats

Où pourrait donc résider la solution à ce problème? On pourrait d'abord soupçonner les forces à 3 corps. La règle de somme a alors la forme suivant:

$$W_Z/Z = \frac{1}{2} \left\{ \frac{A-2}{A-1} \bar{T} - \bar{E} - \frac{\langle H_3 \rangle}{Z} \right\} \quad (3.12)$$

Pour combler le désaccord, on aurait besoin d'une partie répulsive $\langle H_3 \rangle/Z = 5.9 \text{ MeV}$, ce qui est considérée comme improbable par la théorie. Plus fondée nous apparaît [22] la supposition que, par suite de corrélations à courte portée, une partie minime de la fonction spectrale se trouve dans le domaine des grandes énergies de séparation, par

exemple, 5% des évènements à $E_S = 150$ MeV résoudre le problème, à la condition que n'entrent pas simultanément en jeu, d'importantes composantes d'impulsion.

J'ai choisi cette expérience ancienne, car elle montre de manière très précise qu'une hypothèse de modèle en couches avec des forces à 2 corps (de natures quelconques, d'ailleurs) ne peut expliquer l'énergie de liaison ^{12}C . De sorte que cette observation est à ranger au nombre des rares exemples de désaccord avec le modèle en couches.

Il y a déjà eu des tentatives [29] pour la résolution de ce problème fondamental, mais, selon mon appréciation, il manque encore une explication satisfaisante, ce qui est dû à la difficulté de l'emploi des corrélations à courte portée.

3.2. Occupation de la couche de protons 3s dans ^{208}Pb

3.2.1 Un étalon pour les corrélations d'état fondamental

La qualité de la description du noyau lourd ^{208}Pb , doublement magique, peut servir de critère de base pour notre compréhension du problème nucléaire à plusieurs corps. Dans le modèle en couches le plus simple, les couches de protons sont peuplées jusqu'à la couche $3s_{1/2}$. Effectivement, les spectres [21] $(d, ^3\text{He})$ (v. fig. 3.1) et $(e, e'p)$ sur ^{208}Pb , révèlent chacun une seule transition $3s_{1/2}$ (état fondamental de ^{207}Tl), une seule transition $2d_{3/2}$ ($E_x = 0.35$ MeV), une seule transition $1h_{11/2}$ ($E_x = 1.35$ MeV), et une seule transition $2d_{5/2}$ ($E_x = 1.65$ MeV). Ni dans l'expérience, ni dans les nombreux calculs consacrés à ce sujet, on ne trouve d'indications sur des contributions appréciables de 2 particules et de 2 trous, comme par exemple dans ^{40}Ca (v. § 1.2.1 et 2.2.1), où elles expliquent la faible transition $1f_{7/2}$. Mais ceci ne signifie pas encore que $S_{3s}(g.s.) = 2$ devrait être également vérifié. En effet des corrélations tensorielles et des corrélations de courte portée peuvent conduire à un dépeuplement considérable de la couche extérieure; mais on n'attend les

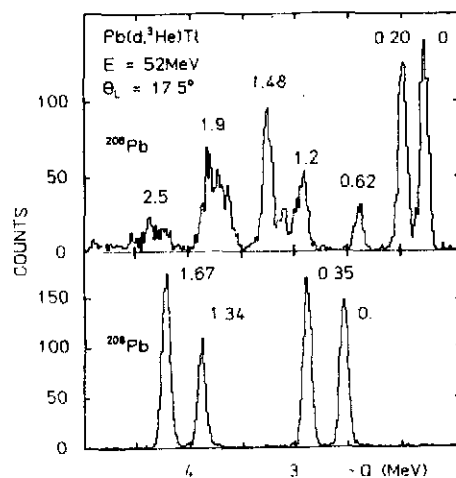


Fig. 3.1: Spectres de la réaction $(d, ^3\text{He})$ sur ^{206}Pb (en haut) et ^{208}Pb (en bas) [21].

transitions faibles correspondantes qu'à des énergies de $\approx 2\pi\omega = 82 A^{-1/3} = 7$ MeV. Mais à cet endroit, le spectre expérimental est tellement dense, que les transitions ne peuvent être observées expérimentalement.

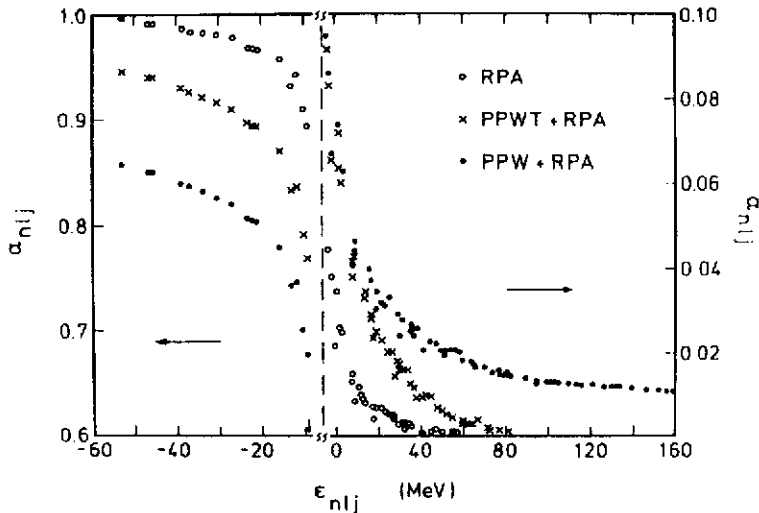


Fig. 3.2: Probabilités d'occupation en fonction de l'énergie [30].

prononcée lors de "l'adoucissement" du seuil de Fermi. Dans la région de la couche de protons 3s, on s'attend, à partir de calculs RPA, à une probabilité d'occupation de 90%, alors qu'en prenant en compte les corrélations tensorielles et de courte portée, on prédit moins de 70% d'occupation. De sorte que la définition du nombre d'occupation de protons de la couche 3s se révèle être une remarquable possibilité pour déterminer l'influence de corrélations d'états fondamentaux.

Nous pouvons cependant nous faire une idée du dépeuplement attendu de la couche de protons en regardant la figure 3.2, qui nous donne la probabilité d'occupation en fonction de l'énergie de la particule individuelle [30]. Notez les différentes échelles pour les états, et au-dessus du seuil de Fermi! Ceci est dû à une asymétrie

Il est clair qu'une mesure de facteurs spectroscopiques absolus n'est pas envisageable, du fait de la trop grande incertitude liée à la méthode. Par une combinaison appropriée des résultats de différentes expériences, on a fait tout récemment des progrès considérables dans la solution de ce problème. Il s'agit de la diffusion élastique d'électrons sur ^{206}Pb et ^{205}Tl [31] pour la mesure de la différence distribution de charge; également de mesures $(d, ^3\text{He})$ et $(e, e'p)$ sur ^{205}Tl et ^{208}Pb , pour une définition précise de facteurs spectroscopiques relatifs lors de l'enlèvement de protons $3s_{1/2}$.

3.2.2 La méthode. (Ref. [32]).

Pour des raisons qui seront évidentes, on ne commence pas par le ^{208}Pb , mais par le ^{206}Pb . Le nombre d'occupation de protons est, d'après notre règle de somme (eq.2.6) exprimé par $n(206) = \sum S_f(206)$, la somme étant à prendre, dans le noyau final ^{205}Tl , sur tous les états étant peuplés par

pick-up ($3s_{1/2}$) ou knock-out. (Par la suite, nous laisserons l'indice $3s_{1/2}$ de côté). Je rappelle les deux problèmes de cette règle de somme: 1. l'inobservabilité des états finals faibles à hautes énergies d'excitation, et 2. la normalisation incertaine de facteurs spectroscopiques.

Pour résoudre le second problème, on joint les facteurs spectroscopique à de l'information de toute autre nature, à savoir, aux distributions de densité de charge, qu'on obtient à partir de la section efficace $\sigma(\theta)$ pour la diffusion élastique d'électrons. Comme vous le savez, on détermine d'abord le facteur de forme

$$|F(q)|^2 = \sigma(\theta)/\sigma_M(\theta)$$

le transfert de quadri-impulsion

$$q^2 = 4p_e p_e \sin^2 \theta / 2 \quad (\text{si } m_e \ll q^2)$$

étant contrôlé au moyen de l'angle de diffusion θ . Partant de là, on peut, en incluant la distorsion des fonctions d'onde électronique, déterminer très précisément la distribution de charge à l'intérieur du noyau, au moyen de deux méthodes, soit la "somme de Gaussiennes", soit le développement de la densité en une série de fonctions de Bessel. Tous les essais théoriques connaissent, jusqu'alors, des difficultés pour reproduire les mesures à l'intérieur du noyau. En général, la distribution de charge $\rho(r)$ est décrite par l'expression

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \rho_{\alpha}(\vec{r}) ; \quad \alpha = n, l, j \quad (3.13)$$

dans laquelle ρ_{α} représente la convolution de la densité de particule individuelle $|\psi_{\alpha}|^2$ et de la densité de charge du proton libre.

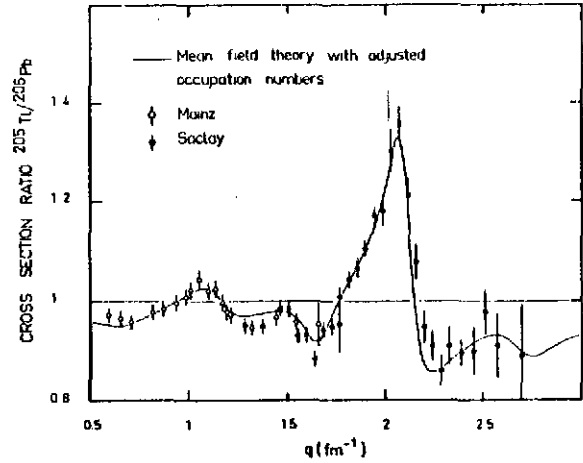
On peut mesurer des différences de distribution de charges $\Delta\rho(r)$ de noyaux voisins encore plus précisément, à savoir, mieux que 1%, car celles-ci ne dépendent finalement que de sections efficaces relatives, sous des conditions par ailleurs identiques pour toutes. Une mesure d'une telle précision a été aussi conduite sur la paire $^{206}\text{Pb}-^{205}\text{Tl}$. La distribution de charge différentielle peut, conformément à (3.13), être exprimée par

$$\Delta\rho(\vec{r}) = \sum_{\alpha} \Delta n_{\alpha} \rho_{\alpha}(\vec{r}) \quad (3.14)$$

où, évidemment,

$$\int \Delta\rho d^3r = 1 \quad \text{et} \quad \Delta n_{\alpha} = n_{\alpha}(206) - n_{\alpha}(205).$$

Fig. 3.3: Rapport des sections efficaces de la diffusion élastique des électrons sur ^{205}Tl et ^{206}Pb . Le calcul Hartree-Fock suppose une occupation de la couche 3s de 70%. [31].



On peut tenter d'isoler le terme associé à $\alpha = 3s_{1/2}$. Frois et al. [31] ont obtenu $\Delta n_{3s} = z = 0.7 \pm 0.1$ de la manière suivante: dans le rapport (v. fig. 3.3) des sections efficaces de ^{206}Pb et ^{205}Tl , la contribution des protons 3s s'exprime par un pic à $q \approx 2 \text{ fm}^{-1}$, qu'on n'attend pas pour d'autres couches. De là, on peut, à partir de la hauteur du pic à 2 fm^{-1} , déterminer la contribution des protons 3s à la différence des charges. Cette analyse est vigoureusement discutée, entre autre parce que l'influence d'effets de polarisation du coeur n'est pas élucidée. L'hypothèse [33] selon laquelle le dépeuplement la couche 3s, représenté en fig. 3.2, se manifeste en $z = 0.7$ est sûrement fausse. Ceci est montré par les expériences de pick-up et knock-out, vers lesquelles nous voulons maintenant nous tourner.

Nous avons une 1^o fois [21], indiqué le lien entre facteurs spectroscopiques et distributions de charges. Il apparaît clairement que:

$$z = \sum_f S_f(206) - \sum_f S_f(205) \quad (3.15)$$

Afin d'obtenir le nombre d'occupation de 3s qui nous intéresse, dans ^{208}Pb , nous divisons par $n(208) = \sum S_f(208)$ et obtenons:

$$n(208) = z / \left\{ \sum_f S_f(206) / \sum_f S_f(208) - \sum_f S_f(205) / \sum_f S_f(208) \right\} \quad (3.16)$$

De la sorte, en mettant à profit notre connaissance de z , nous avons ramené le problème aux facteurs spectroscopiques relatifs, pour la détermination desquels beaucoup des problèmes théoriques et expérimentaux décrits au chapitre 2, disparaissent.

Il reste naturellement la difficulté que la force spectroscopiques, à $E_x > 2 \hbar\omega$, ne peut être appréhendée. On avancera alors l'argument selon lequel la corrélation tensorielle et les corrélations de courte portée devraient se révéler insensibles aux détails de la structure du noyau. Il s'ensuit que le pourcentage de dépeuplement de la couche 3s devrait être le même que dans les noyaux voisins, dans la mesure où il dépend des corrélations citées ci-dessus, et non de corrélations de longue portée. Arrivés à ce point, nous pouvons évaluer les rapports de sommes spectroscopiques au moyen de sommes Σ' tronquées, dans lesquelles seuls les états finals modérément excités $E_x < 2 \hbar\omega$ sont pris en compte. Spécialement pour ^{208}Pb , ceci signifie que $\Sigma' S(208) \approx S_0(208)$, car on n'a pas pu observé d'autre force 3s que la force $S_0(208)$ dans l'état fondamental de ^{207}Tl . Ainsi, nous avons le résultat final [32].

$$n(208) = z / \left\{ \sum_f' S_f(206) / S_0(208) - \sum_f' S_f(205) / S_0(208) \right\} \quad (3.17)$$

3.2.3 Expériences et résultats

L'application d'eq. 3.17 nécessitait alors des mesures de pick-up et knock-out de protons, sur ^{205}Tl et ^{206}Pb , où la mesure fut chaque fois rapportée à la transition d'état fondamental de ^{208}Pb . Pour ceci, on a échangé les cibles à de courts intervalles de temps.

Aussi bien les expériences (d, ^3He) que celles (e, e'p) sur ^{206}Pb [21,34], donnèrent une fragmentation de la force 3s, s'étalant sur plusieurs états finals de ^{205}Tl (fig. 3.1). Ceci montre tout de suite, que ^{205}Tl n'est pas un état-trou de proton $3s_{1/2}$ pur, rapporté à ^{206}Pb ; pour ceci, on ne peut s'attendre, dans la différence des distributions de charge de ^{206}Pb et ^{205}Tl , à une contribution des protons 3s de $z = 1$. La différence des distributions de charge et la fragmentation des forces sont bien plus explicables au moyen d'un modèle de couplage phonon-trou [35], dans ^{205}Tl :

$$|^{205}\text{Tl}, g.s\rangle = \alpha |3s^{-1} \otimes 0^+ + \beta |2d^{-1} \otimes 2^+\rangle \quad (3.18)$$

où $|0^+\rangle$ et $|2^+\rangle$ représentant l'état fondamental et le 1^o état excité de ^{206}Pb .

Table 3.1: Résultats concernant les nombres d'occupation des protons 3s. Les erreurs entre crochets contiennent l'erreur de la grandeur z.

	(d, ^3He)	(e, e'p)
$\Sigma' S_f(206)/S_o(208)$	0.93(4)	0.84(9)
$\Sigma' S_f(205)/S_o(208)$	0.84(9)	
n(205)	1.01[22]	
n(206)	1.71[36]	
n(208)	1.84(27)[38]	1.65/1.70 ^{a)} (18)[26]

a) géométrie fix

En vue de l'application d'éq. 3.17, les sommes des facteurs spectroscopiques 3s sont essentielles. Les résultats des expériences sont compilés dans la table 3.1. Cette table contient également les nombres d'occupation en découlant, pour ^{205}Tl , ^{206}Pb et ^{208}Pb . Entre parenthèses figurent les erreurs sur les expériences (d, ^3He) et (e, e'p), les erreurs entre crochets contiennent en plus l'incertitude en $z = 0.7 \pm 0.1$. Au vu de la petitesse des erreurs dans les sommes spectroscopiques, les erreurs de taille sur les nombres d'occupation surprennent. Ceci est dû à la structure d'éq. 3.17, au dénominateur de laquelle apparaît la différence de deux grandeurs comparables. En dedans des erreurs, les résultats des expériences (d, ^3He) et (e, e'p) sont compatibles. Ils n'excluent pas, comme on peut s'en rendre compte en lisant la fig. 3.2 pour la couche de proton 3s, un taux de dépeuplement de plus de 30% pour ^{208}Pb , mais le rendent improbable. On suppose [30] que l'addition des corrélations RPA et de celles de courte portée, employée par Pandharipande et al. [33], conduit à une surestimation du taux de dépeuplement, ceci dû à un "double comptage". Le "quenching factor" n'est donc pas $q = 0.7$, mais $q = n(^{208}\text{Pb})/2 = 0.9 \pm 0.2$. Un résultat plus parlant encore pourrait être obtenu, entre autres, par la réduction de l'erreur sur z. La condition pour ceci en serait moins une expérience plus précise qu'une analyse plus précise.

Enfin, il faut discuter les nombres d'occupation de ^{206}Pb et ^{205}Tl . Il semble que, dans l'état fondamental de ^{206}Pb , une occupation de la couche protonique 3s moindre de 10% par rapport à ^{208}Pb soit relevée, en conséquence de l'interaction avec les trous-neutron. Le nombre d'occupation $n(205) \approx 1$ de ^{205}Tl (v. table 3.1) laisse penser à des relations simples dans le modèles en couches. Mais un examen plus poussé, ne se basant pas seulement sur les nombres d'occupation, mais aussi la force des transitions prises une à une, confirme bien plus la

situation représentée par l'éq. 3.18. Le facteur spectroscopique pour la transition de l'état fondamental de ^{208}Pb vers ^{207}Tl est $S_0(208) = 2q$, où q [33] est le "quenching factor" $n(208)/2$. Si, dans l'esprit de nos hypothèses sur les corrélations de courte portée, nous supposons également le même "quenching factor" pour ^{206}Pb , nous obtenons alors, en négligeant les corrections de Pauli (v. réf. 21), un facteur spectroscopique $S_0(206) = 2q\alpha^2$, pour la transition d'état fondamental à ^{205}Tl . Ainsi, α^2 est égal au rapport des facteurs spectroscopiques, $S_0(206)/S_0(208) = 0.77 \pm 0.03$, lequel rapport a été minutieusement mesuré (réf. 21). L'hypothèse (3.18) pour l'état fondamental de ^{205}Tl donne alors $n(205) = q(\alpha^2 + 2\beta^2) = 1.1 \pm 0.2$, ce qui concorde avec le résultat $n(205) = 1.01 \pm 0.22$. Pour ceci, nous avons supposé que $2q$ protons sont contenus dans la couche $3s_{1/2}$, dans le 1er état excité de ^{206}Pb , c.a.d., qu'un dépeuplement n'est dû qu'à des corrélations de courte portée.

En résumant, on peut établir que tous les résultats peuvent être décrits de manière consistante par un dépeuplement de la couche de protons $3s_{1/2}$ de 10% (+ 20%, - 10%). Bien que les erreurs expérimentales n'excluent pas un taux de dépeuplement de 30%, les données indiquent plutôt dans le sens d'une moindre influence de corrélations de courte portée, en désaccord avec de fréquentes suppositions.

3.3 Réactions photonucléaires

3.3.1 Réactions avec "mismatch" de l'impulsion

Lors de la mise en oeuvre de la règle de somme de Koltun (§ 3.1), nous avons, partant de l'énergie de liaison manquante, conclu indirectement à des valeurs de la fonction spectrale non nulles aux énergies de séparation et impulsions élevées, et par là, à des divergences d'avec le modèle en couches, à cause de corrélations de courte portée. La faible différence, discutée dans le § 3.2, du nombre de protons de $3s$, dans ^{208}Pb , d'avec celui du modèle en couche, est également mise au compte de corrélations de courte portée, par la théorie. Nous voulons maintenant établir un accès bien plus direct aux corrélations de courte portée, basé sur l'examen de réactions présentant une sensibilité aux composantes d'impulsion élevées de la fonction d'onde. Grâce à la relation d'incertitude $\Delta p \Delta x \approx \hbar$, on teste, au moyen de telles réactions, la fonction d'onde pour de petites distances entre deux nucléons.

Pour de telles investigations, des réactions photonucléaires (γ, N) ou des réactions de production de pions (p, π), ainsi que leurs réactions inverses, sont particulièrement indiquées. Toutes se distinguent par une grande différence entre impulsions de projectiles et d'éjectiles. On parle de "mismatch" de l'impulsion. La relation relativiste liant énergie cinétique et impulsion des particules importantes est représentée dans la fig. 3.4. C'est à cause de la diversité de ces courbes qu'un nucléon libre ne peut absorber un photon ou un pion. Il en va tout autrement avec des nucléons liés. Considérons par exemple, une réaction

$A(\gamma, p_0)A-1$, en l'état fondamental du noyau produit, à, disons, $E_\gamma = 300$ MeV. La valeur Q , d'une valeur typique de ≈ 8 MeV, peut être négligée devant l'énergie cinétique, de sorte que des protons sont émis avec une énergie cinétique d'environ 300 MeV et une impulsion $\vec{p}_p' = 800$ MeV/c. Le noyau de recul doit donc avoir une impulsion $\vec{p}_{A-1} = \vec{p}_\gamma - \vec{p}_p'$ d'une valeur d'au moins 500 MeV/c (pour une émission à 0°). Si le photon n'interagit qu'avec le proton arraché, celui-ci doit avoir avant le choc une impulsion $\vec{p}_p = -\vec{p}_{A-1}$ - tout à fait dans le sens de "l'approximation d'impulsion". La valeur de la section efficace deviendrait, lors de ce mécanisme de "knock-out quasi libre", QFK, ainsi nommé, proportionnel à la densité d'impulsion de la particule individuelle, $|\psi(p)|^2$. Ce mécanisme serait complètement analogue à celui utilisé pour l'interprétation de $(e, e'p)$. Mais maintenant, les fonction d'onde de particule individuelle dans un champ moyen ont déjà très fortement diminué, pour des impulsions, parmi les plus fréquentes ici, étant très grandes devant l'impulsion de Fermi. De sorte que d'autres mécanismes, caractéristiques de corrélations nucléon-nucléon dans le noyau, peuvent être importants pour la production d'impulsions élevées. Avant tout, on y trouve le mécanisme nommé "quasi-deutéron", sur lequel nous reviendrons plus tard.

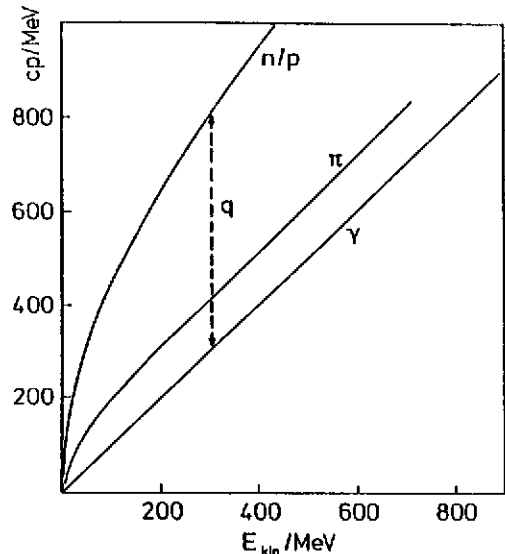


Fig. 3.4: Relation entre impulsions et énergies cinétiques.

Il est clair, quand on regarde la fig. 3.4, que la même chose est valable pour les réactions (p, π) . Dans les faits, l'analogie dans le traitement peut être poussée très loin. Mais, les problèmes expérimentaux, du fait de la courte durée de vie des pions, et les difficultés théoriques, de par la forte interaction des pions, sont plus

ardus que pour les réactions photonucléaires, de sorte que nous concentrerons par la suite sur ces dernières.

Bien que la signification de cette réaction soit depuis longtemps connue, les données aux énergies moyennes sont très peu nombreuses. Ceci est avant tout dû à la difficulté de produire un faisceau de photons monoénergétique. Les deux principales méthodes sont appliquées à Saclay, sur l'ALS, et à Mayence, sur MAMI A. Sur ALS, on emploie l'annihilation de positrons "en vol", en mesurant un des deux photons produits sous un angle connu; il en découle l'énergie du second photon, frappant la cible de mesure. A Mayence, on emploie des photons de rayonnement de freinage marqués; là, l'électron freiné par la production de rayonnement de freinage est mis en évidence dans un spectromètre magnétique. Sa perte d'énergie est égale à l'énergie photonique cherchée. Le nombre de photons que l'on peut, d'une manière ou d'une autre, marquer, dépend étroitement du cycle utile de l'accélérateur. Ce cycle est, au LINAC de Saclay de 1-2%; de la sorte, on obtient des flux de photons marqués de l'ordre de $\approx 10^4/s$ 25 MeV. MAMI A est par contre une machine à courant continu, et on peut y atteindre des flux jusqu'à $5 \cdot 10^7/s$ 25 MeV. Toutefois, l'énergie des électrons est limitée à 180 MeV, à Mayence. Ce n'est qu'avec la fin de l'installation de MAMI B, en 1989, que des électrons à 900 MeV seront disponibles. La plupart des résultats suivants ont été obtenus à l'aide de la vieille méthode de la différence du rayonnement de freinage, où les spectres de protons résultant d'un continuum de rayonnement de freinage, sont enregistrés pour deux énergies d'électrons légèrement différents. Après on soustrait les deux spectres de protons l'un de l'autre. Il faut alors trouver un compromis entre intensité et résolution en l'énergie, ce compromis menant en général à une mauvaise résolution en énergie de l'ordre de quelques MeV. Comme là aussi, l'interprétation théorique des données est contradictoire, nous nous bornons à une discussion qualitative de quelques exemples typiques.

3.3.2 Modèle à une particule pour réactions photonucléaires.

Commençons par la fig. 3.5, qui présente la distribution d'impulsion de mesures $^{40}\text{Ca}(\gamma, p)$, dans lesquelles l'état fondamental ($1/2^+$) et le 1er état excité ($3/2^+$) de ^{39}K pouvaient encore être énergétiquement distingués l'un de l'autre [36].

Les données ont été interprétées dans le sens du mécanisme QFK cité plus haut, qui conduit, d'une façon simplifiée, à la relation suivante:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{c.m.} \sim \frac{p'_p p_p'^2}{E_\gamma} \cdot \eta \cdot \sin^2 \Theta |\psi(\vec{p}_p)|^2 \quad (3.19)$$

θ est l'angle d'émission de protons. L'interaction du noyau résiduel sur le proton émis est représentée par un potentiel optique, dont la partie réelle produit une valeur d'impulsion du proton \vec{p}_p'' à l'intérieur du noyau, différente de la valeur asymptotique \vec{p}_p' . L'effet produit par la partie imaginaire est représenté au moyen d'un facteur d'absorption moyen η . Dans le système de centre de masse, la distribution angulaire reflète une caractéristique dipolaire typique.

Par comparaison, la fig. 3.5 présente des données $(e, e'p)$ pour des impulsions plus faibles, et une fonction d'onde selon le modèle en couches dans l'espace des impulsions. La consistance de ces données est considérée comme un pilier du modèle QFK. Par conséquent, dans le domaine de validité de ce modèle, les réactions (γ, p) à des énergies $E_\gamma \approx 100$ MeV sont recommandées, pour l'investigation de propriétés de particule individuelle du noyau, à des impulsions élevées. Ainsi, les sections efficaces (γ, p) se révèlent être un complément précieux aux expériences $(e, e'p)$. De même, la ressemblance des spectres d'énergies de séparation d'expériences (γ, p) et $(e, e'p)$ suggère l'interprétation de la particule individuelle pour les expériences (γ, p) . Boffi et al. [37] ont conduit un examen détaillé de la réaction (γ, p) dans le cadre du modèle QFK, et obtenu jusqu'aux énergies de 200 MeV, une concordance satisfaisante avec les données.

La situation décrite a néanmoins été retournée par l'observation de Schoch et al. [38,39], selon laquelle les réactions $^{16}\text{O}(\gamma, p_0)$ et $^{16}\text{O}(\gamma, n_0)$ ont des sections efficaces comparables (v. fig. 3.6). Selon le modèle QFK, la section efficace (γ, n) devrait être beaucoup plus petite que celle de (γ, p) , car le photon ne peut interagir avec un neutron que

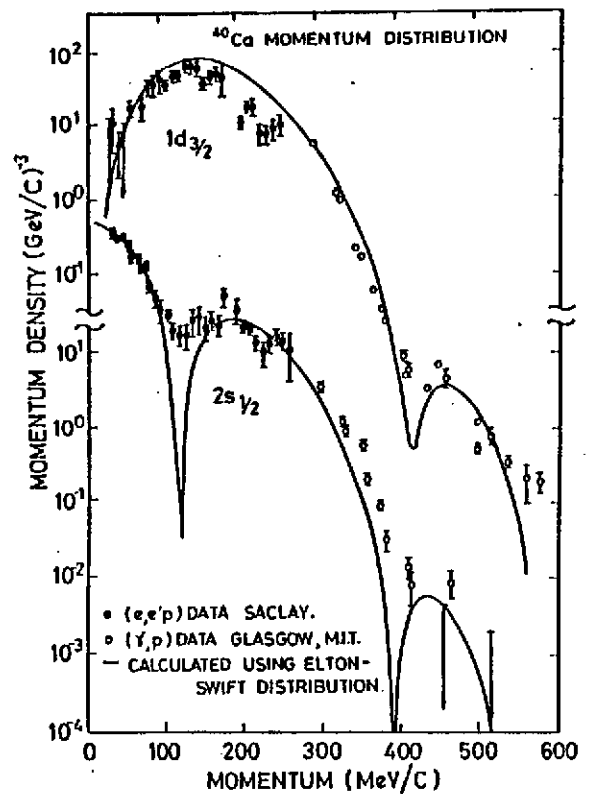
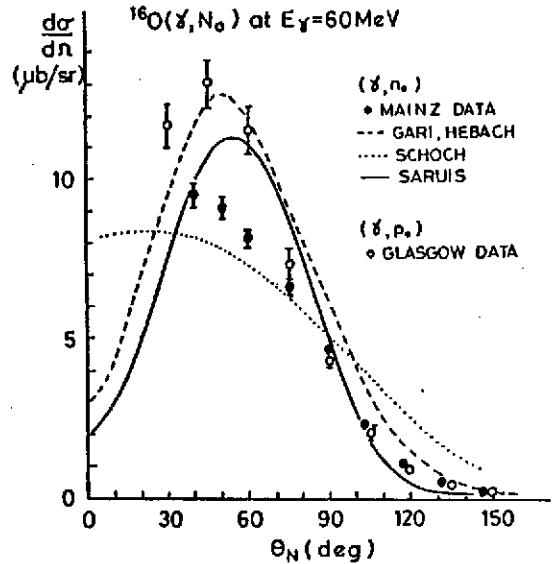


Fig. 3.5: Distributions des impulsions mesurées par des réactions $(e, e'p)$ et (γ, p) Ref. [36].

par le biais du moment magnétique, mais non par le biais de la charge. Une explication qualitative a été proposée par Schoch dans un "modèle de quasi-deutéron", dans lequel est introduite dès le début une symétrie étendue du proton et du neutron.

Fig. 3.6: Comparaison entre les sections efficaces $^{16}\text{O}(\gamma, n_0)$ et $^{16}\text{O}(\gamma, p_0)$.
Ref. [36].



3.3.3 Modèle de quasi-deutéron pour réactions photonucléaires

Pour l'explication de ce modèle, nous rappelons d'abord le premier modèle de quasi-deutéron, qui fut proposé dès 1951, par Levinger [40], dans le but d'expliquer les sections efficaces (γ, np) pour des énergies de protons de plus de 150 MeV. Levinger argumenta que les protons hautement énergétiques n'étaient absorbés dans le noyau que par des couples n-p, car les couples p-p ne possèdent pas de moment dipolaire, et c'est l'interaction dipolaire qui domine à ces énergies. De plus, il put montrer que la fonction d'onde de couples n-p liés dans le potentiel de $(A-2)$ nucléons, est proportionnelle, pour de petites distances, à la fonction d'onde du deutéron libre. De cette manière, il obtint pour la section efficace (γ, np) le résultat

$$\sigma = L \cdot (N \cdot Z / A) \cdot \sigma_d \quad (3.20)$$

où $N \cdot Z$ est le nombre de couples n-p et σ_d la section de photodésintégration pour le deutéron libre. $1/A$ représente le volume du noyau: plus A est grand, plus réduite est la probabilité de trouver un couple n-p dans un état voisin de celui du deutéron libre. Pour le facteur de Levinger, il calcula la valeur de $L = 6.4$.

Levinger n'a pu comparer son modèle qu'avec des spectres de protons et distributions angulaires "inclusives", intégrant les impulsions de neutrons non observées. Les accélérateurs d'électrons à courant continu

permettent des tests détaillés du modèle, au moyen d'expériences de coïncidence n-p. On trouve en effet, que les couples n-p sont émis de préférence sous un angle de 180° (dans le système de centre de masse). A partir de la corrélation angulaire n-p, on peut déduire le mouvement du Fermi du quasi-deutéron lié.

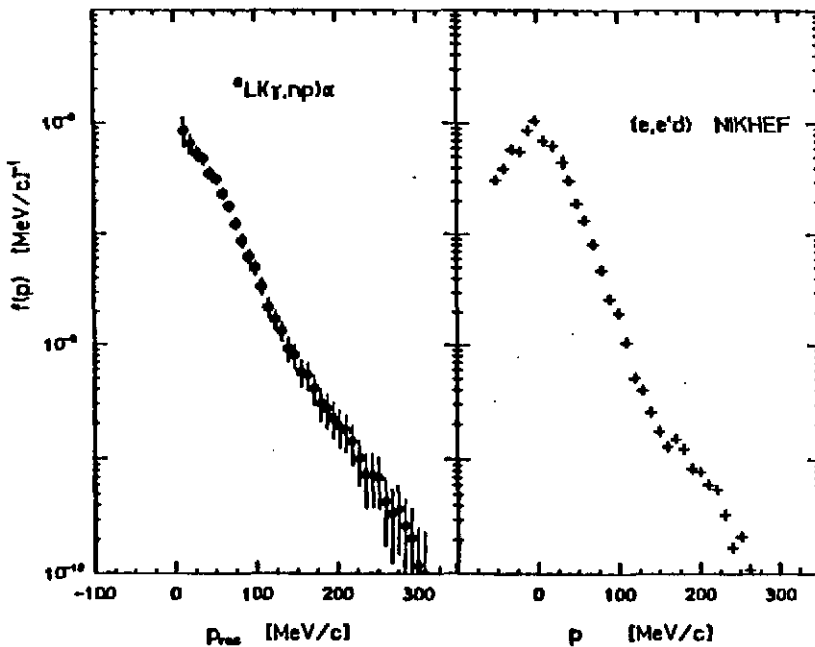


Fig. 3.7: Distributions d'impulsion des quasi-deutérons obtenues par des réactions ${}^6\text{Li}(e,e'd)$ et ${}^6\text{Li}(\gamma,np)$. [41].

Dans une expérience ${}^6\text{Li}(\gamma,np)$ sur MAMI A [41], on a déterminé une distribution d'impulsion des quasi-deutérons correspondant à merveille avec celle obtenue [42] par une expérience ${}^6\text{Li}(e,e'd)$ à NIKHEF (v. fig. 3.7). La dépendance, vis-à-vis de l'énergie, de la section efficace confirme elle aussi le modèle du quasi-deutéron (v. fig. 3.8), dans

lequel toutefois un facteur d'amortissement $\exp(-D/E_x)$ a été ajouté dans l'équation 3.20, avec un paramètre D rendant compte du "Pauli-blocking" pour les états finals occupés. Il n'y a pas de doute que l'examen détaillé de sections efficaces de coïncidences (γ,np) sera à des énergies de photons élevées une bonne méthode pour l'étude des corrélations à courte portée. Pour cette raison, nous construisons actuellement un gros détecteur 4π pour des expériences avec des photons marqués, sur MAMI B.

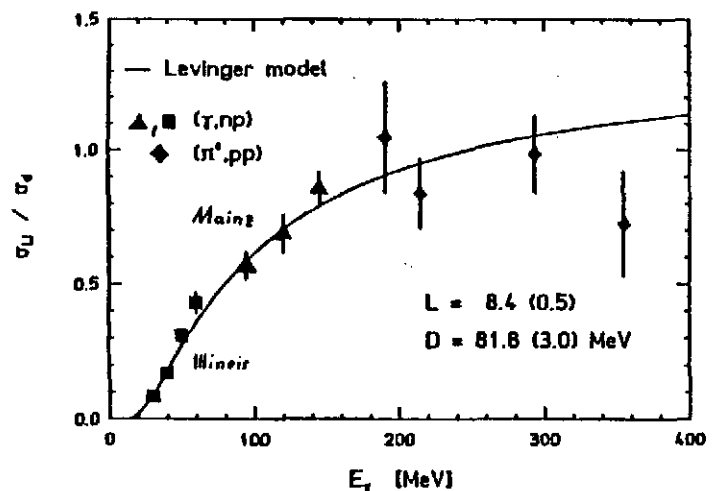


Fig. 3.8: Rapport des sections efficaces ${}^6\text{Li}(\gamma,pn)$ sur $D(\gamma,pn)$.

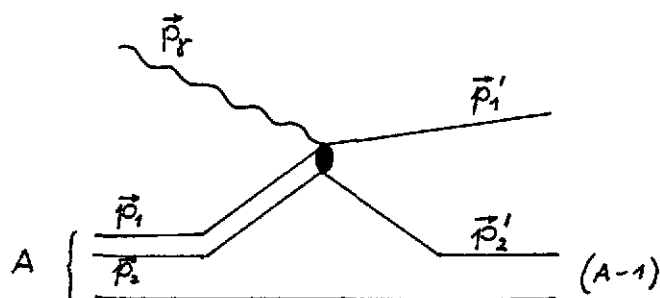


Fig. 3.9: Mécanisme de la réaction (γ, pn) dans le modèle du quasi-deutéron modifié.

Revenons au modèle modifié du quasi-deutéron [38] pour les réactions (γ, N) ! On considère par exemple la réaction (γ, p_0) comme une réaction (γ, pn) avec re-capture immédiate du neutron dans l'état fondamental du noyau résiduel (A-1) (v. fig. 3.9). Ce noyau de recul (A-1) doit ici

aussi recevoir le transfert d'impulsion $p_p' - p_\gamma = q \gg p_F$. L'astuce, lors de l'absorption par un couple n-p corrélé, consiste désormais en ce que le nucléon "2" restant dans le noyau contribue au transfert d'impulsion dans une proportion $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2 - \vec{p}_2' \approx (2q/3)$, de sorte que le nucléon émis "1" ne doit avoir eu avant le choc qu'une impulsion moindre, typiquement $p_1 \approx q/3$. Tant que $q/3 < p_F$, nous avons affaire à un processus autorisé par le modèle du gaz de Fermi pour le noyau, et donc doté d'une certaine probabilité. La probabilité pour un nucléon de recevoir une impulsion $\Delta \vec{p}_2$ lors d'un choc et de rester dans l'état fondamental du noyau A-1, est donnée, comme on sait, par le facteur de forme $F(\Delta \vec{p}_2)$, comme pour la diffusion élastique des électrons. A ce moment, le nucléon "2" voit son impulsion modifiée de $\approx + q/3$ à $- q/3$, et reste en son état de particule individuelle, soit à l'intérieur de la sphère de Fermi. Nous rappelons que le facteur de forme chute vraiment à partir de $2p_F \approx 2.5 \text{ fm}^{-1}$.

Avec ces réflexions, la structure de la section efficace (γ, p) devient compréhensible dans le modèle modifié du quasi-deutéron:

$$\sigma(\gamma, p) = (L/A) \cdot \sigma_{el} \cdot |M(\vec{q})|^2 \quad (3.21)$$

où

$$M(\vec{q}) = \int \psi(\vec{p}_1) \cdot F^{A-1}(\Delta \vec{p}_2) d^3 p_1 ; \quad \Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_1 - \vec{p}_1' + \vec{p}_\gamma \quad (3.22)$$

Avec ce modèle simple, Schoch et al. [38,39] ont obtenu une bonne approximation, par exemple, des sections efficaces $^{16}\text{O}(\gamma, n)$ et $^{16}\text{O}(\gamma, p)$, à $E_\gamma = 60 \text{ MeV}$ (v. fig.3.6) Cette image simple n'est guère satisfaisante, car il n'est fait aucune hypothèse sur la nature des corrélations n-p, et parce que la nature hors couche du nucléon "2" n'est pas considérée.

Il existe des tentatives d'une description théorique (v. fig. 3.6). Elles sont toutes basées sur l'idée essentielle, contenue dans ce modèle, d'éliminer le problème du mismatch de l'impulsion dans le modèle à une

particule individuelle, en répartissant la forte impulsion de transfert sur deux nucléons. De même, des processus (p,π) sont récemment traités sous cet aspect. C'est pour cette raison que j'ai traité ce modèle avec tant de détail.

Donc, partout où le processus du quasi-deutéron domine, la nature nous donne une possibilité d'étudier les corrélations nucléon-nucléon. En ce moment, le débat est ouvert, de savoir sous quelles conditions le modèle à une particule (v. fig. 3.5) et sous quelles conditions le modèle de quasi-deutéron (v. fig. 3.6) domine. L'énergie de photon joue très certainement un rôle essentiel. On suppose également que des photons polarisés transversalement interagissent plus fortement avec des courants d'échanges mésoniques que ne le font les photons polarisés longitudinalement - photons virtuels lors de réactions $(e,e'p)$ à faibles angles de diffusion. Pour cette raison, il se pourrait que les réactions $(e,e'p)$ soient plutôt sensibles aux propriétés de particule individuelle, et que les processus (γ,p) le soient plus aux corrélations de couple. Ceci motive nos travaux futurs au ("tagger") de photons à l'accélérateur MAMI B de Mayence.

Remerciement

Je voudrais remercier Mme. Inge Ulrich pour son travail remarquable dans la production de ce manuscrit. J'exprime également ma reconnaissance à Mm. D. Goutte, J.-L. Servant et M. Walz pour leur participation.

Références

1. M.G. Mayer and J.H.D. Jensen "Elementary Theory of Nuclear Shell Structure", Wiley, New York (1955)
2. S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 29, no. 16
3. B.A. Brown, Proc. Int. Nucl. Phys. Conf., Harrogate (1986), Vol. 2, p. 119
4. P. Ring and P. Schuck, "The Nuclear Many-Body Problem" Springer, New York (1980)
5. T. Koopmans, Physica 1 (1934) 104
6. P. Doll, G.J. Wagner, K.T. Knöpfle and G. Mairle, Nucl. Phys. A263 (1976) 210
7. S.T. Butler, "Nuclear Stripping Reactions", Horwitz Publications, Sidney (1957)
8. V. Bechtold *et al.*, Phys. Lett. 72B (1977) 169
9. J. Kasagi *et al.*, Phys. Rev. C28 (1983) 1065
10. H.C. Newns, Proc. Phys. Soc. (London) A66 (1953) 477
11. P. Kitching *et al.*, Nucl. Phys. A340 (1980) 423
12. S. Frullani and J. Mougey, Adv. Nucl. Phys. 14 (1984) 1
13. J. Mougey *et al.*, Nucl. Phys. A262 (1976) 461
14. M.H. Macfarlane and J.B. French, Revs. Mod. Phys. 32 (1960) 567
15. P.J. Brussaard and P.W.M. Glaudemans, "Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy", North Holland (1977)
16. P.K.A. de Witt Huberts, Proc. Int. Conf. Nucl. Phys., Harrogate, U.K. (1986) vol. 2 p. 61
17. R.J. Philpott, W.T. Pinkstein and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A119 (1968) 241
18. W.D.M. Rae, D.Ph. thesis, Oxford (1978)
19. J.S. Winfield *et al.*, Nucl. Phys. A437 (1985) 65
20. G.J. Kramer *et al.*, appears in Nucl. Phys. A
21. P. Grabmayr *et al.*, Phys. Lett. 164B (1985) 15
22. M. Bernheim *et al.*, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 898
23. M. Bernheim *et al.*, Nucl. Phys. A375 (1982) 381
24. S. Boffi *et al.*, Nucl. Phys. A336 (1980) 437
25. J.W.A. den Herder *et al.*, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 1843
26. J.W.A. den Herder *et al.*, Phys. Lett. B184 (1987) 11
Phys. Lett. B161 (1985) 65
27. A. Stuirbrink *et al.*, Z. Phys. 297 (1980) 307
28. D.S. Koltun, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 182
Phys. Rev. C9 (1974) 484
29. A. Faessler, S. Krewald and G.J. Wagner, Phys. Rev. C11 (1975) 2069

30. M. Jaminon, C. Mahaux and H. Ngô, Nucl. Phys. A440 (1985) 228
31. B. Frois *et al.*, Nucl. Phys. A396 (1983) 409c
32. H. Clement, P. Grabmayr, H. Röhm and G.J. Wagner
Phys. Lett. B183 (1987) 127
33. V.R. Pandharipande, C.N. Papanicolas and J. Warnbach
Phys. Lett. Rev. 53 (1984) 1133
34. E.N.M. Quint *et al.*, Phys. Rev. Lett.
35. L. Zamick, V. Klemt and J. Speth, Nucl. Phys. A245 (1975) 365
36. R.O. Owens, Invited paper, "The 6th Seminar on Electromagnetic
Interactions with Nuclei at Low and Medium Energies", Moscow (1984)
37. S. Boffi, C. Ginsti and F.D. Pacati, Nucl. Phys. A359 (1981) 91
38. B. Schoch, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 80
39. H. Göringer, B. Schoch and G. Lührs, Nucl. Phys. A384 (1982) 414
40. J.S. Levinger, Phys. Rev. 84 (1951) 43
41. S. Klein *et al.*, Verhandlungen der DPG 4 (1987)
42. H.P. Blok *et al.*, Verhandlungen der DPG 4 (1987)
43. T. de Forest, Nucl. Phys. A392 (1983) 232

EFFETS DES COLLISIONS SUR LA DYNAMIQUE NUCLEAIRE

C. Grégoire

RESUME :

Nous présentons ici une approche à la dynamique nucléaire dans le cadre d'une approximation semi-classique. Termes de champ moyen et de collisions nucleon-nucleon gouvernent les phénomènes dynamiques. Nous discutons les limites de validité d'une telle approche et la manière d'obtenir des solutions approchées des équations cinétiques dérivées. Des exemples d'application à l'équilibration dans les collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires sont discutés.

ABSTRACT :

An approach to nuclear dynamics is presented in the framework of a semi-classical approximation. Mean field and collision term govern dynamical processes. We discuss limits of validity of this approach and we describe some methods for getting approximated solutions to the derived kinetic equations. Applications concerning equilibration in heavy ion collisions at intermediate energies are given.

EFFETS DES COLLISIONS SUR LA DYNAMIQUE NUCLEAIRE

par

Christian GREGOIRE

GANIL

BP 5027 - 14021 CAEN CEDEX, France

INTRODUCTION

La dynamique nucléaire au delà des modes de petite amplitude a pu être abordée depuis le début des années 1970 sous un angle nouveau avec les possibilités offertes par les accélérateurs d'ions lourds auprès desquels on peut provoquer des collisions entre noyaux. Cette branche d'activité de la physique nucléaire est bien l'héritière directe des études menées dès 1939 sur la fission nucléaire avec la question associée à la dynamique du point selle au point de scission. Parmi les premiers outils théoriques se trouvent les théories du transport (Kramers 1940) [1]. Certaines variables macroscopiques (pour lesquelles les temps caractéristiques d'équilibration sont supposés grands par rapport aux temps d'équilibration des degrés de liberté internes du système) sont suivies au cours du temps à l'aide des équations de Fokker-Planck ou de Schlomuchovski. La viscosité (ou friction) résulte du couplage variables collectives - variables intrinsèques. Le théorème de fluctuation-dissipation nous dit quelle est la dispersion autour des valeurs moyennes des observables macroscopiques. Dans ces théories de transport (voir le cours de J. Richert dans les comptes rendus de l'école Joliot Curie 1982) [2], la dynamique résulte de déplacements dans un espace de phase collectif sur la surface de potentiel collectif construite en faisant certaines hypothèses (approximations soudaines ou adiabatiques) sur les variables intrinsèques. En d'autres termes, on renonce ici à mener une théorie autocohérente des processus.

En fait, il a fallu que se développe la théorie Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF) pour donner une description microscopique autocohérente de la dynamique nucléaire [3]. Les succès de TDHF ont été nombreux dans l'analyse des résultats expérimentaux obtenus à basse énergie. Néanmoins TDHF repose entièrement sur une approximation de champ moyen où les interactions résiduelles sont ignorées. Cette approximation est d'autant mieux satisfaite que les états quantiques accessibles aux nucléons participants aux collisions dues à l'interaction résiduelle sont déjà occupés. C'est une situation que l'on rencontre quand les noyaux sont peu perturbés, c'est-à-dire dans les processus de basse énergie. Une extension de TDHF qui tient compte des collisions nucléon-nucléon résiduelles (c'est-à-dire la sommation moyenne sur les interactions - champ moyen - étant déjà faite) conduit à un ensemble d'équations portant sur les nombres d'occupation des états. Ces équations, du type équation de Pauli, entraînent le système vers

l'équilibre statistique. En fait, le terme de collision joue ici le rôle de celui de Boltzmann pour l'atteinte de l'équilibre par un gaz dilué [4]. Cette analogie n'est pas fortuite, car se placer au delà du champ moyen revient à prendre en compte une équation supplémentaire dans une hiérarchie d'équations pour les fonctions de distribution à n -particules ; que ce soit en mécanique classique ou en mécanique quantique. En fait, pour introduire les ingrédients rentrant dans la représentation du terme de collisions, il peut être avantageux de se placer à l'approximation semi-classique, qui est bien justifiée pour de nombreux phénomènes de la physique nucléaire. Ce n'est que lors de ces toutes dernières années que des méthodes de résolution des équations semi-classiques (Vlasov et Landau-Vlasov) régissant la dynamique à un corps du système ont été mises au point. Dans le cadre de la physique nucléaire, le champ d'application naturel est celui des activités liées à la physique des ions lourds et en particulier celles liées au Grand Accélérateur National D'ions Lourds (GANIL) implanté à Caen et en fonctionnement depuis début 1983.

Les deux chapitres de ce cours font appel à des concepts aussi anciens que ceux proposés par Boltzmann mais aussi à des techniques de simulation utilisées depuis deux ans tout au plus. C'est dire qu'il ne peut vraiment s'agir d'un cours académique où toutes les notions sont complètement éprouvées.

Dans le premier chapitre nous allons dériver une équation cinétique décrivant la dynamique nucléaire de manière microscopique et autocohérente. Cette équation constitue une extension de l'équation TDHF. L'approximation semi-classique de TDHF qui est l'équation de Vlasov sera alors indiquée ainsi que les méthodes permettant d'en obtenir des solutions approchées. Dans les cas de systèmes unidimensionnels et de systèmes à symétrie sphérique ces solutions, appliquées aux collisions de dalles de matière et à l'expansion de noyaux sphériques excités, seront discutées. Dans un deuxième chapitre, nous aborderons la phénoménologie des termes de collisions et son application aux collisions entre ions lourds. Nous indiquerons quels sont les rôles respectifs du champ moyen et du terme de collisions dans plusieurs situations. Enfin, un lien avec les théories de transport sera donné par le calcul des dispersions à l'aide des méthodes de résolution de l'équation de Landau-Vlasov.

Chapitre I -Equation cinétique et dynamique nucléaire. Recherche de solutions approchées

I.1. - Opérateurs densité

Considérons un système isolé (S) caractérisé par un vecteur d'état $|\phi\rangle(t)$ à l'instant t et dont l'hamiltonien est H (indépendant de t puisque (S) est isolé). La solution formelle de l'équation de Schrödinger étant :

$$|\phi\rangle_t = \exp(-i H t) |\phi\rangle_{(t=0)} \quad (1)$$

la valeur moyenne d'une observable A à l'instant t n'est autre que :

$$\langle A \rangle (t) = \langle \phi |_t A | \phi \rangle_t \quad (2)$$

soit : $\langle A \rangle (t) = \langle \phi_0 | A_t | \phi_0 \rangle$

où $A_t = \exp(i H t) A \exp(-i H t)$ (3)

est la représentation d'Heisenberg de l'opérateur A.

On a donc :

$$\langle A \rangle (t) = \text{Tr } D_0 A_t \quad (4)$$

où D_0 est un opérateur de projection (c'est-à-dire vérifiant l'identité $D_0^2 = D_0$) défini par :

$$D_0 = | \phi_0 \rangle \langle \phi_0 | \quad (5)$$

D_0 est l'opérateur densité associé à l'état pur $|\phi_0\rangle$ du système (S).

Si le système n'est pas dans un état pur, c'est-à-dire que notre connaissance en est incomplète, le vecteur d'état du système n'est pas entièrement fixé. Néanmoins, il est alors possible de décrire le système comme un mélange statistique d'états $|\phi_\lambda\rangle$, chacun d'entre eux avec une probabilité p_λ .

L'opérateur densité D s'écrit alors :

$$D = \sum_{\lambda} |\phi_\lambda\rangle p_\lambda \langle \phi_\lambda| \quad (6)$$

La valeur moyenne de toute observable A est :

$$\langle A \rangle = \text{Tr } D A \quad (7)$$

Des propriétés de l'opérateur densité sont obtenues du fait que les probabilités p_λ sont réelles, positives et telles que :

$$\sum_{\lambda} p_\lambda = 1 \quad (8)$$

Elles sont respectivement : hermiticité de D ; D est semi-défini positif ; la trace de D est égale à l'unité.

La méthode qui sera développée au paragraphe suivant repose sur une procédure de réduction de l'opérateur densité du système constitué de N particules :

$$D = D(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \quad (9)$$

Le projecteur, ou opérateur de projection, est défini comme étant la trace portant sur $(N-k)$ degrés de liberté. Cette procédure est similaire à celle proposée par Nakajima and Zwanzig pour obtenir une densité réduite portant sur un sous espace collectif [5]. Une matrice densité réduite à k -particules est définie par :

$$\rho^{(k)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_k) = \frac{N!}{(N-k)!} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} D \quad (10)$$

Le facteur $N!/(N-k)!$ vient de la propriété de trace unité de l'opérateur D :

$$\text{Tr}_{(1, \dots, N)} D = 1 \quad (11a)$$

$$\text{Tr}_{(1, \dots, k)} \rho^{(k)} = \frac{N!}{(N-k)!} \quad (11b)$$

Les équations (11) permettent de reformuler l'équation (7) donnant la valeur moyenne de toute observable A :

$$\text{Tr}_{(1, \dots, N)} A D = \langle A \rangle \quad (12a)$$

$$\text{ou } \frac{1}{k!} \text{Tr}_{(1, \dots, k)} A^{(k)} \rho^{(k)} = \langle A \rangle \quad (12b)$$

si $A = A^{(k)} \equiv A(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_k)$ est une observable à k -particules.

1.2. - La hiérarchie d'équations BBGKY (Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon).

La hiérarchie BBGKY est obtenue en appliquant la technique de projection du paragraphe précédent à l'équation de la dynamique pour D , c'est-à-dire l'équation de Von Neumann :

$$i \hbar \frac{d}{dt} D = [H, D] \quad (13)$$

H est l'hamiltonien à N -particules. La hiérarchie d'équations peut être établie dans le cas d'interactions à deux-corps. Elle décrit la dynamique des corrélations à un nombre quelconque de particules, ce nombre allant de 1 à N . Ecrivons H :

$$H = \sum_{i=1}^N K_i + \sum_{i < j=1}^N V_{ij} \quad (14)$$

D'autre part, l'équation (13) s'écrit :

$$i \hbar \frac{d}{dt} D = L D \quad (15)$$

où $L = [H, \]$ est le Liouvillien (16)

Compte tenu de (14), le Liouvillien se décompose de la manière suivante :

$$L D = \left(\sum_{i=1}^N L_i^0 + \sum_{i < j=1}^N L_{ij} \right) D \quad (17)$$

avec $L_i^0 = [K_i,]$ and $L_{ij} = [V_{ij},]$ (18)

Lemme : Les relations $\text{Tr}_{(j)} L_j^0 D = \text{Tr}_{(j,k)} L_{jk} D = 0$ (19)

sont vérifiées pour tout j et k.

En effet, l'équation (11) donne :

$$\frac{d}{dt} \text{Tr}_{(1, \dots, N)} D = 0 \quad (20)$$

ce qui, porté dans l'équation de la dynamique (15), permet d'écrire :

$$\left(\sum_{j=1}^N \text{Tr}_{(1, \dots, N)} L_j^0 + \sum_{j < k=1}^N \text{Tr}_{(1, \dots, N)} L_{jk} \right) D = 0 \quad (21)$$

Puisque (21) est vérifiée quelque soit N, les relations (19) sont bien vérifiées.

La hiérarchie BBGKY :

En utilisant les définitions equ. (10) et l'équation (13), l'équation d'évolution pour les densités $\rho^{(k)}$ s'écrit :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(k)} = \frac{N!}{(N-k)!} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \left[\sum_{i=1}^N K_i + \sum_{i < j=1}^N V_{ij}, D \right] \quad (22a)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(k)} = \frac{N!}{(N-k)!} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \left[\sum_{i=1}^N L_i^0 + \sum_{i < j=1}^N L_{ij} \right] D \quad (22b)$$

On a utilisé ici les définitions (17) pour les opérateurs de Liouville.

Considérons indépendamment le terme cinétique et le terme d'interaction à deux-corps :

a) Terme d'énergie cinétique :

$$\begin{aligned} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \sum_{i=1}^N L_i^0 D &= \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \sum_{i=1}^k L_i^0 D \text{ parce que (19) est vérifiée} \\ &= \sum_{i=1}^k L_i^0 \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} D \end{aligned} \quad (23)$$

b) Terme d'interaction :

$$S_2 = \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \sum_{j=1}^N \sum_{i < j} L_{ij} D = \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \left[\sum_{j=1}^k \sum_{i < j} + \sum_{j=k+1}^N \sum_{i=1}^k \right] L_{ij} D \quad (24)$$

par utilisation de Lemme (19) S_2 peut être transformé :

$$S_2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i < j} L_{ij} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} D + \sum_{j=k+1}^N \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \sum_{i=1}^k L_{ij} D \quad (25)$$

$$S_2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i < j} L_{ij} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} D + (N-k) \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} \sum_{i=1}^k L_{i, k+1} D \quad (26)$$

$$S_2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i < j} \text{Tr}_{(k+1, \dots, N)} D + \sum_{i=1}^k \text{Tr}_{(k+1)} L_{i, k+1} (N-k) \text{Tr}_{(k+2, \dots, N)} D \quad (27)$$

Le facteur $(N-k) \text{Tr}_{(k+2, \dots, N)} D$ multiplié par $\frac{N!}{(N-k)!}$ dans (22a) donne $\rho^{(k+1)}$.

c) Conclusion

En regroupant (15) et (19), l'équation (22b) devient :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(k)} &= \sum_{i=1}^k L_i^0 \rho^{(k)} + \sum_{j=1}^k \sum_{i < j} L_{ij} \rho^{(k)} \\ &+ \sum_{i=1}^k \text{Tr}_{(k+1)} L_{i, k+1} \rho^{(k+1)} \end{aligned} \quad (28)$$

où $\rho^{(k)}$ est couplé à $\rho^{(k+1)}$ déterminant ainsi une hiérarchie d'équations dont les deux premières s'écrivent :

$$k = 1 : i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} L_{12} \rho^{(2)} \quad (29)$$

$$k = 2 : i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(2)} = (L_1^0 + L_2^0) \rho^{(2)} + L_{12} \rho^{(2)} + \text{Tr}_{(3)} (L_{13} + L_{23}) \rho^{(3)} \quad (30)$$

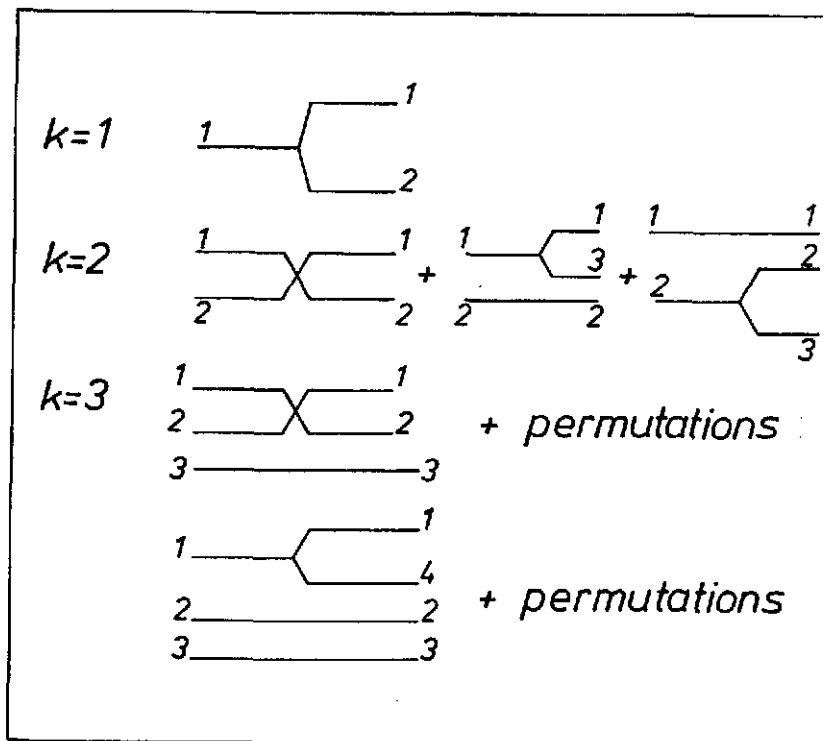


FIGURE 1

LA HIÉRARCHIE D'ÉQUATIONS BBGKY S'OBTIENT PAR SOMMATION DES INTERACTIONS AU POINT D'INTERSECTION ENTRE LIGNES (DE DROITE À GAUCHE). CETTE ILLUSTRATION DIAGRAMMATIQUE EST EXTRAITE DE LA RÉFÉRENCE [6].

Une représentation graphique (réf. [6]) de la hiérarchie BBGKY est dessinée à la figure 1. A partir de l'équation (29), on déduit aisément les équations de Hartree et de Hartree-Fock en supposant que les corrélations à deux particules peuvent être négligées.

A l'approximation de Hartree :

$$\rho^{(2)} = \rho_1 \rho_2 \quad (31)$$

alors que $\rho^{(2)} = \rho_1 \rho_2 A_{12}$ à l'approximation de Hartree-Fock l'opérateur A_{12} étant l'opérateur d'antisymétrisation.

En portant (31) dans l'équation (29), on obtient :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} L_{12} \rho_2 \rho_1 \quad (32)$$

L'opérateur $\text{Tr}_{(2)} L_{12} \rho_2 = [U_1, \quad]$ décrit le champ moyen dérivé de l'interaction nue V_{12} .

L'équation (32) s'écrit :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = [h, \rho^{(1)}] \quad (33)$$

où $h = K + U_1$ est le hamiltonien de Hartree ou de Hartree-Fock par introduction de termes d'échanges dans U_1 .

Si l'on souhaite étendre les équations Hartree ou Hartree-Fock dépendantes du temps en vue de tenir compte de l'interaction résiduelle, la hiérarchie BBGKY est donc l'outil naturel à utiliser puisque les ordres successifs des corrélations y sont décrits. Aller au delà du champ moyen consiste alors à faire des approximations moins sévères que celle indiquée à l'équation (31), mais en procédant de la même manière c'est-à-dire en découplant les équations d'ordre le plus bas en le nombre de particules. Ces équations forment alors un système d'équations fermé. Dans le contexte de la physique nucléaire, une telle dérivation a été effectué juste au delà de Hartree ou Hartree-Fock par W. Botermans et R. Malfliet [7] et donne lieu à une équation cinétique du type Boltzmann avec champ moyen.

I.3. - Méthodes de troncation et dérivation d'une équation cinétique

Nous suivrons dans ce paragraphe la démarche des auteurs de la référence [7] qui nous conduit tout d'abord à une équation de Boltzmann quantique (équation de Waldmann-Snider) puis à l'équation cinétique incluant le champ moyen. Mentionnons que la référence [8] donne pour sa part une dérivation du même type des équations dynamiques par l'étude des fonctions de Green du système.

I.3.a) - L'équation de Waldmann et Snider [9,10]

La première extension des équations TDHF peut s'obtenir par une troncation de l'équation (30), le terme en $\text{Tr}^{(3)}$ étant purement et simplement négligé. Cela revient à négliger les diffusions à deux particules en présence des autres c'est-à-dire à négliger les effets de milieu. L'équation (20) se réduit alors à la description dynamique des corrélations à deux particules libres. Introduite dans l'équation (29), la solution de l'équation (30) fournit alors une extension naturelle des équations Hartree ou Hartree-Fock (33). Cette équation a la forme d'une équation cinétique et a été dérivée par Snider pour des systèmes moléculaires à la limite du gaz dilué avec des interactions à courte portée. L'équation de Waldmann-Snider peut donc être considéré comme un analogue quantique de l'équation de Boltzmann (nous reviendrons sur ce point au chapitre II) pour des systèmes inhomogènes.

Les étapes de la dérivation ont donc pour point de départ l'équation (30) tronquée de son dernier terme soit :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(2)} = (L_1^0 + L_2^0) \rho^{(2)} + L_{12} \rho^{(2)} \quad (34)$$

dont la solution est :

$$\rho^{(2)}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} (L_1^0 + L_2^0 + L_{12}) (t-t_0)} \rho^{(2)}(t_0) \quad (35)$$

La relation (35) est équivalente à l'expression :

$$\rho^{(2)}(t) = \Omega_{12} \rho^{(2)}(t_0) \Omega_{12}^+ \quad (36)$$

où Ω_{12} est l'opérateur de Møller

$$\text{et } \rho^{(2)}(t_0) = \rho_1 \rho_2 \text{ (antisymétrisé pour un système de fermions)} \quad (37)$$

Cette hypothèse portant sur $\rho^{(2)}(t_0)$ est connue dans la littérature [6] sous le nom d'hypothèse du chaos moléculaire ou de stosszahlansatz [4].

L'opérateur de Møller est solution de l'équation :

$$\Omega = 1 + gV\Omega \quad (38)$$

où g la fonction de Green définie par : $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (E_a - K + i\epsilon)^{-1} = g_a$

En théorie des collisions [11], la matrice T est liée à l'opérateur de Møller par : $T = V\Omega$

ce qui indique le lien à la section efficace nucléon-nucléon libre.

Portant (36) dans l'équation de la dynamique à un corps (29), on a :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} L_{12} \Omega_{12} \rho_1 \rho_2 \Omega_{12}^+ \quad (39)$$

$$= L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} \{ V_{12} \Omega_{12} \rho_1 \rho_2 \Omega_{12}^+ - \Omega_{12} \rho_1 \rho_2 \Omega_{12}^+ V_{12} \} \quad (40)$$

En utilisant la relation (38) et la définition de la matrice T :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} \{ T_{12} \rho_1 \rho_2 (1+g V_{12} \Omega_{12})^+ - (1+g V_{12} \Omega_{12}) \rho_1 \rho_2 T_{12}^+ \} \quad (41)$$

ce qui permet d'écrire :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} \{ T_{12} \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_2 T_{12}^+ \} \quad (42)$$

$$+ \text{Tr}_{(2)} \{ T_{12} \rho_1 \rho_2 T_{12}^+ g^+ - g T_{12} \rho_1 \rho_2 T_{12}^+ \}$$

Le produit $\rho_1 \rho_2$ peut être remplacé par $\rho_1 \rho_2 A_{12}$ si l'on souhaite une extension des équations de Hartree Fock. L'équation (42) est appelée l'équation de Waldmann-Snider.

Elle peut être transformée en une équation de Boltzmann en supposant tous les opérateurs diagonaux en énergie. Dans cette représentation, ils commutent donc tous. Comme d'autre part, les fonctions de Green et la matrice T vérifient :

$$g^+ - g = 2\pi i \delta(E-K_1-K_2) \quad (43a)$$

$$\text{et} \quad T_{12}^+ - T_{12} = 2\pi i \delta(E-K_1-K_2) T_{12}^+ T_{12} \quad (43b)$$

on obtient un terme de gain et un terme de perte associés à la section efficace nucléon-nucléon donnée par la matrice T :

$$\sigma(a \rightarrow b) = (2\pi)^4 \mu^2 h^2 \left(\frac{k_b}{k_a} \right) |T_{ab}|^2 \quad (44)$$

où k_a et k_b sont les nombres d'onde associés aux états a et b des deux nucléons en interaction avant et après collision.

1.3.b. - L'équation de Botermans-Malfliet [7]

Une équation cinétique plus générale que celle de Waldmann-Snider est obtenue ici en prenant en compte le terme en $\text{Tr}_{(3)}$ dans l'équation (30). Comme nous l'avons déjà dit, ce terme correspond au mouvement des deux particules en interaction en présence du champ moyen (puisqu'il est sommé sur les particules 3) créée par toutes les particules constituant le système. En d'autres termes, cette extension

repose sur la même sommation que celle présente dans l'équation de Bethe-Goldstone dans la théorie de Brueckner [12,13]. Cette remarque est celle qui a conduit les auteurs de [7] à une équation cinétique où champ moyen et termes de collisions sont présents. Cela apporte une réponse à la question de savoir s'il n'y a pas double comptage entre les deux composantes (champ moyen et collisions). En effet le terme cinétique de Waldmann Snider étant une extension de l'approximation de champ moyen, il est légitime de se demander si une équation comportant ce terme de collisions n'exclut pas de fait le champ moyen qui serait alors comptabilisé deux fois. La réponse apportée par Botermans et Malfliet est que non si les sections efficaces nucléon-nucléon sont calculées dans le milieu (et non pas prises libres) et si le champ moyen est dérivé de la partie réelle de la matrice G de Brueckner.

Adoptons la même méthode qu'en I.3.a :

a) La matrice densité à trois particules $\rho^{(3)}(1,2,3)$ s'écrit :

$$\rho^{(3)}(1,2,3) = \Omega_{13} \rho^{(2)}(1,2) \rho^{(1)}(3) A_{13} \Omega_{13}^+ + \Omega_{23} \rho^{(2)}(1,2) \rho^{(1)}(3) A_{23} \Omega_{23}^+ \quad (45)$$

où Ω est l'opérateur de Moller pour la diffusion à deux particules et $A_{ij} = 1 - P_{ij}$ est l'opérateur d'antisymétrisation.

b) La trace $\text{Tr}_{(3)}$ de l'équation (30) devient, en utilisant (45) :

$$\text{Tr}_{(3)} (L_{13} + L_{23}) \rho^{(3)} = \{U_1 + U_2, \rho^{(2)}\}_+ \quad (46)$$

$$\text{où } U_i = \text{Tr}_{(3)} V_{i3} \Omega_{i3} A_{i3} \rho_3$$

$$\text{et } \{A, B\}_+ = AB - BA^+$$

Le signe $=$ signifie que seuls les termes linéaires en ρ ont été gardées en appliquant la relation (38).

c) Le terme $\text{Tr}_{(2)}$ de l'équation (29) devient, avec les relations (36) et (38) :

$$\text{Tr}_{(2)} L_{12} \rho^{(2)} = \{U_1, \rho^{(1)}\}_+ \quad (47)$$

ce qui donne $\rho_{12}(t_0)$ à partir de $\rho_1(t)$ $\rho_2(t)$

L'opérateur de Moller Ω_{12} est estimé dans le milieu. Il est solution de l'équation (38) où g est multiplié par un opérateur de Pauli.

$$(1-\rho_1) (1-\rho_2).$$

$$\text{Si } H_{12}^0(t) = K_1 + K_2 + U_1(t) + U_2(t) \quad (48)$$

$$\text{et } H_{12}(t) = H_{12}^0(t) + V_{12} \quad (49)$$

L'équation de Botermans-Malfliet est formellement identique à l'équation (42) :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = L_1^0 \rho^{(1)} + \text{Tr}_{(2)} \{G_{12} A_{12} \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_2 A_{12} G_{12}^+\} \quad (50)$$

$$+ \text{Tr}_{(2)} \{G_{12} A_{12} \rho_1 \rho_2 G_{12}^+ Qg^+ - gQ G_{12} A_{12} \rho_1 \rho_2 G_{12}^+\}$$

$$\text{où } Q_{12} = (1-\rho_1) (1-\rho_2)$$

G_{12} est la matrice G de $V_{12} \Omega_{12}(t)$

$$g = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (E - H^{(0)} + i\epsilon)^{-1} \quad (51)$$

Les mêmes propriétés de g et de G que celles indiquées en [43] pour g et T prouvent le caractère cinétique de l'équation (50).

En utilisant les mêmes notations que celles de la référence [7] soient :

$$\Sigma_{12} = G_{12} A_{12} \rho_1 \rho_2 G_{12}^+ (1-\rho_1) (1-\rho_2) \quad (52)$$

$$g_{12} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [(E_{12} - H_{12}^0) + i\epsilon]^{-1} \quad (53)$$

L'équation Botermans-Malfliet s'écrit :

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} &= L_1^0 \rho_1 + \underset{(2)}{\text{Tr}} \left[\text{Re } G_{12} A_{12} \rho_2, \rho_1 \right] - \underset{(2)}{\text{Tr}} \left[\text{Re } G_{12} \sum_{12}^+ - \sum_{12} \text{Re } G_{12} \right] \\
 &+ \underset{(2)}{\text{Tr}} \left[\text{Im } G_{12} A_{12} \rho_2 \rho_1 + \rho_1 \rho_2 A_{12} \text{Im } G_{12} \right] \\
 &- \underset{(2)}{\text{Tr}} \left[\sum_{12} \text{Im } G_{12} + \text{Im } G_{12} \sum_{12}^+ \right] \quad (54)
 \end{aligned}$$

Les termes sont successivement :

- un terme de champ moyen (partie réelle de G)
- terme en \sum qui tiennent compte des effets hors-couches
- un terme de collision (partie imaginaire de G)

Dans le cas où la matrice G est prise sur couches et où ρ est diagonal en impulsion le terme de collisions devient :

$$\begin{aligned}
 2\pi i \underset{(2)}{\text{Tr}} \left[G_{12} A_{12} \rho_1 \rho_2 G_{12}^+ (1-\rho_1) (1-\rho_2) \delta(E_{12}-H_{12}^0) \right. \\
 \left. - G_{12}^+ A_{12} (1-\rho_1) (1-\rho_2) G_{12} \rho_1 \rho_2 \delta(E_{12}-H_{12}^0) \right] \quad (55)
 \end{aligned}$$

avec un terme de gain et un terme de perte.

Cette équation montre que, pourvu que terme de collisions et champ moyen soient obtenus à partir de la matrice G, l'évolution dynamique du système est régi par la balance entre ces deux composantes. En principe, les effets hors-couches (les spectres en énergie ayant une largeur du fait des collisions) sont inclus dans l'équation (54). Néanmoins nous verrons plus loin, qu'en pratique, cette équation n'a jamais été résolu au niveau de Brueckner. En revanche, en passant à la limite semi-classique, la signification des termes champ moyen et interaction résiduelle (collisions) est suffisamment transparente pour que des expressions phénoménologiques aient permis une résolution. Les ingrédients s'appellent alors forces effectives et sections efficaces nucléon-nucléon effectives.

I.4. - Transformation de Wigner et approximation semi-classique

La transformation de Wigner permet d'écrire des opérateurs A exprimés dans une représentation $|\vec{r}\rangle$ ou $|\vec{p}\rangle$ en une représentation mixte. Elle revient à faire une transformation de Fourier :

$$A(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{s} e^{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{s}}{\hbar}} \langle \vec{r} + \frac{\vec{s}}{2} | A | \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2} \rangle \quad (56)$$

L'intégration s'opère ici sur la non-localité \vec{s} . Les avantages d'une telle représentation est qu'elle permet une identification immédiate des propriétés classiques des opérateurs à travers leur extension dans l'espace des phases (\vec{r}, \vec{p}) position-impulsion. Par exemple, une onde plane $\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}}$ admet pour transformée de Wigner de sa matrice densité une fonction, appelée fonction de distribution qui est :

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{s} e^{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{s}}{\hbar}} e^{-\frac{i \vec{k} \cdot \vec{s}}{2}} e^{\frac{i \vec{k} \cdot \vec{s}}{2}} \quad (57a)$$

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \delta(\vec{p} - \hbar \vec{k}) \quad (57b)$$

c'est-à-dire que \vec{p} peut s'identifier à $\hbar \vec{k}$ où \vec{k} caractérise l'onde plane.

Plus généralement, la fonction de distribution à une particule s'écrit :

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{s} e^{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{s}}{\hbar}} \rho(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}) \quad (58)$$

où ρ est la matrice densité à un corps.

L'équation Botermans-Malfliet s'écrit :

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{d}{dt} \rho^{(1)} = & L_1^0 \rho_1 + \left[\text{Tr}_{(2)} \text{Re } G_{12} A_{12} \rho_2, \rho_1 \right] - \text{Tr}_{(2)} [\text{Re } G_{12} \sum_{12}^+ - \sum_{12} \text{Re } G_{12}] \\
 & + \text{Tr}_{(2)} [\text{Im } G_{12} A_{12} \rho_2 \rho_1 + \rho_1 \rho_2 A_{12} \text{Im } G_{12}] \\
 & - \text{Tr}_{(2)} [\sum_{12} \text{Im } G_{12} + \text{Im } G_{12} \sum_{12}^+] \quad (54)
 \end{aligned}$$

Les termes sont successivement :

- un terme de champ moyen (partie réelle de G)
- terme en \sum qui tiennent compte des effets hors-couches
- un terme de collision (partie imaginaire de G)

Dans le cas où la matrice G est prise sur couches et où ρ est diagonal en impulsion le terme de collisions devient :

$$\begin{aligned}
 2\pi i \text{Tr}_{(2)} [G_{12} A_{12} \rho_1 \rho_2 G_{12}^+ (1-\rho_1) (1-\rho_2) \delta(E_{12}-H_{12}^0) \\
 - G_{12}^+ A_{12} (1-\rho_1) (1-\rho_2) G_{12} \rho_1 \rho_2 \delta(E_{12}-H_{12}^0)] \quad (55)
 \end{aligned}$$

avec un terme de gain et un terme de perte.

Cette équation montre que, pourvu que terme de collisions et champ moyen soient obtenus à partir de la matrice G, l'évolution dynamique du système est régi par la balance entre ces deux composantes. En principe, les effets hors-couches (les spectres en énergie ayant une largeur du fait des collisions) sont inclus dans l'équation (54). Néanmoins nous verrons plus loin, qu'en pratique, cette équation n'a jamais été résolu au niveau de Brueckner. En revanche, en passant à la limite semi-classique, la signification des termes champ moyen et interaction résiduelle (collisions) est suffisamment transparente pour que des expressions phénoménologiques aient permis une résolution. Les ingrédients s'appellent alors forces effectives et sections efficaces nucléon-nucléon effectives.

I.4. - Transformation de Wigner et approximation semi-classique

La transformation de Wigner permet d'écrire des opérateurs A exprimés dans une représentation $|\vec{r}\rangle$ ou $|\vec{p}\rangle$ en une représentation mixte. Elle revient à faire une transformation de Fourier :

$$A(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{s} e^{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{s}}{\hbar}} \langle \vec{r} + \frac{\vec{s}}{2} | A | \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2} \rangle \quad (56)$$

l'intégration s'opère ici sur la non-localité \vec{s} . Les avantages d'une telle représentation est qu'elle permet une identification immédiate des propriétés classiques des opérateurs à travers leur extension dans l'espace des phases (\vec{r}, \vec{p}) position-impulsion. Par exemple, une onde plane $\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}}$ admet pour transformée de Wigner de sa matrice densité une fonction, appelée fonction de distribution qui est :

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{s} e^{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{s}}{\hbar}} e^{-\frac{i \vec{k} \cdot \vec{s}}{2}} e^{\frac{i \vec{k} \cdot \vec{s}}{2}} \quad (57a)$$

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \delta(\vec{p} - \hbar \vec{k}) \quad (57b)$$

c'est-à-dire que \vec{p} peut s'identifier à $\hbar \vec{k}$ où \vec{k} caractérise l'onde plane.

Plus généralement, la fonction de distribution à une particule s'écrit :

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{s} e^{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{s}}{\hbar}} \rho(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}) \quad (58)$$

où ρ est la matrice densité à un corps.

Pour les opérateurs densités à k-particules, la transformée de Wigner à k-dimensions permet, de même, d'obtenir les fonctions de distributions à k-particules. Puisque la transformation de Wigner fait intervenir \hbar dans l'exponentielle, on voit qu'elle peut permettre de faire des développements et des approximations semi-classiques.

La transformée de Wigner de l'équation TDHF (equ. (33)) nécessite le calcul de transformée de produits d'opérateurs du type ρ . Pour cela on utilise les propriétés suivantes des transformées de Wigner (démonstration en ref. [14] ; si A_W et B_W sont les transformées de A et B on a :

$$a) \quad (AB)_W = A_W e^{(i\hbar/2) \overset{\leftarrow}{\Delta}} B_W \quad (59a)$$

$$b) \quad [A,B]_W = 2i A_W \sin \left[\frac{\hbar}{2} \overset{\leftarrow}{\Delta} \right] B_W \quad (59b)$$

où l'opérateur $\overset{\leftarrow}{\Delta}$ est défini par : $\overset{\leftarrow}{\Delta} = \overset{\leftarrow}{\partial}_r \overset{\leftarrow}{\partial}_p - \overset{\leftarrow}{\partial}_p \overset{\leftarrow}{\partial}_r$

La relation (59b) permet d'obtenir la transformée de l'équation (34) ;

$$\frac{d}{dt} f = \frac{2}{\hbar} h_W \sin \left[\frac{\hbar}{2} \overset{\leftarrow}{\Delta} \right] f \quad (60)$$

où $h_W = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}, \vec{p}, t)$ est la transformée de Wigner de l'hamiltonien de Hartree-Fock et où f est la fonction de distribution à une particule.

Le développement en puissance de \hbar dans (60) peut être tronqué pour donner l'approximation semi-classique à l'ordre le plus bas :

$$\frac{d}{dt} f = \{h_W, f\} \quad (61)$$

où $\{ \}$ désigne le crochet de Poisson, c'est-à-dire si U dépend de f :

$$\frac{\partial}{\partial t} f + \frac{\vec{p}}{m} \overset{\leftarrow}{\partial}_r f + \overset{\leftarrow}{\partial}_p U \overset{\leftarrow}{\partial}_r f - \overset{\leftarrow}{\partial}_r U \overset{\leftarrow}{\partial}_p f = 0 \quad (62)$$

où termes cinétiques et potentiels sont apparents.

L'équation (62) est appelée l'équation de Vlasov. Afin de rendre possible sa résolution, des interactions effectives pour U sont utilisés comme nous le verrons en I.5. L'équation (62) permet de vérifier que l'approximation semi-classique préserve les mêmes lois de conservation que celles vérifiées par TDHF : conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie. Comme TDHF, l'équation de Vlasov est invariante par renversement du temps (réversibilité).

En fait la notion d'irréversibilité n'apparaît qu'aux ordres supérieurs de la troncation quand on suppose qu'à un instant initial la densité à deux particules se factorise comme un produit de densités à une particule et ceci entre chaque diffusion nucléon-nucléon. Cette hypothèse du chaos moléculaire faite pour l'équation de Waldmann-Snider et pour l'équation Botermans-Malfliet est celle fait par Boltzmann pour les gaz dilués [4]. Elle conduit à un terme de collision libre pour Waldmann-Snider et dans-le-milieu pour Botermans-Snider. Dans le premier cas il s'écrit :

$$I_{coll} = \frac{2\pi}{\hbar} \text{Tr} \left\{ T_{12} \rho_1 \rho_2 T_{12}^+ \delta(E-K_1-K_2) - T_{12} T_{12}^+ \rho_1 \rho_2 \delta(E-K_1-K_2) \right\} \quad (63)$$

La matrice G remplace la matrice T pour Botermans-Malfliet.

En passant à la représentation de Wigner, l'opérateur Tr devenant $\int \frac{d\vec{r}}{h^3} \frac{d\vec{p}}{h^3}$ on peut voir que l'équation (63) est un terme à la Boltzmann où les états finaux sont bloqués par des facteurs de Pauli. I_{coll} s'écrit :

$$I_{coll} = \frac{g}{2\pi^3} \frac{h^3}{m^2} \int d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 d\vec{k}_4 \delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3 - \epsilon_4) \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \frac{d\sigma}{d\Omega} [(1-f_1)(1-f_2)f_3 f_4 - (1-f_3)(1-f_4)f_1 f_2] \quad (64)$$

où $\vec{k}_i = \vec{p}_i$ et $f \equiv f(\vec{r}, k)$

g est le facteur de dégénérescence (égale à 4 pour spin-sisopin).

L'expression (64) avait été dérivé par des arguments heuristiques par Nordheim [15] et Uehling-Uhlenbeck [16] au début des années 1930.

L'équation Botermans-Malfliet à la limite semi-classique donne alors pour ρ diagonal en impulsion et en négligeant les effets hors couches, une extension de l'équation de Vlasov qui s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \{h_w, f\} + I_{coll} \quad (65)$$

Cette équation est l'équation de Landau-Vlasov.

Dans le cas où l'expression (64) est introduite, certains auteurs font référence à cette équation sous le nom de VUU (Vlasov-Uehling-Uhlenbeck) [17] ou de BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck [18]. Cette équation est l'équation cinétique la plus simple possible au delà de l'approximation de champ moyen. Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, la section efficace nucléon-nucléon et le champ moyen peuvent, en principe, être dérivés des parties imaginaires et réelles de la matrice G . Néanmoins, à ce jour, seuls des approches phénoménologiques où le champ moyen est simulé par une interaction effective et le terme de collision par une paramétrisation des résultats expérimentaux pour la diffusion libre éventuellement renormalisée pour tenir compte des effets de milieux. Avant de discuter ces approches (chapitre II), indiquons quelles méthodes peuvent être utilisés pour résoudre l'équation de Vlasov. Les simulations du terme de collisions seront abordés au chapitre II avec une discussion des exemples d'application à la physique des collisions noyau-noyau dans le domaine non-relativiste.

I.5. - Solutions approchées de l'équation de Vlasov nucléaire

Nous pouvons distinguer deux types de méthodes : les méthodes eulériennes où la fonction de distribution $f(\vec{r}, \vec{k})$ est définie en un ensemble régulier de points $\{(\vec{r}_i, \vec{k}_i)\}$ de l'espace de phase, la valeur de f est évaluée en ces points à chaque instant ; les méthodes lagrangiennes où $f(\vec{r}, \vec{k})$ est décomposée sur une base dont les éléments en mouvement déterminent l'évolution dynamique de la fonction de distribution.

1.5.1. - Méthode des éléments finis [19]

Afin d'exposer la méthode nous nous limiterons au cas d'un espace de phase à deux dimensions, une dimension d'espace z et une dimension d'impulsion p . Il s'agit d'une méthode eulérienne qui donne des solutions au sens de la convergence faible c'est-à-dire que si, pour toute fonction $v(z,p)$ définie dans le domaine $\Omega = \Omega_z \times \Omega_p$ de l'espace de phase considéré, on vérifie l'équation suivante :

$$\int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial U(f)}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial p} \right\} v \, d\Omega = 0 \quad (66)$$

alors la fonction de distribution $f(z,p)$ vérifie l'équation de Vlasov (61) au sens de la convergence faible. On a supposé que U ne dépend pas de p mais seulement de z .

Une solution approchée est obtenue en décomposant $v(z,p)$ et $f(z,p)$ sur une base discrète d'éléments finis :

$$v(z,p) = \sum_k v_k w_k(z,p) \quad (67a)$$

$$f(z,p) = \sum_k f_k w_k(z,p) \quad (67b)$$

Par exemple si les éléments finis sont construits sur des rectangles constituant un maillage régulier en (z,p) on a :

$$w_k(z_1, p_1) = \delta_{k1} \quad (68)$$

où (z_1, p_1) est un point de maillage et tel que :

$$w_k(z, p) = a_0 + a_1 z + a_2 p + a_z zp \quad (69)$$

dans le domaine défini par les rectangles.

L'équation (66) se transforme alors en une équation matricielle, la dépendance en temps de f étant contenue dans les coefficients $f_k(t)$ de l'équation (67b) :

$$M \frac{dF}{dt} + A(F) F = 0 \quad (70)$$

où $F = (f_1 \dots f_k \dots f_N)$

$$M_{k1} = \int_{\Omega} w_k w_1 \quad (71a)$$

$$A_{k1} = \int_{\Omega} p \frac{\partial w_1}{\partial p} w_k + \sum_{m=1}^N T_{k1m} U_m \quad (71b)$$

avec U_m et T_{k1m} définis par :

$$U(f) = \sum_{m=1}^N U_m(t) w_m \quad (71c)$$

$$T_{k1m} = \int_{\Omega} \frac{\partial w_m}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial p} w_k \quad (71d)$$

La dépendance en temps dans (70) peut être résolue numériquement par des méthodes du type Gauss-Seidel (voir la référence [20] pour cet aspect d'analyse numérique).

1.5.2. - Méthode particulière

L'idée de cette méthode est de résoudre l'équation de Vlasov en prenant des particules test [21] qui se propagent dans l'espace de phase. Cela revient à approximer la fonction de distribution en une somme de fonctions delta :

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \sum_{k=1}^N f_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \delta(\vec{p} - \vec{p}_k) \quad (72)$$

N est aussi grand que la précision l'impose, la dépendance en temps de f apparaissant à travers les positions $\vec{r}_k(t)$ et les impulsions $\vec{p}_k(t)$ des particules test. Remarquons que si l'on impose $f_k = f_0$ quel que soit k, la condition :

$$A = \int f(\vec{r}, \vec{p}) \frac{d\vec{r} d\vec{p}}{h^3} \quad (73)$$

conduit à :

$$f_0 = h^3 \frac{A}{N} \quad (74)$$

où A est le nombre de nucléons.

Reportant (72) dans l'équation de Vlasov et en intégrant par parties on a, si U ne dépend pas des impulsions :

$$\frac{d\vec{r}_k}{dt} = \frac{\vec{p}_k}{m} \quad (75a)$$

$$\frac{d\vec{p}_k}{dt} = - \vec{\nabla}_r U(f) \quad (75b)$$

Ces équations sont couplées non-linéairement puisque U, le champ moyen, dépend de f (auto-cohérente). Cette méthode requiert un grand nombre de particules test sans pour autant paver l'espace de phase suffisamment. En particulier à la surface de noyaux, il faudrait un nombre presque infini de particules test pour décrire le système. C'est pourquoi, nous avons développé une méthode pseudoparticulaire [22] dont certains aspects se trouvent en [23,24].

1.5.3. - Méthode pseudoparticulaire [22,23,24]

Cette méthode se fonde sur la recherche des symétries approchées de l'équation de Vlasov. Pour un champ harmonique dépendant du temps, correspondant à l'approximation harmonique locale du champ

moyen, un invariant (constante du mouvement autre que l'énergie) est la forme quadratique :

$$I(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{2\hbar} \{ \chi p^2 + \phi r^2 - 2\sigma rp \} \quad (76)$$

Les coefficients χ , ϕ et σ étant les trois valeurs du tenseur des covariances (en \vec{r} , \vec{p} et terme croisé). Un état obtenu comme puissances de I sera donc un invariant ce qui est le cas pour les gaussiennes centrées au point où l'on fait l'approximation harmonique locale :

$$d(\vec{r}, \vec{p}, t) = N \exp \{ - I(\vec{r}, \vec{p}, t)/\lambda \} \quad (77)$$

L'ensemble des fonctions d sont des états cohérents qui forment une base surcomplète de l'espace des fonctions de distribution. La méthode pseudoparticulaire revient alors à effectuer une troncation de cette base et d'écrire :

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \sum_{k=1}^N w_k d(\vec{r}-\vec{r}_k, \vec{p}-\vec{p}_k, \alpha_k) \quad (78)$$

où $\alpha_k \equiv (\chi_k, \phi_k, \sigma_k)$

Si chaque gaussienne d est normalisée à l'unité et si l'on impose $w_k = w_0$, l'on obtient :

$$w_0 = h^3 \frac{A}{N} \quad (79)$$

comme en (74) dans le domaine où f n'est pas nul.

L'évolution au cours du temps de $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ est alors donnée par les équations du mouvement pour les $(\vec{r}_k, \vec{p}_k, \alpha_k)$ c'est à dire :

$$\frac{d}{dt} \vec{r}_k = \vec{p}_k \quad (80a)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p}_k = - \langle \vec{\nabla}_r U(f) \rangle_k \quad (80b)$$

où $\langle \rangle$ représente la moyenne prise sur la gaussienne k . Ces équations sont les équations d'Enrenfest pour un paquet d'onde gaussien.

Les seconds moments en \vec{r} et \vec{p} sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \chi = \frac{2\sigma}{m} \quad (81a) \\ \frac{d}{dt} \phi = -2m \Omega^2 \sigma \quad (81b) \\ \frac{d}{dt} \sigma = \frac{\phi}{2m} - m \Omega^2 \chi \quad (81c) \end{array} \right.$$

avec $\Omega^2 = \frac{1}{m} \left. \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right|_{z_k}$ pour les cas à une dimension d'espace z où

l'espace des phases est (z,p) . L'extension à trois dimensions d'espace est immédiate.

Une approximation supplémentaire consiste à geler ces seconds moments et à ne déduire la dynamique que des équations (80), les largeurs des gaussiennes restant les largeurs initiales, dont nous verrons au paragraphe I.7. qu'elles peuvent être déterminées afin d'obtenir certaines propriétés statiques des noyaux. En pratique les équations (80) peuvent être résolues par la méthode du saut de grenouille (leap-frog) qui est du deuxième ordre en Δt (l'intervalle de temps élémentaire) tout en gardant la simplicité d'une méthode du deuxième ordre [25]. L'évolution entre $(v-1) \Delta t$ et $v \Delta t$ est obtenue en décalant positions et impulsion d'un demi-intervalle $\Delta t/2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p} \left((v + \frac{1}{2}) \Delta t \right) = - \langle \vec{\nabla} U \rangle (v \Delta t) \times \Delta t + \vec{p} \left((v - \frac{1}{2}) \Delta t \right) \quad (82a) \\ \vec{r} (v \Delta t) = \vec{p} \left((v - \frac{1}{2}) \Delta t \right) \Delta t + \vec{r} \left((v - 1) \Delta t \right) \quad (82b) \end{array} \right.$$

Avec des forces dérivées d'interaction effectives soit locales, soit de portée finie, soit dépendante de vitesses, on peut vérifier la validité de la méthode en s'assurant que conservations de l'énergie et de l'impulsion sont vérifiées ainsi que la réversibilité de l'équation de Vlasov. Dans le cas de forces dépendantes des vitesses, un terme en $\vec{\nabla}_p U$ doit s'ajouter à l'équation (82b).

1.5.4. - Ecriture des interactions effectives

Ce n'est pas l'objet de ce paragraphe de justifier et de dériver d'interactions nues des interactions effectives, mais plutôt de donner leur forme fonctionnelle puisque c'est elle qui est nécessaire pour déterminer les solutions de l'équation de Vlasov et, plus loin, de Landau-Vlasov.

a) Interaction locale du type Skyrme [26] :

$$U(f) = U(\rho(r)) = a \rho + b \rho^{1+\sigma} \quad (83)$$

a,b et σ étant déterminés pour satisfaire les trois propriétés de la matière nucléaire à l'équilibre (énergie de liaison, densité de saturation et compressibilité).

b) Interaction non-locale [27] :

$$U(f) = U(\rho(\vec{r})) = \frac{3}{4} t_0 \rho + \frac{3}{16} t_3 \rho^2 + V_0 \int \rho(\vec{r}') e^{-\left| \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{a} \right|} \left| \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{a} \right| d\vec{r}' \quad (84)$$

cette interaction est connue sous le nom de BKN.

C'est elle que nous utiliserons pour comparer TDHF et Vlasov pour des collisions de dalles de matière.

c) Interaction dépendante des vitesses [28] (interaction de Gogny).

Elle est obtenue grâce à des termes d'échanges dominant ; l'interaction nue peut se décomposer en une partie répulsive et une partie attractive. La transformée de Wigner du potentiel Hartree-Fock s'écrit, pour les systèmes $N = Z$:

$$U(f) = \frac{3}{4} t_3 \rho^{4/3} + \sum_{i=1}^2 A_i \int d\vec{r}' \rho(\vec{r}') e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}{\mu_i^2}} - \sum_{i=1}^2 \frac{4B_i}{(2\pi)^3} (\sqrt{\pi} \mu_i)^3 \int d\vec{k}' f(\vec{r}, \vec{k}') e^{-\frac{\mu_i^2 (\vec{k}-\vec{k}')^2}{4}} \quad (85)$$

les deux termes de chaque somme correspondent respectivement aux parties attractive et répulsive.

Les coefficients ont été déterminés pour obtenir, outre les propriétés de compressibilité, d'énergie de liaison et densité de saturation, la stabilité de la matière nucléaire déterminée par les paramètres de Landau (reliés en outre à la masse effective $m^* \neq m$).

Une discussion de ces trois types de forces peut être trouvée dans la référence [29].

1.6. - Comparaison TDHF versus Vlasov pour la dynamique des dalles de matière nucléaire semi-infinie [22, 31]

L'intérêt d'une telle comparaison réside dans le fait qu'elle permet d'évaluer de combien l'approximation semi-classique s'écarte de la solution quantique dans des situations dynamiques allant des petites amplitudes d'oscillation à des mouvements collectifs de grande amplitude. Elle constitue, en outre, un cas simple où les méthodes de résolution peuvent être testées ; c'est dans ce cadre qu'ont été obtenus les premiers résultats TDHF [27] et Vlasov [21, 22, 23, 30].

Une dalle de matière semi-infinie est un système à une dimension d'espace z et deux dimensions d'impulsion (k_{\parallel} le long de l'axe z et k_{\perp} dans le plan perpendiculaire). Si l'énergie à une particule elle s'écrit :

$$\epsilon(z, \vec{k}) = U(z) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \epsilon(z, k_{\parallel}) + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} \quad (86)$$

alors l'énergie de Fermi ϵ_F s'obtient en fixant le nombre de nucléons A par unité de surface S :

$$\frac{A}{S} = \frac{4m}{\hbar^2} \int \Theta(\epsilon_F - \epsilon(z, k_{\parallel}) - \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m}) 2\pi k_{\perp} dk_{\perp} dk_{\parallel} dz \quad (87)$$

Dans la méthode pseudoparticulaire, l'expression (78) peut s'écrire comme un produit de convolution des gaussiennes d avec une fonction de poids $w(\vec{r}, \vec{p})$:

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \int d\vec{r}' d\vec{p}' w(\vec{r}', \vec{p}') d(\vec{r}-\vec{r}', \vec{p}-\vec{p}') \quad (88)$$

Dans le cas des dalles on a :

$$f(z, k_{\parallel}, t) = \frac{m}{\pi^2 \hbar^2} \int dz_0 dk_0 (\epsilon_F - \langle \epsilon(z_0, k_0) \rangle) \theta(\epsilon_F - \langle \epsilon(z_0, k_0) \rangle) \\ \times d(z-z_0(t), k-k_0(t)) \quad (89)$$

où l'intégration sur k_{\perp} a été effectuée et où k remplace k_{\parallel} dans les intégrales. Les valeurs moyennes $\langle \rangle$ sont prises sur l'extension des gaussiennes. Les largeurs en z et k de ces dernières ont été déterminées en [31, 32] pour obtenir des profils de densité initiaux et des énergies de Fermi correspondant aux équivalents quantiques après lissage des effets de couche. Une dalle isolée est obtenue par recherche du minimum d'énergie à l'aide d'une itération auto-cohérente, comme dans le cas de Hartree-Fock statique.

1.6.1. - Petites oscillations

Une dalle isolée étant préparée avec une taille de 1.4 nucléons/Fm², un mode de compression est excité par application d'un champ de vitesse :

$$v(z) = \alpha \frac{2\hbar}{m} z \quad (90)$$

où α est le paramètre réglant la compression.

La variation de l'épaisseur carrée moyenne de la dalle en fonction du temps est alors obtenue en résolvant l'équation de Vlasov. Elle peut être comparée aux résultats de TDHF (réf. [27]) pour différentes valeurs de α . Dans le régime linéaire (petites valeurs α , Vlasov et TDHF conduisent à des oscillations presque identiques en fréquence et en amplitude (figure 2). Au delà de $\alpha = 0.04$ fm² des différences substantielles apparaissent, l'amortissement du mode étant beaucoup plus marqué dans le cas de TDHF. Cet amortissement est lié au couplage au continuum qui est beaucoup plus fort dans le cas quantique. Dans le cas

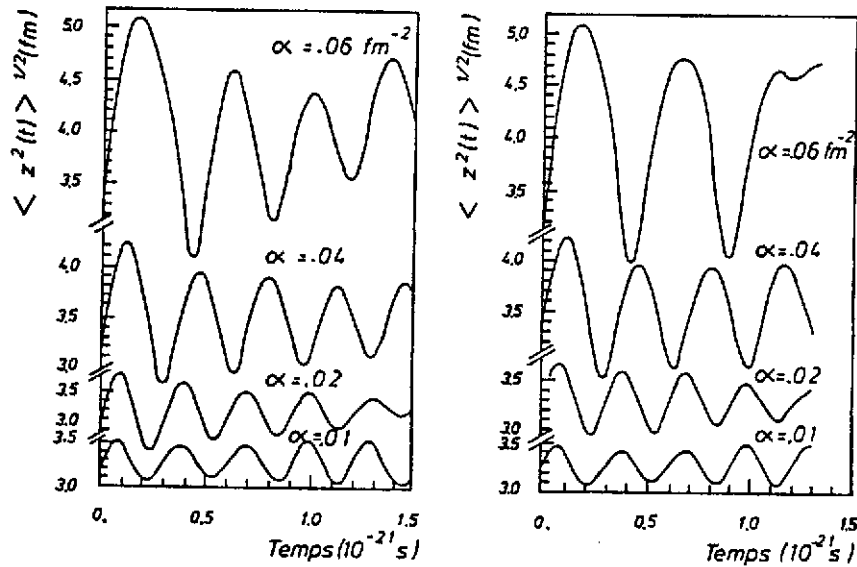


FIGURE 2

ÉVOLUTION DYNAMIQUE DE L'ÉPAISSEUR CARRÉE MOYENNE D'UNE DALLE DE MATIÈRE DE TAILLE $1,6 \text{ fm}^2$ SOUMISE INITIALEMENT À UN CHAMP DE VITESSE LONGITUDINAL D'AMPLITUDE α .
 À GAUCHE : SOLUTION DE L'ÉQUATION DE VLASOV,
 À DROITE : SOLUTION DE TDHF POUR LA MÊME INTERACTION BKN,

de Vlasov, ce couplage ne s'opère guère en dessous de grandes énergies d'excitation puisque les énergies moyennes $\langle \varepsilon(z, k) \rangle$ sont inférieures à ε_F et que la dynamique est approximée par les équations (80), les largeurs des gaussiennes étant gelées. Le même phénomène peut être observé dans la vibration monopolaire de noyaux sphériques (paragraphe suivant). Nous retiendrons ici la similarité des comportements semi-classiques et quantiques quand le couplage au continuum est faible.

1.6.2. - Traversée d'une barrière de potentiel par une dalle

L'effet tunnel étant une propriété purement quantique, la traversée d'une barrière de potentiel en semi-classique devrait s'opérer de manière très différente en comparaison avec TDHF. Néanmoins, l'approximation BKN [33] donne une description raisonnable du franchis-

sement des barrières, ce qui pourrait fort se retrouver au niveau de l'équation de Vlasov. Une barrière de potentiel parabolique étant choisie :

$$V(z) = V_0 \exp \left\{ -z^2/2a^2 \right\} \quad (91)$$

les solutions de TDHF et Vlasov ont été obtenues en [27] et [31] pour des dalles abordant la barrière à 10 MeV par nucléon (figure 3). La largeur "a" a été choisie égale à 2 fm.

Dans le cas où cette barrière a une hauteur $V_0 = 10$ MeV la transmission se produit de la même manière dans les deux calculs, si ce n'est une rupture de la dalle en deux parties après son passage pour Vlasov. Dans le cas où $V_0 = 20$ MeV, parties transmises et réfléchies sont de même taille dans les deux calculs. Cela montre que, à la demi-hauteur de la barrière et au dessus, le calcul semi-classique donne des comportements similaires à ceux de TDHF. La partie de la dalle qui se trouve avec une énergie cinétique supérieure à la barrière entraîne, par la force à courte portée, la partie dont le franchissement devrait être interdit classiquement. Cet effet est important, car c'est selon le même mécanisme que peut s'opérer les échanges de nucléons entre noyaux dans les collisions d'ions lourds. Un accord Vlasov-TDHF sur ce point permet donc d'aborder les phénomènes de dissipation à un corps, d'équilibration de modes collectifs à l'aide de Vlasov, sans craindre une prédominance des effets quantiques de TDHF.

1.6.3. - Collisions de dalles

Une comparaison Vlasov-TDHF est faite en figure 4 dans le cas de collisions entre deux dalles identiques de taille 1.4 nucléon/fm² à une énergie de bombardement égale à 3.5 MeV/u dans le référentiel du centre de masse d'une part et 25 MeV/u d'autre part. Les profils de densité sont dessinés pour un ensemble d'intervalles de temps en unités de 10⁻²²s. Les comportements sont très proches dans les deux calculs

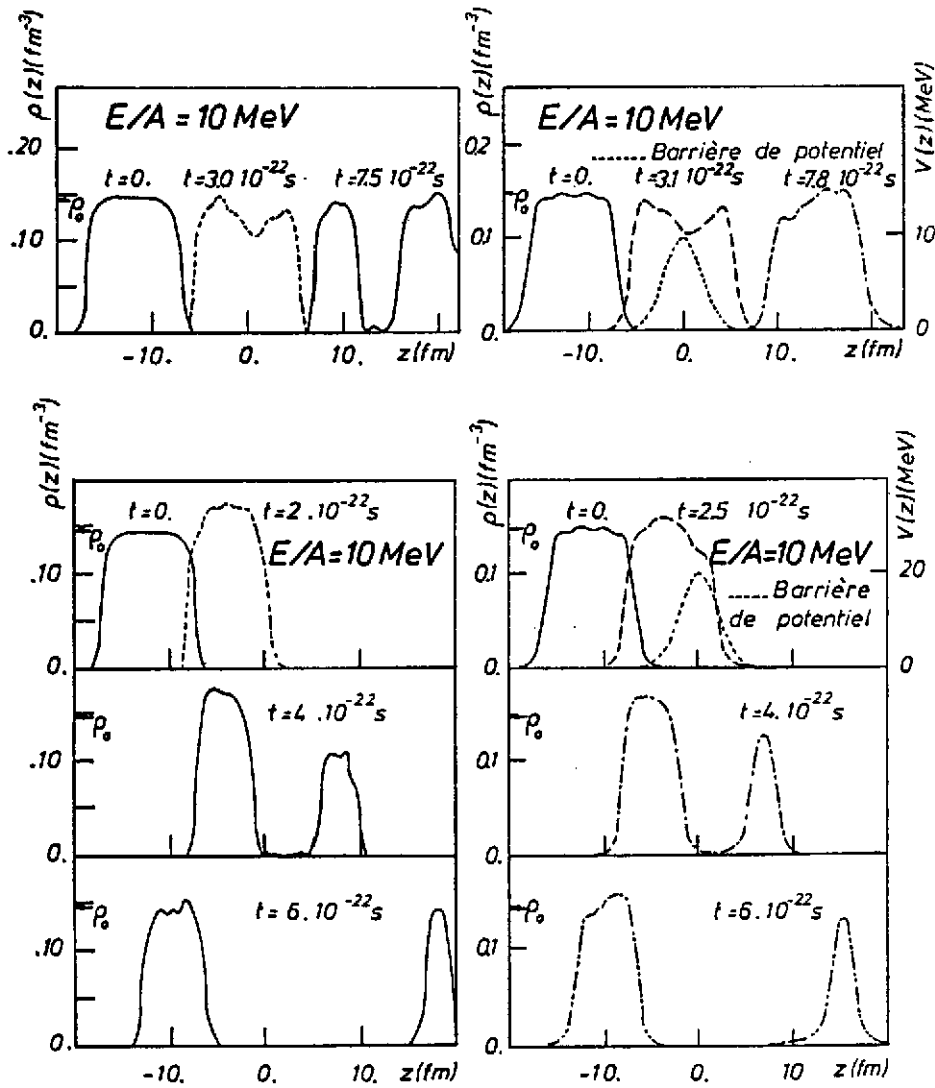
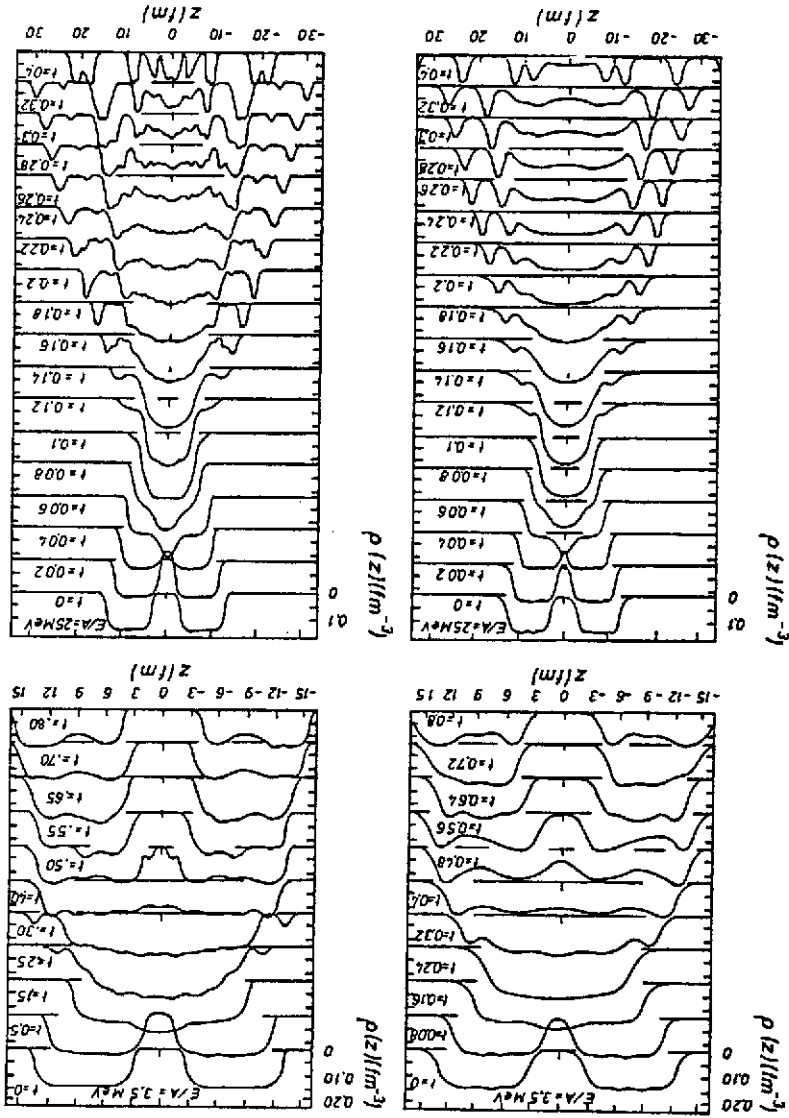


FIGURE 3

COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS VLASOV ET TDHF POUR LE FRANCHISSEMENT D'UNE BARRIÈRE DE POTENTIEL GAUSSIENNE DE HAUTEUR 10 MeV (HAUT) ET 20 MeV (BAS) PAR UNE DALLE DE MATIÈRE DE MASSE $1,4 \text{ fm}^{-2}$ À 10 MeV/u. LES PROFILS DE DENSITÉ À DIFFÉRENTS INSTANTS MONTRENT L'ÉVOLUTION DYNAMIQUE DU SYSTÈME.

