

1985

« La matière nucléaire dans tous ses états »
Bombannes, 4^{ème} session – 16-20 septembre 1985

Table des matières détaillée

Avant-propos P. Quentin	p. i
I - Description thermodynamique des noyaux excités P. Bonche	p. 1
II - Collisions d'ions lourds à haute énergie : aspects théoriques J. Cugnon	p. 91
III - Collisions entre ions lourds à haute énergie – Approche expérimentale R. Babinet	p. 139
IV - Physique nucléaire relativiste et effets de quarks dans les noyaux J.-F. Mathiot	p. 231
V - Matière de quarks L. Van Hove	p. 291
VI - La compressibilité nucléaire et ses déterminations expérimentales M. Buenerd	p. 307
VII - Les noyaux chauds J. Galin	p. 322
VIII - Etude de l'interaction p-noyau M.-C. Lemaire	p. 343
IX - Résonances géantes à température finie J. Meyer	p. 371
Liste des participants	p. 397

ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE

Village-Vacances de Bombannes
4e session - 16-20 Septembre 1985

Sous le patronage de
l'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules
I N2 P3

et avec la participation de
l'Institut de Recherche Fondamentale
CEA

LA MATIÈRE NUCLÉAIRE DANS TOUS SES ETATS

P. BONCHE
J. CUGNON
R. BABINET
J.F. MATHIOT
L. VAN HOVE

M. BUENERD
J. GALIN
M.C. LEMAIRE
J. MEYER

Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire

<u>Année</u>	<u>Titres et auteurs</u>
1982	COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI H. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain R. Babinet, J. Cugnon, D. Guerreau, C. Guet, J. Menet, H. Pirner
1983	STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski S. Della Negra, J. Delorme, S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.-P. Vivien
1984	MESONS, BARYONS, QUARKS ET PHYSIQUE NUCLEAIRE B. Desplanques, B. Frois, U. Gastaldi, E. Predazzi, G. Ripka J. Arvieux, J.-J. Aubert, M. Ericson, G. London, B. Vignon

COMITE D'ORGANISATION DE
L'ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE 1985

<i>Bordeaux (CEN)</i>	A. FLEURY
<i>Bordeaux (LPT)</i>	Y. ABGRALL, P. QUENTIN
<i>Caen (GANIL et LPC)</i>	H. DOUBRE
<i>Grenoble (CEN)</i>	C. GUET
<i>Grenoble (ISN)</i>	M. BUENERD, B. VIGNON
<i>Lyon (IPN)</i>	J. DELORME, M. MEYER
<i>Orsay (CSNSM)</i>	M. EPHERRE, J.P. THIBAUD
<i>Orsay (IPN)</i>	B. DESPLANQUES, S. GALES, J. GALIN, D. VAUTHERIN
<i>Saclay (CEN)</i>	P. BONCHE, B. FERNANDEZ, B. FROIS, M.C. LEMAIRE, C. NGO
<i>Strasbourg (CRN)</i>	J. RICHERT

Ces cours sont disponibles dans les bibliothèques des laboratoires concernés de l'IN2 P3 du CEA et au CERN.

Dans l'impossibilité de les obtenir ainsi, on peut s'adresser à :

J. GARRABOS
CEN Bordeaux-Gradignan
Le Haut-Vigneau
33170 GRADIGNAN

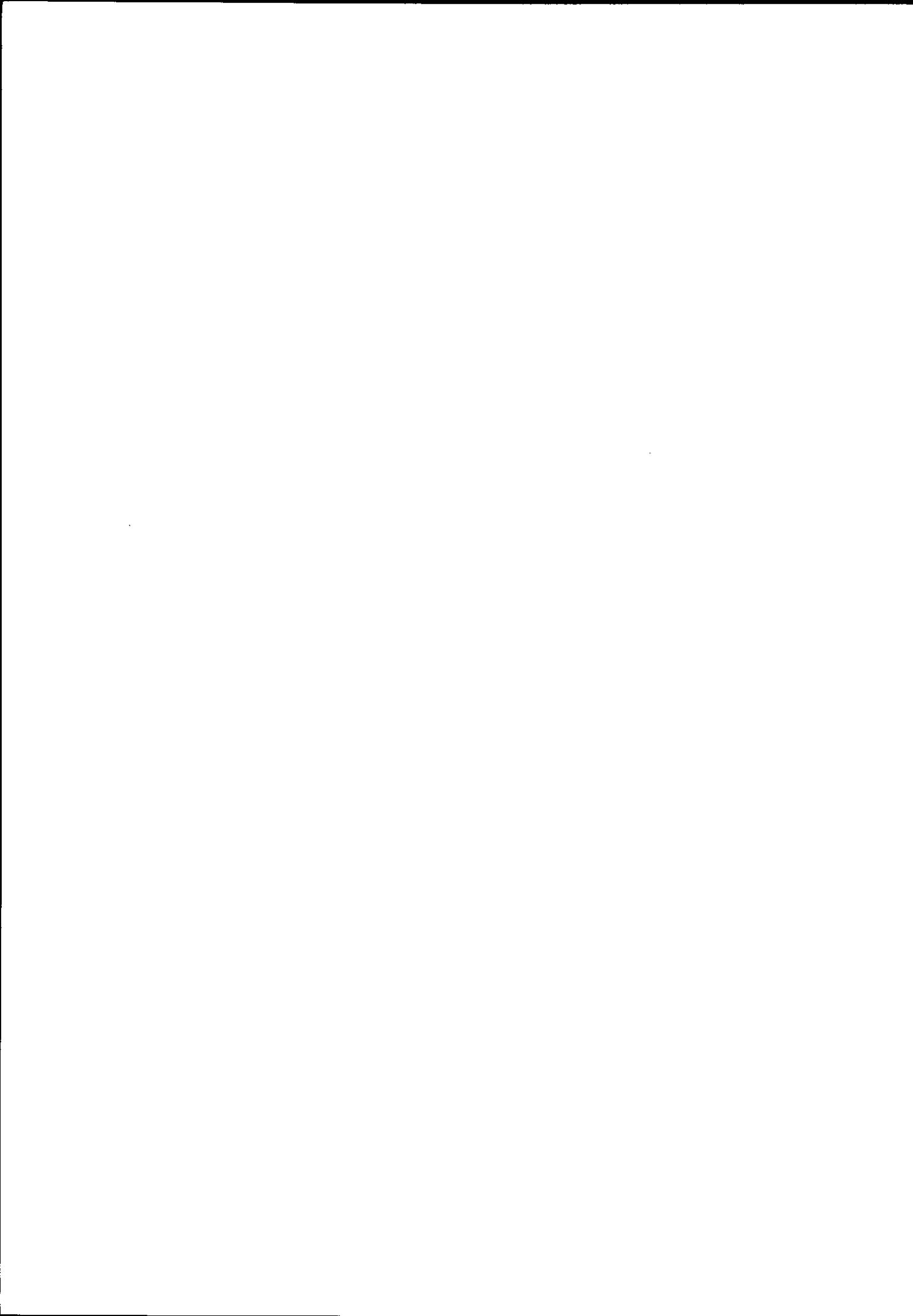


TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS	
<i>Ph. QUENTIN</i>	i
I. DESCRIPTION THERMODYNAMIQUE DES NOYAUX EXCITES	
<i>P. BONCHE</i>	1
I. Eléments de physique statistique.....	5
I.1. Mélanges statistiques - Opérateurs densité.....	6
I.2. Entropie statistique - Définition et propriétés - Cas de système composite.....	9
I.3. Choix de l'opérateur densité - Distribution d'équilibre.....	12
I.4. Relation avec la thermodynamique : température.....	17
I.5. Potentiels thermodynamiques.....	19
I.6. Désordre maximum et fragmentation.....	22
II. Transition de phase. Stabilité des noyaux chauds.....	26
II.1. Le contexte en physique des ions lourds.....	26
II.2. Equations de coexistence liquide-gaz.....	28
II.3. Equation d'état - Diagramme de phase.....	30
II.4. Solutions des équations de coexistence - construction de Maxwell.....	33
II.5. Equation d'état nucléaire - Tension superficielle - Interaction coulombienne.....	36
II.6. Tension superficielle - Interaction coulombienne.....	40
II.7. Equilibre en l'absence de champ coulombien.....	42
II.8. Influence de la charge sur l'équilibre.....	45
II.9. Variation de la température limite avec A et Z.....	48
II.10. Résumé.....	50
III. Description microscopique des noyaux chauds.....	53
III.1. Base de Fock.....	53
III.2. Cas d'un hamiltonien à un corps.....	55
III.3. Traitement des états du continu.....	59
III.4. Equation de Hartree - Fock à température finie.....	63
III.5. Application au noyau.....	67
III.6. Condition de validité.....	70
III.7. Résultats.....	72
III.8. Limite de stabilité.....	81
Références.....	86
II. COLLISIONS D'IONS LOURDS A HAUTE ENERGIES - ASPECTS THEORIQUES	
<i>J. CUGNON</i>	91
1. Introduction.....	91
2. Equation d'état.....	92
2.1. Rappels de thermodynamique.....	92
2.2. Equation d'état.....	93
2.3. Rappels de mécanique statistique.....	94
2.4. Connaissances sur l'équation d'état.....	98

3. Dynamique des Collisions.....	100
3.1. Introduction.....	100
3.2. Hydrodynamique.....	103
3.2.1. Equations de base.....	103
3.2.2. Aspects numériques.....	103
3.2.3. Dynamique de la collision.....	104
3.3. Cascade intranucléaire.....	105
3.3.1. Description.....	105
3.3.2. Dynamique.....	106
3.4. Equation de Landau-Vlassov.....	108
3.4.1. Dérivation.....	108
3.4.2. Moments.....	111
4. Thermalisation et thermodynamique.....	113
4.1. Introduction.....	113
4.2. Equilibre global. Equilibre local.....	114
4.3. Equilibre local et hydrodynamique.....	116
4.4. Expansion et break-up.....	117
4.5. Y a-t-il équilibre local ?.....	120
5. Propriétés de la matière dense.....	123
5.1. Considérations théoriques.....	123
5.2. Expansion et quantités conservées.....	124
5.3. Image physique de l'expansion.....	126
6. Extraction de l'équation d'état.....	128
6.1. Introduction.....	128
6.2. Multiplicité de pions et énergie de compression.....	128
6.3. Formation de composites et entropie.....	131
6.4. Ecoulement collectif.....	134
6.5. Synthèse.....	135
7. Conclusion.....	136
Références.....	136

III . COLLISIONS ENTRE IONS LOURDS A HAUTE ENERGIE - APPROCHE EXPERIMENTALE

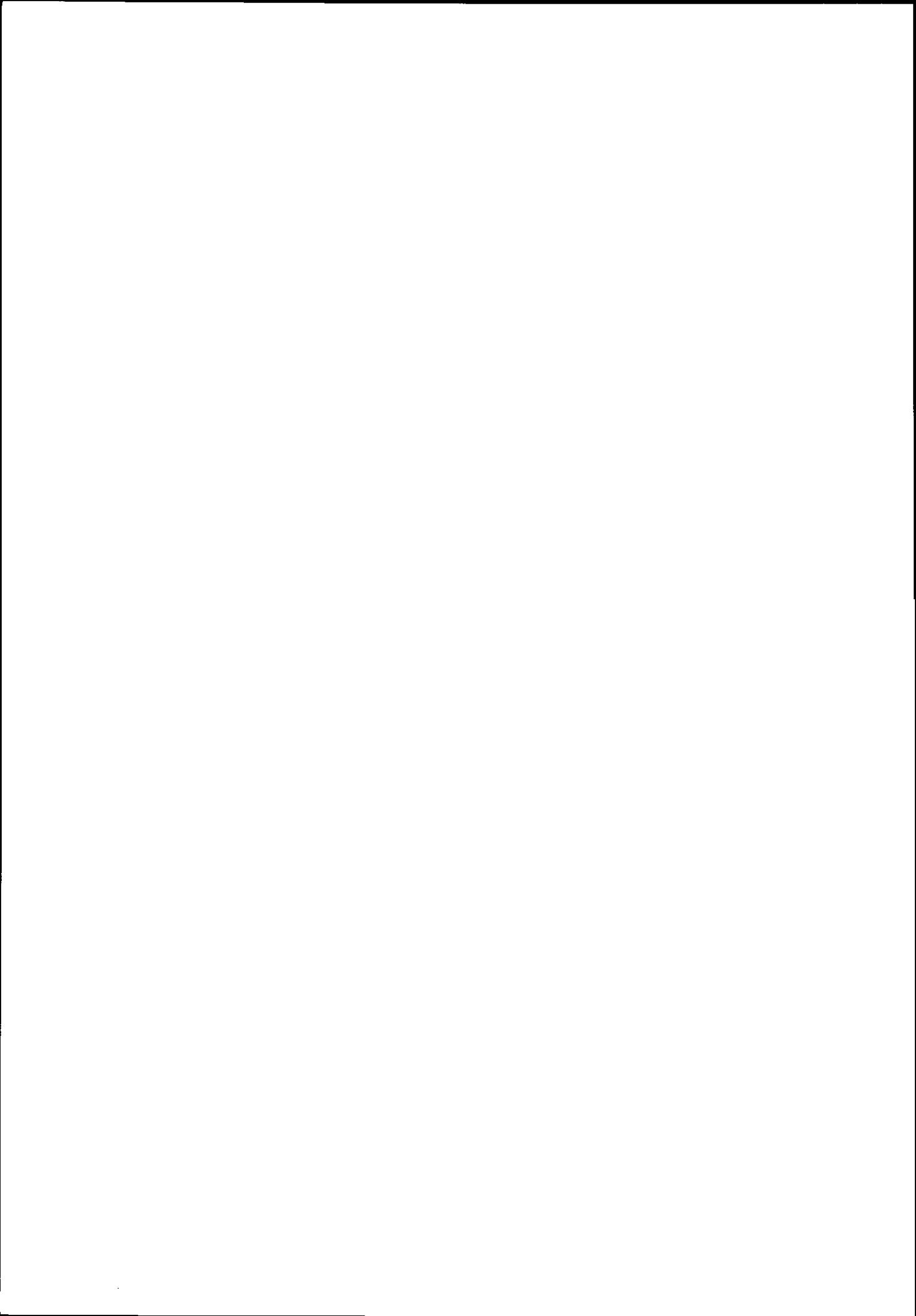
R. BABINET.....	139
Introduction.....	141
Première partie : revue sur les données inclusives.....	143
I.1. La situation théorique et expérimentale vers les années 1975.....	143
I.2. Section efficace totale et géométrie de la réaction.....	145
1.2.1. Modèle participants - spectateurs.....	147
1.2.2. Vérifications expérimentales.....	148
I.3. Spectres inclusifs à une particule.....	149
I.3.1. Rappels de quelques définitions.....	149
I.3.2. Données inclusives protons et pions.....	151
I.3.3. Discussion.....	152
I.3.4. Production de kaons et libre parcours moyen.....	157
I.4. Spectres inclusifs des particules composites.....	158
I.5. Conclusion de la première partie.....	162
Deuxième partie : corrélation à deux particules.....	164
II.1. Corrélation à grand angle : tests expérimentaux du rôle des collisions nucléon-nucléon.....	164
II.2. Corrélation à faible impulsion relative. Interférométrie nucléaire.....	170
II.2.1. Quelques rappels historiques.....	170
II.2.2. Corrélation à deux mésons π	171
II.2.3. Corrélation à faible impulsion relative entre protons $A + B \rightarrow p + p + \dots$	179
II.3. Noyaux instables : corrélations entre fragments.....	186

Conclusion de la deuxième partie.....	189
Troisième partie : la physique avec des détecteurs " 4π "	190
III.1. Résultats de chambre à dards (Bevalac).....	192
III.2. Les nouveaux détecteurs " 4π " électroniques : boule de plastique, chambre à projection temporelle.....	195
III.2.1. Le système boule et mur de plastique.....	195
III.2.2. L'ensemble de détection "Diogène".....	198
III.3. Sélection en multiplicité.....	204
III.4. Variables globales.....	209
III.4.1. Quelques définitions.....	209
III.4.2. Résultats expérimentaux sur l'angle de flot.....	215
III.4.3. Analyse en impulsions transverses : plan de réaction	220
Conclusion.....	223
Références.....	224
 IV. PHYSIQUE NUCLEAIRE RELATIVISTE ET EFFETS DE QUARKS DANS LES NOYAUX	
J.F. MATHIOT.....	231
1. Potentiel nucléon-nucléon et structure nucléaire.....	234
1.1. Le noyau est-il un système relativiste ?.....	234
1.1.a. Vitesse moyenne du nucléon.....	234
1.1.b. Potentiel NN dû à l'échange d'un pion.....	235
1.1.c. Excitation NN.....	235
1.2. Quelques éléments de théorie des champs.....	236
1.2.a. Champs physiques.....	236
1.2.b. Lagrangien du système.....	237
1.2.c. Equation du mouvement.....	239
1.2.d. Solutions pour des particules libres.....	240
1.2.e. Hamiltonien du système.....	241
1.3. Approximation de champ moyen relativiste.....	241
1.3.a. Energie du système.....	241
1.3.b. Fonction d'onde des nucléons dans la matière nucléaire	243
1.3.c. Principe variationnel.....	245
1.3.d. Quelques résultats.....	245
1.3.e. Mécanisme de saturation.....	247
1.4. Au-delà du champ moyen.....	249
2. Applications.....	251
2.1. Structure des noyaux finis.....	251
2.1.a. Equation de Dirac pour la fonction d'onde des nucléons	251
2.1.b. Quelques résultats.....	254
2.1.c. Dépendance en densité de l'interaction effective équivalente.....	257
2.2. Interactions électromagnétiques.....	260
2.2.a. Conservation du courant.....	260
2.2.b. Moments magnétiques des noyaux.....	262
2.3. Diffusion proton-noyau.....	263
2.3.a. Définition du potentiel optique.....	264
2.3.b. Dépendance en énergie du potentiel optique.....	266
2.3.c. Quelques résultats.....	267
3. Physique nucléaire et structure du nucléon.....	269
3.1. Quelques rappels sur la chromodynamique quantique.....	270
3.1.a. Degrés de liberté élémentaires.....	270
3.1.b. Rôle particulier du pion.....	271
3.1.c. Facteurs de forme.....	272
3.2. Exemple : étude à très haut moment de transfert.....	273
3.3. Structure du nucléon dans le noyau.....	275
3.3.a. La compressibilité du nucléon.....	276
3.3.b. Modèles simples du nucléon	277
3.3.c. Polarisation du nucléon dans la matière nucléaire....	280

Appendices.....	283
Références.....	288
V. MATIERE DE QUARKS	
L. VAN HOVE.....	291
I. Prédiction théorique d'un nouvel état de la matière : le plasma quark-gluon.....	293
II. Le plasma quark-gluon et sa transition avec la phase hadronique	295
III. Collisions nucléaires ultra-relativistes.....	296
IV. Signatures possibles de formation du plasma.....	299
V. Scénario proposé pour l'hadronisation d'une gouttelette en expansion de plasma quark-gluon.....	302
Références.....	304
VI. LA COMPRESSIBILITE NUCLEAIRE ET SES DETERMINATIONS EXPERIMENTALES	
M. BUENERD.....	307
I. Introduction.....	307
II. Résonance monopolaire géante et module de compression nucléaire	309
A. Présentation du problème.....	309
B. Considérations expérimentales.....	311
C. Résultats.....	312
III. L'énergie de compression nucléaire dans les collisions centra- les d'ions lourds.....	314
A. Multiplicité de pions et énergie de compression.....	314
B. Evolution du problème et discussion.....	316
Références.....	319
VII. LES NOYAUX CHAUDS	
J. GALIN.....	322
1. Introduction.....	323
2. Dissipation aux énergies intermédiaires : les effets combinés des collisions NN et du champ moyen.....	325
a. Influence du paramètre d'impact.....	325
b. Influence de l'énergie incidente.....	329
c. Influence de la taille de la cible.....	330
3. Comment filtrer les événements en fonction de la dissipation : les approches expérimentales.....	332
4. Exemple de mise en évidence de la formation de noyaux lourds et chauds dans les collisions Ar(27 MeV/U) + U.....	336
5. Est-il possible de chauffer davantage ?.....	339
6. Conclusions.....	341
Références.....	341

VIII. ETUDE DE L'INTERACTION \bar{p} -NOYAU

M.C. LEMAIRE.....	343
I. Motivations.....	346
II. Le dispositif expérimental.....	348
1. Le faisceau.....	348
2. Le dispositif expérimental de l'expérience PS 184.....	348
III. La diffusion élastique.....	349
1. Résultats expérimentaux.....	349
2. Analyse phénoménologique en modèle optique.....	351
a. Une absorption forte.....	351
b. Les potentiels réels et imaginaires sont bien déterminés autour du rayon d'absorption forte.....	351
c. La zone sensible.....	351
d. Le potentiel réel est-il profond ?.....	352
e. Dépendance en énergie et avec la masse de la cible du potentiel optique.....	353
f. Les sections efficaces de réaction.....	353
3. Description microscopique de l'interaction \bar{p} -noyau.....	354
4. Effets relativistes.....	356
IV. Etude des atomes antiprotoniques.....	357
V. La diffusion inélastique.....	359
A. Motivations.....	359
B. Données expérimentales de l'expérience PS 184.....	360
1. Niveaux collectifs.....	360
2. Etude des niveaux de parité non naturelle du ^{12}C	361
VI. Etude de la réaction (\bar{p},p)	363
VII Conclusions.....	365
Références.....	367
IX. RESONANCES GEANTES A TEMPERATURE FINIE	
J. MEYER.....	379
1. Introduction.....	371
2. Les modes propres à température finie dans les noyaux.....	373
2.1. L'approximation de Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF)....	373
2.2. L'approximation des phases aléatoires (RPA).....	374
2.3. Résultats pour un modèle soluble à deux niveaux.....	377
3. Une analyse globale simple : les règles de somme.....	380
3.1. Définition.....	380
3.2. Règles de somme à température finie.....	384
4. Résultats pour les résonances géantes électriques.....	385
4.1. Approche semi-classique du moment m_1	385
4.2. Résultats pour le mode dipolaire isovectoriel $E1$; $T = 1$	387
4.3. Résultats pour le mode monopolaire isoscalaire $E0$; $T = 0$	389
5. Situation expérimentale.....	390
6. Conclusions.....	391
Annexe : l'interaction de Skyrme.....	392
Références.....	394
LISTE DES PARTICIPANTS.....	397



A V A N T - P R O P O S

Sans conteste, l'Ecole Joliot-Curie qui s'est tenue du 16 au 20 Septembre 1985, restera dans les mémoires, et les notes de cours rassemblées dans ce volume en témoignent, comme un cru de grande tenue. Ceci est dû tout d'abord au caractère central du thème retenu par rapport à un certain nombre de lignes actuelles de recherches dans notre discipline. Cependant, ce succès est à porter, pour l'essentiel, au crédit des orateurs qui ont su répondre aux exigences pédagogiques de l'Ecole et faire passer dans une grande unité et avec beaucoup de pertinente simplicité, le contenu de leurs divers cours. Les participants ont unanimement apprécié leurs efforts et c'est en leur nom à tous que nous exprimons à chaque orateur nos très vifs remerciements.

Nous avons également beaucoup apprécié la participation à l'Ecole de jeunes physiciens en nombre supérieur à ce que nous avons connu en 1984. Maintenir l'effort d'information sur cette Ecole en leur direction - notamment envers ceux qui sont en année de DEA et pour lesquels des bourses sont offertes - nous paraît important pour l'évolution de la discipline toute entière. Nous exprimons notre gratitude à tous ceux qui nous aident en ce domaine.

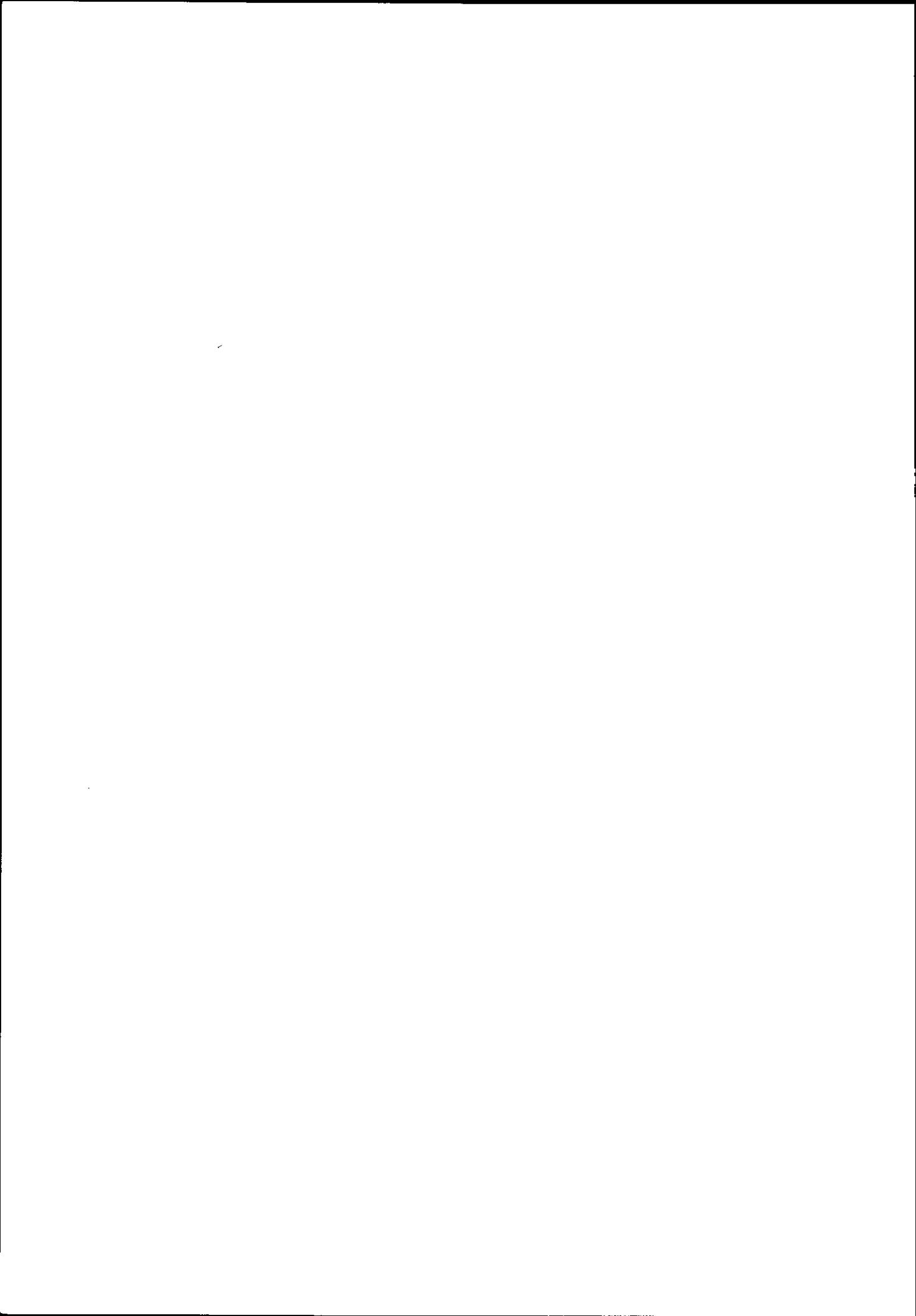
L'année 1985 a vu un réaménagement de la répartition des tâches matérielles garantissant la bonne marche de l'Ecole. Nous nous réjouissons de pouvoir toujours compter sur Mme Eliane Perret pour gérer ce qui est prévisible et ce qui l'est parfois moins et nous sommes très reconnaissant à Melle Josette Garrabos d'assurer avec enthousiasme et compétence le suivi des diverses et lourdes tâches d'organisation. L'Ecole ne serait pas ce qu'elle est sans leur dévouement et nous les en remercions chaleureusement.

On ne saurait passer sous silence l'importance de la contribution financière et du soutien moral de la direction de l'IN2 P3, la même remarque s'impose pour ce qui concerne la contribution de l'Institut de Recherche Fondamentale du C.E.A. C'est un plaisir d'exprimer notre reconnaissance à Monsieur Pierre Lehmann, Jean-Pierre Longequeue et Vincent Gillet pour la part qu'ils prennent au succès de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire.

Les trois premières éditions des cours de l'Ecole Joliot-Curie ont été tirées au CRN de Strasbourg dont nous tenons à remercier les services concernés pour leur excellent travail ainsi que son directeur Monsieur R. Seltz pour son amicale coopération. La présente édition des cours de l'Ecole 1985 a été réalisée à l'IPN de Lyon. Que Monsieur E. Elbaz son directeur et les personnes impliquées dans ce travail trouvent ici l'expression de nos vifs remerciements.

Pour le Comité d'Organisation

P. QUENTIN



DESCRIPTION THERMODYNAMIQUE DES NOYAUX EXCITES

P. BONCHE

Service de Physique Théorique, CEN Saclay

Résumé

Le cours est divisé en trois parties. La première contient les rappels de mécanique statistique nécessaires pour comprendre la mécanique quantique à température non nulle. La seconde présente une étude de la transition de phase liquide-gaz avec comme application à la physique nucléaire un modèle phénoménologique simple. Enfin dans la troisième, une approche complètement microscopique est proposée, elle fournit un cadre à l'étude des diverses propriétés des noyaux en fonction de la température.

Abstract

These lectures are divided in three parts. The first one presents basic concepts of statistical mechanics and thermodynamics necessary to understand quantum mechanics at non zero temperature. The second part introduces liquid-gas phase transition with a simple phenomenological model as an application to nuclear physics. Finally in the third one, a fully microscopical approach is given, which provides with a framework to study the different properties of excited nuclei as a function of temperature.

Dans les collisions entre ions lourds aux énergies dites Gani1, ou Sara, on a pu mettre en évidence la formation de systèmes composites très excités. Si l'on traduit en température les énergies d'excitation ainsi obtenues, on obtient des températures de plusieurs MeV, typiquement 4 à 5 MeV, voire 6 MeV pour les systèmes les plus légers. Les études théoriques de ces systèmes font de plus en plus appel à des concepts de thermodynamique ou de physique statistique, ne serait-ce que par l'introduction de la température que l'on vient de mentionner.

Ce cours a donc pour but de présenter précisément les concepts de base de physique statistique qui sont sous-jacents dans la physique des ions lourds telle qu'on peut désormais la pratiquer au Gani1 ou à Sara. Il ne s'agit pas tout d'abord de décrire les mécanismes de réactions qui amènent à la formation de systèmes composites susceptibles d'une description faite dans le cadre de la physique statistique, ni d'ailleurs de proposer une étude des mécanismes de désexcitation de ces systèmes par évaporation ou par fragmentation. Pour cela, nous renvoyons les lecteurs aux cours et séminaires appropriés de cette école (voir en particulier le cours de Babinet et le séminaire de Galin).

Le contenu du cours est réparti en trois grands chapitres. Le premier contient des rappels de mécanisme statistique et des éléments de thermodynamique nécessaires pour comprendre la mécanique quantique à température non nulle. Le second présente une étude dans le cadre nucléaire de la transition de phase liquide-gaz ; une application phénoménologique de la stabilité des noyaux chauds en découle. Enfin, dans le troisième chapitre, une présentation microscopique est proposée : partant des concepts de physique statistique exposés dans le premier chapitre, elle fournit une description des noyaux très excités, ou chauds, qui confirme en particulier les résultats qualitatifs obtenus dans le cadre de l'approche phénoménologique de la deuxième partie. De plus elle permet une description complète de la plupart des caractéristiques des noyaux en fonction de la température.

Le temps limité fait que ce cours ne pourra être complet et maints aspects seront passés sous le silence. Si du moins, sur les points traités, un peu de clarté est apportée, ce cours aura rempli une partie de ses ambitions. Si de plus, l'un ou l'autre de ses lecteurs restait sur sa faim et cherchait à en apprendre davantage en allant consulter l'une quelconque des références citées, le succès du cours serait complet.

I. ELEMENTS DE PHYSIQUE STATISTIQUE

Dans cette première partie, nous esquissons un rapide survol des éléments de physique statistique qui sont sous-jacents en physique nucléaire lorsqu'on étudie les propriétés des noyaux très excités. Tout d'abord, nous rappelons les définitions et les propriétés des opérateurs densité ainsi que leur utilité pour le calcul des valeurs moyennes d'observables. Nous introduisons la notion d'entropie statistique comme mesure de l'information manquante et nous donnons sa définition en terme de l'opérateur densité. Une fois ces concepts introduits, nous nous attaquons au problème du choix de l'opérateur densité pour un système physique donné en fonction des renseignements connus sur le système. Ceci nous permet de définir la distribution d'équilibre d'un système, ainsi que sa fonction de partition, comme résultant de l'application d'une méthode variationnelle associée à des paramètres de Lagrange judicieusement choisis. Suivant le choix des variables du problème, nous définissons les ensembles canonique et grand-canonique. Le lien avec la thermodynamique est rappelé, mais sans justification détaillée, seule la relation entre le paramètre de Lagrange associé à la conservation de l'énergie et la température est explicitée. Enfin, les différents potentiels thermodynamiques sont définis ainsi que leur inter-relation par transformation de Legendre appropriée. Une application du concept d'entropie statistique maximum est donnée à titre d'exemple pour une étude possible de la fragmentation des noyaux.

Ce chapitre s'inspire directement du livre de R.Balian "Du microscopique au macroscopique"¹. Dans la suite, nous ne donnons aucune référence et, pour compléter ou approfondir ce cours, on aura tout intérêt à se reporter spécialement aux chapitres 2 à 5 du tome I.

I.1. MELANGES STATISTIQUES - OPERATEURS DENSITE

On a l'habitude de représenter un état physique d'un noyau par une fonction d'onde qui dépend de tous les degrés de liberté des nucléons en présence, (position, spin...) : $\Psi(r_1\sigma_1, r_2\sigma_2, \dots, r_N\sigma_N)$ par exemple pour un système à N nucléons. En fait cette fonction d'onde est la représentation dans l'espace des coordonnées d'un état de l'espace de Hilbert \mathcal{H} associé au système quantique que l'on considère.

$$\Psi(r_1\sigma_1, r_2\sigma_2, \dots) = \langle r_1\sigma_1, r_2\sigma_2, \dots | \Psi \rangle \quad .$$

Soit donc un état physique représenté par le ket $|\Psi\rangle$. Dans la suite, l'espace de Hilbert est supposé de dimension finie pour éviter des complications mathématiques laborieuses.

Si une grandeur physique A est décrite par un opérateur \hat{A} , sa mesure expérimentale sera donnée par la valeur moyenne de \hat{A} dans l'état $|\Psi\rangle$:

$$\langle A \rangle = \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle \quad .$$

Ce problème bien posé est celui où l'état considéré est un état du système parfaitement connu, on appelle un tel état, état pur.

En fait nous voulons décrire des situations plus complexes où l'état du système est mal connu. Dans ce cas, le ket décrivant cet état n'est pas entièrement déterminé mais seul peut être atteinte la probabilité q_λ que l'état soit décrit par un ket donné $|\Psi_\lambda\rangle$. Bien entendu, comme toute loi de probabilité, ces q_λ doivent être positifs ou nuls et leur somme doit évaluer 1 :

$$q_\lambda \geq 0, \quad \sum_{\lambda} q_\lambda = 1 \quad . \quad (I.1)$$

Dans ce cas, on a un mélange statistique d'états $\{q_\lambda; |\Psi_\lambda\rangle\}$ qui représente le système.

Suivant la démarche esquissée ci-dessus pour un état pur, nous voulons définir maintenant la valeur moyenne d'une observable pour un état décrit par un tel mélange statistique. Si le système était dans l'un des états purs $|\Psi_\lambda\rangle$, la mesure de l'observable A serait donnée par $\langle \Psi_\lambda | \hat{A} | \Psi_\lambda \rangle$, comme la probabilité de ce ket est q_λ , on voit intuitivement que la valeur moyenne de A sera :

$$\langle A \rangle = \sum_{\lambda} q_\lambda \langle \Psi_\lambda | \hat{A} | \Psi_\lambda \rangle \quad . \quad (I.2)$$

Nous admettons ce résultat qui s'obtient rigoureusement en considérant les sous-espaces propres de \hat{A} . Il faut parfois se méfier de son intuition : nous avons implicitement supposé les kets $|\Psi_\lambda\rangle$ normés à l'unité mais ils ne sont pas nécessairement orthogonaux, cependant, le résultat ci-dessus est correct même si les kets ne sont pas orthogonaux.

Introduisons donc une représentation particulière de l'espace de Hilbert qui soit une base orthonormée $\{|i\rangle\}$:

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij} \quad ,$$

$$\sum_i |i\rangle\langle i| = \hat{I} \quad , \quad (1.3)$$

où \hat{I} est l'opérateur unité. Si l'on insère dans (I.2) cet opérateur unité à gauche et à droite de \hat{A} , on obtient après quelques manipulations

$$\langle A \rangle = \sum_{ij} \sum_{\lambda} \langle i|\Psi_{\lambda}\rangle q_{\lambda} \langle \Psi_{\lambda}|j\rangle \langle j|\hat{A}|i\rangle \quad . \quad (1.4)$$

Cette relation permet de définir l'opérateur densité \hat{D} associé à l'état décrit par le mélange statistique $\{q_{\lambda}, |\Psi_{\lambda}\rangle\}$:

$$\hat{D} = \sum_{\lambda} |\Psi_{\lambda}\rangle q_{\lambda} \langle \Psi_{\lambda}| \quad . \quad (1.5)$$

Ses éléments de matrice dans la base $\{|i\rangle\}$ sont :

$$D_{ij} = \langle i|\hat{D}|j\rangle = \sum_{\lambda} \langle i|\Psi_{\lambda}\rangle q_{\lambda} \langle \Psi_{\lambda}|j\rangle \quad ,$$

et forment la matrice densité. L'équation (I.4) s'écrit alors :

$$\langle A \rangle = \sum_{ij} D_{ij} A_{ji} = \text{Tr}(\hat{D} \hat{A}) \quad . \quad (1.6)$$

Ce résultat montre que seul \hat{D} intervient pour le calcul de $\langle A \rangle$ et donc que toute l'information sur le système quantique décrit par le mélange statistique est contenue dans l'opérateur densité.

Une remarque importante s'impose alors immédiatement. Soient deux états décrits par des mélanges statistiques différents, $\{q_{\lambda}, |\Psi_{\lambda}\rangle\}$ et $\{p_{\nu}, |\Phi_{\nu}\rangle\}$. Si ces mélanges correspondent au même opérateur densité :

$$\sum_{\lambda} |\Psi_{\lambda}\rangle q_{\lambda} \langle \Psi_{\lambda}| = \sum_{\nu} |\Phi_{\nu}\rangle p_{\nu} \langle \Phi_{\nu}| = \hat{D} \quad ,$$

on voit, à cause de l'éq.(I.6) qu'aucune expérience ne permettra jamais de les distinguer : ils sont équivalents. Enfin, un système décrit par un état pur n'est qu'un cas particulier de mélange statistique où tous les q_{λ} sont nuls sauf un seul, égal à l'unité et, $\hat{D} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ est le projecteur sur l'état pur $|\Psi\rangle$ correspondant.

Nous donnons maintenant les propriétés des opérateurs densité, telles qu'elles découlent des équations (I.5) et (I.1) :

- i) $\hat{D} = \hat{D}^\dagger$ hermiticité (q_λ réel) ,
- ii) $\text{Trace}(\hat{D})=1$ ($\sum_\lambda q_\lambda=1$) , (I.7)
- iii) $\langle \Phi | \hat{D} | \Phi \rangle \geq 0$ semi-défini positif ($q_\lambda \geq 0, \forall \lambda$) .

On a noté entre parenthèses les propriétés des probabilités q_λ responsables de celles de \hat{D} . Inversement, on peut montrer que tout opérateur vérifiant ces trois propriétés peut être considéré comme un opérateur densité associé à un état représenté par un mélange statistique que l'on peut en principe construire. En effet, si \hat{D} vérifie (I.7), son hermiticité entraîne qu'on peut en écrire sa décomposition spectrale en terme de ses fonctions propres *ortho*-normées $|i\rangle$ et de ses valeurs propres *réelles* p_i :

$$\hat{D} = \sum_i |i\rangle p_i \langle i| \quad , \quad (\text{I.8})$$

des propriétés ii) et iii) de \hat{D} , il résulte que les p_i sont positifs ou nuls et que leur somme vaut 1. Ainsi \hat{D} sous la forme (I.8) a bien la structure d'un opérateur densité (voir I.5) associé à un mélange statistique $\{p_i; |i\rangle\}$ où les états purs représentés par les kets $|i\rangle$ sont cette fois orthonormés.

Jusque là, nous avons supposé que le nombre de particules du système était donné. Ce que nous avons dérivé se généralise sans difficulté au cas où le nombre de particules n'est connu qu'en moyenne ou est aléatoire. L'espace de Hilbert associé au système est alors la somme directe des espaces de Hilbert associés à des systèmes ayant un bon nombre de particules. Pour le physicien nucléaire habitué aux fermions qui obéissent au principe d'exclusion de Pauli, il s'agit là de l'espace de Fock. Pour toute observable A qui conserve le nombre de nucléons, $[\hat{A}, \hat{N}] = 0$ (où \hat{N} est l'opérateur nombre de nucléons), la mesure A sera donnée comme précédemment par

$$\langle A \rangle = \text{Trace} (\hat{D} \hat{A}) ,$$

où \hat{D} est l'opérateur densité du système dans l'espace de Fock.

Rappelons brièvement la façon dont \hat{D} évolue dans le temps. Si l'hamiltonien \hat{H} du système est exactement connu, les états purs évoluent suivant l'équation de Schrödinger dépendant du temps :

$$i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi\rangle \quad ,$$

et l'opérateur densité associé à un état pur vérifie donc

$$i\hbar \frac{d\hat{D}}{dt} = [\hat{H}, \hat{D}] \quad . \quad (\text{I.9})$$

Pour un mélange statistique où chaque composante $|\psi_\lambda\rangle$ évolue suivant l'équation de

Schrödinger, comme les probabilités q_λ ne dépendent pas du temps, l'opérateur densité associé vérifie encore l'équation (I.9) ci-dessus dite équation de Liouville-von Neumann. Nous ne considérerons pas ici le cas plus général où l'hamiltonien est mal connu ou aléatoire.

Remarquons que l'opérateur densité \hat{D} est un opérateur à plusieurs corps dans l'espace de Hilbert associé au système. En particulier, pour un noyau ayant exactement N nucléons la matrice densité sera une matrice dans un espace à N corps. La matière densité réduite à 1 corps avec lequel on a l'habitude de travailler s'obtient par une trace partielle sur $N-1$ corps faite sur la matrice densité. Par exemple soit l'opérateur densité \hat{D} caractérisant un noyau de N nucléons dans un état donné, sa représentation dans l'espace des coordonnées peut s'écrire :

$$\langle r_1, r_2, \dots, r_N | \hat{D} | r'_1, r'_2, \dots, r'_N \rangle ,$$

la matrice densité à un corps $\langle r_1 | \hat{\rho} | r'_1 \rangle$ est donné par :

$$\langle r_1 | \hat{\rho} | r'_1 \rangle = N \int dr_2 dr_3 \dots dr_N \langle r_1, r_2, \dots, r_N | \hat{D} | r'_1, r'_2, \dots, r'_N \rangle .$$

Bien évidemment la matrice densité à un corps contient moins d'information, en particulier toutes les corrélations à deux corps et plus ont disparu. Et enfin la densité de matière en un point donné de l'espace est la partie diagonale de la matrice densité à un corps :

$$\rho(r) = \langle r | \hat{\rho} | r \rangle ,$$

Rappelons que dans un modèle de particules indépendantes où un noyau est décrit par un déterminant de Slater où exactement N orbitales $\psi_n(r)$ sont occupées avec une probabilité 1 par un nucléon, on a la relation usuelle

$$\langle r | \hat{\rho} | r' \rangle = \sum_{\lambda} \psi_{\lambda}(r) \psi_{\lambda}^*(r') ,$$

que nous retrouverons dans la suite.

I.2. ENTROPIE STATISTIQUE - DEFINITION ET PROPRIETES - CAS DE SYSTEME COMPOSITE

L'objectif est de déterminer au mieux, pour un système quantique donné, l'opérateur densité puisque c'est lui qui permet, au moins en principe, de calculer les valeurs moyennes de toutes les observables. Cependant, pour un système mal connu, il faut d'abord donner une mesure quantitative de l'information manquante, ou, ce qui revient au même, évaluer le désordre du système en fonction de sa loi de probabilité. Cette quantité d'information manquante est mesurée à partir de l'opérateur densité \hat{D} par l'entropie statistique S :

$$S(\hat{D}) = -k \text{Trace} (\hat{D} \text{Log} \hat{D}), \quad (\text{I.10})$$

où k est la constante de Boltzmann. Nous ne donnerons aucune justification de cette expression que nous postulons. Les propriétés de S qui sont données dans la suite montrent que S est bien une mesure du désordre. Remarquons que si \hat{D} est donné par sa décomposition spectrale en fonction de ses valeurs propres et de ses vecteurs propres (cf. eq.(I.8)), l'entropie statistique devient :

$$S(\hat{D}) = -k \sum_i (p_i \text{Log} p_i) \quad . \quad (\text{I.11})$$

L'entropie statistique définie par (I.10) vérifie quelques propriétés élémentaires qui la justifient comme mesure du désordre d'un système.

i) Elle est invariante lorsqu'on change \hat{D} par une transformation unitaire. Par une telle transformation, le système quantique considéré n'est pas modifié et son désordre ne peut donc ni augmenter ni diminuer. Cette propriété se démontre à partir de (I.10) en utilisant l'invariance cyclique de la trace.

ii) L'entropie statistique est minimale et égale à zéro pour un état pur. D'après (I.11), puisque les p_i sont positifs ou nuls et de somme 1 ($0 \leq p_i \leq 1$, $\sum p_i = 1$), chaque contribution $-kp_i \text{Log} p_i$ est positive ou nulle, S est donc positive ou nulle. Pour un état pur, les p_i sont tous nuls sauf un qui est égal à l'unité, S est alors nulle et donc minimale. Réciproquement si S est nulle les p_i sont soit nuls soit égaux à 1, comme leur somme vaut 1, un seul d'entre eux est non nul et égal à 1, on a donc un état pur.

S'il n'y a pas de désordre l'entropie statistique S est nulle, et réciproquement.

iii) L'entropie statistique est maximum si les événements p_i sont équiprobables. Pour N événements équiprobables, $p_i = \frac{1}{N}$ et $S = k \text{Log} N$. Nous admettrons ce résultat qui exprime bien que l'entropie est une mesure de désordre. En effet, l'équiprobabilité des événements correspond à l'état le plus désordonné où il n'y a en quelque sorte aucune raison de préférer un événement à un autre. Toute différence, si minime soit-elle, "renseigne" sur le système. Le maximum de l'entropie correspond donc au maximum du désordre ou, en d'autres termes au maximum de l'information manquante. C'est cette dernière remarque qui nous permettra de construire la méthode variationnelle qui donne l'opérateur densité.

D'autres propriétés sont à noter dans le cas où le système physique est un système composite constitué de deux sous-systèmes a et b . Dans ce cas l'espace de Hilbert du système total est le produit tensoriel des deux espaces \mathcal{H}^a et \mathcal{H}^b des deux sous-systèmes. Soit \hat{D} l'opérateur densité du système composite. Soit une

observable A définie par un opérateur \hat{A}_a n'agissant que dans \mathcal{K}^a ; dans le calcul de sa valeur moyenne, $\text{Trace}(\hat{D} \hat{A}_a)$, on peut prendre tout d'abord la trace dans l'espace \mathcal{K}^b où \hat{A}_a n'agit pas et, définissant \hat{D}_a par :

$$\hat{D}_a = \text{Trace}_b (\hat{D}), \quad (I.12)$$

on a :

$$\langle \hat{A}_a \rangle = \text{Trace}_a (\hat{D}_a \hat{A}_a) \quad . \quad (I.13)$$

L'opérateur \hat{D}_a vérifie les propriétés (I.7) des opérateurs densités, on peut l'assimiler à l'opérateur densité du sous-système a décrit dans \mathcal{K}^a . On aurait pu définir de même l'opérateur densité \hat{D}_b en prenant la trace de \hat{D} dans \mathcal{K}^a .

Revenons aux propriétés de l'entropie dans le cas où un système est composé de deux sous-systèmes a et b d'opérateurs densité \hat{D}_a et \hat{D}_b .

iv) Si les sous-systèmes sont statistiquement indépendants, l'opérateur densité du système composite est égal au produit tensoriel des opérateurs densité des sous-systèmes,

$$\hat{D} = \hat{D}_a \otimes \hat{D}_b, \quad (I.14)$$

et l'entropie statistique totale est exactement la somme des entropies calculées séparément dans chacun des sous-espaces:

$$S(\hat{D}) = S(\hat{D}_a) + S(\hat{D}_b) \quad . \quad (I.15)$$

Dans ce cas, il n'y a pas de corrélations et aucune information provenant de l'un des sous-systèmes ne peut renseigner sur l'autre.

v) Si au contraire les sous-systèmes a et b sont corrélés, \hat{D} contient plus d'information que n'en contient \hat{D}_a et \hat{D}_b . La connaissance du système global avec ses corrélations est plus précise que la simple connaissance de ses deux parties et donc

$$S(\hat{D}) \leq S(\hat{D}_a) + S(\hat{D}_b) \quad . \quad (I.16)$$

L'opérateur densité \hat{D} n'est plus nécessairement égal au produit tensoriel $\hat{D}_a \otimes \hat{D}_b$. En fait, dans (I.16), l'égalité n'a lieu que si $\hat{D} = \hat{D}_a \otimes \hat{D}_b$, c'est-à-dire en l'absence de corrélations: c'est une réciproque de la propriété précédente.

vi) La dernière propriété est une propriété de "concavité" qui signifie que la réunion de deux états d'un même système en un état unique augmente le

désordre. Soit deux états décrits par les opérateurs densité \hat{D}_1 et \hat{D}_2 , soit μ_1 et μ_2 les poids par lesquels on pondère ces états dans le mélange ($0 \leq \mu_1, \mu_2 \leq 1$ et $\mu_1 + \mu_2 = 1$) alors

$$S(\mu_1 \hat{D}_1 + \mu_2 \hat{D}_2) \geq \mu_1 S(\hat{D}_1) + \mu_2 S(\hat{D}_2) \quad . \quad (I.17)$$

Nous terminons cette section par l'expression de la variation de S en fonction d'une variation infinitésimale quelconque $\delta \hat{D}$ de \hat{D} :

$$\delta S(\hat{D}) = -k \text{Trace} \{ \delta \hat{D} (\text{Log} \hat{D} + 1) \} \quad . \quad (I.18)$$

Enfin pour tout système quantique décrit par un mélange statistique et qui évolue par un hamiltonien \hat{H} parfaitement connu, on a d'après (I.9)

$$i\hbar \frac{dS}{dt} = - \text{Trace} \{ [\hat{H}\hat{D}] \text{Log} \hat{D} \} = 0 \quad . \quad (I.19)$$

Dans un tel cas, aucune information n'est perdue ni gagnée. L'entropie ne peut donc augmenter que si l'évolution elle-même est mal connue, c'est-à-dire si l'hamiltonien est mal connu ou s'il contient des parties aléatoires.

Pour obtenir les résultats (I.18) et (I.19), il faut utiliser entre autre l'invariance cyclique de la trace.

I.3. CHOIX DE L'OPERATEUR DENSITE - DISTRIBUTION D'EQUILIBRE

Jusqu'à présent, nous avons défini formellement un opérateur densité et calculé le degré de désordre qui le caractérise via l'entropie. Il nous reste maintenant à trouver une méthode pour le calcul explicite de \hat{D} pour un système quantique donné, compte tenu des renseignements que l'on possède sur le système.

Tout d'abord si l'on ne sait rien, cas que nous avons déjà rencontré, il suffit de dénombrer les états purs possibles qui sont alors tous équiprobables. Pour N états $|\Psi_\lambda\rangle$, on aura

$$\hat{D} = \sum_{\lambda=1}^N |\Psi_\lambda\rangle \frac{1}{N} \langle \Psi_\lambda| \quad ,$$

et, conformément à la propriété iii) de la section précédente, l'entropie qui est alors maximum vaut :

$$S(\hat{D}) = k \text{Log} N \quad .$$

Si au contraire l'état est au moins partiellement connu, il faut explicitement tenir compte des renseignements dont on dispose. Si l'un de ces renseignements est une information exacte, on l'inclut dans la construction de l'espace de Hilbert. Ainsi, si le nombre de particules N est exactement connu, il suffit de choisir l'espace de Hilbert des états \mathcal{K}^N ayant exactement N particules. Dans d'autres cas on ne connaît l'information qu'en valeur moyenne, par exemple

l'énergie $U = \text{Trace}(\hat{D} \hat{H})$ peut être connue seulement en moyenne. Les cas que l'on rencontre le plus souvent sont :

i) N et U sont connus exactement, l'opérateur densité associé est dit microcanonique.

ii) N est connu exactement mais U en valeur moyenne. L'ensemble statistique des états de ce type est dit canonique.

iii) Enfin à la fois N et U sont connus en valeur moyenne, on parle alors d'ensemble grand canonique.

Si des renseignements sont exactement connus, nous supposons que la définition de l'espace de Hilbert en tient compte de façon appropriée. Plaçons-nous dans le cas général où nous connaissons la valeur moyenne d'un certain nombre d'observables \hat{A}_i :

$$\text{Trace}(\hat{D} \hat{A}_i) = \langle A_i \rangle \quad . \quad (I.20)$$

Nous voulons trouver la distribution statistique d'équilibre réalisée dans l'opérateur densité \hat{D} , compte tenu des contraintes (I.20). Or nous savons que l'entropie, mesure du désordre, est maximum si le désordre est maximum, c'est-à-dire en l'absence d'information pour des événements équiprobables. Pour généraliser ce concept en incluant les contraintes, on postule que la distribution d'équilibre représentée par l'opérateur densité \hat{D} est celle, compatible avec toutes les données existantes, qui maximise l'entropie $S(\hat{D})$.

Pour construire \hat{D} explicitement à partir de ce postulat, choisissons une base arbitraire d'état $\{|i\rangle\}$ de l'espace de Hilbert. Il faut alors trouver les éléments de matrice $\langle i|\hat{D}|j\rangle$ qui maximisent $S(\hat{D})$ avec les contraintes (I.20). En général, on inclut une contrainte supplémentaire qui exprime le fait que \hat{D} est de trace unité (cf.(I.7)). On utilise alors la méthode variationnelle des multiplicateurs de Lagrange et nous cherchons les valeurs stationnaires de :

$$-\text{Trace}(\hat{D} \text{Log} \hat{D}) - \sum_i \lambda_i \text{Trace}(\hat{D} \hat{A}_i) - \lambda_0 \text{Trace}(\hat{D}) \quad , \quad (I.21)$$

en faisant varier arbitrairement les D_{ij} sans plus se soucier des contraintes. Les paramètres de Lagrange λ_i et λ_0 seront ensuite déterminés en imposant à la solution trouvée de vérifier les contraintes. En utilisant (I.18) on écrit que la variation de (I.21) est nulle :

$$\begin{aligned} 0 &= -\text{Trace} \left\{ \delta \hat{D} \left(\text{Log} \hat{D} + \sum_i \lambda_i \hat{A}_i + \lambda_0 + 1 \right) \right\} \\ &= - \sum_{ij} \langle i|\delta \hat{D}|j\rangle \langle j|\text{Log} \hat{D} + \sum_i \lambda_i \hat{A}_i + \lambda_0 + 1|i\rangle \quad . \end{aligned} \quad (I.22)$$

Cette dernière expression doit être nulle pour toute variation hermitique

arbitraire des éléments de matrice de \hat{D} et donc

$$0 = \langle j | \text{Log} \hat{D} + \sum_i \lambda_i \hat{A}_i + \lambda_0 + 1 | i \rangle \quad (\text{I.23})$$

pour tout couple (ij) soit :

$$\hat{D} = e^{-\sum_i \lambda_i \hat{A}_i - \lambda_0 - 1} \quad .$$

que l'on réécrit sous la forme :

$$\hat{D} = \frac{1}{Z} e^{-\sum_i \lambda_i \hat{A}_i} \quad . \quad (\text{I.24})$$

On a ainsi construit l'opérateur densité à l'équilibre étant donné des contraintes imposées en moyenne. Cette expression s'appelle *distribution de Boltzmann-Gibbs*. Pour clore la démonstration, il faut montrer que l'extremum que nous avons trouvé rend $S(\hat{D})$ maximum. Nous admettrons que la distribution de Boltzmann-Gibbs a une entropie strictement supérieure à celle obtenue pour tout autre opérateur densité vérifiant les contraintes (I.20).

En écrivant l'éq.(I.24), nous avons remplacé le paramètre λ_0 par $Z = e^{\lambda_0 + 1}$.

La condition de normalisation de \hat{D} détermine Z :

$$Z = \text{Trace} e^{-\sum_i \lambda_i \hat{A}_i} \quad . \quad (\text{I.25})$$

Cette équation donne Z comme fonction des paramètres de Lagrange λ_i . On appelle Z la fonction de partition du système. Les conditions (I.20) achevent de déterminer les λ_i comme solutions des équations:

$$\langle A_i \rangle = \text{Trace}(\hat{D} \hat{A}_i) = \frac{1}{Z} \text{Trace} \left(e^{-\sum_j \lambda_j \hat{A}_j} \hat{A}_i \right) \quad ,$$

ou encore :

$$\langle A_i \rangle = - \frac{1}{Z} \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \text{Trace} e^{-\sum_j \lambda_j \hat{A}_j} \quad ,$$

et, en réutilisant (I.25) :

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \text{Log} Z(\lambda_j) = - \langle A_i \rangle \quad . \quad (\text{I.26})$$

Par un calcul simple, on peut maintenant réexprimer l'entropie d'équilibre en fonction de la distribution de Boltzmann-Gibbs par:

$$S(\hat{D}) = k \text{Log} Z + k \sum_i \lambda_i \langle A_i \rangle \quad . \quad (\text{I.27})$$

ou encore, à cause de (I.26):

$$S = k \text{Log} Z - \sum_i \lambda_i \frac{\partial}{\partial \lambda_i} (k \text{Log} Z) \quad . \quad (\text{I.28})$$

Soit un petit déplacement de l'équilibre caractérisé par une variation infinitésimale des $\langle A_i \rangle$ et donc des λ_i qui en dépendent. On a :

$$d(\text{Log} Z) = \sum_i \frac{\partial}{\partial \lambda_i} (\text{Log} Z) d\lambda_i = - \sum_i \langle A_i \rangle d\lambda_i \quad . \quad (\text{I.29})$$

et, avec (I.28)

$$dS = k \sum_i \lambda_i d\langle A_i \rangle \quad . \quad (\text{I.30})$$

Ces deux dernières relations montrent que les variables naturelles pour la fonction de partition sont les paramètres de Lagrange alors que pour l'entropie, ce sont les valeurs moyennes $\langle A_i \rangle$. Prenant les $\langle A_i \rangle$ comme variables, on déduit de (I.30):

$$\frac{\partial S}{\partial \langle A_i \rangle} = k \lambda_i \quad . \quad (\text{I.31})$$

La transformation (I.28) est une transformation de Legendre qui fait passer de $k \text{Log} Z$, fonction des λ_i à l'entropie S comme fonction des $\langle A_i \rangle$, variables conjuguées des λ_i . La transformation inverse qui est aussi une transformation de Legendre s'écrit immédiatement

$$k \text{Log} Z = S - \sum_i \langle A_i \rangle \frac{\partial S}{\partial \langle A_i \rangle} \quad . \quad (\text{I.32})$$

Ensemble canonique

Le nombre de particule N et le volume Ω sont donnés exactement, l'énergie est donnée en valeur moyenne : $U = \text{Trace}(\hat{D} \hat{H}_N)$ où \hat{H}_N est l'hamiltonien dans l'espace à N particules. Le paramètre de Lagrange associé s'appelle traditionnellement β et l'on a:

$$\hat{D} = \frac{1}{Z_c} e^{-\beta \hat{H}_N} \quad , \quad (I.33)$$

avec pour la fonction de partition Z_c :

$$Z_c(\beta, N) = \text{Trace } e^{-\beta \hat{H}_N} = \sum_m e^{-\beta E_m} \quad , \quad (I.34)$$

où la somme sur m porte sur les états à N particules. L'entropie d'équilibre s'écrit:

$$S(U) = k \text{ Log } Z_c + k \beta U \quad . \quad (I.35)$$

Ensemble grand canonique

L'énergie U et le nombre de particules sont donnés en moyenne. On travaille alors dans l'Espace de Fock défini dans la première section, les paramètres de Lagrange associés à U et N sont β et $-\alpha$. On peut écrire immédiatement, en spécifiant les expressions (I.24), (I.25) et (I.27):

$$\hat{D} = \frac{1}{Z_G} e^{-\beta \hat{H} + \alpha \hat{N}} \quad (I.36)$$

$$Z_G(\alpha, \beta) = \text{Trace}(e^{-\beta \hat{H} + \alpha \hat{N}}) = \sum_N e^{\alpha N} \sum_m e^{-\beta E_m^N} = \sum_N e^{\alpha N} Z_c(\beta, N), \quad (I.37)$$

$$S(U, N) = k \text{ Log } Z_G + k \beta U - k \alpha N \quad . \quad (I.38)$$

On remarquera que dans (I.37), nous avons réexprimé Z_G comme une transformée de Laplace sur N des fonctions de partition canonique $Z_c(\beta, N)$ calculées dans chacun des espaces de Hilbert à bon nombre de particules N et pour la même valeur du paramètre de Lagrange β .

Notons enfin les relations entre U et N , valeurs moyennes d'observable et β et α , relations dérivées des expressions (I.26) et (I.31) écrites en grand canonique

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \text{Log } Z_G = -U \quad , \quad \frac{\partial}{\partial \alpha} \text{Log } Z_G = N \quad , \quad (I.39)$$

et les relations inverses

$$\frac{1}{k} \frac{\partial S}{\partial U} = \beta \quad , \quad \frac{1}{k} \frac{\partial S}{\partial N} = -\alpha \quad . \quad (I.40)$$

La généralisation, en grand canonique, au cas où l'on a plusieurs espèces de particules, se fait sans difficultés particulières. Il suffit de repartir des formules générales (I.24) à (I.32) en introduisant autant d'opérateurs nombre de particules \hat{N}_i que nécessaire et de même, autant de paramètres de Lagrange associés α_i . Nous rencontrerons un tel cas dans la dernière partie du cours où nous

distinguerons explicitement les protons des neutrons.

I.4. RELATION AVEC LA THERMODYNAMIQUE : TEMPERATURE

Maintenant que nous avons construit la densité d'équilibre de Boltzmann-Gibbs, il nous faut faire le lien avec la thermodynamique. En fait nous allons limiter nos ambitions et nous nous contenterons de définir la température et les différents potentiels thermodynamiques dans le contexte microscopique que nous avons adopté.

La notion de température en thermodynamique s'introduit comme une mesure relative, seul le troisième principe (principe de Nernst) permet de définir un zéro absolu. La façon de procéder consiste à mettre au contact deux systèmes en équilibre thermique, le plus chaud cède alors de la chaleur au plus froid et vice versa. Du point de vue microscopique, prendre deux systèmes à l'équilibre et les mettre en contact thermique revient à prendre deux systèmes décrits par une distribution de Boltzmann-Gibbs et à les coupler par une interaction pour permettre le transfert d'énergie d'un système à l'autre.

Plaçons-nous dans l'ensemble canonique. Si donc deux systèmes a et b sont tout d'abord isolés thermiquement, l'hamiltonien \hat{H} du système a+b est exactement la somme de deux parties \hat{H}_a et \hat{H}_b qui dépendent exclusivement des variables des sous-systèmes concernés : a pour \hat{H}_a , b pour \hat{H}_b . Comme \hat{H}_a et \hat{H}_b commutent, les énergies U_a et U_b de chacun des sous-systèmes sont conservées. Introduisons les paramètres de Lagrange β_a et β_b pour écrire explicitement que a et b sont à l'équilibre dans l'ensemble canonique:

$$\hat{D}_a = \frac{1}{Z_a} e^{-\beta_a \hat{H}_a} \quad , \quad \hat{D}_b = \frac{1}{Z_b} e^{-\beta_b \hat{H}_b} \quad , \quad (I.41)$$

$$Z_a(\beta_a) = \text{Trace } e^{-\beta_a \hat{H}_a} \quad , \quad Z_b(\beta_b) = \text{Trace } e^{-\beta_b \hat{H}_b} \quad , \quad (I.42)$$

$$U_a = - \frac{\partial}{\partial \beta_a} \text{Log} Z_a(\beta_a) \quad , \quad U_b = - \frac{\partial}{\partial \beta_b} \text{Log} Z_b(\beta_b) \quad . \quad (I.43)$$

L'opérateur densité global s'écrit alors

$$\hat{D} = \hat{D}_a \otimes \hat{D}_b = \frac{1}{Z_a(\beta_a) Z_b(\beta_b)} e^{-\beta_a \hat{H}_a - \beta_b \hat{H}_b} \quad . \quad (I.44)$$

Nous avons ainsi réalisé l'équilibre thermique de chacun des sous-systèmes en écrivant qu'ils sont à l'équilibre pour les énergies U_a et U_b respectivement. Le fait qu'ils sont thermiquement isolés se traduit par l'absence de corrélations entre a et b. Amenons ces systèmes au contact en introduisant une petite perturbation \hat{V} . Ce terme dépend des deux sous-systèmes mais doit être assez faible pour pouvoir être négligé devant \hat{H}_a et \hat{H}_b . Son rôle est de permettre des échanges

d'énergie entre a et b sans perturber le système total de telle sorte que l'énergie totale $U = U_a + U_b$ reste constante. L'opérateur densité s'écrit alors avec un seul paramètre de Lagrange β puisqu'il n'y a plus qu'une seule contrainte sur l'énergie totale et, comme \hat{V} est négligeable, on obtient

$$\hat{D} = \frac{1}{Z(\beta)} e^{-\beta \hat{H}} = \frac{1}{Z_a(\beta) Z_b(\beta)} e^{-\beta(\hat{H}_a + \hat{H}_b)} \quad (I.45)$$

En comparant avec (I.41), on voit que le contact thermique réalisé par \hat{V} a eu pour effet d'égaliser les paramètres β_a et β_b . Ce paramètre de Lagrange joue ainsi le rôle d'une température, il est déterminé par l'énergie totale qui est conservée :

$$U = U_a + U_b = -\frac{\partial}{\partial \beta} \text{Log} \{Z_a(\beta) Z_b(\beta)\} \quad (I.46)$$

La nouvelle répartition de l'énergie, $U = U'_a + U'_b$, entre a et b une fois l'équilibre thermique réalisé, s'obtient en calculant la valeur moyenne de \hat{H}_a et de \hat{H}_b dans l'état décrit par \hat{D} selon (I.45) avec β déterminé par (I.46).

Pour achever de réaliser le lien entre β et la température, nous utiliserons le résultat suivant que nous n'avons pas démontré mais qui provient de la concavité de l'entropie (voir section I.2): l'énergie U est une fonction décroissante de β . Par suite, comme la somme $U_a + U_b$ est conservée, l'équilibre va se réaliser pour une valeur de β intermédiaire entre β_a et β_b . Le système "le plus froid", c'est-à-dire celui qui gagne de l'énergie au dépend de l'autre, voit son paramètre β diminué: l'échelle des β varie donc en sens inverse de la température ordinaire.

On peut poursuivre le lien entre l'échelle microscopique, où nous ne disposons que de l'énergie interne U , et l'échelle macroscopique en identifiant au cours d'une transformation infinitésimale la partie de la variation de U provenant uniquement de la variation de \hat{D} à la variation de quantité de chaleur (pas de variation de \hat{H})

$$dQ = \text{Trace} (\hat{H} d\hat{D}) \quad (I.47)$$

En effet nous avons assimilé les échanges de chaleur avec un potentiel de couplage \hat{V} non déterminé mais faible devant \hat{H} . Par contre, la variation infinitésimale de travail sera associée à la variation de \hat{H} lui-même:

$$dW = \text{Trace} (\hat{D} d\hat{H}) \quad (I.48)$$

Pour un système qui peut échanger du travail et de la chaleur on retrouve ainsi le premier principe de la thermodynamique:

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q \quad (I.49)$$

On peut de même retrouver le fondement microscopique du second et du troisième principe. Nous nous contenterons ici de remarquer que pour un système subissant une transformation telle qu'à chaque instant il est à l'équilibre thermique, et donc décrit par une distribution de Boltzmann-Gibbs, la variation de la quantité de chaleur (I.47) peut être reliée à la variation d'entropie:

$dS = -k \text{Trace } \hat{D}(\text{Log} \hat{D} + 1)$ donnée par (I.18). En effet, puisque la trace de \hat{D} reste égale à un à chaque instant, et donc $\text{Trace}(d\hat{D}) = 0$, on peut simplifier cette expression. Si l'on remplace \hat{D} par son expression on obtient successivement

$$\begin{aligned} dS &= -k \text{Trace } (d\hat{D} \text{Log} \hat{D}) \\ &= -k \text{Trace } (d\hat{D} \text{Log} Z) + k\beta \text{Trace } (\hat{H} d\hat{D}) \\ &= k\beta \text{Trace } (H d\hat{D}) \end{aligned} \quad (I.50)$$

Si maintenant on rapproche le résultat de la relation

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad ,$$

entre les variations d'entropie et de chaleur au cours d'une transformation quasi-statique d'un système à l'équilibre thermodynamique, on voit que l'on peut identifier le paramètre de Lagrange β avec l'inverse de la température

$$\beta = \frac{1}{kT} \quad (I.51)$$

Ceci achève ce que nous dirons sur les liens entre l'échelle microscopique décrite par la distribution de Boltzmann-Gibbs et l'échelle macroscopique de la thermodynamique.

I.5. POTENTIELS THERMODYNAMIQUES

Un potentiel thermodynamique est une fonction des variables qui caractérisent un système, cette fonction est extrémale à l'équilibre et ses dérivées partielles ont des interprétations physiques simples. De ce point de vue, l'entropie réalise un exemple de potentiel thermodynamique avec pour variables les variables conservées, énergie interne U , nombre de nucléons N , et éventuellement d'autres variables x_α dont peut dépendre l'hamiltonien, volume Ω par exemple ou champ externe. La différentielle totale s'écrit alors (voir (I.30), (I.39) et (I.40))

$$dS = k\beta dU - k\alpha dN - k\beta \sum_{\alpha} X_{\alpha} dx_{\alpha} \quad (I.52)$$

Elle s'exprime en terme de paires de variables conjuguées: U et $k\beta$, N et $-k\alpha$, x_{α} et $-k\beta X_{\alpha}$. On a l'habitude en thermodynamique de distinguer entre variables extensives qui, à la limite macroscopique, sont proportionnelles au volume pour

des systèmes homogènes au moins localement, et entre variables intensives qui ne dépendent pas du volume. Les variables U et N sont extensives alors que les variables conjuguées $k\beta = 1/T$ et $-k\alpha$ sont intensives.

La démarche suivie traditionnellement en thermodynamique met davantage l'accent sur l'énergie interne $U(S, N, x_\alpha)$ fonction inverse de l'entropie $S(U, N, x_\alpha)$. La différentielle totale dU s'écrit immédiatement:

$$dU = T dS + \mu dN + \sum_{\alpha} X_{\alpha} dx_{\alpha} \quad (I.53)$$

L'énergie interne U est donc un potentiel thermodynamique fonction de S, N et x_α . La variable conjuguée de N , $\mu = \alpha/\beta$ est le potentiel chimique sur lequel nous reviendrons.

On utilise usuellement comme variable, la température T plutôt que l'entropie. Par transformation de Legendre appropriée on obtient l'énergie libre

$$F(T, N, x_\alpha) = U(S, N, x_\alpha) - S \frac{\partial U}{\partial S} = U - TS \quad (I.54)$$

dont la différentielle totale est

$$dF = -S dT + \mu dN + \sum_{\alpha} X_{\alpha} dx_{\alpha} \quad (I.55)$$

Les variables naturelles dont dépend l'énergie libre F sont $T = 1/k\beta$, N et éventuellement le volume. Ce sont celles qui sont définies dans l'ensemble canonique et d'ailleurs, d'après (I.35), on a:

$$F(T, N, x_\alpha) = -kT \text{Log } Z_c(\beta, N, x_\alpha) \quad (I.56)$$

L'énergie libre est utilisée pour des transformations isothermes quasi-statiques, elle présente un minimum à l'équilibre. En cas de transformations adiabatiques, on aura intérêt à utiliser l'énergie interne.

Si l'un des x_α est le volume, le travail reçu par le système lors d'une variation $d\Omega$ du volume est, selon (I.48)

$$dW = \text{Trace } \hat{D} \frac{\partial \hat{H}}{\partial \Omega} d\Omega.$$

On peut montrer que ce travail peut se réécrire: $dW = P dV$ où la pression P est la variable conjuguée au volume:

$$P = - \frac{\partial F}{\partial \Omega} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \Omega} \text{Log } Z_c(\beta, N, \Omega, \dots) \quad (I.57)$$

La pression, comme fonction de la température, du nombre de nucléons et du volume est ce qu'on appelle l'équation d'état du système.

De même que $-Pd\Omega$ représente le travail des forces de pression pour une variation de volume, μdN joue le rôle d'un travail associé à une variation du nombre de particules. On peut l'interpréter comme la quantité d'énergie que reçoit un système si on lui rajoute ou enlève une particule, c'est en physique nucléaire l'opposé de l'énergie de séparation d'un nucléon à la limite de basse température. Pour les échanges de particules à température constante, cas le plus fréquent, il est plus pratique d'utiliser le potentiel chimique $\mu = \alpha/\beta$ que le paramètre de Lagrange α . Enfin si par la même procédure que dans la section précédente, on met au contact deux systèmes qui sont déjà à la même température, ils échangeront des particules jusqu'à réaliser l'équilibre des potentiels chimiques, le système ayant le potentiel chimique le plus élevé au départ cédant des particules à l'autre. On retrouvera une situation de ce type dans le chapitre suivant sur les transitions de phase.

Enfin si l'on veut prendre pour variables la température et le potentiel chimique, on introduit le grand potentiel A qui est obtenu par double transformation de Legendre à partir de l'énergie interne :

$$A(T, \mu, x_\alpha) = U(S, N, x_\alpha) - S \frac{\partial U}{\partial S} - N \frac{\partial U}{\partial N} = U - TS - \mu N, \quad (I.58)$$

ou encore à partir de l'énergie libre :

$$A(T, \mu, x_\alpha) = F(T, N, x_\alpha) - N \frac{\partial F}{\partial N} = F - \mu N. \quad (I.59)$$

La différentielle totale de A s'écrit

$$dA = -SdT - Nd\mu + \sum_{\alpha} X_{\alpha} dx_{\alpha}. \quad (I.60)$$

Cette fois-ci les variables naturelles, $T = \frac{1}{k\beta}$, N, Ω, \dots sont celles de l'ensemble grand canonique et d'ailleurs (cf. (I.38))

$$A(T, \mu, x_\alpha) = -kT \text{Log } Z_G(\beta, \alpha, x_\alpha) \quad (I.61)$$

Le grand potentiel est minimal à l'équilibre, et l'équation d'état (I.57) est alors donnée par la représentation paramétrique

$$P = - \frac{\partial}{\partial \Omega} A(T, \mu, \Omega), \quad (I.62)$$

$$N = - \frac{\partial}{\partial \mu} A(T, \mu, \Omega),$$

l'élimination de μ entre ces deux équations redonne l'expression (I.57).

Remarquons enfin que la seule variable extensive dont dépend le grand potentiel est le volume et donc

$$\frac{A(T, \mu, \Omega)}{\Omega} = \frac{\partial A}{\partial \Omega}, \quad (I.63)$$

par suite

$$P = - \frac{A}{\Omega} \quad . \quad (I.64)$$

ce qui montre que, au moins pour un fluide homogène constitué d'une seule espèce de particules, la pression est égale au grand potentiel par unité de volume au signe près.

Si maintenant on voulait n'utiliser que les variables intensives T, μ et P pour définir un potentiel thermodynamique, on devrait faire la transformation de Legendre : $A - \Omega \frac{\partial A}{\partial \Omega}$, ce qui donne un résultat rigoureusement nul d'après (I.63). La forme différentielle de ce "résultat" s'écrit

$$SdT - \Omega dP + Nd\mu = 0 \quad . \quad (I.65)$$

Cette relation s'appelle *relation de Gibbs-Duhem* en thermodynamique, elle exprime le fait que pour caractériser un fluide à l'aide de trois variables, l'une au moins doit être extensive. On retrouvera une forme simplifiée de cette relation dans la section suivante: dans le cas isotherme et pour un système infini homogène, on a

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{d\mu}{d\rho} \quad , \quad (I.66)$$

où $\rho = N/\Omega$ est la densité de nucléon.

1.6. DESORDRE MAXIMUM ET FRAGMENTATION

Dans cette section, nous allons appliquer le concept de désordre maximum à l'étude de la fragmentation en suivant la méthode proposée récemment par J.Aichelin et J.Hüfner².

Quand un noyau est fortement excité, comme cela se rencontre dans les réactions entre ions lourds, on observe expérimentalement un nombre important de noyaux légers produits dans la réaction. Le mécanisme de production est encore controversé et nous ne présenterons pas les modèles antagonistes en présence. Nous considérons une réaction où un projectile d'énergie élevée, typiquement de 30 à 100 MeV par nucléon est lancé sur une cible et un fragment de charge Z est observé. Avec Aichelin et Hüfner nous allons faire les hypothèses les plus "minimales possibles" pour calculer la section efficace $d\sigma/dZ$:

i) dans une première étape rapide de la réaction, un système est formé avec une charge Z_0 éventuellement inférieure à la charge totale du système cible plus projectile,

ii) dans une deuxième étape, ce système chargé se désexcite dans toutes

les combinaisons possibles de noyaux.

Définissons la probabilité $P(m,Z)$ qu'une fragmentation donnée produise m noyaux de charge Z . Comme pour toute loi de probabilité nous avons la condition de normalisation :

$$\sum_m P(m,Z) = 1 \quad . \quad (I.67)$$

Une autre condition doit être évidemment imposée: la conservation de la charge:

$$\sum_{m,Z} mZ P(m,Z) = Z_0 \quad . \quad (I.68)$$

Aucune autre hypothèse n'est faite, tant sur le mécanisme de réaction que sur la conservation de l'énergie, par exemple.

L'entropie statistique associée à la loi de probabilité $P(m,Z)$ s'écrit: (voir section I.2, eq.(I.11))

$$S = - \sum_{mZ} P(m,Z) \text{Log} P(m,Z) \quad , \quad (I.69)$$

où nous avons omis la constante de Boltzmann inessentielle pour la suite. Nous devons donc maximiser S avec la contrainte (I.68) sur la charge et les contraintes (I.67) de normalisation (autant de conditions que de valeur de Z), c'est-à-dire en introduisant les paramètres de Lagrange D et $\lambda(Z)$ et en écrivant :

$$\frac{\partial}{\partial P(m',Z')} \sum_{m,Z} \{-P(m,Z) \text{Log} P(m,Z) - \lambda(Z) P(m,Z) - DmZ P(m,Z)\} \quad , \quad (I.70)$$

le maximum de S est réalisé pour

$$P(m,Z) = \exp(-\lambda(Z) - 1 - DmZ) \quad .$$

Suivant les notations de Aichelin² introduisons $C(Z)$ par

$$P(m,Z) = C(Z) \exp(-DmZ) \quad . \quad (I.71)$$

Les conditions de normalisation permettent de calculer exactement $C(Z)$:

$$C(Z) = 1 - \exp(-DZ) \quad . \quad (I.72)$$

La conservation de la charge entraîne:

$$Z_0 = \sum_Z \frac{Z}{\exp(DZ) - 1} \quad .$$

En passant à la limite continue, Aichelin et Hüfner obtiennent $D = 1.28/\sqrt{Z_0}$, ce qui, connaissant Z_0 , achève de déterminer la loi de probabilité $P(m,Z)$ qui représente ici l'équivalent de l'opérateur densité des sections I.1 et I.3.

La section efficace inclusive de production d'un fragment de charge Z est proportionnelle à la multiplicité moyenne de production:

$$\langle n_Z \rangle = \sum_m m P(mZ) \quad , \quad (I.73)$$

et, tout calcul fait, on obtient:

$$\frac{d\sigma}{dZ} = \sigma_0 \langle n_Z \rangle = \frac{\sigma_0}{\exp(1,28 Z/\sqrt{Z_0}) - 1} \quad . \quad (I.74)$$

La constante de proportionnalité σ_0 ne peut être calculée par ce modèle, on peut la fixer par normalisation adéquate de la section efficace totale. Pour une réaction donnée, Z_0 est déterminé expérimentalement à partir de la charge totale de la cible et du projectile à laquelle on soustrait la charge des particules rapides éventuellement émises dans la première étape de la réaction. Une fois Z_0 et σ_0 calculés, il n'y a plus aucun paramètre ajustable dans le modèle. De plus, la forme de la courbe représentant la distribution de charge est complètement déterminée par la conservation de la charge. La figure I.1 que nous avons reprise de la référence 2 compare le modèle avec les données expérimentales obtenues pour les réactions $p+A_9$, $p+U$, $p+X_e$ et $p+K_r$ à des énergies de l'ordre de plusieurs GeV. On peut voir que l'accord est tout à fait remarquable. Nous ne discuterons pas plus en détails de la comparaison modèle-expérience, pour cela on pourra se reporter à la référence 2.

Insistons seulement sur le point suivant: nous avons fait le minimum d'hypothèses compatibles avec les conditions expérimentales et la qualité du résultat obtenu montre la puissance de la stratégie adoptée. Cet exemple très simple illustre parfaitement la valeur du concept d'entropie maximale assorti de conditions judicieusement choisies reflétant la physique du problème.

Corollairement, il est inutile de supposer des mécanismes de réaction raffinés ou trop compliqués si l'expérience ne fournit aucun renseignement permettant de les tester. Dans l'esprit de la méthode que nous avons suivie, cela reviendrait à présupposer dans les expériences des informations qui en fait ne sont pas mesurées. Dans le cas de la fragmentation que nous avons regardée, la mesure de corrélation ($d\sigma/dZdE$ par exemple) fournirait plus d'information et permettrait de raffiner les modèles.

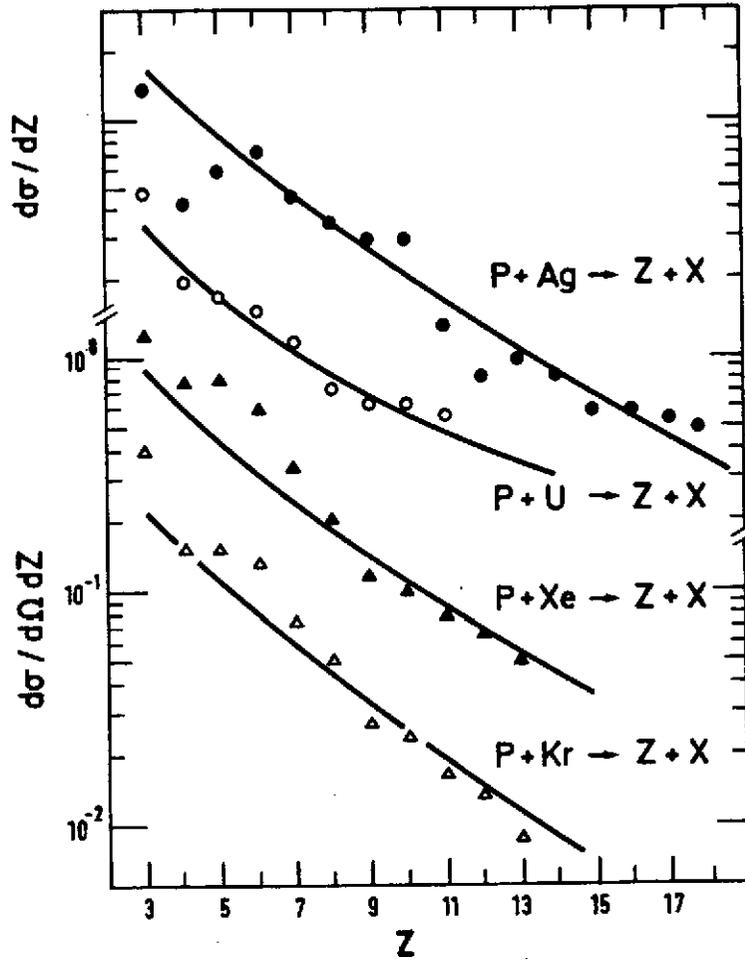


Fig. 1.1 - Comparaison entre les distributions de charges expérimentales et théoriques selon le modèle de J. Aichelin et J. Hufner². Les lignes continues sont calculées à partir de l'équation (1.74). Les données expérimentales pour $p+Ag$ et $p+U$ ³ ont été obtenues à 4,9 GeV, pour $p+Xe$ et $p+Kr$,⁴ les données sont publiées seulement à 34 degrés, pour des énergies allant de 80 à 200 GeV. Les sections efficaces sont en unité arbitraire.

II. TRANSITION DE PHASE. STABILITE DES NOYAUX CHAUDS

Dans cette deuxième partie, nous nous intéressons à la limite de stabilité des noyaux chauds. Nous allons décrire cette limite comme la limite de coexistence de deux phases, l'une liquide, l'autre gazeuse. Au lieu de dériver les propriétés des transitions de phase liquide-gaz dans le cas le plus général, puis de les appliquer au contextenucléaire, nous allons adopter une stratégie inverse: nous allons partir du problème de physique nucléaire qui nous intéresse et dériver au moment opportun les équations de coexistence liquide gaz en montrant pourquoi nous sommes amenés à étudier ce problème. Ayant alors rappelé les propriétés des transitions de phase relevantes à notre cas, nous montrerons quelles en sont les implications en partant d'une équation d'état très simple décrivant la matière nucléaire infinie. Cette façon de procéder nous permettra de bien mettre en évidence la spécificité du problème nucléaire caractérisé par un petit nombre de nucléons, ce qui se traduit par un rapport de l'énergie de surface à l'énergie de volume en $A^{-1/3}$ et par un champ coulombien important.

II.1. LE CONTEXTE EN PHYSIQUE DES IONS LOURDS

Dans les collisions entre ions lourds, on peut s'attendre à ce qu'une fraction importante de la section efficace de réaction soit due à la formation d'un noyau composé. Une détermination expérimentale de cette fraction requiert une sélection des événements qui soit dénuée de toute ambiguïté. Récemment, une telle sélection a été proposée⁵⁻¹⁰ et a conduit à mettre en évidence la formation de noyaux composés à des énergies d'excitation élevées correspondant à des températures de l'ordre de 5 MeV. Cet axe de recherche est très prometteur car il ouvre la possibilité d'étudier la limite de stabilité des noyaux à hautes températures. En plus de son intérêt expérimental, l'étude de cette limite devrait apporter des renseignements précis sur les propriétés de la matière nucléaire chaude qui existe à l'intérieur d'un noyau composé avant qu'il ne se désexcite.

Parmi les principales propriétés de la matière nucléaire, la possibilité de coexistence de deux phases distinctes se retrouve dans la plupart des travaux théorique récent¹¹⁻¹⁶. En particulier, on en obtient une illustration dans le

diagramme des isothermes de la matière nucléaire qui, comme on le verra dans la suite, ont une forme typique de Van der Waals avec deux régions stables correspondant respectivement à une phase dense de type liquide et à une phase plus diluée de type gaz. Lorsque la température augmente, ces isothermes se déforment suivant le scénario classique: la distinction entre les deux phases s'estompe jusqu'à disparaître complètement à la température critique T_c et au-dessus. L'interprétation de cette température critique comme température limite de stabilité du noyau composé ainsi que l'étude de l'émission de fragments de masse intermédiaire au voisinage de T_c ont été étudiées dans diverses publications^{4, 17-21}.

Des calculs microscopiques^{22, 23} que nous présenterons dans la dernière partie ont montré que la description du noyau composé avec les lois de la mécanique statistique rend nécessaire la considération non pas d'un noyau isolé mais d'un noyau en équilibre avec un gaz environnant constitué des particules qu'il évapore. La présence de cette vapeur dans le calcul microscopique reflète très précisément la présence dans la fonction d'onde nucléaire de composantes non liées qui correspondent aux divers canaux de désexcitation ouverts.

Dans le contexte de l'hydrodynamique, l'équilibre entre le noyau et sa vapeur saturante s'interprète comme la coexistence des deux phases de matière nucléaire mentionnées plus haut. La matière à l'intérieur du noyau est dans la phase liquide dense alors que la vapeur externe est dans l'état plus dilué de la phase gazeuse. La diminution de la différence entre ces deux phases avec l'augmentation de la température vers la température critique T_c a pour équivalent en terme nucléaire l'augmentation de la partie non liée du spectre nucléaire, c'est-à-dire du nombre de voies de désexcitation ouvertes. Au-dessus de la température T_c , le système nucléaire ne peut plus exister en temps que système lié.

Nous allons développer un modèle phénoménologique très simple^{24, 25} pour décrire l'équilibre du noyau composé baignant dans sa vapeur saturante. Ce modèle reproduit qualitativement les résultats obtenus dans les calculs microscopiques dont nous parlerons dans la dernière partie. Il a l'avantage de permettre de discuter précisément de l'importance du terme de surface, provenant de l'interface nucléaire, et de la charge du noyau.

Ce modèle est essentiellement un modèle de goutte liquide à température finie très semblable à celui utilisé en astrophysique²⁶⁻²⁸. On simule le noyau par une goutte de matière nucléaire à bords francs, de densité constante et à une température uniforme. La pression à l'intérieur est donnée par l'équation d'état de la phase liquide de la matière nucléaire infinie. Cette goutte est éventuellement uniformément chargée, de même on peut inclure une tension superficielle. A l'extérieur, les conditions aux limites sont engendrées par une vapeur en équilibre avec les particules qui s'évaporent. Cette vapeur est régie par l'équation d'état de la phase gazeuse de la matière nucléaire infinie.

Avant d'introduire l'équation d'état nucléaire, nous allons brièvement rappeler comment décrire un équilibre liquide-gaz à partir des concepts développés dans la première partie du cours mais avec des notations de physique nucléaire.

II.2. EQUATIONS DE COEXISTENCE LIQUIDE-GAZ

Soit une enceinte d'un volume V contenant exactement N nucléons en équilibre thermique à la température T . Supposons que N_n d'entre eux soient condensés en une goutte de matière nucléaire occupant un volume V_n , les $N_v = N - N_n$ nucléons restant constituent la phase vapeur environnante et occupent donc le volume complémentaire $V_v = V - V_n$. On a là un modèle très simple d'un noyau composé décrit par une goutte liquide en équilibre thermique au sein d'une vapeur de nucléons. L'enceinte globale n'a pas d'intérêt physique en soit pour le cas nucléaire; notons cependant que l'on pourrait décrire ainsi l'équilibre liquide-vapeur de l'eau dans une enceinte V .