FIGURE 4
 COMPARAISON DES DYNAMIQUES THF (GAUCHE) ET VLASOV (DROITE) POUR DES COLLISIONS DE DALLES IDENTIQUES DE MASSE
 1,4 FM² À 3,5 MeV/u (HAUT) ET 25 MeV/u (BAS) D'ÉNERGIE
 CINÉTIQUE DANS LE SYSTÈME DU CENTRE DE MASSE.



avec, à basse énergie, une collision très inélastique et une réaction de fragmentation à haute énergie. Dans ce dernier cas, la solution trouvée pour l'équation de Vlasov semble plus instable que celle de TDHF, donnant lieu à plus de fragments. Cela indique que l'extension quantique de TDHF tend à stabiliser le système à basse densité. En d'autres termes, le seuil d'instabilité en deçà duquel le paramètre de Landau F_0 devient inférieur à -1 correspond à une croissance plus rapide d'instabilités dynamiques dans le cas semi-classique que dans le cas quantique.

Une manière complémentaire de comparer les calculs est de regarder les isodensités dans l'espace de phase (z,k) . La figure 5,

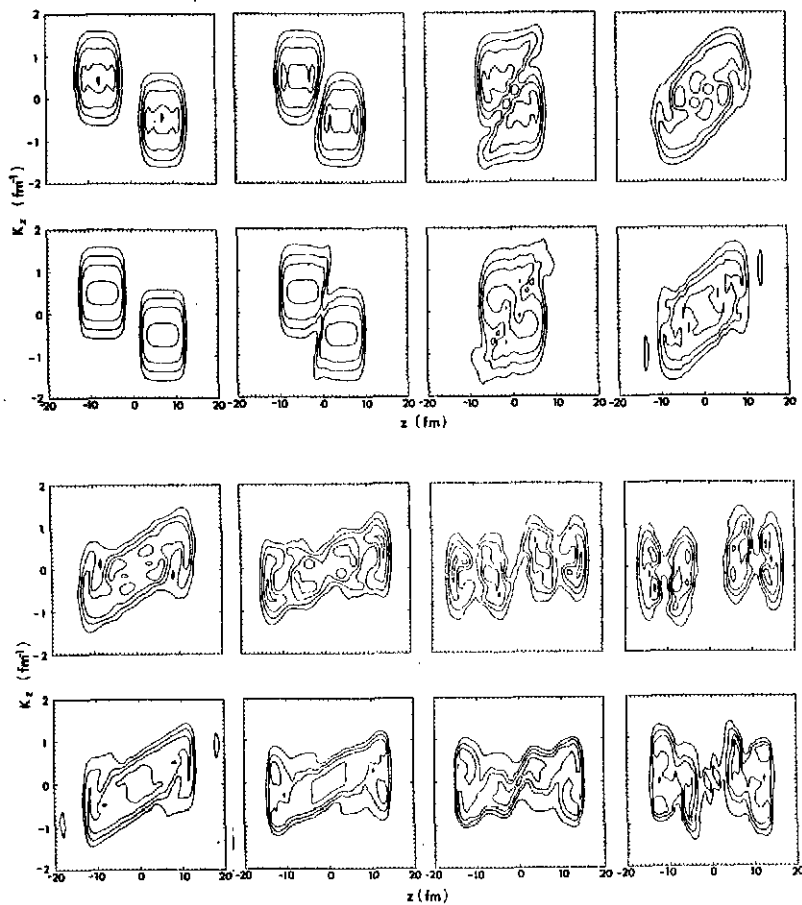


FIGURE 5
COMPARAISON TDHF (HAUT) ET VLASOV (BAS) POUR L'ÉVOLUTION
DANS L'ESPACE DES PHASES DE DEUX DALLES DE MASSE $1,4 \text{ fm}^{-2}$
À UNE ÉNERGIE DE $5,2 \text{ MeV/u}$.

extraite de la référence [30], correspond à une énergie de bombardement de 5.2 MeV/u i.e. à une réaction très inélastique. La reséparation des dalles est plus lente à s'effectuer dans le cas de Vlasov en raison d'une émission à 24 fm/c qui doit contribuer à ralentir le mouvement relatif. La méthode numérique employée dans cette réf. [30] est peut être responsable de cet effet à propos duquel nous ne tirerons pas ici de conclusion.

L'évolution d'observables telles que la distance relative définie par :

$$d(t) = \frac{2S}{A} \int dz \rho(z,t) |z| \quad (92)$$

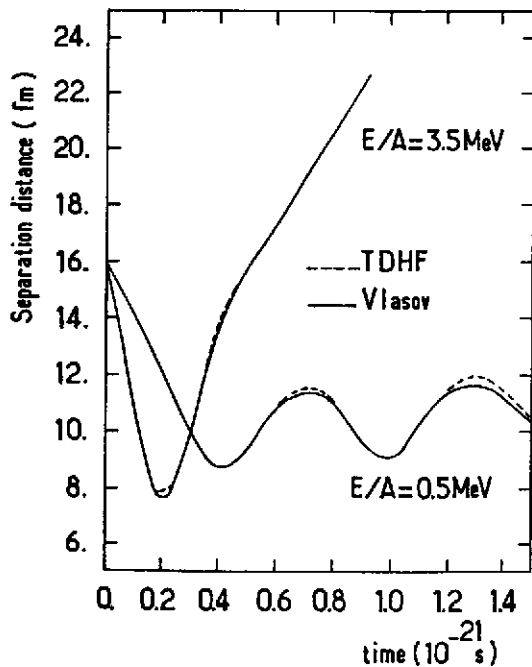


FIGURE 6

ÉVOLUTION TEMPORELLE DE LA DISTANCE RELATIVE ENTRE DEUX DALLES DE MASSE 1.4 fm^{-2} DANS DES COLLISIONS À 3,5 MeV/u ET 0,5 MeV/u. LES CALCULS TDHF (TRAIT PLEIN) SONT COMPARÉS À CEUX DE VLASOV (TRAIT POINTILLÉ) POUR L'INTERACTION EFFECTIVE DE BKN.

montre, qu'en fait, Vlasov et TDHF conduisent à des résultats identiques quand aux mouvements de grande amplitude, ainsi qu'en atteste la figure 6. Sur une échelle de $1.4 \cdot 10^{-21}$ s et pour des collisions à 0.5 MeV/u et 3.5 MeV/u, les processus de fusion et de réaction très inélastiques sont décrits sans différence notable.

I.7. - Expansion d'un système à symétrie sphérique [34, 35, 36]

La détermination d'un noyau dans son état fondamental requiert la recherche de la solution de :

$$\{ h_w, f \} = 0 \quad (93)$$

par itérations Hartree-Fock. Ces itérations sont effectuées dans le contexte des équations dynamiques, puisque cette solution statique doit être, par construction, solution stationnaire de l'équation de Vlasov (61). En d'autres termes, la convolution (88) permet, en restreignant l'espace de fonctions, de construire une telle solution, pourvu que les variances σ_r^2 et σ_k^2 en espace et impulsions soient fixées. Dans la suite de ce cours, nous nous placerons à l'approximation Thomas-Fermi pour le poids w et l'équation (88) c'est-à-dire :

$$w(\vec{r}, \vec{k}) = \theta \left(\epsilon_F - \frac{\vec{k}^2}{2m} - \epsilon(\vec{r}, \vec{k}) \right) \quad (94)$$

Dans ces conditions σ_r^2 et σ_k^2 peuvent être obtenus en minimisant l'écart des rayons carrés moyens et des énergies de liaison calculés d'avec les valeurs expérimentales. Pour la force locale (83) avec $\sigma = \frac{1}{6}$ (module d'incompressibilité $K = 200$ MeV), et l'inclusion de la force coulombienne, on trouve :

$$\sigma_r^2 = 0.376 \text{ fm}^2 \text{ et } \sigma_k^2 = 0.0216 \text{ fm}^2$$

pour des noyaux du ^{40}Ca au ^{208}Pb .

Une étude comparative HF équ. (88) et (89) a pu être menée à bien pour la force SkM^* [37] et la figure 7 montre les profils neutron et proton calculés pour le ^{40}Ca et le ^{208}Pb . On voit que la convolution permet d'obtenir un comportement de la surface satisfaisant avec les approximations (équ. (88)).

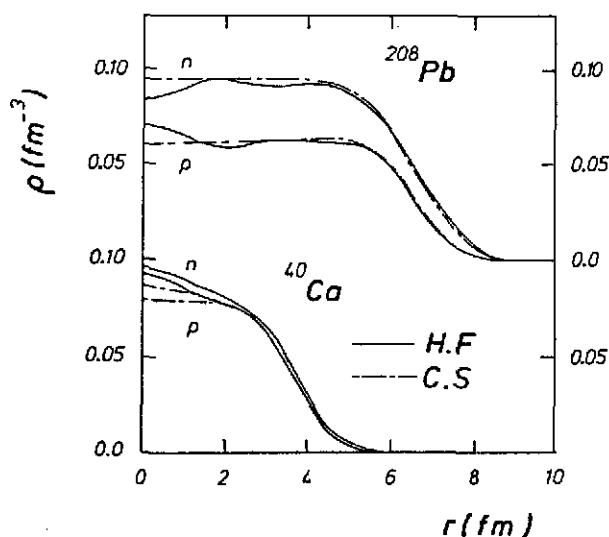


FIGURE 7

PROFILS DE DENSITÉ DES NEUTRONS ET DES PROTONS DU ^{208}Pb ET DU ^{40}Ca OBTENUS PAR LA SOLUTION HARTREE-FOCK (TRAIT PLEIN) ET PAR LA MÉTHODE DE CONVOLUTION DANS VLASOV STATIQUE (TRAIT POINTILLÉ).

En fait, à la symétrie sphérique, on peut effectuer une décomposition en ondes partielles, l'espace de phase (r, p_r, p_\perp) se transformant en (r, p_r, L) où $L^2 = r^2 p_\perp^2$. La fonction de distribution $f(r, p_r)$ s'écrit :

$$f(r, p_r) = \int L f(r, p_r, L) dL \quad (95)$$

où $f(r, p_r, L) \equiv f_L(r, p_r)$ satisfait à :

$$\frac{\partial}{\partial t} f_L + \frac{p_r}{m} \frac{\partial f_L}{\partial r} - \left\{ \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{L^2}{mr^3} \right\} \frac{\partial f_L}{\partial p_r} = 0 \quad (96)$$

Un mode de compression s'obtient en imposant dans l'itération initiale une contrainte sur le rayon carré moyen :

$$h_w \rightarrow h_w + \lambda A \langle r^2 \rangle \quad (97)$$

Le noyau ainsi comprimé au temps initial évolue pour les temps ultérieurs suivant l'équation de Vlasov. L'exemple de la figure 8 montre l'oscillation monopolaire de $\langle r^2 \rangle$ pour un noyau de ^{40}Ca dans le régime linéaire où λ est inférieur à 1 MeV fm^{-2} . La pulsation correspond à une énergie de 21.3 MeV, compatible avec la rigidité de la force effective

($K = 200$ MeV). La courbe en pointillé correspond au calcul de $\langle r^2 \rangle$ dans tout l'espace, alors que le trait plein est obtenu par intégration dans une sphère centrée au milieu du noyau et de rayon 8 fm. Le décalage croissant avec λ entre les deux courbes indique le couplage au continuum pour les grandes amplitudes. Remarquons toutefois que l'amortissement du mode est négligeable en comparaison d'avec le calcul quantique [38] où seules une à deux oscillations survivent au couplage au continuum. Il s'agit là d'une différence essentielle entre les deux approches, la dynamique de Vlasov étant essentiellement classique avec une "strength" en forme de fonction delta.

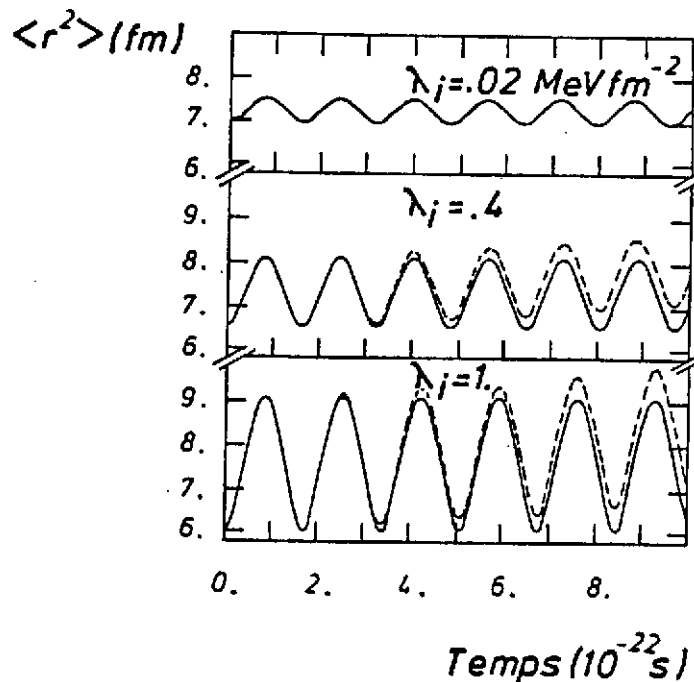


FIGURE 8

ÉVOLUTION DU RAYON CARRÉ MOYEN D'UN NOYAU DE ^{40}Ca SOUMIS À UNE COMPRESSION INITIALE PAR UN CALCUL VLASOV STATIQUE SOUS CONTRAINTE, LA CONSTANCE λ_j RÉGLANT L'INTENSITÉ DE LA COMPRESSION.

Une autre forme d'excitation s'obtient aussi bien par un chauffage soudain du système. Les densités à température nulle étant déterminées, il s'agit de modifier les distributions d'impulsions, les densités restant gelées :

$$f(\vec{r}_0, \vec{k}) \rightarrow \left\{ 1 + \exp \left[\frac{\epsilon(\vec{r}_0) - \epsilon_F(\vec{r}_0, T_i)}{T_i} \right] \right\} \quad (98)$$

où T_i est une température initiale.

$\epsilon_F(\vec{r}_0, T)$ est déterminé par la relation :

$$\rho(\vec{r}_0) = \int d\vec{k} f(\vec{r}_0, \vec{k}, T_i) \quad (99)$$

Selon la valeur de T_i , tel un tel système va évoluer au cours du temps (puisque'il est loin de l'équilibre) de manière différente. Pour $T_i = 8$ MeV, une oscillation monopolaire avec des minima de densité jusqu'à $\rho_0/3$ se développe. Pour $T_i = 15$ MeV, des noyaux bulles (particularité de la symétrie sphérique) se forment. Pour $T_i = 18$ MeV, le système tout entier se désintègre pour former un gaz de nucléons (figure 9). Ces comportements sont également les mêmes dans les calculs hydrodynamiques [39] ainsi que dans la dynamique TDHF [40]. Leur étude à l'aide de l'équation de Vlasov permet ici d'illustrer le fait que les solutions dérivées des méthodes de ce chapitre permettent d'étudier des situations dynamiques très diverses. Comme l'introduction d'un terme de collision est aisé dans la dynamique semi-classique nous allons voir au chapitre II, que ces méthodes sont très fructueuses pour étudier des situations où ni l'approximation TDHF, ni l'approximation hydrodynamique ne sont valables.

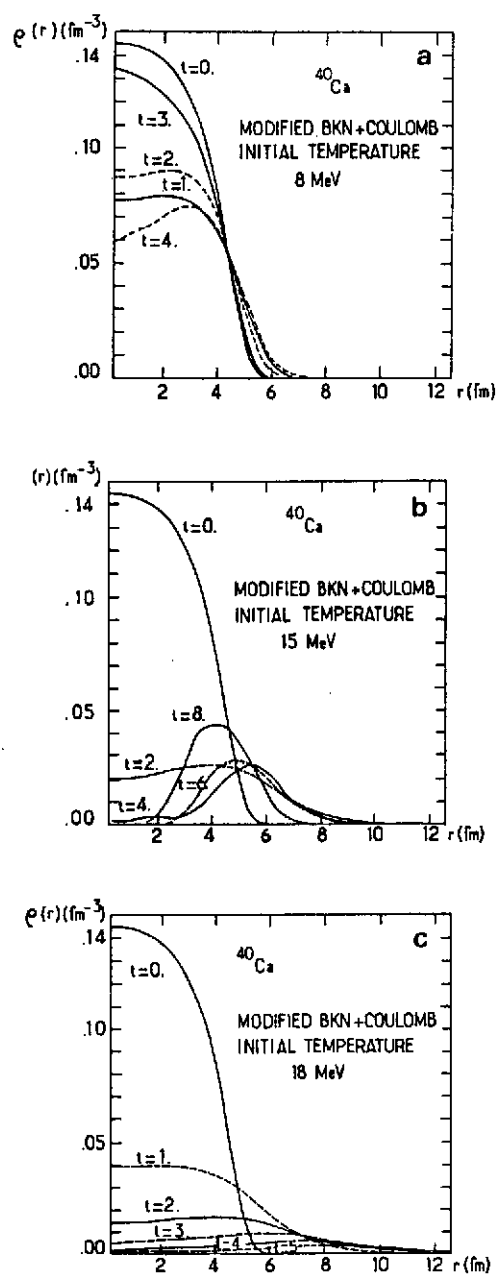


FIGURE 9

ÉVOLUTION TEMPORELLE DES PROFILS DE DENSITÉ D'UN NOYAU DE ^{40}Ca SOUMIS INITIALEMENT À UN CHAUFFAGE SOUDAIN AVEC UNE TEMPÉRATURE ASSOCIÉE DE 8 MeV (HAUT), 15 MeV (MILIEU), 18 MeV (BAS).

Chapitre II - Phénoménologie des termes de collisions. Rôle des interactions effectives et résiduelles dans les réactions entre ions lourds

Les deux comportements asymptotiques de la dynamique nucléaire étant d'une part l'élasticité dont les propriétés sont obtenus via le champ moyen relatif aux densités à un-corps et d'autre part l'hydrodynamique (libre parcours moyen nul), nous avons vu qu'à basse énergie une interaction résiduelle conduit à étendre la théorie de champ moyen alors qu'à haute énergie la cascade intranucléaire décrit l'approche à l'équilibre supposé par l'hydrodynamique. Dans toute la gamme des énergies où la dynamique est celle de la densité à un corps des nucléons, on a alors équivalence entre champ moyen plus collisions (basses énergies) et cascade plus champ (hautes énergies). Le double comptage est évité si on estime les sections efficaces dans le milieu, ainsi que nous l'apprend l'équation de Botermans-Malfliet. A l'approximation semi-classique, l'équation de Landau-Vlasov (ou Vlasov avec collisions) permet donc de décrire l'ensemble de la dynamique nucléaire à un corps. Au chapitre I, nous avons, avec l'équation de Vlasov, décrit le champ moyen effectif ; nous allons examiner ici le terme de collision ainsi que les applications à la physique des ions lourds aux énergies intermédiaires définies par une énergie de bombardement entre 10 et 100 MeV/u.

II.1. - Termes de collisions : le chaos moléculaire

Les termes de collisions dans l'équation Waldmann-Snyder ou dans l'équation Botermans-Malfliet conduisent, avec les approximations décrites au chapitre I, à l'expression (64). Elle correspond à la collision de deux nucléons dans le milieu. Chaque collision dépeuple la densité à un corps (perte) ou y contribue (gain). Les états finaux accessibles sont décrits par les facteurs de blocage de Pauli. Les états intermédiaires dans le milieu ne sont aussi accessibles que si l'opérateur de Pauli de l'équation Bethe-Goldstone le permet ; la section efficace nucléon-nucléon effective dans (68) est donc réduite dans le milieu en comparaison d'avec la section efficace libre.

L'expression (64) - intégrale de Uehling et Uhlenbeck [16] - résulte de l'hypothèse du chaos moléculaire : destruction des corrélations à deux particules entre deux collisions successives. Cela suppose donc que l'intervalle de temps τ_c entre deux collisions est grand devant τ_i , le temps d'interaction. L'hypothèse rend le processus irréversible puisque l'on perd, en la faisant, l'information sur les corrélations pendant le temps τ_c .

Les avantages de (64) résident dans :

- sa structure fonctionnelle, avec, en particulier, la non-linéarité du terme de gain ;
- la conservation à l'échelle microscopique de l'énergie et de l'impulsion ;
- le fait qu'à l'équilibre, la fonction de distribution tende vers une fonction de Fermi (du fait des facteurs $(1-f)$ dans (64)).

Ses limites résident dans l'absence des effets hors-couches et dans l'absence des corrélations.

L'atteinte vers l'équilibre est illustrée par la figure 10 (réf. [41]). La situation hors d'équilibre est la suivante : une sphère de Fermi de rayon unité entourée d'une couche d'occupation distante de 0.1 du moment de Fermi et d'épaisseur 0.1 unités est préparée à l'instant $t = 0$. L'évolution des nombres d'occupation de ce système à symétrie sphérique dont le terme de collision est celui de l'expression (64) est tel qu'à chaque intervalle de temps (de 0.2 à 0.8 unités de temps) l'espace séparant sphère et "coquille" tend à se combler. Pour des valeurs ultérieures du temps, la fonction de distribution pourra être décrite par une répartition de Fermi à température finie : l'équilibre microcanique est alors atteint. En fait, le processus de relaxation s'opère d'autant plus vite que l'espace de phase est accessible. Dans le cas de collisions nucléon-noyau, où seul le terme de perte est présent dans l'intégrale de collision, cela se traduit par une

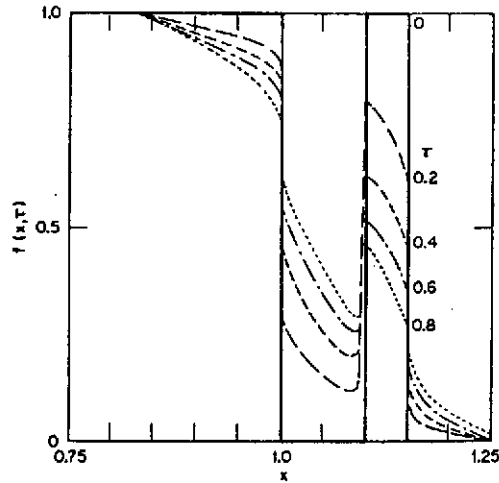


FIGURE 10
ÉVOLUTION D'UNE CONFIGURATION D'IMPULSION HORS D'ÉQUILIBRE POUR UN SYSTÈME SPHÉRIQUE DONT LA DYNAMIQUE EST RÉGIE PAR UN TERME DE COLLISION À LA UEHLING-UHLENBECK. LE TEMPS τ CORRESPONDANT À CHAQUE DISTRIBUTION EST EXPRIMÉE EN UNITÉS ÉGALES À 64 FM/C (RÉF. [41]).

diminution du libre parcours moyen λ avec la température (λ étant inversement proportionnel à l'intégrale de collisions ne contenant que le terme de perte) [42]. Au voisinage de l'énergie de Fermi, la divergence de λ à température nulle est levée et pour $T = 10$ MeV les facteurs de blocage de Pauli dans l'état final ne jouent plus de rôle (figure 11).

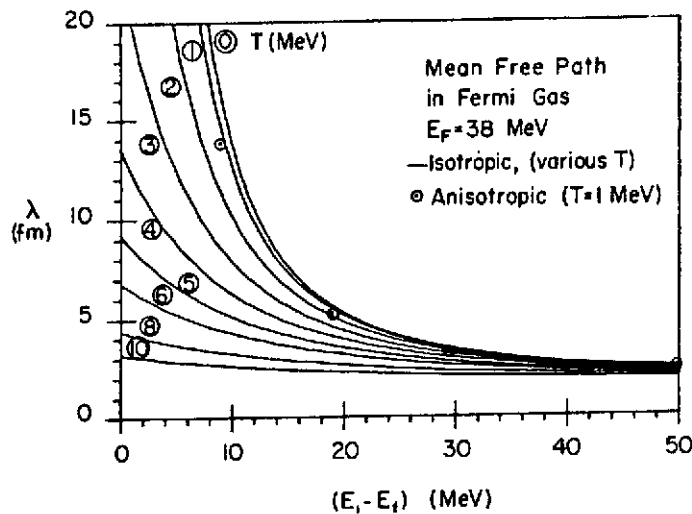


FIGURE 11
LIBRE PARCOURS MOYEN DANS UNE COLLISION NUCLÉON-NOYAU AU DESSUS DE L'ÉNERGIE DE FERMÍ. LES VALEURS DE TEMPERATURES T SONT CELLES DU NOYAU DIFFUSEUR (RÉF. [42]).

Dans tous les cas, la valeur asymptotique correspond à $\lambda \sim 3$ fm à haute énergie. Il faut noter ici que dans les collisions noyau-noyau, la situation diffère puisque le terme de gain intervient et seul un libre parcours moyen effectif peut être défini ; dans ce cas, il croît avec l'énergie comme l'indique de son côté les estimations des parties imaginaires des potentiels optiques [43, 44]. L'atteinte de l'équilibre dans ces collisions aux énergies intermédiaires n'est, en général, que partiellement réalisé. Par exemple, dans la simulation de la réaction ^{12}C (84 MeV/u) + ^{12}C à un paramètre d'impact $b = 1$ fm, les auteurs de la référence [45] qui y emploient une méthode particulière (cf. chapitre I.5.2) ont examiné en fin de collision (c'est-à-dire pour $t = 120$ fm/c) les particules ayant subi au moins une interaction nucléon-nucléon ($N_c > 0$) et celles n'en ayant pas subi ($N_c = 0$) (figure 12). La distribution d'impulsion n'est que déformée par la propagation dans le champ noyau-noyau moyen pour $N_c = 0$, la structure en "bi-sphère" initiale étant préservée pour l'essentiel. Pour $N_c > 0$, une configuration proche de celle d'une sphère de Fermi diffuse est atteinte. Les particules associées sont réparties dans une grande région de l'espace car l'entropie du système croît au cours de la relaxation.

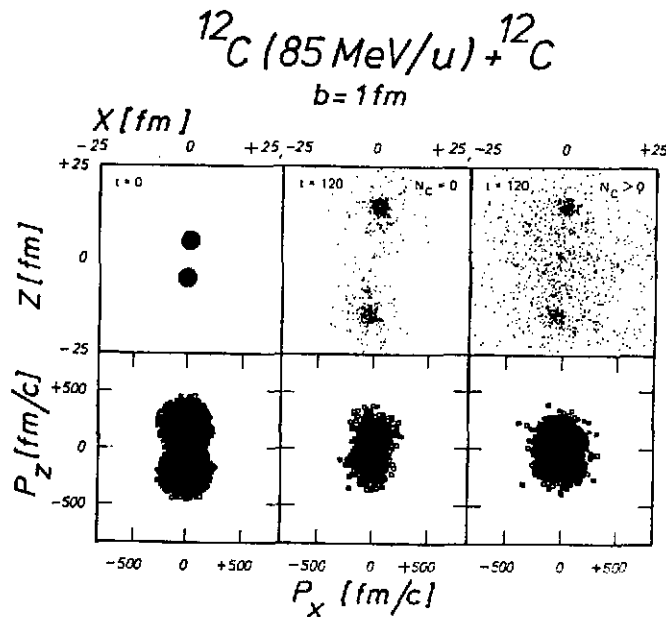


FIGURE 12

DISTRIBUTIONS SPATIALES (HAUT) ET DANS L'ESPACE DES IMPULSIONS (BAS) DES NUCLÉONS DU SYSTÈME ^{12}C (85 MeV/u) + ^{12}C AVEC $b = 1$ FM À L'INSTANT INITIAL (GAUCHE) ; DE CEUX N'AYANT PAS SUBIS D'INTERACTION NUCLÉON-NUCLÉON (CENTRE) ET DE CEUX EN AYANT SUBI AU MOINS UNE À L'INSTANT FINAL ($t = 120$ FM/c) (RÉF. [45]).

I.2. - Effet des collisions sur l'évolution dynamique

L'expression de Uehling-Uhlenbeck (equ. (64)) doit être entendue, si l'on souhaite éviter le double comptage avec le terme de champ moyen, avec des sections efficaces nucléon-nucléon effectives dans le milieu (cf. chap. I.3b). Ces sections efficaces dépendent donc de l'énergie, de l'isospin et de la densité. Faute d'une dérivation à la Brueckner au long de la dynamique et en vue de demeurer réaliste nous avons décomposé cette section efficace en :

$$\sigma = \sigma^{\text{libre}}(E, Y) \times \phi(\rho) \quad (100)$$

où E , Y , ϕ , désignent, respectivement, l'énergie relative nucléon-nucléon, l'isospin (nn, np ou pp) et une fonction de la densité baryonique ρ [22]. Dans la voie élastique aux énergies considérées (inférieures à 100 MeV), il est aussi raisonnable de supposer l'isotropie. La dépendance en E et Y est prise identique à la dépendance de la diffusion libre telle qu'elle se trouve décrite en [46] et paramétrisée en [47] : double pour np en comparaison de pp et nn, elle décroît de 180 mb à 50 MeV à 30 mb à 500 MeV. Ces valeurs sont, bien sûr, réduites dans l'expression (64) de part le blocage dans les états finaux. La fonction ϕ a été estimée dans des situations à l'équilibre thermique en [48, 49]. Dans les résultats de calculs présentés dans la suite, cette fonction a été simplement approchée par une fonction de Fermi valant l'unité pour $\rho < \rho_0/2$ et 1/2 pour $\rho = \rho_0$. La décroissance au delà de ρ_0 est négligée ici, compte tenu du fait que relativement peu de compression est présente dans les collisions considérées.

L'intégrale (64) est calculée en utilisant la méthode pseudo-particulaire du chap. I.5.3 : les pseudo-particules sont groupées par paires. On analyse alors leur énergie relative, leur isospin et la densité moyenne ; si la section efficace est plus grande que πd^2 où d est leur distance relative, une diffusion élastique est simulée par modification des impulsions de pseudo-particules. Cette modification

n'est alors "validée" dans la suite du calcul que si la densité dans l'espace de phase aux points finaux de la diffusion est inférieure à la dégénérescence divisée par h^3 .

L'effet principal de l'ajout de ce terme de collision à la dynamique de Vlasov est d'introduire une viscosité (viscosité à deux corps) qui amortit les mouvements collectifs. En suivant les profils de densité dans la réaction $^{12}\text{C}(84 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}$ avec $b = 1 \text{ fm}$ au cours du temps (20-40-60-80 fm/c), on peut comparer les descriptions TDHF, Vlasov (réf. [45] : méthode particulière), Landau-Vlasov (baptisé BUU en réf. [45] : méthode particulière), Vlasov (réf. [22, 31] : méthode pseudo-particulaire) et Landau-Vlasov (même méthode) (figure 13). Pour les cinq calculs, la même force effective a été utilisée (force (83) avec $\sigma = \frac{1}{6}$). Le terme de collisions BUU diffère de Landau-Vlasov de par son évaluation moins précise et de par la constance de σ prise égale à 30 mb. Dans les deux cas, il conduit à un fort amortissement du mouvement relatif avec une dilution des densités. Les calculs TDHF et Vlasov (1) et (2) indiquent un effet de transparence identique dans les trois cas ; cet effet est largement réduit par les interactions résiduelles même s'il demeure en partie. Pour sa part, la description Landau-Vlasov semble correspondre à un régime plus visqueux que celui de BUU ; une étude de ces différences est en cours [50] : elles proviennent sans doute de l'accroissement des sections efficaces en surface dans le cas de Landau-Vlasov.

II.3. - Mécanismes microscopiques et macroscopiques aux énergies intermédiaires

Afin d'aborder la dernière partie de ce cours consacré aux applications à la physique des ions lourds, nous avons reporté dans le Tableau 1 les grands thèmes d'activité propres à cette physique. Compte tenu du caractère très évolutif des développements expérimentaux, nous renvoyons le lecteur aux revues les plus récentes sur le sujet. Mentionnons juste un article de revue de l'année 1986 [51] et un cours donné pendant l'été 1987 [52]. Les situations hors d'équilibre où l'interaction résiduelle commence à jouer un rôle sont celles de ce

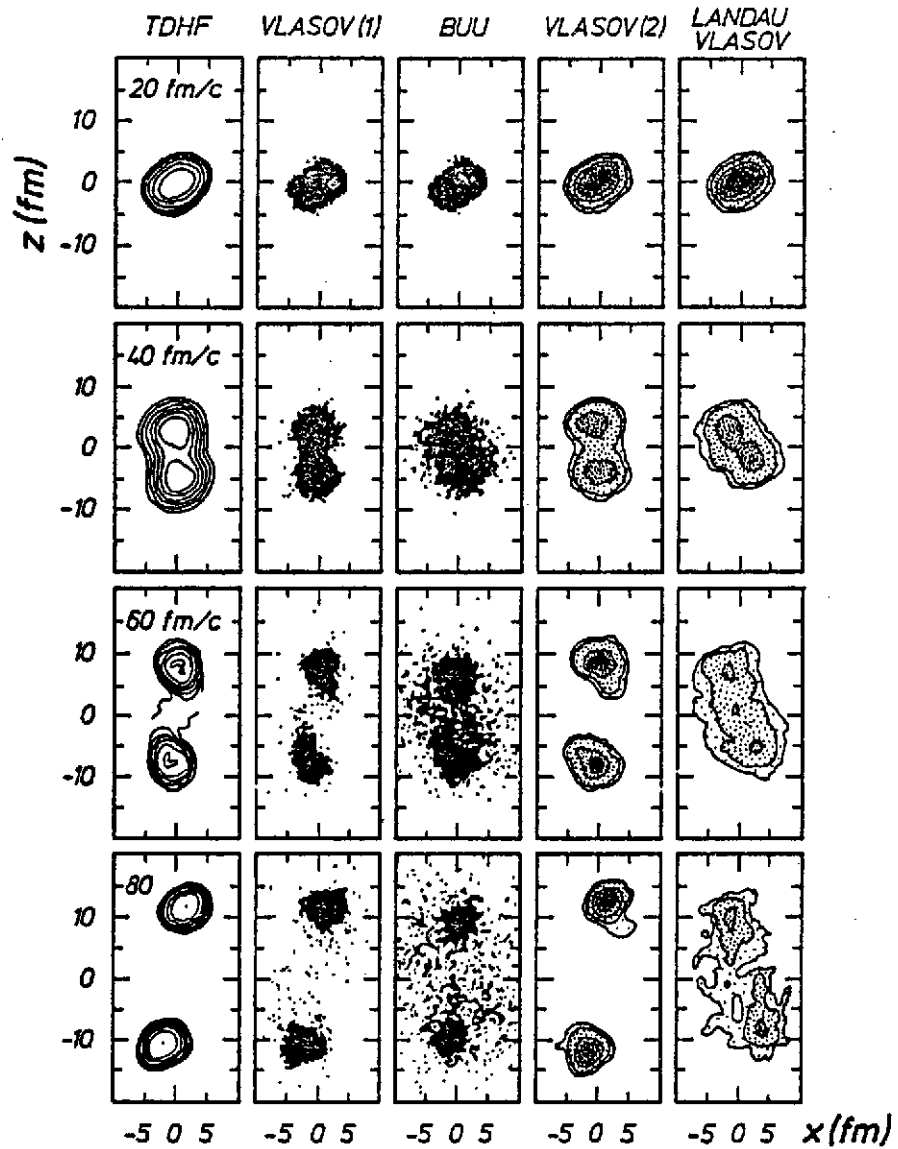
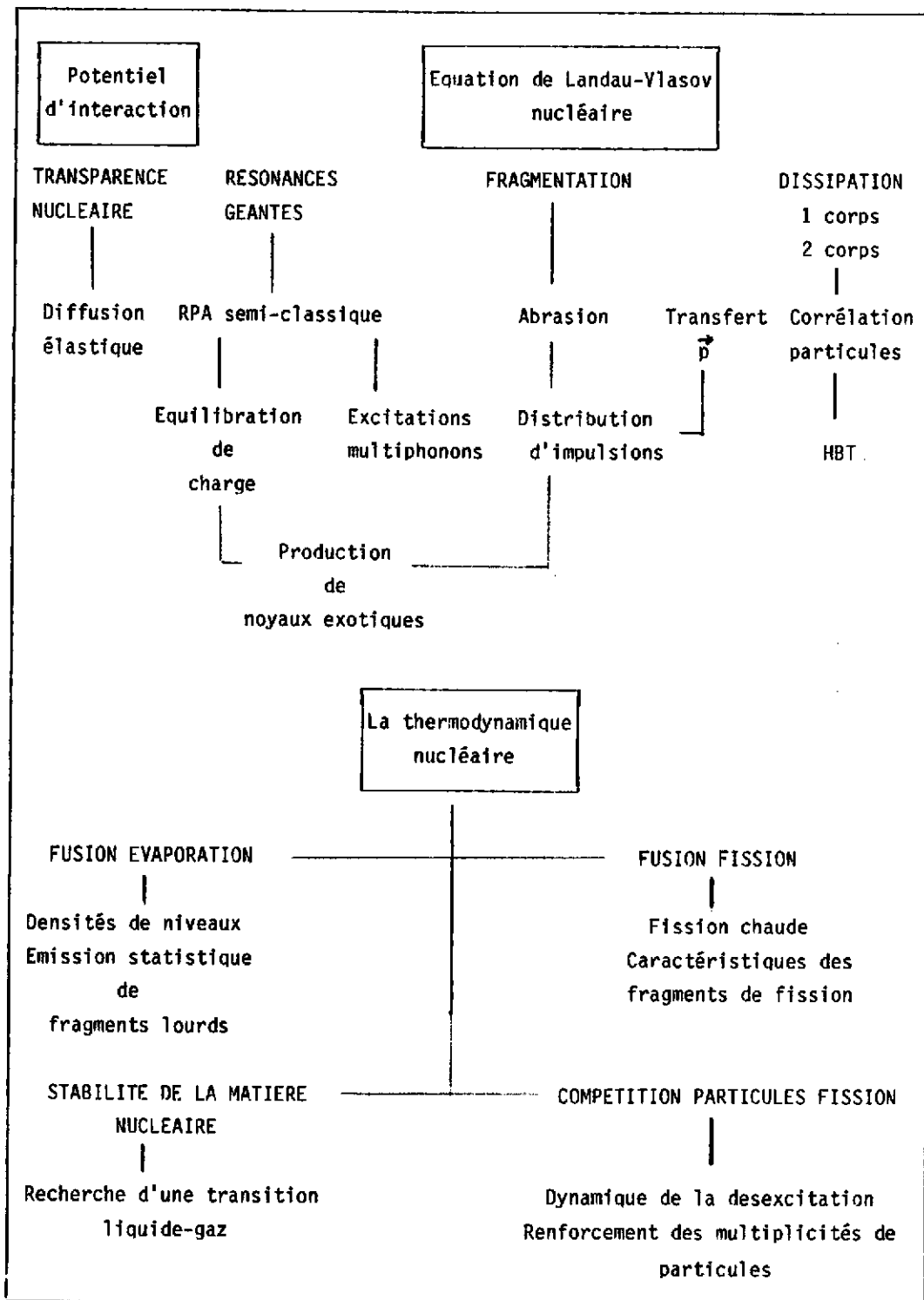


FIGURE 13

COMPARAISON DES SIMULATIONS TDHF, VLASOV (RÉF. [45]),
 BUU (RÉF. [45]), VLASOV (RÉF. [22]) POUR LA RÉACTION
 ^{12}C (85 MeV/u) + ^{12}C AVEC $b = 1$ FM. LES DENSITÉS SONT
 REPRÉSENTÉES POUR DES TEMPS DE 20 FM/C À 80 FM/C APRÈS LE
 DÉBUT DE L'INTERACTION, C'EST-À-DIRE AU DELÀ DU MOMENT OÙ
 LES NOYAUX SE RECOUVRENT.

TABLE 1



domaine d'énergie. On y perturbe très fortement le noyau afin de sonder sa réponse à des excitations de forte amplitude. La complexité des processus est alors très grande et seule une analyse microscopique du type Landau-Vlasov permet de discerner les différents mécanismes mis en jeu et la nature des excitations apportées au noyau. Il ne s'agit là que d'une partie du chemin à parcourir car une étude de la réponse nucléaire suppose d'isoler alors chacun des modes dans la voie d'entrée et dans la décroissance en voie de sortie. Les sections II.4 à II.7 seront consacrées à une analyse de certains résultats obtenus au cours de ces dernières années. Dans les sections II.8 et II.9, nous indiquerons certaines perspectives rendues possibles par cette analyse préalable.

II.4. - Des collisions très inélastiques au processus de fragmentation

Des collisions très inélastiques se caractérisent [53, 54] comme étant un processus binaire où les degrés de liberté collectifs sont en grande partie relaxés, l'équilibration en énergie dans le système composite ayant lieu lors des premiers instants de la collision. Ces degrés de liberté sont, par ordre de temps de relaxation croissant, l'équilibration des charges, le moment angulaire, l'assymétrie de masse, les paramètres de forme (col entre les noyaux). Ces différentes propriétés sont associées au développement du champ moyen ; dans la théorie Hartree-Fock, il s'agit du mélange d'orbitales des deux noyaux initialement décrit comme des déterminants de Slater : le système total reste un déterminant de Slater dont l'évolution au cours du temps permet l'étude de variables collectives définies a priori. Une approche complémentaire est de définir ces modes et de suivre l'évolution dynamique des degrés de liberté collectifs à l'aide de projections sur le sous espace collectif de la matrice densité à N particules (cf [54]) ; en fait ce n'est possible qu'en raison du caractère binaire des collisions et de l'insignifiance des fluctuations du champ. L'équation de Landau-Vlasov est dans ce contexte, une extension naturelle de TDHF à l'approximation semi-classique afin d'introduire l'interaction résiduelle. Cette dernière a pour effet d'amortir les modes collectifs par dissipation à deux corps. A basse énergie, les collisions très inélastiques sont obtenues avec des propriétés dont l'étude est en cours [55]. Nous retiendrons ici le fait

que la simulation Landau-Vlasov pour des paramètres d'impact intermédiaires (i.e. en deça de l'effleurement) conduit à des réactions binaires jusqu'à 20 MeV/u. Le nombre de nucléons manquant aux deux noyaux dans la voie finale reste inférieur à 3 u.m.a. dans l'exemple choisi à la figure 14 (système $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ avec $b = 7 \text{ fm}$) : la dynamique est régie par la prédominance du champ moyen.

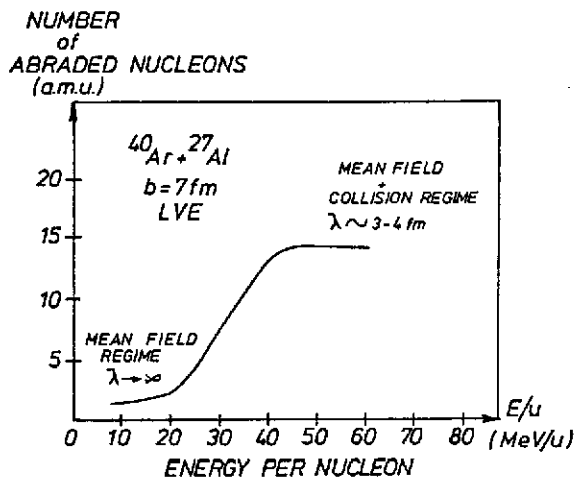


FIGURE 14

VARIATION DU NOMBRE DE NUCLÉONS ABRADÉS DANS LA COLLISION $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ À UN PARAMÈTRE D'IMPACT $b = 7 \text{ FM}$ EN FONCTION DE L'ÉNERGIE INCIDENTE PAR NUCLÉON. (SIMULATION LANDAU-VLASOV).

Les réactions de fragmentation, pour leur part, sont schématiquement décrites par une abrasion géométrique où le champ moyen n'a pas le temps de se réarranger. Mécanisme des collisions à grande vitesse, il conduit à deux fragments "spectateurs" et à une zone "participante" au sein de laquelle les collisions nucléon-nucléon réalisent

un équilibre partiel ou total [51]. L'approche à la Landau-Vlasov contient également, en raison de son terme de collisions les ingrédients nécessaires à la simulation de ces réactions [56, 57]. Au delà de 50 MeV/u, environ 13 nucléons sont trouvés dans une zone participante dans le calcul précédent. Ce chiffre, parce que constant pour des énergies de bombardement supérieures, atteste l'atteinte de l'abrasion géométrique au delà de cette valeur. On peut dire que le régime collisionnel devient dominant, en dépit du fait que de nombreuses contributions potentielles à l'intégrale de Uehling et Uhlenbeck sont réduites par les facteurs de blocage dans l'état final.

Le passage d'un régime à l'autre (champ moyen à collisionnel) est donc identifié par la transition des collisions très inélastiques aux réactions de fragmentation. Dans l'intervalle de cette transition ($20 \text{ MeV/u} < E/u < 50 \text{ MeV/u}$), aucun des deux mécanismes n'est pur. Les figures 15 à 17 comparent résultats de la simulation Landau-Vlasov et quelques données expérimentales obtenus au Ganil avec le système ^{40}Ar (35 MeV/u) + ^{27}Al [58]. Ces comparaisons portent sur les corrélations moyennes entre masse du quasi-projectile et masse de la quasi-cible (figure 15), les énergies moyennes par nucléon des quasi-projectiles (figure 16), la valeur absolue de la déflexion de la quasi-cible en fonction de la profondeur de la collision exprimée par la masse du quasi-projectile émergent (figure 17). En figure 15, l'abrasion géométrique avec un rayon réduit $r_0 = 1.36$, dont la grande valeur par rapport à celle des énergies relativistes reflète les effets de champ, décrit convenablement les résultats expérimentaux [58]. La figure 16 fait apparaître un écart significatif entre simulation et expérience pour des masses de quasi-projectile inférieure à 27 u.m.a. Le fait que les détecteurs de particules ne sont placés qu'à certains angles dans l'expérience pourrait être à l'origine de cette déviation. Néanmoins, dans une région où le nombre de collisions nucléon-nucléon devient important, il pourrait s'agir d'une surestimation de la viscosité à deux corps dans la simulation. Un désaccord similaire apparaît dans la fonction de déflexion de la figure 17. Les ambiguïtés expérimentales liées à une exploration restreinte de la corrélation angulaire mériteraient donc d'être levées car une information significative pourrait alors être apportée en ce qui concerne le terme de collisions. Cela devrait constituer une deuxième génération d'expériences dans le domaine de transition entre réactions très inélastiques et fragmentation du projectile. En ce qui concerne l'aspect théorique, mentionnons que des modèles phénoménologiques tenant compte des propriétés moyennes de l'extension dans l'espace des phases du système rendent compte avec une bonne approximation de la transition : ils peuvent être utilisés à titre prédictifs pour déterminer le choix des systèmes à étudier (cible, projectile, énergie de bombardement, angles de détection) [58, 59].

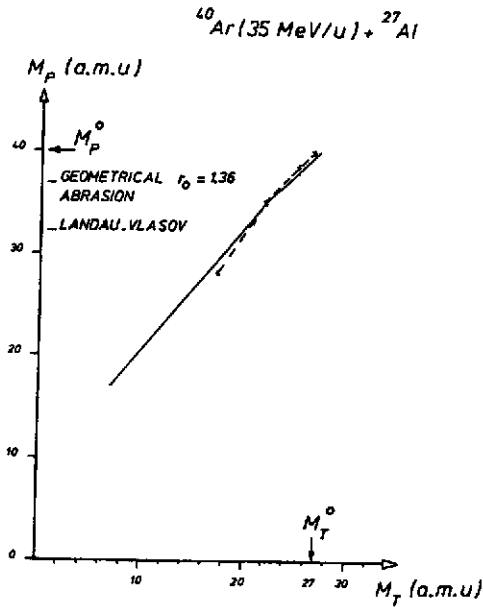


FIGURE 15
CORRÉLATIONS CALCULÉES PAR UN MODÈLE D'ABRASION GÉOMÉTRIQUE (TRAIT PLEIN) ET PAR LA SIMULATION LANDAU-VLASOV (TRAIT POINTILLÉS) ENTRE LES MASSES M_p DU QUASI-PROJECTILE ET M_T DE LA QUASI-CIBLE DANS LA RÉACTION ^{40}Ar (35 MeV/u) + ^{27}Al .

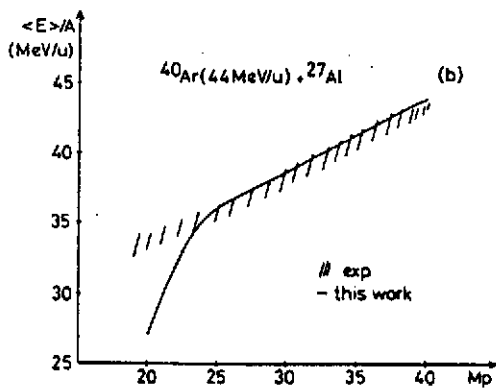


FIGURE 16
ÉNERGIES PAR NUCLÉON DES QUASI-PROJECTILES DE LA RÉACTION ^{40}Ar (44 MeV/u) + ^{27}Al TELLES QU'ELLES SONT CALCULÉES EN RÉSOUVANT L'ÉQUATION DE LANDAU-VLASOV (TRAIT PLEIN) ET TELLES QU'ELLES ONT ÉTÉ MESURÉES EN RÉF. [58] (ZONE HACHURÉE).

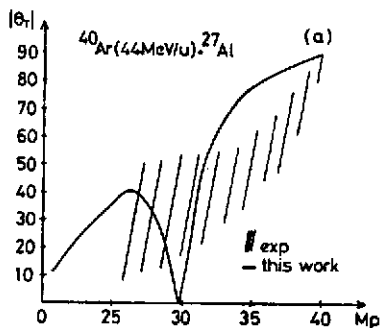


FIGURE 17
FONCTION DE DÉFLECTION DES QUASI-CIBLES, POUR CHAQUE VALEUR DE MASSE DES QUASI-PROJECTILES ASSOCIÉS, MESURÉE POUR LA RÉACTION ^{40}Ar (44 MeV/u) + ^{27}Al (RÉF. [58]) ; ZONE HACHURÉE) ET CALCULÉE PAR LANDAU-VLASOV (TRAIT PLEIN).

II.5. - Deux classes de collision : centrales et périphériques

Poursuivons à titre d'illustration, l'étude de la réaction ^{40}Ar (35 MeV/u) + ^{27}Al à l'aide de la simulation Landau-Vlasov. Le degré de relaxation du mouvement relatif entre les noyaux met en jeu deux processus distincts : d'une part l'échange de nucléons de part et d'autre, à l'intérieur du champ moyen associé au système composite (un corps), et d'autre part l'interaction nucléon-nucléon résiduelle (deux corps). Une quantité résultante de ces deux contributions est la diminution de l'impulsion relative entre les noyaux. Cette décroissance est plus prononcée pour les collisions les plus centrales (petits paramètres d'impact) car aussi bien les échanges nucléoniques que les collisions résiduelles y sont plus nombreux. Elle s'opère pendant les quelques $2-3 \cdot 10^{-22}\text{s}$ après le point de contact (figure 18a). D'emblée on peut distinguer deux répartitions des paramètres d'impact : ceux allant de 0 à 4 fm où l'amortissement du mouvement relatif est presque total et ceux de 5 à 10 fm (effleurement) avec un écart de quelques 5 fm^{-1} dans l'impulsion relative asymptotique quand on passe d'une onde partielle calculée à l'autre (figure 18a). Cette constatation se retrouve dans la relaxation de la distribution d'impulsion (figure 18b) caractérisée par son moment quadrupolaire :

$$\eta = 2 k_z^2 - k_x^2 - k_y^2 \quad (101)$$

L'interaction résiduelle corrèle les deux décroissances (figure 18a et b).

Le résultat de ces évolutions permet finalement de justifier, par la simulation Landau-Vlasov, le classement des collisions en deux catégories : les collisions centrales avec une distribution en transfert d'impulsion (figure 18c) déterminée par les paramètres d'impact faibles ($< 5 \text{ fm}$ dans l'exemple) i.e. par un fort amortissement du mouvement relatif ; d'autre part, les collisions périphériques bien distinctes avec une large distribution répartie sur les paramètres d'impact supérieurs et donc certaines des propriétés ont été décrites au paragraphe précédent. Cette distinction est maintenant une donnée de base à toutes les études expérimentales et théoriques [51, 52].

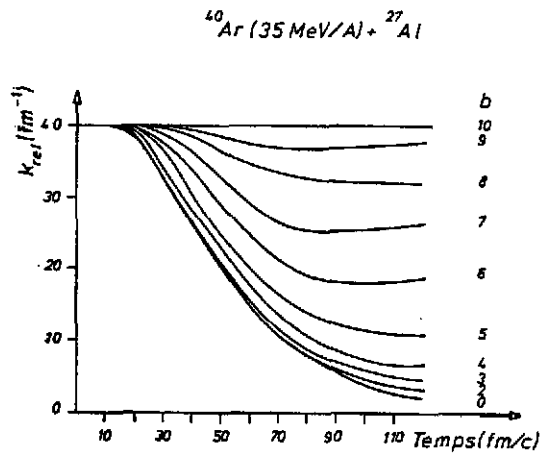


FIGURE 18A
 COURBES DE DÉCROISSANCE DE L'IMPULSION RELATIVE ENTRE LES NOYAUX POUR DIFFÉRENTS PARAMÈTRES D'IMPACT DE $b = 0 \text{ FM}$ À $b = 10 \text{ FM}$ DANS LA RÉACTION $^{40}\text{Ar} (35 \text{ MeV/u}) + ^{27}\text{Al}$ SIMULÉE EN RÉSOVANT L'ÉQUATION LANDAU-VLASOV.

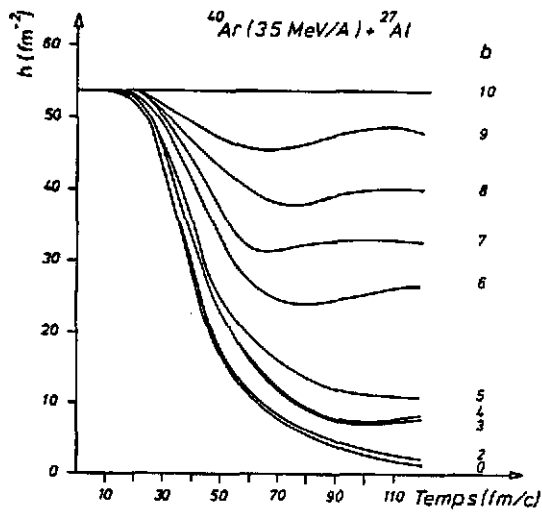


FIGURE 18B
 MÊME COURBE QUE 18A MAIS POUR LE MOMENT QUADRUPOLAIRE DE LA DISTRIBUTION D'IMPULSIONS.

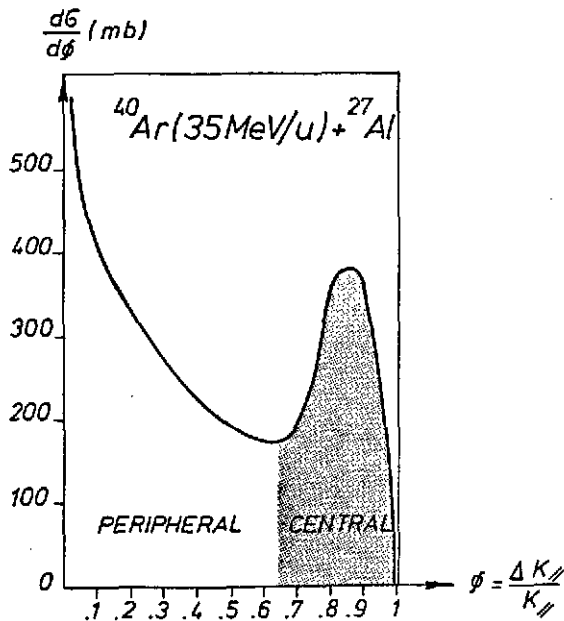


FIGURE 18C
 DISTRIBUTION D'IMPULSIONS TRANSFÉRÉES EXTRAITE DE LA FIGURE 18A.

II.6. - Caractéristiques des collisions centrales

Pour les collisions les plus centrales (c'est à dire pour des réactions presque frontales), TDHF prédit que pour les systèmes légers, un effet de transparence des noyaux doit être observé pour des énergies de bombardement de quelques MeV par nucléon au-dessus de la barrière coulombienne [3]. Il en est de même pour les solutions de l'équation de Vlasov : l'angle d'incidence des pseudoparticules du projectile (resp. de la cible) sur le bord opposé du potentiel moyen de la cible (resp. du projectile) est trop faible dans les collisions frontales pour permettre une réflexion sur ce potentiel, c'est à dire une capture et par voie de conséquence la formation d'un système composé. On a donc un domaine en deça des ondes de fusion où la transparence apparaît dans les calculs et ce, dès les basses énergies incidentes. Seule une indication expérimentale récente pour le système ^{28}Si (122 MeV/u) + ^{28}Si permet de supporter cette transparence à petits paramètres d'impacts [62]. Néanmoins, cet effet disparaît dans les simulations Landau-Vlasov à basse énergie [61] ainsi que dans les calculs TDHF étendus pour inclure un terme de collision [62]. L'interaction résiduelle quand bien même se trouve-t-elle réduite du fait du principe d'exclusion de Pauli suffit à modifier les angles d'incidence des pseudo-particules et à conduire à la capture.

Il faut accroître considérablement l'impulsion relative en voie d'entrée (c'est à dire l'énergie de bombardement) pour voir cette transparence des systèmes légers réapparaître [63, 64]. Pour le système ^{40}Ar (35 MeV/u) + ^{27}Al , les collisions centrales correspondent en fait à un phénomène de transparence qui peut se décomposer avec le temps de la manière suivante : émission de particules de prééquilibre et tentative de fusion incomplète, atteinte des extrêmes géométriques des deux partenaires avec ralentissement du mouvement relatif, passage des barrières mutuelles, l'énergie de chacun restant suffisante et l'angle d'incidence faible. Le libre parcours moyen effectif des nucléons est alors de l'ordre du diamètre du partenaire. En voie de sortie, les simulations prédisent donc deux fragments très excités se séparant avec une focalisation avant-arrière et une énergie cinétique déterminée par la répulsion coulombienne.

Pour des énergies incidentes plus faibles, le prééquilibre précède la fusion (incomplète), ce qui est le cas dans la simulation du système ^{40}Ar (27 MeV/u) + ^{27}Al (réf. [63]).

Pour des systèmes plus massifs tels que ^{40}Ar + ^{58}Ni ou ^{40}Ar + ^{109}Ag , la transparence n'est pas possible, le pouvoir d'arrêt devenant trop grand [64]. On a alors affaire dans tous les cas de figure à la fusion incomplète. Celle-ci répartit l'énergie disponible dans l'excitation thermique et dans les modes de compression. Cette répartition est une des questions essentielles auxquelles les études de ces collisions doit pouvoir répondre : elle est, en effet, étroitement corrélée à l'équation d'état de la matière nucléaire directement liée, dans notre formalisme, à la force effective utilisée. Pour évaluer les modes thermiques et la compression, il s'agit (et c'est ce que permet les calculs esquissés ici) d'abord de comprendre et d'interpréter les autres modes : recul du noyau résiduel et énergie emportée par les particules de prééquilibre, déformation, rotation. Des résultats expérimentaux commencent à voir le jour aux énergies intermédiaires [51, 65, 66]. Par exemple, la table 2, extraite de la thèse de D. Jacquet [66] compare recul, déformation et spin du système composite formé dans la réaction ^{40}Ar (27 MeV/u) + ^{238}U et détecté par les produits de fission de sa décroissance.

TABLE 2

Système ^{40}Ar (27 MeV/u) + ^{238}U : collisions centrales		
	Expérience	Simulation Landau-Vlasov
Angle de corrélation des fragments de fission	115 degrés	118 degrés
Déformation (rapport des axes)	2.4	1.9 (b = 0 fm)
Spin (unités h)	100 - 120	120 (erreur < 5 %)

Ces résultats ont été obtenus avec une force effective de module d'incompressibilité associé $K = 200$ MeV. Il serait intéressant de regarder comment ces valeurs d'observables calculées varient avec la valeur de K et selon les types de force effective : locale, dépendance des vitesses, de portée finie avec termes d'échanges. Ces études sont entreprises mais encore trop préliminaires pour être reportées dans ce cours.

En ce qui concerne la compression elle-même, ou mode monopolaire, les calculs montrent que des amplitudes pouvant atteindre $1.5 \rho_0$, où ρ_0 est la densité normale, pouvaient être obtenues [65, 67]. Les conséquences qui en résultent dans une région très en dessous du seuil de production de pions pourraient bien être un thème majeur des études des prochaines années avec des ions lourds aux énergies intermédiaires.

II.7. - Emission de particules de prééquilibre et d'évaporation

Le long du chemin conduisant à la relaxation de la distribution des impulsions (figure 18b), c'est à dire à l'isotropie du tenseur des pressions, un couplage au continuum s'opère. Deux échelles de temps, τ_1 et τ_2 , pour l'émission de particules peuvent être distinguées :

- τ_1 est le temps caractéristique de la relaxation globale de la distribution d'impulsion. Il dépend du système et de l'énergie ainsi que des ingrédients introduits dans le terme de collision. Un ordre de grandeur est 90 fm/c soit $3 \cdot 10^{-22}$ s.
- τ_2 est le temps de vie du système composite par rapport à l'émission statistique de fragments. Il dépend exponentiellement de la température T ; il vaut $\sim 10^{-19}$ s pour $T = 1$ MeV et $\sim 10^{-22}$ s pour $T = 5$ MeV dans un noyau de ^{208}Pb , comme l'indique aussi bien un calcul "balance détaillée" ou un calcul Hartree-Fock à température finie [68, 69]. Au cours de la chaîne de désexcitation, le flux de particules émises croît logarithmiquement.

Dans une simulation Landau-Vlasov ces deux échelles de temps sont obtenues en considérant la partie de la fonction de distribution dont la composante spatiale se trouve à l'extérieur d'une sphère de rayon 10 fm et centrée autour du centre de masse du système (^{40}Ar (27 MeV/u) + ^{27}Al en collision frontale à la figure 19). Entre 40 fm/c (temps du contact entre les noyaux) et 100 fm/c, un flux important de particules est émis (figure 19a) avec une grande anisotropie d'impulsions (figure 19b) typique du prééquilibre et de grandes énergies

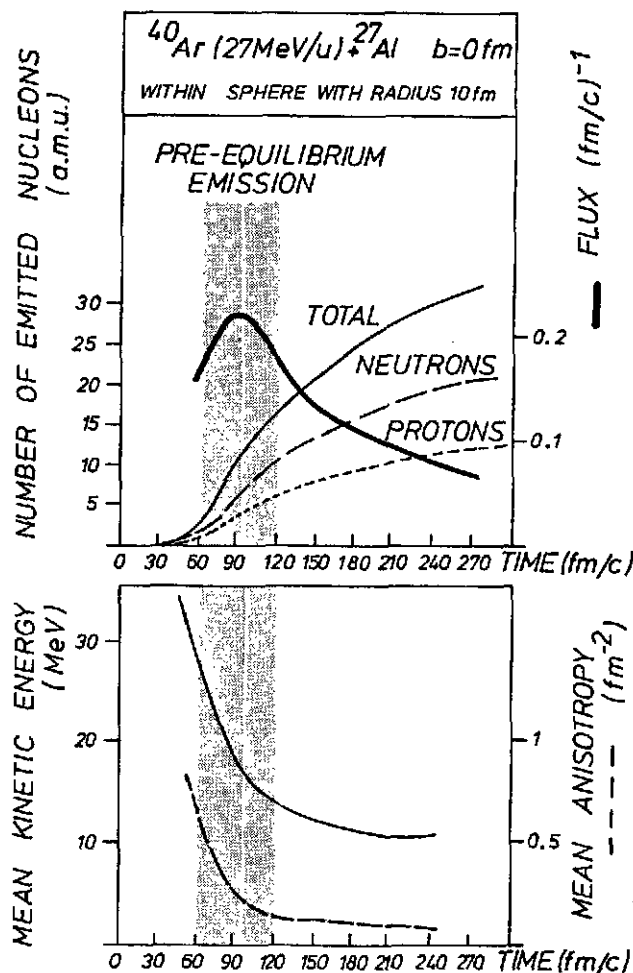


FIGURE 19

PARTICULES ÉMISSES EN DEHORS D'UN VOLUME SPHÉRIQUE DE RAYON 10 FM CENTRÉ AU CENTRE DE MASSE DU SYSTÈME ^{40}Ar (27 MeV/u) + ^{27}Al DANS UNE SIMULATION DE COLLISIONS FRONTALES. EN HAUT, FLUX DE NUCLÉONS (ÉCHELLE DE DROITE) ET NOMBRE DE NUCLÉONS ÉMIS (ÉCHELLE DE GAUCHE) EN FONCTION DU TEMPS. EN BAS, ANISOTROPIE (ÉCHELLE DE DROITE) ET ÉNERGIES CINÉTIQUES (ÉCHELLE DE GAUCHE) ASSOCIÉES.

cinétiques. Ces particules trouvent leur origine d'une part dans la composition des vitesses d'entraînement et intrinsèques (Fermi jets) [70] et d'autre part dans un effet de catapulte du au ralentissement des partenaires en voie d'entrée (émission inertielle) [71]. Le temps τ_1 étant écoulé, le terme de collision a eu le temps nécessaire pour conduire à une répartition de l'énergie disponible (c'est à dire les énergies collectives : vibrations, rotation etc ... étant soustraites) sur les degrés de liberté internes. Le flux de particules décroît alors : son interprétation en termes de flux de neutrons et protons doit être considérée avec prudence car les corrélations sont absentes du calcul ; il ne peut s'agir que d'une surestimation du flux neutron-proton, le flux calculé étant celui de la distribution à un-corps contenant les voies d'émission de clusters. Néanmoins les énergies cinétiques moyennes sont égales à environ $2T$ où T est la température du système ainsi qu'on l'attend d'une émission de Maxwell. L'isotropie (figure 19b) confirme la nature statistique de cette émission secondaire ; notons que le résultat de calcul présenté dans la figure 18 s'interrompt pour des temps supérieurs à 10^{-21} s (i.e. 300 fm/c). Le noyau résiduel pourra encore se refroidir dans des échelles de temps supérieures avant d'atteindre les détecteurs.

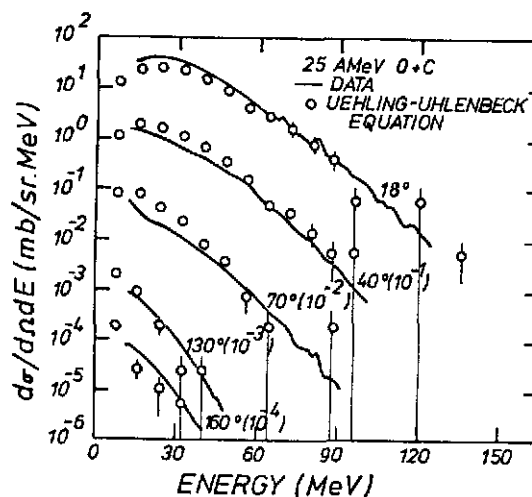


FIGURE 20

SPECTRES EN ÉNERGIE DES NUCLÉONS ÉMIS À DIFFÉRENTS ANGLES DANS LA RÉACTION ^{16}O (25 MeV/u) + ^{12}C . LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES (TRAITS PLEINS) SONT COMPARÉES AUX RÉSULTATS DES CALCULS (POINTS) DE LA RÉF. [18].

Les spectres en énergie de l'ensemble des particules émises tels qu'ils sont calculés pour le système ^{16}O (25 MeV/u) + ^{12}C par les auteurs de la référence [18] sont compatibles avec les spectres inclusifs expérimentaux obtenus à des angles de détection allant de 18° à 160° . A l'angle le plus avant 18° , la composante de prééquilibre conduit à un maximum du spectre à la vitesse du faisceau. La décroissance exponentielle exprime, pour des énergies ou des angles supérieurs, la phase évaporative du processus d'émission.

En dépit de l'absence de corrélations dans les calculs dynamiques, les propriétés globales des processus d'émission peuvent donc être estimées au cours de la dynamique Landau-Vlasov. Ceci constitue un outil précieux dans l'analyse des expériences puisque les différentes parties des spectres peuvent être associées à des étapes du mécanisme, en constituant, de ce fait, une horloge.

II.8. - Angles d'écoulement et moments transverses

Le rôle respectif du champ moyen et des collisions à deux corps a permis, aux paragraphes précédents, de tracer les grandes lignes des processus mis en jeu dans les collisions noyau-noyau. Cela permet, sans doute, d'asseoir notre compréhension et l'identification des propriétés physiques des noyaux formés : masse, charge, excitation thermique ou collective, recul. Nous nous sommes placés dans un cadre phénoménologique qui nous paraissait adapté, compte tenu de ce que l'on connaît déjà de la compressibilité à la densité normale ($K \approx 200$ MeV) [72] et des effets de milieu sur les collisions [48, 49]. Néanmoins loin de l'équilibre cette phénoménologie se devrait d'être modifiée. Une manière d'entreprendre cette étude, qui revient, comme nous l'avons déjà mentionné au paragraphe II.6, à celle de l'équation d'état de la matière nucléaire, est de modifier les ingrédients des simulations Landau-Vlasov et d'examiner les variations sur certaines observables sensibles. C'est la méthode adoptée en réf. [73, 74] avec pour choix d'observables celles mesurées dans des collisions au delà de 200 MeV par nucléon (pour des revues expérimentale et théorique voir réf. [75] et [76]) :

à savoir l'angle d'écoulement et le moment transverse.

Une approche similaire dans le cadre d'une modélisation des collisions dite "Quantum Molecular Dynamics" a été également entreprise en réf. [77].

L'angle d'écoulement θ est défini par son cosinus :

$$\cos \theta = \vec{u} \cdot \vec{z} \quad (102)$$

où \vec{z} est un vecteur unitaire le long de l'axe Oz du faisceau

\vec{u} est vecteur propre associé à la plus grande valeur propre du tenseur de sphéricité Q_{ij}

Le tenseur de sphéricité est défini par :

$$Q_{ij} = \sum_{\nu} \frac{1}{2m} P_i^{\nu} P_j^{\nu} \quad (103)$$

où i et j sont des indices de coordonnées cartésiennes (x, y, z)

P_i^{ν} sont les composantes des impulsions des particules de type ν ; la sommation dans (103) porte sur tous les types ν de particules de masse m_{ν} .

Ce qui détermine l'écoulement est double :

- d'une part une contribution provenant du terme de collisions qui génère, dans la zone de recouvrement des noyaux où il y a surdensité, une pression interne s'exerçant sur les parties externes de cette zone [78]. Cette contribution reste toujours petite ainsi que le montrent les calculs de cascade [79].

- d'autre part un effet de rebond dû à la détente du système après compression, cette dernière étant prise en compte par la composante champ moyen dont la dépendance en densité est celle de l'équation d'état pour la matière nucléaire.

Pour les forces locales, une variation du module d'incompressibilité K_∞ conduit à une variation dans le même sens de l'angle d'écoulement. C'est ce que montre les deux courbes du bas de la figure 21 où soft indique $K_\infty = 200$ MeV et stiff $K_\infty = 400$ MeV, l'interaction effective locale étant celle de Zamick [26].

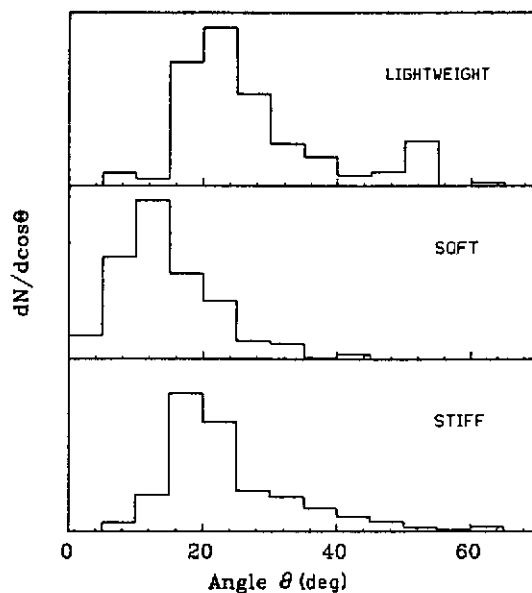


FIGURE 21

CALCULS DE L'ANGLE D'ÉCOULEMENT DANS LA RÉACTION ^{93}Nb (400 MeV/u) + ^{93}Nb POUR LES FORCES EFFECTIVES DÉPENDENT DES IMPULSIONS (HAUT), LOCALES À FORT (RESP. FAIBLE) MODULE D'INCOMPRESSIBILITÉ (BAS, RESP. HAUT) (RÉF. [73]).

calaire conduit à une valeur égale à 210 ± 30 MeV [72].

Néanmoins, cette conclusion n'est pas correcte car elle se fonde sur des simulations avec une force locale, alors que la dépendance en énergie de la profondeur de la partie réelle des potentiels optiques nucléon-noyau fait apparaître une forte dépendance en vitesse de l'interaction effective, le champ moyen s'annulant pour des énergies de l'ordre de 300 MeV [82,83]. Il est clair qu'une telle dépendance implique, en particulier dans la voie d'entrée, une modification

comparaison des valeurs calculées avec les résultats expérimentaux obtenus à Berkeley avec la boule de plastique [80] qui a conduit certains auteurs à affirmer que K_∞ était de l'ordre 400 MeV aux densités doubles de la densité normale. Rappelons qu'à densité normale, une analyse de l'énergie de phonon associée à la résonance géante monopolaire isos-

substantielle de la dynamique : dès le recouvrement des queues de densité, les pseudo particules sont accélérés dans la direction transverse, l'interaction effective étant répulsive au delà de 300 MeV/u. La densité centrale maximale est donc plus faible réduisant la pression interne décrite dans cascade. Le bilan net de ces deux effets (dont le second est faible) est un accroissement de l'angle d'écoulement (partie supérieure de la figure 20 où $K_{\infty} = 200$ MeV, mais où la force effective dépend des impulsions quadratiquement [73]). Une étude complète des dépendances en masse et énergie est sans doute nécessaire (elle est actuellement entreprise [84] avec la force de Gogny [28] afin d'extraire des résultats sur l'angle d'écoulement des informations sur l'équation d'état à haute densité. Cette étude se doit de s'appuyer sur d'autres observables qui permettent de séparer les contributions cascade et champ moyen. Une tentative dans ce sens est proposée en réf. [74]. Les auteurs ont montré que la dépendance du moment transverse p_x (Oz étant l'axe du faisceau) des particules émises avec le paramètre d'impact est directement corrélée à la section efficace nucléon-nucléon effective entrant dans l'intégrale de collisions et non pas (ou très peu) du champ moyen considéré (figure 22).

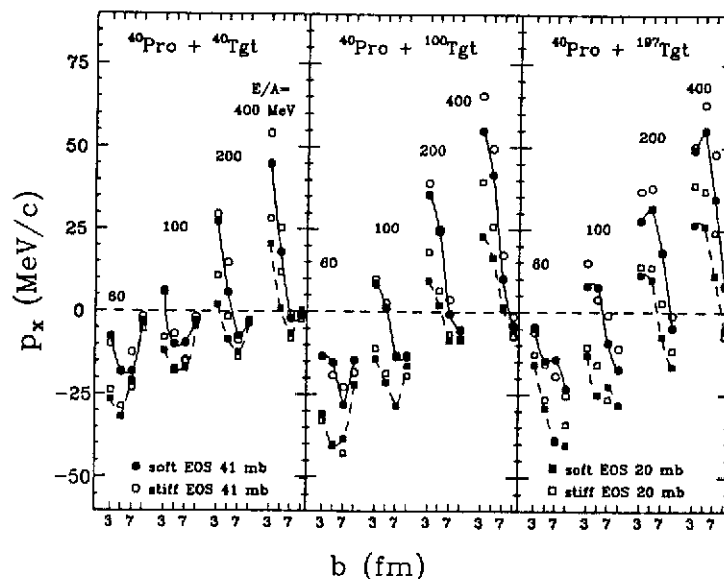


FIGURE 22

DÉPENDANCE EN PARAMÈTRE D'IMPACT DES IMPULSIONS TRANSVERSES DES PARTICULES ÉMISSES DANS LA SIMULATION DE COLLISIONS $^{40}\text{PRO} + ^{40}\text{TGT}$, $^{40}\text{PRO} + ^{100}\text{TGT}$ ET $^{40}\text{PRO} + ^{197}\text{TGT}$ AVEC DIFFÉRENTES RIGIDITÉS DE L'ÉQUATION D'ÉTAT ET DIFFÉRENTES INTENSITÉS DE L'INTERACTION RÉSIDUELLE (RÉF. [74]).

11.9. - Fluctuations et dispersions

Comme nous l'avons vu au chapitre I, pour obtenir une approche de la dynamique nucléaire au delà des observables à un corps il faudrait résoudre explicitement les deux premières équations de la hiérarchie BBGKY c'est à dire ne pas faire le stosszahlansatz de Boltzmann. Néanmoins Landau-Vlasov corrèle les particules via le champ moyen et génère aussi des fluctuations statistiques autour des valeurs moyennes via le terme de collisions. Par conséquent, il est apparu intéressant, dans la limite où les fluctuations de champ sont faibles, d'estimer les dispersions (observables à deux corps) autour des valeurs moyennes que l'on peut déduire de la dynamique Landau-Vlasov. Une seconde étape pourrait être l'inclusion de fluctuations de champ : c'est ce que s'attachent à faire un certain nombre de modèles nucléaires : percolation et multifragmentation [85], dynamique moléculaire [86], interaction résiduelle modifiée pour contenir de grandes fluctuations [87]. Il est aujourd'hui trop tôt pour pouvoir extraire de quelconques informations quantitatives de ces modèles car tous sont fortement dépendant des paramètres et procédures utilisées.

Au niveau des corrélations de champ moyen, c'est à dire à la limite des petites fluctuations du champ, une dispersion caractéristique est la dispersion en masse des fragments dans les réactions binaires. Dans une théorie TDHF, la dispersion en masse est due au fait que chaque fragment en voie de sortie n'est pas un déterminant de Slater ($\rho_1^2 \neq \rho_1$ et $\rho_2^2 \neq \rho_2$ si ρ_i est la matrice densité à un corps de chaque fragment) alors que l'on a toujours $\rho^2 = \rho$ (avec $\rho = \rho_1 \times \rho_2$). Cette dispersion est très petite [3] et très inférieure à celle trouvée expérimentalement dans les collisions très inélastiques. Il en est de même avec les solutions de l'équation de Vlasov (Table 3) où les valeurs sont encore inférieures du fait de l'approximation semi-classique. Dans cette région de basse énergie, l'inclusion de fluctuations statistiques par le terme de collision est aussi négligeable car le blocage de Pauli est très important. Néanmoins en partant des solutions de l'équation Landau-Vlasov, il est possible de calculer des corrélations classiques de champ moyen. L'évolution temporelle de la fonction de distribution

$f(\vec{r}, \vec{k})$ n'est autre que celle d'un nombre infini de degrés de liberté (ceux des pseudo particules, qui sont en nombre, en principe, infini). Pour obtenir les corrélations classiques, il suffit donc d'extraire de cet ensemble le nombre de degrés de liberté correspondant aux nucléons du projectile (A_p) et de la cible (A_T). Chaque ensemble de $A_p + A_T$ pseudo particules (choisi parmi $(A_p + A_T) \times v$ où $v \rightarrow \infty$) est soumis au même champ qui est obtenu comme une moyenne statistique sur un nombre infini d'ensembles de $A_p + A_T$ pseudo particules. La valeur moyenne d'une observable Q est obtenue aussi comme la moyenne statistique sur ces ensembles de $A_p + A_T$ pseudo particules. On obtient aussi la variance en construisant le spectre de l'observable, chaque "événement" correspondant à chaque "ensemble" de $(A_p + A_T)$ pseudo particules. La dispersion est due à ces corrélations à longue portée pour lesquelles un principe variationnel (Balian-Vénéroni) permet d'établir une manière de dériver les variances en utilisant les trajectoires TDHF [88,89]. Dans le cadre de Landau-Vlasov, les dispersions dues aux corrélations de champ moyen classiques se comparent à celles attendues pour un processus de marche au hasard décrivant les échanges de nucléons entre les noyaux (Table 3).

TABLE 3 (extraite de [90])

Ecart quadratique moyen Système $^{46}\text{O} (10\text{MeV}) + ^{46}\text{O}$ $l = 36$	Vlasov	Dispersion semi-classiques	Marche au hasard
Masse (a.m.u)	< 0.2	1.9	2.0
Charge	-	1.2	1.5
Impulsion (fm^{-1})	-	2.0	-

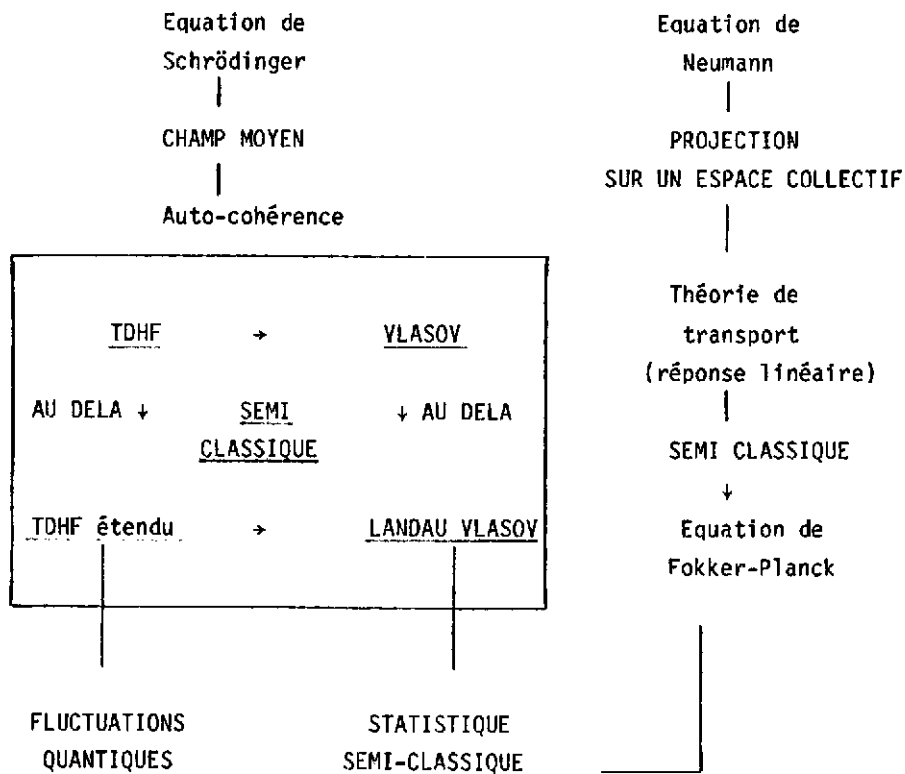
Dans ce cas les variances sont égales exactement au nombre de particules échangées [91]. On voit que l'on obtient des dispersions en masse un

ordre de grandeur supérieures à celle dérivées simplement de l'équation de Vlasov, ce qui est conforme à l'observation expérimentale pour de très nombreux systèmes [3, 53, 54].

CONCLUSION

En considérant la dynamique nucléaire dans une description allant au delà du champ moyen, nous avons pu, dans le cadre d'une phénoménologie des forces effectives et de l'interaction résiduelle, voir que ces collisions affectent de nombreux comportements d'observables accessibles dans des réactions noyau-noyau. L'approche semi-classique s'insère dans les tentatives aux ordres les plus bas de résoudre le problème de N-corps de manière auto-cohérente. Les perspectives ouvertes par l'étude des fluctuations et des dispersions devraient permettre dans le futur d'éclaircir le lien avec les théories du transport pour des modes collectifs (Table 4).

TABLE 4



REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier ici B. Remaud et P. Schuck pour les quelques années de travail en commun sur le sujet exposé au long de ce cours : leur collaboration a été pour moi un réel plaisir. Que F. Scheuter, P. Bertrand, L. Vinet, D. Jacquet, F. Sébille, E. Suraud, M. Pi et M. Zielinska-Pfabé trouvent ici l'expression de ma gratitude pour les nombreux échanges que nous avons eu. A mes collègues du Ganil, à ceux qui ont participé aux réunions théoriciens du Ganil depuis cinq ans, je voudrais adresser également mes remerciements. Le soutien permanent de la direction du Ganil (c'est à dire C. Détraz et R. Joly, qui ont permis à une activité théorique de voir le jour dans notre laboratoire) a été déterminant pour le développement de nombreuses idées exposées au long de ce cours ; ce soutien témoigne de l'importance qu'ils ont apporté à l'accompagnement théorique et conceptuel de l'activité expérimentale : je leur en suis très reconnaissant. Enfin mes remerciements, et non les moindres, vont à S. Geswend qui, avec beaucoup de patience et de gentillesse, a effectué la frappe et la mise en forme du *manuscrit* dans des délais très brefs.

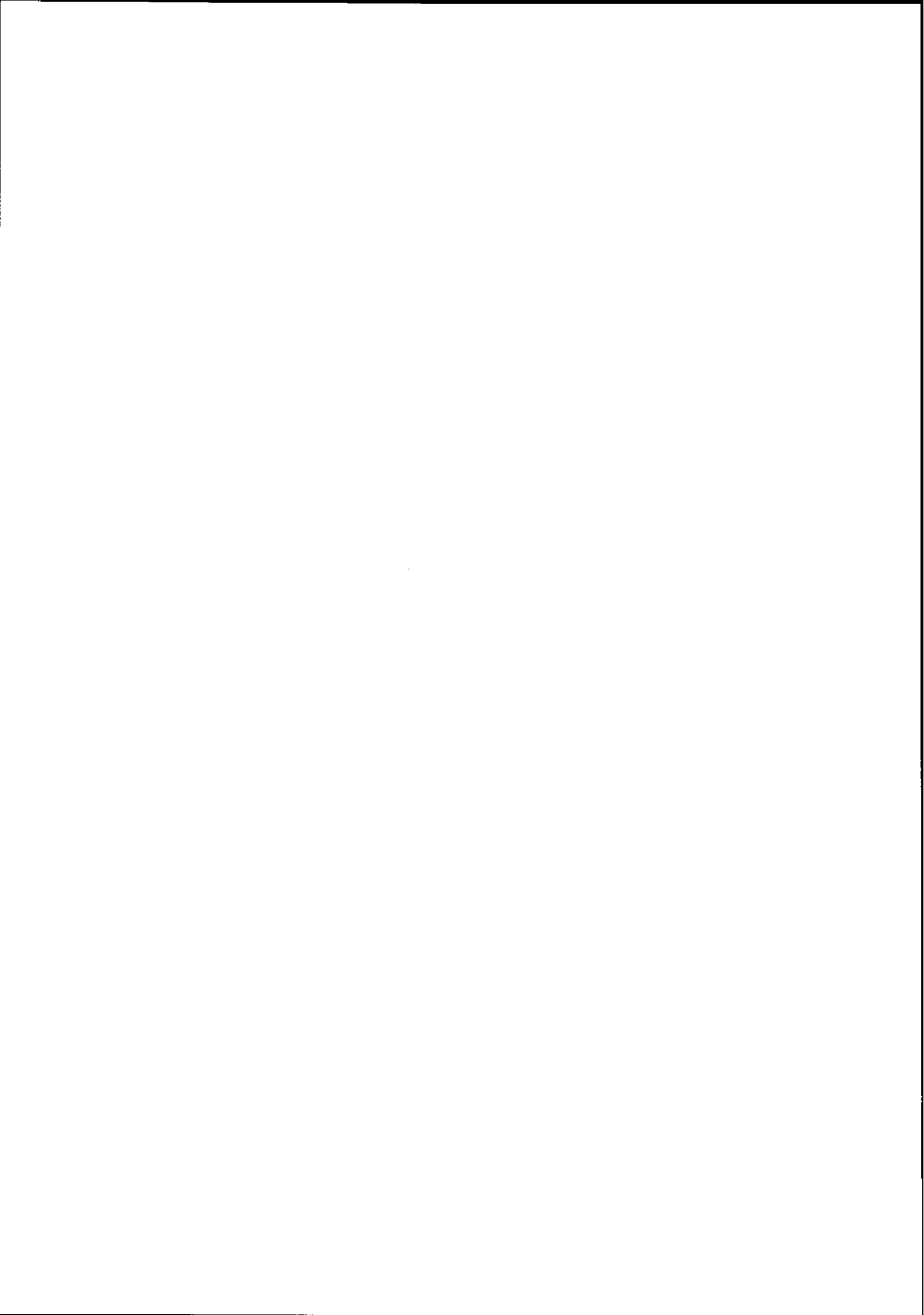
REFERENCES

- [1] H.A. Kramers, *Physica* VII, n° 4 (1940) 284.
- [2] S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.* 15 (1943) 1.
et J. Richert, *Ecole Joliot Curie* 1982.
- [3] J.N. Negele, *Rev. Mod. Phys.* 54 (1982) 913.
- [4] L. Boltzmann, *Wien, Ber.* 66 (1872) 275.
- [5] Voir F. Haake, *Springer Tracts in Modern Physics* 66 (1973) 98.
- [6] R. Balescu, *Equilibrium and non-equilibrium statistical mechanics*, J. Wiley (1975) chapitre 3.
- [7] W. Botermans et R. Malfliet, *Phys. Lett.* 171B (1986) 22.
- [8] L. Kadanoff et G. Baym, *Quantum statistical mechanics*, W.A. Benjamin (1962) New-York.
- [9] R.F. Snider, *J. Chem. Phys.* 32 (1960) 1051.
- [10] R.F. Snider et B.C. Sanctuary, *J. Chem. Phys.* 55 (1971) 1555.
- [11] R.G. Newton, *Scattering theory of waves and particles* (Springer-Verlag 1982).
- [12] K.A. Brueckner, *Phys. Rev.* 97 (1955) 1353.
- [13] P. Grangé, *cette école*.
- [14] P. Ring et P. Schuck, *The nuclear many-body problem* (Springer-Verlag 1980) Berlin.
- [15] L.W. Nordheim, *Proc. Roy. Soc.* A119 (1928) 689.
- [16] E.A. Uehling et G.E. Uhlenbeck, *Phys. Rev.* 43 (1933) 552.
- [17] H. Kruse et coll., *Phys. Rev.* C31 (1985) 1770.
- [18] J. Aichelin et G. Bertsch, *Phys. Rev.* C31 (1985) 1730.
- [19] P.A. Raviart et J.M. Thomas, *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles* (Masson 1983) Paris.
- [20] P.G. Ciarlet, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation* (Masson).
- [21] C.Y. Wong, *Phys. Rev.* C25 (1982) 1460.
- [22] C. Grégoire et coll., *Nucl. Phys.* A465 (1987) 317.
- [23] G.P. Maddison et D.M. Brink, *Nucl. Phys.* A378 (1982) 566.
- [24] E.J. Heller, *J. Chem. Phys.* 75 (1981) 2923.
- [25] W.H. Press et coll., *Numerical recipes* (Cambridge Univ. Press 1986).
- [26] L. Zamick, *Phys. Lett.* 45B (1973) 313.

- [27] P. Bonche et coll., Phys. Rev. C13 (1976) 1226.
- [28] D. Gogny, Proc. Int. Conf. Nuclear self-consistent fields, Trieste (1975), édité par G. Ripka et M. Porneuf, North-Holland ; P. Schuck, communication privée.
- [29] J.P. Blaizot et G. Ripka, Note CEA-N 2019 (1978).
- [30] H.H.K. Tang et coll., Phys. Lett. 101B (1981) 10.
- [31] L. Vinet, Thèse d'Université, Orsay (1986).
- [32] F. Sébille et B. Remaud, 8ème session d'études biennale de physique nucléaire, Aussois (1985) S.17.1.
- [33] A. Messiah, Mécanique quantique Tome 1 (Dunod 1959) Paris.
- [34] C. Grégoire et coll., dans Phase space approach to nuclear dynamics (World Scientific 1986) p. 120.
- [35] L. Vinet et coll., Phys. Lett. 172B (1986) 17.
- [36] L. Vinet et coll., Nucl. Phys. A468 (1987) 321.
- [37] M. Brack et coll., Phys. Rep. 123 (1985) 275.
- [38] S. Stringari et D. Vautherin, Phys. Lett. 88B (1979) 1.
- [39] M. Pi et coll., Phys. Lett. 166B (1986) 17.
- [40] D. Vautherin et coll., Phys. Lett. 191B (1987) 6.
- [41] C. Toepffer et C.Y. Wong, Phys. Rev. C25 (1982) 1018.
- [42] M.T. Collins et J.J. Griffin, Nucl. Phys. A348 (1980) 63.
- [43] F. Scheuter et C. Grégoire, Phys. Lett. 146B (1984) 21.
- [44] A. Bohr et B. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. I (Benjamin 1969).
- [45] J. Aichelin et H. Stöcker, Phys. Lett. 163B (1985) 59.
- [46] K. Kikuchi, M. Kawai, Nuclear matter and nuclear reactions (North Holland 1968).
- [47] K. Chen et coll., Phys. rev. 166 (1968) 949.
- [48] J. Cugnon et coll., Phys. Rev. C35 (1987) 861.
- [49] B. Ter Haar et R. Malfliet, Phys. Lett. 172B (1986) 10.
- [50] J. Aichelin et C. Grégoire, Progress in particle and nuclear physics, en préparation.
- [51] C. Grégoire et B. Tamain, Ann. Phys. Fr. 11 (1986) 323.
- [52] C. Détraz, Trends in Nuclear Physics (Varenna 1987), preprint Ganj] P 87-22.
- [53] M. Lefort, C. Ngô, Ann. Phys. Fr. 3 (1978) 5.
- [54] C. Grégoire, dans Winter college in fundamental nuclear physics, (World Scientific 1985) p. 497.
- [55] M. Zielinska-Pfabé et C. Grégoire, en préparation.

- [56] C. Grégoire, Proc. Bormio Conf. (1986) p. 1.
- [57] C. Grégoire et coll., Phys. Lett. 186B (1987) 14.
- [58] R. Dayras et coll., Nucl. Phys. A460 (1986) 299.
- [59] A. Bonasera et coll., Nucl. Phys. A463 (1987) 653.
- [60] P. Decowski et coll., Z. Phys. A327 (1987) 235.
- [61] C. Grégoire et coll., J. Phys. Paris (1987) C2-203.
- [62] M. Tohyama, Nucl. Phys. A437 (1985) 447.
- [63] B. Remaud et coll., Phys. Lett. 180B (1986) 198.
- [64] J. Aichelin, Phys. Rev. C33 (1986) 537.
- [65] C. Grégoire et coll., Nucl. Phys. A471 (1987) 399c.
- [66] D. Jacquet, Thèse d'Université Orsay (1987).
- [67] M. Pi et coll., J. Phys. Paris (1987) C2-181.
- [68] H. Delagrange et coll., Z. Phys. A323 (1986) 437.
- [69] P. Bonche et coll., Nucl. Phys. A427 (1984) 278.
- [70] K. Möhring et coll., Nucl. Phys. A440 (1985) 89 et references
incluses.
- [71] C. Grégoire et coll., Nucl. Phys. A436 (1985) 365.
- [72] J.P. Blaizot, Phys. Rep. 64 (1980) 171.
- [73] C. Gale et coll., Phys. Rev. C35 (1987) 1666.
- [74] G.F. Bertsch et coll., Phys. Lett. B189 (1987) 384.
- [75] R. Babinet, Ann. Phys. Fr. 2 (1986) 113.
- [76] J. Cugnon, même ouvrage que [75].
- [77] J. Aichelin et coll., Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 1926.
- [78] J. Cugnon et L'Hote, Nucl. Phys. A452 (1986) 738.
- [79] J. Cugnon et D. L'Hote, Nucl. Phys. A447 (1985) 27c.
- [80] R. Stock, Phys. Rep. 135 (1986) 259.
- [81] H. Stöcker et W. Greiner, Phys. Rep. 137 (1986) 277.
- [82] G.E. Brown, paper dedicaced to H. Bethe for his 80th Birthday,
Stony-Brook (1986).
- [83] P.E. Hodgson, Rep. Prog. Phys. 47 (1984) 613.
- [84] F. Sébille et coll., en préparation.
- [85] X. Campi, cette école.
- [86] J. Aichelin et H. Stöcker, Phys. Lett. 176B (1986) 14.
- [87] W. Bauer et coll., Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 863.

- [88] H. Flocart, Ecole Joliot Curie 1982.
- [89] R. Balian et al., Nucl. Phys. A409 (1983) 225c.
- [90] M. Zielinska-Pfabé et C. Grégoire, preprint Ganil P 87-20 soumis à publication dans Phys. Rev. C.
- [91] F. Reif, Fundamentals of statistical and thermal physics, Mc. Graw-Hill 1965).



INTRODUCTION A LA THEORIE DES MODELES DE FORMATION D'AMAS
APPLICATION A LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

X. Campi



INTRODUCTION A LA THEORIE DES MODELES DE FORMATIONS D'AMAS.

APPLICATION A LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

X. CAMPI

*Division de Physique Théorique, Institut de Physique Nucléaire
F-91406 Orsay Cedex, France*

Résumé

Ce cours fait une revue de la théorie des modèles de formation d'amas géométriques en physique des réactions nucléaires. Après une introduction élémentaire à la théorie des phénomènes critiques, illustrée par les modèles de percolation, on discute de modèles cinétiques d'agrégation et de fragmentation. L'application de ces idées à la physique des réactions nucléaires de fragmentation et à la recherche de signaux de transitions de phase est discutée en dernier.

Abstract

This course reviews the theory of geometrical models of cluster formation in nuclear reactions. After an elementary introduction to the theory of critical phenomena, illustrated by percolation models, we discuss kinetic theories of aggregation and fragmentation. The realization of these ideas in the context of nuclear fragmentation reactions and the search of signals of phase transitions is also reviewed.

1. INTRODUCTION

L'étude de la formation et des caractéristiques des ensembles d'amas est devenue ces dernières années une nouvelle branche très active de la mécanique statistique. Cette recherche concerne actuellement la plupart des disciplines scientifiques. Citons au hasard, comme exemples de cette diversité, la propagation du Sida ou des feux de forêt, le colapse du réseau E.D.F., la formation des polymères et des amas d'étoiles.

Du point de vue théorique, cette recherche s'est beaucoup développée à cause des liens avec la théorie des phénomènes critiques et grâce à la découverte de lois d'échelle qui sont intimement liées à la structure géométrique des amas.

En physique nucléaire, ces nouvelles idées ont fait une timide apparition il y a seulement trois ans, et depuis, elles pénètrent lentement cette discipline. Actuellement quatre ou cinq équipes indépendantes travaillent de par le monde sur cette approche, essentiellement sur des modèles de type percolation. Pourtant, l'usage de concepts géométriques et du concept d'amas n'est pas nouveau en physique nucléaire. La théorie des réactions nucléaires à moyenne et haute énergies a largement utilisé des concepts géométriques (modèle de cascade intranucléaire, modèles d'abrasion...) et des théories sur la structure nucléaire, celle d'amas (modèles d'amas de particules alpha, modèle des quartets...). Ce qui est nouveau, dans cette approche actuelle des phénomènes de formation d'amas, ce sont le caractère purement aléatoire et l'extrême simplicité des mécanismes de formation. Ceci contraste avec l'approche traditionnelle, dans laquelle les mécanismes sont liés à des concepts énergétiques.

Ce cours est une introduction élémentaire à la théorie de certains modèles géométriques de formation d'amas, pour lesquels nous pouvons avoir des solutions simples (analytiques ou simulations sur ordinateur), sans avoir recours à des approximations de type champ moyen.

Il est organisé comme suit. La théorie du modèle de percolation a été choisie comme exemple pour introduire la notion de comportement critique et de transition de phase. Ce modèle, qui est conceptuellement le plus simple que l'on puisse imaginer, est cependant très riche et nous permet d'introduire les quantités et les exposants critiques qui sont liés aux propriétés statiques des amas. Pour pouvoir suivre cette partie, il n'est pas nécessaire de connaître la théorie des phénomènes critiques, mais pour mieux situer ce qui va être dit, je recommande vivement la lecture du livre très pédagogique de Eugène Stanley "*Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*"¹. Pour écrire cette partie du cours, j'ai suivi de près l'excellent livre de Dietrich Stauffer "*Introduction to Percolation Theory*"². La troisième section du cours concerne

les modèles cinétiques de formation d'amas. Nous verrons ici comment plusieurs mécanismes d'agrégation apparemment très proches, conduisent à la formation d'amas de structure très différente et comment le concept de dimension fractale est utile dans ce contexte. Une quatrième section décrit, très brièvement, les modèles existants de formation d'amas en physique nucléaire et la cinquième, plus détaillée, discute comment on peut, à partir d'une analyse sans modèle des résultats expérimentaux, montrer l'existence d'un phénomène critique dans les modèles de fragmentation des noyaux atomiques et tenter de déterminer la nature de ce phénomène critique.

2. MODELES DE PERCOLATION

Un modèle de percolation est constitué par un ensemble de sites (ou points d'un espace) et par une règle de connexion entre paires de sites. Les sites peuvent être *vides* ou *occupés*, ou (et) les liens *actifs* et *inactifs*, suivant un *mécanisme purement aléatoire*. (Nous parlerons respectivement de percolation de sites, de liens, (et de sites-liens). Chaque configuration de sites-liens a donc une probabilité bien définie d'exister.

Un ensemble de sites occupés connectés entre eux par des liens actifs forme un amas ou cluster. La taille des amas augmente avec la densité de sites occupés ou (et) de liens actifs. Nous verrons plus loin que pour des systèmes infinis, il existe des densités critiques au-delà desquelles apparaît soudainement un (et seulement un) cluster de taille infinie. Nous dirons alors que le système se trouve dans un état percolant. Nous verrons que la transition d'un état non-percolant (pas de cluster infini) à un état percolant (un cluster infini) est une forme de transition de phase. La particularité de la percolation par rapport à d'autres modèles de transition de phase, est qu'il n'y a pas de Hamiltonien, cette théorie étant basée entièrement sur des arguments probabilistes. La transition de percolation est un phénomène purement géométrique, dans lequel les amas sont des objets statiques de forme bien définie.

EXEMPLES DE MODELES DE PERCOLATION

Considérons maintenant pour fixer les idées quelques modèles spécifiques de percolation. Pour commencer, prenons l'exemple le plus simple, celui d'un modèle à une dimension. Nous savons, par des arguments très généraux¹, que dans les systèmes à une dimension il n'y a jamais de transition de phase. Mais ce modèle nous permettra de nous familiariser avec les raisonnements de base et d'introduire les quantités fondamentales.

Percolation à une dimension

Prenons donc une chaîne infinie de sites à une dimension. Chaque site a deux proches voisins. Nous dirons que la *coordinance* vaut $z=2$. Supposons pour commencer que les sites sont occupés avec une probabilité p (vides avec probabilité $(1-p)$), la même pour tous les sites, et que les liens entre sites proches voisins sont tous actifs. Nous avons donc affaire à un problème de percolation de sites.

Calculons maintenant le nombre d'amas de taille s . La probabilité que s sites arbitraires soient occupés est p^s . La probabilité qu'un bout de la chaîne soit vide est $(1-p)$. Par conséquent, la probabilité totale pour qu'un site soit le bout d'un amas de taille s vaut $p^s (1-p)^2$. Maintenant, si la chaîne contient L

sites ($L \rightarrow \infty$, et nous pouvons négliger les effets de bord) le nombre total d'amas est $Lp^s(1-p)^2$. Le nombre d'amas de taille s par nombre total de sites vaut donc

$$n_s(p) = p^s(1-p)^2 \quad (2.1)$$

Le problème de percolation de liens (tous sites occupés, liens actifs avec probabilité p) se traite d'une manière analogue, pour aboutir au résultat

$$n_s(p) = p^{s-1}(1-p)^2 \quad (2.2)$$

Discutons le comportement de n_s dans le cas de la percolation de sites (2.1).

Pour $p=1$ tous les sites sont occupés et la chaîne contient un seul amas infini appelé *amas de percolation*. Pour toute valeur de $p < 1$, la chaîne aura en moyenne $(1-p)L$ sites vides et donc il n'y a plus d'amas de percolation qui connecte les deux bouts de la chaîne. Le *seuil de percolation* se situe donc dans ce cas à $p_c=1$. La région $p > 1$ n'étant pas accessible, nous n'avons pas de transition de phase. Toutefois, nous allons voir que quand $p \rightarrow 1$ le système approche un comportement classique. Nous allons le voir sur le nombre d'amas n_s , sur leur taille moyenne et sur la longueur de corrélation².

Quand $p \rightarrow p_c=1$, nous pouvons écrire :

$$p = \exp(\ln p) \simeq \exp(p-1) = \exp(p-p_c)$$

et

$$\begin{aligned} n_s(p) &\simeq s^{-2} [(p-p_c)s]^2 \exp[(p-p_c).s] \\ &= s^{-\tau} f(z), \end{aligned} \quad (2.3)$$

avec $\tau=2$, $z=(p-p_c)s^\sigma$, $\sigma=1$ et $f(z)=z^2.e^z$.

Nous constatons que pour $p \ll p_c$, n_s décroît exponentiellement avec s et que quand $p \rightarrow p_c$, n_s tend vers une loi de puissances avec exposant $\tau=2$. Nous avons ici délibérément choisi la paramétrisation (2.3) pour faire ressortir cette compétition entre la loi de puissances et l'exponentielle et faire apparaître les *exposants critiques* τ et σ . Nous verrons plus loin que la forme (2.3) est tout à fait générale et que pour une dimension fixée de l'espace d (ici $d=1$), τ et σ sont "*universels*" pour tous les modèles de percolation.

La taille moyenne des amas, définie comme²,

$$s = \sum \frac{n_s(p)s^2}{\sum n_s(p).s} \quad (2.4)$$

vaut dans le modèle à 1 dimension

$$S = \frac{1+p}{1-p} = (1+p) \cdot (1-p)^{-\gamma} \quad (2.5)$$

i.e. diverge quand $p \rightarrow p_c$ avec un exposant $\gamma=1$.

Enfin, la fonction de corrélation $g(r)$ est définie comme la probabilité qu'un site situé à une distance r (en unités de nombre de sites) d'un site occupé, appartienne au même amas. On a évidemment $g(0)=1$, $g(1)=p$, et en général à une dimension :

$$g(r) = p^r$$

que nous pouvons réécrire

$$g(r) = \exp\left(\frac{-r}{\xi}\right) \quad (2.6)$$

avec

$$\xi = -\frac{1}{\ln(p)} \simeq (p_c - p)^{-\nu} (p \rightarrow p_c) \quad (2.7)$$

où ξ est la *longueur de corrélation* et $\nu=1$ un nouvel exposant critique.

En résumé, nous avons vu que dans le modèle de percolation à une dimension il n'y a pas de transition de phase, mais que des quantités comme la taille moyenne des amas et la longueur de corrélation divergent quand on approche le seuil $p_c=1$, ce qui définit les exposants critiques γ et ν . Par ailleurs, le nombre d'amas de taille s peut se mettre sous la forme d'une loi d'échelle $n_s(p) \sim s^{-\tau} f(z)$ avec $z = (p-p_c)s^\sigma$ avec deux nouveaux exposants τ et σ .

Percolation a un nombre infini de dimensions

Un autre exemple de modèle de percolation qui peut être résolu analytiquement est celui de la percolation sur un réseau de Bethe (ou arbre de Cayley). Dans un réseau de Bethe (infini) de coordinance z , de chaque site partent z branches ou liens qui se terminent par autant de *nouveaux sites* (i.e. il n'y a pas de boucles) (voir fig.2-1)

Ce réseau a une dimension d infinie. Pour s'en convaincre, choisissons un site (arbitraire) comme origine et prenons une sphère de rayon r centrée sur ce site. Le nombre de sites contenus dans la sphère et le nombre de sites sur sa surface croissent *tous les deux* exponentiellement avec r . Par contre, dans un objet de dimension finie, la surface croît comme $S \sim r^{d-1}$ et le volume comme $V \sim r^d$, i.e. $S \propto V^{(1-1/d)}$. Le réseau de Bethe a donc bien une dimension infinie.