De la façon dont nous avons posé le problème, on voit que les variables sont le volume, la température et le nombre de nucléons qui est connu exactement. Ce sont les variables de l'ensemble canonique. Il est alors naturel d'écrire l'énergie libre du système comme la somme de deux termes provenant l'un de la phase liquide, l'autre du gaz:

$$F(T, V, N; V_n, N_n) = F_n(T, V_n, N_n) + F_v(T, V - V_n, N - N_n) \quad (\text{II.1})$$

où F_n et F_v sont donc respectivement l'énergie libre du noyau composé et de la vapeur. Dans cette expression, nous n'avons pas distingué explicitement les protons des neutrons, nous verrons dans la suite comment introduire le champ coulombien de façon approchée. Nous avons donc deux variables supplémentaires N_n et V_n à déterminer, ce sont elles qui caractérisent dans l'enceinte la répartition des nucléons entre les deux phases. En l'absence d'informations supplémentaires sur le système, il nous faut minimiser l'énergie libre par rapport au volume V_n et au nombre de nucléons N_n de la goutte liquide. Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, cette minimisation de F est l'équivalent de la maximisation de l'entropie dans l'ensemble canonique. Dans la pratique, nous écrivons seulement que l'énergie libre est stationnaire, sans vérifier s'il s'agit d'un extremum. On obtient ainsi les équations standards de coexistence.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial V_n} = 0 &\implies P_n = - \frac{\partial F_n}{\partial V_n} = - \frac{\partial F_v}{\partial V_n} = P_v, \\ \frac{\partial F}{\partial N_n} = 0 &\implies \mu_n = \frac{\partial F_n}{\partial N_n} = \frac{\partial F_v}{\partial N_n} = \mu_v. \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Ces équations déterminent le volume d'équilibre et le nombre correspondant de nucléons du noyau composé à une température donnée T pour un nombre total de nucléons N donné dans un volume total V donné. Leur interprétation physique est immédiate. La première exprime l'équilibre des pressions à l'interface liquide-gaz: si l'on visualise cette interface comme une membrane, on voit bien qu'un gradient quelconque de pression romprait l'équilibre et amènerait un déplacement de la membrane. La seconde équation demande l'équilibre des potentiels chimiques. Si l'on écrit la différence d'énergie libre entre un système à $N+1$ et à N nucléons, on voit qu'au premier ordre, le potentiel chimique est l'opposé de

l'énergie de séparation d'un nucléon calculée à température non nulle à partir de l'énergie libre. L'équilibre des potentiels chimiques signifie donc que cela demande autant d'énergie de faire migrer un nucléon de la phase liquide vers la phase gazeuse que l'inverse. Ces deux conditions intuitivement raisonnables trouvent donc leur fondement dans le principe de maximisation de l'entropie.

Dans l'immédiat nous n'incluerons ni terme de surface ni terme coulombien et nous supposons que l'énergie libre pour chacune des phases est proportionnelle au volume. Cela revient à supposer des phases homogènes que l'on peut décrire comme des volumes de matière nucléaire uniforme sans interaction de surface à la frontière entre les deux phases. L'énergie libre peut alors s'écrire pour la phase noyau

$$F_{on}(T, V_n, N_n) = V_n f_{on}(T, \rho_n) \quad , \quad (II.3)$$

où f_{on} est l'énergie libre par unité de volume de la phase liquide à la densité $\rho_n = N_n/V_n$. Nous avons rajouté un indice "o" pour signifier l'absence de tension superficielle et de charge. L'expression du potentiel chimique devient:

$$\mu_{on} = \frac{\partial F_{on}}{\partial N_n} = V_n \frac{\partial f_{on}}{\partial \rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial N_n} = \frac{\partial f_{on}}{\partial \rho_n} \quad , \quad (II.4)$$

tandis que celle de la pression s'écrit:

$$P_{on} = - \frac{\partial F_{on}}{\partial V_n} = - f_{on} - V_n \frac{\partial f_{on}}{\partial \rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial V_n} = \rho_n \mu_{on} - f_{on} \quad , \quad (II.5)$$

ou encore:

$$P_{on} = - \frac{F_{on} - \mu_{on} N_n}{V_n} \quad , \quad (II.6)$$

ce qui est bien l'opposé du grand potentiel par unité de volume, expression que nous avons déjà obtenue pour un milieu homogène (I.64).

Remarquons que dans le cas d'un milieu homogène, la pression et le potentiel chimique ne dépendent que de la température et de la densité du milieu. Si l'on dérive la pression par rapport à la densité, on obtient:

$$\frac{\partial P_{on}}{\partial \rho_n} = \mu_{on} + \rho_n \frac{\partial \mu_{on}}{\partial \rho_n} - \frac{\partial f_{on}}{\partial \rho_n} \quad , \quad (II.7)$$

Ce qui donne, compte tenu de (II.4):

$$\frac{\partial P_{on}}{\partial \rho_n} = \rho_n \frac{\partial \mu_{on}}{\partial \rho_n} \quad . \quad (II.8)$$

Cette relation est une version simplifiée de la relation de Gibbs Duhem (cf. (I.65) et (I.66)) pour un milieu homogène à température constante.

Si l'on suppose de même que la phase gazeuse est homogène, on aura de même $F_{ov} = V f_{ov}$. Les relations (II.4) pour le potentiel chimique μ_{ov} et (II.5) pour

la pression P_{ov} sont aussi valables et les équations de coexistence s'écriront donc:

$$P_{on} = -(f_{on} - \rho_n \mu_{on}) = -(f_{ov} - \rho_v \mu_{ov}) = P_{ov} \quad , \quad (II.9)$$

$$\mu_{on} = \frac{\partial f_{on}}{\partial \rho_n} = \frac{\partial f_{ov}}{\partial \rho_v} = \mu_{ov} \quad .$$

II.3. EQUATION D'ÉTAT - DIAGRAMME DE PHASE

Pour résoudre les équations de coexistence, il nous faut une équation d'état. Au lieu de prendre d'emblée une équation d'état dérivée des forces nucléaires, nous allons choisir une variante simplifiée de l'équation de Van der Waals qui présente suffisamment de similitude avec une équation d'état nucléaire pour être tout-à-fait relevante.

L'équation de Van der Waals s'écrit:

$$P = \frac{kT\rho}{(1-b\rho)} - a\rho^2 \quad . \quad (II.10)$$

Elle reproduit bien les isothermes des liquides et des gaz. Les termes en $b\rho$ et $a\rho^2$ mesurent les déviations par rapport aux gaz parfaits où $P = kT\rho$ (soit $PV \propto NkT$). Le terme en $-a\rho^2$ provient d'une interaction faible, attractive et à longue portée, tandis que le terme $-b\rho$ est en quelque sorte une mesure du volume exclu lié à la taille finie des molécules (ou au cœur dur des nucléons), ce qui empêche de comprimer le système au-delà d'une densité minimum $\rho_{min} \sim 1/b$.

L'expression (II.10) n'est pas directement utilisable: en physique nucléaire les forces à deux corps attractives sont telles que le terme en $-a\rho^2$ est trop important et à des densités élevées mais raisonnables du point de vue nucléaire, la pression deviendrait négative. Pour éviter cet inconvénient, on peut introduire un terme répulsif d'ordre supérieur en ρ^3 :

$$P = kT\rho - a\rho^2 + \frac{c\rho^3(2-b\rho)}{(1-b\rho)^2} \quad . \quad (II.11)$$

Le terme en $c\rho^3$, corrigé des effets de cœur dur ($b \neq 0$) simule l'effet répulsif de forces à trois qui deviennent importantes à haute densité et empêchent le système de s'effondrer sur lui-même. Le potentiel chimique peut s'obtenir à partir de la pression grâce à la relation de Gibbs Duhem (II.8) mais à une constante près dépendante de la température. (On en trouvera dans la réf.29 une dérivation complète). Pour montrer l'allure générale des isothermes nous avons encore simplifié l'expression (II.10) en négligeant les effets dus au cœur dur ($b=0$): la dépendance en densité introduite par le terme en $c\rho^3$ est de loin la plus significative. Ceci conduit à l'équation d'état approchée:

$$P = kT\rho - a\rho^2 + 2c\rho^3 \quad , \quad (II.12)$$

le potentiel chimique s'écrit:

$$\mu = kT \text{Log}(\rho) - 2a\rho + 3c\rho^2 + \mu_0(T) \quad , \quad (\text{II.13})$$

avec (voir ref.29):

$$\mu_0(T) = \frac{3}{2} kT \text{Log} \frac{\lambda}{kT} \quad . \quad (\text{II.14})$$

La figure II.1 montre le réseau d'isothermes que l'on obtient pour différentes valeurs de la température. Le choix des paramètres a, c et λ dans (II.12), (II.13) et (II.14) est arbitraire, les unités n'ont donc aucune signification quantitative, seul l'aspect qualitatif est à considérer.

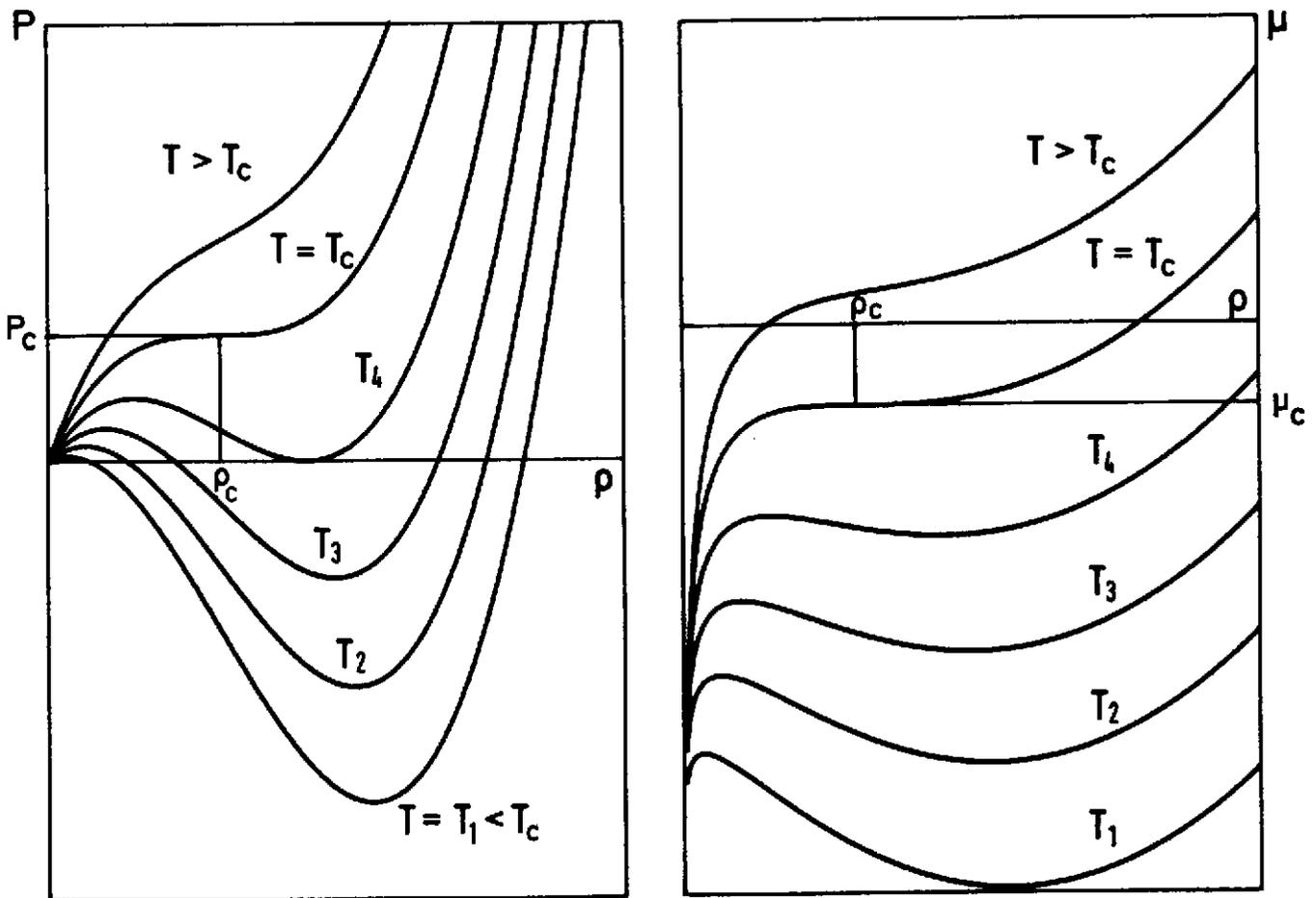


Fig. II.1 - Isothermes $P(\rho)$ et $\mu(\rho)$ calculées à partir de l'équation d'état (II.12) pour différentes températures ($T_1 < T_2 < \dots$).

On observe sur la figure l'évolution des isothermes lorsque la température augmente. Elles ont une forme similaire à celles de Van der Waals. En-dessous de la température T_c , chaque isotherme présente deux régions stables où la dérivée de la pression par rapport à la densité est positive. La vapeur correspond à la région de basse densité, à gauche du maximum, le liquide à la région de haute densité, à droite du minimum. Les maximums et minimums entre la pression et le potentiel chimique se correspondent: à cause de la relation (II.8), les dérivées

de P et de μ par rapport à ρ s'annulent en même temps.

Les deux régions physiques stables, liquide et vapeur, sont séparées par une région non physique où la dérivée $\partial P/\partial \rho$ est négative. En effet, soit un système préparé à une densité intermédiaire située entre les extremums d'une isotherme donnée $P(\rho)$. Si l'on augmente légèrement le volume à nombre de particules constant dans l'enceinte, la densité diminue et la pression augmente tendant ainsi à augmenter encore le volume, au contraire, une diminution de volume, équivalente à une augmentation de densité, entraîne une diminution de la pression et le système tend à se diluer de plus en plus. Dans les deux cas, à un petit déplacement le système ne développe aucune force de rappel et est instable.

Les régions liquides et gazeuses de ces isothermes pour $T < T_c$ donnent les équations d'états $P_{on}(\rho_n)$ et $P_{ov}(\rho_v)$ dans les équations de coexistence (II.9). Enfin, à la température critique T_c la distinction entre les deux phases disparaît et au-delà de T_c le système n'existe plus que dans une seule phase.

Une autre façon de visualiser les isothermes $P(\rho)$ et $\mu(\rho)$ consiste à les tracer dans le plan (P, μ) , les équations (II.12) et (II.13) étant considérées comme une représentation paramétrique de ces isothermes en fonction de ρ . La figure II.2 montre une telle représentation des isothermes calculées aux mêmes températures que sur la figure II.1.

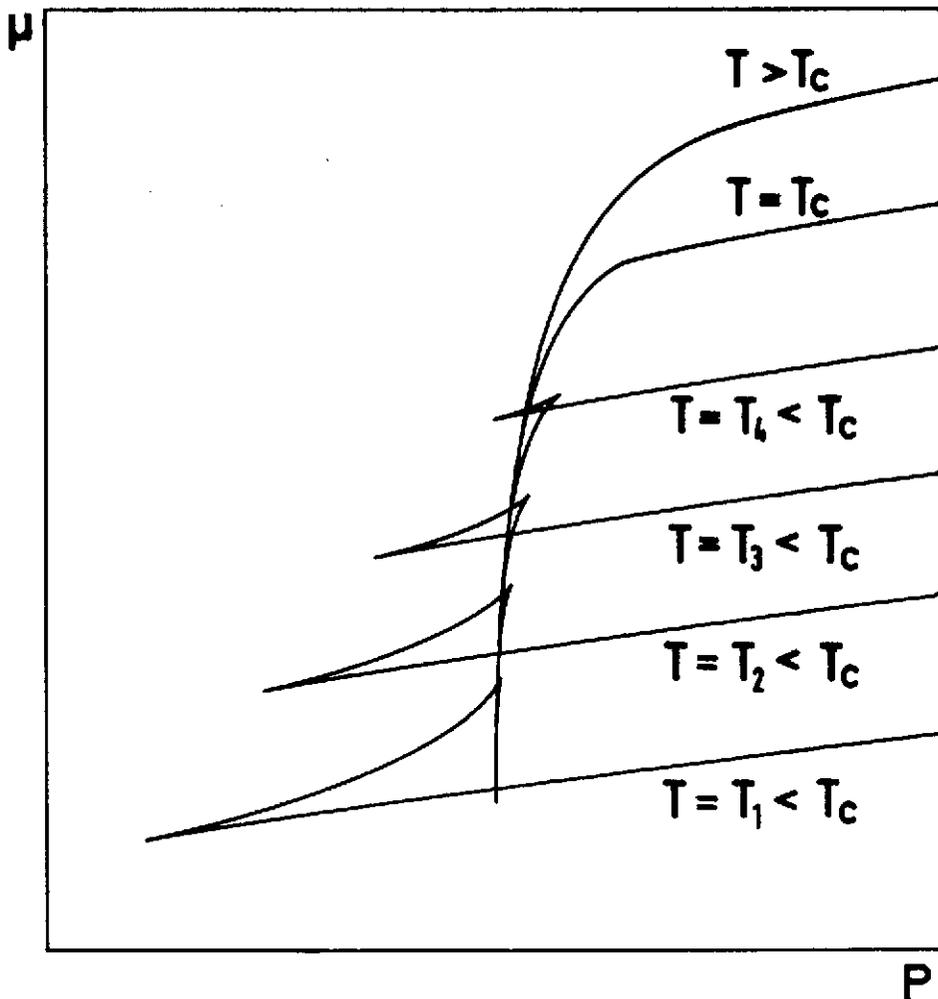


Fig. II.2 - Isothermes tracées dans le plan (P, μ) pour l'équation d'état (II.12) et (II.13) aux mêmes températures que la figure II.1.

En-dessous de la température critique, ces isothermes présentent une forme typique en "queue d'aronde" avec deux points de rebroussement correspondant aux maximums et aux minimums de $P(\rho)$ et $\mu(\rho)$ comme fonction de ρ . La phase gazeuse correspond à la branche ascendante proche de la verticale, la région non physique est située entre les deux points de rebroussement et la phase liquide est représentée par la troisième branche oblique. Cette représentation a l'avantage de fournir immédiatement une solution graphique aux équations de coexistence comme nous allons le voir dans la section suivante.

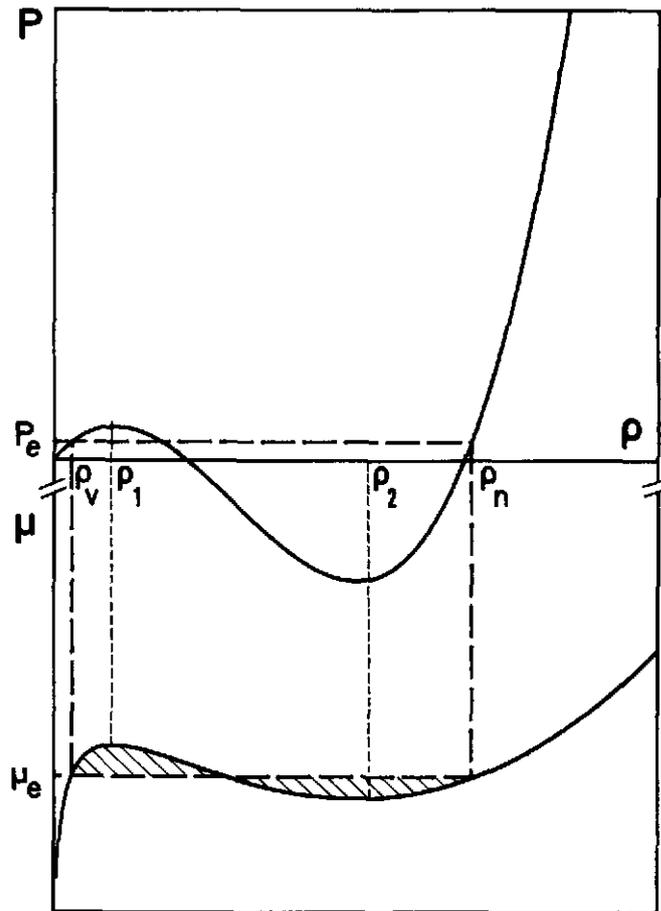


Fig. II.3 - Isotherme de l'équation d'état (11.12) pour la température $T=T_3$ de la figure 11.1. La solution des équations de coexistence est indiquée en tiret.

II.4. SOLUTIONS DES EQUATIONS DE COEXISTENCE - CONSTRUCTION DE MAXWELL

Pour illustrer la façon de résoudre les équations de coexistence nous avons redessiné sur la figure II.3 l'une des isothermes de la figure II.1 pour une température inférieure à la température critique ($T = T_3 < T_c$). La phase liquide, $P_{on}(\rho_n)$ et $\mu_{on}(\rho_n)$ correspond donc aux densités $\rho_n > \rho_2$ (minimum de P et de μ) tandis que la phase gazeuse, $P_{ov}(\rho_v)$ et $\mu_{ov}(\rho_v)$, correspond comme on l'a vu, aux densités $\rho_v < \rho_1$ (maximum de P et de μ). On doit donc avoir:

$$\begin{aligned}
 P_{ov}(\rho_v) &= P_{on}(\rho_n) \quad , \\
 \mu_{ov}(\rho_v) &= \mu_{on}(\rho_n) \quad .
 \end{aligned}
 \tag{11.15}$$

On obtient la solution numérique de ces équations par un processus itératif adéquat, ce qui donne, en sus des deux densités ρ_v et ρ_n , la pression P_e et le potentiel chimique μ_e d'équilibre. Cette solution est reportée sur les figures II.3 et II.4 pour l'isotherme qui y est dessinée. Lorsque cette isotherme est tracée dans le plan (P, μ) , on obtient le point (P_e, μ_e) de coexistence des deux phases liquide et gazeuse à l'intersection des deux branches de l'isotherme. Les densités ρ_n et ρ_v sont alors solutions de l'une ou l'autre des équations:

$$\begin{aligned}
 P_e &= P_{on}(\rho_n) = P_{ov}(\rho_v) \quad , \\
 \mu_e &= \mu_{on}(\rho_n) = \mu_{ov}(\rho_v) \quad .
 \end{aligned}$$

Sur la figure II.4 où l'isotherme est dessinée dans le plan (P, μ) , on a reporté la pression P_e et le potentiel chimique μ_e d'équilibre.

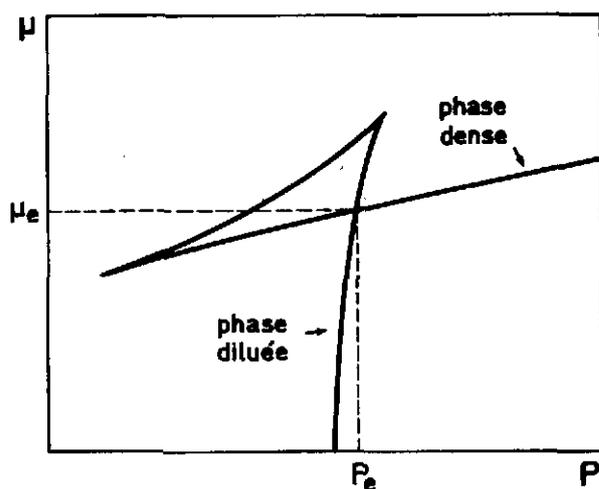


Fig. II.4 - Même isotherme que pour la figure II.3 dans le plan (P, μ) .

Traditionnellement en thermodynamique on représente plutôt la pression et le potentiel chimique en fonction de la variable volume à nombre de nucléons constant soit en fonction de $1/\rho$. Nous avons redessiné sur la figure II.5 l'isotherme qui nous a servi d'exemple en fonction du volume en fixant arbitrairement le nombre de nucléons. Les régions correspondant aux phases liquide et gazeuse sont échangées: la phase liquide est à gauche du minimum (petit volume, $V < V_2$), la phase gazeuse est à droite du maximum de l'isotherme (grand volume, $V > V_1$). La ligne horizontale qui rejoint les points de coexistence liquide-gaz (noté L et G sur la figure) s'appelle le palier de vaporisation.

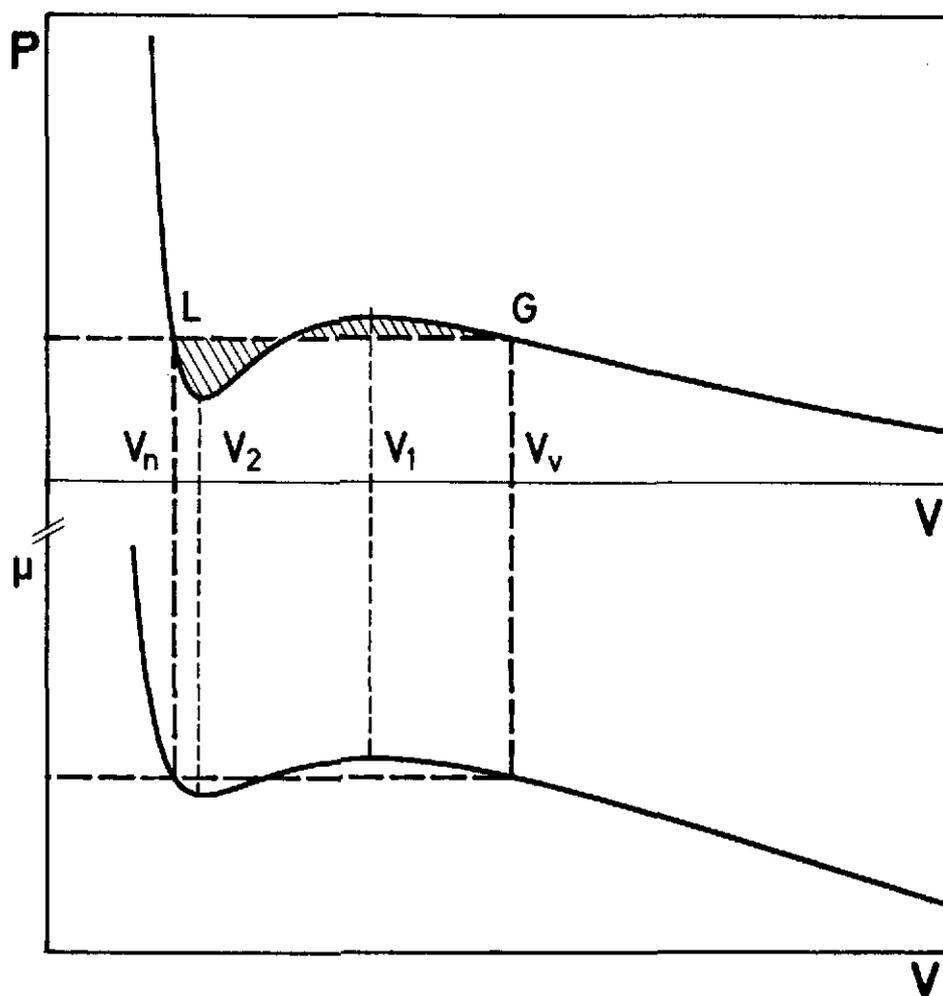


Fig. II.5 - Isotherme des figures 11.3 et 11.4 dessinée dans la variable volume V .

Calculons l'aire comprise sous la courbe $P(V)$ entre L et G :

$$\int_{V_n}^{V_v} P dV = [PV]_{V_n}^{V_v} - \int_{V_n}^{V_v} V dP \quad . \quad (\text{II.16})$$

Nous avons fait une intégration par partie pour calculer (II.16). Le terme tout intégré donne $P_e(V_v - V_n)$, c'est-à-dire l'aire du rectangle LGV_nV_v . En utilisant la relation de Gibbs-Duhem à T constant: $VdP = Nd\mu$ (cf (I.65)) on peut intégrer le deuxième terme:

$$\int_{V_n}^{V_v} V dP = N \int_{V_n}^{V_v} d\mu = N[\mu]_{V_n}^{V_v} = 0 \quad .$$

Et donc l'aire sous la courbe $P(V)$ entre L et G et l'aire du rectangle LGV_nV_v sont égales ce qui conduit, par différence, à l'égalité des aires hachurées. La démonstration de cette égalité que nous venons de faire s'appuie sur les développements microscopiques que nous avons fait dans la première partie à travers la relation de Gibbs-Duhem. Cette égalité des aires est connue sous le nom de règle de Maxwell: elle détermine la position du palier de vaporisation lorsque l'isotherme fournie par la théorie présente un minimum et un maximum.

On donne habituellement en thermodynamique l'argument suivant pour

justifier la construction de Maxwell: dans la transformation isotherme en circuit fermé de L vers G le long de l'isotherme puis de G vers L (cf. fig.II.5) le long du palier, le travail reçu, égal à l'aire enfermée, doit être nul en vertu du second principe, et donc la somme algébrique des aires hachurées doit être nulle. Cet argument n'est guère satisfaisant car la transformation invoquée fait décrire au système une région non physique de l'isotherme. Si les régions situées l'une, entre le point L et le minimum, l'autre, entre le maximum et le point G et correspondant toutes deux aux branches descendantes de l'isotherme parcourue lors de la transformation, peuvent être associées à des minimums relatifs de l'énergie libre et décrire des états métastables hors d'équilibre (vapeurs sursaturantes ou liquides surchauffés), la partie ascendante n'est associée à aucun minimum relatif de F et n'a aucun sens physique.

Revenant à la figure II.3 qui donne une isotherme en fonction de p , un raisonnement en tout point semblable à celui qui nous a permis de justifier la construction de Maxwell entraîne pour le potentiel chimique l'égalité des aires hachurées. En effet l'aire sous l'isotherme $\mu(p)$ entre p_v et p_e vaut:

$$\int_{p_v}^{p_e} \mu dp = [\mu p]_{p_v}^{p_e} - \int_{p_v}^{p_e} p \frac{\partial \mu}{\partial p} dp \quad (II.17)$$

Le terme entre crochet est égal à l'aire du rectangle sous le palier de vaporisation: $\mu_e(p_e - p_v)$ et le dernier terme peut s'intégrer en utilisant la relation de Gibbs-Duhem sous la forme (II.8):

$$\int_{p_v}^{p_e} p \frac{\partial \mu}{\partial p} dp = \int_{p_v}^{p_e} \frac{\partial P}{\partial p} dp = [P]_{p_v}^{p_e} = 0 \quad (II.18)$$

Ce qui achève de démontrer le résultat annoncé. On a là pour les potentiels chimiques une règle analogue à la règle de Maxwell pour les pressions.

En physique nucléaire on trace en général les isothermes en fonction de la densité plutôt que du volume, la densité étant plus adéquate pour l'étude des noyaux que le volume qui reste plus mal déterminé. Remarquons enfin qu'en l'absence de tension superficielle, nous ne pouvons rien dire sur la forme de l'interface. La tension superficielle peut déterminer la taille des gouttes de liquide dans la vapeur, ou de bulles de vapeur dans le liquide. La séparation des phases peut aussi être réalisée par un champ extérieur comme la gravitation dans l'équilibre liquide-vapeur saturante de l'eau.

II.5. EQUATION D'ETAT NUCLEAIRE - TENSION SUPERFICIELLE - INTERACTION COULOMBIENNE

On peut obtenir une équation d'état nucléaire directement à partir d'une force effective de type Skyrme par exemple. Ce travail a été fait et conduit à des expressions compliquées et assez lourdes à manipuler. Le choix que nous avons fait dans la suite a été guidé par le souci d'avoir à la fois des résultats qualitativement correctes et suffisamment simples pour pouvoir mettre en évidence

les principaux effets: le but recherché est avant tout de montrer la dépendance de la stabilité d'un noyau par rapport à l'équation d'état et aussi d'introduire le plus simplement possible la tension superficielle et le champ coulombien.

Dans la réf. 14, une équation d'état relativement simple a été suggérée, elle peut se mettre sous la forme:

$$P_0(T, \rho) = T\rho - a_0'(T)\rho^2 + a_3(1+\sigma)\rho^{2+\sigma} \quad , \quad (\text{II.19})$$

où

$$a_0'(T) = a_0 - \frac{1}{2^{5/2}g} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m} \right)^{3/2} T^{-1/2} \quad . \quad (\text{II.20})$$

Dans cette dernière expression, m est la masse du nucléon et $g=4$ la dégénérescence en spin et en isospin. Le paramètre σ contrôle la rigidité de l'équation d'état et est relié, ainsi que les constantes a_0 et a_3 , aux propriétés de l'état fondamental de la matière nucléaire¹⁴ par:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{(K-9E_B-E_K)}{(9E_B+3E_K)} \quad , \\ a_0 &= \frac{(1+\sigma)E_B+(\sigma+1/3)E_K}{\rho_0\sigma} \quad , \\ a_3 &= \frac{(E_B+E_K/3)}{\sigma\rho_0^{1+\sigma}} \quad , \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

où E_B et E_K sont les énergies de liaison et cinétiques par particule de la matière nucléaire, ρ_0 est la densité de saturation et K est le module d'incompressibilité du fondamental:

$$K = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 E}{\partial \rho^2} \right|_{\rho_0} \quad .$$

Cette expression (II.19) de l'équation d'état avec les définitions des coefficients ci-dessus est une approximation de basse densité mais à haute température obtenue à partir de celle qu'on peut dériver dans le cadre de l'approximation Hartree-Fock en utilisant une interaction particulière de type Skyrme. Elle peut être améliorée en ajoutant des termes de puissance supérieure en ρ et en incluant la dépendance en densité de la masse effective¹⁴. Toutefois, un inconvénient sérieux est l'absence complète d'effets liés au spin-orbite associé à l'énergie de symétrie. Néanmoins, à cause de sa simplicité et de la qualité de ses résultats, elle est tout-à-fait suffisante pour le but recherché.

Sauf indication contraire, les paramètres utilisés dans les calculs sont définis par:

$$\begin{aligned} E_B &= 16 \text{ MeV} & \rho_0 &= 0,17 \text{ Fm}^{-3} \quad , \\ E_K &= 24 \text{ MeV} & K &= 222 \text{ MeV} \quad . \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Par suite:

$$\sigma = \frac{1}{4} \quad a_0 = 800 \text{ Fm}^{-6} \quad a_3 = 879,448 \text{ Fm}^{-27/4} . \quad (\text{II.23})$$

Les isothermes calculées avec ces valeurs des paramètres et l'équation d'état (II.19) sont données sur la figure II.6. Elles ont des formes de Van der Waals avec un point critique à $T_c = 17,22 \text{ MeV}$ pour $\rho_c = 0,057 \text{ Fm}^{-3}$ et $P_c = 0,27 \text{ MeV Fm}^{-3}$. En-dessous de la température critique, les isothermes ont deux régions stables, où la dérivée de la pression par rapport à ρ est positive; la vapeur correspond à la région de basse densité et le liquide à la région de haute densité. Ces deux phases sont séparées par la région non physique où la dérivée $\partial P/\partial \rho$ est négative. Comme on l'a déjà discuté, les régions liquides et gazeuses de ces isothermes donnent les équations d'état respectives pour les pressions $P_{on}(T, \rho_n)$ et $P_{ov}(T, \rho_v)$ dans les équations de coexistence (II.15).

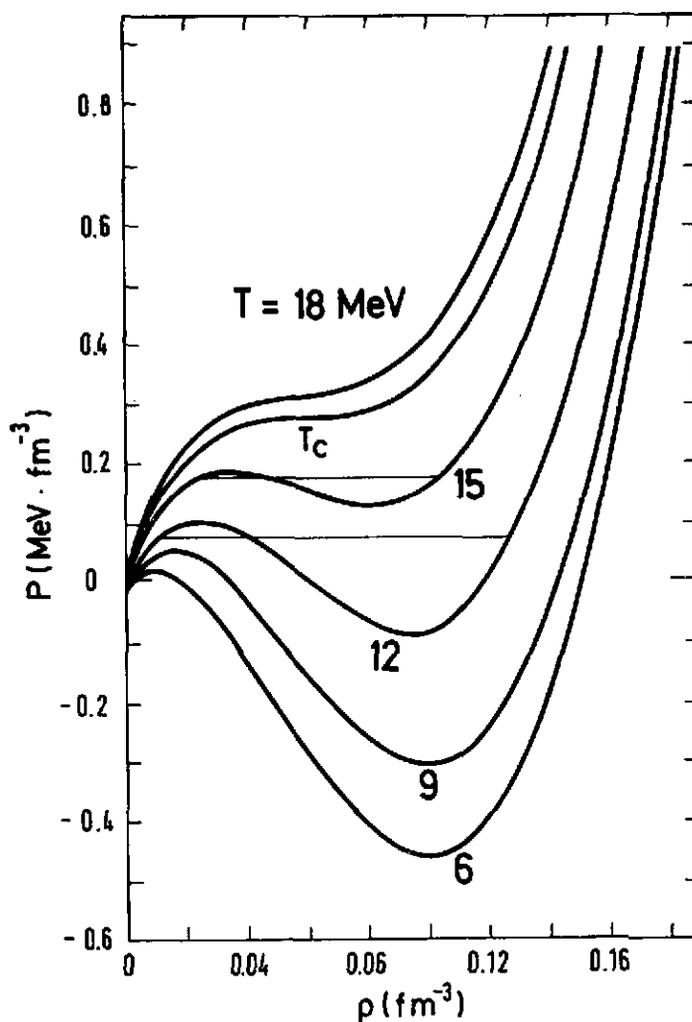


Fig. II.6 - Isothermes des pressions calculées avec l'équation d'état (II.19) et les paramètres (II.23). Les lignes horizontales pour $T=12$ et 15 MeV indiquent les pressions de coexistence entre les phases liquides et gazeuses en l'absence de tension superficielle et de champ coulombien.

C'est la similitude entre l'expression (II.19) de l'équation d'état

nucléaire (à la dépendance en température près du terme $a_0'(T)$) pour $\sigma = 1$ et l'équation de Van der Waals simplifiée - et modifiée - (II.12) qui a conduit à l'étude de la possibilité d'une transition de phase liquide-gaz dans la matière nucléaire. D'ailleurs la valeur $\sigma = 1$ qui conduit du terme en ρ^3 dans $P(\rho)$ correspond au choix traditionnel des forces de Skyrme avec un terme dépendant des densités en $t_3\rho^3$ dans l'interaction à deux corps. Les valeurs inférieures de σ ($\sigma = 1/4$ à $1/6$) sont nécessaires pour abaisser le module d'incompressibilité de $K \approx 380$ MeV à $K \approx 220$ MeV. Cette similitude est frappante si l'on compare les isothermes $P(\rho)$ correspondant à l'équation (II.12) pour des gaz réels (fig. II.1) et les isothermes obtenues pour la matière nucléaire infinie (fig. II.6).

Il faut aussi déterminer les potentiels chimiques correspondants μ_{on} et μ_{ov} . Comme on l'a vu, ils s'obtiennent à une constante près à partir de la relation de Gibbs-Duhem (II.8):

$$\tilde{\mu}(T, \rho) = \mu(T, \rho) - \mu_0(T) = T \ln \rho - 2a_0'(T)\rho + a_3(2+\sigma)\rho^{1+\sigma} \quad (\text{II.24})$$

où $\mu_0(T)$ est une fonction arbitraire de T .

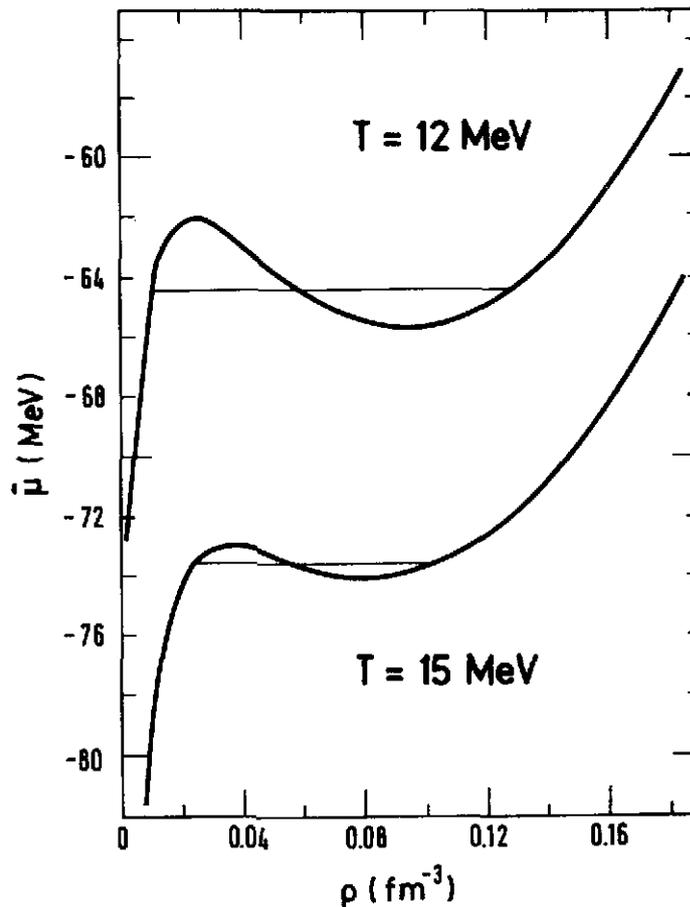


Fig. II.7 - Isothermes du potentiel chimique en fonction de la densité. Le calcul est fait à partir de l'expression (II.24). Les courbes horizontales sont les paliers de coexistence des phases liquide-gaz pour les températures considérées. Comme pour la figure II.6, ni la tension superficielle, ni le champ coulombien ne sont inclus.

Puisque dans l'équation de coexistence (II.15) intervient seulement l'égalité des potentiels chimiques, $\mu_0(T)$ va s'éliminer et sa détermination précise est donc sans objet. Les courbes en trait plein de la figure II.7 montrent des exemples de potentiels chimiques calculés pour différentes températures avec l'équation (II.24). A cause de la relation de Gibbs-Duhem, les minimums et les maximums de ces courbes correspondent à ceux des isothermes $P(\rho)$ de la figure II.6. Comme pour la pression, les parties gaz et liquide des isothermes $\mu(\rho)$, c'est-à-dire les régions à basse (avant le maximum) et à haute densité (après le minimum) fournissent les potentiels chimiques $\mu_{0v}(T, \rho_v)$ et $\mu_{0n}(T, \rho_n)$ à reporter dans l'équation de coexistence (II.15).

II.6 - TENSION SUPERFICIELLE - INTERACTION COULOMBIENNE

Pour introduire les effets de surface et l'interaction coulombienne dans les équations de coexistence, il nous faut revenir à l'expression de l'énergie libre dont elles dérivent. Considérant le noyau comme une goutte uniformément chargée, nous pouvons écrire son énergie libre non plus seulement comme un terme de volume mais comme une somme à trois termes: volume, surface et coulomb. Dans l'énergie libre totale (II.1), la contribution du noyau devient donc:

$$F_n(T, V_n, N_n) = F_{0n}(T, V_n, N_n) + F_{surf}(T, S_n) + F_{coul}(V_n) \quad . \quad (II.25)$$

L'énergie de volume a déjà été étudiée en détail dans la section précédente. Les termes de surface et de coulomb s'écrivent:

$$F_{surf}(T, S_n) = \alpha(T) S_n = \alpha(T) 4\pi R_n^2 \quad , \quad (II.26)$$

$$F_{coul}(V_n) = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_n} \quad . \quad (II.27)$$

Ces expressions sont appropriées pour une sphère uniformément chargée de surface S_n , de rayon R_n , de charge Z ayant une tension superficielle $\alpha(T)$ dépendant de la température. La forme explicite de $\alpha(T)$, qui reste à choisir, a, avec l'équation d'état $P_{0n}(T, \rho_n)$, un rôle déterminant sur le comportement des noyaux à hautes températures. L'expression (II.27) du terme coulombien est indépendante de la température, de ce fait elle implique un certain nombre d'hypothèses simplificatrices (voir ref. 26) qui ne doivent pas modifier radicalement notre discussion.

Comme nous ne cherchons qu'à montrer qualitativement l'origine de l'instabilité des noyaux, nous n'avons pas introduit explicitement les protons et les neutrons, ce qui nous aurait conduit à introduire deux potentiels chimiques avec comme conséquence des équations de coexistence à la structure plus complexe. Aussi la charge Z du noyau sera définie par $Z = xA$ où x est un paramètre fixé externe à déterminer dans chaque cas suivant le noyau considéré.

En revenant à la forme première (II.2) des équations de coexistence, on

voit que les termes rajoutés à F_{on} dans (II.25) vont modifier les équations que l'on peut maintenant réécrire:

$$P_{on}(T, \rho_n) + \delta P_n(T, \rho_n, A) = P_{ov}(T, \rho_v) \quad , \quad (II.28a)$$

$$\mu_{on}(T, \rho_n) + \delta \mu_n(T, \rho_n, A) = \mu_{ov}(T, \rho_v) \quad , \quad (II.28b)$$

où P_{on} , P_{ov} , μ_{on} et μ_{ov} sont les pressions et potentiels chimiques du liquide et de la vapeur. Les termes supplémentaires sont:

$$\delta P_n = P_{coul} + P_{surf} = \left(\frac{4\pi \rho_n}{3A} \right)^{1/3} \left[\frac{Z^2 e^2}{5A} \rho_n - 2\alpha(T) \right] \quad , \quad (II.29a)$$

$$\delta \mu_n = \mu_{coul} = \left(\frac{4\pi \rho_n}{3A} \right)^{1/3} \frac{6xZe^2}{5} \quad . \quad (II.29b)$$

où l'on a utilisé le fait que $x = Z/A$ fixe la fraction de nucléons chargés. L'interprétation physique de ces termes supplémentaires est immédiate. La répulsion coulombienne induit un terme supplémentaire positif dans la pression tandis que la tension superficielle au contraire réduit la pression interne. En terme imagé la pression nécessaire pour maintenir le noyau composé est le résultat d'un compromis entre la tension superficielle qui aide à maintenir le noyau et la répulsion coulombienne qu'il faut contrebalancer. De plus le terme coulombien induit une modification du potentiel chimique proportionnelle à la fraction x de protons à l'intérieur du noyau.

Il nous faut maintenant définir la tension superficielle $\alpha(T)$. Une étude détaillée en a été présentée dans la réf. 27, dans les calculs que nous allons présenter une forme plus simple est utilisée³⁰:

$$\alpha(T) = \alpha_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{T}{T_c} \right) \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad , \quad (II.30)$$

où T_c est la température critique. La tension superficielle à température nulle vaut:

$$\alpha_0 = 18 \text{ MeV}/4\pi r_0^2 = 1,14 \text{ MeV Fm}^{-2} \quad , \quad (II.31)$$

c'est la valeur des formules de masse semi-empiriques avec $r_0 = 1,12$ Fm. Pour comparaison nous avons aussi utilisé l'expression:

$$\alpha(T) = \alpha_0 \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^2 \quad . \quad (II.32)$$

qui a été introduite dans la réf. 11. Les deux expressions (II.30) et (II.32) s'annulent à la température critique mais approchent cette limite de façon différente. A basse température l'expression (II.30) est quadratique en T ce qui est plus satisfaisant que l'expression (II.32) qui est linéaire en T .

En principe l'équation d'état et la tension superficielle devraient être déterminées à partir du même hamiltonien microscopique et devraient donc être

reliées. Nous n'avons pas cette relation et nous les varierons indépendamment quoique la température critique T_c figurant dans la tension superficielle soit celle déterminée par l'équation d'état.

II.7 - EQUILIBRE EN L'ABSENCE DE CHAMP COULOMBIEN

Lorsque la tension superficielle est incluse, mais sans terme coulombien, le problème est alors celui d'une goutte de matière nucléaire non chargée baignant dans la vapeur environnante. Dans ce cas, l'équation (II.28b) de coexistence pour les potentiels chimiques reste inchangée ($\delta\mu_n=0$) tandis que dans l'équation d'égalité des pressions (II.28a) le terme δP_n est rajouté:

$$\delta P_n = -2\alpha(T) \left(\frac{4\pi \rho_n}{3A} \right)^{1/3} = -2\alpha(T) \frac{1}{R_n} .$$

Ce terme est l'expression usuelle de la différence de pression à travers une interface sphérique: la pression interne est supérieure à la pression externe, la différence étant contrebalancée par la tension superficielle. Cette différence dépend du rayon R_n de la goutte et donc du nombre de nucléons A . Les équations de coexistence auront une solution qui va dépendre du noyau considéré. C'est la première dépendance explicite en A qui apparaît dans l'équilibre noyau-vapeur. Cette dépendance sera encore plus accusée lorsque nous introduirons le terme coulombien.

Restant pour l'instant au cas non chargé, on voit que la solution des équations (II.28) donne des expressions pour les pressions P_{on} et P_{ov} de volume et pour les potentiels chimiques associés $\mu_{on} = \mu_{ov}$ qui sont fonction et de la température, et de A . Pour apprécier les modifications introduites par la tension superficielle à l'équilibre en volume discuté plus haut, il est plus facile de représenter les nouvelles valeurs sur les isothermes dessinées en l'absence de terme de surface. La figure II.8 donne un exemple illustratif pour le noyau non chargé ^{109}Ag avec le coefficient $\alpha(T)$ de surface donné par l'expression (II.30). Pour les températures $T = 12 \text{ MeV}$ et $T = 15 \text{ MeV}$, les lignes en tirets joignent les points de coexistence. Comme les pressions internes de la phase liquide sont modifiées par le terme δP_n et ne sont plus égales aux pressions de la vapeur, ces lignes n'ont plus de raisons d'être horizontales.

La pression interne totale, corrigée du terme de surface: $P_{on} + \delta P_n(T, \rho, A)$ a été dessinée sur la figure II.8 pour l'isotherme $T = 12 \text{ MeV}$ pour le noyau ^{109}Ag (non chargé). L'équilibre demande l'égalité de cette pression et de la pression de vapeur P_{ov} . La ligne verticale aide à voir cette égalité: la pression à laquelle elle coupe l'isotherme en pointillé ($P + \delta P$ à $T = 12 \text{ MeV}$) est égale à la pression de vapeur figurée par le point noir sur la partie gauche stable de l'isotherme $T = 12 \text{ MeV}$ pour la vapeur.

Comme l'équation (II.28b) pour les potentiels chimiques n'est pas explicitement modifiée pour des noyaux non chargés, les points de coexistence sont

toujours aux extrémités d'une ligne horizontale qui ne sont cependant plus celles obtenues pour l'équilibre en volume sans terme de surface: c'est la conséquence implicite sur cette équation de la modification de l'égalité des pressions par δP_n . La modification principale due au terme de surface est dans le changement des isothermes de la phase liquide. Cette modification disparaît à la température critique quel que soit A. En-dessous de la température critique, on peut observer que la tension superficielle déplace l'équilibre vers un équilibre avec un potentiel chimique moins profond, une phase gazeuse moins dense et une phase liquide plus dense. Ce changement se comprend qualitativement assez simplement: la tension superficielle aide à maintenir le noyau stable, prenant ainsi le relais d'une partie de la vapeur nécessaire à l'équilibre en l'absence d'effet de surface.

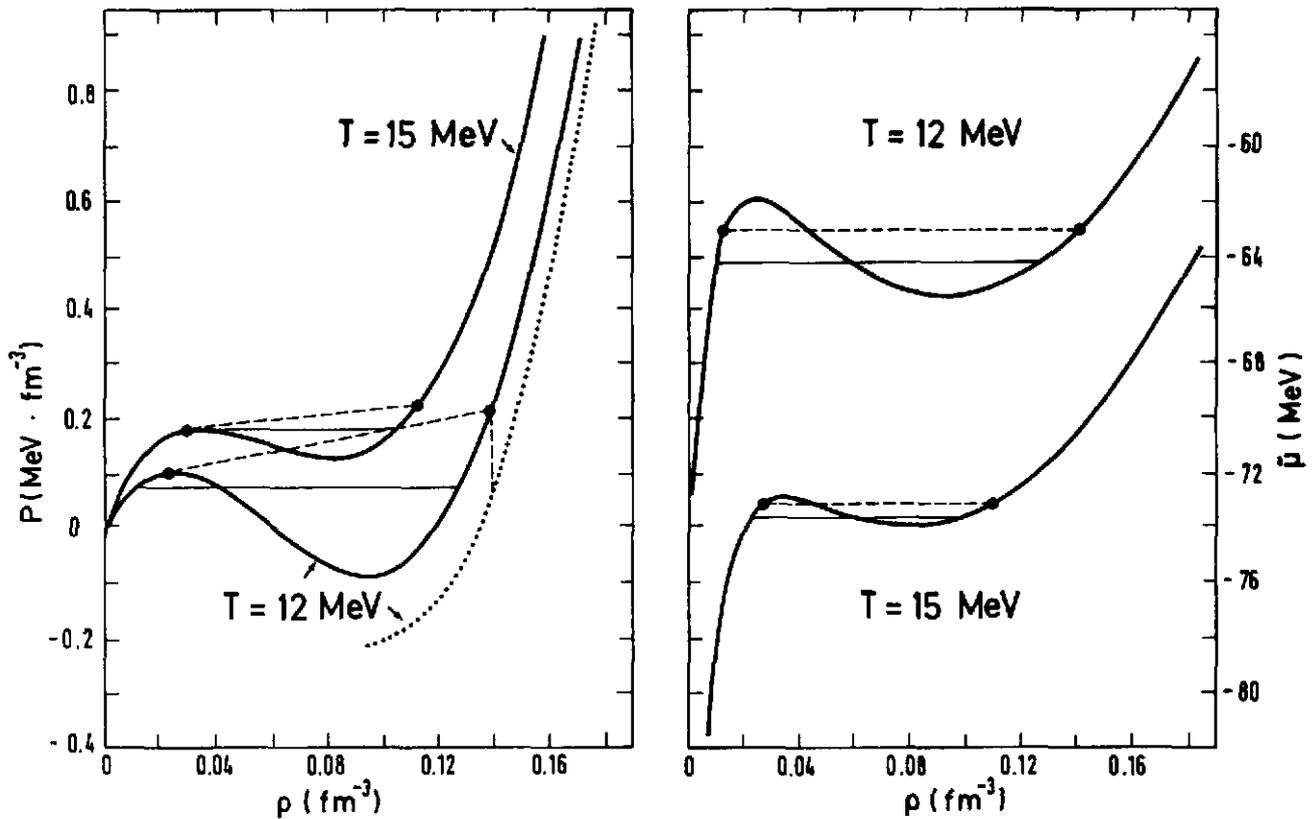


Fig. II.8 - Isothermes de la pression (à gauche) et du potentiel chimique (à droite) pour $T = 12 \text{ MeV}$ et $T = 15 \text{ MeV}$. Les paliers de coexistence horizontaux (trait plein) sont obtenus sans tension superficielle. Les points reliés par des tirets illustrent la coexistence d'une goutte non chargée ($A = 109$, $Z=0$: ^{109}Ag non chargé) avec la vapeur environnante. La courbe en pointillé ($T = 12 \text{ MeV}$) donne la pression totale de la goutte. La ligne verticale joint les points de coexistence sur les isothermes avec et sans terme de surface.

La tension superficielle $\alpha(T)$, et donc la pression induite $P_{\text{surf}}(T, \rho_n, A)$ tend vers 0 lorsque la température T approche de la température critique T_c . Par suite, la différence entre les points de coexistence pour un noyau non chargé avec et sans tension superficielle décroît lorsque T croît pour s'annuler à T_c . Les équations de coexistence peuvent donc avoir une solution pour toute température inférieure à T_c . En fait, la tension superficielle ne s'annule pas "assez vite" lorsque T tend vers T_c et il apparaît une température limite T_{lim} maximum inférieure à T_c au-delà de laquelle les équations de coexistence n'ont pas de solution. La figure II.9 montre la variation de cette température limite avec le nombre de nucléons de la goutte nucléaire.

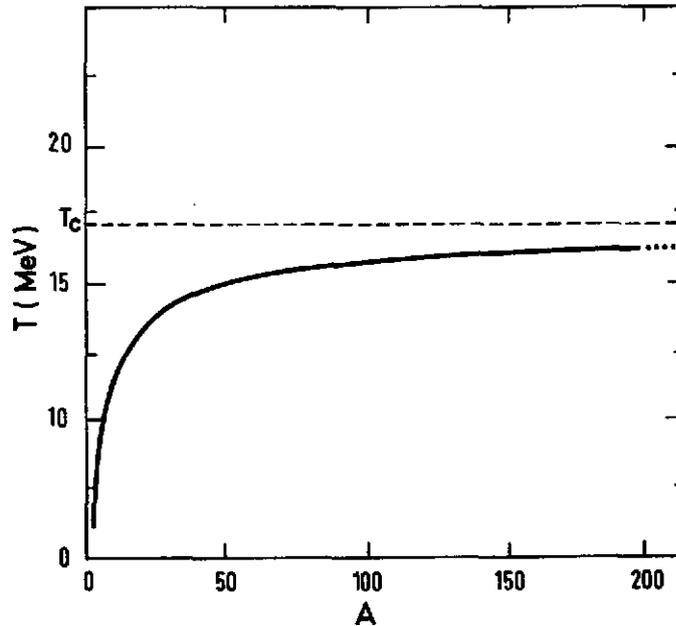


Fig. II.9 - Température limite au-delà de laquelle les équations de coexistence n'ont plus de solution lorsque seule la tension superficielle est incluse. La ligne en tiret horizontale indique la température critique $T_c = 17.22$ MeV pour la transition de phase dans la matière nucléaire infinie.

La diminution de $T_c - T_{\text{lim}}$ lorsque A augmente est en accord avec l'évolution de l'énergie de surface qui, ramenée à l'énergie de volume, décroît comme $A^{-1/3}$ et est donc de moins en moins efficace pour produire cette différence.

L'abaissement de la température de stabilité entre les deux phases, du à la tension superficielle est certes remarquable, cependant il n'a aucune implication expérimentale. En effet, comme nous allons le voir dans la section suivante, l'effet du au champ coulombien sera bien plus important et va complètement masquer celui de l'énergie de surface.

II.8 - INFLUENCE DE LA CHARGE SUR L'EQUILIBRE

Pour observer les changements dus à la charge, nous avons considéré le même noyau ^{109}Ag , mais chargé. Avec $\alpha(T)$ toujours donné par l'expression (II.30), les isothermes P et μ sont dessinées pour deux températures sur les figures II.10 et II.11. Analysons tout d'abord les parties gauches de ces figures (isothermes $T = 5 \text{ MeV}$). Comme précédemment (cf. fig. II.8), les points sur les isothermes de volume représentent les points de coexistence. Pour la phase liquide, à l'intérieur du noyau, les lignes en pointillés représentent les isothermes $P_{\text{on}} + \delta P_n$ (fig. II.10) et $\mu_{\text{on}} + \delta \mu_n$ (fig. II.11). Les lignes horizontales correspondent à la construction de Maxwell usuelle en l'absence de tension superficielle ($\alpha(T) = 0$) et de champ coulombien ($Z = 0$) tandis que la ligne en tiret joint les points de coexistence lorsque ces effets sont inclus. Les lignes verticales permettent de mieux voir l'équilibre entre les phases et les contributions δP_n et $\delta \mu_n$ à la pression et au potentiel chimique de la goutte dans la phase liquide.

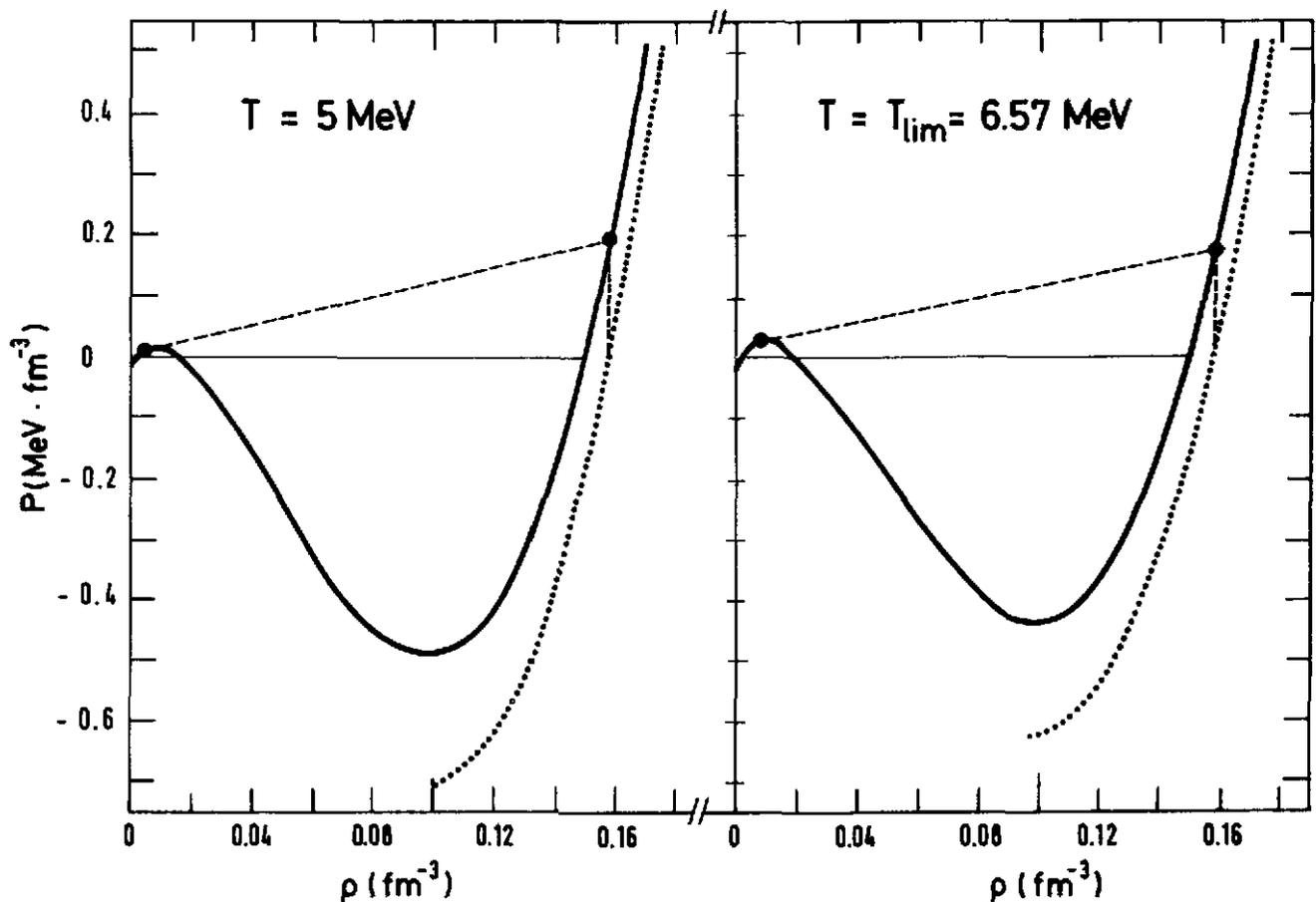


Fig. II.10 - Isothermes de pression pour un noyau chargé ^{109}Ag à $T = 5 \text{ MeV}$ et à la température limite $T = 6.57 \text{ MeV}$. Les isothermes de volume sont en traits pleins, celles de la phase liquide chargée avec tension superficielle sont en pointillés. Les points de coexistence sont reliés par les lignes obliques en tirets.

Si maintenant on augmente la température au-delà de 5 MeV pour essayer d'atteindre la température critique T_c , ou tout-au-moins la limite due aux effets de surface (voir section précédente), la tension superficielle $\alpha(T)$ diminue bien mais les contributions à la pression et au potentiel chimique provenant de la charge ne diminuent pas lorsque T augmente et tend vers T_c . Comme les isothermes de volume s'aplatissent - la différence entre maximums et minimums disparaît - on doit donc s'attendre à ce qu'à une température T_{lim} inférieure à T_c , les points de coexistence de la vapeur atteignent sur l'isotherme le maximum de la phase, i.e. le maximum de l'isotherme. En d'autres termes, à cause de l'intensité du champ coulombien répulsif, il arrive un moment en température où la pression de vapeur qui serait nécessaire à maintenir confinée la goutte devient supérieure à la plus grande valeur possible qui est celle au maximum de $P_{ov}(\rho)$. Cette situation est illustrée sur les parties droites des figures II.10 et II.11: la valeur de la température limite est de 6.57 MeV soit nettement inférieure à la température critique ($T_c = 17.22$ MeV) et aussi à la température limite prévue à cause des effets de surface seulement (cf. fig. II.9). Au-dessus de T_{lim} , les équations de coexistence n'ont plus de solutions.

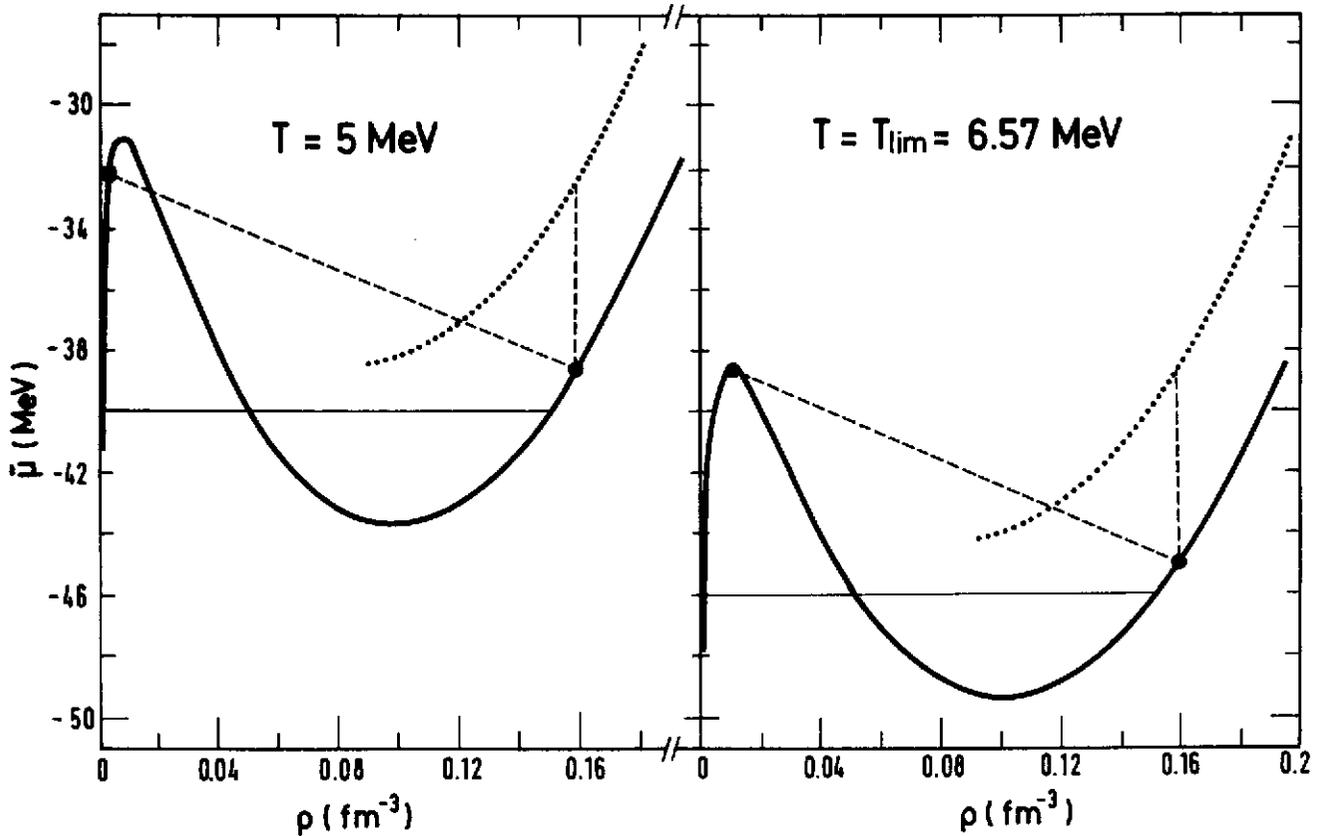


Fig. II.11 - Figure semblable à la précédente pour le potentiel chimique. Les courbes en traits pleins représentent les isothermes de volume et celles en pointillés les isothermes de la phase liquide chargée avec tension superficielle et champ coulombien.

Pour voir plus clairement la disparition de la solution, nous avons dessiné (fig. II.12) les isothermes $T = 5 \text{ MeV}$, $T = 6.57 \text{ MeV}$ et $T = 8 \text{ MeV}$ dans le plan (P, μ) . Cette représentation est bien adaptée puisque la solution est représentée par un seul point dans ce plan. Les courbes en traits pleins montrent les isothermes avec les trois branches vapeur, non physique (concave) et liquide (voir section II.3 et les figures II.2 et II.4).

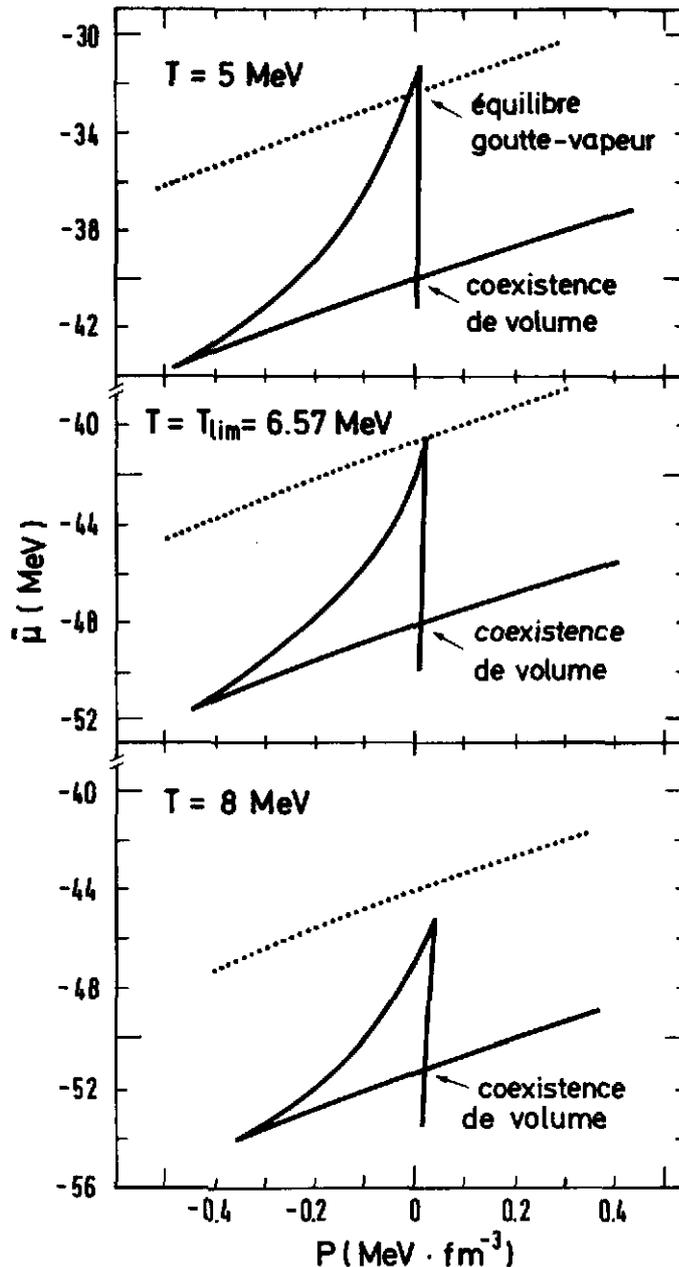


Fig. II.12 - Isothermes $T = 5 \text{ MeV}$, $T = 6.57 \text{ MeV}$, $T = 8 \text{ MeV}$. Les courbes en traits pleins sont les isothermes de volume. Les courbes en pointillés sont celles de la phase liquide chargée avec tension superficielle et champ coulombien.

Le point de coexistence en volume (pour la matière nucléaire infinie) est à l'intersection des deux branches stables pour le liquide et la vapeur. Pour observer la coexistence d'une goutte chargée dans la vapeur, on a reporté en

pointillés sur la figure II.12, la pression totale ($P_{on} + \delta P_n$) en fonction du potentiel chimique total ($\mu_{on} + \delta\mu_n$) pour le noyau ^{109}Ag . L'intersection de cette courbe avec la branche verticale de la vapeur définit la nouvelle solution des équations de coexistence (II.28). On voit comment à T_{lim} , cette intersection atteint la frontière de la phase vapeur et qu'aucune solution n'existe au-delà de T_{lim} .

La disparition de la solution pour $T > T_{lim}$ implique qu'aucun équilibre où coexistent les deux phases vapeur et liquide n'est possible. Si l'on essaie donc de préparer un noyau à une température supérieure à T_{lim} , la pression interne ne pourra être équilibrée et il s'en suivra une expansion hors d'équilibre accompagnée d'émission de particules chargées ou pouvant provoquer la fragmentation du noyau^{2,31}. Le processus d'émission de particules ne pourra s'arrêter que lorsque les conditions d'équilibre, à des températures plus basses, seront à nouveau réunies pour les fragments ou le noyau résiduels. L'étude de la dynamique d'un tel processus n'entre pas dans le cadre de la présente étude.

II.9 - VARIATION DE LA TEMPERATURE LIMITE AVEC A ET Z

De la discussion précédente il ressort que quel que soit le noyau considéré la température limite est toujours plus basse que la température critique. Cependant, contrairement au caractère universel de la température critique, la température limite dépend, elle, du noyau étudié par sa masse et sa charge. La figure II.13 montre cette dépendance le long de la ligne de stabilité que l'on a approchée par la relation entre Z et A:

$$Z = \frac{A}{2} - 0,3 \cdot 10^{-2} A^{5/3} \quad . \quad (II.33)$$

La valeur de T_{lim} diminue de façon appréciable avec A mais le taux de décroissance est plus faible lorsque A est grand. Cela peut se comprendre à partir des expressions (II.29) pour les différences de pressions et de potentiels chimiques par rapport aux effets de volume: la partie coulombienne P_{coul} de δP_n , de même que $\delta\mu_n$, dépend du rapport $Z^2/A^{4/3}$. Pour des noyaux symétriques avec $Z = A/2$, cette dépendance entraîne l'augmentation usuelle des effets coulombiens pour A grand, ce qui implique une diminution de la température à laquelle les noyaux deviennent instables. Le long de la ligne de stabilité, le même effet demeure quoique légèrement atténué.

Pour un noyau donné, la valeur de la température limite dépend cruciallement de la tension superficielle. Sur la figure II.13, on a reporté la température limite calculée avec les expressions (II.30) et (II.32) de la tension superficielle (courbe en traits pleins et en pointillés respectivement). Dans la seconde expression, la tension $\alpha(T)$ décroît plus vite à basse température ce qui augmente la contribution δP_n à la pression et la température limite est plus élevée. On voit sur la figure II.12 qu'une augmentation de δP_n à $\delta\mu_n$ fixé (la tension superficielle ne contribue pas à $\delta\mu_n$) va déplacer l'isotherme (en pointillés) de la goutte nucléaire vers la droite et le point de coexistence va

redescendre: le noyau deviendra instable à une température plus élevée. Remarquons que le comportement en $\alpha_D(1-T^2)$ de l'expression (II.30) de $\alpha(T)$ à basse température est plus raisonnable que le comportement linéaire en T de (II.32).

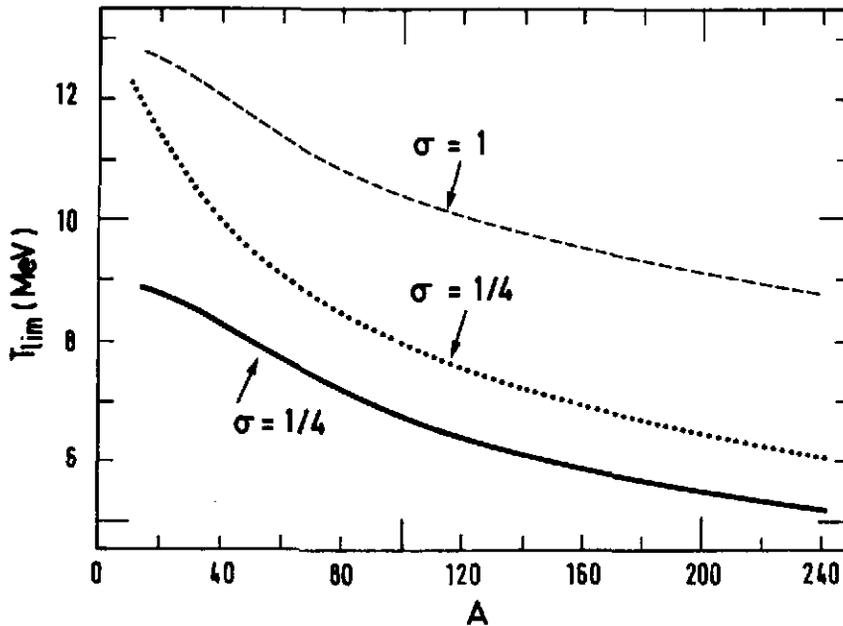


Fig. II.13 - Variation de T_{lim} le long de la vallée de stabilité. La ligne en trait plein et celle en pointillé ont été obtenues avec les mêmes paramètres (II.23) et avec les tensions superficielles (II.30) et (II.32) respectivement. Pour la ligne en tiret, $\alpha(T)$ est définie par (II.30) mais l'équation d'état est plus rigide ($\sigma = 1$).

La température limite va dépendre aussi des paramètres de l'équation d'état pour la matière nucléaire infinie qui détermine les fonctions P_{on} , P_{ov} , μ_{on} , μ_{ov} dans les équations de coexistence. Dans l'expression (II.19), on peut varier le paramètre σ qui contrôle la rigidité de l'équation d'état. La figure II.13 montre (ligne en tirets) la température limite obtenue avec la tension superficielle donnée par (II.30) et pour $\sigma = 1$. Les mêmes valeurs de E_B (16 MeV) et de E_K (24 MeV) ont été utilisées mais le paramètre d'incompressibilité K a été porté à 384 MeV ce qui donne la valeur 1 pour σ (cf. (II.21)). On voit sur la figure II.13 que la température limite le long de la ligne de stabilité a considérablement augmenté et donc qu'une équation d'état plus rigide entraîne une température d'instabilité plus grande, surtout pour les grandes masses. Cette conclusion est en accord avec les calculs de la réf. 23. Pour l'interaction de type Skyrme SIII, qui y était utilisée, on a un module d'incompressibilité voisin de $K = 384$ MeV avec une dépendance en densité de type $\sigma = 1$, et la température limite correspondante est nettement plus grande que celle obtenue avec l'interaction dite SKM qui conduit à un module d'incompressibilité beaucoup plus faible.

Soulignons toutefois que le changement substantiel de température limite dans la comparaison ci-dessus provient pour l'essentiel du changement induit sur

la température critique qui de 17,22 MeV avec $\sigma = 1/4$ ($K = 222$ MeV) est passée à 22,90 MeV avec $\sigma = 1$ ($K = 384$ MeV). Ce changement de T_c modifie implicitement la tension superficielle $\alpha(T)$ qui en dépend quelle que soit la forme analytique utilisée (II.30) ou (II.32).

La valeur $\sigma = 1$ correspond à un module d'incompressibilité beaucoup trop grand. Cependant, des changements de K raisonnables étant donné la situation expérimentale, soit par exemple pour K variant de 200 à 240 MeV, changent la température limite de près d'un MeV pour le Plomb 208: pour $K = 200$, $T_{lim} = 4,93$ MeV et pour $K = 240$ MeV, $T_{lim} = 5,77$ MeV.

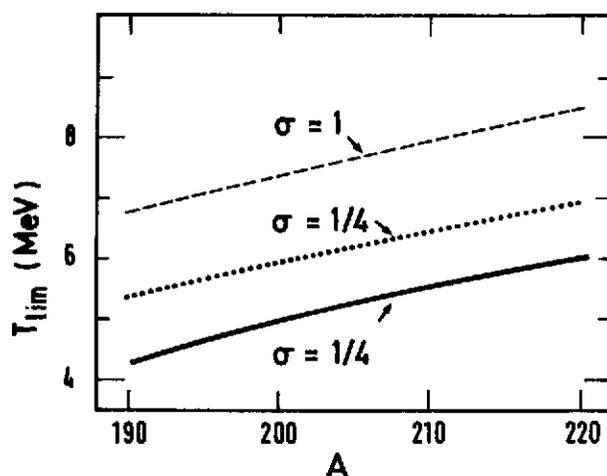


Fig. II.14 - Variation de T_{lim} avec A pour une série d'isotopes du Plomb. Les conventions du dessin sont celles de la figure II.13.

Enfin, sur la figure II.14, nous avons donné un exemple de la façon dont T_{lim} dépend du nombre de masse pour une série isotopique donnée. L'exemple choisi est le Plomb et l'on voit que de l'isotope $A = 190$ déficient en neutrons au Plomb 220 riche en neutrons, la température limite augmente régulièrement de plus de 1,5 MeV aussi bien pour les choix (II.30) et (II.32) de la tension superficielle avec $\sigma = 1/4$ que pour l'équation d'état modifiée ($\sigma = 1$). Cette variation est en accord qualitatif avec l'augmentation comparable de la température d'instabilité coulombienne observée dans les calculs microscopiques de la réf. 23 pour les noyaux ^{190}Pb et ^{208}Pb .

II.10 - RESUME

Dans un modèle thermodynamique simple, nous avons cherché à étudier la possibilité d'une transition de phase liquide-gaz pour les noyaux composés à haute température. En fait nous avons observé l'existence d'une température limite bien inférieure à la température critique et à laquelle le noyau devient instable à cause du champ coulombien. Cette température limite T_{lim} dépend fortement des deux caractéristiques fondamentales de la matière nucléaire à haute température: son équation d'état et la dépendance en température de ses propriétés de surface. On peut étudier en principe cette dépendance dans différentes régions en

température par la mesure de T_{lim} dans des noyaux composés de masses et de charges différentes.

Plusieurs effets importants n'ont pas été pris en compte dans notre discussion qualitative. Tout d'abord la dépendance en isospin a été traitée de façon approchée. Un traitement plus correct de l'isospin peut se faire en introduisant explicitement la contribution des protons et des neutrons dans l'énergie libre par le biais de leur densité respective et en tenant compte de l'énergie de symétrie. Le traitement de la tension superficielle doit être modifié en conséquence (voir réf.27). Le mode de fission n'a pas non plus été inclus alors que la barrière de fission dépend elle aussi de la compétition entre le terme de surface et l'énergie coulombienne.

Même si le modèle devait être ainsi enrichi, il resterait très qualitatif, en effet le remplacement de la distribution de matière dans un noyau par une densité à bord franc est certainement une simplification qui rend abusive toute comparaison quantitative avec l'expérience. Cependant un bon accord qualitatif avec les calculs microscopiques^{22,23}, donne un bon degré de confiance dans la valeur prédictive du modèle qui apparaît ainsi être capable de fournir un guide pour des calculs futurs de noyaux composés à haute température et aussi pour des expériences où ces mêmes noyaux sont formés et excités.

Pour terminer ce chapitre, trois commentaires s'imposent:

1) Expérimentalement, l'instabilité coulombienne que nous étudions doit se traduire par une chute soudaine du taux de formation du noyau composé à T_{lim} avec une augmentation rapide de l'émission de particules ne provenant pas de processus équilibrés. Les mécanismes de fragmentation^{31,32} devraient se produire à partir de températures supérieures à T_{lim} .

2) On peut se poser la question de savoir si cette instabilité coulombienne est en fait la manifestation d'une transition de phase. Cette question a déjà été abordée dans la réf. 23. On a alors montré que si le noyau composé est enfermé dans une boîte de taille finie, alors l'instabilité coulombienne correspond bien à une transition de phase du premier ordre vers un état où toute la matière, qui était à l'intérieur du noyau, est maintenant uniformément "collée" sur la surface de la boîte. Cette transition est semblable à la transition noyau-bulle trouvée dans le cœur des étoiles de type supernova^{28,33}, où le milieu nucléaire est localement électriquement neutre. Elle est par contre tout-à-fait irrélevante pour les réactions nucléaires.

3) Quelques mots enfin sur des approches différentes. Dans la réf. 14, les effets de taille finie et du champ coulombien ont été inclus directement de façon adéquate dans l'équation d'état de la matière nucléaire infinie, ce qui a pour effet d'abaisser la température critique T_c . A notre avis, à cause de sa longue portée, - plus grande que la taille du noyau - et de son caractère non-saturant, l'interaction coulombienne ne doit pas en principe être incluse de cette façon dans l'équation d'état. L'analogie avec la gravitation universelle illustre

suffisamment ce point. Le traitement séparé de la force de Coulomb que nous proposons montre bien comment cela conduit à une instabilité qui n'est pas d'origine thermodynamique et non pas à une modification de la température critique.

Dans un autre travail³⁴, la force coulombienne a été introduite séparément mais le noyau est artificiellement inclus dans une boîte sans tenir compte des voies de désexcitation ouvertes par émission de particules. Dans notre approche, les niveaux à une particule non-liés par lesquels peut s'effectuer cette émission sont inclus grâce à la vapeur saturante externe qui définit de façon self-consistante les conditions aux limites du noyau. L'instabilité coulombienne se déclenche lorsque ces conditions ne peuvent être satisfaites.

Enfin, dans les références 20 et 21, la force de Coulomb est apparemment ignorée.

III. DESCRIPTION MICROSCOPIQUE DES NOYAUX CHAUDS

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une description d'un noyau très excité en équilibre thermique au sein de la vapeur de nucléons qu'il évapore en terme de coexistence d'une phase dense et d'une phase diluée. Nous nous proposons maintenant de reprendre cette même démarche dans un contexte complètement microscopique.

On montre tout d'abord comment se met en oeuvre le formalisme développé dans la première partie du cours pour un noyau décrit dans un modèle de particules indépendantes. L'hamiltonien contient alors simplement un potentiel à un corps décrivant un ensemble d'états à une particule dont les énergies ne dépendent pas de la température. Cette première approche vers un calcul microscopique a l'avantage de la simplicité. Elle permet de dériver les nombres d'occupation sans avoir à se soucier de la complexité liée à l'emploi de forces à deux corps. De plus, les difficultés liées à la présence des états du continu sont déjà présentes, et l'on peut deviner la méthode adéquate qui permettra de traiter ces états.

Enfin, revenant à l'opérateur densité exprimé en fonction de l'hamiltonien complet avec un terme à deux corps, on fait l'approximation de champ moyen avant d'effectuer la méthode variationnelle décrite dans la première partie, ceci conduit aux équations de Hartree-Fock à température finie. Avec une interaction effective à deux corps de type Skyrme, des applications concrètes sont présentées pour le calcul des propriétés des noyaux chauds en fonction de la température: rayon carré moyen, potentiel chimique - lié à l'énergie de séparation d'un nucléon -, entropie - permettant le calcul des paramètres de densité de niveaux -, profil des densités de charges et de matière, limite de stabilité et enfin temps de vie.

III.1. BASE DE FOCK

Dans la section I.1 nous avons introduit la notion d'espace de Fock: c'est l'espace de Hilbert \mathcal{H} formé par la somme directe des espaces de Hilbert $\mathcal{H}^{(0)}, \mathcal{H}^{(1)}, \dots, \mathcal{H}^{(N)}, \dots$ à 0, 1, ..., N, ... particules. Nous nous proposons maintenant

de choisir, dans cet espace, une base qui permette de classer simplement les états pour un système de particules sans interactions.

Partons de l'espace $\mathcal{H}^{(1)}$ des états à une particule et choisissons pour base de cet espace l'ensemble des vecteurs propres de l'hamiltonien $H^{(1)}$ à un corps que l'on suppose donné³⁵. Soit i l'ensemble des nombres quantiques caractérisant chacun de ces vecteurs et ϵ_i la valeur propre correspondante de l'énergie. A partir de ces états $\{|i\rangle$ à une particule, on peut construire une base dans l'espace $\mathcal{H}^{(1)}$. Pour cela on ordonne arbitrairement l'ensemble des états $\{|i\rangle$, par exemple par énergie croissante; on définit un ket de $\mathcal{H}^{(1)}$ en spécifiant dans la suite des états lequel est occupé par la particule. On introduit alors les nombres d'occupation n_i que l'on range dans l'ordre choisi pour les états, le vecteur de $\mathcal{H}^{(1)}$ où l'état i est occupé s'écrit:

$$|0, \dots, 0, n_i = 1, 0, \dots\rangle, \quad (\text{III.1})$$

où tous les nombres d'occupation n_j pour $j \neq i$ sont nuls.

Pour un système de fermions, l'espace de Hilbert $\mathcal{H}^{(2)}$ est l'espace des états antisymétriques

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \{i(1)j(2) - i(2)j(1)\} \quad (\text{III.2})$$

où le symbole $i(n)$ signifie que la $n^{\text{ième}}$ ($n = 1$ ou 2) particule est dans l'état i . On peut le caractériser en introduisant le ket qui généralise l'expression (III.1)

$$|0, \dots, 0, n_i = 1, 0, \dots, 0, n_j = 1, 0, \dots\rangle. \quad (\text{III.3})$$

Cette fois-ci tous les nombres d'occupation sont nuls sauf deux: $n_i = n_j = 1$. La généralisation à l'espace de Hilbert $\mathcal{H}^{(N)}$ est maintenant immédiate, soit le ket:

$$|n_1, n_2, \dots, n_i, \dots\rangle \quad (\text{III.4})$$

où exactement N nombres d'occupation correspondant à des états distincts sont égaux à 1 et tous les autres sont nuls, ce ket est un des vecteurs de la base qui sous-tend $\mathcal{H}^{(N)}$.

Ces mêmes états (III.4) où maintenant un nombre quelconque de n_i sont égaux à 1 forment une base complète de l'espace de Fock \mathcal{H} à un nombre quelconque de particules:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(0)} + \mathcal{H}^{(1)} + \mathcal{H}^{(2)} + \dots \quad (\text{III.5})$$

Remarquons que la construction de la base de l'espace de Fock (III.4) à partir des états à une particule de $\mathcal{H}^{(1)}$ nous a naturellement amenés à introduire l'espace vide, sans particules, $\mathcal{H}^{(0)}$, sous-tendu par l'unique vecteur (III.4) où tous les n_i sont nuls.

Dans cette base, l'écriture des opérateurs se simplifie, en particulier

on peut définir l'opérateur nombre d'occupation \hat{n}_i dans un état i avec les valeurs propres $n_i = 0$ ou 1 suivant que l'état est vide ou occupé. L'opérateur nombre total de particules est alors :

$$\hat{N} = \sum_i \hat{n}_i \quad , \quad (III.6)$$

et le nombre N de particules d'un ket (III.4) est la somme $\sum_i n_i$. De même, l'hamiltonien des particules sans interactions s'écrit :

$$\hat{H} = \sum_i \epsilon_i \hat{n}_i \quad , \quad (III.7)$$

dans l'espace de Fock tout entier. L'énergie d'un ket de la base est alors :

$$E = \sum_i \epsilon_i n_i \quad . \quad (III.8)$$

Si l'on utilise le formalisme des opérateurs de création a_i^\dagger et d'annihilation a_i d'une particule dans l'état i , les opérateurs \hat{n}_i , \hat{N} et \hat{H} se mettent sous forme :

$$\hat{n}_i = a_i^\dagger a_i \quad , \quad (III.9a)$$

$$\hat{N} = \sum_i a_i^\dagger a_i \quad , \quad (III.9b)$$

$$\hat{H} = \sum_i \epsilon_i a_i^\dagger a_i \quad , \quad (III.9c)$$

où les opérateurs a_i et a_i^\dagger obéissent aux relations d'anticommuation des fermions :

$$[a_i a_j]_+ = [a_i^\dagger a_j^\dagger]_+ = 0 \quad (III.10)$$

$$[a_i a_j^\dagger]_+ = \delta_{ij} \quad .$$

C'est la première fois où nous introduisons explicitement la statistique de Fermi-Dirac. Pour des bosons, on aurait des résultats tout-à-fait analogues : dans la base (III.4) les nombres d'occupation peuvent alors prendre toutes les valeurs entières positives ou nulles. Les expressions (III.6) à (III.9) sont toujours correctes mais il faut remplacer les relations d'anticommuation des fermions (III.10) par les relations équivalentes de commutation des bosons pour achever d'explicitier la statistique de Bose-Einstein.

III.2. CAS D'UN HAMILTONIEN A UN CORPS

Ayant maintenant défini la base de Fock, nous voulons calculer l'opérateur densité dans l'ensemble grand canonique :

$$\hat{O} = \frac{1}{Z_G} \exp\{-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})\} \quad , \quad (\text{III.11})$$

dans le cas où \hat{H} est un opérateur à un corps, c'est-à-dire dans le cas où \hat{H} est précisément donné sous l'une ou l'autre des formes (III.7) ou (III.9c). L'opérateur \hat{O} peut alors se réécrire:

$$\hat{O} = \frac{1}{Z_G} \exp \left\{ -\sum_i \alpha_i a_i^\dagger a_i \right\} \quad , \quad (\text{III.12})$$

avec

$$\alpha_i = \beta(\epsilon_i - \mu) \quad . \quad (\text{III.13})$$

La fonction de partition

$$Z_G = \text{Trace} \exp \left(-\sum_i \alpha_i a_i^\dagger a_i \right) \quad (\text{III.14})$$

se calcule en utilisant la base de Fock (III.4) associée à l'hamiltonien \hat{H} du système:

$$Z_G = \sum_{\{n_j=0,1\}} \langle n_1, n_2, \dots, n_j, \dots | \exp \left(-\sum_i \alpha_i a_i^\dagger a_i \right) | n_1, n_2, \dots, n_j, \dots \rangle . \quad (\text{III.15})$$

Remarquons incidemment que dans le cas des bosons, la sommation sur les nombres d'occupation n'est pas limitée aux valeurs 0 et 1 comme on l'a vu dans la section précédente, mais que chaque n_j peut prendre toutes les valeurs 0,1,2,... .

Revenons au cas des fermions et calculons Z_G en effectuant explicitement la somme sur n_1 :

$$\begin{aligned} Z_G &= \sum_{\{n_j>1=0,1\}} \langle n_1=0, n_2, \dots | \exp \left(-\sum_i \alpha_i a_i^\dagger a_i \right) | n_1=0, n_2, \dots \rangle . \\ &+ \sum_{\{n_j>1=0,1\}} \langle n_1=1, n_2, \dots | \exp \left(-\sum_i \alpha_i a_i^\dagger a_i \right) | n_1=1, n_2, \dots \rangle . \end{aligned}$$

Soit :

$$Z_G = \sum_{n_1=0,1} \langle n_1 | \exp(-\alpha_1 a_1^\dagger a_1) | n_1 \rangle \cdot \sum_{\{n_j\}_{j>1}=0,1} \langle n_2, \dots, n_j, \dots | \exp \left(-\sum_{i>1} \alpha_i a_i^\dagger a_i \right) | n_2, \dots, n_j, \dots \rangle .$$

En itérant ce calcul pour n_2, n_3, \dots , on obtient pour Z_G :

$$Z_G = \prod_i \left(\sum_{n_i=0,1} \langle n_i | \exp(-\alpha_i a_i^\dagger a_i) | n_i \rangle \right) \quad (\text{III.16})$$

et enfin

$$Z_G = \prod_i (1 + e^{-\alpha_i}) . \quad (\text{III.17})$$

La factorisation (III.16) de la fonction de partition Z_G vient du fait que l'espace de Fock a une structure simple de produit direct d'espaces relatifs à chaque état i à une particule.

Calculons maintenant la valeur moyenne f_i de l'opérateur nombre d'occupation \hat{n}_i :

$$f_i = \langle \hat{n}_i \rangle = \text{Trace} (\hat{D} a_i^\dagger a_i) = - \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \text{Log } Z_G = \frac{1}{1 + e^{\alpha_i}} .$$

En remplaçant α_i par sa valeur (III.13), on obtient:

$$f_i = \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon_i - \mu)}} . \quad (\text{III.18})$$

Ces valeurs moyennes sont aussi appelées facteurs de Fermi ou nombres d'occupation.

Le grand potentiel s'exprime alors simplement en fonction des f_i :

$$A = -kT \text{Log } Z_G = -kT \sum_i \text{Log}(1 + e^{-\alpha_i}) = kT \sum_i \text{Log}(1 - f_i) , \quad (\text{III.19})$$

de même que le nombre de particules

$$N = \langle \hat{N} \rangle = \sum_i f_i , \quad (\text{III.20})$$

que l'énergie interne

$$E = \langle \hat{H} \rangle = \sum_i \epsilon_i f_i , \quad (\text{III.21})$$

et que l'entropie

$$S = \frac{1}{T} (E - \mu N - A) = k \sum_i (f_i \alpha_i + \text{Log}(1-f_i)) \quad . \quad (\text{III.22})$$

Dans cette dernière expression on peut éliminer α_i en remarquant que:

$$\alpha_i = \beta(\epsilon_i - \mu) = \text{Log} \frac{1-f_i}{f_i} \quad . \quad (\text{III.23})$$

L'entropie prend alors la forme usuelle en fonction des facteurs de Fermi

$$S = -k \sum_i (f_i \text{Log} f_i + (1-f_i) \text{Log}(1-f_i)) \quad . \quad (\text{III.24})$$

Etant donné que le nombre d'occupation n_i d'un état i ne peut prendre que les deux valeurs 0 et 1, le facteur de Fermi f_i est nécessairement compris entre 0 et 1 puisqu'il en est la valeur moyenne. Comme fonction de l'énergie ϵ_i des états i , le facteur de Fermi est une fonction décroissante: les états de haute énergie sont moins peuplés que les états de basse énergie. La courbe $f(\epsilon)$, que l'on a illustrée par la figure III.1, présente un point d'inflexion autour de la valeur $\epsilon_i = \epsilon_F = \mu$ où l'énergie de l'état à une particule est égale au potentiel chimique que l'on appelle encore énergie ou niveau de Fermi. La décroissance de $f(\epsilon)$ de 1 à 0 est d'autant plus rapide que la température est plus basse.

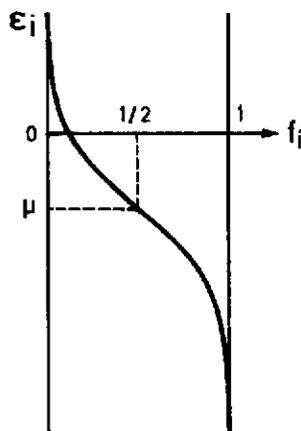


Fig. III.1 - Facteur de Fermi en fonction de l'énergie de particule indépendante pour une température et un potentiel chimique donnés.

La courbe $f(\epsilon)$ est symétrique autour du niveau de Fermi, il en résulte un changement de signe de $\alpha_i = \beta(\epsilon_i - \mu)$ pour deux niveaux situés de part et d'autre et à égale distance du potentiel chimique, cette symétrie transforme f en $1-f$. A la limite de basse température les α_i tendent vers l'infini avec le signe de $\epsilon_i - \mu$. Ainsi, pour tous les états situés au-dessous de ϵ_F , f tend vers 1 tandis que pour tous ceux situés au-dessus, f tend vers zéro. On retrouve à cette limite un état pur correspondant au déterminant de Slater où tous les états situés en-dessous du niveau de Fermi sont occupés et tous ceux situés au-dessus sont vides. On peut aussi vérifier sur l'expression (III.24) que l'entropie est bien nulle à la limite

de température nulle.

III.3. TRAITEMENT DES ETATS DU CONTINU

Supposons que l'on veuille décrire un noyau par un modèle de particules indépendantes. Les orbites des nucléons sont alors données par un potentiel à un corps, par exemple le potentiel de Saxon-Woods. Le spectre des états liés est un spectre discret avec la séquence habituelle $0s, 1p, \dots$ du modèle en couche, les énergies à une particule sont négatives, la plus basse (ϵ_{0s}) étant supérieure au fond du puits de potentiel.

A température nulle, si le noyau a N nucléons, on place ces N particules dans les orbites les plus basses et l'énergie du système est:

$$E = \sum_i g_i \epsilon_i . \quad (\text{III.25})$$

La somme sur i comprend uniquement les orbites occupées et les coefficients g_i sont les facteurs de dégénérescence éventuels des orbites ($g_i = 2j_i + 1$ par exemple). On peut réécrire l'énergie sous la forme:

$$E = \sum_i g_i f_i \epsilon_i , \quad (\text{III.26})$$

où les f_i sont les limites des facteurs de Fermi à température nulle: $f_i = 1$ pour un état occupé et $f_i = 0$ si il est vide. La somme sur i se fait maintenant sur tous les états, il n'est plus nécessaire de la limiter aux seuls états occupés. Le nombre de nucléons N est alors relié aux f_i par la somme:

$$N = \sum_i g_i f_i . \quad (\text{III.27})$$

Remarquons que les expressions que nous venons d'écrire pour l'énergie (III.26) et pour le nombre de nucléons (III.27) sont tout-à-fait analogues aux expressions (III.21) et (III.20) mais cette fois nous avons explicitement tenu compte de la dégénérescence des orbites.

Dès que l'on élève la température, ces expressions (III.26) et (III.27) donneront encore l'énergie et le nombre de nucléons du noyau avec les facteurs de Fermi donnés par (III.18). Pour un noyau à N nucléons, l'équation (III.27)

$$N = \sum_i \frac{g_i}{1 + e^{(\epsilon_i - \mu)/kT}} , \quad (\text{III.28})$$

est une équation implicite pour le potentiel chimique $\mu = \epsilon_F$ dont la résolution donne par voie de conséquence tous les facteurs de Fermi f_i , et donc l'énergie interne E .

La difficulté, immédiatement visible sur la figure III.1 vient des états d'énergie positive, c'est-à-dire des états du continu. La figure a été dessinée pour un potentiel type d'une profondeur de -40 MeV, le potentiel chimique est de -10 MeV et la température de 8 MeV. On voit dans ce cas que le nombre de

particules dans le continu, proportionnel à $\int_0^{\infty} f(\epsilon) d\epsilon$, est déjà très important. Lorsqu'un état du continu est peuplé avec une probabilité non négligeable, on a un état du continu de diffusion et on ne peut plus traiter le noyau dans une approximation stationnaire.

Cependant, à plus basse température, le nombre de nucléons dans le continu devient négligeable. En effet, la température caractérise la façon dont les facteurs de Fermi décroissent de 1 à 0: autour de la valeur 1/2, ils passent de 0.9 à 0.1 sur un intervalle d'énergie sensiblement égal à 4.4 T. On s'attend donc à ce qu'à température suffisamment basse, on puisse négliger la contribution des états du continu.

Dans une première approximation, on peut définir comme contribution au noyau uniquement celle provenant des états liés et associer au gaz la contribution des états d'énergie positive:

$$E_{total} = E_{noyau} + E_{vapeur} \quad , \quad (III.29)$$

$$N_{total} = N_{noyau} + N_{vapeur} \quad ,$$

avec,

$$E_{noyau} = \sum_{i:\epsilon_i < 0} g_i f_i \epsilon_i \quad , \quad (III.30a)$$

$$N_{noyau} = \sum_{i:\epsilon_i < 0} g_i f_i \quad . \quad (III.30b)$$

Dans cette approximation, la contribution éventuelle du continu via les résonances est complètement éliminée et le noyau est déterminé indépendamment du gaz qui l'entoure. L'équation (III.30b) fixe le potentiel chimique μ à une température donnée T. A partir de μ et de T, on peut calculer les propriétés du gaz nécessaire à l'équilibre.

En utilisant cette approximation, M.Brach et P.Quentin^{36,37} ont effectué des calculs microscopiques de type Hartree-Fock. Dans la mesure où la température reste suffisamment basse pour que la contribution du continu soit essentiellement celle de la vapeur, même si l'occupation des états non liés n'est plus négligeable, cette approximation devrait être satisfaisante. De ce fait, on verra dans la suite que c'est bien le cas jusqu'à des températures de l'ordre de 2 à 3 MeV.

A plus haute température, il devient nécessaire de traiter correctement la contribution au noyau des états du continu, par exemple par un calcul dynamique de désexcitation. Au lieu d'effectuer un tel calcul qui pourrait fournir une réponse au problème, mais de façon probablement prohibitive, nous nous proposons plutôt d'obtenir une bonne description du noyau dans l'état qu'il occupe avant désexcitation. Pour cela on étudie un noyau en équilibre thermique au sein de la vapeur de nucléons qu'il évapore. En quelque sorte, on bloque l'évaporation,

décrivant une sorte de régime permanent où les particules évaporées, constituant le gaz, sont continuellement remplacées. Une autre façon de décrire cette approche consiste à dire que l'on fait une "photographie instantanée" d'un noyau chaud en train d'évaporer des nucléons et que "l'image" obtenue est traitée comme un état stationnaire représentant le noyau en équilibre dans sa vapeur.

Pour qu'une telle méthode soit relevante, il faut pouvoir identifier sans ambiguïté la contribution du noyau sous peine de décrire un système idéal non physique. En particulier, il faut savoir reconnaître dans la contribution des états du continu, ce qui relève du gaz de ce qui provient de la perturbation apportée au continu par la présence du noyau, c'est-à-dire des résonances.

Nous considérons maintenant un système noyau plus vapeur à l'équilibre thermique dans une enceinte. Le rôle de l'enceinte est de permettre de travailler plus simplement dans un volume fini. Supposons que l'on sache calculer l'opérateur densité $\hat{D}_{\text{noyau+vapeur}}$ d'un tel système ainsi que sa fonction de partition $Z_{\text{noyau+vapeur}}$. On veut pouvoir extraire de cette information l'opérateur densité du noyau \hat{D}_{noyau} et celui du gaz \hat{D}_{gaz} . On a vu (cf. section I.2 et I.4) que pour un système composite en l'absence de corrélations, l'opérateur densité total se factorise exactement:

$$\hat{D}_{\text{noyau+vapeur}} = \hat{D}_{\text{noyau}} \otimes \hat{D}_{\text{vapeur}} \quad , \quad (\text{III.31})$$

et qu'il en est de même pour les fonctions de partition:

$$\text{Log } Z_{\text{noyau+vapeur}} = \text{Log } Z_{\text{noyau}} + \text{Log } Z_{\text{vapeur}} \quad . \quad (\text{III.32})$$

Dans l'ensemble grand canonique, cette dernière relation se traduit par l'égalité entre grand potentiel

$$\mathcal{A}_{\text{noyau+vapeur}} = \mathcal{A}_{\text{noyau}} + \mathcal{A}_{\text{vapeur}} \quad , \quad (\text{III.33})$$

puisque le grand potentiel est proportionnel au logarithme de la fonction de partition.

Sans préjuger de l'absence ou de l'existence de corrélations entre la vapeur et le noyau, on peut définir les propriétés du noyau par soustractions:

$$\mathcal{A}_{\text{noyau}} = \mathcal{A}_{\text{noyau+vapeur}} - \mathcal{A}_{\text{vapeur}} \quad , \quad (\text{III.34})$$

et minimiser le grand potentiel soustrait ainsi défini, laissant chacun des systèmes noyau+vapeur et vapeur seule s'ajuster pour définir au mieux les propriétés du noyau. Le grand potentiel total et celui de la vapeur doivent être définis pour le même volume, le même potentiel chimique et la même température.

On peut justifier cette procédure de soustraction à partir de l'étude des contributions des états du continu faite dans un cadre très général^{38,39} en terme des déphasages et des applications qui en ont été faites au calcul de la fonction de partition nucléaire⁴⁰⁻⁴². Montrons brièvement comment ce calcul se met en

oeuvre pour un potentiel à courte portée et à une dimension.

Soit $V(x)$ un potentiel défini sur un segment de longueur $2R$. Nous imposons aux fonctions d'onde de s'annuler à $x = +R$ et $x = -R$. Pour une valeur donnée du potentiel chimique, le grand potentiel est donné par (cf. eq.(III.19))

$$\mathcal{A} = kT \sum_i \text{Log}(1-f_i) \quad . \quad (\text{III.35})$$

La somme sur i porte sur tous les états propres de l'équation de Schrödinger:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right\} \psi(x,E) = E \psi(x,E) \quad . \quad (\text{III.36})$$

Pour des valeurs positives de E , et si R est suffisamment grand devant la portée du potentiel, les solutions de (III.36) qui s'annulent à $x = -R$ auront un comportement en

$$\psi(x,E) \sim \sin(kx + kR + \delta) \quad , \quad (\text{III.37})$$

au voisinage de $x = R$. Dans cette expression, k est le nombre d'ondes $(2mE/\hbar^2)^{1/2}$ et $\delta(E)$ est le déphasage qui dépend de l'énergie E et du potentiel $V(x)$. Les états d'énergie positive sont donnés par l'équation:

$$2kR + \delta(E) = n\pi \quad . \quad (\text{III.38})$$

Par suite, on peut réécrire la densité d'état d'énergie positive:

$$f(E) = \frac{dn}{dE} = \frac{2R}{\pi} \frac{dk}{dE} + \frac{1}{\pi} \frac{d\delta}{dE} \quad . \quad (\text{III.39})$$

En reportant $f(E)$ dans le grand potentiel et en écrivant explicitement la contribution des états liés, on obtient:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = kT \sum_{i:\epsilon_i < 0} \text{Log}(1-f_i) + \frac{kT}{\pi} \int_0^\infty \text{Log}(1-f(E)) \frac{d\delta}{dE} dE \\ + 2R \frac{kT}{\pi} \int_0^\infty \text{Log}(1-f(E)) \frac{dk}{dE} dE \quad . \quad (\text{III.40}) \end{aligned}$$

Dans cette équation, le premier terme est la contribution des états liés, le second représente la contribution finie au grand potentiel des états du continu. Près d'une résonance d'énergie E_r et de largeur Γ , le déphasage δ peut s'écrire:

$$\delta = \delta_0 + \text{Arctg} \left(\frac{\Gamma/2}{E_r - E} \right) \quad , \quad (\text{III.41})$$

et, si la résonance est suffisamment étroite:

$$\frac{d\delta}{dE} = \frac{\Gamma/2}{(E-E_r)^2 + (\Gamma/2)^2} \approx \pi\delta(E-E_r) \quad . \quad (\text{III.42})$$

Sa contribution au grand potentiel est alors:

$$\mathcal{A}_r = kT (1-f(E_r)) \quad . \quad (\text{III.43})$$

ce qui est exactement la forme de la contribution d'un état lié.

Par opposition aux deux premiers termes, le dernier terme de l'expression (III.40) du grand potentiel diverge linéairement avec la taille du segment. Ce dernier terme n'est rien d'autre que le grand potentiel que l'on obtiendrait en l'absence du potentiel $V(x)$ pour la même température et le même potentiel chimique. Dans le cas d'un potentiel à courte portée, on obtient donc la procédure suivante pour extraire la partie finie $\bar{\mathcal{A}}$ du grand potentiel décrivant le noyau:

$$\bar{\mathcal{A}} = \mathcal{A}(V) - \mathcal{A}(V=0) \quad . \quad (\text{III.44})$$

Le grand potentiel décrivant le noyau excité en équilibre au sein d'une vapeur apparaît donc comme la différence entre le grand potentiel du système total noyau plus vapeur et le grand potentiel de la vapeur seule (le potentiel nucléaire est mis à zéro). On trouvera une justification plus détaillée de cette méthode dans la réf.22. En particulier, on y trouvera une discussion analogue amenant à un résultat similaire pour le champ coulombien dans un modèle à trois dimensions. Quoiqu'il en soit le résultat (III.44) que nous venons d'obtenir par cette étude des déphasages est rigoureusement identique à celui que nous avons obtenu plus haut (cf. eq.(III.34)) à partir d'arguments généraux. Nous verrons plus loin comment inclure le champ coulombien dans le calcul.

III.4. EQUATION DE HARTREE-FOCK A TEMPERATURE FINIE

Revenons maintenant au cas général où l'hamiltonien du système contient un potentiel à deux corps. Dans l'ensemble grand canonique, on connaît au moins formellement l'expression de l'opérateur densité:

$$\hat{D} = \frac{1}{Z_G} \exp\{-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})\} \quad . \quad (\text{III.45})$$

L'hamiltonien s'écrit en second quantification:

$$\hat{H} = \sum_{i,j} \langle i|t|j\rangle a_i^\dagger a_j + \frac{1}{2} \sum \langle ij|V|kl\rangle a_i^\dagger a_j^\dagger a_k a_l \quad , \quad (\text{III.46})$$

où nous utilisons pour \hat{H} les éléments de matrice non antisymétrisés du potentiel V .

L'expression de \hat{D} est beaucoup trop compliquée car elle met en jeu

l'exponentiel d'un opérateur à deux corps. Nous allons faire sur \hat{D} l'approximation du champ moyen. Pour cela nous revenons au principe variationnel qui nous a permis dans la première partie de calculer l'opérateur \hat{D} par maximisation de l'entropie, ou de façon équivalente par minimisation du grand potentiel:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= E - TS - \mu N \\ &= \text{Trace} \{ \hat{H} \hat{D} - \mu \hat{N} \hat{D} + kT \hat{D} \text{Log} \hat{D} \} \end{aligned}$$

L'approximation du champ moyen revient à minimiser \mathcal{A} dans la classe restreinte des opérateurs densité ayant la forme d'une exponentielle d'un opérateur à un corps:

$$\hat{D}_0 = \frac{1}{Z_0} \exp \left(- \sum_i \alpha_i a_i^\dagger a_i \right) \quad , \quad (\text{III.47})$$

Lorsqu'on compare cette expression avec l'expression exacte (III.45), on voit qu'il s'agit de remplacer l'opérateur à deux corps $\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})$ par un opérateur à un corps qui après minimisation de \mathcal{A} deviendra le champ moyen le plus adapté à la description du noyau. Remarquons que la formule (III.47) de \hat{D} est identique à celle que nous avons obtenue pour un hamiltonien à un corps dans la section III.2, et tous les résultats précédents qui ne font pas intervenir la relation entre les α_i et les ϵ_i (cf. éq. (III.13)) sont valables, en particulier:

$$Z_0 = \prod_i (1 + e^{-\alpha_i}) \quad , \quad (\text{III.48a})$$

$$f_i = \langle \hat{n}_i \rangle = - \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \text{Log} Z_0 = \frac{1}{1 + e^{\alpha_i}} \quad , \quad (\text{III.48b})$$

$$N = \langle \hat{N} \hat{D} \rangle = \sum_i f_i \quad , \quad (\text{III.48c})$$

$$S = -k \text{Trace} (\hat{D} \text{Log} \hat{D}) = -k \sum_i \{ f_i \text{Log} f_i + (1-f_i) \text{Log}(1-f_i) \} \quad . \quad (\text{III.48d})$$

Par contre, l'énergie interne $E = \text{Trace}(\hat{H} \hat{D})$ est donnée par:

$$E = \sum_i f_i \langle i|t|i \rangle + \frac{1}{2} \sum_{ij} f_i f_j (\langle ij|V|ij \rangle - \langle ij|V|ji \rangle) \quad (\text{III.49})$$

Et le grand potentiel s'écrit:

$$\mathcal{A} = \sum_i f_i t_i + \frac{1}{2} \sum_{ij} f_i f_j V_{ij} - \mu \sum_i f_i + kT \sum_i \{ f_i \text{Log} f_i + (1-f_i) \text{Log}(1-f_i) \} \quad , \quad (\text{III.50})$$

où nous avons utilisé les notations plus transparentes $t_i = \langle i|t|i \rangle$ et $V_{ij} = \langle ij|V|ij \rangle - \langle ij|V|ji \rangle$. Le mérite de la seconde quantification est simplement de permettre une dérivation formelle aisée des expressions (III.48) et (III.49).

Nous devons maintenant minimiser \mathcal{A} par rapport aux paramètres qui

décrivent la classe des opérateurs densités d'essai \hat{D}_0 défini par (III.47). On trouvera dans les références 33 et 43 une bonne description de la méthode que nous suivons. Tout d'abord, pour minimiser par rapport aux états $|i\rangle$ à une particule, il est nécessaire d'introduire une contrainte supplémentaire de normalisation. Ceci se fait à l'aide d'un paramètre de Lagrange additionnel λ_i et en minimisant

$$\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} - \sum_i \lambda_i \langle i|i\rangle \quad , \quad (III.51)$$

Définissant l'hamiltonien à un corps h par

$$h_{ij} = \langle i|h|j\rangle = \langle i|t|j\rangle + \sum_k f_k \{ \langle i k|V|j k\rangle - \langle i k|V|k j\rangle \} \quad , \quad (III.52)$$

on trouve que la condition $\delta\tilde{A}/\delta\varphi_i$, où φ_i est la fonction d'onde décrivant l'état $|i\rangle$, impose : $\langle i|h|j\rangle = e_i \delta_{ij}$ soit encore:

$$h|i\rangle = e_i |i\rangle \quad , \quad (III.53)$$

où les énergies de particules indépendantes sont reliées aux λ_i par $\lambda_i = f_i e_i$.

Il reste maintenant à minimiser par rapport aux α_i . Comme l'expression (III.48b) définit les f_i comme fonction monotone des α_i et que le grand potentiel n'est fonction que des f_i , il est plus simple de minimiser \mathcal{H} par rapport aux f_i et la condition $\partial\mathcal{H}/\partial f_i = 0$ entraîne:

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial f_i} = \frac{\partial E}{\partial f_i} - \mu + kT \text{Log} \frac{f_i}{1-f_i} = 0 \quad . \quad (III.54)$$

Les équations (III.49) et (III.53) permettent de calculer $\partial E/\partial f_i$:

$$\frac{\partial E}{\partial f_i} = t_i + \sum_j f_j V_{ij} = e_i \quad , \quad (III.55)$$

et ainsi,

$$f_i = \frac{1}{1 + e^{\beta(e_i - \mu)}} \quad , \quad (III.56)$$

et

$$\alpha_i = \beta(e_i - \mu) \quad . \quad (III.57)$$

Nous retrouvons exactement les exemples obtenus pour un potentiel à un corps dans la section III.2 pour le potentiel

$$\hat{h} = \sum_i e_i a_i^\dagger a_i \quad . \quad (III.58)$$

Il y a toutefois une différence essentielle dans la détermination de l'hamiltonien \hat{h} lui-même à partir de la solution des équations non linéaires (III.53) que l'on peut résoudre par itération de la façon suivante. Supposons que

l'on connaisse une approximation \hat{h}_p de l'hamiltonien, la résolution des équations (III.53) permet de calculer le spectre et les fonctions d'onde de particules indépendantes (e_i, φ_i) . Pour un nombre donné de nucléons N , et à une température fixée T , l'équation (III.48c) (ou (III.28)) donne le potentiel chimique et les facteurs de Fermi f_i . On peut alors recalculer une nouvelle approximation \hat{h}_{p+1} de \hat{h} par (III.52) et itérer le processus jusqu'à convergence. Ces équations (III.53) et (III.48c), avec la définition (III.52) de \hat{h} sont les *équations de Hartree-Fock à température non nulle*. On peut vérifier que l'on retrouve les équations Hartree-Fock usuelles à la limite de la température nulle.

Une autre différence vient du calcul de l'énergie interne et du grand potentiel ou de la fonction de partition. En effet, l'opérateur densité \hat{D}_0 (cf. (III.47)) que nous avons obtenu s'écrit en rassemblant les résultats (III.57) et (III.58):

$$\hat{D}_0 = \frac{1}{Z_0} e^{-\beta(\hat{h} - \mu \hat{N})} \quad (\text{III.59})$$

et les résultats de la section III.2 conduisent à l'expression suivante de l'énergie interne:

$$E_0 = \sum_i f_i \epsilon_i \quad (\text{III.60})$$

alors que l'énergie interne Hartree-Fock du système s'écrit d'après (III.49):

$$E_{hF} = \sum_i f_i \epsilon_i - \frac{1}{2} \sum_{ij} f_i f_j V_{ij} = E_0 - \langle V \rangle \quad (\text{III.61})$$

Le terme supplémentaire, égal à la valeur moyenne du potentiel, est la généralisation du terme équivalent déjà présent à température nulle dans l'énergie Hartree-Fock. Le grand potentiel, à l'approximation Hartree-Fock du champ moyen s'écrit donc:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 - \langle V \rangle \quad (\text{III.62})$$

où \mathcal{H}_0 est le grand potentiel associé au problème à un corps défini par \hat{h} , par suite, si Z_0 est la fonction de partition telle que l'opérateur densité \hat{D}_0 est norme à l'unité et est donnée par (III.48), l'approximation Hartree-Fock Z_{hF} à la fonction de partition exacte s'écrit alors :

$$Z_{hF} = Z_0 \exp\{\beta \langle V \rangle\} \quad (\text{III.63})$$

Ces modifications à E_0 et Z_0 sont la conséquence directe de la non-linéarité des équations de Hartree-Fock résultant de l'approximation du champ moyen.

Il est important de ne pas oublier cette correction à la fonction de partition pour le calcul des paramètres de densité de niveaux par transformée de Laplace inverse sur Z , sinon on ne retrouverait pas le résultat classique donnant

la densité de niveaux à une énergie donnée comme proportionnelle à l'exponentielle de l'entropie. On trouvera une dérivation de la densité de niveaux dans les références 44 et 45. La différence entre Z_{HF} et Z_0 est bien discutée dans la ref. 45.

III.5. APPLICATION AU NOYAU

Dans les calculs Hartree-Fock effectués à l'intérieur d'une cellule de rayon R pour une température finie donnée, il existe en général deux solutions distinctes pour des valeurs données du potentiel chimique. L'une d'elle est obtenue en commençant à partir d'un potentiel de Saxon-Woods le processus itératif décrit dans la section précédente. Elle décrit un noyau situé au centre de la cellule et entouré d'un gaz externe. L'autre, qui ressemble à une matière nucléaire diluée de type vapeur, s'obtient en commençant les itérations à partir d'un potentiel nul. En l'absence de force coulombienne, la densité de matière de cette solution est pratiquement uniforme et à grande distance, elle est égale à la densité de la solution précédente de type noyau. Dans la suite nous appelons ρ et $\tilde{\rho}$ les matrices densité à un corps correspondant aux solutions de type noyau et de type vapeur respectivement, de plus nous distinguons explicitement les neutrons des protons en introduisant deux potentiels chimiques distincts μ_n et μ_p .

Dans la ligne de la discussion de la section III.3, il est naturel de définir le grand potentiel d'un noyau chaud comme la différence entre les grands potentiels \mathcal{A} et $\tilde{\mathcal{A}}$ calculés avec les matrices densité à un corps ρ et $\tilde{\rho}$ respectivement. En l'absence de champ coulombien, cette définition est satisfaisante car la différence $\bar{\mathcal{A}} = \mathcal{A} - \tilde{\mathcal{A}}$ définissant le noyau converge vers une valeur indépendante de la cellule lorsque son rayon R augmente.

Le champ coulombien introduit une difficulté supplémentaire: lorsque la taille de la cellule augmente, la répulsion coulombienne devient si forte qu'elle chasse tous les protons et les colle sur la surface de la cellule. La même difficulté se produit en thermodynamique usuelle: en présence du champ coulombien, les fonctions thermodynamiques dépendent linéairement du volume, à moins que la charge totale du système ne soit nulle.

Pour tenir compte de l'interaction coulombienne sans introduire de divergences parasites et sans que la description physique des noyaux ne dépende du modèle, il nous faut revenir à l'origine de la méthode. S'il n'existe pas de vapeur de protons à l'extérieur du noyau, il n'y a aucun problème: seule la matière nucléaire infinie chargée présente des divergences. La présence d'une vapeur de protons est l'indice d'une évaporation de particules chargées puisque nous remplaçons un mode dynamique d'évaporation par un calcul en régime permanent où la vapeur représente les particules évaporées. Comme il est tout-à-fait raisonnable de négliger l'interaction coulombienne entre deux protons évaporés, ce qui revient à négliger une partie de l'interaction dans l'état final, nous allons négliger l'interaction coulombienne dans la phase vapeur: les protons évaporés n'interagissent pas entre eux via le champ coulombien et sont seulement sensibles à la charge du noyau.

Cette hypothèse se met en oeuvre en calculant l'énergie coulombienne à partir de la densité de protons soustraite $\rho_p - \tilde{\rho}_p$ et en laissant le potentiel résultant agir sur les configurations noyau plus vapeur et vapeur seule. Nous définissons ainsi le grand potentiel soustrait par

$$\bar{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_N(\rho) - \mathcal{H}_N(\tilde{\rho}) + \frac{1}{2} \int [\rho_p(r) - \tilde{\rho}_p(r)] \frac{e^2}{|r-r'|} [\rho_p(r') - \tilde{\rho}_p(r')] dr dr' + E_{CX}. \quad (\text{III.64})$$

Le terme E_{CX} tient compte des termes d'échange du potentiel coulombien à l'approximation de Slater. L'indice N rajouté aux grands potentiels $\mathcal{H}(\rho)$ et $\mathcal{H}(\tilde{\rho})$ signifie qu'ils ne contiennent que l'interaction nucléon-nucléon.

Si l'on minimise $\bar{\mathcal{H}}$ à la fois par rapport à ρ et à $\tilde{\rho}$ comme on l'a fait dans la section précédente, on obtient deux jeux d'équations Hartree-Fock couplés tout à fait semblables à l'équation (III.53). La solution noyau contient un potentiel coulombien obtenu par variation à partir de l'énergie coulombienne incluse dans (III.64), de même pour la solution vapeur. Pour un noyau de masse A et de charge Z, les potentiels chimiques μ_n et μ_p sont solutions des équations:

$$\begin{aligned} A &= \int dr (\rho(r) - \tilde{\rho}(r)) \quad , \\ Z &= \int dr (\rho_p(r) - \tilde{\rho}_p(r)) \quad . \end{aligned} \quad (\text{III.65})$$

Les nombres des neutrons et de protons en excès dans la solution noyaux plus vapeur sont égaux à ceux de la solution vapeur:

$$\begin{aligned} \Delta N &= \int dr \tilde{\rho}_n(r) \quad , \\ \Delta Z &= \int dr \tilde{\rho}_p(r) \quad . \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

Nous terminons cette section en rappelant brièvement les propriétés des forces effectives nucléon-nucléon de type Skyrme^{46,47} que nous utilisons dans la suite. Ces interactions se présentent sous la forme d'une somme d'une force à deux corps qui s'écrit dans l'espace des moments:

$$\langle k|v|k' \rangle = t_0(1+x_0 P_\sigma) + \frac{1}{2} t_1(k^2+k'^2) + t_2 k \cdot k' + iW_0(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot k \times k' \quad , \quad (\text{III.67})$$

et d'une force de portée nulle dépendant de la densité donnée dans l'espace des coordonnées par:

$$W(\rho) = \frac{1}{6} t_3(1+x_3 P_\sigma) \rho^\alpha \left(\frac{1}{2} (r_1+r_2) \right) \quad . \quad (\text{III.68})$$

Dans (III.67) k et k' sont les vecteurs nombres d'ondes, P_σ l'opérateur d'échanges de spin, σ les matrices de Pauli. le terme en W_0 est un terme d'interaction spin-orbite à deux corps de portée nulle. Dans (III.68), ρ est la densité totale. Les équations de Hartree-Fock (III.53) s'écrivent alors dans l'espace des

coordonnées:

$$\left\{ -\nabla \frac{\hbar^2}{2m^*(r)} \cdot \nabla + U(r) - i\nabla W(r) \cdot (\nabla \times \sigma) \right\} \varphi_i(r) = e_i \varphi_i(r) \quad . \quad (\text{III.69})$$

où nous n'avons pas incluí le champ coulombien. Pour alléger l'écriture, nous donnons ci-dessous les expressions du champ central U , de la masse effective m^* et du potentiel spin-orbite pour un noyau ayant même nombre de protons et de neutrons.

$$U(r) = \frac{3}{4} t_0 \rho + \frac{1}{16} (2+\alpha) t_3 \rho^{1+\alpha} + \frac{1}{16} (3t_1+5t_2) \tau - \frac{1}{32} (9t_1-5t_2) \nabla^2 \rho - \frac{3}{4} W_0 \text{div } J \quad ,$$

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{16} (3t_1+5t_2) \rho \quad , \quad (\text{III.70})$$

$$W(r) = \frac{3}{4} W_0 \rho \quad .$$

Dans ces expressions, ρ , τ et J sont donnés par:

$$\rho(r) = \sum_i f_i |\varphi_i(r)|^2 \quad ,$$

$$\tau(r) = \sum_i f_i |\nabla \varphi_i(r)|^2 \quad , \quad (\text{III.71})$$

$$J(r) = -i \sum_i f_i \varphi_i^*(r) (\nabla \times \sigma) \varphi_i(r) \quad .$$

L'énergie interne est égale à $E = \int E(r) dr$ où la densité d'énergie $E(r)$ vaut:

$$E(r) = \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho^{2+\alpha} + \frac{1}{16} (3t_1+5t_2) \rho \tau + \frac{1}{64} (9t_1-5t_2) (\nabla \rho)^2 - \frac{3}{4} W_0 \rho \text{div } J \quad . \quad (\text{III.72})$$

Pour un noyau ayant un nombre différent de protons et de neutrons, ces formules sont un peu plus compliquées, elles sont données dans la référence 33 pour des forces de Skyrme de structure un peu plus générale. La forme précise du champ coulombien pour chacune des solutions noyau plus vapeur est détaillée dans la référence 22.

Notons enfin que pour un noyau chargé, il faut introduire séparément les facteurs de Fermi des protons f_i^p et ceux des neutrons f_i^n et l'on a:

$$N = \sum_i f_i^n = \sum_i \frac{1}{1 + \exp\{(e_i^n - \mu_n)/kT\}}$$

$$Z = \sum_i f_i^p = \sum_i \frac{1}{1 + \exp\{(e_i^p - \mu_p)/kT\}} \quad , \quad (\text{III.73})$$

ce qui définit les potentiels chimiques μ_n et μ_p en fonction des nombres N de neutrons et Z de protons. Dans ces deux expressions, il faut bien sûr tenir compte des dégénérescences des orbites comme nous l'avons fait dans la section III.3 (cf. eq.(III.28)).

Enfin, le tableau III.1 donne les paramètres des deux forces que nous allons utiliser pour le calcul explicite des propriétés des noyaux.

Tableau III.1 - Paramètres des forces de Skyrme utilisées

	t_0 [MeV.fm ³]	x_0	t_1 [MeV.fm ⁵]	t_2 [MeV.fm ⁵]	t_3 [MeV.fm ⁶]	x_0	α	w_0 [MeV]
SKM	-2645,0	0,09	385,0	-120,0	15595,0	0,0	$\frac{1}{6}$	130,0
SIII	-1128,75	0,34	395,0	-95,0	14000,0	1,00	1	120,0

III.6. CONDITIONS DE VALIDITE

Elles sont de deux ordres. Tout d'abord, il faut s'assurer que la méthode de soustraction que nous avons définie décrit bien la physique d'un noyau chaud et non pas la physique de l'enceinte dans laquelle nous l'avons placé pour pouvoir faire le calcul de façon pratique.

Le tableau III.2 montre les résultats obtenus pour le ²⁰⁸Pb à la température de 4 MeV avec la force de Skyrme SKM (voir tableau III.1) pour différentes valeurs du rayon R de la cellule allant de 12 à 18 Fm.

Tableau III.2

Valeurs soustraites de l'entropie S (en unité de la constante de Boltzmann), de l'énergie de liaison E* (en MeV) des rayons de neutrons r_n et de protons r_p (en fermi) en fonction du rayon R (en Fm) de la cellule. Le noyau étudié est le ²⁰⁸Pb pour T = 4 MeV avec l'interaction SKM. Les valeurs de la densité au bord de la cellule sont aussi indiquées pour la solution noyau: ρ_n et ρ_p et pour la solution vapeur: $\tilde{\rho}_n$ et $\tilde{\rho}_p$ (en unité 10⁻⁴ Fm⁻³).

R	S	E*	r _n	r _p	ρ _n	ρ _p	$\tilde{\rho}_n$	$\tilde{\rho}_p$
12	130,75	280,14	5,785	5,607	8,80	0,92	8,26	0,78
14	130,71	280,06	5,784	5,606	8,16	1,15	8,13	1,14
16	130,65	279,86	5,784	5,606	8,0814	1,5139	8,0811	1,5136
18	130,70	280,02	5,784	5,606	8,0745	1,8821	8,0741	1,8820

On peut facilement se convaincre que la convergence est excellente pour les valeurs soustraites de l'entropie, de l'énergie et des rayons carré moyen. La qualité de la convergence, au sens du processus itératif décrit dans la section III.4 est tout à fait comparable à celle que l'on atteint usuellement dans les calculs Hartree-Fock à température nulle. Le tableau III.2 montre aussi les valeurs non soustraites des densités de neutrons et de protons au bord de la cellule pour les deux solutions noyau et gaz. On peut remarquer que ces densités sont déjà très

proches l'une de l'autre ($\rho_n \sim \tilde{\rho}_n$ et $\rho_p \sim \tilde{\rho}_p$) pour une cellule de 14 Fermi et que l'écart diminue rapidement lorsque la taille de la cellule augmente. La cellule $R = 12$ Fm est trop petite par rapport à la taille d'un noyau de ^{208}Pb et dans la pratique la plupart des calculs ont été conduits dans une boîte de 16 Fm.

Cette première condition de validité avait trait à la justification de la procédure de soustraction utilisée. La seconde que nous allons présenter tient à la physique du noyau: pour que cette description ait une quelconque utilité, il faut que le temps de vie du noyau soit plus long que le temps de réaction nécessaire pour le former. On peut obtenir une estimation du temps de vie du noyau par évaporation de la façon suivante.

Pour pouvoir utiliser une approximation Hartree-Fock statique pour décrire un noyau chaud, nous avons été amenés à ajouter un gaz externe. Ce gaz produit exactement la pression nécessaire pour obtenir un équilibre avec le noyau. On peut illustrer cette remarque à partir de l'expression $\bar{\mathcal{H}}$ du grand potentiel que nous minimisons. En effet pour un milieu homogène comme le serait la phase gaz en l'absence de champ coulombien, le grand potentiel $\bar{\mathcal{H}}$ vapeur est égal à l'opposé de la pression multipliée par le volume et l'on peut écrire:

$$\bar{\mathcal{H}} = \mathcal{H}(\rho) + PV \quad . \quad (\text{III.74})$$

On peut réinterpréter la minimisation de $\bar{\mathcal{H}}$ comme celle de $\mathcal{H}(\rho)$ avec comme contrainte que le système occupe le volume V , le paramètre de Lagrange associé est alors $-P$.

Il résulte de ces remarques que les propriétés du gaz externe donnent des informations sur la stabilité des noyaux chauds. Qualitativement, une pression plus élevée correspond à un noyau moins stable. Quantitativement, le temps de vie du noyau composé s'obtient par la formule standard donnant les taux de réaction nucléaire en nucléosynthèse⁴⁸

$$\frac{1}{\tau} = n \langle \sigma v \rangle = \langle \sigma j \rangle \quad . \quad (\text{III.75})$$

Dans cette formule, n est la densité du gaz externe, σ la section efficace de capture de nucléon, v la vitesse des nucléons externes et j leur courant. La notation $\langle \sigma v \rangle$ représente la moyenne statistique sur les états du gaz. Remarquons tout d'abord que le temps de vie est inversement proportionnel à la densité du gaz.

Si l'on calcule explicitement cette moyenne pour les neutrons, on obtient:

$$\frac{1}{\tau} = 4\pi g \frac{1}{h^3} 2m \int_0^\infty \sigma(E) f(E) E dE \quad . \quad (\text{III.76})$$

où $g = 2s+1$ est le facteur de dégénérescence de spin, m la masse du neutron, $\sigma(E)$ la section efficace de capture à l'énergie E et $f(E)$ le facteur de Fermi. Comme l'intégration se fait à partir de 0, on peut estimer (III.76) à basse température en remplaçant $f(E)$ par $\exp(-\beta(E-\mu_n))$. En négligeant la dépendance en énergie de

$\sigma(E)$ on obtient:

$$\frac{1}{\tau} = 4\pi g \frac{1}{h^3} 2m (kT)^2 \cdot \sigma \exp\{\mu_n/kT\} \quad . \quad (\text{III.77})$$

On pourra comparer utilement cette formule avec celle obtenue par Ericson à partir du principe de la balance détaillée⁴⁹. Si l'on prend pour σ la section efficace géométrique $\sigma = \pi R^2$, où R est le rayon du noyau, on trouve pour le ^{208}Pb ($R = 7 \text{ Fm}$, $\mu_n = -8 \text{ MeV}$) les valeurs suivantes

$$\begin{aligned} T = 1 \text{ MeV} & : \tau = 2,0 \cdot 10^{-18} \text{ s} \quad , \\ T = 2 \text{ MeV} & : \tau = 0,9 \cdot 10^{-20} \text{ s} \quad , \\ T = 5 \text{ MeV} & : \tau = 1,3 \cdot 10^{-22} \text{ s} \quad . \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

Pour que la méthode de soustraction qui nous a conduit à ces temps de vie soit utilisable, il est souhaitable que le temps de vie du noyau composé soit plus grand que le temps de thermalisation de formation du système. Cette hiérarchie de temps semble bien être observée expérimentalement au moins jusqu'à des températures de 5 à 6 MeV, 5 MeV pour les noyaux plus lourds, (cf. ref. 5 par exemple) et 6 MeV pour les plus légers⁶.

Une estimation plus précise des temps de vie par l'éq.(III.76) a été faite²² à partir des facteurs de Fermi calculés à l'approximation Hartree-Fock, elle donne des résultats tout-à-fait similaires à (III.78). Par contre, la section efficace de capture $\sigma(E)$ décroît très fortement avec l'énergie⁴⁸ de sorte qu'un calcul plus complet avec une bonne approximation pour $\sigma(E)$ devrait conduire à des temps de vie plus longs. Ce calcul reste à faire.

III.7. RESULTATS

Les résultats que nous présentons dans cette section ont été obtenus pour le plomb et le fer avec les forces SKM et SIII dont les paramètres ont été donnés dans le tableau III.1. Les calculs sont faits à l'intérieur d'une cellule sphérique de rayon R donné dans le cadre de l'approximation Hartree-Fock que nous avons décrite dans la section III.4. Pour toutes les températures supérieures à 2 MeV la méthode de soustraction est utilisée. A $T = 1 \text{ MeV}$ la densité du gaz externe est quasiment nulle et aucun état dans le continu n'est peuplé de façon significative. Aucune correction due au mouvement du centre de masse n'est faite, les noyaux sont sphériques et les effets de déformation ne sont pas pris en compte.

Tout d'abord, la figure III.2 montre l'évolution des rayons carré moyen de neutrons et de protons lorsqu'on chauffe un noyau de ^{208}Pb . La comparaison avec les calculs antérieurs de Brack et Quentin³⁷ montre un bon accord jusqu'à des températures de l'ordre de 3 MeV avec des déviations faibles à 4 MeV et très significatives dès 5 MeV, signature de l'importance des effets du continu dans cette région.

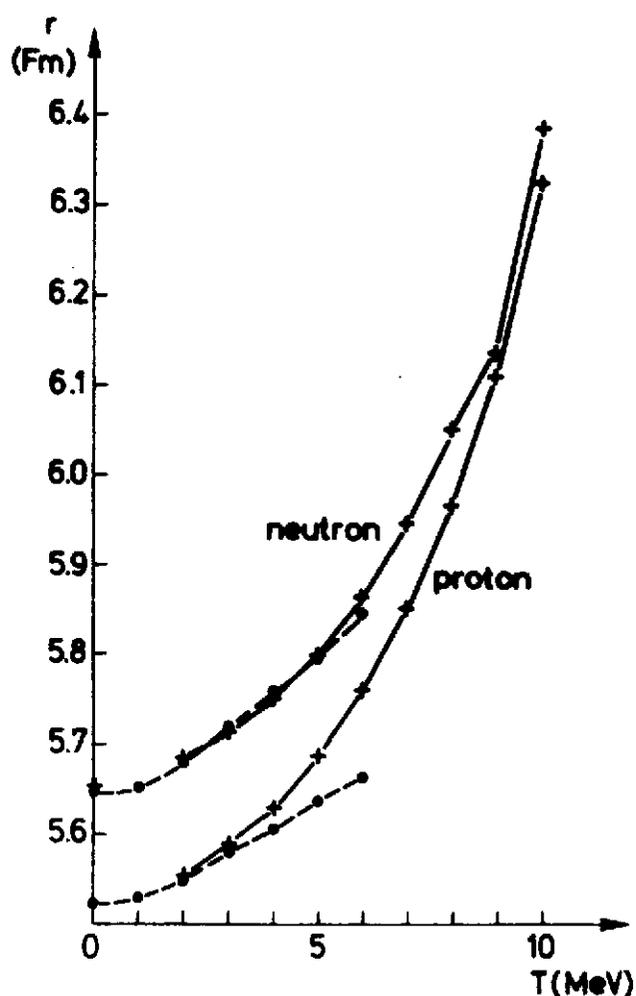


Fig. III.2 - Rayons carré moyen de neutrons et de protons (Fm) calculés pour le ^{208}Pb avec SIII en fonction de la température (MeV). Les résultats de la ref. 37, pour la même interaction sont indiqués par des points.

Ces déviations sont plus importantes pour les protons, cela s'explique par le fait que dans la ref. 37, l'espace accessible aux orbites est limité aux états liés et quasi-liés par la barrière coulombienne, tandis que dans notre cas il n'y a aucune limitation et la répulsion coulombienne repousse plus efficacement les protons vers l'extérieur.

Les densités soustraites de neutrons et de protons sont tracées sur la figure III.3 à quatre températures différentes, toujours pour le ^{208}Pb et avec la même interaction. On observe que l'épaisseur de surface augmente avec la température plus rapidement pour les protons que les neutrons. Cette différence est encore une manifestation de l'importance du champ coulombien. De plus, dans la ref. 37, l'épaisseur de surface des neutrons ne dépend pas de la température, l'augmentation que nous observons sur la figure III.3 souligne cette fois l'importance des effets du continu.

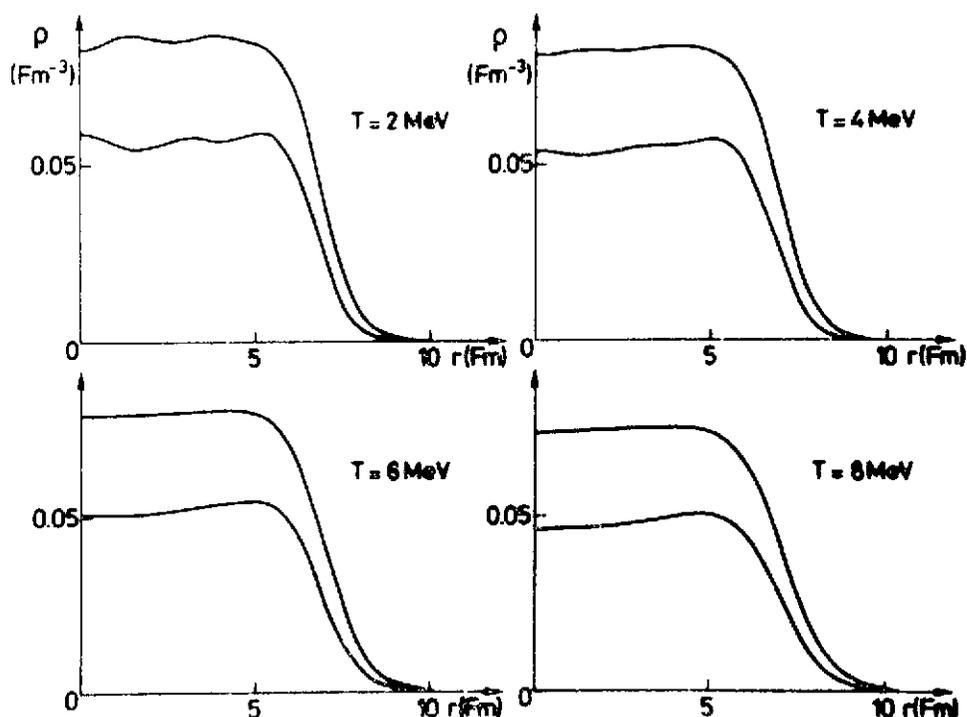


Fig. III.3 - Profils des densités de matière pour le ^{208}Pb calculés avec SIII pour quatre valeurs différentes de la température.

Comme dans les calculs précédents³⁷, nous pouvons remarquer que les oscillations de densité dues aux effets de couches disparaissent lorsque la température augmente et devient plus grande que la distance entre les couches. De même, la densité centrale de protons décroît si T augmente, ce comportement particulier provient de l'occupation d'orbitales de plus en plus élevées et surtout du dépeuplement de l'orbite $3s_{1/2}$ qui n'est plus occupée qu'à environ 70 % dès 2 MeV de température. Remarquons que les densités de protons dessinées ne représentent pas les densités de charge : il reste à les convoluer avec la distribution de charge du proton, ce qui adoucirait encore les oscillations.

Les spectres de particules indépendantes de protons et de neutrons pour le ^{208}Pb sont tracés en fonction de la température sur les figures III.4 pour l'interaction SIII et III.5 pour SKM. Remarquons tout d'abord que les niveaux restent répartis en couche jusqu'aux plus hautes températures. La disparition des effets de couches n'est donc pas liée à la disparition des couches mais à l'augmentation de la température qui devient grande devant l'espacement moyen des niveaux.

Pour des températures inférieures à 4 MeV, on n'observe que de faibles variations dans les spectres, en accord avec la réf. 37. A plus haute température, par contre, une compression importante se produit. Nous reviendrons dans un instant sur l'interprétation physique de ce résultat. On peut aussi observer une variation systématique des potentiels chimiques qui décroissent fortement lorsque la température augmente. On trouvera réf.23 une étude détaillée de cette variation pour différents noyaux.

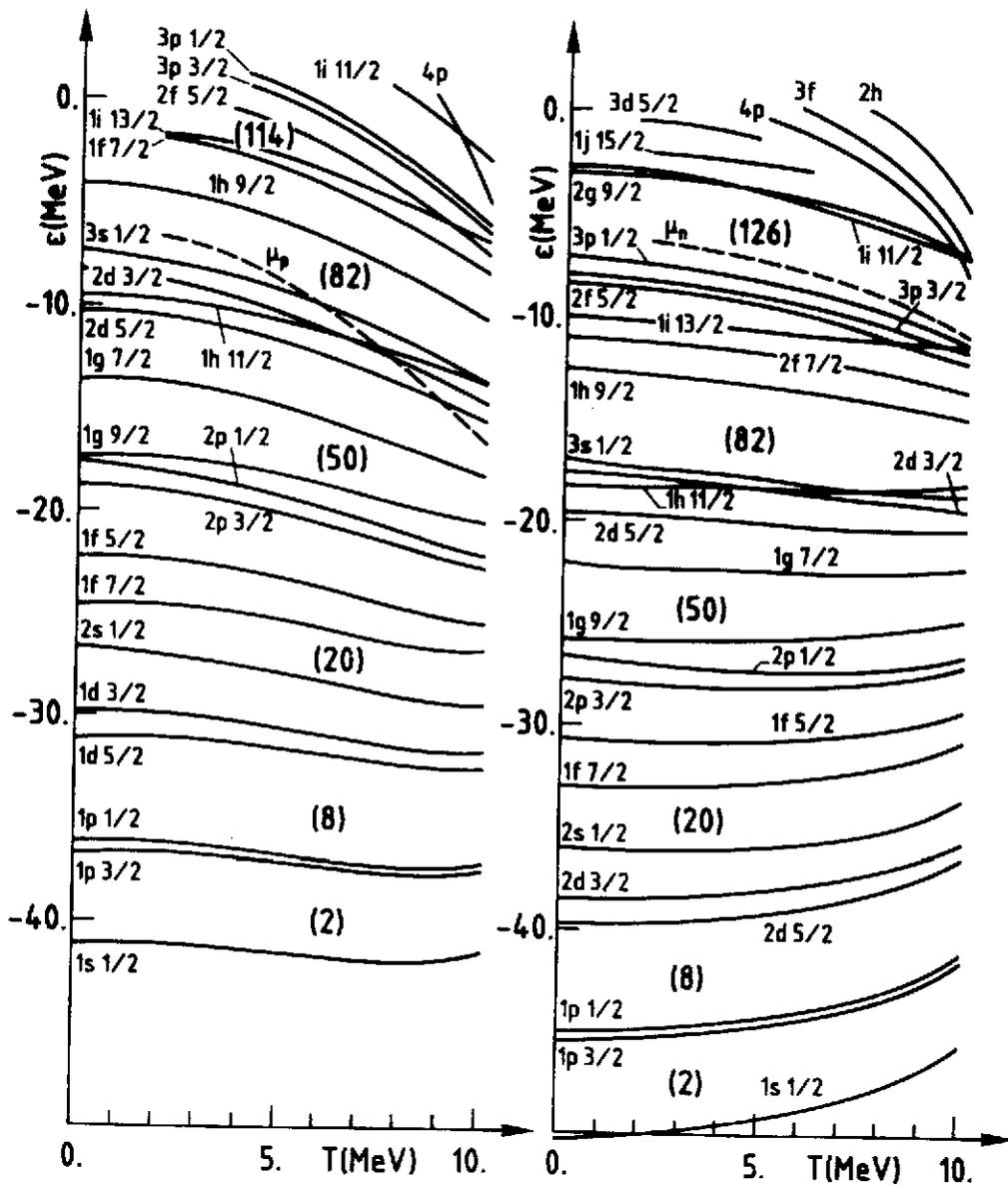


Fig. III.4 - Spectres à un corps pour les protons et les neutrons calculés pour le ^{208}Pb avec S_{II} en fonction de la température.

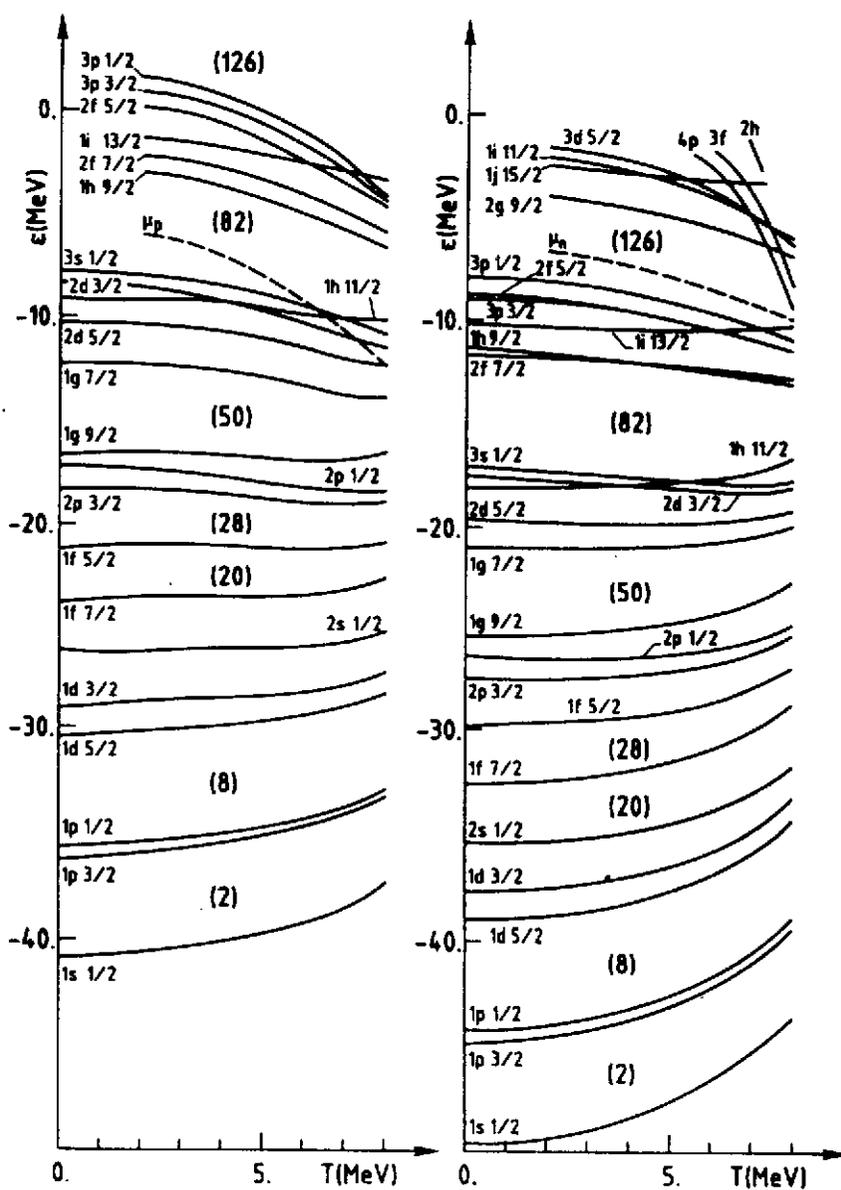


Fig. III.5 - Spectres à un corps pour les protons et les neutrons calculés pour le ^{208}Pb avec SKM en fonction de la température.

Pour pouvoir comparer plus quantitativement l'influence du choix de la force nous avons résumé sur le tableau III.3 pour le ^{208}Pb les principaux résultats obtenus avec SKM et SIII. Le tableau III.4 donne les mêmes informations pour le ^{56}Fe .

Tableau III.3

Energie d'excitation E^* , entropie S , potentiel chimique de proton μ_p et de neutron μ_n , rayons carré moyen de proton r_p et de neutron r_n pour le ^{208}Pb avec SIII et SKM. L'énergie de liaison du fondamental à température nulle est de $-1618,32$ MeV pour SIII et $-1634,22$ MeV pour SKM. L'absence d'information pour SKM à 9 et 10 MeV signifie que le noyau n'est pas stable.

T (MeV)	E^* (MeV)		S		μ_p (MeV)		μ_n (MeV)		r_p (fm)		r_n (fm)	
	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM
0	0	0	0	0	-5,75	-5,21	-4,95	-5,81	5,53	5,44	5,65	5,62
1	14,65	14,12	20,40	18,95	-6,30	-5,67	-5,80	-6,22	5,53	5,45	5,66	5,63
2	74,18	79,90	60,41	63,14	-6,58	-6,00	-6,24	-6,54	5,56	5,49	5,68	5,66
3	154,83	168,37	92,86	98,73	-7,07	-6,47	-6,57	-6,90	5,59	5,54	5,71	5,72
4	255,96	279,95	121,79	130,65	-7,81	-7,17	-6,90	-7,31	5,63	5,61	5,75	5,78
5	379,14	418,96	149,19	161,56	-8,79	-8,11	-7,28	-7,80	5,69	5,71	5,80	5,88
6	523,30	587,71	175,42	192,26	-9,98	-9,28	-7,73	-8,38	5,76	5,85	5,87	6,01
7	688,00	788,24	200,78	223,12	-11,36	-10,69	-8,25	-9,06	5,85	6,05	5,95	6,19
8	870,36	1039,58	225,11	256,56	-12,91	-12,35	-8,87	-9,86	5,97	6,45	6,06	6,57
9	1068,05		248,36		-14,61		-9,56		6,12		6,19	
10	1291,50		271,93		-16,51		-10,34		6,33		6,39	

Tableau III.4

Energie d'excitation E^* , entropie S , potentiel chimique de proton μ_p et de neutron μ_n , rayons carré moyen de proton r_p et de neutron r_n pour le ^{56}Fe avec SIII et SKM. L'énergie de liaison du fondamental à température nulle est de $-468,76$ MeV pour SIII et $-481,90$ MeV pour SKM. L'absence d'information pour SKM à 9 et 10 MeV signifie que le rayon n'est pas stable.

T (MeV)	E^* (MeV)		S		μ_p (MeV)		μ_n (MeV)		r_p (fm)		r_n (fm)	
	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM	SIII	SKM
0	0	0	0	0	-8,64	-8,83	-8,46	-9,65	3,70	3,65	3,73	3,69
1	1,79	1,62	9,96	9,33	-7,64	-7,80	-9,12	-9,85	3,70	3,65	3,74	3,69
2	16,88	17,20	19,11	19,47	-7,75	-7,53	-9,69	-10,41	3,71	3,68	3,77	3,72
3	41,24	45,27	29,25	30,73	-7,86	-7,88	-10,58	-10,89	3,75	3,73	3,78	3,77
4	74,58	81,49	38,55	41,09	-8,85	-8,51	-10,79	-11,42	3,78	3,80	3,84	3,83
5	112,78	124,66	47,05	50,69	-9,69	-9,34	-11,37	-12,03	3,83	3,88	3,88	3,92
6	154,71	174,49	54,84	59,75	-10,34	-10,37	-12,36	-12,75	3,90	4,00	3,92	4,03
7	202,43	231,02	62,19	68,44	-11,48	-11,57	-13,13	-13,60	3,98	4,16	4,00	4,18
8	253,56	294,53	69,01	76,90	-12,76	-12,99	-14,00	-14,54	4,08	4,41	4,09	4,42
9	307,26		75,33		-14,17		-14,96		4,20		4,21	
10	366,49		81,58		-15,73		-16,01		4,38		4,38	

Jusqu'à une température de 8 MeV, les deux interactions donnent des résultats qualitativement similaires. On observe cependant des différences systématiques. Dans les deux noyaux, l'énergie d'excitation E^* et l'entropie S sont plus grandes pour SKM que pour SIII dès que la température dépasse 2 MeV. Cette tendance peut se relier au comportement des rayons carré moyen. Bien qu'à $T=0$, ils soient plus petits pour SKM, ils croissent plus vite avec la température pour l'interaction SKM. A 8 MeV de température, ils dépassent les valeurs obtenues pour SIII de 10 % environ. A l'augmentation des rayons carré moyen correspond une évolution des potentiels moyens Hartree-Fock vers des puits moins profonds et de plus grand rayon ce qui explique en partie la compression des spectres de particules indépendantes observées sur les figures III.4 et III.5 où la densité d'états de particules indépendantes augmente d'environ 20 % au voisinage de la mer de Fermi lorsque T augmente de 0 à 8 MeV. Cet effet est plus accentué pour l'interaction SKM, ce qui explique l'augmentation plus rapide avec T de l'énergie d'excitation et de l'entropie. Cette différence de comportement des rayons carré moyen est corrélée avec la valeur du module d'incompressibilité nettement plus faible pour SKM ($K \sim 220$ MeV) que pour SIII ($K \sim 380$ MeV). Enfin la différence la plus spectaculaire entre ces deux interactions est la température à laquelle les noyaux deviennent instables ; nous y reviendrons dans la section suivante.

Tableau III.5

Propriétés du ^{190}Pb avec SKM. L'énergie du fondamental à $T=0$ est de $E_0 = -1470,95$ MeV.

T (MeV)	E^* (MeV)	S	μ_p (MeV)	μ_n (MeV)	r_p (Fm)	r_n (Fm)
0	0	9,56	-1,07	-9,84	5,35	5,42
1	13,30	32,06	-1,63	-9,58	5,36	5,43
2	58,24	61,87	-1,94	-9,45	5,38	5,45
3	134,67	92,46	-2,39	-9,67	5,43	5,49
4	239,27	122,37	-3,05	-10,09	5,49	5,56
5	371,18	151,71	-3,94	-10,61	5,59	5,65
6	531,17	180,81	-5,05	-11,24	5,72	5,77
7	717,50	209,44	-6,39	-11,96	5,91	5,95

Il est aussi intéressant d'étudier ce qui se passe loin de la ligne de stabilité. A cet effet, le tableau III.5 résume les propriétés au ^{190}Pb avec l'interaction SKM. Pour un tel noyau pauvre en neutrons, l'effet le plus marquant est l'abaissement de la température d'instabilité par rapport à celle observée pour le ^{208}Pb situé lui, sur la ligne de stabilité β , ce qui suggère fortement l'importance du champ coulombien dans ce phénomène. L'entropie non nulle que l'on trouve à $T=0$ correspond simplement à la description du ^{190}Pb comme noyau sphérique. La dernière couche à remplir li 13/2 devrait être occupée par 8 neutrons et le ^{190}Pb devrait être déformé dans son état fondamental. On décrit cet état de façon approchée en remplissant les 14 niveaux dégénérés de façon équiprobable, de là l'entropie non nulle.

Si pour le ^{208}Pb on analyse plus précisément l'évolution de S et de E^* , on s'aperçoit que l'entropie croît linéairement avec la température tandis que l'énergie d'excitation croît quadratiquement, ceci dès que la température est suffisante. Ce comportement se vérifie sur la figure III.6 où sont dessinées les quantités $S/2T$, E^*/T^2 et $S^2/4E^*$. Pour un gaz de Fermi idéal ces quantités devraient être indépendantes de la température et égales au paramètre a de la formule de Bethe⁵⁰ pour la densité de niveaux:

$$\rho(E^*) = \frac{1}{12} \left(\frac{\pi^2}{a} \right)^{1/4} E^{*-5/4} \exp \sqrt{aE^*} \quad (III.79)$$

Pour un gaz de Fermi, a est donné par:

$$a = \frac{\pi^2}{6} g(\epsilon_F) = \frac{\pi^2}{4} \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{A}{k_F^2} \quad (III.80)$$

où $g(\epsilon_F)$ est la densité moyenne de niveau à une particule autour de l'énergie de Fermi ϵ_F , m^* est la masse effective, k_F le moment de Fermi et A le nombre de nucléons. Cette formule donne $a/A = 0,054 \text{ MeV}^{-1}$ pour SIII et $0,053$ pour SKM^{51,52}. Les valeurs asymptotiques extraites de la figure III.6 sont environ 50 % plus grandes. On peut attribuer cette différence au moins en partie à des effets de surface et de courbure⁵¹.

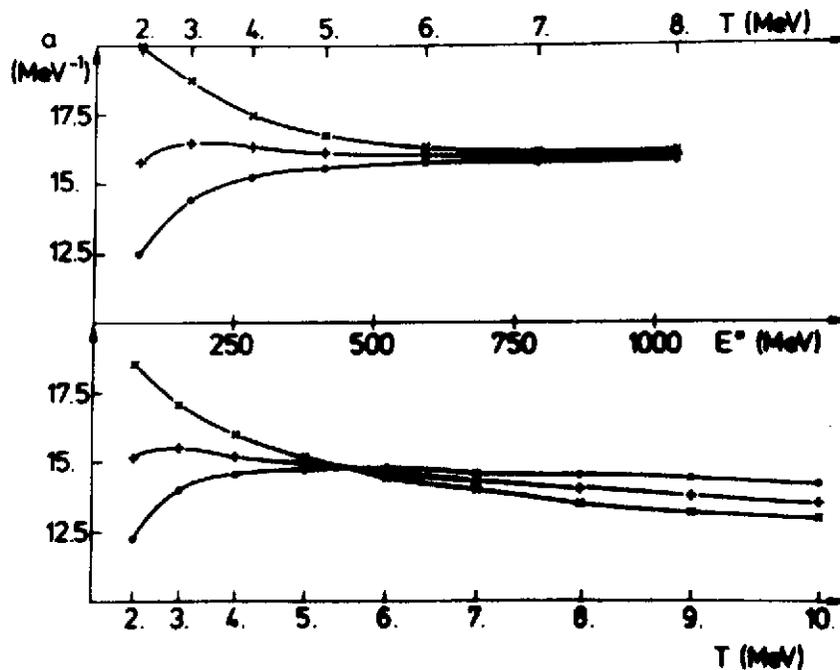


Fig. III.6 - Variation de E^*/T^2 (x), $S/2T$ (+) et $S^2/4E^*$ (o) pour le ^{208}Pb avec la température pour SKM (partie haute de la figure) et pour SIII (partie basse de la figure).

Dans les calculs que nous avons présentés, la dépendance linéaire de l'entropie avec la température est le résultat d'une compensation délicate entre deux effets. A haute température, le spectre devient plus dense, ce qui augmente

l'entropie. Cependant, par rapport à la formule $S = 2\alpha T$, on s'attend à une réduction de l'entropie car seul un nombre fini d'états et de résonances peut être peuplé alors que la formule $S = 2\alpha T$, dérivée à partir de développement de basse température, présuppose une infinité de niveaux équidistants. Cet effet est d'ailleurs dominant dans les calculs de la référence 37 qui n'inclut que les états liés et quasi-liés. Le traitement correct de la contribution des états du continu et la compression du spectre que nous observons compensent en partie cette diminution. La figure III.7 illustre l'importance relative des différents effets.

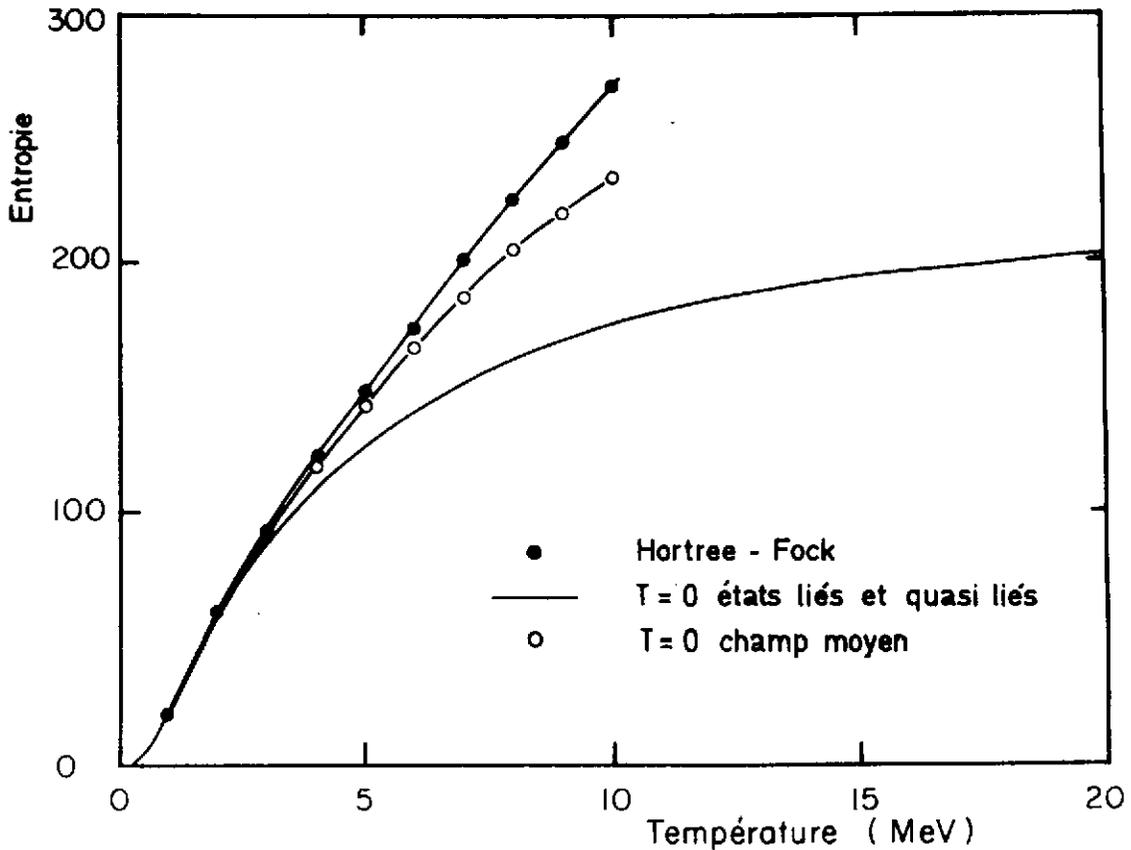


Fig. III.7 - Variation avec T de l'entropie du ^{208}Pb calculée avec SKM. Le calcul Hartree-Fock complet (courbe avec les points) est comparé avec deux calculs approchés à partir de spectre fixé à $T=0$, l'un néglige le continu (ligne continue), l'autre non (ligne avec des cercles).

Pour le ^{208}Pb avec l'interaction SIII, elle fournit une comparaison entre l'entropie calculée en fonction de la température (cf. tableau III.3) et deux approximations. La première, et la plus radicale, consiste à prendre seulement les états de particules indépendantes liés et quasi-liés tels qu'on les obtient à température nulle: le spectre est indépendant de la température et aucune résonance n'est inclut. La seconde consiste à prendre le même spectre indépendant de T mais à inclure par la méthode de soustraction les effets du continu. La différence la plus importante est observée entre les deux approximations, ce qui souligne encore davantage l'importance d'un traitement correct des états du continu et ce, dès 4 MeV de température. La différence restante entre le calcul

complet et la seconde approximation est due à la modification du champ moyen qui évolue lentement avec la température et produit la compression des spectres de particules indépendantes.

III.8. LIMITE DE STABILITE

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les calculs n'ont pu être faits que pour une certaine gamme de température. Dans les calculs numériques faits au-delà de cette température limite, les résultats se mettent à dépendre de la taille de la boîte dans laquelle les équations de Hartree-Fock sont résolues. La figure III.8 montre un exemple de profils de densité pour le ^{208}Pb avec l'interaction SIII à 11 MeV de température, c'est-à-dire à 1 MeV au-delà de la dernière température figurant dans le tableau III.3 pour SIII. Pour une cellule de 14 Fermi de rayon, on peut avoir l'illusion que le noyau est bien décrit par les densités soustraites puisqu'elles tendent bien vers 0 à la surface de la cellule. Mais le même calcul répété dans une cellule de 16 Fermi de rayon montre que la densité n'est pas stable et que les nucléons commencent à s'échapper du noyau vers la périphérie de la cellule.

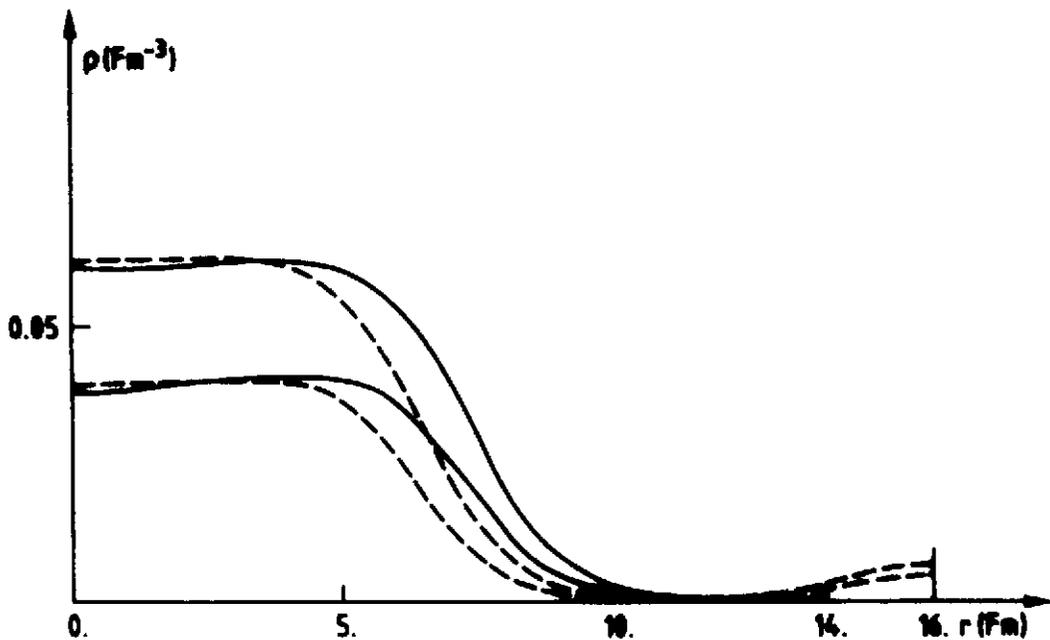


Fig. III.8 - Profils de densités soustraites de neutrons et de protons pour le ^{208}Pb à $T = 11$ MeV avec SIII dans des cellules de 14 Fm (traits pleins) et de 16 Fm (tirets).

Dans une cellule plus grande, les calculs conduisent à une solution de type bulle où la matière est collée à la surface de la cellule. Cette transition vers une solution de type bulle à l'intérieur d'une cellule de rayon donné présente les caractéristiques d'une transition de phase du premier ordre²³ (cf. aussi les

réfs. 27 et 28). On rencontre d'ailleurs une situation physique où cette transition se produit. Dans le coeur des supernovae, au cours de la phase d'effondrement, la structure du coeur se modifie profondément lorsque la densité moyenne atteint la moitié de la densité de matière nucléaire infinie. Il y a une transition entre une structure de type réseau cristallin où les nucléons sont concentrés en chaque site du réseau vers une structure de type réseau de bulle où les nucléons ont été en quelque sorte chassés dans les espaces interstitiels du réseau précédent^{33,53}. Du point de vue coulombien la situation est très particulière car l'étoile est un milieu électriquement neutre et le bain d'électrons supprime les effets à longue portée du champ coulombien, seules les fluctuations locales subsistent. Cette transition est par contre irrelevante pour un noyau isolé: aucun mécanisme n'existe dans la physique des ions lourds pour maintenir une cellule contenant un "noyau bulle" et il n'y a pas de bain d'électrons qui puisse écranter le champ coulombien.

Revenons à la température limite que nous avons observée dans la section précédente. Deux faits saillants ont déjà été notés. Le premier est l'influence du choix de l'interaction, les différences de température limite étant alors essentiellement liées aux modules d'incompressibilité très différents. Le second est l'abaissement de la température limite lorsqu'on s'éloigne de la vallée de la stabilité. Ce dernier trait suggère l'origine coulombienne de l'instabilité. Nous avons de plus l'ensemble des résultats de la seconde partie qui nous pousse à chercher dans les effets coulombiens la cause de l'instabilité. Il faut cependant savoir que la démarche que nous avons suivie dans ce cours, du phénoménologique du chapitre précédent au microscopique de ce chapitre, est d'ordre purement pédagogique. Dans la pratique le modèle que nous avons décrit dans le chapitre II est venu après les calculs que nous présentons ici.

Cela étant, pour mettre pleinement en évidence le rôle du champ coulombien, il suffit de le supprimer !... tout au moins dans le calcul. Le tableau III.6 présente ainsi les résultats obtenus pour un noyau de ^{208}Pb avec l'interaction nucléaire SKM mais sans champ coulombien. Pour réaliser pratiquement un tel calcul, il suffit de prendre 126 neutrons et 82 protons et de mettre à zéro la charge dans l'expression (III.64) du grand potentiel soustrait et dans les équations Hartree-Fock qui en découlent après minimisation. Sur le tableau, aucune instabilité ne se manifeste jusqu'à des températures de l'ordre de 12,5 alors qu'avec la même interaction et en présence du champ coulombien, une instabilité se produit entre 8 et 9 MeV.

Tableau III.6

Propriétés du ^{208}Pb non chargé calculées avec l'interaction SKM, l'énergie Hartree-Fock du fondamental est -2449,23 MeV.

T (MeV)	E^* (MeV)	S	μ_p (MeV)	μ_n (MeV)	r_p (Fm)	r_n (Fm)
0	0	0	-23,79	-5,06	5,23	5,52
1	12,40	16,46	-23,95	-5,37	5,24	5,53
2	74,52	57,98	-24,18	-5,58	5,26	5,56
3	157,97	91,60	-24,57	-5,90	5,30	5,60
4	259,81	120,75	-25,15	-6,29	5,35	5,66
5	383,97	148,36	-25,93	-6,74	5,42	5,73
6	530,60	175,03	-26,89	-7,26	5,52	5,82
7	697,39	200,71	-28,01	-7,88	5,66	5,95
8	883,09	225,49	-29,27	-8,60	5,85	6,11
9	1083,25	249,06	-30,65	-9,42	6,07	6,34
10	1296,05	271,48	-32,16	-10,33	6,41	6,67
11	1528,53	293,64	-33,74	-11,37	6,96	7,20
11,5	1656,46	304,97	-34,55	-11,92	7,42	7,66
12	1829,35	319,54	-35,34	-12,63	8,25	8,45
12,5	2041,24	337,06	-36,20	-13,44	9,98	10,02

L'augmentation des rayons carré moyen de neutrons (r_n) et de protons (r_p) est certes spectaculaire - de près d'un facteur deux - mais elle reste très régulière. Il en est de même pour les autres quantités: aucune irrégularité ne se produit entre 8 et 9 MeV où se situe la température d'instabilité dans le cas normal où la charge est incluse. Pour mieux voir la différence avec le cas chargé, la figure III.9 montre les densités de matière soustraites pour le ^{208}Pb non chargé et celles du ^{208}Pb normal. Cette comparaison n'est évidemment possible que jusqu'à 8 MeV puisqu'au-delà le ^{208}Pb est instable. Le noyau non chargé continue lui d'exister à des températures nettement plus élevées mais il devient de moins en moins dense, sa surface est de plus en plus diffuse et son rayon devient plus grand. Si l'on augmente encore la température, on observe non pas une instabilité brutale mais une transition douce vers une matière nucléaire uniforme. A cause de difficultés techniques liées à la procédure de soustraction, il n'est pas possible de dépasser cette température de transition, aussi peut-on seulement en donner une estimation: entre 12,5 MeV et 13 MeV.

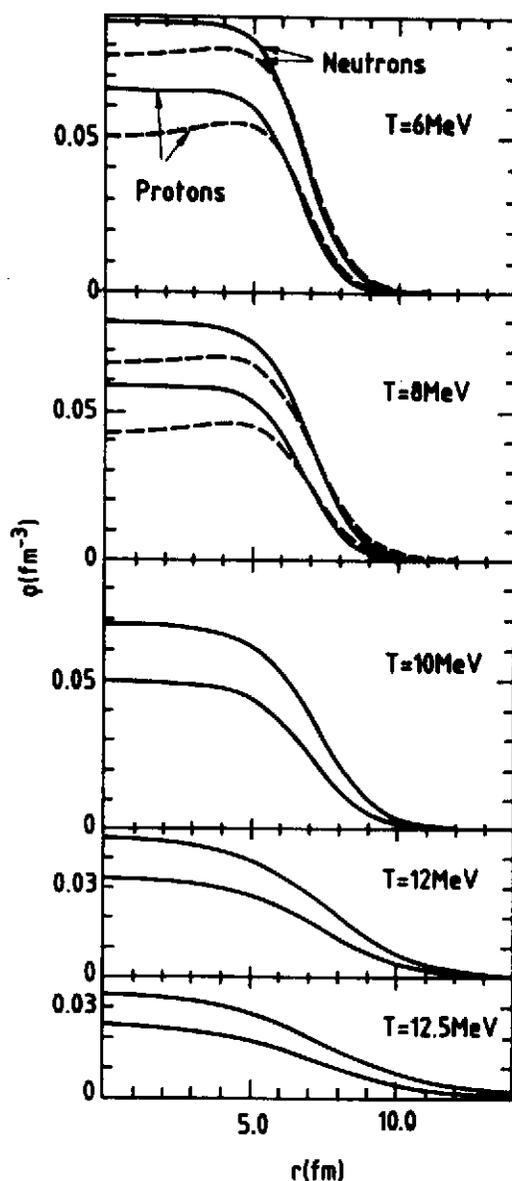


Fig. III.9 - Densités soustraites de neutrons et de protons à différentes températures pour le ^{208}Pb non chargé (trait continu) et pour le ^{208}Pb chargé (tirets). Le calcul est fait avec l'interaction SKM dans une cellule de 15 Fermi de rayon.

Pour l'interaction SKM, la température critique pour la transition de phase liquide gaz est: $T_c = 13,22$ MeV. L'estimation que l'on vient de donner à partir des résultats sur le ^{208}Pb non chargé est légèrement inférieure. Cela est dû aux termes de surface qui sont inclus dans la force effective SKM. Conformément à l'analyse présentée dans la section III.7, ces termes tendent à abaisser la température limite (voir fig. II.9).

Si l'on peut dire que la transition de phase liquide gaz peut s'observer dans le cas non réaliste où l'interaction coulombienne est supprimée, par contre la situation pour un noyau normal est tout à fait différente. On peut suivre sur

la figure III.9 l'effet induit par le champ coulombien. Dès $T = 6$ MeV, on observe en effet une dépression centrale dans la densité de protons causée par la répulsion coulombienne. A cause de l'interaction nucléaire, cet effet se retrouve sur la distribution de neutrons. Cette dépression se traduit en particulier par une augmentation du nombre de protons à la périphérie du noyau. A $T = 8$ MeV l'effet s'amplifie encore si bien qu'à température plus élevée, le nombre de protons dans la queue de la distribution de matière est devenu trop important. Le champ coulombien devient d'autant plus efficace et produit la rupture du noyau par dislocation bien avant que la température critique ne soit atteinte.

Nous retrouvons donc par un calcul microscopique, l'essentiel des résultats obtenus dans le modèle phénoménologique de la seconde partie, mais de façon beaucoup plus quantitative. La dépendance de la température limite avec la masse du noyau semble cependant moins marquée. Les calculs microscopiques avec SKM montrent que le ^{56}Fe et le ^{208}Pb sont tous deux stables à $T = 8$ MeV et instables à $T = 9$ MeV. Une étude plus fine a été faite à partir des rayons carré moyen²³: la température limite pour le ^{208}Pb est à peine supérieure à 8 MeV tandis que pour le ^{56}Fe elle avoisine les 9 MeV. Cette différence reste inférieure à celle prédite par le modèle phénoménologique et une étude systématique de la dépendance de la température limite reste à faire.

Les conséquences physiques de cette température limite dans les réactions entre ions lourds ont été présentés à cette école dans le cours de Babinet et le séminaire de Galin auxquels nous renvoyons pour les aspects expérimentaux. Soulignons cependant les limitations d'ordre théorique des calculs présentés.

1) Tous les calculs ont été conduits pour des noyaux sphériques. L'effet de la déformation peut être très important, en particulier les barrières de fission à température non nulle peuvent se trouver modifiées⁵⁴.

2) De même le moment angulaire n'a pas été incluí et l'on sait bien que les noyaux formés par réaction entre ions lourds emportent un moment angulaire non négligeable.

3) L'interaction effective qu'il faut utiliser dans les calculs est déterminée en général à partir des propriétés des noyaux à température nulle. Il n'y a pour l'instant aucune indication qu'elle soit valable à température non nulle et que la seule dépendance en température induite par la non linéarité soit suffisante. Il n'y a d'ailleurs pas plus d'évidence inverse.

En ce qui concerne les deux premiers points une remarque importante s'impose. Si on connaît l'énergie d'excitation d'un système composite et si on veut, à partir d'un paramètre de niveau supposé connu, extraire une température, il faut impérativement retrancher à l'énergie d'excitation toute énergie, non thermique ou collective, associée à des mouvements d'ensemble du noyau comme la déformation ou les rotations sous peine de surestimer grossièrement la température.