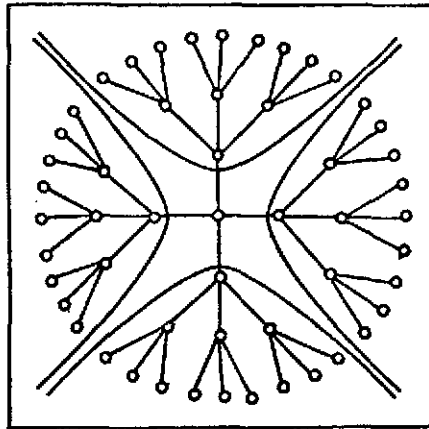


Fig.2-1 : Un réseau de Bethe de coordinance $z=4$ montrant les quatre processus de branchement indépendants. (D'après la réf.3.)

L'existence ou l'absence d'un chemin entre l'origine (arbitraire) et la surface définit le seuil de percolation. A chaque génération de branchement il y a $p(z-1)$ nouveaux sites occupés (ou liens actifs) qui permettent de continuer le chemin. La probabilité de trouver un chemin de proches voisins occupés (ou de liens actifs) décroît exponentiellement avec la distance r si $p(z-1) < 1$. Le seuil se situe donc à

$$p_c = \frac{1}{z-1} \quad (2.8)$$

Le nombre d'amas de taille s est plus compliqué à calculer que dans le cas à 1 dimension. Le résultat² peut se mettre aussi sous la forme d'une loi d'échelle

$$n_s(p) \sim s^{-5/2} \exp(-cs) \quad (s \rightarrow \infty, p \rightarrow p_c) \quad (2.9)$$

avec $c \propto (p-p_c)^2$. Nous avons donc $\tau = 5/2$ et $\sigma = 1/2$.

La taille moyenne des amas (2.4) diverge aussi à $p=p_c$ comme $S \propto (p_c-p)^{-1}$, ($p \rightarrow p_c^-$), donc $\gamma = 1$.

Il est très instructif de montrer comment disparaît l'amas infini quand $p \rightarrow p_c$ ($p > p_c$).

Prenons l'exemple d'un réseau de Bethe avec coordinance $z = 3$. Définissons ce qui est un site, un voisin, une branche et une sous-branche, suivant le schéma de la figure (2-2) et plaçons-nous dans la situation d'une percolation de sites (sites occupés avec probabilité p , tous liens actifs). Soit

$P(p)$ la probabilité qu'un site arbitraire

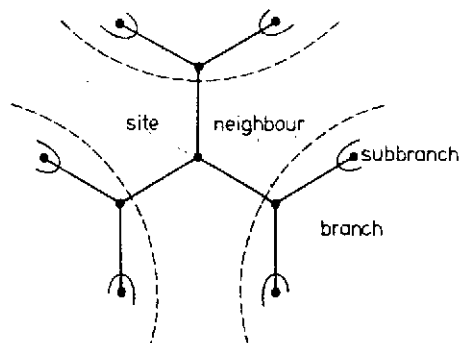


Fig.2-2 : Définition de site voisin, de branche et de sous-branche dans un réseau de Bethe de coordianance $z=3$.
(D'après la réf.2.)

appartienne à l'amas infini. Pour $p < p_c$, il n'y a pas par définition d'amas infini et donc $P(p < p_c) = 0$. Pour $p > p_c$ il existe un amas infini, mais tous les sites ne lui sont pas connectés : $0 < P(p > p_c) \leq 1$. Calculons cette fonction. Soit $Q(p)$ la probabilité qu'un site arbitraire ne soit pas connecté à l'infini (la surface) à travers une branche partant de ce site. La probabilité que deux sous-branches qui partent d'un voisin ne soient pas connectées à l'infini est Q^2 (car la probabilité pour une branche = probabilité pour une sous-branche, la probabilité étant uniforme dans ce modèle). Alors, pQ^2 est la probabilité que ce voisin soit occupé, mais pas connecté à l'infini. De même, la probabilité que ce voisin soit vide est $(1-p)$ et enfin

$$Q = 1 - p + p Q^2$$

est la probabilité totale que cette branche ne conduise pas à l'infini. Nous avons deux solutions pour Q : a) $Q=1$ et b) $Q=(1-p)/p$.

La probabilité que le site soit occupé mais pas connecté est égale à pQ^3 , mais aussi égale à $p(1-P(p))$. L'équation

$$P(p) = p(1 - Q^3)$$

a une solution

$$P(p) = 0 \quad \text{pour} \quad Q = 0$$

qui correspond au domaine $p < p_c = 1/2$ et une solution

$$P(p) = 1 - \left(\frac{1-p}{p}\right)^3 \quad \text{pour} \quad p > p_c \quad (2.10)$$

Cette fonction est représentée sur la figure (2-3). Nous voyons donc que quand $p \rightarrow p_c$ ($p > p_c$)

$$P(p) \propto (p - p_c)^\beta \quad (2.11)$$

avec $\beta = 1$, un nouvel exposant critique.

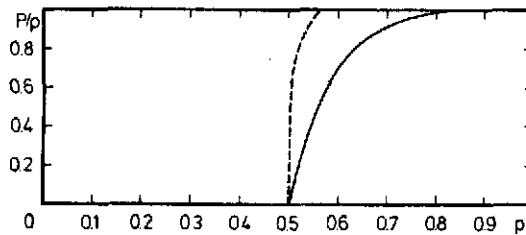


Fig.2-3 : Intensité de l'amas infini $P(p)$ en fonction de p pour le réseau de Bethe avec $z=3$ (ligne continue) et pour un réseau triangulaire ($d=2$) (ligne tiretée). Par accident les deux réseaux ont le même seuil à $p_c=0.5$. La différence des pentes à $p \approx p_c$ reflète la différence dans les valeurs de l'exposant critique β ($\beta=1$ à $d=\infty$ et $\beta=5/36$ à $d=2$, voir plus loin). (D'après la réf.2.)

On remarquera que $P(p)$, appelée normalement l'intensité de l'amas infini, représente également le nombre de sites appartenant à l'amas infini, par nombre total de sites du réseau. Cette quantité est essentielle dans la théorie de la percolation parce qu'elle joue le rôle de paramètre d'ordre. En effet, $P(p)=0$ dans la "phase" la plus symétrique ($p < p_c$) et $P(p) > 0$ dans la phase la moins symétrique ($p > p_c$).

En résumé, nous venons d'étudier le comportement d'un modèle de percolation en dimension infinie. Dans ce cas nous avons une vraie transition de phase à $p_c = 1/(z-1)$. Le nombre d'amas de taille s peut à nouveau s'écrire comme une loi de puissances, modulée par une fonction d'échelle. Par ailleurs, nous avons étudié en détail le développement de l'amas infini quand $p > p_c$. La figure (2-4) montre le comportement de la taille moyenne $S(p)$ et de l'intensité de l'amas infini $P(p)$ pour un réseau de Bethe avec $z = 4$.

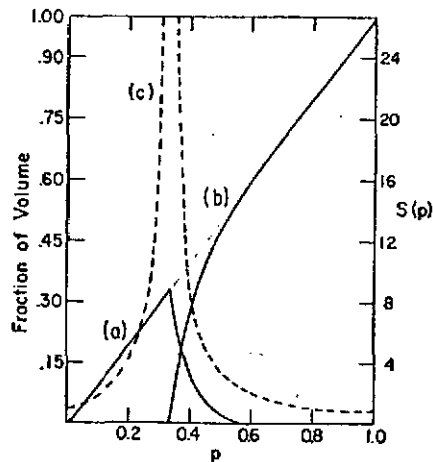


Fig.2-4 : Réseau de Bethe avec coordianance $z=4$ ($p_c=1/3$). a) Fraction du volume occupé par les amas finis ; b) idem infini, $P(p)$; Taille moyenne des amas, $S(p)$. (D'après la réf.5.)

DISTRIBUTION EN TAILLE DES AMAS FINIS : HYPOTHESE D'UNE LOI D'ECHELLE

Nous venons de voir qu'aussi bien à $d=1$ qu'à d infini la distribution en taille des amas de taille finie peut s'écrire quand $p \rightarrow p_c$ et $s \rightarrow \infty$ comme

$$n_s \sim s^{-\tau} f((p-p_c)s^\sigma) + \dots$$

$$f(0) = 1 \quad (2.12)$$

Stauffer² a fait l'hypothèse que cette loi d'échelle était valable pour tous les modèles de percolation. Les exposants critiques τ et σ sont "Universels" et ne dépendent que de la dimension de l'espace, tandis que la fonction f est modèle dépendante. La relation (2.13) peut être aussi vue comme une généralisation de la formule de Fisher

$$n_s(\varepsilon) \sim s^{-\tau} \exp(-\alpha \varepsilon s^\sigma) \quad (2.13)$$

$$\varepsilon = (T - T_c)/T_c$$

proposée pour décrire, près de la température critique T_c , la formation de gouttelettes lors d'une transition de phase liquide-gaz⁴.

L'hypothèse (2.12) est extrêmement bien vérifiée par tous les modèles de percolation. On remarquera qu'à $p = p_c$ on espère $n_s \sim s^{-\tau}$. La figure (2.5) représente le résultat d'une simulation sur ordinateur pour un réseau triangulaire contenant 95000^2 sites. La pente de cette droite parfaite sur 13 ordres de grandeur permet la détermination de τ avec une très grande précision. (En fait la valeur exacte est connue par ailleurs pour $d=2$, $\tau=187/91$.) La validité de la propriété d'échelle (2.12) peut être vérifiée en

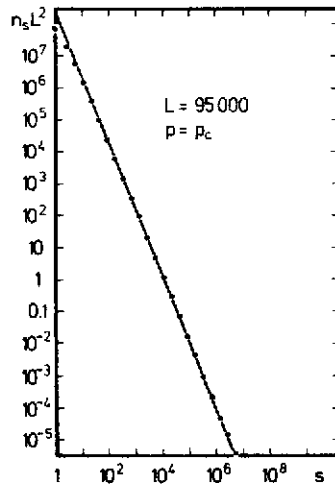


Fig.2-5 : Nombre d'amas de taille s à $p=p_c$ pour un modèle de percolation sur réseau triangulaire ($d=2$). (D'après la réf.6.).

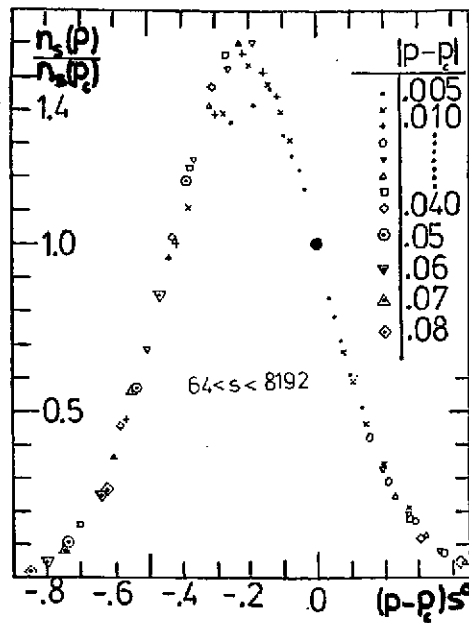


Fig.2-6 : Nombre d'amas de taille s , normalisé par la valeur au seuil, en fonction de la variable d'échelle $(p-p_c)s^\sigma$. Réseau cubique. (D'après la réf.7.)

représentant $n_s(p)/n_s(p_c)$ en fonction de la variable $(p-p_c)s^\sigma$. La figure (2.6) montre un exemple pour un réseau cubique⁷. Dans ce cas, la fonction $f(z)$ a une forme assez proche d'une gaussienne.

RELATIONS ENTRE EXPOSANTS CRITIQUES

L'hypothèse d'échelle (2.12) impose des relations très importantes entre les différents exposants critiques. Nous allons en examiner quelques unes.

Le second moment de la distribution d'amas de taille finie peut s'écrire :

$$\begin{aligned} m_2(p) &= \sum_s s^2 n_s(p) \simeq \int_0^\infty s^2 n_s(p) ds \\ &= \int_0^\infty s^{3-\tau} f(z) ds/s \\ &= \frac{1}{\sigma} (p-p_c)^{-(3-\tau)/\sigma} \int_0^\infty z^{((3-\tau)/\sigma)-1} dz \\ &= C_2^+ (p-p_c)^{-\gamma} \end{aligned}$$

qui est valable pour $p > p_c$. Nous avons successivement remplacé la somme sur s (qui porte sur les amas finis uniquement) par une intégrale, introduit la variable d'échelle $z = (p-p_c)s^\sigma$, utilisé la règle de différentiation $dz/z = \sigma ds/s$, identifié la constante C_2^+ à l'intégrale sur dz de l'avant-dernière ligne et identifié l'exposant

$$\gamma = (3-\tau)/\sigma \quad (2.14)$$

ce qui nous donne une première relation entre exposants. Par un exercice d'intégration similaire on peut montrer que pour tout moment $m_k = \sum_s s^k n_s$, nous avons

$$m_k(p) \sim C_k^\pm |p-p_c|^{\mu_k} \quad (2.15)$$

avec

$$\mu_k = \frac{\tau - k - 1}{\sigma} \quad (2.16)$$

c'est-à-dire que les moments m_k de la distribution d'amas finis divergent à $p=p_c$ si

$$k > \tau - 1 \quad (2.17)$$

Dans les modèles de percolation (voir plus loin table 2.1)

$$2 \leq \tau \lesssim 2.3$$

et les moments m_k divergent pour $k \geq 2$.

Les constantes C_k sont en principe différentes si l'on approche le point critique par des valeurs positives (C_k^+) ou négatives (C_k^-) de $(p-p_c)$, cette différence dépendant de la forme de la fonction $f(z)$. La figure (2.7) illustre ce fait pour $m_2(p)$, pour un modèle de percolation sur un réseau cubique. On remarquera que dans ce cas $C_2^+/C_2^- \sim 8$. Il semble que ce rapport soit aussi une quantité "universelle", i.e. que dans le cadre des modèles de percolation elle ne dépende que de la dimension d . La pente des deux droites détermine la valeur de l'exposant $-\gamma$. A trois dimensions on a $\gamma \simeq 1.74$.

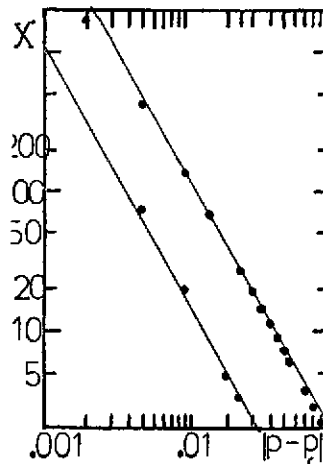


Fig.2-7 : Représentation doublement logarithmique du moment $m_2(p)$ en fonction de la distance $p-p_c$ au seuil. La branche supérieure correspond à $p < p_c$ et l'inférieure à $p > p_c$. La pente de ces droites (la même pour les deux) détermine l'exposant $-\gamma$. (D'après la réf.7.)

Nous pouvons également calculer l'intensité de l'amas infini $P(p)$ à partir de la distribution n_s (2.12), appliquant la conservation de la probabilité. En effet, pour $p > p_c$, un site arbitraire peut soit appartenir à l'amas infini avec une probabilité $P(p)$, soit être vide avec probabilité $(1-p)$, soit appartenir aux amas finis :

$$P(p) + (1-p) + \sum_s s n_s(p) = 1 \quad (2.18)$$

d'où

$$\begin{aligned}
\frac{dP}{dp} &= 1 - \sum s \frac{d(n_s)}{dp} \\
&= 1 - \sum s^{1-\tau} \frac{df}{dp} \\
&= 1 - \int_0^{\infty} s^{\sigma(1-\tau)} f'(z) dz \\
&= 1 - \frac{1}{\sigma} (p-p_c)^{\beta-1} \int_0^{\infty} z^{(2-\tau)/\sigma} f'(z) dz \\
&= 1 - B(p-p_c)^{\beta-1}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

avec

$$\beta = (\tau - 2)/\sigma \tag{2.20}$$

ce qui nous donne une nouvelle relation entre exposants τ, σ de n_s et celui β de $P(p) \sim (p-p_c)^\beta$. Nous avons déjà montré sur la figure (2-3) l'allure de $P(p)$ pour le réseau de Bethe et pour un réseau triangulaire, faisant ressortir la grande différence de comportement à p_c , qui est le reflet de la différence dans les valeurs de β .

La longueur de corrélation, que nous avons introduite comme cas particulier du modèle à une dimension en (2.8) permet de définir un exposant critique qui est également relié à ceux que nous connaissons déjà.

En général on définit la longueur de corrélation comme²

$$\xi^2 = \frac{\sum_r r^2 g(r)}{\sum_r g(r)} \tag{2.21}$$

$g(r)$ étant la fonction de corrélation, i.e. la probabilité qu'un site situé à une distance r d'un site occupé appartienne au même amas.

La longueur de corrélation peut aussi se définir à partir du rayon typique des amas

$$\xi^2 = \sum_s R_s^2 s^2 n_s / \sum_s s^2 n_s \tag{2.22}$$

ou

$$R_s^2 = \sum_{i=1, s} |\vec{r}_i - \vec{r}_0|/s \tag{2.23}$$

est le rayon de giration d'un amas de s sites (r_0 est le centre de masse). Utilisant les résultats précédents il est aisé de montrer² que

$$\xi^2 \sim |p-p_c|^{-\nu} \quad (2.24)$$

Finalement, nous introduisons un autre exposant, la dimension fractale D , définie par

$$s \propto R_g^D \quad (2.26)$$

R_g étant le rayon de giration (2.23).

La figure (2-8) représente la taille du plus grand amas présent à $p=p_c$ en fonction de la taille linéaire L du système pour un système cubique contenant jusqu'à $L = 600 \times 600 \times 600$ sites. Nous voyons que l'amas "infini" qui commence à se développer au seuil, a une masse qui croît comme L^D , avec une dimension fractale $D \approx 2.5$, définitivement plus petite que la dimension euclidienne $d=3$. Remarquons en passant que la linéarité de cette corrélation s'étend jusqu'à des valeurs de L très petites.

Intégrations similaires à celles qui conduisent aux équations (2.14) et (2.20) donnent

$$\nu = 1/(D\sigma) \quad (2.27)$$

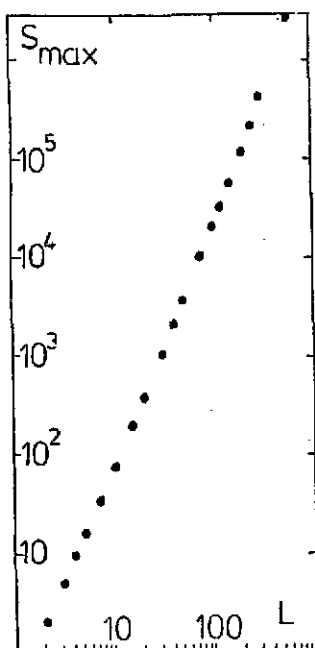


Fig.2-8 : Représentation log-log de la taille du plus grand amas S_{\max} présent au seuil $p=p_c$, en fonction de la dimension linéaire L du système. Percolation sur réseau cubique; la pente de la droite détermine la dimension fractale, ici $D \approx 2.5$. (D'après la réf.7.)

Il existe aussi une relation entre exposants qui fait intervenir la dimension d de l'espace. Cette relation, qui s'appelle "hyperscaling", semble bien vérifiée en percolation à 2 et 3 dimensions. (Mais pas sur le réseau de Bethe $d = \infty$.) Elle peut s'écrire par exemple

$$D = d - \beta/\nu$$

Récapitulant, nous avons en tout dans les modèles statiques de type percolation six exposants différents : $\tau, \sigma, \beta, \gamma, \nu$ et D et quatre relations entre eux, par exemple

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= (3-\tau)/\sigma \\ \beta &= (\tau-2)/\sigma \\ \nu &= (\gamma+2\beta)/d \\ D &= 1/(\tau-1) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Il y a donc deux exposants indépendants pour une dimension d fixée.

La table (2.1) donne les valeurs couramment admises pour les six exposants. Les nombres exprimés comme fractions sont des valeurs supposées exactes.

		dimension d			
Exposant	1	2	3	∞	
β	-	5/36	0.45	1	
γ	1	43/18	1.74	1	
ν	1	4/3	0.88	1/2	
σ	1	36/91	0.46	1/2	
τ	2	187/91	2.20	5/2	
$D(p=p_c)$	-	91/48	2.50	4	
C_2^-/C_2^+	-	0.005	~ 0.1	1	

- Table 2.1 -

Distribution d'amas finis loin de p_c

La loi d'échelle (2.12) n'est en principe valable que près du seuil $p=p_c$. (Voir par exemple pour le modèle à une dimension les approximations qui ont été faites pour la dériver.) Pour $p < p_c$ et $s \rightarrow \infty$ il existe des arguments⁸ en faveur d'une forme de type

$$n_s \propto s^{-\theta} \text{const}^s \quad (p < p_c, s \rightarrow \infty) \quad (2.29)$$

avec un exposant θ qui vaut 1 à deux dimensions et 3/2 à trois dimensions.

Le comportement pour $p > p_c$ (réf.8),

$$n_s \propto \exp(-cs^{(1-1/d)}) \quad (2.30)$$

est plus intéressant parce que l'exposant $\xi = 1-1/d$ est directement relié à la dimension d et pas aux autres exposants (2.28).

Remarques finales

Nous venons d'examiner certains aspects de la théorie des modèles de percolation. Ces modèles ne possèdent qu'une seule variable, la "densité" p . (En fait aux variables dans la percolation sites-liens.) Malgré cela, ces modèles s'avèrent extrêmement riches et utiles pour introduire la notion de phénomène critique, d'exposant critique et pour calculer quelques relations exactes qui les relient. Dans certains cas simples (1 dimension, réseau de Bethe) il est même possible de calculer simplement la valeur de ces exposants. Il faut signaler que ce travail aurait été infiniment plus laborieux pour d'autres modèles qui semblent à peine plus compliqués (Ising, gaz sur réseau...). Par ailleurs, il faut rappeler que la théorie de la percolation est très utile pour comprendre semi-quantitativement de très nombreux problèmes complexes^{9,10}, malgré la nature très variable des interactions et des distances mises en jeu.

Nous verrons plus loin comment la plupart des concepts que nous avons introduit dans ce chapitre peuvent s'appliquer au problème de la formation d'amas dans les réactions nucléaires.

3. MODELES CINETIQUES

Nous allons conclure cette introduction aux modèles géométriques par une brève description de quelques modèles cinétiques de formation d'amas. Comme pour l'exemple de la percolation, les modèles sont définis par un *espace* (espace continu ou réseau, de dimension euclidienne d) et par un *mécanisme de formation d'amas* (déplacement, collage, décollage, etc...). Il y a en plus la variable temps, qui peut être continue, mais le plus souvent est discrétisée en intervalles Δt qui correspondent à des opérations élémentaires de l'algorithme de formation d'amas. Comme auparavant nous nous limiterons à des modèles basées sur un *mécanisme aléatoire*, ce qui exclut les mécanismes basés sur des considérations énergétiques. Remarquez que cette optique est donc orthogonale à celle normalement suivie en Physique Nucléaire.

Nous distinguerons encore entre modèles de croissance¹³⁻¹⁸ et modèles de fragmentation¹⁹ suivant le sens d'évolution dans le temps de la taille moyenne des amas en formation. Nous préciserons pour chaque modèle, outre le mécanisme de formation, la dimension fractale des amas obtenus. Celle-ci nous fournira une idée quantitative de "l'aspect" de ces amas. Examinons d'abord les modèles de croissance.

MODELES DE CROISSANCE

Modèle de EDEN - Ce modèle a été proposé en 1961 par Eden¹⁴ pour décrire la croissance de tumeurs et a fait l'objet d'études théorique et numérique très approfondies¹¹. C'est un peu le modèle de référence.

Soit un ensemble de sites avec coordianance z . L'algorithme est le suivant : a) On choisit et on occupe au hasard un site "souche". Cette opération crée $z-1$ sites actifs de croissance. b) On occupe au hasard un site actif de croissance. c) Les voisins vides deviennent sites actifs. Le processus b)-c) est répété un grand nombre de fois jusqu'à l'obtention d'un régime asymptotique dans lequel la dimension fractale ne change plus. Par ce mécanisme on obtient un amas compact, $D_f = d$. La figure (3.1) montre un exemple de tels amas.

Modèle de WITTEN et SANDER (1981) - Ce modèle, connu sous le sigle DLA (Diffusion-Limited-Aggregation), est défini comme suit : a) Une particule "souche" est placée dans un point arbitraire de l'espace. b) Une particule qui effectue une marche au hasard est relâchée depuis le périmètre d'un grand cercle qui a comme centre la particule souche. Quand elle atteint un site proche voisin d'un site occupé elle s'y attache et une nouvelle particule est relâchée. Ce processus donne lieu à une structure self-similaire très ramifiée ($D_f = 2.50$ pour $d=3$). (Voir fig.3.2).

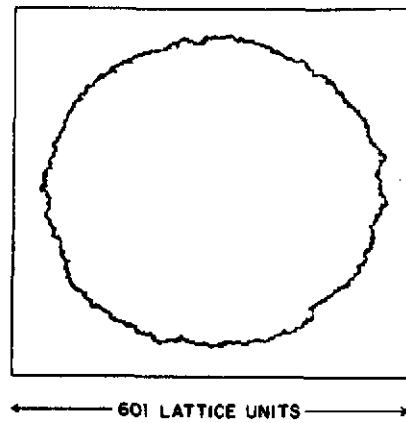


Fig. 3-1 : Un agrégat de EDEN contenant 200.000 sites occupés.
(D'après la réf.12.)

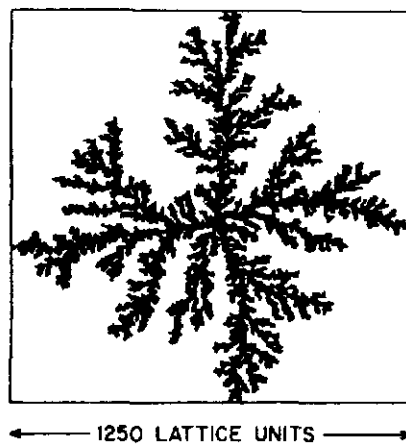


Fig.3-2 : Un amas typique de Witten et Sander à 2 dimensions
contenant 100.000 particules. (D'après la réf.12.)

Modèle des épidémies

Le modèle des épidémies est une extension du modèle de Eden, dans lequel on introduit un paramètre libre p . Au départ il y a un site "souche" et ses proches voisins sont déclarés actifs. On choisit au hasard un site actif et on

procède à : 1) soit occuper le site avec probabilité p et rendre ses proches voisins actifs ; 2) soit à "tuer" le site définitivement avec probabilité $1-p$. Remarquez que pour $p=1$ on retrouve le modèle de Eden. Variant p on obtient des amas de structures différentes. La figure (3-3) montre un amas à 2 dimensions sur réseau carré pour $p = 0.5927$ (le seuil de percolation).



Fig.3-3 : Exemple d'amas obtenu dans le modèle des épidémies sur réseau carré à $p=0.5927$. (D'après la réf.13.)

Modèle de collage amas-amas

Le modèle de Witten et Sanders n'est pas capable d'expliquer le processus d'agrégation de type formation de colloïdes et d'aérosols pour lesquels la dimension fractale mesurée est de l'ordre de $D = 1.75$ ($d = 3$). Le problème provient de la dissymétrie qui existe entre le gros amas en formation et les particules qui viennent s'y coller, alors que dans les colloïdes et les aérosols ce sont les amas eux-mêmes qui se déplacent (diffusent). Un modèle de collage amas-amas, qui a connu un grand succès, a été développé par Kolb, Botet et Jullien⁶ et par Meakin⁷. Dans sa forme la plus simple, on considère un réseau carré contenant L^2 sites, et on y dispose au hasard N particules. On a donc au départ N amas avec $s=1$ particules. Ensuite, on bouge au hasard un amas d'un pas du réseau, dans une des quatre directions possibles. Lorsque deux agrégats se touchent (ont des sites occupés proches voisins), on décide qu'ils se collent pour ne plus former qu'un seul amas capable lui-aussi de diffuser. Le processus s'arrête lorsqu'il ne reste plus qu'un seul amas sur le réseau. La figure (3-4) montre une simulation bidimensionnelle de ce collage d'amas en diffusion. Il y a au départ 500 particules réparties au hasard sur un réseau carré contenant 100×100 sites. De gauche à droite, les figures correspondent à trois instants différents de la simulation, où il ne reste plus que 40, 7 et 1 amas, respectivement. A deux dimensions, la dimension fractale est $D = 1.44$ et 1.78 à trois dimensions, ce qui correspond bien aux valeurs expérimentales mesurées sur les colloïdes ou les aérosols.

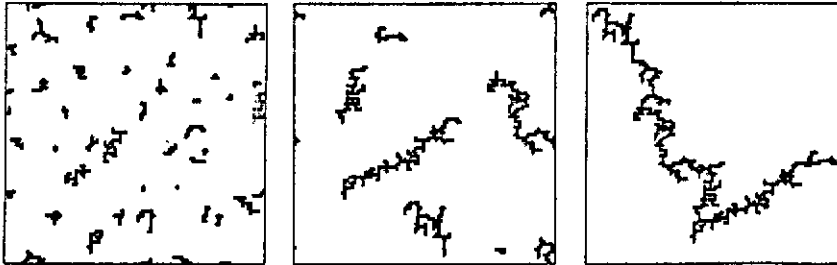


Fig.3-4 : Modèle de collage amas-amas à différents stades de l'agrégation. (D'après la réf.18.)

MODELES CINETIQUES DE FRAGMENTATION

Un processus de fragmentation peut être considéré en général comme l'inverse dans le temps d'un processus d'agrégation. On peut donc imaginer de "faire tourner" les algorithmes précédents en sens inverse, partant d'un grand cluster pour un nombre croissant de fragments. Ceci semble parfaitement faisable pour les modèles de Eden et de Witten et Sander, ce qui pourrait représenter une espèce d'évaporation" de surface, mais demanderait de nouvelles prescriptions dans le modèle amas-amas. En fait, les modèles cinétiques de fragmentation d'amas ont été très peu explorés. Nous ne discuterons ici qu'un modèle cinétique de formation de "craquelures" qui a été proposé tout récemment par Termonia et Meakin¹⁹.

Considérons un réseau bidimensionnel où chaque node est relié aux quatre voisins par des liens élastiques qui ont des constantes de rappel K_x et K_y , suivent les directions x et y . (Voir fig. 3-5). Le réseau subit une élongation dans la direction y et un lien i est cassé avec une probabilité

$$p_i = \exp\{(-U_i + E_i)/kT\}/p_{max}$$

où U_i représente une énergie d'activation, E_i l'énergie accumulée dans le lien

$$E_i = \frac{1}{2} K_i (\Delta L_i)^2$$

ΔL_i étant l'élongation de ce lien i et p_{max} une constante de normalisation. Ensuite,, le système est relaxé jusqu'à ce que la somme de toutes les forces agissant sur les nodes $\sum_i F_i = 0$ et ensuite le processus recommence. On observe l'apparition et propagation de craquelures jusqu'à la rupture totale du réseau

(fig.3-6). La dimension fractale de la "surface" de craquelure est pratiquement indépendante de la valeur des paramètres $K_{x,y}$ et vaut $D \approx 1.27$ en deux dimensions. Cette valeur semble compatible avec celle qu'on obtient lorsqu'on fragmente du verre¹⁹.

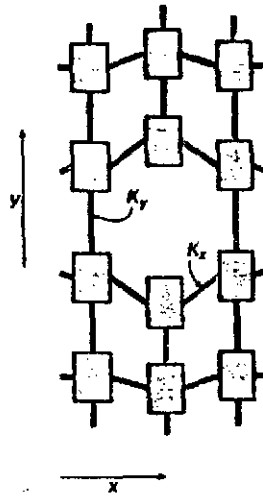


Fig.3-5 : Réseau du modèle de fragmentation de Termonia et Meakin. (D'après la réf.19.)

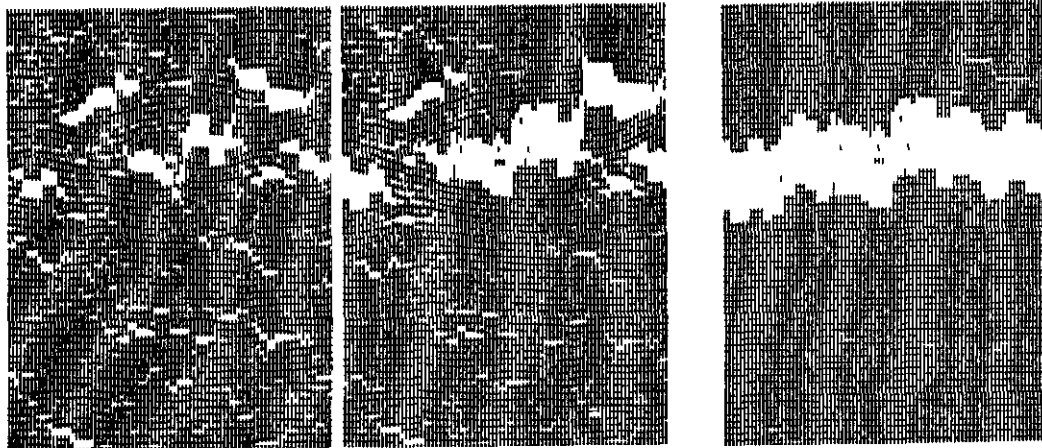


Fig.3-6 : Développement des craquelures dans le modèle de Termonia et Meakin. (D'après la réf.19.)

4. LA FRAGMENTATION DES NOYAUX ATOMIQUES

L'expérience nous indique qu'un noyau atomique frappé par un projectile énergétique se fragmente en d'autres noyaux plus légers. Nous connaissons assez bien comment les noyaux très faiblement et très fortement excités émettent des fragments. A des énergies d'excitation inférieures à 1 MeV/A, l'image d'un noyau composé émettant séquentiellement des particules très légères semble bien établie. Ceci conduit à une distribution en taille des fragments en forme de "U". A des énergies un peu plus élevées (ou mêmes plus basses pour certains noyaux très fissionnables) s'ouvre un canal de type fission rapide asymétrique, dans lequel sont produits deux fragments de masse intermédiaire, plus un certain nombre de particules légères. Il semble que ce mécanisme ne soit pas fondamentalement différent du précédent. A très hautes énergies d'excitation, typiquement celles qui sont atteintes dans les collisions centrales d'ions lourds relativistes, on obtient une quasi vaporisation du noyau, avec uniquement production de particules très légères. La distribution en masse des particules a une forme exponentielle. Il semble tout à fait raisonnable de supposer qu'entre la fission rapide et la vaporisation doit exister un régime de fragmentation intermédiaire, dans lequel plusieurs fragments de masse moyenne sont produits au cours d'une même collision. Ce régime, qu'on appelle généralement multifragmentation, a été expérimentalement mis en évidence sans ambiguïté dans quelques expériences très exclusives²⁰⁻²². Il serait le régime dominant vers 6-8 MeV/A d'énergie d'excitation. On manque cependant de données exclusives suffisamment précises pour reconstituer un scénario détaillé des collisions dans les différents régimes. Une nouvelle génération d'expériences en cours ou en projet au GANIL (et plus tard à la GSI) devrait nous permettre de mieux comprendre cette physique. En attendant, un certain nombre de modèles théoriques ont été proposés pour rendre compte des résultats *inclusifs* dont nous disposons.

Nous pouvons les classer en différentes catégories^{*} :

a) *MODELES D'EQUILIBRE STATISTIQUE*. Ces modèles ont été développés par Gross et collaborateurs²³, Bondorf et collaborateurs²⁴ et par Randrup, Koonin et Fai²⁵. Dans ces modèles, à chaque partition i du système est associée une probabilité thermodynamique

$$\omega(i) = \exp (s(i))$$

où $s(i)$ est l'entropie de la partition i . L'entropie est calculée à partir des énergies de liaison, d'excitation, de translation et d'interaction

*La fragmentation nucléaire commence à être étudiée dans le cadre de théories dynamiques (Hartree-Fock dépendant du temps, Landau-Vlasov, etc..). Ces questions sont discutées dans le cours de Ch. Grégoire à cette Ecole.

(coulombienne) des différents fragments. La distribution en taille des amas dépend cruciallement de l'énergie d'excitation du système et de sa densité au moment de la fragmentation. Ces modèles ne décrivent donc que la phase finale de la fragmentation, mais pas la phase de collision ou de préparation du système à une densité et température déterminées. Ils ne contiennent aucune dynamique, mais par contre ils possèdent une description très détaillée de l'espace de phase disponible pour le système au moment de fragmenter. Avec un choix *ad hoc* des conditions initiales, ils sont capables d'expliquer un bon nombre de résultats d'expériences *inclusives*²³⁻²⁶. Par contre, il n'est pas encore clair s'ils sont capables d'expliquer l'émergence d'un comportement critique, comme celui qu'on observe dans les expériences *exclusives* (voir plus loin).

b) **MODELE D'EQUIPROBABILITE DES PARTITIONS.** Aichelin et Hüfner ont développé un modèle de fragmentation²⁷ qui est basé sur l'hypothèse que toutes les partitions d'un système de A_0 nucléons sont également probables. Dans ces conditions la loi de distribution en masse A (ou charge Z) des fragments peut s'écrire approximativement

$$n(A) \sim 1/(\exp(\alpha A)-1)$$

où $\alpha \approx 1.28/\sqrt{A_0}$ est un paramètre, en principe fixé. En fait, les auteurs ont fait varier α afin d'obtenir un accord semi-quantitatif avec la forme des distributions de fragments légers dans certaines sections efficaces de réactions *inclusives*. Ce modèle ne peut décrire correctement, au mieux, qu'une fraction réduite des différents types d'événements que l'on observe expérimentalement (événements avec production d'un nombre élevé de fragments, pour lesquels les différentes partitions deviennent à peu près également probables).

Pour une revue détaillée des théories mentionnées plus haut, voir la référence 28.

c) **MODELES DE TYPE PERCOLATION** - Les réactions de fragmentation nucléaire on peut aussi les étudier comme des processus de formation d'amas, suivant les idées et méthodes des modèles géométriques que nous avons esquissés dans les paragraphes précédents. L'image physique qui sous-tend cette approche est la suivante. Le noyau est décrit comme un ensemble d'éléments (les nucléons) qui occupent des sites d'un certain espace. Cet ensemble forme un amas de percolation. Lors de la collision, le nombre de sites occupés et/ou le nombre de liens actifs diminue. Suivant la violence de la collision (dépendant de l'énergie de bombardement, du paramètre d'impact, etc..) le système se retrouve après la collision, soit au-dessus du seuil de percolation (un seul gros fragment résiduel et beaucoup de très petits), soit au-dessous (nombreux petits fragments uniquement). Nous pouvons décrire dans le même formalisme les réactions de type évaporation-spallation, les réactions de multifragmentation et celles de vaporisation. Les travaux des références 29-36 concernent les réalisations pratiques du concept de percolation en physique des réactions nucléaires.

Modèle de percolation de liens à une dimension

Dans le travail de la référence²⁹ on a utilisé pour la première fois un modèle de percolation de liens à une dimension, pour décrire la fragmentation dans les collisions proton-noyaux. Le nombre de fragments produits était relié au nombre de collisions primaires du proton avec les nucléons du noyau cible, ce nombre étant calculé dans le formalisme de Glauber. Comme ce modèle ne possède pas de transition de phase, le régime de spallation était décrit par un mécanisme traditionnel d'excitations-évaporation.

Modèle de percolation de liens à trois dimensions

Dans ce travail³⁰ on a utilisé directement un modèle de percolation de liens sur réseau cubique. Au cours de la collision un certain nombre des liens qui attachent les nucléons qui occupent les sites du réseau se cassent (p diminue) et des amas indépendants peuvent se former. Au début on a essayé d'ajuster les formes empiriques des distributions en masse inclusives avec une valeur fixe pour le paramètre p , ce qui n'était pas très physique. Par la suite on l'a remplacée par une distribution de valeurs de p , ce qui améliorerait les résultats.

Modèle de percolation dans l'espace de phase

L'originalité de ce modèle³¹ réside dans l'idée de percolation *simultanée* dans les espaces des positions et des impulsions des particules. Pour que deux particules soient liées il faut en effet qu'elles soient proches dans chacun des deux espaces. En fait, on a utilisé comme critère d'attachement, que la "distance" entre les particules i et j

$$d_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \cdot |\vec{p}_i - \vec{p}_j|$$

soit inférieure à une valeur fixée. Il ne semble pas que la dimension effectuée de ce modèle soit $2 \times d$ et nous ignorons si les exposants critiques sont ceux de la percolation standard.

Pour décrire les réactions nucléaires, on a relié le paramètre p au nombre de particules rapides $N_{e,j}$ éjectées au dehors d'un noyau qui en contenait initialement A_T

$$p = (A_T - N_{e,j})/A_T$$

Le nombre $N_{e,j}$, qui dépend de la nature du projectile et de la cible et du paramètre d'impact était calculé dans l'approximation de Glauber. Ce modèle a permis une bonne description de nombreux résultats inclusifs³¹.

Modèle de percolation de sites-liens

Un modèle de percolation de sites-liens sur réseau cubique a été d'abord introduit par Desbois³⁴. Ce modèle dépend de deux paramètres p et q . Le premier qui détermine la fraction de sites occupés est fixé, comme dans le modèle de la référence 31, par le nombre de nucléons de la cible qui sont éjectés. Le second, qui détermine la fraction de liens actifs, est défini par

$$q = 1 - \frac{E^*}{B}$$

où E^* est l'énergie d'excitation du système et B son énergie de liaison. Ce modèle a été depuis largement exploité^{35,36} en conjonction avec un modèle de Thomas-Fermi dépendant du temps, qui décrit l'évolution dynamique d'un noyau chauffé et comprimé. Ce modèle prédit que l'énergie d'excitation thermique d'un noyau doit dépasser 70% de son énergie de liaison pour que la multifragmentation ait lieu, ceci en l'absence d'énergie de compression. Mais cette valeur tombe à seulement 40% quand il y a 0,5 MeV/nucléon d'énergie de compression. Ceci rend l'énergie critique de multifragmentation dépendante de la masse du noyau.

5. RECHERCHE DE TRANSITIONS DE PHASE DANS LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

Historique

En 1986, N.T. Porile et collaborateurs de l'Université de Purdue, ont suggéré³⁷ que la forme en loi de puissances de la section efficace de production de fragments légers dans les réactions inclusives proton-noyau, reflétait l'existence d'une transition de phase dans la matière nucléaire de type liquide-gaz. Cette idée, très séduisante et controversée, a été reprise et développée par d'autres équipes³⁸⁻⁴⁰. Nous devons cependant souligner la faiblesse des arguments en faveur de cette "évidence". L'argument essentiel est la forme en loi de puissances $A_f^{-\tau}$ et la valeur de $\tau \approx 2.5$, proche de celle prévue pour une transition de phase de type liquide-gaz à 3 dimensions. A cet argument, nous pouvons opposer les remarques suivantes :

a) Une distribution en loi de puissances n'est pas une signature d'une transition de phase. Nous avons moult exemples de processus qui conduisent à cette forme de distribution en taille des amas et qui n'ont rien à voir avec une transition de phase. (Voir par exemple réf.18.)

b) La valeur de l'exposant τ dépend peu de la nature de la transition de phase (nous avons vu qu'en percolation (table 2.1) il faut $\tau = 2.2$) et on ne peut donc pas l'utiliser comme indicateur unique pour déterminer à quel type de phénomène nous avons affaire.

c) Enfin, un argument de nature plus expérimentale. Les analyses des tenants de l'existence d'une transition de phase liquide-gaz se basent toujours sur des sections efficaces *inclusives*. C'est-à-dire, que la distribution en $A_f^{-\tau}$ observée résulte de la superposition d'événements de nature très différente. Un faible nombre peut correspondre à la fragmentation du système qui se trouve à une température proche de la température critique T_c , mais pour beaucoup d'autres $T \ll T_c$, ou à très haute énergie de bombardement probablement aussi $T \gg T_c$. Même si on restreint le domaine de masses pour lequel on fait l'ajustement en $A_f^{-\tau}$, on peut craindre une distorsion dans la loi de décroissance.

RECHERCHE DE SIGNAUX D'UNE TRANSITION DE PHASE

Faut-il pour autant abandonner l'idée de l'existence d'une transition de phase liquide-gaz ? Les succès des modèles de percolation nucléaire peuvent nous mener à croire à l'existence d'une transition de phase, mais pas forcément de type liquide-gaz. A l'évidence, la réponse claire à cette question importante ne peut venir que de l'expérience.

Nous avons vu au paragraphe 2 comment certaines quantités (taille moyenne des amas, amas le plus gros) doivent se comporter lors d'une transition de phase de type percolation. Nous savons par ailleurs, que ce comportement est

similaire pour d'autres transitions de phase (liquide-gaz) et que, uniquement, les valeurs des exposants critiques changent. Par contre, ce comportement est qualitativement différent lorsqu'il n'y a pas de transition de phase. Ceci est vrai même dans des petits systèmes contenant autant d'éléments que de nucléons un noyau. Par ailleurs, nous pouvons encore réduire l'influence des effets de taille finie en comparant les résultats expérimentaux sur les noyaux à ceux de modèles de transitions de phase en taille finie, contenant le même nombre d'éléments.

Nous avons entrepris cette comparaison en utilisant les trois distributions d'amas suivantes :

a) La distribution en charge des fragments d'un noyau d'or ($Z=79$) produits lors du bombardement d'une émulsion par des projectiles d'une énergie cinétique de 1 GeV/nucléon ²². Environ 400 collisions ont été complètement analysées, pour lesquelles la charge de tous les fragments de l'or a été déterminée. Le nombre de fragments produits dans chaque collision varie entre 1 et 79, ce qui nous fait croire que tous les régimes de fragmentation sont représentés dans cette expérience. Le pourcentage d'événements correspondant aux différentes multiplicités de fragments est représenté sur la figure (.5-1).

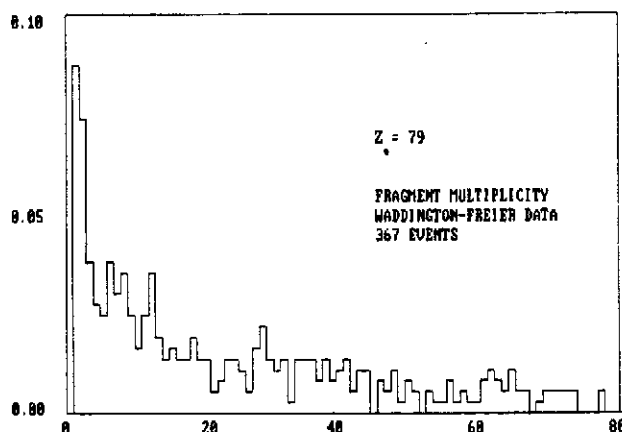


Fig.5-1 : Pourcentage d'événements en fonction de la multiplicité de fragments dans l'expérience de fragmentation d'un noyau d'or de la réf.22.

b) Un modèle de percolation de liens sur réseau cubique de taille $5 \times 5 \times 5$. Nous générons environ un millier d'événements, avec des valeurs aléatoires pour $0 \leq p \leq 1$. Il sera utilisé pour montrer la forme des corrélations dans le cas d'une transition de phase en taille finie.

c) Un modèle de percolation de liens à une dimension, contenant 79 sites. Il

sera utilisé pour illustrer la forme des corrélations en cas d'absence de transition de phase.

Nous commencerons par montrer que la fragmentation de Au ressemble beaucoup à la prédiction de b) et diffère nettement de celle de c). Pour ce faire, nous avons représenté sur la figure (5-2) la corrélation entre les moments m_2 et m_0 ($m_k = \sum s^k n_s / s_0$, n_s étant le nombre de fragments de taille s , le plus grand fragment étant exclu et s_0 le nombre total d'éléments dans le système). Nous remarquons que vers $m_0 \approx 0.25$ il y a un maximum de m_2 , pour les distributions a) et b) qui est la signature en taille finie d'un comportement critique), tandis que pour la distribution c) (pas de transition de phase) la variation est monotone.

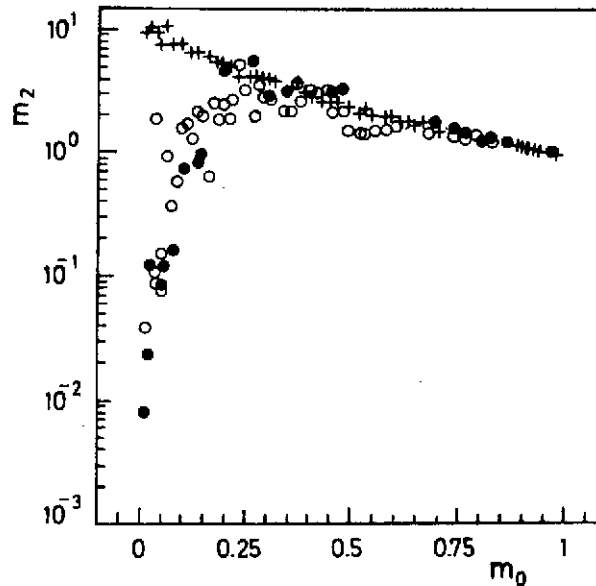


Fig.5-2 : Corrélation entre les moments m_2 et m_0 (voir texte) pour : (+) modèle à une dimension ; (•) modèle de percolation à 3 dimensions ; (o) fragmentation de Au.

Nous pouvons confirmer l'existence d'une transition de phase vers $m_0 \approx 0.25$ étudiant l'amplitude des fluctuations. Nous savons, en effet, qu'au voisinage du point critique, celles-ci doivent être maximales. Nous avons étudié les fluctuations de la taille du plus gros fragment produit par événement (divisé par s_0), toujours en fonction de la multiplicité de fragments m_0 . La quantité représentée sur la figure (5-3b) est l'écart quadratique moyen pour : 1) modèle à 1 dimension, 2) modèle de percolation à 3 dimensions, 3) fragmentation de Au. On remarque dans les deux derniers cas une décroissance des fluctuations autour d'un maximum situé vers $m_0 \approx 0.25$, ce qui va tout à fait dans le sens de confirmer l'existence d'une transition de phase à cet endroit. Notez que, comme prévu par la discussion sur le comportement de $P(p)$ (Section

2), la taille de l'amas "infini" S_{max}/s_0 (fig. 5-3a) décroît régulièrement.

ETUDE DE LA NATURE DE LA TRANSITION DE PHASE

Puisque nous savons que la transition de phase a lieu vers $m_0 \approx 0.25$, nous pouvons maintenant étudier à quoi ressemblent les événements "critiques" dans le cas de la fragmentation de l'or. En moyenne, on retrouve dans de tels événements :

- ~ 11 particules de charge $Z=1$ (p,d)
- ~ 4 particules de charge $Z=2$ (He)
- 3-4 fragments de charge $Z \geq 3$ (charge moyenne $\bar{Z}=18$).

Si nous faisons l'hypothèse que les gros fragments sont produits sous forme d'isotopes les plus stables, on devrait par ailleurs retrouver environ 35 neutrons libres.

L'énergie déposée dans un noyau d'or quand il casse sous cette forme, peut être évaluée grossièrement. Cette énergie se dépense en changements d'énergie de liaison et en énergie cinétique des fragments. La première est facile à estimer

$$\Delta B = B(\text{Au}) - \sum B(\text{fragments})$$

moyennant l'hypothèse précédente sur la distribution isotopique et une formule de masse raisonnable.

Pour évaluer l'énergie cinétique, nous distinguons entre fragments légers (p,n, α) pour lesquels nous prenons la somme de la température du système au moment de la rupture (que nous fixons à $T = 6$ MeV) et d'une énergie coulombienne. Il résulte

$$T_n = 6 + 12 = 18 \text{ MeV}$$

$$T_p = 6 = 6 \text{ MeV}$$

$$T_\alpha = 6 + 24 = 30 \text{ MeV}$$

L'énergie cinétique de gros fragments provient d'une part de l'énergie de Fermi (formule de Goldhaber¹²)

$$T_f = \frac{3}{5} \varepsilon_f \frac{A_T - A_F}{A_T - 1}$$

où ε_f est l'énergie de Fermi et A_T et A_F la taille de la cible et du fragment respectivement, et de l'énergie coulombienne entre fragments

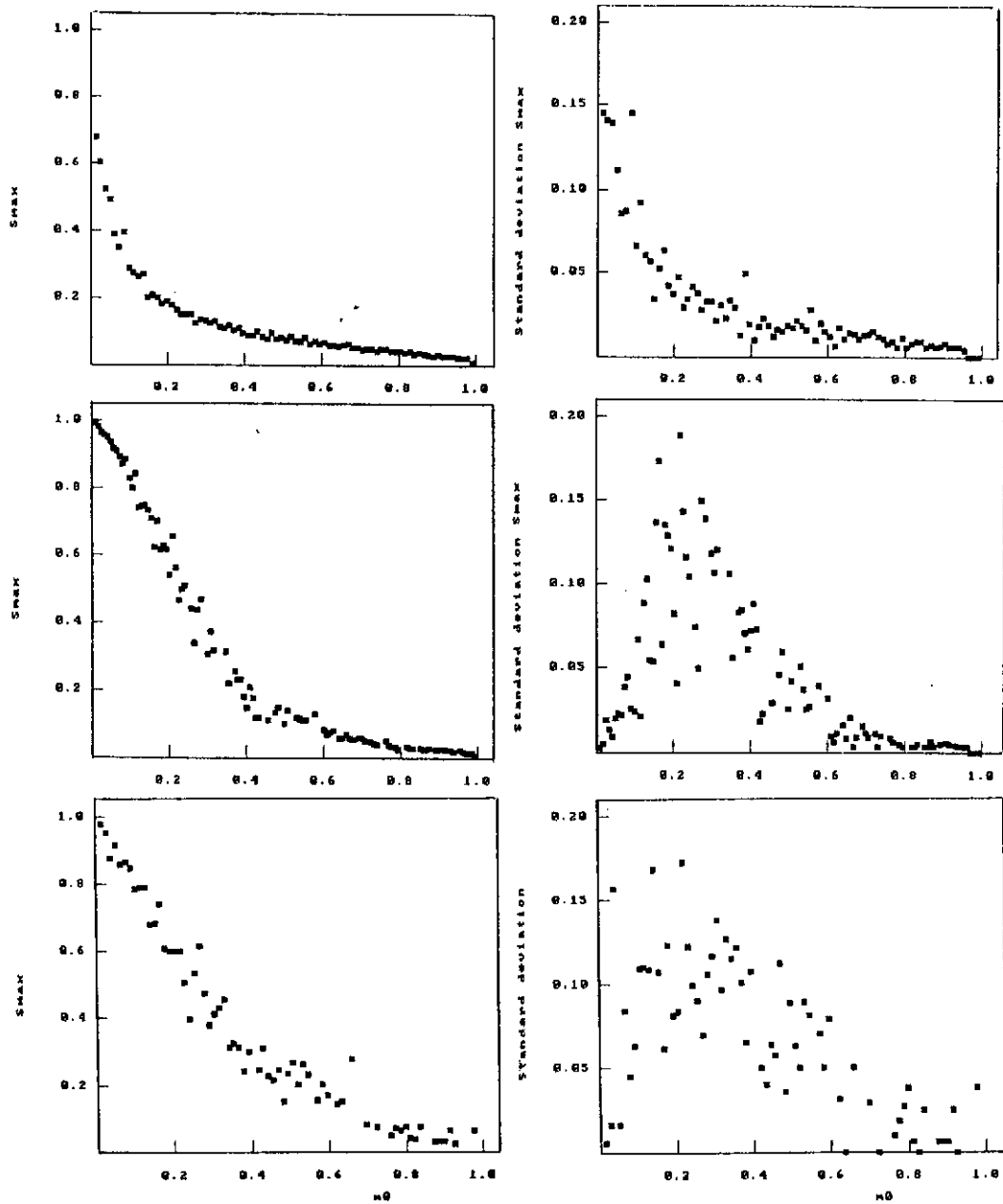


Fig.5-3 : Taille relative du plus gros fragment (s_{\max}/s_0) produit par événement (a) et sa fluctuation (b) en fonction de la multiplicité de fragments n_0 pour 1) modèle à une dimension ; 2) percolation à 3 dimensions ; 3) fragmentation de Au.

$$V_f^c = \frac{3}{5} Z_f (Z_T - Z_f) e^2 / R_0$$

d'autre part. Additionnant toutes ces contributions nous arrivons *grosso modo* à une énergie "critique"

$$E_c \approx 1400 \pm 300 \text{ MeV}$$

ou $E_{\text{crit}}/\text{nucléon} \approx 7 \text{ MeV}$, ce qui semble une valeur tout à fait "raisonnable" et qui n'appelle pas à beaucoup de commentaires.

La possibilité de calculer à partir des corrélations les valeurs des exposants critiques et de les comparer à celles des modèles courants de transitions de phase (liquide-gaz, percolation..) semble, de beaucoup, plus intéressante. Malheureusement cette tentative se heurte à la rareté des données expérimentales de fragmentation nucléaire. Nous avons cependant tenté d'obtenir une information semi-quantitative. Par exemple, d'après la relation (2.15) et (2.16), nous savons que la corrélation entre les moments m_3 et m_2 doit être linéaire, et que la pente doit dépendre uniquement de l'exposant τ . Nous l'avons dessiné sur la figure (5-4) (en fait on montre $S_3 = m/m_1$ et $S_2 = m_2/m_1$, qui ont une fluctuation moindre). Chaque point correspond à un événement, à gauche pour le noyau et à droite pour le modèle de percolation. Dans les deux cas, la pente est à peu près la même $\lambda_{3/2} \approx 2.22$, ce qui implique $\tau \approx 2.2$, avec une incertitude qui est difficile à estimer. Cependant nous pouvons affirmer que les données expérimentales sont incompatibles avec la prédiction $\lambda_{3/2} = 2.5$, qui découle de la théorie de champ moyen d'une transition de phase de type liquide-gaz ($\tau = 7/3$).

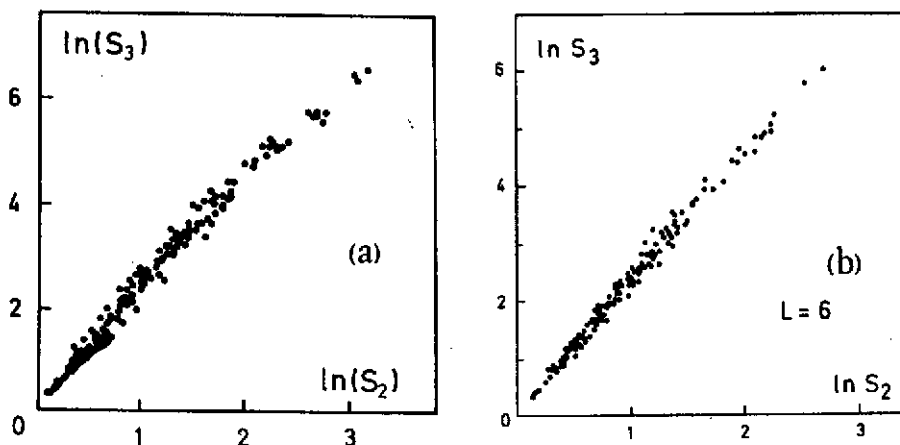


Fig.5-4 : Corrélation entre les moments $S_3 = m_3/m_1$ et $S_2 = m_2/m_1$ dans le cas de la rupture du noyau d'or a) et pour une simulation dans un modèle de percolation de liens avec 6^3 sites b).

Nous avons tenté la détermination d'un autre exposant critique à partir de la corrélation $s_{\max} - S_2$. Celle-ci est représentée sur la figure (5-5). A nouveau nous observons un comportement très similaire entre la fragmentation nucléaire a) et la percolation b). La branche du haut de ces courbes concerne les événements "gentils", ou avec $p > p_c$. La branche inférieure correspond aux événements "violents", ou avec $p < p_c$. La pente de cette branche doit valoir

$$\lambda_{s_{\max}/2} = 1 + \beta/\gamma$$

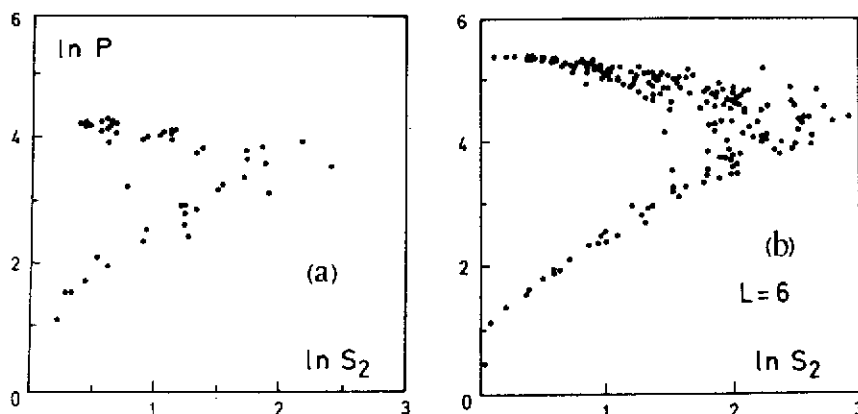


Fig.5-5 : La taille du plus grand fragment produit par événement en fonction de $S_2 = m_2/m_1$. Chaque point représente la moyenne sur plusieurs événements qui ont le même s_{\max} . a) fragmentation de Au, 367 événements ; b) Percolation de liens à 3 dimensions et 6^3 sites. Moyenne sur 4000 événements. Comparez uniquement la pente des courbes.

On trouve dans les deux cas *grosso modo* $\lambda_{s_{\max}/2} \approx 1.2 \pm 0.2$, en accord avec la prédiction pour un modèle de percolation en taille infinie $\lambda_{s_{\max}/2} \approx 1.26$. A peu près la même valeur est prédite pour une transition de type liquide-gaz, mais par contre $\lambda_{s_{\max}/2} = 1.5$ dans l'approximation de champ moyen, valeur qui semble à nouveau incompatible avec l'expérience. Au stade actuel, avec les données disponibles, il semble impossible de fixer des conclusions plus précises sur la valeur des exposants, mais des progrès sensibles pourraient être faits avec des meilleurs données expérimentales.

REMARQUES FINALES ET PERSPECTIVES

Nous avons montré, en nous basant uniquement sur des données expérimentales, que la fragmentation d'un noyau lourd présente beaucoup de ressemblances avec une transition de phase de deuxième ordre dans un système de taille finie. Il nous semble que cette information nouvelle est importante, et qu'elle devrait être intégrée dans les approches théoriques futures au problème de la fragmentation des noyaux.

La nature précise de ce phénomène critique n'a pas pu être déterminée avec les données existantes. Au niveau de précision des données actuelles, ce phénomène ne semble pas radicalement différent d'une transition de type liquide-gaz ou percolation, mais cette conclusion ne peut être que provisoire.

Nous retiendrons aussi que les approximations de champ moyen prédisent un comportement du système près du point critique (caractérisé par les exposants critiques), qui est incompatible avec les données expérimentales de la fragmentation nucléaire. Ce point semble aussi bien établi, et on devrait en tenir compte dans les travaux théoriques à venir.

La taille finie des noyaux s'est manifestée dans l'analyse que nous venons de faire, par un adoucissement important de la transition et une amplification des fluctuations. Ces effets nous ont considérablement gênés pour mettre en évidence la transition de phase et pour déterminer sa nature. A l'avenir, nous espérons retourner cette situation et tirer parti de la taille finie du noyau pour mieux explorer ce phénomène. Nous savons en effet, par des arguments très généraux^{1,2}, que toute quantité variant comme $|\varepsilon|^x$ ($\varepsilon \rightarrow 0$) pour un système infini, doit varier dans un système fini de longueur linéaire L comme $L^{-x/\nu}$, ν étant l'exposant critique associé à la longueur de corrélation (éq.2.24). Ainsi, en changeant la taille du noyau qui se fragmente, nous pourrions aborder la question très intéressante des effets de taille finie et de l'extrapolation vers le système infini.

Le dernier mot concernera les fluctuations. Nous avons montré très clairement, avec l'exemple de la taille du plus gros fragment, que celles-ci sont nettement amplifiées au voisinage du point critique. On peut penser que d'autres quantités, comme la densité locale ou l'isospin, subiront également les fluctuations les plus importantes à cet endroit. C'est dans ces conditions que les noyaux les plus exotiques, de par leur forme ou isospin, peuvent être formés. Si nous savons sélectionner ces événements critiques par des bonnes signatures (par exemple les corrélations entre les moments de la distribution en taille) nous pourrions étudier ces noyaux exotiques dans les conditions optimales.

Remerciements

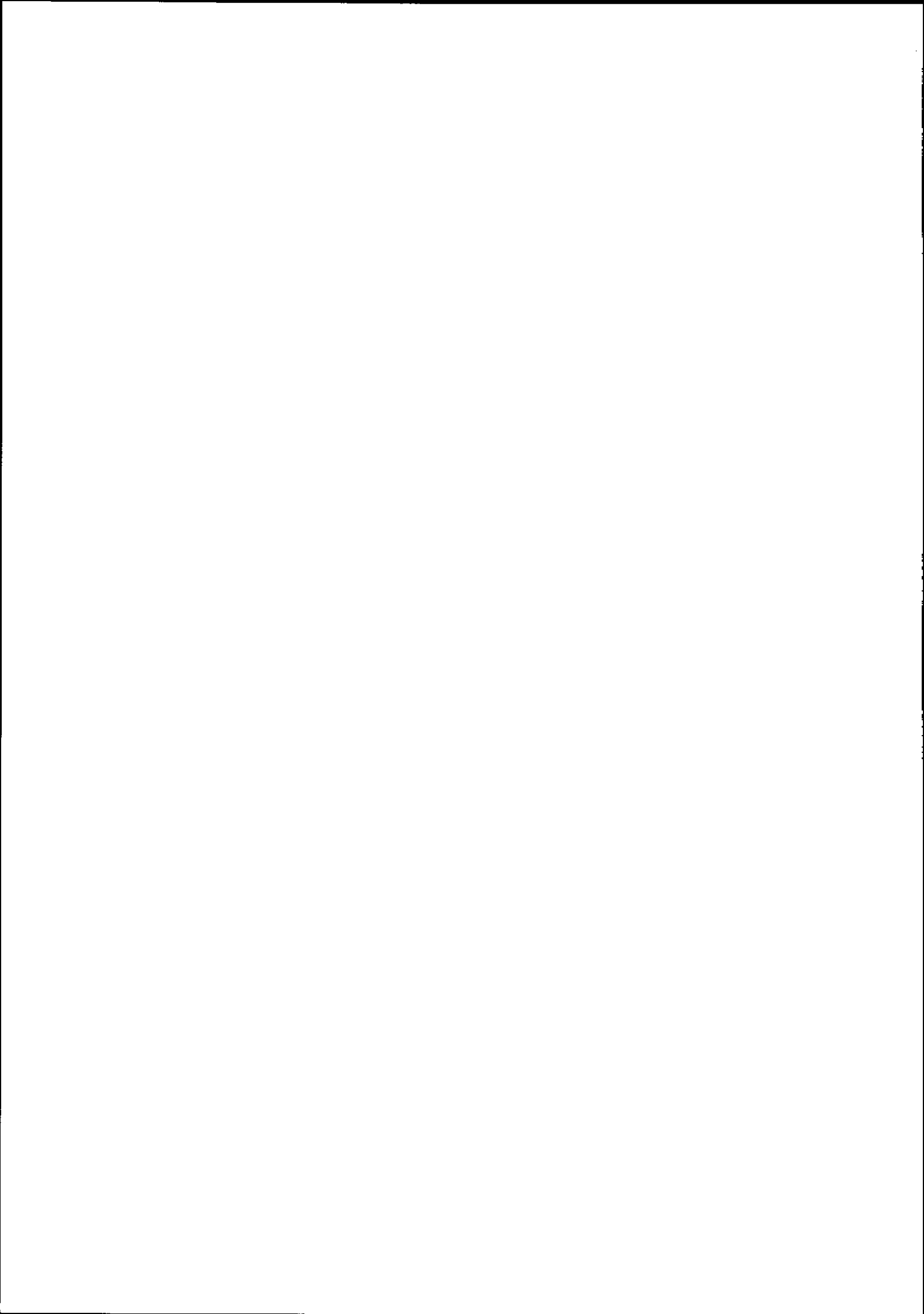
Je remercie les organisateurs de l'Ecole Joliot-Curie qui m'ont invité à faire ce cours et obligé à mettre un peu d'ordre dans mes idées.

Avant et pendant l'écriture de ce cours, j'ai profité des lumières et encouragements de nombreux collègues, physiciens nucléaires ou de la matière condensée. Je voudrais les remercier vivement. Mme Ch. Séguy a déchiffré un manuscrit presque illisible et je lui en suis très reconnaissant.

REFERENCES

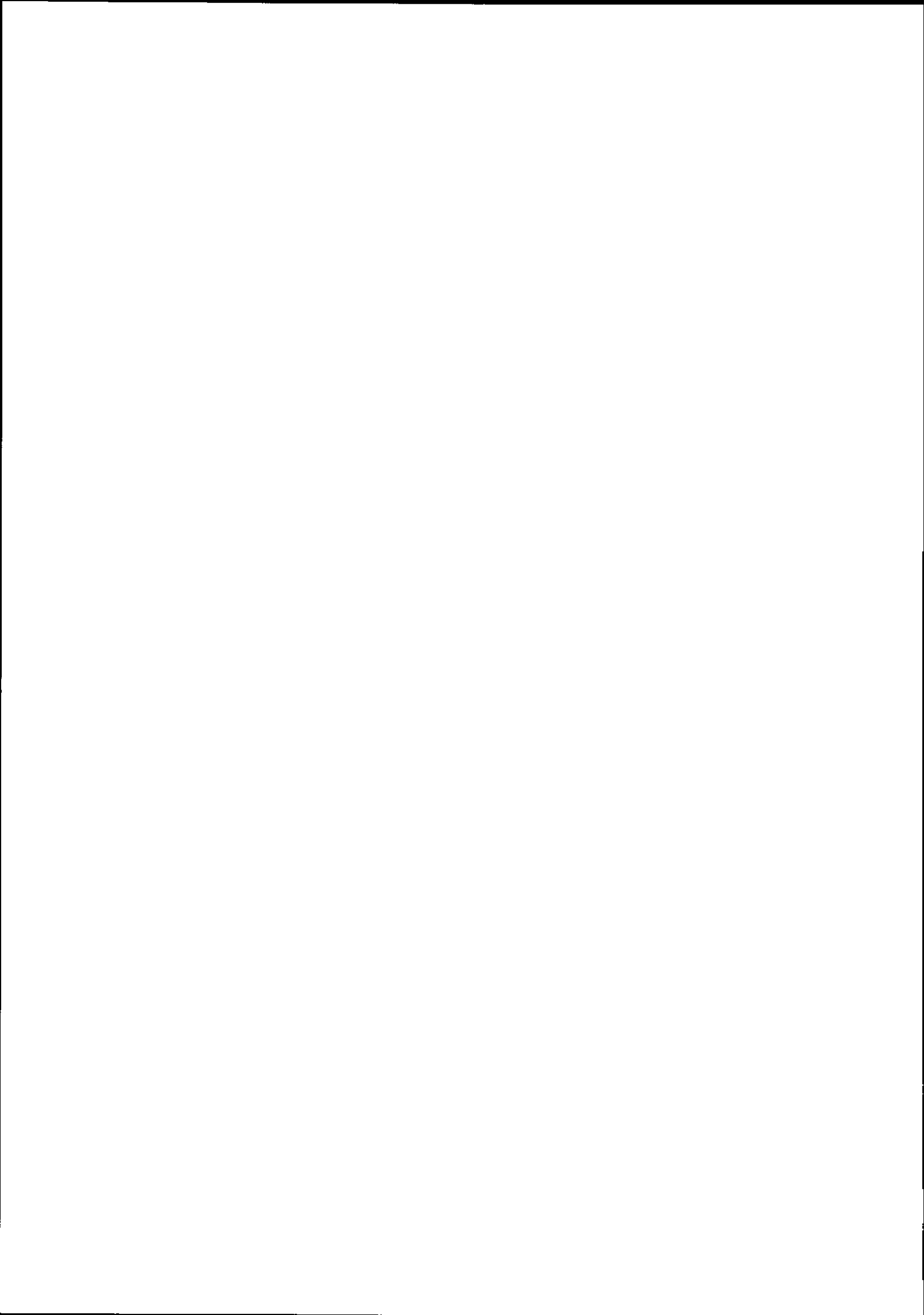
1. H.E. Stanley, "Introduction to phase transitions and critical phenomena", (Oxford : OUP 1971).
2. D. Stauffer, "Introduction to percolation theory", Taylor and Francis, London (1985).
3. J.W. Essam, Rep. Prog. Phys. 43 (1980).
4. M.E. Fisher, Physics 3 (1967) 255.
5. M.E. Fisher et J.W. Essam, J. Math. Phys., 2 (1961) 609.
6. A. Margolina et al., J. Phys. A17 (1984) 1683.
7. D. Stauffer, in "On growth and form", H.E. Stanley et N. Ostrowsky Eds., Martinus Nijhoff Publ., Boston (1986).
8. H. Kunz et B.J. Souillard, J. Stat. Phys. 19 (1978) 77.
9. J.P. Clerc et al., Ann. Phys. 8 (1983) 1.
10. E. Guyon et S. Roux, La Recherche 191 (1987) 1050
11. H.J. Herrmann, Phys. Rep. 136 (1986) 153.
12. H.E. Stanley and N. Ostrowsky, "On growth and form", Eds. Martinus Nijhoff Publ., Boston (1986).
13. H. Hermann, in Ref.12.
14. M. Eden, Proc. Fourth Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., Ed. F. Neyman, Vol.IV (Univ. of California, Univ. Press (1961), p.223.
15. T.A.Witten et L.M. Sander, Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1400.
16. M. Kolb, R. Botet et R. Jullien, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1123.
17. P. Meakin, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1119.
18. R. Jullien, Ann. des Communic. 41 (1986) 343.
19. Y. Termonia et P. Meakin, Nature 320 (1986) 429.
20. B. Jakobson et al., Z. Phys. A307 (1982) 293.
21. A.I. Warwik et al., Phys. Rev. C27 (1983) 1083.
22. C.J. Waddington et P.S. Freier, Phys. Rev. C31 (1985) 888.
23. X.Z. Zhang, D.H.E. Gross, S.Y. Xu et M. Zheng, Nucl. Phys. A461 (1987) et refs.
24. J.P. Bondorf et al., Nucl. Phys. A444 (1985) 460 et refs.
25. D.R. Bowman et al., Phys. Lett. B189 (1987) 282.
26. J. Randrup et S.E. Koonin, Nucl. Phys. A356 (1981) 223 ;
G. Fai et J. Randrup, Nucl. Phys. A404 (1983) 551.
27. J. Aichelin et J. Hüfner, Phys. Lett. 136B (1984) 15.
28. J. Hüfner, Phys. Rep. 125 (1985) 129.
29. X. Campi, J. Desbois et E. Lipparini, Nucl. Phys. A428 (1984) 327.
30. W. Bauer et al., Phys. Lett. 150B (1985) 53.
31. X. Campi and J. Desbois, GSI Rep. 85-10 ; Contr. Bormio Conf. 85, Supp. 47, Ric.Sc.Ed. Perm. p. 495 ; Phase Space Approach to Nucl. Dynamics, ed. Di Tori (World Sci., Singapore, 1986).
32. T.S. Biro, J. Knoll and J. Richert, Nucl. Phys. A459 (1986) 692.
33. H.W. Barz et al., Phys. Lett. 169B (1986) 318.
34. J. Desbois, Nucl. Phys. A466 (1987) 724.
35. C. Ngô et al., Nucl. Phys. A471 (1987) 381c et réfs.
36. J. Desbois, Thèse Orsay, Déc. 1987.
37. R.W. Minich et al., Phys. Lett. 118B (1982) 458.

38. P.J. Siemens, Nature 305 (1983) 410.
39. A.L. Goodman et al., Phys. Rev. C30 (1984) 851.
40. A.D. Panagiotou et al., Phys. Rev. C31 (1985) 55.
41. X. Campi, J.Phys.A : Math.Gen. 19 (1986) L917.
42. A.S. Goldhaber, Phys. Lett. 53B (1974) 306.



CORRELATIONS A COURTE PORTEE : SYSTEMES A PEU DE PARTICULES

B. Silvestre-Brac



CORRELATIONS A COURTE PORTEE: SYSTEMES A PEU DE PARTICULES

B. SILVESTRE-BRAC

Institut des Sciences Nucléaires, 53, Avenue des Martyrs
38026 Grenoble-Cédex, France

Abstract : In these lectures, we present the correlations in few-body systems. The probability densities for quarks inside a baryon and for nucleons inside a nucleus are commented in detail and reported on a number of photos. The emphasis is put on the link between the forces acting upon quarks and the forces acting upon nucleons. Several systems are analysed carefully : the diquarks, the baryons, the N-N interaction, the H dibaryon and the nuclei ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ${}^4\text{He}$.

Résumé : Dans ce cours, nous présentons les corrélations des systèmes à peu de corps. Nous commentons en détail les densités de probabilité de quarks à l'intérieur des baryons ainsi que des nucléons à l'intérieur des noyaux ; elles sont visualisées sur un certain nombre de photos. L'accent est porté sur le lien entre les forces agissant sur les quarks et les forces agissant sur les nucléons. Nous analysons avec soin plusieurs systèmes : les diquarks, les baryons, l'interaction N-N, le dibaryon H et les noyaux ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ${}^4\text{He}$.

1. Introduction

On considère habituellement que c'est H. Becquerel qui, par sa découverte de la radioactivité naturelle en 1896, donna naissance à la physique nucléaire. Cette discipline a acquis depuis lors ses lettres de noblesse et de nombreux faits marquants ont jalonné l'évolution de l'étude des noyaux atomiques pendant ces quelques 90 ans écoulés. On comprit que la description de phénomènes intervenant à des distances aussi petites ne pouvait être élucidée qu'avec la mise en œuvre de la mécanique quantique. Cette situation n'est pas originale car elle est partagée par de nombreuses autres disciplines : physique moléculaire, atomique, du solide, des particules élémentaires... Il devint évident également que les forces mises en jeu pour assurer la cohésion du noyau atomique étaient de nature différente des traditionnelles forces de gravitation ou électromagnétiques connues auparavant. Là encore, cette situation n'est pas unique car elle s'applique également à la physique des particules élémentaires. Pourtant la physique nucléaire constitue une science formidablement compliquée : la raison essentielle de cette difficulté est qu'elle cumule à elle seule deux problèmes également importants : la méconnaissance de l'interaction fondamentale d'une part et le nombre de particules mis en jeu d'autre part. La force responsable de la structure nucléaire, connue sous le nom d'interaction forte, n'a pas pu, malgré de constants et patients efforts depuis un demi siècle, être ramenée à quelque chose de manipulable simplement au contraire de l'interaction électromagnétique qui gouverne la physique atomique ou moléculaire. D'autre part, les noyaux contiennent un nombre de constituants bien supérieur à quelques unités et bien inférieur à quelques milliards. Les méthodes quasi exactes des systèmes à peu de corps - comme elles apparaissent en physique des particules - ou au contraire

les méthodes statistiques des systèmes à très grand nombre de corps - comme celles utilisées en physique du solide - ne peuvent généralement pas être mises en oeuvre. Cette position originale de la physique nucléaire est de ce fait redoutable pour le théoricien car il peut être délicat, lorsque les calculs ne sont pas en accord avec l'expérience, d'attribuer l'imprécision de la théorie à l'un ou l'autre des problèmes évoqués précédemment.

On admet comme une bonne approximation le fait que les noyaux sont constitués d'une assemblée de nucléons en interaction réciproque et dont l'état est gouverné par l'équation de Schrödinger. Pourtant depuis 15 ans, la connaissance de l'interaction forte qui régit tous les systèmes nucléaires a fait des progrès remarquables et il semble que l'on soit en possession de la "bonne théorie". Celle-ci, qui a pour nom chromodynamique quantique (QCD), stipule que les entités fondamentales de la matière sont les quarks et que l'interaction forte provient de l'action des "charges de couleur" portées par ces quarks. Il n'est pas question dans ce cours d'entrer dans les détails de cette théorie mais de situer les méthodes que nous utiliserons dans la suite dans un contexte plus général. La QCD fait partie d'une grande classe de théories dites de jauge¹. Le champ de matière est le champ de quarks défini en tout point x de l'espace temps : $q^{cf}(x)$. Il est caractérisé par un indice de couleur c , qui prend un nombre N_c de valeurs faisant partie du multiplet fondamental N_c d'un groupe $SU(N_c)_c$ et un indice de saveur f , qui prend un nombre N_f de valeurs et qui caractérise l'espèce du quark en question. Expérimentalement, toutes les données s'accordent avec le fait que $N_c = 3$; chaque quark porte donc 3 charges de couleur : r (rouge), v (vert), b (bleu). En ce qui concerne la saveur, la matière ordinaire s'accommode de 2 types de quarks u (up) et d (down). Pourtant, dans certaines conditions, on a mis en évidence d'autres saveurs s (strange), c (charmed), b (beauty) et l'on a de bonnes raisons de penser qu'il existe une sixième saveur t (top) non encore signée expérimentalement.

C'est un fait d'expérience que les quarks sont des fermions "ponctuels" de spin $1/2$. Le lagrangien libre des quarks s'écrit donc

$$\mathcal{L}_q = \sum_{c,f} \bar{q}^{cf} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) q^{cf} \quad (1.1)$$

On demande à la théorie d'être invariante sous les transformations de jauge locale agissant sur les degrés de couleur c'est à dire par le remplacement

$$q^{cf}(x) \longrightarrow e^{i\theta_a(x) F_a} q^{cf}(x) \quad (1.2)$$

où $\theta(x) \cdot F = \sum_a \theta_a(x) F_a$; $\theta(x)$ représente l'angle de jauge et les $F_a = 1/2 \lambda_a$ sont les 8 générateurs infinitésimaux du groupe $SU(3)_c$. Comme c'est bien connu depuis les théories de jauge de Yang-Mills, la contrainte d'invariance de jauge locale nous force à introduire aussi un champ de bosons vecteurs $G_a^\mu(x)$ appelés gluons et nous fournit par la même occasion le couplage quark-gluon. Le lagrangien QCD invariant de jauge définitif prend la forme :

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{qG} \quad (1.3)$$

avec le lagrangien libre des quarks \mathcal{L}_q défini par (1.1), le lagrangien libre des gluons

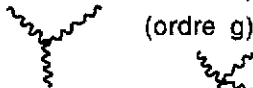
$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} \quad (1.4)$$


$$\text{où } G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g \sum_{b,c} f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c$$

et le lagrangien d'interaction quark-gluon

$$\mathcal{L}_{qG} = -g \sum_{c,f} \bar{q}^{cf} \gamma^\mu F_a q^{cf} G_\mu^a \quad (1.5)$$

Les gluons portent également une charge de couleur a qui court sur 8 indices et à cause du caractère non abélien du groupe $SU(3)$ (les constantes de structure $[F_a, F_b] = if_{abc} F_c$ apparaissent explicitement dans 1.4) - ces gluons peuvent interagir par des sommets à 3 branches



ou à 4 branches  (ordre g^2) ce qui cause des difficultés assez insurmontables pour cette théorie. La QCD est conceptuellement très élégante et permet en principe d'avoir un cadre général pour la description des interactions fortes. A partir de là, les approches des physiciens se scindent en deux catégories : fondamentale et phénoménologique.

L'approche fondamentale, ou théorie sur réseau², essaie de résoudre directement dans l'espace-temps, en le discrétisant comme un réseau, les équations du mouvement avec des conditions initiales et aux limites adéquates. Ce problème fait appel aux techniques les plus sophistiquées de calcul numérique, à tel point que l'on imagine des ordinateurs spécialement conçus pour ce genre de physique. Le succès le plus important de ce type d'approche fut d'avoir montré que le potentiel entre 2 quarks (ou 1 quark- 1 antiquark) se comporte de façon coulombienne à faible distance et linéaire à grande distance. Cette dernière idée s'appelle le confinement et avait été émise longtemps auparavant pour expliquer le fait qu'on n'a jamais découvert de quarks libres. Une autre caractéristique de la QCD résulte du fait que c'est une théorie renormalisable, c'est à dire qui permet d'affecter des quantités finies aux observables; elle a pour nom liberté asymptotique et stipule que la constante de couplage $\alpha_s = g^2/4\pi$ quark-gluon dépend en fait de la quadri-impulsion transférée Q (ou de la distance de séparation r) :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (1.6)$$

Elle tend vers 0 lorsque $Q \rightarrow \infty$ (ou $r \rightarrow 0$) c'est à dire que les quarks se comportent comme s'ils ne subissent pas d'interaction lorsqu'ils s'approchent tout près l'un de l'autre. La théorie sur réseau est vraisemblablement promise à un très bel avenir; mais elle demande une très grande technicité et à l'heure actuelle ne permet pas d'étudier les systèmes qui ont cours dans la vie courante.

C'est pourquoi de nombreux groupes de par le monde ont cherché à aborder la QCD sous un côté plus phénoménologique mais aussi plus pragmatique. On distingue en gros trois types d'approches qui essaient de conserver certains principes de base de la QCD : les modèles de skyrmions, de sacs et non relativistes.

Les modèles de skyrmions³ sont une limite de la QCD lorsque les énergies mises en jeu sont faibles et lorsque le nombre de couleurs $N_c \rightarrow \infty$. On obtient alors un lagrangien qui ne dépend que de degrés de liberté de mésons et dans lequel la notion de quark et de couleur a disparu. On ne sait pas construire le nouveau lagrangien et les gens se bornent à introduire un lagrangien phénoménologique analogue à celui proposé par Skyrme voici bien longtemps. Dans ce modèle, les baryons apparaissent comme des solutions solitaires (solitons) topologiques des équations non linéaires des champs. Ces approches sont très en vogue à l'heure actuelle mais pour le moment elles sont loin d'expliquer les observables et elles se révèlent particulièrement médiocres dès que l'on met en jeu la notion d'étrangeté.

Les modèles de sacs⁴ mettent l'accent sur le phénomène de confinement que semble introduire la QCD; là encore il apparaît comme une condition ad hoc mise à la main. Diverses variantes ont cours : modèles du MIT, du petit sac, du sac nuageux, du sac chiral... Ce sont essentiellement des approches où les quarks sont considérés comme indépendants et relativistes à l'intérieur d'un sac (liberté asymptotique) et où le confinement est apporté par des contraintes jouant sur la surface de ce sac. Un certain nombre d'observables sont bien reproduites à l'aide de

ces théories mais il subsiste un défaut majeur : elles ne vérifient pas l'invariance par translation et introduisent un mouvement du centre de masse parasite que l'on ne sait pas traiter correctement.

Les modèles non relativistes⁵ ont également été abondamment utilisés. Ils proviennent du fait que si on se limite à l'échange d'un gluon entre les quarks et que l'on effectue une réduction non relativiste on tombe sur un potentiel entre les quarks que l'on peut utiliser dans une équation de Schrödinger afin de décrire la dynamique de notre système. Clairement ce type d'approche viole un certain nombre d'invariances fondamentales à commencer par la covariance de Lorentz. Par contre, les degrés de liberté des gluons ont été éliminés et on peut en principe traiter de façon tout à fait propre le mouvement du centre de masse. La liste des succès obtenus par ces modèles est impressionnante même dans les cas où l'on s'attendrait à une très mauvaise approximation; cela montre qu'il y a quelque chose de plus profond non encore élucidé qui reste probablement sous-jacent. Toute la suite de ce cours est bâtie sur l'approche non relativiste avec les motivations principales

i) pour les systèmes à peu de particules un traitement correct du centre de masse est un ingrédient crucial.

ii) il est intéressant de pousser au maximum un type d'approximation afin de cerner ses limites.

Ce cadre de travail étant clairement inséré dans son contexte, le but de ce cours est l'étude des corrélations, c'est-à-dire de l'agencement des particules les unes par rapport aux autres sous l'influence de leurs interactions réciproques, dans les systèmes à peu de particules. Pourquoi cette restriction ? Tout simplement pour essayer d'éliminer au mieux l'un des deux problèmes majeurs évoqués plus haut concernant la physique nucléaire, à savoir le problème à N-corps. Nous essaierons de brosser une fresque du comportement à courte portée depuis le système le plus "microscopique" à savoir le diquark q-q jusqu'au système nucléaire le plus complexe que l'on sache résoudre "correctement" à savoir l'⁴He. Les systèmes de quarks utilisent un type de potentiel, les systèmes de nucléons un autre type de potentiel; le lien entre les deux approches réside dans la description de l'interaction nucléon-nucléon en termes de quarks qui constitue un gros morceau de ce cours.

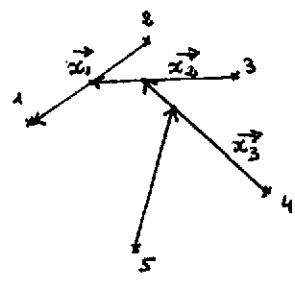
II. Quelques rappels utiles

Dans cette partie, nous rappelons un certain nombre de points qui sont en général connus mais qu'il convient de définir clairement pour une meilleure compréhension de la suite de ce cours.

1° Les coordonnées de Jacobi

Le Hamiltonien total du système H vérifie certaines propriétés dues à son invariance sous les opérations de symétrie de l'espace-temps. Dans cette partie, nous allons supposer que nous avons affaire à un système de n particules identiques, positionnées en r_i par rapport à une origine arbitraire, soumises à des interactions réciproques dérivant d'un potentiel $V(r_1, r_2, \dots, r_n)$. L'invariance par translation impose que le potentiel ne dépend que des coordonnées relatives $r_i - r_j$ puisque le choix d'une origine n'affecte pas l'état du système. L'invariance par rotation ajoute en plus qu'il n'existe pas de direction privilégiée et donc que le potentiel ne dépend que de la grandeur $|r_i - r_j|$. Enfin l'indiscernabilité des particules dit que si l'on effectue une permutation P quelconque des particules (attention ! permutation sur tous les degrés de liberté des particules) on ne change pas la valeur du Hamiltonien, ce que l'on peut traduire par $[H, P] = 0$. Ces types de symétrie nous suffiront pour la suite.

L'invariance par translation nous enseigne que la position du centre de masse $R = (1/n) \sum r_i$ n'est pas une variable qui affecte l'état du système puisque le potentiel d'interaction n'en dépend pas. Il est plus astucieux de chercher un choix de coordonnées "intrinsèques" au système. On pourrait imaginer de prendre $r'_i = r_i - R$ puisque dans ce cas $(r'_i - r'_j) = (r_i - r_j)$. Malheureusement, ces vecteurs ne sont pas linéairement indépendants puisque $\sum r'_i = 0$. Un choix classique de coordonnées intrinsèques linéairement indépendantes est fourni par l'ensemble des équations :

$$\begin{aligned} \vec{x}_1 &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{x}_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \\ &\vdots \\ \vec{x}_i &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{i(i+1)}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_i - i\vec{r}_{i+1}) \\ &\vdots \\ \vec{x}_{n-1} &= \sqrt{\frac{2}{n(n-1)}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_{n-1} - (n-1)\vec{r}_n) \end{aligned} \quad (II.1)$$


On appelle traditionnellement ce jeu de variables les coordonnées de Jacobi, les facteurs de proportionnalité étant là pour rendre certaines formules plus symétriques. Pour quantifier correctement la théorie, il est nécessaire d'introduire les coordonnées conjuguées à partir des impulsions individuelles p_i de chaque particule. L'impulsion totale $P = \sum p_i$ est la variable conjuguée de R et les variables q_i conjuguées des x_i sont données par

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \\ q_2 &= \frac{1}{2\sqrt{3}} (p_1 + p_2 - 2p_3) \\ &\vdots \\ q_i &= \frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}} (p_1 + p_2 + \dots + p_i - i p_{i+1}) \\ &\vdots \\ q_{n-1} &= \frac{1}{\sqrt{2n(n-1)}} (p_1 + p_2 + \dots + p_{n-1} - (n-1)p_n) \end{aligned} \quad (II.2)$$

On peut montrer facilement que

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i^2 &= n \vec{R}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} \vec{x}_j^2 \\ K &= \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i^2 = \frac{\vec{P}^2}{2nm} + \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{n-1} \vec{q}_j^2 \\ V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) &= V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{n-1}) \end{aligned} \quad (II.3)$$

Ces remarques permettent d'écrire

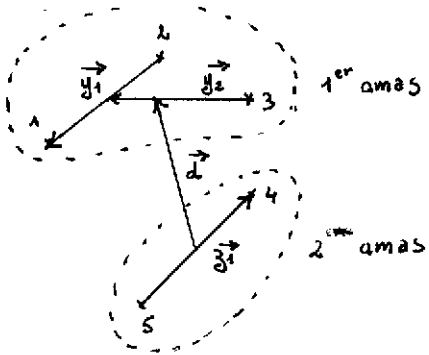
$$\begin{aligned} H &= K + V = \frac{\vec{P}^2}{2nm} + H_{int} \\ \text{ou} \quad H_{int} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n-1} \vec{q}_i^2 + V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{n-1}) \end{aligned} \quad (II.4)$$

On voit donc sur la formule du Hamiltonien qu'il y a découplage total entre l'énergie du centre de masse $\vec{P}^2/(2nm)$ et l'énergie intrinsèque du système H_{int} . On peut factoriser dans la fonction d'onde totale un terme qui ne dépend que de la variable \mathbf{R} et un terme intrinsèque

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = f(\vec{R}) \Psi_{int}(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{n-1}) \quad (II.5)$$

La fonction $f(\mathbf{R})$ peut être prise comme une onde plane $e^{-i\mathbf{K}\mathbf{R}}$ de façon à être état propre de $\vec{P}^2/(2nm)$, mais cela peut conduire à des problèmes lors de la normalisation. En pratique, il vaut mieux utiliser un paquet d'ondes ou n'importe quelle fonction de \mathbf{R} en prenant comme énergie du centre de masse la valeur moyenne de $\vec{P}^2/(2nm)$ sur cette fonction. Lorsque l'on suit fidèlement la procédure indiquée par les équations (II.4) et (II.5) on dit que l'on a traité correctement le mouvement du centre de masse. En fait, seuls les systèmes comportant un petit nombre de particules se prêtent assez bien à une telle description rigoureuse comme nous le verrons. Dans tous les systèmes étudiés dans ce cours, nous suivrons cette démarche. Insistons aussi sur le fait qu'en général on ne sait pas traiter correctement le mouvement du centre de masse dans les approches relativistes.

Très souvent, il est avantageux d'exprimer les modes propres d'un système à l'aide des modes propres de sous-systèmes. Le plus souvent, le choix de ces sous-systèmes repose sur l'intuition physique. De plus, la restriction à certains modes propres pour ces sous-systèmes permet une troncation importante de l'espace de Hilbert total tout en conservant les corrélations les plus significatives. Ces remarques sont à l'origine de la théorie des agrégats⁶. Dans ce qui suit, nous discuterons le cas d'un système de n particules partitionné en 2 agrégats comportant n_1 et n_2 particules chacun ($n = n_1 + n_2$). La généralisation à un nombre quelconque d'agrégats est immédiate. Au lieu d'utiliser les $n-1$ coordonnées du système initial (II.1) il est plus naturel d'utiliser les n_1-1 coordonnées y de Jacobi pour le premier amas et les $n_2 - 1$ coordonnées z de Jacobi relatives au 2ème amas. Mais alors nous disposons de $n_1-1 + n_2 - 1 = n - 2$ coordonnées indépendantes et il nous en manque une pour décrire notre système. On prend en général la distance relative d des 2 agrégats. On a alors une situation du genre . . .

$$\begin{aligned}
 \text{1er amas} & \begin{cases} \vec{y}_1 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{y}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \\ \vdots \\ \vec{y}_{n_1-1} = \sqrt{\frac{2}{n_1(n_1-1)}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_{n_1-1} - (n_1-1)\vec{r}_{n_1}) \end{cases} \\
 \text{2ème amas} & \begin{cases} \vec{z}_1 = \vec{r}_{n_1+1} - \vec{r}_{n_1+2} \\ \vec{z}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{r}_{n_1+1} + \vec{r}_{n_1+2} - 2\vec{r}_{n_1+3}) \\ \vdots \\ \vec{z}_{n_2-1} = \sqrt{\frac{2}{n_2(n_2-1)}} (\vec{r}_{n_1+1} + \vec{r}_{n_1+2} + \dots + \vec{r}_{n_1+n_2-1} - (n_2-1)\vec{r}_{n_1+n_2}) \end{cases} \\
 \text{distance relative} & \quad \vec{d} = \sqrt{\frac{2}{n_1 n_2}} \left[n_1 (\vec{r}_{n_1+1} + \vec{r}_{n_1+2} + \dots + \vec{r}_{n_1+n_2}) - n_2 (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_{n_1}) \right]
 \end{aligned}
 \tag{II.6}$$


On peut montrer de la même façon que

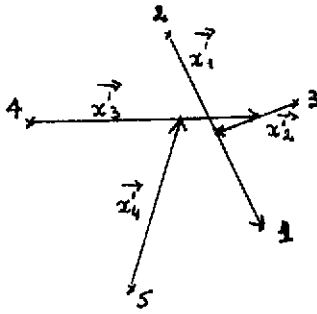
$$\sum_{i=1}^n \vec{r}_i^2 = n \vec{R}^2 + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n_1-1} \vec{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{n_2-1} \vec{z}_j^2 + \vec{d}^2 \right] \tag{II.7}$$

Par suite, la transformation qui fait passer des coordonnées de Jacobi originales x_i aux coordonnées de Jacobi des agrégats (y_i, z_i, d) est une transformation orthogonale (elle conserve la norme).

Ce point établi, essayons de comprendre pourquoi un traitement rigoureux du centre de masse est si difficile - surtout pour les systèmes comportant un nombre important de particules. C'est que pour l'instant nous n'avons fait que de la cinématique et nous n'avons encore pris en compte ni la statistique ni la dynamique. Le principe de Pauli nous impose de prendre une fonction d'onde Ψ antisymétrique sous une permutation quelconque de 2 particules. Lorsque Ψ est exprimé en termes des variables ordinaires r_i la permutation ne pose pas de problèmes car il suffit d'intervertir la coordonnée r_i et la coordonnée r_j .

$$P_{ij} \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_n) = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_n) \tag{II.8}$$

Par contre, dès que l'on exprime la fonction d'onde intrinsèque avec les variables de Jacobi (II.1) on particularise déjà chaque particule et donc on brise l'indiscernabilité de celles-ci. Lorsque l'on permute les particules i et j dans le système (II.1) on obtient un autre jeu x'_k de variables de Jacobi qui sont reliées d'ailleurs par le même argument de conservation de la norme aux variables de départ x_i par une transformation orthogonale. Pour reprendre l'exemple utilisé en (II.1) la permutation P_{14} conduirait ainsi aux variables données par la figure suivante :



$$[\vec{x}'] = A_{44} [x] \quad (II.9)$$

$$\tilde{A}_{44} A_{44} = \mathbb{1}$$

Ainsi, on écrit :

$$P_{ij} \Psi([\vec{x}]) = \Psi([\vec{x}']) = \Psi(A_{ij}[\vec{x}]) = \Psi^{(ij)}([\vec{x}]) \quad (II.10)$$

La comparaison (II.8) et (II.10) montre la complication effroyable introduite par le principe de Pauli lorsque l'on travaille avec des coordonnées de Jacobi. Autant la structure (II.8) se prête fort bien à la puissance de l'approche en seconde quantification, autant (II.10) y reste réfractaire.

Si à présent on introduit la dynamique, le problème déjà ardu se complique encore un peu. Supposons que le potentiel agissant entre les particules soit une force à deux corps pure $V = \sum V_{ij}$; il ne dépend que de $r_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$. Si l'on a choisi un jeu de variables de Jacobi déterminé, il peut arriver que r_{ij} soit précisément une de ces coordonnées - auquel cas tout se passe bien - mais il se peut aussi que r_{ij} ne soit pas une des variables choisies, auquel cas on a une équation du genre :

$$\vec{r}_{ij} = \sum_{\ell=1}^{n-1} B_{\ell}^{(ij)} \vec{x}_{\ell} \quad (II.11)$$

Ainsi, avec les coordonnées examinées en (II.6), V_{12} et V_{45} vont se calculer facilement, mais V_{34} ou V_{25} vont être beaucoup plus compliqués.

Pour résumer la situation supposons choisi un jeu de coordonnées de Jacobi $[x] = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ et une fonction intrinsèque $\Psi([x])$. Le principe de Pauli nous impose d'antisymétriser cette fonction - grâce par exemple à l'antisymétriseur $\mathcal{A} = (1/n!) \sum \text{sgn}(P) P$. L'équation dynamique de Schrödinger nous demande de calculer des valeurs moyennes du potentiel sur de telles fonctions. Tenant compte de (II.10) et (II.11), nous voyons avec horreur que notre tâche consiste à calculer une quantité du genre

$$\langle V \rangle = \frac{1}{(n!)^2} \sum_{i < j} \sum_{P, P'} \text{sgn}(P) \text{sgn}(P') \langle \Psi(A_{P'}[\vec{x}]) | V(|B^{(ij)}[\vec{x}]|) | \Psi(A_P[\vec{x}]) \rangle \quad (II.12)$$

Au vu de la structure exprimée par la formule (II.12), on comprend immédiatement qu'un traitement correct du centre de masse se paie très, très cher et ne soit envisageable que pour des systèmes comprenant un nombre très restreint de particules.

2° L'oscillateur harmonique et les coefficients de Brody-Moshinsky

L'oscillateur harmonique joue un rôle prépondérant en structure nucléaire car c'est l'un des rares cas où l'on est capable de trouver une solution analytique qui possède des propriétés très agréables.

Rappelons que le Hamiltonien d'un oscillateur harmonique (O.H.) à 3 dimensions est donné par

$$H = \frac{1}{2m} \vec{p}^2 + \frac{1}{2} m \Omega^2 \vec{r}^2 \quad (II.13)$$

et qu'il possède des fonctions propres

$$\varphi_{nlm}(\vec{r}, b) = b^{-3/2} R_{nl}\left(\frac{r}{b}\right) Y_{lm}(\hat{r}) \quad (II.14)$$

avec l'énergie $\hbar\Omega(2n + l + 3/2)$, qui sont aussi états propres de L^2 et L_z avec les valeurs propres $\hbar^2 l(l+1)$ et $\hbar m$. La quantité $b = (\hbar/m\Omega)^{1/2}$ s'appelle le paramètre de taille de l'O.H. Nous prendrons les conventions de phase de Moshinsky⁷

$$R_{nl}(x) = \frac{U_{nl}(x)}{x} = \left[\frac{2(n!)}{\Gamma(n+l+\frac{3}{2})} \right]^{1/2} x^l e^{-\frac{x^2}{2}} L_n^{l+1/2}(x^2) \quad (II.15)$$

où

$$L_n^{l+1/2}(y) = \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{\Gamma(n+l+3/2)}{(n-s)! \Gamma(s+l+3/2)} \frac{y^s}{s!}$$

est un polynôme de Laguerre.

Considérons à présent un hamiltonien formé de deux O.H. découplés de même espèce

$$H = \frac{1}{2m} \left[\vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 \right] + \frac{1}{2} m \Omega^2 \left[\vec{r}_1^2 + \vec{r}_2^2 \right] \quad (II.16)$$

Bien évidemment, une fonction propre de moment angulaire λ est $[\phi_{n_1 l_1}(r_1) \phi_{n_2 l_2}(r_2)]_{\lambda \mu}$ avec l'énergie $(2n_1 + l_1 + 2n_2 + l_2 + 3)\hbar\Omega$.

Effectuons à présent une transformation orthogonale des coordonnées r_1 et r_2 pour définir deux nouvelles coordonnées r et R

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_1 \cos \beta - \vec{r}_2 \sin \beta & \vec{r}_1 = \vec{r} \cos \beta + \vec{R} \sin \beta \\ \vec{R} = \vec{r}_1 \sin \beta + \vec{r}_2 \cos \beta & \vec{r}_2 = -\vec{r} \sin \beta + \vec{R} \cos \beta \end{cases} \quad (II.17)$$

Le Hamiltonien est invariant sous cette transformation

$$H = \frac{1}{2m} \left[\vec{p}^2 + \vec{P}^2 \right] + \frac{1}{2} m \Omega^2 \left[\vec{r}^2 + \vec{R}^2 \right] \quad (II.18)$$

et par conséquent $[\phi_{nl}(r) \phi_{NL}(R)]_{\lambda \mu}$ est aussi état propre de H avec l'énergie $\hbar\Omega(2n+l+2N+L+3)$.

Dans le sous-espace d'énergie $\hbar\Omega(N+3)$ les deux types de fonctions propres sont liés par une combinaison linéaire et on peut écrire

$$\left[\varphi_{n_1 l_1}(\vec{r}_1) \varphi_{n_2 l_2}(\vec{r}_2) \right]_{\lambda \mu} = \sum_{n, l, N, L} \langle n l N L; \lambda | n_1 l_1 n_2 l_2; \lambda \rangle_{\beta} \left[\varphi_{n l}(\vec{r}) \varphi_{N L}(\vec{R}) \right]_{\lambda \mu} \quad (II.19)$$

Il est important de noter que la sommation ne contient qu'un nombre fini de termes compatibles avec la conservation de l'énergie $2n_1 + l_1 + 2n_2 + l_2 = N = 2n + l + 2N + L$, de la parité $(-1)^{l_1+l_2} = (-1)^{l+L}$ et des contraintes dues au moment angulaire $|l-L| \leq \lambda \leq l+L$. Les coefficients de la transformation $\langle n l N L; \lambda | n_1 l_1 n_2 l_2; \lambda \rangle_{\beta}$ s'appellent les coefficients de Brody-Moshinsky (BM). Les coefficients dits "standards" correspondant à $\beta = \pi/4$ c'est à dire $\mathbf{R} = (1/\sqrt{2})(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$ (coordonnées du centre de masse), $\mathbf{r} = (1/\sqrt{2})(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ (coordonnées de Jacobi) jouent un grand rôle dans de nombreux domaines de la physique. Leur importance fut reconnue d'abord par Talmi⁸, puis des tabulations extensives furent menées à bien par Brody et Moshinsky⁹. Curieusement, bien que proposées également par Moshinsky¹⁰, les coefficients d'angle $\beta \neq \pi/4$ sont complètement absents de la littérature. On pourra trouver une méthode de calcul ainsi qu'une liste de leurs propriétés principales dans la réf11.

Montrons le principe de l'usage des B.M. pour résoudre le problème compliqué (II.12) évoqué en fin de section précédente. Tout d'abord il est loisible de choisir r_{ij} comme l'une des variables de Jacobi; il suffit pour cela d'effectuer une rotation orthogonale sur le jeu de variables original. Ensuite, on remarque que des produits de transformations orthogonales redonnent une transformation orthogonale. Maintenant développons la fonction d'onde Ψ sur une base d'O.H. pour chaque coordonnée de Jacobi. On est ramené dans ce cas à calculer une intégrale du genre

$$\langle \varphi_1(\vec{x}_1) \varphi_2(\vec{x}_2) \dots \varphi_{n-1}(\vec{x}_{n-1}) | V(\vec{x}_i) | \varphi'_1(A\vec{x}_1) \varphi'_2(A\vec{x}_2) \dots \varphi'_{n-1}(A\vec{x}_{n-1}) \rangle \quad (II.20)$$

où les coordonnées dans le ket sont les variables de Jacobi "tournées" par une certaine transformation orthogonale A. Un théorème de mathématique nous enseigne que toute matrice orthogonale dans un espace à N dimensions (ici $N = n-1$) peut être mise sous forme d'un produit de transformations orthogonales dans des espaces à 2 dimensions comme celui exprimé par (II.17). Cela veut dire que l'on passe du ket au bra par des séries de rotations à 2 dimensions qui laissent les $n-3$ autres variables inchangées. Or l'élément de matrice portant sur 2 variables dans le bra à 2 variables tournées dans le ket s'obtient justement comme une somme finie de termes incluant des coefficients de Brody-Moshinsky. Le résultat fondamental de ce chapitre peut alors être résumé ainsi.

Si l'on développe la fonction d'onde intrinsèque Ψ sur une base d' O.H. pour les variables de Jacobi, l'élément de matrice le plus général exprimé par (II.12) peut être calculé exactement et avec un nombre fini de termes faisant apparaître des coefficients de Brody-Moshinsky.

On voit ainsi clairement l'avantage d'utiliser une base d' O.H. lorsque l'on veut traiter proprement le mouvement du centre de masse. Indiquons aussi brièvement que les fonctions d'onde gaussiennes utilisées très fréquemment dans les approches de type agrégat ne sont que des cas particuliers de ceux évoqués ci-dessus, puisqu'une gaussienne n'est qu'un O.H. dans son état fondamental à 0 quanta.

III . Le potentiel quark-quark

Dans une approche non relativiste, les particules sont supposées interagir par un potentiel $V(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n-1})$ et le comportement dynamique du système est gouverné par l'équation de Schrödinger

$$H |\Psi(1, 2, \dots, n)\rangle = E |\Psi(1, 2, \dots, n)\rangle \quad (\text{III.1})$$

$$\text{où } H = \sum \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} - \frac{\vec{P}^2}{2M} + V$$

Dans les prochains chapitres, les particules en question seront les quarks qui sont caractérisés par des degrés de liberté de couleur r, v, b , de spin \uparrow, \downarrow sur lesquels agissent respectivement les générateurs infinitésimaux $F = 1/2 \lambda$ (8 matrices $\lambda^{(\alpha)}$ de Gell-Mann) du groupe $SU(3)_C$ et σ (3 matrices $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ de Pauli) du groupe $SU(2)_S$ ainsi que par leur saveur m_i et leur position dans l'espace r_i . La première question qui vient à l'idée est : quel potentiel V choisir pour décrire l'interaction des quarks ? En principe une réduction non relativiste des équations de la QCD devrait répondre à cette question, mais l'état de l'art dans ce domaine en est encore dans ses balbutiements. On ne part pourtant pas tout à fait dans l'inconnu. On sait qu'à courte distance entre les quarks (ou pour de grandes énergies d'interaction) survient le phénomène de liberté asymptotique pour lesquels les quarks sont quasi-libres étant donné que leur constante de couplage $\alpha_s(r) \rightarrow 0$ si $r \rightarrow 0$. Nous sommes dans un régime très semblable à celui de l'électrodynamique quantique QED pour lequel un développement perturbatif est totalement justifié. On sait que la contribution dominante est celle qui fait intervenir α_s (ou $g \propto \sqrt{\alpha_s}$) à l'ordre le plus bas c'est à dire au premier ordre ce qui correspond à un mécanisme d'échange d'un gluon comme illustré sur la figure 1.

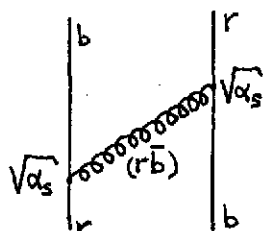


Figure 1 : mécanisme d'échange d'un gluon

Ce régime de la chromodynamique quantique perturbative permet d'avoir accès, par des méthodes tout à fait analogues à celles de la QED, à un potentiel quark-quark - que l'on appelle OGE (one gluon exchange) - où les degrés de liberté des gluons ont disparu. Il a la forme suivante que l'on trouve par exemple dans l'article original de De Rujula et al¹² ou dans le livre de F. Close¹³ :

$$V_{ij}^{ogc} = \vec{F}_i \cdot \vec{F}_j \alpha_s \left\{ \underbrace{\frac{1}{r}}_{\text{Coulomb}} - \underbrace{\frac{1}{2m_i m_j c^2} \left(\frac{\vec{p}_i \cdot \vec{p}_j}{r} + \frac{\vec{r} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{p}_i) \vec{p}_j}{r^3} \right)}_{\text{Darwin}} - \underbrace{\frac{\pi \hbar^2}{2c^2} \delta(\vec{r}) \left(\frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{4}{3} \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j}{m_i m_j} \right)}_{\text{hyperspin}} \right\} \quad (\text{III.2})$$

$$- \frac{\hbar}{2c^2 r^3} \left[\frac{1}{m_i^2} (\vec{r} \times \vec{p}_i) \cdot \vec{\sigma}_i - \frac{1}{m_j^2} (\vec{r} \times \vec{p}_j) \cdot \vec{\sigma}_j + \frac{2}{m_i m_j} ((\vec{r} \cdot \vec{p}_i) \vec{\sigma}_j - (\vec{r} \cdot \vec{p}_j) \vec{\sigma}_i) \right] - \frac{\hbar^2}{m_i m_j c^2} \frac{1}{r^3} \left[\frac{3(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_j \cdot \vec{r})}{r^2} - \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \right] \underbrace{\quad}_{\text{tenseur}}$$

On voit qu'il y a une grande analogie entre ce potentiel et le potentiel électromagnétique résultant de l'échange d'un photon. Ce n'est pas étonnant car les deux mécanismes proviennent de l'échange d'un boson vecteur (spin 1) de masse nulle. Pourtant l'analogie s'arrête là car il y a aussi deux différences majeures.

- l'interaction forte est beaucoup plus grande que l'interaction électromagnétique, ce qui veut dire que $\alpha_s/\hbar c$ est voisin de l'unité (il faut comprendre ici une moyenne des $\alpha_s(Q^2)$ sur les énergies intervenant dans notre problème) alors que la constante de structure fine $e^2/\hbar c$ vaut 1/137.

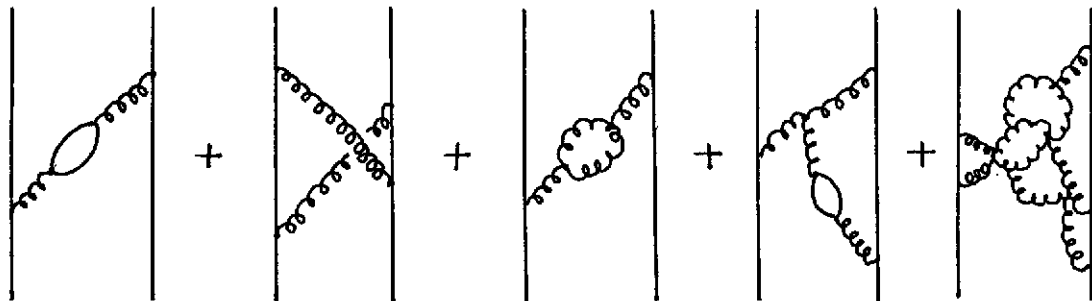
- le gluon possède lui-même de la couleur; cela lui permet de se coupler avec lui-même par les diagrammes à 3 et 4 branches déjà mentionnés, mais aussi de changer la charge de couleur des quarks comme on le voit sur la figure 1. Le résultat en est le terme $F_i F_j$ qui vaut

$$F_i F_j = -4/3 \quad \text{pour } q\bar{q} \text{ dans un méson}$$

$$F_i F_j = -2/3 \quad \text{pour } qq \text{ dans un baryon}$$

Ainsi $V_{qq} = 2 V_{q\bar{q}}$ au lieu du traditionnel $V_{e-e+} = -V_{e-e-}$. L'échange d'un gluon ne pouvant concerner qu'une paire de particules le potentiel résultant est à 2 corps.

Pour des distances de séparation très grandes (ou des énergies très faibles), à l'inverse, les quarks interagissent fortement et un développement perturbatif perd son sens. L'interaction entre quarks résulte de mécanismes très compliqués comme ceux indiqués sur la figure 2.



diagrammes intervenant en QED

diagrammes propres à QCD

Figure 2

Mécanismes d'échange à grande distance

Il existe des diagrammes de création de paires, ou d'échange croisé comme les 2 premiers de la figure 2 qui interviennent également dans la QED; mais il existe aussi des diagrammes propres à la QCD, comme les 3 derniers de la figure 2, où les gluons se couplent avec eux-mêmes. On ne sait pas vraiment ce que donne ce régime non perturbatif de la QCD, mais on possède certaines raisons de penser que ces mécanismes conduisent au phénomène de confinement - ou esclavage infra-rouge - qui empêche les quarks de s'éloigner librement les uns des autres. Effectivement, des calculs complets de la QCD sur un réseau (qui incluent donc tous les diagrammes présentés en figure 2) tendent à prouver que l'interaction entre 2 quarks éloignés de r croît linéairement en fonction de la distance $v(r) = C r$, $r \rightarrow \infty$ avec une constante C qui est en principe calculable.

Dans la pratique, on utilise des potentiels q-q ou q-q phénoménologiques, inspirés de la QCD tant pour la partie à courte portée que pour le terme de confinement, mais qui sont d'un emploi plus aisé. Nous utiliserons le potentiel proposé par Bhaduri et al¹⁴ qui a la forme suivante

$$V_{ij}(r) = -\frac{3}{4} \vec{F}_i \cdot \vec{F}_j \left[-\frac{\kappa}{r} + \frac{r}{a^2} - D + \frac{\hbar \kappa}{m_i m_j c^2} \frac{e^{-r/r_0}}{r_0^2 r} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \right] \quad (\text{III.3})$$

avec les valeurs des paramètres

$$\kappa = 102.67 \text{ MeV fm}^{-1} ; a = 0.0326 (\text{MeV}^{-1} \text{fm})^{1/2} ; D = 913.5 \text{ MeV}$$

$$r_0 = 1/2.2 \text{ fm} ; m_u = m_d = 337 \text{ MeV}/c^2 ; m_s = 600 \text{ MeV}/c^2 ; m_c = 1870 \text{ MeV}/c^2 ; m_b = 5259 \text{ MeV}/c^2$$

Ces paramètres ont été ajustés essentiellement sur les états du charmonium c'est à dire sur un méson où l'on pense que l'approche non relativiste est justifiée; mais l'accord reste encore remarquable pour les mésons légers où en principe cette approximation devrait être médiocre. Nous montrons sur la figure 3 l'allure générale de ce potentiel pour 2 quarks dans un état de couleur $\bar{3}$ (représentation conjuguée de la représentation fondamentale 3 de $SU(3)_C$) et pour les 2 états de moment angulaire 1S_0 et 3S_1 .

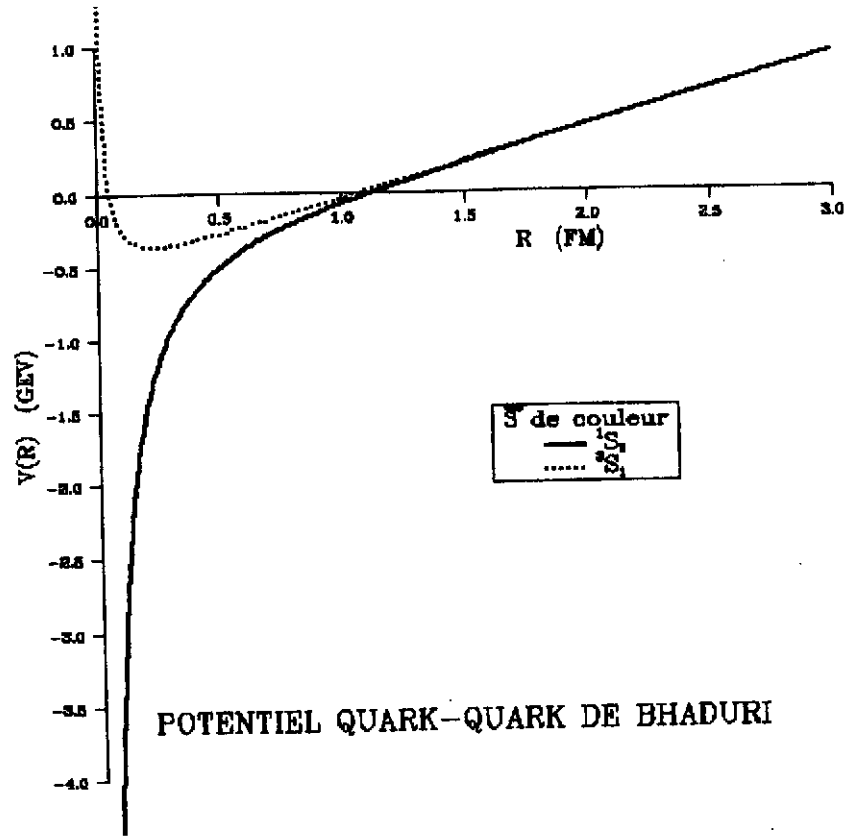


Figure 3

Potentiel quark-quark de Bhaduri et al¹⁴. Les quarks sont dans un état $\bar{3}$ de couleur et on a représenté les deux canaux 1S_0 (courbe continue) et 3S_1 (courbe pointillée)

Il est nécessaire de faire quelques remarques à propos de ce potentiel.

i) Le terme de couleur $F_i F_j$ qui apparaissait théoriquement dans V_{qq}^{og} est retenu également pour la partie confinante. Il n'existe aucune justification théorique pour cela. C'est donc un Ansatz qui s'avère bien commode. Il conduit notamment à la règle $V_{qq}(\text{baryon}) = 1/2 V_{qq}(\text{méson})$ qui semble bien vérifiée. Par contre, pour les systèmes plus complexes, on n'a aucune idée de la validité de cet Ansatz.

ii) Le potentiel de Bhaduri ne comprend pas de force tenseur, ni spin-orbite contrairement à V_{qq}^{og} . Il semble que ce type de forces ne jouent pas un très grand rôle dans les systèmes de quarks. Cette approximation simplifie considérablement les calculs. En particulier, les moments angulaires orbitaux L et de spin S restent de bons nombres quantiques.

iii) A longue portée, c'est le confinement linéaire qui l'emporte et la force hyperfine ne joue aucun rôle; les corrélations sont donc indépendantes du spin dans ce cas.

iv) La partie centrale du potentiel (coulomb + linéaire) - au contraire de la partie spin-spin (Yukawa) - est indépendante de la saveur. On a quelques raisons théoriques de penser qu'il en est ainsi et ce résultat est en assez bon accord avec l'expérience.

v) A courte portée c'est la force hyperfine qui joue un rôle déterminant. Ce n'est pas une force portée nulle comme dans V^{0g} car un tel comportement créerait un effondrement des systèmes lorsque l'on effectue des calculs non perturbatifs. C'est malgré tout une interaction de courte portée qui dépend beaucoup des spins puisqu'elle est très attractive pour $S = 0$ et répulsive pour $S = 1$.

Les corrélations à courte portée sont très fortement dépendantes des spins.

vi) Cette même force dépend de la saveur par un terme $(m_i m_j)^{-1}$ et donc s'atténue largement lorsqu'on a affaire à des quarks lourds (c,b...).

vii) Le potentiel de Bhaduri, ajusté sur le spectre du charmonium, donne des résultats excellents pour les mésons et les baryons. Il est donc intéressant de le pousser vers des systèmes plus complexes.

IV. Corrélations dans les baryons

Nous allons utiliser le formalisme développé dans le chapitre précédent pour décrire les systèmes immédiatement plus compliqués que le diquark $q\bar{q}$ à savoir les baryons qqq . Il faut malgré tout garder en vue un certain nombre d'observations ou de limitations afin de situer ce problème dans son contexte.

1) *Position du problème*

i) Nous allons effectuer un traitement non relativiste gouverné par l'équation de Schrödinger. On s'attend à ce que ce soit une bonne approximation si les vitesses mises en jeu dans le système sont faibles par rapport à celle de la lumière; en particulier, plus les quarks impliqués sont lourds (les masses considérées sont appelées masses "constituantes" et sont différentes des masses "courantes" intervenant dans le Lagrangien de la QCD (I.1) car elles sont "habillées" par un entourage de gluons) plus l'approximation non relativiste est justifiée. Dans la matière ordinaire composée des quarks u et d les vitesses sont typiquement de l'ordre $v/c = 0.8$ et on peut mettre en doute les méthodes non relativistes. Pourtant, au grand étonnement des spécialistes, elles continuent à marcher de façon tout à fait remarquable. Il y a là un grand mystère qui intrigue beaucoup les gens mais qui n'a pas encore été résolu. Il y a probablement là-dessous quelque chose de profond non encore compris.

ii) On utilise dans l'équation de Schrödinger un potentiel à deux corps

$$V = \sum_{i < j} V_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \quad (\text{IV.1})$$

On prendra pour V_{ij} le potentiel de Bhaduri explicité au chapitre précédent. A vrai dire, on ne sait pas si cela constitue une bonne approximation; il est sûr que des diagrammes du type de la figure 2 engendrent également des forces à 3, 4, ..., N corps mais on est incapable de cerner l'importance relative de celles-ci. De plus, les modèles additifs comportant une partie de couleur en $F_i F_j r_{ij}^n$ (comme celui de Bhaduri ou de nombreux autres) créent entre deux singlets de couleur des forces à longue portée de type Van der Waals en R^{n-4} (R distance de séparation des singlets) qui ne sont pas observées expérimentalement. C'est un ennui assez fondamental sur lequel on passe outre car on sait mal faire autrement de toutes façons. Dans le cas des baryons, ce problème ne se pose pas puisqu'ils ne résultent pas de l'interaction de deux singlets.

iii) Après l'approximation sur le potentiel, on fait aussi une approximation sur l'espace de Hilbert dans lequel on va résoudre notre problème : on suppose un baryon constitué de trois quarks. En principe, un baryon est un système de nombre baryonique 1 qui peut avoir une structure très compliquée comme

$$B = q^3 + q^2\bar{q} + q\bar{q}^2 + \dots + q^3G + \dots + q^2\bar{q}G + \dots \quad (\text{IV.2})$$

En fait, certaines contributions des gluons et des paires $q\bar{q}$ ont été prises en compte phénoménologiquement à travers la renormalisation des masses des quarks et dans la définition du potentiel d'interaction. Il n'empêche que la restriction à un système constitué de 3 quarks constitue une troncation de l'espace de Hilbert. Il en résulte des absences ou des mauvais couplages d'états avec la conséquence que certains états peuvent être mal décrits (résonances de Roper ?).

iv) Nous avons vu dans le second chapitre que dans les systèmes à peu de particules - comme les baryons - on peut prendre en compte correctement l'invariance par translation et traiter de façon tout à fait rigoureuse le mouvement du centre de masse. Nous avons vu aussi que ce point ne fait pas bon ménage avec le principe de Pauli. Néanmoins, le problème à 3 corps est suffisamment connu en physique, en particulier en physique nucléaire, pour que l'on puisse développer des méthodes de résolution très fiables et précises.

2) Degrés de liberté

Le principe d'un baryon constitué de 3 quarks étant acquis, les degrés de liberté du système sont ceux relatifs aux quarks. Nous les avons évoqués déjà et nous les rappelons ci-après.

i) la saveur

C'est essentiellement la dépendance en masse. Le potentiel central est indépendant de saveur mais l'énergie cinétique et le terme hyperfin en dépendent. Si les particules ont des masses identiques, on peut les distinguer par un degré supplémentaire de saveur, qui va différencier les espèces, et qui sera une composante d'un multiplet (représentation irréductible) d'un groupe d'invariance du Hamiltonien. Ainsi, dans le cas du potentiel de Bhaduri (III.3) les quarks u et d qui possèdent la même masse $m = 337 \text{ Mev}/c^2$ pourront être considérés comme les deux composantes $t_z = +1/2$ et $t_z = -1/2$ d'un doublet du groupe $SU(2)_F$ d'isospin.

ii) le spin

Les quarks sont des fermions de spin 1/2. Ils forment donc la représentation fondamentale 2 (ce chiffre indique la dimension du multiplet) du groupe $SU(2)_s$. Les deux degrés de liberté sont notés \uparrow (spin up) et \downarrow (spin down) et ce sont les matrices de Pauli σ qui agissent dessus. Le potentiel dépend explicitement du spin par le terme hyperfin. On a toujours intérêt lorsque plusieurs particules sont en jeu à les coupler à une bonne représentation. Ainsi

$$\langle [\frac{1}{2}(1) \frac{1}{2}(2)]_s | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | [\frac{1}{2}(1) \frac{1}{2}(2)]_{s'} \rangle = \delta_{ss'} [2S(S+1) - 3] \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{soit } \langle S=0 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | S=0 \rangle = -3 \quad \text{et} \quad \langle S=1 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | S=1 \rangle = +1$$

iii) la couleur

Comme nous l'avons vu, les quarks ont 3 degrés de liberté de couleur r,v,b qui forment la représentation irréductible (R.1) 3 de $SU(3)_c$. Ce sont les matrices de Gell-Mann $F = 1/2 \lambda$ qui agissent dessus. Le potentiel en dépend par un facteur total $F_i F_j$. Le couplage pour 2 particules sous le groupe $SU(3)$ est le suivant

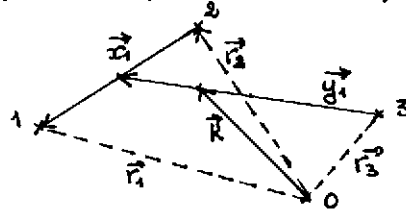
$$3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3} \quad (\text{IV.4})$$

et nous avons la propriété

$$\begin{aligned} \langle [3(1)3(2)]_{c=6} | \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 | [3(1)3(2)]_{c=6} \rangle &= \frac{1}{3} \\ \langle [3(1)3(2)]_{c=\bar{3}} | \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 | [3(1)3(2)]_{c=\bar{3}} \rangle &= -\frac{2}{3} \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

iv) l'espace

Chaque quark est caractérisé par sa position r_i dans l'espace. Comme nous l'avons déjà montré, il est nécessaire de faire apparaître la coordonnée du centre de masse R et 2 coordonnées de Jacobi x et y pour un système à 3 quarks comme le baryon



Il est utile de définir une masse de référence m , les masses physiques étant données par $m_i = \omega_i m$. De même, on choisit une unité de longueur b , ce qui permet de définir les variables de Jacobi sans dimension R, x_i, y_i

$$\begin{aligned}
 b \vec{R} &= (\omega_1 \vec{r}_1 + \omega_2 \vec{r}_2 + \omega_3 \vec{r}_3) / (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \\
 b \vec{x}_i &= [2\omega_k \omega_j / (\omega_j + \omega_k)]^{1/2} (\vec{r}_j - \vec{r}_k) \\
 b \vec{y}_i &= [2\omega_i (\omega_j + \omega_k) / (\omega_i + \omega_j + \omega_k)]^{1/2} \left(\frac{\omega_j \vec{r}_j + \omega_k \vec{r}_k}{\omega_j + \omega_k} - \vec{r}_i \right)
 \end{aligned}
 \tag{IV.6}$$

L'Hamiltonien est invariant sous les rotations d'espace $SO(3)$ (pas de force tenseur) et nous aurons intérêt à coupler les particules à un bon moment angulaire total.

3) Fonction d'onde

Une fois clairement définis les degrés de liberté du système, il nous faut construire la forme de la fonction d'onde (toujours sous entendu intrinsèque). On sait pour cela que les états propres sont les représentations irréductibles du groupe d'invariance du Hamiltonien à savoir $SU(2)_S \times SU(2)_F \times SU(3)_C \times SO(3)$. Nous adopterons par convention un couplage de type [1(23)]. Etudions les différentes fonctions

i) spin

Nous avons $2 \otimes 2 = 3_S \oplus 1_A$ (ou $1/2 \otimes 1/2 = 1 \oplus 0$).

Les indices S et A signifient que les fonctions des R.I 3 et 1 sont respectivement symétriques et antisymétriques sous l'échange des particules 2 et 3.

Puis :

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 2 \otimes (3 \oplus 1) = 4_S \oplus 2_{MS} \oplus 2_{MA} \tag{IV.7}$$

Là les indices se réfèrent aux propriétés des fonctions sous l'échange des trois particules 1,2,3 : S complètement symétrique, MS symétrie mixte mais symétrique sous l'échange 2-3, MA symétrie mixte mais antisymétrique sous l'échange 2-3. Pour voir correctement à quoi ressemblent ces fonctions prenons, pour chacune de ces trois possibilités, la composante $S_z = 1/2$

$$\begin{aligned}
 2_{MA} : \quad \chi_0 &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)_0 \right]_{1/2} : \frac{1}{\sqrt{2}} [\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow] \\
 2_{MS} : \quad \chi_1 &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)_1 \right]_{1/2} : \frac{1}{\sqrt{6}} [\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow - 2\downarrow\uparrow\uparrow] \\
 4_S : \quad \chi_2 &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)_2 \right]_{3/2} : \frac{1}{\sqrt{3}} [\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow]
 \end{aligned}
 \tag{IV.8}$$

Pour les baryons de spin 1/2, seules interviennent les fonctions χ_0 et χ_1 , alors que pour les baryons de spin 3/2 seule apparaît χ_2 .

ii) saveur

Ce couplage n'est intéressant concrètement que pour les quarks u et d. Le groupe d'isospin étant identique à celui du spin, le formalisme est rigoureusement identique. On définit de même des fonctions de saveur f_0 , f_1 et f_2 avec les mêmes propriétés de symétrie que celles étudiées dans le cas du spin; par exemple

$$f_1 = (1/\sqrt{6})(uud+udu-2duu)$$

iii) couleur

Nous avons déjà vu que le couplage des quarks 2 et 3 conduisait à $3 \otimes 3 = 6_S \oplus \bar{3}_A$

Pour le couplage des trois particules à une bonne couleur, nous avons

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \bar{3}) = 10_S \oplus 8_{MS} \oplus 8_{MA} \oplus 1_A \quad (IV.9)$$

avec les mêmes significations qu'auparavant pour les indices S, MS, MA et A. A ce niveau là, il est nécessaire d'introduire un postulat physique, qui est un fait d'expérience que l'on ne sait pas démontrer théoriquement.

postulat physique : les hadrons (systèmes composés de quarks et donc gouvernés par les interactions fortes) observables expérimentalement ne peuvent être que des singlets de couleur. La base de ce postulat fut en fait la non observation de quarks libres (3 de couleur) malgré les nombreuses expériences consacrées à cette recherche.

Comme on le voit d'après (IV.9), il est possible de mettre 3 quarks dans un état singlet et par conséquent d'observer les baryons. Nous pouvons tirer de (IV.9) plusieurs corollaires.

- un diquark dans un baryon ne peut être que dans un état $\bar{3}$ de couleur : en effet $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$ tandis que $3 \otimes 6 = 10 \oplus 8$. C'est pour cela que nous avons tracé le potentiel de Bhaduri pour un couplage des 2 quarks à $\bar{3}$.

- il n'y a qu'une fonction de couleur possible (le singlet n'apparaît qu'une fois dans (IV.9)), qui par conséquent se factorise dans la fonction d'onde totale. Cette fonction de couleur est totalement antisymétrique et c'est bien connu qu'il n'existe qu'une seule possibilité de former un état complètement antisymétrique pour un système de 3 particules possédant 3 degrés de liberté : c'est un déterminant de Slater

$$C(1,2,3) = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{vmatrix} r(1) & r(2) & r(3) \\ v(1) & v(2) & v(3) \\ b(1) & b(2) & b(3) \end{vmatrix} \quad (IV.10)$$

Dans le cas des baryons, les effets de la couleur sont évidents à traiter; ils sont de 2 types:

a) C est état propre de $F_i F_j$ avec la valeur $-2/3$ (toutes les paires sont dans 1 état $\bar{3}$ et on se sert de IV.5). Il suffit donc de remplacer $-3/4 F_i F_j$ par $1/2$ dans le potentiel de Bhaduri.

b) C est une fonction complètement antisymétrique. Le principe de Pauli nous impose donc de prendre pour le reste de la fonction d'onde des états complètement symétriques sous l'échange des particules identiques.

Moyennant ces deux contraintes, on peut "oublier" la fonction de couleur pour l'étude des baryons.

iv) espace

La fonction d'espace ϕ fait intervenir les variables de Jacobi x_1, y_1 (ce sont celles naturelles avec notre type de couplage). Pour tenir compte de l'invariance de H sous $SO(3)$, il est nécessaire de développer $\phi(x_1, y_1)$ sur une base possédant un bon moment angulaire.

$$\Phi_L(\vec{x}_1, \vec{y}_1) = \sum_{\ell, \lambda} d(x_1, y_1) \left[Y_\ell(\hat{x}_1) Y_\lambda(\hat{y}_1) \right]_L \quad (IV.11)$$

Ensuite cela dépend du formalisme utilisé.

- La méthode la plus rigoureuse consiste à calculer directement $d(x_1, y_1)$ dans le plan (x_1, y_1) : ce sont les équations de Faddeev¹⁵ que nous verrons plus en détail dans le chapitre VIII.

- Les autres méthodes développent $d(x_1, y_1)$ sur divers types de base : gaussienne, harmonique, hypersphérique...

Dans ce qui suit, nous allons utiliser la base de l'oscillateur harmonique pour les raisons abondamment exposées au chapitre II. Ainsi la fonction d'onde du baryon se met sous la forme

$$B_\alpha^{LSF}(\vec{x}_1, \vec{y}_1) = c_{(1,2,3)} \sum_{\sigma, \tau, \nu, \lambda} d_{\sigma\tau\nu\lambda}^{\alpha LSF} X_\sigma^S(1,2,3) Y_\nu^F(1,2,3) \left[\Phi_{n\ell}(\vec{x}_1) \Phi_{\nu\lambda}(\vec{y}_1) \right]_L \quad (IV.12)$$

Quelques remarques sont à faire :

L, S, F sont des bons nombres quantiques à cause de l'invariance de H, α désigne tous les autres nombres quantiques nécessaires à la spécification de l'état, ce sera en fait le type d'excitation radiale. Si les quarks 2 et 3 sont identiques, le principe de Pauli nous impose de restreindre la base apparaissant dans (IV.12) à des états pour lesquels $\sigma + \tau + \nu$ est un nombre pair.

Le paramètre de l'oscillateur b est choisi comme unité de longueur dans (IV.6). La dépendance en b est ainsi transférée des fonctions d'onde $\phi(b, r_1)$ au potentiel $V(r_1, r_2, r_3) = V(b, x_1, y_1)$ et à l'énergie cinétique $K(p_1, p_2, p_3) = K(b, p, q)$. On détermine ce paramètre par une contrainte variationnelle $\partial E_\alpha(b)/\partial b = 0$. La diagonalisation $HB_\alpha = \epsilon_\alpha B_\alpha$ fournit l'énergie propre ϵ_α du baryon, la fonction d'onde B_α (c'est à dire les coefficients d^α dans (IV.12)) et par conséquent toutes les observables que l'on veut. Si l'on se restreint à une base à 2 quanta pour le nucléon uud $L = 0, S = 1/2, T = F = 1/2$ nous avons 3 états possibles : le fondamental B (composante dominante à 0 quanta) et 2 états excités B^* et B^{**} . Même lorsque nous prendrons une base plus grande, nous ne nous intéresserons qu'aux états B, B^* et B^{**} .

4) densités de présence

Nous avons fait le calcul d'un certain nombre de baryons constitués des quarks u, d, s, c, b dans une base d'O.H. jusqu'à 8 quanta (les résultats sont quasiment identiques à ceux que fournit le formalisme de Faddeev). Nous avons calculé, avec le potentiel de Bhaduri, un certain nombre d'observables qui sont en général en très bon accord avec l'expérience¹⁵. Nous ne les présentons pas ici car ce n'est pas le but de ce cours. Nous allons nous attacher plutôt, à l'aide des fonctions d'onde ainsi obtenues, à regarder les corrélations des quarks à l'intérieur d'un baryon¹⁶. Pour cela, nous allons définir les densités de présence.

i) densité à 1 corps

Ce sera par définition la densité de probabilité de trouver un quark à une distance y du centre de masse des 2 autres qui sont eux-mêmes dans un état de spin σ . Nous la noterons $\rho_\sigma(y)$.

De façon plus mathématique

$$\rho_\sigma(y) = \langle B | P_\sigma \delta(\gamma_p - y) | B \rangle = \int B^*(\vec{x}_1, \vec{y}) P_\sigma B(\vec{x}_1, \vec{y}) d\vec{x}_1 d\vec{y} \quad (IV.13)$$

Si l'on effectue les calculs avec B donné par (IV.12), nous arrivons au résultat

$$f_{\sigma}(y) = \sum_{z, n, \ell, \nu, \nu', \lambda} d_{\sigma z n \ell \nu \lambda} d_{\sigma z n' \ell \nu' \lambda} U_{\nu \lambda}(y) U_{\nu' \lambda}(y) \quad (\text{IV.14})$$

avec la normalisation

$$\sum_{\sigma} \int_0^{\infty} f_{\sigma}(y) dy = 1 \quad (\text{IV.15})$$

$\rho(y) = \sum_{\sigma} p_{\sigma}(y)$ est donc la densité de probabilité de trouver un quark à une distance y du centre de masse des 2 autres. Nous désignerons par D la distance la plus probable $D = \text{Max } \rho(y)$. Cette quantité donne une idée de la taille du système.

Pour regarder les corrélations à courte portée, il vaut mieux "prendre une loupe" sur les faibles distances et définir un autre type de densité

$$\tilde{f}_{\sigma}(y) = \frac{f_{\sigma}(y)}{y^2} \quad (\text{IV.16})$$

qui représente la probabilité de trouver la particule dans une couronne sphérique comprise entre y et $y + dy$. La condition de normalisation est à présent

$$\sum_{\sigma} \int_0^{\infty} \tilde{f}_{\sigma}(y) y^2 dy = 1 \quad (\text{IV.17})$$

ii) densité à 2 corps

Nous ferons une analyse identique sur la coordonnée de Jacobi x en définissant les densités $\rho_{\sigma}(x)$ et $p_{\sigma}(x)$. Passons rapidement sur les détails.

$\rho_{\sigma}(x)$ est la densité de probabilité de trouver deux quarks séparés par une distance x et dans un état de spin σ

$$f_{\sigma}(x) = \langle B | P_{\sigma} \delta(X_{qp} - x) | B \rangle = \int B^*(\vec{x}, \vec{y}) P_{\sigma} B(\vec{x}, \vec{y}) d\vec{y} x^2 d\Omega_x \quad (\text{IV.18})$$

qui a pour expression

$$f_{\sigma}(x) = \sum_{z, n, n', \ell, \nu, \lambda} d_{\sigma z n \ell \nu \lambda} d_{\sigma z n' \ell \nu \lambda} U_{n \ell}(x) U_{n' \ell}(x) \quad (\text{IV.19})$$

avec la normalisation

$$\sum_{\sigma} \int_0^{\infty} f_{\sigma}(x) dx = 1 \quad (\text{IV.20})$$

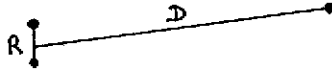
Il est intéressant de définir la distance la plus probable R de 2 quarks par $R = \text{Max } (\rho_0(x) + \rho_1(x))$. Enfin, pour l'étude des corrélations à courte portée, il est utile de calculer

$$\tilde{f}_{\sigma}(x) = \frac{f_{\sigma}(x)}{x^2} \quad (\text{IV.21})$$

avec la condition de normalisation

$$\sum_{\sigma} \int_0^{\infty} \tilde{f}_{\sigma}(x) x^2 dx = 1 \quad (\text{IV.22})$$

Les distances les plus probables R et D peuvent permettre de donner une idée de la structure en diquark dans les baryons. En effet, supposons que l'on trouve $R \ll D$, nous avons alors affaire à une situation du genre suivant, ce qui est bien la signature d'un diquark (23), au sens d'une entité très ramassée sur elle-même.



Nous montrons sur la figure 4 les densités $\rho_\sigma(x)$ et $\rho_\sigma(y)$ pour le proton $P = d(uu)$, $S = 1/2$, $T = 1/2$ dans son état fondamental. Nous avons pris pour faire les calculs $m_u = 336 \text{ MeV}/c^2$ mais $m_d = 339 \text{ MeV}/c^2$ (cela permet d'expliquer la faible différence de masse $N - P$) et nous avons développé la fonction d'onde (IV.12) jusqu'à 8 quanta. La ligne pointillée correspond à $\sigma = 1$ et la ligne trait-point à $\sigma = 0$ alors que la ligne continue correspond à $\rho_0 + \rho_1$. Le fait que $\rho_0(y)$ et $\rho_0(x)$ sont presque nuls est une conséquence du principe de Pauli. Les courbes obtenues sont tout à fait classiques : elles passent par un maximum pour $R = 0.66 \text{ fm}$ et $D = 0.50 \text{ fm}$ et tendent rapidement vers 0 au-dessus de 2 fm . Le proton est donc un système avec des dimensions de l'ordre de 0.5 fm , ce que l'on observe expérimentalement par diffusion d'électrons. Comme $R \approx D$, nous sommes dans un cas douteux au point de vue structure en diquark.

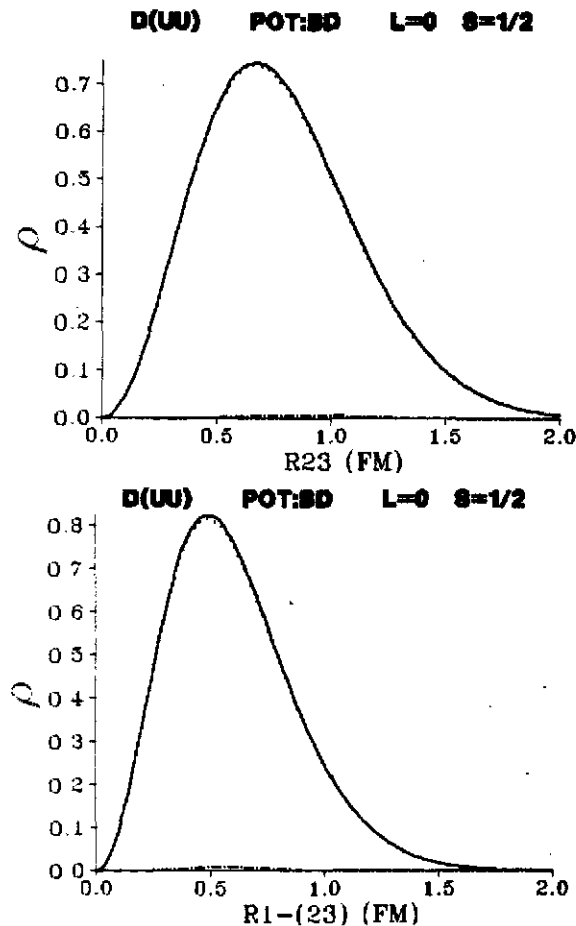


Figure 4

Densités de présence $\rho_\sigma(x)$ et $\rho_\sigma(y)$ pour le proton $P=d(uu)$ en fonction de r_{23} et r_{1-23} . Les normalisations sont données par (IV.20) et (IV.25). La ligne pointillée correspond à $\sigma=1$, la ligne trait-point à $\sigma=0$ et la ligne continue à $\rho_0+\rho_1$.

Sur la figure 5 sont tracées les courbes $\tilde{\rho}_\sigma(x)$ et $\tilde{\rho}_\sigma(y)$ à titre de comparaison. Nous voyons un comportement totalement différent avec une accentuation de la densité à courte portée.

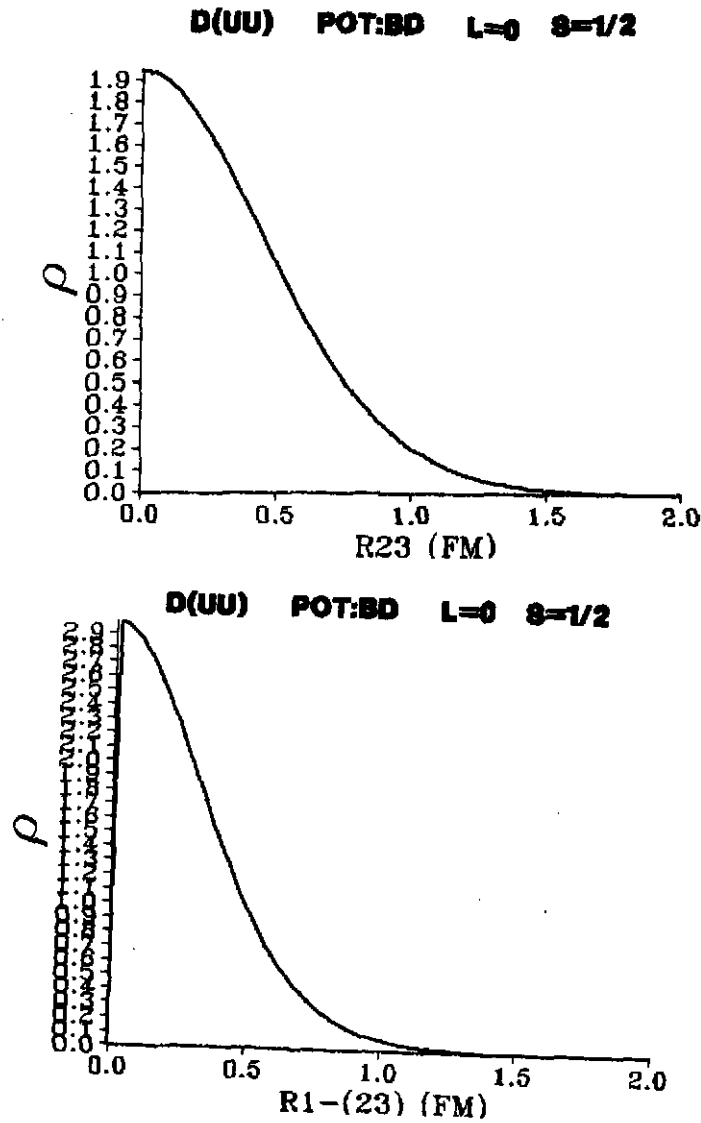
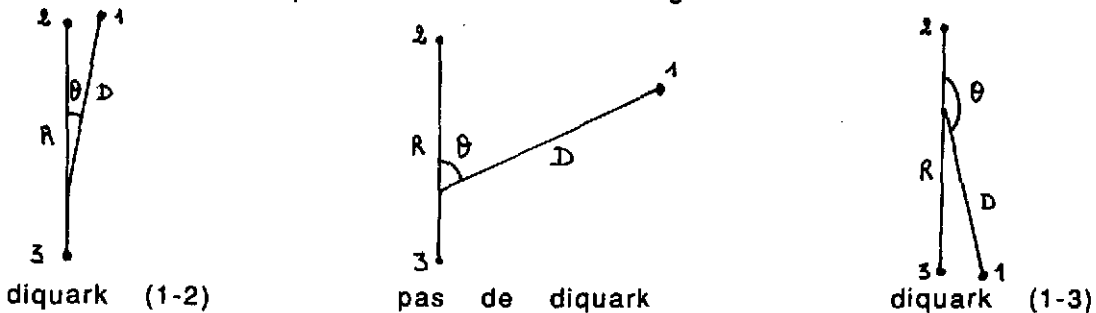


Figure 5

Même chose que la figure 4 pour les densités $\rho_\sigma(x)$ et $\rho_\sigma(y)$ avec les normalisations (IV.22) et (IV.17)

iii) densité à 3 corps

Lorsque $R=D$, nous sommes en face d'un cas douteux en ce qui concerne la formation de diquarks. En effet, nous pouvons avoir des situations du genre



L'ambiguïté vient dans ce cas du fait qu'il nous manque une information - à savoir l'angle θ entre les directions x et y . Pour faire une étude plus détaillée, nous sommes amenés à définir une densité à 3 corps que nous avons choisie comme :

$\rho_\sigma(x,y,\theta)$: densité de probabilité de trouver les particules 2 et 3 séparées de x et dans un état de spin σ , la particule 1 à une distance y du centre de masse de (23) avec θ angle entre x et y .

On peut par exemple se fixer x et étudier la distribution $\rho_\sigma(x = \text{fixé}, y, \theta)$ dans le plan polaire (y, θ) .

Nous demandons une normalisation du type

$$\int \rho_\sigma(x, y, \theta) y dy d\theta = \rho_\sigma(x) \quad (\text{IV.23})$$

Dans ce cas, l'expression de la densité est la suivante

$$\rho_\sigma(x, y, \theta) = \sum_{\substack{z n' e' v' \lambda' \\ n e v \lambda}} d_{\sigma z n' e' v' \lambda'} d_{\sigma z n e v \lambda} [(2\ell+1)(2\ell'+1)(2\lambda+1)(2\lambda'+1)]^{1/2} \frac{2\pi i \theta}{y} \\ U_{n' e'}(x) U_{n e}(x) U_{v' \lambda'}(y) U_{v \lambda}(y) \quad (\text{IV.24}) \\ \sum_{\Lambda} (-1)^{L+\Lambda} \begin{pmatrix} \ell' & \ell & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda' & \lambda & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \lambda' & L \\ \lambda & \ell & \Lambda \end{Bmatrix} P_{\Lambda}(\cos\theta)$$

On peut aussi bien se fixer y et étudier la distribution $\rho_\sigma'(x, y = \text{fixé}, \theta)$ dans le plan polaire (x, θ) .

Nous imposons une normalisation du genre

$$\int \rho_\sigma'(x, y, \theta) x dx \quad (\text{IV.25})$$

Les deux fonctions ρ et ρ' sont liées très simplement par

$$x \rho_\sigma'(x, y, \theta) = y \rho_\sigma(x, y, \theta) \quad (\text{IV.26})$$

Nous allons présenter un certain nombre de photos de ces distributions et il convient de les expliquer un peu. La croix au centre des photos représente le centre de masse de particules 2 et 3 et l'échelle est mesurée par la graduation de 1 fm à partir du coin en bas à gauche. Les lignes fermées représentent les diverses équiprobabilités 0.1, 0.2, ..., 0.9 par rapport au maximum de $\rho(x,y,\theta)$. Les tranches entre deux courbes de niveau sont remplies de diverses nuances de gris depuis le blanc (< 0.1) jusqu'au noir (> 0.9). Dans la partie gauche, nous traçons $\rho_\sigma(x,y,\theta)$ pour x fixé à la valeur la plus probable R (cliché du milieu sur les photos à 3 images). Les particules 2 et 3 du système $q_1(q_2q_3)$ sont indiquées par des cercles noirs (particule 2 en bas, 3 en haut) et l'état de spin par des flèches. Les nuances de gris représentent la distribution de probabilité de la particule 1; il y a une symétrie par rapport à l'axe 2-3 ainsi les deux taches indiquent la même particule. Sur la partie droite, on a fait figurer la distribution $\rho_\sigma'(x,y,\theta)$ pour y fixé à la valeur la plus probable D . La particule 1 est symbolisée par le cercle noir, la particule 2 par la tache de droite et la particule 3 par la tache de gauche.

Ces précisions étant fournies, nous avons étudié des systèmes du type qqq , Qqq ou QQq ($m_Q \gg m_q$) pour cerner l'influence de la masse et dans des états $L = 0$ et $L = 8$ pour voir l'influence de la force centrifuge qui a tendance à éloigner les quarks les uns des autres. Etudions et commentons chaque cas séparément.

a) Proton duu $L=0$

La situation est résumée sur la figure 6. Les distributions apparaissent réparties sur un triangle équilatéral ce qui signifie très clairement qu'il n'y a pas formation de diquark. La conclusion est que le proton (ou le neutron) dans son fondamental est très isotrope, chaque quark tournant autour de l'autre avec un mouvement angulaire 0 et à une distance d'environ 0.5 fm; la paire uu est dans un état de spin $\sigma = 1$ (principe de Pauli) tandis que les paires ud sont à $3/4$ du temps en $\sigma = 0$ et à $1/4$ du temps à $\sigma = 1$ (propriété des coefficients de Racah).

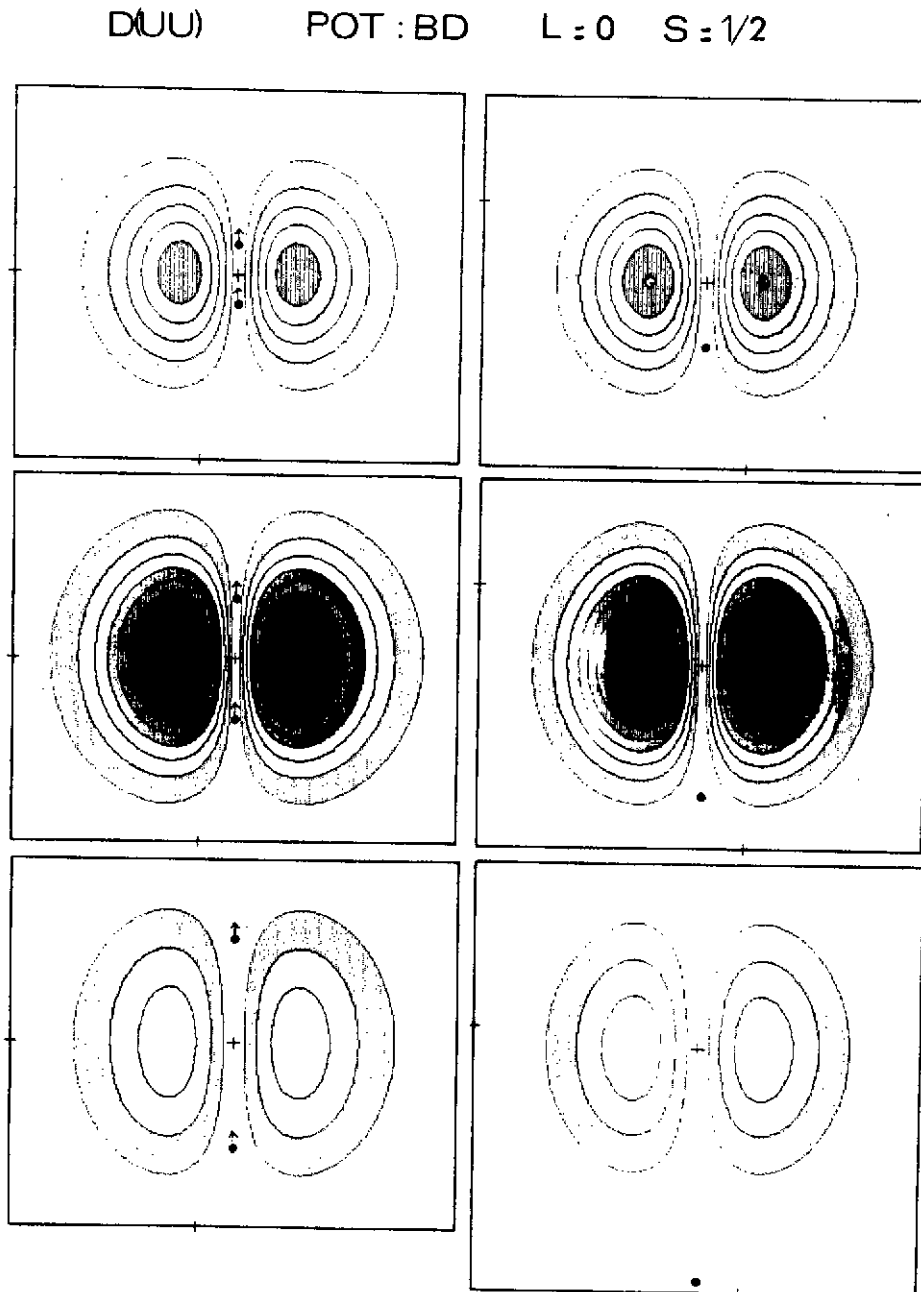


Figure 6

Densités de présence à 3 corps $\rho(x,y,\theta)$; sur le cliché de gauche on a fait figurer $\rho(x=R,y,\theta)$ et sur le cliché de droite $\rho(x,y=D,\theta)$ pour les photos du milieu. Le système étudié est le proton $P=d(uu)$ $L=0$ et les notations sont commentées dans le texte.

b) Proton d_{uu} $L=8$

Ajoutons du moment angulaire orbital au cas précédent. Le résultat est montré sur la figure 7. Nous constatons que le système a tendance à former un diquark ud . De plus le principe de Pauli apparaît clairement comme un cliché à quatre taches puisque le quark d ne fait pas la différence entre les deux particules u . La force centrifuge a tendance à faire orbiter une particule loin des deux autres. (Remarquez l'extension spatiale beaucoup plus grande pour cet état excité que pour le fondamental; il faut bien prendre les 8 unités de moment angulaire quelque part). Mais on peut se demander : pourquoi un diquark ud et non un diquark uu ? En fait, en se basant sur des arguments d'asymétrie ce devrait être la configuration uu qui devrait être légèrement favorisée (n'oublions pas que $m_d > m_u$) car il possède une masse réduite légèrement plus grande. Mais ce serait compter sans les forces de spin et le principe de Pauli qui viennent balayer complètement cet argument. Dans un diquark uu les quarks doivent se coupler à $\sigma=1$ (Pauli) mais alors la force hyperfine est répulsive et c'est pénalisant en énergie. Le système préfère perdre un peu d'énergie dans son mouvement de rotation mais la récupérer en énergie de spin puisque les quarks ud ne sont plus soumis au principe de Pauli; ils peuvent donc se coupler à $\sigma=0$ et profiter ainsi de l'attraction hyperfine.

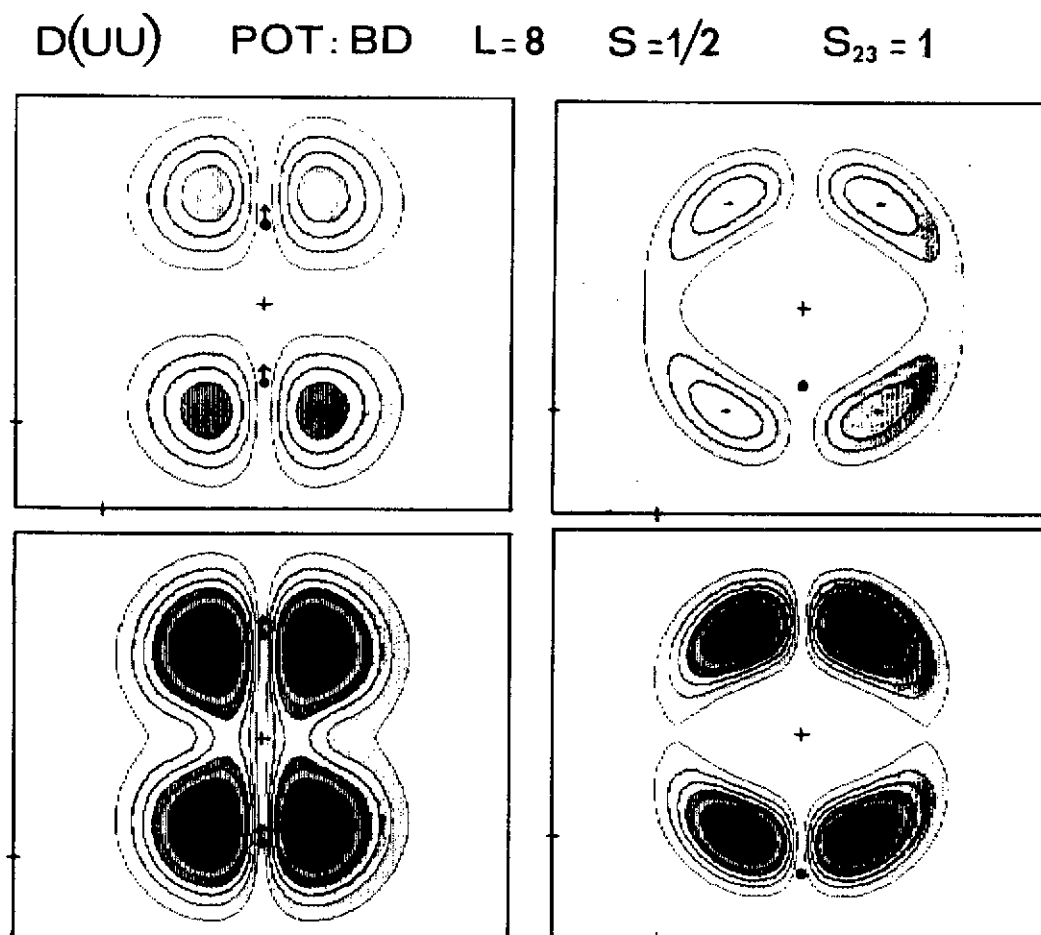


Figure 7

Même chose qu'en figure 6 pour le proton $P=d(uu)$ dans un état d'excitation orbitale $L=8$

c) le Sigma suu $L=0$ (Figure 8)

Nous avons pris une des masses, m_s , plus lourde que les deux autres. Il n'y a pas de formation de diquark et la situation est assez analogue à celle du proton. Chaque paire qq ou qQ peut être dans un état $l=0$ et par conséquent puisque la force centrifuge est absente chaque quark peut rester près d'un autre.

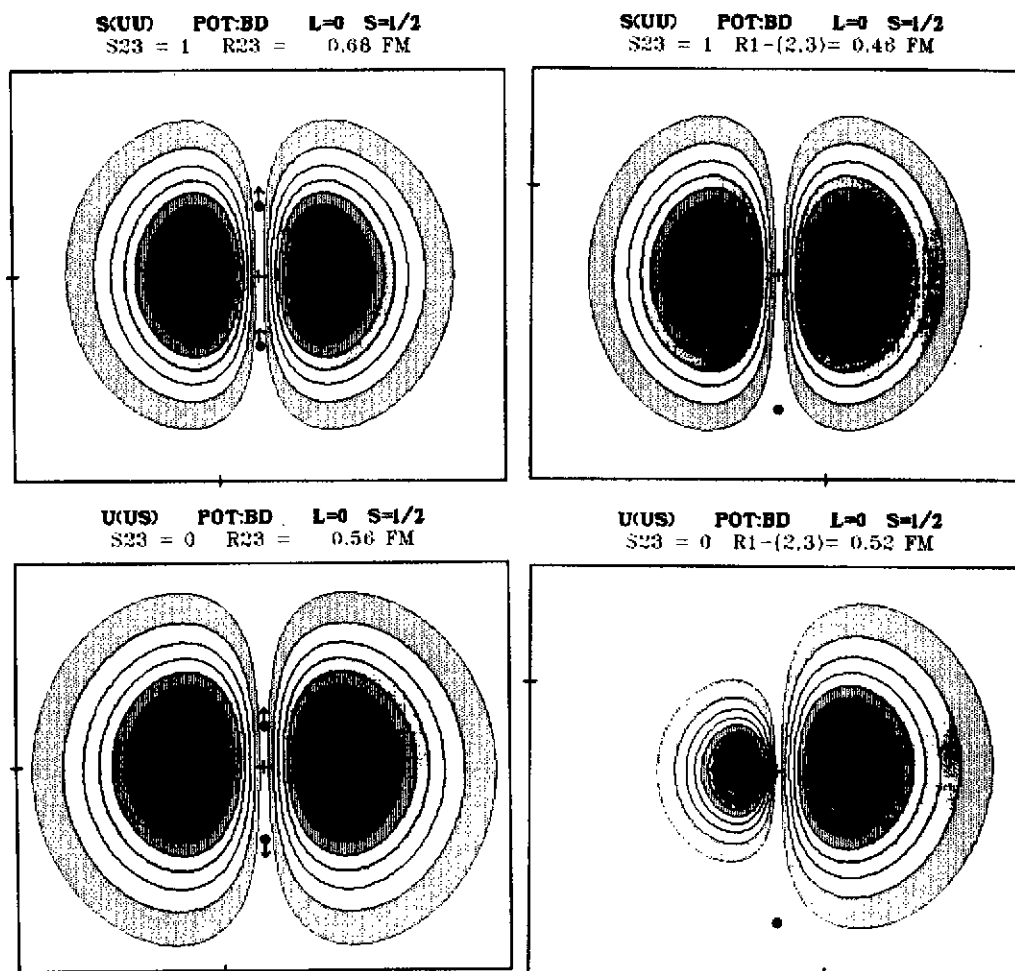


Figure 8

Même chose qu'en figure 6 pour le Sigma $\Sigma=s(uu)$ dans son fondamental $L=0$

d) le Sigma $\Sigma = s(uu)$ $L = 8$ (Figure 9)

Dans ce cas, nous avons à nouveau une signature manifeste de diquark uu . C'est un diquark de type léger-léger au contraire du cas proton où le diquark était du type lourd-léger. Cette inversion de comportement est facile à comprendre. L'argument d'asymétrie favorise un diquark de type qq par rapport à qQ ; plus le rapport des masses est important plus cet argument est effectif : dans notre cas $m_s/m_u = 1.78$ alors que $m_d/m_u = 1.006$. Les effets de spin alliés au principe de Pauli favorise un diquark Qq par rapport à qq : mais plus le rapport des masses est grand, plus cet effet est faible car la force hyperfine est en $(m_i m_j)^{-1}$. Dans le cas du proton, le grand effet de spin surmontait aisément le faible effet d'asymétrie. Dans le cas du sigma, le faible effet de spin n'est pas capable de combler le handicap dû au grand effet d'asymétrie.

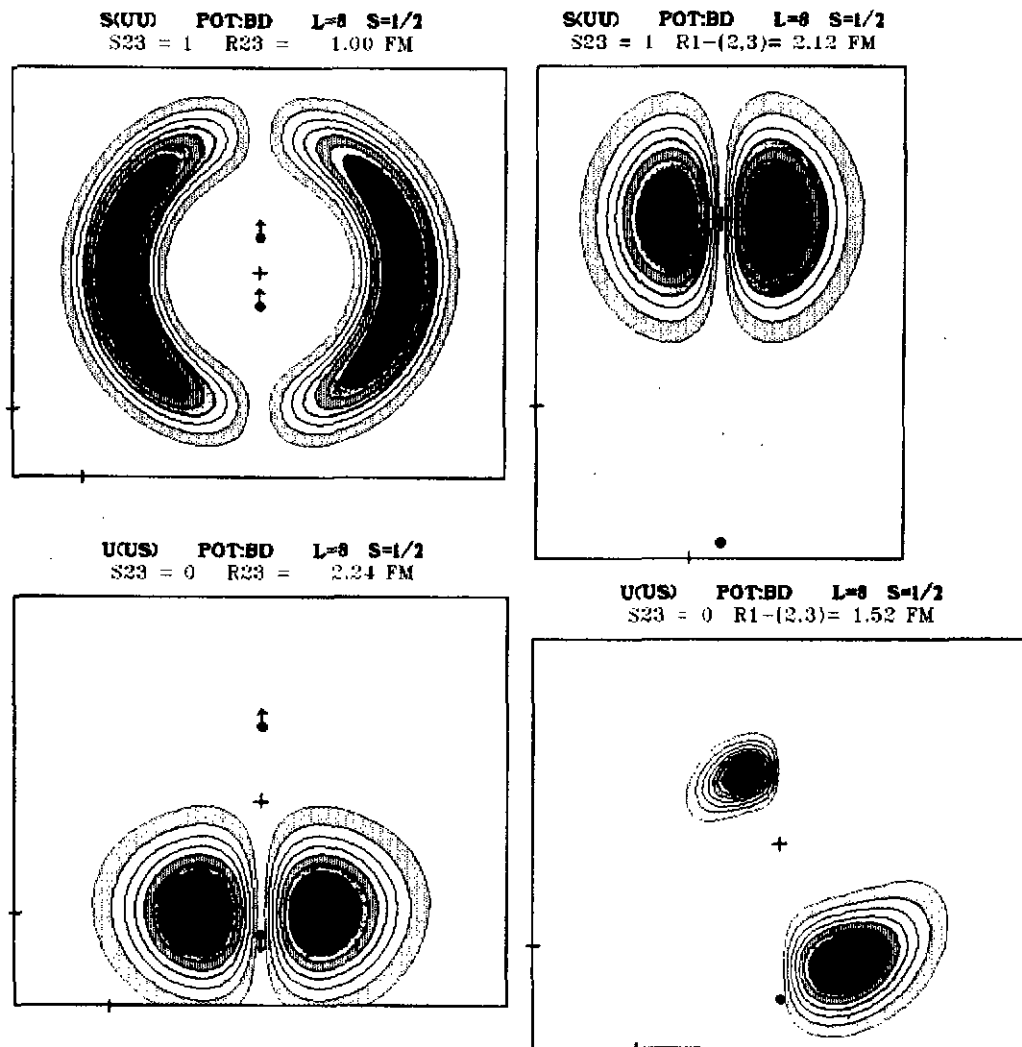


Figure 9

Même chose qu'en figure 8 pour le Sigma $\Sigma = s(uu)$ dans un état d'excitation orbitale $L=8$

e) système ubb $L=0$ (Figure 10)

Si on augmente deux des masses et que l'on se met dans un état $L=0$ on a tendance à former un diquark QQ . La formation de ce diquark est essentiellement une conséquence du principe d'incertitude d'Heisenberg. Plus les masses augmentent, plus les impulsions mises en jeu augmentent mais plus les distances d'approche permises sont faibles. Les quarks s'approchant ressentent l'attraction coulombienne qui est indépendante de saveur alors que la pénalisation en spin due au principe de Pauli est très faible puisque les masses sont lourdes. Cet effet est très net pour le système ubb ; il l'était beaucoup moins pour le Ξ : uss .

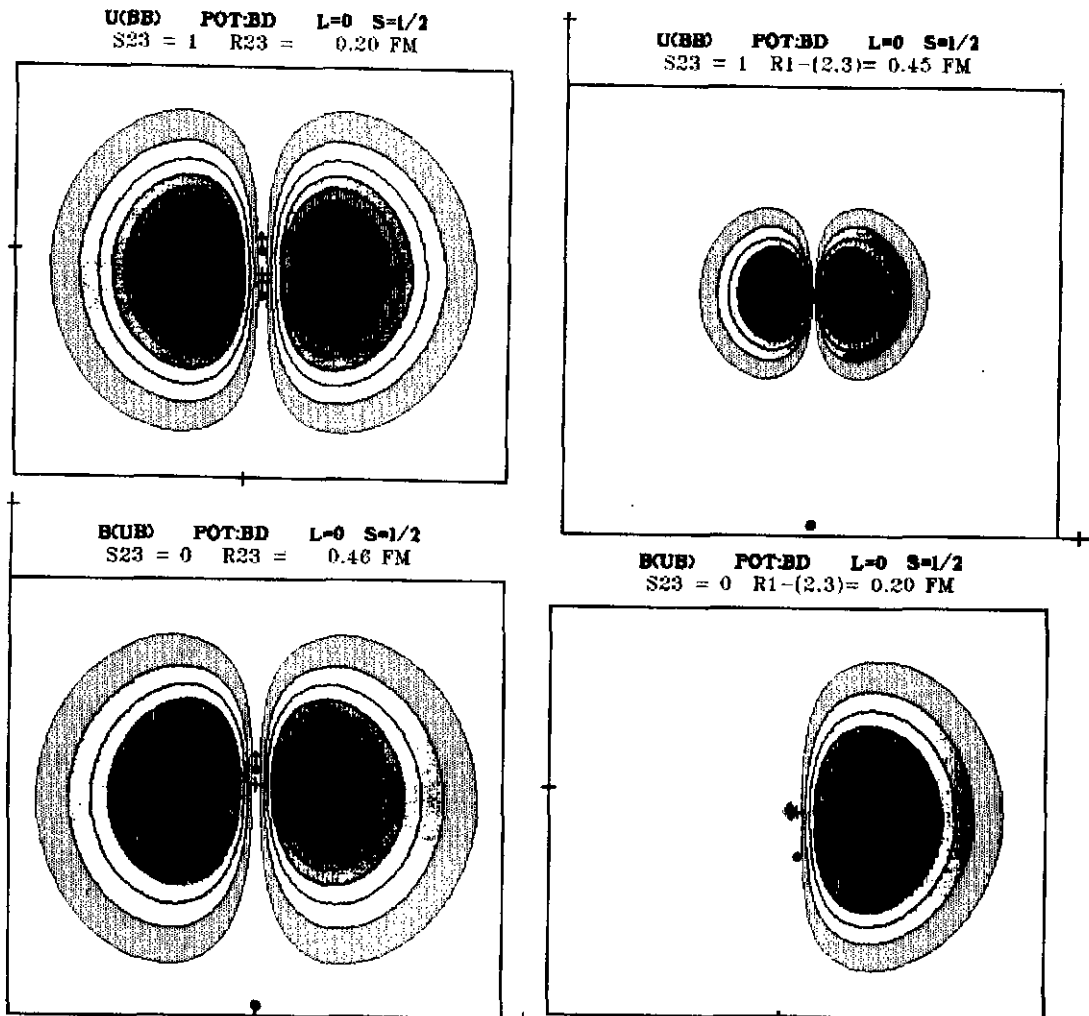


Figure 10

Même chose qu'en figure 6 pour le système $u(bb)$ dans son fondamental $L=0$

f) le $X_{si} \quad u(ss) \quad L=8$ (Figure 11)

Nous avons affaire là à un cas très bizarre. La force centrifuge a fait disparaître la structure en diquark pour la remplacer par une structure de type moléculaire. On voit sur la photo que le quark u a tendance à venir se placer entre les deux quarks s qui sont très délocalisés. Pour comprendre cela, l'argument est toujours le même : pour minimiser le terme centrifuge il faut placer les masses les plus lourdes dans ce moment angulaire élevé. La formation d'un diquark QQ est ainsi fortement pénalisée; la formation d'un diquark qQ est préférable mais ce n'est pas la situation la plus favorable car dans ce cas q peut être dans une partie de son temps dans un grand moment angulaire par rapport à la paire QQ . La situation la meilleure consiste à mettre la paire QQ dans un état $L=8$ avec q qui orbite avec $\lambda=0$. Le mouvement résultant est celui de deux quarks lourds orbitant avec tout le moment angulaire tandis que le léger reste la plupart de son temps entre eux-ci dans un état de moment angulaire relatif nul. C'est précisément ce que nous laisse entrevoir la distribution de probabilité correspondante.

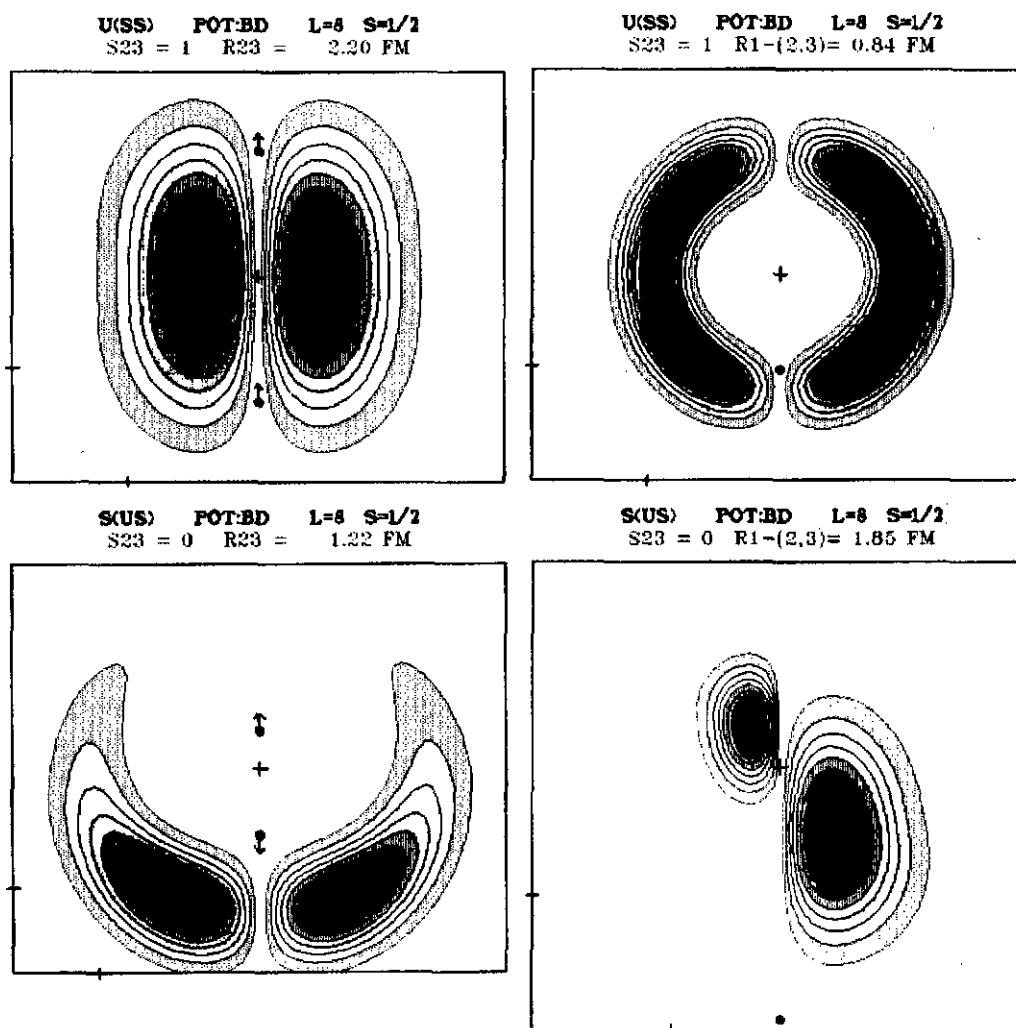


Figure 11

Même chose qu'en figure 10 pour le $X_{si} \quad \Xi=u(ss)$ dans un état d'excitation orbitale $L=8$

Nous avons vu que la dynamique des systèmes de 3 quarks est relativement complexe et que l'agencement des particules dans le baryon résulte d'une balance subtile entre la force centrifuge, l'asymétrie, le principe d'incertitude et la force spin-spin alliée au principe de Pauli. Cette force hyperfine a un rôle très important à cause de son caractère très répulsif ou très attractif à courte portée. Nous allons voir qu'elle est aussi un ingrédient fondamental pour comprendre l'interaction nucléon-nucléon.

V. L'interaction nucléon - nucléon

1) *Bref aperçu historique*

La description d'un système nucléaire compliqué repose essentiellement sur la connaissance de l'interaction entre ses constituants ultimes : les nucléons. Une somme considérable de travaux - tant théoriques qu'expérimentaux - s'est consacrée et se consacre toujours à une meilleure connaissance de l'interaction nucléon-nucléon. Expérimentalement, nous avons accès à des sections efficaces, à des distributions angulaires, des mesures de polarisation. Par un procédé à peu près fiable appelé l'analyse en déphasage, on peut déterminer les déphasages en fonction de l'énergie onde partielle par onde partielle. Remonter au potentiel à partir des déphasages constitue le "problème inverse" qui n'est pas encore résolu à l'heure actuelle. Malgré tout, on est sûr d'un certain nombre de choses : dans les ondes prépondérantes, le potentiel est très répulsif à courte portée puis présente une attraction à moyenne et longue portée et devient très faible pour des distances supérieures à quelques fermis.

Avant les années 50, la seule façon d'aborder ce problème était de deviner puis d'affiner une forme de potentiel et de vérifier que les déphasages obtenus à partir de celui-ci reproduisaient bien les données expérimentales. Un pas décisif fut franchi dans ce sens par Eisenbud et Wigner¹⁷ qui donnèrent la forme la plus générale que doit vérifier un potentiel contraint à un certain nombre de propriétés d'invariance.

Une autre avancée de taille fut la conséquence de l'idée émise par Yukawa¹⁸ que l'interaction entre les nucléons résulte de l'échange d'une particule massive : le pion. Celui-ci fut découvert après la guerre et l'idée de Yukawa fut développée à grande échelle dans les années 1950-70. Ce fut l'heure de gloire de l'OPEP (one pion exchange potential). Enfin, on possédait une bonne définition microscopique de la partie à longue portée du potentiel. Dans les années 1970-1980 cette recherche fut poursuivie et, toujours dans le cadre d'échange de mésons, ce fut l'ère de l'OBEP (one boson exchange potential). En plus de l'échange d'un pion, on inclut l'échange du nonet des mésons pseudo-scalaires puis du nonet des mésons vecteurs et scalaires. D'autres groupes rajoutèrent aussi des diagrammes d'échange de plusieurs pions. On est ainsi arrivé, à l'aide d'une technicité très poussée réservée aux experts, à décrire de façon très satisfaisante le potentiel nucléon-nucléon jusqu'à des portées de l'ordre de 0.8 fm.

Mais ce type d'approches se heurte toujours à la partie répulsive à courte portée que l'on n'arrive à prendre en compte que de façon phénoménologique en ajustant un certain nombre de paramètres. Dans les années 80, une meilleure connaissance de l'interaction forte aidant, on comprit que ce problème pourrait être résolu si l'on introduit les degrés de liberté de quarks. Ce chapitre est consacré à la mise en oeuvre des techniques permettant de comprendre la partie répulsive de l'interaction nucléon-nucléon dans un langage de quarks.

2) *position du problème*

En considérant le modèle non relativiste dans lequel un baryon est constitué de 3 quarks, la description du système nucléon-nucléon demande la résolution d'un problème à 6 corps dont la solution exacte n'est pas envisageable à l'heure actuelle. On doit donc se contenter d'approximations pour lesquelles l'intuition physique joue un grand rôle. De plus, on sait que la partie à longue portée du potentiel est bien décrite par un mécanisme d'échange de mésons (paires quark-antiquark) dont les degrés de liberté restent absents du formalisme envisagé. Prendre en compte ceux-ci signifie considérer une fonction d'onde plus compliquée du genre

6 q + 6 q π + 6 q p + 6 q η + ... + 6 q 2 π + ... approche semi-microscopique
 ou 6 q + 7 q q̄ + 8 q 2 q̄ + approche microscopique

Inutile de dire que le problème à 6 quarks étant déjà formidablement ardu, celui nécessité par de telles approches l'est encore plus et semble hors de notre portée actuellement bien que

certaines groupes aient amorcé des esquisses dans ce sens. Nous allons nous borner ici à la compréhension de la partie à courte portée qui résulte d'un mécanisme d'échange de quarks entre les baryons. De ce fait, l'antisymétrie de la fonction d'onde fait apparaître un potentiel non local, ce qui n'est pas non plus de première simplicité.

Une bonne description de l'interaction nucléon-nucléon dépend d'un certain nombre d'ingrédients mais surtout

- du potentiel quark-quark utilisé
- de la définition d'un "potentiel local équivalent"
- de l'espace modèle envisagé
- du formalisme mis en oeuvre

Certaines approches furent proposées dans le modèle des sacs¹⁹, puis plus récemment dans les modèles de skyrmions²⁰. Pourtant c'est dans le modèle non relativiste que les gens ont le plus fait porter leur effort et obtenu des résultats intéressants. Dans ce cadre, les fonctions d'essai (rappelons que l'on ne sait pas résoudre exactement le problème !) sont composées de deux agrégats de trois quarks (voir chapitre II). Cette idée est toujours sous-jacente mais on distingue en gros trois grandes classes de traitement

a) les approches adiabatiques²¹

Ici le premier agrégat est centré à la position $-R/2$ par rapport au centre de masse tandis que le deuxième agrégat est centré à la position $+R/2$. La fonction d'essai proposée est de la forme

$$\Psi_{\text{adiab}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_6; \vec{R}) = \left[\Phi(\vec{r}_1 + \frac{\vec{R}}{2}, \vec{r}_2 + \frac{\vec{R}}{2}, \vec{r}_3 + \frac{\vec{R}}{2}) \Phi(\vec{r}_4 - \frac{\vec{R}}{2}, \vec{r}_5 - \frac{\vec{R}}{2}, \vec{r}_6 - \frac{\vec{R}}{2}) \right] \quad (\text{V.1})$$

Il faut bien voir que R , la distance de séparation des deux centres des agrégats, est un simple paramètre du système et que l'énergie calculée est donc fonction de R . Habituellement, on définit le potentiel nucléon-nucléon par $V(R) = E(R) - E(\infty)$. C'est une possibilité de définition d'un potentiel local équivalent qui présente l'avantage de la simplicité mais de nombreux inconvénients. Le principe de Pauli se traite de façon simple puisque ce sont les coordonnées des particules elles-mêmes qui apparaissent. Par contre, le mouvement du centre de masse ne se traite de façon simple que si l'on se restreint à des fonctions gaussiennes pour les baryons. Ce type de méthode fut assez largement utilisé au début mais il est tombé en désuétude depuis.

b) la méthode de la coordonnée génératrice (GCM)²²

Le principe de base reste essentiellement le même que celui présenté ci-dessus avec la différence fondamentale que la distance de séparation R n'est plus un simple paramètre mais une coordonnée génératrice sur lequel on effectue une intégration. Ainsi au lieu de (V.1) on utilise plutôt une fonction d'essai du genre

$$\Psi_{\text{GCM}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_6) = \int g(\vec{R}) \Psi_{\text{adiab}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_6; \vec{R}) d\vec{R} \quad (\text{V.2})$$

A partir de la fonction de poids $g(R)$ obtenue par la résolution d'une équation de Hill-Wheeler, on peut construire des potentiels locaux équivalents. Cette méthode est plus raffinée que la précédente mais présente grosso modo les mêmes avantages et inconvénients : principe de Pauli facile mais traitement du centre de masse compliqué si l'on ne fait pas l'approximation gaussienne pour les baryons. Cette méthode a été elle aussi abandonnée.

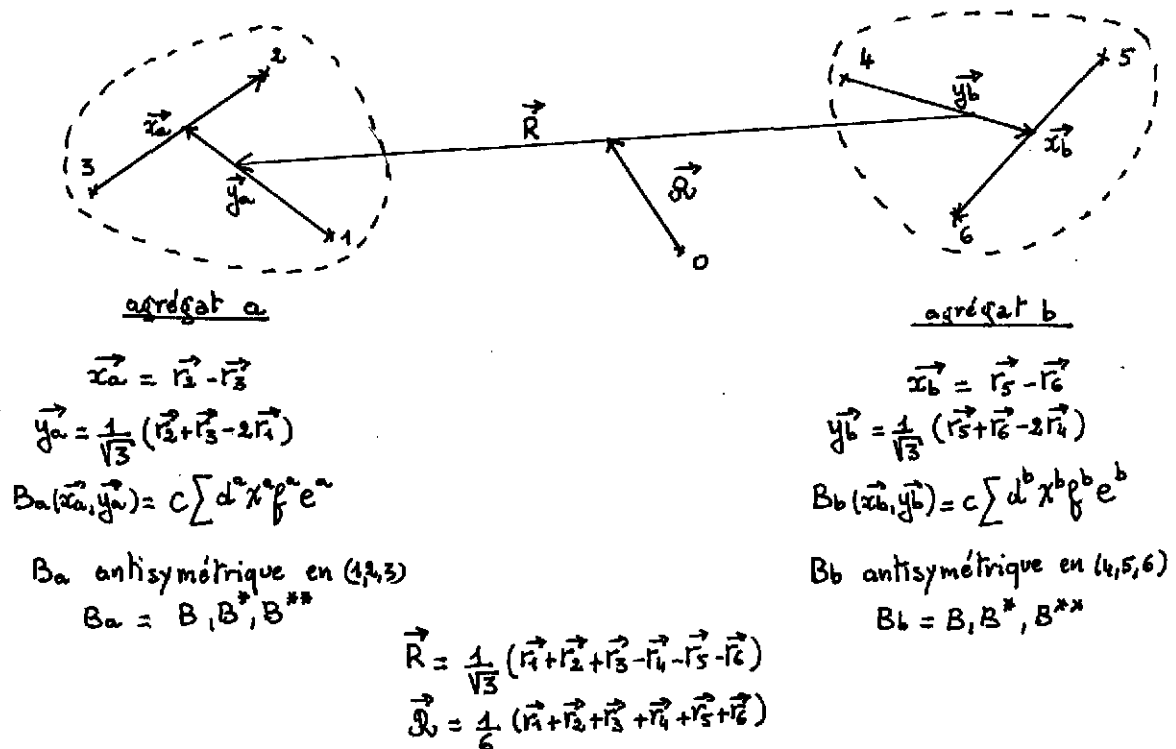
c) la méthode du groupe résonant (RGM)²³

Elle présente bien des analogies avec la précédente mais avec une différence de principe fondamentale : la distance de séparation R est à présent une variable dynamique à part entière,

ce qui impose de décrire les baryons à l'aide de leurs variables de Jacobi intrinsèques. On peut ainsi traiter rigoureusement le problème du centre de masse, par contre le principe de Pauli constitue un obstacle assez conséquent. Un autre avantage de cette méthode est qu'elle permet directement l'obtention des déphasages qui sont les quantités déterminées expérimentalement sans passer par un problème potentiel local équivalent. C'est la méthode la plus en vogue à l'heure actuelle, aussi allons-nous la présenter plus en détail dans le paragraphe suivant.

3) principe de la RGM

La méthode du groupe résonant fut introduite par J.A. Wheeler²⁴ en 1937. Elle fut utilisée dans diverses branches de la physique et remise à l'honneur pour l'étude de l'interaction nucléon-nucléon. Elle est basée sur un principe variationnel agissant sur la coordonnée relative de deux agrégats. Dans le cas qui nous intéresse les agrégats sont constitués de 3 quarks et forment un nucléon. Schématiquement, nous pouvons illustrer la méthode de la façon suivante :



Les deux agrégats (1,2,3) et (4,5,6) sont caractérisés par leurs coordonnées intrinsèques (x_a, y_a) et (x_b, y_b) respectivement. Les fonctions d'onde B_a et B_b , correctement antisymétrisées pour leurs particules respectives, ont été obtenues par le formalisme décrit au chapitre précédent. Nous n'aurons besoin par la suite que des trois états les plus bas en énergie B, B^* et B^{**} du système $L = 0, S = 1/2, T = 1/2$ (le nucléon et ses deux premières excitations radiales). La dernière variable de Jacobi est la distance de séparation R (voir chapitre II) et \vec{X}_0 est la coordonnée du centre de masse. La restriction de l'espace de Hilbert est accomplie par un choix particulier de fonction d'essai. Pour la RGM

$$|\Psi_{(1,2,3,4,5,6)}\rangle = \int_{cM} \sum_c \mathcal{B}_c \left\{ [B_a(1,2,3) B_b(4,5,6)] \chi_c(1,2,3,4,5,6) \right\} =$$

$$= \sum_c |\Psi_c(1,2,3,4,5,6)\rangle = \sum_c \mathcal{B}_c |\Phi_c(1,2,3,4,5,6)\rangle \quad (V.3)$$

ou plus explicitement dans la représentation de coordonnées

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_k) = \sum_c \mathcal{A}_c \Phi_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_k) \quad (V.4)$$

avec

$$\Phi_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_k) \stackrel{c}{=} \int_{cm}(\vec{R}) \left\{ [B_a(\vec{x}_a, \vec{y}_a) B_b(\vec{x}_b, \vec{y}_b)] \chi_c(\vec{R}) \right\}_c$$

Il convient d'expliquer nos notations. Dans la fonction Φ_c , nous avons couplé les deux baryons B_a et B_b aux nombres quantiques imposés par l'invariance de l'Hamiltonien. $\chi_c(\vec{R})$ est la fonction relative des deux agrégats et $f_{cm}(\vec{R})$ la fonction du centre de masse. La donnée des états a, b ainsi que leurs couplages est résumée par l'indice $c = (a, b, L, S, T, I, \text{parité})$ que l'on appelle un canal. L'antisymétriseur \mathcal{A} est introduit pour prendre en compte le principe de Pauli. La fonction la plus générale est une combinaison de plusieurs canaux. Remarquons que la fonction du centre de masse f_{cm} est indépendante du canal et est symétrique dans l'échange des coordonnées donc peut être sortie de l'antisymétriseur et factorisée globalement. C'est bien la condition qu'il faut pour traiter correctement le mouvement du centre de masse. Désormais, nous oublierons cette fonction et parlerons de la fonction Ψ en sous-entendant la fonction intrinsèque.

Il est important de noter que les baryons sont figés dans leur agrégat (on n'effectue pas un principe variationnel sur B_a et B_b) et que la RGM repose sur un principe variationnel concernant la fonction relative $\chi_c(\vec{R})$ seule. Pourtant la sommation sur les différents canaux simule d'une certaine façon une polarisation des nucléons au cours de la diffusion. Néanmoins les gens font d'habitude des hypothèses simplificatrices de deux types :

- sur la fonction d'onde d'essai en limitant sérieusement le nombre de canaux dans la sommation (V.3). En particulier, on se restreint souvent à un seul canal par exemple $(BB)^1S_0$ ou $(BB)^3S_1$.

- sur la fonction d'onde du baryon en supposant que celui-ci est une gaussienne pure (0 quantum de l'OH).

Nous allons présenter des calculs sophistiqués qui s'affranchissent de telles limitations.

- nous considérerons le couplage de 6 canaux : $BB, BB^*, BB^{**}, B^*B^*, B^*B^{**}, B^{**}B^{**}$.

- nous développerons les fonctions d'onde des baryons B, B^* et B^{**} dans une base d'oscillateur harmonique jusqu'à deux quanta.

Comment résoudre en pratique l'équation variationnelle dérivée de la fonction RGM ? Nous imposons à $|\chi_c\rangle$ d'avoir un bon moment angulaire LM de façon à utiliser à plein l'invariance par rotation du Hamiltonien. En fait, ce moment angulaire relatif des deux agrégats est une partie de la définition de l'indice de canal. Ainsi, en représentation \vec{R} la fonction relative $\chi_c(\vec{R})$ s'écrit :

$$\chi_c(\vec{R}) = \frac{\chi_c(\vec{R})}{R} Y_{LM}(\hat{R}) \quad (V.5)$$

Le principe variationnel ne jouera que sur la fonction radiale que nous développons sur une base $|u\rangle$. Nous noterons $\chi_c(u)$ les composantes de $|\chi_c\rangle$ sur cette base et $\phi_u(\vec{R}) = \langle \vec{R} | u \rangle$ la fonction de base en représentation \vec{R} . Bien sûr, nous avons

$$\chi_c(u) = \langle u | \chi_c \rangle \quad ; \quad \chi_c(\vec{R}) = \sum_u \chi_c(u) \phi_u(\vec{R}) \quad (V.6)$$

Dans la pratique, nous utiliserons deux types de base :

- la base de séparation $\phi_{R_0}(\vec{R}) = \delta(\vec{R} - R_0)$

- la base d'oscillateur harmonique $\phi_n(\vec{R}) = R_{nL}(\vec{R})$

Nous devons appliquer le principe variationnel sur les composantes χ_c ou ce qui revient au même écrire l'équation de Schrödinger avec l'Hamiltonien projeté sur le sous-espace de Hilbert engendré par la fonction d'essai (V.3). Cela nous conduit à la fameuse équation de Hill-Wheeler

$$\sum_{c', u'} [H_{cu, c'u'} - E N_{cu, c'u'}] \chi_{c'}(u') = 0 \quad \forall c, u \quad (V.7)$$

avec la définition habituelle des noyaux

$$\begin{aligned} H_{cu, c'u'} &= \langle \Psi_{cu} | \hat{H} | \Psi_{c'u'} \rangle \\ N_{cu, c'u'} & \end{aligned} \quad (V.8)$$

Ici $|\Psi_{cu}\rangle$ est la fonction d'onde de base pour le canal c c'est à dire celle définie par (V.3) dans laquelle on a remplacé $|\chi_c\rangle$ par $|u\rangle$.

Pour résoudre l'équation de Hill-Wheeler il faut avoir en vue que nous traitons un phénomène de diffusion et que $\chi_c(R)$ a un comportement oscillatoire à grande distance. On peut imaginer de calculer les noyaux et de résoudre l'équation directement dans la base de séparation en imposant à $\chi_c(R)$ de bonnes conditions aux limites. Nous aurons accès alors directement à $\chi_c(R)$ et par suite au déphasage δ_c grâce au comportement asymptotique

$$\chi_c(R) \sim \sin(k_c R + L \frac{\pi}{2} + \delta_c) \quad (V.9)$$

Cette façon de faire consiste à discrétiser (V.7) en n_R points. Si n_c est le nombre de canaux mis en jeu, nous avons à manier des matrices d'ordre $n_c n_R \times n_c n_R$. Sachant qu'une bonne précision numérique nécessite $n_R \sim 80-100$ on voit que l'on est très vite limité en nombre de canaux par cette méthode.

C'est pourquoi nous avons mis au point une autre méthode, relativement technique et qui sort donc du cadre de ce cours, pour résoudre ce problème. Nous en exposerons les grandes lignes après avoir décrit la façon dont on calcule les noyaux.

Il est bon de remarquer aussi que si l'on impose l'antisymétrie dans l'échange des 2 agrégats (permutation des nucléons) nous arrivons à la fameuse règle

$$S + T + L \text{ est impair} \quad (V.10)$$

Attelons-nous à présent à la tâche principale de notre étude, à savoir le calcul des noyaux.

4) Calcul des noyaux

Nous devons faire le calcul des noyaux de norme et d'énergie définis par (V.8) autrement dit de

$$\begin{aligned} H_{cu, c'u'} &= \langle \Phi_{cu} | \mathcal{A}^\dagger \hat{H} \mathcal{A} | \Phi_{c'u'} \rangle \\ N_{cu, c'u'} & \end{aligned} \quad (V.11)$$

L'antisymétriseur \mathcal{A} concerne les permutations sur toutes les particules du système

$$\mathcal{A} = \frac{1}{6!} \sum_P \text{sgn}(P) P \quad (V.12)$$

et contient donc $6! = 720$ termes. Ainsi, l'élément de matrice (V.11) pour les noyaux ne contient pas moins de 720×720 termes ! De quoi se faire des cheveux blancs. Pourtant le cas n'est pas désespéré à cause des propriétés suivantes relatives à l'antisymétriseur

$$\mathcal{A}^\dagger = \mathcal{A} \quad ; \quad \mathcal{A}^2 = \mathcal{A} \quad ; \quad [H, \mathcal{A}] = 0 \quad (V.13)$$

Cela permet de simplifier (V.11) en

$$\frac{H_{cu,c'u'}}{N_{cu,c'u'}} = \langle \Phi_{cu} | \mathcal{A} \frac{H}{\mathbb{1}} | \Phi_{c'u'} \rangle \quad (V.14)$$

Nous avons ramené le calcul à une somme sur 720 termes seulement ! Ce n'est pas encore la joie ! Heureusement, nous profitons d'autres symétries : la fonction $B_a(123)$ dans Φ_{cu} est complètement antisymétrique en (1,2,3); de même pour la fonction $B_b(456)$ ainsi que la permutation des agrégats (123) \leftrightarrow (456). La conséquence en est que $3!3!2! = 72$ permutations ne changent pas la valeur de Φ_{cu} . On peut montrer que les 9×72 autres permutations ont le même effet que la permutation P_{14} .

Ainsi, dans le calcul des noyaux, on pourra remplacer l'antisymétriseur par

$$\mathcal{A} \longrightarrow \frac{1}{10} [\mathbb{1} - 9 P_{14}] \quad (V.15)$$

Ouf ! nous n'avons plus que deux termes à calculer:

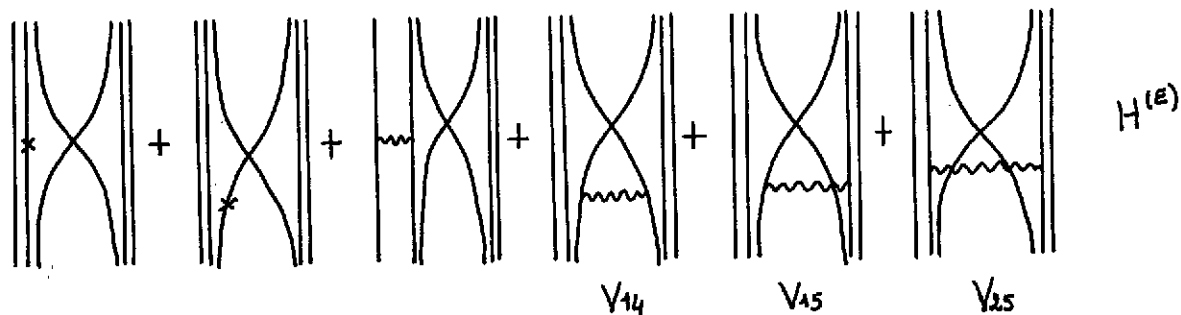
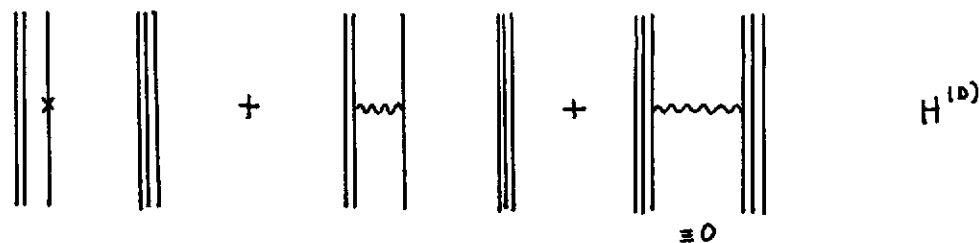
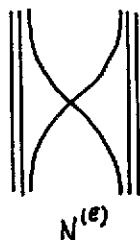
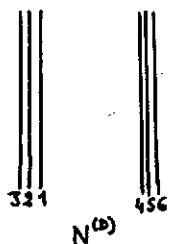
- les termes directs provenant de l'identité dans (V.15)

$$\frac{H_{cu,c'u'}^{(D)}}{N_{cu,c'u'}^{(D)}} = \langle \Phi_{cu} | \frac{H}{\mathbb{1}} | \Phi_{c'u'} \rangle \quad (V.16)$$

- les termes d'échange provenant du terme P_{14} dans (V.15)

$$\frac{H_{cu,c'u'}^{(E)}}{N_{cu,c'u'}^{(E)}} = \langle \Phi_{cu} | P_{14} \frac{H}{\mathbb{1}} | \Phi_{c'u'} \rangle \quad (V.17)$$

Pourtant, nous ne sommes pas encore sortis de l'auberge. Regardons sur des diagrammes la tâche qui nous attend



Ici la x représente l'énergie cinétique tandis que le \sim représente l'interaction. Ce sont essentiellement les noyaux d'échange qui constituent la partie délicate du problème.

Dans la plupart des approches utilisées en RGM, on développe $H = K + V$ de façon à faire apparaître $K^{(D)}$, $V^{(D)}$, $K^{(E)}$, $V^{(E)}$ puis on exprime les fonctions relatives χ sur une base de gaussiennes piquées (c'est à dire centrées en un certain point). Comme les fonctions d'onde sont elles-mêmes des gaussiennes pures, on reste entre gaussiennes et les choses se passent assez bien. Une des faiblesses de cette façon de faire est qu'il existe un manque de cohérence entre l'Hamiltonien utilisé pour décrire l'interaction inter-baryon (potentiel quark-quark) et celui utilisé pour construire les baryons (le même potentiel n'a aucune raison de donner des gaussiennes comme fonction propre). L'influence de ce manque de cohérence peut être important.

Dans la méthode que nous proposons, nous appréhendons le problème de façon différente. Nous développons le Hamiltonien sous la forme

$$H = H_a + H_b + K_R + V_{ab} \quad (V.18)$$

où nous faisons apparaître explicitement le hamiltonien intrinsèque de chaque agrégat H_a et H_b , leur énergie cinétique relative K_R ainsi que leur énergie d'interaction V_{ab} . Parallèlement, nous calculons les fonctions d'onde des agrégats sur une base d'oscillateur harmonique. Les fonctions ainsi trouvées sont de meilleurs états propres que des gaussiennes pures. Cela entraîne deux conséquences également importantes : i) nous obtenons une meilleure cohérence intra et inter-agrégat . ii) l'action de $H_a + H_b$ se réduit simplement à $\epsilon_a + \epsilon_b$ donc à remplacer l'énergie totale E par l'énergie $E - \epsilon_a - \epsilon_b$, énergie cinétique relative des deux nucléons - ce qui est physiquement raisonnable.

Un certain nombre de noyaux ne pose pas de problèmes par exemple

$$N_{cu, c'u'}^{(D)} = \delta_{cu, c'u'} \quad (V.19)$$

$V_{ab}^{(D)} = 0$ à cause des propriétés de la saveur.

En base de séparation les noyaux d'énergie cinétique relative sont aussi facilement exprimables

$$K_R^{(D)}(R, R') = - \frac{d^2}{dR^2} \delta(R-R') \quad (V.20)$$

$$K_R^{(E)}(R, R') = - \int N^{(E)}(R, R') dR' \frac{d^2}{dR'^2}$$

A cause des symétries sur les fonctions d'onde, nous pouvons aussi simplifier les 9 termes de $V_{ab}^{(E)}$ en seulement trois contributions différentes :

$$V_{ab}^{(E)} = V_{14}^{(E)} + 4 V_{15}^{(E)} + 4 V_{25}^{(E)} \quad (V.21)$$

Ainsi, nous n'avons plus que 4 noyaux à calculer - à savoir $N^{(E)}$, $V_{14}^{(E)}$, $V_{15}^{(E)}$, $V_{25}^{(E)}$.

La technique consiste à les calculer en base d'oscillateur harmonique. L'avantage est que grâce aux coefficients de Brody-Moshinsky introduits au chapitre II, les noyaux correspondant $N^{(E)}_{cn, c'n'}$, $V^{(E)}_{cn, c'n'}$ sont calculables de façon exacte et avec un nombre fini de termes. La structure de ces noyaux est la suivante

$$N_{cn, c'n'}^{(E)} \text{ ou } V_{cn, c'n'}^{(E)} = \mathcal{G} \sum \mathcal{J} \times \mathcal{F} \times \mathcal{G} \quad (V.22)$$

Dans cette formule

\mathcal{E} est un coefficient provenant des fonctions d'onde de couleur; c'est un nombre pur.

$\mathcal{F} = \sum \{c_j\} \{g_j\}$ provient des fonctions d'onde de spin; c'est un tableau dont les indices sont les différentes valeurs possibles des spins σ (voir chapitre des baryons) intervenant dans la fonction d'essai; c'est un tableau de valeurs universelles que l'on peut facilement stocker en mémoire d'ordinateur.

$\mathcal{F} = \sum \{c_j\} \{g_j\}$ provient de la même façon des fonctions d'onde de saveur (d'isospin); c'est aussi un tableau stockable.

$\mathcal{E} = \sum \{c_j\} \{g_j\} \{h_j\}$ provient des fonctions d'onde d'espace. C'est de loin la partie la plus longue à calculer; c'est également un tableau de valeurs que l'on stocke.

Un autre avantage est que ces noyaux $N(E)_{c_n, c'_n}$ et $V(E)_{c_n, c'_n}$ sont rapidement convergents en fonction des excitations radiales n et n' de la fonction relative; habituellement un nombre $n_\alpha \sim 3$ ou 4 de valeurs (c'est à dire n et $n' = 0, 1, 2, 3$) est suffisant pour assurer une bonne convergence. Si l'on veut travailler de bout en bout en base de séparation, on utilisera la forme des noyaux dans cette base

$$N_{c, c'}^{(E)}(R, R') = \sum_{n, n'} U_{nL}(R) U_{n'L}(R') N_{c_n, c'_n}^{(E)} \quad (V.23)$$

et une formule analogue pour V . Pourtant comme nous l'avons déjà souligné, nous sommes restreints, à cause du stockage des matrices dans l'espace R , à considérer dans ce cas un petit nombre de canaux ($n_c \sim 1$ ou 2). Nous pouvons nous affranchir de cette contrainte en travaillant en base d'oscillateur de bout en bout. Pour cela, nous réécrivons l'équation de Hill et Wheeler formellement sous la forme d'une équation de Lippmann-Schwinger.

$$(E - K) \chi_c = \sum_{c'} \bar{V}_{cc'}(E) \chi_{c'}(E) \quad (V.24)$$

Dans cette formulation, K est la partie directe de l'énergie cinétique K_R ; le potentiel direct n'intervient pas puisqu'il est rigoureusement nul. $V(E)$ est un "potentiel effectif" qui dépend de l'énergie qui contient toutes les parties d'échange $N(E)$, $K(E)$ et $V(E)$. Il est non local mais présente l'avantage de converger rapidement sur la base de l'OH. Nous introduisons comme c'est la coutume le propagateur libre $G_0 = (E - K)^{-1}$ qui permet de traiter correctement le comportement $\chi_c(R)$. Nous devons bien sûr avoir son expression sur la base de l'oscillateur harmonique; nous avons obtenu pour cela une formule analytique. Nous introduisons de même l'opérateur de transition $T_c(E) = \sum_{c'} \bar{V}_{cc'}(E) \chi_{c'}$ pour obtenir finalement l'expression de T_c comme une équation de Lippmann-Schwinger.

$$\sum_{c'} (\mathbb{1} - \bar{V}(E) G_0^\dagger(E))_{cc'} T_{c'}(c_0) = T_c^0(c_0) \quad (V.25)$$

Le second membre $T_c^0(c_0)$ est le terme inhomogène correspondant à l'onde plane incidente dans le canal c_0 . On peut, en résolvant (V.25) avoir accès à la matrice de transition T_{cc_0} et par elle au déphasage dans l'onde du canal c , sachant que c'est le canal c_0 qui correspond à l'onde incidente. Insistons bien sur le fait que c'est la transition $T = Vy$ et non la fonction relative y que l'on développe sur la base des OH. Dans ce cas, l'ordre des matrices intervenant dans le problème est ramené à $n_\alpha n_c \sim 4 n_c$ ce qui permet d'introduire beaucoup plus de canaux couplés que dans le cas d'une résolution en base de séparation où l'ordre des matrices était $n_R n_c \sim 100 n_c$.

5) Résumé de la méthode

Le potentiel quark-quark était déterminé une fois pour toutes au départ ; le seul paramètre libre est celui de la taille de l'O.H utilisé qui sert d'échelle de longueur pour notre problème.

1) Nous déterminons le paramètre b en minimisant l'énergie d'un baryon E_0 calculée à l'ordre le plus bas (0 quanta) dans la base d'oscillateur harmonique.

2) Avec cette valeur de b nous calculons une fonction d'onde plus raffinée dans une base jusqu'à deux quanta pour le fondamental B mais aussi pour les deux premiers excités B^* , B^{**} des baryons.

3) On calcule, à l'aide de ces fonctions d'onde, les noyaux d'échange sur la base d'O.H. grâce aux techniques développées dans le paragraphe précédent. C'est de loin la partie la plus compliquée et la plus gourmande en temps de calcul de notre étude.

4) On résout soit l'équation de Hill-Wheeler (V.7) avec de bonnes conditions aux limites, soit l'équation de Lippman-Schwinger (V.25) (ici les conditions aux limites sont prises explicitement en compte dans G_0^+ et $T_c^{(0)}(c_0)$). Cela consiste essentiellement à inverser une matrice d'ordre $n_R n_C$ dans le premier cas, d'ordre $n_\alpha n_C$ dans le second.

5) Calcul des déphasages $\delta_c(E)$ soit à partir de la dérivée logarithmique de $\chi_c(R)$ dans le premier cas, soit à partir de la matrice T dans le second. Insistons sur le fait qu'à strictement parler $\chi_c(R)$ n'est pas une fonction d'onde au sens que $(\chi_c(R))^2$ ne donne pas une densité de probabilité. Cela provient du fait que $N(R, R')$ n'est pas local. Pourtant $N(E)(R, R') \rightarrow 0$ si R ou $R' \rightarrow \infty$ et $N(R, R') = \delta(R - R')$ pour de grandes distances de séparation; on peut utiliser le comportement asymptotique de $\chi_c(R)$ au sens habituel.

Remarque : nous avons présenté ici le formalisme de la RGM appliqué à la diffusion de deux agrégats. En fait, la même fonction d'essai peut servir de base à l'étude des états liés. Les grandes lignes du programme restent identiques; il y a cependant deux modifications mineures à apporter.

- Dans l'équation de Hill-Wheeler (V.7), la condition aux limites est que $\chi_c(R) \rightarrow 0$ lorsque $R \rightarrow \infty$; dans l'équation de Lippman-Schwinger (V.25) le terme inhomogène $T_c^{(0)}(c_0)$ est identiquement nul (il n'y a plus d'onde plane incidente)

- l'énergie E n'est plus une donnée du problème mais résulte de l'annulation d'un déterminant : par exemple de $1 - V G_0^+$ dans (V.25). C'est la condition de quantification.

6) Résultats

Après ce long développement théorique - qui était néanmoins nécessaire pour comprendre d'une part la difficulté du problème, d'autre part l'essence des différentes approximations utilisées - nous présentons les résultats de la diffusion nucléon-nucléon calculé à l'aide du potentiel quark-quark de Bhaduri (III.3). Pour le calcul des baryons la valeur du paramètre b s'avère être $b = 0.66$ fm. Nous calculons le fondamental dans 2 approximations : à zéro quantum B_0 (dans ce cas B_0 est une gaussienne pure), à deux quanta B . On peut avoir accès à la fonction d'onde exacte B_{ex} soit en poussant le développement jusqu'à 8 quanta, soit par le formalisme de Faddeev. Avec la valeur de $b = 0.66$ fm nous obtenons les recouvrements $|\langle B_0 | B_{ex} \rangle|^2 = 0.97$ et $|\langle B | B_{ex} \rangle|^2 = 0.999$. Cela donne une idée de l'approximation qui consiste à dire que B est état propre de l'hamiltonien de l'agrégat. Nous calculons également les deux premiers états excités (dans une base à 2 quanta toujours) : B^* à l'énergie $E^* = 837$ MeV et B^{**} à l'énergie $E^{**} = 971$ MeV.

Ensuite, sans aucun paramètre on accomplit le programme décrit précédemment pour les voies 1S_0 ($T = 1$) et 3S_1 ($T = 0$) pour 3 types d'approximation.

A) simple : on ne considère qu'un canal $B_0 B_0$ et la fonction d'onde du baryon est une gaussienne pure

B) cohérente : on ne considère qu'un seul canal BB et la fonction d'onde du baryon est quasi exacte.

C) sophistiquée : avec des fonctions d'onde de baryon quasi-exactes on fait un calcul à 6 canaux couplés BB, BB*, BB**, B*B*, B*B**, B**B**.

Les déphasages correspondants sont présentés sur la figure 12. Les calculs correspondant à A, B, C sont les courbes en traits respectivement : trait-point, pointillé, continu.

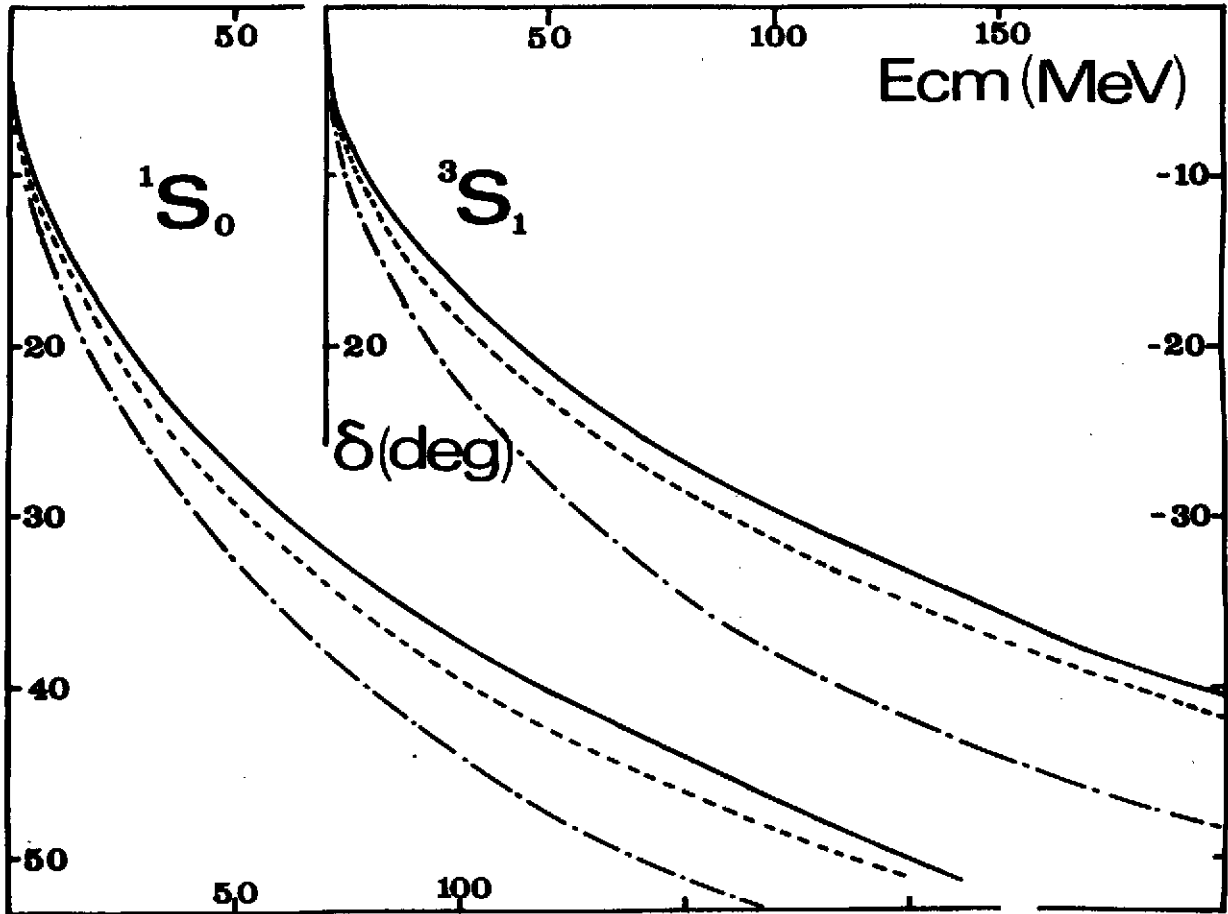


Figure 12

Déphasages en fonction de l'énergie pour les deux canaux 1S_0 et 3S_1 à l'aide d'un mécanisme d'échange de quarks seul. Les différentes courbes correspondent aux trois types d'approximation présentés dans le texte.