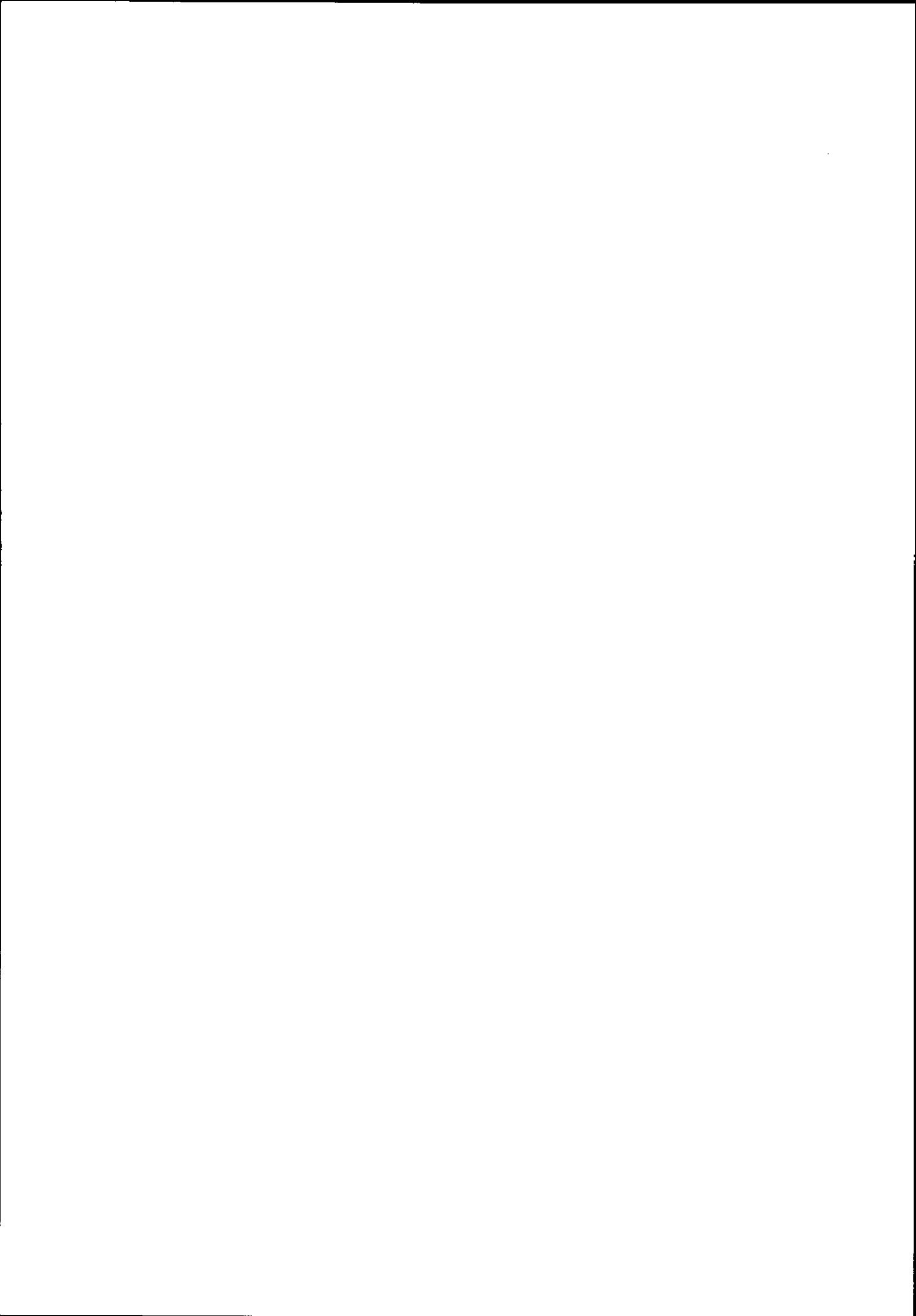
REFERENCES

1. R.Balian, Du microscopique au macroscopique, Ellipses 1982.
2. J.Aichelin et J.Hüfner, Phys.Lett. 136B (1984) 15.
3. G.D.Westfall et al., Phys.Rev. C17 (1978) 1368.
4. J.E.Finn et al., Phys.Rev. 49 (1982) 1321.
5. S.Song et al., Phys.Lett. 130B (1984) 14.
6. G.Auger et al., Z.Phys. A321 (1985) 243.
G.Auger et al., preprint Orsay IPNO-DRE 85-28.
7. W.Mittig et al., Phys.Lett. 154B (1985) 259.
8. M.Fatyga, Phys.Rev.Lett. 55 (1985) 1376.
9. Y.Cassagnou et al. preprint Saclay DPhN 21-98 et conférence invitée:
INS RIKEN, International Symposium on Heavy Ion Physics MONT FUJI -
Japon - Août 1984.
M.Conjeaud et al., Phys.Lett. 159B (1985) 244.
10. B.Borderie et M.F.Rivet, Z.Phys. A321 (1985) 703.
B.Borderie, Cours donné à "XVII Masurian School on Nuclear Physics"
MIKOLAJKI, Sept. 1985.
11. U.Mosel, P.-G.Zint et H.Passler, Nucl.Phys. A236 (1974) 252.
12. G.Sauer, H.Chandra et U.Mosel, Nucl.Phys. A264 (1976) 221.
13. W.A.Küpper, G.Wegmann et E.R.Hilf, Ann.Phys. 88 (1974) 454.
14. H.Jaqaman, A.Z.Mekjian et L.Zamick, Phys.Rev. C27 (1983) 2782.
15. M.W.Curtin, H.Toki et D.K.Scott, Phys.Lett. 123B (1983) 289.
16. D.G.Lamb, J.M.Lattimer, C.J.Pethick et D.G.Ravenhall, Nucl.Phys. A360
(1981) 459.
17. R.W.Minich et al., Phys.Lett. 118B (1982) 458.
18. H.H.Gutbrod, A.I.Warwick et H.Wieman, Nucl.Phys. A387 (1982) 177c.
19. C.B.Chitwood et al., Phys.Lett. 131B (1983) 289.
20. A.D.Panagiotou et al., Phys.Rev.Lett. 52 (1984) 496.
21. P.J.Siemens, Nature 305 (1983) 410.
22. P.Bonche, S.Levit et D.Vautherin, Nucl.Phys. A427 (1984) 278.
23. P.Bonche, S.Levit et D.Vautherin, Nucl.Phys. A436 (1985) 265.
24. S.Levit et P.Bonche, Nucl.Phys. A437 (1985) 426.
25. P.Bonche, Compte-Rendu de la 8^e Session d'Etudes Biennale de Physique
Nucléaire - Aussois - 1985.
26. G.Baym, H.A.Bethe et C.J.Pethick, Nucl.Phys. A175 (1971) 225.
27. D.G.Ravenhall, C.J.Pethick et J.M.Lattimer, Nucl.Phys. A407 (1983) 571.
28. D.G.Lamb, J.M.Lattimer, C.J.Pethick et D.G.Ravenhall, Nucl.Phys. A411 (1983)
449 et références citées.
29. Voir Référence 1. Tome I, Chapitre 8.
30. A.L.Goodman, J.I.Kapusta et A.Z.Mekjian, Phys.Rev. C30 (1984) 851.
31. X.Campi, J.Desbois et E.Lipparini, Phys.Lett. 142B (1984) 8 ; Nucl.Phys. A428
(1984) 327c.
32. J.Hüfner, Physics Report 125 (1985) 129.

33. P.Bonche et D.Vautherin, Nucl.Phys. A372 (1981) 496.
34. H.R.Jaqaman, A.Z.Mekjian et L.Zamick, Phys.Rev. C29 (1984) 2067.
35. Pour cette section et la suivante, on pourra se reporter au Chapitre 9 du Tome I de la Référence 1.
36. M.Brack et P.Quentin, Phys.Lett. 52B (1974) 159.
37. M.Brack et P.Quentin, Phys.Scripta 10A (1974) 163.
38. L.Landau et L.Lifshitz, Statistical Physics (MIR, Moscou 1967) sect.77
39. R.Dashen, S.Ma et H.J.Bernstein, Phys.Rev. 187 (1969) 345.
40. W.A.Fowler, C.A.Engelbrecht et S.E.Woosley, Astrophys.J. 229 (1979) 713.
41. D.L.Tubbs et S.E.Koonin, Astrophys.J. 232 (1979) L59.
42. A.K.Kerman et S.Levit, Phys.Rev. C24 (1981) 1029.
43. J.des Cloizeaux, dans Many-Body Physics, page 5, ed. C.de Witt et R.Balian, Gordon and Breach, 1968.
44. A.Bohr et B.R.Mottelson, Nuclear Structure, tome I, appendice 2B, page 281, Benjamin, New York, 1969.
45. J.P.Blaizot et G.Ripka, Quantum Theory of Finite Systems, section 7.5, M.I.T. press, 1986.
46. T.H.R.Skyrme, Nucl.Phys. 9 (1959) 615.
47. D.Vautherin et D.M.Brink, Phys.Rev. C5 (1975) 626.
48. D.D.Clayton, Principles of stellar evolution and nucleosynthesis, Mc Graw-Hill, New York, 1968.
49. T.E.O.Ericson, Adv.in Phys. 9 (1960) 425.
50. H.A.Bethe, Rev.Mod.Phys. 9 (1937) 53 ; Phys.Rev. 50 (1936) 332.
51. M.Barranco et J.Treiner, Nucl.Phys. A351 (1981) 269.
52. X.Vinas, M.Pi et M.Barranco, J.of Phys. 69 (1983) 1193.
53. P.Bonche et D.Vautherin, Astron.Astrophys. 112 (1982) 268.
54. J.Bartel et P.Quentin, Phys.Lett. 152B (1985) 29.

o o

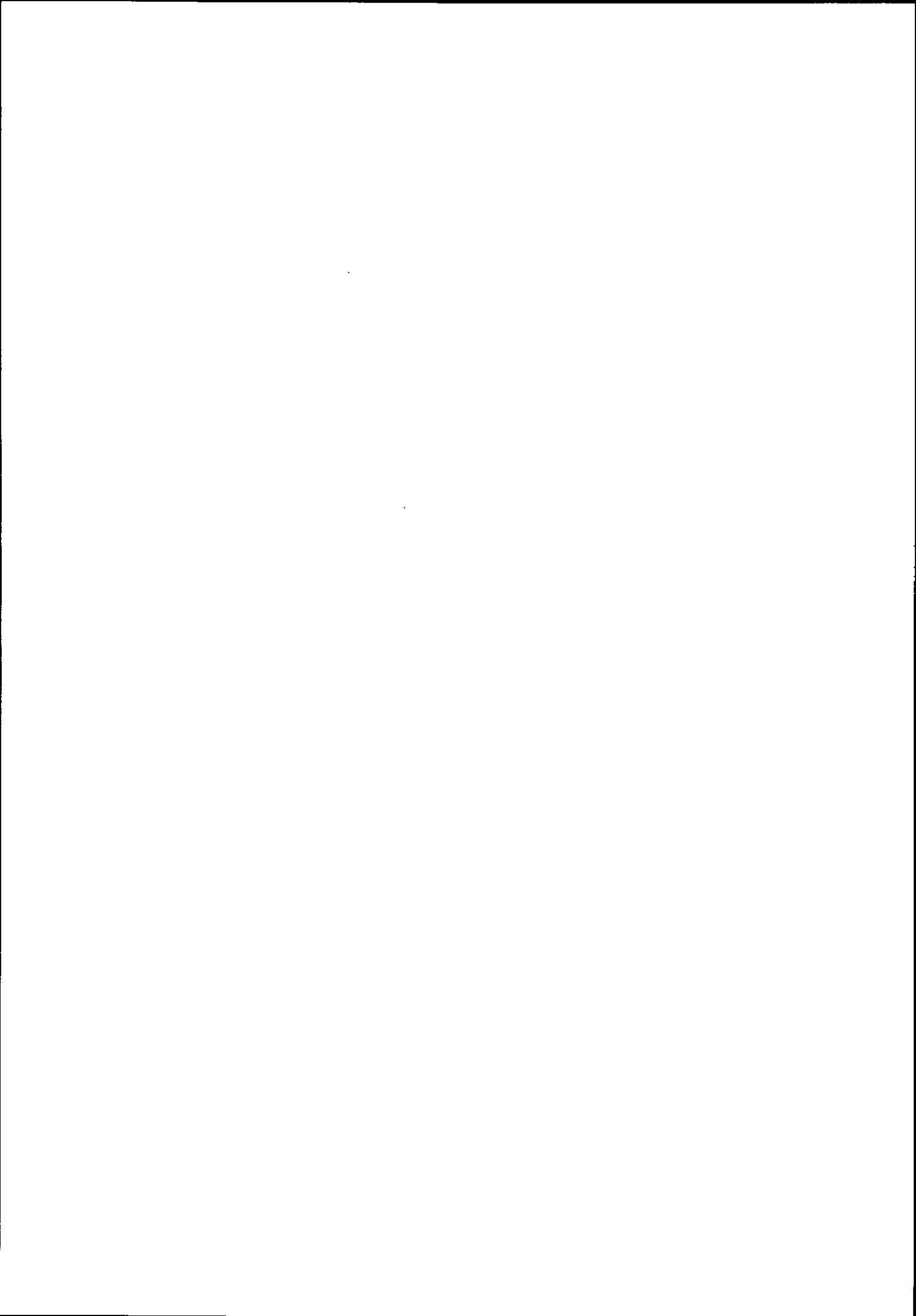
o



COLLISIONS D'IONS LOURDS À HAUTE ÉNERGIE
- ASPECTS THÉORIQUES -

J. CUGNON

Institut de Physique, Université de Liège



Résumé : La dynamique des collisions entre ions lourds dans la région 250-2000 MeV/A est étudiée dans la perspective de la formation de matière nucléaire dense et chaude et de l'extraction possible de propriétés statiques de cette matière, notamment de l'énergie de compression. Après un rappel concernant l'équation d'état, on étudie la dynamique de la collision dans le cadre de l'hydrodynamique et de la cascade intranucléaire. Le contexte théorique de l'équation de Landau-Vlassov est largement étudié et permet une comparaison entre les deux modèles, une étude de la thermalisation possible et de l'expansion du système. Enfin, certaines informations sur l'équation d'état sont extraites en analysant la multiplicité de pions, la production de fragments et l'écoulement collectif. A divers endroits, les extensions vers les basses énergies sont discutées.

Abstract : The dynamics of the heavy ion collisions in the 250-2000 MeV/A energy range is studied in relation with the formation of hot, dense nuclear matter and with the possibility of extracting the compressional energy. After a short reminder of the properties of the equation of state, the collision dynamics is studied both in the hydrodynamical and the intranuclear cascade models. The Landau-Vlassov equation is largely studied, which permits a comparison between the two models, an investigation of the possible thermalisation and of the expansion of the system. Finally, information about the equation of state is extracted from the pion multiplicity, the composite yield and the collective flow. On many occasions, extension toward lower energy is discussed.

1. INTRODUCTION

Le but avoué ou non de l'étude des collisions entre ions lourds à haute énergie est de déterminer l'équation d'état de la matière nucléaire. En effet, à cause de l'énergie disponible et en admettant une opacité nucléaire raisonnable, le processus de collision conduit inévitablement à la formation d'un système dense et fortement excité¹. Cette perspective a soulevé au début un grand enthousiasme, car, à part certaines indications astrophysiques, c'était la première fois que l'on avait un moyen d'étudier l'équation d'état. Cependant, très vite, cet enthousiasme a fait place à une certaine déception. On était de plus en plus persuadé que l'expansion et la désagrégation du système, qui suivent la période de compression, effaçaient en quelque sorte les propriétés de la matière dense. De plus, il était évident que le système ne pouvait être en équilibre, ne serait-ce que pendant la période initiale de compression. A l'heure actuelle, l'optimisme

est à nouveau répandu, grâce à divers développements importants pendant les cinq ou six dernières années.

Un premier progrès a d'abord été obtenu grâce à la confection d'un modèle, le modèle de cascade intranucléaire²⁻⁴, qui peut prendre en compte des effets de non-équilibre de la manière la plus satisfaisante possible.

L'enthousiasme reprit lorsque, avec la référence 5, on a découvert que certaines grandeurs "résistent" à l'expansion, c'est-à-dire conservent leur valeur pendant la phase d'expansion. Ces grandeurs contiennent donc des informations sur l'équation d'état.

Mais il a fallu attendre une démarche originale de R. Stock⁶ qui, en dépit de l'existence d'effets hors équilibre, proposa un moyen d'extraire des informations, limitées il est vrai, sur les propriétés de la matière dense. L'idée est de comparer d'une façon adéquate les résultats expérimentaux et les résultats de la cascade intranucléaire. Cette méthode a été appliquée à la multiplicité de pions, la production de composites et l'écoulement collectif.

Ce qui suit est l'exposé de ces développements, où, en plus, on insiste sur les notions d'équation d'état, d'équilibre local, d'effets hors équilibre et de validité des concepts thermodynamiques. A beaucoup d'occasions, nous discutons aussi ces notions dans le contexte des basses énergies. La Section 2 traite de l'équation d'état. La Section 3 est dévolue à la discussion de la dynamique de la réaction. Dans la Section 4, on aborde le problème de la thermalisation et de l'équilibre local. On aborde les propriétés présumées de la matière dense dans la Section 5, ainsi que la notion de grandeurs résistant à l'expansion. Enfin, la Section 6 décrit comment on tente d'extraire l'équation d'état.

2. EQUATION D'ETAT

2.1. Rappels de thermodynamique

Pour un système thermodynamique, dont le nombre de particules n'est pas fixé, les propriétés sont contenues dans le potentiel thermodynamique (ou grand potentiel)

$$\Omega = \Omega(\mu, V, T) \quad , \quad (2.1)$$

où μ est le potentiel chimique, V le volume et T la température. Le grand potentiel vaut

$$\Omega = - pV \quad , \quad (2.2)$$

ce qui donne automatiquement la pression. Les variables thermodynamiques extensives (l'entropie et le nombre moyen de particules) sont obtenues par dérivation

$$S = - \frac{\partial \Omega}{\partial T} \quad , \quad A = - \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \quad . \quad (2.3)$$

Les autres grandeurs extensives s'obtiennent alors grâce aux définitions usuelles.

L'énergie interne U vaut

$$U = \Omega + TS + \mu A \quad (2.4)$$

et l'énergie libre

$$F = \Omega + \mu A \quad (2.5)$$

Pour un système infini, le volume V perd son statut de variable thermodynamique indépendante et les variables extensives perdent leur sens. On considère plutôt les densités en volume. Dès lors, les équations (2.1)-(2.2) se réduisent à

$$p = p(\mu, T) \quad (2.6)$$

et on peut écrire ($s = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{S}{V}$, $\rho = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{A}{V}$)

$$s = - \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mu} \quad , \quad \rho = - \left(\frac{\partial p}{\partial \mu} \right)_{T} \quad (2.7)$$

et

$$u = p + Ts + \mu \rho \quad (2.8)$$

$$f = p + \mu \rho \quad (2.9)$$

En physique nucléaire, on a pris l'habitude de parler des quantités par nucléon (ce qui revient à considérer les densités massiques). On pourra écrire

$$\frac{\Omega}{A} = - \frac{p}{\rho} \quad ,$$

$$\frac{S}{A} = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mu} \quad , \quad t = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial \mu} \right)_{T} \quad (2.10)$$

$$\frac{U}{A} = - \frac{p}{\rho} + T \frac{S}{A} + \mu \quad (2.11)$$

Cette dernière relation montre qu'à l'équilibre à T et μ donnés ($p = 0$), on a $\mu = \frac{F}{A}$. On a aussi

$$\frac{S}{A} = - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{F}{A} \right)_{\rho} \quad , \quad p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{F}{A} \right)_{T} \quad , \quad p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{U}{A} \right)_{S/A} \quad (2.12)$$

2.2. Equation d'état

D'une manière générale, l'équation d'état est une relation entre trois variables thermodynamiques intensives. Cela peut être $p = p(\mu, T)$, ou $p = p(\rho, T)$ ou $u = u(p, \rho)$. Une forme commode et usuelle est

$$\frac{U}{A} = \frac{U}{A}(\rho, T) \quad . \quad (2.13)$$

En toute généralité, on peut écrire

$$\frac{U}{A}(\rho, T) = \frac{U}{A}(\rho, 0) + \left[\frac{U}{A}(\rho, T) - \frac{U}{A}(\rho, 0) \right] \quad (2.14)$$

ou

$$\frac{U}{A}(\rho, T) = E_c(\rho) + E_{th}(\rho, T) \quad . \quad (2.15)$$

Les quantités apparaissant dans (2.15) sont habituellement appelées énergie de compression et énergie thermique, respectivement. Elles ne doivent pas être confondues avec le travail et la quantité de chaleur échangés pendant n'importe quelle transformation, ces derniers ne pouvant être des fonctions d'état.

Une autre manière de présenter l'équation d'état est de considérer les isothermes

$$p = p(\rho, T) \quad (2.16)$$

c'est-à-dire les courbes donnant la pression pour une température fixée, ou les isoentropes

$$p = p\left(\rho, \frac{S}{A}\right)$$

ou encore

$$p = p(u, T) \quad . \quad (2.17)$$

Toutes ces relations ne sont pas équivalentes. Celles donnant une variable en fonction de ses variables indépendantes naturelles contiennent l'information totale : $p = p(u, T)$, $\frac{U}{A} = \frac{U}{A}\left(\frac{S}{A}, T\right)$, $\frac{F}{A} = \frac{F}{A}(\rho, T)$. Pour s'en convaincre, il suffit de rappeler que pour un gaz parfait non relativiste, (2.16) s'écrit toujours $p = \rho T$ ($k = 1$), alors que (2.17) s'écrira $p = 2 u v^{-1}$ où v est le nombre de degrés de liberté mis en jeu.

2.3. Rappels de mécanique statistique

La quantité cruciale est le calcul de la fonction de partition du système

$$Z = \text{Tr} \exp [-\beta(H - \mu N)] \quad (2.18)$$

où $\beta = \frac{1}{T}$ est l'inverse de la température et μ le potentiel chimique. H est l'hamiltonien du système et N est l'opérateur nombre de particules. Z est relié au grand potentiel par

$$\Omega = - T \ln Z(\beta, \mu, V) \quad . \quad (2.19)$$

De (2.3), (2.4) et (2.18) on tire, par exemple

$$U = \text{Tr} \{H \exp [-\beta(H - \mu N)]\} = \langle H \rangle, \quad (2.20)$$

où les crochets indiquent la même moyenne que celle impliquée par la trace. Le calcul exact de (2.18) est généralement impossible pour des systèmes de particules en interaction. On en est donc réduit à utiliser des approximations.

Une autre manière de décrire un système à l'équilibre est de regarder la fonction densité $\rho(\vec{r}, \vec{r}')$

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \psi^+(\vec{r}) \psi(\vec{r}') \rangle \quad (2.21)$$

ou aussi sa transformée de Wigner

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = \int \frac{d^3s}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p} \cdot \vec{s}} \rho\left(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}\right) \quad (2.22)$$

Cette fonction intégrée sur \vec{p} donne la densité en \vec{r} , et intégrée sur \vec{r} donne la densité dans l'espace des impulsions. Elle se comporte donc comme la fonction de distribution à un corps classique, qui donne la probabilité de trouver une particule avec l'impulsion \vec{p} à la position \vec{r} . Dans un système étendu avec des interactions à courte portée, la densité à l'équilibre est uniforme. D'autres fonctions sont aussi intéressantes. Ainsi, la fonction de distribution à deux corps

$$f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) = \int \frac{d^3s_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3s_2}{(2\pi)^3} \langle \psi^+(\vec{r}_1 + \frac{\vec{s}_1}{2}) \psi^+(\vec{r}_2 + \frac{\vec{s}_2}{2}) \psi(\vec{r}_1 - \frac{\vec{s}_1}{2}) \psi(\vec{r}_2 - \frac{\vec{s}_2}{2}) \rangle \quad (2.23)$$

dont l'interprétation est la probabilité de trouver une particule en (\vec{r}_1, \vec{p}_1) et en même temps une particule en (\vec{r}_2, \vec{p}_2) . Une grandeur qui en dérive est la fonction de corrélation (classique)

$$v(\vec{r}) = \int d^3p_1 d^3p_2 [f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) - f_1(\vec{r}_1, \vec{p}_1) f_1(\vec{r}_2, \vec{p}_2)] \quad (2.24)$$

où nous avons anticipé sur le fait que pour un système infini, il y a invariance par translation et par rotation. la fonction $v(r)$ représente l'influence de la présence d'une particule sur la probabilité d'en trouver une autre à une distance r de la première.

Une autre quantité physique importante est la fonction de Green

$$G^+(\vec{r}, \vec{r}', t, t') = \langle \psi^+(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}', t') \rangle, \quad (2.25)$$

où le produit doit être ordonné dans le temps. Il est plus utile de considérer sa transformée de Fourier

$$G^+(k, \omega) = \int \frac{d^3s}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k} \cdot \vec{s}} \int dt e^{i\omega t} G^+(\vec{r}, \vec{r} - \vec{s}, t, t - \tau) \quad (2.26)$$

où, encore une fois, nous avons fait usage des propriétés d'invariance d'un système étendu. On a bien sûr

$$r_1(\vec{r}, \vec{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} G^+(\vec{k}, \omega) \quad (2.27)$$

et

$$\rho = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int \frac{d\omega}{2\pi} G^+(k, \omega) \quad (2.28)$$

La fonction de Green exprime les propriétés à un corps du système. D'une manière générale, elle s'écrit

$$G^+(k, \omega) = \frac{1}{\omega - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \Sigma(k, \omega)}, \quad (2.29)$$

où Σ est la self-énergie. Si l'on appelle $e(k)$ la valeur de ω qui annule le dénominateur pour un k donné, on pourra écrire

$$G^+(k, \omega) \approx \frac{1 + \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}\right)_{\omega=e(k)}}{\omega - e(k)} \quad (2.30)$$

Nous allons revenir bientôt sur l'interprétation de cette formule.

A titre d'exemple, nous donnons rapidement la forme des grandeurs considérées pour un gaz de Boltzmann (*) et pour un gaz de fermions (*). Nous encourageons les étudiants à écrire la même chose pour un gaz de bosons. L'hamiltonien est

$$H = \sum_k e(k) a_k^+ a_k, \quad (2.31)$$

et l'opérateur N s'écrit

$$N = \sum_k a_k^+ a_k \quad (2.32)$$

La fonction de partition s'écrit

$$Z = \prod_k [\exp[-\beta(e(k) - \mu)] + 1] \quad (2.33)$$

si ce sont des fermions,

$$Z = \exp\left\{\sum_k \exp[-\beta(e(k) - \mu)]\right\} \quad (2.34)$$

si ce sont des Boltzmannions et

$$Z = \prod_k [1 - \exp(-\beta(e(k) - \mu))] \quad (2.35)$$

si ce sont des bosons. La pression s'écrit

$$p = \frac{T}{V} \sum_k \ln \{1 + \exp[\beta(\mu - e(k))]\} \quad (2.36)$$

Le passage à la limite infinie (limite thermodynamique) se fait en remplaçant $V^{-1} \sum_k \rightarrow g \frac{d^3k}{(2\pi)^3}$, où g est la dégénérescence des états \vec{k} . D'où :

$$p = g T \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \ln \{1 + \exp [\beta(\mu - e(k))]\} \quad (2.37)$$

pour les fermions et

$$p = g T \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \exp [-\beta(e(k) - \mu)] \quad (2.38)$$

La densité (moyenne) de particules est

$$\rho = \frac{A}{V} \equiv \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{g}{1 + \exp [\beta(e(k) - \mu)]} \quad (2.39)$$

pour les fermions et

$$\rho = g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e^{-\beta(e(k) - \mu)} \quad (2.40)$$

pour les particules de Boltzmann. La densité d'énergie est

$$u = g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{e(k)}{1 + \exp [\beta(e(k) - \mu)]} \quad (2.41)$$

et

$$u = g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e(k) \exp [-\beta(e(k) - \mu)] \quad (2.42)$$

respectivement. La relation $u = \frac{3}{2} p$ n'est valable que si $e(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$. La densité d'entropie peut s'écrire (*)

$$s = - g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \{n(k) \ln n(k) - (1 - n(k)) \ln(1 - n(k))\} \quad (2.43)$$

pour les fermions. Pour les Boltzmannions, le second terme tombe.

La fonction de distribution à un corps s'écrit bien sûr

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = g \exp(-\beta(e(k) - \mu)) \quad (2.44)$$

pour les Boltzmannions. La fonction de Green s'écrit

$$G^+(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{\omega - e(k)} \quad (2.45)$$

La fonction de corrélation $v(r)$ vaut 0 pour un gaz de Boltzmannions. Elle est différente de zéro pour les fermions parce que la statistique ne leur permet pas d'être au même endroit. Pour $T = 0$, elle est donnée par

$$1 + v(r) = g(r) = - \delta_{\sigma\sigma'} \frac{1}{8\pi^4} \left(\frac{\sin k_F r}{r^3} - \frac{k_F \cos k_F r}{r^2} \right)^2 \quad (2.46)$$

où k_F est le moment de Fermi. Elle tend vers -1 quand $r \rightarrow 0$.

Revenons à l'équation (2.30). Si la fonction de Green a à peu près cette forme, cela veut dire que les particules en interaction se comportent à peu près comme des particules libres (quasi-particules) avec une énergie $e(k)$. Une grandeur

importante est la masse effective m^* définie par

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 e(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}, \quad (2.47)$$

qui représente l'inertie que cette quasi-particule a effectivement.

2.4. Connaissances sur l'équation d'état

La connaissance expérimentale de l'équation d'état se résume à peu de chose. En fait, on sait juste avec certitude que la fonction $E_c(\rho)$ a un minimum pour $\rho = \rho_0 \approx 0.156 \pm 0.015 \text{ fm}^{-3}$, qui vaut $B = 16 \pm 1 \text{ MeV}$. On sait aussi que le module de compressibilité

$$K = 9 \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{d E_c}{d\rho} \right)_{\rho=\rho_0} \quad (2.48)$$

vaut $220 \text{ MeV} \pm 20 \text{ MeV}$.

Du point de vue théorique, la situation est particulièrement décevante, ainsi qu'en témoigne la Figure 2.1, eu égard à l'énorme effort consenti dans les trente dernières années. Le calcul qui a été poussé le plus loin est dû à Friedman et Pandharipande⁷ et est indiqué en trait plein sur la Figure 2.1.

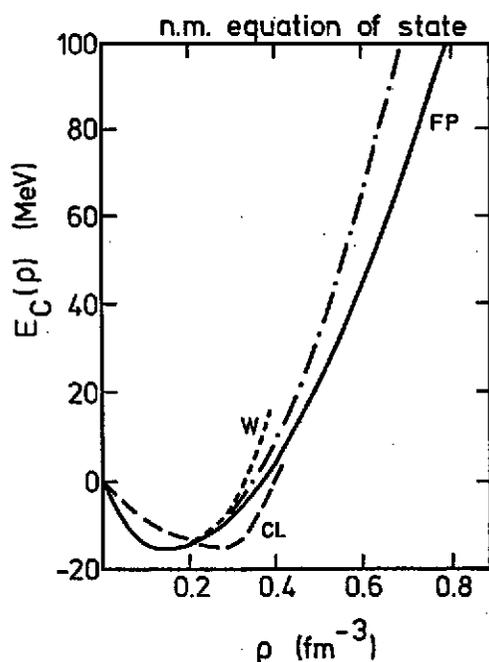


Figure 2.1

Prédictions théoriques pour l'énergie de compression. La courbe en trait plein est tirée d'un calcul variationnel⁷. La courbe en traits discontinus est un calcul perturbatif à la Brueckner⁸ et la courbe pointillée est un calcul basé sur un modèle de champ moyen relativiste⁹. La courbe en trait/point représente l'équation (2.48) avec les valeurs expérimentales des paramètres.

Il contient cependant un paramètre. C'est un calcul variationnel basé sur un hamiltonien de forces à deux corps réaliste et de forces à trois corps. La courbe marquée CL⁸ est basée sur un calcul perturbatif utilisant des forces à deux et à trois corps sans aucun paramètre. La courbe en trait pointillé est basée sur un modèle de théorie des champs, dû à Walecka⁹. Deux paramètres sont fixés pour obtenir la bonne saturation, mais il reste deux paramètres libres.

La diversité des résultats théoriques est une source même de l'intérêt porté

à l'équation d'état. En effet, la courbe marquée W dans la figure 2.1 provient de l'un des nouveaux modèles du noyau atomique. La connaissance expérimentale de l'équation d'état permettrait de choisir parmi ces images physiques.

En plus de E_c , il serait intéressant de connaître les isothermes sous la forme $p = p(\rho, T)$. Les théories existantes s'accordent ici sur un point : près de ρ_0 , les isothermes sont du type de Vanderwaals, c'est-à-dire sont celles d'une phase de coexistence gaz-liquide. Nous renvoyons à ce sujet à l'exposé de P. Bonche¹⁰. Il serait aussi intéressant de connaître les isoentropes $p = p(\rho, \frac{S}{A})$, ou encore sous la forme $p = p(u, \frac{S}{A})$. Dans la Figure 2.2, nous montrons les isothermes sous la forme $p = p(u, T)$ pour la matière neutronique, soulignant par la même occasion l'intérêt astrophysique de l'équation d'état en général.

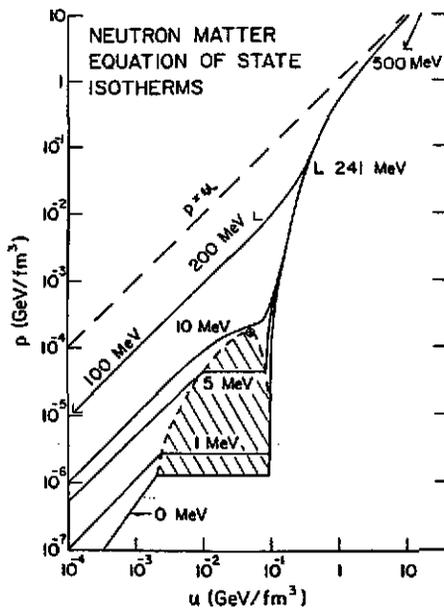


Figure 2.2

Fonctions $p = p(u, T)$ pour la matière de neutrons, calculées suivant un modèle de champ moyen relativiste⁹.

Une équation d'état est dite dure si pour une énergie donnée et une température donnée la pression est grande. A ce sujet, il n'y a pas de point de référence bien spécifié. Souvent, on prend la forme la plus simple qui satisfait à l'observation, c'est-à-dire (pour $T = 0$)

$$E_c = B + \frac{K}{18} \frac{(\rho - \rho_0)^2}{\rho_0^2} \quad (2.49)$$

Puisqu'elles doivent toutes passer par le point de saturation, on peut considérer la dureté d'une équation d'état par la dérivée seconde

$$K' = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho^2 \frac{\partial p}{\partial \rho} \left(\frac{U}{A} \right) \right] \quad (2.50)$$

qui est reliée à la vitesse du son c_0

$$c_0 = \sqrt{\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{K'}{M}} \quad (2.51)$$

à condition que toutes les dérivées partielles soient prises à $\frac{S}{A}$ constant.

Dans le cas relativiste, cette relation devient ($c = 1$)

$$c_0 = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial u}} \quad (2.52)$$

et montre que la dureté est liée à la croissance de p avec u . En particulier, on voit que l'on ne peut avoir $p \geq u$ (si l'on a $p = 0$ pour une valeur de u). Dans un diagramme tel que la Figure 2.2, la dureté est liée grosso-modo à la position de l'isotherme. On peut avoir différentes équations d'état ayant des fonctions K' différentes pour un même paramètre K .

On peut voir facilement que l'équation (2.49) est inappropriée à haute densité. En effet, si $\rho \gg \rho_0$, on peut voir que (2.12) peut s'écrire $p \approx 2(u - B\rho)$, ce qui conduit à $c_0 > 1$. Ceci illustre qu'il est illusoire de décrire l'équation d'état à quelques ρ_0 à partir d'une équation telle que (2.49) (ou des semblables) qui ramènent la variation de la courbe à un seul paramètre, K en l'occurrence.

Dans la Figure 2.3, nous montrons, à titre illustratif, certaines prédictions pour la masse effective. Les courbes résultent d'un modèle de champ moyen relativiste⁹, tandis que les croix résultent du calcul de la référence 8. Dans ce dernier cas, la masse effective varie avec l'énergie. La valeur indiquée correspond à l'énergie du niveau de Fermi.

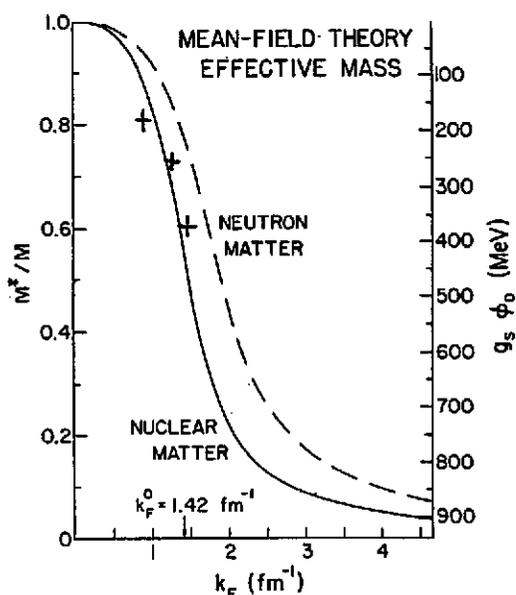


Figure 2.3

Prédictions théoriques de la masse effective.
Voir texte.

3. DYNAMIQUE DES COLLISIONS

3.1. Introduction

Il est de plus en plus clair que la collision entre deux ions lourds dans la région du GeV par nucléon est un phénomène violent et rapide. Les résultats expérimentaux (voir la revue de R. Babinet¹¹) abondent en ce sens. Nous rappellerons

ici les plus significatifs :

1) Il y a une séparation plus ou moins nette entre participants et spectateurs, ces derniers étant peu perturbés.

2) Les participants sont émis à tous les angles, mais non isotropiquement, dans le centre de masse avec des spectres plus ou moins exponentiels. Les "températures" extraites sont reprises dans la Figure 3.1.

3) Des pions sont émis abondamment. Leur "température" est plus basse que celle des protons.

4) La zone participante émet également des particules composites : d, t, ^3He , α , ...

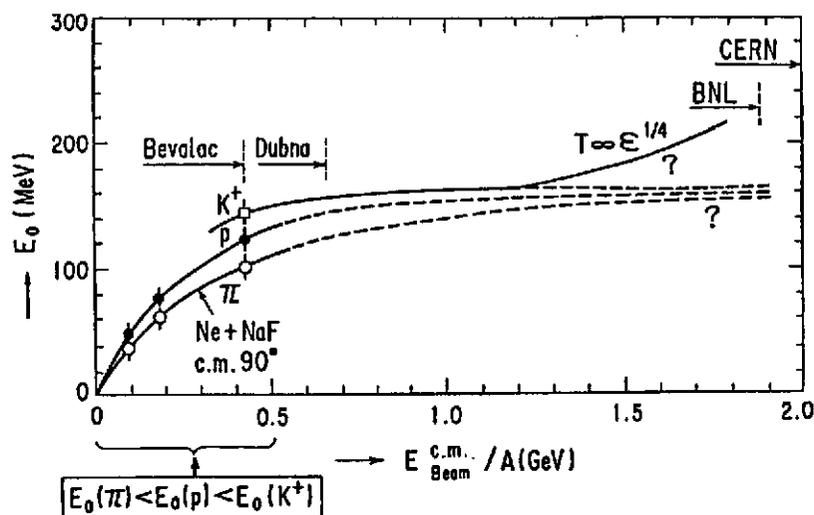


Figure 3.1. "Températures" extraites des queues des spectres de production à 90° c.m., présentées en fonction de l'énergie par nucléon dans le c.m. Tiré de la Référence 12.

L'émission très abondante de particules de la zone participante et les hautes "températures" observées indiquent, s'il le fallait, que la collision est un processus extrêmement violent, siège de phénomènes transients. Il semble dès lors hasardeux de vouloir extraire de l'observation de tels phénomènes des renseignements sur l'équation d'état, une propriété d'équilibre de la matière.

Afin d'étudier ces phénomènes, nous avons besoin d'une théorie dynamique (à l'opposé de statique) pour le problème à plusieurs corps. Dans la Figure 3.2, nous avons repris un certain nombre de telles théories. De gauche à droite, on progresse du plus fondamental vers le plus "ordinaire". Du haut vers le bas, la description du système se simplifie, généralement par élimination des degrés de liberté, restreignant ainsi la complexité de la description du système (l'information). Il est inutile de dire que beaucoup de ces théories ne sont pas pratiques dans le sens que l'on ne peut générer des solutions, même au prix d'approximations numériques. De plus, il n'est pas nécessairement requis de choisir la théorie la plus fondamentale. En effet, le phénomène que l'on étudie réunit peut-être les conditions nécessaires pour qu'une des "réductions" de la théorie fondamentale soit suffisante. De plus, ainsi que nous en donnerons un exemple, la réduction théorique adéquate peut dépendre de l'observable que l'on veut étudier.

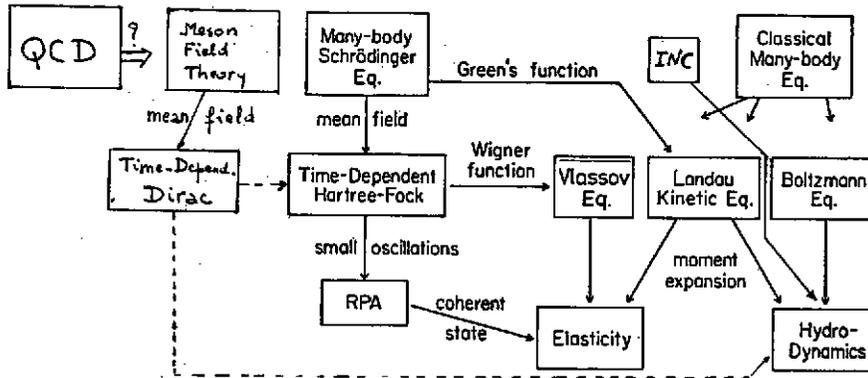


Figure 3.2. Comparaison de diverses théories dynamiques du problème à N corps. Adapté de la Référence 13.

Essayons de dégager les conditions régnant pendant les collisions dans la région 250 MeV - 2000 MeV/A. Le mouvement relatif des deux noyaux peut être traité classiquement. Dès lors, les sommes sur les paramètres d'impact sont parfaitement justifiées. Déjà, le mouvement relatif de deux nucléons ne peut pas se traiter entièrement classiquement, car même à 1 GeV/c, le moment angulaire maximum est seulement $l_{\max} \approx 3$. Le point le plus délicat est le problème des interférences possibles entre les collisions nucléon-nucléon. Pour que celles-ci soient négligeables, il faudrait (au moins) que la portée des forces nucléaires r_s soit petite vis-à-vis du libre parcours moyen $\lambda = (\rho \sigma_{NN})^{-1}$, une condition qui n'est remplie que marginalement. En plus, il faut que le moment de transfert typique \vec{q} soit plus grand que l'énergie de liaison d'un nucléon, ce qui aussi n'est pas très nettement vérifié. Ces deux conditions montrent que l'hypothèse de collisions nucléon-nucléon successives et indépendantes n'est pas amplement justifiée et qu'à tout le moins les interactions à plusieurs corps sont présentes. La façon la plus simple d'en tenir compte est d'introduire également un champ moyen. De ceci, il résulte que l'équation de Landau-Vlassov semble un bon point de départ pour décrire les collisions, encore qu'il serait souhaitable d'avoir une théorie qui traite un peu mieux le point de vue quantique du mouvement des nucléons, surtout dans la zone des énergies intermédiaires. Elle se révèle trop simpliste pour certaines observables, ainsi que nous le verrons. Néanmoins, cette approche jouera un rôle essentiel dans notre analyse.

Le domaine des collisions relativistes est caractérisé par deux aspects particuliers : les vitesses relativistes et la production de particules, de pions notamment. Le premier impose bien évidemment la cinématique relativiste. Les aspects dynamiques relativistes (avec l'introduction de spineurs) n'ont pas encore été étudiés dans le cadre des ions lourds. Nous nous limiterons, ainsi que généralement, à une production de pions prenant place lors de collisions entre baryons. Il est très difficile de voir quels paramètres demanderaient une description plus détaillée, telle qu'une théorie utilisant des champs classiques de pions couplés à une densité de baryons, ce qui n'a pas encore été vraiment fait. A un degré supérieur, on devrait tenir compte des fluctuations du champ, dans le cadre d'une théorie quantique des champs.

3.2. Hydrodynamique

3.2.1. Equations de base

Dans cette approche¹⁴⁻¹⁶, on suppose que les noyaux se comportent comme des systèmes fluides. Les équations hydrodynamiques donnent la variation de grandeurs locales, macroscopiques, c'est-à-dire qui ne font pas référence aux degrés de liberté microscopiques. De plus, on supposera qu'il y a équilibre thermodynamique local, c'est-à-dire que l'état du système est donné par les grandeurs thermodynamiques habituelles. Nous reviendrons sur tous ces aspects plus tard.

Les équations de base de l'hydrodynamique sont l'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.1)$$

où ρ est la densité de masse et \vec{u} le champ de vitesse, et l'équation d'Euler, ou plus exactement de Navier-Stokes pour un fluide visqueux

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} \right] = - \vec{\nabla} p + \left[\eta (\Delta \vec{u} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \zeta \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right] \quad (3.2)$$

Cette équation n'exprime rien d'autre que la loi de Newton appliquée à un élément du fluide. Elle traduit également la façon dont l'impulsion est transférée des degrés de liberté macroscopiques (\vec{u}) vers des degrés de liberté internes. Les équations (3.1) et (3.2) doivent être complétées par une équation qui décrit la façon dont l'énergie est transférée des degrés de liberté internes vers les degrés de liberté macroscopiques. On l'écrit généralement sous la forme d'une équation pour le champ de température (pour $\eta = \zeta = 0$)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) T = - \frac{T}{\rho C_V} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \frac{\kappa}{\rho C_V} \Delta T \quad (3.3)$$

Le système d'équations devient complet (six équations pour six inconnues, ρ , \vec{u} , T, p) si l'on y adjoint l'équation d'état

$$p = p(\rho, T) \quad (3.4)$$

Ceci rend cette approche particulièrement intéressante, puisqu'elle inclut l'équation d'état explicitement.

3.2.2. Aspects numériques

Résoudre les équations (3.1)-(3.4) dans leur totale complexité à trois dimensions n'a pu être réalisé à ce jour. Ce qui peut être fait, et a été fait, est de résoudre sans terme de viscosité. On utilise généralement une technique de différences finies. Une conséquence curieuse de cette méthode est l'apparition d'effets de viscosité dus au procédé numérique, et donc sans véritable contrôle. Cette viscosité semble assez faible cependant.

Expérimentalement, on ne mesure pas des quantités macroscopiques, mais plutôt des particules individuelles. A un moment ou à un autre, il faut donc ré-

introduire les degrés de liberté individuels. Ceci se fait en général en introduisant la notion de freeze-out. On admet que quand un élément de fluide atteint une densité de freeze-out ρ_{f0} (utilisée comme un paramètre libre), cet élément est "gelé" en un certain nombre moyen de particules, qui peuvent être de différentes espèces (n, p, π, \dots). L'abondance relative de ces particules est supposée découler d'un équilibre chimique. Si l'on considère une seule espèce, la fonction de distribution à un corps devient donc

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}, t_{f0}) = \rho_{f0}(\vec{r}) (2\pi m T(\vec{r}))^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{(\vec{p} - m \mathbf{u}(\vec{r}))^2}{2mT(\vec{r})}\right] \quad (3.5)$$

La densité de freeze-out est choisie généralement entre $\rho_0/3$ et $2\rho_0/3$.

3.2.3. Dynamique de la collision

La Figure 3.3 montre l'évolution de la densité du système Ar + Ca à 400 MeV par nucléon. Pour $b = 0$, on peut distinguer une phase de compression, qui dure jusqu'à ~ 14 fm/c, suivie d'une phase d'expansion. La caractéristique importante ici est l'émission de matière à 90° c.m.. Pour $b = 4$ fm, la région centrale est aussi le siège d'une compression importante. Cette matière se décomprime en poussant les "spectateurs" sur le côté, étant entendu que le terme "spectateurs" est plutôt mal utilisé ici, car en hydrodynamique toute la matière participe au processus. Pour les grands paramètres d'impact, la région centrale est très réduite et n'apparaît pas dans la distribution finale du courant (de masse).

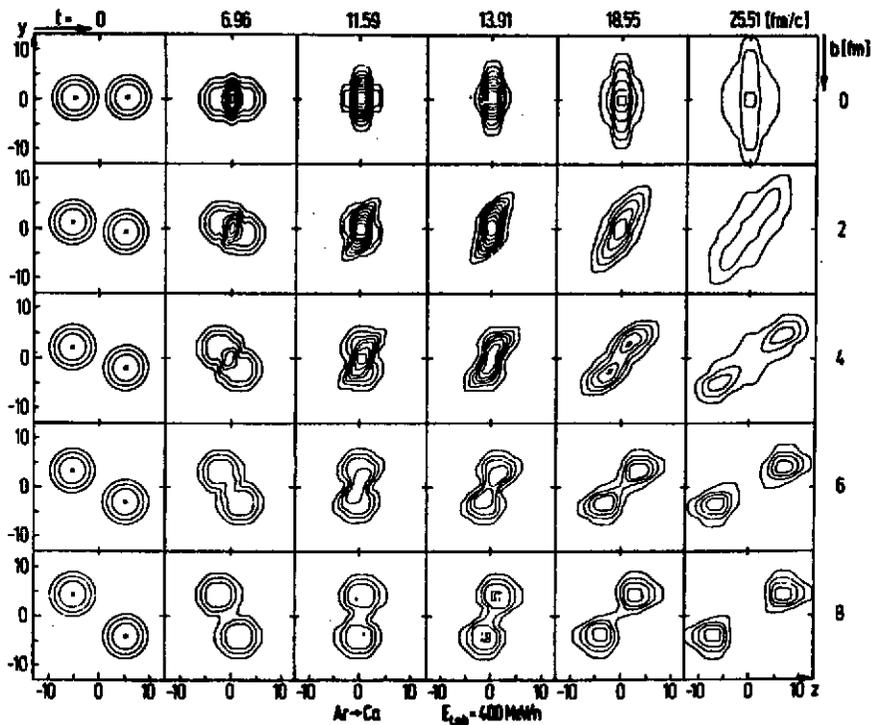


Figure 3.3. Evolution de la densité dans un calcul hydrodynamique¹⁵.

En première approche, on peut dire que la collision conduit à un état où la matière est dense et chaude, qui se désintègre en émettant beaucoup de particules.

On peut se demander si les propriétés de l'état final dépendent de l'équation d'état, ou plus important encore, si les propriétés de l'état final dépendent de l'équation d'état. La seconde question a été étudiée dans la Référence 18. Ainsi que le montre la Figure 3.4, les résultats sont très décevants. Dans la Référence 15, il est indiqué que le nombre de pions pourrait dépendre de l'équation d'état d'une façon notable. Nous reviendrons sur la première question dans la Section 5.

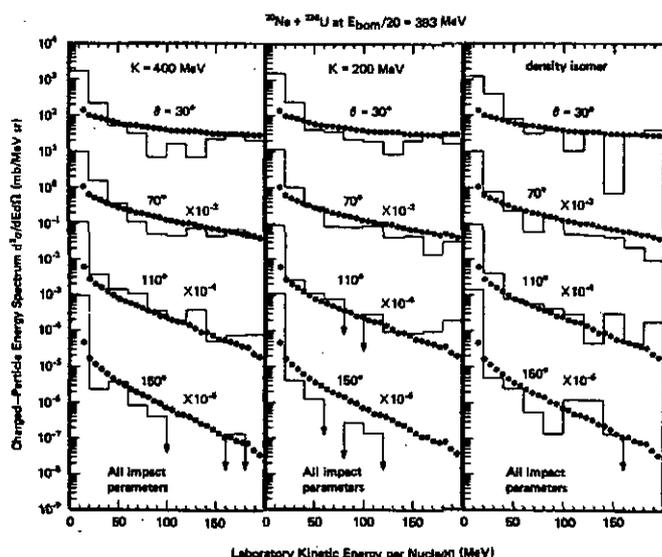


Figure 3.4

Comparaison entre la section efficace de production de charge¹⁷ et les calculs hydrodynamiques de la Référence 18. Trois équations d'état sont étudiées.

3.3. Cascade intranucléaire

3.3.1. Description

La cascade intranucléaire (C.I.) est basée sur une simulation des collisions. Elle présente l'avantage (entre autres) de pouvoir traiter des problèmes avec un grand nombre de degrés de liberté (jusqu'à des milliers) à un niveau microscopique¹⁹.

La C.I. décrit le processus de collision comme une suite de collisions binaires entre des particules sur couche et se produisant comme dans l'espace libre. En bref, les nucléons sont pourvus au début de positions et d'impulsions en accord avec la distribution de masse des noyaux, le mouvement de Fermi et l'énergie incidente du faisceau. Les particules se propagent en ligne droite, jusqu'à ce que pour une paire de particules la distance minimum d'approche d_{\min} soit réalisée. Si celle-ci est trop grande, le mouvement n'est pas perturbé. Si, par contre,

$$\pi d_{\min}^2 \leq \sigma_{\text{tot}}(E_{\text{cm}}) \quad , \quad (3.6)$$

où σ_{tot} est la section efficace totale pour l'énergie E_{cm} de la paire en question, alors les particules seront déviées. Les impulsions des particules après la

collision sont en accord, bien sûr, avec les lois de conservation d'énergie-impulsion, choisies pour simuler la distribution angulaire de collision. Si plusieurs voies sont ouvertes, la voie finale sera choisie en accord avec le poids des différentes sections efficaces de réaction. Le mouvement rectilinéaire des particules reprend jusqu'à ce qu'une nouvelle paire de particules réalise sa distance minimum d'approche, et ainsi de suite jusqu'à ce que le taux de collisions binaires devienne négligeable. Le calcul est renouvelé plusieurs fois et les observables sont calculées par moyenne d'ensemble. D'autres aspects sont souvent introduits : la production de pions, la cinématique relativiste, le principe de Pauli,...

Dans la C.I., on suit toutes les particules dans l'espace de phase. Dès lors, on peut accéder à toutes les fonctions de distribution : un corps, deux corps, ... On n'est limité que par la statistique et donc par le coût des calculs.

Les conditions de validité de la C.I. correspondent au régime des collisions : il faut que les collisions binaires soient suffisamment distinctes dans le temps et dans l'espace, ce qui grosso modo ne requiert que

$$r_s^2 \rho \ll 1 \quad . \quad (3.7)$$

Cette condition n'est que marginalement vérifiée encore une fois. De plus, les effets de cohérence ou de champ moyen sont négligés, ce qui à nouveau requiert

$$\frac{\hbar^2 \langle q \rangle^2}{2m} \ll \frac{B}{A} \quad , \quad (3.8)$$

une condition qui n'est certainement pas vérifiée dans la région des spectateurs.

3.3.2. Dynamique

Dans la Figure 3.5, nous montrons l'évolution de la densité baryonique dans le plan de la réaction pour le système Au + Au à 400 MeV/A. Les propriétés principales de la réaction sont sensiblement les mêmes que pour le cas hydrodynamique : il y a une phase de compression dans la région centrale suivie d'une décompression très rapide. Il y a cependant des différences. D'abord, la matière semble déviée moins fort dans la cascade. Ensuite, la C.I. prédit la présence, clairement visible dans la Figure 3.5, de véritables spectateurs, c'est-à-dire de nucléons ne faisant aucune collision. Cet aspect de la cascade est reflété dans la Figure 3.6, qui montre la fréquence des collisions subies par un nucléon. On voit que quel que soit le système, et même pour les paramètres d'impact nuls, il y a toujours des nucléons qui interagissent peu. Les nucléons $n = 0$ et $n = 1$ sont responsables de l'anisotropie dans le c.m. de l'émission de nucléons dans les collisions des systèmes symétriques¹¹.

La Figure 3.7 donne l'évolution du système de la Figure 3.5 dans l'espace des impulsions. On peut distinguer à la fin l'effet de l'émission latérale.

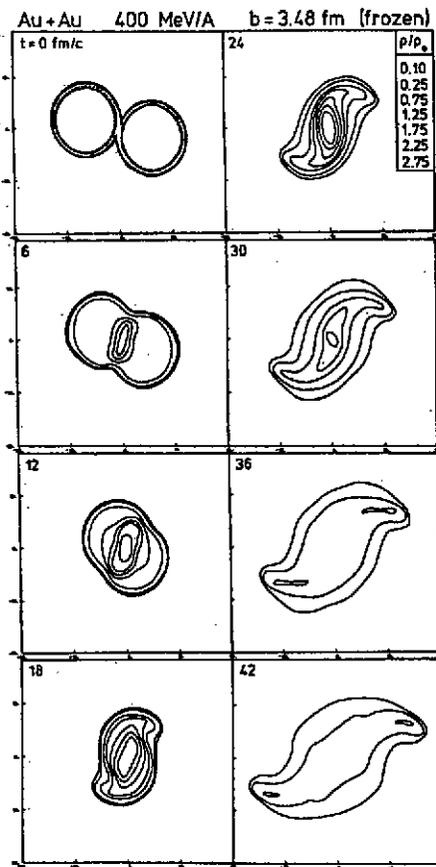


Figure 3.5. Evolution de la densité dans un calcul de C.I.²⁰.

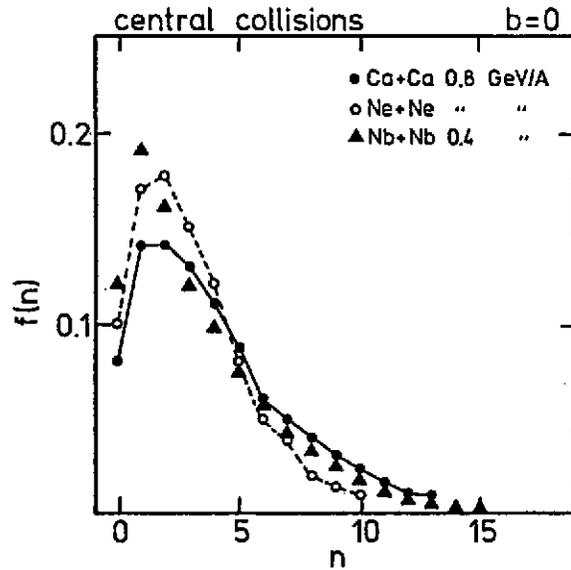


Figure 3.6.

Fréquence du nombre de collisions effectuées par un nucléon.

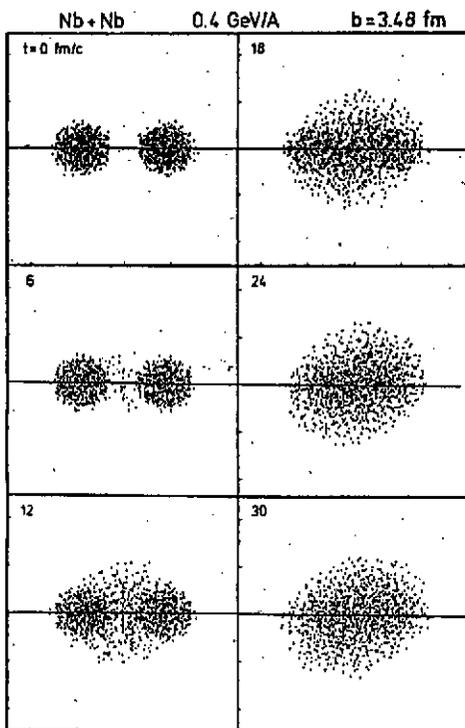


Figure 3.7.

Evolution de la densité dans l'espace des impulsions, d'après un calcul de C.I.²⁰.

3.4. Equation de Landau-Vlassov

3.4.1. Dérivation

L'équation de Landau-Vlassov a été déduite intuitivement par Landau. Néanmoins, et c'est très utile pédagogiquement, on peut la dériver rapidement de l'équation de Schrödinger. Du point de vue de la mécanique quantique non relativiste, la description du système est fournie par la matrice densité à A corps

$$\tilde{\rho}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, \vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_A, t) = \psi^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, t) \psi(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_A, t) \quad , \quad (3.9)$$

qui obéit à l'équation de Von Neumann

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [H, \tilde{\rho}] \quad . \quad (3.10)$$

Par intégration sur les coordonnées de A-1, A-2, ... particules, on peut construire la matrice densité à un corps, à deux corps, ...

$$\rho^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}', t) = A \int d^3 r_2 \dots d^3 r_A \tilde{\rho}(\vec{r}, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A, \vec{r}', \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A, t) \quad , \quad (3.11)$$

$$\rho^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, t) = A(A-1) \int d^3 r_3 \dots d^3 r_A \tilde{\rho}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A, t) \dots \quad (3.12)$$

En faisant les mêmes intégrations sur (3.10), on peut obtenir des équations de mouvement pour $\rho^{(1)}$, $\rho^{(2)}$, ... Ainsi, pour $\rho^{(1)}$, on obtient

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} = -i \frac{\nabla^2 - \nabla'^2}{2m} \rho^{(1)} + i \int d^3 r_2 (v(\vec{r}, \vec{r}_2) - v(\vec{r}', \vec{r}_2)) \rho^{(2)}(\vec{r}, \vec{r}_2, \vec{r}', \vec{r}_2, t) \quad . \quad (3.13)$$

Il est intéressant à ce stade d'introduire la transformée de Wigner de la densité à un corps

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = \int \frac{d^3 S}{(2\pi\hbar)^3} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{S}} \rho^{(1)}(\vec{r} + \frac{\vec{S}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{S}}{2}, t) \quad . \quad (3.14)$$

Cette fonction se comporte à bien des égards comme la fonction de distribution à un corps (nous utiliserons le même symbole pour les deux quantités). En particulier, pour les deux quantités, la densité de particules ρ , le courant de particules \vec{j} et le tenseur d'impulsion sont donnés par les mêmes intégrales

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r}, t) &= \int d^3 p f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) \\ \vec{j}(\vec{r}, t) &= \int d^3 p \vec{p} f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = \rho(\vec{r}, t) \vec{u}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\tau_{ij} = \int d^3 p p_i p_j f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) \quad . \quad (3.17)$$

La différence est que la fonction de Wigner n'est pas nécessairement définie positive et ne peut être strictement considérée comme une densité de probabilité d'occupation dans l'espace de phase.

En utilisant (3.14), on peut écrire (3.13) sous la forme

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}\right) f_1 = i \int \frac{d^3 x}{(2\pi\hbar)^3} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{x}} \int d^3 r'' [v(\vec{r} + \frac{\vec{x}}{2}, \vec{r}'') - v(\vec{r} - \frac{\vec{x}}{2}, \vec{r}'')] \\ \times \int d^3 p_1 e^{-\frac{i}{\hbar} \vec{p}_1 \cdot \vec{x}} \int d^3 p_2 f_2(\vec{r}, \vec{r}'', \vec{p}_1, \vec{p}_2, t) \quad . \end{aligned} \quad (3.18)$$

On peut considérer les approximations successives de cette équation. La plus simple consiste en la factorisation de f_2 en un produit de deux f_1 . On obtient ainsi

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}\right) f_1 = i \int \frac{d^3 x}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 p_1 e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} - \vec{p}_1) \cdot \vec{x}} [U(\vec{r} + \frac{\vec{x}}{2}) - U(\vec{r} - \frac{\vec{x}}{2})] f_1(\vec{r}, \vec{p}_1, t) \quad (3.19)$$

$$U(\vec{r}) = \int d^3 r' \int d^3 p' v(\vec{r}, \vec{r}') f_1(\vec{r}', \vec{p}', t) \quad . \quad (3.20)$$

Si l'on suppose que U ne varie pas beaucoup, on peut développer U en série de puissance de \vec{x} dans (3.19). En retenant le premier terme seulement, on a l'équation de Vlasov

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} U) \cdot \frac{\vec{\nabla}}{\vec{p}}\right) f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = 0 \quad . \quad (3.21)$$

Cette équation a la même forme que l'équation de Liouville pour des particules indépendantes dans un champ de force $U(\vec{r}, t)$. La différence est qu'ici le champ est self-consistent. De (3.18) à (3.21), on a considéré deux approximations : l'une de champ moyen local, l'autre (coupant les dérivées d'ordre supérieur de U) de mouvement classique. On pourrait parfaitement s'en affranchir, mais cela laisserait l'équation (3.21) dans la même forme. L'approximation de champ moyen est ici une approximation d'Hartree, car on a négligé la statistique en factorisant. On peut tout systématiser. L'équation d'Hartree-Fock dépendant du temps s'obtient plus facilement sur la matrice densité, en faisant

$$\rho^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, t) = \rho^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1, t) \rho^{(1)}(\vec{r}_2, \vec{r}'_2, t) - \rho^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}'_2, t) \rho^{(1)}(\vec{r}_2, \vec{r}'_1, t) \quad . \quad (3.22)$$

Dans la représentation de Wigner, l'équation correspondant à (3.21) s'écrit alors

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} + \frac{2}{\hbar} \sin \left[\frac{\hbar}{2} [(\vec{\nabla}_p W) \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} W) \cdot \vec{\nabla}_p] \right] \right\} f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = 0 \quad , \quad (3.23)$$

avec

$$\begin{aligned} W(\vec{r}, \vec{p}) = \int d^3 r' \int d^3 p' v(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}', \vec{p}', t) - \int d^3 s e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{s}} v(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}) \\ \times \int d^3 p' e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{s}} f_1(\vec{r}, \vec{p}', t) \quad . \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'approximation d' Hartree consiste à négliger le second terme de (3.24) et

l'approximation classique revient à prendre la limite $\hbar \rightarrow 0$. Pour l'instant, nous utiliserons seulement l'approximation (3.21).

L'approximation au-delà du champ moyen s'obtient en utilisant dans (3.18) la première approximation de l'équation similaire pour f_2 . Bien sûr, celle-ci fera apparaître un f_1 en plus et donc deviendra non-linéaire et contiendra un ordre en plus dans l'interaction. Nous donnons ici seulement le résultat, qui a été dérivé à l'aide d'un formalisme différent, celui des fonctions de Green²¹ :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} U) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}}\right) f_1 = \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} W(\vec{p}_3 \vec{p}_4 \rightarrow \vec{p} \vec{p}_2) \times \delta^3(\vec{p}) \delta(E) [\tilde{f}_3 \tilde{f}_4 (1-\tilde{f})(1-\tilde{f}_2) - \tilde{f} \tilde{f}_2 (1-\tilde{f}_3)(1-\tilde{f}_4)] \quad (3.25)$$

avec

$$\tilde{f}_i = f_1(\vec{r}, \vec{p}_i, t) (2\pi\hbar)^3 \quad (3.26)$$

Dans cette équation, connue sous le nom de Landau-Vlasov (LV), W est le taux de collisions conduisant deux particules d'impulsion \vec{p}_3, \vec{p}_4 vers des états d'impulsion \vec{p}_1, \vec{p}_2 . Les fonctions delta expriment les lois de conservation. Enfin, les facteurs $1-\tilde{f}$ tiennent compte de la statistique de Fermi.

Dans une théorie perturbative, U est donné comme ci-dessus et W devient

$$W(p_3 p_4 \rightarrow p p_2) = \frac{1}{2} [v(\vec{p}, \vec{p}_3) - v(\vec{p}_2, \vec{p}_4)]^2 \quad (3.27)$$

où l'on a introduit le potentiel d'interaction en représentation \vec{p} .

Dans le cas nucléaire (à haute énergie), le potentiel est singulier, et un développement en série de puissances de v n'est pas très utile. L'argument habituel est qu'une paire de nucléons sont diffusés un grand nombre de fois avant que l'un d'entre eux interagisse avec un troisième. Dans cette limite, il est plus indiqué de prendre $U = 0$ et

$$W(p_3 p_4 \rightarrow p p_2) \delta(E) = |\langle \vec{p}_3 \vec{p}_4 | T | \vec{p} \vec{p}_2 \rangle|^2 \delta(E) = 8\pi^2 \sigma v_{12} \delta(p_{12} - p_{34}) \quad (3.28)$$

où T est la matrice de transition (libre) habituelle et où v_{12} est la vitesse relative. Cependant, on ne peut négliger les effets de champ moyen, ainsi que nous l'avons vu. Par conséquent, nous postulons sans plus de justification, une équation du type (3.25) avec (3.28), laissant en suspens la définition exacte de $U(\vec{r})$.

L'équation de LV contient un terme de collision binaire. On pourrait être tenté de dire que la C.I. revient à négliger U dans LV. Cependant, il convient de remarquer que la C.I. correspond à un terme de collision plus général que l'équation de LV. Dans ce cas, aucune hypothèse sur la forme de f_2 n'est requise. De plus, la C.I. peut faire des prédictions sur les fonctions de distribution d'ordre plus élevé.

L'équation de LV ne fait aucune hypothèse sur l'équilibre local. De plus, elle introduit l'énergie d'interaction, sous une forme simplifiée sans doute, d'un champ self-consistent. Il est donc permis de penser que l'équation de LV contient l'hydrodynamique sous certaines limites (ce que nous verrons plus loin). A part

les restrictions émises, l'équation de LV constitue donc un cadre tout indiqué pour comparer les deux théories.

3.4.2. Moments

Il est très intéressant de regarder les premiers moments en \vec{p} de l'équation de LV. Le moment d'ordre zéro donne l'équation de continuité (grâce à (3.15)-(3.16))

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad . \quad (3.29)$$

Le premier moment donne (grâce à (3.15)-(3.17) et (3.29))

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} \right] + \vec{\nabla} \cdot \underline{\underline{\Pi}} = 0 \quad , \quad (3.30)$$

avec

$$\Pi_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} (\rho U - V) \quad (3.31)$$

et

$$V(\rho) = \int_0^\rho U(\rho') d\rho' \quad . \quad (3.32)$$

Le tenseur S_{ij} , appelé tenseur des tensions, est obtenu en faisant la décomposition

$$\vec{p} = m \vec{u} + \delta \vec{p} \quad (3.33)$$

dans l'expression (3.17) du tenseur des impulsions τ_{ij} . On a

$$\tau_{ij} = R_{ij} + S_{ij} \quad (3.34)$$

avec

$$R_{ij} = \rho u_i u_j \quad (3.35)$$

et

$$S_{ij} = \int d^3p (\delta \vec{p})_i (\delta \vec{p})_j f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) \quad . \quad (3.36)$$

Arrêtons-nous un instant sur la signification physique de l'équation (3.30). Elle indique comment l'impulsion est transférée du mouvement macroscopique vers les degrés de liberté microscopiques et inversement. S'il y a des tensions dans le fluide ($\Pi_{ij} \neq 0$), cela générera un écoulement. Les tensions sont de deux types : elles proviennent de l'agitation autour du mouvement macroscopique (S_{ij}) et de l'énergie accumulée par la compression (second terme de (3.31)).

Pour écrire l'équation pour le second moment, nous introduisons la décomposition suivante :

$$S_{ij} = \frac{1}{3} \text{tr } S \delta_{ij} + S_{ij}^0 = \bar{p} \delta_{ij} + S_{ij}^0, \quad (3.37)$$

où le tenseur de trace nulle S^0 est appelé le déviateur. On peut alors dériver les équations suivantes :

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} R_{ij}) = -u_i \nabla_j \tilde{p} - u_j \nabla_i \tilde{p} - u_i \sum_k \nabla_k S_{kj}^0 - u_j \sum_k \nabla_k S_{ki}^0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\bar{p} \vec{u}) = -\frac{2}{3} \bar{p} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) - \frac{1}{3} \sum_i \sum_k S_{ik}^0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{u})_{ki}^S - \frac{2}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} S_{ij}^0 + \vec{\nabla} \cdot (S_{ij}^0 \vec{u}) &= -\frac{2}{3} S_{ij}^0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \int d^3p [\delta p_i \delta p_j - \frac{1}{3} (\delta p)^2 \delta_{ij}] \vec{p} f_1 \\ &+ \bar{p} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u})_{ij}^S - \frac{1}{2} [S^0 : (\vec{\nabla} \vec{u})^S]_{ij}^S - \frac{1}{2} \sum_k [S_{jk}^0 (\vec{\nabla} \vec{u})_{ki}^A = S_{ik}^0 (\vec{\nabla} \vec{u})_{kj}^A] \\ &+ \int [\delta p_i \delta p_j - \frac{1}{3} (\delta p)^2 \delta_{ij}] I \quad . \end{aligned} \quad (3.40)$$

Dans ces équations, I représente le terme de collision dans (3.25), \tilde{p} vaut

$$\tilde{p} = \bar{p} + (\rho U - v), \quad (3.41)$$

$(\vec{\nabla} \vec{u})^S$ est le tenseur symétrique de trace nulle

$$(\vec{\nabla} \vec{u})_{ij}^S = \nabla_i u_j + \nabla_j u_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}, \quad (3.42)$$

$(\vec{\nabla} \vec{u})^A$ est le tenseur antisymétrique

$$(\vec{\nabla} \vec{u})_{ij}^A = \nabla_i u_j - \nabla_j u_i, \quad (3.43)$$

\vec{J} est le courant d'énergie (cinétique interne)

$$\vec{J} = \frac{1}{2} \int d^3p \vec{p} p^2 f_1(\vec{r}, \vec{p}, t), \quad (3.44)$$

et $[A:B]^S$ est le tenseur symétrique construit à partir de la contraction de A et de B .

L'équation (3.38) est strictement équivalente à l'équation du premier moment (3.30). L'équation (3.39) peut être modifiée en utilisant (3.41) et le fait que $\vec{\nabla} v = \frac{\partial v}{\partial \rho} \cdot \vec{\nabla} \rho$. On obtient, en utilisant

$$u = \frac{3}{2} \bar{p} + v \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (u \vec{u}) = -\tilde{p} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \frac{1}{2} \sum_i \sum_k S_{ik}^0 (\vec{\nabla} \vec{u})_{ki}^S - \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \quad (3.46)$$

Ici, u joue le rôle d'une densité d'énergie (voir (2.8)). Nous y reviendrons plus loin.

Pour toutes rébarbatives que les équations (3.38)-(3.40) puissent paraître, elles n'en ont pas moins une interprétation physique toute simple, si nous

anticipons sur le fait qu'à l'équilibre \bar{p} représente la pression et que le déviateur indique justement les tensions hors équilibre. Ainsi, l'équation (3.38) indique que l'évolution de l'écoulement résulte du travail des pressions et de celui des tensions hors équilibre. L'équation (3.39) traduit l'influence de la divergence des vitesses (reliée en quelque sorte à la variation de densité), des tensions hors équilibre et du flux de tension (\vec{J}) sur l'évolution de la pression. Enfin, l'équation (3.40) donne la variation des tensions hors équilibre. On peut distinguer des formes de "self-interaction", un terme venant du courant des tensions (intégrale sur f_1) et le terme de collisions. On peut s'attendre à ce que celui-ci ait tendance à diminuer les tensions. Enfin, il y a une "rétroaction" de la pression sur la variation du déviateur.

L'équation (3.46) a une interprétation plus simple encore. La variation d'énergie interne vient du travail lié à la compression ou la dilatation du système ($\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$), des tensions hors équilibre et du transport de l'énergie thermique : \vec{J} représente le flux de chaleur.

Les équations (3.29), (3.30), (3.39) et (3.40) ne sont pas équivalentes à l'équation de LV. Les premiers moments d'une fonction constituent une description très restreinte de la fonction. En fait, ces équations ne peuvent être résolues en tant que telles. Cela nécessiterait la connaissance du terme de collision dans (3.40). Néanmoins, elles sont très utiles pour étudier certaines limites et pour discuter les problèmes d'équilibre thermodynamique.

Si dans le premier membre de l'équation de LV on avait gardé les termes de Hartree-Fock généraux (Equation (3.21)), les équations des moments contiendraient des termes supplémentaires dont l'interprétation n'est pas aisée²².

4. THERMALISATION ET THERMODYNAMIQUE

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous tenterons de répondre à deux questions que bien des expérimentateurs se posent tous les jours. Peut-on parler de température lorsque l'on observe un spectre expérimental exponentiel ? Peut-on utiliser des concepts thermodynamiques pour discuter la dynamique d'une réaction ? Une autre question vient en corollaire : l'observation d'un spectre exponentiel est-il indicatif d'un système thermalisé ?

Pour montrer que la prudence doit être de rigueur lorsque l'on analyse un spectre expérimental exponentiel, nous reproduisons la Figure 4.1. Celle-ci montre qu'un spectre exponentiel peut provenir de la superposition de différentes sources ayant des caractères différents. Cet exemple est tiré d'un modèle théorique, extrême il est vrai, mais néanmoins indique le genre d'interprétations fausses qui peuvent arriver. Il faut ajouter à cela que, en général, on somme sur beaucoup de paramètres d'impact, ce qui à nouveau peut correspondre à autant de sources différentes.

Ici cependant, nous voudrions réfléchir sur plusieurs cas concrets qui se prêtent à des réflexions théoriques et en tirer des indications pour l'analyse expérimentale. On peut d'abord se demander ce qui caractérise un système à

l'équilibre. C'est ce que nous allons discuter dans la section suivante, en distinguant équilibre global et équilibre local.

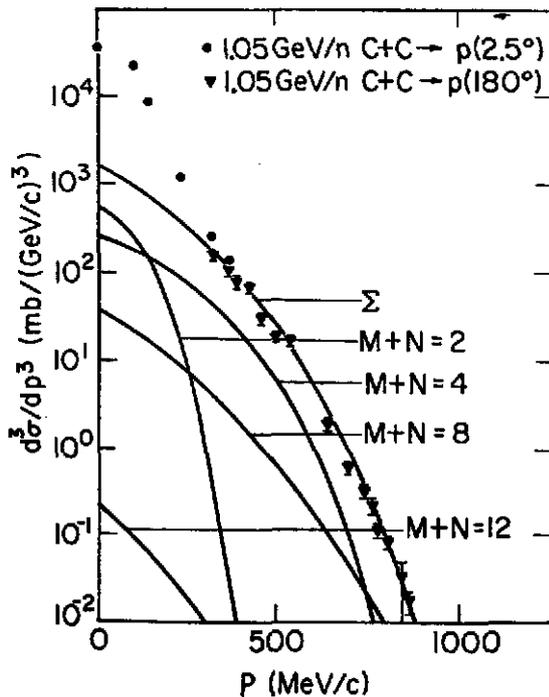


Figure 4.1

Spectre des protons émis dans la réaction indiquée, décomposée sur le modèle des clusters interagissant²³.

4.2. Equilibre global. Equilibre local

Nous sommes familiarisés avec l'équilibre d'un système fluide macroscopique confiné dans un volume fini. S'il n'y a pas de forces à longue portée, l'équilibre est caractérisé par l'uniformité des variables thermodynamiques ρ , T (et les autres par voie de conséquence). Si l'on se tourne vers une description microscopique, un système (de particules de Boltzmann) à l'équilibre se caractérise par une distribution à un corps du type

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \rho g(\epsilon) e^{-\frac{\epsilon(p)}{kT}}, \quad (4.1)$$

où $\epsilon(p)$ est l'énergie à une particule pour l'impulsion p et où $g(\epsilon)$ est la densité d'états d'énergie ϵ . L'équilibre est également caractérisé (pour des interactions isotropes et statiques) par l'absence de corrélations dans l'espace des impulsions

$$f_2(\vec{r}, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) = g(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) F(p_1) F(p_2), \quad (4.2)$$

où F est la distribution dans l'espace des impulsions. La fonction de corrélation $g(r)$ représente la probabilité pour qu'une particule se trouve à une distance r d'une autre. Pour un gaz dilué (gaz parfait), on a $\epsilon(p) = p^2/2m$ et $g(r) = 1$, ce qui dit que l'on peut trouver une particule à n'importe quelle distance d'une autre. Les déviations vis-à-vis de cela indiquent les effets des interactions. Dans un liquide, par exemple, $g(r)$ présente généralement un maximum à une certaine

valeur de r . La fonction $g(r) \rightarrow 1$ très rapidement, après une distance qui est typiquement de l'ordre de la portée des forces. L'équilibre est également caractérisé par d'autres grandeurs, que nous ne considérerons pas ici. Attirons cependant l'attention sur le fait qu'un système à l'équilibre ne contient aucune corrélation dans l'espace de phase. C'est-à-dire que l'on doit avoir ($i, j = 1, 3$)

$$\int r_i p_j f_1(\vec{r}, \vec{p}) d^3r d^3p = 0 \quad , \quad (4.3)$$

si \vec{r}_i représente la position à partir du centre de masse. L'équation (4.1) vérifie automatiquement (4.3).

Dans les collisions entre ions lourds, le système n'a pas une densité homogène et (4.1) n'est certainement pas valable. On ménage alors la possibilité d'avoir un équilibre local (dans l'espace et dans le temps). Cet équilibre est caractérisé par une fonction de distribution à un corps

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = \rho(\vec{r}, t) g(\epsilon) e^{-\frac{\epsilon[\vec{p} - m\vec{u}(\vec{r}, t)]}{kT(\vec{r}, t)}} \quad (4.4)$$

et par une fonction de distribution à deux corps exprimé dans le référentiel où la matière est au repos du type (4.2), avec cette fois des grandeurs qui varient dans l'espace-temps. Si nous considérons le formalisme de la Section 3.4, un équilibre local est caractérisé par

$$I = 0 \quad , \quad S_{ij}^0 = 0 \quad , \quad (4.5)$$

c'est-à-dire par l'annulation du terme de collision et par l'annulation du déviateur (\dagger). Remarquons qu'en principe l'annulation du déviateur est beaucoup moins restrictive que la condition (4.4).

Il apparaît opportun de discuter ici une objection souvent entendue. Supposons que (4.5) soit réalisée. Souvent, la question suivante est soulevée : comment peut-on appliquer les concepts thermodynamiques à une petite cellule d'un noyau, qui ne contient que deux ou trois nucléons, par exemple ? Tant que les conditions (4.5) sont réalisées, on peut considérer que cette petite cellule est en équilibre avec le reste du système. Elle peut donc être décrite par l'ensemble (grand) canonique dont les prédictions moyennes ne dépendent absolument pas du nombre de particules présentes. Donc, tant qu'on se limitera aux propriétés à un corps, nécessairement sommées sur un grand nombre d'événements, on peut appliquer des considérations thermodynamiques. Si, maintenant, on veut aller au-delà, en étudiant corrélations ou fluctuations, il faut s'attendre à ce que la thermodynamique appliquée à la lettre conduise à des aberrations.

Une restriction cependant : comme un noyau est un système fini, il est sujet à des contraintes de conservation de nombres quantiques, en particulier de l'énergie. Si l'énergie d'un système d'un petit nombre de particules est fixée, la distribution (même dans un gaz parfait) ne sera pas une loi de Boltzmann, telle (4.3), ainsi que l'indique la Figure 4.2.

(†) Nous verrons cependant, un peu plus tard, une condition un peu moins forte.

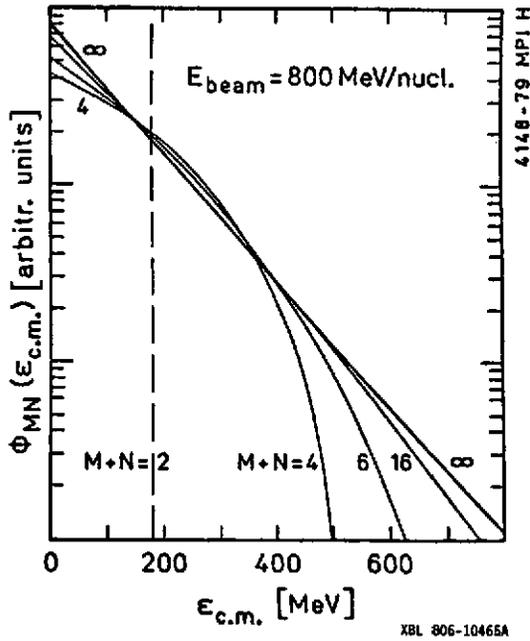


Figure 4.2

Distribution de l'énergie à une particule pour un système de $M+N$ nucléons dont l'énergie par particule est fixée. Tirée de la Référence 24.

En conclusion, si la condition (4.5) est remplie, on pourra utiliser les concepts thermodynamiques, en n'oubliant pas que l'on fait une thermodynamique simplifiée négligeant les effets liés aux moments élevés de la distribution f_1 . Nous verrons cependant que (4.5) n'est pas facilement satisfaite.

4.3. Equilibre local et hydrodynamique

Si l'on a un équilibre local, les conditions (4.5), auxquelles il faut adjoindre $\vec{J} = 0$, sont vérifiées. Les équations (3.30), (3.38) et (3.46) deviennent

$$\partial \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right] \vec{u} = - \vec{\nabla} \tilde{p} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (R_{ij} \vec{u}) = - u_i \nabla_j \tilde{p} - u_j \nabla_i \tilde{p} \quad , \quad (4.7)$$

qui, rappelons-le, est équivalente à la précédente, et

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (u \vec{u}) = - \tilde{p} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad . \quad (4.8)$$

On remarquera que les équations (4.6) et (4.8) sont semblables aux équations (3.2), (3.3) de l'hydrodynamique non-visqueuse ($\eta = 0$), sauf que (4.8) est écrite pour la densité d'énergie plutôt que pour la température. Cependant, à ce stade, rien ne dit que \tilde{p} est assimilé à la pression ordinaire. En hydrodynamique, on fait donc une hypothèse supplémentaire qui consiste à supposer que la relation qui relie u , \tilde{p} et ρ est la même que pour un système macroscopique à l'équilibre.

L'hydrodynamique visqueuse s'obtient en gardant les mêmes hypothèses, mais en introduisant des corrections, qui bien sûr demanderont que S_{ij}^0 et \vec{J} soient maintenant différents de zéro. La déviation "minimale" veut que ces quantités soient des fonctions linéaires des gradients des grandeurs intensives décrivant

l'état thermodynamique du système (en général, on choisit ρ , \vec{u} et T). Dès lors, la forme de S_{ij}^0 et \vec{J} est fixée par leur caractère tensoriel :

$$S_{ij}^0 = -\eta (\vec{\nabla} \vec{u})_{ij}^S - \zeta \delta_{ij} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad , \quad (4.9)$$

où la partie antisymétrique n'a pas été retenue, parce qu'elle violerait l'invariance par réflexion autour d'un centre. Les coefficients η et ζ sont appelés coefficients de viscosité de cisaillement et de volume (bulk), respectivement. Le vecteur \vec{J} s'écrit

$$\vec{J} = -\lambda \vec{\nabla} \rho - \kappa \vec{\nabla} T \quad , \quad (4.10)$$

où κ est le coefficient de conductibilité thermique.

On a introduit à dessein des signes négatifs dans les équations (4.9) et ((4.10), car le second principe de thermodynamique, qui veut que l'entropie d'un système isolé ne peut aller qu'en augmentant, demande $\eta, \zeta, \kappa \geq 0$ et $\lambda = 0$. Ces coefficients sont appelés coefficients de transport, et caractérisent les propriétés du fluide dans des situations de déviations faibles vis-à-vis de l'équilibre. En introduisant (4.9) et (4.10) dans les équations (3.38)-(3.46), on retrouve les équations de l'hydrodynamique visqueuse. En général, ζ est très petit.

4.4. Expansion et break-up

Supposons que l'on ait créé un système nucléaire caractérisé par (4.3), c'est-à-dire un équilibre local, ou même pour simplifier la discussion par

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = \rho(\vec{r}) e^{-\frac{e(\vec{p})}{kT}} \quad . \quad (4.11)$$

Il va de soi qu'un tel système ne restera pas tel quel. Il va se dilater ou se contracter suivant la valeur de la pression. Aux énergies relativistes, la pression est positive et le système se décomprime rapidement.

Il est intéressant d'étudier ce qui va se passer dans ce cas. Tout en se dilatant, le système est le siège de collisions nucléon-nucléon. A partir d'un certain moment, le système sera suffisamment dilué pour que les particules n'entrent plus en collision : c'est le freeze-out. Au delà, c'est une expansion libre : les nucléons s'écartent les uns des autres sans modification de leur mouvement rectiligne.

Supposons maintenant que l'expansion avant le freeze-out soit telle que l'équilibre local soit préservé. Dès lors, l'expansion du système est régie par les équations (3.1), (4.6)-(4.8), où nous pouvons remplacer \tilde{p} par p et par l'équation d'état. Ce problème a été résolu pour l'expansion radiale d'une boule de gaz parfait²⁵. Les résultats sont assez compliqués, mais on peut se rabattre sur un modèle approché²⁶, qui suppose que la densité est uniforme à tout moment. Dans ce cas, à cause de (3.1), le champ des vitesses est

$$\vec{u}(\vec{r}) = -\frac{1}{3} \frac{\dot{p}}{p} \vec{r} = a \vec{r} \quad (4.12)$$

et le spectre d'énergie des nucléons est

$$f(\epsilon) \sim \int_0^1 x^3 e^{-\left(\epsilon + \frac{1}{2} m \frac{a^2 x^2}{R^2}\right)/kT} \sinh\left(\frac{2\sqrt{\epsilon m a^2 x^2/2}}{R k T}\right) dx, \quad (4.13)$$

où R et T sont le rayon et la température instantanée. Pour faire ressortir les faits essentiels, nous supposons comme dans la Référence 27 que la vitesse d'expansion est la même u_e partout. Dans ce cas

$$f(\epsilon) \sim e^{-\left(\epsilon + \frac{1}{2} m u_e^2\right)/kT_{f0}} \sinh\left(\frac{2\sqrt{\epsilon m u_e^2/2}}{k T_{f0}}\right), \quad (4.14)$$

où T_{f0} est la température au moment du freeze-out. Il faut d'abord remarquer que la distribution d'énergie est distordue à cause de l'expansion, ainsi que l'indique la courbe pour les protons de la Figure 4.3.

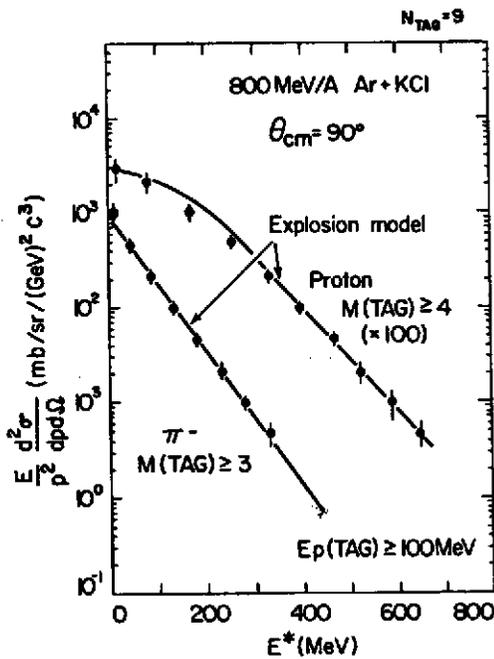


Figure 4.3

Analyse du spectre des pions et des protons à l'aide de l'équation (4.14). Tiré de la Référence 27.

La température apparente T^* tirée de la queue du spectre est différente de T_{f0} . On peut le voir facilement, car si ϵ est suffisamment grand, on aura

$$f(\epsilon) \sim e^{-\frac{\epsilon}{k T_{f0}}} e^{-\frac{2\sqrt{\epsilon m u_e^2/2}}{k T}}, \quad (4.15)$$

et en faisant un développement des exposants au premier ordre autour de ϵ_0 , valeur typique de la région que l'on explore;

$$f(\epsilon) \sim e^{-\frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{k T^*}} \quad (4.16)$$

avec

$$T^* = T \left(1 - \sqrt{\frac{m u_e^2}{2 \epsilon_0}} \right)^{-1} \quad (4.17)$$

Dans le cas de la Figure 4.3, T vaut 60 MeV, $u_e \approx 0.3 c$ et $T^* \approx 80$ MeV.

On peut d'autre part estimer, dans le même cas, la température T de la boule de feu initiale. Si l'on néglige la production de particules, et si l'on fait l'approximation du gaz parfait, la conservation de l'énergie impose

$$\frac{1}{2} m u_e^2 + \frac{3}{2} k T_{fo} = \frac{3}{2} k T \quad (4.18)$$

ce qui, dans le cas concret ci-dessus donne $T = 88$ MeV. La proximité est sans doute ici accidentelle. Il n'en reste pas moins vrai que la température apparente est une fonction monotone de l'énergie d'excitation.

L'expansion gouvernée par les équations (3.1), (4.6), (4.8) est une expansion isoentropique : elle conserve l'entropie. Au freeze-out, ces équations cessent d'être valables, car le terme de collision disparaît. On peut plus ou moins estimer la densité de freeze-out comme étant le moment où la distance caractéristique entre les nucléons est de l'ordre de la racine carrée de la section efficace divisée par π

$$d = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}}{\pi}} \quad (4.19)$$

où $\bar{\sigma}$ est la section efficace moyenne entrant dans le terme de collision (voir plus loin). On trouve grosso modo $\rho_{fo} \sim 0.5 - 1 \rho_0$.

Bien sûr, il faut s'attendre à ce que le freeze-out ne soit pas instantané. Après le freeze-out, les corrélations $\vec{r} \cdot \vec{p}$ croissent continument. Ceci peut se comprendre si l'on considère un système uniforme et les corrélations $\vec{r} \cdot \vec{p}$ qui peuvent s'y produire. La situation est schématisée dans la Figure 4.4.

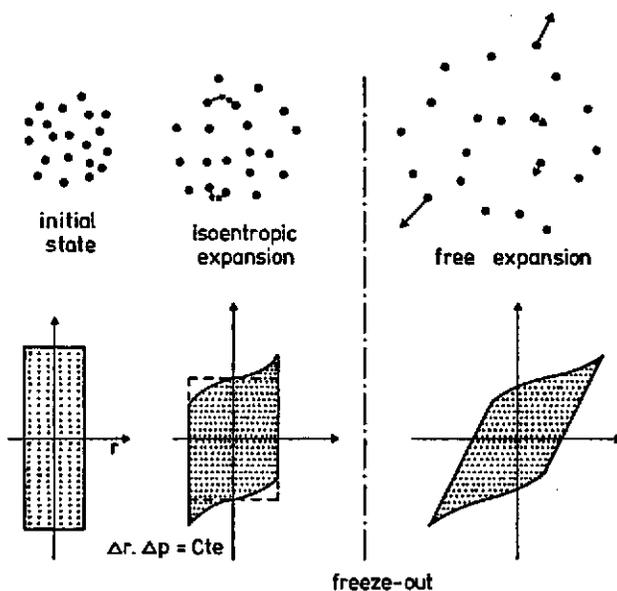


Figure 4.4

Représentation schématique d'une expansion adiabatique, suivie d'une expansion libre.

A gauche, on a représenté l'expansion adiabatique, qui conserve l'entropie, c'est-

à-dire l'extension du système dans l'espace de phase. Si l'expansion se faisait infiniment lentement, le rectangle du bas resterait un rectangle de surface constante. La vitesse d'expansion doit s'ajouter à la vitesse des particules et déforme ce rectangle. Après le freeze-out, la vitesse des particules ne change plus, ce qui provoque une homothétie de la figure du bas. Les corrélations r.p vont croître indéfiniment, ce qui a pour effet que la position et la vitesse de chacune des particules seront alignées.