Nous pouvons faire un certain nombre de commentaires.

- les déphasages $\delta_c(E)$ ont une allure parabolique caractéristique d'un coeur dur. On peut calculer les rayons de coeur dur pour le cas C : $r_c(^1S_0) \approx 0.5$ fm, $r_c(^3S_1) \approx 0.38$ fm ce qui correspond grosso modo aux valeurs phénoménologiques utilisées auparavant.

- l'effet de cohérence (différence A - B) est important $\approx 6^\circ$ alors que le couplage des canaux (différence B - C) a moins d'effet. Remarquons tout de même que l'inclusion des excitations radiales dans le calcul a tendance à rendre le potentiel moins répulsif (ou plus attractif), c'est à dire à se rapprocher de la réalité. Ces excitations diminuent le rayon de coeur dur d'environ 0.1 fm.

- à part BB le canal le plus important est BB**, or la fonction B** contrairement à B et B* conduit à des composantes non négligeables de fonction d'espace de symétrie mixte dans l'échange des particules 1,2,3.

- le terme confinant est assez peu important. Le remplacement d'un confinement linéaire par un confinement quadratique (qui donne malgré tout une description correcte des mésons) a relativement peu d'effet.

- par contre le terme spin-spin est prépondérant. Si par exemple on l'annule et que l'on garde un potentiel central harmonique pur mais en laissant agir le principe de Pauli, on trouve un déphasage positif qui correspond à une attraction.

La conclusion de cette longue étude pourrait être la suivante : ON EXPLIQUE LA PARTIE A COURTE PORTEE (FORTE REPULSION) DE L'INTERACTION NUCLEON-NUCLEON A L'AIDE D'UN MECANISME D'ECHANGE DE QUARKS. L'INTERACTION SPIN-SPIN ET LE PRINCIPE DE PAULI SONT DES INGREDIENTS PREPONDERANTS.

Ainsi donc, par rapport à l'approche en termes de mésons, nous nous trouvons dans la situation exactement opposée : nous expliquons de façon satisfaisante la partie répulsive à courte portée alors que ces dernières expliquaient très bien la partie attractive à longue portée.

Pour réconcilier les deux, il faudrait prendre explicitement des degrés de liberté de mésons ou d'antiquarks dans le formalisme précédent. On se rend facilement compte de la tâche fantastique que cela représente. Nous préférons nous borner à une façon de faire plus pragmatique et totalement phénoménologique. Nous rajoutons artificiellement un potentiel nucléon-nucléon, qui est local et direct, pour tenir compte des échanges de pions à longue portée. Nous utilisons une forme de Malfliet et Tjon²⁵ qui n'a pas de force tenseur, ni spin orbite afin de coller au maximum à la présentation précédente.

Explicitement

$$V_{phen}(r) = -\lambda_A \frac{e^{-\mu r}}{r} + \lambda_R \frac{e^{-\mu r}}{r} \quad (V.26)$$

Il contient une partie attractive à longue portée et une partie répulsive à plus courte portée. On pourrait imaginer un modèle hybride où l'on définirait un rayon de coupure R_C en deça duquel seul agirait le mécanisme d'échange de quarks et au-delà duquel seul agirait $V_{phen}(r)$. La signification physique de R_C n'est pas très évidente malgré tout et en tout cas très arbitraire. Nous avons préféré laisser agir les deux mécanismes dans tout l'espace mais en modifiant les paramètres du potentiel phénoménologique. Nous gardons la valeur originale $\mu = 1.55 \text{ fm}^{-1}$, par contre nous essayons de diminuer à la fois la répulsion λ_R et l'attraction λ_A de façon à minimiser l'erreur à l'expérience

$$\Delta = \sum_{i=1}^8 \left| \delta_{exp}(E_i) - \delta_{calc}(E_i) \right| \quad (V.27)$$

$E_i = i \times 25 \text{ MeV}$

Dans la pratique, nous commencerons à diminuer la valeur de λ_R dans le cadre de l'approximation simple A (1 canal $B_0 B_0$); on sait en effet que ce mécanisme produit essentiellement de la répulsion que j'enlève donc de V_{phen} . Ensuite, nous diminuons la valeur de λ_A dans le cadre de l'approximation sophistiquée C (6 canaux); nous avons vu en effet que les excitations radiales augmentaient l'attraction. Le résultat de ces ajustements est indiqué sur la table ci-dessous pour

les deux ondes 1S_0 et 3S_1 étudiées.

traitement		$\lambda_R(\text{MeV})$	$\lambda_A(\text{MeV})$	$\Delta(^{\circ})$	traitement		$\lambda_R(\text{MeV})$	$\lambda_A(\text{MeV})$	$\Delta(^{\circ})$
1S_0	M.T.	1456	520	26.9	3S_1	M.T.	1456	634	26.2
	A	590	520	24.5		A	865	634	22.1
	C	590	480	17.6		C	865	590	12.8

Au vu de ces résultats il apparaît clairement qu'une bonne partie de la répulsion est prise en compte par un mécanisme d'échange de quarks (le λ_R diminue par un facteur 2 à 3) tandis que peu d'attraction est fournie par la prise en compte des excitations radiales (le λ_A est diminué seulement de 8%). Dans tous les cas, on améliore sensiblement le fit à l'expérience. Pour donner une idée de la valeur de ce traitement, on montre sur la figure 13 les déphasages obtenus par d'addition de $V_{\text{phen}}(r)$ avec l'approximation A (courbe trait-point), l'approximation C (courbe pointillée), tandis que les résultats expérimentaux sont reportés en ligne continue.

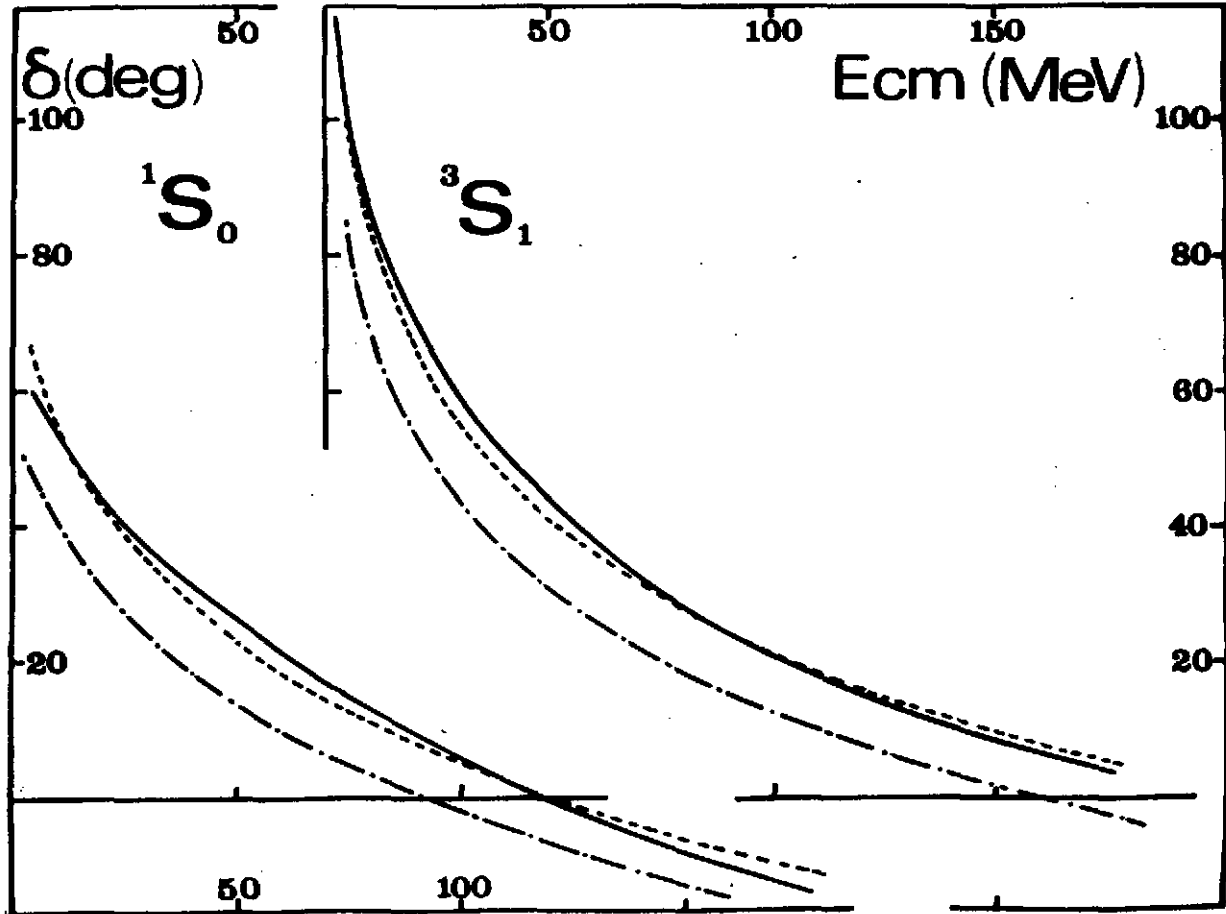


Figure 13

Déphasages en fonction de l'énergie obtenus à l'aide de mécanismes d'échange de quarks plus un potentiel local phénoménologique de type Malfliet-Tjon. Les différentes courbes sont commentées dans le texte.

Nous pouvons tirer la conclusion suivante :

LE MECANISME D'ECHANGE DE QUARKS, EN INCLUANT LES EXCITATIONS RADIALES DES BARYONS, PERMET DE DIMINUER GRANDEMENT LE POTENTIEL PHENOMENOLOGIQUE NECESSAIRE POUR LA DESCRIPTION A LONGUE PORTEE ET AMELIORE SENSIBLEMENT LE FIT AUX DEPHASAGES EXPERIMENTAUX.

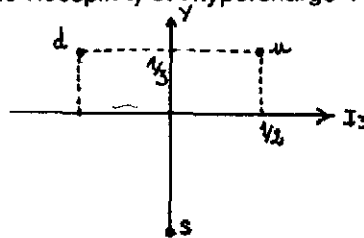
VI. Le dibaryon H

1) Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons appliqué le formalisme du groupe résonant à un problème de diffusion; dans cette partie, nous l'appliquons à un problème d'état lié. Il y a quelques années, la recherche des dibaryons était très en vogue; on peut entendre dibaryon au sens large comme un système de nombre baryonique 2 (dans ce cas le deuton est un dibaryon) mais nous restreindrons cette généralité à des systèmes dont la dynamique serait régie par les échanges de gluons plutôt que les échanges de mésons. Les dibaryons sont a priori des systèmes compacts qui peuvent être liés sous les interactions fortes ou en tout cas présenter un comportement de résonance. A une époque les modèles de sacs ont prédit une multitude de telles curiosités mais il faut avouer que les expériences se sont avérées bien décevantes sur ce point (voir le cours de B. Mayer pour la situation expérimentale). Néanmoins, si l'on fait une incursion dans le domaine de l'étrangeté, il semble que la situation soit plus favorable. L'argument essentiel est le suivant : la force chromomagnétique ou hyperfine (eq. III.3) est très attractive pour des paires de quarks couplées à $S = 0$. Plus on multiplie le nombre de paires interagissantes plus on gagne en énergie de liaison. Ainsi pour un dibaryon, nous disposons de 6 quarks donc de 15 paires, alors qu'un baryon contient 3 paires et donc le seuil de dissociation en 2 baryons en contient 6. La situation semble très favorable mais il faut aussi compter avec le principe de Pauli qui interdit certaines combinaisons de paires à $S = 0$ pour les mettre à $S = 1$ donc dans un état répulsif avec perte d'énergie de liaison. Le bilan global résulte d'une balance subtile entre ces deux ingrédients contradictoires. Permettre aux quarks étranges de rentrer en jeu, c'est donner un degré de liberté supplémentaire et donc amoindrir le contraignant principe de Pauli. Cette idée est essentiellement à la base de la proposition de R.L. Jaffe²⁶ d'un bon candidat à la stabilité du dibaryon H qui a un contenu en quarks (uuddss). Nous allons tout d'abord illustrer cela dans le cadre d'un modèle très simple.

2) Modèle simple

Nous nous plaçons dans le cadre du vieux modèle $SU(3)_F$ où les quarks u, d et s ont la même masse m et sont les composantes du multiplet fondamental 3 du groupe $SU(3)_F$ de saveur. Nous représentons ci-dessous le diagramme de poids de ce multiplet avec le système d'axes traditionnel I_3 (composante z de l'isospin I) et l'hypercharge Y.



représentation irréductible fondamentale 3 de $SU(3)_F$

Nous considérons six telles particules interagissant par une force chromodynamique pure

$$V_{cm} = -\frac{a}{m^2} \sum_{i < j} (\vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j) (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) \quad (VI.1)$$

Les $\lambda_i \sigma_i$ étant les générateurs du groupe $SU(6)$ de couleur-spin, la théorie des groupes nous permet d'avoir accès à l'énergie (en unités a/m^2) d'un système de N quarks identiques

$$E = N(N-10) + \frac{4}{3} S(S+1) + 2 C_c + 4 C_F \quad (VI.2)$$

où S est le spin total, C_c et C_F les casimirs quadratiques des représentations totales de couleur et de saveur.

Considérons tout d'abord le cas des baryons. Nous effectuons les couplages bien connus

- couleur : $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8_S \oplus 8_A \oplus 1$

- saveur : $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8_S \oplus 8_A \oplus 1$

- spin : $2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2_S \oplus 2_A$

Mais le postulat physique déjà évoqué précédemment nous impose de prendre pour les baryons un singlet de couleur. Le principe de Pauli nous restreint alors fortement les états de (saveur-spin) permis. Nous ne pouvons avoir que :

- le décuplet (10-4) de spin 3/2 et d'énergie $E = 8 a / m^2$ qui contient les états Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^- , Σ^{*+} , Σ^{*0} , Σ^{*-} , Ξ^{*0} , Ξ^{*-} , Ω^- .

- l'octet (1/2) $[(8_S-2_S) + (8_A-2_A)]$ de spin 1/2 et d'énergie $E = -8 a/m^2$ qui contient les états p, n, Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Λ , Ξ^0 , Ξ^- .

La différence $\Delta-N \approx 300 \text{ MeV} = 16a/m^2$ nous permet d'avoir une idée du paramètre $a/m^2 = 18 \text{ MeV}$.

C'est l'octet qui possède la masse la plus faible et on peut donc former un dibaryon par couplage de deux octets.

- couleur $1 \otimes 1 = 1$

- saveur $8 \otimes 8 = (27 \oplus 8_S \oplus 1) \oplus (8_A \oplus 10 \oplus \overline{10})$

- spin $2 \otimes 2 = 1 \oplus 3$

Là encore le principe de Pauli nous restreint énormément le nombre d'états permis. L'état d'énergie la plus basse permis est justement le H = (1,1) singlet de couleur, de saveur, de spin avec une énergie $E = -24 a/m^2$. Le seuil de dissociation en 2 octets est par contre $2 \times -8 a/m^2 = -16 a/m^2$. Ainsi donc, dans le cadre de ce modèle simple, le dibaryon H serait lié de $24a/m^2 - 16a/m^2 = 8 a/m^2$ soit 150 MeV, ce qui est assez considérable. A titre indicatif, nous donnons la fonction d'onde de saveur du singlet

$$H = \frac{1}{\sqrt{8}} [p \bar{\Xi}^- + \bar{\Xi}^- p - n \bar{\Xi}^0 - \bar{\Xi}^0 n - \Sigma^+ \bar{\Sigma}^- - \bar{\Sigma}^- \Sigma^+ + \Sigma^0 \bar{\Sigma}^0 + \Lambda \Lambda] \quad (VI.3)$$

Le résultat est impressionnant mais doit être relativisé car le modèle utilisé présente un certain nombre d'arguments simplistes

- i) $SU(3)_F$ n'est pas une symétrie exacte : l'octet des baryons n'est pas dégénéré.
- ii) la force hyperfine contient un facteur de forme agissant sur les fonctions d'espace.
- iii) l'énergie cinétique joue un rôle important.
- iv) la partie centrale du potentiel (coulomb + linéaire) n'est pas négligeable.

Dans ce qui suit, nous allons essayer d'améliorer ces points faibles.

3) Calculs dynamiques dans le cadre de $SU(3)_F$

Nous nous proposons dans cette partie de tenir compte des trois derniers points, toujours dans le cadre $SU(3)_F$. Nous utiliserons le formalisme du groupe résonant qui a été abondamment développé dans le chapitre précédent et nous nous bornerons simplement à indiquer les modifications à apporter par rapport au cas de la diffusion nucléon-nucléon.

Les trois particules ont toujours la même masse m qui reste un paramètre libre pour notre étude. Lorsque nous calculons la fonction propre des baryons l'énergie dépend de cette masse de référence, de même que la taille de l'oscillateur harmonique, $E_0(b(m))$. Nous déterminons toujours b par la condition $\partial E_0 / \partial b = 0$. A présent b est fonction de m et l'allure de cette courbe est présentée sur la figure 14.

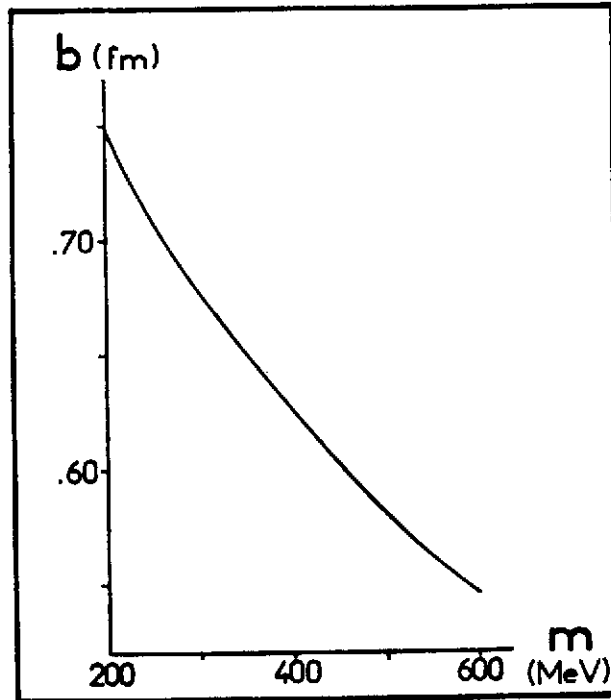


Figure 14

Paramètre de taille b de l'O.H en fonction de la masse m de référence tirée de l'octet des baryons.

Nous utiliserons souvent les valeurs $b = 0.634$ fm pour $m = 384$ MeV qui représente la masse moyenne des quarks sur l'ensemble de l'octet. Ensuite la seule modification importante représente le couplage à une bonne saveur. Dans la fonction d'onde des baryons (IV.12) la fonction d'onde de saveur f^{FMF_τ} était caractérisée par une saveur F qui en fait était toujours l'octet et par un indice de multiplet M_F qui varie sur 8 valeurs $p, n, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0, \Lambda, \Xi^0, \Xi^-$. Dans le cas de l'interaction nucléon-nucléon le couplage de la saveur $[f(123) f(456)]^F$ qui donnait lieu à la quantité \mathcal{F} apparaissant dans les noyaux d'échange (V.22) pouvait se faire

- soit à la représentation $F = \{27\}$ pour le canal $^1S_0 \longrightarrow \mathcal{F}^{(27)}$ les fonctions $p p, (1/\sqrt{2})(pn+np), nn$ appartiennent intégralement à la représentation $\{27\}$.
- soit à la représentation $F = \{\bar{10}\}$ pour le canal $^3S_1 \longrightarrow \mathcal{F}^{(\bar{10})}$ la fonction $(1/\sqrt{2})(pn-np)$ appartient intégralement à la représentation $\bar{10}$.

Dans notre cas, nous devons coupler les octets au singlet de saveur grâce à la fonction (VI.3) et cela conduit à une autre quantité $\mathcal{F}^{(1)}$. On pourrait de même s'amuser à considérer la diffusion $\Lambda\Lambda$ et on devrait utiliser dans ce cas un couplage $[f f](\Lambda\Lambda)$. Il faut remarquer toutefois que $\Lambda\Lambda$ n'est pas contenu intégralement dans une bonne représentation de $SU(3)$ mais qu'en fait

$$\Lambda\Lambda = \frac{1}{\sqrt{40}} \left[\sqrt{5} \{1\} + \sqrt{8} \{8_s\} - \sqrt{27} \{27\} \right] \quad (\text{VI.4})$$

Ainsi donc, dans le formalisme de la RGM, il suffit de reprendre le programme proposé dans le chapitre précédent mais de remplacer $\mathcal{F}^{(27)}$ ou $\mathcal{F}^{(\bar{10})}$ par $\mathcal{F}^{(\Lambda\Lambda)}$ ou $\mathcal{F}^{(1)}$ pour la diffusion $\Lambda\Lambda$ ou pour le H.

Nous montrons sur la figure 15 les déphasages obtenus dans ces deux cas pour la valeur $m = 384$ Mev.

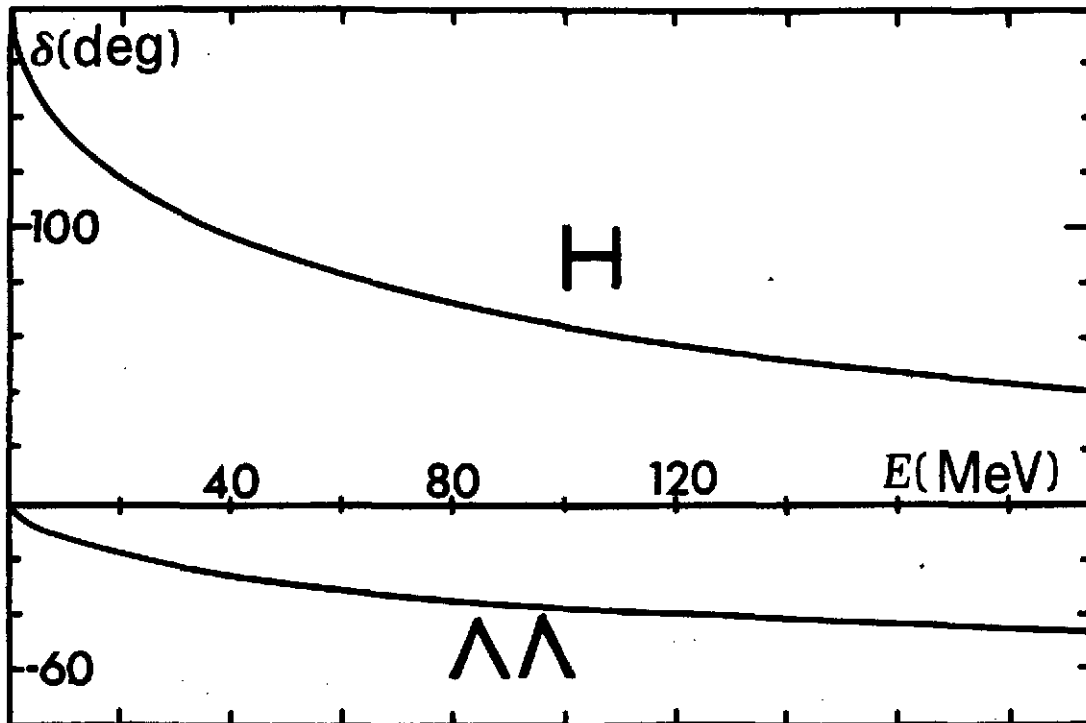


Figure 15

Déphasages $\delta(E)$ en fonction de l'énergie pour la diffusion de deux baryons dans les canaux $\Lambda\Lambda$ et H. Le calcul est fait dans un modèle conservant la symétrie $SU(3)_F$ et la masse de référence tirée de l'octet des baryons est $m = 384$ MeV

Les déphasages $\Lambda\Lambda$ sont semblables à ceux obtenus par la diffusion sur un coeur dur de rayon $r_c(\Lambda\Lambda) = 0.44$ fm et ressemblent étrangement à ceux résultant de la diffusion nucléon-nucléon. Pour les déphasages dans le canal des nombres quantiques du H nous avons par contre un comportement tout à fait différent puisque le potentiel est attractif. De plus, nous avons clairement $\delta(E=0) - \delta(E=\infty) = \pi$ ce qui est la signature d'un seul état lié (théorème de Levinson). Nous nous sommes alors placés dans le canal du H et avons mis en route les petites modifications déjà citées nécessaires à l'obtention d'un état lié.

Nous avons fait l'étude de l'énergie de liaison, c'est à dire l'énergie relative au seuil de dissociation en deux octets, en fonction de la masse de référence m . Les résultats sont reportés sur la figure 16.

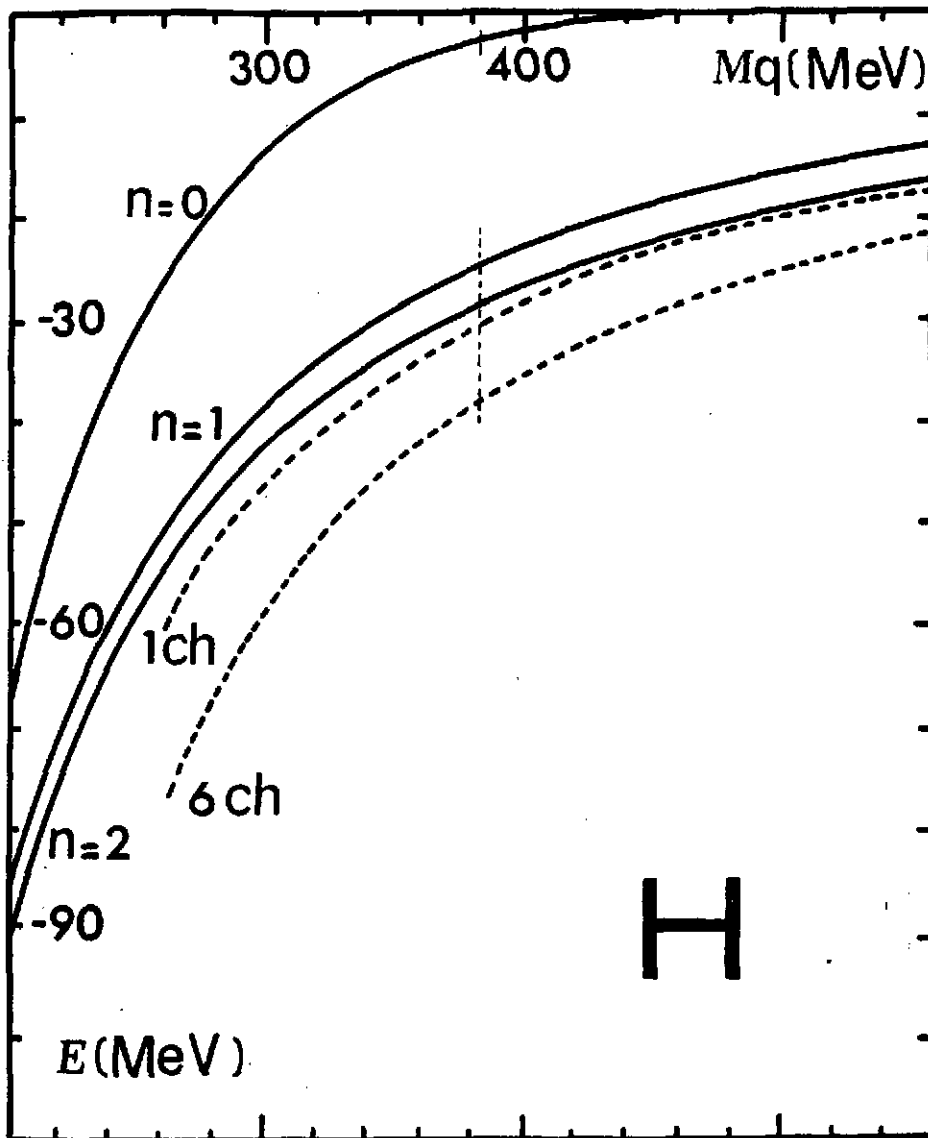


Figure 16

Energie de liaison (en MeV) du H en fonction de la masse de référence, dans un modèle conservant la symétrie $SU(3)_F$. Les différentes courbes sont commentées dans le texte.

Les courbes en trait continu se réfèrent au calcul simple A du paragraphe précédent (1 canal $B_0 B_0$); les paramètres $n = 0, 1$ et 2 sont une étude de la convergence des résultats en fonction du nombre d'états pris dans le développement des noyaux sur la base de l'oscillateur harmonique. Les cas $n = 3$ et 4 sont totalement confondus avec $n = 2$ ce qui signifie que nous sommes parvenus à une bonne convergence. Les courbes étiquetées 1 ch et 6 ch correspondent respectivement aux cas B et C du chapitre précédent (1 canal BB, 6 canaux). Nous constatons que dans ce cas là, nous gagnons surtout à coupler les canaux. Nous abaissons de ce fait l'énergie de liaison d'une quinzaine de MeV. Dans ce cadre pour une valeur moyenne de m (barre verticale à 384 MeV), le dibaryon H est encore lié d'une quarantaine de MeV. C'est tout de même beaucoup moins que les 150 MeV prévus dans le modèle précédent.

4) Brisure de $SU(3)_F$

Il reste à présent à améliorer le point i) du modèle simple - à savoir la brisure de $SU(3)_F$. Dans ce cas, le quark s possède une masse différente des quarks u et d . Un traitement propre et complet est très compliqué dans le cadre de la RGM. Nous nous sommes bornés à faire un traitement approximatif en brisant $SU(3)_F$ partiellement.

Nous avons gardé une masse de référence libre m identique pour les 3 quarks en ce qui concerne l'énergie cinétique. Cela permet de conserver la même cinématique, la même géométrie et par suite les mêmes coefficients de Brody-Moshinsky que pour l'interaction nucléon-nucléon. Par contre, dans le terme hyperfin nous brisons la symétrie de saveur en prenant en compte complètement la dépendance en $(m_i m_j)^{-1}$ avec $m_u = m_d = 337$ MeV et $m_s = 600$ MeV. Nous devons, pour rester cohérents, calculer les baryons avec le même type d'approximation afin d'avoir un seuil correct. Lorsque l'on brise $SU(3)_F$ les représentations irréductibles n'ont plus lieu d'être des états propres et il existe des couplages entre les représentations $\{27\}$ et $\{1\}$. Pourtant Rosner²⁷ a montré que ces couplages sont du 2ème ordre dans la brisure alors que l'énergie est du 1er ordre. Nous resterons donc toujours dans la représentation singlet de saveur en imposant au H une fonction d'onde figée à celle définie plus haut (VI.3).

Ce traitement plus complet²⁸ introduit par rapport au cas précédent deux modifications essentielles :

i) les tableaux de saveur \mathcal{F} pour les noyaux d'échange (V.22) ne sont plus des nombres universels mais dépendent à présent explicitement des masses physiques m_u, m_d, m_s .

ii) la référence d'énergie pour le calcul du H avec la RGM est deux fois l'énergie du centroïde de l'octet. Auparavant, cette énergie était identique à l'énergie de seuil. A présent, l'octet n'est plus dégénéré et l'énergie du seuil vaut $2 E(\Lambda)$. Il faut tenir compte de la différence entre ces deux quantités dans le calcul de l'énergie de liaison.

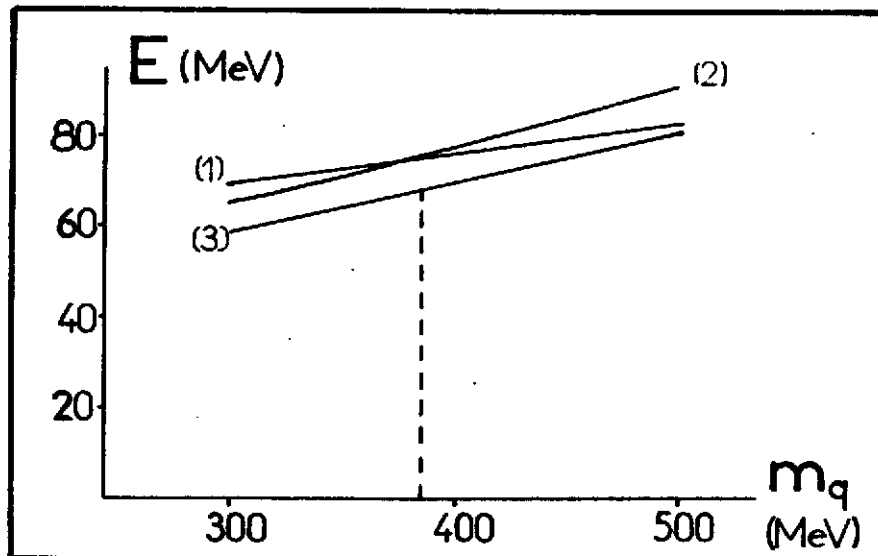


Figure 17

Energie de liaison (en MeV) du H en fonction de la masse de référence, après avoir brisé la symétrie $SU(3)_F$. Les différentes courbes sont commentées dans le texte.

Nous montrons sur la figure 17 le résultat de ce programme. L'énergie de liaison du H dans le cadre des 3 approximations simple (1), cohérente (2) et sophistiquée (3) (voir chapitre V) est tracée en fonction de la masse de référence. La sophistication abaisse toujours la liaison d'une dizaine de MeV mais à présent le H n'est plus lié, de quelques 70 MeV. Il faut avoir en vue que le H reste lié par rapport au centroïde de l'octet mais que la brisure de $SU(3)_F$ profite beaucoup plus au Λ - qui est presque insensible à m_s - donc au seuil qu'au système à 6 quarks. Ces résultats confirment de façon éclatante l'étude de Oka et al²⁹ sur le même sujet.

VII. Le deuteron

Le mécanisme d'échange de quarks a eu pour vertu de nous faire comprendre l'origine de la forte répulsion à courte portée du potentiel nucléaire. Pourtant l'état de l'art en la matière en est dans son enfance et les potentiels déduits des quarks ne sont pas suffisamment élaborés et précis pour nous permettre une description convenable des systèmes nucléaires. En particulier, ils ne contiennent pas de composantes spin-orbite et tenseur qui jouent un rôle non négligeable dans la dynamique des noyaux. Pour faire des calculs fiables, nous avons recours à des "potentiels réalistes". Tous ceux-ci incluent l'OPEP à longue portée. La partie intermédiaire est traitée diversement suivant les auteurs, quant à la partie à courte portée, elle est la plupart du temps paramétrisée, les paramètres étant ajustés sur les déphasages et sur les propriétés des états liés. La plupart des potentiels proposés dans la littérature donnent des résultats à peu près équivalents sur les observables à deux corps mais peuvent différer sensiblement sur les propriétés de la matrice de transition hors couche. Parmi les plus connus, citons :

- le potentiel de Paris³⁰ obtenu par échange de π , de A, de ω , de 2π qui possède une dépendance en impulsion.
- le potentiel de Bonn³¹ obtenu par des échanges de π , 2π incluant les effets de retard et qui montre une dépendance en énergie assez gênante.
- le "Reid soft core" RSC³² et le "super soft core" SSC³³ qui sont essentiellement ajustés onde par onde sur les déphasages.

Dans les chapitres suivants, nous présenterons le résultat de calculs effectués à l'aide du potentiel SSC dans sa version C.

Ce potentiel dans ses ondes prépondérantes est reporté sur la figure 18.

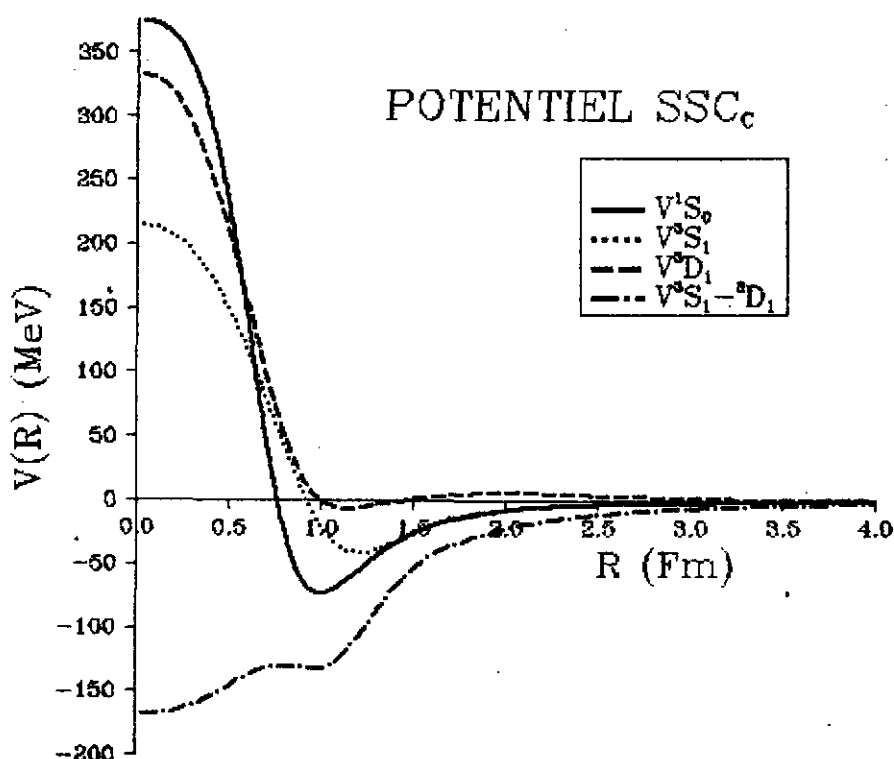


Figure 18

Potentiel super soft core dans sa version c : SSC(C) dans ses ondes prépondérantes.

En ce qui concerne le deuteron, nous faisons un calcul tout à fait classique sans les sophistications que peuvent apporter les effets relativistes, les degrés de méson explicites, les degrés d'excitation isobarique...

Le deuton est un état lié $J = S = 1, T = 0$ de composante prédominante 3S_1 .

Sa fonction d'onde s'écrit

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r} Y_{01}^{1m}(\hat{r}) + \frac{w(r)}{r} Y_{21}^{1m}(\hat{r}) \quad (\text{VII.1})$$

où

$$Y_{\ell s}^{jm}(\hat{r}) = \sum_{m_\ell, m_s} \langle \ell m_\ell s m_s | j m \rangle Y_{\ell m_\ell}(\hat{r}) \chi_{s m_s}$$

La normalisation est

$$\int_0^\infty [u(r)^2 + w(r)^2] dr = 1 \quad (\text{VII.2})$$

Expérimentalement, nous connaissons quelques observables : l'énergie de liaison $e = 2.224544$ MeV, le rayon $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3.9270$ fm, le rayon de charge $\langle r_c^2 \rangle^{1/2} = 2.0952$ fm, le moment magnétique $\mu = 0.857$ m.n, le moment quadrupolaire $Q = 0.2860$ efm²,... Les différents potentiels donnent des valeurs comparables pour ces observables mais il existe également des quantités importantes qui ne sont pas des observables. Parmi celles-ci, le pourcentage d'état D : $P_D = \int_0^\infty w(r)^2 dr$ est bien connu. Il varie suivant les potentiels entre 3% et 10%, la valeur de SSC étant 5.45%.

Ayant surtout dans l'idée l'étude des corrélations, nous examinerons les densités à 2 corps.

Nous définissons la probabilité de trouver les deux nucléons dans une couronne sphérique prise entre r et $r + dr$.

C'est :

$$\rho(r) = \frac{\langle \Psi | \delta(R_0 - r) | \Psi \rangle}{r^2} = \frac{u^2(r) + w^2(r)}{r^2} \quad (\text{VII.3})$$

qui est normalisée à

$$\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr = 1 \quad (\text{VII.4})$$

C'est le pendant identique de la densité $\tilde{p}(x)$ que nous avons introduite pour étudier la structure en diquarks dans les baryons. Nous montrons sur la figure 19 l'allure de la densité du deuton pour les potentiels SSC et RSC.

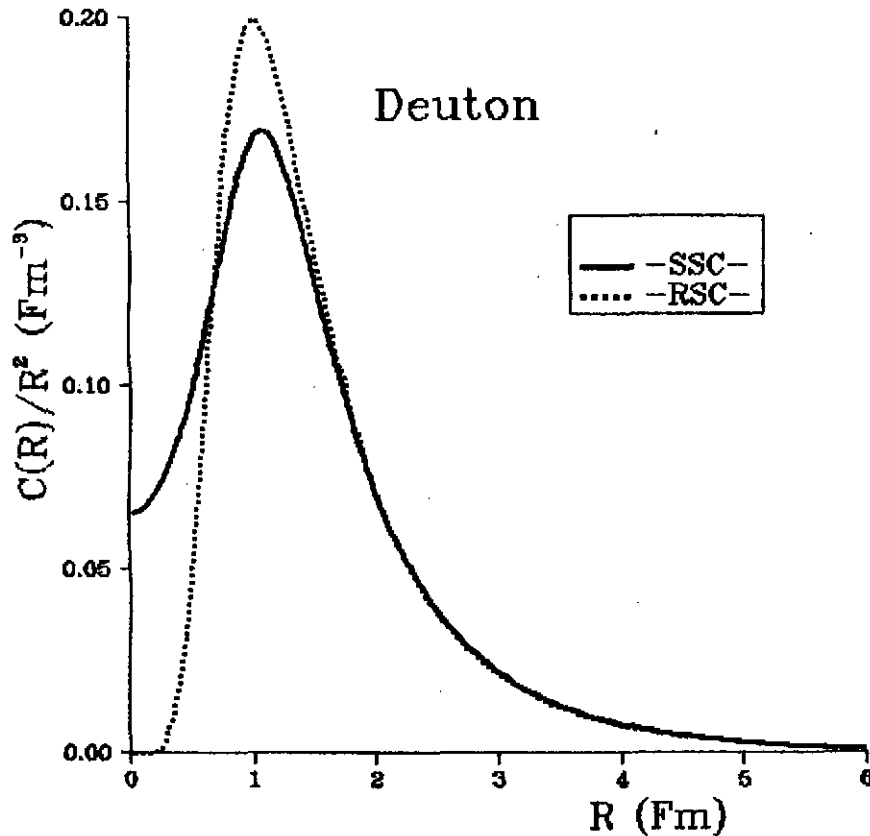


Figure 19

Densité $\rho(r)$ (voir (VII.3)) pour le deuton obtenue pour deux types de potentiels : RSC et SSC.

Nous voyons d'emblée la grosse différence de comportement à courte portée entre un système de 2 nucléons et un système de 2 quarks. La densité du deuton est très creusée au centre alors que celle du diquark ne l'est pas du tout. Pour SSC elle part d'une valeur non nulle alors que pour RSC elle débute carrément à zéro. Ce phénomène est lié totalement à la force de répulsion à courte portée : quelques centaines de Mev pour SSC, quasiment infini pour RSC. Le cœur dur de l'interaction nucléon-nucléon est si répulsif que les nucléons ne peuvent pénétrer dans cette zone du potentiel.

Pour étudier de façon un peu plus fine la répartition des nucléons à l'intérieur du deuton, nous allons corrélérer la distance de séparation r à l'axe des spins. Pour cela, nous définissons une densité spéciale $\rho(r, \theta)$ en profitant du fait que le deuton est un objet de spin 1. De façon plus précise, posons

$$\rho(r, \theta) = N \frac{|\Psi^{m=1}(\vec{r})|^2}{r^2} \quad (\text{VII.5})$$

normalisé à

$$\int \rho(r, \theta) dr d\cos\theta = 1 \quad (\text{VII.6})$$

L'axe z ($\theta = 0$) est l'axe d'orientation des spins. Cette normalisation est choisie pour rendre une répartition isotrope sous forme de cercles concentriques. Cette densité est représentée sur la photo 20 suivante sur laquelle l'axe des spins est orienté suivant l'horizontale.

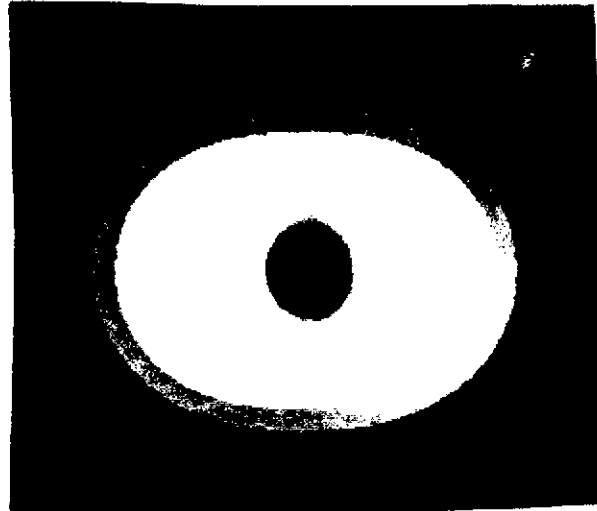


Figure 20

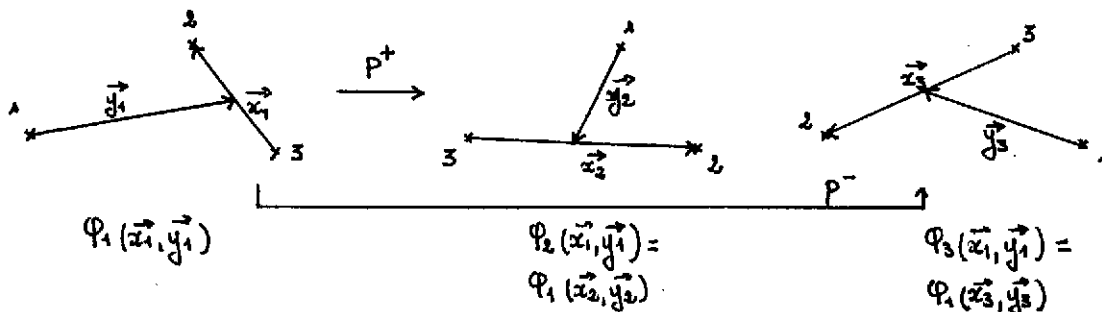
Densité de probabilité $\rho(r,\theta)$ pour le deuton dans sa configuration la plus probable. Les différentes nuances de gris donnent les zones d'équiprobabilité. L'axe des spins est orienté suivant l'horizontale.

On remarque que LES NUCLEONS ONT TENDANCE A S'ALIGNER SUR L'AXE DES SPINS.

Cet effet de déformation résulte totalement de la présence d'une force tenseur dans le potentiel. On comprend au vu de cette photo que les ondes D sont responsables d'un moment quadropolaire. Que ce moment soit prolate (positif) est une conséquence du signe de cette force tenseur.

VIII. Le triton et l'hélium 3

Dans ce chapitre, nous nous axons sur les corrélations intervenant dans les systèmes composés de 3 nucléons. Il n'existe que deux états liés : le triton ${}^3\text{H}$ (pnn) et l'hélium 3 ${}^3\text{He}$ (ppn). Il est très utile d'utiliser le formalisme de l'isospin; nous supposons l'invariance d'isospin de la force nucléaire, ce qui est vérifié expérimentalement à une très bonne approximation. Dans ce cas, les deux systèmes mentionnés sont les deux composantes $T_z = +1/2$ et $T_z = -1/2$ d'un même doublet d'isospin $T = 1/2$. Dans ce schéma, le triton et l'hélium 3 ont la même énergie et la même fonction d'onde. Il existe essentiellement deux sources de brisure de la symétrie d'isospin : une légère différence de masse $m_n - m_p \sim 1$ MeV qui influence non seulement l'énergie de masse mais aussi l'énergie cinétique et l'interaction coulombienne qui viole explicitement l'invariance d'isospin (énergie coulombienne nulle dans ${}^3\text{H}$, positive dans ${}^3\text{He}$). Nous ne tiendrons pas compte de ces faibles effets par la suite et considérerons que ces deux systèmes ont même fonction d'onde. Nous avons affaire typiquement à un problème à 3 corps que l'on sait résoudre de nos jours de façon quasi exacte grâce aux équations de Faddeev³⁴. Il est hors de question de rentrer dans les détails très techniques de ces méthodes; bornons nous à en exposer le principe. Les trois particules 1, 2 et 3 sont considérées comme identiques et possèdent des degrés de liberté de spin, d'isospin et d'espace. Nous rappelons ci-dessous les jeux de variables de Jacobi possibles.



Nous définissons une amplitude de Faddeev $\phi_1(x_1, y_1)$ développée sur une bonne base du moment angulaire (voir ch. IV)

$$\Phi_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1) = \sum_{\sigma, \tau, \ell, \lambda, L, S} d_{\sigma\tau\ell\lambda LS}(x_1, y_1) \{ \rho_{\tau}(123) \} \left[Y_{\ell}(\hat{x}_1) Y_{\lambda}(\hat{y}_1) \right] \chi_{\sigma}^S(123) \quad (\text{VIII.1})$$

avec les notations explicitées dans le chapitre sur les baryons. On note toutefois deux différences :

- à cause d'un terme tenseur dans le potentiel, L et S ne sont plus de bons nombres quantiques, seul $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ l'est.

- la partie radiale $d(x_1, y_1)$ n'est plus développée sur une base.

A cause du principe de Pauli, la sommation dans (VIII.1) doit être limitée aux nombres quantiques tels que $\sigma + \tau + \ell$ impair. Ainsi définie, la fonction ϕ_1 n'est antisymétrique que dans l'échange des particules $2 \leftrightarrow 3$. Pour obtenir une fonction complètement antisymétrique, il faut aussi tenir compte des permutations cycliques $P^+ = (3\ 1\ 2)$ et $P^- = (2\ 3\ 1)$. Nous avons donc, en plus de l'amplitude de ϕ_1 , les deux amplitudes ϕ_2 et ϕ_3 obtenues par les permutations P^+ et P^- .

$$\begin{aligned} \Phi_2(\vec{x}_1, \vec{y}_1) &= P^+ \Phi_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1) = \Phi_1(\vec{x}_2, \vec{y}_2) \\ \Phi_3(\vec{x}_1, \vec{y}_1) &= P^- \Phi_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1) = \Phi_1(\vec{x}_3, \vec{y}_3) \end{aligned} \quad (\text{VIII.2})$$

Les équations de Faddeev permettent de calculer ces amplitudes. Elles ont la structure suivante :

$$(E - K - V_i) |\Phi_i\rangle = V_i [|\Phi_j\rangle + |\Phi_k\rangle] \quad (\text{VIII.3})$$

i,j,k permutation cyclique de 1,2,3

La fonction d'onde totale du système s'exprime alors grâce à

$$|\Psi\rangle = |\Phi_1\rangle + |\Phi_2\rangle + |\Phi_3\rangle = (1 + P^+ + P^-) |\Phi_1\rangle \quad (\text{VIII.4})$$

ce qui permet de réécrire la formule (VIII.3) comme

$$(E - K) |\Phi_i\rangle = V_i |\Psi\rangle \quad (\text{VIII.3})$$

Ce sont des ensembles d'équations aux dérivées partielles (à cause de l'énergie cinétique), intégrales (à cause du terme dans le second membre de (VIII.3)), couplées (la force tenseur et le second membre mélange les canaux). On les résout en discrétisant l'espace x_1, y_1 ou plus exactement l'espace r, θ en un réseau de points; ici r est l'hyper-rayon $r = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2} = (x_2^2 + y_2^2)^{1/2} = (x_3^2 + y_3^2)^{1/2}$ et θ un hyper-angle $\text{Arctg } \theta = x_1/y_1$. Il en résulte des matrices d'ordre $n_c n_r n_\theta$. n_c est le nombre de canaux pris dans l'amplitude de Faddeev et n_r, n_θ le nombre de points du réseau de l'espace (r, θ) . Pour une précision correcte des résultats il faut prendre les valeurs typiques $n_c = 5, n_r = 50, n_\theta = 20$, ce qui nous donne des matrices d'ordre 5000 avec fort heureusement beaucoup de zéros - ce qui permet l'utilisation d'algorithmes spéciaux. On détermine l'énergie de l'état lié par la méthode de l'itération que l'on trouvera décrite par exemple dans la réf. 34. Cette même méthode donne accès aussi à l'amplitude de Faddeev $|\Phi_1\rangle$ et par suite à la fonction d'onde totale $|\Psi\rangle$. Il est ensuite loisible de calculer des observables; par exemple avec le potentiel SSC nous obtenons :

	exp.	SSC
$E(^3\text{H})$	8.48 Mev	7.46 Mev
$\langle r_c^2 \rangle^{1/2}$	1.87 fm	1.95 fm
creux de $F_c(q^2)(^3\text{He})$	11.6 fm ⁻²	14.4 fm ⁻²

Une partie du désaccord avec l'expérience peut être comblée par l'addition de forces à 3 corps et l'inclusion de courants d'échange mésonique (voir le cours de S. Platchkov).

A titre indicatif, on trouve, avec le potentiel SSC, 8% d'état D dans le triton. Ici, nous nous intéresserons surtout à des quantités non observables, les corrélations à deux et trois particules à l'intérieur du système.

Définissons d'abord les densités à 2 corps, analogues à celles étudiées dans les baryons $\rho_T(x)$

$\rho_T(x)$: est la probabilité de trouver deux particules dans un état T et dans la couronne sphérique comprise entre x et $x + dx$

Plus précisément

$$\rho_T(x) = \frac{\langle \Psi | \delta(x_{op} - x) P_T | \Psi \rangle}{x^2} = \int \Psi^*(\vec{x}, \vec{y}) P_T \Psi(\vec{x}, \vec{y}) d\vec{y} d\Omega_x \quad (\text{VIII.5})$$

Les densités $\rho_{T=0}$ et $\rho_{T=1}$ obtenues avec le potentiel SSC sont reportées sur la figure 21.

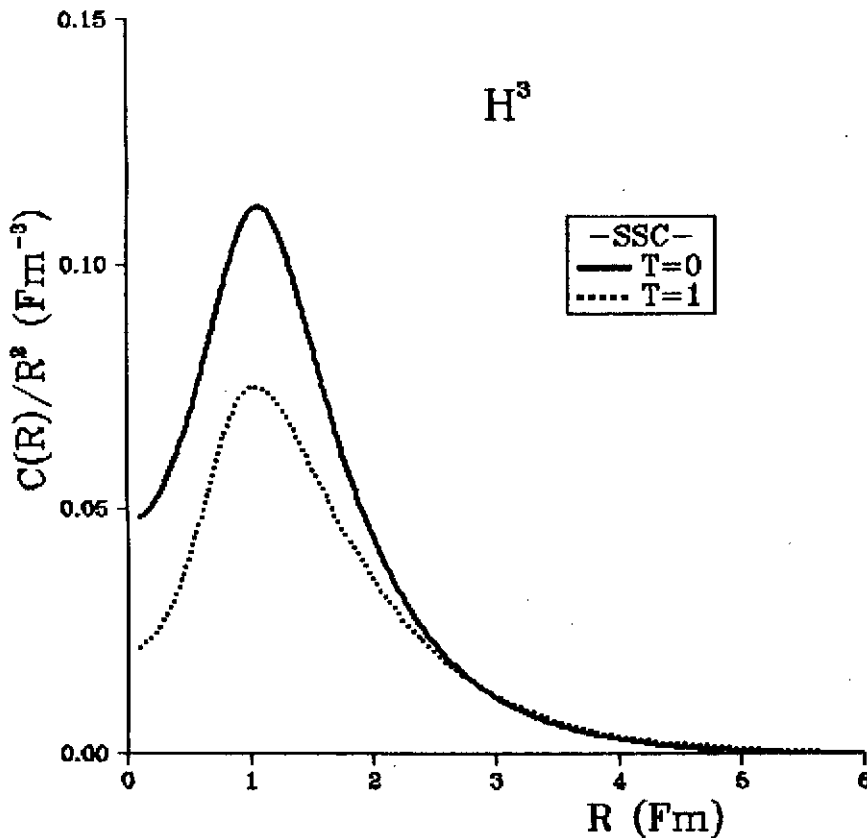


Figure 21

Densités de probabilité $\rho_{T=0}$ et $\rho_{T=1}$ obtenues avec le potentiel SSC(C) dans le triton.

Nous constatons que les formes sont identiques à la densité du deuteron calculée dans le chapitre précédent. Alors que le deuteron est un pur état $T=0$, il n'est pas interdit de coupler 2 particules à $T=1$ dans le triton, ce qui explique une densité $\rho_{T=1}$ non nulle.

Nous pouvons à présent étudier l'influence de la 3^{ème} particule en calculant des densités à trois corps $\rho(x,y,\theta)$ en complète analogie avec celles présentées dans le cas des baryons. Ainsi:

$\rho(x,y,\theta)$: probabilité de trouver une particule à la distance y du centre de masse et les deux autres à une distance x l'une de l'autre et avec un angle θ entre les directions de x et y .

Nous montrons sur la figure 22 une série de clichés représentant $\rho(x,y,\theta)$ pour diverses valeurs de y . Le point brillant indique la position du centre de masse tandis que le carré brillant représente la particule 1. Les nuances de gris donnent les zones d'équiprobabilité pour les particules 2 et 3. Au dessous de ces clichés nous avons fait figurer la configuration la plus probable pour le système. Nous constatons que l'arrangement des nucléons se fait suivant un triangle équilatéral. Le système est assez compact et isotrope. Nous remarquons aussi, grâce aux clichés du haut, que si l'on éloigne une particule du centre de masse, les deux autres ont tendance à venir s'aligner entre elles.

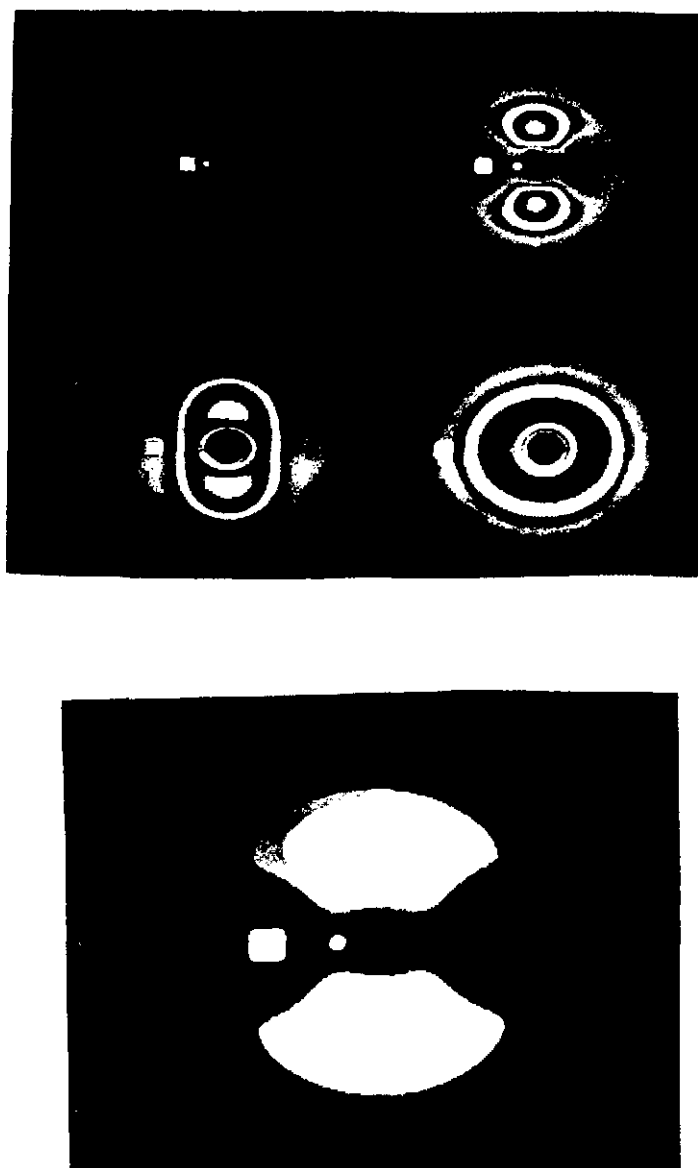


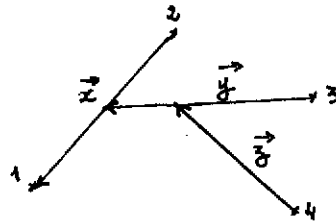
Figure 22

Densités à trois corps $p(x,y,\theta)$ pour le triton. Les explications pour comprendre la figure sont fournies dans le texte. Sur la photo du haut, il est montré l'évolution des densités en fonction de l'écartement d'une particule par rapport au centre de masse; sur celle du bas la configuration la plus probable a été agrandie.

IX. L'Hélium 4

Dans ce dernier chapitre, nous allons étudier le système nucléaire le plus complexe que l'on sache résoudre de façon quasiment exacte, au moins avec des forces à deux corps; il est question de l'hélium 4 : ${}^4\text{He}$. C'est un état $J^\pi = 0^+$ singlet d'isospin $T = 0$ que l'on observe expérimentalement avec une grande énergie de liaison 28.297 MeV. L'équivalent des équations de Faddeev pour le problème à 3 corps s'appelle ici les équations de Yakoubovski-Merkuriev³⁵; nous en donnons succinctement le principe ci-dessous. Pour la partie spin-isospin on adopte un couplage de type $[(12)_{ST} (34)_{ST}]_{00}$. Pour la partie d'espace c'est plus compliqué. On définit les amplitudes de Yakoubovski. Elles sont de deux types suivant le mode de partition du système.

i) Le type K correspondant à la partition $4 = 3 + 1$. Le jeu de coordonnées de Jacobi est tout à fait classique. On le montre ci-dessous. A ce jeu on fait correspondre l'amplitude $U_K(x,t,z) = U^{(1)}_K$. Il existe 12 jeux de ce type correspondant aux 12 permutations P_i qui conservent un schéma K et par conséquent 12 amplitudes $U^{(i)}_K$. A cause du principe de Pauli, ces 12 amplitudes ont la même forme fonctionnelle que $U^{(1)}_K$ mais prise pour les coordonnées permutées. Autrement dit :



(IX.1)

$$U^{(i)}_K(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = P_i U_K(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = U_K(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$$

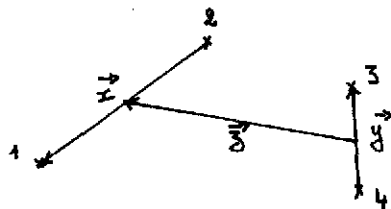
De façon tout à fait analogue aux amplitudes de Faddeev, on développe ces amplitudes sur des fonctions de bon moment angulaire

$$U_K(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \sum_{\alpha = (l, s_1, s_2, S, l_x, l_y, l_{xy}, l_z, L)} d_\alpha(x, y, z) \left\{ \begin{matrix} T=0 \\ [(12)_T (34)_T] \end{matrix} \right\} \left[\chi_{(12)_{s_1}} \chi_{(34)_{s_2}} \right]^S \left[(\chi_{l_x}(x) \chi_{l_y}(y))_{l_{xy}} \chi_{l_z}(z) \right]^L \left. \right\}^J \quad (IX.2)$$

Ici aussi le principe de Pauli impose des contraintes sur les nombres quantiques. Dans la pratique, nous nous limiterons à un développement contenant les 3 ondes principales

$$\begin{aligned} {}^1S_0 &: \{ s_1 = s_2 = S = 0; l_x = l_y = l_{xy} = l_z = L = 0 \} \\ {}^3S_1 &: \{ s_1 = s_2 = 1, S = 0; l_x = l_y = l_{xy} = l_z = L = 0 \} \\ {}^3D_1 &: \{ s_1 = s_2 = 1, S = 2; l_x = l_{xy} = L = 2, l_y = l_z = 0 \} \end{aligned} \quad (IX.3)$$

ii) Le type H correspondant à la partition $4 = 2 + 2$. Le jeu de variables de Jacobi est celui de deux agrégats de deux particules, que l'on montre ci-après.



$$U_H(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

L'amplitude correspondante est notée $U_H(x,y,z) = U^{(1)}_H$. Il existe 6 jeux de variables de Jacobi auquel on fait correspondre 6 amplitudes $U^{(i)}_H$ liées à $U^{(1)}_H$ par les 6 permutations qui conservent un schéma H.

$$U_H^{(i)}(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i) = P_i U_H(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = U_H(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i) \quad (IX.4)$$

On les développe sur des fonctions de bon moment angulaire

$$U_H(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \sum_{\alpha=(l_1, s_1, s_2, s, l_2, l_3, l_3, l_3, L)} d_{\alpha}(x,y,z) \rho_{[1(12)6(34)E]}^{T=0} \left\{ [\chi_{s_1(12)} \chi_{s_2(34)}] [\chi_{l_2}(\hat{x}) (\chi_{l_3}(\hat{y}) \chi_{l_3}(\hat{z})) \rho_{l_3}] \right\}^L \quad (IX.5)$$

Nous prenons aussi les 3 ondes partielles $^1S_0, ^1S_1, ^3D_1$ dans l'amplitude U_H .

Les équations de Yakoubovski - Merkuriev ont la structure suivante :

$$\begin{aligned} (E-K) U_K &= V_{12} \left\{ [1 + (P^+ + P^-)(1 - P_{34})] U_K - (P_{13} + P_{14}) U_H \right\} \\ (E-K) U_H &= V_{12} \left\{ (1 + P_{14} P_{23}) U_H - (P^+ P_{34} P^+ + P^- P_{34} P^-) U_K \right\} \end{aligned} \quad (IX.6)$$

Ce sont là aussi des équations intégrales aux dérivées partielles couplées. La fonction d'onde correctement antisymétrisée s'exprime à partir des amplitudes U_K et U_H par

$$|\Psi\rangle = 12 \mathcal{A} |U_K\rangle + 6 \mathcal{A} |U_H\rangle \quad (IX.7)$$

Du point de vue numérique on discrétise l'espace x,y,z en un réseau. On utilise plutôt les coordonnées hypersphériques : r, θ, ϕ définie par

$$x = r \sin \theta \cos \phi ; \quad y = r \sin \theta \sin \phi ; \quad z = r \cos \theta$$

L'avantage de telles coordonnées est que les équations sont diagonales en hyper-rayon r . La dimension des matrices résultant de la discrétisation de l'espace (r, θ, ϕ) est $2n_r n_\theta n_\phi$; typiquement on prend les valeurs 2 (U_K et U_H) \times 3 (3 ondes) \times 60 (n_r) \times 10 (n_θ) \times 10 (n_ϕ) = 36 000.

De même que pour les équations de Faddeev, cette matrice contient beaucoup de zéros et on a accès à l'énergie de l'état lié par la méthode de l'itération inverse. A l'aide du potentiel SSC, on obtient théoriquement une énergie de liaison de 21 MeV beaucoup trop faible en comparaison des 28.3 MeV expérimentale. Il est clair qu'il nous manque des ingrédients physiques pour notre problème (forces à 3 corps, à 4 corps !) mais nous sommes actuellement aux limites de ce que l'on sait résoudre numériquement dans un temps raisonnable; nous nous contenterons donc de la fonction d'onde résultante.

De même que dans le cas du trois corps, on peut définir les densités à 2 corps

$$\rho_T(x) = \frac{\langle \Psi | \delta(x_{ij} - x) P_T | \Psi \rangle}{x^2} = \int \Psi^*(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i) P_T \Psi(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i) d\vec{y}_i d\vec{z}_i d\Omega_x \quad (IX.8)$$

que l'on a représentées dans les deux canaux $T = 0$ et $T = 1$ pour le potentiel SSC sur la figure 23.

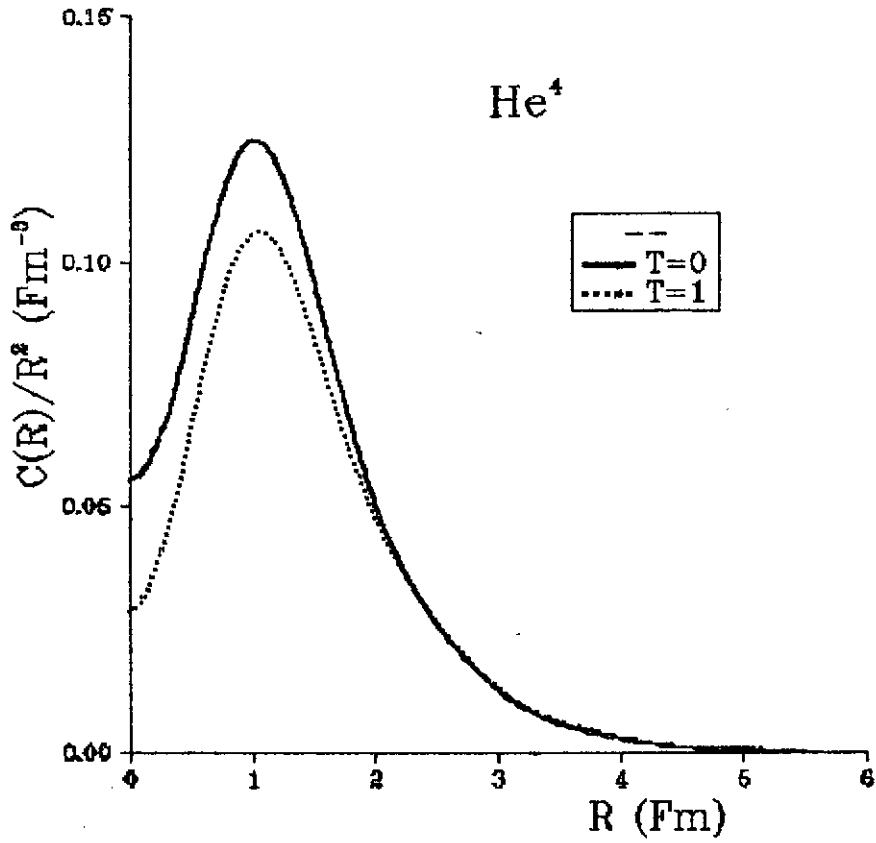


Figure 23

Densités de probabilité à deux corps $\rho_{T=0}$ et $\rho_{T=1}$ obtenues à l'aide du potentiel SSC(C) pour 4He .

Nous constatons à nouveau une grande analogie avec les mêmes quantités obtenues pour le triton ou le deuteron. Pour rendre cette comparaison plus impressionnante, nous avons reporté sur la figure 24 les quantités $x^2 \rho(x)$ pour le canal $T = 0$ (le seul présent pour le deuton) calculées dans les systèmes à 2 corps, à 3 corps et à 4 corps.

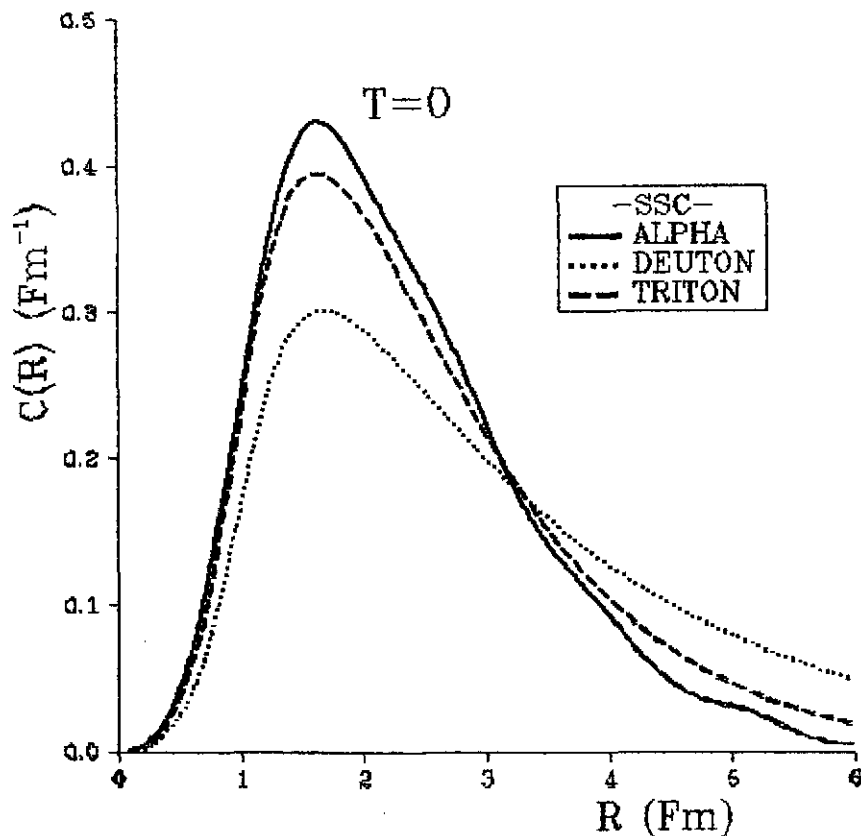
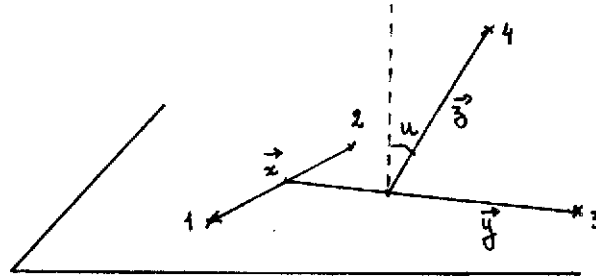


Figure 24

Densités de probabilité à 2 corps dans le canal $T=0$ obtenues avec le potentiel SSC(C) pour l' ^2H , l' ^3H et l' ^4He .

Elles ont été renormalisées afin que l'intégrale vaille 1 pour ces 3 courbes. Il est remarquable qu'elles soient voisines; à courte portée les courbes sont presque confondues et il faut noter qu'elles passent par leur maximum pour la même valeur de x . Pourtant la densité du deuton est un peu plus tassée et a tendance à plus s'étaler à longue portée. Globalement néanmoins on peut considérer que les corrélations à deux corps, surtout à courte portée, ne sont pas très sensibles à l'entourage de ces deux corps. Ainsi, donc un deuton reste un deuton même s'il est environné d'une ou de deux particules. On s'attend à ce qu'il en soit ainsi pour un deuton plongé dans un noyau quelconque mais dans ce cas là la démonstration va reposer sur un modèle du noyau et donc perdre un peu de sa puissance. Ici nous pouvons montrer que ce résultat est indépendant du modèle puisque nous avons résolu l'équation de Schrodinger de façon quasi exacte. Une telle conclusion est fondamentale et pour tout dire heureuse. La physique nucléaire serait infiniment plus compliquée si les corrélations dépendaient de l'environnement car il faudrait alors pratiquement développer des modèles et des potentiels noyau par noyau.

Pour terminer, nous allons voir l'influence de 3 particules sur la 4^{ème} en étudiant des corrélations à 4 corps. Pour les visualiser correctement, il faut malgré tout imposer certaines contraintes car nous avons beaucoup trop de variables. Nous allons tout d'abord supposer que les 3 particules dans leur plan ne sont soumises qu'à avoir un hyper-rayon $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ fixé. Nous repérerons la 4^{ème} particule par sa distance z au centre de masse de (1,2,3) et par son angle θ (ou plus exactement $u = \cos \theta$) par rapport à la normale à ce plan. La situation est résumée sur le schéma ci-dessous.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$u = \frac{\vec{z} \cdot (\vec{x} \times \vec{y})}{z |\vec{x} \times \vec{y}|}$$

La densité correspondante est donc :

$$\rho(r, z, u) = \frac{\langle \Psi | \delta(r_{op} - r) \delta(z_{op} - z) \delta(u_{op} - u) | \Psi \rangle}{r} \quad (\text{IX.9})$$

qui est normalisée à

$$\int \rho(r, z, u) r dr dz du = 1 \quad (\text{IX.10})$$

Cette densité est visualisée sur la figure 25 où nous avons étalé des clichés correspondant à plusieurs valeurs de l'hyper-rayon r (noté RHO ici). Le centre de masse des particules (1,2,3) est au centre du cliché et le plan de ces particules est le plan médian perpendiculaire à la figure. La normale au plan est donc la médiatrice verticale. La densité de probabilité de la 4^{ème} particule est reportée en tranches de nuances différentes. Les clichés de plus grande probabilité sont ceux du milieu. On constate que l'hélium 4 est un noyau très compact puisque l'hyper-rayon correspondant à la configuration de probabilité maximale vaut 2.5 Fm (se souvenir que le deuton a un rayon de masse encore plus grand) et que la 4^{ème} particule vient se mettre sur la normale à une distance d'environ 1.5 Fm. Ce noyau acquiert essentiellement une structure en tétraèdre régulier, ce qui est une façon optimale de maximiser l'énergie de liaison. Pourtant, on remarque que si l'on tire sur les trois particules du plan (augmentation de l'hyper-rayon), la 4^{ème} a de plus en plus tendance à venir se mettre également dans ce plan en abandonnant la structure en tétraèdre. Malgré tout, un étirement très grand est aussi très improbable dans la dynamique du système.

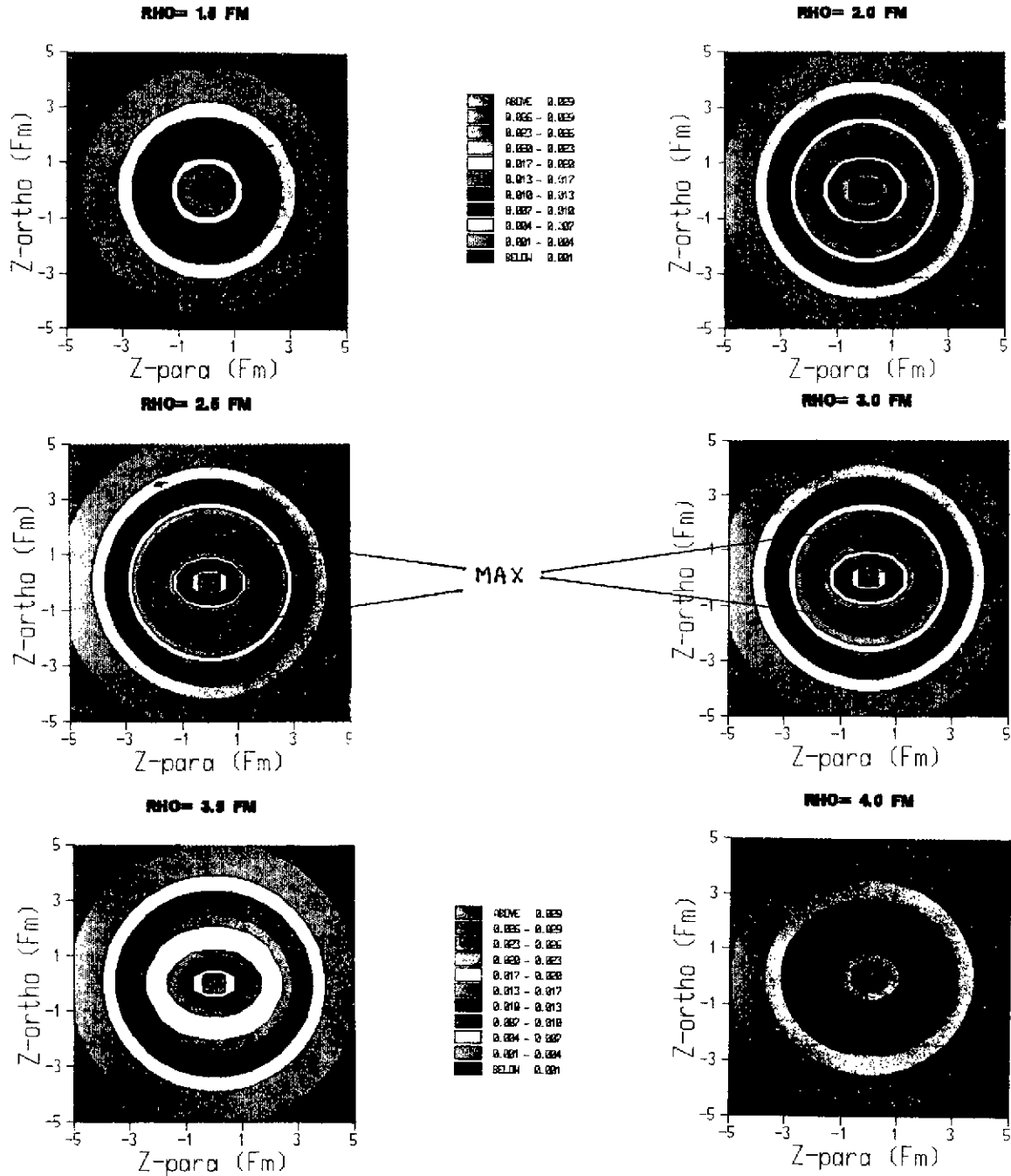


Figure 25

Densité de présence à 4 corps dans ${}^4\text{He}$ obtenues à l'aide du potentiel SSC(C). Les contraintes imposées ainsi que les explications nécessaires sont indiquées dans le texte.

X. Conclusions

Dans ce cours, nous avons essayé de montrer comment, en partant des principes fondamentaux connus à l'heure actuelle, on peut construire des systèmes de plus en plus complexes. Les baryons tout d'abord. Nous avons montré que les corrélations pouvaient dans certains cas conduire à des structures de type quark-diquark. Ces structures émergent grâce à un jeu subtil entre l'asymétrie du système, les forces de spin, le principe de Pauli et les relations d'incertitude de Heisenberg. En particulier, la force hyperfine et le principe de Pauli ont un effet décisif à cet égard. Ce sont justement ces mêmes ingrédients qui sont à la base de la forte répulsion à courte portée de l'interaction nucléon-nucléon. Cette partie de l'interaction est à présent comprise comme un mécanisme d'échange de quarks lorsque deux agrégats de trois quarks (baryons) se recouvrent. Le potentiel résultant est fortement non local. Si on ajoute artificiellement un potentiel local phénoménologique à longue portée, on parvient à une bonne description des déphasages de l'interaction nucléon-nucléon. Pour cela, une fonction d'onde correcte par les baryons est absolument cruciale. Avec le même genre de formalisme, nous avons montré que l'inclusion du degré de liberté de l'étrangeté peut, dans certaines conditions, favoriser grandement la stabilité d'un système exotique vis à vis de sa désintégration sous les interactions fortes. En particulier, le dibaryon H serait lié à la limite de la symétrie $SU(3)_F$. La brisure de cette symétrie, toutefois, favorise beaucoup plus le seuil $\Lambda\Lambda$ et au bout du compte, il semble que le $d_{11}\lambda$ ne soit pas lié.

Avec la même philosophie, nous avons étudié les systèmes nucléaires les plus simples ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ${}^4\text{He}$; grâce aux potentiels nucléon-nucléon sophistiqués à notre disposition et aux techniques mathématiques de résolution des problèmes à peu de corps, nous sommes capables de calculer de bonnes fonctions d'onde pour ces systèmes. A partir de là, nous avons axé ce cours sur les corrélations à l'intérieur de ces noyaux. Nous avons présenté quelques photos des densités à deux, trois et quatre corps. Nous avons montré que les corrélations, étant à courte portée, dépendent assez peu de l'environnement, ce qui est une conclusion fort heureuse pour la physique nucléaire.

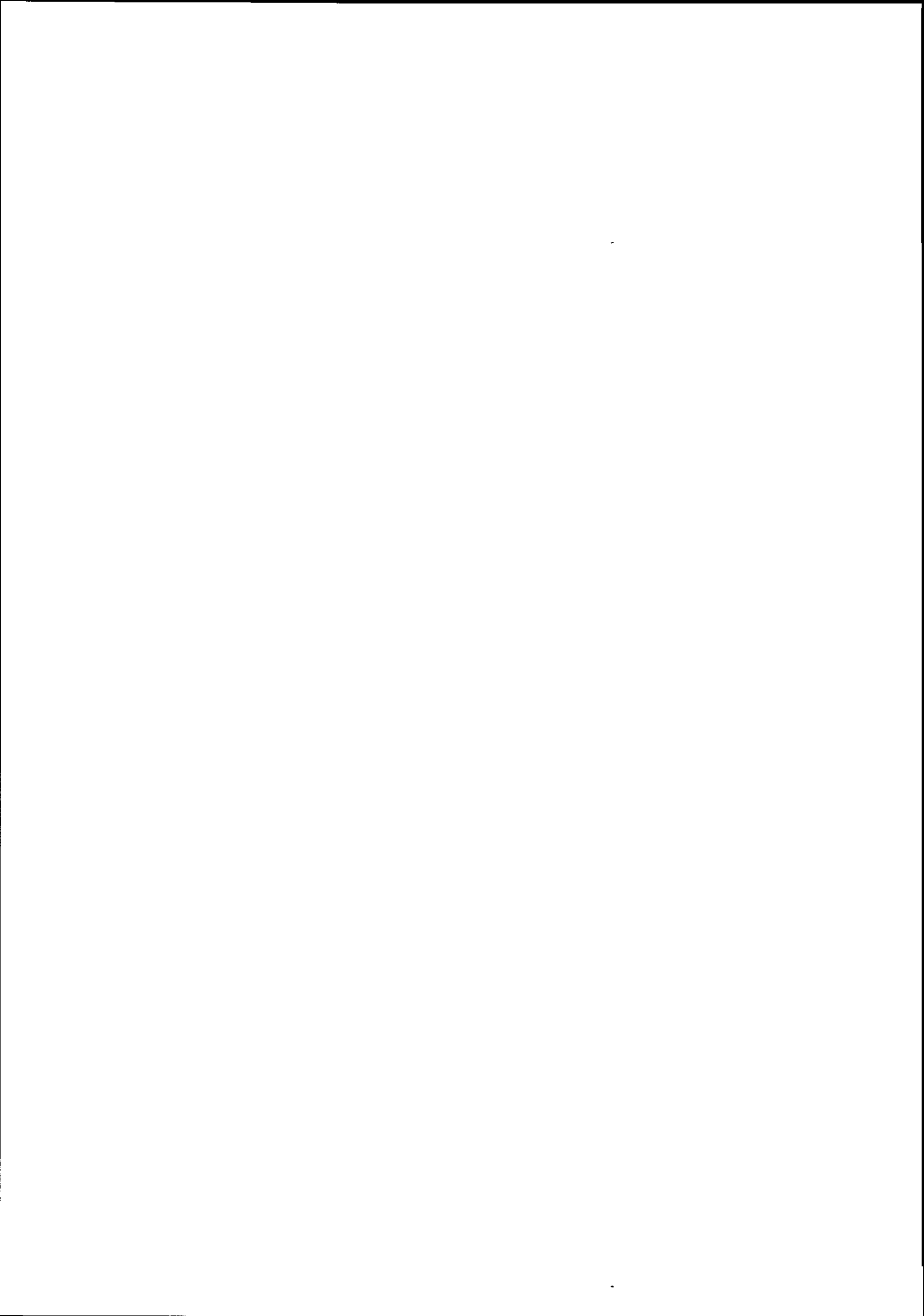
Remerciements.

Ce cours devait être présenté initialement par Claude Gignoux. Il l'aurait probablement rédigé autrement et avec sa propre empreinte. Nous avons eu ensemble de longues discussions, enrichissantes à tous points de vue qui m'ont permis de mieux approfondir et souvent d'éclaircir certaines notions importantes. Ce cours lui doit beaucoup, qu'il en soit remercié. Je n'aurai garde d'oublier dans ces remerciements l'aide précieuse que m'a fournie Jacques Cerba pour la compréhension du problème à 4 corps. C'est également lui l'auteur des courbes de corrélations à deux corps dans les noyaux ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ${}^4\text{He}$ ainsi que des corrélations à 4 corps dans l' ${}^4\text{He}$. Une bonne partie des conclusions de la dernière partie est le fruit de sa thèse; je lui suis très reconnaissant de m'avoir fourni toute cette matière.

Références

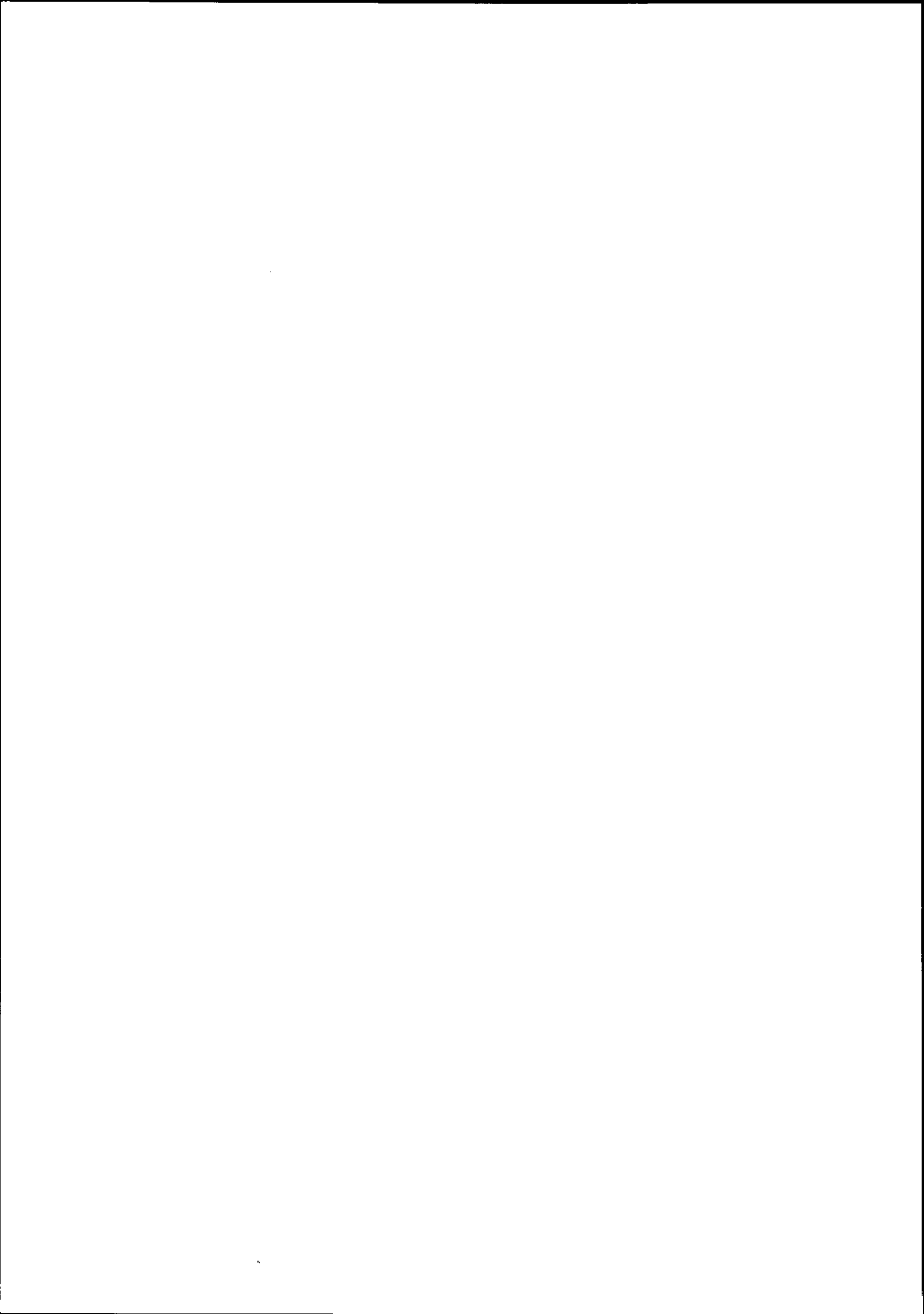
1. Pour les théories de jauge, consulter par exemple :
I.J.R. Aitchison, A.J.G. Hey, Gauge theories in particle physics, Ed. Adam Hilger, LTD, Bristol pour un traitement compréhensible de la QCD, voir par exemple :
F. Halzen, A.D. Martin, Quarks and Leptons, Ed. John Wiley & sons.
2. Voir par exemple :
G. Schierholz dans "Quarks and nuclear structure", Proceedings of the International Symposium, Bad Honnef, Germany 1983, ed. K. Bleuler (Springer, Berlin 1984).
M. Creutz, L. Jacobs, C. Rebbi, Phys. Rep. 95 (1983) 201.
3. G. Holzwarth; B. Schwesinger, Rep. Prog. Phys. 49 (1986) 825.
4. A.W. Thomas, Advances in Nuclear Physics, Vol. 13, p. 1, ed. J.W. Negele et E. Vogt (Plenum, New-York 1984).
5. H.J. Lipkin, Nucl. Phys. A446 (1985) 409 c.
6. K. Wildermuth et Y.C. Tang, A unified theory of the nucleus (Vieweg) 1977.
7. M. Moshinsky, Nucl. Phys. 13 (1959) 104.
8. I. Talmi, Helv. Phys. Acta 25 (1952) 185.
9. T.A. Brody et M. Moshinsky, Tables of transformation brackets for nuclear shell model calculation (2nd edition) (Gordon & Breach), 1967.
10. M. Moshinsky, Cargese lectures in Physics, ed. M. Jean (1969) Vol. 3.
11. B. Silvestre-Brac, J. Physique 46 (1985) 1087.
12. A. De Rujula, H. Georgi et S.L. Glashow, Phys. Rev. D12 (1975) 47.
13. F. Close, An introduction to quarks and partons. Academic Press (1979).
14. R.K. Bhaduri, L.E. Cohler, Y. Nogami, Nuovo Cim. 65A (1981) 376.
15. B. Silvestre-Brac et C. Gignoux, Phys. Rev. D32 (1985) 743.
16. B. Silvestre-Brac, 9ème session d'études biennale de physique nucléaire, Aussois 9-13 mars 1987 - C13.1.
17. L. Eisenbud et E. Wigner, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S. 27 (1941) 28.
18. H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Japan 17 (1935) 48.
19. C. De Tar, Phys. Rev. D17 (1978) 323, D19 (1979) 1451.
20. A. Jackson, A.D. Jackson et V. Pasquier, Nucl. Phys. A432 (1985) 567, A457 (1986) 687.
21. D.A. Liberman, Phys. Rev. D16 (1977) 1542.
M. Harvey, Nucl. Phys. A352 (1981) 326.
C.S. Warkø, R. Shankar, Phys. Rev. C21 (1980) 2643.
22. M. Cvetič, B. Golli, N. Mankoc-Borštnik, M. Rosina, Nucl. Phys. A395 (1983) 349.
23. Pour des références complètes, consulter
M. Oka, K. Yazaki, Quarks and nuclei, ed. W. Weise, Int. Rev. of Nucl. Phys. Vol. 1 (1984) 489.
Pour la méthode de résolution proposée dans ce cours, voir :
B. Silvestre-Brac, J. Carbonell, C. Gignoux, Phys. Lett. 179B (1986) 9.
C. Gignoux, B. Silvestre-Brac, Rapport Int .ISN 86.42.
24. J.A. Wheeler, Phys. Rev. 52 (1937) 1083.
25. R.A. Malfliet, J.A. Tjon, Nucl. Phys. A127 (1969) 161.
26. R.L. Jaffe, Phys. Rev. Lett. 38 (1976) 195.
27. J.L. Rosner, Phys. Rev. D33 (1986) 2043.
28. B. Silvestre-Brac, J. Carbonell, C. Gignoux, Journées d'Etudes sur la physique des énergies intermédiaires, Orsay 11-13 fév. 1987.
B. Silvestre-Brac, J. Carbonell, C. Gignoux, à paraître dans Phys. Rev. D.
M. Oka, K. Shimizu, K. Yazaki, Phys. Lett. 130B (1983) 365.
M. Oka, K. Shimizu, K. Yazaki, Nucl. Phys. A464 (1987) 700.
voir aussi réf. 23.

29. M. Lacombe et al, Phys. Rev. C21 (1980) 861.
M. Lacombe et al, Phys. Lett. 101B (1981) 139.
30. R. Machleidt, K. Holinde, Ch. Elster, Phys. Rep. 149 (1987) 1.
31. R.V. Reid, Ann. Phys. (N.Y.) 50 (1968) 411.
32. R. De Tourreil, D.W.L. Sprung, Nucl. Phys. A201 (1973) 193.
33. A. Laverne, C. Gignoux, Nucl. Phys. A203 (1973) 597.
34. O.A. Yakuboski, Sov. J. Nucl. Phys. 5 (1967) 937.
35. S.P. Merkuriev, S.L. Yakovlev, C. Gignoux, Nucl. Phys. A431 (1984) 125.



DIFFUSION D'ELECTRONS SUR LE DEUTERIUM

S. Platchkov



DIFFUSION D'ELECTRONS SUR LE DEUTERIUM

S. Platchkov

Service de Physique Nucléaire - Haute Energie
CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

Résumé

Nous présentons ici quelques résultats expérimentaux obtenus par diffusion d'électrons sur le deutérium. Les mesures sur la fonction de structure $A(q^2)$ du deutérium sont utilisées pour déterminer au prix de quelques hypothèses, le facteur de forme électrique du neutron. Les sections efficaces d'électrodésintégration du deuton au seuil sont montrées pour illustrer l'importance des courants d'échange de mésons dans les noyaux. Les limites des interprétations théoriques actuelles sont discutées.

Abstract

Selected electron scattering experiments on the deuteron system are discussed. The main advantages of the electromagnetic probe are recalled. The deuteron $A(q^2)$ structure function is analyzed and found to be very sensitive to the neutron electric form factor. Electrodisintegration of the deuteron near threshold is presented as evidence for the importance of meson exchange currents in nuclei.

I. INTRODUCTION

Les noyaux de masse $A=2$ et $A=3$ jouent un rôle privilégié en physique nucléaire. Leurs fonctions d'onde peuvent être calculées pratiquement sans approximations, en partant d'un potentiel nucléon-nucléon réaliste. Pour cela on doit résoudre l'équation de Schrödinger pour le deutérium ou les équations de Faddeev pour le trinucleon. A partir des fonctions d'onde on calcule les observables de ces noyaux, qui peuvent ensuite être comparées aux résultats expérimentaux. Nous nous intéresserons ici plus particulièrement aux facteurs de forme électromagnétiques du deutérium.

En diffusion d'électrons, étudier les facteurs de forme revient à étudier la distribution spatiale des charges et des courants dans le noyau. On mesure les facteurs de forme en fonction du moment transféré. Plus le moment transféré est grand, plus le comportement des facteurs de forme devient sensible à la structure en courte distance de l'interaction entre deux nucléons. Actuellement la plupart des facteurs de forme sont connus jusqu'à $q=1$ GeV/c. Ils sont ainsi sensibles à des distances aussi petites que 0,5 fm. Dans ce séminaire nous présenterons une partie des résultats expérimentaux récemment obtenus à Saclay. Nous commencerons par rappeler les propriétés spécifiques de la diffusion d'électrons. Ensuite nous verrons comment, à partir de la fonction de structure $A(q^2)$ du deutérium, on peut tirer des informations sur le facteur de forme électrique du neutron. Finalement nous discuterons la section efficace d'électrodésintégration du deuton au seuil, qui fournit la preuve la plus convaincante de la présence de mésons dans le noyau.

II. LA DIFFUSION D'ELECTRONS

La diffusion d'électrons¹ est un outil particulièrement puissant pour l'étude des noyaux et ceci pour plusieurs raisons. Premièrement, l'électron incident n'interagit que très faiblement avec le noyau-cible. L'interaction électromagnétique est en effet gouvernée par la constante de

couplage $\alpha = 1/137$ qui est environ deux ordres de grandeur plus petite que la force caractéristique de l'interaction forte. Le noyau étudié n'est donc pratiquement pas perturbé pendant l'interaction. Deuxièmement, l'interaction électromagnétique est très bien connue ; elle est décrite par une théorie exacte, l'électrodynamique quantique. Il n'y a donc pas d'incertitudes expérimentales liées au mécanisme de réaction. Dans l'approximation à un photon, l'électron incident n'interagit qu'une seule fois avec le noyau-cible, en échangeant un photon virtuel. Le photon virtuel transfère au noyau une quadri-impulsion $q = (\vec{q}, \omega)$ (fig. 1). En fonction de l'énergie incidente E et de l'angle de diffusion θ , on écrit :

$$q^2 = 4EE' \sin^2(\theta/2)$$

où E' est l'énergie de l'électron diffusé. On a :

$$\frac{E'}{E} = \left(1 + \frac{2E}{M} \sin^2(\theta/2)\right)^{-1}$$

M étant la masse du noyau-cible.

L'approximation à un photon est presque exacte, ce qui simplifie beaucoup l'interprétation du processus de diffusion. En transférant au noyau une impulsion q , on "éclaire" le noyau avec une longueur d'onde $1,5/q$. En variant l'impulsion transférée, on varie la longueur d'onde du microscope électronique ainsi obtenu. On peut mesurer une figure de diffraction complète, ce qui permet de déduire la taille de l'objet observé par simple transformée de Fourier. Il est évident que pour atteindre les petites longueurs, l'impulsion transférée doit être élevée. Pour des distances de l'ordre de 0,5 fm, il est nécessaire d'avoir des énergies incidentes d'au moins 500 MeV. A l'accélérateur linéaire de Saclay l'énergie maximale disponible actuellement est de 700 MeV.

En fonction de l'impulsion transférée la section efficace élastique de diffusion d'électrons s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M \frac{E'}{E} \left[A(q^2) + \frac{1}{2} \tan^2 \frac{\theta}{2} B(q^2) \right]$$

où $(d\sigma/d\Omega)_M$ est la section efficace de Mott (pour un noyau ponctuel sans spin). Les invariants relativistes $A(q^2)$ et $B(q^2)$ sont appelés fonctions de structure. Toute l'information sur la structure du noyau est contenue dans les fonctions de structure. Une telle représentation est très commode car elle sépare les termes qui dépendent de θ de ceux qui n'en dépendent pas. La section efficace peut aussi être exprimée en fonction des facteurs de forme individuels. En diffusion élastique sur un noyau de spin J_0 , il y a $2J_0 + 1$ transitions possibles vers le même état J_0 . Pour le deutérium par exemple, où $J_0=1$, les facteurs de forme sont au nombre de trois.

Un exemple typique de diffusion d'électrons est montré sur la fig. 2. Les électrons incidents ont été diffusés par une cible de ^{208}Pb [réf.2]. L'état fondamental de ce noyau a un spin $J_0=0$, donc un seul facteur de forme contribue à la section efficace. La transformée de Fourier de ce facteur de forme $F(q)$ n'est autre que la distribution de charge $\rho(r)$ du ^{208}Pb :

$$F(q) = \int_0^\infty \rho(r) e^{-iqr} r^2 dr$$

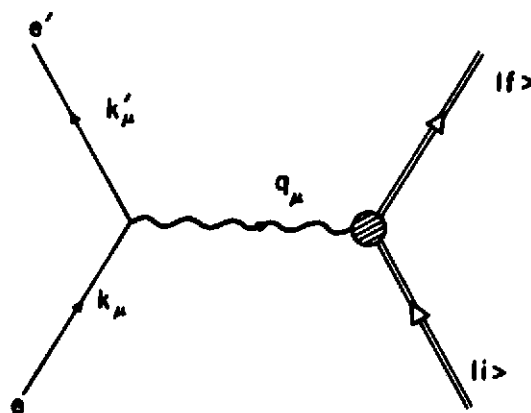
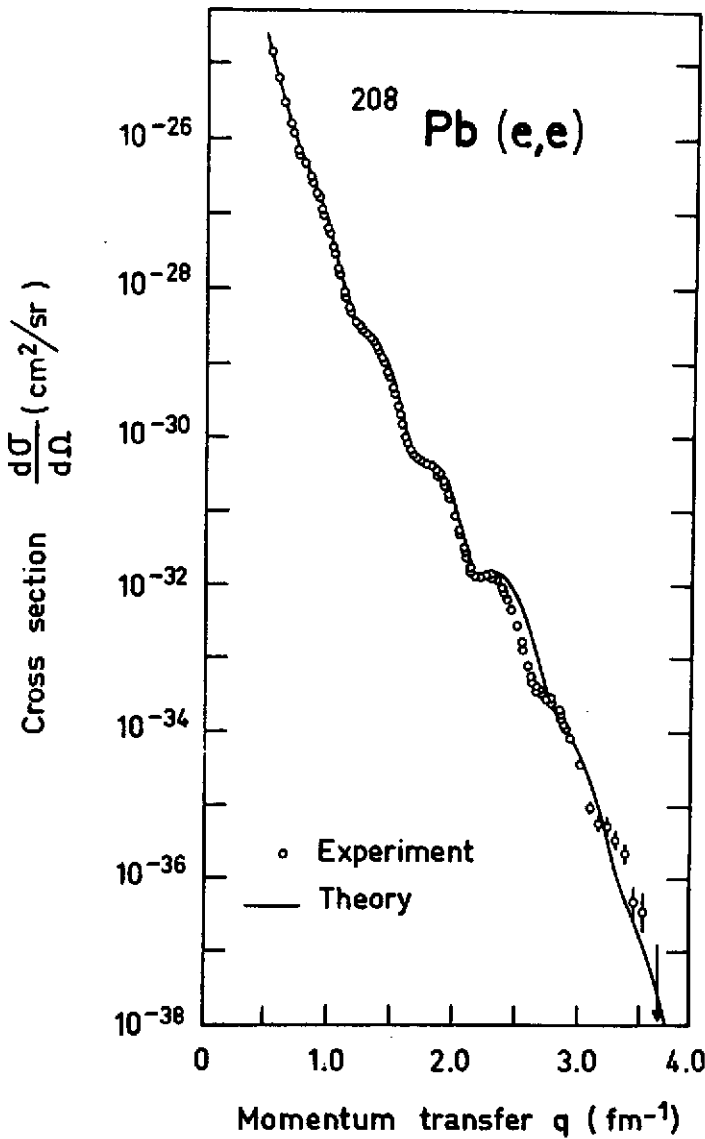


Fig. 1 - La diffusion d'électrons dans le cadre de l'approximation à un photon (approximation de Born).



On remarque que la section efficace sur ce noyau est mesurée jusqu'à $q=4$ fm⁻¹. Des impulsions transférées élevées sont nécessaires pour obtenir une bonne précision sur la densité de charge à l'intérieur du noyau. On arrive expérimentalement à une précision de l'ordre de 1 % (fig. 3), ce qui permet des comparaisons très fines avec les calculs théoriques existants.

Fig. 2 - Sections efficaces élastiques sur le noyau ^{208}Pb .

Mesurer des sections efficaces à des q élevés signifie cependant mesurer des sections efficaces très faibles. Sur la fig. 2 on observe une décroissance d'environ 12 ordres de grandeur entre 0 et 4 fm⁻¹. La section efficace la plus basse est proche de 10^{-39} cm²/sr. De telles mesures sont évidemment très difficiles. Pour les effectuer on doit avoir une intensité d'électrons élevée (typiquement quelques dizaines de μA ou environ 10^{14} particules/sec), une cible épaisse, un grand angle solide et surtout une très bonne réjection du bruit de fond. En effet, les sections efficaces de 10^{-39} cm²/sr sont équivalentes (pour une installation typique de diffusion d'électrons) à quelques événements par jour. On doit pouvoir séparer ces événements des événements fortuits qui pourraient avoir lieu. Les expériences décrites ci-dessous ont été réalisées dans la salle expérimentale HE1 (fig. 4) auprès de l'accélérateur linéaire de Saclay. Les électrons sont analysés par un spectromètre magnétique et détectés dans quatre chambres à fils, deux rangées de scintillateurs et un Cerenkov. Le bruit de fond de ce système est réduit à des valeurs négligeables.

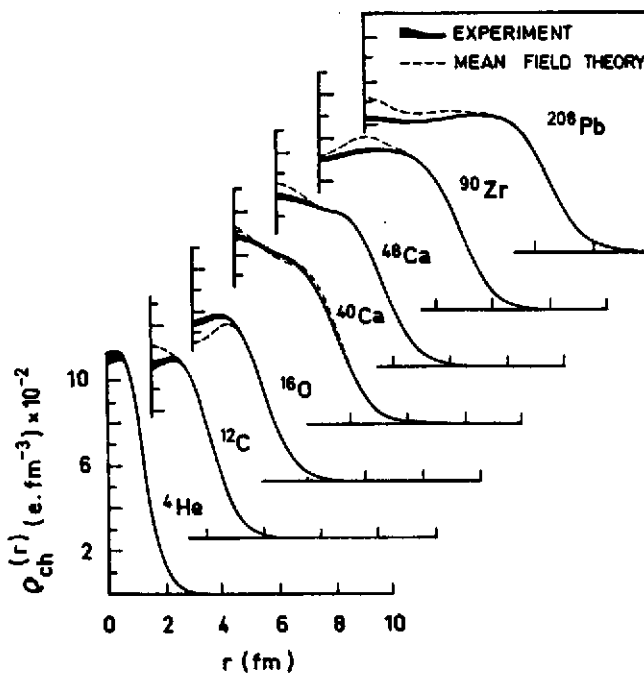


Fig. 3 - Distributions de charge déduites des expériences de diffusion d'électrons. Les courbes (—) tiennent compte des incertitudes expérimentales.

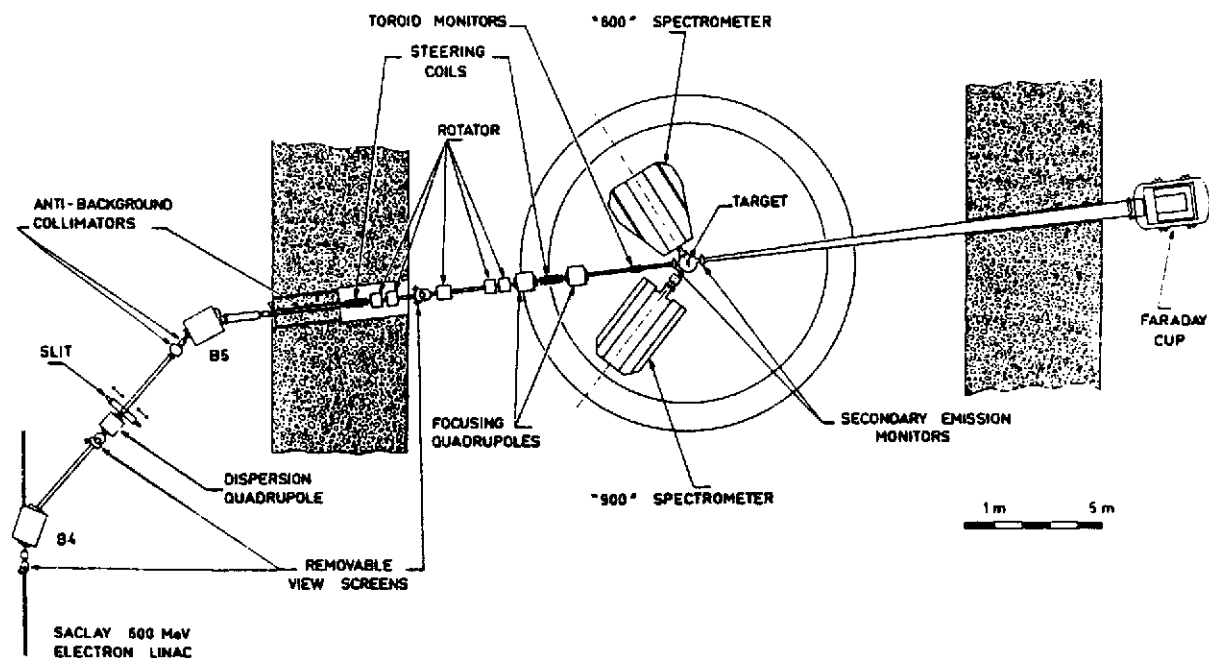


Fig. 4 - La salle expérimentale HEI.

III. LA FONCTION DE STRUCTURE $A(q^2)$ DU DEUTERIUM

Le deutérium possède un moment angulaire total $J_0=1$ dans son état fondamental. Trois facteurs de forme contribuent à la section efficace élastique. Les fonctions de structure et les facteurs de forme sont reliés par les égalités suivantes³ :

$$A(q^2) = G_0^2(q^2) + \frac{8}{9} \eta^2 G_2^2(q^2) + \frac{2}{3} \eta G_1^2(q^2)$$

$$B(q^2) = \frac{3}{4} \eta(1 + \eta) G_1^2$$

$$\eta = \frac{q^2}{4M^2}$$

où les G_0 , G_1 et G_2 sont les facteurs de forme de charge, magnétique et quadrupolaire respectivement. En approximation d'impulsion chacun de ces facteurs de forme s'exprime comme :

$$G_0(q^2) = G_{ES}(q^2) C_E(q^2)$$

$$G_1(q^2) = \frac{M}{m} [G_{MS}(q^2) C_S(q^2) + G_{ES}(q^2) C_L(q^2)]$$

$$G_2(q^2) = G_{ES}(q^2) C_Q(q^2)$$

Ici $G_{ES}(q^2)$ et $G_{MS}(q^2)$ sont les facteurs de forme isoscalaires électrique et magnétique du nucléon, M et m sont les masses du deuton et du nucléon respectivement. Les quantités $C_E(q^2)$, $C_\theta(q^2)$, $C_S(q^2)$ et $C_L(q^2)$ sont des intégrales sur les fonctions d'onde S et D du deutérium. On voit qu'en approximation d'impulsion, les facteurs de forme du deutérium ne dépendent que des facteurs de forme du nucléon libre et de l'interaction nucléon-nucléon utilisée pour calculer les fonctions d'onde. Le deutérium ayant un isospin $T=0$, tous les facteurs de forme élastiques sont des transi-

tions isoscalaires. Expérimentalement on sépare $A(q^2)$ et $B(q^2)$ en effectuant des mesures au même moment transféré q^2 mais à des angles de diffusion θ différents. Comme on peut le voir, mesurer $B(q^2)$ revient à mesurer le facteur de forme magnétique $G_1(q^2)$. En revanche on ne peut séparer les facteurs de forme de charge $G_0(q^2)$ et quadrupolaire $G_2(q^2)$ qu'en faisant des mesures de polarisation. De telles mesures sont envisagées au laboratoire Bates-MIT (USA) pour la fin de l'année 1987.

A Saclay nous avons récemment mesuré $A(q^2)$ [réf.⁴] dans la région en moment transféré allant de 1 à 18 fm^{-2} . Dans cette région la contribution due au facteur de forme magnétique est négligeable. Les deux autres facteurs de forme dépendent, à travers G_{ES} , du facteur de forme électrique du neutron G_{EN} . (Rappelons que $G_{ES} = G_{EP} + G_{EN}$). Les sections efficaces obtenues sont très précises ; la plupart des erreurs statistiques sont inférieures à 1 %. L'incertitude systématique est de 2 %. Les sections efficaces mesurées contiennent une contribution magnétique. Nous l'avons soustraite en utilisant un ajustement sur nos mesures antérieures de $B(q^2)$.

Nos mesures sur $A(q^2)$ ne sont pas les premières. Les données antérieures⁶ sont montrées sur la fig. 5 sous forme de déviations par rapport à la prédiction obtenue avec le potentiel de Paris⁷. Les autres courbes ont été obtenues en utilisant les potentiels nucléon-nucléon RSC [réf.⁸], Argonne V14 [réf.⁹], HMI [réf.¹⁰] et Bonn¹¹, mais toujours le même facteur de forme électrique du neutron, celui de Galster et al.¹². A $q^2=15 \text{ fm}^{-2}$ ces prédictions diffèrent de 20 % environ. La précision des anciennes données n'est pas suffisante pour les séparer.

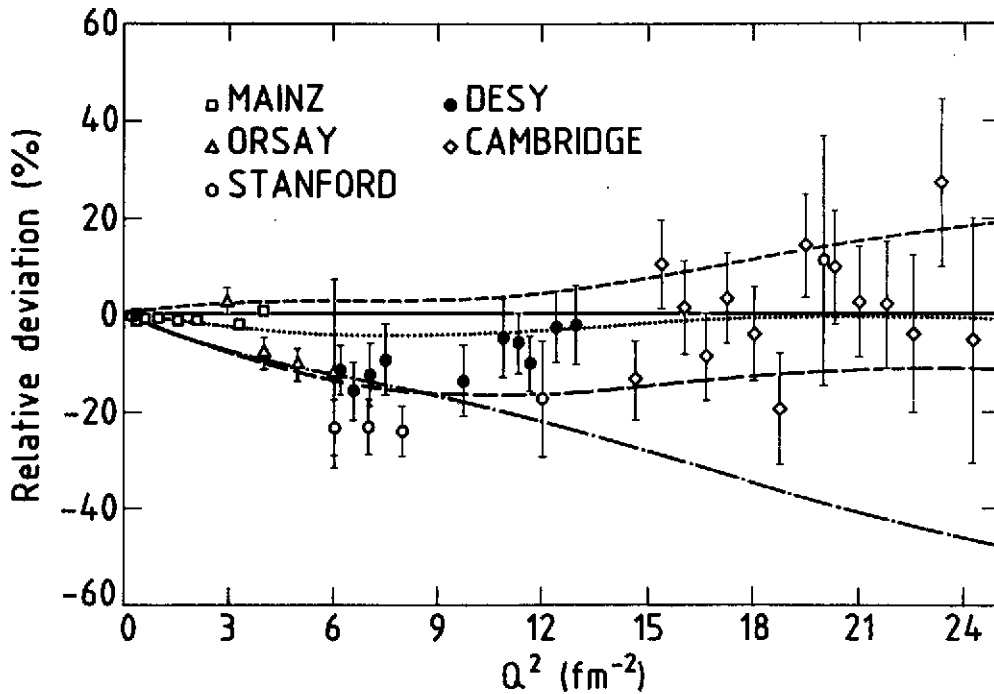


Fig. 5 - La fonction de structure $A(q^2)$ du deutérium. Les données sont montrées comme des déviations par rapport à la prédiction obtenue avec le potentiel de Paris. Les autres prédictions ont été obtenues avec les potentiels RSC (---), Argonne V14 (...), HMI (---) et Bonn (-.-.).

La fig. 6 montre les mesures effectuées à Saclay. On note que la précision expérimentale a été largement améliorée. Les données pourraient être maintenant utilisées pour choisir un potentiel nucléon-nucléon parmi ceux présentés sur la fig. 5. Cependant la fonction de structure $A(q^2)$ dépend également du facteur de forme électrique du neutron. Pour estimer cette dépendance on a calculé $A(q^2)$ en utilisant toujours le potentiel de Paris mais avec des paramétrisations différentes pour G_{EN} : celle de Galster et al.¹², qui est notre référence, celles de Höhler et al.¹³ et de

Gari et Krümpelmann¹⁴, ainsi que la valeur triviale $G_{EN}=0$. Ces différentes paramétrisations (fig. 7) donnent une idée des incertitudes actuelles sur le facteur de forme du neutron. En ce qui concerne $A(q^2)$, les différences obtenues à 15 fm^{-2} sont d'environ 50 %, à comparer avec les 20 % trouvés précédemment.

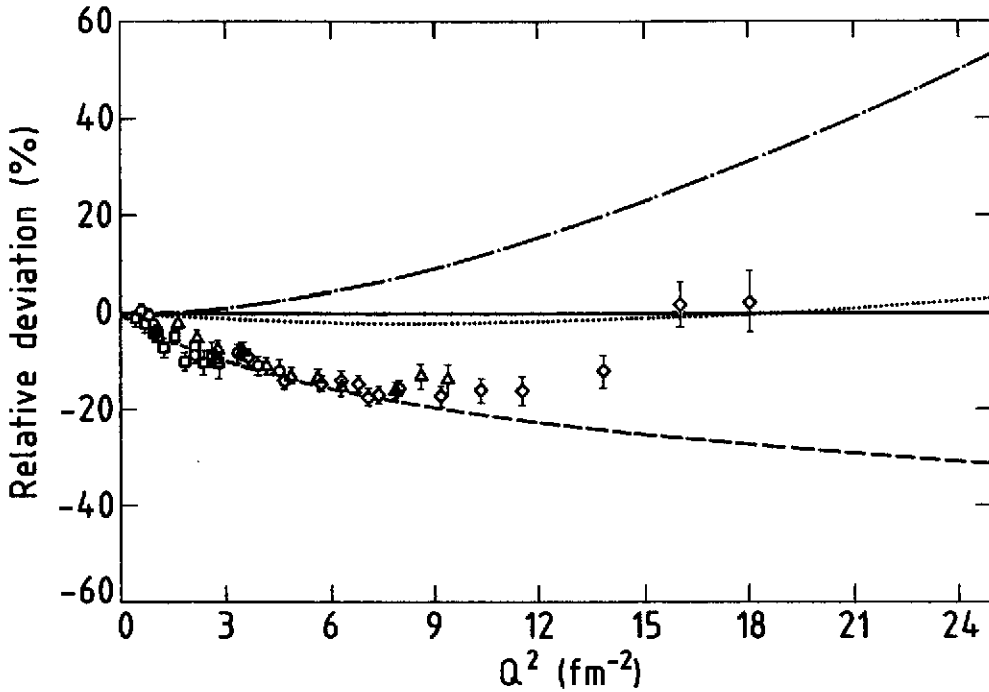


Fig. 6 - Les nouvelles données sur $A(q^2)$, montrées comme des déviations par rapport à la prédiction obtenue avec le potentiel de Paris et la paramétrisation de Galster pour G_{EN} . Les autres courbes ont été calculées avec les paramétrisations de Höhler et al.(...), Gari et Krümpelmann (-.-.-) et avec $G_{EN}=0$.

Pour déterminer la fonction d'onde du deuteron on résout l'équation de Schrödinger qui est non-relativiste. Ce n'est que récemment qu'on a entrepris des calculs permettant de déterminer les effets relativistes sur les fonctions de structure du deutérium. La fig. 8 montre les calculs relativistes de Zuilhof et Tjon¹⁵ et de Arnold, Carlson et Gross¹⁶. Sur cette figure on a tracé le rapport entre le calcul total et celui obtenu dans la limite non relativiste. On constate que les effets relativistes dans cette région sont faibles, de l'ordre de 10 %, et que les deux calculs prédisent des résultats quasiment identiques.

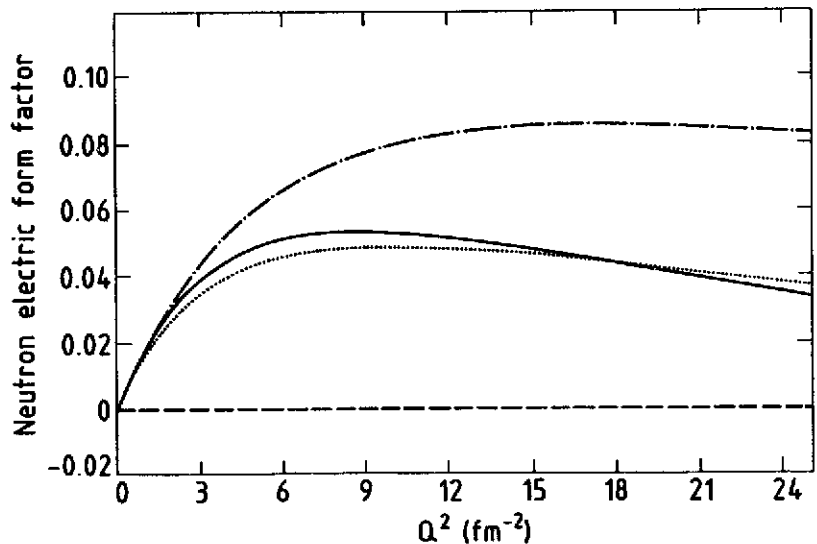


Fig. 7 - Le facteur de forme électrique du neutron, calculé par Galster et al.(—), Höhler et al.(...) et Gari et Krümpelmann (-.-.-).

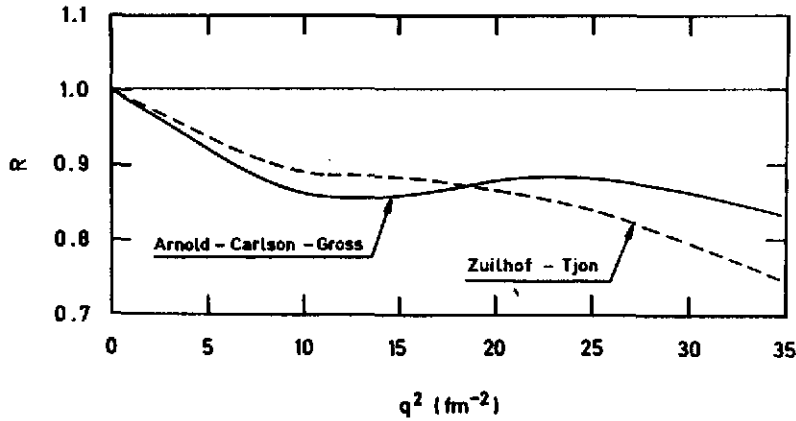


Fig. 8 - Rapport entre calcul relativiste et limite non relativiste pour les prédictions de Zuilhof et Tjon (---) et Arnold, Carlson et Gross (—).

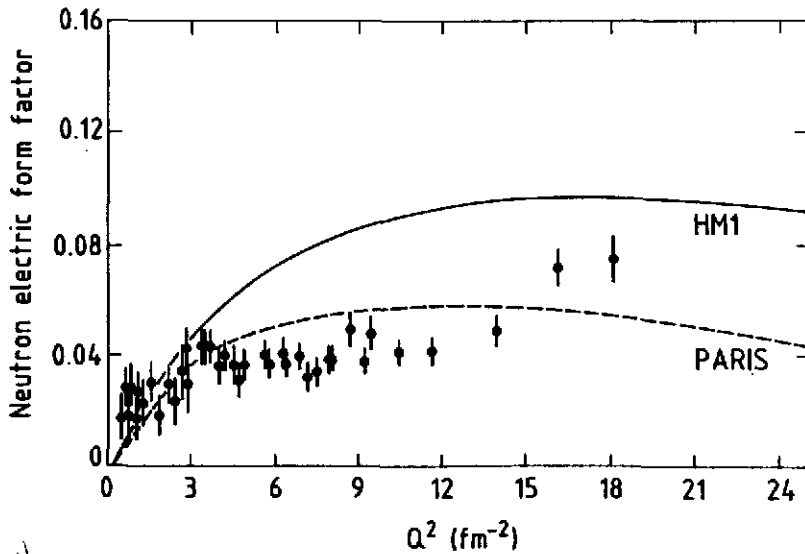


Fig. 9 - Facteur de forme électrique du neutron, déduit des données de Saclay, en utilisant le potentiel de Paris. La courbe (---) est le meilleur ajustement à ces données. La courbe (—) représente le meilleur ajustement, obtenu en utilisant le potentiel HMI.

On constate que la précision expérimentale est maintenant meilleure que la dépendance en modèle du facteur de forme. Les résultats ci-dessus montrent qu'à défaut de pouvoir déduire le facteur de forme du neutron, les données dont on dispose maintenant permettent de le corrélérer très fortement au potentiel nucléon-nucléon utilisé.

IV. L'ELECTRODESINTEGRATION DU DEUTON AU SEUIL

L'électrodésintégration du deutérium au seuil et aux angles proches de 180° est devenu maintenant l'exemple classique de processus dominé par les courants d'échange de mésons. Désintégrer le deutérium "au seuil" signifie qu'on sélectionne l'état 1S_0 pour les nucléons non-liés. La transition vers cet état domine la section efficace expérimentale pour des énergies relatives neutron-proton proches de zéro. Comme le deutérium a un moment angulaire total $J_0=1$, la transition vers

De cette analyse il résulte que la fonction de structure $A(q^2)$ est essentiellement sensible au facteur de forme électrique du neutron et dans une moindre mesure au potentiel nucléon-nucléon utilisé pour calculer la fonction d'onde du deuton. Par conséquent on peut, au prix d'hypothèses sur la fonction d'onde, déterminer le facteur de forme du neutron à partir de nos données. Pour ce faire on "corrige" d'abord les données expérimentales pour les effets relativistes d'après la réf. 15. On soustrait ensuite la contribution due à la structure du deuton, en calculant les intégrales C_E et C_Q ci-dessus à l'aide du potentiel de Paris. Cette procédure permet d'obtenir le facteur de forme isoscalaire du nucléon. Il ne reste plus qu'à soustraire le facteur de forme électrique du proton, qui est expérimentalement bien connu¹⁷. Le facteur de forme du neutron ainsi déduit est montré sur la fig. 9. La courbe (---) est un ajustement sur ces données obtenu en utilisant la formulation de Galster et al.¹². Pour estimer la dépendance en modèle de ces résultats on a effectué la même analyse avec le potentiel HMI ; le meilleur ajustement sur les données obtenues à partir de ce potentiel est représenté par la courbe (—). On constate que la précision expérimentale est maintenant meilleure que la dépendance en modèle du facteur de forme. Les résultats ci-dessus montrent qu'à défaut de pouvoir déduire le facteur de forme du neutron, les données dont on dispose maintenant permettent de le corrélérer très fortement au potentiel nucléon-nucléon utilisé.

un état $J=0$ est une transition magnétique de multipolarité 1 (M1). C'est également une transition isovectorielle car la paire neutron-proton change d'isospin. Expérimentalement on doit se placer à des angles proches de 180° pour favoriser la partie magnétique de la section efficace. La fig. 10 montre un spectre expérimental obtenu à 155° et à 300 MeV. On différencie très nettement le pic élastique du pic d'électrodésintégration, situé au seuil de cassure du deuteron (2,2 MeV). La largeur des pics est due à la résolution finie du système de détection. La section efficace d'électrodésintégration a été mesurée¹⁸ toujours au même angle de diffusion ($\theta=155^\circ$), mais à des énergies incidentes différentes. L'énergie la plus élevée (700 MeV) correspond à une impulsion transférée de 28 fm^{-2} .

La fonction d'onde du deuton à deux états de moment angulaire relatif $L=0$ (état 3S_1), et $L=2$ (état 3D_1). La section efficace purement nucléonique est proportionnelle au carré de la somme des amplitudes de transitions $^3S_1 \rightarrow ^1S_0$ et $^3D_1 \rightarrow ^1S_0$. Or, ces deux amplitudes ont des signes opposés et s'annulent autour de 12 fm^{-2} . Ceci est montré sur la fig. 11. La section efficace purement nucléonique présente un minimum d'interférence dans cette région. Expérimentalement un tel minimum n'est pas observé. Les sections efficaces mesurées¹⁸ (fig. 12) sont entre 10 et 100 fois plus élevées que les sections efficaces théoriques. Ce désaccord ne peut être expliqué qu'en considérant les contributions dues aux courants d'échange de mésons entre les nucléons. Des calculs tenant compte des courants d'échange ont été effectués par Hockert et al.¹⁹, Lock et Foldy²⁰, Leidemann et Arenhövel²¹ et Mathiot²². Le calcul de la réf. 22 tient compte des échanges de π et de ρ , ainsi que la création d'isobars virtuels Δ . L'effet de chacun de ces ingrédients est montré sur la fig. 12. La contribution dominante provient de l'échange de pions. Autour de 12 fm^{-2} cette contribution est suffisante pour expliquer le comportement de la section efficace. A son tour elle interfère destructivement avec l'amplitude purement nucléonique vers 25 fm^{-2} . Dans cette région on obtient un bon accord avec l'expérience en prenant en compte l'échange de ρ , ainsi que la création d'isobars Δ (fig. 12).

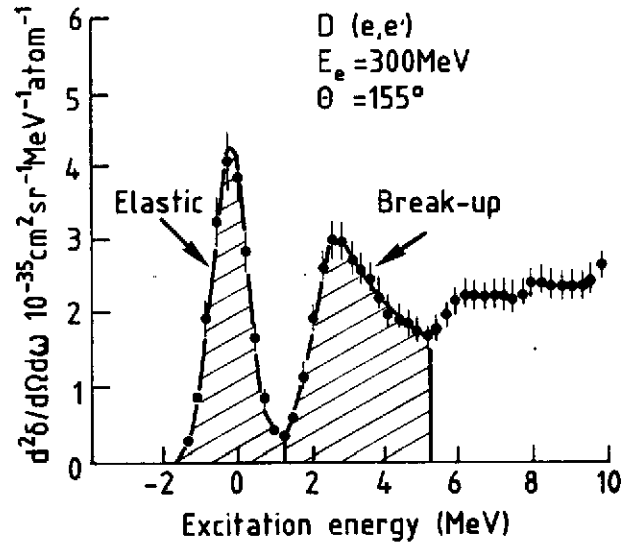


Fig. 10 - Spectre expérimental de diffusion d'électrons sur le deutérium.

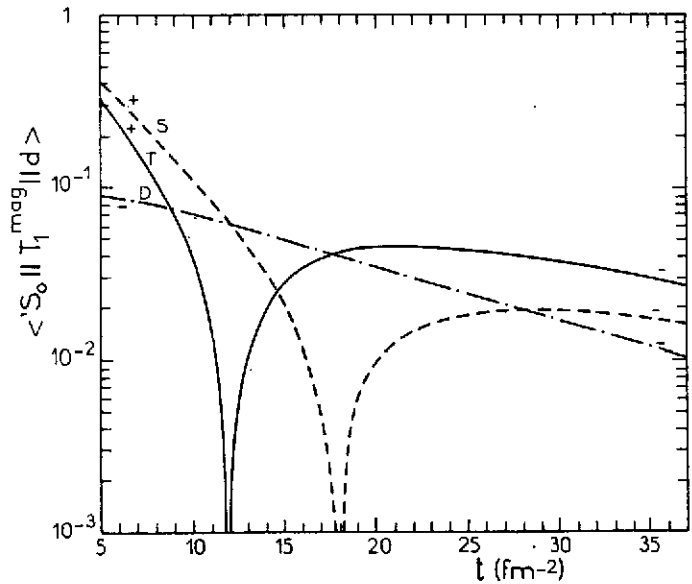


Fig. 11 - Amplitudes de transition à 1 corps vers l'état 1S_0 [réf. 22]. La courbe (---) représente l'amplitude due à l'état 3S_1 et la courbe (---) l'amplitude due à l'état 3D_1 . Leur somme est représentée par le trait plein (—).

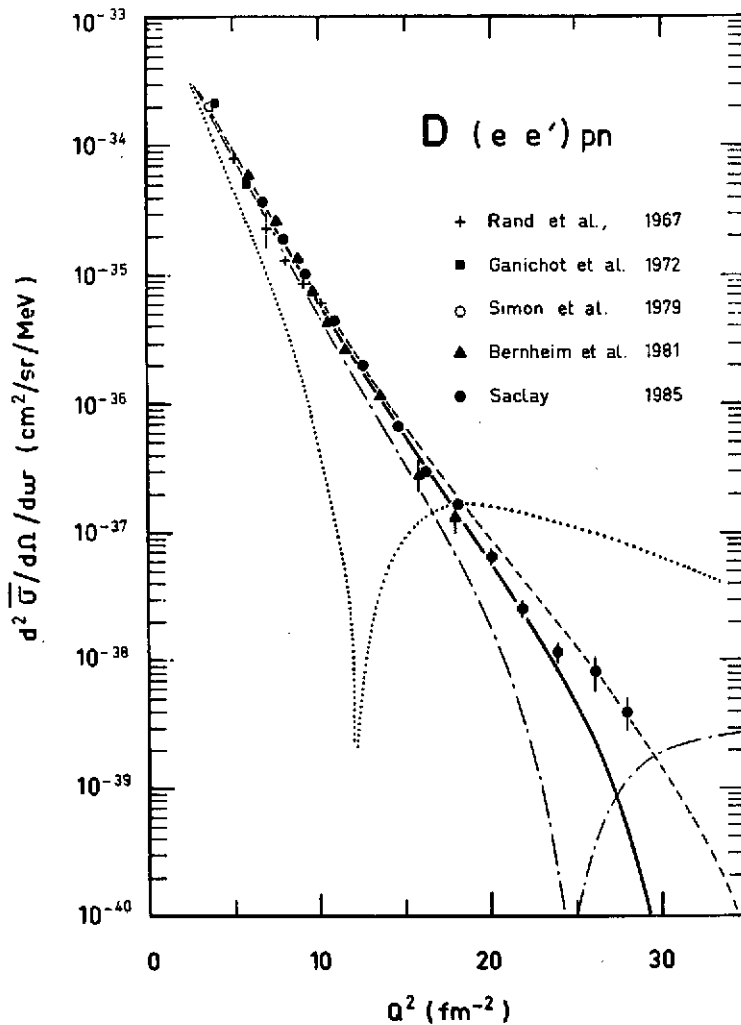


Fig. 12 - Sections efficaces expérimentales. La courbe (...) a été calculée en approximation d'impulsion. La courbe (-.-) contient les contributions dues à l'échange d'un pion. La courbe (---) contient aussi l'échange du ρ . Le résultat total (—) est obtenu en ajoutant la contribution de l'isobar Δ . (Calculs de la réf. 22).

sons joue aussi un rôle important. D'habitude on tient compte de cet effet en utilisant des facteurs de forme hadroniques de la forme :

$$F_{\pi NN}(q^2) = \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 + q^2}$$

où Λ_π est un paramètre phénoménologique. Ce facteur de forme est relié aux dimensions de la région d'interaction. Dans la réf. 22 Λ_π a été fixé à 1,2 GeV, ce qui correspond à un rayon de 0,5 fm. On peut s'affranchir d'un choix a-priori de ce facteur de forme en déterminant les opérateurs courants d'échange directement à partir du potentiel nucléon-nucléon. Riska²³ et Buchmann et al.²⁴ ont utilisé le potentiel de Paris pour déterminer les opérateurs correspondant aux échanges de π et de ρ . Les facteurs de forme hadroniques sont implicitement contenus dans les opérateurs ainsi calculés. Les calculs effectués suivant cette méthode donnent des résultats presque identiques à ceux déjà mentionnés^{21,22} (fig. 13).

Les opérateurs utilisés pour calculer la contribution due aux courants d'échange (ou courants à deux corps) contiennent le facteur de forme isovectoriel du nucléon libre. Ce facteur de forme doit être choisi de manière à ce que les courants à un et deux corps satisfassent à la condition d'invariance de jauge. Dans un cadre non-relativiste ce choix pose quelques problèmes théoriques. Le calcul montré sur la fig. 12 a été effectué en utilisant le facteur de forme F_1 , alors que les auteurs de la réf. 21 prescrivent G_E . Comme ces deux facteurs de forme sont reliés par la relation $G_E = F_1 - (q^2/4M^2)F_2$, leur différence augmente avec q^2 . Les sections efficaces calculées à l'aide de G_E (fig. 13) dévient sensiblement des données expérimentales au delà de 15 fm^{-2} . Le même calcul effectué avec F_1 restaure le bon accord avec l'expérience. Les auteurs de la réf. 21 ont également calculé les transitions vers des états finaux autres que l'état 1S_0 . Ces contributions, bien que faibles, expliquent une partie de la légère différence avec le calcul de la réf. 22, observée pour les moments transférés élevés.

A grand transfert d'impulsion la taille finie de la région d'interaction entre les nucléons et les mé-

Les calculs présentés sur la fig. 13 contiennent, en plus de l'échange de pions, des contributions de plus courte portée comme l'échange de mésons ρ et la création d'isobars Δ . Brown et Rho²⁵ ont noté que les termes de courte portée sont annulés par l'effet du facteur de forme hadronique. Seuls les termes pioniques subsistent. Ces termes ont l'avantage de pouvoir être calculés dans l'approche dite "de pions mous" basée sur les conséquences de la symétrie chirale. Cependant on s'attend à ce que ces théorèmes de basse énergie ne soient valables que dans une région en transfert limitée, compatible avec la masse du pion. Or, il se trouve que la contribution des pions mous est suffisante pour expliquer la section efficace d'électrodésintégration au seuil dans toute la gamme en transfert couverte par l'expérience (fig. 14). Cette observation a amené Rho²⁶ à formuler l'hypothèse du filtre chirale. D'après cette hypothèse les contributions autres que les pions mous tendent à s'annuler pour les processus où les courants d'échange sont de même ordre de grandeur que la contribution à un corps. C'est bien le cas des transitions magnétiques isovectorielles M1, dont les facteurs de forme magnétiques des noyaux ^3He et ^3H font également partie. Ces facteurs de forme sont expérimentalement connus jusqu'à $q^2=30 \text{ fm}^{-2}$. Une fois encore les termes de pions mous seuls ajoutés à la contribution à un corps, sont suffisants pour expliquer les données. S'il n'est pas fortuit, le succès de l'hypothèse du filtre chirale reste actuellement un mystère.

V. CONCLUSION

Nous avons présenté ici une partie des résultats de diffusion élastique d'électrons sur les noyaux légers obtenus à Saclay. L'existence de calculs "exacts" pour ces noyaux facilite beaucoup l'interprétation des résultats. Nous avons montré que la mesure de sections efficaces précises permet de mieux cerner les problèmes d'interprétation théorique. C'est le cas de la fonction de structure $A(q^2)$ du deuton dont on peut, au prix de quelques hypothèses, extraire le facteur de forme électrique du neutron. Nous avons aussi montré que la diffusion d'électrons fournit la preuve la plus convaincante de l'existence de courants d'échange dans les noyaux. Ces courants d'échange sont actuellement un fait expérimental clairement établi. Ils sont nécessaires pour

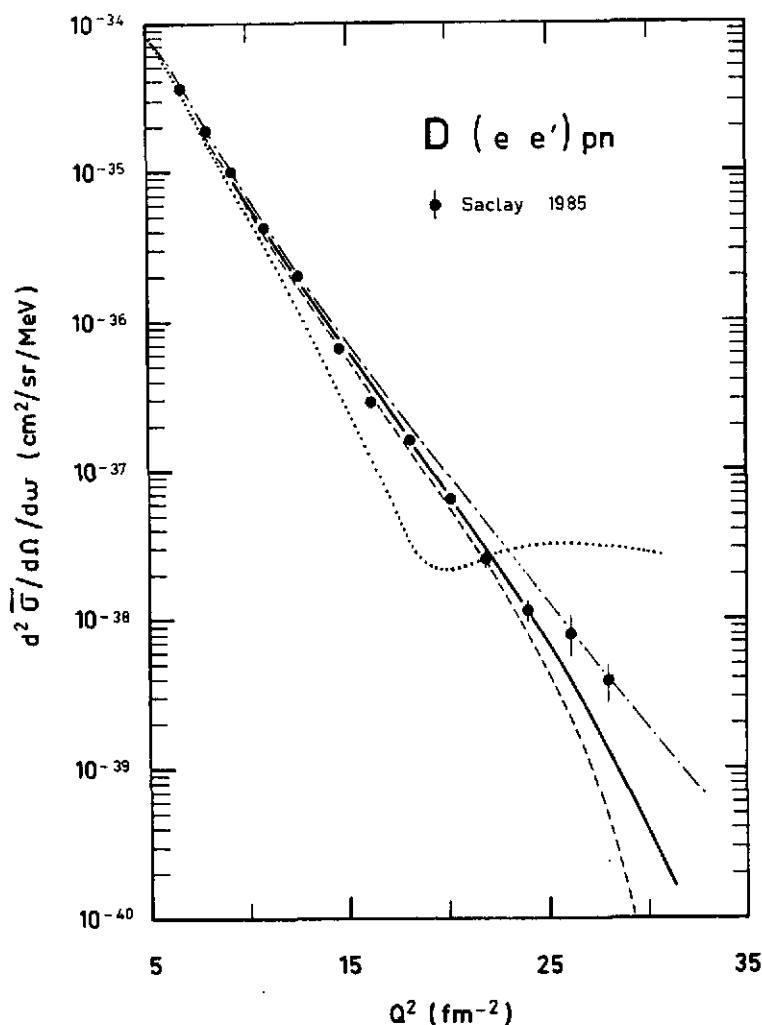


Fig. 13 - Comparaison des données avec les différentes prédictions théoriques. Les prédictions de Mathiot (---), Riska (—) et Leidemann et Arenhövel (-.-.-) ont été calculées en utilisant le facteur de forme F_1 . Le calcul (...) de Leidemann et Arenhövel a été effectué en utilisant G_E .

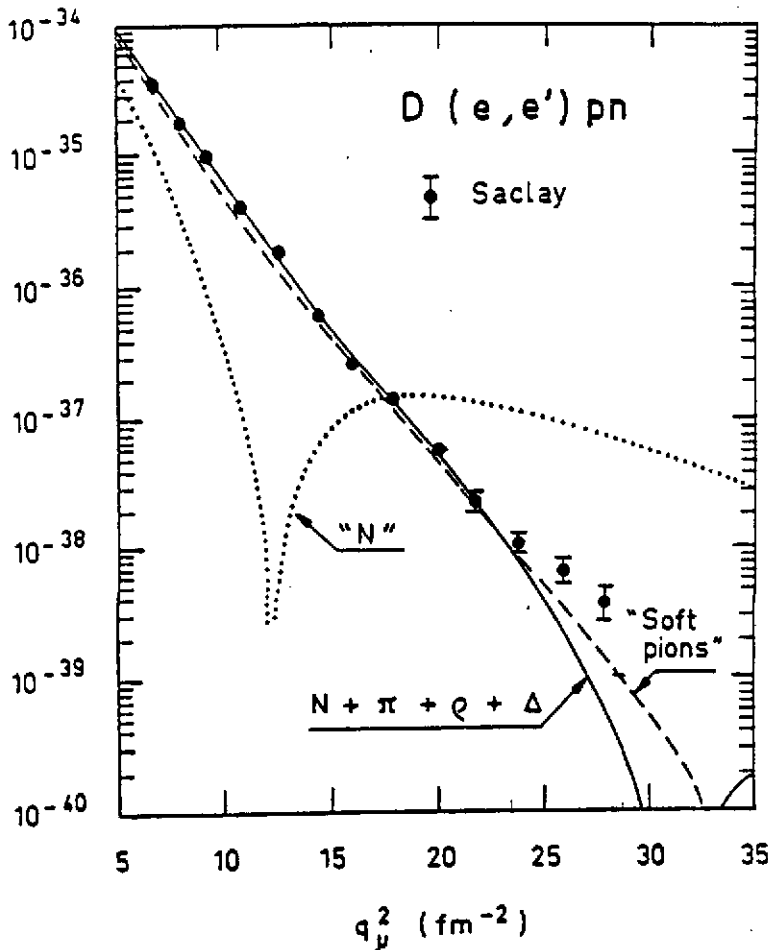


Fig. 14 - Comparaison entre le résultat total (---) et celui obtenu en ne tenant compte que des termes de pions mous (—).

Références

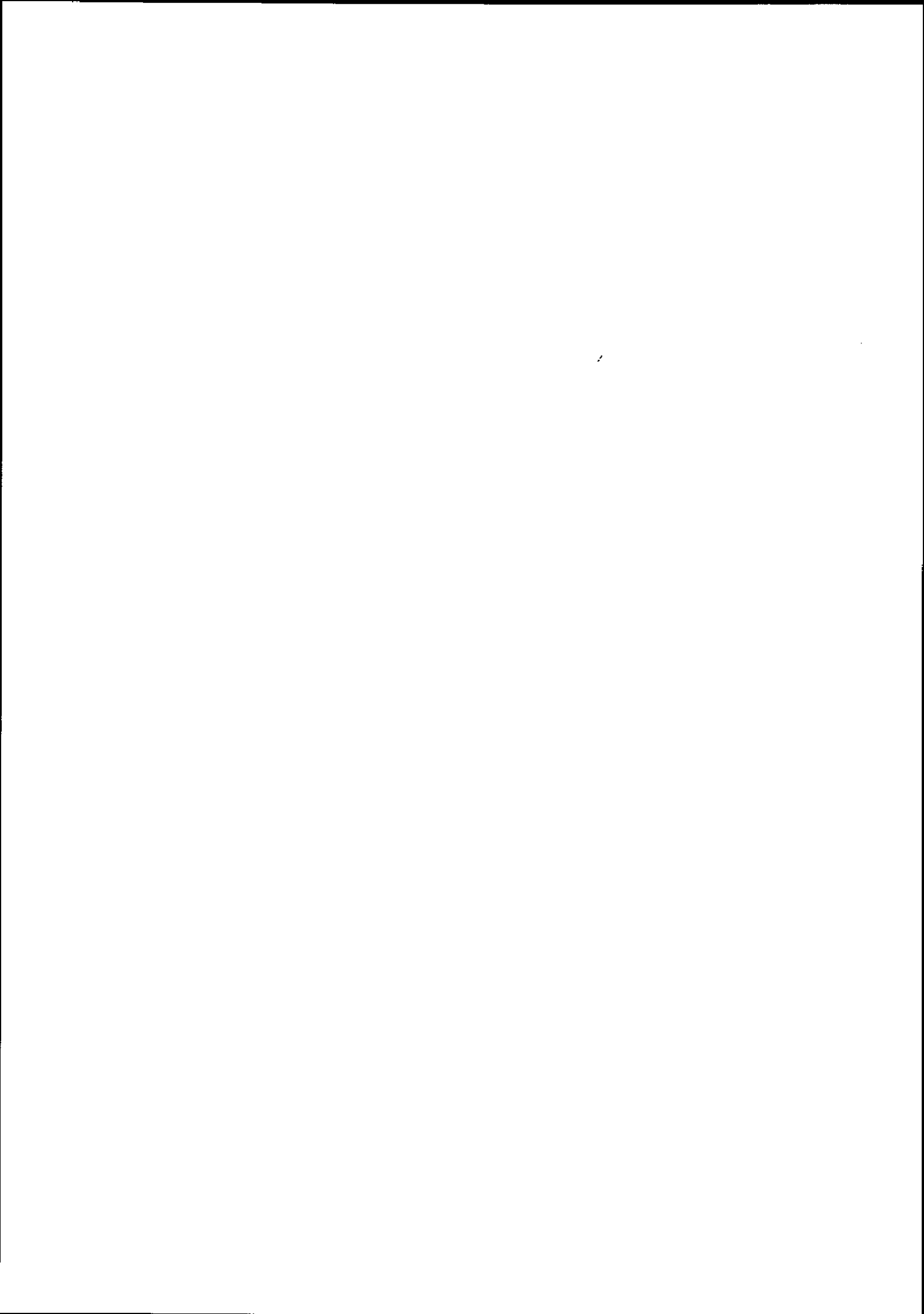
1. T.W. Donnelly and J.D. Walecka, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **25** (1975) 329.
2. B. Frois et al., *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 152.
3. E. Lomon, *Ann. Phys.* **125** (1980) 309.
4. H. Hachemi et al., à paraître dans *Few-Body systems*.
5. S. Auffret et al., *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 649.
6. G.G. Simon, Ch. Schmitt and V.H. Walther, *Nucl. Phys.* **A364** (1981) 285 ;
D. Benaksas, D. Drickey and D. Frèrejacque, *Phys. Rev.* **148**, (1966) 1327 ;
S. Galster, H. Klein, J. Moritz, K.H. Schmidt, D. Wegener and J. Bleckwenn, *Nucl. Phys.* **B32** (1971) 221 ;
C.D. Buchanan et M.R. Yearian, *Phys. Rev. Lett.* **15**, (1965) 305 ;
J.E. Elias, J.I. Friedman, G.C. Hartmann, H.W. Kendall, P.N. Pire, M.R. Sogard, L.P. Van Speybroeck and J.K. de Pagter, *Phys. Rev.* **177**, (1969) 2075 ;
R.G. Arnold, B.T. Chertok, E.B. Dally, A. Grigorian, C.L. Jordan, W.P. Schütz, R. Zdarko, F. Martin and B.A. Mecking, *Phys. Rev. Lett.* **35**, (1975) 776.
7. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau, J. Côté, P. Pirès and R. de Tournell, *Phys. Lett.* **101B** (1981) 139 ;
8. R.V. Reid, *Ann. Phys. (N.Y.)* **48**, (1968) 94.

expliquer un grand nombre d'observables. En ce qui concerne les transitions isovectorielles, les courants d'échange semblent bien compris, du moins pour la forme des opérateurs à utiliser. L'ambiguïté provenant du facteur de forme électromagnétique à utiliser pour satisfaire l'invariance de jauge ne pourra donner lieu à un consensus que si elle est résolue dans le cadre d'un traitement relativiste. On remarquera aussi que, pour expliquer les résultats expérimentaux, nous n'avons pas eu besoin d'introduire des degrés de liberté de quarks. En dessous de 1 (GeV/c)^2 les calculs classiques, tenant compte des nucléons et des mesons, sont généralement suffisants pour interpréter les données observées. Poursuivre les expériences actuelles à des moments transférés encore plus élevés (distances plus courtes) permettra de trouver les limites des descriptions actuellement utilisées. C'est l'un des grands défis de la physique nucléaire pour la prochaine décennie.

9. R.B. Wiringa, R.A. Smith and T.T. Ainsworth, Phys. Rev. C29, (1984) 1207.
10. K. Holinde et R. Machleidt, Nucl. Phys. A247, (1975) 495.
11. R. Machleidt, K. Holinde and C. Elster, Phys. Rep. 149, (1987) 1.
12. S. Galster et al., Nucl. Phys. B32, (1971) 221.
13. G. Höhler, E. Pietarinen, I. Sabba-Stefanescu, F. Borkowski, G.G. Simon, V.H. Walther and R.D. Wending, Nucl. Phys. B114, (1976) 505.
14. M. Gari and W. Krümpelmann, Phys. Lett. 141B, (1984) 295.
15. M. Zuilhof and J. Tjon, Phys. Rev. C24, (1981) 736.
16. R.G. Arnold, C.E. Carlson and F. Gross, Phys. Rev. C21, (1980) 1426.
17. G.G. Simon et al., Nucl. Phys. A333 (1980) 381.
18. S. Auffret et al., Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 1362.
19. J. Hockert et al., Nucl. Phys. A217 (1973) 14.
20. J.A. Lock and L.L. Foldy, Ann. Phys. 93 (1975) 276.
21. W. Leidemann and H. Arenhövel, Nucl. Phys. A393 (1983) 385.
22. J.F. Mathiot, Nucl. Phys. A412 (1984) 201.
23. D.O. Riska, Physica Scripta 31 (1985) 471.
24. A. Buchmann et al., Nucl. Phys. A443 (1985) 726.
25. G.E. Brown and M. Rho, Comm. Nucl. Part. Phys. 10 (1981) 201.
26. M. Rho, Annual Rev. Nucl. Part. Sci. 34 (1984) 531.

RESONANCES DIBARYONIQUES

B. Mayer



RESONANCES DIBARYONIQUES

B. Mayer

Service de Physique Nucléaire - Moyenne Energie
 CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

Résumé

L'introduction de degrés de liberté mésiques et de résonances baryoniques d'une part, de quarks et de couleur d'autre part, conduit à l'existence possible d'états exotiques pour un système de nombre baryonique 2. De larges résonances ont été en effet observées dans la diffusion nucléon-nucléon, élastique ou inélastique ; elles peuvent cependant s'interpréter comme un effet de seuil pour l'ouverture d'ondes partielles successives de la résonance Δ . Des résonances étroites échappent à ce genre d'explication. De telles résonances ont été observées dans la réaction ${}^3\text{He}(p,d)X$, et dans de nombreuses expériences de chambre à bulle mais avec faible statistique. Toutes ces expériences méritent confirmation, d'autant qu'aucune résonance n'a été observée dans la voie s .

Abstract

New degrees of freedom, like mesons and baryonic resonance on one hand, or quarks and colour on the other hand, can lead to possible exotic states of baryonic number 2. Large resonances have indeed been observed in both elastic and inelastic nucleon-nucleon scattering ; they can be however interpreted as threshold effect due to the appearance of successive partial waves of the Δ resonance. This explanation cannot apply to narrow states that have been observed in the ${}^3\text{He}(p,d)X$ reaction, or in many low statistics experiments which all need confirmation. No narrow state has been observed in the s -channel.

I. INTRODUCTION

La physique nucléaire a évolué depuis 20 ans d'une description en termes de degrés de liberté purement nucléoniques en une description incluant les degrés de liberté de résonances baryoniques (Δ, N^*) et mésiques. Une question fondamentale actuellement est de savoir s'il faut descendre à un degré plus microscopique : est-il nécessaire d'introduire les degrés de liberté de quarks pour affiner la description des noyaux? Y a-t-il des phénomènes spécifiques qui relèvent plus particulièrement de ces degrés de liberté?

Toutes ces questions se posent évidemment pour le système nucléaire le plus simple constitué de 2 nucléons, dont on connaît un seul état lié, le deuton, et un état virtuel qui se manifeste par une forte corrélation nucléon-nucléon dans l'onde 1S_0 , pour l'isospin $I=1$. Ces états, lié ou presque lié, sont bien décrits en termes de degrés de liberté nucléoniques. Or les degrés de liberté de Δ ou de π sont susceptibles de faire apparaître de nouveaux états : y a-t-il des états liés ou des résonances $N\Delta$ ou πNN ? L'introduction des quarks fait intervenir les degrés de liberté de couleur : donnent-ils lieu à des excitations spécifiques? Quels que soient les degrés de liberté considérés, on aura affaire à des systèmes de nombre baryonique 2 ; cependant la plupart des auteurs appellent dibaryons des objets qui relèvent de degrés de liberté de quarks et ne sont pas réductibles à 2 baryons. Nous prendrons ici une définition plus large incluant les degrés de liberté isobariques et mésiques. Notre propos est de faire une revue des preuves expérimentales des résonances dibaryoniques, sans vouloir évidemment être exhaustif. Nous nous contenterons également

des références les plus importantes. Avant d'aborder l'aspect expérimental, nous voudrions compléter cette introduction en rappelant quelques notions sur la symétrie de couleur et les prédictions des modèles de quarks concernant les dibaryons. Précisons en outre que nous laisserons de côté le degré de liberté d'étrangeté. Les dibaryons étranges seront évoqués dans le cours de Sylvestre-Brac.

1.1 Symétrie de couleur

La chromodynamique quantique stipule que l'interaction forte relève d'une symétrie exacte SU(3) dite de couleur. Il y a un champ de fermions constitué de quarks formant un triplet (de couleur) de la représentation fondamentale. A ce champ de matière est couplé un champ de jauge constitué de bosons, appelés ici gluons, appartenant à la représentation de dimension 8. Nous ne nous intéressons pas ici à la symétrie de saveur qui est aussi une symétrie SU(3) mais largement violée.

La décomposition en représentations irréductibles conduit aux multiplicités suivantes pour des systèmes de 2 ou 3 quarks :

$$\begin{aligned} qq & 3 \otimes 3 = \bar{3} + 6 \\ qq & 3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (\bar{3} + 6) = 1 + 8 + 8 + 10 \end{aligned}$$

où $\bar{3}$ correspond à la représentation conjuguée de dimension 3 (donc associée à \bar{q}).

Un fait d'expérience capital est qu'on n'observe que des singlets de couleur. La couleur est confinée. On voit que, pour un système de 3 quarks, il y a une seule façon de former un singlet de couleur.

Cherchons maintenant pour un système de 6 quarks les différentes façons de former un singlet de couleur. Pour cela nous considérons tous les groupements possibles :

a) Deux groupes de 3 ($q^3 - \bar{q}^3$)

On obtient un singlet de couleur de deux façons :

$$1 \otimes 1 = 1 \quad \text{c'est le cas d'un système de deux nucléons.}$$

$$8 \otimes 8 = 1 + \text{multiplets d'ordre supérieur.}$$

On a ici un singlet de couleur constitué de 2 agrégats de 3 quarks qui sont des octets de couleur donc des objets non observables.

b) Groupement $q^4 - \bar{q}^2$

On a ici $(\bar{3} + 6) \otimes (3 + \bar{6} + \dots)$

$$\bar{3} \otimes 3 = 1 + 8$$

$$\bar{6} \otimes 6 = 1 + \dots$$

Il y a donc, dans ce cas, deux façons de constituer un singlet de couleur.

c) Groupement $q^5 - \bar{q}$

On a ici : $3 \otimes \bar{3} = 1 + 8$,

c'est-à-dire une seule façon de constituer un singlet de couleur. En résumé, avec un système de 6 quarks, on peut fabriquer de diverses manières des singlets de couleur qui ne soient pas réductibles à 2 baryons (i.e. 2 singlets de couleur).

1.2 Modèles de quarks

L'existence physique de tels états n'est pour autant pas assurée. Les calculs exacts dans le cadre de QCD étant impossibles, il faut faire appel à des modèles pour avoir une estimation de la masse de ces états et éventuellement de leur largeur. Il existe divers modèles dérivés du modèle du sac du MIT, sacs sphériques^{1,2}, sacs allongés en rotation², cordes en rotation³ de configurations $q^n - \bar{q}^{6-n}$. Nous nous contenterons de présenter les résultats du groupe de Nimègue (fig. 1) pour des états d'isospin T=0 et T=1. On remarque qu'il y a un grand nombre d'états prédits et que les plus bas en énergie correspondent à une configuration $q^4 - \bar{q}^2$. Pour T=0 l'état d'énergie la

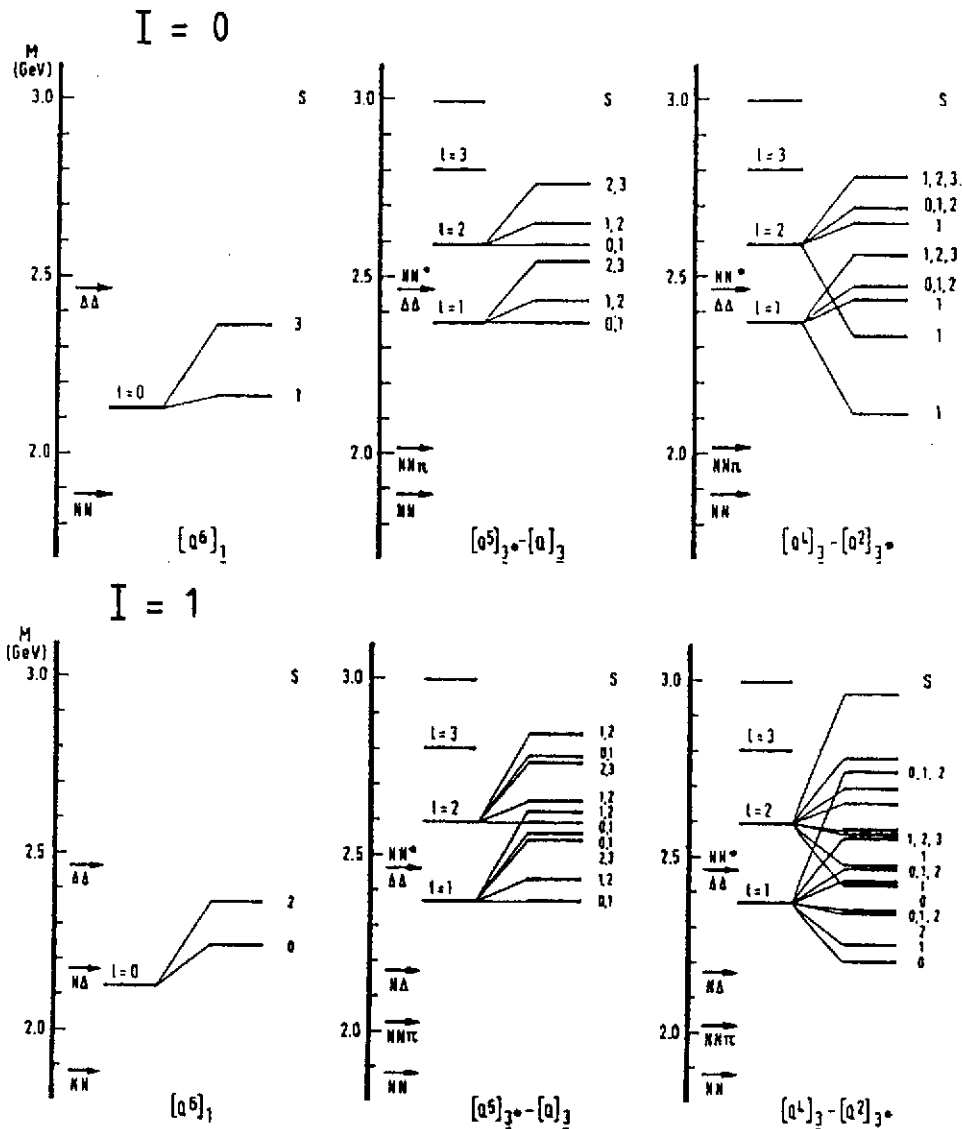


Fig. 1 - Spectres de résonances dibaryoniques d'isospin T=0 et T=1 (Mulders, Aerts et de Swart²).

plus basse est à 100 MeV au dessus du seuil $NN\pi$, alors que pour $T=1$, l'état le plus bas est voisin du seuil NA . Il n'y a pas de prédiction pour la largeur de ces états ; mais il est clair que la plupart peuvent se désintégrer aisément en 2 nucléons ou en 2 nucléons + pions. Certains pourraient être relativement étroits ; ainsi les états de parité non naturelle 0^- , 2^- et 4^- pour $T=0$ et 1^+ , 3^+ , 5^+ pour $T=1$, états qui ne peuvent décroître en 2 nucléons.

Une critique qu'on formule à ce genre de modèles est qu'ils utilisent les paramètres du modèle du sac du MIT, paramètres ajustés pour des hadrons de nombres baryoniques $B=0$ et $B=1$, qui sont des singlets de couleur. Il n'est pas sûr que ces paramètres aient un sens quand on passe à 6 quarks, système qui peut aisément se décomposer en 2 singlets, ce qui n'est pas le cas de qqq ou $\bar{q}q$. Autrement dit le confinement doit être traité différemment quand on passe d'un système de 3 quarks à un système multiquarks susceptible de contenir des sous-structures singlets de couleur.

Dans le cas de la diffusion nucléon-nucléon à moyenne énergie, cette question peut être formulée en termes de problème de raccordement ("matching") de la fonction d'onde d'un état confiné de 6 quarks à la fonction d'onde d'un état de diffusion de deux nucléons. Diverses méthodes, dérivées de la méthode de la matrice R de Wigner et Eisenbud⁴, ont été utilisées pour traiter ce problème. Les calculs qui ont été poussés le plus loin sont ceux de Lomon⁵, les nucléons étant décrits par le modèle du sac nuageux. Ces calculs mettent en évidence en particulier une résonance 1S_0 de masse 2,7 GeV, large de 50 MeV, et une résonance 1D_2 de masse 2,9 GeV, large de 100 MeV.

Ces valeurs sont uniquement indicatives car les incertitudes théoriques qui les affectent sont grandes. Ceci est vrai d'ailleurs de tous les calculs théoriques concernant les résonances dibaryoniques.

II. RÉSONANCES DIBARYONIQUES ET DIFFUSION NUCLEON-NUCLEON

Ce sont les mesures d'observables de spin dans la diffusion pp , par le groupe d'Argonne en 1977 [réf.⁶], qui ont mis à l'ordre du jour l'idée de résonances dibaryoniques. La fig. 2 montre les résultats concernant $\Delta\sigma_L = \sigma^{\text{tot}}(\uparrow\downarrow) - \sigma^{\text{tot}}(\uparrow\uparrow)$, à savoir la différence des sections efficaces totales pour les spins antiparallèles et parallèles, l'expérience étant faite avec cible et faisceau polarisés longitudinalement. Une large structure apparaît très nettement, confirmée par les mesures de plusieurs autres

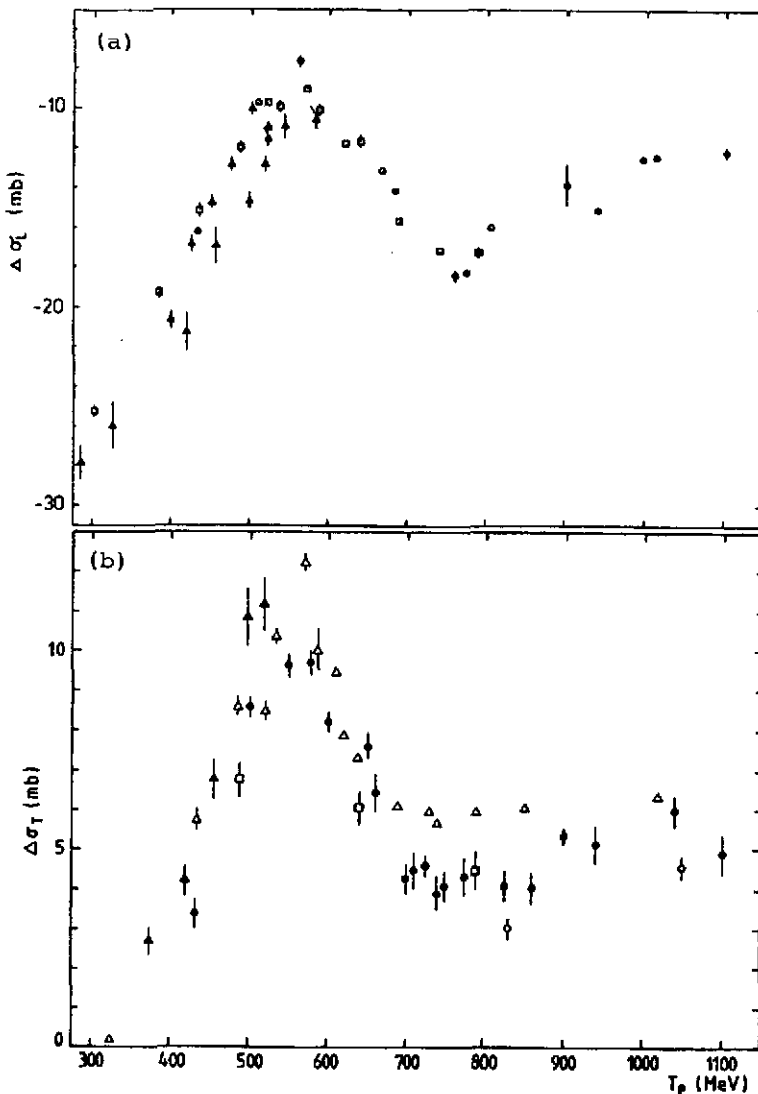


Fig. 2 - Données mondiales de $\Delta\sigma_L$ et $\Delta\sigma_T$ pour la diffusion proton-proton.

laboratoires. Des structures similaires ont été observées pour A_{LL} (corrélation de spins longitudinaux) et $\Delta\sigma_T = \sigma^{\text{tot}}(\downarrow\uparrow) - \sigma^{\text{tot}}(\uparrow\uparrow)$ (fig. 2). Par la suite un grand nombre de mesures de divers coefficients de corrélation de spin et de transfert de spin ont abouti à des analyses en déphasages mettant en évidence des résonances (se manifestant par des boucles dans les diagrammes d'Argand) dont les plus fermement établies étaient :

1D_2	à	2150 MeV	($T_p = 570$ MeV)
3F_3	à	2220 MeV	($T_p = 760$ MeV)
1G_4	à	2430 MeV	($T_p = 1270$ MeV)

L'incertitude sur la position des résonances est au moins de 50 MeV et leur largeur d'environ 100 MeV.

MacGrégor²⁴ remarqua que les masses de ces dibaryons sont proportionnelles à $l(l+1)=j(j+1)$ (fig. 3). Il en déduit qu'on a affaire à une bande rotationnelle dont la tête de bande 1S_0 a une masse de 2020 MeV et correspond à un état virtuel $pp\pi$. Il prédisait l'existence d'un premier état 3P_1 à 2060 MeV. La formule de masse est : $E(j) = E_0 + E_{\text{Rot}} j(j+1)$, avec $E_{\text{Rot}} = \hbar^2/2I = 20$ MeV, I étant le moment d'inertie du système.

Cependant les analyses en déphasages les plus récentes de Lehar⁷ montrent que dans le diagramme d'Argand (fig. 4) la boucle relative à l'onde 3F_3 s'infléchit en sens contraire beaucoup plus vite que dans les analyses précédentes de Arndt⁸ (en traits points sur la fig. 4). D'autre part la résonance 1G_4 a disparu.

Il est apparu clairement dès le début que ces structures venaient essentiellement de la partie inélastique de la diffusion. Et on a fait observer que la résonance 1D_2 survenait au seuil du canal $N\Delta$ ($N\Delta$ dans l'état S correspond précisément à une onde 1D_2 pour pp). De même à plus haute énergie l'ouverture de l'onde P pour le canal $N\Delta$ correspond à une onde 3F_3 pour pp . Les structures observées pouvaient donc s'interpréter comme des effets de seuil dus à l'ouverture de la voie $N\Delta$ intermédiaire.

A ce stade là il est bon de rappeler la définition précise d'une résonance : c'est un pôle de la matrice S près de l'axe réel sur le second feuillet du plan complexe de l'énergie. Mais si un tel pôle donne lieu effectivement à une boucle dans le diagramme d'Argand, il se trouve qu'une forte variation de l'inélasticité, due par exemple à l'ouverture d'un nouveau canal, peut donner également le même effet. Diverses méthodes ont été utilisées pour remonter effectivement aux pôles dans le plan complexe de l'énergie : analyse à un canal⁹, analyses multicanaux du type matrice K [réf.¹⁰] ou du type matrice R. Leurs résultats diffèrent. Elles ne sont d'ailleurs pas exemptes d'ambiguïtés. Par exemple dans les analyses multicanaux, type matrice K, on utilise les déphasages $N\Delta$ qui sont évidemment inconnus.

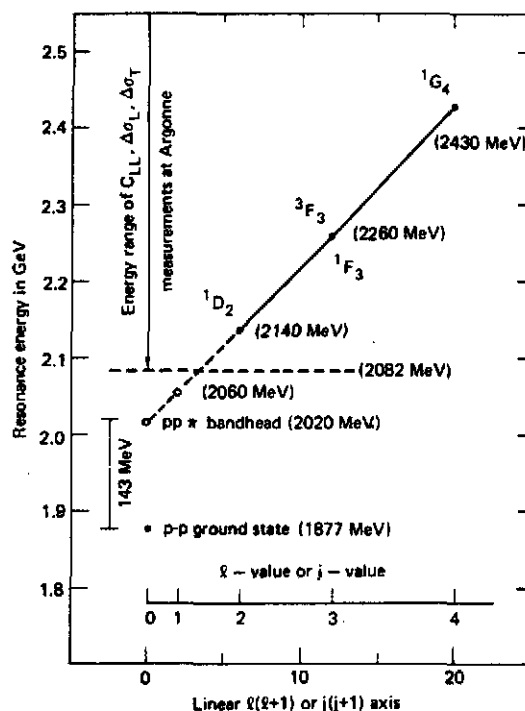


Fig. 3 - Bande rotationnelle des dibaryons, $pp\pi$ constituant la tête de bande²⁴.

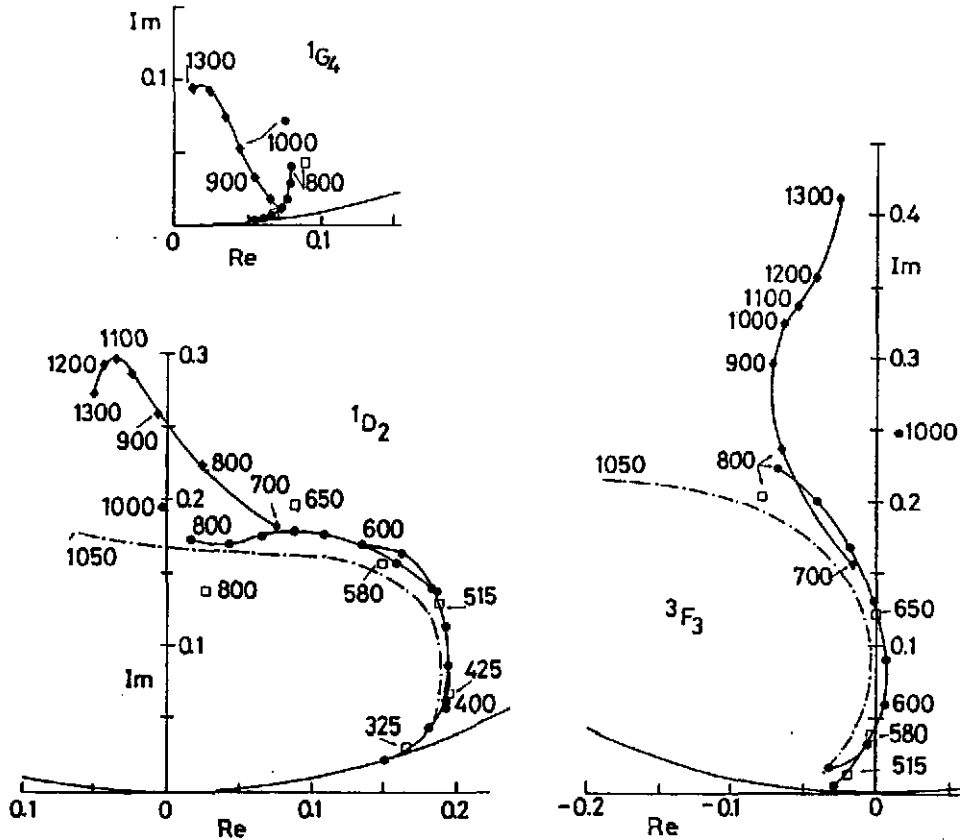


Fig. 4 - Diagrammes d'Argand pour les amplitudes 1D_2 , 3F_3 et 1G_4 de la diffusion proton-proton (Lehar⁷). En traits-points analyse précédente de Arndt⁸.

En admettant qu'il existe réellement des pôles, une autre question se pose : quelle est leur nature? Sont-ils explicables dans le cadre de la dynamique πNN et ΔN ou bien révèlent-ils la manifestation de nouveaux degrés de liberté. Pour répondre à cette question on a construit des modèles théoriques de la diffusion NN qui intègrent les degrés de liberté de Δ (N^*) et de pions. Et là encore les avis divergent. Certains trouvent effectivement des pôles dans les amplitudes (Ueda¹¹) et concluent que les résonances dibaryoniques existent et s'expliquent bien dans le cadre de la dynamique $NN\pi$. D'autres comme Lee¹², Sauer¹³, qui reproduisent aussi bien les déphasages, ne trouvent pas de pôle et expliquent les pseudo-résonances par l'ouverture du canal $N\Delta$. La même conclusion¹⁴ est obtenue par des calculs de type Faddeev qui traitent de façon unifiée les voies $NN \rightarrow NN$, $NN \rightarrow d\pi^+$ et $\pi d \rightarrow \pi d$.

Dans un cas comme dans l'autre les données expérimentales sont expliquées de façon satisfaisante sans faire appel aux degrés de liberté des quarks.

Une autre conclusion de ces modèles conventionnels est que les structures produites, qu'elles proviennent ou non de pôles, sont larges : typiquement 100 MeV.

Plus récemment de nouvelles structures ont été mises en évidence pour $\Delta\sigma_L$ à plus haute énergie¹⁵. Deux pics (fig. 5) apparaissent précisément aux masses prédites par Lomon pour des états 0^+ (2,7 GeV) et 2^+ (2,9 GeV). Il pourrait donc s'agir d'authentiques résonances dibaryoniques. Signalons toutefois que dans la réaction $pp \rightarrow d\pi$, la section efficace différentielle à l'avant présente un pic prononcé précisément à $\sqrt{s} = 2,9$ GeV [réf. 16], qui a été interprété comme un effet dû au $\Delta(1920)$, dans un modèle d'échange d'un pion¹⁷.

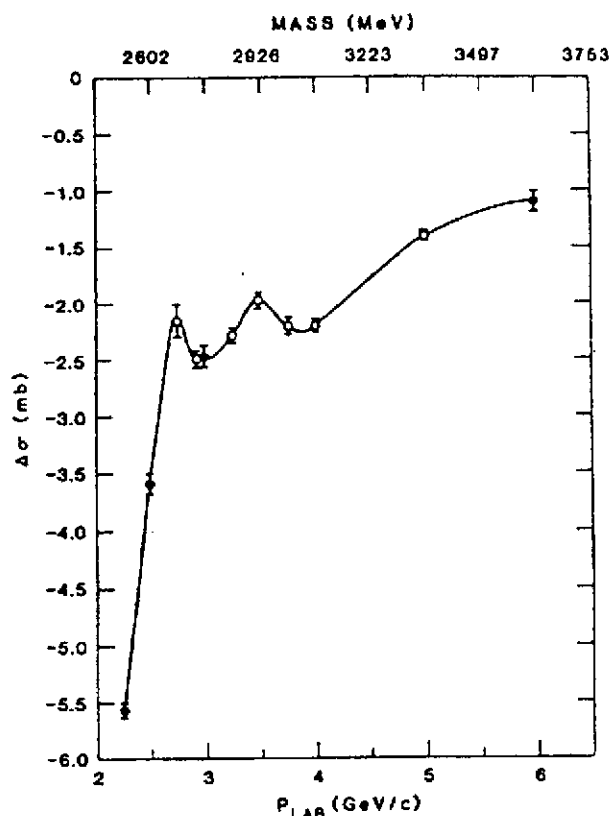


Fig. 5 - $\Delta\sigma_L$ entre 2,2 GeV/c et 6 GeV/c pour la diffusion $pp \rightarrow d\pi^+$ [réf.¹⁴].

800 MeV à la SIN et à LAMPF. A_{LL} s'exprime de façon simple en fonction des 6 amplitudes d'hélicité de la réaction $pp \rightarrow d\pi^+$, qui comprennent 3 triplets (T_2, T_3, T_6), 1 singlet (S) et 2 de symétrie mixte (M_1 et M_4). On a :

$$\sigma_0(1 + A_{LL}) = |T_2|^2 + |T_3|^2 + |T_6|^2$$

$$\sigma_0(1 - A_{LL}) = |M_1|^2 + |M_4|^2 + |S|^2$$

Les amplitudes M_1 et M_4 sont très petites ; à 90°CM elles sont même strictement nulles par raison de symétrie. On voit (fig. 6) que $\sigma_0(1 - A_{LL})$, qui dépend essentiellement de la partie singlet de l'amplitude, présente un maximum vers 570 MeV, au seuil de la voie $N\Delta$. Or on peut facilement vérifier que l'onde S de $N\Delta$ est alimentée par l'état singlet de NN. De même $\sigma_0(1 + A_{LL})$, qui ne comporte que des amplitudes triplets, présente un maximum 80 MeV plus haut ; or l'onde P de $N\Delta$ est alimentée par l'état triplet de NN. Il est donc naturel d'interpréter ces bosses comme étant dues à l'ouverture successive des différentes ondes partielles $N\Delta$. Niskanen avait d'ailleurs prévu le décalage de 80 MeV entre les effets des ondes S et P, dans un calcul de voies NN et $N\Delta$ couplées¹⁹.

La fig. 6 montre aussi les résultats de calculs de type Faddeev que nous avons évoqués plus haut. Ce genre de calculs^{14,20,21} représente un progrès notable sur les modèles précédents car il traite de façon unifiée les voies $NN \rightarrow NN$, $NN \rightarrow d\pi^+$ et $\pi d \rightarrow \pi d$, en préservant l'unitarité à 2 et 3 corps.

III. INTERACTION PION-DEUTON

Les structures observées pour les ondes $^1D_2, ^3F_3$ étant très inélastiques, on a recherché des effets de "résonances dibaryoniques" dans les réactions $pp \rightarrow d\pi^+$ et $\pi d \rightarrow \pi d$. Ces réactions présentent plusieurs avantages du point de vue expérimental. D'une part ce sont des réactions à 2 corps (pour $pp \rightarrow d\pi^+$ on peut étudier la réaction inverse $\pi^+d \rightarrow pp$). D'autre part on peut utiliser des cibles de protons et de deutons polarisées, des faisceaux de protons polarisés, et même mesurer la polarisation des protons ou des deutons sortant. Donc mesurer tout genre de coefficients de corrélation de spins, de transfert de spin et déterminer complètement les amplitudes d'hélicité.

Nous nous bornerons à montrer quelques exemples de résultats expérimentaux et leur interprétation.

Le premier exemple concerne le coefficient de corrélation de spins A_{LL} pour la réaction $pp \rightarrow d\pi^+$ (cible et faisceau polarisés longitudinalement) qui a été mesuré entre 450 MeV et

On voit ici que ces calculs reproduisent qualitativement bien les résultats expérimentaux, bien qu'ils sous-estiment la partie triplet des amplitudes. Mais on remarque aussi que les différents groupes aboutissent à des prédictions assez différentes. Ceci est dû à des détails "techniques" qui sont traités différemment : potentiels πN et NN , absorption du pion, etc... Mais le résultat en est qu'il est difficile d'utiliser ces calculs pour évaluer quantitativement le "fond non résonnant" et déduire, par différence entre expérience et théorie, un effet de résonance.

Une telle tentative a cependant été effectuée dans l'interprétation du pouvoir d'analyse vectoriel iT_{11} mesuré dans la diffusion élastique πd . Rappelons la signification de

$$iT_{11} = \frac{\sigma(m_d=+1) - \sigma(m_d=-1)}{\sigma(m_d=+1) + \sigma(m_d=0) + \sigma(m_d=-1)}$$

La fig. 7a montre des distributions angulaires de iT_{11} à plusieurs énergies²². Les calculs de type Faddeev du groupe de Lyon ne reproduisent les données que si on ajoute une contribution de résonances dibaryoniques 1D_2 et 1G_4 . Mais on ne peut guère en tirer argument pour l'existence de telles résonances car Rinat, dans une description en terme de sac nuageux d'un Δ intermédiaire²³, reproduit aussi les données assez bien (fig. 7b) sans avoir besoin d'introduire des résonances dibaryoniques. On voit que les incertitudes sur les descriptions théoriques n'autorisent pas de prétendre mettre en évidence des effets de résonances.

La polarisation tensorielle t_{20} dans la diffusion élastique π^+d constitue une énigme expérimentale. Rappelons que l'on a :

$$t_{20} = \frac{\sigma(m_d=+1) + \sigma(m_d=-1) - 2\sigma(m_d=0)}{\sigma(m_d=+1) + \sigma(m_d=-1) + \sigma(m_d=0)}$$

Mesurée d'abord à la SIN²⁵, la polarisation tensorielle t_{20} présentait une belle allure de résonance (fig. 8), large d'environ 10 MeV. Des mesures ultérieures, faites à LAMPF²⁶, donnaient des valeurs négatives en contradiction avec celle de la SIN. D'autres mesures à TRIUMF²⁷ (fig. 8) sont venues confirmer celles de LAMPF. Ces différences expérimentales énormes ne sont toujours pas comprises.

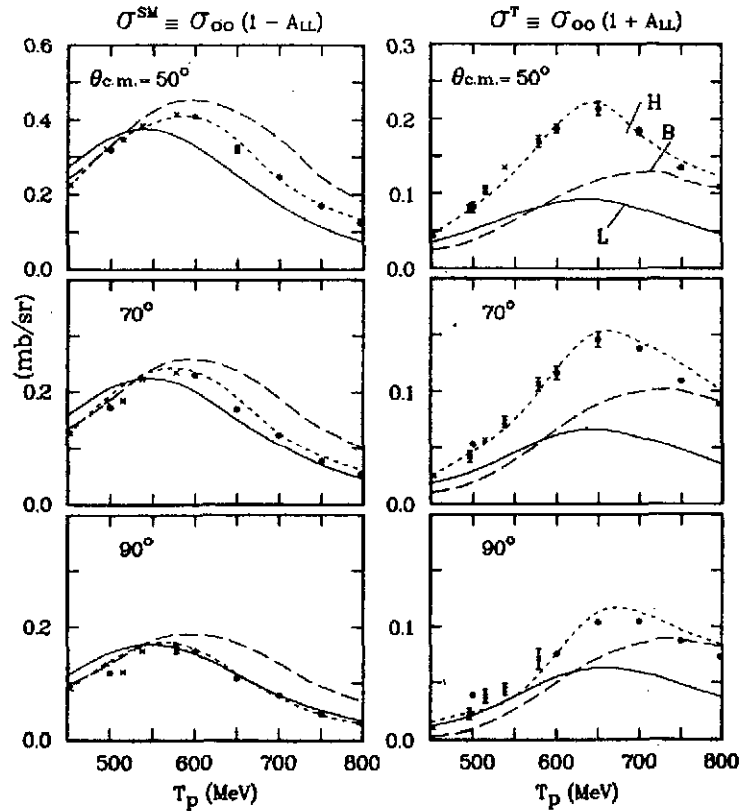


Fig. 6 - Coefficient de corrélation de spin A_{LL} dans la réaction $pp \rightarrow d\pi^+$ [réf. 18], avec calculs de type Faddeev : L [réf. 14], B [réf. 20], et analyse en amplitude (Hiroshige).

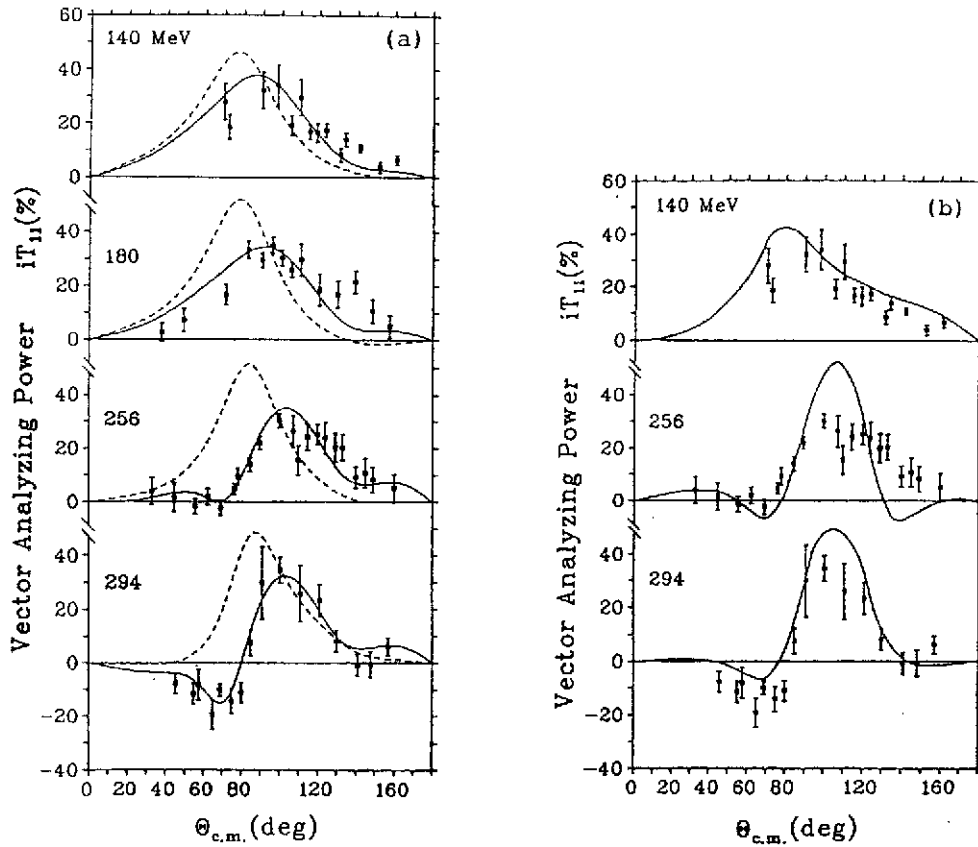


Fig. 7 - a) Pouvoir d'analyse vectoriel iT_{11} de la diffusion $\pi d \rightarrow \pi d$ [réf. 22]. En (---) : prédictions de calculs type Faddeev. En (—) : mêmes calculs en ajoutant des résonances dibaryoniques 1D_2 et 1G_4 . b) Mêmes données expérimentales que 7a. La courbe montre les prédictions de Rinat qui décrit un Δ intermédiaire dans le cadre du modèle du sac nuageux²³.

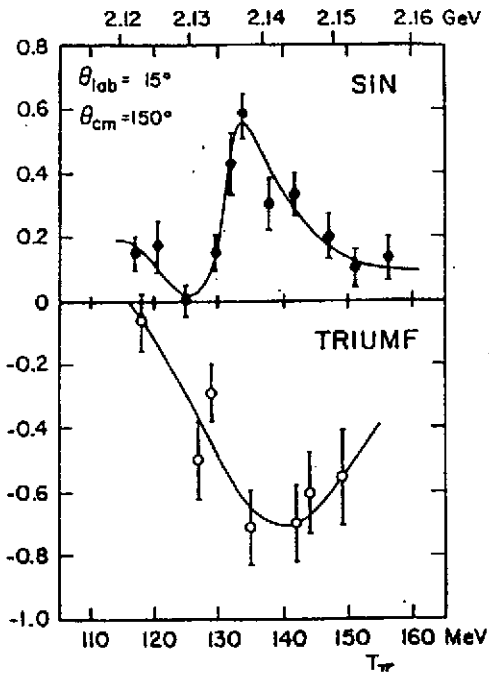


Fig. 8 - Polarisation tensorielle t_{20} du deuteron dans la diffusion π^+d , mesurée à la SIN et à TRIUMF.

IV. RESONANCES DIBARYONIQUES ETROITES

Nous avons vu que la dynamique conventionnelle nucléon, Δ , pion, permet d'interpréter des résonances larges, bien que le débat résonances authentiques/effets de seuil $N\Delta$ ne soit pas encore clos. Elle exclut par contre des résonances étroites qui, si elles étaient mises en évidence expérimentalement, relèveraient plutôt de degrés de liberté de quarks. Il faut cependant nuancer cette affirmation à propos de la possibilité d'états étroits d'isospin $T=2$, sur laquelle nous reviendrons plus loin. La recherche de structures étroites a donné lieu à diverses expériences que nous avons regroupées par catégories.

IV.1 Recherche de résonances dibaryoniques dans la voie s

Ce sont des expériences où on a recherché la meilleure continuité dans la variation de l'énergie incidente. La qualité du résultat expérimental est alors spectaculaire. Citons en premier lieu la mesure de la section efficace totale np entre 40 MeV et 770 MeV [réf²⁸], avec une source blanche de neutrons à LAMPF (fig. 9). La précision des résultats est meilleure que 1 % et la résolution en énergie est aussi meilleure que 1 %. Aucune résonance étroite n'apparaît sur la fig. 9, du moins dans la limite expérimentale de 5 mb.MeV, dans le domaine de masse invariante compris entre 1900 MeV et 2230 MeV.

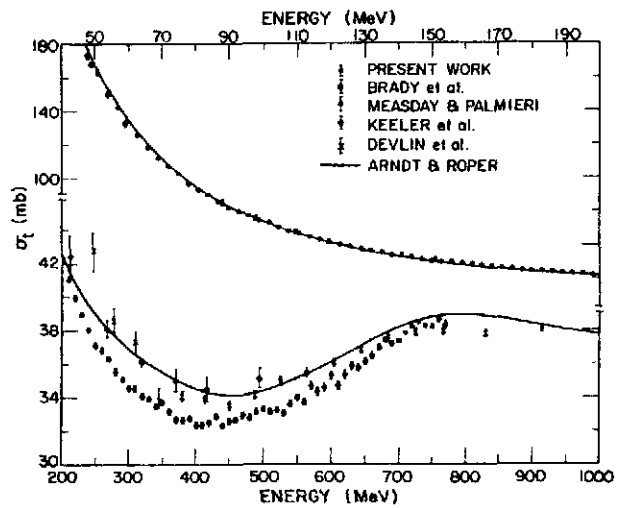


Fig. 9 - Section efficace totale np mesurée avec une source blanche de neutrons²⁸.

A Saclay, la section efficace différentielle à 90° c.m. a été mesurée pour la diffusion proton-proton, en utilisant comme cible un jet gazeux implanté sur le synchrotron Saturne et qui croise le faisceau interne²⁹. La mesure a donc eu lieu pendant l'accélération du faisceau et a permis d'obtenir la section efficace en fonction continue de l'énergie (entre 500 et 1200 MeV). Aucune structure n'est observée (fig. 10) dans un domaine de masse de 2100 à 2400 MeV. De même le pouvoir d'analyse pp mesuré de façon continue à plusieurs angles, ne révèle pas de structure³¹.

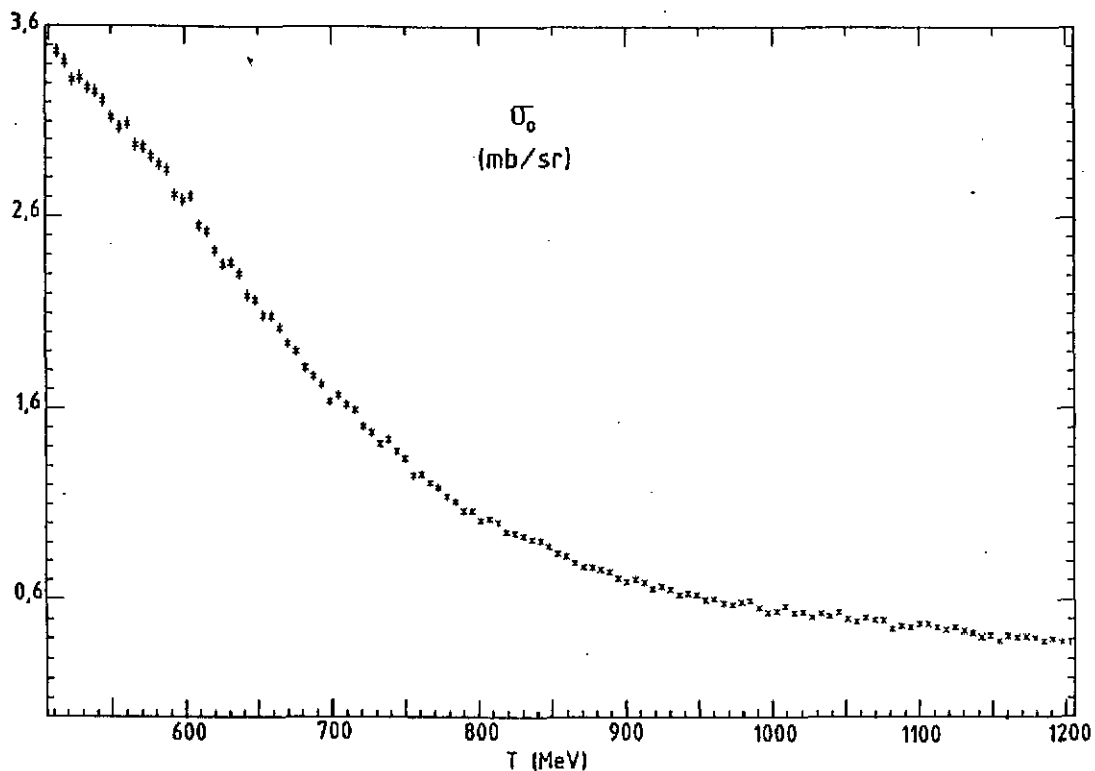


Fig. 10 - Section efficace pp à 90° c.m. mesurée avec un jet d'hydrogène pour cible²⁹.

Signalons enfin la mesure de la section efficace à 90° c.m. dans la réaction $\pi^+d \rightarrow pp$ [réf.³¹], où on a mis à profit le fait que les pions constituent un faisceau secondaire et donc

qu'on peut faire varier leur énergie de façon continue. Là encore pas de structure visible (fig. 11), dans la limite expérimentale de 1,5 % du fond continu, et pour une largeur de résonance supérieure à 1,5 MeV.

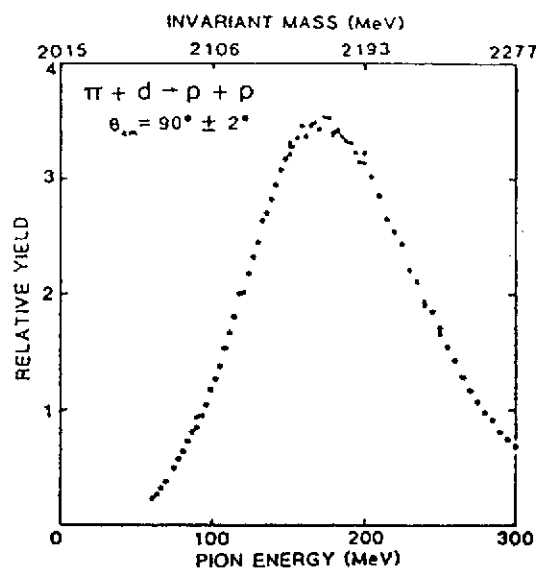


Fig. 11 - Section efficace $\pi^+d \rightarrow pp$ à 2,7 GeV et à $17,64^\circ$, présente un pic (fig. 12a) pour 90° c.m.

même légèrement vers les masses plus petites, quand on fait croître légèrement l'angle. Dans la réaction ${}^3\text{He}(p,d)X$ à 0,925 GeV, on retrouve ce pic à 2,243 GeV (fig. 12b), et un autre pic à 2,121 GeV. A 0,75 GeV d'énergie incidente, ces deux pics ont disparu (celui à 2,24 GeV est peut-être simplement en bordure du spectre), par contre une bosse apparaît à 2,192 MeV.

L'expérience reprise ultérieurement à 1,2 GeV et à un angle différent (fig. 12c), confirme les pics à 2,122 GeV (largeur 5 MeV), à 2,198 GeV (largeur 8 MeV) et, plus faiblement, à 2,233 GeV (largeur 13 MeV), avec de très petites erreurs statistiques, inférieures à la dimension des points sur la figure.

L'ensemble de ces expériences a été réalisé avec un spectromètre magnétique (SPES I) au synchrotron Saturne. L'acceptance du spectromètre étant limitée à 3,5 % en impulsion, les spectres ont été obtenus en faisant varier le champ magnétique du spectromètre par pas de 1 % (pour obtenir un bon recouvrement), et en ajoutant les spectres partiels. Cette procédure a été utilisée pour réduire le plus possible les erreurs systématiques. Il serait souhaitable cependant que ces expériences soient refaites avec un dispositif expérimental différent, car si on peut admettre que des pics n'apparaissent pas forcément à tous les angles et à toutes les énergies, la section efficace de production dépendant du spin de l'état considéré et de l'impulsion transférée, il est difficile de comprendre la variation si rapide avec l'angle pour le pic à 2,24 GeV, produit dans la réaction $p({}^3\text{He},d)X$, à une énergie incidente de 2,7 GeV.

IV.3 La réaction $\gamma d \rightarrow pp\pi^-$

La réaction $\gamma d \rightarrow pp\pi^-$ a été étudiée au Synchrotron de Bonn avec un faisceau de photons de bremsstrahlung³³. Dans la voie s, c'est-à-dire dans la masse invariante $pp\pi^-$, aucune structure n'apparaît, avec une résolution de 4 MeV. Par contre la masse invariante des deux photons présente un pic à 2014 ± 2 MeV (fig. 13a), d'une largeur de 4 à 5 MeV. Le spectre de la figure 13a a été obtenu en n'acceptant que les événements pour lesquels les protons ont une impulsion supérieure à

IV.2 La réaction $p{}^3\text{He} \rightarrow dX$ ($T=1$)

Nous insisterons un peu plus sur cette expérience car c'est la seule à donner un résultat positif avec une bonne précision statistique. La réaction $p{}^3\text{He} \rightarrow dX$ a été étudiée³² par Tatishcheff avec le souci de varier les conditions expérimentales pour éliminer les pics spurieux : échange de la cible et du faisceau en effectuant soit $p({}^3\text{He},d)X$, soit ${}^3\text{He}(p,d)X$; spectres à différents angles et à différentes énergies incidentes.

Le spectre obtenu dans la réaction $p({}^3\text{He},d)X$, à

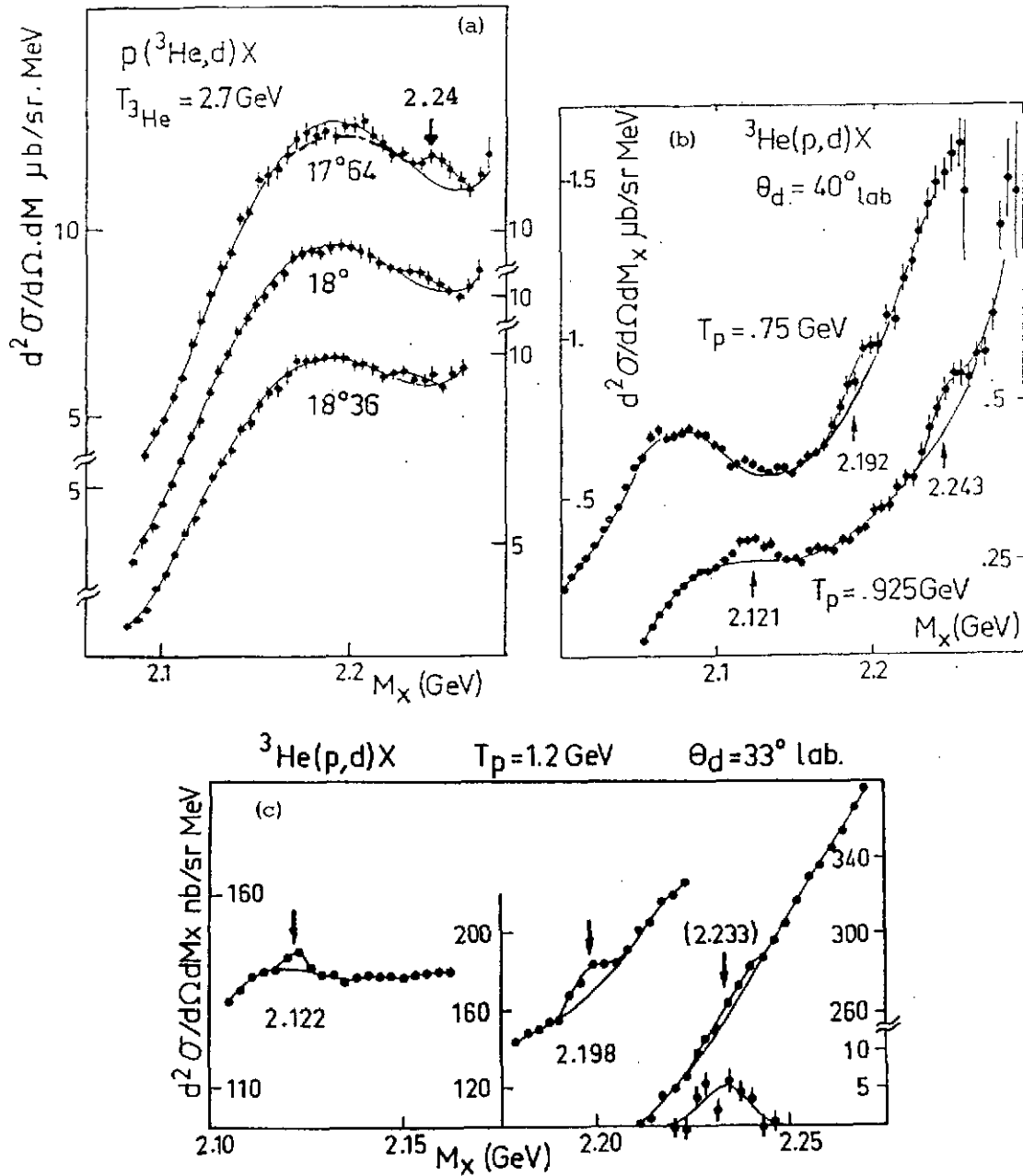


Fig. 12 - Spectres de masse manquante des réactions $p(^3\text{He},d)X$ et $^3\text{He}(p,d)X$ [réf. 32].

300 MeV/c, de façon à éliminer la production quasi-libre. Le pic est encore plus apparent sur la fig. 13b qui correspond à une autre catégorie de coupure : on demande que le pion soit émis à peu près perpendiculairement aux protons dans le système du centre de masse des deux protons ; cette coupure est supposée favoriser les réactions où les deux protons participent directement. On remarque que ce pic correspond à une masse très proche de $NN\pi$.

IV.4 Expériences de chambres à bulles

Un grand nombre d'expériences de chambres à bulles, effectuées en Union Soviétique, ont été analysées dans le but de rechercher des résonances dibaryoniques dans la masse invariante nucléon-nucléon. De nombreux pics ont en effet été observés mais d'une manière générale, ces expériences souffrent de leur faible statistique.

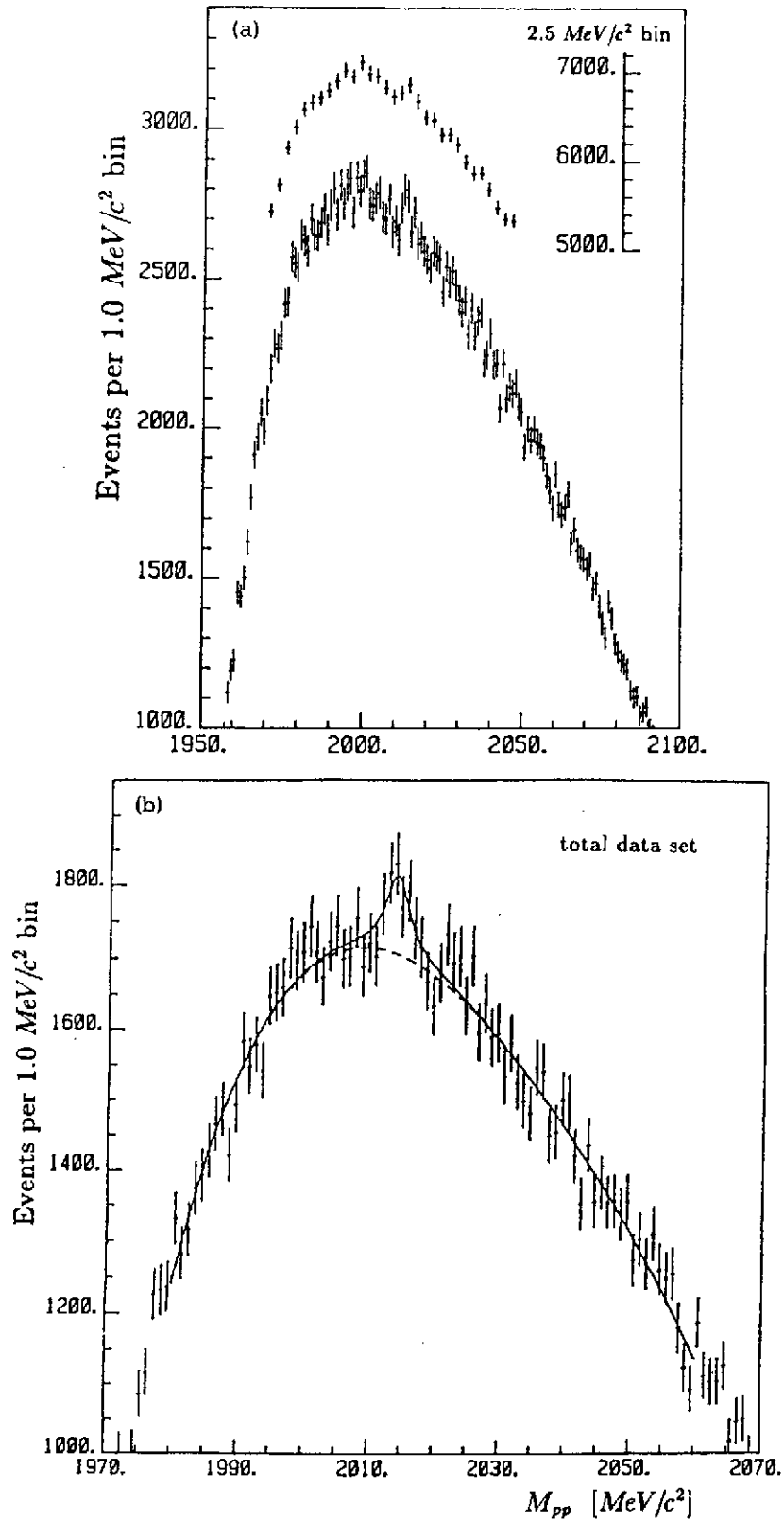


Fig. 13 - Masse invariante des deux protons dans $\gamma d \rightarrow pp\pi^-$ [réf.³³]. a) pour des protons d'impulsion supérieure à 300 MeV/c. b) pour des pions émis perpendiculairement aux protons dans leur système du centre de masse.

Par exemple Siemiarczuk³⁴) a analysé une expérience de cassure du deuton à 3,3 GeV/c, $dp \rightarrow (pn)p$. Le spectre de masse invariante (pn) (fig. 14) présente deux pics à 2020 et 2130 MeV, larges d'une trentaine de MeV. Ici on a sélectionné les événements pour lesquels l'impulsion du nucléon le plus lent (dit spectateur) est supérieure à 350 MeV/c, dans le but de réduire la contribution venant de la diffusion quasi-libre. Le même échantillon expérimental analysé par Dolidze³⁶, révèle deux pics dans la masse invariante pp, à des énergies voisines. Mais Dolidze montre aussi que ces pics peuvent s'expliquer par des diagrammes d'échange d'un pion et d'absorption d'un pion virtuel par le deuton. On n'a donc pas besoin de recourir à des résonances dibaryoniques pour interpréter les spectres de masse invariante NN dans la cassure du deuton.

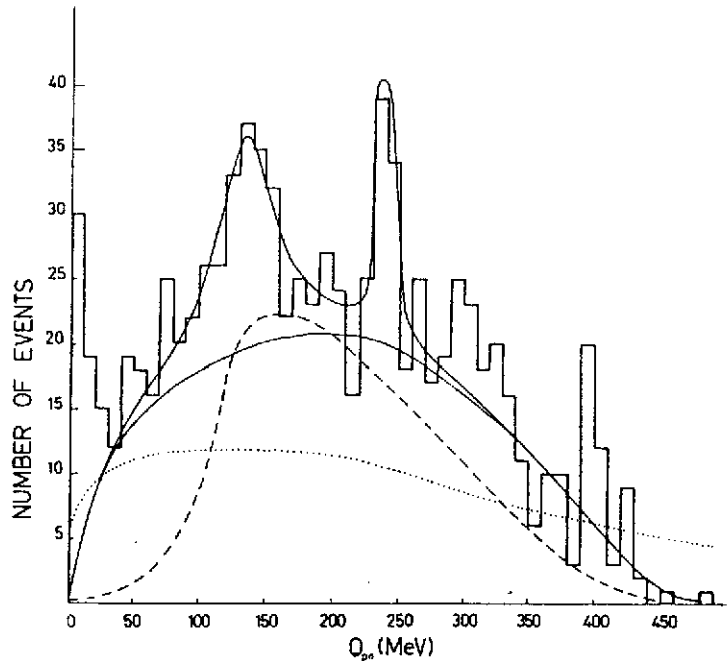


Fig. 14 - Masse invariante pn dans la réaction $dp \rightarrow (pn)p$ avec $p_S > 350$ MeV/c [réf.³⁴]. Les courbes (---) et (...) représentent le fond dû à la diffusion simple et double. La courbe (—) correspond à l'espace de phase à 3 corps.

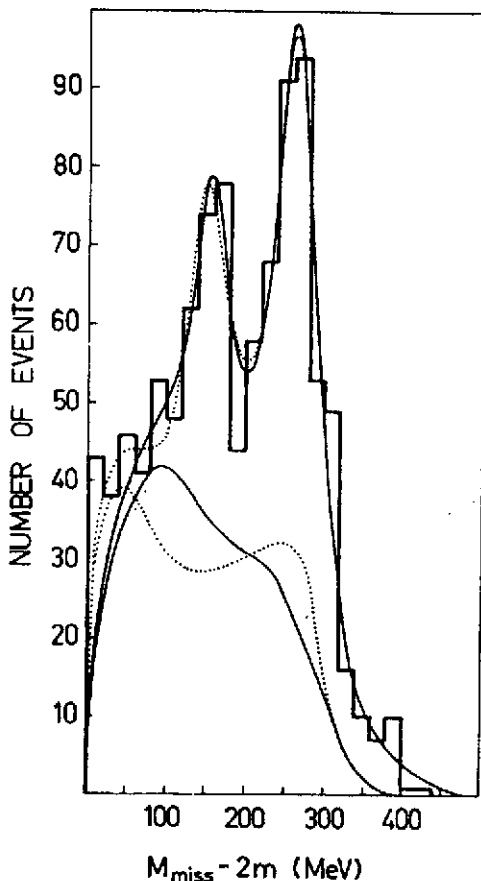


Fig. 15 - Spectre de masse manquante dans la réaction $dp \rightarrow p\pi^+ X$ [réf.³⁵].

Dans la réaction $dp \rightarrow p\pi^+ +$ masse manquante ($T=1$), analysée également par Siemiarczuk³⁵, deux pics apparaissent à 2030 ± 20 MeV et 2140 ± 20 MeV, larges de 50 à 60 MeV (fig. 15). On retrouve ces deux pics, avec les mêmes largeurs, dans la masse invariante des deux protons ($T=1$) de la réaction ${}^4\text{He} p \rightarrow dppn$ [réf.³⁷] (fig. 16b), alors que la masse invariante pn ne présente pas de structure (fig. 16a). Précisons que la fig. 16a (16b) correspond aux événements où la particule la plus rapide, dans le système de l'hélium, est un proton (neutron). On observerait donc des pics dans la masse invariante pp et non dans la masse invariante pn, d'une part à cause de la pureté en isospin, d'autre part parce que la première réaction fait intervenir un échange de charge, ce qui réduit le bruit de fond non résonant. L'interprétation de ces spectres nécessiterait toutefois des calculs détaillés car il n'est pas exclu que des mécanismes de réaction faisant intervenir les degrés de liberté mésiques soient responsables de ces structures, comme dans le cas de la cassure du deuton évoquée au paragraphe précédent.

Des expériences ont été faites dans des chambres à bulles à propane, à fréon ou même à NeH_2 , avec des faisceaux de pions, de protons et de ${}^{12}\text{C}$. Nous

citerons l'expérience d'Azimov³⁸ de collision $\pi^{-12}\text{C}$ à 4 et 40 GeV/c et $p^{20}\text{Ne}$ à 300 GeV/c, où des pics ont été observés dans la masse invariante de deux protons (fig. 17), pour les valeurs 1922 et 1940 MeV avec une largeur de 10 MeV.