4.5. Y a-t-il équilibre local ?

Pouvons-nous déterminer l'évolution du déviateur S_{ij}^0 à partir de l'équation (3.40) ? Une façon d'étudier le problème est de faire une approximation du temps de relaxation pour le terme de collision

$$\int [\delta p_i \delta p_j - \frac{1}{3} (\delta p)^2 \delta_{ij}] I = -\frac{S_{ij}^0}{\tau} \quad , \quad (4.20)$$

ce qui, par parenthèse, ferme la hiérarchie des équations de moments sur elles-mêmes. Bien sûr, (4.20) ne peut être qu'indicatif, car si l'on a un mouvement le long de l'axe z seulement, comme au début de la collision, S_{zz}^0 va décroître, tandis que S_{xx}^0 va croître. Le temps de relaxation peut donc se définir par (4.20). On peut l'estimer en utilisant les conditions qui règnent au début de la collision. Ainsi, on a

$$\tau = \frac{1}{\rho \sigma \bar{v}} \frac{\langle \Delta p_z^2 \rangle}{\langle p^2 \rangle} = \frac{\lambda}{\bar{v}} f \quad , \quad (4.21)$$

où σ est la section efficace moyenne apparaissant dans le terme de collision, où \bar{v} est la vitesse relative moyenne et où λ est le libre parcours moyen pour faire une collision. Enfin, f représente l'efficacité d'une collision. Il dépend de la section efficace différentielle, qui fait que les particules sont plus ou moins déviées. De l'expérience, on déduit que f décroît quand l'énergie augmente.

A haute énergie, τ est de l'ordre de 3 à 5 fm/c, alors que le temps de collision est typiquement de 10 à 30 fm/c. Parallèlement, $\lambda_{th} = \lambda f$ est de l'ordre de 2 à 5 fm, ce qui doit être comparé à la taille du système, ~ 10 fm. A basse énergie, les estimations ne sont pas triviales, car il faut tenir compte du principe de Pauli d'une façon adéquate. Celui-ci a pour effet d'inhiber les collisions. Les courbes en traits pleins de la Figure 4.5 se réfèrent au temps de vie pour une particule traversant un noyau froid. La courbe en trait discontinu correspond à un noyau chaud. On peut voir que cela ne change pas sensiblement les choses. Pour une énergie supérieure à 50 MeV, τ est plus petit que le temps de collision. Le libre parcours moyen λ à 50 MeV par nucléon (calculé avec le principe de Pauli) est de l'ordre de 5 fm.

On peut ne pas se soucier, dans une large mesure, du temps de collision si l'on considère seulement des moyennes sur l'espace et le temps, avec des intervalles de moyenne de l'ordre de λ et τ , respectivement. En effet, toute fluctuation dans S_{ij}^0 disparaîtra endéans ces intervalles de temps et d'espace. En se reportant aux chiffres ci-dessus, il semble bien que l'équilibre local ne peut être envisagé qu'avec circonspection, à haute aussi bien qu'à basse énergie.

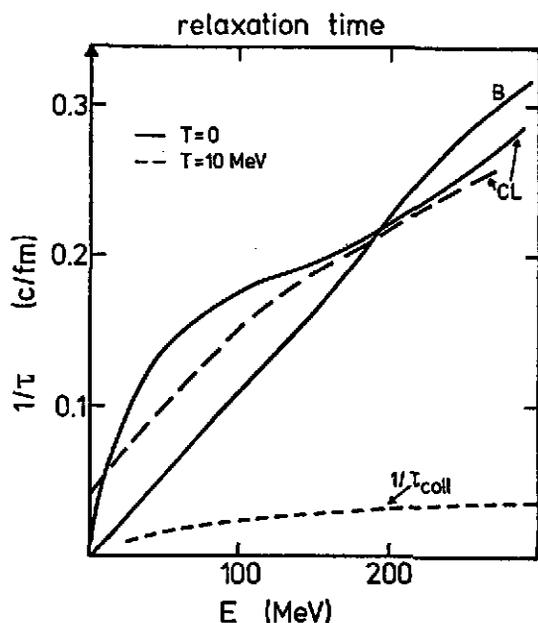


Figure 4.5

Temps de relaxation en fonction de l'énergie. La courbe B correspond à un calcul simplifié de la Référence 16, tandis que les courbes CL proviennent d'un calcul de Brueckner⁸.

A titre d'illustration, nous donnons dans les Figures 4.6-4.8 différentes grandeurs intervenant dans la Section 3.4, pour la réaction Au + Au à 400 MeV/A, et ce pour un temps qui correspond grosso modo au temps de compression maximale. La Figure 4.6 donne le profil de densité et la distribution du courant de particules. On distingue d'ailleurs très nettement un "side-splash". La Figure 4.7 donne les contours d'égale pression en MeV fm⁻³, c'est-à-dire un tiers de la trace du tenseur des tensions S_{ij} . La Figure 4.8 décrit schématiquement la distribution du déviateur. En fait, ce qui est porté est la quantité

$$x = \frac{\sum_i |s_{ii}^*|}{3 p} \quad (4.22)$$

S'il y a équilibre local, $x = 0$ et si le mouvement est, dans le référentiel de la matière, uniquement suivant une direction, $x = 4/3$. En d'autres termes, les grandes valeurs de x représentent une matière non équilibrée. Il faut remarquer que, sauf pour les régions indiquées par les gros points, le tenseur S_{ij} est toujours caractérisé par $S_{zz} > S_{xx}$, ce qui indique une survivance non négligeable du mouvement initial. De plus, on observe que les éléments non diagonaux de S_{ij} sont un ordre de grandeur plus petits que les éléments diagonaux. D'après la Référence 19, ceci signifie que la matière nucléaire (dans ce calcul, tout au moins) se comporte plus comme un fluide ordinaire, où l'élément dynamique essentiel est la pression, plutôt que comme un solide, où l'élément dynamique est le gradient des vitesses.

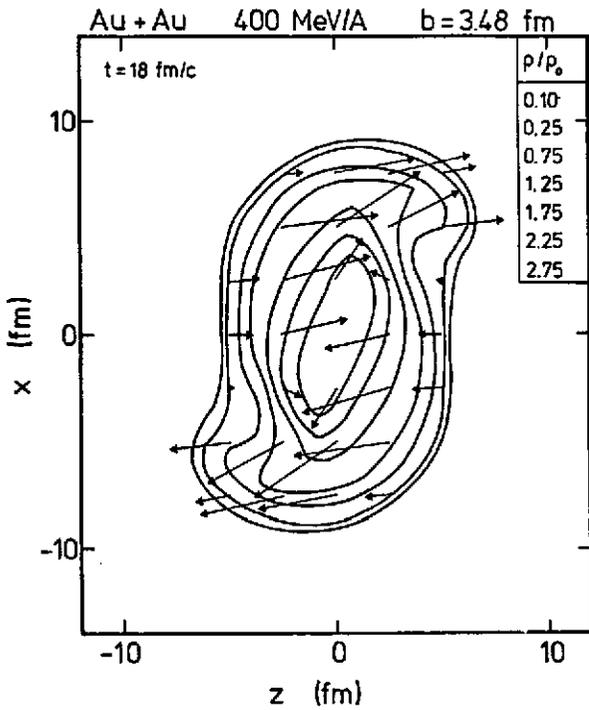


Figure 4.6. Distribution de la densité (courbes) et du courant (\vec{j} dans l'équation (3.16)) dans le plan de la réaction Nb + Nb. La grandeur des flèches est proportionnelle à l'intensité du vecteur \vec{j} . Tiré de la Référence 20.

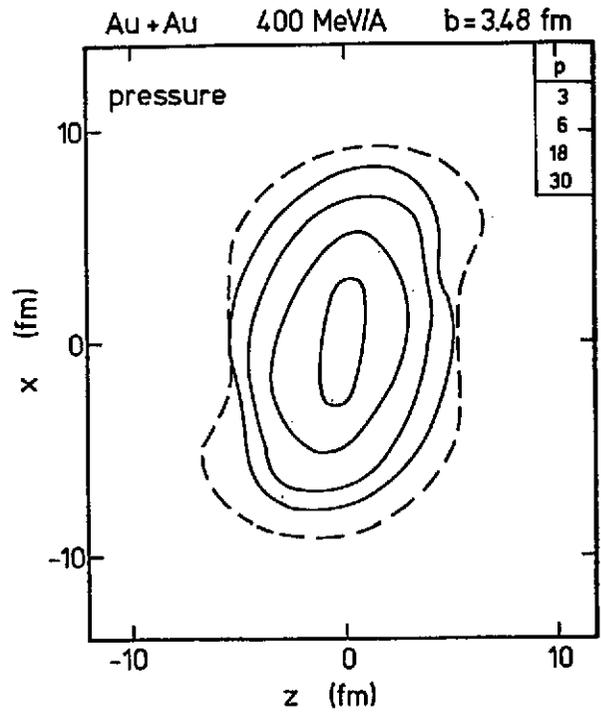


Figure 4.7. Contour d'égalité pression pour la même réaction que dans (4.6). La courbe en traits discontinus donne la courbe d'isodensité dans la figure précédente. Tiré de la Référence 20.

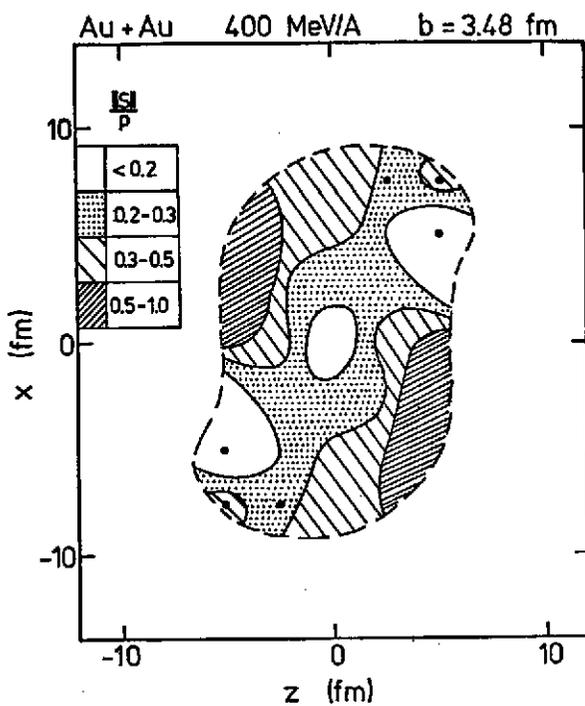


Figure 4.8

Même chose que la Figure 4.7 pour la quantité (4.22). Voir texte. Tiré de la Référence 20.

5. PROPRIETES DE LA MATIERE DENSE

5.1. Considérations théoriques

Nous allons ici discuter les propriétés de la matière dense formée au cours de la réaction. A ce propos, il est utile d'avoir une sorte de guide, qui nous indique de quelle manière les propriétés de l'état dense dépendent de l'équation d'état et du mécanisme de production.

Pour le premier des points, nous pouvons utiliser l'équation de Rankine-Hugoniot (RH) pour les ondes de choc. Si l'on regarde le haut de la Figure 3.3, on voit que dans le cadre de ce calcul on n'est pas loin d'une configuration plane. En idéalisant les noyaux par des tranches de matière, on peut utiliser l'équation de RH dans la configuration indiquée par la Figure 5.1.

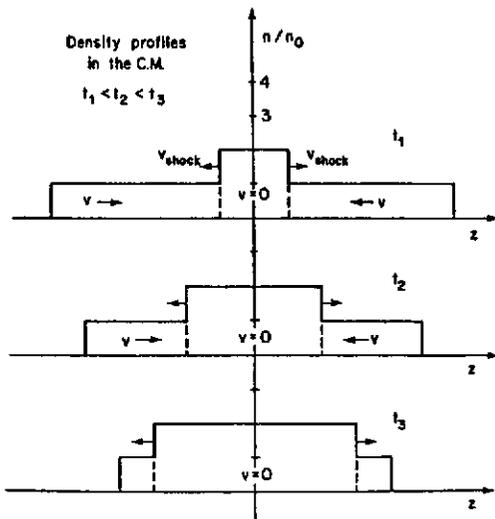


Figure 5.1

Profil de densité correspondant à l'apparition d'une onde de choc pendant la collision de deux tranches de matière.

Si on désigne par un indice zéro les quantités avant le choc et sans indice les quantités après le choc, l'équation de RH s'écrit dans un formalisme non-relativiste

$$\frac{u}{\rho} - \frac{u_0}{\rho_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) (p + p_0) = 0 \quad . \quad (5.1)$$

L'équation d'état peut toujours s'écrire comme

$$u = u(p, \rho) \quad . \quad (5.2)$$

Enfin, nous devons tenir compte de la conservation de l'énergie, c'est-à-dire

$$\frac{u}{\rho} = \frac{u_0}{\rho_0} + T_{cm} \quad , \quad (5.3)$$

où T_{cm} est l'énergie cinétique par nucléon dans le c.m., $u_0/\rho_0 = -16$ MeV et $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$. On a trois équations pour trois inconnues. On peut donc déterminer les conditions après le choc. Ainsi, pour un gaz parfait, on peut montrer que (*)

$$\lim_{E \rightarrow \infty} \frac{\rho}{\rho_0} = 4 \quad (5.4)$$

La Figure 5.2 donne les résultats d'un tel calcul (relativiste). On peut voir que la pression n'est pas tellement dépendante de l'équation d'état, alors que la densité (et donc la température) et, dans une moindre mesure, l'entropie y sont plus sensibles. Il faut cependant remarquer que, de toute manière, une quantité importante d'entropie est produite.

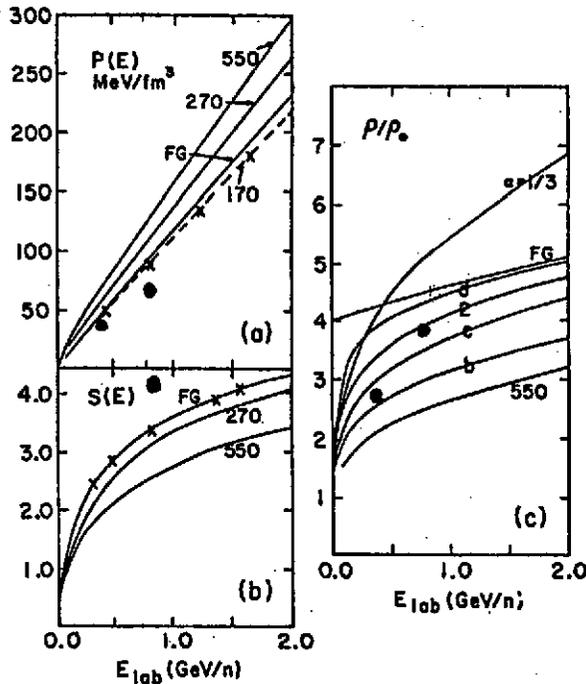


Figure 5.2

Les courbes donnent les conditions après le choc calculées par l'équation de Rankine-Hugoniot pour différentes équations d'état. La courbe FG correspond au gaz de Fermi. Les gros points donnent le résultat de la C.I. à la compression maximum.

Bien sûr, on doit s'attendre à ce que le phénomène de compression ne suive pas l'image simpliste de l'onde de choc. Dans la Figure 5.2, on a indiqué quelques résultats obtenus avec un modèle de C.I. L'effet le plus spectaculaire est le fait que la densité ρ est assez basse et que l'entropie est assez grande. Ce dernier résultat peut provenir de la géométrie qui, contrairement à RH, introduit des noyaux finis dans les trois dimensions et aussi à cause de la possibilité de produire des particules Λ . Ceci touche à un autre aspect, qui est la composition "chimique" de la matière dense, que nous ne discuterons cependant pas ici.

5.2. Expansion et quantités conservées

Lontemps, on a pensé que la désagrégation du système comprimé formé transitoirement ferait disparaître les propriétés de cet état dense. Pour prendre une image très prosaïque, si l'on observe un ressort détendu, on ne peut dire jusqu'à quelle pression il a été comprimé une heure auparavant, par exemple. Petit à petit, cependant, est apparue l'idée qu'il pourrait y avoir des quantités observables qui résistent à l'expansion, c'est-à-dire des quantités dont la valeur est fixée dès le moment de compression maximale. Ainsi, dans la Référence 3, il est déjà fait mention du fait que le nombre de pions pourrait être une telle grandeur. En fait,

ainsi que le montre la Figure 5.3, ce qui est conservé par l'expansion est le nombre cumulé de pions et de particules Δ . Cela semble dû à une balance délicate entre le temps de vie du Δ et la vitesse d'expansion.

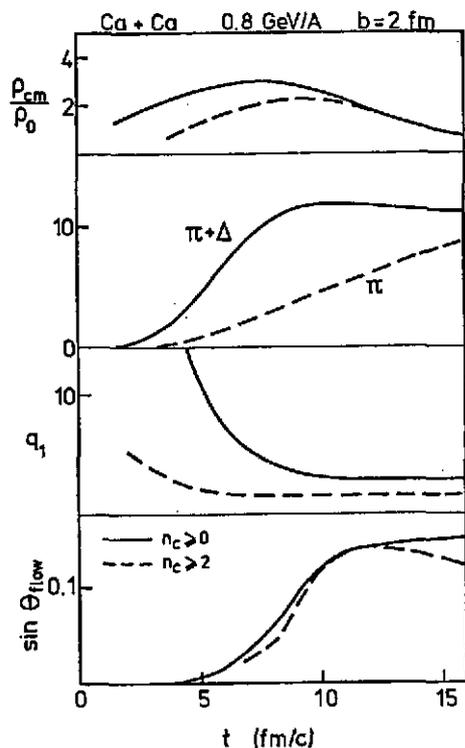


Figure 5.3

Evolution dans un modèle de C.I. de diverses quantités lors de la collision Ar + Ca. Pour les 1er, 3ème et 4ème cadres, les courbes en traits pleins se réfèrent à tous les nucléons, tandis que pour les courbes en traits discontinus, on n'a pris en compte que les nucléons faisant deux collisions au moins.

Une autre quantité qui est conservée (en grande partie) par l'expansion est l'entropie (Figure 5.4), ainsi qu'il a été démontré pour la première fois dans la Référence 5.

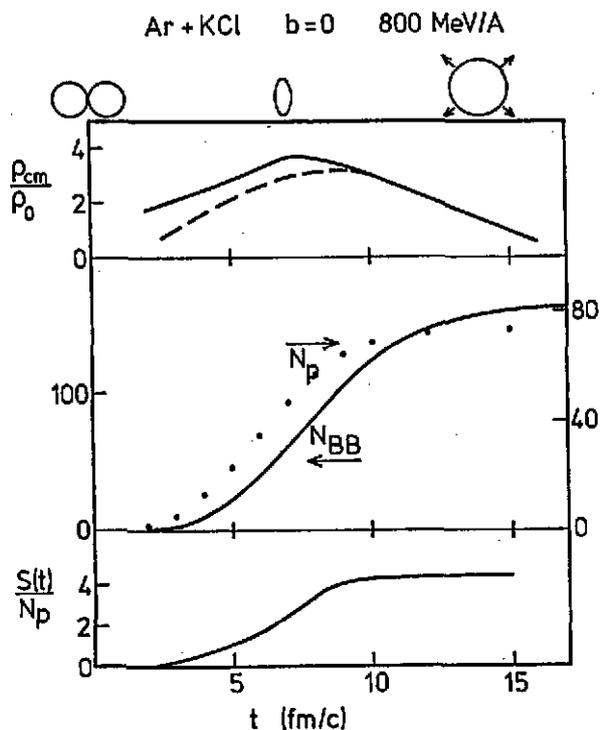


Figure 5.4

Evolution dans un modèle de C.I., de la densité baryonique au c.m. du système (trait plein : tous les nucléons ; traits discontinus : les participants seulement), du nombre de participants N_p , du nombre cumulé de collisions baryon-baryon et de l'entropie des nucléons (divisée par le nombre final de participants).

Enfin, plus récemment, on s'est aperçu que l'angle d'écoulement^{20,28} et peut-être aussi la forme du tenseur de sphéricité²⁹ sont des quantités conservées lors de l'expansion.

Nous reviendrons dans la Section 6 sur les moyens de tirer profit de ces constatations pour retirer des informations sur l'équation d'état.

5.3. Image physique de l'expansion

Nous avons déjà discuté dans la Section 4.4 un modèle pour l'expansion, supposant qu'il s'agit en quelque sorte d'un milieu continu et que plus ou moins abruptement ce milieu se dissout en particules d'une seule espèce. On peut se demander ce qui se passe si l'on va au-delà de ce point de vue. Deux questions peuvent se poser : Y a-t-il des inhomogénéités dans le système ? Comment et quand se forment les particules composées que l'on observe expérimentalement ?

Il va de soi que la grandeur théorique qui contient les informations nécessaires est la fonction de distribution à deux corps $f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t)$. La connaissance de cette fonction peut dire si à l'instant t deux particules sont dans un état qui est celui du deutéron, par exemple. Notons que cela ne signifie pas nécessairement que les nucléons ne sont pas corrélés avec un troisième. Pour savoir cela, il faudrait connaître f_3 . On voit donc qu'une théorie complète est très compliquée. Néanmoins, il est intéressant de faire des considérations sur f_2 . En premier lieu, f_2 obéit une équation d'évolution du type de celle vérifiée par f_1 (LV). Dans le même genre d'approximation, elle pourrait s'écrire

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + p_1 \cdot \frac{\nabla_1}{m} - \vec{\nabla}U(r_1) \cdot \vec{\nabla}p_1 + p_2 \cdot \frac{\nabla_2}{m} - \vec{\nabla}U(r_2) \cdot \vec{\nabla}p_2 \right) f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t) =$$

$$\int d^3p_1' d^3p_2' d^3p_3' \int d^3p_3 \delta(\vec{p}) \delta(E) W(p_1 p_2 p_3 \rightarrow p_1' p_2' p_3') \{ f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t)$$

$$f_1(\vec{r}_3, \vec{p}_3, t) - f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1', \vec{r}_2, \vec{p}_2', t) f_3(\vec{r}_3, \vec{p}_3', t) \} + \text{perm. cycliques}$$

+ un terme en f_3 . (5.5)

On voit donc que l'évolution des corrélations du type "cluster" est due à deux choses : d'une part au champ moyen et d'autre part aux collisions. La seconde est facile à comprendre. Pour qu'un deutéron existe en tant que tel, il faut qu'il n'y ait pas trop de nucléons dans le volume compris entre le neutron et le proton. Il va de soit que cela requière d'être en-dessous d'une densité critique. A température nulle, cette densité est inférieure à la densité normale. A haute température, la restriction est sans doute moindre. Pour se fixer un guide, on peut admettre que la densité doit rester la même si l'on remplace des nucléons par des deutérons, ce qui donne $\rho \sim 0.2 \text{ fm}^{-3}$. On peut donc admettre que les deutérons et autre clusters apparaissent dans les derniers moments de la réaction.

On peut rapprocher le second facteur d'évolution de f_2 de ce que l'on connaît sur $v(r)$ (Eq. (2.24)), qui lui est intimement relié. En effet, une relation thermodynamique (donc valable à l'équilibre) bien connue dit que

$$4 \pi \int_0^{\infty} v(r) r^2 dr = kT \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T - 1 \quad , \quad (5.6)$$

ce qui signifie que les corrélations sont conditionnées par le module de compressibilité. La relation (5.6) dit aussi que $v(r)$ doit tendre vers zéro tant que l'on est dans des conditions normales de stabilité. Mais, si l'on est près d'un point critique, $\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0$, et les corrélations s'étendent à grande distance. Cela est en accord avec l'attente d'une clusterisation importante près du point critique.

On a donc beaucoup de peine de créer une théorie pratique de la clusterisation pendant l'expansion. On s'est donc rabattu sur des approximations plutôt drastiques, à savoir le modèle de coalescence sur lequel nous reviendrons plus loin, le modèle d'équilibre chimique, le modèle des équations aux taux de réaction et enfin, récemment, une méthode du champ moyen agissant sur des corrélations de départ.

Nous nous arrêterons ici sur les équations aux réactions chimiques. Supposons que nous ayons deux espèces a et b. Les équations chimiques s'obtiennent en intégrant deux équations de LV couplées sur l'espace et les impulsions. On peut les réécrire sous la forme

$$\frac{d \rho_i}{d t} = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \rho_i - L_i + G_i, \quad (5.7)$$

où L_i est un terme de perte et G_i un terme de gain pour l'espèce i. Supposons que l'on a la réaction $a + b \rightleftharpoons cd$. Pour $i = a$, on aura donc

$$L_a = \int d^3 p_a \int d^3 p_b \sigma(v_{ab}) v_{ab} f_a(\vec{r}, \vec{p}_a, t) f_b(\vec{r}, \vec{p}_b, t) \quad (5.8)$$

où v_{ab} est la vitesse relative des particules. Comme v_{ab} apparaît dans (5.8), on peut utiliser pour f_a et f_b leur représentation dans le référentiel où la matrice est au repos. Dans cette transformation $d^3 p_a d^3 p_b$ ne change pas. Dès lors, on peut écrire pour L_i et pour G_i

$$\frac{d \rho_a}{d t} = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \rho_a - \rho_a \rho_b \langle \sigma v \rangle, \quad (5.9)$$

où $\langle \sigma v \rangle$ est la moyenne de σv sur la distribution des vitesses relatives, c'est-à-dire caractérisée par la température instantanée. A l'équilibre, on aura ($d\rho_a/dt = 0$)

$$\frac{\rho_a \rho_b}{\rho_c \rho_d} = \frac{\langle \sigma(v_{cd}) v_{cd} \rangle}{\langle \sigma(v_{ab}) v_{ab} \rangle}, \quad (5.10)$$

où $\sigma(v_{cd})$ est la section efficace qui détruit l'espèce c. Le rapport (5.10) est une fonction de la température locale (et aussi, peut-être, de la densité). Sur la base de ce modèle, il va de soi que la température extraite du rapport des concentrations sera différente et plus basse que la température extraite des spectres inclusifs.

6. EXTRACTION DE L'EQUATION D'ETAT

6.1. Introduction

En dépit du caractère transient de la réaction entre deux ions lourds, on peut tenter d'extraire l'équation d'état. L'idée est la suivante. On peut supposer sur la base de la Figure 6.1 que l'état de compression maximale n'est pas trop

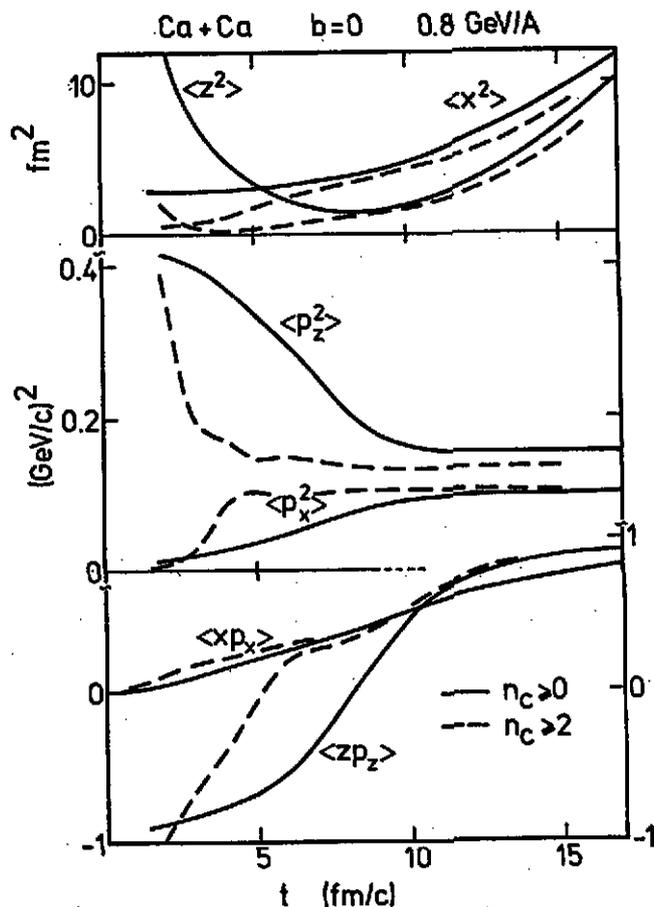


Figure 6.1

Evolution temporelle dans un modèle de cascade de divers moments de la distribution à un corps $f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$. Les éléments non diagonaux $\langle xp_x \rangle$ et $\langle zp_z \rangle$ ont été normalisés en divisant par $(\langle x^2 \rangle \langle p_x^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$ et $(\langle z^2 \rangle \langle p_z^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$ respectivement. Les traits pleins se réfèrent à tous les nucléons tandis que les traits discontinus ne prennent en compte que les nucléons ayant fait deux collisions au moins. Adapté de la référence 29.

éloigné d'un état d'équilibre global (on s'aperçoit déjà que les résultats ne pourront être que semi-quantitatifs). On étudie les prédictions pour les variables résistant à l'expansion d'une théorie qui décrit bien, croit-on, les effets hors équilibre. La C.I. semble la plus appropriée. Les différences entre observations et théorie doivent résulter, en partie au moins, des effets d'interaction. La manière de les extraire et de les quantifier n'est pas triviale et sera discutée plus ou moins en détail.

6.2. Multiplicité de pions et énergie de compression

La Figure 6.2 donne la comparaison théorie - expérience pour la multiplicité de pions. La C.I. prédit trop de pions. L'interprétation physique de cette discordance a été avancée par Stock. Si l'on admet que l'abondance des pions et des Δ est fonction directe de l'énergie cinétique disponible, on peut attribuer les prédictions de la C.I. comme étant dues à une trop grande quantité d'énergie

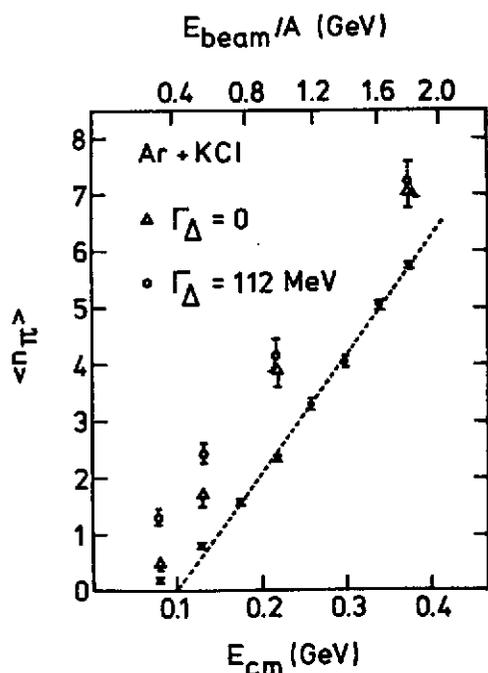


Figure 6.2

Multiplicité des pions négatifs dans les collisions centrales d'Ar + KCl. Les points sont les résultats expérimentaux. Ils sont comparés aux prédictions d'un modèle de cascade intranucléaire où la résonance Δ a, soit son temps de vie normal (cercles), soit un temps de vie infini (triangles).

cinétique au moment de la compression maximale et donc à un manque d'énergie de compression.

On peut quantifier ceci. Pour un équilibre thermique et chimique dans un volume V à température T , l'énergie disponible E dans le système peut s'écrire

$$E = \frac{4}{2\pi^2} N_N (m_N + \frac{3}{2} T) + \frac{16}{2\pi^2} N_{\Delta} (m_{\Delta} + \frac{3}{2} T) + \frac{3}{2\pi^2} m_{\pi}^2 T^2 \{ 3K_2(\frac{m_{\pi}}{T}) + \frac{m_{\pi}}{T} K_1(\frac{m_{\pi}}{T}) \} \quad (6.1)$$

et bien sûr

$$\frac{N_{\Delta}}{N_N} = 4 \left(\frac{m_{\Delta}}{m_N} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_{\Delta} - m_N}{T}} \quad (6.2)$$

$$N_{\pi} = \frac{3V}{2\pi^2} m_{\pi}^2 T K_2\left(\frac{m_{\pi}}{T}\right), \quad (6.3)$$

où l'on a fait $\hbar = m = c = 1$, et où K_2 est la fonction de Bessel modifiée habituelle. Le nombre de baryons est fixé par

$$N_N + N_{\Delta} = A. \quad (6.4)$$

On peut déterminer N_N, N_{Δ}, N_{π} et T si A, E et V sont connus. On peut en éliminant N_N, N_{Δ}, T (ce qui n'est pas nécessairement facile) écrire ($\rho = A/V$)

$$N_{\pi} = f_{EC}(E/A, \rho). \quad (6.5)$$

Si l'on écrit l'équation d'état comme (2.15), (6.5) devient

$$N_{\pi} = f_{EC}(U/A - E_c(\rho), \rho) \quad (6.6)$$

Ici, on a fait l'hypothèse implicite que les propriétés d'équilibre entre les espèces ne sont pas modifiées par la compression. En d'autres termes, on suppose qu'il n'y a pas d'effets du milieu.

On peut penser que dans la réalité l'équilibre chimique n'est pas réalisé, à cause d'effets dynamiques. Si ceux-ci sont pris en compte par la cascade intranucléaire, on pourra néanmoins écrire

$$N_{\pi} = f_{CI}(U/A - E_c(\rho), \rho) \quad (6.7)$$

où f_{CI} est une fonction inconnue, mais qui est décrite numériquement par la C.I. Bien sûr, comme il n'y a pas d'interaction dans la C.I., on peut représenter les prédictions de celle-ci par

$$N_{\pi}^{CI} = f_{CI}(U/A, \rho) \quad (6.8)$$

où U est l'énergie disponible dans le c.m. du système, ce qui est aussi une approximation. Dès lors, on tire $E_c(\rho)$ par comparaison entre théorie et expérience. En adoptant cette procédure, on n'évite pas un certain arbitraire. En effet, on doit tirer ρ de la cascade, et rien ne dit que la prédiction de la C.I. ne devrait pas être affectée par la présence d'énergie de compression. Il existe une controverse sur ce qu'il faut retirer dans (6.7) pour tenir compte du manque d'énergie de liaison dans la cascade, mais de toute manière, il en résulte (voir Figure 6.3) une fonction $E_c(\rho)$ qui est du genre "équation d'état" dure. Les points ouverts indiquent les résultats lorsque l'on utilise (6.6) et que l'on détermine ρ par un calcul de RH.

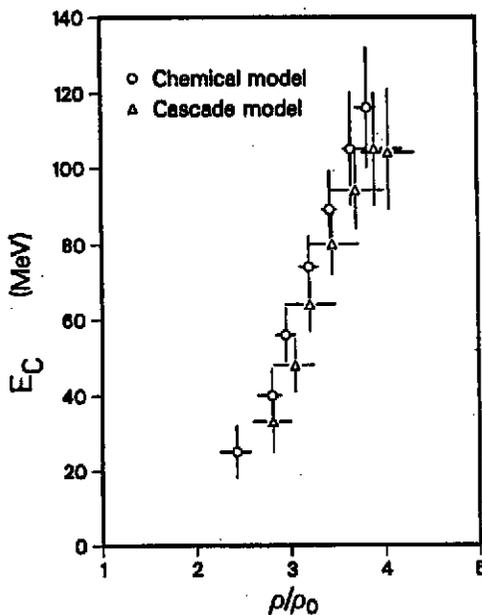


Figure 6.3

Energie de compression extraite de la comparaison entre l'expérience et la prédiction de la C.I. (triangle) et celles d'un modèle d'équilibre chimique (points). Voir texte. Les données se réfèrent essentiellement au système Ar + KCl. Adapté de la référence 30.

Il n'y a guère de doute qu'il manque de l'énergie de compression dans la C.I. ; néanmoins il sied de rappeler ici que le résultat de la Figure 6.3 est obtenu au prix de trois hypothèses majeures :

(1) le taux de pions est donné par un processus, réactif pourrait-on dire, de cascade intranucléaire ;

(2) le taux de pions dépend de la quantité $E_{th}(\rho, T)$, ce qui peut paraître un peu étonnant, car à l'équilibre, le taux de pions ne devrait dépendre que des grandeurs décrivant l'équilibre ;

(3) les propriétés à une particule ne sont pas changées. Ceci peut paraître suspect en ce qui concerne le pion.

Il faut remarquer que, en quelque sorte, et moyennant une hypothèse supplémentaire sur la teneur de la fonction E_{th} , la multiplicité de pions sert de thermomètre de la matière chaude. On peut d'ailleurs utiliser (6.2) pour déterminer la température de la boule de feu, puisqu'à ce moment, les pions finaux existent surtout sous la forme de résonances Δ .

6.3. Formation de composites et entropie

Siemens et Kapusta³¹ ont été les premiers à suggérer que la multiplicité des composites pourrait donner une mesure de l'entropie. Ainsi que nous l'avons dit, la quantité cruciale ici est la fonction de distribution à deux (ou trois,...) corps. Si l'on s'intéresse aux deutérons, par exemple, on peut écrire^{5,32}

$$N_{"d"} = \frac{3}{4} \int d^3R \int d^3p \int d^3r d^3p f_2^{np} \left(\vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}, \vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}, \frac{\vec{p}}{2} + \vec{p}, \frac{\vec{p}}{2} - \vec{p} \right) g_d(\vec{r}, \vec{p}) \quad (6.9)$$

où g_d est la représentation de Wigner de la fonction d'onde du deutéron. Le facteur $3/4$ tient compte des spins. L'équation (6.9) compte tout simplement toutes les corrélations du type deutéron qui existent dans le système à la fin de la collision. Encore une fois, ces corrélations peuvent exister dans un "cluster" plus grand, d'où les guillemets introduits dans (6.9). Pour des "clusters" jusque la particule alpha⁵

$$N_{"d"} = N_d + \frac{3}{2} (N_t + N_{3He}) + 3 N_\alpha \quad (6.10)$$

Si l'on suppose, comme dans le modèle de coalescence, que les deutérons apparaissent au hasard, c'est-à-dire si $f_2^{np} \approx f_1^n f_1^p$, , on peut écrire, en admettant que g_d est une fonction très piquée

$$R_{dp} = \frac{N_{"d"}}{N_{"p"}} = 6 \frac{N}{A} \langle f_1 \rangle \quad (6.11)$$

où $N_{"p"}$ est la multiplicité de charge

$$N_{"p"} = \int d^3r d^3p f_1^p(\vec{r}, \vec{p}) \quad (6.12)$$

où $\langle f_1 \rangle$ représente la moyenne de la distribution f_1 sur elle-même. Dans (6.11) nous avons supposé que $f_1^n \approx f_1^p$ et N et A représentent le nombre de neutrons

et le nombre de masse du système, respectivement.

Les effets de taille finie peuvent être introduits simplement si f_1 et g_d sont des fonctions gaussiennes

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{A}{(\pi R_p \sqrt{2mT})^3} \exp \left[-\frac{r^2}{R_p^2} - \frac{p^2}{2mT} \right], \quad (6.13)$$

$$g_d(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(\pi r_0 p_0)^3} \exp \left[-\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{p^2}{p_0^2} \right], \quad (6.14)$$

où $r_0 p_0 \approx \hbar$, ainsi que le demande la quantification. Alors, (6.11) devient

$$\frac{N_{"d"}}{N_{"p"}} = 6 \frac{N}{A} \langle f_1 \rangle \frac{1}{\left(1 + \frac{r_0^2}{2R_p^2}\right)^{3/2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{p_0^2}{mT}\right)^{3/2}}. \quad (6.15)$$

D'un autre côté, l'entropie qui, pour un gaz classique, vaut (généralisation de l'équation (2.43))³³

$$\frac{S}{A} = 1 - \langle \ln f_1 \rangle \quad (6.16)$$

s'écrit, dans les mêmes conditions que ci-dessus

$$\frac{S}{A} = 1 - \langle \ln f_1 \rangle + \ln 2 - \frac{N}{A} \ln \frac{N}{A} - \frac{Z}{A} \ln \frac{Z}{A}. \quad (6.17)$$

Si f_1 est proche de (6.13), on peut écrire

$$\frac{S}{A} = -3(1 - \ln 2) + \ln \langle f_1 \rangle. \quad (6.18)$$

Finalement, en comparant (6.15) et (6.18), on a

$$\frac{S}{A} = 4 + \ln \frac{3}{2} + \frac{Z}{A} \ln \frac{N}{Z} - \frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{r_0^2}{2R_p^2}\right) - \frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{p_0^2}{mT}\right) - \ln R_{dp}. \quad (6.19)$$

Pour $N = Z$ et en négligeant les effets de taille finie du deutéron, on retrouve pour un système uniforme, la fameuse formule³¹

$$S/A = 3.95 - \ln R_{dp}. \quad (6.20)$$

En général, p_0^2 est nettement plus petit que mT , ce qui fait que la correction de taille est la plus importante. Si maintenant, on regarde le rapport R_{dp} (équation (6.15)) pour un système donné et pour des multiplicités de plus en plus grandes, on s'attend à ce que R_{dp} croisse, car R_p , la taille de la zone d'interaction, augmente avec la multiplicité. C'est ce que l'on observe expérimentalement (voir Figure 6.4) sur les systèmes $Nb + Nb$ et $Ca + Ca$ qui ont été étudiés systématiquement³⁴. La dépendance de R_{dp} avec la multiplicité ou, ce qui revient au même, avec le paramètre d'impact, est prévue également par la C.I. (Figure 6.5) qui montre aussi que la formule (6.20) n'est valable que pour les

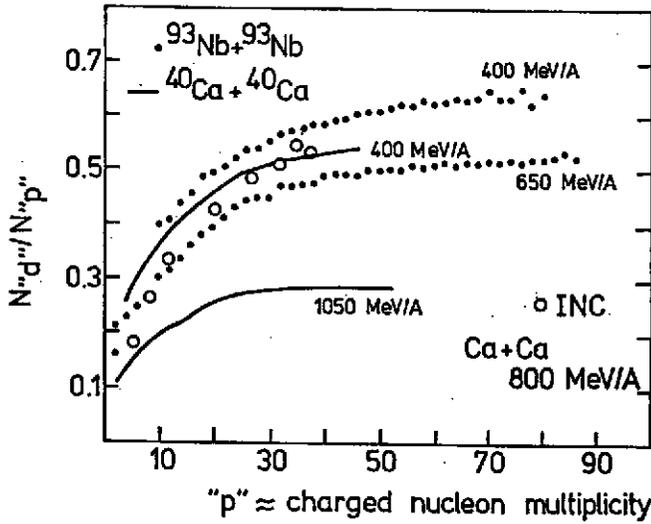


Figure 6.4. Valeurs expérimentales du rapport "d"/"p" en fonction de la multiplicité de charge. Les cercles blancs sont les prédictions théoriques d'un modèle de C.I.³⁵ pour le système Ca + Ca à 800 MeV/A.

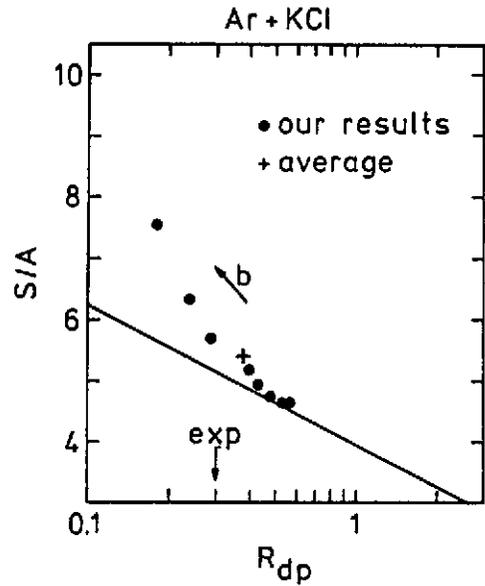


Figure 6.5. Calcul (points) par un modèle de C.I. du rapport R_{dp} (par la formule (6.9)) et de l'entropie (équation (6.17)) pour divers paramètres d'impact allant de façon régulière de 0 à 7.15 fm selon le sens de la flèche. La droite en traits pleins représente l'équation (6.20)).

grandes multiplicités. Il est donc indiqué de faire des comparaisons pour les grandes multiplicités seulement et non comme dans le passé sur les sections efficaces inclusives. Aussi seules sont valables probablement les valeurs de l'entropie extraites des grandes multiplicités. C'est ce qui est fait dans la Figure 6.6. Elle montre qu'une entropie de 4 à 5 unités par nucléon est produite, à peu près

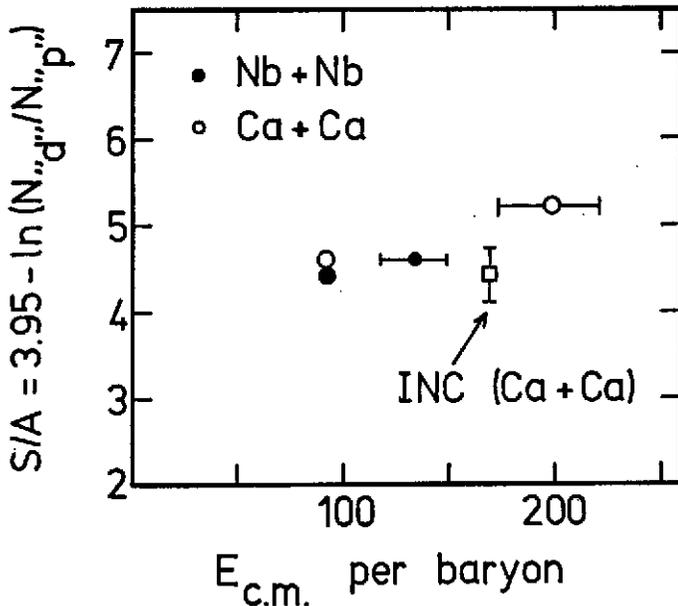


Figure 6.6

Comparaison entre les valeurs expérimentales de R_{dp} (ou de l'entropie selon (6.19)) tirées des grandes multiplicités et les prédictions de la référence 35.

une demi-unité de plus que la prédiction de la C.I.. Ceci correspondrait à une équation d'état "molle". Ce résultat est très déroutant en regard avec ce que l'on a discuté sur la production de pions.

Cependant, il faut noter que dans la référence 36, les résultats sont analysés grâce à un modèle d'équilibre chimique, mais qui tient compte de la désintégration des espèces instables. Cette dernière propriété est importante, car elle provoque une réduction des taux des particules lourdes (ici, plus lourd que la particule alpha). Grâce à ce modèle, une entropie de l'ordre de deux unités est extraite des résultats expérimentaux, ce qui à nouveau donnerait une équation d'état dure ($\sim E_c \sim 120$ MeV pour $\rho/\rho_0 \approx 3$).

Une autre considération, très séduisante, a été faite par Kapusta et al.³⁷ qui considèrent que le système durant l'expansion peut entrer dans la phase de coexistence gaz-liquide et se scinde en une partie liquide de basse entropie et une partie gazeuse de grande entropie. Ils assimilent la partie liquide associée aux gros fragments et la partie gazeuse aux petits fragments. On peut ainsi expliquer les résultats expérimentaux avec une entropie de départ de l'ordre de 2 unités, mais en utilisant une densité de freeze-out de $0.1 \rho_0$, ce qui semble vraiment très bas³⁸.

En résumé, la situation est assez confuse pour l'instant, bien qu'il ne fait nul doute que la production de fragments est reliée à l'entropie, car celle-ci mesure en quelque sorte le degré de désordre de la matière.

6.4. Ecoulement collectif

Cette question, toujours très débattue actuellement, est vaste et complexe. Nous ne pouvons en donner ici qu'un raccourci. L'écoulement collectif se réfère à la déviation de la matière dans une direction privilégiée, comme on peut le concevoir à l'examen de la Figure 3.3. Cet écoulement résulte, comme le suggère la Figure 3.5, de la pression accumulée dans la région centrale qui pousse sur les parties extérieures du système. Pour toute une série de raisons qui ont trait à la moyenne sur les paramètres d'impact et aux fluctuations (non présentes dans un calcul hydrodynamique), l'écoulement collectif ne peut être décelé aisément dans les sections efficaces inclusives. L'analyse se fait grâce aux variables globales, en général grâce au tenseur de sphéricité

$$Q_{ij} = \sum_v \frac{1}{2m_v} p_i^v p_j^v, \quad (6.21)$$

où \vec{p}^v est l'impulsion (dans le c.m.) du $v^{\text{ième}}$ éjectile. Ce tenseur peut être représenté par ses valeurs propres $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ et trois angles. En général cependant, on se contente de l'aspect

$$q_1 = \lambda_1/\lambda_3 \quad (6.22)$$

et de l'angle θ entre le premier vecteur propre \vec{e}_1 et l'axe du faisceau. Ces quantités suffisent en général pour caractériser les événements ordinaires. Ainsi un événement de thermalisation complète correspond à $q_1 \approx 1$. De même, un écoulement du type hydrodynamique correspond à $q_1 > 1$ et un angle θ bien

défini.

On regarde généralement la distribution des événements par unité de $\cos \theta$ ($dN/d \cos \theta$) en fonction de la multiplicité de particules chargées. La comparaison entre les résultats expérimentaux et dans les prédictions de la C.I. est donnée dans la Figure 6.7. On peut voir que la C.I. indique pour Nb + Nb une dévi-

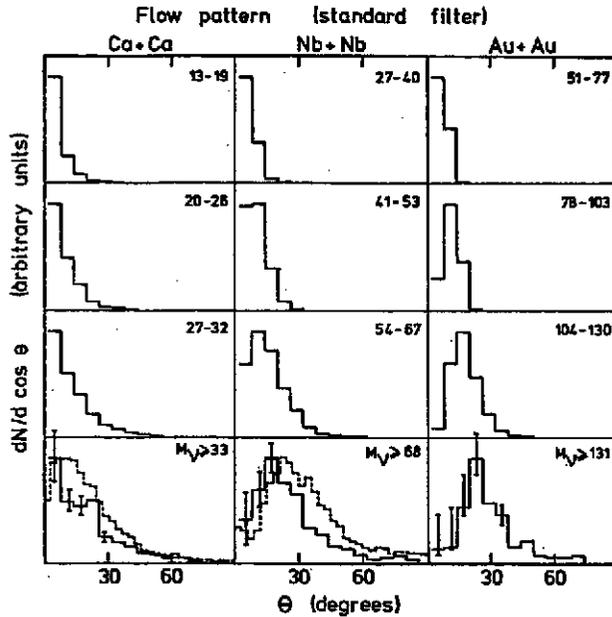


Figure 6.7

Calcul de la distribution de l'angle d'écoulement par un modèle de C.I.²⁰ (traits pleins). Les pointillés donnent les résultats expérimentaux pour les plus grandes multiplicités de particules chargées³⁹. M_V est le nombre (calculé) de nucléons participants.

ation trop petite vis-à-vis de l'expérience. En première analyse, on peut dire qu'il manque de la pression dans la C.I. et que l'expérience demande une équation d'état "dure". Une analyse faite par Stöcker et al., à l'aide d'une simulation complète de l'équation de LV, indique une valeur de E_C de 80 MeV pour une densité de $3\rho_0$ ⁴⁰. Une analyse du type de celle effectuée pour la multiplicité de pions donne 80 MeV pour une densité de $2.75 \rho_0$ ⁴¹.

6.5. Synthèse

Avec les trois données expérimentales ci-dessus, nous pouvons estimer la température, l'entropie et la pression de la matière dense. Il faut cependant garder en tête que ces résultats ne sont que semi-quantitatifs et ne peuvent être pris qu'à un facteur 2 près, dans l'état actuel des analyses. Dans la Figure 6.8,

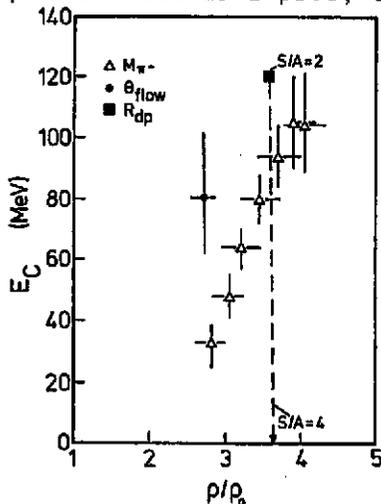


Figure 6.8

Résumé des indications trouvées sur E_C en utilisant le principe énoncé dans la section 6.1.

nous tentons de donner un résumé de ce qui est obtenu en gardant le principe énoncé au début de cette section. Même en tenant compte d'un facteur 2 et en se souvenant que la question de l'entropie reste entière, on peut avancer que l'on a une forte indication, sinon une évidence, pour une équation d'état "dure".

7. CONCLUSION

Nous avons analysé la dynamique des collisions entre ions lourds relativistes dans la perspective de la détermination des propriétés de la matière dense formée transitoirement. L'état actuel de la question fait place à un certain optimisme quant à la possibilité d'une telle détermination et vient récompenser l'effort considérable produit pendant les dix dernières années. Nous en rappelons rapidement les grandes étapes : (1) mise en évidence de collisions violentes avec disposition d'une grande énergie d'excitation ; (2) élaboration d'outils capables d'étudier avec une certaine confiance les effets dynamiques de non-équilibre ; (3) la sélection d'observables résistant à l'expansion ; (4) l'extraction par l'étude de ces observables de renseignements sur l'équation d'état.

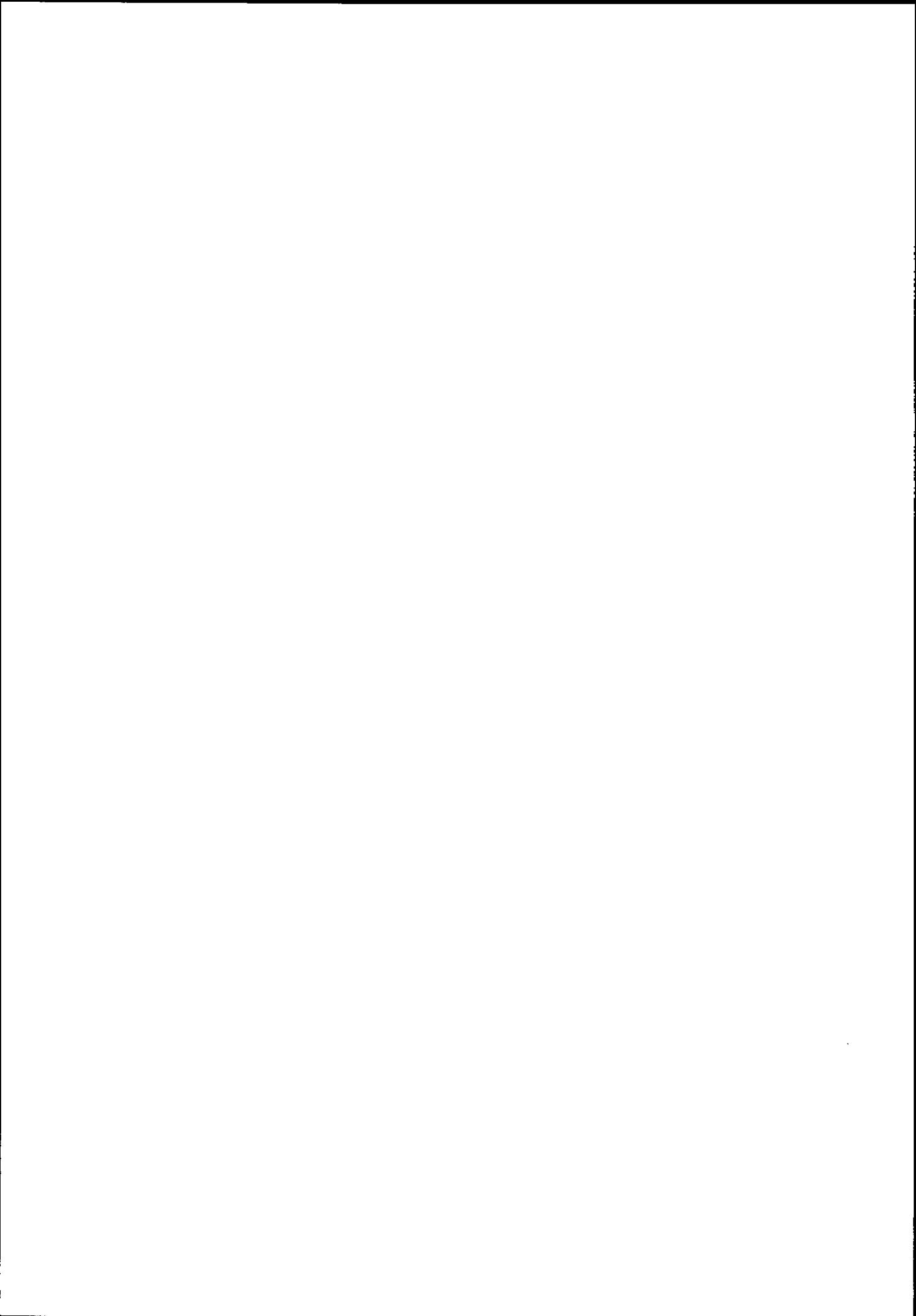
Ces renseignements sont obtenus au prix d'hypothèses raisonnables certes, mais dont la justification n'est pas totale. Rappelons que l'une d'entre elles fait jouer un grand rôle à l'énergie de compression à $T = 0$, même lorsque le système atteint des températures très élevées. Ainsi que nous l'avons vu, ce travail d'analyse donne de fortes indications pour une équation d'état "dure". Du point de vue quantitatif, cependant, on n'est pas encore très avancé. Les divers travaux récents permettant de résoudre numériquement l'équation de Landau-Vlassov sont très prometteurs.

A plus basse énergie, les conditions de non-équilibre sont vraisemblablement assez proches de ce qu'elles sont à haute énergie. Cependant, les observables ne sont peut-être pas comparables car, à basse énergie, la production de composites est particulièrement abondante. Le problème le plus important dans cette région n'est peut-être pas l'étude de l'équation d'état, mais la compréhension du processus de fragmentation. A ce propos, l'extension des modèles développés à haute énergie devrait être réalisée. L'entropie devrait y jouer également un grand rôle.

REFERENCES

1. C.F. Chapline, H.H. Johnson, E. Teller and M.S. Weiss, Phys.Rev. D8 (1973) 4302.
2. Y. Yariv and Z. Fraenkel, Phys.Rev. C20 (1979) 2227.
3. J. Cugnon, T. Mizutani and J. Vandermeulen, Nucl.Phys. A352 (1981) 505.
4. M. Sano et al., Phys.Lett. B156 (1985) 27.
5. G. Bertsch and J. Cugnon, Phys.Rev. C24 (1981) 2514.
6. R. Stock et al., Phys.Rev.Lett. 44 (1982) 1243.
7. B. Friedman and V.R. Pandharipande, Nucl.Phys. A361 (1981) 502.
8. J. Cugnon and A. Lejeune, à paraître.
9. B.D. Serot and J.D. Walecka, à paraître dans "Advances in Nuclear Physics".

10. P. Bonche, cette école.
11. R. Babinet, cette école.
12. S. Nagamiya, preprint 1984.
13. G. Bertsch, in "Progress in Particle and Nuclear Physics", vol. 4, D. Wilkinson, ed., Pergamon, Oxford (1980), p. 483.
14. A.A. Amsden, G.F. Bertsch, F.H. Harlow and J.R. Nix, Phys.Rev.Lett. 35 (1975) 905.
15. H. Stöcker, J.A. Maruhn and W. Greiner, Phys.Rev.Lett. 44 (1980) 725.
16. G. Buchwald, L.P. Csernai, J.A. Maruhn and W. Greiner, Phys.Rev. C24 (1981) 135.
17. A. Sandoval et al., Phys.Rev. C21 (1980) 1321.
18. J.R. Nix and D. Strottman, Phys.Rev. C23 (1981) 2548.
19. J. Cugnon, Nucl.Phys. A387 (1982) 191c.
20. J. Cugnon and D. L'Hôte, à paraître.
21. L.P. Kadanoff and G. Baym, "Quantum Statistical Mechanics, Benjamin, New York (1962).
22. S.E. Koonin, thesis.
23. J. Knoll and J. Randrup, Nucl.Phys. A324 (1979) 445.
24. J. Knoll, Phys.Rev. C20 (1979) 773.
25. J.P. Bondorf, S.I.A. Garpman and J. Zimanyi, Nucl.Phys. A296 (1978) 320.
26. J. Cugnon, Phys.Lett. 135B (1984) 374.
27. P.J. Siemens and J.D. Rasmussen, Phys.Rev.Lett. 42 (1979) 844.
28. H. Stöcker, GSI Meeting, Oct. 1984, publ. GSI-85-10.
29. J. Cugnon and J. Vandermeulen, "Winter College on Nuclear Physics", Trieste, March 1984, à publier par W.S.P.C..
30. J.W. Harris et al., Phys.Lett. 153B (1985) 377.
31. P.J. Siemens and J.I. Kapusta, Phys.Rev.Lett. 43 (1979) 1486.
32. M. Gyulassy, K. Frankel and E.A. Remler, Nucl.Phys. A402 (1983) 596.
33. C. Kittel, "Eléments de Physique Statistique", Dunod (1961).
34. K.G.R. Doss et al., preprint GSI-85-4.
35. G. Bertsch and J. Cugnon, non publié.
36. B.V. Jacak, H. Stöcker and G.D. Westfall, Phys.Rev. C29 (1984) 1744.
37. A.L. Goodman, J.I. Kapusta and A.Z. Mekzian, Phys.Rev. C19 (1984) 851.
38. L.P. Csernai, Phys.Rev.Lett. 54 (1985) 639.
39. H.-Å. Gustaffson^{er}, Phys.Rev.Lett. 52 (1984) 1590.
40. J.J. Molitoris, J.B. Hoffer, H. Kruse and H. Stöcker, Phys.Rev.Lett. 53 (1984) 899.
41. J. Cugnon, non publié.



COLLISIONS ENTRE IONS LOURDS À HAUTE ÉNERGIE
- APPROCHE EXPÉRIMENTALE -

R. BABINET

Service de Physique Nucléaire en Métrologie Fondamentale, CEN Saclay

Résumé : Cette série d'exposés sur les collisions entre ions lourds dans la gamme du GeV/u a été divisée en trois parties. La première est consacrée aux données de type inclusif. A l'occasion d'une revue sommaire des résultats expérimentaux acquis depuis une dizaine d'années, on a tenté d'en dégager quelques caractéristiques essentielles qui sont discutées dans le cadre de modèles phénoménologiques simples. Evoluant vers des expériences plus complexes, on abordera alors les mesures de corrélation à deux particules qui constituent notre deuxième sujet. On a distingué les corrélations à grand angle qui renseignent sur l'importance du mécanisme de diffusion simple nucléon-nucléon dans les collisions d'ions lourds et les corrélations à faibles impulsions relatives, du type interférométrie nucléaire, susceptibles d'être reliées à la dimension et au temps de vie de la source émissive. Le cas des mésons π et celui des protons sont traités séparément. Quelques résultats concernant la production de noyaux instables, qui relève aussi de ce type de mesure, sont aussi présentées. La dernière partie de ce cours est centrée sur la nouvelle génération d'expériences avec des détecteurs 4π . Les techniques d'analyse en variables globales et leurs applications à la mesure d'un écoulement collectif dans les collisions d'ions lourds, un des aspects originaux de ces mesures exclusives, sont discutées en détail. Finalement, nous concluerons cette revue avec quelques indications concernant une nouvelle méthode d'analyse en impulsions transverses dont on peut espérer qu'elle permettra une détermination des sections efficaces différentielles triples non moyennées sur l'azimut du plan de réaction.

Abstract : These talks on experimental aspects of relativistic heavy ion collisions have been divided in three different subjects. First we start with an overview of present inclusive data. The essential features have been stressed out and are discussed in terms of simple phenomenological models. We then proceed to discuss two-particle correlation measurements. Large angle correlations are connected to the role of single nucleon-nucleon scattering in nucleus-nucleus collisions. Correlations at small relative impulse, a kind of interferometry measurement, are related to the size and the lifetime of the source that emits particles. Pion and proton measurements with their respective aspects are discussed separately. Some results on the production of unstable light nuclei and their connections to correlation measurements are also presented. The last subject deals with exclusive experiments that started with the new 4π electronic detectors. Global variable analysis and the measurement of a collective flow in heavy ion collisions are discussed in details. Finally we conclude with some indications of a new method, the so-called transverse momentum analysis. It should allow an experimental measurement of an essential quantity, the full triple differential cross section unaveraged over the reaction plane azimuthal angle.

INTRODUCTION

L'étude des collisions entre noyaux lourds à des énergies comprises entre ~ 100 MeV/u et quelques GeV/u s'est considérablement développée au cours des dix dernières années. Cet essor particulier a sans doute pour origine une convergence entre des préoccupations d'ordre théorique, concernant les propriétés de la matière nucléaire à haute densité et le développement de nouveaux moyens expérimentaux tant dans le domaine des accélérateurs que dans celui des techniques de détection. Après un bref rappel historique de la situation vers les années 1975, qui permettra de mieux cerner les motivations qui sous-tendent cette activité de recherche, la première partie de cette série d'exposés sera consacrée à une présentation des résultats expérimentaux, de type inclusif, qui ont permis d'élaborer une première image des mécanismes de réaction à ces énergies. Cette présentation s'inspire largement d'une revue récente de Nagamiya et al.¹.

Les données seront discutées dans le cadre des nombreux modèles² qui ont été introduits pour décrire tel ou tel aspect des phénomènes. De façon générale on essaiera de bien marquer les points critiques qui ont contribué à l'évolution des idées dans ce domaine. Dans l'optique d'une étude des propriétés de la matière nucléaire dans des conditions extrêmes de densité et de température, les caractéristiques des produits de réaction associés à la fragmentation du projectile et de la cible ne nous ont pas semblé essentielles ; nous avons donc délibérément choisi de les ignorer sauf en ce qui concerne les aspects géométriques de la réaction. Par ailleurs, l'interprétation des collisions entre systèmes symétriques donnant des signatures expérimentales plus claires, c'est sur ces derniers systèmes³ que nous baserons l'essentiel de la discussion. La nature quasi-exponentielle des spectres d'énergie à 90° dans le centre de masse, la comparaison des paramètres de pente pour différentes particules (p, π ,K) et les anisotropies angulaires observées sont les ingrédients de base d'une telle discussion. Les propriétés des spectres d'énergie des particules composites seront brièvement présentées. Ceci nous conduira à introduire les modèles de coalescence⁴ et d'équilibre chimique⁵. On évoquera aussi la détermination de l'entropie à partir de la mesure du rapport des taux de production de deutons et de protons⁶, mais une discussion détaillée des problèmes théoriques associés à cette interprétation sera traitée ailleurs⁷. Enfin nous concluerons cette première partie en soulignant l'insuffisance et/ou l'ambiguïté des seules données inclusives pour caractériser les phénomènes intéressants. Ceci nous amènera naturellement à notre second sujet qui concerne les corrélations à deux particules.

Nous présenterons tout d'abord les données concernant les corrélations cinématiques à grand angle entre deux protons. Ces mesures ont été motivées par le souci de déterminer expérimentalement l'importance des diffusions simples nucléon-nucléon dans les collisions noyau-noyau. Un problème associé est celui de l'origine des protons rétrodiffusés de grande énergie dans les collisions hadron-noyau. Ces différents points seront discutés à partir des mesures $p + {}^{12}\text{C}$ [réf. 8] ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ et ${}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ar} + \text{Pb}$ [réf. 9]. Ce dernier système montre un comportement que l'on rapprochera de l'effet de rebondissement observé dans les calculs de type hydrodynamique¹⁰.

Les corrélations à faible moment relatif dérivent des méthodes d'interférométrie introduite en astrophysique par Hanbury-Brown et Twiss pour mesurer la taille des étoiles à partir des corrélations entre photons¹¹. Après une brève introduction sur l'utilisation de cette méthode dans le domaine des particules élémentaires par Goldhaber, Goldhaber, Lee et Pais¹², on définira la fonction de corrélation à deux pions et sa relation avec les caractéristiques de la source émissive¹³. Le cas des protons pour lesquels les effets de symétrie de la fonction d'onde sont masqués par les interactions coulombienne et nucléaire sera traité séparément¹⁴. En ce qui concerne les corrélations à deux pions, on insistera sur l'importance des différentes corrections (facteur de Gamow, interaction coulombienne,...) enfin on présentera les résultats des mesures existantes¹⁵ en soulignant les difficultés d'interprétation. La discussion des données récentes obtenues en protons¹⁶) nous donnera l'occasion de montrer l'importance de la détermination de la fonction de corrélation associée à une multiplicité donnée. Cette mesure appartient en fait à la classe des mesures exclusives avec des détecteurs "4 π " qui sont discutées dans la suite. Avant d'en arriver à ce dernier point, nous présenterons cependant quelques résultats concernant la mesure des taux de production de noyaux instables à partir de la corrélation entre leur produits de désintégration¹⁷.

La dernière partie traite de la nouvelle génération d'expériences qui cherche à préciser au maximum le mécanisme de réaction en mesurant événement par événement l'ensemble des particules sortantes (mesures exclusives - en fait seules les particules chargées sont habituellement identifiées). Ces expériences nécessitent l'utilisation de détecteurs "4 π " susceptibles d'enregistrer simultanément jusqu'à 50 particules ou plus. De tels détecteurs, comme les chambres à bulles ou à "streamers" dont on présentera quelques résultats⁸, existent déjà depuis longtemps, mais les servitudes liées à l'enregistrement stéréo-photographique des événements limitent très sévèrement la statistique des mesures effectuées avec ce type de système (quelques milliers d'événements au plus). De nouveaux détecteurs "4 π ", complètement électroniques, ont donc été réalisés au cours de ces dernières années. On décrira de façon très succincte deux d'entre eux : la "boule de plastique"¹⁹ du groupe GSI-LBL, pour laquelle les campagnes de prises de données au Bevelac de Berkeley sont achevées, et le détecteur "Diogène"²⁰ en fonctionnement avec des ions lourds à Saturne depuis 1984. Les premiers résultats obtenus en effectuant une sélection grossière en paramètre d'impact à l'aide d'un simple filtre en multiplicité sont déjà très encourageants. Nous citerons, à titre d'exemple, la mesure du rapport des taux de production de deutons et de protons²¹ ainsi que les études de thermalisation.

Une caractérisation plus complète d'un événement à plusieurs dizaines de particules sortantes nécessite de nouvelles techniques d'analyse. Là, encore, le domaine des particules élémentaires nous a ouvert la voie avec les méthodes d'analyse en variables globales. Nous définirons ainsi quelques variables permettant de caractériser la "géométrie" de chaque événement ("thrust"²³, tenseur de sphéricité²⁴,...). Nous insisterons sur les problèmes liés au nombre fini des particules détectées, puis nous présenterons les résultats concernant l'angle d'écoulement²⁵ et la comparaison aux modèles théoriques (cascade intra-nucléaire²⁶ vs. calculs hydrodynamiques²⁷). Enfin nous achèverons ce sujet

par une discussion des méthodes de détermination événement par événement du plan de la réaction²⁸. La connaissance de ce plan permet de mesurer expérimentalement les sections efficaces différentielles triples, non-moyennées sur l'azimut, ce qui constitue des données essentielles pour les comparaisons entre expérience et théorie.

PREMIERE PARTIE : REVUE SUR LES DONNEES INCLUSIVES

I.1. La situation théorique et expérimentale vers les années 1975.

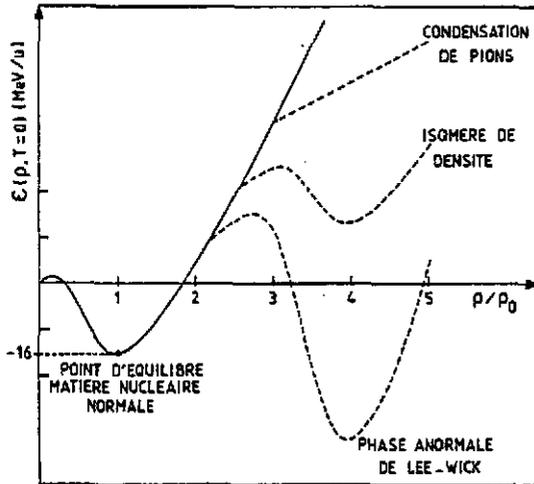


Fig.1 Représentation schématique de l'énergie de liaison par nucléon de la matière nucléaire à température nulle en fonction de la densité ramenée à la densité d'équilibre $\rho_0 = 0,17$ nucléon/ fm^3 . Les différentes courbes en pointillé représentent des spéculations sur le comportement à haute densité. En fait, les seules connaissances expérimentales précises concernent l'énergie moyenne de liaison pour le point d'équilibre de la matière nucléaire infinie : -16 MeV/u pour $\rho/\rho_0 = 1$ et la courbure en ce point, liée à la compressibilité $K \sim 250$ MeV.

La figure 1 montre une représentation schématique de l'énergie de liaison par nucléon de la matière nucléaire infinie, à température nulle, en fonction de la densité. Les incertitudes concernant le comportement à haute densité vont depuis l'existence d'une phase anormale, plus stable que la matière nucléaire habituelle, prédite par T.D. Lee et G.C. Wicks²⁹, au phénomène de condensation de pions³⁰ dont les effets longtemps recherchés mais non observés³¹ dans les noyaux devraient se manifester à plus haute densité. En fait, ce diagramme montre surtout notre ignorance pour tout ce qui ne concerne pas le voisinage direct de la densité normale. A ce sujet, il est bon de rappeler que si la localisation du point d'équilibre est bien connue³², $\epsilon(\rho_0, T=0) = -16$ MeV par nucléon (terme de volume des formules de masse) et $\rho_0 = 0,17$ nucléon/ fm^3 (dédit par exemple des mesures de diffusion d'électrons), les premières

mesures expérimentales précises concernant la compressibilité de la matière nucléaire, liée à la courbure en ce point, ne sont apparues que récemment. Le résultat d'une telle expérience présentée par Youngblood à la Conférence de Tokyo en 1977 [réf.³³] est indiqué sur la figure 2. Il s'agit de l'excitation, par diffusion inélastique de particules α , du mode de compression de volume ("breathing mode") dont on peut déduire le coefficient de compressibilité de la matière nucléaire, soit :³⁴

$$E_0 = \frac{\pi}{R} \sqrt{\frac{\hbar^2 K}{9m}} \sim 15,1 \text{ MeV pour } ^{144}\text{Sm} \quad (1)$$

et

$$K = R^2 \left. \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial R^2}(\rho, T) \right|_{\substack{\rho=\rho_0 \\ T=0}} = 9\rho^2 \left. \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2}(\rho, T) \right|_{\substack{\rho=\rho_0 \\ T=0}} \sim 200 \text{ MeV} \quad (2)$$

avec :

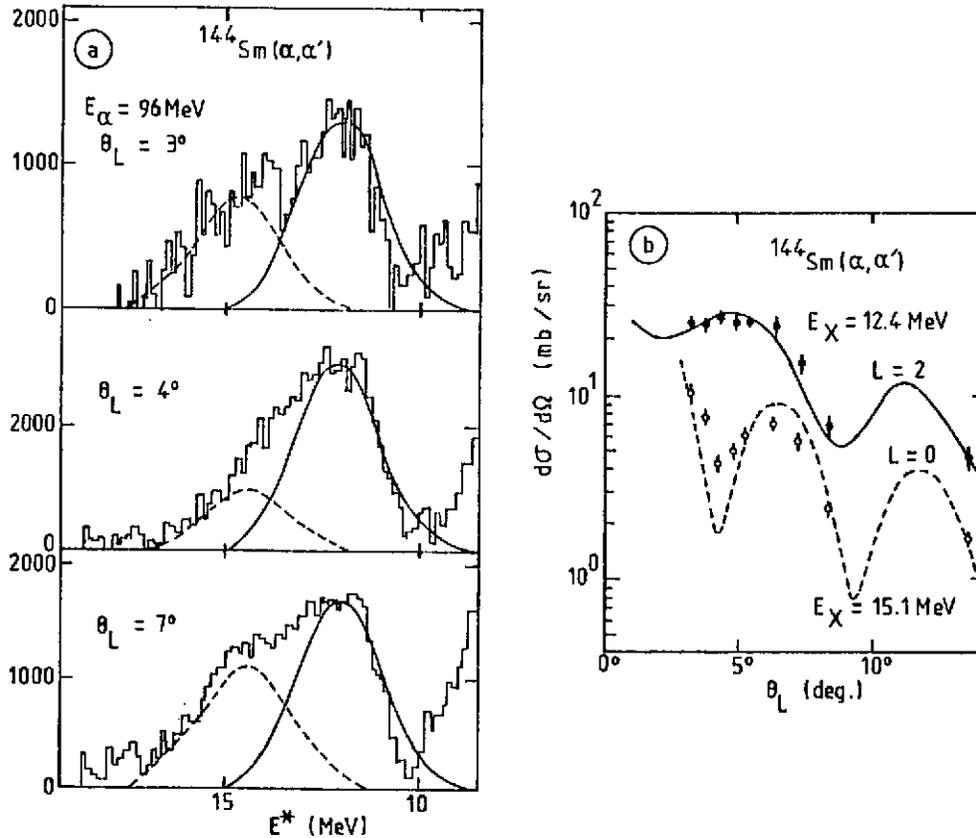
 E_0 : Energie de la résonance. R : Rayon du noyau considéré K : Coefficient de compressibilité m : masse d'un nucléon.

Fig. 2. (a) Spectres d'énergie d'excitation dans la région de la résonance géante, $^{144}\text{Sm}(\alpha, \alpha')$ pour différents angles de la particule α diffusée. E_α incident = 96 MeV. (b) Distribution angulaire des deux composantes de la résonance géante et calcul DWBA pour différents moments angulaires transférés.

Du point de vue expérimental, les sources de renseignements pour l'étude des propriétés de la matière nucléaire à haute densité ne peuvent venir que de l'astrophysique (par exemple l'étude des étoiles à neutron sur lesquelles il est cependant difficile d'envisager des expériences contrôlées !) ou des collisions entre noyaux lourds à des énergies suffisantes pour obtenir un recouvrement important des densités nucléaires. La vitesse caractéristique à considérer dans cette optique est la vitesse du son dans la matière nucléaire, soit :³⁴

$$v_s = \sqrt{\frac{K}{9m}} \sim 0,15 c \quad (20 \text{ MeV/u}) \quad (3)$$

En fait, dès 1959, il avait été suggéré³⁵ d'étudier la propagation d'ondes de densité dans la matière nucléaire en effectuant des collisions d'ions lourds, mais il était encore question d'ondes de faible amplitude, correspondant à une petite perturbation au voisinage de la densité normale. Finalement, c'est sans doute les développements dans le domaine des accélérateurs, avec les premiers faisceaux de carbone jusqu'à 2 GeV/u disponibles au Bevelac de Berkeley en 1974, couplés aux spéculations de Lee-Wick qui ont le plus contribué à l'essor de ce domaine de la physique nucléaire. Par ailleurs, les premiers résultats de Baumgardt et al.³⁶, obtenus en bombardant des émulsions (AgCl) par différents projectiles à Berkeley puis au synchrophasotron de Dubna, semblaient très encourageants. Un exemple de distribution angulaire des produits de réaction pour des événements complexes (plus de 13 traces visibles) est présenté sur la figure 3. Le pic dans la distribution fut à l'époque interprété en terme d'ondes de choc³⁷, ce qui laissait bon espoir d'observer des effets de com-

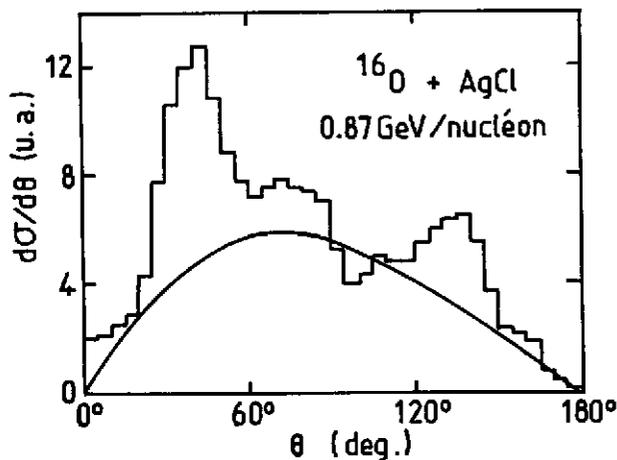


Fig.3. Distribution angulaire des produits de réaction dans les collisions centrales (grandes multiplicités) de ^{16}O à 0.87 GeV/u sur AgCl. La courbe en trait plein correspond à un calcul d'évaporation. (data ref.³⁶).

pression dans les collisions noyau-noyau à haute énergie. Une telle interprétation pouvait d'ailleurs sembler justifiée au vu des premiers calculs de type hydrodynamique effectué par R. Nix et coll.³⁸ pour des collisions centrales, cf. figure 4. Que reste-t-il de ces interprétations après 10 années d'efforts tant expérimentaux que théoriques ? C'est la question à laquelle nous tenterons maintenant de répondre.

1.2. Section efficace totale et géométrie de la réaction.

Le modèle de la boule de feu a été très rapidement introduit pour donner une description quantitative des sections efficaces différentielles de particules chargées aux grands angles³⁹. Ce modèle

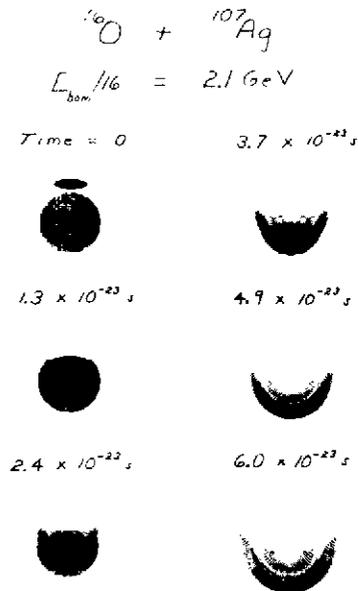


Fig. 4. Calcul d'hydrodynamique à deux dimensions montrant le développement d'une onde de compression dans la collision $^{16}\text{O} + ^{107}\text{Ag}$ à 2.1 GeV/u. Figure extraite de la référence³⁸.

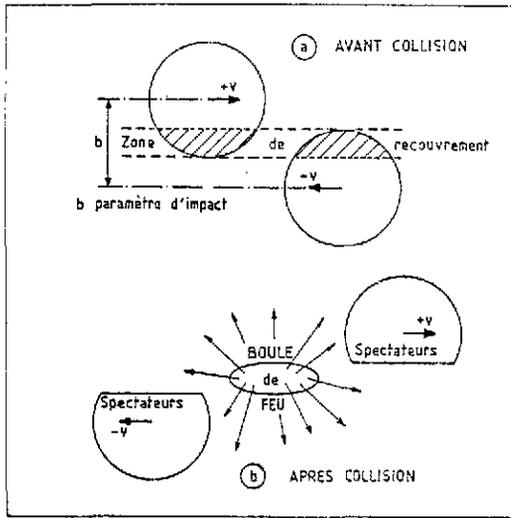


Fig. 5. Représentation d'une collision entre deux noyaux identiques dans le centre de masse du système montrant :

1. Avant la collision, la dépendance de la zone de recouvrement en fonction du paramètre d'impact "b" de la collision.

2. Après la collision :

- a) les nucléons spectateurs constituant les résidus du projectile et de la cible.
- b) la "boule de feu" formé à partir des nucléons participants dans la zone de recouvrement. Cette "boule de feu" se désintègre en émettant un grand nombre de particules légères symbolisées par les flèches.

ce scénario pour une collision asymétrique entre noyaux différents résulte du fait que pour chaque paramètre d'impact les nombres de nucléons participants de la cible et du projectile ne sont pas identiques. La boule de feu n'est donc plus au repos dans le centre de masse. On montre simplement que pour une énergie de bombardement donnée, la vitesse d'entraînement et l'énergie d'excitation par nucléon de la boule de feu ne dépendent que de la fraction des nucléons du projectile qui se trouvent dans cette boule de feu⁴⁰, soit dans le cas non relativiste :

$$v = \eta v_{\text{faisceau}} \quad (5)$$

$$t = \eta (1 - \eta) t_{\text{faisceau}}$$

η : (nombre de nucléons du projectile/nombre de nucléons total) dans la boule de feu.

v : vitesse d'entraînement de la boule de feu

v_{faisceau} : vitesse du projectile incident.

t : énergie d'excitation par nucléon de la boule de feu.

t_{faisceau} : énergie cinétique par nucléon du projectile.

repose sur les concepts géométriques représentés schématiquement sur la figure 5, pour une collision symétrique. A chaque paramètre d'impact (b), est associée une zone de recouvrement géométrique entre la cible et le projectile. Les nucléons qui se trouvent dans cette zone (participants) sont abrasés et forment une "boule de feu" ; toute l'énergie disponible dans le mouvement relatif de ces nucléons participants se transforme en chaleur. Après une phase d'expansion, ces nucléons seront finalement émis avec un spectre de Boltzman dans le centre de masse, soit :

$$\frac{d^3\sigma}{d^3p_{\text{c.m.}}} = (2\pi mkT)^{-3/2} \exp\left(-\frac{p_{\text{c.m.}}^2}{2mkT}\right) \quad (4)$$

où la température, T est directement liée à

l'énergie d'excitation de la boule de feu.

Enfin, les fragments de la cible et du projectile continuent leur trajectoires avec une vitesse inchangée (spectateurs). Ces résidus spectateurs, excités par le processus d'abrasion qu'ils ont subi, se désexciteront par évaporation de particule (ablation). La modification de

Le problème se ramène donc au calcul, pour chaque paramètre d'impact, du nombre de nucléons participants provenant respectivement de la cible et du projectile. Le résultat d'un tel calcul est montré sur la figure 6. L'accord est satisfaisant si l'on tient compte du fait que ce modèle très

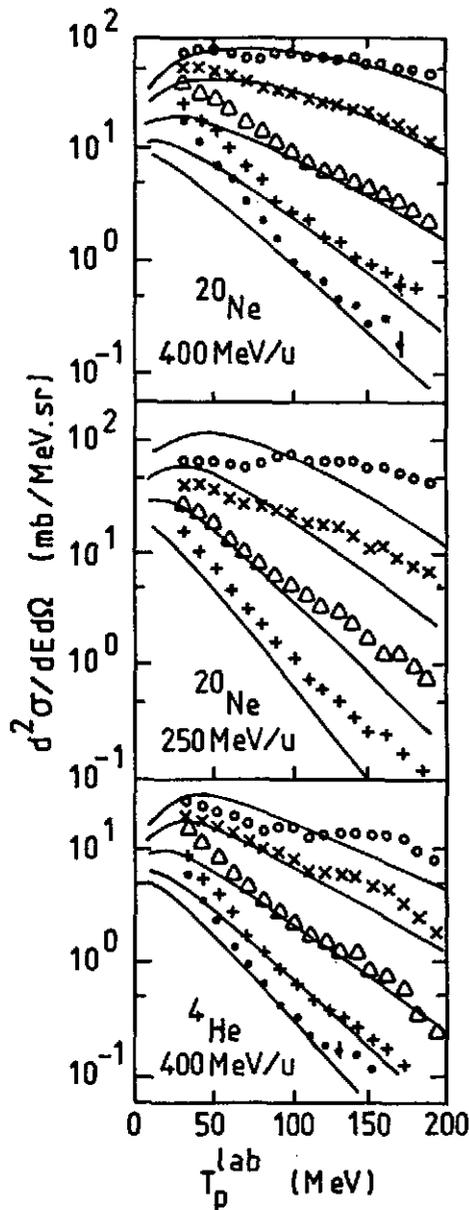


Fig. 6. Collision de projectiles ^{20}Ne et ^4He sur une cible d'uranium. Sections efficaces différentielles des protons émis aux angles 30° , 60° , 90° , 120° et 150° dans le laboratoire. data réf.³⁹.

Z_p, Z_T = Nombre de protons du projectile et de la cible.

R_T, R_p = Rayon de la cible et du projectile

$$= r_0 (A_T^{1/3}, A_p^{1/3}), r_0 \sim 1,2 \text{ fm.}$$

A_T, A_p = nombre de nucléons de la cible et du projectile.

simple ne contient pas de paramètres libres. Il reste cependant des différences importantes (noter que les échelles sont logarithmiques) et il serait intéressant de savoir si les insuffisances du modèle proviennent de l'image géométrique du modèle participants-spectateurs ou d'autres ingrédients concernant la dynamique du problème. Par exemple, il est clair que le modèle de la boule de feu ne conserve pas le moment angulaire contrairement au modèle des tubes de feu ("firestreaks"), discuté par la suite, qui utilise néanmoins la même séparation géométrique de départ.

1.2.1. Modèle participants-spectateurs.

Une façon de vérifier le concept géométrique du modèle participants-spectateurs consiste à remarquer que, une fois intégrée sur le paramètre d'impact, la section efficace associée aux participants chargés provenant soit de la cible soit du projectile obéit à une relation très simple⁴¹ :

$$\begin{array}{l} \text{projectile} \\ \sigma \\ \text{participants} \\ \text{chargés} \end{array} = Z_p \times \pi R_T^2 \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} \text{cible} \\ \sigma \\ \text{participants} \\ \text{chargés} \end{array} = Z_T \times \pi R_p^2 \quad (6)$$

ou encore :

$$\begin{array}{l} \text{total} \\ \sigma \\ \text{participants} \\ \text{chargés} \end{array} = Z_p \times \pi R_T^2 + Z_T \times \pi R_p^2 \quad (7)$$

$$= \pi r_0^2 (Z_p A_T^{2/3} + Z_T A_p^{2/3})$$

En divisant par la section efficace totale de réaction (géométrique) on obtient le nombre de moyen de charges abrasées provenant soit de la cible, soit du projectile. Finalement par différence, ceci donne la charge moyenne des spectateurs, ou encore pour le rendement total :

$$\begin{aligned} \sigma(Z) \text{ Spectateurs du projectile} &= \pi(R_T + R_P)^2 \times \left[Z_P - \frac{Z_P \times \pi R_T^2}{\pi(R_T + R_P)^2} \right] \\ &= \pi r_0^2 Z_P \left[A_P^{2/3} + 2A_P^{1/3} A_T^{1/3} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

et

$$\sigma(Z) \text{ Spectateurs de la cible} = \pi r_0^2 Z_T \left[A_T^{2/3} + 2A_T^{1/3} A_P^{1/3} \right] \quad (9)$$

I.2.2. Vérifications expérimentales

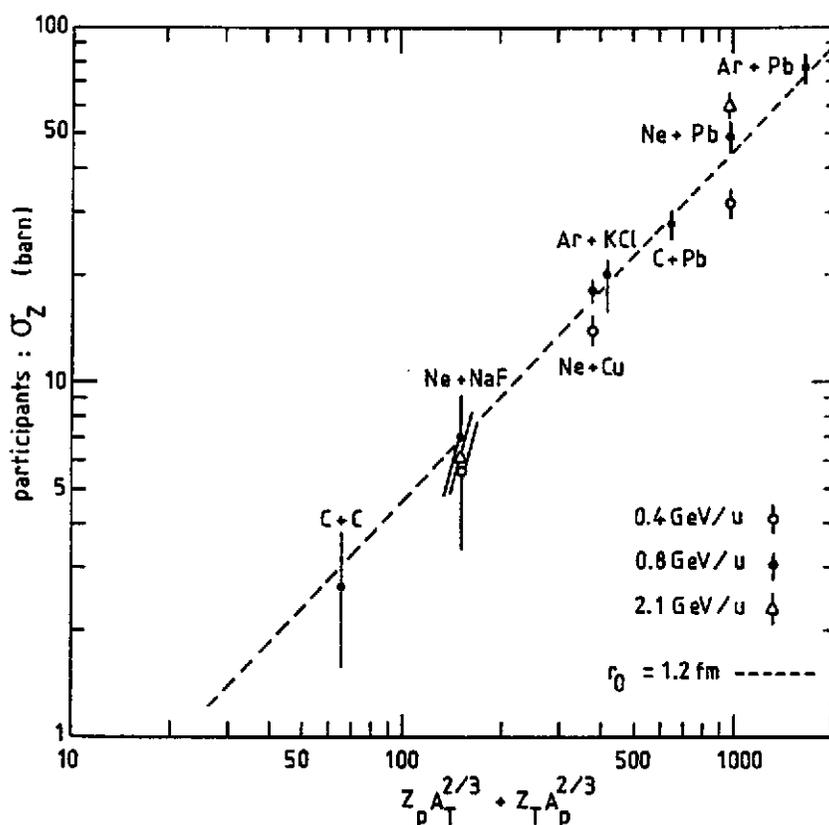


Fig. 7. Section efficace totale des particules chargées extrapolée à partir des mesures effectuées aux grands angles (participants). Comparaison au modèle participant-spectateur (eq.7). data réf.³

Ces différentes formules (7,8 et 9) sur le taux de production de particules chargées associées soit aux participants soit aux résidus de la cible et du projectile sont susceptibles de vérifications expérimentales. Nous présentons dans les figures 7 et 8 les résultats obtenus sur un grand nombre de systèmes. Les données sont bien reproduites par les prédictions ci-dessus, indiquant que pour l'essentiel les aspects géométriques de la réaction sont bien compris. Il reste que la différence entre la valeur de $r_0 = 1.2$ fm pour les participants et $r_0 \sim 0.95$ fm pour les spectateurs tend à indiquer que la distinction entre ces deux classes (participants et spectateurs) n'est pas aussi

franche que prévue. Une partie du désaccord pourrait cependant venir de l'évaluation des sections efficace totales des participants qui nécessite une extrapolation des données vers 0° et 180° dans le centre de masse, là où elles sont contaminées par les produits d'évaporation des résidus. Ceci est particulièrement vrai pour les systèmes asymétriques, comme nous allons maintenant le voir en discutant plus en détail les spectres inclusifs.