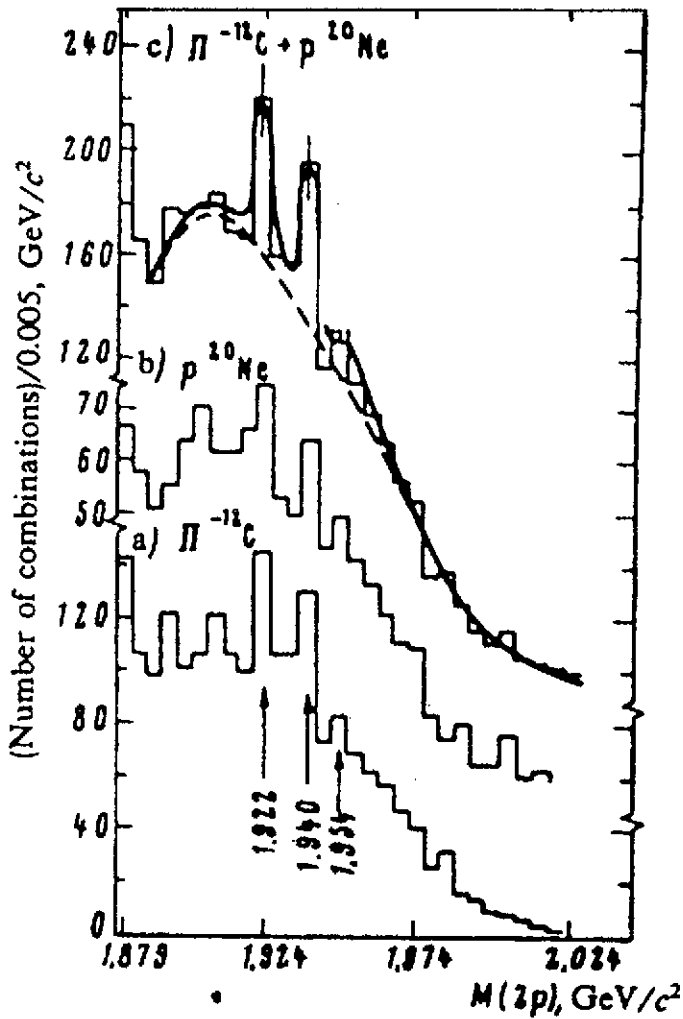


Fig. 17 - Spectres de masse invariante d'une paire de protons d'impulsion $220 < p < 400$ MeV/c produits a) dans l'interaction $\pi^{-12}\text{C}$ à 4 et 40 GeV/c ; b) dans l'interaction $p^{20}\text{Ne}$ à 300 GeV/c ; c) somme des deux spectres.

l'énergie des protons ou sur leur angle d'émission. L'effet de ces coupures sur l'espace de phase mériterait d'être étudié. Les autres expériences, d'une valeur statistique assez faible, n'ont souvent pas dépassé le stade du rapport interne.

V. BILAN ET PERSPECTIVES

Nous avons présenté les résultats expérimentaux les plus importants dans la recherche des résonances dibaryoniques, résultats parfois contradictoires et d'interprétation souvent délicate. Une synthèse s'avère nécessaire. Nous la présentons en plusieurs points :

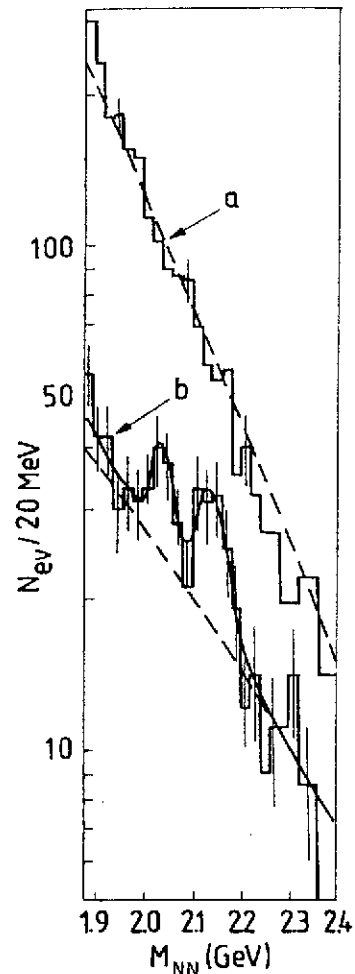


Fig. 16 - Spectres de masse invariante des deux nucléons les plus lents dans la réaction ${}^4\text{He} p + \text{dppn}$. a) Masse invariante pn, b) masse invariante pp.

De même Amelin³⁹ a observé un pic vers 1925 MeV, dans la masse invariante pp, en bombardant du fréon ou du néon avec des π^- . Dans toutes ces expériences les pics sont obtenus en faisant des coupures sur

- les structures larges observées dans la diffusion nucléon-nucléon peuvent s'interpréter dans le cadre des modèles conventionnels faisant intervenir les degrés de liberté mésiques et isobariques. Il en est de même pour les voies inélastiques ou la diffusion πd ;
- une seule réserve à cet énoncé : les structures trouvées dans $\Delta\sigma_L$ à 2,7 et 2,9 GeV qui pourraient correspondre aux prédictions de Lomon ;
- aucune résonance étroite n'a été observée dans la voie s ;
- les pics étroits (~ 10 MeV) observés dans la réaction $p^3\text{He} \rightarrow d\alpha$ ont une signification statistique indubitable ;
- dans les expériences de chambres à bulles, les structures de largeur moyenne (30-50 MeV) observées dans les réactions à petit nombre de nucléons, pourraient éventuellement s'expliquer par des diagrammes d'échange d'un pion. Les pics étroits (< 20 MeV) dans la masse invariante pp, observés dans des réactions hadroniques avec des noyaux plus lourds, restent à confirmer.

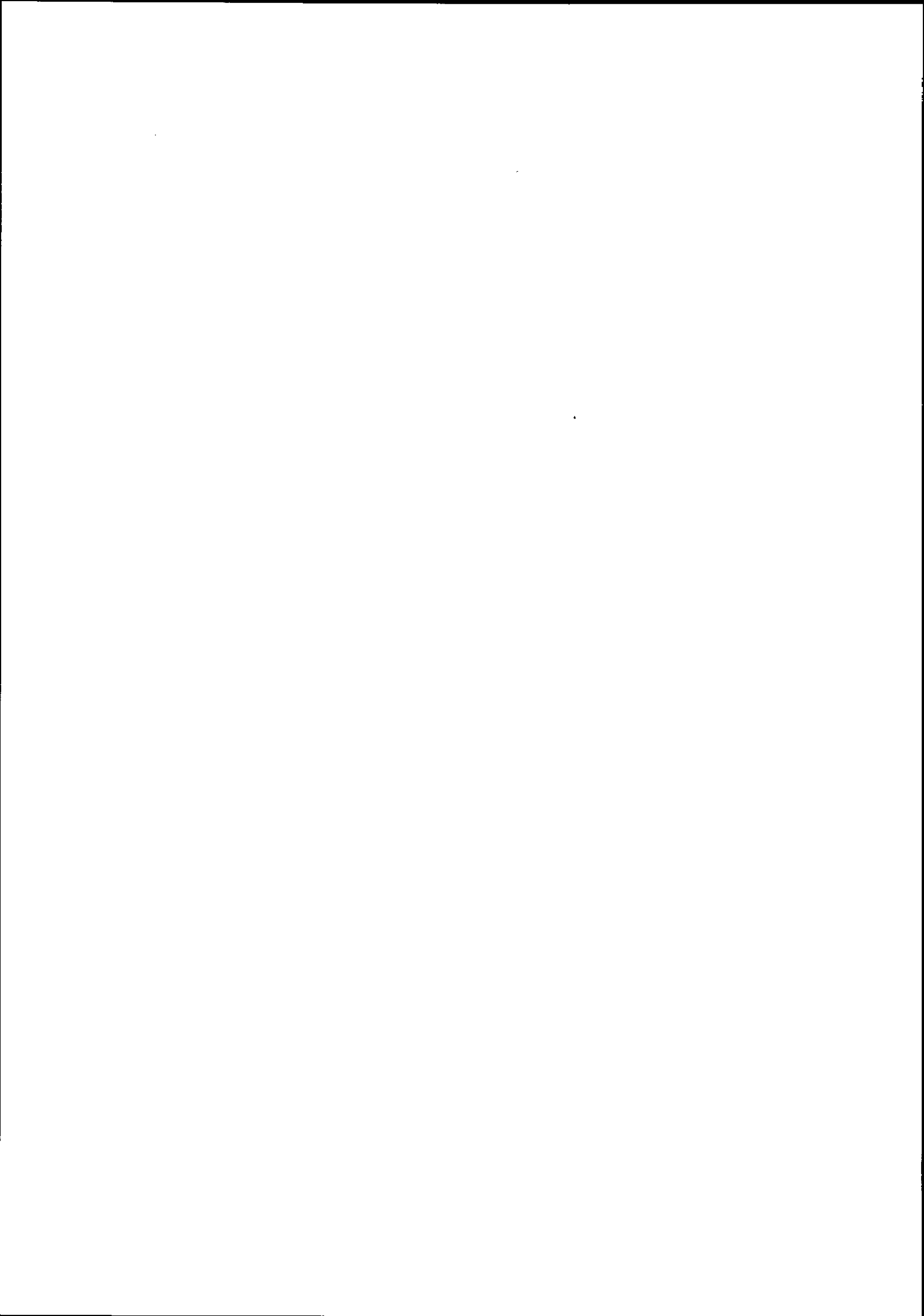
Ce bilan montre manifestement la nécessité de poursuivre le travail expérimental et explique pourquoi la question des résonances dibaryoniques reste à l'ordre du jour dans la plupart des laboratoires d'énergie intermédiaire. C'est ainsi qu'à Los Alamos on a proposé, entre autres, l'étude des réactions $^3\text{He}(p,d)$, $^4\text{He}(p,t)$ et $(p,^3\text{He})$ pour vérifier les résultats de Tatischeff, et des réactions $d(\pi^{\pm}, \pi^{\mp})$ qui impliquent un double échange de charge. Dans ce dernier cas on cherche des états d'isospin $T=2$. La possibilité de tels états a été évoquée par Garcilazo⁴⁰), comme états liés ou résonants du système πNN . Liés, ces états ne pourraient se désintégrer que par interaction électromagnétique, ou même interaction faible pour les états π^-nn ou π^+pp , avec une durée de vie comparable à celle du pion chargé. Jusqu'à présent on n'a pu que déterminer une limite supérieure à la section efficace de production de tels états⁴¹), mais les expériences se poursuivent. L'existence d'états $T=2$ permettrait de mieux comprendre la faible largeur des états de masse inférieure à $NN\pi$ observés dans les expériences de chambres à bulles, si ces derniers étaient confirmés.

A Saclay, des expériences de mesure d'observables de spin dans la réaction $pp \rightarrow d\pi^+$, permettront de vérifier l'existence des structures prévues par Lomon. Les réactions $\vec{d}p \rightarrow p\pi^+\alpha$ ($T=1,2$), $\vec{d}p \rightarrow pp\alpha$ ($T=1$), $\vec{d}\alpha \rightarrow d\alpha$ ($T=0$) et $\vec{d}\alpha \rightarrow \alpha\alpha$ ($T=0$) ont été proposées pour le spectromètre SPES III à Saturne. Ce spectromètre présente plusieurs avantages : large bande en impulsion (600 à 1400 MeV/c), plusieurs particules détectées en même temps, possibilité de définir des déclencheurs différents simultanés, et une résolution attendue de 2 MeV. Enfin les voies inélastiques $NN\pi$ seront explorées avec divers dispositifs expérimentaux : spectromètre à π^0 , ensemble de détection permettant d'identifier les réactions à 3 corps chargés par leur corrélation angulaire (ARCOLE).

REFERENCES

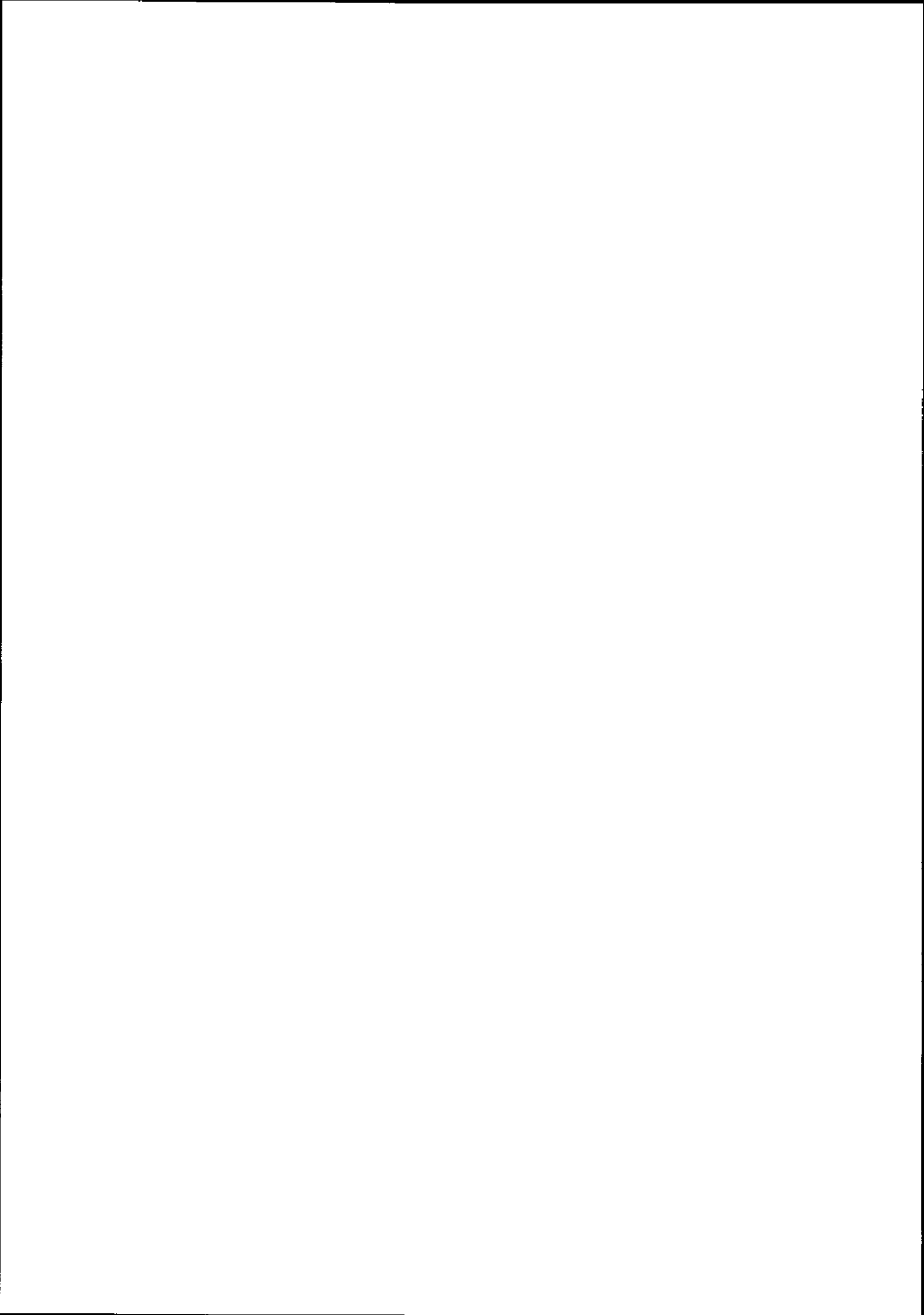
1. R.L.Jaffe, Phys. Rev. Lett. 38(1977)195
2. P.J.G.Mulders, A.T.M.Aerts et J.J.de Swart, Phys. Rev. D21(1980)2653
3. D.B.Lichtenberg et al., Phys. Rev. D18(1978)2569
4. E.P.Wigner et L.Eisenbud, Phys. Rev. 72(1947)29
5. P.LaFrance et E.L.Lomon, Phys. Rev. D34(1986)1341
P.Gonzalez, P.LaFrance et E.L.Lomon, Phys. Rev. D354(1987)2142
6. M.P.Locher, M.E.Sainio et Svarc, Advances in Nucl. Phys. 17(1986)47
7. F.Lehar, C.Lechanoine-Leluc et J.Bystricky, J. de Phys. 48(1987)1273
8. R.A.Arndt et al., Phys. Rev. D28(1983)97

9. N.Hoshizaki, Prog. Theor. Phys. 60(1978)1976;61(1979)129
10. B.J.Edwards et G.H.Thomas, Phys. Rev. D22(1980)2772
B.J.Edwards, Phys. Rev. D23(1981)1978
11. T.Ueda, Phys. Lett. 119B(1982)281
12. T.H.S.Lee, Phys. Rev. C29(1984)195
13. P.U.Sauer, Prog. in Part. et Nucl. Phys. 16(1986)35
14. T.Mizutani et al., Phys. Lett. 107B(1981)177
15. I.P.Auer et al., Phys. Rev. D34(1986)23
I.P.Auer et al., PANIC 87, Kyoto, b-56
16. H.L.Anderson et al., Phys. Rev. D3(1971)1536
17. T.Yao, Phys. Rev. 134B(1964)454
18. G.Glass et al., Phys. Rev. C31(1985)288
19. J.A.Niskanen, Phys. Lett. 112B(1982)17
20. B.Blankleider et I.R.Afnan, Phys. Rev. C24(1981)1572
21. A.S.Rinat et Y.Starkand, Nucl. Phys. A397(1983)381
22. G.R.Smith et al., Phys. Rev. C29(1984)2205
23. A.S.Rinat, Phys. Lett. 126B(1983)151
24. M.H.MacGregor, Phys. Rev. Lett. 42(1979)1724
25. W.Gruebler et al., Phys. Rev. Lett. 49(1982)444
26. E.Ungricht et al., Phys. Rev. C31(1985)934
27. G.R.Smith et al., Phys. Rev. Lett. 57(1986)803
28. P.W.Lisowski et al., Phys. Rev. Lett. 49(1982)255
29. M.Garçon et al., Nucl. Phys. A445(1985)664
30. M.Garçon, These d'Etat, Orsay 1984
31. K.K.Seth et al., Xth Int. Conf. on Few Body Problems in Physics, Karlsruhe 1983, p.93
32. B.Tatischeff et al., Phys. Rev. Lett. 52(1984)2022
33. B.Bock et al., Nucl. Phys. A459(1986)573
34. T.Siemarczuk et al., Phys. Lett. 128B(1983)367
35. T.Siemarczuk et Z.Zielinski, Phys. Lett. 137B(1984)434
36. M.G.Dolidze et al., Z. Phys. A325(1986)391
37. V.V.Glagolev et al., Z. Phys. A317(1984)335
38. S.A.Azimov et al., JETP Lett. 40(1984)1109
39. A.I.Amelin et al., JETP Lett. 43(1986)585
40. H.Garcilazo, Phys. Rev. C34(1986)1425
41. J.Lichtenstadt et al., Phys. Rev. C33(1986)655



LES SONDES HADRONIQUES TRADITIONNELLES ET EXOTIQUES
DE LA STRUCTURE DES NOYAUX

Y. Abgrall



LES SONDES HADRONIQUES TRADITIONNELLES ET EXOTIQUES DE LA STRUCTURE DES NOYAUX

Y. ABGRALL

Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I,
Rue du Solarium, 33170 GRADIGNAN

Résumé :

Dans cet exposé qui est consacré à la diffusion des sondes hadroniques sur les noyaux, nous nous intéresserons plus particulièrement au cas des protons, des mésons K^+ et des antiprotons.

Après avoir rappelé les caractéristiques essentielles des interactions élémentaires KN et $N\bar{N}$, nous examinerons certains aspects du mécanisme d'interaction projectile-noyau (diffusion multiple, sensibilité des sections efficaces aux corrélations entre les nucléons du noyau cible, localisation spatiale du processus de diffusion).

Nous comparerons ensuite les mérites respectifs et nous dégagerons le caractère complémentaire de ces différentes sondes périphériques (\bar{p}), de surface (p) et profondes (K^+) dans la détermination de certaines caractéristiques du noyau (densités de neutrons, ...).

Abstract :

This work is devoted to the scattering of the hadronic probes on the nuclei, with a particular emphasis to the proton, K^+ meson and antiproton.

After a brief recall of the main characteristics of the elementary KN and $N\bar{N}$ two body interactions, we discuss some aspects of the projectile-nucleus scattering mechanism (multiple scattering, sensitivity of the scattering cross sections to the correlations among the target nucleons, spatial localisation of the scattering process).

Next, we compare the interest and the complementary aspects of these peripheral (\bar{p}), surface (p) and deep (K^+) probes in the determination of some characteristics of the nucleus (neutron densities, ...).

I. INTRODUCTION

Depuis longtemps déjà les physiciens nucléaires ont à leur disposition un certain nombre de sondes comme e, p, α , ions lourds... ils ont appris, avec beaucoup d'habileté, à jouer sur les différents types de réactions possibles, sur les différentes gammes de transfert et d'énergie pour en tirer un maximum d'informations sur la structure et la dynamique du noyau.

Aussi, à l'heure actuelle, un certain nombre de caractéristiques nucléaires sont bien connues, avec une précision qui peut quelquefois être tout à fait remarquable, de l'ordre du pour-cent en ce qui concerne par exemple les densités de charges extraites des expériences de diffusion d'électrons à grands transferts¹⁾.

Par contre certaines autres caractéristiques nucléaires sont mal - voire très mal - connues. C'est le cas en particulier pour ce qui touche aux densités de matière hadronique (densités de neutrons ρ_n) ou aux corrélations entre les nucléons d'un noyau.

À côté de ces sondes "traditionnelles", les physiciens nucléaires disposent également d'un certain nombre d'autres sondes, comme les pions (π) depuis la mise en service des "usines à pions" (SIN, TRIUMF, LAMPF), et plus récemment d'antiprotons (\bar{p}) avec la venue de LEAR au CERN (1983) et de kaons (K) avec les premières mesures précises de sections efficaces de diffusion K^2 -noyau à l'AGS de Brookhaven (1982).

Dans cet exposé qui est consacré à la diffusion de sondes hadroniques par les noyaux, nous nous intéresserons plus particulièrement au cas des p (sonde hadronique la plus largement utilisée, la mieux maîtrisée et qui nous servira d'utile élément de comparaison), des mésons K^+ (prototype de sonde hadronique profonde) et des \bar{p} (prototype de sonde hadronique périphérique).

II. CARACTERISTIQUES ESSENTIELLES DES INTERACTIONS ELEMENTAIRES KAON-NUCLEON (KN) ET ANTINUCLÉON-NUCLÉON ($\bar{N}N$)

L'interaction d'une sonde avec un noyau étant largement tributaire de l'interaction élémentaire, il est nécessaire de rappeler les principales caractéristiques des interactions élémentaires, KN et $\bar{N}N$ en particulier, qui sont moins familières que NN. Nous essaierons également de savoir dans quelle mesure les amplitudes à 2-corps correspondantes sont, à l'heure actuelle, bien déterminées. Bien entendu, le lecteur trouvera dans les différentes références bibliographiques données matière à approfondissement.

A) Les interactions K^+N et K^-N

Le premier point qu'il convient de souligner est que les interactions K^+N et K^-N présentent des caractères radicalement différents. On peut s'en persuader sur la fig. 1 où sont reportées les sections efficaces K^2N dans les états d'isospin $I=0$ et 1 et dans la gamme de moment $0.40 \text{ GeV}/c < p_{\text{lab}} < 1.10 \text{ GeV}/c$. Alors que l'amplitude moyenne d'interaction forte $(f_{\pi p} + f_{\pi n})/2$ est, pour des raisons de symétrie d'isospin, la même pour les π^+ et les π^- , il n'en est visiblement pas de même pour les K^+ et K^- . Le fait que ces deux particules aient une étrangeté opposée, $S = +1$ pour le K^+ et $S = -1$ pour le K^- et qu'elles n'appartiennent donc pas au même doublet d'isospin est évidemment à l'origine de ces différences fondamentales. Rappelons que les doublets d'isospin sont (K^+, K^0) $S = +1$ et (\bar{K}^0, K^-) $S = -1$.

L'interaction K^-N est relativement "forte" sur l'échelle hadronique ($\sigma_{\text{tot}} \sim 40-60 \text{ mb}$ dans la gamme de quelques centaines de MeV). Elle est d'autre part de courte portée et essentiellement attractive. Le système K^-N supportera donc de nombreuses résonances baryoniques d'étrangeté $S = -1$ (résonances Λ et Σ dans les voies $I = 0$ et 1 respectivement).

À l'opposé, l'interaction K^+N est remarquablement "faible" pour une sonde hadronique ($\sigma_{\text{tot}} \sim 10$ à 15 mb pour $T_{\text{lab}} < 500 \text{ MeV}$). Également de courte portée, elle présente l'avantage considérable, pour ce qui est de la maîtrise du mécanisme d'interaction K^+ -noyau, de ne pas présenter de résonance dans cette gamme d'énergies de quelques centaines de MeV.

Ces aspects qualitatifs des interactions K^2N se comprennent facilement dans le cadre du

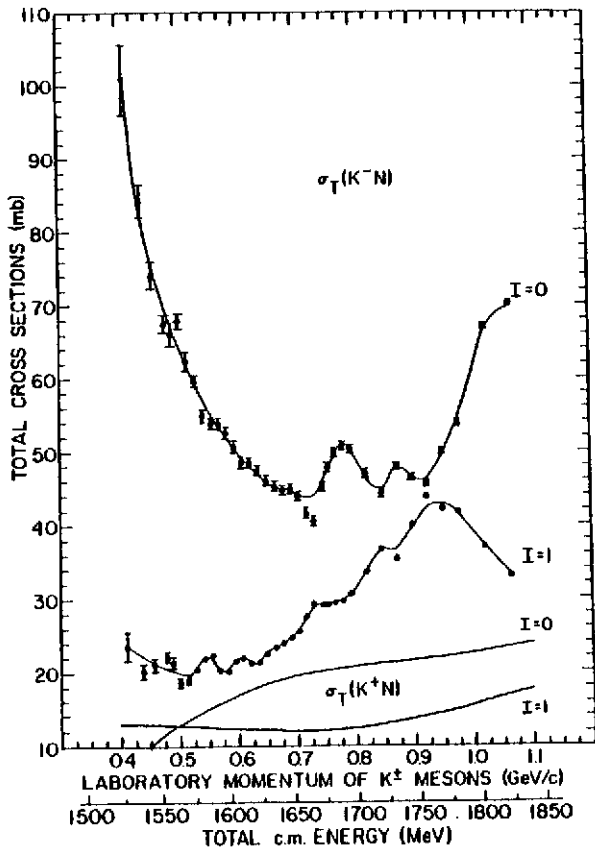


Fig. 1 : Sections efficaces totales K^\pm -nucléon dans les états d'isospin $I=0$ et 1 . Les données expérimentales K^-N sont de Carroll et al.²⁾. Pour K^+N , nous avons reporté les résultats de l'analyse en déphasage des données expérimentales due à Martin³⁾.

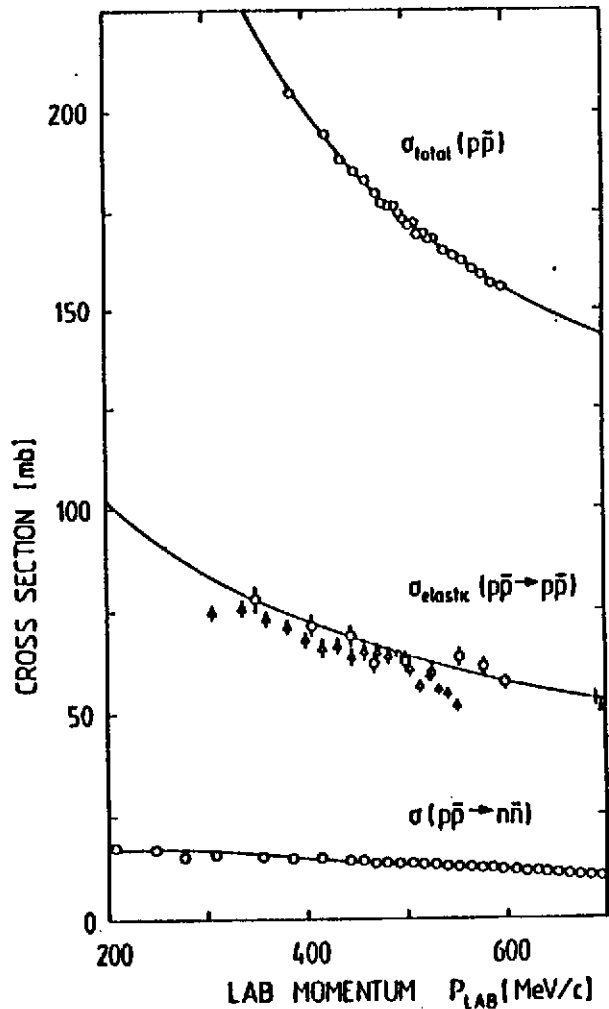


Fig. 3 : Sections efficaces $p\bar{p}$, totale, élastique et d'échange de charge (figure extraite de la ref. 12). Les résultats expérimentaux proviennent des réf. 13-15).

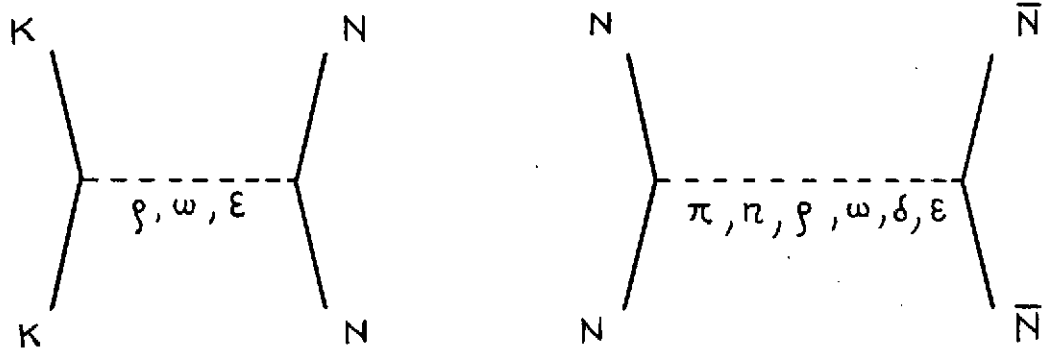


Fig. 2 : Interactions KN et $N\bar{N}$ et échanges de mésons

modèle d'échange de mésons (fig. 2a) que l'on peut construire¹⁰ en complète analogie avec le cas NN, avec cependant certaines différences liées au fait que le kaon ($J^P = 0^-$) a un spin nul. Ainsi dans l'interaction KN,

a) l'échange d'un π ou d'un η est interdit. Les contributions proviennent donc de l'échange de mésons plus lourds, vectoriels (ρ, ω) ou scalaire ϵ . D'où la courte portée de l'interaction KN avec pour conséquence que le K sera une sonde plus locale du noyau.

b) il n'y a, contrairement à NN, ni force tenseur ni force spin-orbite quadratique.

A la limite non relativiste, l'interaction KN s'écrira donc¹¹

$$V_{KN} = A(r) + B(r) \vec{\ell} \cdot \vec{s}_N + C(r) \vec{\tau}_K \cdot \vec{\tau}_N + D(r) (\vec{\tau}_K \cdot \vec{\tau}_N) (\vec{\ell} \cdot \vec{s}_N) \quad (1)$$

avec pour K^*N $A(r) = \pm V_0^*(r) - V_0^*(r)$
 $B(r) = \mp V_{LS}^*(r) - V_{LS}^*(r)$

et, à la fois pour K^*N et K^-N ,

$$C(r) = V_0^*(r) \quad \text{et} \quad D(r) = -V_{LS}^*(r)$$

les fonctions $V_0^*(r)$ et $V_{LS}^*(r)$ sont des fonctions du type Yukawa, positives pour toutes les valeurs de r .

Les potentiels d'interaction K^*N et K^-N sont reliés par la transformation de G-parité en changeant le signe des contributions correspondant à l'échange de mésons, comme le ω , dont la G-parité est -1 . On constate que la cohérence entre les contributions du ω et du ϵ conduit à une partie centrale attractive dans K^-N , alors que ces mêmes contributions sont opposées dans K^*N . Cette cohérence favorise évidemment la formation de résonances dans le système K^-N .

Sur le plan expérimental, il existe actuellement un assez grand nombre de données, mais de qualités inégales, portant sur les sections efficaces, la polarisation et l'échange de charge, qui ont permis de reconstruire les amplitudes par des analyses en déphasages.

Ainsi, en ce qui concerne K^*N , de nombreuses analyses en déphasages simultanées des voies $l=0$ et 1 ont été réalisées au cours de ces dernières années : Martin¹², Watts et al.¹³, Martin et Oades¹⁴, Nakajima¹⁵, la dernière datant de 1984 (Hashimoto¹⁶).

Dans l'ensemble, toutes ces analyses conduisent à des résultats comparables. Elles peuvent néanmoins présenter des différences significatives dans certaines ondes, ce qui reflète bien le caractère encore approximatif de notre connaissance actuelle de l'interaction KN.

B) L'interaction $N\bar{N}$, relation avec l'interaction NN

Ce sujet est actuellement en rapide évolution grâce à l'apparition de nouvelles données précises à LEAR qui concernent en particulier les sections efficaces de diffusion élastique et d'échange de charge¹⁷ et la mesure du rapport $\rho = \text{Re } f/lm \text{ vers l'avant}^{10,11}$. Ces données montrent la portée et les limites des descriptions antérieures et donnent évidemment de nouvelles contraintes sur les amplitudes.

Rappelons que l'interaction $N\bar{N}$ est une interaction hadronique très forte ($\sigma_{tot} \sim 150-200$ mb pour p_{lab} de l'ordre de quelques centaines de MeV/c) et qu'elle est dominée par l'annihilation qui représente environ les 2/3 de la section efficace totale (fig. 3).

Les parties à moyenne et longue portée ($r \gtrsim 1$ fm) semblent bien maîtrisées. Dans l'image traditionnelle du modèle d'échange de mésons, cette partie de l'interaction $N\bar{N}$ est en effet déduite de l'interaction NN par la règle de la G-parité. En effet, si $V_{NN} = \sum_i V_i$ est le potentiel d'interaction pour le système nucléon-nucléon (NN), l'indice $i = \{\pi, \eta, \rho, \omega, \delta, \dots\}$ désignant les différents mésons échangés (fig. 2b), le potentiel $V_{N\bar{N}}$ correspondant est alors donné par $V_{N\bar{N}} = \sum_i (-1)^{G_i} V_i$, où G_i est la G-parité du méson i ($G_i = +1$ pour η, ρ, ϵ et $G_i = -1$ pour π, ω, δ). Dans l'espace des coordonnées, les potentiels V_i ont la forme

$$V_i = (V_0^i + V_0^i \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + V_{LS}^i \vec{L} \cdot \vec{S} + V_T^i S_{12} + V_{LS2}^i Q_{12}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

correspondant aux échanges isoscalaires (1) ou isovectoriels ($\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2$). Les opérateurs tenseur ($S_{1,2}$) et spin-orbite quadratique ($Q_{1,2}$) ayant les formes habituelles

$$S_{1,2} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

$$Q_{1,2} = [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L}) + (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})]/2$$

(3)

Ces facteurs de phase $G_i = \pm 1$, apparemment anodins, conduisent en fait à une interaction $N\bar{N}$ qualitativement très différente de l'interaction NN . Ceci étant lié à la notion de cohérence¹⁶⁾, c'est-à-dire la possibilité de voir tous les mésons i échangés donner une contribution de même signe pour certaines composantes de l'interaction. La cohérence ($w+c$) conduira ainsi à une partie centrale de l'interaction $N\bar{N}$ très forte et très attractive. De même la forte cohérence ($n+p$) dans la partie tenseur de l'interaction aura de très intéressantes conséquences, en particulier pour ce qui touche aux observables de spin^{17,18)}.

Il convient de souligner que cette relation entre interactions NN et $N\bar{N}$ qui découle du modèle d'échange de méson et de la transformation de θ -parité n'a de sens que pour les parties à longue et moyenne portée. La partie à courte portée de l'interaction $N\bar{N}$ est en effet dominée par l'annihilation qui provient du fait que le système $N\bar{N}$ ayant un nombre baryonique zéro peut se dissoudre en mésons. Ce processus $N\bar{N} \rightarrow$ mésons n'a évidemment pas d'équivalent dans le cas NN .

La partie à courte portée de l'interaction $N\bar{N}$ pose donc bien plus de problèmes et en dépit d'efforts récents de description dans le cadre du modèle des quarks^{12,19,19)}, la plupart des analyses quantitatives font, pour ce qui concerne cette partie de courte portée, largement appel à la phénoménologie et à un potentiel optique du type $V_{ann} = V + iW$.

Ainsi Dover et Richard²⁰⁾ prennent pour V_{ann} une forme de Wood-Saxon dont les paramètres sont indépendants du spin, de l'isospin et de l'énergie. La forme du potentiel de Paris²¹⁾ est, quant à elle, beaucoup plus flexible et dépend du spin, de l'isospin et de l'énergie.

Il apparaît que tous ces modèles d'interaction dont les paramètres ont été déterminés pour reproduire en particulier les données $N\bar{N}$ élastiques et les sections efficaces totales, conduisent à des amplitudes centrales t_0^+ (moyennées sur le spin et l'isospin) comparables. Par contre, elles se différencient considérablement²²⁾ en ce qui concerne les amplitudes de spin-isospin (t_{++} , t_{+-} , t_{-+} , t_{--} ...) qui sont très peu contraintes par les rares données actuelles concernant la polarisation.

III. INTERACTION DES PROTONS, ANTIPROTONS ET KAONS AVEC LES NOYAUX

Il convient tout d'abord de bien comprendre la philosophie générale qui gouverne actuellement les études portant sur la diffusion K-noyau et p-noyau et qui découle directement de ce qui précède. Compte tenu des imprécisions sur les amplitudes à 2-corps, ce type d'étude a plus pour but à l'heure actuelle d'analyser le mécanisme d'interaction de la sonde avec le noyau et en examiner les potentialités, plutôt que d'en extraire telle ou telle information nouvelle sur la structure des noyaux concernés. On peut même, comme nous le verrons, renverser les termes de l'opération et utiliser les données de la diffusion projectile-noyau pour obtenir des informations sur l'interaction élémentaire projectile-nucléon.

A) Fonctions densité, fonctions de corrélation et diffusion multiple

Il existe plusieurs modèles théoriques pour décrire de manière macroscopique un processus de diffusion multiple projectile-noyau, tant dans un cadre non relativiste (modèle de Glauber²³⁾ et

de Kerman, Mc Manus, Thaler²⁴⁾ que relativiste²⁵⁾. Ces descriptions ont d'ailleurs un grand nombre de points communs. Elles ont chacune leurs portées et leurs limites²⁶⁾ et elles conduisent à des résultats sensiblement identiques en ce qui concerne les sections efficaces²⁷⁾.

Nous nous placerons ici dans le cadre du modèle de diffusion multiple de Glauber qui, tout en étant suffisamment réaliste, a l'avantage de relier de manière très simple l'amplitude de diffusion projectile-noyau aux amplitudes à 2-corps projectile-nucléon et aux fonctions de corrélations). Nous ne présenterons ici que ce qui est nécessaire pour bien comprendre cette relation dans le cas de la diffusion élastique et, pour simplifier les écritures, nous ignorerons également dans toute la suite les degrés de liberté de spin et d'isospin.

Dans le modèle de Glauber l'amplitude de diffusion élastique projectile-noyau est donnée par

$$F(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} [1 - e^{i\chi(\vec{b})}] \quad (4)$$

k est le moment de la particule incidente dans le système du c.m., $\vec{k}q = (\vec{k}_p - \vec{k}_f)$ est le moment transféré et \vec{b} le paramètre d'impact du projectile pris dans un plan perpendiculaire à la direction du faisceau ; \vec{s}_j est la projection sur ce plan de la coordonnée \vec{r}_j du jème nucléon.

$$e^{i\chi(\vec{b})} = \langle \Psi_0 | \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)) | \Psi_0 \rangle \quad (5)$$

est la fonction de profil nucléaire qui se présente donc sous la forme de la valeur moyenne d'un opérateur à A-corps.

La fonction profil élémentaire Γ_j est la transformée de Fourier de l'amplitude élémentaire projectile-nucléon $f_j(\vec{q}, E)$

$$\Gamma_j(\vec{b}) = \frac{1}{2i\pi k} \int d^2q e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}} f_j(\vec{q}) \quad (6)$$

Si on désigne par $\rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = |\Psi_0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)|^2$ la densité à A-corps de l'état fondamental, la fonction de profil nucléaire peut encore s'écrire

$$e^{i\chi(\vec{b})} = \int d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_A \rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)] \quad (7)$$

A ce stade, on constate que l'évaluation de l'amplitude de diffusion projectile-nucléon (4) nécessite la donnée de deux ingrédients

- i) la fonction densité à A-corps $\rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$
- ii) l'amplitude élémentaire projectile-nucléon $f_j(\vec{q}, E)$ que l'on prendra directement de l'expérience (cf. chapitre II).

1) La série de diffusion multiple

Développons la fonction de profil nucléaire (5) en terme de produits de fonctions de profil élémentaires

$$e^{i\chi(\vec{b})} = \langle \Psi_0 | 1 - \sum_j \Gamma_j + \sum_{j < k} \Gamma_j \Gamma_k - \sum_{j < k < l} \Gamma_j \Gamma_k \Gamma_l + \dots | \Psi_0 \rangle \quad (8)$$

Le premier terme (non trivial) de cette série de diffusion multiple décrit la diffusion sur un seul nucléon alors que les autres représentent les diffusions doubles, triples...

Le premier point que nous voudrions examiner ici concerne les contributions respectives des termes de diffusion simple, double, triple... dans la diffusion des différentes sondes sur les noyaux. Pour ce faire nous supposons, dans un premier temps, qu'il n'y a pas de corrélations entre les nucléons du noyau cible, en d'autres termes, que la densité à A-corps n'est rien d'autre

que le produit des densités à 1-corps $\rho(\vec{r})$

$$\rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) = \rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2) \dots \rho(\vec{r}_n) \quad (\text{sans corrélation}) \quad (8)$$

où

$$\rho(\vec{r}) = \frac{1}{A} \langle \Psi_0 | \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) | \Psi_0 \rangle = \int d\vec{r}_2 \dots d\vec{r}_n \rho(\vec{r}, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) \quad (10)$$

Dans les exemples que nous donnons (fig. 4), on constate que dans la diffusion d'un p de 800 MeV sur le ^{12}C , il est nécessaire de tenir compte de la diffusion du projectile sur un minimum de 4 à 5 nucléons cibles pour avoir une idée relativement correcte du processus de diffusion. En ce qui concerne le K^- nous nous trouvons dans une situation sensiblement identique.

Avec les K^- par contre, la situation est radicalement différente et s'explique aisément par ce que l'on sait de la faible intensité de l'interaction K^- -nucléon. Comme on peut le voir sur la fig. 4, la diffusion K^- -noyau est dominée par le terme de simple diffusion et la contribution de la double diffusion, bien que non négligeable néanmoins, est cependant nettement plus petite que dans la diffusion de p et de K^- .

Au vu de ce qui précède, on peut également s'attendre à ce que les effets des corrélations que nous allons maintenant examiner seront moindres dans la diffusion de K^- que dans celle des p. Il s'agit en effet, au mieux, de corrections au terme de diffusion double.

2) L'amplitude de diffusion multiple en termes de fonctions densité et de fonctions de corrélation

Au lieu de considérer comme nous le venons de le faire la série de diffusion multiple (8) dont la convergence peut quelquefois être lente, il est préférable de développer cette même amplitude de Glauber en terme de fonctions de corrélation dont la convergence est plus rapide. De cette manière, nous verrons également beaucoup plus clairement comment l'information sur le noyau, c'est-à-dire les fonctions de structure (densités et corrélations), interviennent dans l'amplitude de diffusion multiple.

Par intégration successive de la densité à A corps, on obtient les fonctions densité d'ordres inférieurs à A-1, A-2, ..., 2, 1-corps.

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \int \rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) d\vec{r}_4 \dots d\vec{r}_n = \frac{1}{A(A-1)(A-2)} \langle \Psi_0 | \sum_{i \neq j \neq k} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_i) \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_j) \delta(\vec{r}_3 - \vec{r}_k) | \Psi_0 \rangle$$

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \int \rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) d\vec{r}_3 \dots d\vec{r}_n = \frac{1}{A(A-1)} \langle \Psi_0 | \sum_{i \neq j} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_i) \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_j) | \Psi_0 \rangle \quad (11)$$

$$\rho(\vec{r}_1) = \int \rho(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) d\vec{r}_2 \dots d\vec{r}_n = \frac{1}{A} \langle \Psi_0 | \sum_i \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_i) | \Psi_0 \rangle$$

Introduisons maintenant les fonctions de corrélation de paire (C), triple (D), ... de l'état fondamental de la manière suivante

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2) + C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (12)$$

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2) \rho(\vec{r}_3) + \rho(\vec{r}_1) C(\vec{r}_2, \vec{r}_3) + \rho(\vec{r}_2) C(\vec{r}_1, \vec{r}_3) + \rho(\vec{r}_3) C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + D(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$$

Reportant ces expressions dans (5) et (7), on obtient après une certaine algèbre le développement désiré de l'amplitude de Glauber en terme des fonctions de corrélations**

$$e^{i\chi_{\text{Glauber}}(\vec{b})} = (1-\bar{f})^A + (1-\bar{f})^A \sum_{k=1}^{A/2 \text{ ou } (A-1)/2} \frac{A!}{(A-2k)! k!} \left[\frac{\bar{C}}{2!(1-\bar{f})^2} \right]^k + \dots \quad (13)$$

avec

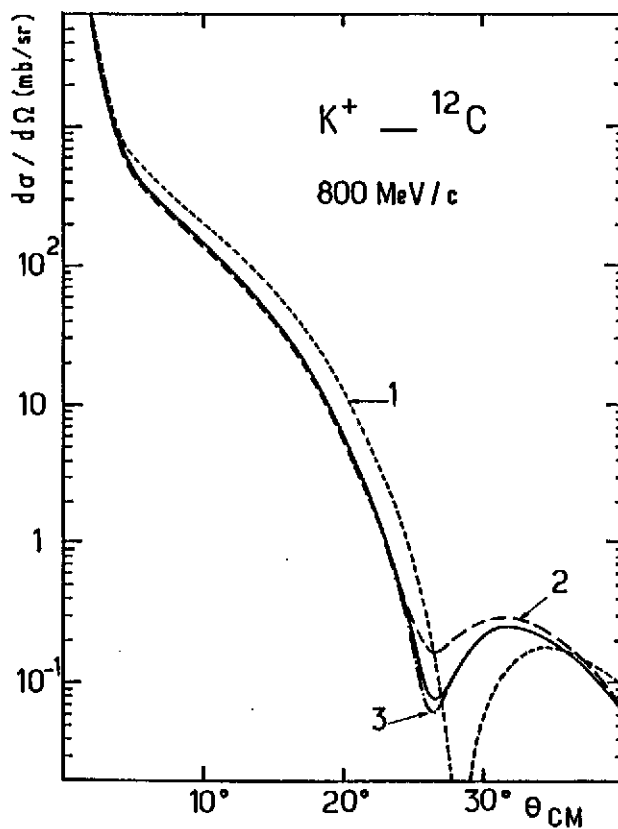
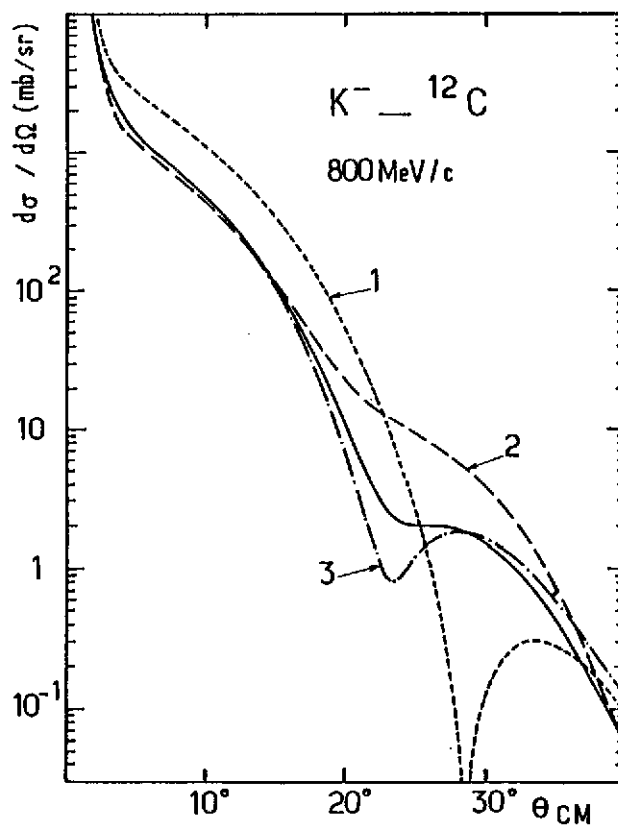
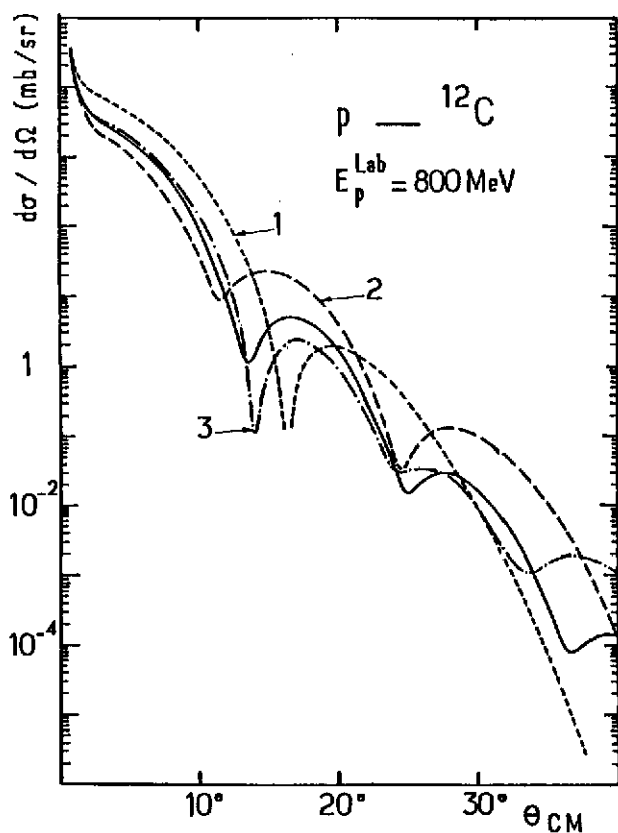


Fig. 4 : Sections efficaces différentielles élastiques $K^\pm - {}^{12}\text{C}$ et $p - {}^{12}\text{C}$ calculées à partir de la série de diffusion multiple²⁸⁾ (nucléons cibles supposés non corrélés). La courbe 1 représente la diffusion simple, la courbe 2 représente la diffusion simple plus double... La courbe continue correspond à la série complète de diffusion multiple.

$$\begin{aligned}\bar{f}(\vec{b}) &= \int \rho(\vec{r}) \Gamma(\vec{b}-\vec{s}) d\vec{r} \\ \bar{C}(\vec{b}) &= \int C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_1) \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2\end{aligned}\quad (14)$$

En fait, dans la pratique, il apparaît qu'il suffira de ne retenir que le terme de corrélation de paire, au plus bas des ordres. C'est-à-dire

$$e^{i\chi(\vec{b})} = (1-\bar{f})^A + \frac{A(A-1)}{2!} \bar{C}(1-\bar{f})^{A-2} \quad (15)$$

Le premier terme représente la fonction de profil nucléaire en l'absence de corrélations entre les nucléons du noyau cible. C'est ce qu'il est convenu d'appeler la limite optique du modèle de Glauber dans laquelle n'intervient que la densité à 1-corps $\rho(\vec{r})$ de l'état fondamental.

Le second terme représente quant à lui la contribution des corrélations.

A noter que quand on fait la distinction entre p et n, la limite optique devient $(1-\bar{f}_p)^Z(1-\bar{f}_n)^N$ avec

$$\bar{f}_i(\vec{b}) = \int \rho_i(\vec{r}) \Gamma_i(\vec{b}-\vec{s}) d\vec{r} \quad (i = p \text{ ou } n) \quad (16)$$

où $\rho_p(\vec{r})$ et $\rho_n(\vec{r})$ sont respectivement les densités de protons et de neutrons de l'état fondamental et $\Gamma_{p,n}$ les transformées de Fourier, eq.(6), des amplitudes élémentaires projectile-p et projectile-n.

3) Effets des corrélations sur les sections efficaces de diffusion

Les corrélations entre les nucléons d'un noyau ont diverses origines : cinématique (corrél. du c.d.m.), statistique (corrél. de Pauli) et dynamiques provenant de la nature des forces nucléaires et qui conduisent aux corrélations de courte portée (liées à la forte répulsion de l'interaction NN à courte portée) et aux corrélations de longue portée (liées à la déformation des noyaux, à l'existence de sous-structures, au pairing, ...).

Les fonctions de corrélations correspondantes $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, $D(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ ne sont pas connues expérimentalement et l'on doit faire appel à des modèles nucléaires, des plus simples aux plus élaborés, pour les déterminer.

L'effet des corrélations sur les sections efficaces de diffusion de protons aux énergies intermédiaires a fait l'objet de très nombreuses études²⁹⁻³². Nous n'en donnons ici qu'un exemple qui illustre bien leur influence dans le cas de diffusion par un noyau sphérique (fig. 5).

Deux conclusions importantes en résultent

- A l'évidence leur influence n'est pas suffisante pour pouvoir espérer obtenir des informations précises sur les corrélations à partir des diffusions de protons d'énergie intermédiaire.
- Bien que relativement modeste, cette influence de corrélations n'en est pas moins significative³³ (20-30% dans la gamme de transfert 2-3 fm⁻¹). On devra donc impérativement en tenir compte dans toute analyse quantitative de la diffusion p-noyau, en particulier si l'on veut en extraire les densités de neutron.

Nous avons également reporté (fig. 6) l'influence des corrélations sur les sections efficaces de diffusion de K⁺ de 800 MeV/c ($T_{lab} = 446$ MeV) sur ce même noyau de ⁴⁰Ca. On constate que pour une sonde aussi douce que le K⁺ cet effet est très faible. Incontestablement le mécanisme d'interaction K⁺-noyau semble remarquablement simple.

³³ à noter que dans le cas de la diffusion p-noyau déformé, l'influence des corrélations dues à la déformation est bien plus cruciale²⁹

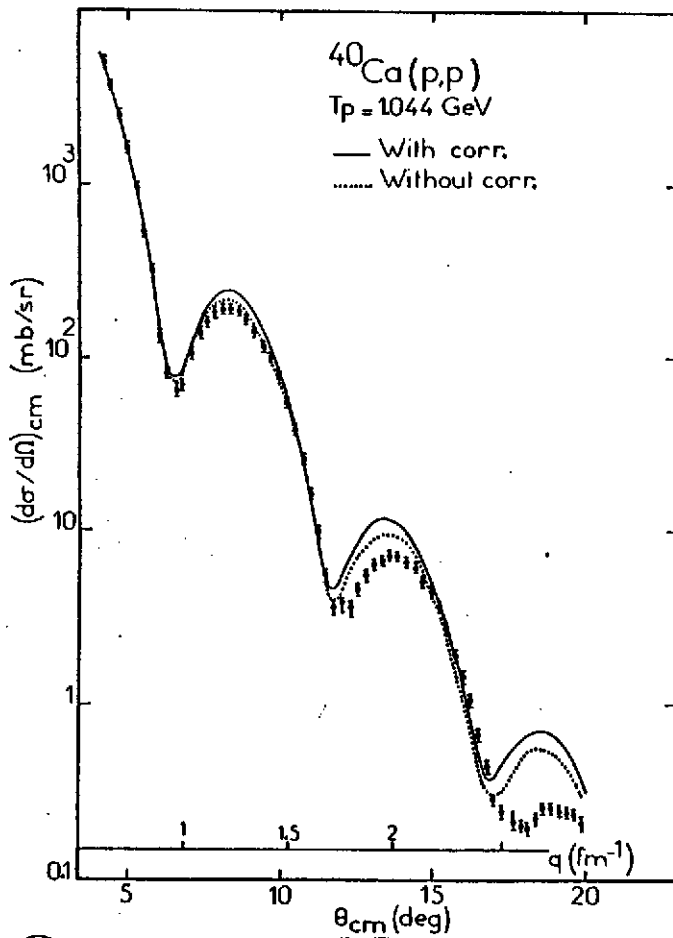


Fig. 5 : Effet des corrélations du centre de masse, de Pauli et de courte portée sur les sections efficaces de diffusion $p\text{-}^{40}\text{Ca}$ à 1 GeV (extrait de la réf. 31).

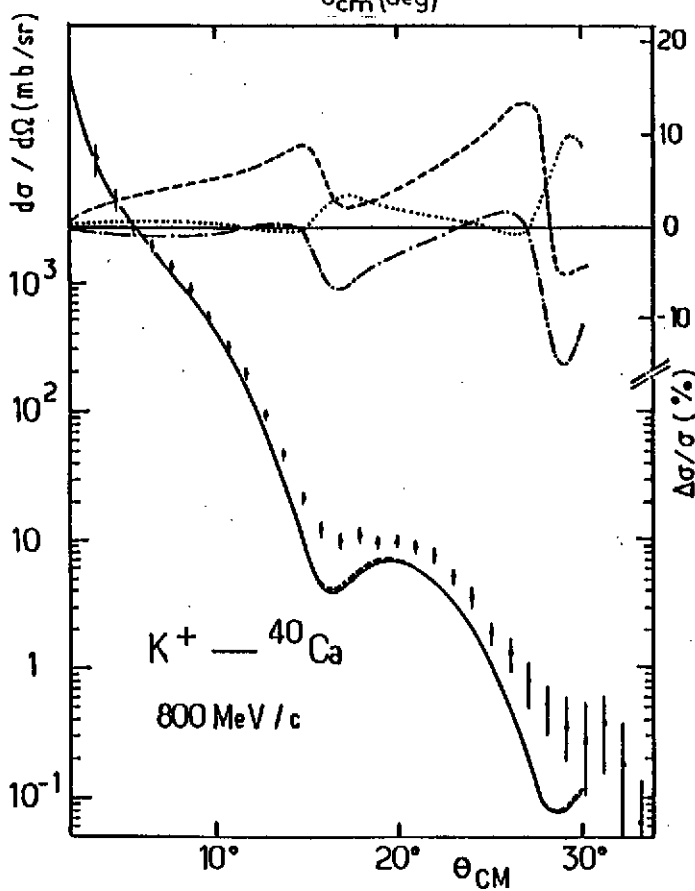


Fig. 6 : Diffusion élastique de K^+ sur le ^{40}Ca à 800 MeV/c (extrait de Abgrall et Labarsouque²⁸). En tirets : diffusion sur des nucléons non corrélés. En trait continu : inclusion des corrélations du c.m. et de Pauli ainsi que le couplage entre les états collectifs. Dans la partie supérieure, $\Delta\sigma/\sigma$ représente les variations relatives de la section efficace dues aux corrélations du c.m. (pointillés), aux corrélations de Pauli (tirets) et au couplage des voies (point-trait). Les résultats expérimentaux sont extraits de la réf. 33).

4) Diffusion de protons aux énergies intermédiaires et densités de neutrons

Nous venons de voir qu'aux énergies intermédiaires les sections efficaces de diffusion p-noyau dépendent essentiellement :

- des amplitudes élémentaires f_{pp} et f_{pn} que l'on prendra de l'expérience et qui sont relativement bien connues maintenant
- des distributions de protons $\rho_p(\vec{r})$ et de neutrons $\rho_n(\vec{r})$ ainsi que des fonctions de corrélations $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ pour ce qui concerne l'information sur le noyau.

En fait, on connaît avec déjà une très bonne précision les densités de protons $\rho_p(\vec{r})$, extraites des expériences de diffusion d'électrons. D'autre part, l'effet des corrélations, qui, comme nous l'avons vu, n'apparaît que comme une correction, pourra être évalué en faisant appel à des modèles nucléaires raisonnables. Dès lors, on peut penser extraire les densités de neutrons $\rho_n(\vec{r})$ des expériences de diffusion de protons.

Quelques résultats typiques (fig. 7), déduits de l'analyse de la diffusion de p de 800 MeV, résument assez bien la situation actuelle de nos connaissances en ce qui concerne les densités de neutrons ρ_n . On constate que ces densités ρ_n sont encore très mal connues, en particulier à l'intérieur du noyau (la comparaison avec la précision obtenue dans la mesure des distributions de charge¹⁾ est assez consternante!). Comme nous allons le voir, l'origine essentielle est l'absorption subie par les protons dans la matière nucléaire.

B) Contenu spatial du processus de diffusion

1) Diffusion élastique et absorption

Nous allons maintenant examiner la pénétration d'une sonde hadronique dans un noyau. On peut se faire une idée relativement précise de la localisation spatiale du processus d'interaction en examinant le coefficient d'absorption (ou d'inélasticité η).

Dans la figure 8, nous avons reporté le coefficient d'absorption $\eta(b) = |e^{i\chi(b)} - 1| = |S_0|$ que nous avons déduit d'une analyse "à la Glauber" de la diffusion élastique sur le ^{208}Pb de K^+ , p et \bar{p} à des énergies typiques obtenues actuellement pour ces projectiles.

Il apparaît qu'un proton d'énergie intermédiaire est très absorbé à la surface du noyau, son coefficient d'absorption se réduisant à $\eta(b) \sim 0,4$ pour $b = R$ et s'atténuant très rapidement en deçà (R désigne ici le rayon à mi-hauteur de la densité, tel qu'il apparaît par exemple dans une paramétrisation de Fermi de cette densité ; pour le ^{208}Pb , $R \sim 6,5$ fm). Nous notons cependant que le "coeur opaque" ne se manifeste qu'environ à mi-rayon, c'est-à-dire $\eta(b) \sim 0$ pour $b \lesssim R/2$.

On conçoit dès lors que le proton d'énergie intermédiaire est essentiellement une sonde de la surface du noyau et qu'il sera pratiquement aveugle à ce qui se passe à l'intérieur, ce que confirme parfaitement bien les résultats concernant les densités de neutrons (fig. 7).

2) Sonde profonde (K^+) et périphérique (\bar{p})

A l'évidence K^+ et \bar{p} constituent deux sondes extrêmes.

Ainsi la diffusion \bar{p} -noyau est caractérisée par

- i) une absorption très forte conduisant à des distributions angulaires présentant une structure diffractio-nnelle particulièrement marquée (fig. 9a), proche de la limite de la diffusion par un disque noir²⁾.
- ii) une absorption très périphérique avec un rayon d'absorption forte très largement supérieur au rayon du noyau ($R_{0,b} \sim 8,5$ fm pour la diffusion de \bar{p} de 180 MeV sur le ^{208}Pb , à comparer avec $R \sim 6,5$ fm).

On comprend que les potentiels optiques correspondants seront bien déterminés uniquement pour les grandes valeurs de r, dans des régions où la densité nucléaire n'excède pas 10% de la valeur centrale (fig. 9b).

En conséquence, l'information contenue dans les distributions angulaires de diffusion \bar{p} -noyau est essentiellement limitée à l'extérieur du noyau avec un très faible degré de pénétrabilité.

À l'opposé, le méson K^+ est très pénétrant. On constate que, même pour un noyau lourd comme

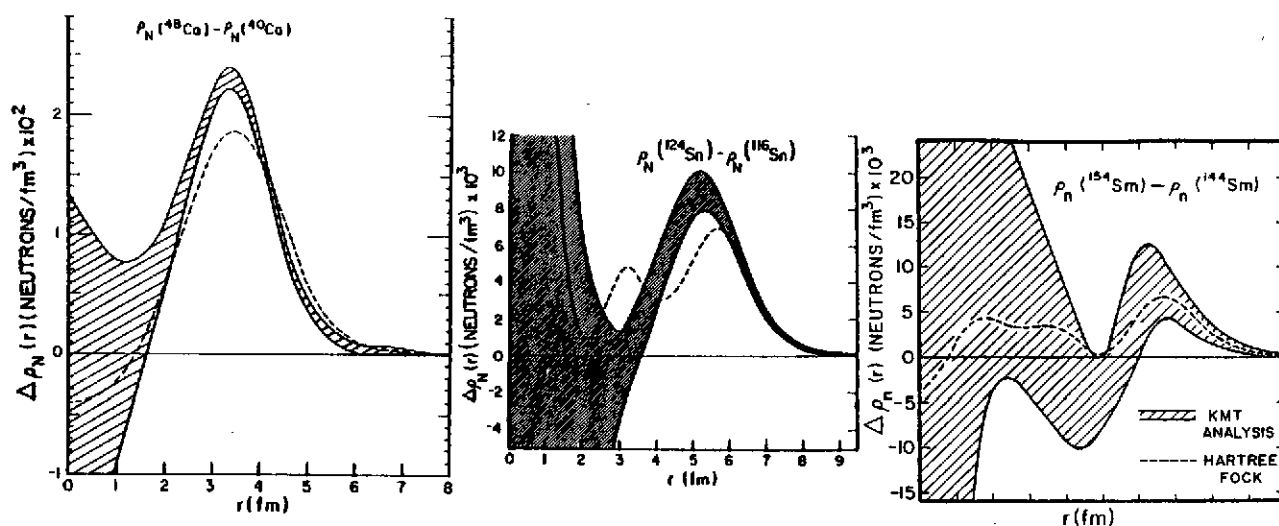


Fig. 7 : Différences isotopiques entre les densités de neutrons déduites³⁴⁾ de l'analyse de la diffusion de p de 800 MeV sur $^{40,48}\text{Ca}$, $^{116,124}\text{Sn}$ et $^{144,154}\text{Sm}$. Les résultats de calculs Hartree-Fock sont reportés en pointillés.

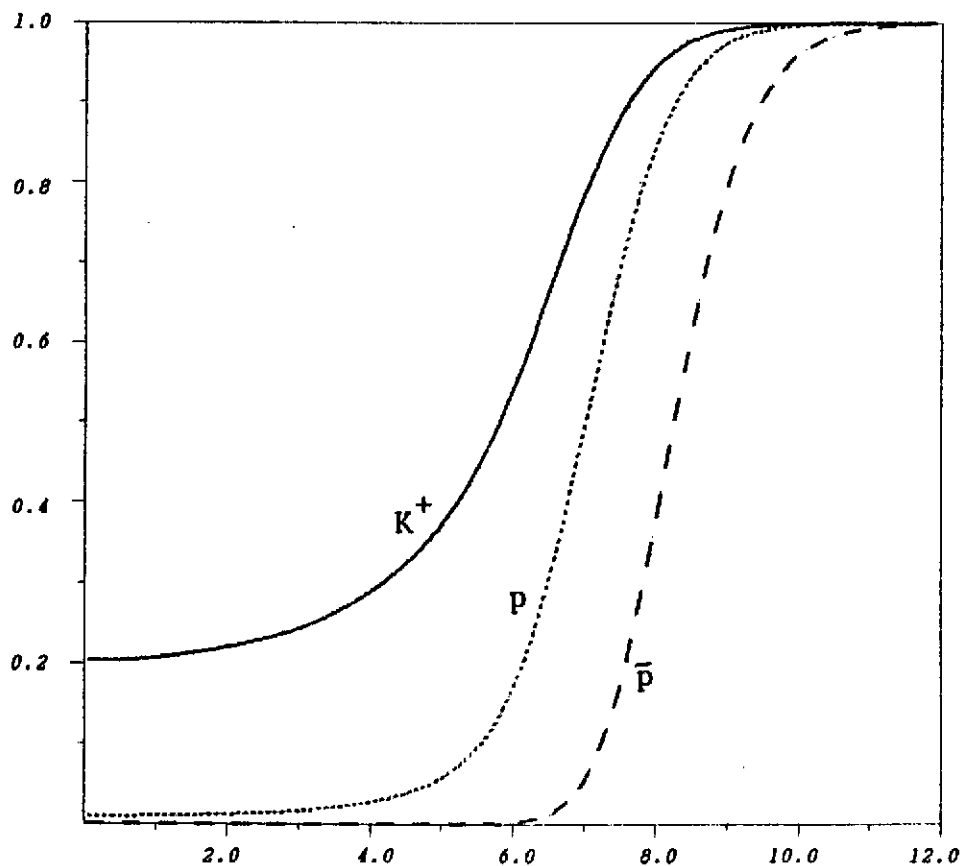


Fig. 8 : Coefficient d'absorption $\eta(b)$ en fonction du paramètre d'impact b (en fm) pour la diffusion sur le ^{208}Pb de K^+ , p et \bar{p} d'énergies incidentes respectives 446 MeV, 800 MeV et 180 MeV (voir également ref. 39).

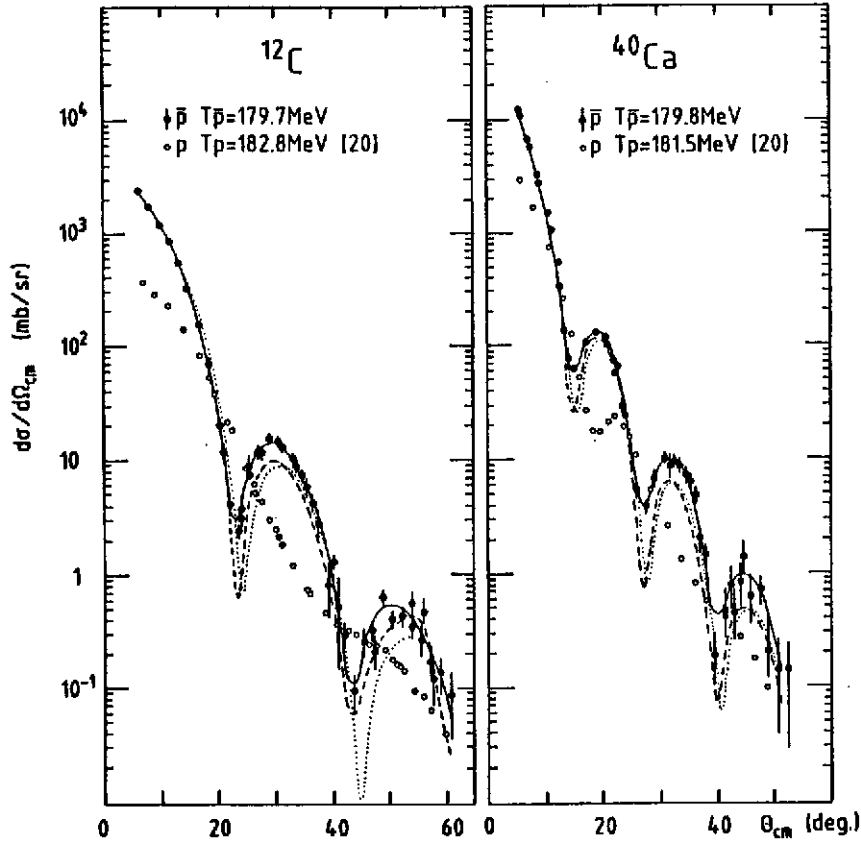


Fig. 9a : Sections efficaces de diffusion élastique de \bar{p} sur ^{12}C et ^{40}Ca à 180 MeV (extrait de Garreta et al.³⁵). En trait continu : résultats d'un fit en potentiel optique. En tirets et pointillés : résultats d'un calcul de type KMT en utilisant respectivement les interactions $\bar{N}\bar{N}$ des réf. 20 et 21.

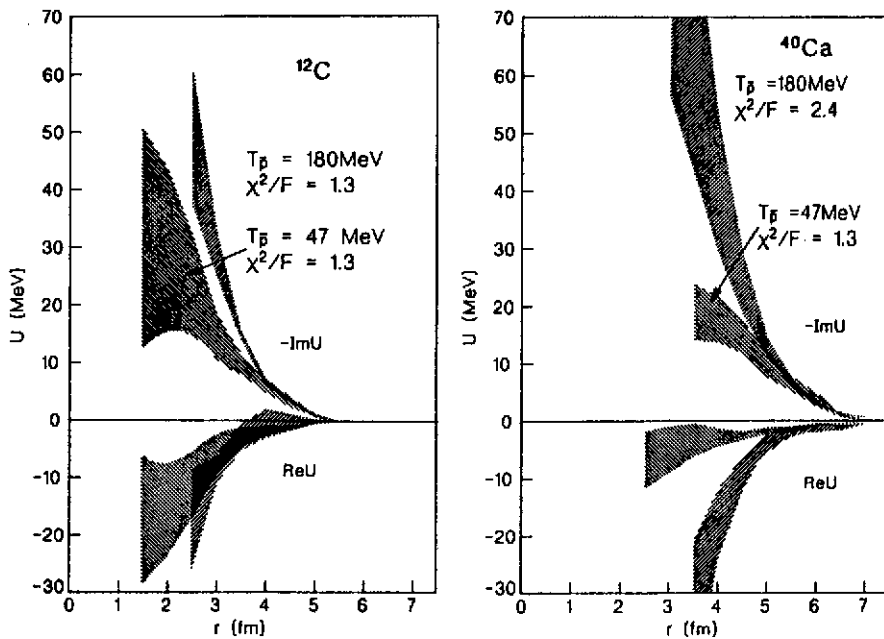


Fig. 9b : Potentiels optiques \bar{p} -noyau résultant d'une analyse de type Fourier-Bessel des données de la diffusion élastique de \bar{p} sur ^{12}C et ^{40}Ca (extrait de la réf. 37).

le ^{208}Pb , la transparence aux K^+ à paramètre d'impact nul est tout à fait remarquable ($\eta(b=0) \sim 0,2$). Il s'agit là d'une caractéristique unique pour une sonde hadronique. Si l'on rajoute à cela que sur le plan théorique le mécanisme d'interaction K^+ -noyau est a priori simple à maîtriser (lié au fait que l'interaction K^+N est "faible" sur l'échelle hadronique et ne présente pas de résonance) on comprend dès lors que certains voient dans le méson K^+ "l'électron des interactions fortes".

Les possibilités offertes par le méson K^+ comme sonde profonde du noyau ont été très largement discutées au cours de ces dernières années^{1,38,39}. Nous en donnerons ici deux illustrations.

a) Sensibilité des sections efficaces de diffusion de K^+ aux densités de neutrons

Vu la transparence du noyau aux K^+ , on peut espérer obtenir des renseignements quantitatifs sur les densités de neutrons au centre du noyau ce qui est, nous l'avons vu, pratiquement hors de portée de sondes plus absorbées et donc plus périphériques comme p , α , ...

Pour analyser la sensibilité des K^+ aux densités de neutrons et la comparer à celle d'autres projectiles, intéressons-nous, à titre d'exemple, au ^{152}Sm .

Dans la fig. 10, nous avons reporté les densités de protons ρ_p et de neutrons ρ_n (normalisés à 1-particule) pour l'état fondamental ainsi que les densités de transition vers les états rotationnels $2^+(0,122 \text{ MeV})$, $4^+(0,366 \text{ MeV})$ et $6^+(0,712 \text{ MeV})$, du ^{152}Sm , telles qu'elles ressortent d'un calcul HF-Bogoliubov dû à Girod et Gogny⁴⁰.

Si les prédictions théoriques quant aux densités de protons peuvent être comparées de manière très précise aux données expérimentales issues de la diffusion d'électrons, le problème est plus délicat en ce qui concerne les densités de neutrons. Les différences les plus marquantes entre ρ_p et ρ_n semblent en effet se manifester moins à la surface qu'à l'intérieur du noyau. Elles sont dès lors très difficiles d'accès à des sondes comme les p d'énergies intermédiaires. On peut s'en rendre compte sur la figure 11 où nous avons reporté la sensibilité $\Delta\sigma/\sigma$, en fonction du transfert de moment q . Ici $\Delta\sigma = \sigma(\rho_p, \rho_n) - \sigma(\rho_p = \rho_n)$ représente la différence entre la section efficace différentielle obtenue avec les densités ρ_n et ρ_p de Girod et Gogny (fig. 10) et celle obtenue en imposant $\rho_n = \rho_p$ (normalisé).

Visiblement, avec des p de 1 GeV, la sensibilité $\Delta\sigma/\sigma$, dans la gamme de transfert considérée ($q < 2,5 \text{ fm}^{-1}$), ne dépasse guère plus de 30% pour la diffusion élastique et 40% pour la transition vers l'état 2^+ , effet qui d'ailleurs n'est déjà pas négligeable. Comme il fallait s'y attendre, la sensibilité des K^+ est nettement supérieure, environ le double, à celle des p , ce qui est très encourageant.

b) Réactions de knock-out (K^+, K^+p)

Les réactions de knock-out d'un nucléon du noyau, réalisées avec des sondes hadroniques, i.e. (p , $2p$), ou avec des électrons (e , $e'p$) sont, nous le savons, un outil extrêmement puissant pour étudier la structure en couches des noyaux. Energies de liaison, durée de vie des états trous, facteurs spectroscopiques et facteurs de forme ont ainsi été extraits avec, dans certains cas, une très bonne précision.

Cependant, l'étude des trous profonds dans les noyaux moyens et a fortiori plus lourds, avec des protons ou des électrons pose de sérieux problèmes.

L'électron a en effet le défaut de ses qualités, à savoir une interaction élémentaire "faible" et de longue portée. D'où une grande pénétration, très peu de distorsion dans le noyau ce qui constitue un énorme avantage. Par contre, les sections efficaces sont faibles et décroissent très fortement avec le transfert, ce qui induit des problèmes de bruit de fond et de statistique qui rendent difficile l'extraction d'une information précise.

D'un autre côté, les sondes hadroniques subissent une très forte absorption et une distorsion importante (source d'imprécision) à l'intérieur du noyau, précisément là où sont concentrées les fonctions d'onde des trous profonds.

Avec l'augmentation de l'intensité de faisceaux de K^+ actuellement envisagée, le knock-out de nucléons par des K^+ , pourrait devenir un moyen intéressant d'étude des trous profonds. On peut s'en persuader sur la fig. 12 où nous avons reporté le résultat d'un calcul DWIA, dû à Koshel et al.⁴¹, de la réaction (K^+, K^+p) avec éjection d'un nucléon $1s$ du ^{40}Ca .

On constate que, comme dans les réactions ($e, e'p$), l'essentiel de la distorsion provient du p sortant. Par contre, les sections efficaces avec des K^+ sont environ 100 fois plus grandes qu'avec des électrons, dans des conditions cinématiques sensiblement identiques. Comparées avec un

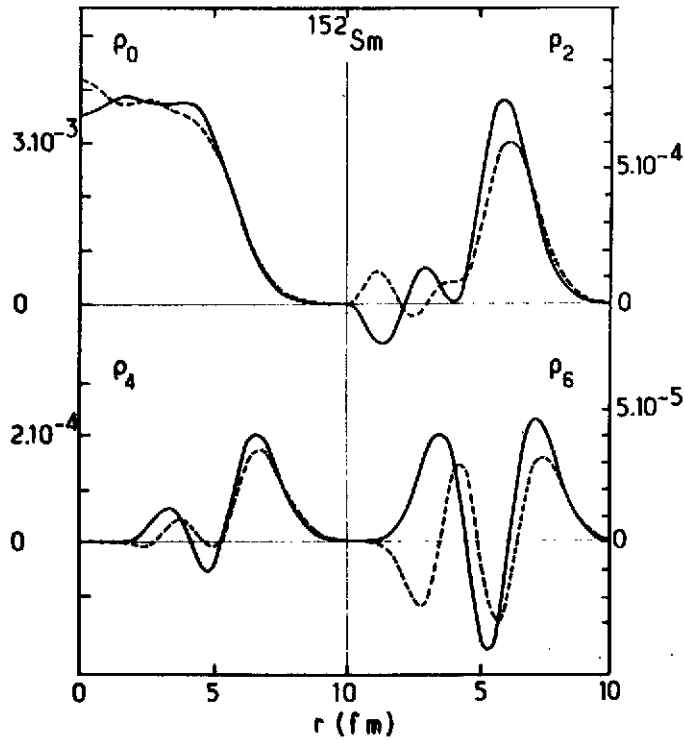


Fig. 10 : Densités de protons (trait plein) et de neutrons (pointillés) dans le ^{152}Sm déduites d'un calcul HFB par Girod et Gogny⁴⁰⁾. Les densités, en fm^{-3} , sont normalisées à une particule.

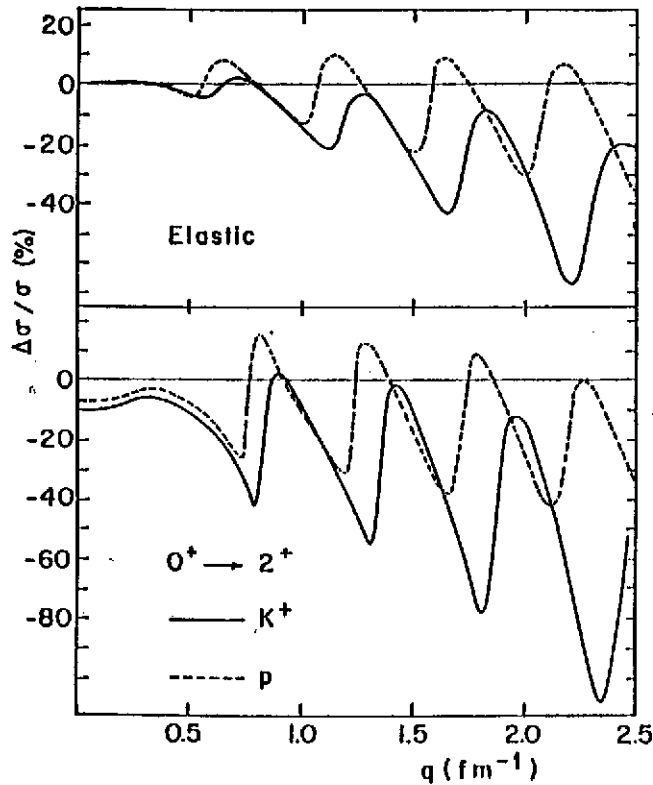


Fig. 11 : Comparaison entre la sensibilité des sections efficaces de diffusion de p de 1 GeV et de K^+ de 446 MeV aux différences entre les densités de neutrons et de protons dans le ^{152}Sm (voir également Abgrall et al.³⁹⁾).

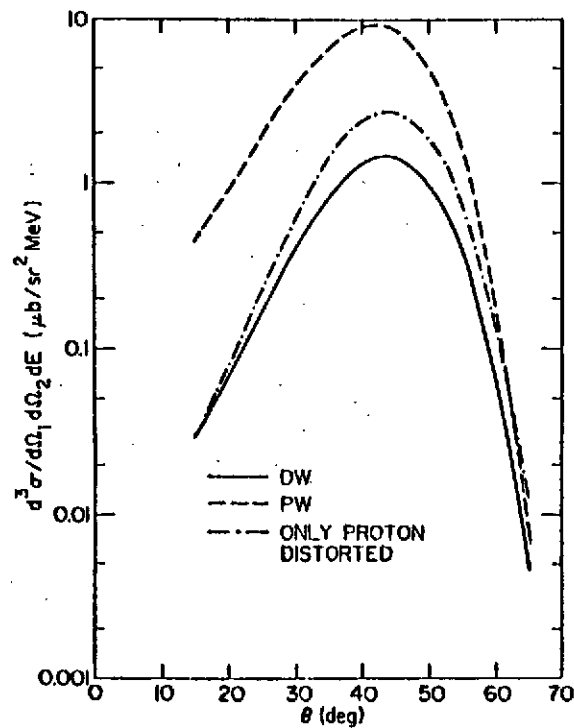


Fig. 12 : Sections efficaces absolues pour l'éjection d'un proton ls du ^{40}Ca par des K^+ de 300 MeV. En continu : DWIA (approximation d'impulsion des ondes distordues). En point-trait : seul le proton est distordu. En tireté : PWIA (approximation d'impulsion en ondes planes). Figure extraite de la réf. 41.

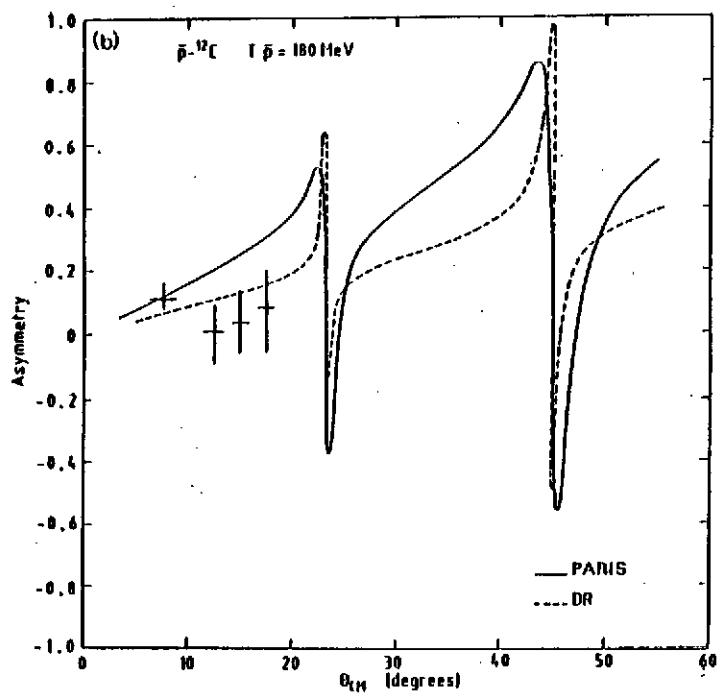


Fig. 13 : Pouvoir d'analyse dans la diffusion élastique $\bar{p}-^{12}\text{C}$. Les résultats expérimentaux sont extraits de la réf. 43. En continu [tireté] : résultats obtenus⁴⁴⁾ dans le cadre de l'approximation d'impulsion relativiste à partir de l'interaction $\bar{N}\bar{N}$ de Paris [Dover et Richard].

processus typique (p , $2p$), les sections efficaces de K^+ sont environ 10 fois plus petites, mais à l'opposé les effets de distorsion sont bien plus faibles (facteur de réduction de l'ordre de 6, pour les K^+ dans l'exemple considéré, à comparer à $\sim 25-30$ avec les p).

C) Excitations de Spin-Isospin

Les composantes de spin et d'isospin de l'interaction élémentaire KN et NN sont, comme nous avons déjà eu l'occasion de le signaler, incontestablement moins bien connues que le terme central dominant t_0 . Aussi, paraît-il tentant d'étudier l'excitation des états de parité non-naturelle non seulement pour soumettre le noyau à un éclairage différent de celui des sondes usuelles comme e , p ,... mais également pour distinguer entre les différents modèles d'interaction élémentaire.

Ainsi les excitations de spin-flip en diffusion inélastique de \bar{p} sont contrôlées²², à bas transferts, par les amplitudes centrales t_0 (pour $\Delta T=0$) et t_{0+} (pour $\Delta T=1$) et, à grands transferts, par les amplitudes spin-orbite t_{L0} et tenseur t_T .

Dover et Millener²³ ont suggéré que la mesure du rapport $R(\theta)$ des sections efficaces différentielles $\bar{p}^{-12}C$ vers les états $1^+ T=0$ (12,7 MeV) et $1^+ T=1$ (15,1 MeV) dont la structure est bien connue, pouvait donner des informations importantes concernant les amplitudes de spin-isospin. À petits angles, $\theta < 5^\circ$, ce rapport $R(\theta)$ est en effet plus grand, d'environ un ordre de grandeur, dans le modèle d'interaction de Paris²¹ dont la partie annihilation dépend fortement du spin que dans le modèle de Dover et Richard²⁰ dont la partie annihilation ne dépend pas du spin.

Des expériences de ce type sont cependant très délicates à réaliser²⁴ dans la mesure où les résolutions en énergie actuellement obtenues, $\gtrsim 1$ MeV, n'ont pas encore permis de séparer l'excitation (faible) de ces états de parité non-naturelle, de l'excitation parasite d'états isoscalaires de parité naturelle.

La mesure des observables de spin dans la diffusion \bar{p} -noyau peut être également extrêmement utile pour contraindre les composantes de spin de l'amplitude élémentaire NN . Les premières mesures de polarisation dans la diffusion élastique $\bar{p}^{-12}C$ à 550 MeV/c ont été réalisées récemment²⁵ à LEAR. Ces quelques données, obtenues à petits angles, semblent indiquer que la dépendance en spin du potentiel de Paris est trop forte (voir Fig. 13). Elles sont cependant encore trop fragmentaires pour pouvoir trancher définitivement, d'autant plus que les effets de milieu conduisent à une très forte réduction de la composante spin-orbite du potentiel optique \bar{p} -noyau²⁶ et que les analyses de ces données, dont celle reportée²⁷ dans la figure 13, ont été réalisées dans le cadre de l'approximation d'impulsion, donc à partir de l'amplitude libre $\bar{p}-N$.

IV. CONCLUSIONS

Ma conclusion, très brève, portera uniquement sur les "sondes exotiques" \bar{p} et K^+ dont nous venons d'examiner certains des aspects.

À l'évidence, une meilleure connaissance des interactions élémentaires K^+N et $\bar{p}N$ reste sans doute encore une des premières priorités. Ceci est fondamental non seulement pour ce qui a trait à la physique K^+ -noyau et \bar{p} -noyau, mais également crucial pour tester les modèles d'interactions élémentaires (modèle d'échange de bosons, modèle des quarks).

D'autre part, nous avons tenu à souligner que ces sondes exotiques possèdent certaines potentialités tout à fait originales. On rappellera en particulier la très grande transparence des noyaux aux K^+ qui font du K^+ une sonde hadronique profonde ("l'électron des interactions fortes"). On rappellera également la très grande richesse en spin-isospin de l'interaction $\bar{p}N$ qui, en soumettant le noyau à un éclairage différent de celui obtenu avec des sondes traditionnelles permet également d'étudier la fonction de réponse du noyau en spin-isospin.

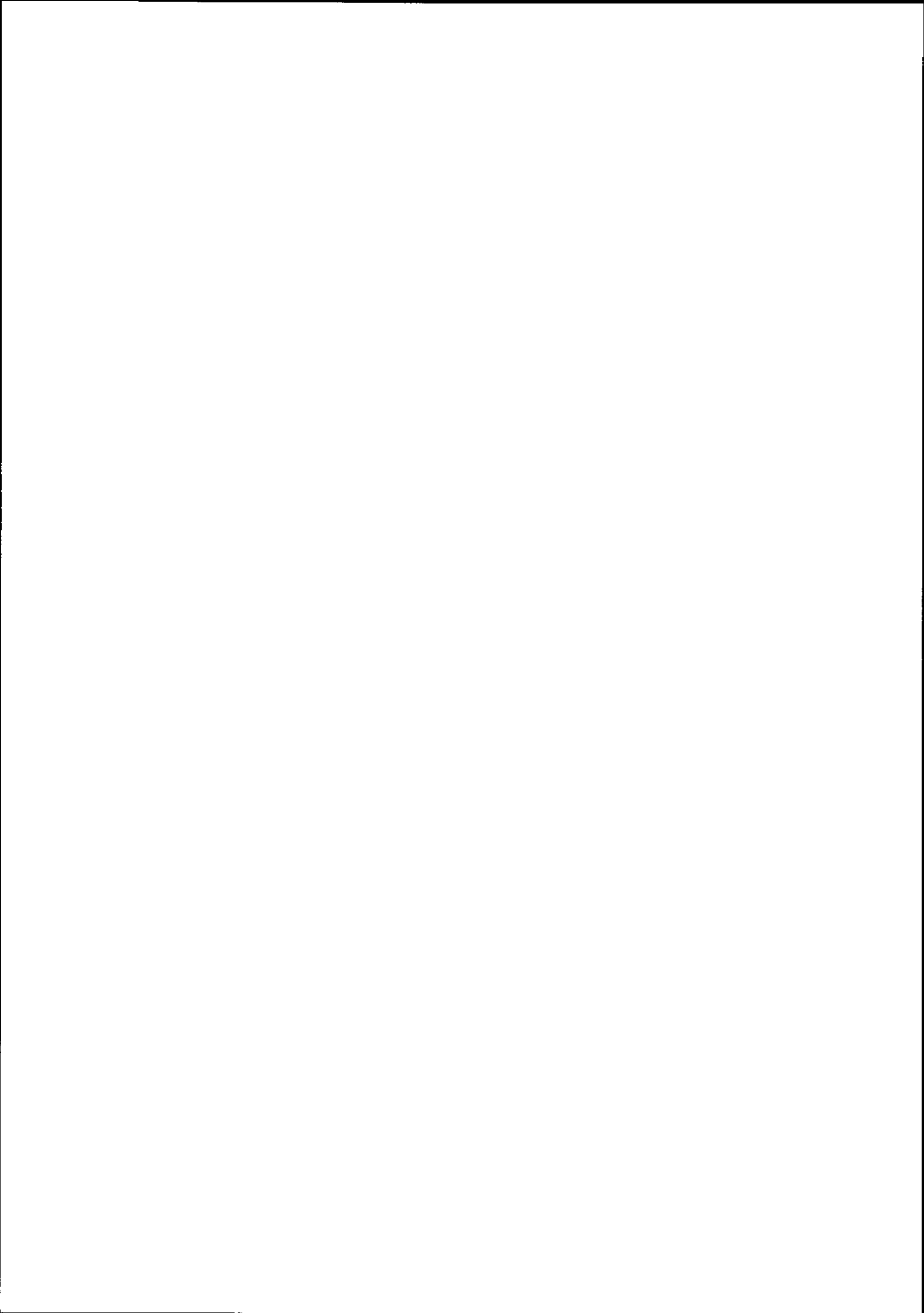
Expérimentalement, ce type de physique est néanmoins largement conditionné par l'amélioration des lignes de faisceaux existantes, voire la construction de nouvelles installations, tout particulièrement en ce qui concerne les études K^+ -noyau, ainsi que la mise en service de faisceaux de \bar{p} polarisés.

REFERENCES

- 1) B. Frois, Proc.Int.Conf.on Nuclear Physics, Florence (1983), Vol.II (Invited papers) p. 221.
- 2) A.S. Carroll et al., Phys.Rev.Lett. 37 (1976) 806.
- 3) B.R. Martin, Nucl.Phys. B94 (1975) 413.
- 4) C.B. Dover and G.E. Walker, Phys.Reports 89 (1982) 1.
- 5) S.J. Watts et al., Phys.Lett. 95B (1980) 323.
- 6) B.R. Martin and G.C. Oades, Contribution to Baryon 80, Toronto, 1980.
- 7) K. Nakajima et al., Phys.Lett. 112B (1982) 80.
- 8) K. Hashimoto, Phys.Rev.C29 (1984) 1377.
- 9) W. Brückner et al., Phys.Lett. 169B (1986) 302.
- 10) W. Brückner et al., Phys.Lett. 158B (1985) 180 et 166B (1986) 113.
- 11) L. Linssen et al., preprint CERN-EP/87-36.
- 12) M. Kohno and W. Weise, Nucl.Phys.A454 (1986) 429.
- 13) A.S. Clough et al., Phys.Lett.146B (1984) 299.
- 14) V. Flaminio et al., Compilation of cross sections : p and \bar{p} induced reactions, CERN-HERA 84-01 (1984).
- 15) R.P. Hamilton et al., Phys.Rev.Lett.44 (1980) 1182.
- 16) W.W. Buck, C.B. Dover and J.M. Richard, Ann.Phys.(NY)121 (1979) 47 et 70.
- 17) C.B. Dover, Workshop on the Design of a Low Energy Antimatter Facility in the USA, Madison (1985).
- 18) C.B. Dover, Second Conference on the Intersection between Particle and Nuclear Physics, Lake Louise (1986).
- 19) A.M. Green, Nucl.Phys. A463 (1987) 103c.
- 20) C.B. Dover and J.M. Richard, Phys.Rev.C21 (1980) 1466.
- 21) J. Coté et al., Phys.Rev.Lett.48 (1982) 1319.
- 22) C.B. Dover and D.J. Millener, Antinucleon and Nucleon-Nucleus interaction (eds, G.E. Walker, C.D. Goodman and C. Olmer, Plenum, 1985, p.25).
- 23) R.J. Glauber, Lectures in Theoretical Physics, eds W.E. Brittin et al., Interscience, NY, 1959, Vol. I.
- 24) A.K. Kermann, H. McManus and R.M. Thaler, Ann.Phys.(NY) 9 (1959) 551.
- 25) B.C. Clark et al., Phys.Rev.Lett. 50 (1983) 1644.
- 26) J.D. Lumpe and L. Ray, Phys.Lett.B196 (1987) 263.
- 27) L. Ray and G.W. Hoffmann, Phys.Rev. C31 (1985) 538.
- 28) Y. Abgrall and J. Labarsouque, Nucl.Phys. A426 (1984) 431.
- 29) Y. Abgrall et al., Nucl.Phys.A316 (1979) 389.
- 30) G.D. Alkharov et al., Phys.Reports 420 (1978) 89.
- 31) A. Chaumeaux, V. Layly and R. Schaeffer, Ann.Phys.(NY) 116 (1978) 247.
- 32) J.D. Lumpe and L. Ray, Phys.Rev. C35 (1987) 1040.
- 33) D. Marlow et al., Phys.Rev. C25 (1982) 2619.
- 34) L. Ray, Nucl.Phys. A335 (1980) 443.
L. Ray et al., Phys.Rev. C18 (1978) 2641.
L. Ray and M.M. Gazzaly, preprint.
- 35) D. Garreta et al., Phys.Rev.Lett. 149B (1984) 64.
- 36) J. Lichtenstadt et al., Phys.Rev. C32 (1985) 1096.
- 37) E. Friedman and J. Lichtenstadt, Nucl.Phys. A455 (1986) 573.
- 38) W.R. Coker et al., Phys.Rev. C31 (1985) 1412.
J.D. Lumpe and L. Ray, Phys.Rev. C33 (1986) 665.
- 39) Y. Abgrall, R. Belaidi and J. Labarsouque, Nucl.Phys. A462 (1987) 781.
- 40) M. Girod, D. Gogny and B. Grammaticos, Comptes Rendus de la 7ème Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, Aussois (1983).
M. Girod and D. Gogny, communication privée.
- 41) R.D. Koshel, P.J. Moffa and E.F. Redish, Phys.Rev.Lett. 39 (1977) 1319.
- 42) M.C. Lemaire et al., Nucl.Phys.A456 (1986) 557.
- 43) R. Birsa et al., Phys.Lett. 155B (1985) 437.
- 44) J. Mahalanabis, Nucl.Phys. A457 (1986) 477.
- 45) T. Suzuki, Nucl.Phys. A444 (1985) 659.

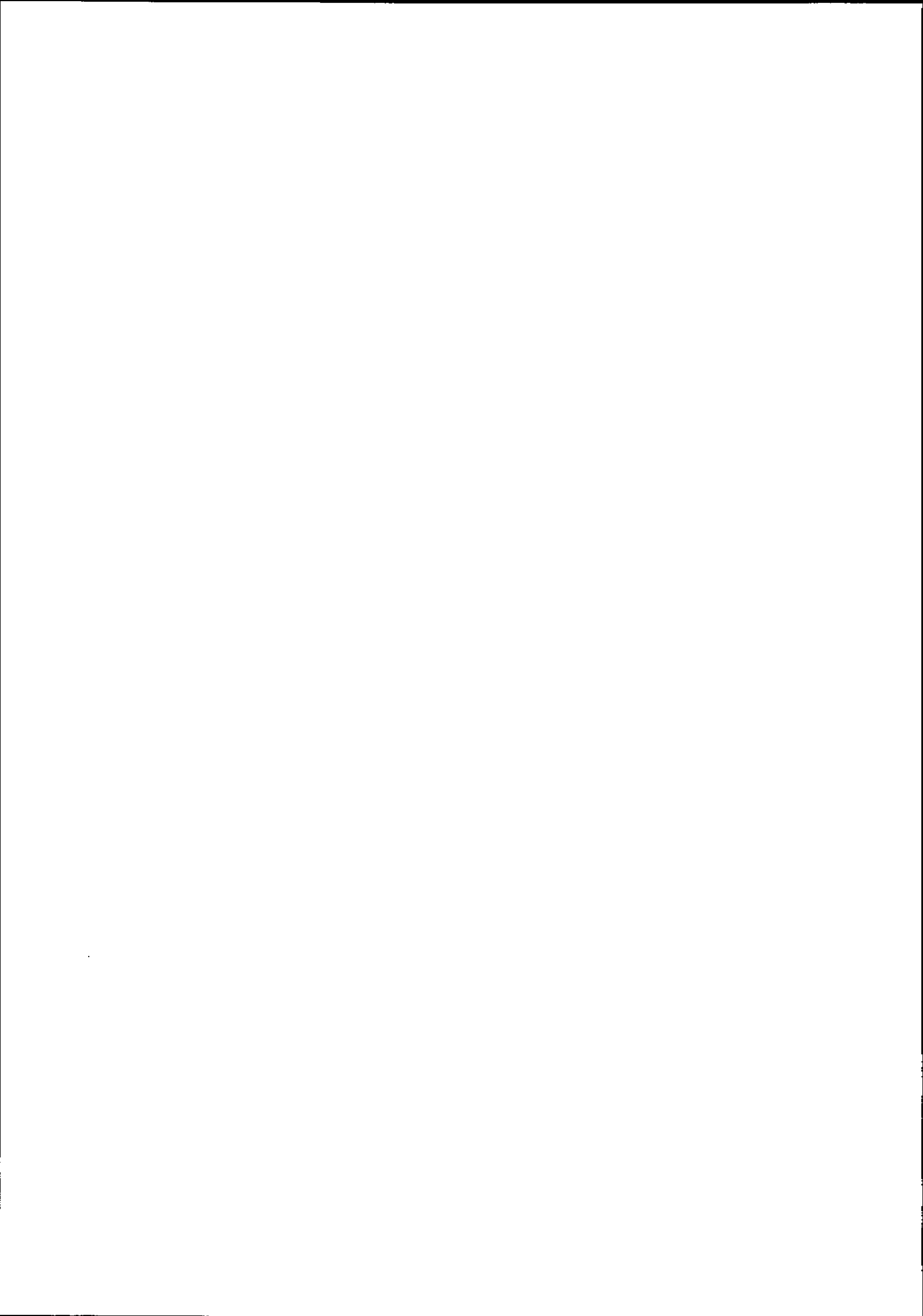
FLUCTUATIONS SPECTRALES ET MOUVEMENTS CHAOTIQUES

O. Bohigas



LES CORRECTIONS AU CHAMP MOYEN NUCLEAIRE : DES EFFETS
NON-RELATIVISTES SEULEMENT ?

P. Grangé



LES CORRECTIONS AU CHAMP MOYEN NUCLEAIRE : DES EFFETS NON-RELATIVISTES SEULEMENT ?

P. GRANGÉ

Physique Théorique, Centre de Recherches Nucléaires, Strasbourg

RESUME : A partir des propriétés générales d'analyticité et du développement de l'opérateur de masse en termes de l'interaction effective entre les nucléons, on examine les corrections non relativistes au champ moyen nucléaire. Ceci montre que l'étude du potentiel du modèle optique dans le milieu nucléaire donne le lien consistant existant entre le potentiel nucléaire et les collisions résiduelles introduites dans les approches de transport nucléaire du type Landau-Vlasov. Des considérations sur le traitement du canal inélastique nucléon-nucléon et des propriétés saturantes spécifiques au formalisme relativiste covariant du Lagrangien effectif indiquent que les corrections au champ moyen nucléaire dépassent le simple cadre du formalisme non-relativiste couramment utilisé. La nécessité d'une théorie quantique relativiste du transport nucléaire est discutée.

ABSTRACT : From general analytical properties of the mass operator and from its expansion in terms of the effective interaction between nucleons, non-relativistic corrections to the nuclear mean field are examined. This shows that the study of the optical model potential in the nuclear medium provides a consistent link between the nuclear mean field and residual collisions occurring in nuclear transport approaches of the Landau-Vlasov form. Considerations on the treatment of the N-N inelastic channel and specific saturation properties of effective Lagrangian formalisms show that corrections to the nuclear mean-field go beyond the usual non-relativistic framework. Hence the necessity of a quantum relativistic nuclear transport theory is discussed.

INTRODUCTION

Les collisions d'ions lourds à haute énergie font actuellement l'objet de nombreuses expériences afin d'étudier les propriétés de la matière nucléaire en dehors des conditions normales de pression, densité et température. A mesure que les données s'accumulent (transfert en moment, multiplicité de particules, distribution en masse, etc...) le cadre théorique pour leur interprétation et discuté lors de cette école essaie de faire le lien entre la théorie Hartree-Fock dépendant du temps¹ (TDHF) satisfaisante à énergie incidente faible ($\leq 5-10$ MeV/A) et les modèles de cascade intranucléaires (INC) utilisés à grande énergie² (≥ 100 MeV/A). Dans ce domaine d'énergie intermédiaire on s'attend à ce que le mouvement collectif du champ moyen et les excitations nucléoniques individuelles agissent de manière compétitive et corrélées en accord avec les lois de conservation usuelles.

Le but de cet exposé est de rappeler, à partir des propriétés générales de l'opérateur de masse $M(k, \omega)$ du problème à N-corps non-relativiste, les contraintes existantes entre le champ moyen nucléaire et les corrections de corrélation liées aux diffusions nucléoniques individuelles.

Avec les énergies de collisions d'ions lourds croissantes obtenues actuellement, les distributions en moment des nucléons sont telles que le traitement des canaux inélastiques dans les diffusions nucléon-nucléon individuelles est à considérer. Jusqu'à une énergie de diffusion $T_{lab} \approx 1$ GeV le canal inélastique est dominé par les excitations virtuelles des états isobariques Δ et le formalisme approprié à cette description est covariant relativiste. Dans ce même formalisme les propriétés spécifiques de l'opérateur de masse indiquent qu'aux corrections de corrélations au champ moyen nucléaire s'ajoutent des contributions spécifiques " saturantes " importantes liées à la possibilité d'excitation virtuelle de paires nucléon-antinucleon. Une approche covariante relativiste du transport semble donc nécessaire pour décrire les collisions d'ions lourds même aux énergies intermédiaires et son développement est déjà un objectif théorique majeur³.

Les aspects " standards " des corrections au champ moyen nucléaire non-relativiste feront l'objet d'un 1er paragraphe. Dans une 2è section, le problème de ces corrections sera reconsidéré dans le cadre d'une formulation relativiste en essayant de mettre en évidence certaines propriétés spécifiques importantes de l'opérateur de masse que le formalisme non-relativiste ne peut pas prendre en compte ou fait apparaître de façon moins directe.

I. ASPECTS "STANDARDS " DU PROBLEME NON-RELATIVISTE

Dans le modèle des particules indépendantes (mpi) il est fait l'hypothèse que chaque nucléon se déplace dans un potentiel $\mathcal{U}(k)$ sans collisions avec les autres nucléons du milieu. Ce potentiel peut être généré par les autres nucléons, peut dépendre des vitesses, etc..., mais agit en fait comme un potentiel externe. Soit $e_0(k)$ l'énergie de chaque nucléon, somme de l'énergie cinétique ($\hbar=1$) et de l'énergie potentielle $\mathcal{U}(k)$:

$$e_0(k) = \frac{k^2}{2m} + \mathcal{U}(k) \quad . \quad (I.1)$$

L'état fondamental $|\psi_0\rangle$ du système est non corrélé et est celui d'un gaz de Fermi de densité ρ donnée. Tous les états sont occupés jusqu'au niveau de Fermi :

$$\varepsilon_F^0 = e_0(k_F) \quad (I.2)$$

où, pour un milieu nucléaire symétrique ($N=Z$),

$$k_F = (3\pi^2\rho/2)^{1/3} \quad . \quad (I.3)$$

La distribution en moment $n_0(k)$ des nucléons est donnée⁴ par la valeur moyenne sur $|\psi_0\rangle$ de l'opérateur nombre d'occupation $a^+(k)a(k)$:

$$\begin{aligned} n_0(k) &= \langle \psi_0 | a^+(k) a(k) | \psi_0 \rangle \\ &= \theta(k_F - k) \quad . \end{aligned} \quad (I.4)$$

Supposons qu'en plus du potentiel $\mathcal{U}(k)$ les nucléons ressentent encore entre eux les effets d'une interaction " résiduelle ". Alors le fondamental $|\psi\rangle$ du système sera différent de $|\psi_0\rangle$ et sera dit " corrélé " par l'effet de cette interaction résiduelle. La distribution en moment

$$n(k) = \langle \psi | a^+(k) a(k) | \psi \rangle \quad (I.5)$$

va donc différer de l'expression (I.4) et des considérations générales⁴ dont il sera question plus loin, indiquent que la forme attendue de $n(k)$ est celle représentée par la courbe continue de la figure (I-1).

Cette figure attire l'attention sur deux quantités importantes

- i) l'aire hachurée qui est une mesure de l'importance des corrélations dans l'état fondamental $|\psi\rangle$
- ii) la discontinuité en k_F de $n(k)$

$$n(k_F-0) - n(k_F+0) = Z(k_F)$$

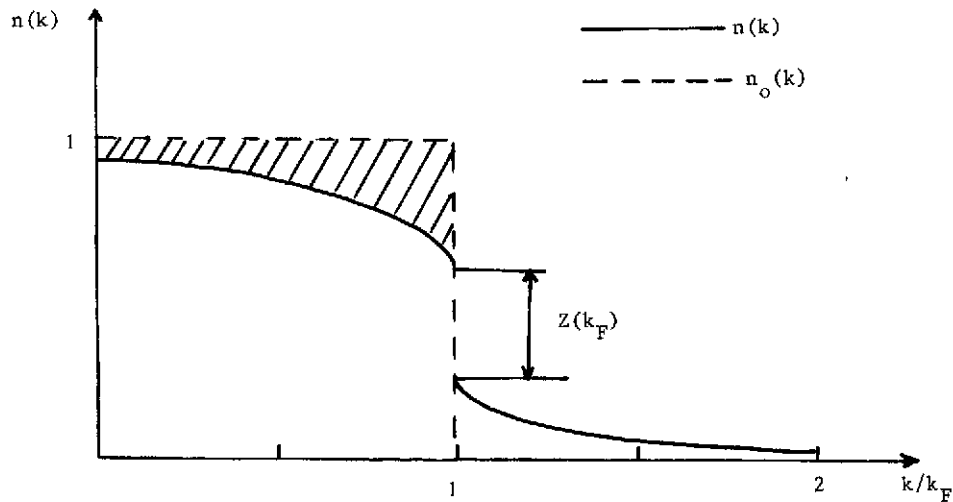


Fig. I-1

qui, nous allons le voir, est reliée à la densité d'états en \mathcal{E}_F .

Revenons au modèle des particules indépendantes défini par les eqs. (I.1) à (I.4). De la définition générale des fonctions de Green⁴ de particule simple, les parties "trous" $G_0^{(h)}$ et "particule" $G_0^{(p)}$ du mpi s'écrivent :

$$\left\{ \begin{aligned} G_0^{(h)}(k, t-t') &= i\theta(t'-t) \langle \psi_0 | a^+(k, t) a(k, t') | \psi_0 \rangle \\ &= i \exp[-ie_0(k)(t-t')] n_{<}(k) \theta(t'-t) \\ G_0^{(p)}(k, t-t') &= -i\theta(t-t') \langle \psi_0 | a(k, t) a^+(k, t') | \psi_0 \rangle \\ &= -i \exp[-ie_0(k)(t-t')] n_{>}(k) \theta(t-t'), \end{aligned} \right. \quad (I.6)$$

où $n_{<}(k) \equiv n_0(k) = \theta(k_F - k)$ et $n_{>}(k) = 1 - n_{<}(k)$.

Dans la suite nous serons amenés à développer certaines considérations à partir de la transformée de Fourier par rapport au temps, $G(k, \omega)$, de la fonction de Green. Dans le cas de mpi, cette transformée de Fourier a une expression particulièrement simple :

$$\begin{aligned} G_0(k, \omega) &= G_0^{(h)}(k, \omega) + G_0^{(p)}(k, \omega) \\ &= \frac{n_{<}(k)}{\omega - e_0(k) - i\eta} + \frac{n_{>}(k)}{\omega - e_0(k) + i\eta} \end{aligned} \quad (I.6')$$

Dans la relation (I.6') l'infinitésimal $i\eta$ vient de la représentation intégrale de la fonction saut. Par exemple

$$\theta(t-t') = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega(t-t')}}{\omega + i\eta} \quad (I.7)$$

Cet infinitésimal reflète la nature de la propagation "avancée" ($-i\eta$) ou "retardée" ($+i\eta$) de $G_0^{(h)}(k, t-t')$ et $G_0^{(p)}(k, t-t')$ respectivement. La forme (I.6) montre que les pôles de $G_0^{(p)}$ ($G_0^{(h)}$) se trouvent dans le demi-plan inférieur (supérieur) et que $G_0^{(p)}$ ($G_0^{(h)}$) est analytique pour $\text{Im } \omega > 0$ ($\text{Im } \omega < 0$) (figure I-2).

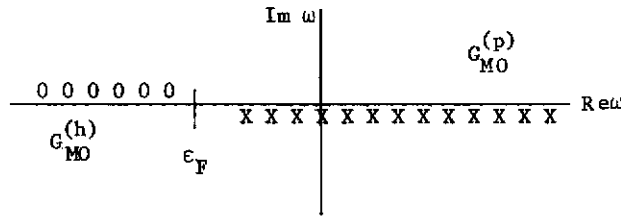


Fig. I-2. : les coupures et les pôles respectifs des parties " particules " $G_{(k,\omega)}^{(p)}(x)$ et " trou " $G_{(k,\omega)}^{(h)}(0)$ de la fonction de Green.

En pratique, comme il est montré par ailleurs (cf. le cours de C. Wagner) les niveaux identifiables dans un schéma m.p.i. sont rares. Ils sont limités à des niveaux au voisinage de l'énergie de Fermi des noyaux doublement magiques à plus ou moins un nucléon. En général on observe expérimentalement que toute la force d'une configuration de particule simple $\{\alpha\}$ n'est pas contenue dans un seul état du noyau résiduel mais étalée sur un intervalle d'énergie. Soit donc Γ_α^\dagger la largeur d'étalement d'un état de particule simple $\{\alpha\}$. Le principe d'incertitude nous dit qu'il existe un temps caractéristique maximum τ (durée de vie de la configuration $\{\alpha\}$) tel que :

$$\Gamma_\alpha^\dagger \cdot \tau = \hbar \tag{I.8}$$

La majorité des états de particule simple des noyaux sont donc non-stationnaires, c'est-à-dire ne se comportent pas en fonction du temps comme dans les équations (I.6) mais décroissent sur un temps caractéristique donné par τ . Le modèle optique (MO) est l'extension " naturelle " du m.p.i. qui tient compte de l'existence de ce temps τ . Ainsi on écrira par exemple la partie particule $G_{MO}^{(p)}(k,t)$ de la fonction de Green sous la forme suivante :

$$G_{MO}^{(p)}(k,t) = -i \exp \left[-ie(k)t - \frac{t}{2\tau(k)} \right] n_>(k) \theta(t) \tag{I.9}$$

Si on pose :

$$W(k) = [2\tau(k)]^{-1} \tag{I.10}$$

on obtient pour la transformée de Fourier $G_{MO}(k,\omega)$:

$$G_{MO}(k,\omega) = G_{MO}^{(h)}(k,\omega) + G_{MO}^{(p)}(k,\omega) \tag{I.11}$$

$$= \frac{n_<(k)}{\omega - \frac{k^2}{2m} - V(k) - iW(k)} + \frac{n_>(k)}{\omega - \frac{k^2}{2m} - V(k) + iW(k)}$$

Dans ce cas le potentiel optique $M(k)$ est indépendant de l'énergie et est donné par :

$$M(k) = V(k) - iW(k) \tag{I.12}$$

Il est important de noter à ce stade que les pôles de $G_{MO}(k,\omega)$ situés " près " de l'axe réel définissent des configurations voisines de m.p.i. : on les appelle " quasi-particules ". La validité du concept de " quasi-particule " est donc liée à l'amplitude de la partie imaginaire de M , ici $W(k)$. D'une façon plus générale l'opérateur de masse $M(k,\omega)$ du système corrélé est introduit par la relation⁴ :

$$G(k, \omega) = \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{2m} - M(k, \omega)} \quad (I.13)$$

Nous discuterons plus loin quelques propriétés génériques importantes de cette quantité. Les pôles de $G(k, \omega)$ sont les racines de l'équation :

$$\omega = \frac{k^2}{2m} + M(k, \omega) \quad (I.14)$$

Soit $e(k)$ la partie réelle de ces racines. Pour celles qui sont près de l'axe réel $e(k)$ est l'énergie de quasi-particule. On a :

$$e(k) = \frac{k^2}{2m} + \text{Re}[M(k, e(k))] \quad (I.15)$$

L'opérateur de masse $M(k, \omega)$ évalué à la valeur $\omega = e(k)$ est dit " sur couche ". Pour les valeurs de ω au voisinage de $e(k)$ on peut écrire :

$$\begin{aligned} \text{Re}[M(k, \omega)] &= \text{Re}[M(k, e(k))] + [\omega - e(k)] \left[\frac{\partial \text{Re}[M(k, \omega)]}{\partial \omega} \right]_{\omega=e(k)} \\ &+ \mathcal{O}((\omega - e(k))^2) \end{aligned} \quad (I.16)$$

Reportons dans l'expression de $G(k, \omega)$, en supposant que $\text{Im}[M(k, \omega)] \approx \text{Im}[M(k, e(k))]$, pour obtenir :

$$G(k, \omega) = \frac{Z(k)}{\omega - e(k) + iZ(k)\text{Im}M(k, e(k))} + G^B(k, \omega) \quad (I.17)$$

avec

$$[Z(k)]^{-1} = \left[1 - \frac{\partial \text{Re}[M(k, \omega)]}{\partial \omega} \right]_{\omega=e(k)} \quad (I.18)$$

Dans le terme $G^B(k, \omega)$ de l'éq. (I.17) est cachée la partie incohérente de la fonction de Green⁵, c'est-à-dire celle qui ne donne pas lieu à une évolution en temps de type oscillatoire amortie (cf. éq. (I.9)). En comparant (I.17) et (I.11), on voit que l'approximation de quasi-particule revient à négliger $G^B(k, \omega)$ et à ne considérer que les contributions du type " pôle simple ". Notons cependant que par rapport à (I.11) $Z(k) \neq 1$ et que $W(k) = Z(k) \cdot \text{Im}[M(k, e(k))]$: les parties imaginaires du potentiel optique et de l'opérateur de masse évalué sur couche diffèrent dans le rapport $Z(k)$ qui est le résidu de la fonction de Green au pôle de quasi-particule.

Revenons à l'équation (I.15) déterminant les énergies $e(k)$. Au lieu de chercher à k fixé les valeurs de $\omega \equiv e$ satisfaisant (I.15), considérons ω fixé et cherchons les valeurs $k_o(\omega)$ satisfaisant l'équation :

$$\omega = \frac{k_o^2}{2m} + \text{Re}[M(k_o, \omega)] \quad (I.19)$$

Pour la clarté du raisonnement suivant, faisons l'hypothèse (en fait bien vérifiée expérimentalement pour des valeurs de $\omega < 100$ MeV) :

$$\text{Re}[M(k_o(\omega), \omega)] = V(\omega) = V^0 + a\omega \quad (I.20)$$

et définissons $a = 1 - \frac{m^*}{m}$. La solution est alors telle que :

$$\omega = \frac{k_0^2}{2m^*} + \frac{m}{m^*} V^0 \quad (I.21)$$

Pour une dépendance non linéaire en ω de $V(\omega)$ on définit en général

$$\frac{m^*}{m} = 1 - \frac{dV(\omega)}{d\omega} \quad (I.22)$$

et on obtient la relation bien connue de la vitesse de groupe de la quasi-particule :

$$v_g = \frac{k_0}{m^*} = \frac{d\omega}{dk_0} \quad (I.23)$$

La durée de vie de l'état de quasi-particule étant τ , la distance parcourue pendant ce temps, ou libre parcours moyen λ , est donc :

$$\lambda = v_g \cdot \tau = \frac{k_0}{m^*} \cdot 2Z(k) \text{Im} [M(k_0(\omega), \omega)] \quad (I.24)$$

$$= \frac{k_0}{m_k} \cdot 2 \text{Im} [M(k_0(\omega), \omega)] \quad (I.24')$$

Dans la relation (I.24') nous avons introduit la quantité m_k telle que :

$$\frac{m^*}{m} = \frac{m_k}{m} \cdot [Z(k_0)]^{-1} \quad (I.25)$$

$$= \frac{m_k}{m} \cdot \frac{m_\omega}{m} \quad (I.25')$$

De (I.22), (I.18) et (I.25') on obtient :

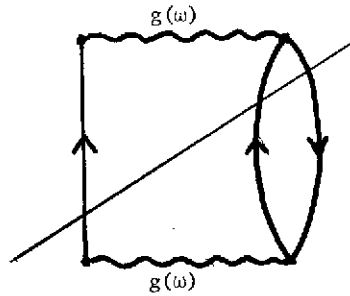
$$\frac{m_\omega}{m} = [1 - \partial \text{Re} M(k, \omega) / \partial \omega]_{\omega=e(k)} \quad (I.26)$$

$$\frac{m_k}{m} = \left[1 + \frac{m}{k} \partial \text{Re} M(k, \omega) / \partial k \right]_{\omega=e(k)}^{-1} \quad (I.26')$$

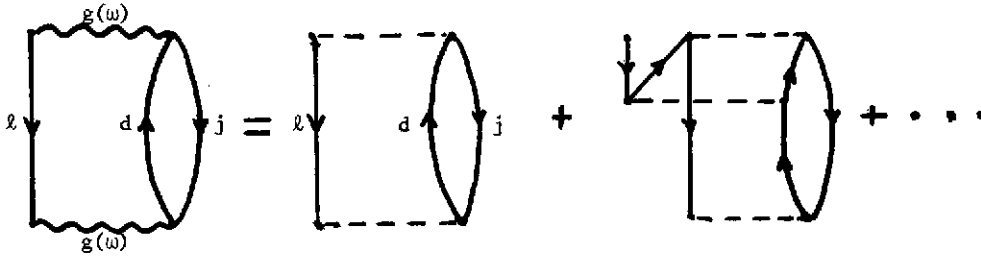
A travers ces quelques rappels on voit donc que l'étude de la dépendance en (k, ω) de l'opérateur de masse est nécessaire pour la connaissance des propriétés de transport (libre parcours moyen λ , masse effective $\frac{m^*}{m}$ etc...) du milieu nucléaire.

Nous allons maintenant rappeler quelques propriétés générales de l'opérateur de masse qui permettront de faire le lien avec les termes de gain et de perte introduit dans les approches de transport exposées par ailleurs dans cette école (cours de Ch. Grégoire).

Si $v(I_{12})$ représente l'interaction entre deux nucléons du milieu, le développement perturbatif de la fonction de Green⁴ en puissance de v conduit à celui de l'opérateur de masse. Dans ce développement un nucléon dans un état (k, ω) interagira avec un, deux, trois, etc... nucléons du milieu. Soit, si nous représentons par une ligne pointillée l'interaction v entre deux nucléons, la séquence :



n'existe pas. Par contre la contribution suivante existe

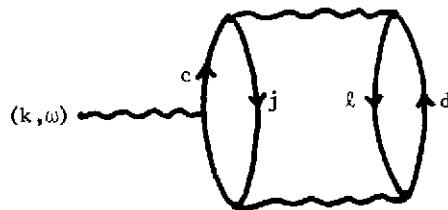


Nous la noterons $M_{2b}(k, \omega)$. Elle a pour valeur³ :

$$M_{2b}(k, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{\underline{j}, \underline{\ell}, \underline{d}} n_{<}(\ell) n_{<}(j) n_{<}(d) \frac{|\langle \underline{\ell} \underline{j} | g[e(j) + e(\ell)] | \underline{k} \underline{d} \rangle_A|^2}{\omega + e(d) - e(j) - e(\ell) - i\eta} \quad (I.31)$$

Cette contribution à $M(k, \omega)$ vient immédiatement après le terme M_{BHF} (2^e ordre en g). Ces deux contributions sont essentielles dans l'argumentation à suivre.

Avant d'aller plus loin il est légitime de se demander pourquoi se limiter à cet ordre en g dans notre approximation à l'opérateur de masse totale $M(k, \omega)$. On peut répondre partiellement à cette question de la façon suivante. Il est facile de représenter et d'écrire l'expression algébrique de la contribution suivante faisant intervenir trois matrices g . Graphiquement elle est donnée par :



Dont l'expression algébrique correspondante est^{5,7} :

$$M_3(k, \omega) = -\frac{1}{2} \sum_{\underline{j}} n_{<}(j) \langle \underline{k} \underline{j} | g[\omega + e(j)] | \underline{k} \underline{j} \rangle_A \times \sum_{\underline{\ell}, \underline{c}, \underline{d}} n_{<}(\ell) n_{>}(c) n_{>}(d) \frac{|\langle \underline{j} \underline{\ell} | g[e(j) + e(\ell)] | \underline{c} \underline{d} \rangle_A|^2}{[e(j) + e(\ell) - e(c) - e(d)]^2} \quad (I.32)$$

$$\equiv -\frac{1}{2} \sum_{\underline{c} \underline{d}} n_{<}(\ell) n_{>}(c) n_{>}(d) \langle \underline{j} \underline{\ell} | g \frac{Q}{e} | \underline{c} \underline{d} \rangle \langle \underline{c} \underline{d} | \frac{Q}{e} g | \underline{j} \underline{\ell} \rangle_A \cdot n_{<}(j) \langle \underline{k} \underline{j} | g | \underline{k} \underline{j} \rangle_A, \quad (I.32')$$

où nous avons symboliquement écrit le dénominateur d'énergie comme e et représenté les contraintes

dues au principe de Pauli par Q.

La fonction corrélée à deux corps $\langle r_1 r_2 | \psi_{j\ell}^{(2)} \rangle$ est telle que :

$$\langle r_1 r_2 | \frac{Q}{e} g | j\ell \rangle = \langle r_1 r_2 | j\ell \rangle - \langle r_1 r_2 | \psi_{j\ell}^{(2)} \rangle \quad (I.33)$$

où $\langle r_1 r_2 | j\ell \rangle = \phi_{j\ell}(r_1 r_2)$ représente une onde plane à deux nucléons.

On peut donc réécrire (I.32') comme suit :

$$M_3(k, \omega) = -\frac{1}{2} \sum_{\ell j} n_{\ell} n_j \int dr_1 dr_2 |\phi_{j\ell}(r_1 r_2) - \psi_{j\ell}^{(2)}(r_1 r_2)|^2 \quad (I.34)$$

$$\times \langle k j | g | k j \rangle_A$$

En définissant l'intégrale de " blessure " moyenne \mathcal{K}_2 par

$$\mathcal{K}_2 = \rho \langle \int dr_1 dr_2 |\phi_{j\ell}(r_1 r_2) - \psi_{j\ell}^{(2)}(r_1 r_2)|^2 \rangle_{AV} \quad (I.35)$$

où $\langle \cdot \rangle_{AV}$ dénote la moyenne prise sur les états ℓ, m en-dessous du niveau de Fermi⁷, on voit que $M_3(k, \omega)$ est tel que :

$$M_3(k, \omega) = -\mathcal{K}_2 M_{BHF}(k, \omega) \quad (I.36)$$

A cet ordre la quantité \mathcal{K}_2 apparaît comme le " petit " paramètre du développement de $M(k, \omega)$. Les calculs montrent que pour une valeur normale $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ de la densité nucléaire ρ , \mathcal{K}_2 est de l'ordre de 0.2 mais varie fortement avec ρ . La valeur de \mathcal{K}_2 n'est rien d'autre que l'aire hachurée de la fig. (I-1), si on considère que l'état fondamental corrélé $|\psi\rangle$ ne fait intervenir que des corrélations à deux corps.

Nous voyons donc que, sur la base de l'éq. (I.36) et de la valeur de \mathcal{K}_2 à densité normale, il semble justifier de ne considérer dans un premier temps que les termes M_{BHF} éq. (I.29) et M_{2b} éq. (I.31) du développement de l'opérateur de masse M. Toutefois, sachant que \mathcal{K}_2 varie fortement avec la densité le bien-fondé de cette troncature doit être testé lors des calculs à densité nucléaire plus grande que ρ_0 , tout comme d'ailleurs la validité du concept de quasi-particule sous-jacent lié à la valeur de $\text{Im } M(k, \omega)$. Le problème général des ordres supérieurs à celui que nous considérons ici dans le développement de l'opérateur de masse est complexe et dépasse le cadre de cet exposé. Il est traité dans la Réf. (8).

A l'ordre où nous nous plaçons l'énergie de quasi-particule, donnée par (I.15), se réduit à :

$$e(k) = \frac{k^2}{2m} + \text{Re} \left[M_{BHF}(k, e(k)) + M_{2b}(k, e(k)) \right] \quad (I.37)$$

et définit ainsi le *champ nucléaire moyen corrigé* par rapport à l'approximation BHF courante.

Nous allons maintenant établir le lien entre les parties imaginaires de l'opérateur de masse que nous avons obtenues et les expressions G et L des termes de gain et de perte de l'équation de transport écrites et étudiées par ailleurs. Leurs expressions s'écrivent :

$$G = \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} w(p_2 + p_3 p_4) f_3 f_4 (1-f) (1-f_2) \quad (I.38)$$

$$\cdot \delta^{(3)} \left[\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4 \right] \delta \left[e(p) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4) \right]$$

$$L = \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} w(p_2 \rightarrow p_3 p_4) f_2(1-f_3)(1-f_4) \cdot \delta^{(3)} \left[\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4 \right] \delta \left[e(p) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4) \right] \quad (I.39)$$

Dans ces expressions f_n représente la fonction de distribution du nucléon de moment \underline{p}_n , c'est-à-dire :

$$f_n = f(\underline{r}, \underline{p}_n; t) \quad , \quad (I.40)$$

avec la normalisation

$$\int \frac{d^3 r d^3 p}{(2\pi)^3} f(\underline{r}, \underline{p}; t) = A \quad , \quad (I.41)$$

où A est le nombre de nucléons du système.

Enfin $w(p_2 \rightarrow p_3 p_4)$ est la probabilité de transition pour une collision entre deux particules de moment \underline{p} et \underline{p}_2 vers un état final de moments \underline{p}_3 et \underline{p}_4 . Elle est donnée en terme de l'interaction effective $g(\omega)$ définie en (I.28) et s'écrit :

$$w(p_2 \rightarrow p_3 p_4) = \left| \langle \underline{p}_2 | g \left[e(p_3) + e(p_4) \right] | p_3 p_4 \rangle_A \right|^2 \quad (I.42)$$

Dans cette expression l'interaction effective g doit être calculée (en principe) pour l'occupation instantanée de l'espace de phase caractérisé par la distribution $f(\underline{r}, \underline{p}; t)$.

Considérons donc la contribution $M_{\text{BHF}}(k, \omega)$ donnée par (I.29). De l'expression (I.28) de $g(\omega)$ on obtient :

$$g(\omega) - g^+(\omega) = g(\omega) \left[\frac{Q}{\omega - e + i\eta} - \frac{Q}{\omega - e - i\eta} \right] g^+(\omega) \quad , \quad (I.43)$$

où nous avons repris la notation simplifiée utilisée après l'équation (I.32). La propriété :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{1}{x \pm i\eta} = PP \left(\frac{1}{x} \right) \mp i\pi \delta(x)$$

appliquée à (I.43) donne immédiatement⁺ :

$$\text{Im } M_{\text{BHF}}(\underline{p}, \omega) = -\frac{\pi}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} n_{<}(p_2) n_{>}(p_3) n_{>}(p_4) \cdot \left| \langle \underline{p}_2 | g(\omega + e(p_4)) | p_3 p_4 \rangle_A \right|^2 \delta(\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4) \delta(\omega + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)) \quad (I.44)$$

A partir de l'expression (I.31) de $M_{2b}(k, \omega)$ on obtient directement :

$$\text{Im } M_{2b}(\underline{p}, \omega) = \frac{\pi}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^2} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} n_{>}(p_2) n_{<}(p_3) n_{<}(p_4) \cdot \left| \langle \underline{p}_2 | g(e(p_3) + e(p_4)) | p_3 p_4 \rangle_A \right|^2 \delta^{(3)}(\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4) \delta(\omega + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)) \quad (I.45)$$

⁺ $\frac{1}{\Omega} \sum_{\underline{j}} \rightarrow \sum_{\text{spins}} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}$, la somme sur les spins et isospins est implicite dans toutes les expressions

Ces deux relations nous montrent le lien formel entre les parties imaginaires de l'opérateur de masse et les termes G , éq. (I.38), et L , éq. (I.39). Cependant il faut noter que ces deux termes réfèrent à une situation dynamique de non-équilibre, alors que nous avons obtenu (I.44) et (I.45) pour le cas d'un milieu stationnaire continu non excité, pour raisons de simplicité. Les références^{9,10,11} traitent de la dérivation de ces termes en général et mènent aussi à la conclusion que le champ nucléaire moyen donné par la partie réelle de M et les termes de collisions reliés à la partie imaginaire, sont mutuellement contraints par les relations de dispersion. Seul un calcul dynamique de l'interaction effective $g(\omega)$ est en mesure de satisfaire cette cohérence. Les premiers pas dans cette direction sont exposés dans les réfs. (12). Afin d'alléger quelque peu la tâche que représente un tel calcul dynamique, on peut être tenté d'utiliser une forme paramétrée¹³ de l'interaction effective reproduisant bien de nombreuses propriétés statistiques des noyaux. Cependant, il y a des indications que l'interaction effective d'un système excité diffère¹² sensiblement de celle d'un système dans son état fondamental ; mais ce qui est plus gênant est qu'un sérieux problème de redondance se pose. En effet, si \hat{V}_{eff} désigne cette interaction paramétrée, alors elle est telle que son champ moyen $\hat{U}_{\text{eff}}(k)$ reproduise, par construction, la partie réelle de l'opérateur de masse M global :

$$\hat{U}_{\text{eff}}(k) = \sum_j \langle k_j | \hat{V}_{\text{eff}} | k_j \rangle_A \equiv \text{Re} \left[M_{\text{BHF}}(k, e(k)) + M_{2b}(k, e(k)) + \dots \right] \quad (\text{I.46})$$

Il est donc non fondé de vouloir calculer les termes de gain G et de perte L en utilisant pour les éléments de matrice de transition w de (I.38) et (I.39) ceux de l'interaction effective \hat{V}_{eff} . La situation satisfaisante de ce point de vue serait celle d'une interaction effective \hat{V}_{eff} déterminée de telle sorte que son champ moyen soit :

$$\begin{aligned} \hat{U}_{\text{eff}}(k, \omega) = & \sum_j n_{<}(j) \langle k_j | \hat{V}_{\text{eff}} | k_j \rangle_A + \frac{1}{2} \sum_{j, c, d} n_{<}(j) n_{>}(c) n_{>}(d) \frac{|\langle k_j | \hat{V}_{\text{eff}} | c d \rangle_A|^2}{\omega - e(c) - e(d)} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j, l, d} n_{<}(l) n_{<}(j) n_{>}(d) \frac{|\langle l j | \hat{V}_{\text{eff}} | k, d \rangle_A|^2}{\omega + e(d) - e(j) - e(l)} \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

c'est-à-dire incluant d'entrée les contributions de polarisation et de " corrélation " ^{5,6}. Cette approche reste peu explorée au-delà de cas modèles pour \hat{V}_{eff} ¹⁴⁻¹⁶.

Pour clore cette section, nous allons examiner un point important lié au mécanisme de conservation de l'énergie présent dans l'extension du formalisme TDHF incluant les termes G éq. (I.38) et L éq. (I.39). Dans l'expression de ces termes, en raison de la largeur des états individuels, la stricte condition $e(p) + e(p_2) = e(p_3) + e(p_4)$ imposée par la fonction δ sur les énergies, ne peut être qu'un artifice lié au traitement du propagateur de quasi-particule ^{10,11}. Supposons que, voulant tenir compte de cette considération physique, nous relâchions cette contrainte pour la remplacer par une fonction \mathcal{F} des quatre énergies, maximum pour des valeurs telles que $e(p) + e(p_2) = e(p_3) + e(p_4)$ et de dispersion non précisée autour de ce maximum :

Dans (I.38) et (I.39) nous faisons le remplacement suivant :

$$\delta [e(p) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \rightarrow \mathcal{F} [e(p); e(p_2); e(p_3); e(p_4)] \quad (\text{I.48})$$

Quelle est donc la forme de \mathcal{F} qui soit compatible avec les lois de conservation usuelles du nombre total de particules et de l'énergie (1er moment de H) ? La conservation du nombre de particules implique, à partir de l'équation TDHF généralisée pour la fonction de distribution $f(\underline{r}, \underline{p}; t)$

incluant les termes G et L^{9,10}, que :

$$\frac{d}{dt} \int \frac{d^3 r d^3 p_1}{(2\pi)^3} f(r, p_1, t) = 0 \Rightarrow \int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \langle p_1 p_2 | G | p_3 p_4 \rangle_A^2 \mathcal{F} \cdot [f_3 f_4 (1-f_1)(1-f_2) - f_1 f_2 (1-f_3)(1-f_4)] = 0 \quad (I.49)$$

En jouant avec les variables muettes d'intégration on voit que :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} [e(p_1); e(p_2); e(p_3); e(p_4)] &= \mathcal{F} [e(p_3); e(p_4); e(p_1); e(p_2)] \\ &= \mathcal{F} [e(p_4); e(p_3); e(p_2); e(p_1)] \end{aligned} \quad (I.50)$$

La conservation de l'énergie impose :

$$\frac{d}{dt} \text{Tr}_A [H_{MF} \rho^A] = 0 \quad (I.51)$$

où $H_{MF} = \sum_{i=1}^A h_{MF}^{(i)}$, avec $h_{MF}^{(i)}$ l'Hamiltonien habituel de Hartree-Fock du nucléon i et où ρ^A est la densité à A particules. Dans (I.51) la trace correspond à l'intégration sur les coordonnées des A particules. De façon standard¹ et en utilisant l'équation TDHF étendue sous la forme équivalente :

$$i \dot{\rho}^{(1)} = [h_{MF}^{(1)}, \rho^{(1)}] + I_{\text{coll}} \quad (I.52)$$

où $\rho^{(1)}$ est la densité à un corps, et I_{coll} désigne le terme de collision, on peut écrire le terme de gauche de l'équation (I.51) sous la forme :

$$A \text{tr}_1 [h_{MF}^{(1)} \dot{\rho}^{(1)}] = \frac{A}{i} \text{tr}_1 \{ h_{MF}^{(1)} [h_{MF}^{(1)}, \rho^{(1)}] + h_{MF}^{(1)} \cdot I_{\text{coll}} \} \quad (I.53)$$

où tr_1 correspond à l'intégration sur les coordonnées du nucléon. Le premier terme de (I.53) est nul (conservation du 1er moment de H dans TDHF usuel) et on doit donc avoir :

$$\text{tr}_1 \{ h_{MF}^{(1)} \cdot I_{\text{coll}} \} = 0 \quad (I.54)$$

Compte tenu de la forme du terme de collision et de la relation (I.50) cette expression peut s'écrire :

$$\int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \langle p_1 p_2 | G | p_3 p_4 \rangle_A^2 [e(p_1) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \mathcal{F} \cdot (1-f_1)(1-f_2) f_3 f_4 = 0 \quad (I.55)$$

et entraîne que \mathcal{F} doit satisfaire l'équation ;

$$[e(p_1) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \cdot \mathcal{F}(\cdot) = 0 \quad (I.56)$$

dont la solution est une distribution \mathcal{F} proportionnelle à la distribution δ des quatre énergies. Si donc, le terme de collision doit conserver l'énergie par lui-même, comme l'indique la relation (I.54), il n'est pas possible de permettre des collisions nucléons-nucléons hors-couches sans

violer la conservation du premier moment de H. Néanmoins, l'efficacité du terme de collision dans le processus de thermalisation du système est effectivement liée à la prise en compte de ces processus hors-couches. On montre que la conservation de l'énergie peut alors être obtenue¹⁷ en considérant les contributions de corrélations à l'énergie totale du système, au-delà de l'énergie de champ moyen donnée par $E_{MF} = \text{Tr}_A [H_{MF} \rho^A]$.

Nous allons examiner maintenant quelques aspects (nécessairement restreints par une vue personnelle et limitée du problème) de la diffusion nucléon-nucléon et du formalisme des Lagrangiens effectifs qui militent en faveur d'une approche quantique relativiste du transport nucléaire.

II. AU-DELA DES CORRECTIONS NON-RELATIVISTES ?

Dans la recherche des évidences expérimentales susceptibles d'invalider le formalisme non-relativiste de la diffusion nucléon-nucléon dans le milieu nucléaire et conduisant à l'interaction effective $g(\omega)$ et au champ moyen, il est naturel de regarder la diffusion élastique relativiste de deux nucléons libres^{18,19}. Jusqu'au seuil inélastique ($T_{lab} < 300$ MeV) les effets relativistes sur les déphasages N-N, en particulier le couplage des états nucléon-antinuéon (paires NN) sont faibles dans les ondes partielles périphériques et pourvu que le pion et le nucléon se couplent pseudovectoriellement (voire table I de la Réf. (19) et Réf. (20)).

Cependant, dans les ondes partielles $\ell=0$ et 1 ces effets croissent rapidement avec l'énergie et dès l'ouverture du canal inélastique un traitement relativiste à trois corps apparaît nécessaire. Pour la diffusion élastique l'unitarité de la matrice S est garantie par le choix d'éléments de matrice de la forme générale

$$S_J = e^{2i\delta_J} \quad , \quad (II.1)$$

avec δ_J un déphasage réel. Quand les canaux inélastiques s'ouvrent, le module de l'amplitude de diffusion reste inférieur ou égal à 1 et on utilise en général dans le cas non couplé la forme suivante pour S_J ²¹ :

$$S_J = \cos^2 \rho_J e^{2i\delta_J} \quad . \quad (II.2)$$

Ces paramètres $\eta_J = \cos^2 \rho_J$ sont la signature expérimentale du processus inélastique. Si les canaux NN sont pris seuls en compte, la solution des équations de diffusion relativiste (Bethe Salpeter) peut violer la condition d'unitarité, c'est-à-dire que le paramètre d'inélasticité pour une onde partielle donnée peut dépasser un. Ceci est illustré dans la figure (II-1), tirée de la Réf. (21).

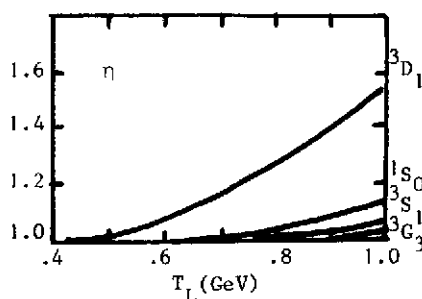


Fig. II-1

Le paramètre d'inélasticité η dans la région inélastique pour différentes ondes partielles du canal NN non couplé.

Avec des énergies de collision d'ions lourds croissantes on doit s'attendre à une importance grandissante du couplage aux canaux inélastiques dans les diffusions nucléon-nucléon individuelles. On voit que l'inclusion de ces processus dans un formalisme de transport apte à décrire ces collisions ne peut pas se faire de façon naïve sans violer l'unitarité de la matrice S en tentant, par exemple, d'ajouter simplement une partie imaginaire phénoménologique au potentiel nucléon-nucléon initial. On a affaire à un problème à 3 corps N- π - Δ non trivial, pour lequel cependant une extension des équations de Bethe Salpeter satisfaisant l'unitarité à 3 particules est possible²¹. Cette extension offre la perspective intéressante qui inclurait le canal inélastique jusqu'à des énergies de diffusion N-N de l'ordre de $T_{lab} \approx 1$ GeV. Dans ce cadre les corrections nécessaires d'inélasticité au champ moyen passent par une formulation covariante relativiste³¹.

Nous allons voir que dans un tel formalisme certaines propriétés spécifiques indiquent un mécanisme de construction des propriétés du champ moyen apparemment plus " efficace " que dans l'approche non relativiste.

Considérons le modèle le plus simple de Lagrangien effectif dit modèle " σ - ω ", proposé par J. Walecka et D. Serot²³. Le Lagrangien s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu}-M)\psi + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\varphi\partial^{\mu}\varphi - m_{\sigma}^2\varphi^2) \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{\omega}^2V_{\mu}V^{\mu} + g_{\sigma}\bar{\psi}\psi\varphi - g_{\omega}\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi V^{\mu}, \end{aligned} \quad (II.3)$$

où ψ représente le champ du nucléon de masse M , φ celui du méson scalaire σ de masse m_{σ} et V_{μ} celui du vecteur ω de masse m_{ω} . Dans (II.3) la partie de régularisation du Lagrangien n'est pas indiquée car elle n'intervient pas dans ce qui suit, et, suivant la notation usuelle :

$$F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}V_{\nu} - \partial_{\nu}V_{\mu} \quad (II.4)$$

Dans le milieu nucléaire infini, invariant par translation, l'approximation de Hartree consiste à remplacer les champs scalaires φ et vecteur V_{μ} par leur valeur moyenne sur le vide $\langle\varphi\rangle$ et $\langle V_{\mu}\rangle = i\delta_{\mu 0}\langle V_0\rangle$. On obtient²³ ces quantités des équations obéies par φ et V_{μ} :

$$\begin{aligned} -m_{\sigma}^2\langle\varphi\rangle &= g_{\sigma}\langle\bar{\psi}\psi\rangle \\ &= g_{\sigma}\rho_{\sigma} \end{aligned} \quad (II.5)$$

$$\begin{aligned} m_{\omega}^2\langle V_0\rangle &= g_{\omega}\langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle \\ &= g_{\omega}\rho_B, \end{aligned} \quad (II.6)$$

où ρ_{σ} et ρ_B sont respectivement les densités scalaires et baryoniques du milieu. Définissant les potentiels scalaires et vecteur $U_{\sigma} = -g_{\sigma}\rho_{\sigma}/m_{\sigma}^2$ et $U_{\omega} = g_{\omega}\rho_B/m_{\omega}^2$, on obtient l'équation de Dirac à 1-corps que doit satisfaire le spineur $u(p,\lambda)$ du nucléon d'hélicité $\lambda(\pm 1)$ et d'énergie ϵ_p :

$$\left[\alpha_{\mu}p^{\mu} + \beta(M+U_{\sigma}) - (\epsilon_p - U_{\omega}) \right] u(p,\lambda) = 0 \quad (II.7)$$

Dans cette équation les valeurs caractéristiques des champs scalaires et vectoriels pour une densité baryonique ρ_B donnée, différente de la densité normale $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, sont :

$$U_{\sigma} = -400 \cdot (\rho_B / \rho_0) \text{ (MeV)} \tag{II.8}$$

$$U_{\omega} = 300 \cdot (\rho_B / \rho_0) \text{ (MeV)} .$$

Posons :

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_p &= \epsilon_p - U_{\omega} \\ \tilde{M} &= M + U_{\sigma} \end{aligned} \tag{II.9}$$

La solution de (II.7) correspondant à $\tilde{\epsilon}_p > 0$ est celle d'un quasi-nucléon *libre* de masse effective \tilde{M} , de moment $p = |p|$ et d'hélicité λ . Elle s'écrit²³ :

$$u(p, \lambda) = \left[\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ p\lambda \\ \tilde{\epsilon}_p + \tilde{M} \end{pmatrix} \chi_{\lambda} \tag{II.10}$$

Désignons par $u^0(p, \lambda)$ et $v^0(p, \lambda)$ les spineurs d'énergie $\pm \epsilon_p^0$ positive et négative des nucléons libres, et sans interaction, c'est-à-dire pour lesquels $U_{\sigma} = U_{\omega} = 0$, $\tilde{M} = M$. Le spineur $u(p, \lambda)$ peut alors s'écrire identiquement²² :

$$\begin{aligned} u(p, \lambda) &= \frac{1}{2M(\epsilon_p^0 + M)^{1/2}(\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M})^{1/2}} \cdot \left\{ \left[(\epsilon_p^0 + M)(\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M}) - p^2 \right] u^0(p, \lambda) \right. \\ &\quad \left. + p\lambda \left[(\epsilon_p^0 + M) - (\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M}) \right] v^0(p, -\lambda) \right\} . \end{aligned} \tag{II.11}$$

Cette expression montre que l'interaction mélange les composantes d'énergie positive et négative des nucléons libres. A l'ordre le plus bas en p^2/M où $\epsilon_p^0 = M + \mathcal{O}(p^2/M)$ la correction $\delta u(p, \lambda)$ au spineur libre $u^0(p, \lambda)$ est déterminée par la différence $M - \tilde{M} = -U_{\sigma}$. C'est donc le champ scalaire qui induit la première correction relativiste à la propagation d'un état de particule simple d'énergie positive, comme l'indique la figure II-2a. La correction correspondante à l'énergie

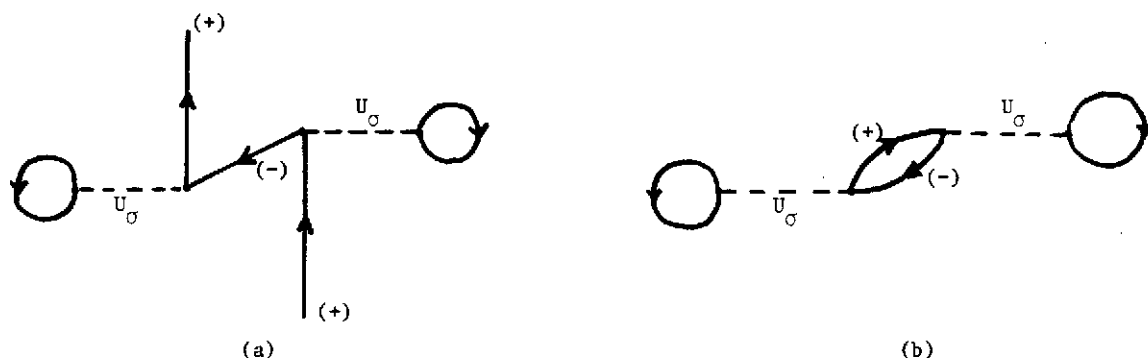


Fig. II-2

- (a) correction relativiste à la propagation d'un état de particule simple d'énergie positive.
- (b) La contribution correspondante à l'énergie.

par particule du milieu infini est donnée par la fig. II-2b. Elle est proportionnelle à U_{σ}^2 et peut être évaluée simplement à partir de (II.11). Elle s'écrit à l'ordre le plus bas en p/M :

$$\left(\frac{\Delta E}{A}\right) = \rho^{-1} \sum_{\lambda\tau} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \theta(k_F - p) \frac{p^2 \lambda^2}{4M^4} U_\sigma^2 \bar{v}^o(p, -\lambda) v^o(p, -\lambda) \quad (II.12)$$

Prenant pour U_σ la valeur caractéristique donnée en (II.8), sommant sur l'hélicité et l'isospin en tenant compte que $\bar{v}^o v = 2M$, on obtient²⁴ :

$$\left(\frac{\Delta E}{A}\right) \approx 4.2 \text{ MeV} \left(\frac{\rho_B}{\rho_0}\right)^{8/3} \quad (II.13)$$

C'est une correction fortement saturante (elle croît avec la densité) spécifique au traitement relativiste puisque la propagation des états anti-nucléons n'est pas prise en compte dans le formalisme standard de la première section. Cependant, la figure II-2a met bien en évidence la nature de force à trois corps due au couplage scalaire des états $\bar{N}N$. Le traitement habituel des forces à trois corps²⁵ dans le milieu nucléaire fait intervenir l'échange du pion et du méson ρ entre trois nucléons par l'intermédiaire des états excités du nucléon. L'effet de saturation de ces forces dans la matière nucléaire est faible²⁶ et la question se pose donc de savoir si les corrections relativistes précédentes traitées comme force additionnelle à trois corps produisent effectivement le mécanisme de saturation supplémentaire qui fait défaut dans les approches non relativistes habituelles du problème nucléaire à N-corps.

A travers les relations (II.10) et (II.11) le modèle " σ - ω " met en évidence une propriété de base du formalisme relativiste en général : les états des nucléons individuels sont " habillés " à travers l'apparition de la masse effective \tilde{M} et de l'énergie $\tilde{\epsilon}_p$. Une différence essentielle entre l'interaction effective g relativiste et non-relativiste en découle : alors que dans les approches non-relativistes tous les effets de milieu ne peuvent apparaître que dans l'interaction effective, dans l'approche relativiste ils apparaissent à la fois dans la fonction d'onde et dans l'interaction effective et conduisent à une incorporation plus rapide et plus efficace des propriétés du milieu déterminant le champ moyen. C'est ce que nous allons voir en examinant le potentiel optique dans le modèle " σ - ω " précédent.

Dans le formalisme non-relativiste nous avons vu que la dépendance en énergie du potentiel optique n'apparaissait qu'en incluant les corrections du 2^e ordre (" polarisation " et " corrélation ") à l'approximation Hartree-Fock de l'opérateur de masse. La dépendance en énergie obtenue est linéaire^{5,12} jusque vers 200 MeV.

Considérons l'équation de Dirac (II.7) à quatre composantes. Si on élimine²³ les petites composantes pour se ramener à une équation de Schrödinger locale à deux composantes, il apparaît un terme potentiel central $U_c^{\text{opt}}(E)$ et un terme potentiel spin orbite à un corps $U_{ls}(E)$ qui s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_c^{\text{opt}}(E) \sim \frac{E}{M} U_\omega + U_\sigma + \frac{1}{2M}(U_\sigma^2 - U_\omega^2) \end{array} \right. \quad (II.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{ls}(E) \sim \frac{1}{2M} \cdot \frac{1}{E - U_\omega + U_\sigma + M} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (U_\sigma - U_\omega) \end{array} \right. \quad (II.14')$$

La dépendance linéaire en énergie du potentiel optique est obtenue à l'ordre le plus bas du développement de l'opérateur de masse (ici approximation de Hartree) et en accord avec les données empiriques^{5,23}. Pour que cet accord persiste après introduction des corrections de " polarisation " et de " corrélation " présentes aussi dans le formalisme relativiste il est donc nécessaire que l'importance de ces corrections soit fortement réduite par rapport au cas non relativiste, ce qui impliquerait une meilleure convergence des développements de l'opérateur de masse par rapport au

cas non relativiste. A l'heure actuelle ceci n'est qu'une conjecture mais l'hypothèse mériterait d'être vérifiée quantitativement. En effet, une évaluation rapide du petit paramètre de convergence K_2^R dans le cas relativiste donne une valeur réduite d'environ 20 % par rapport à la valeur K_2^{NR} non relativiste. Pour voir cela réécrivons le spineur $u(p, \lambda)$, éq. (II.11), sous la forme

$$u(k, \lambda) = [1 + \alpha(p)]^{-1/2} [u^0(p, \lambda) + \alpha(p)v^0(p, -\lambda)] \quad (II.15)$$

Pour $p \approx k_F$, $\alpha(p)_{\max} \approx 0.1$ en raison du champ scalaire important²³. La fonction d'onde totale du nucléon s'écrit :

$$\phi_p^{\lambda, \tau}(\underline{r}) = u(p, \lambda) \frac{e^{i\underline{p} \cdot \underline{r}}}{(2\pi)^{3/2}} \chi_\tau \quad (II.16)$$

et donc la blessure relativiste prend la forme :

$$K_2^R = \rho \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \left\langle \left[\int \left[\phi_{j, \lambda_1}^{\lambda_1 \tau_1}(\underline{r}_1) \lambda_2^{\tau_2}(\underline{r}_2) - \psi_{j, \lambda_2}^{\lambda_1 \tau_1, \lambda_2 \tau_2}(\underline{r}_1, \underline{r}_2) \right]^2 d^3 r_1 d^2 r_2 \right\rangle_{AV}$$

Si l'on fait l'hypothèse raisonnable que les parties radiales des fonctions corrélées relativistes et non relativistes sont identiques, alors :

$$K_2^R \approx \langle [1 + \alpha(p)]^{-2} \rangle_{AV} K_2^{NR} \approx 0.8 K_2^{NR} \quad (II.17)$$

Les calculs d'interaction effective relativiste actuels sont en mesure de donner une valeur précise du paramètre de blessure, K_2^R , mais cet aspect du problème de convergence reste à examiner en détail. L'issue en est une appréciation quantitative de l'importance des collisions résiduelles dans une approche relativiste du transport nucléaire. Dans le contexte astrophysique de la description de la matière nucléaire dense où une telle approche²⁷ est communément utilisée, l'effet des collisions résiduelles est négligé par rapport au champ moyen relativiste sur l'argument que, dans le modèle " σ - ω ", l'énergie de corrélation au 2^e ordre, représentée par le diagramme d'interaction à 2 mésons scalaires σ de la figure II-3,

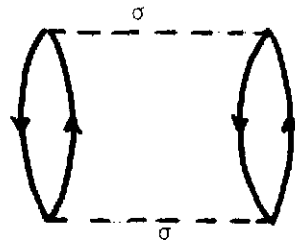


Figure II-3 : Contribution directe au 2^e ordre dans l'échange du méson scalaire σ à l'énergie.

se comporte à haute densité comme²⁸ :

$$\epsilon_2^d(\rho) \xrightarrow{\rho/\rho_0 \gg 1} -g \rho^{4/3} \text{Log} \left[\frac{4 \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3}}{m_\sigma^2} \right], \quad (\text{II.18})$$

alors que l'énergie de champ moyen (Hartree) se comporte en ρ^2 et fournit donc le terme dominant. Cependant, les études non relativistes et plus récemment relativistes^{22,31} de l'interaction effective dans la matière nucléaire ont montré l'importance des diagrammes de second ordre du type de la figure II-3 en raison de la présence d'une force tenseur nucléon-nucléon importante due à l'échange du pion et du méson ρ non présents dans le modèle " σ - ω " sur lequel est basée l'argumentation précédente. Il semble donc que la question de l'importance des corrections de corrélation au champ moyen relativiste reste posée et que l'approche du transport nucléaire telle qu'utilisée en astrophysique²⁷ soit à reconsidérer dans le contexte de la description des collisions d'ions lourds aux énergies supérieures à quelques dizaines de MeV/A³.

Il est clair que les arguments exposés ci-dessus sont assez rudimentaires et non déterminants en l'état actuel de l'étude de l'opérateur de masse relativiste. Si cette étude débouche effectivement sur une moindre importance des corrections de polarisation et de corrélation au champ moyen que dans le cas non relativiste dans le domaine d'énergie intermédiaire envisagé, alors la dérivation et l'utilisation d'une théorie quantique relativiste du transport nucléaire se trouveraient pleinement justifiées.

CONCLUSION

A travers la relation de dispersion reliant parties réelle et imaginaire de l'opérateur de masse nous avons mis en évidence le lien auto-consistant étroit existant entre les termes de gain et de perte et le champ moyen des équations de transport couramment utilisées pour décrire les collisions d'ions lourds aux énergies de quelques dizaines de MeV/A. Ces contraintes sont fondamentales car, seules leurs prises en compte permettent d'éliminer les ambiguïtés liées aux choix semi-phénoménologiques, d'un côté d'un champ moyen (équation d'état), et de l'autre à l'intensité du terme de collision^{29,30}.

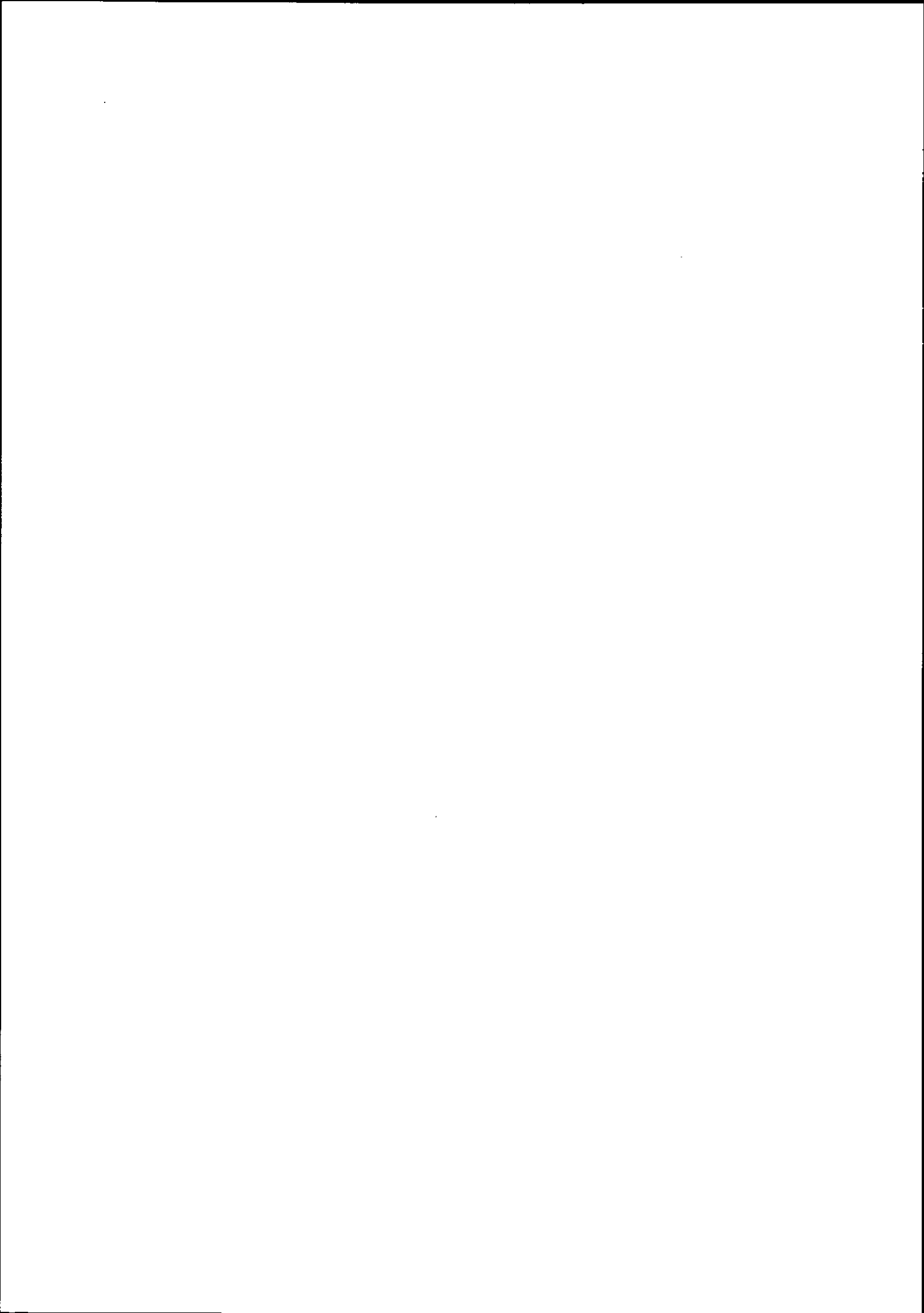
Il est donc clair que l'étude des limitations du modèle théorique de transport passe par l'élimination de choix semi-empiriques plus ou moins "habiles" de ces ingrédients de départ.

Cependant, dans la 2^e section, nous avons développé quelques arguments tendant à montrer que l'étendue des corrections au champ moyen dépasse le cadre non-relativiste. La formulation d'une théorie relativiste du transport nucléaire³ est déjà adondamment discutée, mais rencontre des difficultés formelles importantes.

Un aspect intéressant par rapport au cas non-relativiste et qui peut mériter quelques développements, dans la région d'énergie de collisions de quelques dizaines de MeV/A, est la possibilité d'une moindre importance des corrections au champ moyen relativiste. A travers l'habillage des fonctions d'onde individuelles du nucléon en plus de l'interaction effective comme c'est seulement le cas dans le formalisme non-relativiste, la construction du champ moyen apparaît plus "efficace". Si une meilleure convergence de l'opérateur de masse relativiste s'avérait fondée, il est clair que les conséquences sur la formulation de la théorie relativiste du transport nucléaire seraient importantes.

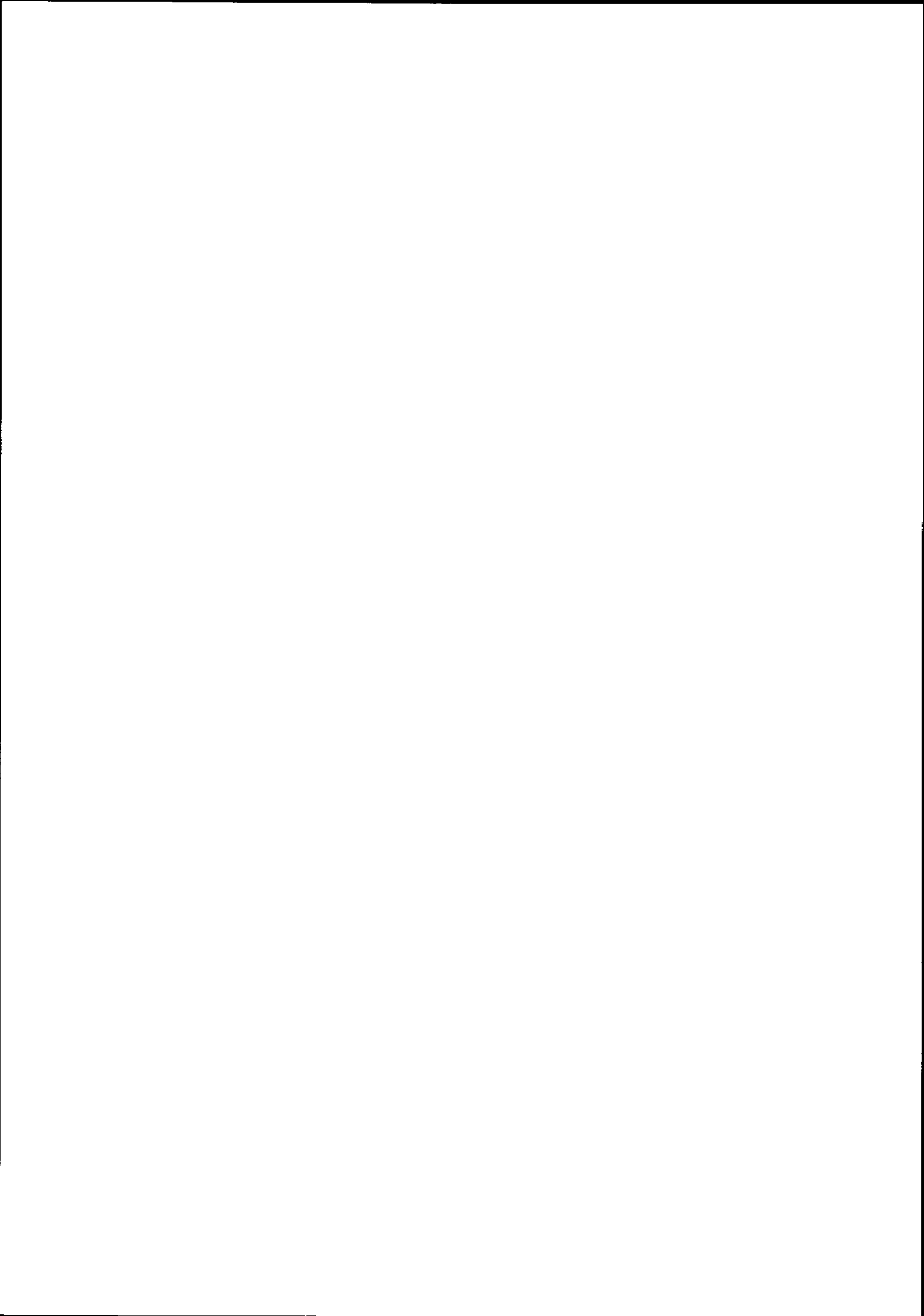
REFERENCES

- 1) " Time dependent Hartree-Fock method " Editions de Physique, Orsay-Saclay, Mai 1979, P. Bonche, B. Giraud, Ph. Quentin éditeurs.
- 2) Y. Yariv, Z. Frankel, Phys. Rev. C20 (1979) 2227 ; J. Cugnon, T. Mizutani, J. Vandermeulen, Nucl. Phys. A352 (1981) 505 ; G. Bertsch, J. Cugnon, Phys. Rev. C24 (1981) 2514.
- 3) R. Malfliet, B. Ter Haar, Phys. Lett. 172B (1986) 10 ; H. Th. Elze, M. Gyulassy, D. Vasak, H. Heinz, H. Stöcker, W. Greiner, preprint 191/1986 Institut de Physique Théorique, Université de Mayence D6000 Frankfurt am Main (RFA) ; E. Calzetta, S. Habib, B.L. Hu, preprint UMPF 87-198, Department of Physics and Astronomy, University of Maryland College Park, Maryland 20742 (USA) ; D. Vasak, M. Gyulassy, H.T. Elze, Ann. Phys. 173 (1987) 462.
- 4) A.L. Fetter, J.D. Walecka " Quantum Theory of Many-Particle Systems " McGraw Hill, Inc. 1971.
- 5) J.P. Jeukenne, A. Lejeune, C. Mahaux, Phys. Rep. 25C (1976) 85.
- 6) K.A. Brueckner, J.L. Gammel, H. Weitzner, Phys. Rev. 110 (1958) 431 ; C. Mahaux, P.F. Bortignon, R.A. Broglia, C.M. Dasso, Phys. Rep. 120 (1985) 1.
- 7) H.A. Bethe, Ann. Rev. of Nucl. Sci. 21 (1971) 93.
- 8) B.D. Day, Rev. Mod. Phys. 50 (1978) 495.
- 9) L.P. Kadanoff, G. Baym " Quantum Statistical Mechanics ", The Benjamin/Cummings Publ. C., Inc. Reading, Massachusetts, 1962.
- 10) P. Danielewicz, Ann. Phys. 152 (1984) 239 ; 152 (1984) 305.
- 11) H.H.K. Tang, P.J. Siemens, Nucl. Phys. A453 (1986) 251.
- 12) A. Lejeune, P. Grangé, M. Martzloff, J. Cugnon, Nucl. Phys. A453 (1986) 189 ; J. Cugnon, A. Lejeune, P. Grangé, Phys. Rev. C32 (1987) 861 ; P. Grangé, J. Cugnon, A. Lejeune, Nucl. Phys. A473 (1987) 365.
- 13) D. Gogny, Proceedings of the International Conference on Nuclear Selfconsistent Fields, Trieste, 1975. G. Ripka, M. Porneuf, Eds. North-Holland, Amsterdam 1975.
- 14) J. Coté, B. Rouben, R. de Turreil, D.W.L. Sprung, Nucl. Phys. A273 (1976) 269.
- 15) R. Sartor, C. Mahaux, Phys. Rev. C21 (1980) 1546.
- 16) V. Bernard, C. Mahaux, Phys. Rev. C23 (1981) 888.
- 17) P. Grangé, H.A. Weidenmüller, G. Wolschin, Ann. Phys. 136 (1981) 190.
- 18) K. Holinde, Phys. Rep. 68C (1981) 122.
- 19) M.J. Zuilhof, J.A. Tjon, Phys. Rev. C24 (1981) 736.
- 20) M.J. Zuilhof, J.A. Tjon, Phys. Rev. C26 (1982) 1277.
- 21) E. Van Faassen, T.A. Tjon, Phys. Rev. C33 (1986) 2105.
- 22) C.J. Howitz, B.D. Serot, Nucl. Phys. A464 (1987) 613.
- 23) B.D. Serot, J.D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. 16, ed. J.W. Negele and E. Vogt (Plenum N.Y. 1986) ; A. Bouyssy, J.F. Mathiot, N. Van Giai, S. Marcos, Phys. Rev. C36 (1980) 36.
- 24) G.E. Brown, W. Weise, G. Bayen, J. Speth, Comments Nucl. Part. Phys. 17 (1987) 39.
- 25) R.G. Ellis, S.A. Coon, B.H.J. McKellar, Nucl. Phys. A438 (1985) 631.
- 26) M. Martzloff, B. Loiseau, P. Grangé, Phys. Lett. 92B (1980) 46.
- 27) J.D. Alonso, Ann. Phys. 160 (1985) 1.
- 28) M. Buttan, Phys. Lett. 79B (1978) 27.
- 29) Ch. Grégoire, " Cours Ecole Joliot-Curie 1987 " et références attenantes.
- 30) C. Gale, G. Bertsch, S. Das Gupta, Phys. Rev. C35 (1987) 1666.
- 31) B. Ter Haar, R. Malfliet, Phys. Rep. 149 (1987) 207.



FISSION DES NOYAUX LOURDS ET SUPERFLUIDITE NUCLEAIRE

C. Signarbieux



FISSION DES NOYAUX LOURDS ET SUPERFLUIDITE NUCLEAIRE

Claude SIGNARBIEX

Département de Physique Nucléaire de Saclay

Résumé : La fission induite à basse énergie des noyaux lourds pair-pair a été souvent décrite dans la littérature comme un processus superfluide. Les raisons expérimentales et théoriques qui avaient conduit à cette description sont passées en revue. De nouveaux résultats expérimentaux plus spécifiques sont présentés qui sont, au contraire, en faveur d'une perte totale de la superfluidité au cours du processus.

Abstract : The low energy induced fission of even-even heavy nuclei has often been described in the literature as being a superfluid process. The theoretical and experimental grounds which have led to a such description are reviewed. More specific experimental data recently obtained are presented, which are, on the contrary, in favour of a complete loss of superfluidity during the process.

Introduction

Une des tâches de la physique nucléaire d'aujourd'hui est d'explorer les propriétés dynamiques des noyaux et plus généralement de la matière nucléaire. Les collisions noyau-noyau sont a priori la voie royale pour créer des systèmes nucléaires profondément perturbés et d'étudier leur relaxation. L'affaire s'est révélée extrêmement complexe et il n'est pas inutile de revenir sur un processus nucléaire connu depuis fort longtemps (bientôt 50 ans), la fission des noyaux lourds, qui implique lui aussi un profond réarrangement de la matière nucléaire et dans lequel la problématique des échanges d'énergie entre les différents degrés de liberté du système est clairement posée. Le but de ce séminaire est de faire le point sur ce que nous avons appris jusqu'à présent sur le sujet.

Dans la première partie, j'exposerai en toute généralité la problématique de la dynamique de la fission. Dans une seconde partie, j'expliquerai un certain nombre de spécificités de la fission des actinides pair-pair et montrerai les raisons théoriques et expérimentales qui avaient conduit à l'idée que la dynamique du processus pourrait être essentiellement superfluide. Dans une dernière partie, j'exposerai les résultats d'expériences récentes spécialement conçues pour tester la préservation de la superfluidité et montrerai qu'ils sont, au contraire, en faveur d'une perte totale de la superfluidité.

I - Problématique de la dynamique du processus de fission

La fission est une instabilité des noyaux à l'égard de leur déformation. Cette instabilité a été bien expliquée, dès la découverte du phénomène, avec le modèle classique de la "goutte liquide, incompressible et uniformément chargée" : en effet la variation de l'énergie potentielle d'une telle goutte en fonction de son élongation ne dépend que de deux termes :

- une énergie de surface - E_s - correspondant à la non-saturation en surface des forces attractives (\equiv tension superficielle) qui croît donc constamment avec l'élongation ;
- une énergie coulombienne - E_c - correspondant à la distribution des charges dans le volume, qui donc diminue constamment avec l'élongation.

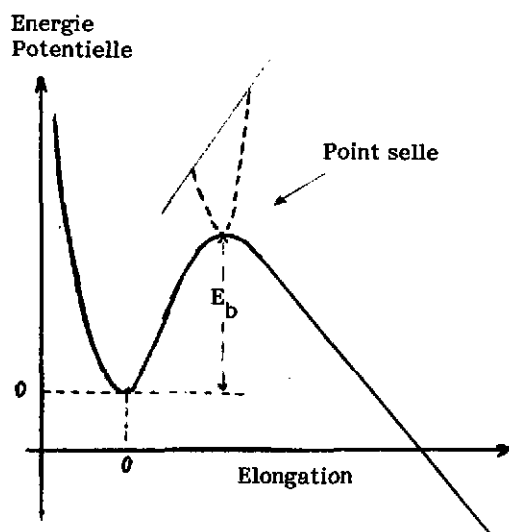


Fig. 1 - Barrière de potentiel de la goutte liquide.

Pour les "noyaux" les plus légers, l'augmentation de E_s l'emporte toujours sur la diminution de E_c : d'où la stabilité de ces noyaux ("enfermés" dans un puits de potentiel de déformation).

Pour les "noyaux" les plus lourds, il existe une déformation critique dite "de point selle" au-delà de laquelle la diminution de E_c l'emporte sur l'augmentation de E_s : fig. 1. D'où l'existence d'une barrière de fission qui peut être franchie classiquement si l'énergie totale est supérieure à la "hauteur" de la barrière (bien sûr, pour les noyaux réels le franchissement de la barrière est un problème quantique).

Quand la "masse des noyaux" augmente la hauteur de la barrière diminue jusqu'à devenir nulle, au quel cas l'édifice nucléaire ne peut plus exister.

La fission est donc un mode de désintégration des noyaux composés lourds en compétition avec les autres modes que sont l'émission de particules ou de gammas, mais contrairement à ces modes qui sont des transitions quantiques, la fission doit être envisagée comme un processus : le mot n'est pas gratuit il sous-entend une évolution continue au cours du temps dans l'espace de ses configurations (d'où les notions de chemins de fission, de mouvement vers la scission, de temps de fission).

Dans ce mouvement vers la scission, la variation de l'énergie potentielle entraîne évidemment une variation égale de l'énergie libre du noyau (de l'énergie d'excitation si l'on veut).

La figure 2 montre le cas d'une fission induite juste au-dessus de la barrière : pour franchir la barrière le noyau doit "se refroidir", puis, au-delà, dans la "descente" vers la scission, son énergie libre va croître constam-

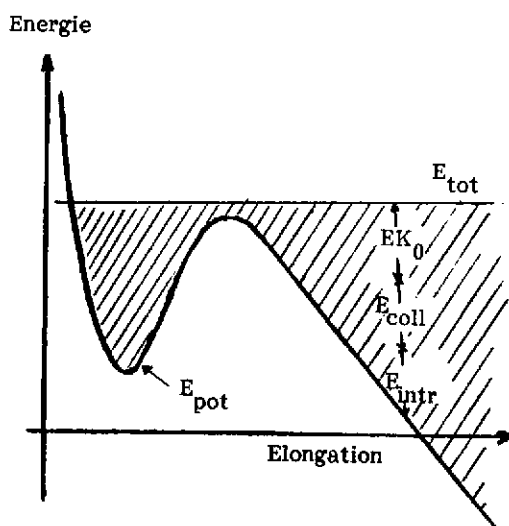


Fig. 2 - Zone hachurée : Energie "libre".

ment. Le problème est de savoir dans quels degrés de liberté cette énergie libre va se distribuer. Dans le cas d'une goutte de matière non visqueuse et irrotationnelle, le seul degré de liberté est l'élongation donc l'énergie va se trouver engagée en énergie cinétique E_{K_0} et à la scission, les deux fragments seront animés d'une vitesse de séparation importante. Dans le cas général, cette énergie E_{K_0} peut éventuellement être dissipée soit en énergie collective E_{coll} dans des modes collectifs "transverses", soit en chaleur E_{intr} .

La tâche de de l'expérimentateur est claire ; il

s'agit :

- d'une part de connaître les conditions initiales du processus : l'endroit le plus judicieux est évidemment le

point selle puisque c'est là où l'espace de phase du système est le plus restreint ;

- d'autre part d'extraire les valeurs des termes d'énergie E_{K_0} , E_{coll} et E_{intr} à partir des propriétés des fragments à l'instant de la scission. Notons ici que le problème ne sera pas inambigu puisque ces propriétés sont en fait mesurées sur des fragments "à l'infini", c'est-à-dire après leur répulsion coulombienne mutuelle et leur désexcitation prompte par neutrons et gammas.

Abandonnons maintenant le modèle de la goutte liquide pour envisager le problème de la dissipation d'un mouvement collectif de grande amplitude dans le cas d'une goutte nucléaire quantique.

a) - Dissipation du mouvement collectif en excitations intrinsèques.

Les idées de base ont été introduites en physique en 1932 par LANDAU¹ et ZENER² pour traiter la dégénérescence des niveaux d'énergie des électrons d'un atome en présence d'un autre atome. Elles ont été appliquées par HILL et WHEELER³ dès 1953 au problème de la fission et constituent actuellement le cadre de la problématique de la dissipation d'énergie dans les collisions noyau-noyau (voir par exemple NOREMBERG⁴). Il s'agit du **problème de croisement des niveaux d'énergie de particules individuelles dans un champ moyen en déformation**. Ces états sont obtenus comme états propres de l'hamiltonien non perturbé du système dans un potentiel moyen dont la déformation est paramétrisée par un certain nombre de paramètres continus. Le point essentiel à noter est que pour les déformations ayant au moins une symétrie, ces niveaux se croisent³ Sur la figure 3 est schématisé un tel croisement de niveau.

- lorsque la vitesse collective est très petite, le nucléon est capable d'ajuster sa fonction d'onde adiabatiquement, autrement dit s'il occupe avant croisement le niveau le plus bas, il occupera après croisement le niveau le plus bas. Dans l'hypothèse adiabatique on peut alors diagonaliser l'hamiltonien perturbé et obtenir une nouvelle base d'états qualifiée donc d'états adiabatiques (c'est-à-dire

sans croisement de niveaux).

- à l'autre extrême, lorsque la vitesse collective est très grande, le nucléon conserve son état initial ; dans la base des états adiabatiques, (qui constitue en fait la référence pour l'excitation) il y a eu création d'une particule-un trou, il y a eu promotion de l'énergie d'excitation du système par, en quelque sorte, une transition sans radiation ("radiationless transition").

- dans le cas d'une vitesse collective intermédiaire, il faut évidemment tenir compte à la fois de la force de l'interaction résiduelle et de la valeur de l'énergie collective pour calculer les probabilités respectives pour le nucléon de rester sur le même niveau ou de glisser sur l'autre.

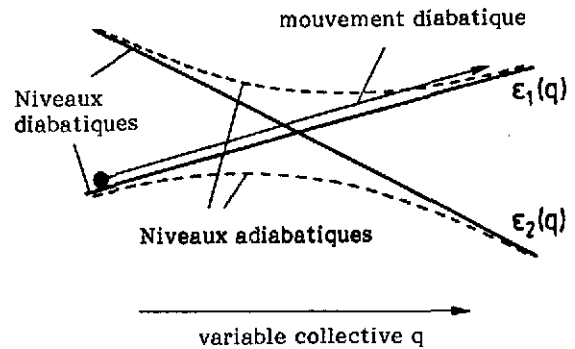


Fig. 3 - Schéma de croisement de niveaux de particules individuelles.

b) - Topographie de la surface d'énergie potentielle adiabatique d'un actinide.

Comme il a été dit plus haut, à chaque état intrinsèque du noyau défini par un certain remplissage des couches, correspond une surface d'énergie potentielle adiabatique. Sur la figure 4 est montrée dans deux représentations différentes la surface d'énergie potentielle de l'état fondamental du Pu^{240} obtenu par BERGER et coll.⁵ dans un calcul HFB dépendant de la densité. Les déformations du noyau sont paramétrisées par les opérateurs multipolaires Q_{20} , Q_{30} , Q_{40} représentant respectivement l'élongation, l'asymétrie en masse, la striction.

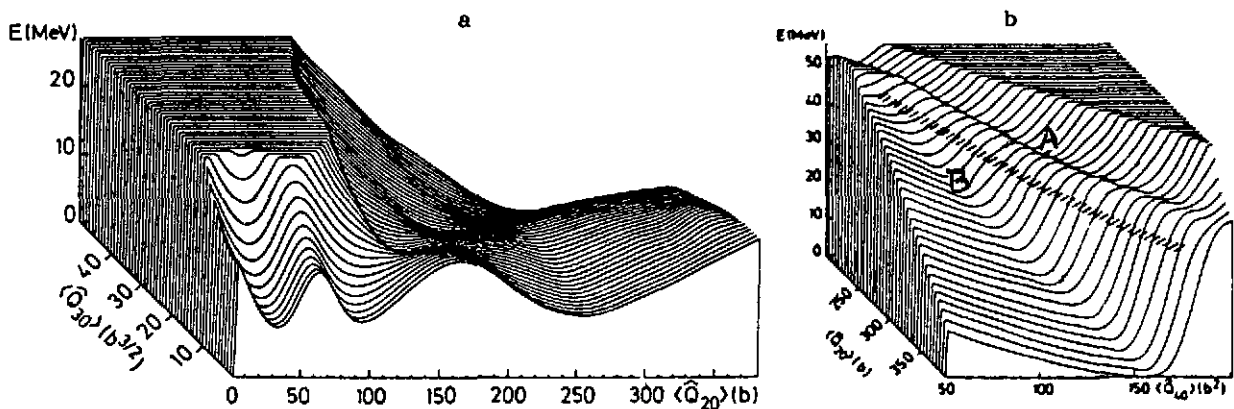


Fig. 4 - Surface d'énergie potentielle de l'état fondamental du Pu^{240} en fonction :

a - de l'élongation $\langle Q_{20} \rangle$ et de l'asymétrie de masse $\langle Q_{30} \rangle$

b - de l'élongation $\langle Q_{20} \rangle$ et de la striction $\langle Q_{40} \rangle$

Dans la représentation élongation-asymétrie en masse - fig. 4a - on peut observer l'influence des effets de couches qui modulent profondément la barrière de fission avec, comme résultats, la création d'un puits secondaire, un deuxième point selle asymétrique, et une vallée de fission asymétrique. Cette influence majeure des effets de couche sur la barrière des actinides a été découvert dès 1967 par STRUTINSKY⁶ qui le premier avait réussi à les introduire d'une façon phénoménologique dans les calculs de goutte liquide. L'existence d'un puits secondaire avait donné alors une explication simple à l'existence d'isomères de fission en les identifiant comme des isomère de forme. Mentionnons aussi que ce sont des calculs du type Strutinsky qui ont prédit que les effets de couches pourraient conduire à l'existence d'une barrière de fission non nulle pour des noyaux superlourds formellement instables dans le modèle de la goutte liquide.

La figure 4b montre la même surface d'énergie potentielle mais dans la représentation élongation-striction (où la contrainte asymétrie en masse a été relaxée). On observe qu'au-delà du deuxième point selle, pour une même élongation et pour une même énergie potentielle, il existe deux types de solution : l'une correspondant au noyau fissionnant étranglé, l'autre à une configuration de deux fragments juxtaposés nucléairement indépendants. La surface présente donc deux vallées approximativement parallèles : la vallée de fission et la vallée des fragments séparés (ou encore "vallée de fusion"), ces deux vallées étant séparées par une barrière de potentiel ("la barrière de scission") qui diminue avec l'élongation jusqu'à s'annuler dans la région dite de l'"exit". L'existence de ces deux vallées, connues depuis longtemps est une propriété de goutte liquide⁷.

Dans la suite de l'exposé, consacré à la fission des actinides pair-pair induite à basse énergie, les propriétés de la surface d'énergie potentielle du fondamental vont évidemment jouer un rôle essentiel.

II - La dynamique de la fission des actinides pair-pair induite à basse énergie : arguments en faveur d'un processus superfluide.

Pour commencer ce chapitre, il est amusant de remarquer que ce sont les corrélations d'appariement des nucléons dans le noyau qui sont indirectement à l'origine de la fameuse réaction en chaîne induite par neutrons lents et par voie de conséquence à l'origine du développement de l'Energie Nucléaire.

En effet sur la base de la goutte liquide (c'est-à-dire sans appariement) tous les isotopes lourds existants sur la Terre ne seraient pas fissiles. Par exemple pour les trois isotopes les plus lourds, ceux de l'uranium, la hauteur de la barrière (de l'ordre de 6 MeV) est supérieure à l'énergie d'excitation des noyaux composés formés par capture neutronique (de l'ordre de 5 MeV) : la fission sous barrière est donc défavorisée par rapport aux autres modes de désexcitation et une section efficace de fission très faible. C'est effectivement le cas des isotopes ^{234}U et ^{238}U qui, par capture neutronique donne des isotopes de A impair. Au contraire le troisième isotope naturel U^{235} donne après capture un isotope pair-pair U^{236} dont l'énergie potentielle est abaissée de δ_n (de l'ordre de 1,2 MeV) ; ce qui revient à dire que son énergie d'excitation est augmentée de δ_n : Pour cet isotope, nous avons affaire à une fission au-dessus de la barrière donc avec une section efficace de fission très grande.

La conclusion est claire : sans U^{235} sur Terre ou sans corrélations d'appariement des nucléons, il n'y aurait pas eu (jamais eu ?) d'Énergie Atomique.

Une autre coïncidence heureuse (mais cette fois au bénéfice du physicien) réside dans le fait que δ_n est tel que l'énergie d'excitation du noyau composé U^{236} est inférieure à la hauteur de la barrière de potentiel associée au premier état excité intrinsèque comme cela est schématisé sur la figure 5.

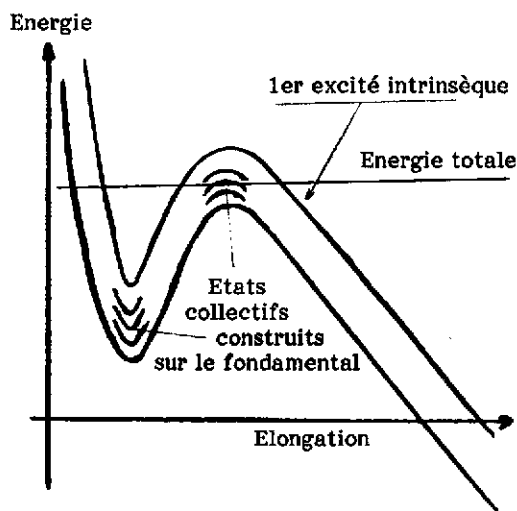


Fig. 5 - Schéma des états de transition dans la fission induite des actinides pair-pair.

Cette particularité de la fission des actinides pair-pair induite par neutrons lents avait été pressentie par A. BOHR dès 1955 et il en avait prédit les conséquences dans sa théorie de "voies de sortie - fission"⁸ : le franchissement du point selle ne peut avoir lieu que via des états collectifs bâtis sur l'état fondamental. Ce sont ces états qualifiés d'"états de transition" qui doivent être considérés comme voies de sortie dans la réaction de fission. Cette conception qui suppose un très petit nombre de voies de sortie était donc radicalement différente de la conception habituelle des voies de sortie caractérisées par l'état quantique de chaque paire de fragments donc en nombre considérable.

L'expérience a complètement confirmé les prédictions de BOHR : il s'agit de l'analyse statistique des propriétés de désexcitation des noyaux composés dans le domaine où les niveaux d'excitation sont bien séparés en énergie (résonances neutroniques). Pour chaque résonance, on détermine les intensités relatives ("largeurs partielles") des différents modes de désexcitation en compétition (diffusion élastique, émission gammas, fission). L'étude de la distribution statistique des largeurs partielles, dans une même famille de niveaux J^π , permet d'obtenir le nombre de degrés de liberté (de voies ouvertes) associés aux différents modes. Les résultats de cette analyse montre qu'effectivement le nombre de voies de sortie pour la fission induite par neutrons s est extrêmement faible⁹. Par exemple le noyau composé Pu^{240} ($Pu^{239} + n$) est formé dans deux états de spin 0^+ et 1^+ , le nombre de voies-fission est respectivement 1 pour l'état 1^+ et 2 pour l'état 0^+ . La pénétrabilité de la barrière associée à chacun de ces trois états de transition peut être calculée : pour la barrière 1^+ , cette pénétrabilité est très faible ce qui signifie que l'énergie d'excitation est très inférieure à la hauteur de la barrière (la voie de fission est dite "partiellement fermée"). Pour les 2 barrières 0^+ l'une des voies est également partiellement fermée alors que l'autre est ouverte (notons toutefois que l'énergie d'excitation n'est que de quelques centaines de keV au-dessus de la barrière⁹).

Dans le cas de U^{236} ($U^{235} + n$), les deux familles $J^\pi = 3^-$ et 4^- possèdent chacune qu'une seule barrière, les deux voies d'ailleurs étant partiellement fermées⁹.

Nous voyons donc que la fission des actinides pair-pair induite par neutrons lents offre une opportunité unique : celle de pouvoir étudier l'évolution dynamique du système (dans la descente vers la scission) à partir de conditions initiales (au point selle) particulièrement simples : un état superfluide pratiquement sans vitesse collective. La question se pose donc de savoir dans quelle mesure cette superfluidité initiale pourrait être préservée jusqu'à la scission en deux fragments. Dans l'hypothèse extrême où la superfluidité serait conservée jusque et y compris la scission, on s'attendrait à observer uniquement des fragments pair-pair. Cette prédiction n'est pas réalisée mais elle semblait ne pas être très loin de la vérité : en effet un effet pair-impair très important est observé sur la distribution des charges des fragments. Sur la figure 7 est montrée à titre d'exemple la distribution des masses des fragments dans le cas de la fission induite par neutrons lents de U^{233} et U^{235} .

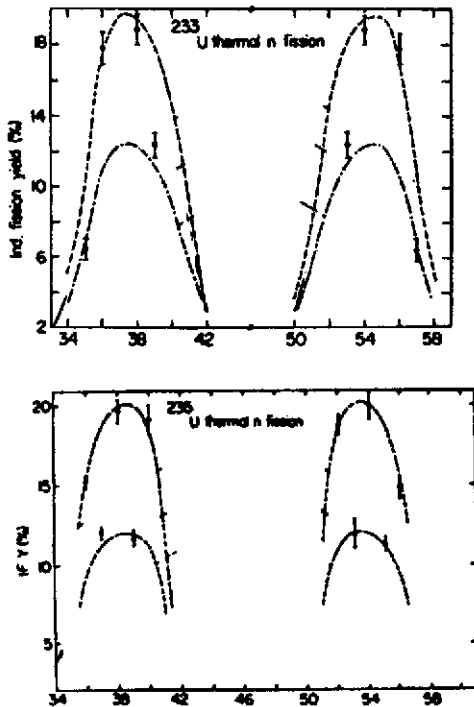


Fig. 6 - Distribution des charges des fragments de fission¹⁰;

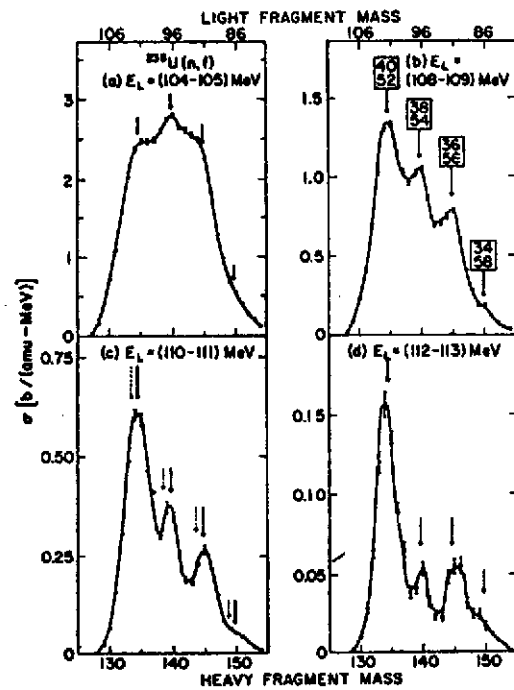


Fig. 7 - Distribution des masses des fragments de fission dans différentes fenêtres d'énergie cinétique E_L du fragment léger¹¹.

Cette "préférence" pour les fragmentations en charges paires était corroborée par l'observation sur les distributions des masses de fragments (masses secondaires du fait de l'évaporation des neutrons prompts) d'oscillations qui devenaient de véritables structures si on sélectionnait les fragments avec des énergies cinétiques de plus en plus élevées (autrement dit avec des énergies d'excitation de plus en plus faibles), ces structures fines étant indubitablement corrélées à des fragmentations pair-pair (fig.8). L'étude systématique des effets pair-impair sur $P(Z)$ et des structures fines sur $P(A)$ avait abouti à l'idée que la superfluidité initiale était très largement préservée dans la descente vers la scission^{12,13}. On pouvait même logiquement admettre qu'elle était totalement préservée jusqu'à l'exit, là où la surface d'énergie potentielle adiabatique (fig. 4b) montre que le che-

min énergétiquement le plus favorable n'est plus l'élongation mais la striction avec une chute de potentiel brutale. La striction devenant alors un processus soudain, il était prévisible que, là, la probabilité de rompre une paire fût grande, essentiellement une paire de neutrons de fait de la polarisation probable des protons¹⁴. Nous montrerons dans la troisième partie que ces conclusions tirées de l'expérience sont remises en cause par des mesures plus spécifiques sur les distributions corrélées $P(A,Z)$ des fragments.

Sur le plan théorique, l'existence d'une grande lacune en énergie ("pairing gap") entre le fondamental et le premier excité intrinsèque des noyaux pair-pair est un bon argument en faveur de l'hypothèse adiabatique sous réserve toutefois que la vitesse collective dans le mode de fission ne dépasse pas la vitesse limite d'adiabacité autrement dit que le mouvement d'élongation reste lent.

Berger et coll.⁵ ont exploré dans le formalisme H.F.B. l'hypothèse d'une dynamique purement collective de la descente du point-selle jusqu'à la scission dans le cas du Pu^{240} . Le résultat le plus remarquable de leurs calculs est l'obtention en fonction de la déformation du tenseur d'inertie associé aux modes collectifs envisagés (élongation, asymétrie de masse, striction) et dans lequel des éléments non-diagonaux importants montrent que le mouvement d'élongation se couple fortement aux autres modes collectifs et par conséquent pourrait rester suffisamment lent pour justifier l'hypothèse adiabatique.

En résumé, des raisons théoriques (l'existence d'un grand "pairing gap"), des calculs théoriques (couplage fort des modes collectifs) et un certain nombre de résultats expérimentaux (état apparié au point selle, effets pair-impair et structures fines dans les distributions de fragments) concourent à décrire la dynamique de la transition point selle - point de scission comme un processus essentiellement superfluide. Dans le chapitre suivant je vais présenter les résultats d'une expérience récente, spécialement conçue pour en obtenir une confirmation définitive.

III - Expérience sur la fragmentation froide dans la fission des actinides pair-pair : en faveur d'une perte totale de la superfluidité.

L'idée de base de cette expérience est très simple : si on suppose une dynamique purement superfluide du point selle jusqu'à la scission, on n'observera que des fragmentations en deux noyaux N pair - Z pair ; dans l'hypothèse opposée d'une dynamique purement "visqueuse" on observera une distribution statistique de toutes les fragmentations énergétiquement possibles ; dans l'hypothèse intermédiaire la probabilité des événements superfluides pourra être évaluée à partir de la prépondérance des fragments pair-pair sur les autres modes de fragmentations. **Il s'agit donc d'étudier les propriétés de la distribution $P(A,Z)$ des fragments primaires.**

La mesure de $P(A,Z)$ n'est en général pas possible : en effet les fragments naissent excités (déformés) et on accède à la mesure de leur masse qu'après leur désexcitation donc après émission de neutrons. Là encore la nature s'est montrée généreuse pour le physicien puisqu'il existe dans la fission des actinides une fraction des événements (quelques pourcents) où les deux fragments naissent avec des énergies d'excitation inférieures à l'éner-

gie de liaison d'un neutron.

Pour ces événements-là, dits de "fragmentation froide", la loi de conservation du moment linéaire s'applique strictement : comme le recul du système fissionnant est nul (fission induite par neutrons lents), le rapport des masses est exactement égal au rapport inverse des énergies cinétiques. Pour séparer complètement deux masses adjacentes A et (A + 1), la résolution en énergie sur les mesures d'énergie doit être meilleure que 400 keV pour des fragments de l'ordre de 100 MeV. Or les détecteurs à semi-conducteur n'ont pas, pour les ions lourds dans cette gamme d'énergie, une résolution meilleure que 1,5 MeV. Il se fait que récemment on a découvert que la résolution intrinsèque des chambres d'ionisation remplies avec un gaz léger (comme le CH₄) était surprenamment excellente de l'ordre de 100 keV¹⁴. Cette découverte tardive mérite quelques explications : en effet les détecteurs à gaz ont été les premiers utilisés en physique nucléaire, ils furent ensuite abandonnés au profit des détecteurs à semi-conducteur pour la raison qu'il faut 30 eV pour faire une paire d'ions et 3 eV pour faire une paire électron-trou, donc une résolution a priori trois fois meilleure pour les détecteurs à semi-conducteur. Ce point de vue s'est révélé faux pour les ions lourds pour des raisons que l'on comprend maintenant (chocs nucléaires pour les noyaux du réseau cristallin, défaut de collection dû à la trop grande densité d'ionisation).

La mesure de la charge nucléaire des fragments de fission par des méthodes physiques est un problème très difficile du fait que l'on a affaire à des ions lourds qui vont très lentement. Toutefois une méthode a été proposée récemment qui se fonde sur la mesure du parcours dans le gaz d'une chambre d'ionisation¹⁵ : il est en effet bien connu que pour des ions de masse et d'énergie cinétique déterminées, la longueur du parcours dans un milieu ralentisseur homogène ne dépend que de la charge nucléaire des ions.

En conséquence, G. SIMON, J. TROCHON et moi-même ont réalisé auprès du réacteur ORPHEE de Saclay une mesure de P(A,Z) dans la région des fragmentations froides de U²³⁴, U²³⁶ et Pu²⁴⁰. Le schéma expérimental, représenté sur la fig. 8, consiste en deux chambres d'ionisation à grille de Frisch placées de part et d'autre d'un dépôt fissile.

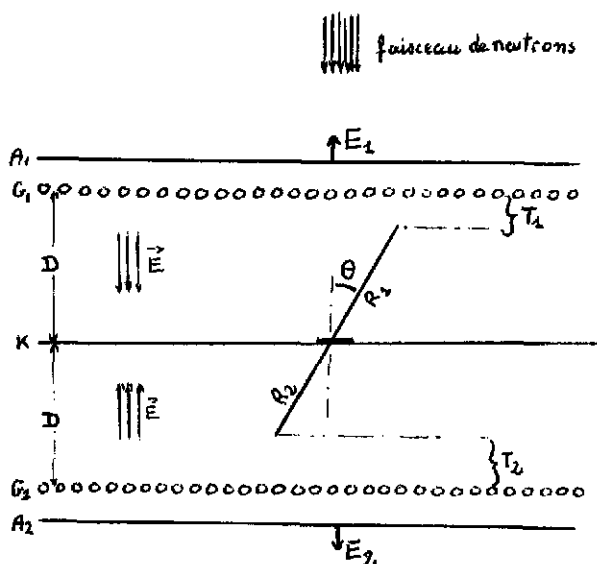


Fig. 8 - Schéma de la chambre d'ionisation.

tre d'un dépôt fissile. Pour chacun des deux fragments, deux paramètres étaient mesurés : la hauteur d'impulsion E d'anode (correspond à l'énergie cinétique du fragment) ; le temps T qui correspond au temps de migration jusqu'à la grille de Frisch des électrons créés en fin de parcours ; si V est la vitesse de migration des électrons dans le gaz, D la distance cathode-grille, R le parcours du fragment et θ la direction de la trace par rapport au champ de collection : $T = \frac{d - R \cos \theta}{v}$, le Temps est mesuré comme la différence de temps entre le début de l'impulsion d'anode (Start) et le début de l'impulsion de cathode (Stop).

L'expérience consiste donc en une mesure corrélée des quatre paramètres $E_1 - E_2 - T_1 - T_2$. La corrélation physique entre ces paramètres est liée à la conservation de la quantité de mouvement. Dans le cas des événements sans émission de neutrons, on a les relations évidentes suivantes :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{E_2}{E_1} \qquad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{D/V - T_1}{D/V - T_2}$$

Dans la pratique cette corrélation est détériorée par l'inévitable perte d'énergie dans le dépôt fissile et son support. Puisque le but de l'expérience était la recherche de la meilleure résolution possible, nous avons été amenés :

- d'une part à fabriquer des cibles extrêmement minces - typiquement $3 \mu\text{gr}/\text{cm}^2$ de matériaux fissile (UF^4 , PuO_2) sur $5 \mu\text{gr}/\text{cm}^2$ de Carbone ;
- d'autre part à sélectionner, dans l'analyse des données, les événements émis dans un cône autour de 0° pour minimiser l'effet d'angle sur l'épaisseur de la cible. Cette "collimation" a posteriori est réalisée en n'acceptant que les faibles valeurs de T_1 et T_2 (voir Fig. 8).

Les performances de la chambre d'ionisation en ce qui concerne la résolution en masse et en charge ont fait l'objet d'une publication¹⁶. A titre d'exemple, la figure 9 montre une portion de la distribution $P(R_A, R_Z)$

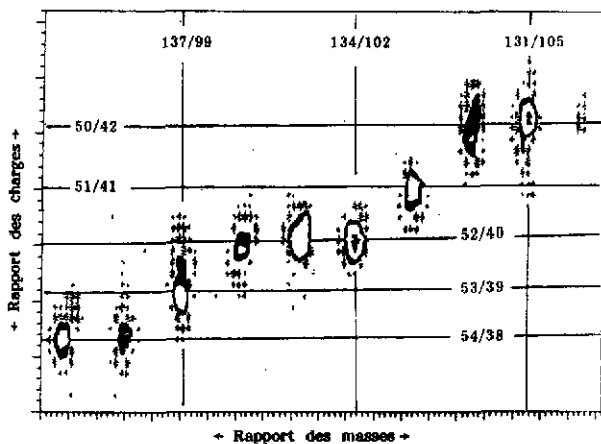


Fig. 9 - Portion de la distribution $P(R_A, R_Z)$ dans une fenêtre placée sur l'énergie cinétique du fragment léger.

dans une fenêtre placée sur l'énergie cinétique d'un des fragment, R_A étant le rapport des masses et R_Z le rapport des charges. Dans cette représentation, chaque fragmentation (R_A, R_Z) est signée par une accumulation d'événements aux points de croisement des lignes isotopiques ($R_Z = \text{cste}$) et isobariques ($R_A = \text{cste}$). On peut observer sur la figure la séparation totale des masses et l'identification claire des charges. Il est donc possible d'obtenir la distribution $P(A, Z, EK)$ où EK est la somme des énergies cinétiques ($E_1 + E_2$) des deux fragments dans toute la région "froide", (celle où les deux fragments sont si faiblement excités qu'ils ne peuvent émettre de neutrons).

L'analyse des résultats relatifs aux trois systèmes étudiés U^{234} , U^{235} et Pu^{240} est concordante et conduit aux conclusions suivantes :

- la région des fragmentations froides concerne la quasi totalité de la distribution des masses (régions symétrique et très asymétrique exceptées) ;
- les configurations de scission associées à ces fragmentations froides sont nécessairement constituées de deux fragments avec des déformations très proches (voire égales) à leur déformation dans l'état fondamental : donc des configurations de scission extrêmement compactes ;

- toutes les fragmentations énergétiquement possibles sont effectivement observées, indépendamment du fait qu'elles produisent des fragments primaires pair-pair, impair-pair, pair-impair, impair-impair. Ceci est illustré sur la fig. 10 où est montrée l'évolution de la distribution des fragmentations en fonction de l'énergie cinétique totale EK.

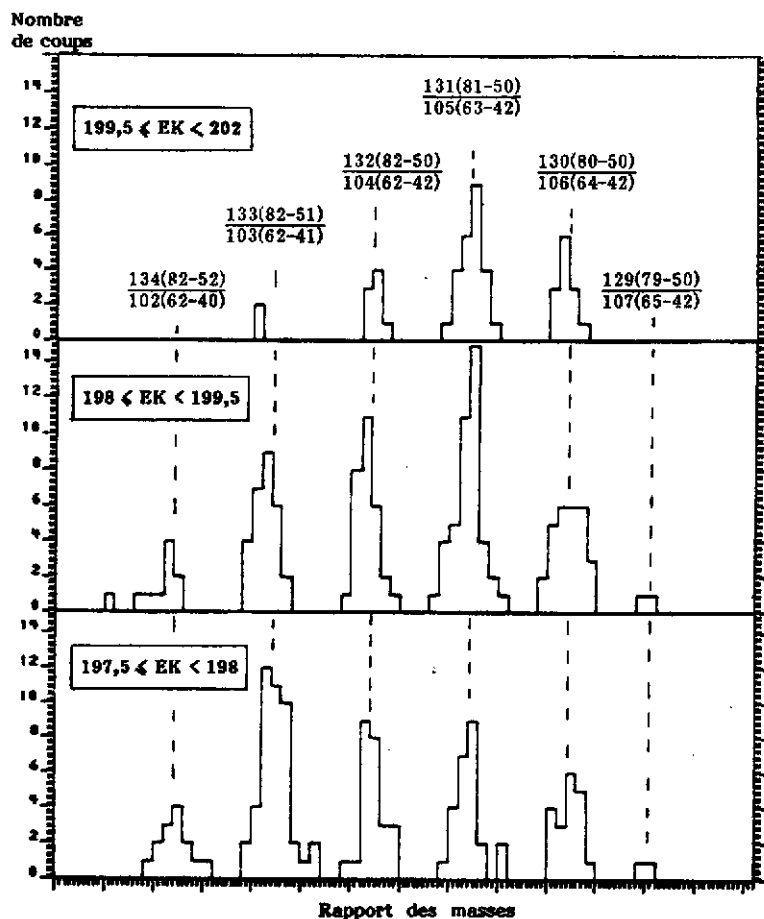


Fig. 10 - Distribution des fragmentations identifiées en A(N,Z).

(les fenêtres placées sur l'énergie cinétique totale EK sont exprimées en MeV)

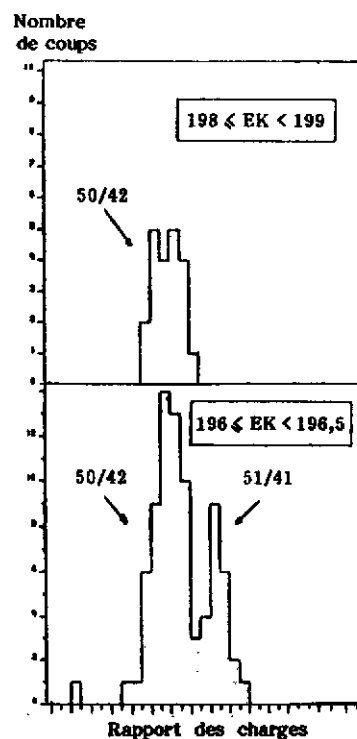


Fig. 11 - Distribution du rapport des charges pour le rapport des masses 132/104.

Comme on peut l'observer, les masses impaires sont non seulement présentes mais sont en compétition favorable avec les masses paires. De même des charges impaires sont observées ; il faut noter toutefois que 4 fragmentations en masses différentes contribuent au rapport de charges 50/42 alors qu'une seule contribue au rapport de charges 51/41 : c'est un résultat général qui reflète la distribution des valeurs de Q. En effet lorsque les fragmentations en Z impair-N impair sont énergétiquement possibles, elles sont effectivement observées comme le montre la figure 11 pour la fragmentation 132/104 : pour les plus grandes valeurs de EK un seul rapport de charges est observé (50/42) c'est celui qui donne la valeur Q maximum ; pour des valeurs légèrement plus faibles, le rapport de charges 51/41 entre en compétition.

On peut conclure qualitativement que tout se passe comme si nous avions affaire à une distribution statistique des différentes fragmentations. L'effet pair-impair observé antérieurement sur les distributions de charges des fragments et qui avait conduit à l'idée d'une certaine préservation de la superfluidité au cours du processus de fission serait en fait un résultat trivial : en effet pour produire des charges paires, 0 ou 1 paire brisée de neutrons est au minimum nécessaire selon que les masses seront paires ou impaires ; pour produire des charges impaires, 1 paire brisée de protons plus 0 ou 1 paire brisée de neutrons sont au minimum nécessaires selon que les masses sont impaires ou paires. Cette différence de l'ordre de 2 MeV sur l'énergie disponible se manifeste évidemment d'autant plus fortement que l'énergie disponible est plus faible.

CONCLUSION

L'observation dans la région des fragmentations froides de la production de tous les modes de fragmentation énergétiquement possibles montre que l'énergie disponible (bien que très faible) est essentiellement utilisée à briser des paires de nucléons. D'autre part ces fragmentations froides correspondent à des configurations de scission extrêmement compactes ; sur la surface d'énergie potentielle montrée dans la figure 4b elles correspondent à la transition A B c'est-à-dire une transition quantique à travers la barrière qui sépare la vallée de fission et la vallée de fusion. Comme la rupture d'une paire de nucléons est hautement improbable dans la traversée d'une barrière de potentiel, il faut donc admettre que ces ruptures de paires ont lieu au cours de la descente dans la vallée de fission. On peut alors proposer le scénario suivant : le système démarre au point dans un état superfluide, sa vitesse collective dans le mode d'élongation va donc croître très rapidement et dépasser la vitesse limite d'adiabaticité : le système s'échauffe et corrélativement sa vitesse d'élongation devient très faible. Lorsqu'un espace de phases s'ouvre dans la vallée de fusion, la probabilité de se désintégrer en deux fragments grandit au fur et à mesure que la barrière de potentiel qui sépare les deux vallées s'abaisse. La fission à basse énergie des noyaux pair-pair se révèle être, contrairement à ce qui est souvent écrit dans la littérature, un processus fortement dissipatif.

REFERENCES

1. L. Landau, Phys. Z. Soviet. **2** (1932) 46.
2. C. Zener, Proc. Roy. Soc. **A137** (1932) 696.
3. D.L. Hill and J.A. Wheeler, Phys. Rev. **89-5** (1953) 1102.
4. W. Nörenberg, Nucl. Phys. **A409** (1983) 191c.
5. J-F. Berger, Thèse Orsay n° **3084** (1985) ;
J-F. Berger, M. Girod and D. Gogny, Nucl. Phys. **A428** (1984) 23c.
6. V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. **A95** (1967) 420.
7. W.J. Swiatecki and B. Björnhölm, Phys. Rep. **4-6** (1972) 325.
8. A. Bohr, Conférence Genève (1955) 911.
9. A. Michaudon, Advances in Nucl. Phys. **Vol6** (1973) 1.
10. S. Amiel and H. Feldstein, Phys. Rev. **C11** (1975) 845.
11. W.N. Reisdorf et al., Nucl. Phys. **A205** (1973) 258.
12. H. Nifenecker et al., Symp. sur la fission - Jülich (1979) Vol. II.
13. H.G. Clerc et al., Nucl. Phys. **A452** (1986) 277.
14. P. Oed et al., Nucl. Instr. Meth. **205** (1983) 455.
15. P. Oed et al., Nucl. Instr. Meth. **205** (1983) 451.
16. C. Signarbieux et al., J. Phys. Lettres **46** (1985) 1095.

LISTE DES PARTICIPANTS

ABGRALL	Yvon	LPT	Bordeaux
ABZOUZI	Ali	CRN	Strasbourg
AGUER	Pierre	CSNSM	Orsay
AMROUN	Akila	CEN	Saclay
AZAIEZ	Faiçal	CEN	Bordeaux
BARREAU	Gérard	CEN	Bordeaux
BEAUMEL	Didier	IPN	Orsay
BENNOUR	Leila	CSNSM	Orsay
BOHIGAS	Oriol	IPN	Orsay
BOISGARD	Rodolphe	CEN	Saclay
BONCHE	Paul	CEN	Saclay
BOUCHENEB	Narrimane	CEN	Bordeaux
BRICAULT	Pierre	CEN	Saclay
CAMPI	Xavier	IPN	Orsay
CUSSOL	Daniel	LPC	Caen
DELAUNAY	Frank	LPC	Caen
DELONCLE	Isabelle	CSNSM	Orsay
DESPLANQUES	Bertrand	IPN	Orsay
DIETRICH	Klaus	TU	Munich
DOAN	Thu Phong	CEN	Bordeaux
DUCHENE	Gilbert	CRN	Strasbourg
DUFOUR	Mariane	CRN	Strasbourg
FLOCARD	Hubert	IPN	Orsay
GREGOIRE	Christian	GANIL	Caen
GOUTTE	Dominique	CEN	Saclay
GRANGE	Pierre	CRN	Strasbourg
JAMINON	Martine	Univ.	Liège
KHADRAOUI	Mohamed	ENS	Alger
LABARSOUQUE	Jean	LPT	Bordeaux
LERAY	Sylvie	CEN	Saclay
LIBERT	Jean	CSNSM	Orsay
MALKI	Abdelkahim	CRN	Strasbourg
MARTIN	Cecile	IPN	Orsay
MAYER	Benjamin	CEN	Saclay
MEOT	Vincent	CEN	Saclay
MORAND	Bernard	LPT	Bordeaux
PHAN XUAN HO		CEN	Saclay
PICHON	Bernard	Obser.	Meudon
PLATCHKOV	Stephane	CEN	Saclay
QUEBERT	Jean	CEN	Bordeaux
QUENTIN	Philippe	LPT	Bordeaux
REDON	Nadine	IPN	Lyon
SEMAY	Claude	Univ.	Mons
SICRE	Alain	CEN	Bordeaux
SIDA	Jean Luc	IPN	Orsay
SIGNARBIEUX	Claude	CEN	Saclay
SILVESTRE-BRAC	Bernard	ISN	Grenoble
SOKOLOV	Andre	IPN	Orsay
SURAUD	Eric	ISN	Grenoble
SY SAVANE	Youssouf	IRN	Sofia
TAMISIER	Roland	LSN	Nantes
VIENNOT	Michel	LPN	Rabat
WAGNER	Gerhard	Univ.	Tübingen

ADRESSES DES LABORATOIRES

Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux
Université de Bordeaux I
Le Haut Vigneau
F-33170 GRADIGNAN

F. AZAIEZ, G. BARREAU, N. BOUCHENEB, T.P. DOAN, J. QUEBERT, A. SICRE

Laboratoire de Physique Théorique
Université de Bordeaux I
Rue du Solarium
F-33170 GRADIGNAN

Y. ABGRALL, J. LABARSOUQUE, B. MORAND, Ph. QUENTIN

G.A.N.I.L.
Boulevard H. Becquerel B.P. 5027
F-14021 CAEN CEDEX

Ch. GREGOIRE

Laboratoire de Physique Corpusculaire
Université de Caen
Boulevard du Maréchal Juin
F-14032 CAEN CEDEX

D. CUSSOL, F. DELAUNAY

Institut des Sciences Nucléaires
Université de Grenoble I
53 avenue des Martyrs
F-38026 GRENOBLE CEDEX

B. SILVESTRA-BRAC, E. SURAUD

Institut de Physique Nucléaire
Université de Lyon I
43 boulevard du 11 novembre 1918
F-69622 VILLEURBANNE CEDEX

N. REDON

Laboratoire de Spectroscopie Nucléaire
2 rue de la Houssinière
F-44072 NANTES CEDEX

R. TAMISIER

Observatoire de Meudon
DARC
Astrophysique Relativiste
92195 MEUDON PRINCIPAL CEDEX

B. PICHON

Laboratoire de Physique Nucléaire
Faculté des Sciences
Avenue Ibn Batota
RABAT, MAROC

M. VIENNOT

Institut de Physique B5
Université de Liège
Sart Tilman
4000 LIEGE - BELGIQUE

M. JAMINON

Physikalishes Institut
Univ. Tübingen
D-7400 TUBINGEN - RFA

G.J. WAGNER

Departement de Physique
E.N.S.
Vieux Kouba
ALGER - ALGERIE

M. KHADRAOUI

Institut de Recherche Nucléaire
Boulevard Lenine 72
SOFIA 1784 - BULGARIE

Y. SY SAVANE

Service Physique Nucléaire Théorique
université de l'Etat à Mons
19 avenue Maistran
7000 MONS - BELGIQUE

C. SEMAY

Physik Dep.
Tech. Universitat Munchen
James Franck str 1
D-8046 GARCHING - RFA

K. DIETRICH

Institut de Physique Nucléaire
B.P. 1
F-91406 ORSAY CEDEX

D. BEAUMEL, O. BOHIGAS, X. CAMPI, I. DELONCLE, B. DESPLANQUES,
H. FLOCARD, C. MARTIN, J.L SIDA, A. SOKOLOV.

Centre de Sepctrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse
Bât. 104
F-91406 ORSAY

P. AGUER, L. BENNOUR, J. LIBERT

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Depart. de Physique Nucléaire/H. E.
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

A. AMROUN, P. BRICAULT, D. GOUTTE, V. MEOT, S. PLATCHKOV

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Dept. de Physique Nucléaire/M. E.
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

X.H. PHAN, B. MAYER

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Dept. de Physique Théorique
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

P. BONCHE

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Dépt. de Physique Nucléaire /B.E.
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

C. SIGNARBIEUX

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Dept. de Physique Nucléaire/M.F.
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

R. BOISGARD, S. LERAY

Centre de Recherches Nucléaires
23 rue du Loess
B.P. 20 CR
F-67037 STRASBOURG CEDEX

A. ABZOUZI, G. DUCHENE, M. DUFOUR, P. GRANGE, A. MALKI