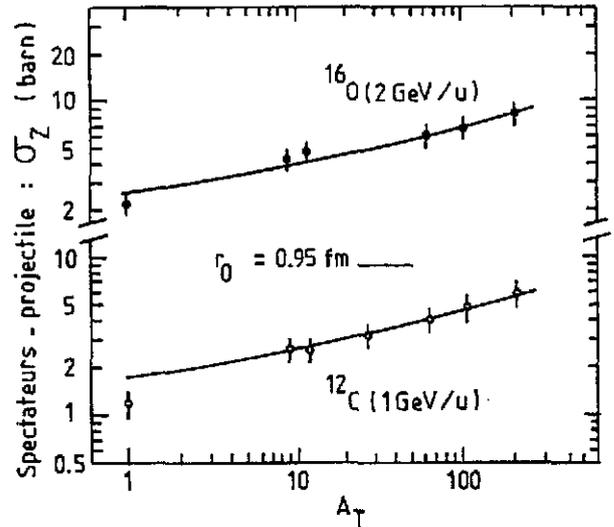


Fig. 8. Rendement total des particules chargées provenant de projectile (spectateur). Comparaison au modèle participant-spectateur eq.(8). Les données sont de Lindstrom et al.⁴³. La figure est extraite de la ref.⁴⁴.

I.3 Spectres inclusifs à une particule

Avant de présenter un certain nombre de résultats expérimentaux, il paraît nécessaire de rappeler quelques définitions que nous utiliserons par la suite.

I.3.1 Rappels de quelques définitions.

i) section efficace inclusive $A + B \rightarrow F + \dots$: On appelle section efficace inclusive pour la particule F, dans la réaction $A + B \rightarrow F + \dots$, la section efficace associée à la particule F, intégrée sur toutes les voies de réactions incluant cette particule (d'où le nom d'inclusif). De même on peut définir une mesure inclusive à deux particules, etc...; à la limite où la voie de réaction est complètement déterminée on parle de mesure exclusive.

ii) Section efficace invariante : A basse énergie l'invariance dans une transformation galiléenne de la quantité, $d^3p = p^2 dp d\Omega$ implique l'invariance de la section efficace différentielle $d^3\sigma/d^3p$. A plus haute énergie, il faut considérer une transformation de Lorentz qui a pour invariant la quantité d^3p/E où E est l'énergie totale de la particule considérée ($E = T + M$). On définit ainsi la section efficace invariante :

$$\sigma_I = E \times \frac{d^3\sigma}{d^3p} \quad (10)$$

par ailleurs $E^2 = p^2 + M^2 \rightarrow EdE = pdp$ d'où une autre forme de la section efficace invariante :

$$\sigma_I = \frac{1}{p} \frac{d^3\sigma}{dEd^2\Omega} \quad (11)$$

iii) Rapacité : Une transformation de Lorentz de "vitesse" $\beta = v/c$ est caractérisée par un angle de rotation (dans l'espace de Minkowski) $\eta = \text{Arg th } \beta$ qui laisse invariant la forme quadratique $E^2 - p^2 = M^2$. Dans deux transformations successives (parallèles au même axe) cette quantité est additive (comme les angles de rotation). On définit ainsi la rapidité d'une particule par :

$$y = \text{Arctanh}(\beta_{\parallel}) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right) \quad (12)$$

où $\beta_{\parallel} = P_{\parallel}/E$ et P_{\parallel} désigne la composante de l'impulsion dans la direction du faisceau à noter que, à basse vitesse, $\gamma_{\parallel} \beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$.

Par ailleurs si l'on effectue le changement de variable :

$$\vec{p} = \{p_{\parallel}, \vec{p}_{\perp}\} \rightarrow \{y, \vec{p}_{\perp}\}$$

On note que dans une transformation de Lorentz parallèle à l'axe du faisceau, y est additif et \vec{p}_{\perp} est invariant, donc dyd^2p_{\perp} est lui même invariant. On obtient ainsi une dernière forme de la section efficace invariante.

$$\sigma_I = \frac{d^3\sigma}{dyd^2p_{\perp}} \quad (13)$$

iv) Diagramme en section efficace invariante.

Nous avons montré sur la figure 6 des résultats de sections efficaces différentielles en fonction de l'énergie cinétique des particules dans le laboratoire, mesurées à différents angles. Il est bien clair qu'il est totalement impossible d'apprécier sur une telle figure si plusieurs sources de vitesses différentes contribuent au phénomène observé. Une méthode beaucoup plus "parlante" consiste à tracer les lignes d'iso-section efficace invariante dans le plan ($y =$ rapidité, P_{\perp}/m). A basse impulsion, un processus isotrope apparaît alors comme des cercles centrés sur une rapidité donnée. Cette propriété simple disparaît, à cause des effets relativistes lorsque l'impulsion transverse des particules augmente, mais les caractéristiques de symétrie restent. De façon plus précise, les lignes de contour correspondant à l'isotropie dans un référentiel de rapidité y_0 obéissent à l'équation :

$$\text{sh}^2(y - y_0) + \left(\frac{P_{\perp}}{M}\right)^2 \text{ch}^2(y - y_0) = \left(\frac{P_0}{M}\right)^2 \quad (14)$$

avec

$$p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2 = p_0^2 = \text{constante.}$$

La figure 9 montre un exemple de ce type de représentation pour les données de Nagamiya et al.³. Les résultats semblent assez simples à interpréter pour le système Ar + KCl, pour lequel on s'approche à grande impulsion transverse d'une distribution isotrope (lignes en pointillés), centrée sur la rapidité moitié, $(y_p + y_T)/2$. Au contraire, pour le système asymétrique Ar + Pb, la figure est distordue ; on observe une évolution continue des phénomènes en fonction de l'impulsion transverse depuis les faibles valeurs où la contribution des protons évaporés par la cible semble dominer, jusqu'aux valeurs extrêmes où la distribution pique légèrement en arrière de la rapidité moitié. Il est bien clair que les différences de rapidité entre les référentiels associés soit au système Nucléon-Nucléon (rapidité moitié), soit au centre de masse du système total ($Y_{c.m.}$), soit encore à la boule de feu moyenne (Y_{BF}) compliquent l'analyse des données brutes dans le cas des systèmes asymétriques. C'est donc plutôt sur les systèmes symétriques que nous porterons notre attention, en insistant de plus sur les données à 90° dans le centre de masse pour lesquelles la contribution des participants domine naturellement.

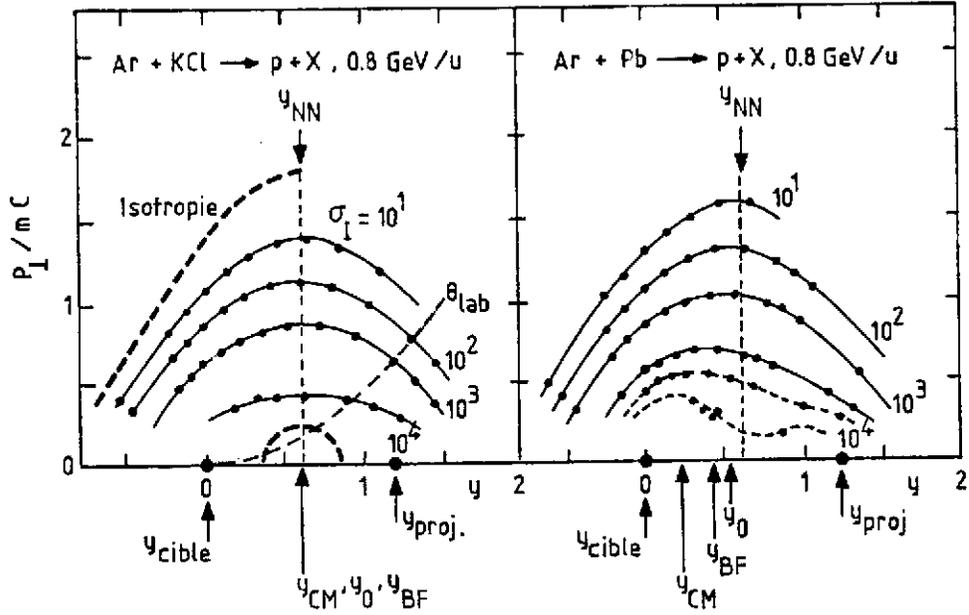


Fig. 9. Iso-section efficace invariante $E d^3\sigma/d^3p$ dans le plan rapidité-impulsion transverse ($y - P_{\perp}/m_p c$). Les rapidités de la cible et du projectile sont repérées sur l'axe horizontal ainsi que les valeurs attendues pour la rapidité du centre de masse $y_{c.m.}$ et de la boule de feu y_{BF} . La ligne verticale pointillée donne la rapidité du système nucléon-nucléon. Enfin y_0 donne la position du maximum de la distribution aux grandes impulsions transverses. data Nagamiya et al., réf.³.

I.3.2. Données inclusives protons et pions.

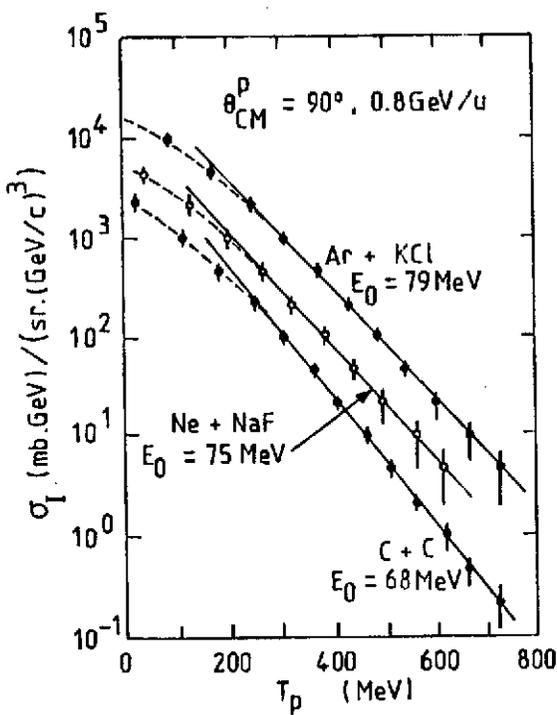


Fig. 10 Section efficaces invariantes des protons à 90° comme pour trois systèmes symétriques. L'énergie de bombardement est de 800 MeV/u .

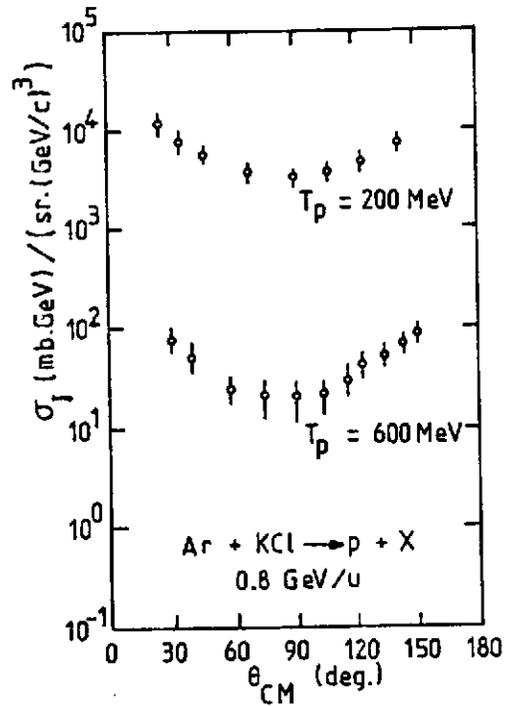


Fig. 11. Distributions angulaire des protons à différentes énergies dans le centre de masse data réf.³.

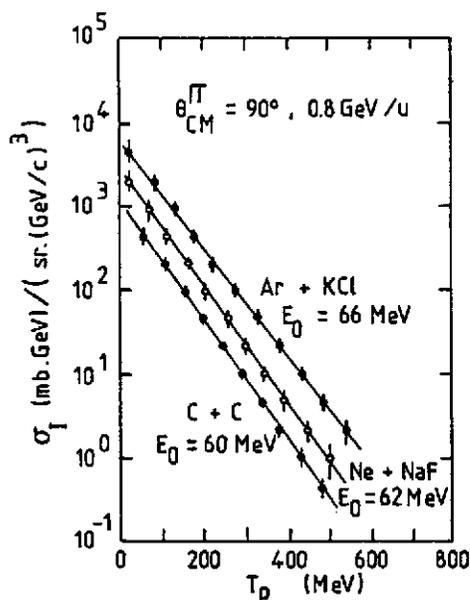


Fig. 12. Sections efficaces invariantes des pions négatifs à 90° c.m. data réf.³.

Les sections efficaces invariantes des protons émis à 90° c.m. pour trois systèmes symétriques³ sont représentées sur la figure 10. A grande énergie cinétique les spectres ont un comportement exponentiel décroissant bien caractérisé par la relation :

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} \propto \text{Exp}(-E/E_0) \quad (15)$$

où les paramètres de pente (E_0) sont reportés sur la figure pour les différents systèmes.

Par ailleurs, on note à basse énergie la présence d'un épaulement vers $T_p \sim 200$ MeV. Un exemple de distribution angulaire dans le centre de masse pour le système Ar + KCl est donné dans la figure 11. On retiendra l'anisotropie importante (facteur 5 entre 30° et 90° c.m.) qui subsiste même aux grandes énergies cinétiques.

Les résultats des mesures inclusives de pions négatifs sont présentés sur la figure 12. On note l'absence d'épaulement dans les spectres qui sont bien caractérisés par un comportement exponentiel dans toute la gamme d'énergie mesurée. On remarquera enfin que pour des systèmes identiques les paramètres de pente qui caractérisent les spectres de pions sont inférieures à ceux des spectres de protons. Cet écart tend d'ailleurs à augmenter avec l'énergie comme en témoignent les données de la figure 13, où l'on a reporté les valeurs des paramètres de pente obtenues à différentes énergies de faisceau pour le système Ne + NaF. Ces quelques caractéristiques vont maintenant nous servir de guide au travers de la forêt de modèles qui ont été élaborés pour tenter d'expliquer tel ou tel aspect des phénomènes.

I.3.3. Discussion

Boules de feu et tubes de feu

Considérons tout d'abord la nature exponentielle décroissante des spectres, cela évoque bien sur l'idée d'un équilibre thermique. Les premiers succès du modèle de la boule de feu n'ont pas d'autre origine. Cependant cette approche prédit des distributions angulaires isotropes dans le c.m. en désaccord manifeste avec les résultats expérimentaux. Le modèle des tubes-de-feu⁴⁵ ("fire-streaks") dont le principe est décrit schématiquement sur la figure 14 permet de rendre compte des anisotropies. Ce résultat provient de la distribution d'entraînement associée à chaque tube de feu (à noter que les équations 5 s'appliquent individuellement à chaque tube de feu). Malheureusement pas plus le modèle de la boule de feu que son extension aux tubes de feu ne permet de comprendre, ni l'épaulement des spectres de protons, ni la différence des pentes des données de protons et de

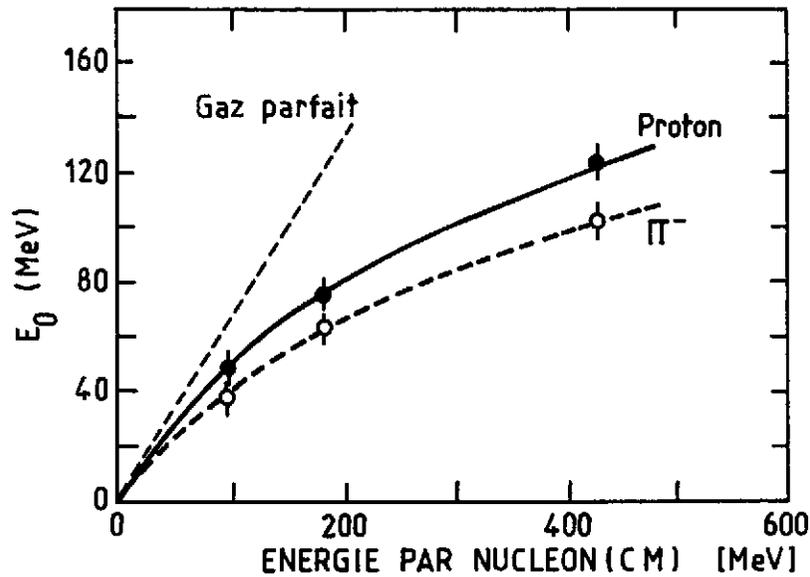


Fig. 13. Variation des paramètres de pente des spectres de pions et de protons à 90° pour le système Ne + NaF en fonction de l'énergie par nucléon dans le centre de masse : $M_p [(1 + T/2M_p)^{1/2} - 1]$, où T est l'énergie par nucléon du faisceau dans le laboratoire et M_p la masse du nucléon. En pointillé on a reporté la dépendance attendue pour un gaz parfait. Data réf.³.

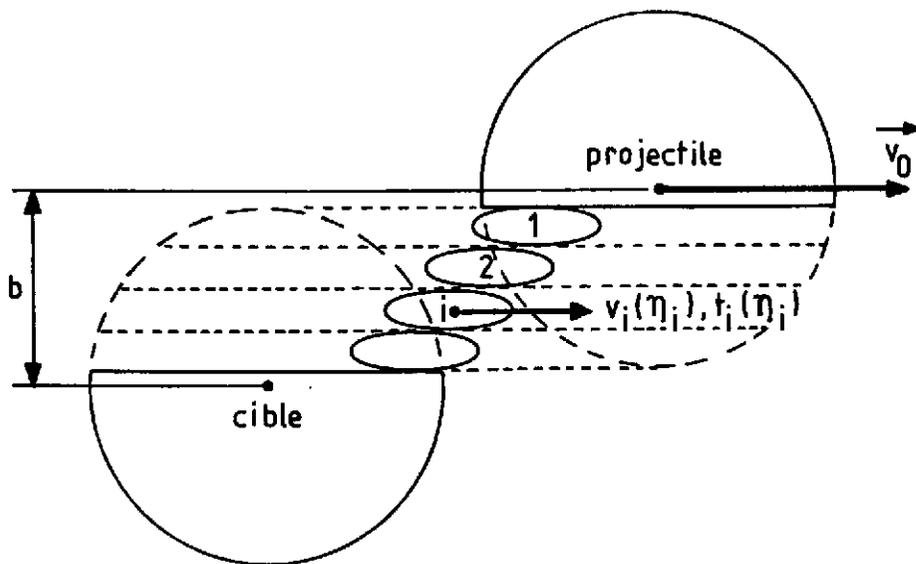


Fig. 14. Représentation schématique du modèle des tubes de feu. Pour chaque paramètre d'impact : b , la zone de recouvrement entre les deux noyaux est divisée en différents tubes. Chaque tube, i , a une vitesse d'entraînement v_i et une énergie interne t_i associées à la fraction η_i des nucléons projectile qui le compose (cf. éq. (5)). La resommation sur le paramètre d'impact permet de factoriser la section efficace invariante sous la forme :

$$Ed^3\sigma/d^3p = \sum_i Y(\eta_i) f(\vec{p}, t_i, v_i)$$

où les fonctions poids $Y(\eta_i)$ ne dépendent que de la géométrie du système.

pions, si l'on associe (un peu hâtivement il est vrai) les paramètres de pente à des températures. Par ailleurs, on s'attendrait dans cette dernière hypothèse et pour une contribution symétrique cible-projectile ($\eta = \frac{l}{2}$) à :

$$E_0 = kT = \frac{2}{3} t_{c.m.} \quad (16)$$

E_0 : paramètre des pentes des spectres.

T : température de la boule de feu.

$t_{c.m.}$: énergie cinétique par nucléon dans le c.m. ($t_{lab}/4$ en non-relativiste).

On a reporté en pointillé sur la figure 13, les paramètres de pente donnés par l'équation 16 (gaz parfait). Les valeurs obtenues à haute énergie sont beaucoup trop grandes. En fait il faut, dans ce cas, tenir compte de la phase d'expansion de la boule de feu et de la production de pions en supposant par exemple un équilibre chimique supplémentaire. Ceci conduit à introduire une densité critique ("freeze out density") ρ_c où les particules cessent d'interagir. Une estimation de cette quantité est donnée par la relation :

$$\lambda_c = \frac{1}{\sigma_{int} \cdot \rho_c} \sim d_c \quad (17)$$

λ_c : libre parcours moyen à la densité ρ_c .

σ_{int} : section efficace d'interaction ($\sigma_{N-N} \sim 30$ mb à haute énergie).

d_c : distance critique comprise entre -

• la distance moyenne entre deux nucléons $\sim \rho_c^{-1/3}$

• la taille de la boule de feu $\sim N^{1/3} \rho_c^{-1/3}$ (N est le nombre de nucléons de la boule de feu.)

En fait, vu les incertitudes, la densité critique est souvent considérée comme paramètre libre dans les calculs.

Explosion thermique.

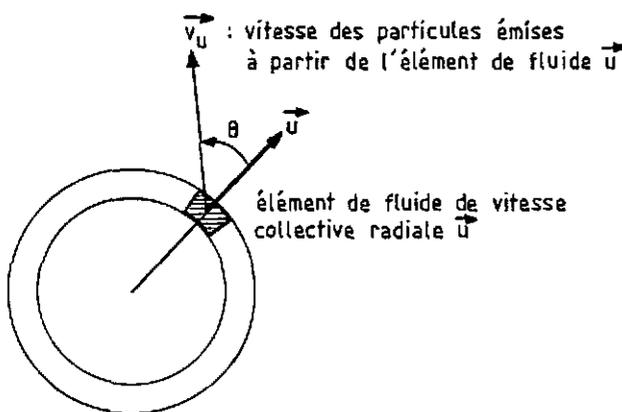


Fig. 15. Le modèle d'explosion thermique suppose un équilibre thermique local pour chaque élément de fluide constituant la boule de feu

La prise en compte de l'expansion de la boule de feu nous amène à considérer le modèle d'explosion thermique ("Blast-wave")⁴⁶ dérivé d'une description hydrodynamique de la collision. Dans cette image, la décompression de la boule de feu conduit à un mouvement collectif de la matière auquel se superpose une distribution thermique habituelle. La cinématique du problème est représentée sur la figure 15. Partant d'une distribution de Maxwell-Boltzmann pour les particules émises dans le référentiel de chaque élément

dans le référentiel de chaque élément de fluide, soit :

$$f_u(\epsilon_u) = \frac{1}{2(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\epsilon_u} \exp(-\epsilon_u/kT) \quad (18)$$

il vient dans le référentiel de la boule de feu (transformation de Galilée de vitesse $-u$) :

$$f(\epsilon) = \frac{1}{2(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\epsilon} \exp[-(\epsilon + W - 2\cos\theta \sqrt{W\epsilon})/kT] \quad (19)$$

$W = 1/2 \mu^2$ est l'énergie cinétique collective par particule.

Après intégration sur la variable angulaire, θ , on obtient la distribution finale :

$$\tilde{f}(\epsilon) = \frac{1}{(\pi kT)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{W}} \exp[-(\epsilon + W)/kT] \times \sinh\left(\frac{2\sqrt{\epsilon W}}{kT}\right) \quad (20)$$

L'étape suivante consisterait à intégrer sur l'ensemble des cellules du fluide. Ceci implique de connaître la distribution de matière et la vitesse collective données par exemple par un calcul hydrodynamique. Cependant, sans aller jusqu'à là, on peut déjà noter qu'à grande énergie la distribution ci-dessus (équation (20)) ressemble à une loi de Boltzmann avec une température apparente, $T_{app} = [d(\log \tilde{f}(\epsilon))/d\epsilon]^{-1}$, soit :

$$T_{app} = T \left[1 - \sqrt{\frac{W}{\epsilon}} \right]^{-1} = T \left[1 - \frac{u}{v} \right]^{-1} \quad (21)$$

où u est la vitesse d'expansion de la boule de feu

et v la vitesse des particules à l'énergie considérée (ϵ)

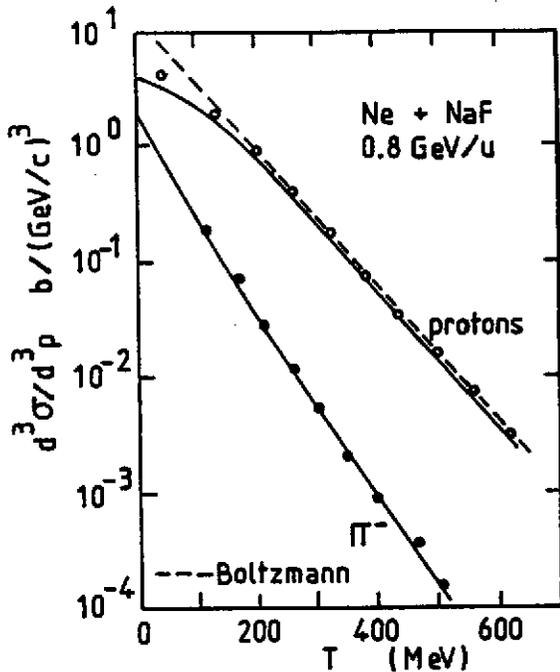


Fig. 16. Comparaison du modèle d'explosion thermique (réf.⁴⁷) aux données de sections efficaces invariantes de protons et de π^- pour le système Ne + NaF à 800 MeV/u. Les paramètres sont $T = 44$ MeV et une vitesse d'expansion de $\beta = 0.37$.

Les pions qui ont une vitesse beaucoup plus grande que les protons auront donc une "température" apparente plus faible en accord avec les observations expérimentales. Par ailleurs, à basse énergie, ce modèle produit aussi l'épaulement attendu dans les spectres de protons, comme cela est indiqué sur la figure 16 (réf.⁴⁷). Bien qu'encourageante puisqu'elle laisse supposer la présence d'effets collectifs dus à la compression, cette description des phénomènes ne donne pas d'explication naturelle des anisotropies observées.

Cascades intra-nucléaires et autres approximations

Une autre approche, diamétralement opposée, qui permet de rendre compte raisonnablement de l'ensemble des résultats expérimentaux, est donnée par les modèles de cascades intra-

nucléaires⁴⁸. Ces modèles laissent supposer une certaine contribution des processus de diffusion unique nucléon-nucléon. Une indication expérimentale concernant ce dernier point provient de l'épau-

lement des spectres de protons. Celui-ci apparaît vers 200 MeV, soit justement au voisinage de l'énergie des nucléons dans le centre de masse (182 MeV pour les mesures à 800 MeV/u). Cependant les calculs complets de cascades intra-nucléaires (comme d'ailleurs leurs opposés, les calculs hydrodynamiques) sont trop complexes pour permettre d'apprécier les liens existant entre les résultats du calcul et les hypothèses de départ. Pour mieux juger du rôle des collisions multiples, un certain nombre d'approximations ont donc été proposées comme le modèle de cascade linéaire ou le modèle tube sur tube ("Rows on Rows")⁴⁹. Ces différents modèles reposent sur le fait que dans une théorie de collisions multiples la section efficace invariante peut de façon très générale être écrite sous la forme d'une somme incohérente⁵⁰.

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \sum_{\{N,N\}} \sigma_{AB}^{(M,N)} F_{MN}(\vec{p}) \quad (22)$$

où $\sigma_{AB}^{(M,N)}$ représente la section efficace associée au processus où M nucléons de la cible (A) interagissant violemment avec N nucléons du projectile (B)

et $F_{MN}(\vec{p})$ est la distribution spectrale des particules émises dans ce type de collisions.

On peut évaluer le terme de section efficace $\sigma_{AB}^{(M,N)}$ sur la base de trajectoires en ligne droite des nucléons et en utilisant la section efficace totale de collisions nucléon-nucléon. On retrouve ainsi une image proche du modèle macroscopique des tubes de feu. Il reste à déterminer la fonction de distribution spectrale $F_{MN}(\vec{p})$, qui peut par exemple être calculée dans le modèle de cascade linéaire évoqué ci-dessus. Une approximation supplémentaire conduit au modèle d'espace de phase⁵¹. La fonction spectrale est alors évaluée en supposant un équilibre statistique (et non plus seulement thermique) prenant en compte le nombre fini de particules en présence. Le résultat présent

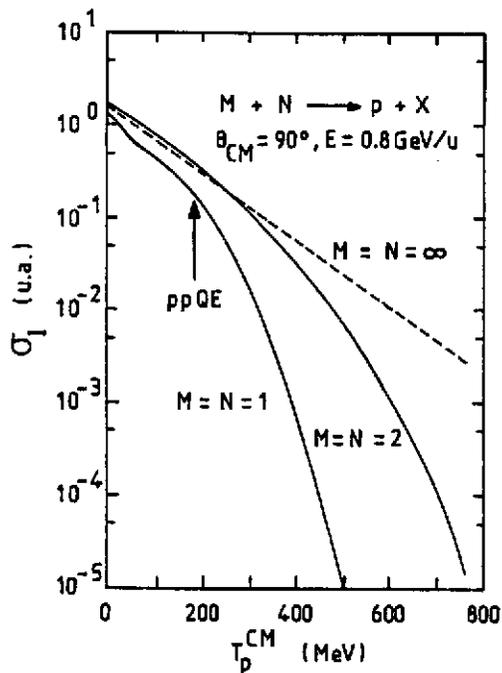


Fig. 17 Modèle d'espace de phase pour l'émission de proton à 90° c.m. dans les collisions de noyaux identiques à 800 MeV/u. Calcul de Bohrmann. Figure extraite de la réf.⁴⁴.

té sur la figure 17 indique bien le rôle joué par les diffusions uniques nucléon-nucléon ($M = N = 1$) pour reproduire l'épaulement des spectres de protons à basse énergie. Par ailleurs, on remarquera la contribution importante des collisions multiples ($M + N > 2 + 2$) aux grandes énergies. Enfin un tel modèle d'équilibre statistique prédit naturellement une "température" des pions inférieure à celle des protons en raison de l'énergie dépensée pour produire ces pions.

A ce stade de la discussion nous nous retrouvons donc avec deux descriptions opposées des mêmes données expérimentales, soit d'une part le modèle d'explosion thermique (l'objection portant sur les anisotropies expérimentales pouvant être levée dans le cadre de calculs plus réalistes de type hydrodynamique) et d'autre part le modèle d'espace de phase décrit ci-dessus. Nous allons maintenant considérer comment des données plus récentes sur les kaons

s'insèrent dans ces deux approches.

I.3.4. Production de kaons et libre parcours moyen.

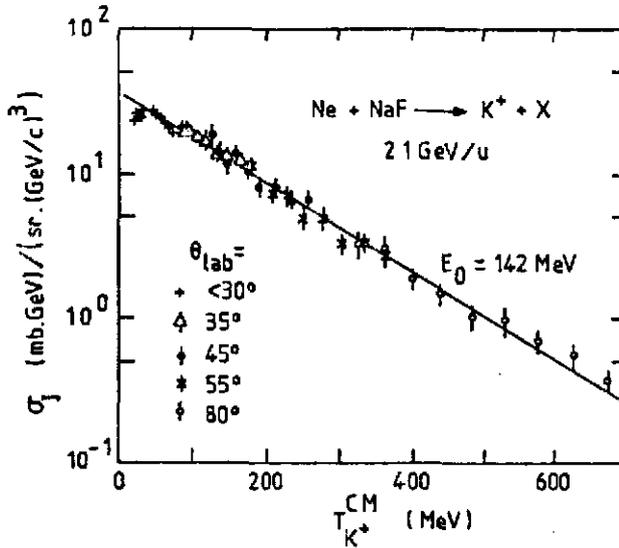


Fig. 18 Données de sections efficaces invariantes des K^+ dans la réaction $Ne + NaF$ à 2,1 GeV/u. L'ensemble des mesures à différents angles dans le laboratoire est utilisé pour construire un spectre d'énergie dans le centre de masse. réf.⁵²

d'autant plus grands que la masse des particules est élevée ; on attendrait donc la relation : $E_0(\pi) < E_0(K) < E_0(p)$. Pour le modèle d'espace de phase, la contradiction est encore plus sévère, puisque le paramètre critique est alors l'énergie seuil pour la production des particules ce qui devrait conduire à : $E_0(K) < E_0(\pi) < E_0(p)$.

Il a été suggéré⁵³ qu'une explication de ce nouveau résultat provient des différences de libres parcours moyens pour les pions, les protons et les kaons ce qui conduirait à des densités critiques différentes pour chacune de ces particules.

Remarquons tout d'abord que l'entropie d'un ensemble de particules sans interaction s'écrit (équation de Sackur-Tetrode⁵⁴).

$$\frac{S}{kN} = \frac{5}{2} + \ln \left[\frac{gV}{Nh^3} (2\pi mkT)^{3/2} \right] \quad (24)$$

N : nombre de particules

V : Volume du système

m, g : masse, facteur statistique des particules.

T : température.

On s'attend donc pour une expansion isentropique à :

$$T \propto \rho^{2/3}, \quad (\rho = \frac{N}{V}) \quad (25)$$

Les résultats concernant la production de K^+ sur le système $Ne + NaF$ à 2,1 GeV/u sont reportés sur la fig. 18 (réf.⁵²). Encore une fois la section efficace invariante montre une décroissance exponentielle caractérisée par un paramètre de perte $E_0 = 142$ MeV. Malheureusement, cette valeur ne s'inscrit pas dans la "logique" des autres mesures (protons et pions) effectuées sur les mêmes système à 2,1 GeV/u. On a en effet la relation :

$$E_0(\pi) < E_0(p) < E_0(K) \quad (23)$$

Ceci est en désaccord aussi bien avec le modèle d'explosion thermique qu'avec le modèle d'espace de phase. Dans le premier cas les effets d'entraînement dus au mouvement collectif sont

Par ailleurs les libres parcours moyens sont reliés à la densité critique par l'équation (17)

$$\rho_c \propto \sigma_{int}^{-3/2} N^{-1/2} \quad (26)$$

soit encore

$$E_0 \propto T_c \propto \sigma_{int}^{-1} N^{-1/3} \quad (27)$$

En tenant compte des sections efficaces d'interaction, respectivement ~ 140 , 30 et 10 mb pour les pions, les protons et les kaons, on obtient bien la relation d'ordre (23), mesurée expérimentalement pour les paramètres de pente.

Cette interprétation ouvre la perspective fascinante de pouvoir mesurer différents stades de la réaction en changeant de particule test. Malheureusement nous verrons par la suite, qu'en ce qui concerne les aspects d'écoulement collectif, les phénomènes intéressants semblent se passer vers quelques centaines de MeV par nucléon, soit très en dessous du seuil de production des kaons ; quant aux pions, des mesures plus précises⁵⁵, discutées en détail dans la troisième partie, montrent que l'interprétation des paramètres de pente en terme de température est pour le moins problématique. Une première indication à ce sujet apparaît sur le tableau I, où nous avons reporté les valeurs des paramètres de pente pour les systèmes déjà présentés ci-dessus ainsi que des données plus récentes sur le système La + La (réf.⁵⁶).

Il est clair que le résultat pour les pions, observé dans ce nouveau système, ne s'inscrit pas

dans la systématique des autres mesures et réclame une nouvelle interprétation. Enfin

nous terminerons ces quelques remarques pessimistes en mentionnant que les données en La + La ne présentent pas d'épaulement dans les spectres de protons, ce qui semble exclure une fois de plus le modèle d'explosion thermique, les effets d'écoulement collectif devant, s'ils existent, augmenter avec la taille du système.

Tableau I

paramètre de pente E_0 $\sigma \propto \text{Exp}(-E/E_0)$	E_0 (MeV) Protons	E_0 (MeV) Pions (π^-)
C + C	68	62
Ne + NaF	75	62
Ar + KCl	79	66
La + La	83	53

I.4. Spectres inclusifs des particules composites.

Nous voudrions ici présenter les caractéristiques essentielles des spectres de particules composites et discuter très rapidement les implications de ces résultats. Sur la figure 19, sont reportées les sections efficaces invariantes des deutons et tritons pour le système C + C à 0.8 GeV/u.

Ces spectres sont comparés à ceux des protons, en utilisant la loi de puissance caractérisée par la

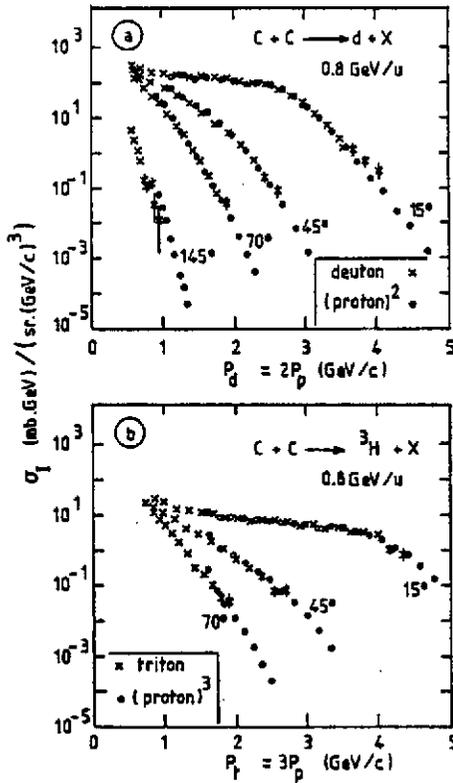


Fig. 19. Sections efficaces invariantes des particules composites (d et t) comparées aux résultats des protons (loi de puissance - éq. (28)). Système C + C à 800 MeV/u. Data réf.³.

$$E_f \frac{d^3\sigma}{d^3p_f}(\vec{p}_f) \propto \left[E_p \frac{d^3\sigma}{d^3p} \left(\vec{p} = \frac{\vec{p}_f}{n_f} \right) \right]^{n_f} \quad (28)$$

où le membre de gauche est la section efficace invariante des fragments d'impulsion \vec{p}_f ayant n_f nucléons. Dans le membre de droite apparaît la section efficace invariante des protons ayant même vitesse que les fragments considérés. Plusieurs modèles donnent une relation fonctionnelle du type ci-dessus.

Modèle de Coalescence (spin, iso-spin négligés)

Le modèle de coalescence⁵⁷ suppose que si deux nucléons ont une impulsion relative inférieure à une valeur donnée (p_0), ils forment une particule composite. La probabilité d'avoir, dans l'espace des impulsions, un nucléon donné dans la sphère de rayon p_0 centrée sur l'impulsion \vec{p} vaut :

$$\frac{1}{M} \times \frac{4}{3} \pi p_0^3 \times \frac{1}{\sigma_R} \times \frac{d^3\sigma}{d^3p}(\vec{p}) \quad (29)$$

où M est la multiplicité des nucléons présents

$$\frac{1}{\sigma_R} \frac{d^3\sigma}{d^3p} \text{ donne la densité d'occupation } \frac{d^3n}{d^3p}$$

avec σ_R la section efficace de réaction.

La probabilité d'avoir A nucléons centrés autour de l'impulsion \vec{p} sera donc :

$$\frac{1}{M} \frac{1}{\sigma_R} \frac{d^3\sigma}{d^3p} \times \left[\frac{1}{M} \frac{4}{3} \pi p_0^3 \frac{1}{\sigma_R} \frac{d^3\sigma}{d^3p} \right]^{A-1} \times \binom{A}{M} \quad (30)$$

où le 1er terme donne la probabilité qu'un nucléon ait l'impulsion considérée.

le second terme que $A - 1$ nucléons soient dans la sphère de rayon p_0 centrée sur cette valeur

et $\binom{A}{M} \sim \frac{M^A}{A!}$ pour $A \ll M$ donnent les différentes combinaisons possibles.

On passe aux sections efficaces en multipliant par σ_R , ce qui donne finalement :

$$\frac{d^3\sigma}{d^3p} = \frac{1}{A!} \left[\frac{1}{\sigma_R} \frac{4}{3} \pi p_0^3 \right]^{A-1} \left(\frac{d^3\sigma}{d^3p} \right)^A \quad (31)$$

Une difficulté de principe du modèle de coalescence est que la section efficace qui apparaît dans le membre de droite (éq.31) fait référence à la population initiale des protons, alors que la comparaison expérimentale se fait à partir de populations finales. Il faudrait donc pour justifier

Le succès de la loi de puissance que la production de composites soit faible, pour ne pas perturber la distribution initiale des nucléons. Cette condition n'est pas toujours vérifiée expérimentalement.

Le modèle d'équilibre chimique.

Une autre approche basée sur l'hypothèse d'un équilibre chimique⁵⁸ entre les constituants du système conduit aussi à la relation fonctionnelle souhaitée (éq.28). La loi d'action de masse qui relie les populations finales des différents composants du système s'écrit, par exemple, pour les deutons :

$$\frac{[N_d]}{[N_p] \times [N_n]} = \left(\frac{\lambda_T^3}{V}\right) \times \frac{3}{\sqrt{2}} \quad (32)$$

où $[N_x]$ est le nombre de particules du type x dans le système ($x = p, n, d, \text{etc.}$),

λ_T est la longueur d'onde thermique du proton :

$$\lambda_T = h (2\pi m_p kT)^{-1/2}$$

V est le volume du système

et les constantes proviennent des facteurs d'alignement de spin. (On a négligé l'énergie de liaison du deuton).

Par ailleurs, l'hypothèse d'un équilibre thermique conduit à des distributions d'énergie du type Maxwell-Boltzmann, soit :

$$\frac{d^3 N_x}{d^3 p_x} = [N_x] \frac{\exp(-E_x/kT)}{[2\pi M_x kT]^{3/2}} \quad (33)$$

En combinant les relations (32) et (33) avec les conditions supplémentaires $P_d/2 = P_n = P_p$ et $E_d/2 = E_n = E_p$, on obtient simplement :

$$\frac{d^3 N_d}{d^3 p_d} = \frac{3}{4} 2^3 (2\pi)^3 \left(\frac{h^3}{V}\right) \frac{[N_n]}{[N_p]} \left(\frac{d^3 N_p}{d^3 p_p}\right)^2 \quad (34)$$

où le terme 2^3 provient du fait que l'on compare des distributions à la même impulsion par nucléon, $d^3 p_d = 2^3 d^3 p_p$.

A noter que pour un système symétrique en isospin, on peut supposer $[N_n] = [N_p]$.

Dimension de la "boule de feu"

L'apparition du volume d'interaction V dans l'équation (34) suggère d'utiliser les rapports de production de particules composites pour mesurer la taille du système, une préoccupation que nous retrouverons dans les mesures d'interférométrie présentées dans la seconde partie. Une extension du modèle de coalescence, proposée par Sato et Yazaki⁵⁹, permet de clarifier le sens à donner aux rayons de source déterminés de cette façon. Tenant compte de la fonction d'onde du deutéron, ils obtiennent ainsi une relation entre le paramètre empirique P_0 du modèle de coalescence (éq.31) et la taille du système, soit :

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{P_0}{h}\right)^3 = \frac{3}{4} 2^3 (2\pi)^3 \left[\frac{v_d v / (v_d + v)}{2\pi} \right]^{3/2} \quad (35)$$

où $v_d = 0,2 \text{ fm}^{-2}$ caractérise l'extension spatiale du deutéron.

et v est relié au rayon quadratique moyen d'une source gaussienne par : $R_g = (3/2v)^{1/2}$

L'analyse des données en Ne + U à 400 MeV/u donne ainsi un rayon $R_g \sim 4,5 \text{ fm}$. De façon générale, les résultats semblent peu sensibles à l'énergie du projectile et augmentent avec la masse totale du système initial (seulement 2,6 fm pour Ne + NaF à 800 MeV/u (réf.⁶¹). En fait, il faut souligner que ce type de mesure est quelque peu ambigu. La méthode expérimentale n'est en effet sensible qu'au rapport (P_0^3/σ_0) où σ_0 est la fraction de la section efficace de réaction (σ_R) conduisant au système excité qui produit les particules composites. Notre ignorance sur σ_0 (typiquement on utilise la section efficace géométrique) se reflète donc directement dans les valeurs de rayon de source déterminés de cette façon.

Entropie

La relation entre l'entropie et les différentes proportions de particules dans un mélange en équilibre chimique permet d'envisager une autre application des mesures de taux de production des particules composites. L'intérêt d'une détermination de l'entropie vient de ce qu'elle pourrait être fixée à un stade relativement initial de la réaction contrairement à la température ou au volume qui varient de façon continue pendant la phase d'expansion du système. Nous ne présenterons ici que quelques indications sur ce problème, une discussion plus détaillée étant laissée à d'autres⁶². Siemens et Kapusta⁶³ ont proposé de calculer l'entropie par nucléon à partir de la relation :

$$\frac{S}{A} = 3,95 - \ln\left(\frac{N_d}{N_p}\right) \quad (36)$$

où N_d/N_p est le rapport de production des deutérons et des protons.

Cette expression présuppose implicitement que la densité du système soit suffisamment faible pour que les différentes "espèces" constituant le système soient indépendantes. En fait, cette approximation n'est pas bien vérifiée et Bertsch⁶⁴ a donné une dérivation différente de la même formule (éq.36) où cependant les nombres de protons ou deutons ne font plus référence aux particules réellement observées mais à un comptage de ces particules dans les différents "clusters" (particules composites). On définit ainsi les quantités :

$$\begin{aligned} d^{\text{like}} &\sim d + \frac{3}{2} ({}^3\text{H} + {}^3\text{He}) + 3 {}^4\text{He} + \dots \\ p^{\text{like}} &\sim p + d + {}^3\text{H} + 2 ({}^3\text{He} + {}^4\text{He}) + \dots \end{aligned} \quad (37)$$

Pratiquement, les valeurs d'entropie déduites des résultats expérimentaux sont très supérieures aux prédictions théoriques. Stöcker⁶⁵ a indiqué que l'origine d'un tel désaccord pourrait être la production de noyaux légers instables qui contribuent de façon importante aux populations finales des seuls isotopes stables observés. Cet effet peut être jugé sur la figure 20, extraite du modèle d'explosion-évaporation de Fai et Randrup⁶⁶ où les populations relatives des noyaux légers ont été reportées avant et après l'étape d'évaporation. La prise en compte de ces noyaux instables a une double conséquence, d'une part la relation entre entropie et rapport de production d/p n'est plus

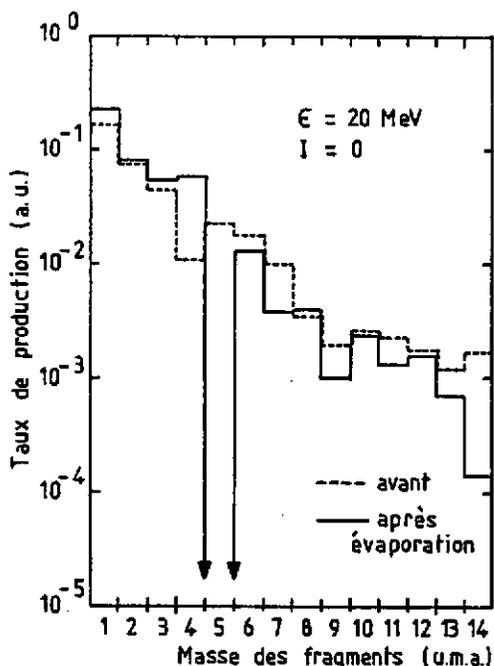


Fig. 20 Modèle d'explosion-évaporation de Fai-Randrup⁶⁵. En pointillé taux de production des noyaux de masse A avant l'évaporation. En trait plein, résultat du calcul après la phase d'évaporation. ϵ est l'énergie d'excitation par nucléon du système qui est supposé symétrique en isospin ($I = 0$).

donnée par les formules simples ci-dessus (éq. 36 et 37), d'autre part les spectres d'énergie de particules légères peuvent être modifiés par rapport à leur distribution thermique initiale. Ce dernier point est à garder en mémoire lorsque l'on cherche à interpréter les paramètres de pente expérimentaux en termes de température. Pour terminer ce survol des problèmes concernant la détermination d'entropie dans les collisions d'ions lourds, nous mentionnerons que les approches théoriques présentées ci-dessus négligent les effets de surface. Cette approximation n'est sans doute pas justifiée⁶⁴, particulièrement pour les systèmes légers.

1.5 Conclusion de la première partie

Si l'on cherche à effectuer un bilan des enseignements que l'on peut tirer des données inclusives que nous avons passées en revue, nous nous apercevons que, malgré les précautions prises pour bien séparer les mécanismes de réaction (mesures sur des systèmes symétriques, à 90°c.m.), de nombreuses ambiguïtés restent dans l'interprétation des résultats. Qualitativement, divers modèles permettent d'expliquer tel ou tel aspect des résultats mais des difficultés surgissent dès qu'on cherche à vérifier les conséquences de ces différentes approches. L'origine de ces difficultés peut être reliée à l'intégration sur tous les paramètres d'impact qui caractérisent ces mesures inclusives. Il semble clair, en effet, que les collisions à grand paramètre d'impact, où le nombre de participants est faible, sont dominées par les aspects de diffusion individuelle nucléon-nucléon tandis que les phénomènes plus collectifs sont attendus (ou plus exactement espérés) pour les collisions centrales. Les données inclusives étant dominées par les grands paramètres d'impact, il est donc naturel que les modèles du type cascade intra-nucléaire en donnent une description globale satisfaisante. C'est aussi la raison pour laquelle nous avons peu insisté dans cette première partie sur les descriptions de type hydrodynamique. Ces remarques étant d'ordre purement théorique, il est important d'en chercher des justifications expérimentales plus directes et c'est ce que permettent les mesures plus exclusives comme les corrélations à deux particules. En ce qui concerne les déterminations de taille de source à partir des rapports de production de particules composites, nous en avons souligné les limitations. Les mesures d'interférométrie nucléaire donnent une autre technique expérimentale pour aborder cette question. Enfin, les corrélations à deux particules permettent aussi d'étudier la production de noyaux instables dont nous avons vu qu'ils sont au centre des discussions sur la mesure d'entropie.

Avant d'aborder la deuxième partie, où nous traiterons de ces différentes questions, nous voudrions faire quelques remarques concernant les mesures de température à partir des spectres expérimentaux. S'il est vrai qu'un système suffisamment grand en équilibre thermique à haute température conduit à des spectres de particules du type Boltzmann caractérisés par un paramètre de pente $E_0 = kT$, la démarche inverse nécessite quelques précautions.

1 Systèmes asymétriques.

La distribution de Boltzmann ci-dessus fait référence au centre de masse de la source émissive. Pour un système asymétrique il y a, dans l'image de la boule de feu, différentes sources caractérisées par des vitesses d'entraînement différentes et l'utilisation d'une source équivalente unique n'est pas toujours justifiée. A titre d'exemple, nous pouvons citer le cas du système Ne + U à 400 MeV/u (réf.³⁹). Les caractéristiques de la boule de feu moyenne (correspondant au paramètre d'impact qui a le poids maximum $\sim 4,8$ fm) donnent une température $T = 50$ MeV et une vitesse $\beta = 0,27$. En fait, un ajustement par une seule source des données expérimentales aux grands angles, incluant aussi les particules composites d, ^3He , ^4He , conduit à $T = 40$ MeV, $\beta = 0,15$ (réf.⁶⁷). Toujours pour le même système, l'inclusion d'isotopes lourds donne des résultats allant de $T = 50$ MeV, $\beta = 0,076$ à $T = 27$ MeV, $\beta = 0,06$ suivant la gamme angulaire et la dynamique en énergie choisies ! Cette difficulté semble disparaître dans le cas des systèmes symétriques (d'où leur choix dans notre discussion). En fait, on retrouve le même problème dans les approches type "tube de feu" ou "row sur row". Les données à 90° c.m. étant cependant moins sensibles puisque dominées par des collisions où un nombre équivalent de nucléons de la cible et du projectile participent à la collision.

2 Aspects hydrodynamiques ou collectifs.

Nous avons vu que le modèle d'explosion thermique donne une température apparente différente de celle liée à l'équilibre thermique. L'effet dépend de la masse du fragment considéré et rend encore plus problématique l'ajustement avec une seule source à température unique des données correspondant à des fragments de masses très différentes lorsque des phénomènes de ce type sont attendus (cf. aussi les effets coulombiens à basse énergie).

3 Noyaux instables

Dans l'hypothèse d'un équilibre thermo-chimique, les noyaux instables sont produits préférentiellement (énergie de liaison plus faible). Ils se désintègrent par la suite en émettant des particules légères (n , p , d , ...). Les spectres de ces dernières particules sont donc constitués de la superposition entre le spectre thermique propre de la particule considérée et le spectre thermique d'un noyau beaucoup plus lourd (vitesse plus faible) convolué par la dynamique du processus de désintégration. En fait, ce type de scénario est exactement celui que nous retiendrons dans la troisième partie pour expliquer les paramètres de pente des spectres de pions : équilibre thermique entre nu-

cléon et Δ , puis désintégration du Δ en un nucléon et un pion. A ce sujet nous noterons qu'une distribution de type Boltzmann s'applique à la section efficace différentielle $d^3\sigma/d^3p$ et non pas à la section efficace invariante $E d^3\sigma/d^3p$. Cela a peu d'influence pour les protons (dans la gamme d'énergie des expériences présentées ci-dessus), le terme de masse dominant dans l'énergie totale E . Par contre les paramètres de pente des spectres de pions sont sérieusement affectés par cette correction.

Pour le système $Ne + NaF$, on passe ainsi d'un paramètre de pente $E_0(\pi) = 102 \text{ MeV}$ (réf.³) à une nouvelle valeur de 80 MeV environ. Par ailleurs la nature exponentielle des spectres de pions est nettement dégradée. L'analogie avec le paramètre de pente des protons ($E_0 \sim 122 \text{ MeV}$) qui incitait à une description des phénomènes à partir d'un modèle thermique est donc sérieusement remise en cause. Nous avons cependant conservé pour des raisons pédagogiques une présentation traditionnelle des données telle qu'elle apparaît le plus souvent dans la littérature.

4 Limites d'espace de phase.

La contamination due aux noyaux instables, ou les facteurs pré-exponentiels des formules de densité de niveaux à basse énergie, peuvent inciter à déterminer les paramètres de pente aux énergies de particules les plus grandes possibles. On se heurte alors aux limites d'espace de phase du système. Une description du système en terme de température (ensemble canonique) devient incorrect et les spectres d'énergie perdent leur nature exponentielle ; même dans le cadre d'un équilibre statistique, une analyse qui tienne compte de la conservation d'énergie devient nécessaire (ensemble microcanonique).

DEUXIEME PARTIE : CORRELATION A DEUX PARTICULES

II.1 Corrélations à grand angle : tests expérimentaux du rôle des collision nucléon-nucléon

Nous avons vu qu'une approche simple, le modèle d'espace de phase de Knoll et Bohrmann⁶⁸, permet de rendre compte de bon nombre de résultats inclusifs. Aux deux extrêmes de cette description on trouve d'une part le mécanisme de diffusion simple d'un nucléon du projectile sur un nucléon de la cible et d'autre part le modèle purement thermique à la limite d'un grand nombre de nucléons participant à la collision. Une étude expérimentale de l'importance relative de ce premier mécanisme est possible en mesurant la corrélation cinématique entre deux protons diffusés quasi-élastiquement. Par ailleurs, Hatch et Koonin⁶⁹, partant de cette hypothèse de diffusion simple N-N, ont montré qu'une description raisonnable des données inclusives pourrait être obtenue sous réserve de choisir une distribution de Fermi dans les noyaux incluant des composantes à grande impulsion. Il a même été suggéré d'étudier cette distribution d'impulsion par la mesure des protons énergiques rétrodiffusés (ou à grande impulsion transverse) dans les collisions noyau-noyau à haute énergie. Dans l'opti-

que d'une recherche des effets de compression dans ces collisions noyau-noyau, il est clair que seul un mécanisme de collisions multiples et non pas un processus de diffusion unique du type quasi-élastique (QE) peut conduire aux phénomènes intéressants. Préciser l'origine des protons énergiques à l'arrière, de façon à confirmer (ou infirmer) l'hypothèse de Hatch et Koonin, et plus généralement étudier l'importance relative des deux mécanismes ci-dessus (collisions multiples vs diffusion Q.E) semblent donc essentiels. Nous tenterons à la lumière de quelques résultats expérimentaux de corrélations proton-proton d'apporter les éléments de réponse à ces différentes questions.

Expériences : $^{12}\text{C}(p,2p)X$

Une des hypothèses avancées pour expliquer la présence de protons rétrodiffusés de grande énergie dans les collisions hadron-noyau a été proposée par T. Fujita⁷⁰ ("correlated cluster model"). Ce modèle prédit une corrélation cinématique avant-arrière très différente de celle attendue dans le cadre d'une interprétation en terme de diffusion QE nucléon-nucléon à partir de composantes d'impulsions élevées dans la distribution de Fermi⁷. L'expérience de Dubna⁷², $^{12}\text{C}(p,2p)$ a été réalisée pour tester ces différentes approches. Les conditions expérimentales sont schématiquement décrites sur la figure 21c, l'énergie du faisceau de proton est de 640 MeV. Un proton p_1 est détecté à l'avant à l'angle α_1 dans la fenêtre d'énergie cinétique, $255 < T_1 < 330$ MeV. L'énergie du proton p_3 corrélé à l'arrière (angle α_3) est mesurée entre 50 et 145 MeV. Les résultats sont présentés sur les figures 21a et 21b. Le pic observé à l'angle $\alpha_3 \sim 120^\circ$ est très proche de celui attendu dans la diffusion quasi-élastique du proton incident sur un cluster de deux nucléons (p,N). Ce résultat n'est pas particulièrement surprenant, la fenêtre d'énergie cinétique du proton p_1 (255-330 MeV) ayant été justement choisie pour favoriser le processus ci-dessus, par rapport à la diffusion QE, proton-proton qui conduirait à : $470 < T_1 < 565$ MeV. Par contre, une part importante de la section efficace inclusive associée au proton à l'arrière se retrouve dans cette seule mesure en corrélation. Les auteurs excluent donc pour origine essentielle de ces protons énergiques à l'arrière un mécanisme de diffusion sur un nucléon ayant une grande impulsion virtuelle dans le noyau. Cependant le calcul de l'espace de phase associé au processus



où l'on suppose que la paire de nucléons émise à l'avant a une impulsion relative nulle ($\Delta=0$) donne une distribution angulaire beaucoup trop étroite (cf. fig. 21b). A l'inverse le calcul de J. Knoll⁷³, utilisant son modèle d'espace de phase pour la collision nucléon-noyau, donne une bonne représentation du "fond" des distributions angulaires mais ne permet pas de reproduire le pic observé pour la corrélation $\alpha_1 \sim 10^\circ$ et $\alpha_3 \sim 122^\circ$. En fait J. Knoll fait remarquer que cette corrélation angulaire correspond exactement à la situation où les deux nucléons émis à l'avant ont la même énergie. On s'attend alors à une interaction importante dans l'état final qui n'est évidemment pas pris

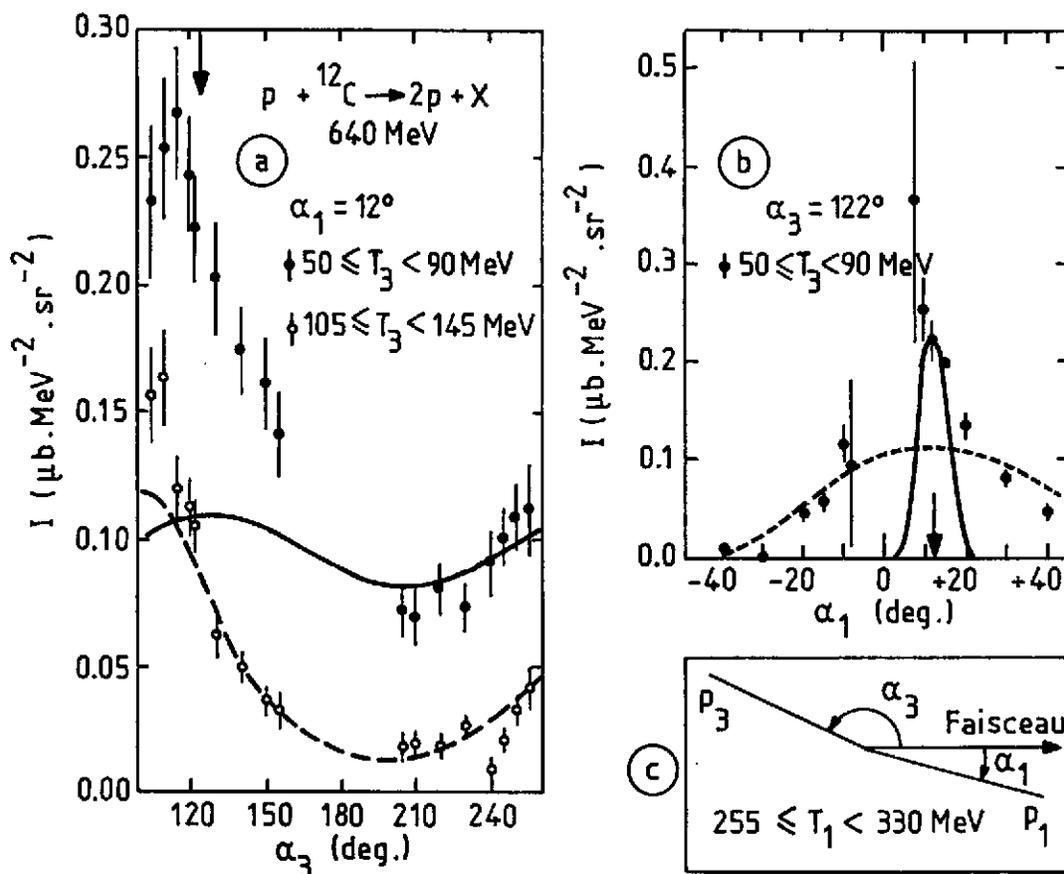


Fig. 21 a) Sections efficaces différentielles pour la réaction $p + {}^{12}\text{C} \rightarrow 2p + \dots$ en fonction de l'angle α_3 et $\alpha_1 = 12^\circ$ fixe. La flèche à $\alpha_3 \sim 122^\circ$ indique la corrélation attendue pour le processus décrit dans le texte (éq.39). Les lignes (— et ----) représentent le calcul de J. Knoll⁷³. b) Distribution angulaire par rapport à α_1 et $\alpha_3 = 122^\circ$ fixe. La ligne — représente la distribution attendue pour le processus décrit dans le texte (éq.39). La ligne ---- correspond au calcul de Knoll ci-dessus. c) Description schématique de l'expérience. Data réf.⁷².

en compte dans son calcul. On peut donc raisonnablement conclure à partir de ces résultats que d'une part l'hypothèse des très grandes impulsions virtuelles des nucléons dans les noyaux n'est pas supportée par l'expérience et que d'autre part le modèle d'espace de phase de Knoll, pour lequel les collisions multiples jouent un rôle important, donne au contraire une description satisfaisante des données là où il est applicable.

Réactions : ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$, ${}^{12}\text{C} + \text{Pb}$ et ${}^{40}\text{Ar} + \text{Pb}$

Alors que l'expérience discutée précédemment était volontairement construite pour éliminer la diffusion quasi-élastique nucléon-nucléon, nous allons maintenant nous placer dans la situation inverse pour tenter d'évaluer la contribution de ce processus dans les collisions noyau-noyau. La figure 22a montre le principe de la mesure effectuée par Nagamiya et al.⁷⁴ sur les systèmes ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ et ${}^{12}\text{C} + \text{Pb}$ à 800 MeV/u. Deux protons sont mesurés en coïncidence, l'un est analysé dans un spectromètre (impulsion p_g , angle $\theta_1 = 40^\circ$ par rapport au faisceau), le second d'énergie supérieure à 100 MeV est détecté soit dans le plan du spectromètre ($\theta_2 = 40^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$) soit dans le plan perpendi-

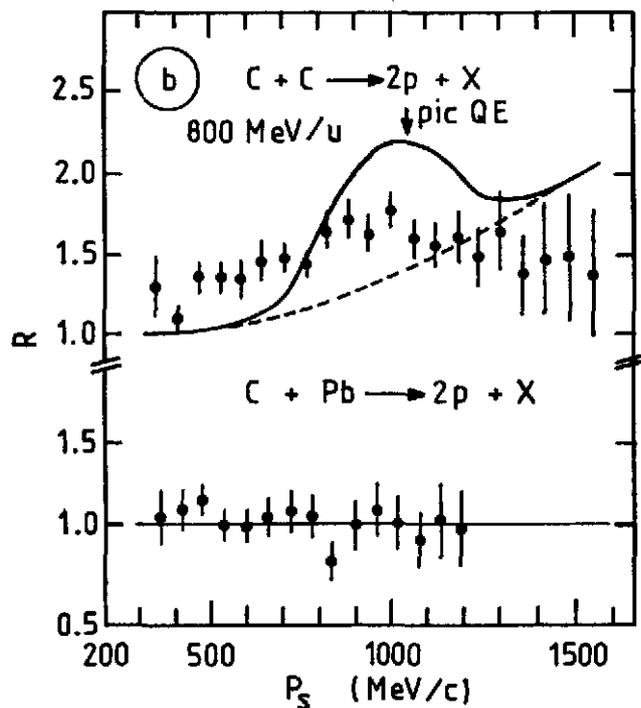
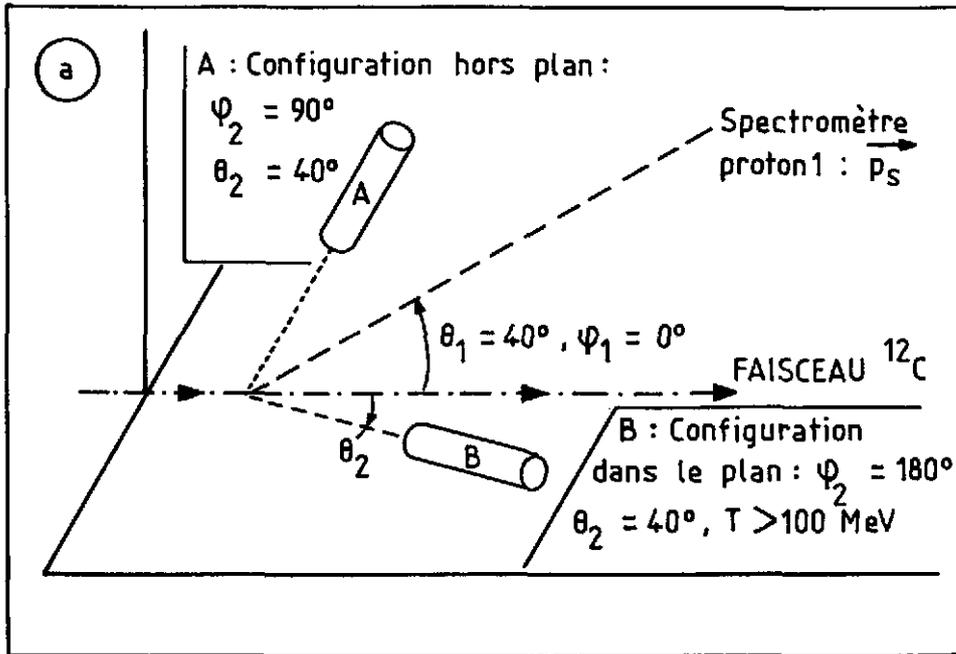


Fig.22 Rapport des taux de coïncidence entre deux photons détectés en configuration "en et hors plan". a) Description schématique de l'expérience. b) Résultats pour les systèmes $\text{C} + \text{C}$ et $\text{C} + \text{Pb}$. Les lignes — correspondent au calcul de J. Knoll⁷³, la ligne ---- représente la contribution des seules collisions multiples ($M + N > 2$). Data réf.⁷⁴.

culaire ($\theta_2 = 40^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$). Le rapport R des deux mesures, dans et hors du plan, est présenté sur la figure 22b en fonction de l'impulsion du proton dans le spectromètre. On voit clairement apparaître un pic vers 1 GeV/c pour le système $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ alors que les résultats en $^{12}\text{C} + \text{Pb}$ sont complètement plats. Cette impulsion est exactement celle attendue dans le cas d'une diffusion quasi-élastique

proton-proton. On a aussi reporté sur la figure les calculs d'espace de phase de Knoll⁷³. La position du pic est bien reproduite, mais les collisions multiples (----) prédisent un accroissement du rapport R, aux grandes impulsions de protons ; à ma connaissance cette idée n'a pas été poursuivie du point de vue expérimental. En ce qui concerne les données sur le système lourd, C + Pb, il est important de noter que les résultats ne permettent pas de conclure simplement à l'absence de diffusion quasi-élastique. En effet le "signal" associé à deux protons diffusés quasi-élastiquement est progressivement noyé dans le "bruit de fond" associé à deux protons non corrélés lorsque la multiplicité augmente (i.e. pour les systèmes plus lourds).

Des mesures plus complètes effectuées par le même groupe⁷⁵ donnent aussi le rapport R en fonction de l'angle du spectromètre dans le laboratoire. Les résultats sont présentés sur la figure 23. Les mesures sont cette fois intégrées sur la distribution d'impulsion dans le spectromètre. On retrouve bien, pour le cas de la collision C + C, un maximum à 40° correspondant à la diffusion QE nucléon-nucléon. Une analyse plus détaillée de ces données⁷⁶ permet d'estimer la proportion des diffusions QE dans la collision, soit environ 40 % pour les systèmes légers comme C + C ou Ne + NaF.

Les données en Ar + Pb qui apparaissent au bas de la figure 23 sont plus difficiles à interpréter. Une première explication avancée pour justifier la valeur du rapport observé aux angles intermédiaires ($R < 1$ pour $\theta_s < 70^\circ$) fait appel à la notion d'écran ("shadowing").

Les effets de rediffusion dans la partie spectatrice de la cible pourraient ainsi favoriser l'émission hors du plan par rapport à l'émission dans le plan. Cependant cette image ne permet pas de comprendre pourquoi le rapport R redevient positif aux grands angles. Cette dernière constatation a conduit Csernai et al.⁷⁷ à proposer une autre interprétation qui prend en compte la distribution d'impulsion des protons détectés dans le spectromètre. Il apparaît ainsi que les mesures aux angles intermédiaires ($R < 1$) correspondent à des protons d'énergie moyenne élevée, tandis qu'au contraire leur énergie est petite pour les grands angles ($R > 1$). Ce résultat

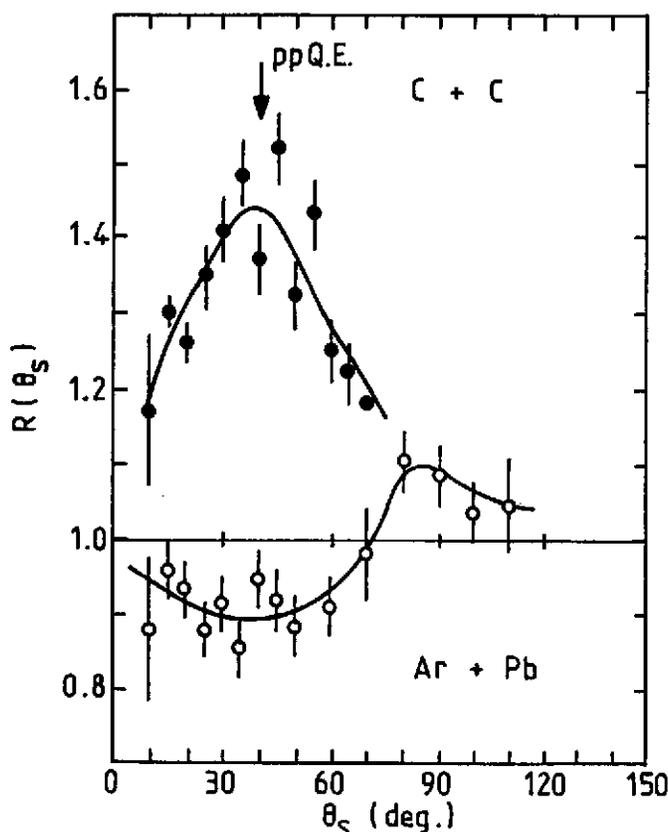


Fig.23 Même dispositif expérimental que celui décrit dans la figure 22a. Variation du rapport de coïncidence dans et hors plan en fonction de l'angle du spectromètre. Les lignes — ne sont là que pour guider l'oeil. Data réf.⁷⁵.

tat est aussi celui attendu dans une description hydrodynamique de la collision dont un exemple de calcul est présenté sur la figure 24. Aux grands angles on a tendance à détecter en coïncidence un proton issu du projectile en opposition avec un proton lent provenant de la cible ($R > 1$, énergie faible). Cette corrélation disparaît aux angles intermédiaires où l'on favorise au contraire l'émission de protons énergiques d'un même côté par rapport au faisceau ce qui diminue le rapport des coïncidences dans et hors du plan du spectromètre ($R < 1$). On voit ainsi apparaître pour les systèmes suffisamment lourds une indication d'effet collectif du type hydrodynamique. A ce sujet nous noterons que l'essentiel des mesures détaillées, de type inclusif, a été effectué sur des systèmes légers. Il n'est donc pas très surprenant que les approches les plus simples du type cascade intranucléaire en aient donné une description satisfaisante. Ce n'est que pour des systèmes plus lourds ou par des mesures plus exclusives que l'on peut espérer mettre en évidence les effets de compression de la matière nucléaire. La déviation des paramètres de pente du système La + La par rapport à la systématique des noyaux légers (cf. Tableau I, première partie) nous oriente d'ailleurs vers les mêmes conclusions.

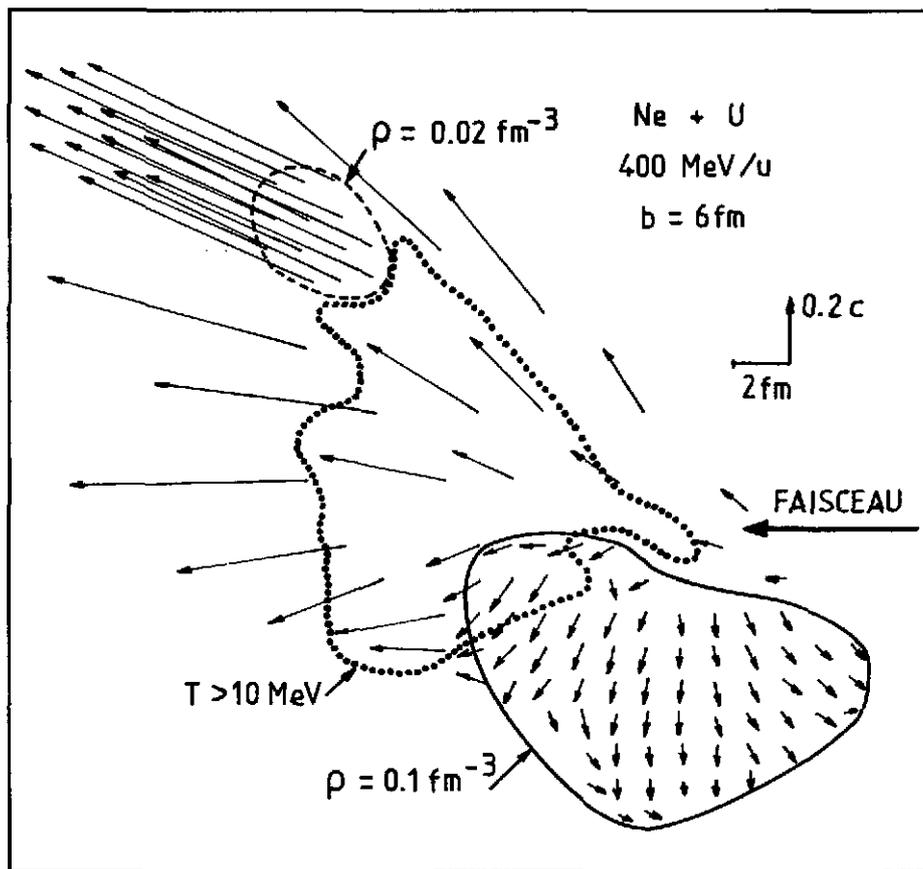


Fig.24 Résultat d'un calcul hydrodynamique par Stöcker et al.⁷⁸. A noter l'effet très net de rebondissement du projectile.

II.2 Corrélation à faible impulsion relative. Interférométrie nucléaire

II.2.1 Quelques rappels historiques [H-B et T], [G.G.L.P.]

Nous avons déjà évoqué la possibilité d'évaluer la taille de la boule de feu à partir du taux de production de particules composites. Ce type de renseignements est particulièrement intéressant puisque couplés à une mesure du nombre de participants, ils peuvent donner des indications sur la densité du système pendant la collision.

Une autre méthode consiste à effectuer une mesure d'interférométrie qui utilise les propriétés de symétrie de la fonction d'onde de deux bosons (comme deux mesons π). Ce type de technique a été initié il y a plus de trente ans par Hanbury-Brown et Twiss⁷⁹ [H-B et T] dans le domaine de la radio-astronomie (détermination de la taille des étoiles). La mesure de la moyenne temporelle de la corrélation entre l'émission lumineuse (photons) à une fréquence donnée provenant d'une même étoile, par deux détecteurs situés à une distance d est ainsi caractérisée par une relation du type :

$$\langle C \rangle_t \propto \cos\left(\omega \times \frac{R}{D} \times d\right) \quad (40)$$

où : $\lambda = 2\pi/\omega$ est la longueur d'onde d'analyse des détecteurs

R et D le diamètre et la distance de l'étoile

et d la distance entre les détecteurs de mesure.

Bien que le calcul de la relation ci-dessus puisse se faire dans le cadre classique d'interférence entre ondes lumineuses, cette technique repose fondamentalement sur l'indiscernabilité des photons qui parviennent aux détecteurs (i.e. la symétrie de la fonction d'onde).

Goldhaber, Goldhaber, Lee et Pais⁸⁰ ont été les premiers à étendre ce type de technique au domaine des particules élémentaires. Cependant il ne s'agit plus cette fois d'étudier la fluctuation temporelle d'une fonction de corrélation, mais les corrélations en impulsion et en énergie induites par la symétrie de la fonction d'onde ; le phénomène observé concerne la distribution angulaire relative de deux pions chargés dans l'annihilation \bar{p}, p (expérience de chambre à bulles) à 1,05 GeV/c. G.G.L.P. montrèrent que l'introduction de la symétrie de la fonction d'onde dans le modèle statistique de Fermi⁸¹ permettait de rendre compte de la différence d'ouverture angulaire moyenne entre pions identiques et pions de charge différente. Le modèle ci-dessus contient en outre, comme paramètre, le volume d'interaction qu'il est ainsi possible de déterminer ($R \sim 1$ fm pour ce genre d'expérience). L'extension de la méthode de calcul au cas où un grand nombre de particules est produit dans la réaction devient extrêmement pénible (intégration du type Monte-Carlo sur l'espace

de phase des particules "ininteressantes"). Heureusement dans ce dernier cas on peut, du fait même des grandes multiplicités, négliger les contraintes d'espace de phase associées aux particules non mesurées et ne considérer que la seule fonction de corrélation à deux particules introduite par Kopylov et Podgoretskii⁸² :

$$C(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{\langle n \rangle^2}{\langle n(n-1) \rangle} \frac{\sigma \, d^6\sigma/d^3p_1 \, d^3p_2}{d^3\sigma/d^3p_1 \times d^3\sigma/d^3p_2} \quad (41)$$

où l'on a tenu compte des normalisations différentes pour la section efficace simple et double soit :

$$\int \frac{1}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{d^3p_1} \, d^3p_1 = \langle n \rangle \quad (41.1)$$

$$\int \frac{1}{\sigma} \frac{d^6\sigma}{d^3p_1 \, d^3p_2} \, d^3p_1 \, d^3p_2 = \langle n(n-1) \rangle$$

C'est sous cette dernière forme que la technique d'interférométrie nucléaire a été appliquée aux collisions d'ions lourds à haute énergie.

II.2.2 Corrélation à deux mésons π : $A + B \rightarrow \pi^\pm + \pi^\pm + \dots$

Formule de base - relation avec les paramètres de source

Nous allons tout d'abord dériver la formule de base qui relie la fonction de corrélation et certaines caractéristiques de la "source" d'émission. Considérons la situation décrite sur la figure 25. Dans l'approximation de l'onde plane l'événement à deux pions est caractérisé par l'amplitude symétrique dans l'échange $r_1 \leftrightarrow r_2$:

$$\phi(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{i p_1(X_1 - r_1)} \times e^{i p_2(X_2 - r_2)} + e^{i p_1(X_1 - r_2)} \times e^{i p_2(X_2 - r_1)} \right] \quad (42)$$

où l'on a posé $pX = p \cdot X - E.t.$

La probabilité est proportionnelle au carré de l'amplitude que l'on peut facilement réécrire sous la forme :

$$|\phi(\vec{p}_1, \vec{p}_2)|^2 = 1 + \cos[\vec{q} \cdot \Delta\vec{X} - q_0 \Delta t] \quad (43)$$

avec

$$\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2, \quad q_0 = E_1 - E_2$$

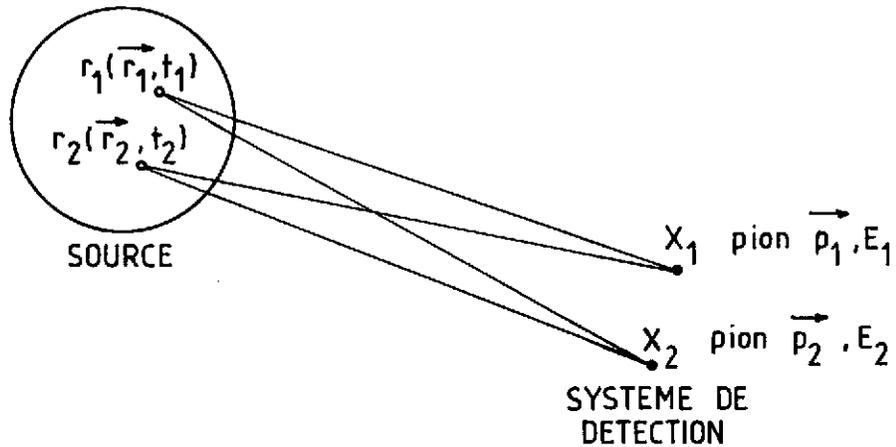


Fig.25 Principe d'une mesure d'interférométrie. Les deux pions de quadri-impulsion $(\vec{p}_1, E_1 ; \vec{p}_2, E_2)$ sont émis aux points $r_1(\vec{r}_1, t_1)$ et $r_2(\vec{r}_2, t_2)$ de la source et mesurés par deux détecteurs localisés en X_1 et X_2 .

et

$$\Delta X = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \Delta t = t_1 - t_2$$

Supposons maintenant que la source soit caractérisée par une distribution d'émission

$\rho(\vec{X}, t) \equiv \rho(\vec{X})$; on obtient alors pour la probabilité de détecter deux pions :

$$P(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \int d^4 X_1 d^4 X_2 \rho(X_1) \rho(X_2) [1 + \cos(q(X_1 - X_2))] \quad (44)$$

$$= 1 + |\tilde{\rho}(\vec{q}, q_0)| \quad (45)$$

où $\tilde{\rho}(\vec{q}, q_0)$ est simplement la transformée de Fourier (d'espace-temps) de la source.

Si l'on remarque par ailleurs que la distribution $\rho(X)$ aurait dû être normalisée par la condition d'émission d'un pion d'impulsion \vec{p}_1 on a alors :

$$\rho_n(X_1) = \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d^3 \sigma}{d^3 p_1} \right) \rho(X_1) \quad (46)$$

ce qui s'élimine avec les termes correspondants de la fonction de corrélation (éq.41) et l'éq.(44) donne directement le résultat recherché.

La mesure d'interférométrie n'est donc sensible qu'à la différence d'impulsion et d'énergie des deux pions détectés. Prenons le cas particulier d'une source gaussienne, soit :

$$\rho(\vec{X}, t) \propto e^{-\vec{X}^2/R^2} \times e^{-t^2/\tau^2} \quad (47)$$

on obtient simplement pour la fonction de corrélation :

$$C(\vec{q}, \vec{q}_0) = 1 + e^{-\vec{q}^2 R^2/2} \times e^{-q_0^2 \tau^2/2} \quad (48)$$

qui ne dépend plus que de la valeur absolue de l'impulsion relative $|\vec{q}| = |\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$. Deux cas limites sont intéressants à remarquer. A grande impulsion relative, on obtient :

$$q, q_0 \rightarrow \infty \quad \text{et} \quad C \rightarrow 1$$

Le cas inverse de deux mesons π de même énergie émis dans la même direction donne :

$$q, q_0 = 0 \quad \text{et} \quad C = 2$$

en accord avec la statistique des bosons qui implique une probabilité double d'avoir deux particules dans le même état quantique.

Pratiquement les données expérimentales sont comparées à une formule du type 48 dans laquelle un paramètre supplémentaire λ a été introduit pour tenir compte d'une possible cohérence de la source⁸³:

$$C(\vec{q}, \vec{q}_0) = 1 + \lambda e^{-\vec{q}^2 R^2/2} e^{-q_0^2 \tau^2/2} \quad (49)$$

Il apparaît en effet que les bosons issus d'une source totalement cohérente sont complètement décorrélés ($C(\vec{q}, \vec{q}_0) = 1$). En fait, Gyulassy⁸⁴ a montré qu'il fallait être extrêmement prudent dans ce type d'interprétation, d'autres effets de corrélations dynamiques avec les fragments inobservés dans la réaction pouvant conduire à une réduction de la corrélation aux faibles impulsions ($C(\vec{q}, \vec{q}_0) < 2$ pour $\vec{q} \rightarrow 0$).

Evaluation de la fonction de corrélation

Considérons maintenant le problème pratique de l'évaluation expérimentale de la fonction de corrélation (éq.41). Les mesures indépendantes des sections efficaces simplement et doublement différentielles présentent des difficultés expérimentales insurmontables. Par exemple, la sélectivité introduite sur le processus de réaction par la contrainte de détection simultanée de deux pions ne se retrouve pas dans les mesures inclusives à une particule. Il est de même pratiquement impensable de mesurer la section efficace doublement différentielle dans un domaine suffisant d'impulsions des deux pions pour pouvoir déterminer la section efficace en simple par intégration sur la distribution du pion inobservé. Pour résoudre ce problème Kopylov⁸⁵ a suggéré d'évaluer la fonction de corréla-

tion en effectuant le rapport du taux de comptage où deux pions sont émis dans un même événement, au "taux de comptage" simulé lorsque les deux pions sont choisis dans des événements différents, soit :

$$C^S(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \propto \frac{N_c(\vec{p}_1, \vec{p}_2) : \text{même événement}}{N_{n.c.}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) : \text{événement différent}} \quad (50)$$

où $N_c(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ est le taux de comptage associé à deux pions d'impulsion \vec{p}_1 et \vec{p}_2 observé dans une mesure de corrélation

et $N_{n.c.}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ correspond à une distribution simulée à partir des données de la même mesure où les pions non corrélés (n.c.) appartiennent à des événements différents.

De cette façon, on espère ne garder dans la fonction de corrélation $C^S(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ que les aspects proprement liés à la présence de pions corrélés dans le même événement (dont la symétrie de la fonction d'onde) en éliminant de nombreux facteurs parasites comme certaines efficacités de détection ou le problème de sélectivité sur le processus de réaction mentionné ci-dessus. Ce faisant, on perd malheureusement la normalisation de la fonction de corrélation (d'où le signe de proportionnalité qui apparaît dans l'équation 50). Cette normalisation est habituellement rétablie en imposant la limite $C=1$ aux grandes impulsions relatives ; cependant, cette contrainte n'est pas sans conséquences, certaines corrélations dynamiques, comme l'existence d'un plan de réaction⁸⁴, pouvant modifier la limite ci-dessus. Par ailleurs, la distribution simulée à partir d'événements différents peut être biaisée et dépendre de la fonction de corrélation recherchée si l'acceptance cinématique du système de détection est limitée⁸⁶. Ceci conduit en général à une procédure itérative où une première évaluation de la fonction de corrélation est réintroduite dans les données pour corriger la distribution non-corrélée $N_{n.c.}$. Enfin, si l'on dispose d'une statistique de n événements à deux pions, on peut construire de l'ordre de $N = n^2$ événements non-corrélés, mais il est clair que les erreurs statistiques ne seront pas proportionnelles à $N^{1/2}$, le même pion se retrouvant dans un grand nombre ($\sim n$) de couples différents. Ceci conduit pratiquement à utiliser l'ensemble de toutes les combinaisons possibles de deux pions dans les données pour minimiser les erreurs dans l'évaluation du dénominateur de l'équation (50).

Interaction dans l'état final : facteur de Gamow, correction de Coulomb

Tous les problèmes évoqués jusqu'ici ayant été supposés résolus, il reste encore, avant de déterminer les paramètres de sources, à effectuer les corrections liées à la nature chargée des pions. La corrélation maximum associée à la symétrie de la fonction d'onde apparaît en effet pour les faibles impulsions relatives ; mais c'est aussi dans ces conditions que l'interaction coulombienne mutuelle des deux pions détectés sera la plus importante. La fonction de corrélation peut être corrigée de ce

dernier phénomène en comparant les valeurs à l'origine (avant interaction) et à l'infini (pions finalement observés) de la fonction d'onde relative des deux pions, soit :

$$|\phi_{\vec{q}}(r \rightarrow \infty)|^2 = |\phi_{\vec{q}}(r = 0)|^2 \times G \quad (51)$$

Le facteur de Gamov G peut être calculé dans l'approximation non relativiste puisque l'on s'intéresse à la limite $q \rightarrow 0$. On obtient ainsi en résolvant l'équation de Schrödinger avec le potentiel de Coulomb :

$$G(\eta) = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \quad (52)$$

avec

$$\eta = m_0 e^2 / \hbar q_{c.m.}$$

où m_0 est la masse du pion

et $q_{c.m.}$ l'impulsion relative des deux pions dans le c.m.

Finalement la distribution simulée $N_{n.c.}$ qui ne contient pas l'interaction dans l'état final est corrigée par ce même facteur G , sans oublier le changement de référentiel $q_{c.m.}^2 = \vec{q}^2 - q_0^2$, soit :

$$N_{n.c.}^{Gamow}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = N_{n.c.}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \times G \left(\frac{m e^2}{\hbar(\vec{q}^2 - q_0^2)^{1/2}} \right) \quad (53)$$

avec toujours la même définition :

$$\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \quad \text{et} \quad q_0 = E_1 - E_2$$

En fait le calcul ci-dessus a été effectué en supposant une source ponctuelle (limite $\phi_{\vec{q}}(r=0)$) et il faudrait en principe tenir compte de la taille de la source que nous cherchons à déterminer. Une évaluation de l'ordre de grandeur de cet effet⁸⁶ (quelques %) montre qu'il peut être négligé dans la pratique.

Une dernière correction devrait aussi être appliquée à la fonction de corrélation pour tenir compte du mouvement des deux pions dans le champ coulombien des autres fragments nucléaires présents dans la collision. Heureusement la situation est inverse de celle attendue pour le facteur de Gamow puisque deux pions d'impulsions voisines ($q \rightarrow 0$) seront affectés de la même façon. En l'absence d'information précise sur la distribution de ces autres fragments il semble donc préférable d'ignorer ce dernier effet. Une certaine prudence reste de mise, car la normalisation globale de la fonction de corrélation est justement effectuée aux grandes impulsions relatives, là où l'effet pourrait

être important (cf. par exemple l'influence du champ coulombien des fragments spectateurs sur les particules chargées émises suivant la direction du faisceau).

Résultats expérimentaux

Les premières tentatives de mesure ont été effectuées à partir de données de chambre à dards ("streamer chamber")⁸⁷⁻⁸⁹. Un résultat de Beavis et al.⁸⁹ sur le système Ar + KCl à 1,5 GeV/u est présenté sur la figure 26. On notera l'effet de la correction de Gamow qui augmente fortement la

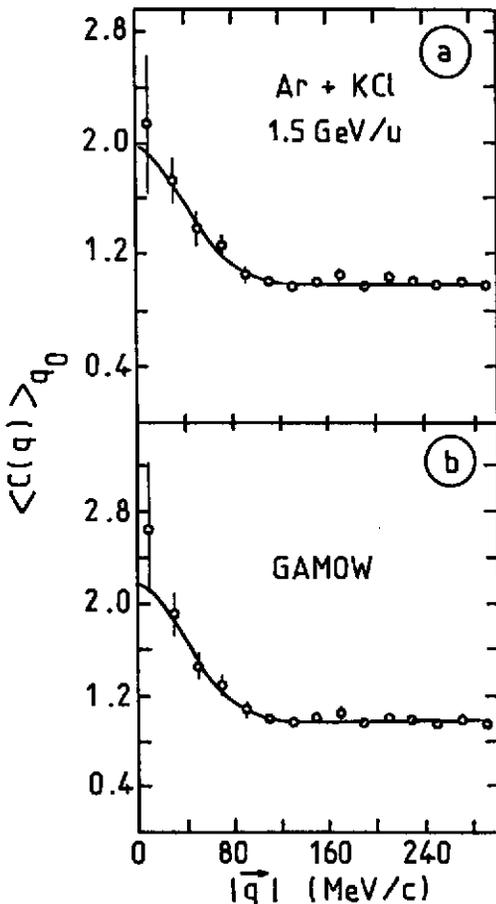


Fig.26 Fonction de corrélation à deux pions intégrée sur leur différence d'énergie, $q_0 = E_1 - E_2$. La mesure a été effectuée sur le système Ar + KCl + $2\pi^-$ à 1,5 GeV/u à l'aide d'une chambre à dards. a) Résultats expérimentaux pour le rapport $N_c/N_{n.c.}$ des événements corrélés aux événements simulés en fonction de l'impulsion relative des deux pions, $|\vec{q}|$. Les données sont normalisées à l'unité pour les grandes valeurs de q . b) Même résultats expérimentaux que ci-dessus après application de la correction de Gamow. La ligne — est un ajustement par moindre carré de la formule (49) dans laquelle la valeur de τ a été arbitrairement fixée à 1,5 fm/c. Data réf.⁸⁹.

corrélations aux faibles impulsions relatives des deux pions, $|\vec{q}|$. Malheureusement ce type d'expérience qui nécessite une analyse détaillée de clichés stéréophotographiques est sérieusement limité en nombre d'événements mesurés. La faible statistique des résultats ci-dessus a ainsi conduit leurs auteurs à intégrer les données sur la différence d'énergie $q_0 = E_1 - E_2$. De plus l'ajustement des paramètres de la formule (49) (source gaussienne) a été fait en fixant arbitrairement le temps d'émission de la source $\tau = 1,5$ fm/c. Dans ces conditions, les autres caractéristiques de cette source $R \sim 5$ fm et $\lambda = 1,2$ n'ont sans doute qu'une valeur indicative.

Plus récemment Zacj et al.⁹⁰ ont effectué une expérience très complète sur les systèmes Ar + KCl et Ne + NaF à 1,8 GeV/u. Quelques résultats moyennés, soit sur la différence d'énergies $\langle C_2(q) \rangle$, soit sur la différence d'impulsions $\langle C_2(q_0) \rangle$ sont présentés sur la figure 27. Comme pour le cas précédent on remarquera l'importance de la correction de Gamow qui est aussi sensible sur la distribution intégrée sur q_0 (figure 27b₁) que sur celle intégrée sur $|\vec{q}|$ (figure 27b₂). Ceci est dû à l'acceptance cinématique du spectromètre utilisé pour la mesure qui est piquée autour de la région $|\vec{q}| \sim q_0$, (cf. équation (53)). Pour la même raison, les évaluations des paramètres de sources, rayon et temps d'émission, sont fortement corrélées comme il est indiqué sur les contours de degré de confiance qui apparaissent sur la figure 28. Les valeurs des paramètres qui correspondent

aux lignes continues sur la figure 27 sont reportés dans le tableau II.

L'extrême sensibilité des résultats à la correction de Gamow montre l'importance d'une prise en compte correcte des mécanismes d'interaction dans l'état final pour une détermination un peu précise des paramètres de source. Au stade actuel de l'analyse et malgré les efforts expérimentaux, les incertitudes restent grandes. Néanmoins, ces derniers résultats sont en bon accord avec de nouvelles données de chambre à dards portant sur un échantillon plus grand (7200 événements). Celles-ci donnent pour le système voisin $\text{Ar} + \text{KCl} \rightarrow 2\pi^- + \dots$ à 1,5 GeV/u les valeurs suivantes⁹¹ :

$$\lambda = 0,74 \pm 0,17 \quad R = 3,8 \pm 0,5 \text{ fm} \quad \tau = 4,5 \pm 1,5 \text{ fm/c.}$$

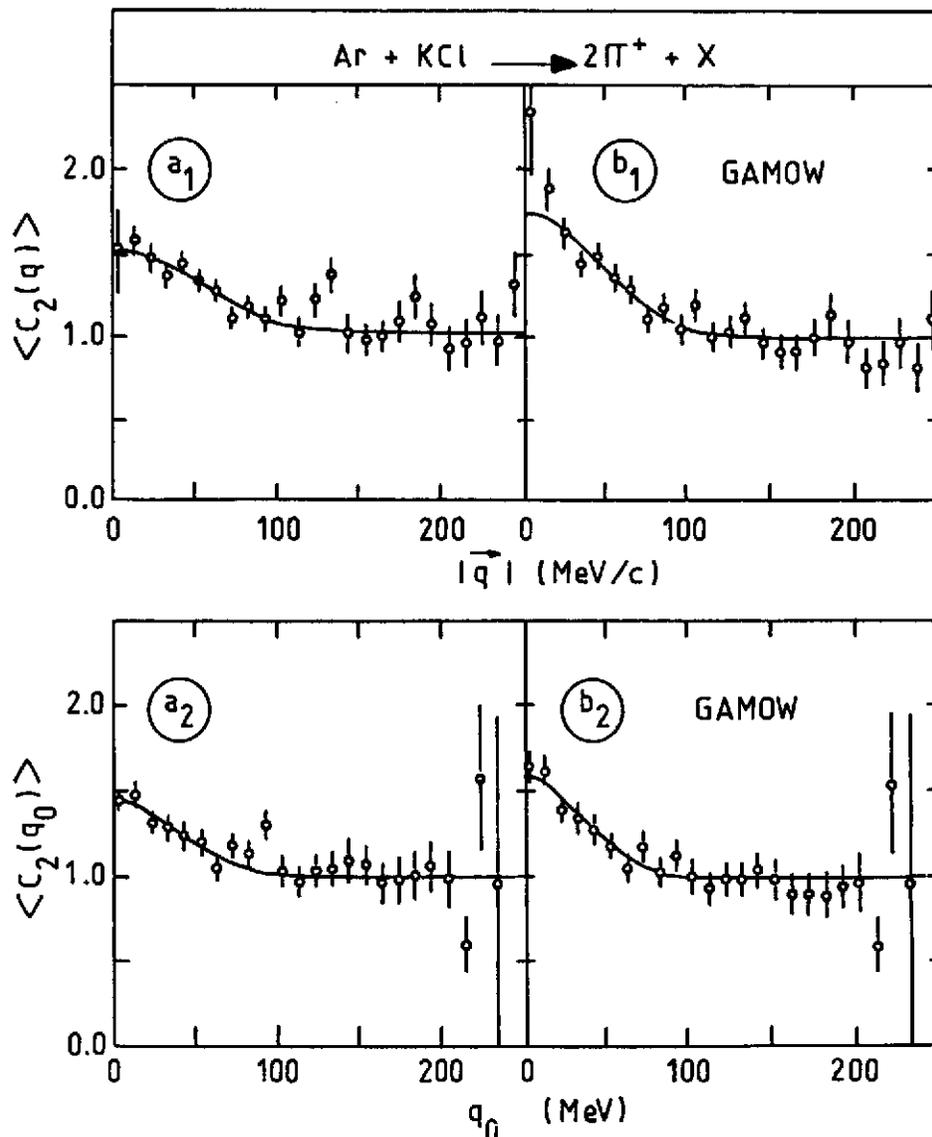


Fig.27 Fonction de corrélation à deux pions pour le système $\text{Ar} + \text{KCl} \rightarrow 2\pi^+ + \dots$ à 1,8 GeV/u. a_1) Rapport $N_c/N_{n.c.}$ moyenné sur la différence d'énergie $q_0 = E_1 - E_2$. Les données sont normalisées à l'unité pour les grandes impulsions relatives $|\vec{q}| > 200$ MeV/c. b_1) idem ci-dessus après correction de Gamow. a_2) Rapport $N_c/N_{n.c.}$ moyenné sur la différence d'impulsion $|\vec{q}| = |\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$ en fonction de la différence d'énergie des deux pions, q_0 . b_2) idem ci-dessus après correction de Gamow. Les lignes — correspondent à un ajustement par moindré carré de la formule (49). Les paramètres sont indiqués dans le tableau II. Data réf.⁹⁰.

Ces dernières mesures sont intéressantes car une évaluation simultanée de la multiplicité des particules chargées associée à l'émission de deux pions a été effectuée. On peut ainsi relier la mesure de la taille de la source à une évaluation de la densité critique, une motivation essentielle de ce type de mesure. Partant d'une estimation de 50 nucléons pour les participants et transposant le rayon gaussien de 3,8 fm en un rayon équivalent de source uniforme, soit environ 6 fm, on obtient ainsi une densité de $\rho_c \sim 0,3 \times \rho_0$! Nous sommes malheureusement très loin des fortes densités (comparées à la densité normale) que nous aurions aimé mettre en

évidence. En fait, ce relatif échec est

maintenant assez bien compris, au moins qualitativement. Considérons par exemple l'évolution en fonction du temps des nombres de Δ et de mésons π , telle que prédite par un calcul de cascade intranucléaire (cf. figure 29). Il apparaît clairement que la somme totale, $\Delta + \pi$, est fixée à un stade relativement initial de la collision, par contre les mésons π qui résultent essentiellement de la désintégration des Δ n'apparaissent que lentement. Compte tenu du mécanisme d'expansion attendu pour la zone des participants, il n'est donc pas surprenant qu'une mesure d'interférométrie nucléaire utilisant les mésons π comme particules test conduise à des tailles de source importantes (ou des densités faibles). Ceci nous incite naturellement à considérer des mesures de corrélation entre des particules qui soient émises plus rapidement dans la collisions, comme les protons et c'est ce sujet que nous allons maintenant aborder.

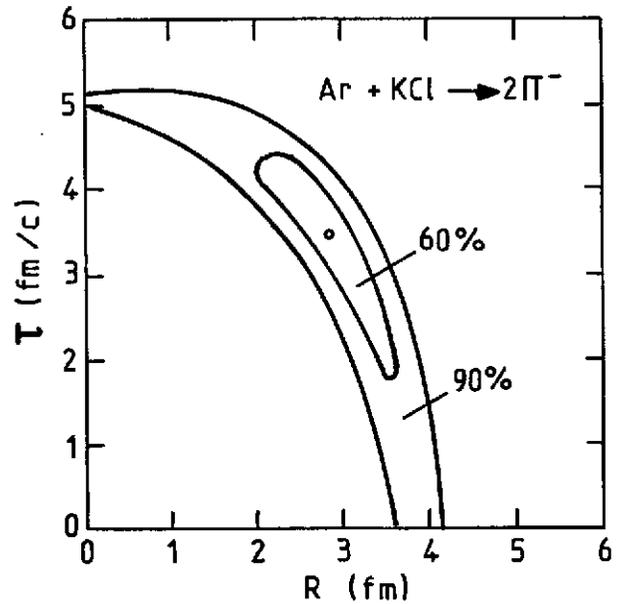


Fig.28 Contour des niveaux de confiance à 60 et 90 % pour la détermination des paramètres R et τ sur les données Ar + KCl \rightarrow $2\pi^-$ + ... Data ref.⁹⁰.

Tableau II

Résultats expérimentaux de la réf.⁹⁰.

Ar + KCl \rightarrow $2\pi^+$ + ... 1,8 GeV/u	λ	R fm	τ fm/c
pas de correction	$0,48 \pm 0,07$	$2,26 \pm 1,4$	$4,12 \begin{smallmatrix} +1,2 \\ -2,0 \end{smallmatrix}$
avec correction de Gamow	$0,73 \pm 0,07$	$4,20 \begin{smallmatrix} +0,4 \\ -0,6 \end{smallmatrix}$	$1,54 \begin{smallmatrix} +2,4 \\ -1,5 \end{smallmatrix}$

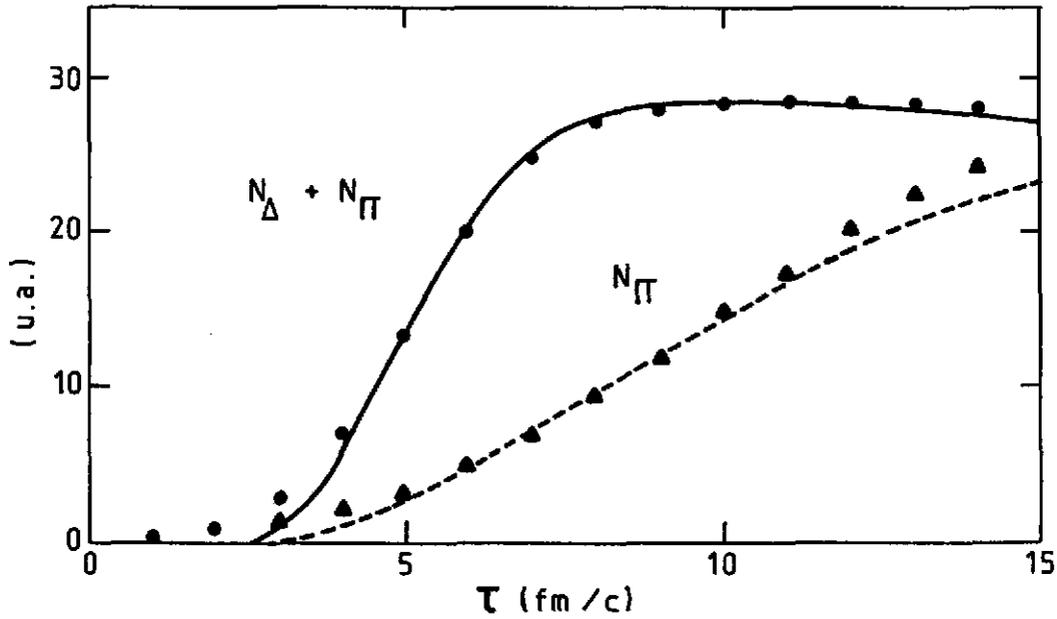


Fig.29 Résultat d'un calcul de cascade intranucléaire⁹² pour le système Ca + Ca à 1,8 GeV/u. Evolution en fonction du temps du nombre de Δ et π produits dans la collision.

II.2.3 Corrélation à faible impulsion relative entre protons : $A + B \rightarrow p + p + \dots$

Les expressions (éq.42 à 45) que nous avons dérivées dans la section précédente prennent explicitement en compte le fait que les mésons π sont des bosons. La première modification évidente que nous devons apporter à ces formules est donc de remplacer la condition de symétrie de la fonction d'onde (bosons) par l'antisymétrie correspondant aux protons (fermions). Le résultat final est un simple changement de signe dans l'équation (45), soit :

$$C(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 1 - |\tilde{\rho}(\vec{q}, q_0)| \quad (54)$$

où $\tilde{\rho}(\vec{q}, q_0)$ est toujours la transformée de Fourier de la source $\rho(X, t)$

et $\vec{q}, q_0 = \vec{p}_1 - \vec{p}_2, E_1 - E_2$: différence d'impulsion et d'énergie des deux protons

Les deux cas limites, grande et faible impulsion relative sont maintenant :

$$1) |\vec{q}|, q_0 \rightarrow \infty, C \rightarrow 1$$

Comme précédemment cette relation sera utilisée pour normaliser les fonctions de corrélation expérimentales.

ii) $\vec{q} \rightarrow 0$, $C \rightarrow 0$

En accord avec la statistique des fermions qui interdit d'avoir deux particules dans le même état quantique.

En fait la relation (54) n'est pas vraiment utilisable pour les protons en raison de l'importance des interactions dans l'état final, particulièrement d'origine nucléaire, que nous avons pu négliger dans le cas des mésons π . Il faut maintenant remplacer les ondes planes qui apparaissent dans l'équation (45), par les fonctions d'ondes associées à la diffusion de deux protons soumis à leur potentiel coulombien et nucléaire mutuel. Bien entendu il n'est alors plus possible d'exprimer le résultat sous la forme d'une simple transformée de Fourier. Koonin⁹³ a montré qu'une expression utilisable pouvait être obtenue dans le cadre de l'approximation du paquet d'onde gaussien pour le terme de source. Sans rentrer dans le détail de cette dérivation, nous allons cependant en donner les éléments essentiels.

Formule de Koonin

i) Le premier ingrédient du calcul de Koonin est le paquet d'onde gaussien associé à la distribution d'un seul proton, soit :

$$D(\vec{X}, \vec{p}) = \rho(\vec{p}) \pi^{-3/2} R^{-3} \exp[-(\vec{X} - \vec{V}_0 t)^2 / R^2] \times \pi^{-1/2} \tau^{-1} \exp[-t^2 / \tau^2] \quad (55)$$

où $\rho(\vec{p})$ est la distribution d'impulsion normalisée : $\sigma^{-1} d^3\sigma / d^3p$

$\vec{X} = \vec{X}, t$ décrit un point d'espace-temps dans la source où est émis le proton (dernière diffusion)

R, τ la dimension et le temps d'émission de la source

et \vec{V}_0 la vitesse d'entraînement de la source.

ii) Par ailleurs la distribution à deux protons s'écrit comme précédemment à partir des termes de sources et de la probabilité de l'événement à deux protons (carré de la fonction d'onde) :

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{d^3p_1 d^3p_2} = \int d^4x_1 d^4x_2 D(x_1, \vec{p}_1) D(x_2, \vec{p}_2) |\phi_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}(x_1, x_2)|^2 \quad (56)$$

où les coordonnées de collision :

$$\left. \begin{aligned} \vec{x}_1' &= \vec{x}_1 - \vec{V} t_1 \\ \vec{x}_2' &= \vec{x}_2 - \vec{V} t_2 \end{aligned} \right\} \vec{V} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{2m}$$

sont introduites pour tenir compte du déplacement des nucléons entre les temps d'émission t_1 et t_2 .

En négligeant l'influence du champ moyen nucléaire sur la fonction d'onde de l'état final, cette dernière se factorise en une onde plane pour le centre de masse et la fonction d'onde du mouvement relatif des deux protons. Compte tenu de l'expression des termes de sources (éq.55), toutes les intégrales sont alors calculables analytiquement, sauf celle portant sur la coordonnée relative. On obtient ainsi la formule finale :

$$C(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} R^2 \lambda} \int d^3r \exp\left(\frac{\vec{r}^2 - (\vec{r} \cdot \vec{v}' \tau / \lambda)^2}{2 R^2}\right) \times \left\{ \frac{1}{4} |\phi_{q=\Delta p}^+(\vec{r})|^2 + \frac{3}{4} |\phi_{q=\Delta p}^-(\vec{r})|^2 \right\} \quad (57)$$

où $\vec{v}' = \vec{v}_0 - \vec{v}$, la différence des vitesses de la source et du centre de masse des deux protons

$$\lambda = [R^2 + (\vec{r} \cdot \vec{v}' \tau)^2]^{1/2}$$

et la fonction d'onde relative a été séparée en ses composantes singlet et triplet de spin avec leur poids respectifs.

Pour aller plus loin, il faut connaître explicitement les fonctions d'ondes $\phi_q^+(\vec{r})$. Les calculs ont été effectués par Koonin en utilisant le potentiel de Reid⁹⁴. Le cas le plus simple est celui où le temps caractéristique de la source est négligeable ($v'\tau = 0$). Les résultats sont reportés sur la figure 30a. On remarque un pic dans la fonction de corrélation, vers 20 MeV/c, qui a pour origine la forte attraction nucléaire dans l'onde 1S_0 . Pour $q = |\Delta p| < 10$ MeV/c, c'est au contraire l'interaction coulombienne qui l'emporte produisant la forme du creux observé sur les différentes courbes. Bien entendu la structure tend à disparaître lorsque la taille de la source augmente.

Dans le cas général ($\tau \neq 0$), la corrélation prédite par l'équation(57) dépend de l'orientation relative de la différence d'impulsion des deux protons, $\Delta \vec{p} = \vec{q}$ et de leur vitesse de centre de masse par rapport à la source, $\vec{v} - \vec{v}_0$. A titre d'exemple, on a reporté, sur les figures 30b₁ et 30b₂, les corrélations calculées par Koonin pour deux types d'expériences possibles. Dans le premier cas, on sélectionne la condition $\vec{v}' \times \Delta \vec{p} = 0$, par exemple en mesurant la différence d'énergie des deux protons détectés dans la même direction (on a supposé $\vec{v} \gg \vec{v}_0$). L'autre situation correspond à $\vec{v}' \cdot \Delta \vec{p} = 0$, les deux protons de même énergie étant détectés au même angle polaire θ . La mesure est alors caractérisée par la différence d'azimut ($\Delta\phi$) entre les deux protons. Dans les deux cas, la structure s'adoucit avec un accroissement du produit $(v'\tau)^2$, l'effet étant analogue (du point de vue expérimental) à un accroissement de la taille de la source. En fait, aucune expérience n'a permis jusqu'ici de pousser l'analyse à ce degré de raffinement. Tous les résultats que nous allons maintenant présenter, se situent dans le cadre d'approximation où le temps caractéristique de la source peut être négligé ($\tau = 0$). De ce fait, et au vu des résultats ci-dessus, les rayons de source obtenus de cette façon ne donneront qu'une limite supérieure de la taille réelle du système.

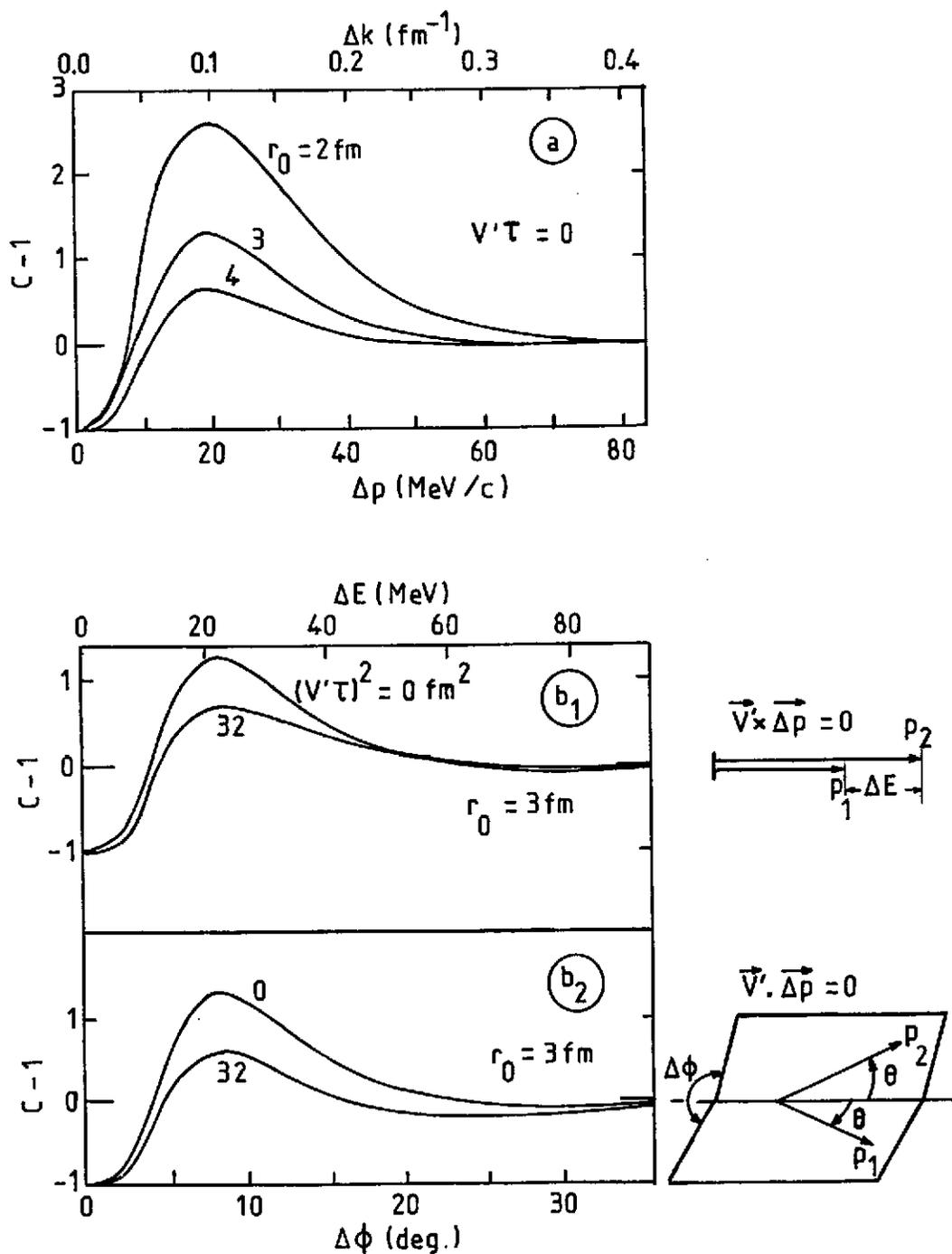


Fig. 30 Fonctions de corrélation $C(\vec{p}_1, \vec{p}_2) - 1$ pour deux protons, calculées par Koonin⁹³. a) Influence de la taille de la source (rayon gaussien r_0) pour un temps caractéristique $\tau = 0$. La fonction de corrélation ne dépend alors que de la différence d'impulsion, $q = |\Delta \vec{p}|$ des deux protons mesurés. b) Cas général, influence du temps d'émission caractérisé par le produit $(V \cdot \tau)^2 = 0$ et 32 fm^2 pour une source de dimension fixe $r_0 = 3 \text{ fm}$: $E_{p1} \approx E_{p2} = 150 \text{ MeV}$; $\theta_{p1} = \theta_{p2} = 30^\circ$. b₁) Conditions expérimentales $\vec{V} \times \vec{\Delta p} = 0$ en fonction de la différence d'énergie des deux protons, ΔE . b₂) Conditions expérimentales $\vec{V} \cdot \vec{\Delta p} = 0$ en fonction de la différence d'azimut des deux protons, $\Delta \phi$.

Résultats expérimentaux

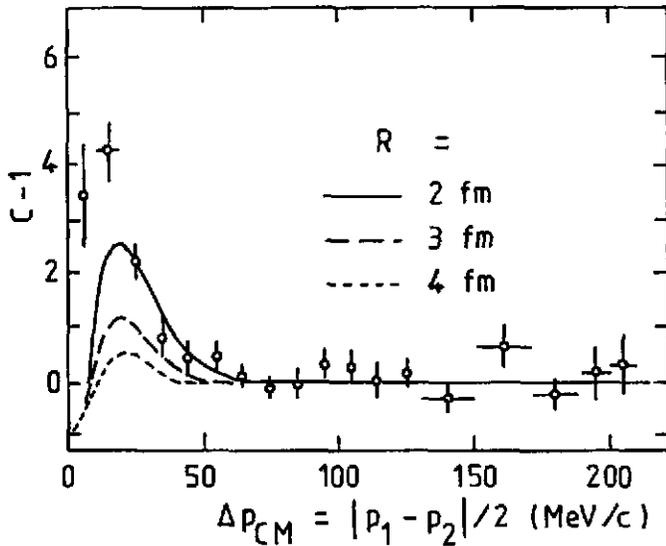


Fig.31 Fonction de corrélation $C(\vec{p}_1, -\vec{p}_2) - 1$ pour le système Ar + KCl \rightarrow 2p + ... à 1,8 GeV/u. Les conditions expérimentales correspondent à une sélection des rapidités de proton proches de celles du système nucléon-nucléon et une multiplicité associée de 25 particules chargées environ. Les différentes courbes théoriques sont calculées à partir de la formule de Koonin pour différents rayons de source ($R = 2, 3$ et 4 fm), le temps d'émission de la source est supposé nul ($\tau = 0$). Data Zarbakhsh et al.⁹⁵.

La première tentative de mesure de la corrélation proton-proton dans les collisions d'ions lourds a été effectuée par Zarbakhsh et al.⁹⁵ sur le système Ar + KCl à 1,8 GeV/u. Sur la figure 31 sont reportées les données correspondant à une sélection d'événements de collisions centrales (rapidité des protons \sim rapidité du faisceau/2 et filtre en multiplicité correspondant à 50 nucléons environ). Bien que les barres d'erreurs soient grandes, la structure à basse impulsion relative semble bien marquée. Elle correspond à un rayon de source d'environ 1,5 fm, ce qui pour une multiplicité de 50 particules conduirait à une densité critique très élevée $\rho \sim 5 \rho_0$. Malheureusement, pour des collisions un peu moins centrales (multi-

plicité d'environ 20 particules), la même expérience donne un rayon de source légèrement plus grand 1,7 fm, un résultat quelque peu surprenant. On s'attendrait en effet, pour une densité critique constante, à ce que le rayon croisse avec la multiplicité. Les données ci-dessus conduisent au contraire à une variation tout à fait déraisonnable $1,5 \rho_0 (M \sim 20)$ à $5 \rho_0 (M \sim 50)$. Une hypothèse avancée pour expliquer ces résultats pourrait être l'existence d'agrégats à deux nucléons dans la boule de feu⁹⁶. La dimension d'un agrégat p-p est petite ($r_c \sim 0,6$ fm) et pourrait contribuer substantiellement à la corrélation observée. Biyajima a ainsi réestimé les tailles de sources ci-dessus et obtenu les valeurs de 2,3 fm ($M \sim 20$) et 2,8 fm ($M \sim 50$). Cependant on retombe alors sur une densité critique inférieure à la densité normale ($\rho \sim 0,8 \rho_0$). En fait il semble bien que l'explication des résultats de Zarbakhsh se trouve dans un biais expérimental inexplicé (ou provienne plus simplement des erreurs statistiques sur le rayon, non citées par les auteurs). Les données ci-dessus ne sont en effet pas confirmées par les nouvelles expériences effectuées à l'aide de la "boule de plastique" à Berkeley.

Gustafsson et al.⁹⁷ ont analysé récemment les données de la boule de plastique sur les systèmes Ca + Ca et Nb + Nb à 400 MeV/u, en termes de corrélations proton-proton. L'avantage d'un détecteur "4 π ", comme la boule de plastique, dont nous donnerons une description rapide dans la troisième partie est, bien entendu, sa grande efficacité ce qui est très important pour les mesures de corrélation, mais aussi le fait que l'on puisse suivre les phénomènes en fonction de la multiplicité totale des particules chargées. A l'inverse, la granularité du détecteur étant relativement grossière ($\Delta\theta$ entre modules adjacents de 3,5 ou 7°), il faut corriger de la résolution angulaire du détecteur. La procédure utilisée consiste à introduire directement cet effet sur les fonctions théoriques de corrélation données par Koonin. Les corrections dépendent de l'énergie des protons, aussi ont-elles été faites par une méthode de Monte-Carlo prenant en compte la distribution expérimentale des impulsions. Par ailleurs l'efficacité (ϵ) de détection d'une paire de protons corrélés décroît fortement en fonction de leur impulsion relative ($\epsilon \sim 70\%$ pour $\Delta p \sim 20$ MeV/c). Cependant ce problème s'élimine de lui-même, en évaluant la fonction de corrélation par le rapport $N_c/N_{n.c.}$ (éq.50) si l'on impose que les protons de la distribution simulée ne s'arrêtent pas dans le même module du détecteur.

La figure 32 montre un exemple de fonction de corrélation pour le système Ca + Ca à 400 MeV/u et une multiplicité moyenne de charges baryoniques $\bar{N}_p \sim 28$. On remarque que dans la région du pic (~ 20 MeV/c), les données expérimentales sont encore suffisamment précises pour permettre une détermination d'un rayon de source avec un degré de confiance raisonnable. La courbe en trait plein correspond à une interpolation ($R \sim 4,7$ fm), par moindre carré, entre les fonctions théoriques de rayon $R = 4$ et 5 fm convoluées par la résolution angulaire du détecteur (écart de 25 % entre ces deux prédictions au voisinage du pic).

Une étape suivante dans l'analyse consiste à étudier la variation du rayon de source en fonction de la multiplicité. Les données sont reportées sur la figures 33 pour le système lourd Nb + Nb. Pour interpréter ces résultats en termes de densité critique, il est commode de les comparer à une expression du type, $r_0 A^{1/3}$ qui relie le rayon d'un noyau à son nombre de masse. La ligne en trait continu correspond à un tel ajustement avec :

$$R_G = R_0 \left(N_B^Z \times \frac{A}{Z} \right)^{1/2} \times \sqrt{\frac{2}{5}} \quad (58)$$

- où R_G est le rayon de source - paramétrisation gaussienne = $\exp(-x^2/R_G^2)$
 N_B^Z la multiplicité de charges baryoniques incluant les protons liés dans les particules composites
 A/Z tient compte des neutrons non observés
 et le facteur $\sqrt{2/5}$ donne la correspondance entre une source gaussienne et une distribution sphérique à bord franc.

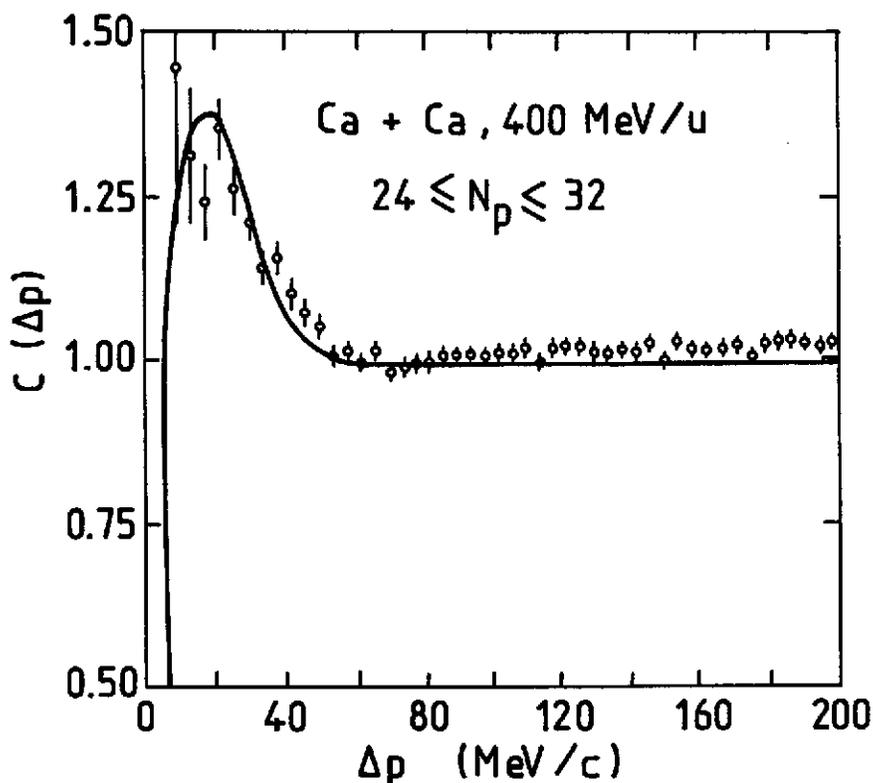


Fig.32 Fonction de corrélation proton-proton mesurée avec la boule de plastique, la ligne — correspond aux prédictions pour une source de rayon $R = 4,7$ fm ($\tau = 0$). Data réf.⁹⁷.

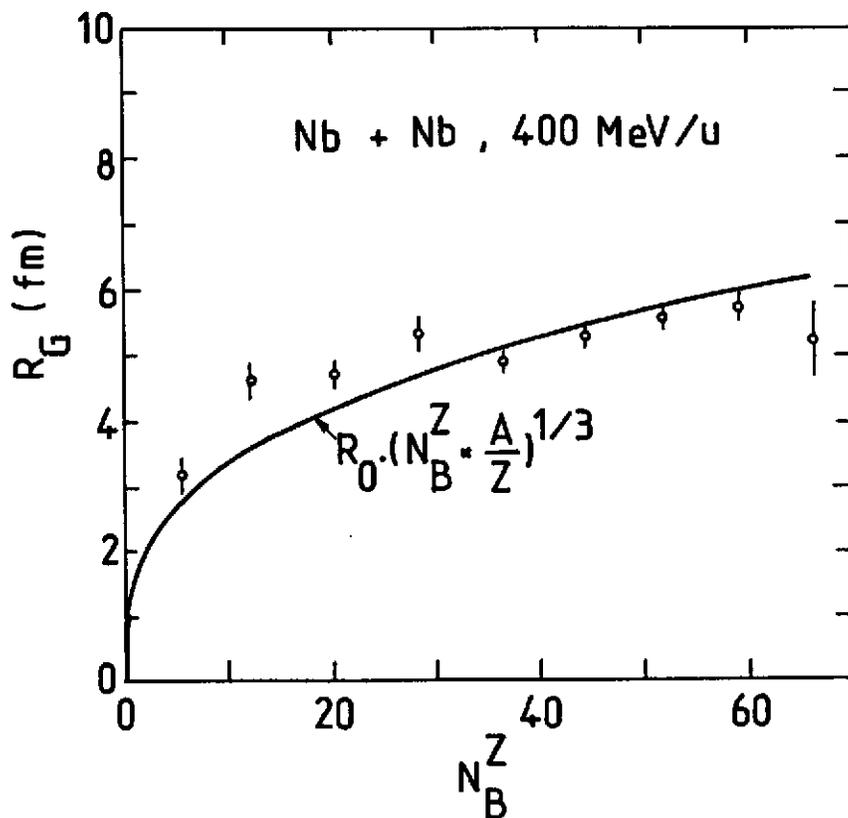


Fig.33 Evolution du rayon de source (type gaussien) en fonction de la multiplicité de charges baryoniques. La ligne — est expliquée dans le texte. Data Réf.⁹⁷.

On obtient ainsi une valeur de $R_0 = 1,9$ fm que l'on peut comparer au paramètre standard des noyaux $r_0 = 1,2$ fm. Encore une fois, ceci conduit à une densité critique faible $\rho_c \sim 0,25 \rho_0$. La même valeur s'applique au système Ca + Ca. Il semble donc difficile, malgré la différence d'énergie de bombardement, de concilier ces résultats avec ceux de Zarbakhsh et al.

Par ailleurs on pourrait être tenté de conclure rapidement que les mesures d'interférométrie en protons (comme celles avec les mésons π précédemment) ne permettent pas de mettre en évidence un phénomène de surdensité dans les collisions noyau-noyau, soit que le mécanisme d'expansion domine, soit même qu'il n'y ait pas de compression. En fait, il faut insister sur le fait que les analyses ci-dessus ont été faites en négligeant le temps caractéristique de la source ($\tau=0$) ; ceci conduit à surestimer la taille de la source et donc à sous-estimer fortement la densité qui varie comme R^{-3} . Il est donc sans doute prématuré de tirer des conclusions définitives des mesures actuelles de corrélations proton-proton. Des analyses plus fines prenant en compte le temps caractéristique de la source (séparation de composantes $\vec{\Delta p} \cdot \vec{V}'$ et $\vec{\Delta p} \times \vec{V}'$: cf. figure 30b) doivent être faites. Elles nécessitent des expériences à forte statistique comme celles effectuées avec la nouvelle génération de détecteurs " 4π " électroniques et les résultats actuels ne font en fait que confirmer la capacité de tels systèmes à aborder ce type d'étude.

II.3 Noyaux instables : corrélations entre fragments

Avec les mesures de corrélations entre protons nous avons déjà abandonné le domaine de l'interférométrie proprement dite, puisque la structure observée à faible impulsion relative ne provient pas de la symétrie de la fonction d'onde, mais de l'interaction dans l'état final (coulombienne + nucléaire). De façon plus générale on peut chercher à étendre ces techniques à l'étude de la production de noyaux instables en mesurant la corrélation entre leurs fragments de désintégration. Considérons par exemple la désintégration d'un noyau excité X^* en deux fragments F_1 et F_2 ; on attend une résonance dans la fonction de corrélation de ces deux fragments à l'impulsion relative Δp donnée par :

$$\Delta p = \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} (E_X - Q)} \quad (59)$$

où E_X : est l'énergie d'excitation du noyau instable $X^* \rightarrow F_1 + F_2$

Q : le "Q" de réaction pour le fondamental

m_1, m_2 : les masses des deux fragments F_1 et F_2

et $\Delta p = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left| \frac{\vec{p}_1}{m_1} - \frac{\vec{p}_2}{m_2} \right|$: l'impulsion relative des deux fragments (impulsion de l'un d'entre eux dans le centre de masse de la paire, soit $|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|/2$ pour des particules identiques).

De telles structures ont été effectivement observées par le groupe de la boule-de-plastique⁹⁸ sur la plupart des corrélations entre particules légères (p,d,t,³He,⁴He). La figure 34 montre ainsi le pic correspondant au fondamental du ⁵Li dans la corrélation proton-⁴He (système Ca + Ca à 400 MeV/u). En

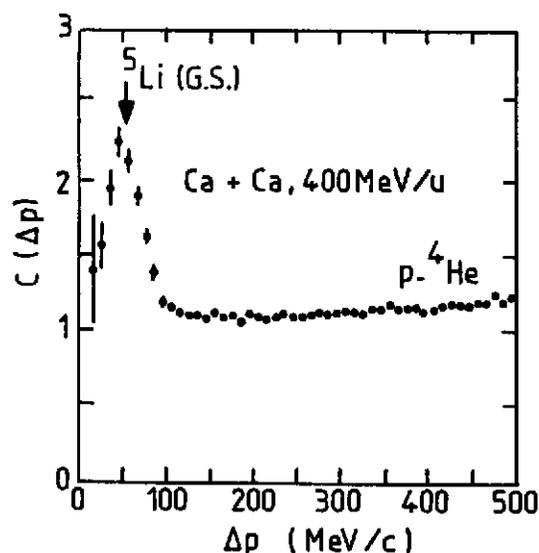


Fig.34 Fonction de corrélation expérimentale pour la paire de fragments proton-⁴He. La flèche indique la position attendue pour la structure associée au fondamental du ⁵Li → p + ⁴He.

évaluant l'efficacité de détection de la paire p-⁴He (qui dépend des coupures cinématiques du système de mesure), on peut déterminer le taux de production du noyau instable considéré, dans le cas présent la valeur estimée est de ⁵Li/p ~ 5 × 10³. L'intérêt de ce type de mesures a été souligné à la fin de la première partie à propos du problème de l'entropie. C'est en effet un moyen expérimental de vérification directe des prédictions du modèle statistique de Stocker et al.⁹⁹ concernant la production de particules composites.

Récemment, ces études de corrélations fragment-fragment ont trouvé un autre champ d'application dans le domaine des collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires (< 100 MeV/u) [réf.¹⁰¹⁻¹⁰⁵]. Le problème est ici d'estimer les températures nucléaires des systèmes formés dans ces réactions. Les valeurs déduites des paramètres de pente des spectres inclusifs de particules légères semblent, anormalement élevées (T > 10-20 MeV) [réf.¹⁰⁰]. Nous avons déjà commenté les incertitudes liées à ce type de détermination (cf. première partie). Une autre approche possible est de mesurer les rapports de population des niveaux excités (stables vis-à-vis de l'émission de particules) de quelques isotopes comme ^{6,7}Li, ⁷Be [réf.¹⁰¹]. Comparant ces résultats au facteur de Boltzmann, exp(-ΔE/T), on obtient en principe une autre estimation de la température. Pratiquement très peu de noyaux sont observés dans ces états excités ; on en déduit donc des températures nucléaires extrêmement faibles (T < 1 MeV).

En fait deux mécanismes importants peuvent perturber ces mesures dont l'interprétation en terme de température du système initial qui émet ces fragments serait ainsi incorrecte. D'une part la désintégration séquentielle, par émission de particules, de noyaux instables, plus lourds, peut contribuer de façon importante à la population du fondamental des isotopes considérés ("side-feeding"). Il est par ailleurs bien clair que les noyaux de ^{6,7}Li et ⁷Be ont été choisis parce que leurs premiers niveaux excités ne peuvent pas être peuplés par décroissance directe à partir d'énergie d'excitation plus grande. D'autre part la présence dans le même volume d'interaction de ces noyaux et d'un nombre important d'autres particules (particulièrement les neutrons) peut provoquer une désexcitation anticipée par réaction nucléaire, pendant la phase d'expansion, du type ⁷Li*(n,n')⁷Li^{g.s.}.

("neutron induced deexcitation)¹⁰². Pour réduire ces effets, il est avantageux d'étudier directement les niveaux très excités, de temps de vie court, se désintégrant par émission de particules.

Une telle expérience (mesure de coïncidences fragment-fragment) a été effectuée au GANIL sur le système $^{40}\text{Ar} + ^{197}\text{Au}$ à 60 MeV/u. Un exemple de fonction de corrélation pour la voie α - α est donné sur la figure 35 [réf.¹⁰³]. L'origine des différentes structures est bien comprise. On remarquera particulièrement l'état excité du $^8\text{Be}^*(3,04 \text{ MeV})$ prédit à 105 MeV/c d'impulsion relative. Un autre état excité : $^8\text{Be}^*(17,64 \text{ MeV})$ est observé dans la voie p - ^7Li . On dispose ainsi de deux niveaux d'énergies très différentes, ce qui améliore la sensibilité de la mesure de température donnée par le facteur de Boltzmann $\exp(-\Delta E/T)$. Finalement deux estimations indépendantes ont pu être obtenues sur les noyaux ^5Li et ^8Be . Les propriétés des différents états excités et leurs voies de désintégration considérées dans cette mesure sont résumées dans le Tableau III.

Les valeurs obtenues $T=4,6 \pm 0,7 \text{ MeV}$ (^5Li) et $T=4,2 \pm 0,5 \text{ MeV}$ (^8Be) sont compatibles entre elles. Elles sont aussi en accord avec une analyse différente du spectre d'énergie d'excitation du ^6Li mesuré dans la voie α - d sur le même système¹⁰⁴. Cette expérience semble donc bien confirmer que les valeurs de température déduites des spectres inclusifs (modèle à 1 source, $T \sim 20 \text{ MeV}$ pour le même système) sont erronées.

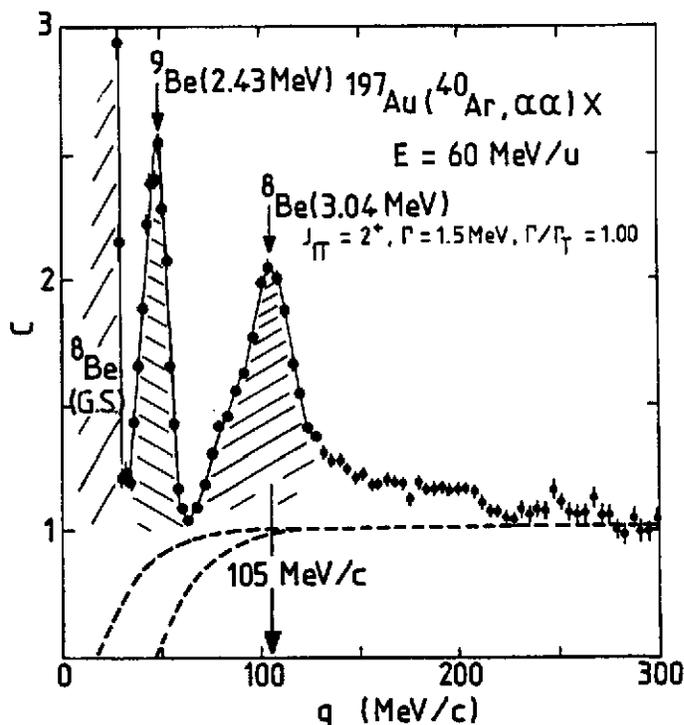


Fig.35 Fonction de corrélation pour deux particules α en coïncidence. Système $^{40}\text{Ar} + ^{197}\text{Au}$ à 60 MeV/u. Les lignes donnent les limites possibles du bruit de fond qui ont été utilisées dans l'analyse (évaluation des rapports de population).

Noyau (E*-MeV)	J^π	Γ_T (MeV)	Voie de désintégration	Largeur partielle Γ/Γ_T
$^5\text{Li}(\text{G.S.})$	$3/2^-$	1,5	p - α	1,0
$^5\text{Li}(16,66)$	$3/2^+$	0,3	d - ^3He	0,86
$^8\text{Be}(3,04)$	2^+	1,5	α - α	1,0
$^8\text{Be}(17,64)$	1^+	0,01	p - ^7Li	1,0

CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE

A première vue le bilan de ces expériences de coïncidence à deux particules ne semble pas très encourageant. Les mesures de corrélations à grand angle nous ont surtout confirmé que les mesures inclusives, où dominent les collisions périphériques, étaient fortement influencées par le mécanisme de diffusion quasi-élastique nucléon-nucléon. Les phénomènes intéressants sont donc attendus pour des collisions plus centrales et/ou des systèmes plus lourds.

Une telle sélection est implicite dans les mesures d'interférométrie π - π par la nature même du processus considéré. Par exemple la condition de détection de deux pions en coïncidence dans l'expérience de Zajc et al.^{86,90} correspond à une sélection moyenne du paramètre d'impact : $b < 1,5$ fm. Cette valeur se retrouve dans le nombre de nucléons participants utilisé pour estimer la densité critique ($M \sim 50$). Cependant les effets de surdensité, tant attendus, n'ont pas été observés. Nous avons même indiqué que, le mécanisme principal d'émission des pions étant la désintégration du $\Delta \rightarrow N + \pi$, ce résultat négatif était sans doute prévisible. Il reste que le calcul du type cascades intra-nucléaires⁹² que nous avons invoqué (cf. figure 29) à l'appui de notre argumentation donne un temps caractéristique $\tau \sim 5-6$ fm/c sensiblement supérieur aux résultats expérimentaux (3-4 fm). Les paramètres de source déduits des mesures d'interférométrie π - π peuvent et doivent donc être utilisés pour établir un modèle dynamique plus réaliste de la collision.

Le caractère également négatif des mesures de corrélation proton-proton est a priori plus étonnant. On peut penser que cet échec vient, au moins en partie, d'une analyse encore trop préliminaire des données expérimentales. L'hypothèse d'un temps caractéristique nul ($\tau=0$) qui a été utilisée jusqu'ici conduit en effet à surestimer les rayons de source. L'étude de corrélations plus détaillées séparant les deux composantes $\vec{V}' \cdot \Delta \vec{p}$ et $\vec{V}' \times \Delta \vec{p}$, comme suggérée par Koonin⁹³ devrait fournir de nouveaux éléments d'appréciation. Les détecteurs "4 π ", comme la boule-de-plastique, permettent ce genre d'expérience à très forte statistique. Ce n'est cependant qu'un aspect relativement mineur de la "physique avec des détecteurs 4 π " que nous allons maintenant discuter dans la troisième partie.

Anticipant un peu sur ce sujet, je voudrais déjà mentionner un résultat très intéressant en ce qui concerne les mesures d'interférométrie π - π . Nous avons très brièvement évoqué les difficultés d'interprétation du paramètre λ (équation 48), en raison des corrélations dynamiques avec les particules non-observées dans la collision. Plus précisément, Gyulassy⁸⁴ a indiqué que l'existence d'un plan de réaction peut, par les différences d'absorption des particules dans et hors de ce plan, modifier les limites extrêmes de la fonction de corrélation par rapport aux prédictions quantiques ($q=0, c=2$ et $q \rightarrow \infty, C=1$). Or nous montrerons par la suite, que les mesures avec des détecteurs "4 π " permettent justement d'identifier, événement par événement, ce plan de réaction. On élimine ainsi un des obstacles principaux à l'interprétation de λ en terme de cohérence de la source.

Finalement c'est encore les détecteur " 4π ", ou plus exactement les systèmes de détection à granularité fine et grand angle solide, qui sont à l'origine des mesures récentes de corrélation fragments-fragments. Ces nouvelles études paraissent très prometteuses. Nous noterons cependant une certaine ambiguïté dans l'interprétation habituelle des structures apparaissant dans les fonctions de corrélation comme résultant de la désintégration de noyaux instables. Il semble en effet tout à fait clair que la simple interaction dans l'état final des fragments détectés peut provoquer de telles structures, sans hypothèse particulière sur la production effective des noyaux parents. Bien que la raison ne m'en apparaisse pas clairement, une analyse récente effectuée dans ce sens¹⁰⁵ conclurait toutefois à une équivalence entre les deux approches ci-dessus.

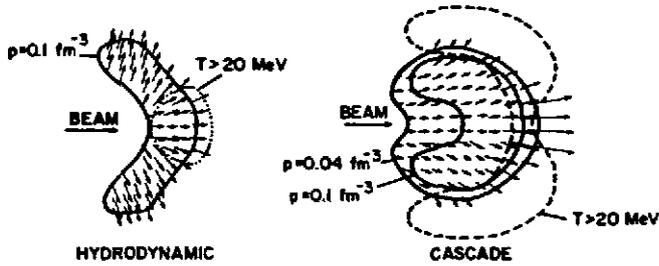
TROISIEME PARTIE : LA PHYSIQUE AVEC DES DETECTEURS " 4π "

Après les deux premières parties ci-dessus consacrées d'une part aux données inclusives et d'autre part aux mesures de coïncidences à deux particules, nous allons maintenant considérer les expériences plus exclusives que permettent les détecteurs " 4π ". En fait, cette dénomination ne fait référence qu'à la notion d'angle solide. C'est un aspect expérimental non négligeable qui, à lui seul, peut être mis à profit pour obtenir rapidement des données inclusives particulièrement complètes. Nous en verrons d'ailleurs quelques exemples à propos des données de chambres à dards. Cependant, la caractéristique réellement importante de ces systèmes de détection est plutôt leur granularité qui doit être adaptée aux grandes multiplicités de particules produites dans les réactions d'ions lourds. L'utilisation la plus élémentaire d'une telle détection multi-particules est bien entendu la simple sélection en multiplicité des données inclusives ou de coïncidence particule-particule, comme par exemple les mesures de corrélation p-p avec la Boule-de-Plastique⁹⁷ présentées dans la IIème partie. Physiquement on impose ainsi un biais en faveur des collisions les plus centrales. C'est déjà un atout important dans l'optique d'une étude des effets de compression dans les collisions noyau-noyau et des progrès certains dans la compréhension des phénomènes (cf. Section III-3 ci-dessous) ont été réalisés à l'aide de cette seule sélection. Il est toutefois bien clair que la justification de l'effort expérimental considérable que représente la mise en oeuvre de systèmes de détection à 50 particules ou plus se trouve dans une analyse plus détaillée de la collision portant sur l'ensemble des particules observées dans chaque événement. Pour illustrer ce dernier point on peut, par exemple, s'appuyer sur les calculs théoriques présentés sur la figure 36. On a ici les deux extrêmes possibles d'une description des collisions d'ions lourds : effets de compression marqués dans le calcul de type hydrodynamique se traduisant par un flux important de particules dans la direction transverse pour la collision centrale ($b = 0$) ou un rebond caractérisé du projectile à grand paramètre d'impact ($b = 6$ fm) et, au contraire, dominance des effets de transparence dans le modèle de cascades intra-nucléaires avec émission préférentielle de particules dans

NEON + URANIUM COLLISION CALCULATIONS

Stocker, Maruhn and Greiner
Neon Laboratory Energy-400 MeV/A

A. CENTRAL COLLISION - IMPACT PARAMETER = 0



B. SEMIPERIPHERAL COLLISION - IMPACT PARAMETER = 6 fm

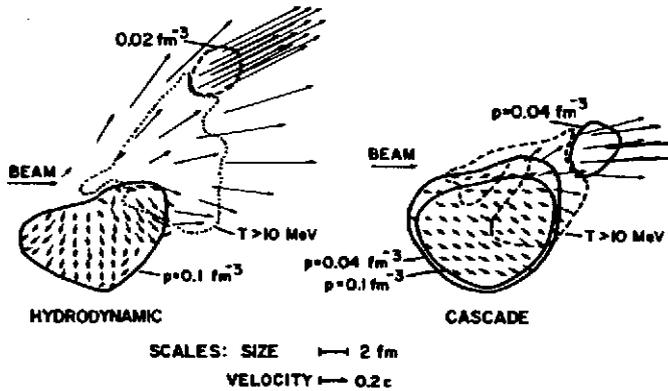


Fig. 36 Calculs théoriques des collisions Ne + U à 400 MeV/u. Comparaison du modèle hydrodynamique aux calculs de cascades intra-Nucléaires. réf.¹⁰⁶.

la figure 36 repose sur une perception globale des images présentées. Pour s'en convaincre il suffit d'imaginer quel aurait été notre pouvoir de séparation au vu de la liste des composantes des vecteurs vitesse de chaque particule. Des techniques d'analyse dites justement "en variables globales" ont été ainsi mises au point pour caractériser aussi simplement que possible un événement à plusieurs dizaines de particules. Nous aborderons ce sujet dans la section III.4.

Revenons maintenant à des considérations plus techniques concernant les choix possibles du détecteur "4 π ". Si on se limitait aux deux aspects que nous avons évoqués jusqu'ici, angle solide et granularité, les systèmes du type chambre à bulle ou chambre à dards qui ont été développés depuis longtemps pour les besoins de la physique des particules élémentaires conviendraient parfaitement. De fait de tels systèmes sont, ou ont été, utilisés. Par exemple les résultats de corrélation p-p ($\alpha + C$ à 4.2 GeV/c) obtenus à l'aide d'une grande chambre à bulles (propane) au synchrophasotron de Dubna ont été présentés récemment à la Conférence de Visby¹⁰⁷.

Les chambres à dards présentent en outre, par rapport aux chambres à bulles, l'avantage de la

la direction du faisceau. D'une certaine façon les mesures exclusives avec des détecteurs "4 π " donnent, événement par événement, une information équivalente à celle des calculs ci-dessus (vitesse des particules sortantes). Il est donc clair que l'on devrait pouvoir préciser laquelle des deux hypothèses ci-dessus (hydrodynamique ou cascades intra-nucléaires) est la plus proche de la réalité. A plus long terme, on peut même espérer une description dynamique relativement complète des collisions noyau-noyau.

Les calculs ci-dessus peuvent aussi servir à dégager un aspect important de l'analyse des données. Notre aptitude à discriminer les résultats sur la

liberté de choix de la cible. Les deux systèmes ont cependant en commun l'extrême inconvénient d'une technique d'enregistrement par clichés photographiques qui rend très problématique toute expérience à forte statistique. Typiquement, les analyses portent sur quelques milliers d'événements ce qui est en général nettement insuffisant. Il reste que du fait même de leur antériorité quelques uns des résultats les plus caractéristiques sur les collisions d'ions lourds à haute énergie ont été obtenus de cette façon. Ce sont ces résultats que nous allons brièvement commenter.

III.1 Résultats de chambre à dards (Bevalac)

En ce qui concerne le principe de fonctionnement des chambres à dards ("steamer chambers") nous renvoyons à la littérature spécialisée¹⁰⁸. Mentionnons tout-de-même qu'elles sont déclenchables, une sélection des données est donc possible en imposant des contraintes sur la détection des résidus du projectile en aval de la chambre. De plus les caractéristiques générales de ce type de système (angle solide, multiplicité, résolution en impulsion) s'adaptent bien aux conditions expérimentales des collisions d'ions lourds relativistes. Enfin la présence d'un champ magnétique permet une identification relativement aisée des particules de charge négative comme les π^- , c'est d'ailleurs sur ces pions négatifs que porte l'essentiel des résultats ci-dessous.

i) Corrélation $\pi^-\pi^-$ (cf. section II.2.2.)

Rappelons pour mémoire que les premières études d'interférométrie $\pi^-\pi^-$ ont été réalisées avec une chambre à dards. En fait, malgré ce que nous en avons dit, le plus grand nombre d'événements analysés dans cette optique l'ont finalement été sur des données de ce type (expérience de Beavis et al.⁹¹). Par ailleurs, ce sont également ces données qui servent de référence pour évaluer la multiplicité de particules chargées et donc calculer une densité critique associée à l'émission des pions.

ii) Multiplicité totale de π^-

Nous ne ferons ici que mentionner ce sujet qui est discuté en détail par ailleurs⁷. Notons qu'une fois encore ce sont des données de chambre à dards qui ont permis de mesurer la multiplicité totale de π^- dans les collisions Ar + KCl (réf.¹⁰⁹) et sa dépendance en fonction de l'énergie du faisceau incident. Le résultat indique une nette déviation par rapport à plusieurs calculs de cascades intra-nucléaires. Bien que l'interprétation quantitative de ces données en terme d'énergie de compression de la matière nucléaire soit encore l'objet de vifs débats, l'intérêt de ces mesures de multiplicités de pions dont les calculs indiquent qu'elles sont fixées à un stade initial de la collision (avant la phase d'expansion) ne fait guère de doutes.

iii) "Température" des pions et des protons

Une nouvelle étude des paramètres de pente des spectres de pions et de protons a été effectuée par Brockmann et al.¹¹⁰ sur des données de chambre à dards en Ar + KCl à 1,8 GeV/u. Nous sommes ainsi ramenés à la discussion que nous avons déjà entamée à la fin de la 1ère partie. La première constatation provient d'une tentative de représentation des spectres des pions à 90° c.m. ($d^3\sigma/d^3p$ et non pas σ_T comme nous l'avons déjà fait remarquer) par une distribution du type Boltzmann : $d^3\sigma/d^3p \propto \exp(-E/T)$.

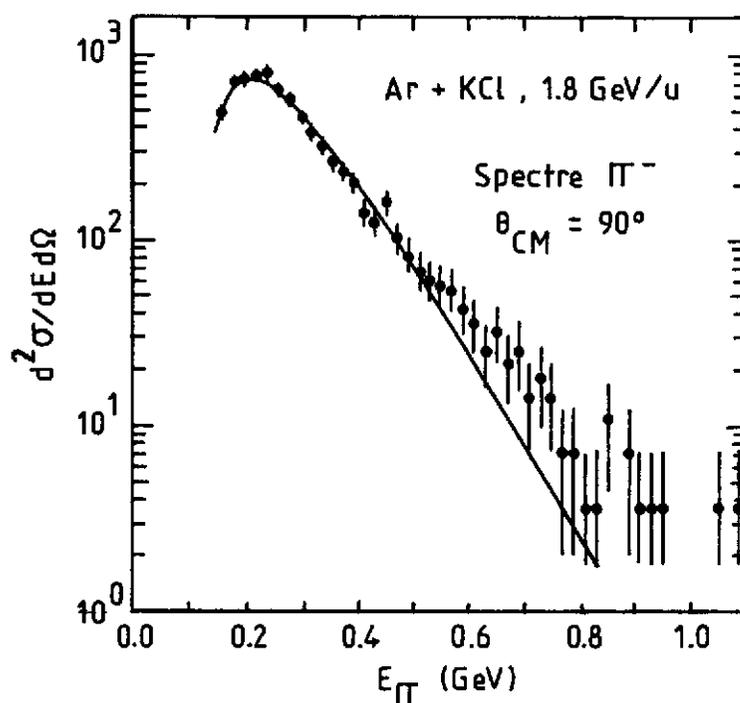


Fig. 37 Section efficace différentielle des pions à 90° c.m. dans les collisions Ar + KCl à 1,8 GeV/u. La ligne continue correspond à une distribution de Boltzmann avec un paramètre de pente $T_\pi \sim 69$ MeV. data réf.¹¹⁰.

Le résultat de la figure 37 fait clairement apparaître une composante à haute énergie qui n'est pas reproduite par la distribution exponentielle ci-dessus. Par ailleurs le paramètre de pente $T_\pi \sim 69$ MeV est très différent de celui obtenu pour les protons $T_p \sim 118$ MeV. Cette dernière "température" est en accord avec les prédictions d'un modèle thermique¹¹¹ qui donne $T_p \sim 120$ MeV et $T_\pi \sim 110$ MeV. Il est alors tentant d'associer la composante à haute énergie des spectres de pions avec une production purement thermique.

De fait un ajustement des résultats expérimentaux avec une somme de deux distributions de Boltzmann conduit aux "températures" :

$$T_1^\pi = 58 \pm 3 \text{ MeV}$$

$$T_2^\pi = 110 \pm 10 \text{ MeV}$$

Resterait donc à expliquer l'origine de la composante dominante à basse énergie ($T_1^\pi \sim 58$ MEV).

A ce stade de l'analyse nous n'avons considéré que les spectres inclusifs à 90° c.m.. L'utilisation d'un détecteur "4 π " permet bien entendu des études plus détaillées. Brockmann et al. ont ainsi représenté l'anisotropie de la distribution des pions par une expression du type :

$$\sigma_I = \sigma(E) (1 + a(E) \cos^2\theta)$$

où $\sigma(E)$ et $a(E)$ paramétrisent la distribution angulaire de la section efficace invariante σ_I à une énergie de pion donnée (E).

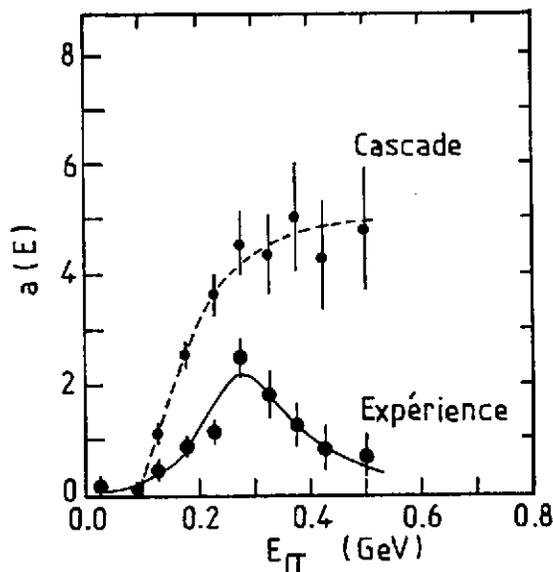


Fig. 38 Anisotropie de l'émission des mésons π en fonction de leur énergie. La définition du paramètre $a(E)$ est donnée dans le texte. Comparaison entre l'expérience (Ar + KCl à 1,8 GeV/u) et un calcul de cascades intra-nucléaires. Data réf.¹¹⁰

La comparaison avec un calcul de cascades pour lequel la même paramétrisation a été utilisée est indiquée sur la figure 38. Les données montrent à nouveau deux régimes : à basse énergie l'anisotropie expérimentale tend à augmenter de façon semblable au résultat des cascades, par contre la composante à haute énergie serait isotrope, en accord avec l'idée d'une émission thermique. La partie basse énergie des spectres de pions correspondrait donc au mécanisme du type cascades intra-nucléaire. De fait, si l'on cherche à représenter les spectres des pions sortant d'un code de cascade par une distribution de Boltzmann on obtient bien une seule composante de basse énergie ($T_\pi \sim 73$ MeV) très différente de la valeur associée aux protons ($T_p \sim 123$ MeV). En ce qui concerne les paramètres de pente, le modèle de cascade est donc nettement supérieur au modèle purement thermique. Ceci provient de ce que l'émission de pions dans les calculs de cascades est habituellement incluse sous forme d'un mécanisme en deux étapes :

i) production de la résonance Δ :



ii) production de π par la désintégration des Δ :



ce ne sont donc pas les pions qui sont en équilibre thermique avec les nucléons mais les Δ . Le paramètre de pente des pions reflète alors la désintégration à deux corps du Δ (dont la cinématique est simplement donnée par la masse m_Δ) superposée au spectre d'énergie des Δ caractérisé par une "température" proche de celle des nucléons. Partant de valeurs raisonnables pour la température initiale des Δ , $T_\Delta \sim 135$ MeV, et pour la masse $M_\Delta \sim 1200$ MeV qui peut être différente de la masse

libre (1232 MeV) en raison des interactions avec le milieu, on obtient ainsi simultanément $T_p = 118$ MeV et $T_\pi = 58$ MeV.

Cette expérience montre donc clairement que l'origine d'une valeur faible pour le paramètre de pente des pions ne se situe pas au niveau du libre parcours moyen (densité critique associée aux pions inférieure à celle des protons) mais bien au niveau du mécanisme même de production des pions (désintégration des Δ) tel qu'il est naturellement inclus dans les modèles de cascades intra-nucléaires.

Les trois résultats ci-dessus illustrent bien l'intérêt des détecteurs " 4π " même lorsqu'il ne s'agit que de mesures inclusives ou d'expériences de coïncidences particule-particule. Pour des expériences plus exclusives il était maintenant naturel de chercher à s'affranchir des conditions propres aux chambres à bulles ou à dards (clichés photographiques). Ceci a conduit au développement des nouveaux détecteurs " 4π " que nous décrivons ci-dessous.

III.2 Les nouveaux détecteurs " 4π " électroniques : boule de plastique, chambre à projection temporelle.

Dans le domaine de la détection multiparticules, deux conceptions totalement différentes conduisent à envisager soit une identification dans des modules indépendants, type télescope $\Delta E-E$, soit au contraire une mesure par reconstruction de trajectoires dans un champ magnétique. Nous décrivons deux systèmes correspondant à l'une et l'autre de ces approches : la boule de plastique du groupe GSI-LBL dont le programme expérimental au Bevalac de Berkeley est achevé et le détecteur Diogène en fonctionnement avec des ions lourds à Saturne II depuis le printemps 1984.

III.2.1 Le système boule et mur de plastique¹¹²

Le module de base de la boule de plastique est un télescope à particules du type $\Delta E-E$. L'originalité fondamentale du système réside dans l'utilisation de deux matériaux scintillants de constantes de temps très différentes (CaF_2 pour ΔE , $\tau = 1 \mu\text{s}$, et type NE 114 pour E) qui rend possible l'utilisation d'un unique tube photomultiplicateur pour ces deux éléments. La zone morte entre deux modules adjacents peut ainsi être réduite au strict minimum. La séparation des deux signaux (ΔE et E) se fait par analyse de forme de l'impulsion électrique. Par ailleurs une identification des π^+ peut être obtenue en étudiant la coïncidence retardée de la désintégration $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+$. 815 éléments (655 + 160) sont arrangés sur deux portions de sphère comme indiqué sur la figure 39. La partie avant de ce sous-ensemble a une granularité plus fine ($\Delta\theta \sim 3,5^\circ$ entre modules adjacents) que la partie arrière ($\Delta\theta \sim 7^\circ$). Les limites cinématiques de détection des différentes particules sont précisées par la suite.

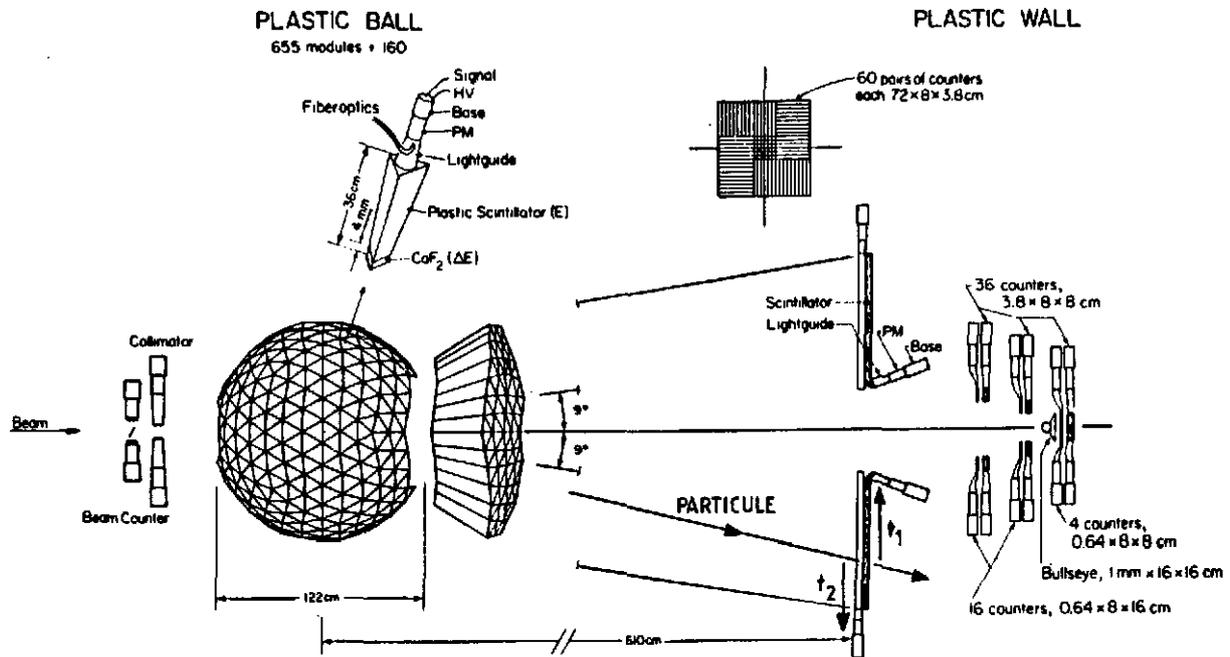


Fig. 39 Représentation schématique de l'ensemble de détection boule + mur de plastique du groupe GSI-LBL. réf. 112.

La détection par la boule de plastique proprement dite est limitée aux angles supérieurs à 9° . Plus à l'avant le système est complété par un mur de plastique. Une première structure en quatre quadrants (15 paires de lattes scintillantes chacun) est située à 6 m environ en aval de la cible (cf. figure 39). On peut ainsi combiner une double mesure de perte d'énergie (dans les deux épaisseurs de matériau correspondant à chaque paire), une mesure de temps de vol (par rapport au "start" faisceau-"Beam counter") $\frac{t_1 + t_2}{2}$ et une localisation de la particule sur les lattes (différence des temps de propagation $t_1 - t_2$ des signaux lumineux vers les extrémités opposées des deux lattes d'une même paire). Cette première structure laisse à l'avant un trou carré ; celui-ci est couvert par une matrice de 32 + 4 compteurs indépendants (ΔE épais) couplés à un ensemble de 16 + 4 scintillateurs minces. Enfin, les quatre éléments les plus centraux fonctionnent en anti-coïncidence avec un détecteur très mince (Bullseye) qui élimine les particules du faisceau incident n'ayant pas interagi dans la cible.

Les caractéristiques d'identification des particules dans le système boule + mur de plastique sont reportées sur la figure 40. Très à l'avant (i.e. $\theta < 90$), le mur de plastique ne donne que la charge Z et la vitesse des fragments détectés. Aux plus grands angles, la boule de plastique proprement dite définit quatre zones cinématiques :

- 1) pour les particules de basse énergie (fragments lourds et spectateurs de la cible) qui sont arrêtés dans le fluorure de calcium (ΔE) on ne connaît que leur énergie totale E.

ii) suit la zone de fonctionnement normal de la boule. Les fragments sont arrêtés dans le scintillateur épais (E). On obtient alors l'identification complète : charge, masse et énergie.

iii) Pour des particules plus énergiques, le télescope fonctionne en transmission, seules leur charge et leur vitesse sont alors déterminées.

iv) Enfin à très grande énergie ($P_{\perp}/m > 1,5 \text{ GeV}/c$ à 90° lab) on atteint la région du minimum d'ionisation. On a alors uniquement une information sur la charge des fragments.

Les mêmes caractéristiques se retrouvent bien entendu aux angles arrières ($90^{\circ} < \theta < 160^{\circ}$).

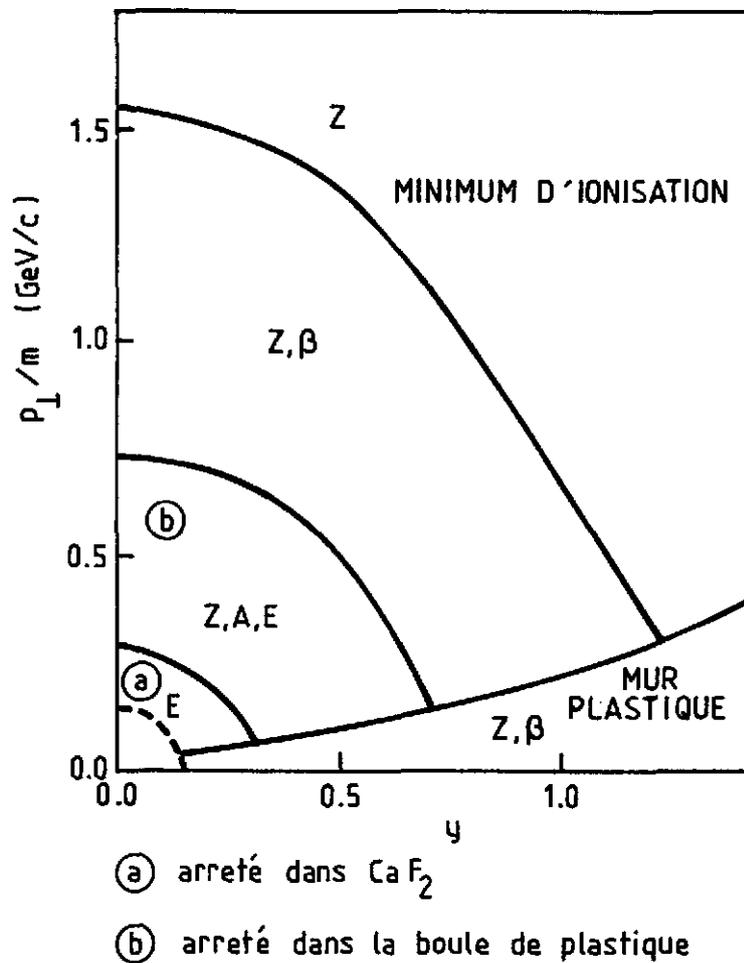


Fig. 40 Caractéristiques d'identification à l'avant ($\theta_{\text{lab}} < 90^{\circ}$) du système boule + mur de plastique extrait de la réf.112.

De façon générale on remarquera que la notion d'angle solide ($\sim 4\pi$) n'a pas grand sens si elle n'est associée aux limites cinématiques d'identification des particules. Il apparaît que ce n'est que dans une zone limitée d'angle et surtout d'énergie que la boule de plastique donne une infor-

mation complète (Z,A,E) sur les fragments. Cette remarque est d'autant plus justifiée que la vitesse d'entraînement du centre de masse est importante. On voit ainsi (cf. fig.40) que pour une rapidité $y_{c.m.} = 0,6$ (collisions symétriques à 800 MeV/u) seule l'information sur la charge et la vitesse des fragments est disponible pour des angles inférieurs à 90° c.m. environ.

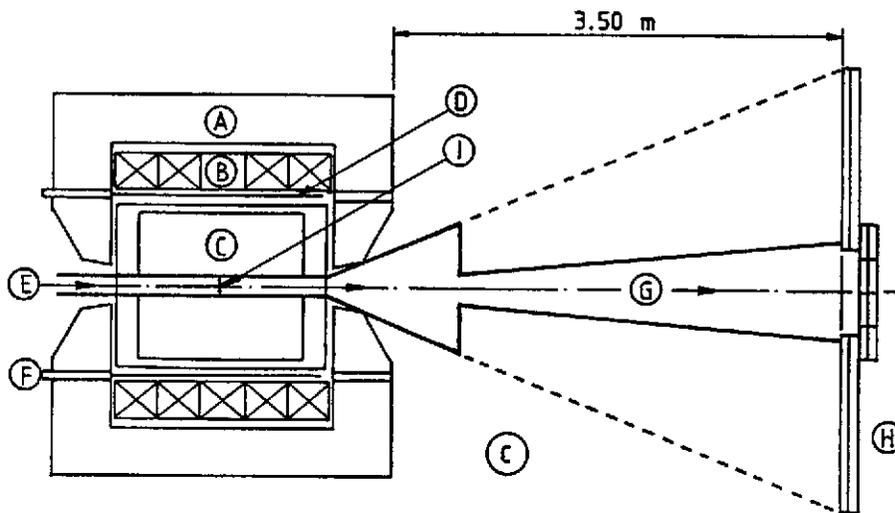
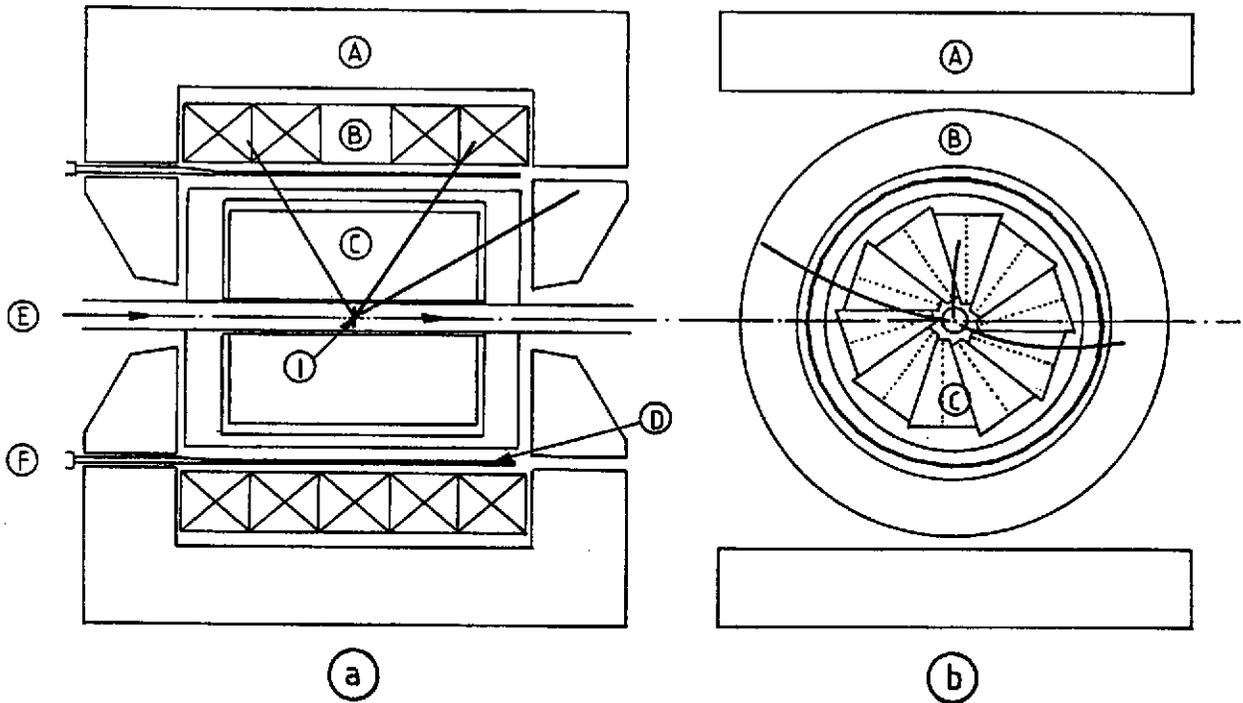
III.2.2. L'ensemble de détection "Diogène"

La reconstruction de la trajectoire d'une particule dans un champ magnétique s'obtient habituellement en effectuant plusieurs mesures de localisation, par exemple, à l'aide de chambres proportionnelles multifils. Cette méthode n'est cependant pas généralisable au cas des grandes multiplicités. Le nombre de plans de fils nécessaires pour effectuer une localisation (à deux dimensions) sans ambiguïté devient en effet prohibitif ($N + 1$ plans de fils pour N particules). De plus la mesure de la trajectoire ne donne que la rigidité magnétique et il reste à résoudre le problème de l'identification qui impose au moins une mesure de perte d'énergie pour chaque particule.

L'utilisation de chambres à dérive de grand volume permet de résoudre simultanément l'ensemble de ces difficultés. La technique consiste non pas à effectuer une mesure de localisation directe sur les particules, mais à repérer leur trace d'ionisation dans un gaz. Sous l'action d'un champ électrique uniforme, les électrons libérés par cette ionisation dérivent lentement vers un plan de fils sensibles où leur différents temps d'arrivée sont mesurés. On convertit ainsi une mesure de localisation en une mesure de temps (projection temporelle). De plus l'amplitude des signaux est proportionnelle à l'ionisation donc à la perte d'énergie spécifique dans le gaz.

Le détecteur central de l'ensemble Diogène est basé sur ce principe. Le système, dont on a reporté sur la figure 41 les coupes longitudinales (a) et transversales (b), est à symétrie axiale autour de l'axe du faisceau. En partant de la périphérie on remarque tout d'abord l'aimant, du type solénoïde (B), avec sa culasse (A). Un champ magnétique axial d'environ 1 Tesla est ainsi obtenu dans tout le volume du détecteur. Suit une couronne de 30 lattes de scintillateurs (D) qui permet d'effectuer une sélection rapide en multiplicité sur les données. Les chambres à dérive (C) (10 secteurs indépendants) qui forment le coeur du système sont placées à l'intérieur d'une enceinte sous pression (mélange gazeux argon 86 %, propane 14 %, à 4 atmosphères). La cible (I) située dans le vide sur le trajet du faisceau, est isolée de l'ensemble par un tube mince (2 mm de fibre de carbone). Enfin, aux angles les plus avant ($\theta < 7^\circ$) le détecteur central est complété par un mur de plastique (cf. figure 41-c) de conception identique à celui du système boule et mur de plastique décrit auparavant.

Le détail de fonctionnement des chambres à dérive est indiqué sur la figure 42. Dans le plan



- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| A AIMANT | F PM |
| B SOLENOÏDE | G TROMBLON |
| C CHAMBRE CENTRALE | H MUR DE SCINTILLATEURS |
| D FILTRE DE MULTIPLICITE | PLASTIQUES |
| E FAISCEAU | I CIBLE |

Fig. 41 Description schématique de l'ensemble de détection Diogène.

a - coupe longitudinale du détecteur central

b - Coupe transversale;

c - Vue longitudinale montrant à la fois le détecteur central et le mur de plastique

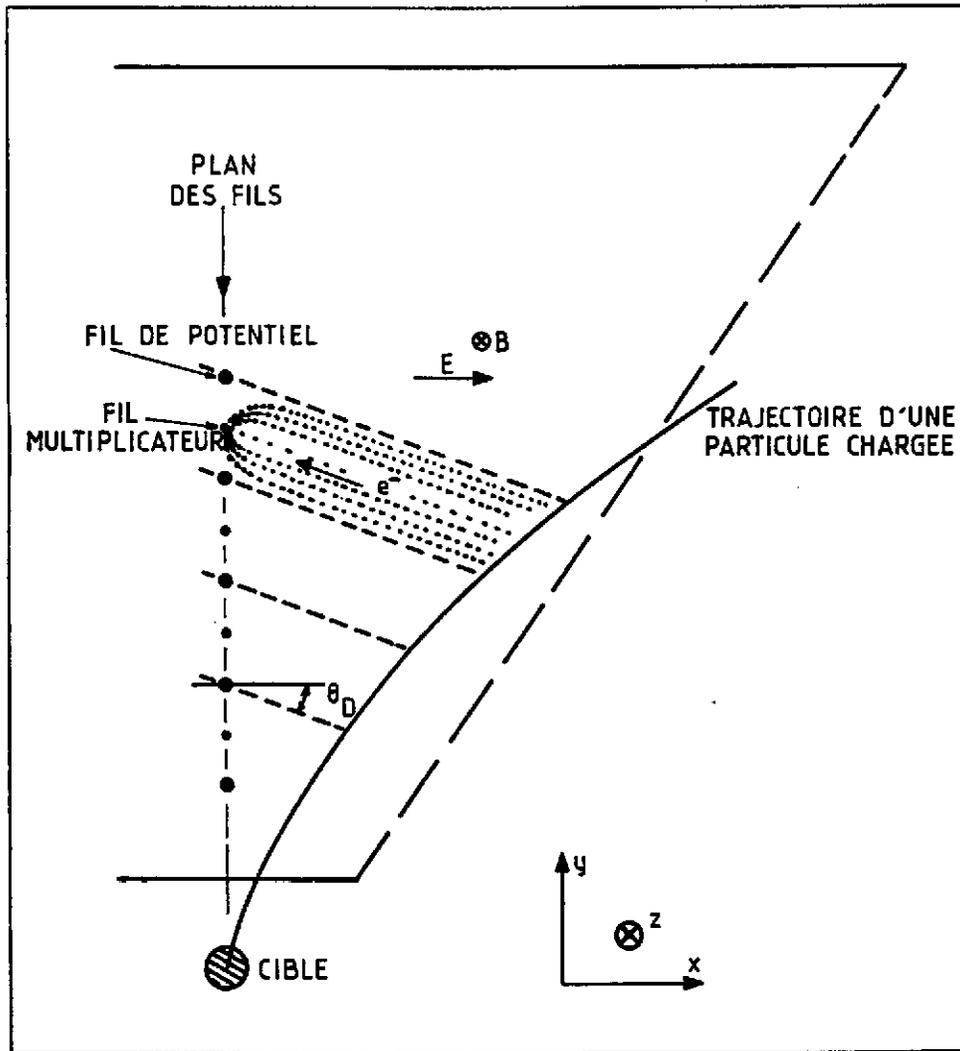


Fig. 42 Principe de fonctionnement des chambres à dérive qui constituent le détecteur central de l'ensemble Diogène. On notera que le champ électrique \vec{E} est perpendiculaire au champ magnétique longitudinal \vec{B} . Les électrons dérivent avec un angle θ_D par rapport au champ électrique ($\text{tg}\theta_D \sim v_D B/E$). v_D est la vitesse de dérive des électrons ($\sim 40 \text{ mm}/\mu\text{s}$).

médian de chaque secteur on trouve alternativement des fils de potentiel définissant les cellules de dérive associées à un champ électrique uniforme transverse (\vec{E}) et des fils d'anode multiplicateurs ($\phi \sim 30 \mu\text{m}$) qui donnent un signal proportionnel aux électrons collectés (16 fils sensibles par secteur). On notera que les cellules de dérive font un angle θ_D par rapport au champ électrique en raison de la présence du champ magnétique longitudinal \vec{B} . La trace d'ionisation d'une particule est une trajectoire circulaire en projection transverse caractérisée par :

$$B_{\parallel} \cdot \rho = p_{\perp} / q \quad (60)$$

où

- B_{\parallel} : champ magnétique longitudinal
- ρ : rayon de courbure de la trajectoire
- p_{\perp} : impulsion transverse de la particule
- et q : charge électrique de cette particule

Un élément de cette trace (dans une cellule de dérive) est repéré par le numéro du fil multiplicateur et le temps de dérive des électrons jusqu'à ce fil (par rapport à un signal de départ donné par le faisceau incident). Quant à l'information sur la coordonnée longitudinale, l'utilisation de fils d'anode résistifs ($\sim 1600 \Omega$) permet d'obtenir la position de la multiplication le long de ce fil par simple division de courant à ses deux extrémités. De plus, la somme de ces deux courants est

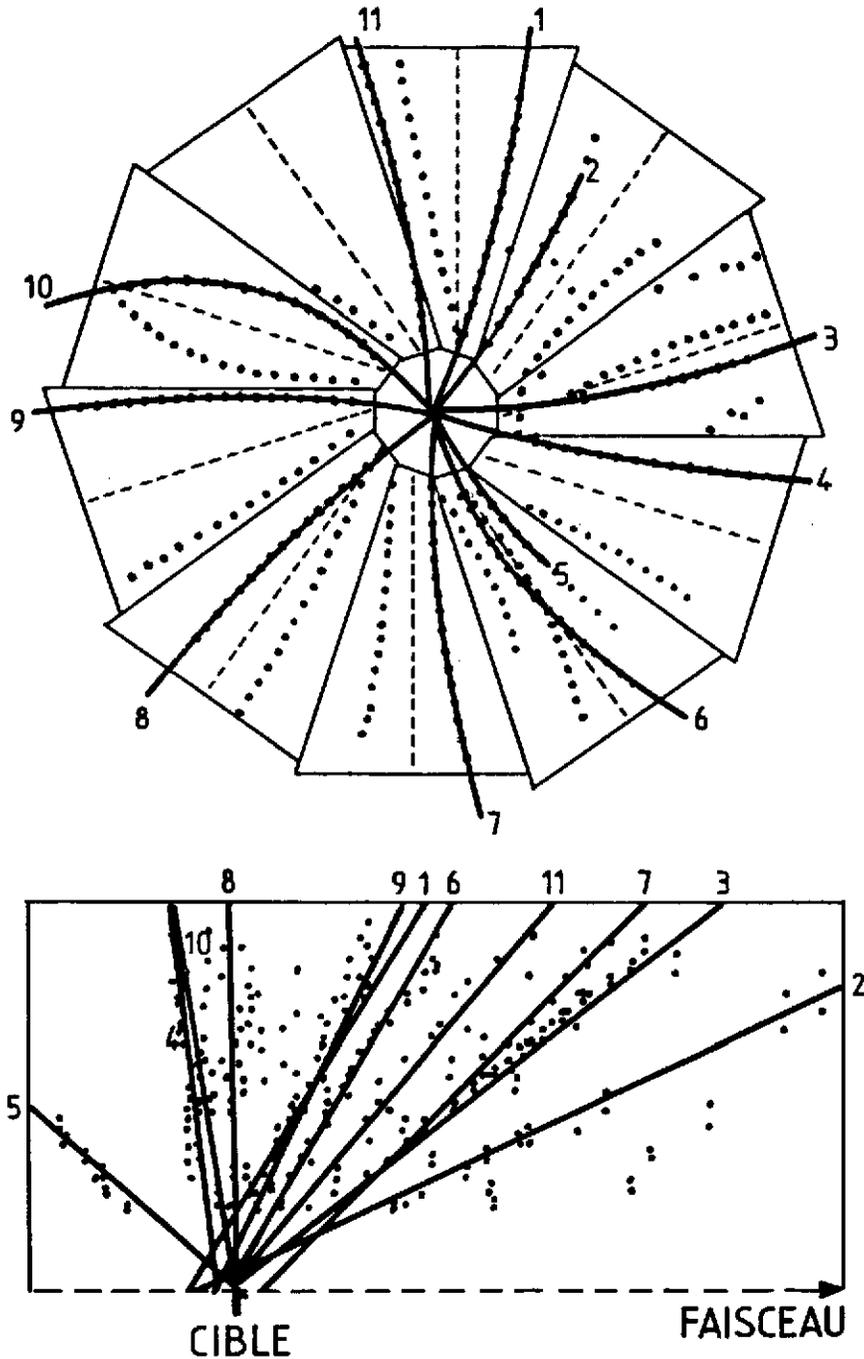


Fig. 43 Projection cylindriques, transverse et longitudinale, d'un événement observé dans le détecteur central de Diogène. Collision N + Pb à 800 MeV/u. Les traces identifiées par le programme de reconstruction de trajectoires sont numérotées de 1 à 11.

proportionnelle à la perte d'énergie ce qui donne l'information nécessaire à l'identification complète de la particule considérée.

En résumé, le système de chambres à dérives du détecteur Diogène constitue un détecteur tri-dimensionnel où les trajectoires de chaque particule sont repérées dans chaque cellule de dérives par leurs trois coordonnées (numéro de fil, temps de dérives, division de courant). Bien entendu plusieurs particules peuvent se trouver simultanément dans le même secteur. Compte tenu de l'électronique actuellement utilisée, la séparation des différentes trajectoires est possible tant que les différences de temps de dérives des électrons sont sensiblement plus grandes que la durée propre des signaux (~ 200 ns) ; ceci conduit à une séparation double trace typique de 10 mm (vitesse de dérives : 40 mm/ μ s) à laquelle on peut associer une granularité équivalente du détecteur (nombre de modules indépendants) d'environ 100 à 150.

Un exemple d'événement observé dans Diogène est représenté sur la figure 43. On note tout de suite sur la projection transverse un problème d'ambiguïté "droite-gauche" dans chaque secteur : la seule mesure du temps de dérives ne nous permet pas a priori de savoir si la trajectoire est à droite ou à gauche du plan de fils. En fait cette difficulté est facilement résolue par la disposition géométrique particulière des secteurs qui sont légèrement décalés par rapport à l'axe du faisceau. De cette façon on voit clairement qu'une seule des deux trajectoires possibles dans le secteur 8 (secteur 1 en haut, vertical : sens de rotation horaire) se prolonge normalement vers la cible (trace n° 9), la trace fantôme, symétrique par rapport au plan de fils, étant facilement rejetée par un programme de reconstruction de trajectoire.

Une fois les trajectoires correctement identifiées et leur rigidité magnétiques (impulsion/charge) mesurée on peut construire le diagramme d'identification dont nous avons déjà parlé (rigidité fonction de la perte d'énergie tronquée). Le résultat est reporté sur la figure 44. On note la bonne séparation pion-proton qui est une des qualités de ce système. Bien évidemment la présence d'un champ magnétique donne une séparation triviale entre π^+ et π^- (courbures de signe opposé).

Nous terminerons cette brève description de l'ensemble de détection Diogène par les caractéristiques de résolution en impulsion pour les protons détectés à l'avant. Les résultats sont présentés sur la figure 45. La résolution moyenne $\frac{\Delta p}{p}$ est de 10 à 15 % ; elle se dégrade sensiblement aux grandes impulsions transverses (les courbures sont trop petites comparées à la précision de localisation transverse des traces ~ 400 μ m) et aux angles avant (le nombre de cellules de dérives diminue). Pratiquement, les données sont peu utilisables, sauf pour une évaluation de la multiplicité, aux angles inférieurs à 20°. Par comparaison aux résultats de la figure 40 pour le système boule-

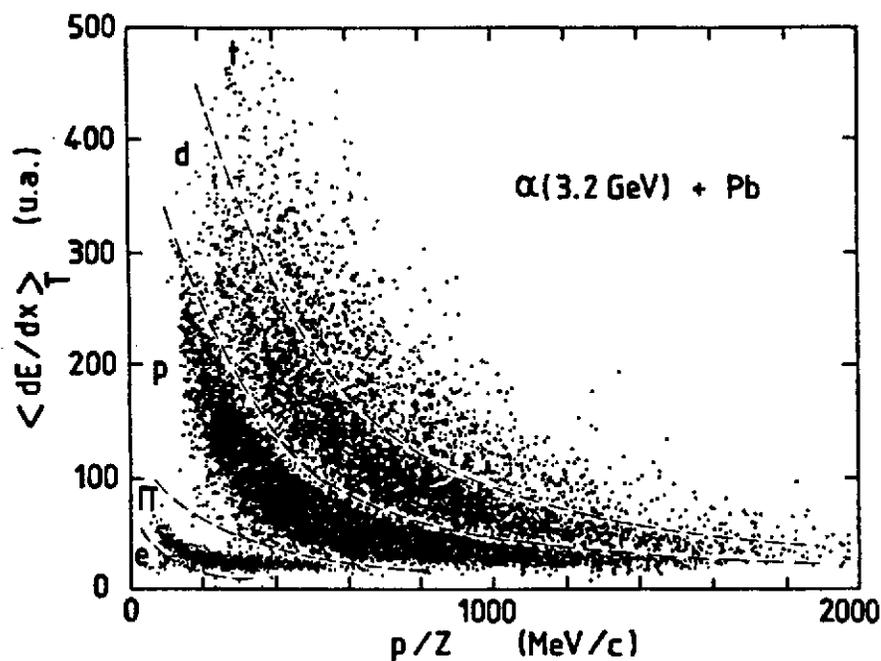


Fig. 44 Diagramme d'identification des particules détectées dans "Diogène". La perte d'énergie tronquée $\langle dE/dx \rangle_T$ est une mesure de l'ionisation spécifique dans laquelle on élimine les grands échantillons correspondant à la queue de la distribution de Landau. L'axe horizontal correspond à la rigidité magnétique, impulsion/charge.

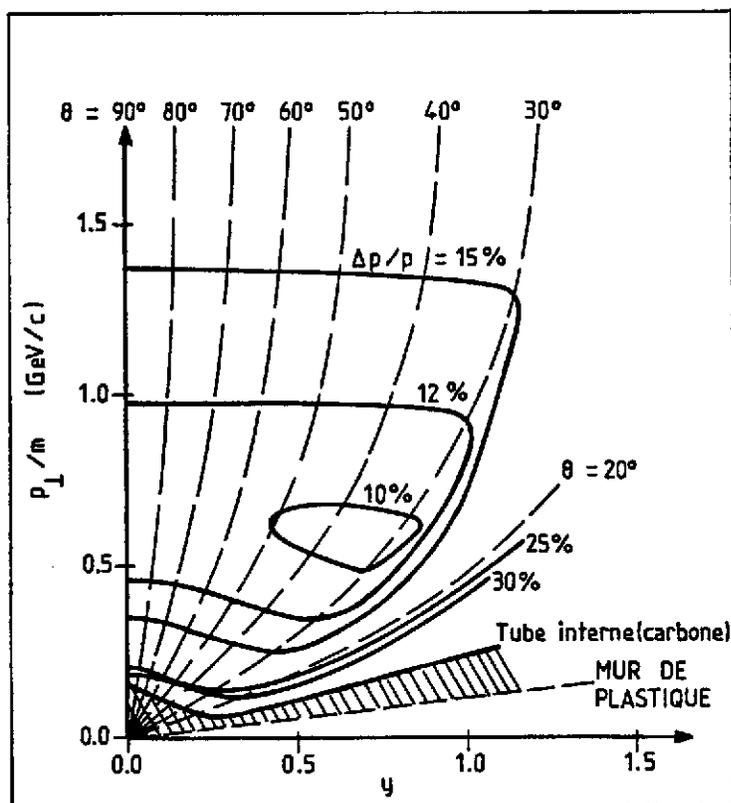


Fig. 45 Résolution en impulsion pour des protons détectés à l'avant ($\theta_{lab} < 90^\circ$) dans "Diogène". La partie hachurée est la zone morte correspondant aux particules arrêtées dans le tube interne (tube faisceau). On remarque la dégradation très rapide de la résolution pour $\theta_{lab} < 20^\circ$

mur de plastique, on remarquera que Diogène se caractérise plutôt par une évolution continue des performances que par des limites cinématiques précises où les caractéristiques d'identification changent brusquement. En tout état de cause, pour l'un et l'autre de ces ensembles, le qualificatif de "4 π " est manifestement usurpé. Il reflète plus un objectif initial des concepteurs que la réalité des faits. Ces nouveaux systèmes constituent toutefois un progrès expérimental important comme en témoignent les résultats récents que nous allons maintenant présenter.

III.3 Sélection en multiplicité

Nous avons déjà mentionné cette utilisation très élémentaire des ensembles de détection multi-particules. La mesure de corrélation p-p de Gustafsson et al.⁹⁷ que nous avons déjà présentée (cf. II.2.3) est de cette nature. L'étude des taux de production de composites par le même groupe de la boule de plastique donne un autre exemple de résultats sélectionnés en multiplicité.

L'expérience porte sur les systèmes Ca + Ca à 400 et 1050 MeV/u et Nb + Nb à 400 et 600 MeV/u. Le résultat de l'analyse présenté sur la figure 46 montre la variation du rapport $d^{\text{like}}/p^{\text{like}}$ (définition équation 27) en fonction de la multiplicité de charges baryoniques N_p (réf.113). Compte-tenu des coupures cinématiques du détecteur, un soin tout particulier a été pris pour limiter la mesure à des régions d'espace de phase qui rendent applicable le concept de coalescence. Ceci revient à choisir des bornes d'intégration telles que le rapport d/p^2 reste constant, soit en appliquant un facteur d'échelle égal à $m^{1/2}$ aux impulsions des différents composites (p,d,t,³He,⁴He).

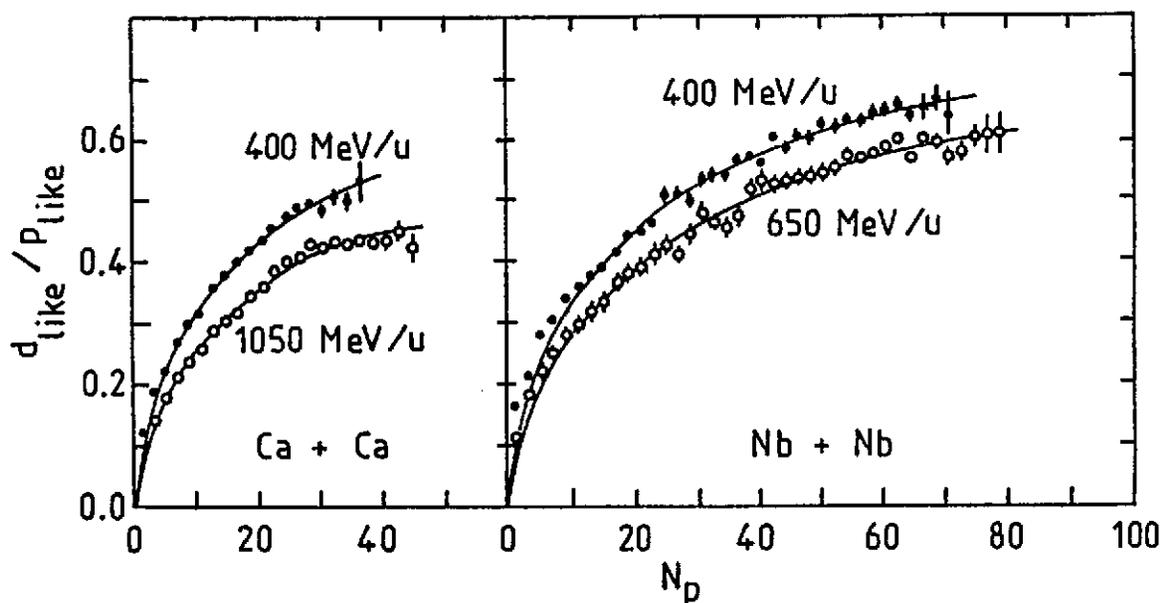


Fig. 46 Rapport $d^{\text{like}}/p^{\text{like}}$ (cf. éq.(37)) en fonction de la multiplicité de charge baryonique, N_p . Data réf.113.

Nous avons souligné dans la 1ère partie (section I-4) que les rayons de source déduits du modèle de coalescence généralisé étaient incertains en raison du paramètre inconnu de section efficace σ_R

(cf. éq. 30 et 35). En fait cette remarque ne s'applique qu'à des mesures inclusives ; l'origine de la quantité σ_R (ou plus exactement σ_0 , la fraction de la section efficace de réaction qui conduit à la formation de la boule de feu) provient du passage des sections efficaces différentielles $d^3\sigma/d^3p$ aux densités d'occupation $d^3n/d^3p = \sigma_0 \cdot d^3\sigma/d^3p$. Maintenant, dans les mesures sélectionnées en multiplicité comme ci-dessus, on fixe justement l'intégrale de d^3n/d^3p ce qui élimine le problème. Dans leur analyse des données, Doss et al. ont ainsi utilisé une extension du modèle de coalescence, à nombre de nucléons participants fixé, où la distribution d'impulsion des particules est paramétrisée par la température effective de la source. Ceci conduit à l'expression suivante :

$$\frac{d^{\text{like}}}{p^{\text{like}}} = 6 \left(\frac{A-Z}{Z} \right) N_p \cdot \left(1 + 2 \left[\frac{r_p}{r_d} \right]^{2-3/2} \right) \cdot \left(1 + \frac{2}{3} m T r_d^2 \right)^{-3/2} \quad (61)$$

où $\frac{A-Z}{Z}$ tient compte de l'asymétrie en isospin (cf. eq. 34).

$r_p = r_0 \left(\frac{A}{Z} N_p \right)^{1/3}$ est le rayon de la source associée aux participants.

m est la masse d'un nucléon

T la température effective des spectres de protons

r_0 et r_d étant deux paramètres caractérisant respectivement la densité du système et le rayon du deutéron.

Les lignes continues qui apparaissent sur la figure 46 correspondent à un ajustement par moindre carré des paramètres r_0 et r_d . Les données expérimentales sont bien reproduites avec des rayons de source raisonnables (r_0 : 1 à 1,2 fm, $r_d = 4$ fm rayon quadratique moyen pour une distribution gaussienne). Toutefois, les densités critiques que l'on peut déduire de r_0 ($\rho_c/\rho_0 \sim 0,5$ à 1) sont nettement supérieures aux valeurs déduites des corrélations p-p ($\rho_c/\rho_0 \sim 0,25$, cf. section II.2.3). Ce résultat n'est en fait pas totalement surprenant. L'étude des corrélations p-p, sensible à l'interaction finale vers des états non liés, permet en effet d'accéder à la densité critique associée à l'équilibre thermique ("thermal freeze-out"). A l'inverse le rapport $d^{\text{like}}/p^{\text{like}}$ détermine la densité critique d'équilibre chimique ("chemical freeze-out") qui peut être plus élevée puisque la formation explicite d'un cluster de deux nucléons (état lié) implique la présence d'une troisième particule pour conserver l'énergie et l'impulsion.

Un autre aspect, sans doute le plus important, de l'étude de Doss et al. concerne la relation entre l'entropie et le rapport $d^{\text{like}}/p^{\text{like}}$. Comme nous l'avons déjà indiqué dans la première partie (fin de la section I.4) les approches théoriques dans ce domaine négligent les effets de surface. L'évolution rapide du rapport expérimental $d^{\text{like}}/p^{\text{like}}$ en fonction de la multiplicité de charge (taille du système) indique à l'évidence que les mesures d'entropie déduites des données inclusives sont sans objet. Ce n'est que pour les grandes multiplicités, là où le rapport $d^{\text{like}}/p^{\text{like}}$ tend à se stabiliser, que l'on peut espérer en faire une évaluation correcte. Pratiquement, les estimations

dépendent fortement du modèle d'analyse (Kapusta¹¹⁴, Stöcker¹¹⁵) et il est encore trop tôt pour tirer des conclusions définitives de ces expériences. Cependant, la mesure de l'entropie, par le fait même qu'elle resterait constante pendant la phase d'expansion du système, continue d'être un objectif expérimental de première importance et l'analyse ci-dessus représente un progrès certain dans cette voie :

Une autre analyse des données de la boule de plastique sur laquelle nous allons maintenant nous pencher concerne une vérification expérimentale de l'hypothèse de thermalisation qui se retrouve par exemple dans les modèles du type boule-de-feu. La sélection en multiplicité est clairement amenée à jouer un rôle essentiel dans une telle étude. Par ailleurs l'utilisation d'un détecteur 4π permet de rechercher, événement par événement, si les conditions d'équilibre thermique sont effectivement

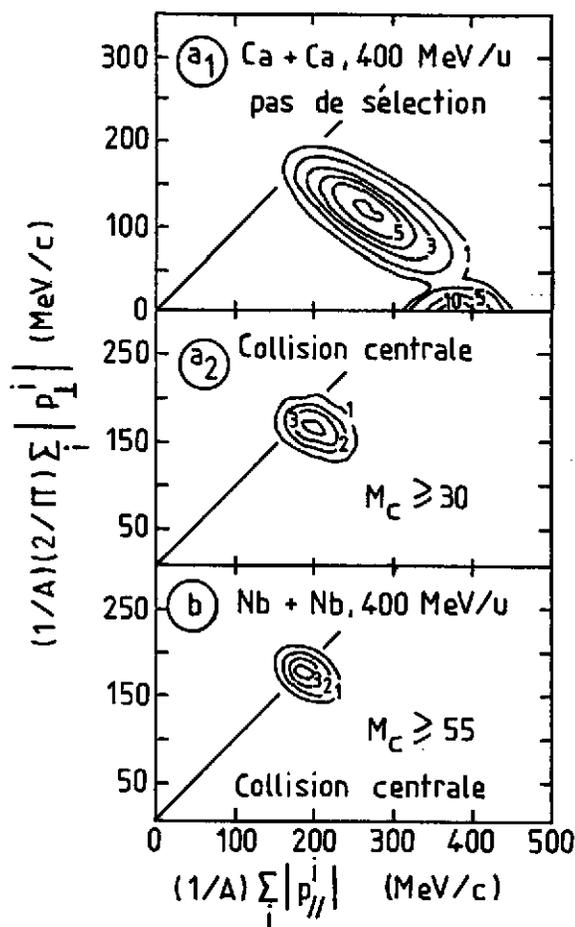


Fig. 47 Comparaison de la distribution d'impulsion longitudinale ($\sum_i |p_{\parallel}^i|$) et transverse ($2/\pi \sum_i |p_{\perp}^i|$) calculée événement par événement. a₁) système Ca + Ca à 400 MeV/u, pas de sélection en multiplicité. a₂) idem avec la condition d'au moins 30 particules chargées détectées dans chaque événement. b) système Nb + Nb à 400 MeV/u, et plus de 55 particules chargées. Les lignes droites (diagonales correspondent au rapport d'isotropie $R = 1$ (cf. éq.(62)).

atteintes. La condition d'isotropie qui doit bien entendu apparaître globalement sur les distributions angulaires inclusives (dans le centre de masse du système en équilibre thermique), doit aussi être vérifiée sur la distribution d'impulsion des particules d'un même événement aux effets de nombre fini près. On peut ainsi trancher entre l'hypothèse d'un véritable équilibre thermique, applicable événement par événement, et la situation où le paramètre de température ne fait que refléter les propriétés moyennes de l'ensemble statistique associé à un grand nombre d'événements. Pour faire cette étude Gustafsson et al.¹¹⁶ ont considéré le rapport d'isotropie suivant :

$$R = \frac{2}{\pi} \frac{\sum_i |\vec{p}_{\perp}^i|}{\sum_i |p_{\parallel}^i|} \quad (62)$$

où \vec{p}_{\perp}^i , p_{\parallel}^i sont respectivement les impulsions transverses et longitudinales (dans la direction du faisceau) de toutes les particules (i) observées dans le même événement.

le facteur $\frac{2}{\pi}$ normalise le rapport R à l'unité pour les distributions d'impulsions isotropes :

$$\frac{2}{\pi} = \int_0^\pi |\sin \theta \cos \theta|_{\parallel} d\theta / \int_0^\pi |\sin^2 \theta|_{\perp} d\theta$$

Les résultats présentés sur la figure 47 concernent les systèmes symétriques Ca + Ca et Nb + Nb à 400 MeV/u. Les calculs ont donc été effectués dans le centre de masse du système total. La condition d'isotropie est réalisée sur les diagonales en trait plein ($R = 1$). L'absence de sélection en multiplicité (fig. 47, a1)) donne deux classes d'événements. Le pic à faible impulsion transverse (impulsion longitudinale par nucléon voisine de celle de faisceau) correspond bien clairement à la fragmentation du projectile dans les collisions périphériques. Le second pic dans la distribution correspond à des collisions plus violentes (transfert d'impulsion dans la direction transverse) mais on est en moyenne très loin de la condition d'isotropie que requiert l'hypothèse d'un équilibre thermique. Ceci n'empêche pas d'ailleurs les spectres inclusifs d'avoir un comportement exponentiel décroissant caractérisé (à 90° c.m.) par une "température" ($E_0 \sim 50$ MeV). Même pour les collisions les plus centrales sur le système Ca + Ca (multiplicité de particules chargées $M > 30$ (fig. 47 a2)), la condition d'isotropie n'est pas encore complètement vérifiée ($R \sim 0,82$) et ce n'est que pour les systèmes lourds et les multiplicités encore plus grandes (Nb + Nb - 400 MeV/u - $M_c > 55$ (fig. 47 b)) qu'elle est enfin atteinte. Il se pose évidemment le problème des coupures cinématiques du détecteur. Pour étudier cet effet une simulation effectuée avec le modèle statistique de Fai et Randrup⁶⁵ a montré qu'une fois filtrée par l'acceptance du système, une distribution isotrope conduisait à une déviation de R inférieure à 5 % par rapport à l'unité. Reste bien sûr une certaine contamination due aux résidus d'évaporation de la cible dont on sait néanmoins qu'elle diminue lorsque la multiplicité augmente.

A ce point, il faut rappeler que la condition d'isotropie n'est qu'une condition nécessaire de thermalisation, en fait elle indique plus simplement l'absence de direction privilégiée comme on peut par exemple l'attendre d'une condition moins restrictive telle que l'arrêt du projectile dans la cible ("stopping condition"). L'étape suivante consiste donc à étudier plus en détail la distribution d'énergie des différentes particules. Sur la figure 48 sont reportés deux spectres de protons à 90° c.m. (où les résidus d'évaporation de la cible sont éliminés) pour le système Nb+Nb à 400 MeV/u. On remarquera la bosse (zone hachurée) sur les données à grande multiplicité ($M_c \sim 55$), elle résulte d'un artefact du système de détection qui identifie de façon incorrecte (comme des protons) les deutons et tritons de grande énergie qui traversent complètement la boule de plastique. La proportion relative de deutons augmentant fortement avec la multiplicité, il est sans doute normal que cette anomalie soit peu visible sur les autres données ($M_c \sim 15$). Cette région des spectres étant éliminée, les données sont assez bien reproduites par une distribution de Boltzmann ($\exp - E/T$) dont les températures sont reportées sur la figure. Il reste cependant, à basse énergie, un épaulement particulièrement visible sur les résultats à grande multiplicité. Nous avons déjà remarqué ce genre de caractéristique dans les données inclusives (cf. I.3.2). Parmi les explications possibles

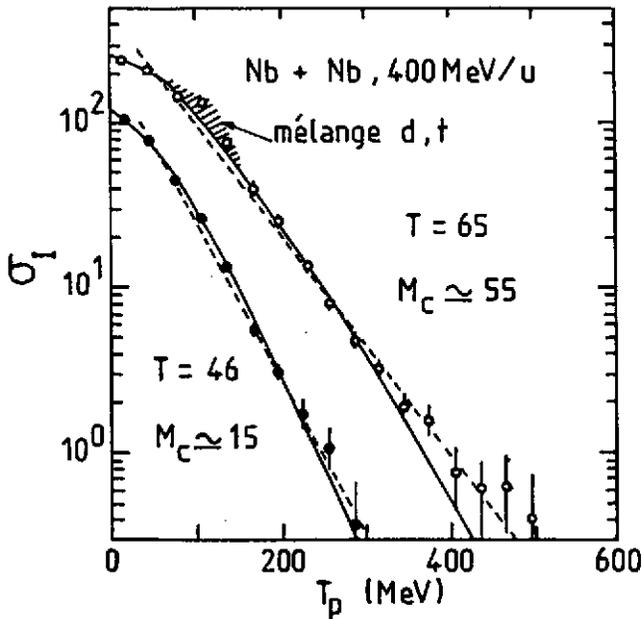


Fig. 48 Sections efficaces invariantes des protons à 90° c.m. produits dans les collisions Nb + Nb à 400 MeV/u. Les fenêtres en multiplicité de particules chargées sont $50 < M_c < 60$ et $10 < M_c < 20$. Les lignes ----- correspondent aux spectres de Boltzmann de température $T = 65$ et 46 MeV. Les lignes en continu sont obtenues à partir du modèle d'explosion thermique de la réf.¹¹⁶.

l'épaulement avec la multiplicité serait naturellement expliquée par la dépendance conjointe de la production de deuton.

Cette expérience nous montre donc que, pour des noyaux lourds et les collisions les plus centrales à 400 MeV/u, le projectile se trouve totalement arrêté ans la cible, les conditions d'un équilibre thermique étant pratiquement atteintes. Par contre les données sélectionnées en multiplicité sont encore insuffisantes pour établir de façon certaine les effets de compression de la matière nucléaire.

Ces discussions sur des résultats de la boule de plastique du groupe GSI-LBL, comme d'ailleurs d'autres que nous avons présentés auparavant (corrélacion p-p), montrent bien l'intérêt des détecteurs "4 π ", ne serait-ce que pour effectuer une simple sélection en multiplicité des données. Cette dernière donne une nouvelle dimension aux problèmes posés, ce qui enrichit considérablement la finesse des analyses. Par ailleurs, la dernière expérience que nous venons de décrire fait appel, pour la première fois, à l'information complète fournie par le détecteur. Le calcul du rapport d'isotropie exige en effet la connaissance des impulsions de toutes les particules observées dans l'événement. C'est à cette classe générale de variables globales que nous allons maintenant nous intéresser.

nous avons alors privilégié le mécanisme de diffusion unique nucléon-nucléon. Il est clair, compte-tenu de la dépendance en multiplicité, qu'il s'agit là d'un autre phénomène. On peut bien entendu penser au modèle d'explosion thermique, d'autant plus que nous sommes en présence de données à haute multiplicité où les conditions d'équilibre thermique semblent atteintes. De fait une analyse dans ce sens est possible et conduit à une vitesse d'expansion radiale $\beta = 0,33$ c et une température nettement réduite $T = 32$ MeV. Malheureusement, le mécanisme de coalescence dont nous avons vu le succès pour expliquer le taux de production de particules composites, conduit aussi à un dépeuplement des spectres de protons à basse énergie. De plus, l'évolution de

III.4. Variables globales

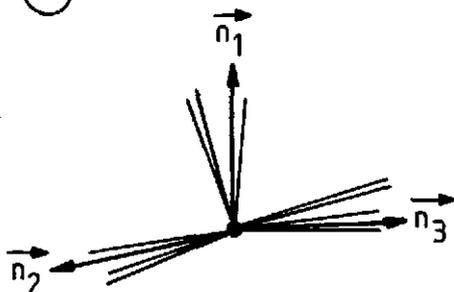
III.4.1. Quelques définitions

Dans l'introduction de cette troisième partie nous avons déjà évoqué le problème de base posé par l'analyse des données, à savoir : comment peut-on caractériser de façon utilisable un événement à plusieurs dizaines de particules dont on connaît individuellement la nature X et l'impulsion \vec{p}_x . Après nous avoir fourni certaines techniques de détection multi-particules, comme les chambres à projection temporelle, il n'est en fait pas très surprenant, détection et analyse des données allant de pair, que la physique des particules élémentaires nous amène aussi quelques éléments de réponse à notre problème. Le premier concept que l'on peut ainsi introduire est celui des variables de jets. Elles sont bien adaptées à la situation où les différentes particules peuvent être classées en plusieurs catégories de direction bien définie (jets). Sur la figure 49, on trouvera la définition

$$\textcircled{1} \quad \text{"THRUST"} = \max_{\vec{n}} \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$



$$\textcircled{2} \quad \text{"TRIPPLICITY"} = \max_{\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3} \frac{(\sum_1 \vec{n}_1 \cdot \vec{p} + \sum_2 \vec{n}_2 \cdot \vec{p} + \sum_3 \vec{n}_3 \cdot \vec{p})}{\sum |\vec{p}|}$$



avec p_i appartient à la classe \sum_j
si $\vec{n}_j \cdot \vec{p}_i$ est le plus grand.

Fig. 49 Définition des variables globales de jets 1) "thrust" deux jets dos à dos .2) "triplicity" - trois jets

des variables de poussée ou estoc ("thrust" - deux jets à dos) et de triplicité (trois jets). La généralisation à un nombre quelconque de jets est triviale mais n'a de sens qu'autant que ces différents jets soient bien isolés les uns des autres. Malheureusement, ce type de classification n'est pas d'un grand secours pour les collisions d'ions lourds où l'on vient de voir au contraire que la distribution des particules était plutôt isotrope. Seule le "thrust", qui permet aussi de caractériser la direction d'allongement de la distribution d'impulsions a été considérée dans quelques cas¹¹⁷. Cependant, cette définition n'est pas analytique. Elle implique donc, événement par événement, une pénible recherche d'extrémum ; son emploi tend donc à être abandonné.

Une définition globale plus intéressante concerne non pas l'émission de particules dans des directions privilégiées (jets) mais dans un plan bien défini. On pense tout de suite au plan de réaction pour les paramètres d'impact non nuls. Une variable permettant de quantifier cette caractéristique ("planarity") est illustrée sur la figure 50. Soient $\{P_x, P_y\} \equiv \vec{P}_t$ les projections

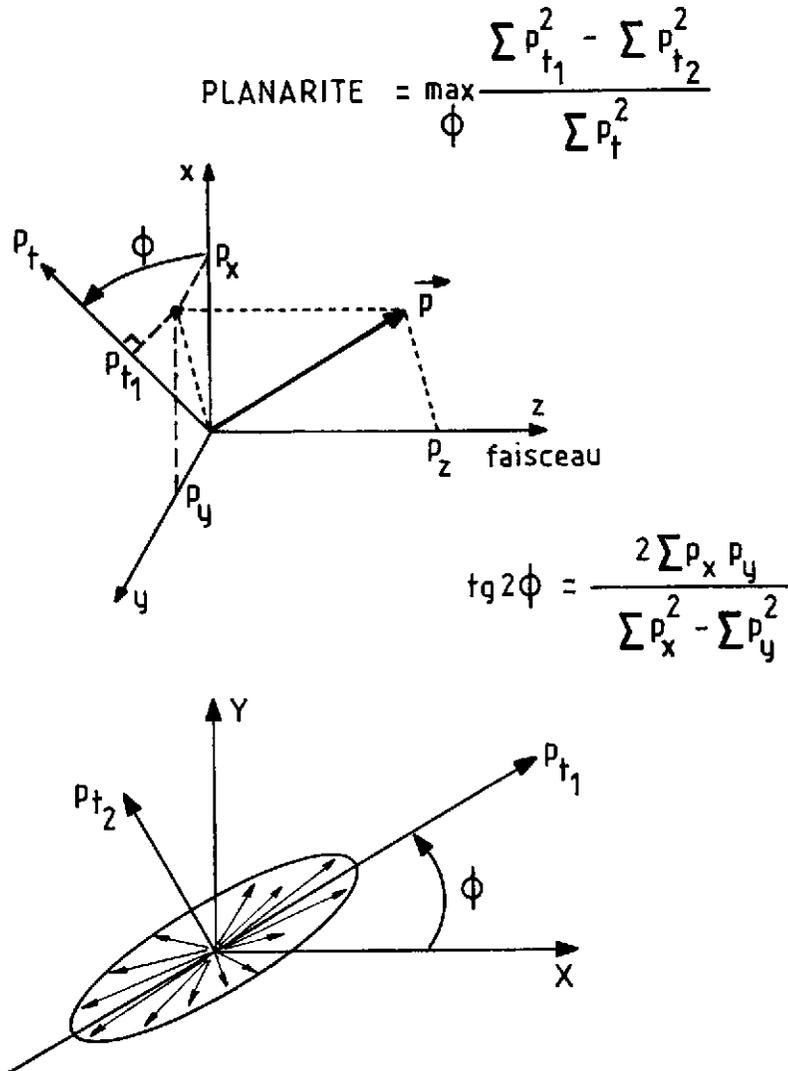


Fig. 50 Définition de la planarité : le diagramme du haut donne les composantes d'un vecteur impulsion \vec{p} et sa projection p_{t1} sur un axe tourné d'un angle ϕ dans le plan transverse. Le diagramme du bas illustre la recherche du maximum par rapport à ϕ , qui est donné par la formule indiquée.

transverses de l'impulsion \vec{p} d'une particule. Dans une rotation d'angle ϕ (azimut) du système de coordonnées transverses, ces projections deviennent $\{P_{t_1}, P_{t_2}\}$. La planarité est définie par la valeur maximum par rapport à ϕ de la quantité :

$$\text{Planarité} = \max_{\phi} \frac{\sum_i P_{t_1}^2 - \sum_i P_{t_2}^2}{\sum_i P_t^2} \quad (63)$$

où la somme est effectuée sur toutes les particules (i) d'un même événement.

Bien clairement, si toutes les particules sont émises dans un même plan passant par l'axe du faisceau (azimut ϕ_0), le maximum de l'équation (63) aura lieu pour $\phi = \phi_0$ et la planarité sera égale à l'unité. A l'inverse une distribution "isotrope" dans le plan transverse donnera une planarité nulle avec un angle ϕ indéterminé. En fait, le problème défini par l'équation (63) est l'analogue d'un problème élémentaire d'axes principaux d'inertie d'un système mécanique à deux dimensions (extrémum de la somme des carrés des distances des "vecteurs impulsion" à l'axe considéré). L'angle ϕ est simplement relié aux différents moments de la distribution d'impulsion transverse par :

$$\text{tg } 2\phi = \frac{2\sum_i P_x P_y}{\sum_i P_x^2 - \sum_i P_y^2} \quad (64)$$

L'analogie avec un système mécanique nous guide naturellement vers une généralisation de cette notion lorsque l'on abandonne la contrainte a priori d'un plan privilégié passant par l'axe du faisceau. On définit ainsi le tenseur de sphéricité :

$$T_{ij} = \sum_v \omega_v P_i^{(v)} P_j^{(v)} \quad (65)$$

où P_i et P_j représentent deux des composantes d'impulsion (P_x, P_y, P_z) pour la particule v appartenant à un événement donné.

et ω_v , un poids associé à chaque type de particule (en termes de moment d'inertie ω_v serait une masse située au point de l'espace des impulsions caractérisé par le vecteur \vec{p}^v).

La diagonalisation de ce tenseur symétrique et défini-positif (recherche des axes principaux) donne trois vecteurs propres orthogonaux de longueur $0 < f_1 < f_2 < f_3$ et dont l'orientation peut être caractérisée par les angles d'Euler θ, ϕ, ψ comme indiqué sur la figure 51. De façon imagée, la diagonalisation revient à représenter la distribution des vecteurs impulsions (des particules d'un même événement) par un ellipsoïde de demi-axes f_1, f_2, f_3 orienté par la séquence de rotation $(\phi_{Oz}, \psi_{Oy_1}, \psi_{Oz_2})$

Bien entendu, comme cela est schématisé sur la figure 52 les axes principaux dépendent du système de référence. Il est clair que nous cherchons ici à caractériser la distribution d'impulsions des particules dans le référentiel du système émetteur. Les calculs (éq.(65) s'entendent donc par

rapport à des moments centrés où le mouvement du centre de masse a été éliminé.

Finalement, il nous faut considérer les poids ω_v que nous avons introduits dans l'expression du tenseur de sphéricité. Compte tenu du succès du modèle de coalescence, il est naturel de choisir les ω_v de telle façon que la contribution d'un groupe de particules (de vitesses voisines) à ce tenseur de sphéricité ne dépende pas du fait que ces dernières soient détectées indépendamment ou sous forme d'un cluster. On parle alors d'invariance par coalescence. Les deux définitions suivantes, qui respectent ce critère, sont couramment utilisées :

$$(i) \quad \omega_v = \frac{1}{m_v} \quad (66)$$

on dit alors du tenseur qu'il décrit le flux d'énergie sa trace vaut :

$$\text{tr}(T_{ij}) = \sum_v \frac{p_v^2}{2m_v} \quad (66-1)$$

$$(ii) \quad \omega_v = \frac{1}{|p_v|} \quad \text{flux d'impulsion} \quad (67)$$

$$\text{tr}(T_{ij}) = \sum_v |p_v| \quad (67-1)$$

Nous avons ainsi défini six variables globales : trois angles pour l'orientation et trois valeurs propres (f_1, f_2, f_3) pour caractériser la forme de la distribution d'impulsions. Ces six quantités doivent être

déterminées événement par événement sur un nombre relativement limité de particules mesurées. On peut se douter, particulièrement pour les faibles multiplicités, de l'importance des fluctuations. Ce problème a été analysé en détail par Danielewicz et Gyulassy¹¹⁸. Partant d'une distribution théorique (ensemble gaussien) pour la distribution d'impulsion à une particule :

$$\mathcal{P}(\vec{p}) = (2\pi f_1 f_2 f_3)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{p_1^2}{f_1} + \frac{p_2^2}{f_2} + \frac{p_3^2}{f_3} \right)\right] \quad (68)$$

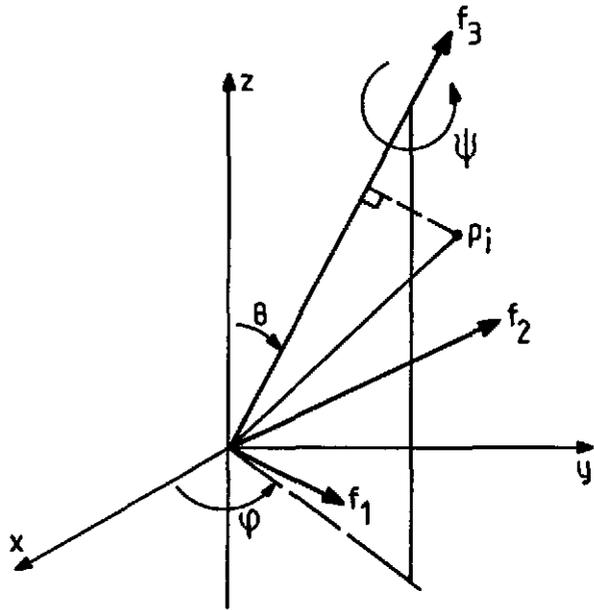


Fig. 51 Axes propres d'un tenseur symétrique défini positif. La transformation qui permet de passer du système d'axes $\vec{o}_x, \vec{o}_y, \vec{o}_z$ au système f_1, f_2, f_3 est une succession de trois rotations caractérisées par les angles d'Euler ($\phi^{(1)}$ autour de $\vec{o}_z^{(1)}$, $\theta^{(2)}$ autour de $\vec{o}_y^{(1)}$, $\psi^{(3)}$ autour de $\vec{o}_z^{(2)}$).

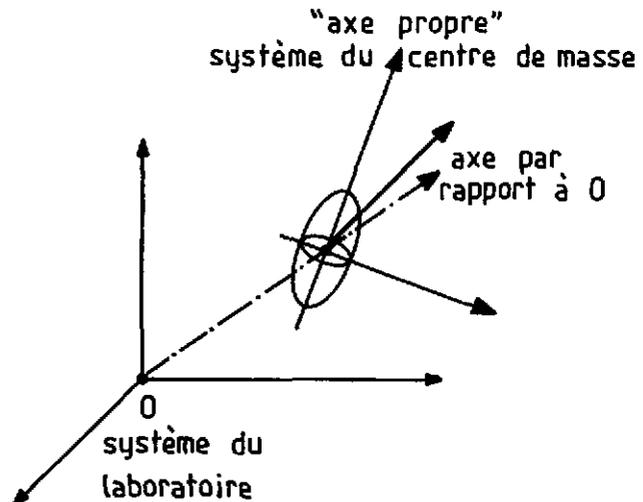


Fig. 52 Illustration indiquant l'influence du système de référence sur un calcul de moment d'inertie

où P_1, P_2, P_3 sont les trois composantes d'impulsion dans le système d'axes propres dont l'orientation est fixée à l'avance

$$\vec{P} = P_1 \vec{k}_1 + P_2 \vec{k}_2 + P_3 \vec{k}_3$$

$$\vec{k}_1 \begin{cases} \cos \theta \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \psi \\ - \sin \theta \cos \psi \end{cases} \quad \vec{k}_3 \begin{cases} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{cases} \quad \vec{k}_2 = \vec{k}_3 \times \vec{k}_1$$

On construit aisément la distribution à M particules ($M =$ multiplicité). On peut alors étudier, pour cette distribution théorique initiale, les fluctuations, associées au nombre fini des particules, des éléments du tenseur de sphéricité et/ou de ses valeurs propres et vecteurs propres. De façon plus concrète, quelques résultats de Danielewicz et Gyulassy obtenus par simulation (type Monte-Carlo à partir de l'équation (68) sont reportés sur la figure 53. La distribution théorique initiale correspond à un "cigare" allongé dans la direction du faisceau ($f_1 = f_2 < f_3$ et angle de flot $\theta = 0$). Les résultats portent sur la valeur moyenne $\langle f_3/f_1 \rangle$ et l'angle moyen $\langle \theta \rangle$ obtenus après diagonalisation du tenseur de sphéricité construit par tirage au hasard de M vecteurs impulsions.

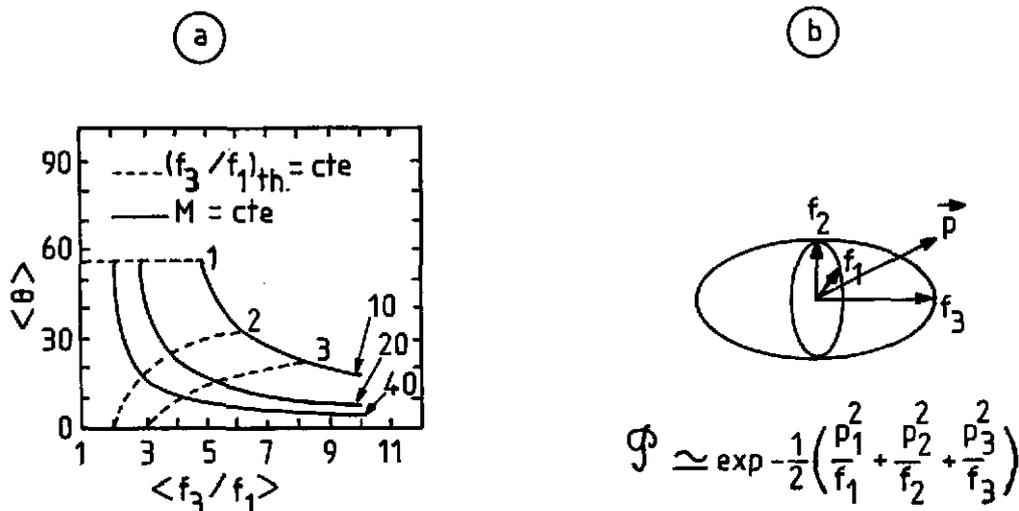


Fig. 53 Influence de nombre fini de particules, caractérisé par la multiplicité M , sur les résultats de la diagonalisation du tenseur de sphéricité correspond à une distribution théorique fixée. Les conditions initiales sont expliquées dans le texte

Les courbes en traits pleins correspondent à une multiplicité M fixée et les lignes en pointillés relient les points aux mêmes valeurs théoriques de départ f_3/f_1 . Deux exemples particuliers soulignent bien l'importance des distorsions associées à la multiplicité :

1) Pour une distribution initiale sphérique $f_3 = f_1$, l'angle moyen de flot $\langle \theta \rangle$ est d'environ 57° (on est parti de $\theta_{théorique} = 0^\circ$) quelque soit la multiplicité M . Ceci provient simplement du fait que le choix d'un nombre fini de particules introduit systématiquement une direction privilégiée dans

l'espace et que pour une distribution initiale isotrope, cette direction est quelconque, d'où :
 $\langle \theta \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \theta \sin \theta \, d\theta = 1$ radian. Il en ressort qu'une mesure de l'angle de flot (θ) pour une distribution proche de l'isotropie est particulièrement incertaine.

2) Pour une distribution en "cigare" nettement allongée f_3/f_1 (théorique) = 3, on obtient respectivement :

$$M = 10 \rightarrow \langle \theta \rangle \sim 25^\circ \quad \text{et} \quad \langle f_3/f_1 \rangle \sim 8 !$$

et

$$M = 40 \rightarrow \langle \theta \rangle \sim 10^\circ \quad \text{et} \quad \langle f_3/f_1 \rangle \sim 4$$

autrement dit, même pour des multiplicités importantes les valeurs moyennes qui caractérisent les distributions "expérimentales" sont nettement biaisées par rapport aux valeurs théoriques initiales.

Pratiquement, cette analyse indique que non seulement le nombre fini de particules introduit des fluctuations, attendues, sur les résultats de la diagonalisation du tenseur de sphéricité mais que les valeurs moyennes (sur un grand nombre d'événements) de ces mêmes résultats peuvent être sérieusement perturbées par rapport aux hypothèses théoriques de départ. Danielewicz et Gyulassy ont montré que l'origine de ces distorsions se trouve dans le jacobien de la transformation qui relie les six paramètres de diagonalisation ($f_1, f_2, f_3, \theta, \phi, \psi$) aux six éléments indépendants du tenseur de sphéricité ($T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, T_{xy}, T_{xz}, T_{yz}$). Sans rentrer dans les détails, pour lesquels nous renvoyons le lecteur à la publication originale¹¹⁸, nous ne retiendrons ici que ce qui concerne la direction d'écoulement préférentiel caractérisée par l'angle de flot θ : il faut se garder d'étudier expérimentalement la distribution de l'angle θ , soit $\frac{dN(\theta)}{d\theta}$, mais corriger du jacobien ci-dessus qui introduit la pondération $1/\sin\theta$, soit :

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{dN(\theta)}{d\theta} = \frac{dN(\theta)}{d\cos\theta} \quad (69)$$

où $N(\theta)$ est le nombre d'événements dans une expérience, qui conduisent par diagonalisation du tenseur de sphéricité (eq.66) à l'angle de flot θ .

Revenant aux comparaisons des calculs du type hydrodynamique et cascades intra-nucléaires, présentées sur la figure 36, on voit bien le rôle particulier que peut jouer l'angle de flot θ dans l'analyse des données. Il est en effet assez apparent que la description hydrodynamique produit un transfert important d'impulsion dans la direction transverse, d'où un phénomène d'écoulement caractéristique sur le côté ("side-splash") qui ne se retrouve pas (ou peu) dans le calcul des cascades. C'est cette signature particulière qui a fait l'objet d'une recherche expérimentale approfondie présentée dans ce qui suit.

III.4.2. Résultats expérimentaux sur l'angle de flot

Les premiers résultats sur ce sujet, publiés il y a déjà un an par Gustafsson et al.⁴⁹, concernent des mesures effectuées sur les systèmes Ca + Ca et Nb + Nb à 400 MeV/u par le groupe boule de plastique, GSI-LBL. L'analyse des données a été faite en utilisant le tenseur du type flux d'énergie ($\omega_v = 1/m_v$). Les résultats sur la distribution de l'angle de flot θ pour différentes tranches en multiplicité totale M_c sont présentés sur la figure 54. A noter que les multiplicités reportées sur la figure correspondent au cas Nb + Nb, les valeurs pour Ca + Ca étant la moitié de celles indiquées. Alors que pour le système Ca + Ca la distribution pique toujours à 0° (sauf peut-être pour la tranche à $M_c(\text{Ca} + \text{Ca}) > 25$), on voit clairement apparaître sur le système Nb + Nb un angle de flot non nul qui croît avec la multiplicité. La comparaison directe de ces résultats

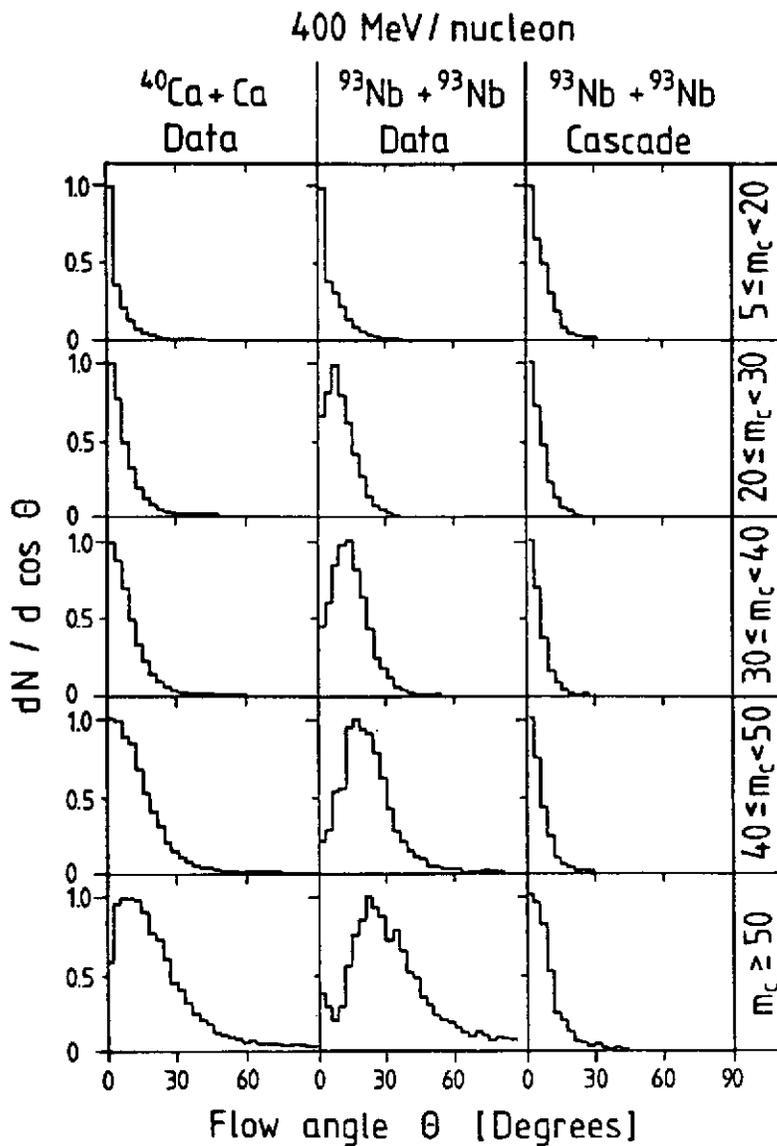


Fig. 54 Résultats obtenus avec la boule de plastique sur la distribution de l'angle de flot pour différentes sélections en multiplicité. Les données expérimentales et la comparaison au calcul de cascades intra-nucléaires sont commentées dans le texte. Data réf.¹¹⁹.

avec des prédictions théoriques pose de sérieux problèmes. Il faut en effet tenir compte des limites de détection de la boule de plastique. Pratiquement ceci ne peut être réalisé que si les modèles permettent de simuler complètement les événements à N particules qui, après application d'un filtre de détection pourront ainsi être analysés de la même façon que les événements de l'expérience.

Cette procédure a été appliquée aux calculs de cascades intra-nucléaires de Yariv et Fraenkel. Les résultats sont reportés dans la partie de droite de la figure 54 pour comparaison avec l'expérience. A ce sujet, il est important de souligner que, la production de particules composites n'étant pas incluse dans le modèle de cascades, il était essentiel de faire une analyse qui soit invariante par coalescence. Il reste une légère indétermination concernant l'utilisation du filtre de détection qui dépend quelque peu de la nature des particules, mais il est évident que le modèle de cascades ci-dessus ne permet pas de reproduire les données expérimentales.

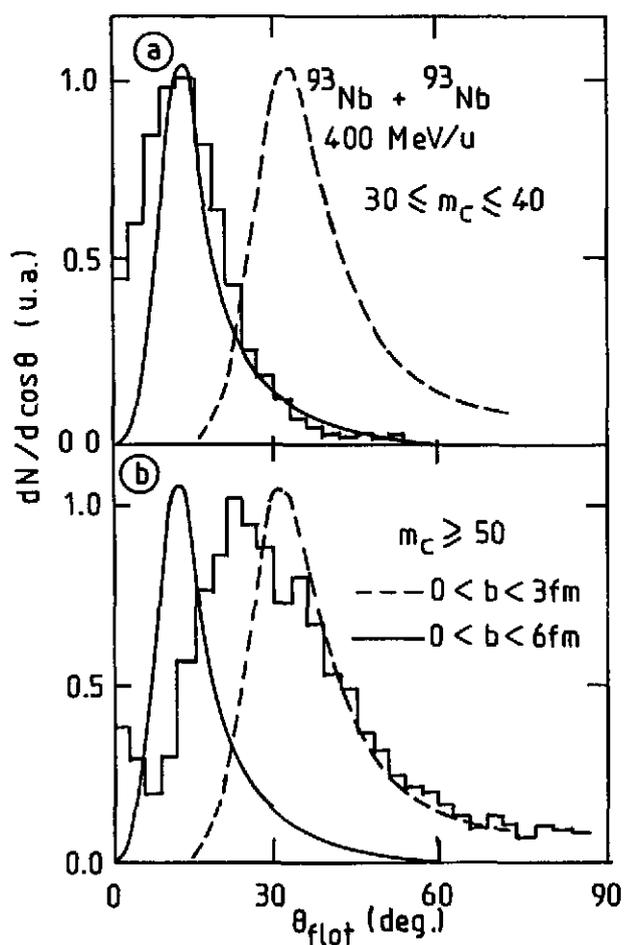


Fig. 55 Comparaison du modèle hydrodynamique¹²⁰ aux résultats expérimentaux sur l'angle de flot. a) l'histogramme correspond aux données expérimentales système, Nb + Nb, la tranche en multiplicité est donnée dans la figure. Les deux courbes continues représentent les résultats du calcul hydrodynamique pour deux sélections en paramètre d'impact. b) idem pour $M_c > 50$.

La comparaison au modèle hydrodynamique présente des difficultés supplémentaires. Ce type de calcul donne en effet la limite, à un nombre infini de particules, de la distribution d'impulsion. Il faut donc en premier lieu établir une correspondance entre multiplicité et paramètre d'impact, b (par exemple via la mesure des sections efficaces) puis échantillonner la distribution d'impulsion à b fixé en utilisant la multiplicité associée. On génère ainsi par une méthode de Monté-Carlo des événements à N particules auxquels on peut appliquer la même procédure que précédemment (filtre expérimental, puis analyse du tenseur de flux d'énergie). Les résultats obtenus de cette façon par G. Buchwald et al.¹²⁰ sont comparés aux données expérimentales dans la figure 55. Les estimations de multiplicité associées à $b = 0$ et $b = 6$ fm sont respectivement $M = 35$ et $M = 46$ (les fluctuations autour de ces valeurs n'ont pas été prises en compte). La comparaison aux deux dernières tranches en multiplicité des résultats de Gustafsson et al. semble donc justifiée.

Sans avoir un accord quantitatif parfait, il est clair que ce calcul de type hydrodynamique prédit raisonnablement la distribution expérimentale d'angle de flot et son évolution avec la multiplicité.

On est donc tenté de conclure que ces expériences montrent enfin une signature claire d'un écoulement collectif favorisant une description hydrodynamique de la collision. Reste alors à étudier la sensibilité des calculs au choix de l'équation d'état. Malheureusement, il semble que les prédictions concernant l'angle de flot¹²¹, à une exception près¹²² dépendent fort peu de ce choix. Il ne semble donc pas que ce type de résultats puisse nous renseigner sur la compressibilité de la matière nucléaire à haute densité. De plus, il n'est même pas clair que les calculs de type cascades intra-nucléaires soient inaptes à reproduire les résultats expérimentaux. Si tel est bien le cas pour le code de Yariv et Fraenkel, les résultats de Cugnon et l'Hôte¹²³ présentés sur la figure 56 se comparent très favorablement à l'expérience. Cette différence manifeste des prédictions entre deux

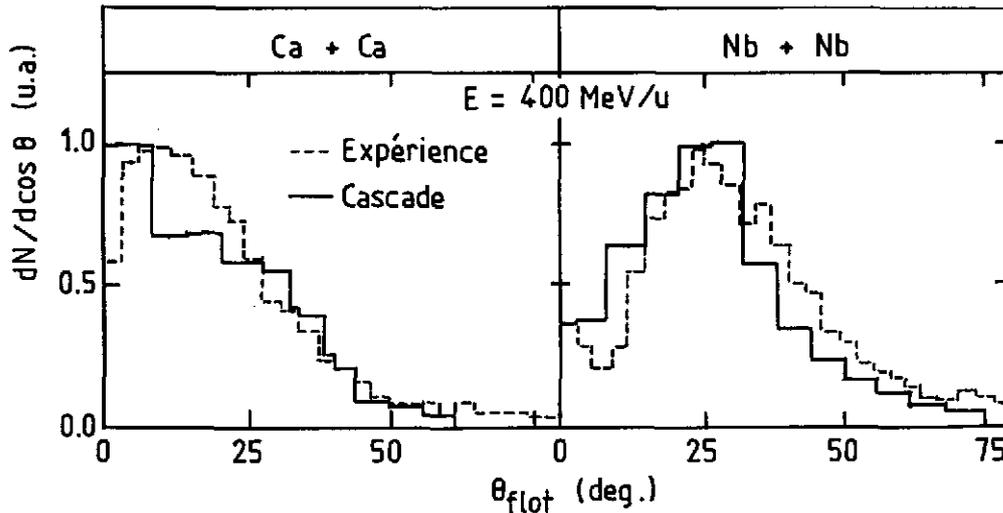


Fig. 56 Comparaison des calculs intra-nucléaires de Cugnon et L'Hôte¹²³ aux résultats de la boule de plastique¹¹⁹ pour les grandes multiplicités $M_c(Nb + Nb) > 50$ et $M_c(Ca + Ca) > 25$.

calculs de cascades n'est toujours pas comprise. Les critères de séparation entre nucléons participants et spectateurs qui influent sur la correspondance entre multiplicité et paramètre d'impact jouent sans doute un rôle dans cette affaire. Stöcker et al.¹²⁴) ont aussi indiqué que les effets de champ moyen nucléaire, quand ils sont pris en compte, réduisent considérablement l'angle de flot qui ressort du code Cugnon. Cependant l'argument strictement inverse est utilisé par Kitazoe et al.¹²⁵ pour expliquer le succès de leur propre code de cascades qui donne une description presque parfaite des résultats de la boule plastique. Le moins que l'on puisse dire est que la situation des codes de cascades n'est pas claire. Ces modèles dont on pouvait penser qu'ils représentaient un calcul de référence aux règles du jeu simples et bien établies ont en fait évolué de telle façon qu'il est difficile de savoir à quelle équation d'état ils correspondent. L'idée initiale d'une équation type gaz de nucléons sans énergie de compression (autre que cinétique) devient certainement incorrecte

lorsque les effets de champ moyen nucléaire, du principe de Pauli ou de réflexion/réfraction à la surface des noyaux sont pris en compte. Il n'est donc peut-être pas si surprenant d'observer une certaine convergence de prédiction entre ces calculs dans leur version la plus raffinée (type Kitazoe et al.) et le modèle hydrodynamique.

En attendant de nouveaux développements théoriques qui permettront de clarifier la situation, les études expérimentales se sont poursuivies sur des systèmes plus lourds et à des énergies différentes. Les résultats de la boule de plastique sur la distribution de l'angle de flot à 400 MeV/u ($\text{Ca} + \text{Ca}$ et $\text{Nb} + \text{Nb}$), 650 MeV/u ($\text{Nb} + \text{Nb}$ et $\text{Au} + \text{Au}$) et 800 MeV/u ($\text{Au} + \text{Au}$) sont reportés sur la figure 57. Deux conclusions expérimentales ressortent clairement de ces données :

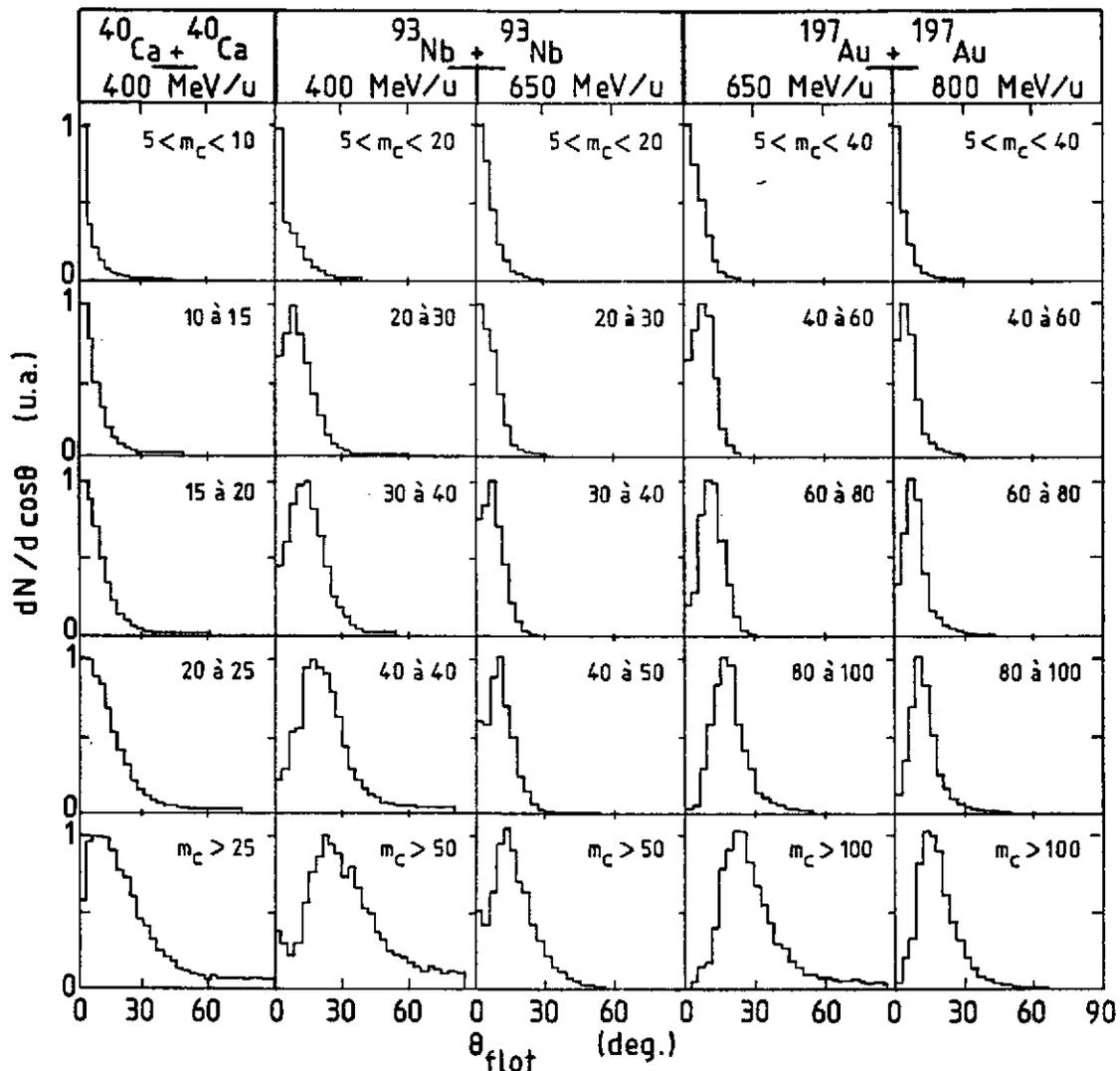


Fig. 57 Résultats de la boule de plastique sur la distribution de l'angle de flot pour différents systèmes ($\text{Ca} + \text{Ca}$, $\text{Nb} + \text{Nb}$ et $\text{Au} + \text{Au}$) et plusieurs énergies 400, 650 et 800 MeV/u. Les multiplicités associées à chaque distribution sont représentées sur la figure. Data réf.¹²⁹

- 1) à une énergie donnée l'angle de flot croît avec la masse du système et bien sûr avec la multiplicité.

2) l'angle de flot décroît avec l'énergie

Finalement nous citerons pour être complets les résultats sur le système asymétrique Ar + Pb à 800 MeV/u obtenus avec la chambre à dards du LBL (réf.¹²⁶). Les données analysées à l'aide du tenseur flux d'impulsion ($\omega_y = 1/|\vec{P}_y|$) montrent également un angle de flot bien marqué pour les paramètres d'impact intermédiaires ($3 < b < 5,5$ fm) ; par contre la distribution est quasiment plate (isotrope) pour les collisions les plus centrales ($0 < b < 3$ fm). Qualitativement ce nouveau comportement est effectivement prédit par un calcul hydrodynamique et serait donc lié à la nature asymétrique de la collision.

Indépendamment de toute interprétation théorique quantitative, l'ensemble de ces résultats sur l'angle de flot nous amène à une conclusion essentielle du point de vue expérimental. La direction d'écoulement qui ressort de l'analyse du tenseur de sphéricité nous permet de définir un plan privilégié pour la collision (défini par cette direction d'écoulement et la direction du faisceau). On peut alors envisager d'étudier la distribution d'impulsion par rapport à ce plan en effectuant éventuellement par événement la rotation appropriée. Une telle procédure a été utilisée par Gustafsson et al.¹¹⁶ pour construire la distribution projetée dans ce plan de référence. Quelques résultats sont présentés sur la figure 58. En l'absence de coupure cinématique (efficacité de détection), les distributions devraient bien clairement être symétriques par rapport à l'origine ($y_{c.m.} = 0$, $p_x/m = 0$). Cependant, les résidus de la cible et plus généralement les particules d'énergie trop faible dans le laboratoire ne sont pas détectées ; ceci produit l'asymétrie considérable, avant-arrière, observée dans la pratique.

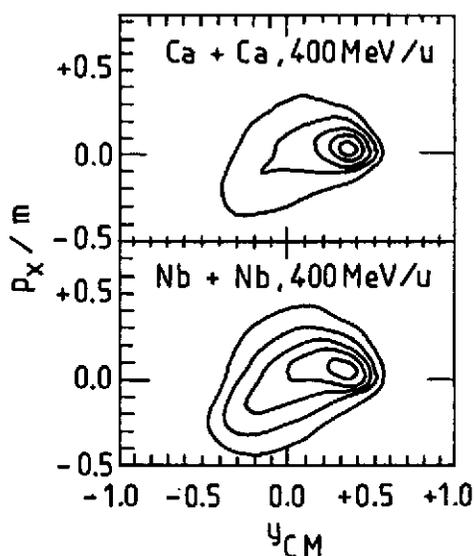


Fig. 58 Distribution d'impulsion projetée sur le plan défini par la direction du flot (analyse du tenseur de sphéricité) et l'axe du faisceau. Data réf.¹¹⁶.

Sur cette représentation des données, l'angle moyen de flot apparaît comme la direction d'allongement de la distribution. On conçoit donc aisément que ce type d'information soit très fortement perturbé par les limites du système de détection. De fait, la coupure expérimentale au voisinage de la rapidité de la cible ($y_{c.m.} = -0,4$) accroît sensiblement la valeur de l'angle de flot par rapport à une mesure non-biaisée. On se rend compte à quel point il est essentiel de prendre en compte de façon suffisamment précise le filtre de détection dans toute comparaison des résultats à un modèle théorique donné.

Nous remarquerons aussi le rôle évident que doit jouer le pic de la distribution projetée (associée aux

résidus du projectile) dans toute analyse en régression linéaire (direction d'allongement de la distribution). Pratiquement il semble que la position de ce pic varie peu avec la multiplicité et que donc la variation expérimentale de l'angle de flot avec cette même multiplicité soit donc bien une propriété des particules de rapidité intermédiaire (participants). De façon plus précise, les résidus du projectile apparaissent à une rapidité légèrement inférieure à celle du faisceau incident et une impulsion transverse non nulle $p_x/m \sim 50 \text{ MeV}/c$. Ceci indique à la fois un phénomène de ralentissement dans la cible et une déflexion sur le côté ("bounce-off"). Ce résultat est contraire aux calculs de Yariv et Fraenkel qui donnent une impulsion transférée $p_x/m \sim 0$ pour les résidus du projectile. Quant au modèle hydrodynamique, il prédit bien l'effet de rebond attendu, mais ce dernier augmente avec la centralité de la collision contrairement aux indications expérimentales.

Finalement, il ressort de cette discussion que l'étude détaillée des distributions d'impulsion projetées semble beaucoup plus riche d'enseignement que la simple mesure des distributions d'angle de flot. Il reste à montrer que le plan de référence est bien défini du point de vue expérimental. C'est à cet aspect du problème que nous allons maintenant nous intéresser.

III.4.3. Analyse en impulsions transverses : plan de réaction

Les résultats que nous venons de présenter sur l'angle de flot dans les collisions centrales noyau-noyau reposent fondamentalement sur l'étude du tenseur de sphéricité. Rappelons la définition (eq. 65) :

$$T_{ij} = \sum_v \omega_v p_i^{(v)} p_j^{(v)}$$

v , indice d'une particule mesurée

i, j , deux des trois composantes (x, y, z)

Nous voudrions maintenant reprendre un commentaire de Danielewicz et Gyulassy¹¹⁸ concernant les propriétés moyennes (sur un grand nombre d'événements) de ce tenseur. Il est clair que la donnée de la distribution à un seul corps $f^{(1)}(\vec{p})$ définit complètement le problème. On aura par exemple pour la composante T_{xy} (on a supposé $\omega_v = 1$) :

$$\langle T_{xy} \rangle = M \langle p_x p_y \rangle \quad (70)$$

où M est la multiplicité moyenne

et

$$\langle p_x p_y \rangle = \int p_x p_y f^{(1)}(\vec{p}) d^3p$$

On peut alors se poser la question suivante : Comment se fait-il que les données inclusives dont on est habitué à penser qu'elles caractérisent la distribution à 1 corps, ne suffisent pas à calculer les propriétés moyennes du tenseur de sphéricité ? La réponse est en fait évidente : les

mesures expérimentales inclusives sont moyennées sur l'azimut. Autrement dit, pour connaître la vraie distribution à 1 corps $f^{(1)}(\vec{p})$, il faut pouvoir déterminer le plan initial de la collision.

La technique que nous avons implicitement utilisée dans l'étude des distributions projetées (c.f. ci-dessus, fin de la section III.4.2) est la diagonalisation, événement par événement, du tenseur de sphéricité. Par ailleurs, nous avons vu que les fluctuations associées au nombre fini de particules mesurées pouvaient sérieusement affecter le résultat d'un tel calcul. Compte tenu que finalement seule la détermination du plan de réaction est importante dans notre analyse, il se pose alors le problème de savoir si une autre méthode, moins sensible aux fluctuations, ne pourrait pas être envisagée.

De fait, Danielewicz et Odyniec¹²⁷ ont proposé une nouvelle technique (analyse en impulsion transverse) qui s'inspire des remarques suivantes :

Pour définir, à 2π près, un plan privilégié dans la réaction, une caractéristique utile peut être l'anti-corrélation à 180° entre des particules rapides à l'avant, émises préférentiellement d'un côté donné par rapport au faisceau et les particules à l'arrière émises du côté opposé. Dans cette optique les particules à faible rapidité (dans le centre de masse) n'apportent que peu d'information sur l'orientation du plan de réaction mais contribuent cependant aux fluctuations indésirables. Danielewicz et Odyniec ont donc proposé de les éliminer en définissant le plan de réaction à partir d'un vecteur transverse \vec{Q} (et bien sûr de l'axe du faisceau) donné par :

$$\vec{Q} = \sum \alpha_v \vec{p}_\perp^{(v)} \quad (71)$$

où $\vec{p}_\perp^{(v)}$ est l'impulsion transverse d'une particule v

et α_v un poids tel que :

$$\begin{aligned} \alpha_v &= +1 & \text{si} & \quad y_v > \delta \\ \alpha_v &= 0 & \text{si} & \quad -\delta < y_v < +\delta \\ \alpha_v &= -1 & \text{si} & \quad y_v < -\delta \end{aligned}$$

avec y_v la rapidité (centre de masse) de la particule considérée

et δ un paramètre de coupure judicieusement choisi.

En dehors du fait que l'analyse ne doit pas dépendre de façon critique du paramètre δ , ce dernier peut, a priori, sembler quelque peu arbitraire. Nous verrons qu'en fait il existe un critère permettant d'effectuer ce choix. Pour le système Ar + KCl à 1,8 GeV/u étudié par Danielewicz et Odyniec la valeur finalement adoptée est $\delta \sim 0,3$ ce qui élimine 35 % des fragments détectés.

Maintenant le problème fondamental est de savoir s'il est possible de connaître expérimentalement la précision avec laquelle cette méthode fixe le plan de réaction (défini par son azimut ϕ). Une idée astucieuse, toujours proposée par Danielewicz et Odyniec consiste à diviser chaque événement à N particules en deux ensembles aléatoires de $N/2$ particules chacun. Il est alors possible d'effectuer les calculs (éq. 71) indépendamment pour chacun de ces deux sous-événements et d'étudier la corrélation entre les azimuts des deux plans de réaction ainsi obtenus. Les résultats sont présentés sur la figure 59. La différence des azimuts, fortement piquée à 0° (fig. 59 a), ne laisse pas de doute sur la validité de la méthode expérimentale. Pour comparaison, la procédure ci-dessus a aussi été appliquée au cas où les plans de réactions sont calculés à partir de deux événements initiaux différents (fig. 59 b). La corrélation disparaît alors totalement. Ceci nous assure en outre que le pic de la figure (59 a) ne résulte pas d'un biais expérimental (efficacité dépendant de l'azimut). Enfin, on peut déduire de la largeur de la corrélation ($\sigma_\phi^{\text{corr}} \sim 110^\circ$) sur la figure (59 a), la précision intrinsèque de la mesure du plan de l'azimut du plan de réaction. Pour une multiplicité N donnée, on attend une dépendance en \sqrt{N} pour σ_ϕ^{int} . Ceci donne un premier facteur $\sqrt{2}$ pour la précision intrinsèque de la détermination des plans de réaction des deux demi-événements. Un deuxième facteur $\sqrt{2}$ provient de la convolution de deux distributions de largeur identique. On en déduit donc :

$$\sigma_\phi^{\text{int}} \approx \frac{1}{2} \sigma_\phi^{\text{corr}} \sim 55^\circ \quad (72)$$

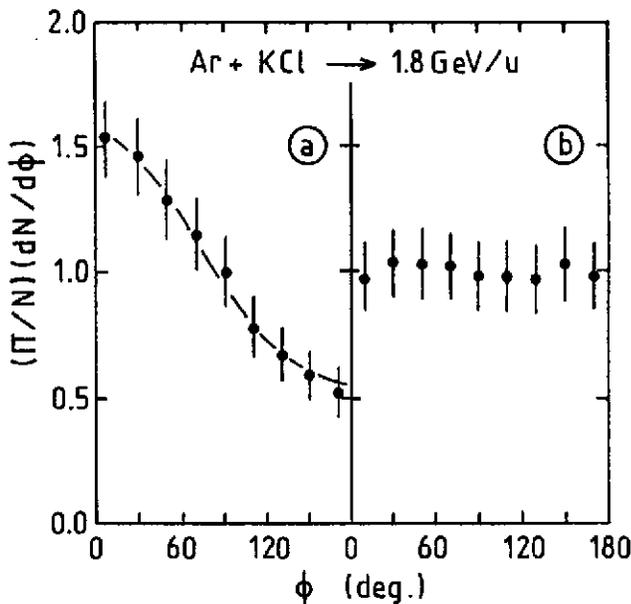


Fig. 59 Distribution de la différence d'azimut (ϕ) entre les plans de réaction obtenus à partir de deux demi-événements (cf. texte).

a) Les deux demi-événements complémentaires à $N/2$ particules, proviennent du même événement à N particules.

b) Les deux demi-événements proviennent d'événements différents.

Data réf.¹²⁷.

La précision n'est sans doute pas excellente mais l'important est qu'elle puisse être mesurée. Cette information quantitative permet en effet de corriger les mesures effectuées sur les distributions projetées. Par ailleurs on peut maintenant fixer le paramètre δ de telle façon que la largeur σ_ϕ^{int} soit minimum.

Finalement, nous terminerons cette discussion en montrant la puissance de cette nouvelle méthode sur un cas concret. Alors que l'analyse du tenseur de sphéricité n'avait pas permis de mettre en évidence un écoulement de type collectif dans les données de chambre à dards Ar + KCl à

1,8 GeV/u (réf.¹²⁸), Danielewicz et Odyniec ont obtenu avec leur technique une mesure de l'angle de flot, $\theta \sim 10,2 \pm 0,5^\circ$ et les caractéristiques de la distribution d'impulsion ($f_1 \sim f_2$ et $E_3/f_1 \sim 3$).

CONCLUSION

Nous avons bâti cette revue expérimentale en suivant une logique assez naturelle qui va des mesures les plus simples du type inclusif vers les expériences de corrélations multiples avec des détecteurs "4 π ". Les deux premières parties (mesures inclusives et corrélations à deux particules) ont déjà fait l'objet d'une première conclusion. A cette occasion nous espérons avoir bien dégagé les raisons théoriques qui ont amené à envisager des expériences de plus en plus complexes. Nous avons ainsi abouti à la description de nouveaux types de détecteurs.

En ce domaine les progrès techniques réalisés en quelques années sont considérables. On retiendra cependant que ces systèmes, dits "4 π ", sont bien loin d'être parfaits. Leur capacité d'identification dépend de la cinématique des particules en présence. Il leur est donc associé un filtre expérimental qui doit être pris en considération dans toute comparaison des résultats avec un modèle théorique donné.

Pour ce qui est de ces résultats, les premières analyses avec une simple sélection en multiplicité sont encourageantes, mais elles ne concernent qu'un aspect mineur de l'information contenue dans un événement à N particules. En fait cette information est trop détaillée pour être directement utilisable. Elle doit être réduite et c'est là le rôle des quelques variables globales que nous avons déjà définies.

Nous nous sommes surtout concentrés sur l'une d'entre elles, l'angle de flot, dont on espérait qu'elle permettrait une discrimination aisée entre les deux descriptions extrêmes, modèle hydrodynamique et calculs de cascades intra-nucléaires. Nous avons vu le relatif échec de cette tentative, relatif dans le sens où certaines prédictions apparemment contradictoires devront être expliquées avant de tirer des conclusions définitives.

Une des difficultés majeures dans l'interprétation des résultats provient sans doute de la sensibilité de certaines variables globales (comme l'angle de flot) aux coupures expérimentales des systèmes de détection. Pratiquement, il semble impossible de corriger l'analyse pour tenir compte de ces coupures. On est donc contraint à étendre les modèles théoriques au niveau d'une simulation complète de l'expérience. On a alors une chaîne de calculs particulièrement complexe (modèle théorique + simulation des événements à N particules + filtres expérimental + analyse en variable globale) et il devient extrêmement difficile de savoir qui des paramètres du modèle ou encore des incertitudes sur les caractéristiques du détecteur (filtre) sont finalement responsables de l'accord

(ou du désaccord) entre l'expérience et la simulation.

Pour avoir été trop directement impliqué dans la succession rapide des périodes d'enthousiasme et de découragement qui ont marqué le développement de cette physique exclusive, sans doute avons nous présenté la situation actuelle sous un jour peu favorable. Pour terminer sur une note plus optimiste, nous voudrions finalement insister sur les tous derniers résultats que nous avons discutés. L'existence d'un plan de réaction, que l'on peut déterminer événement par événement avec une incertitude mesurable, nous permet en principe de reconstruire la section efficace différentielle triple $d^3\sigma/d^3p$, non moyennée sur l'azimut. En fait, nous disposons ainsi, du moins en dehors des coupures expérimentales, de la distribution à 1 corps $f^{(1)}(\vec{p})$, Mais alors que ces coupures biaisent de façon importante l'évaluation des éléments du tenseur de sphéricité (moments de la distribution $f^{(1)}(\vec{p})$ ce qui rendait hasardeux leur interprétation ultérieure), rien n'empêche maintenant une comparaison relativement directe, entre les prédictions théoriques de la distribution à 1 corps et son évaluation expérimentale. Enfin, le succès de l'analyse en impulsion transverse pour un système léger (Ar + KCl) est très encourageant pour l'étude des systèmes analoges auxquels l'accélérateur Saturne II et l'ensemble de détection Diogène permettent d'accéder. D'ailleurs un résultat préliminaire sur le système Ne + Pb à 400 MeV/u semble montrer que l'on garde une certaine sensibilité au plan de réaction, même pour des multiplicités faibles (~ 15 particules chargées) ; ceci vient à point pour nous conforter dans cet optimisme récent.

REFERENCES

1) Articles de revue :

- S. Nagamiya et al., Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 34 (1984) 155 ;
 A. Goldhaber, H. Heckmann, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 28 (1978) 161 ;
 J.R. Nix, Prog. Part. Nucl. Phys. 2 (1979) 237.

2) Modèles théoriques :

- Fireball : G.D. Westfall et al., Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 1202.
 Firestreaks : W.D. Myers, Nuc. Phys. A296 (1978) 177.
 Equil-chimique : A.Z. Mekjian, Phys. Rev. C17 (1978) 1051
 Explosion-thermique: J.P. Bondorf et al., Nucl. Phys. A296 (1978) 320 ;
 P.J. Siemens and J.O. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 880.
 Diffusion N-N : R.L. Hatch and S.E. Koonin, Phys. Lett. 81B (1978) 1 ;
 S.E. Koonin, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 680.
 Cascades linéaires J. Knoll and J. Randrup, Nucl. Phys. A324 (1979) 445 ;
 et Row + Row : J. Randrup, Phys. Lett., 76B (1978) 547 ;
 J. Hufner and J. Knoll, Nucl. Phys. A290 (1977) 460.

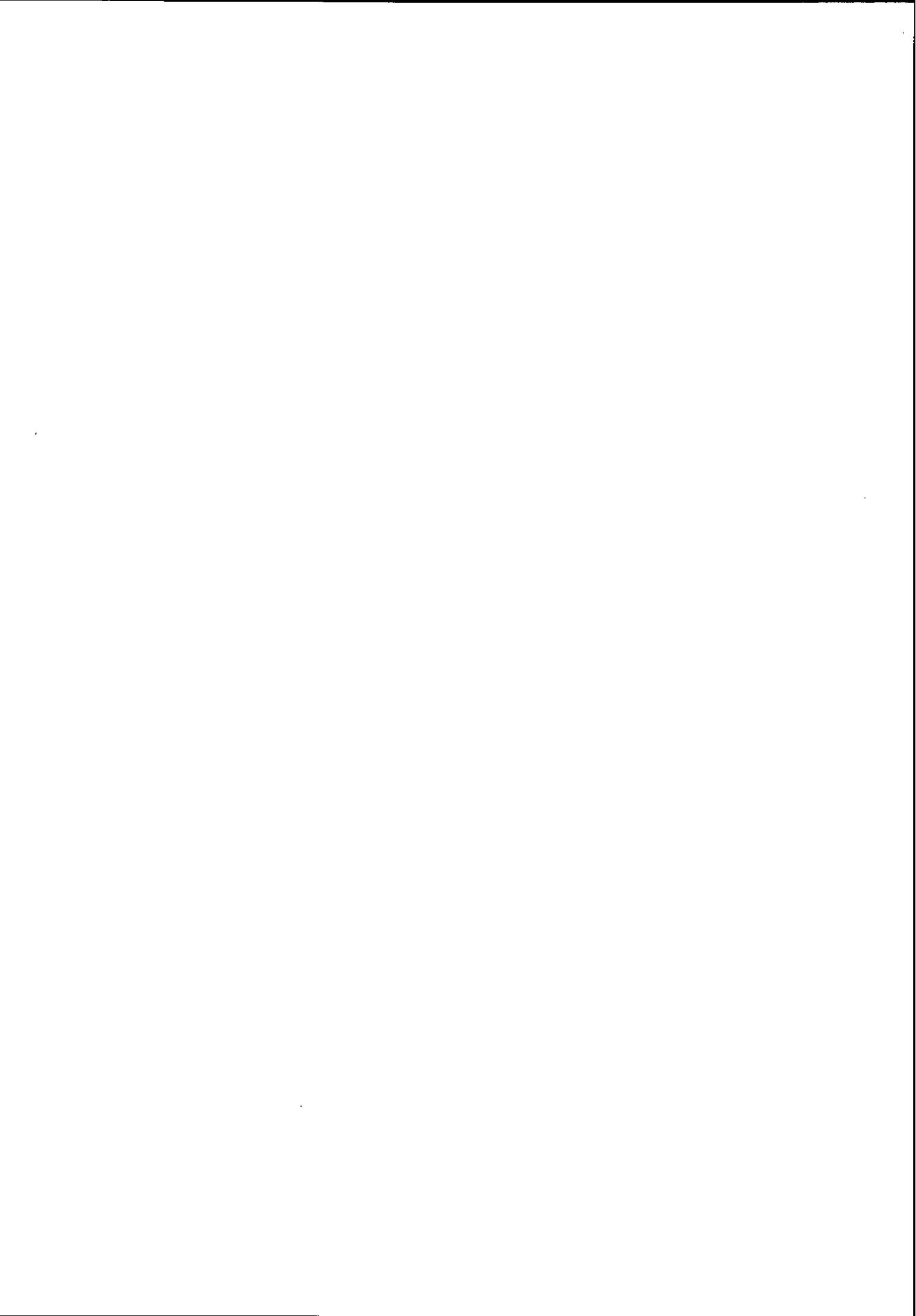
- Phase-space : J. Knoll, Phys. Rev. C20 (1979) 773 ;
 J. Knoll, Nucl. Phys. A343 (1980) 511 ;
 S. Bohrmann, J. Knoll, Nucl. Phys. A356 (1981) 498.
- Cascades : K.K. Gudima and V.D. Toneev, Sov. J. Nucl. Phys. 27, 351 ;
 Y. Yariv and Z. Fraenkel, Phys. Rev. C20 (1979) 2227.
 J. Cugnon, Phys. Rev. C22 (1980) 1885 ;
 Y. Kitazoe et al., Phys. Rev. C29 (1984) 828.
- 3) S. Nagamiya et al., Phys. Rev. C24 (1981) 971.
- 4) S.T. Butler and C.A. Pearson, Phys. Rev. 129 (1963) 836
 A. Schwarzschild and C. Zupancic, Phys. Rev. 129 (1963) 854
 H. Gutbrod et al., Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 667.
- 5) A.Z. Mekjian, Phys. Rev. C17 (1978) 1051
- 6) P.J. Siemens and J.I. Kapusta, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1486.
- 7) J. Cugnon, Approche théorique des collisions entre ions lourds à haute énergie, Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire, Bombannes 1985.
- 8) V.I. Komarov et al., Phys. Lett. 80B (1978) 30
- 9) S. Nagamiya et al., Phys. Lett. 81B (1979) 147;
 I. Tanihata et al., Phys. Lett. 97B (1980) 363.
- 10) L.P. Csernai and W. Greiner, Phys. Lett. 99B (1981) 85.
 L.P. Csernai et al., Phys. Rev. C25 (1982) 2482.
- 11) R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss, Nature 178 (1956) 1046.
- 12) G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, A. Pais, Phys. Rev. 120 (1960) 300.
- 13) G.I. Kopylov and M.I. Podgoretzkiĭ, Sov. J. Nucl. Phys. 19 (1974) 215.
- 14) S.E. Koonin, Phys. Lett. 70B (1977) 43 ;
 F.B. Yano and S.E. Koonin, Phys. Lett. 78B (1978) 556.
- 15) S.Y. Fung et al., Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 1592.
 J.J. Lu et al., Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 898 ;
 D. Beavis et al., Phys. Rev. C27 (1983) 910 ;
 W.A. Zajc et al., Phys. Rev. C29 (1984) 2173.
- 16) Z. Zarbakhsh et al., Phys. Rev. Lett. 36 (1981) 1268 ;
 H.A. Gustafsson et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 544.
- 17) H. Wieman et al. Proceedings of the 7th high energy heavy ion study - Darmstadt - GSI
 Report : GSI-85-10 (1985) ;
 J. Pochodzalla et al. Preprint MSU-MSUCL-527-juin 1985.
- 18) R. Stock et al., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1236 ;
 D. Beavis et al., cf. référence ¹⁵) ;
 R. Brockmann et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 2012.
- 19) A. Baden et al., NIM 203 (1982) 189.

- 20) J. Gosset, NIM 196 (1982) 299.
- 21) K.G.R. Doss et al., preprint GSI-85-4
- 22) H.A. Gustafsson et al., Phys. Lett. 142B (1984) 141.
- 23) J. Kapusta and D. Strottman, Phys. Lett. 106B (1981) 33.
- 24) J. Cugnon et al., Phys. Lett. 109B (1982) 167.
- 25) H.A. Gustafsson et al., preprint GSI-84-11.
- 26) J. Cugnon et D. L'Hôte, Phys. Lett. 149B (1984) 35 ;
Y. Kitazoe et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 2000.
- 27) G. Buchwald et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1594.
- 28) P. Danielewicz and G. Odyniec, preprint LBL-18600
- 29) T.D. Lee and G.C. Wick, Phys. Rev. D9 (1974) 2291.
T.D. Lee, Rev. Mod. Phys. 47 (1975) 267.
T.D. Lee and M. Margulies, Phys. Rev. D11 (1975) 1591.
- 30) A.B. Migdal, Proc. Int. Conf. Nucl. Struct. Tokyo 1977, J. Phys. Soc. Japan 44 (1978) 755 et
références incluses.
- 31) cf. par exemple W. Weise, Nucl. Phys. A374 (1982) 505c.
- 32) A. Bohr and B.R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. 1 - p. 138 et suivantes - W.A. Benjamin, Inc
(1969) N.Y. - Amsterdam.
- 33) D.H. Youngblood et al., Proc. Int. Conf. Nucl. Struct., Tokyo 1977, J. Phys. Soc. Japan 44
(1978) 197.
- 34) Cf. réf.³² - vol.2 - page 667.
- 35) A.E. Glassgold et al., Ann Phys. 6 (1959) 1.
- 36) H.G. Baumgart et al., Z. Phys. A273 (1975) 359.
- 37) J. Hofmann et al., Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 88.
- 38) Calculs de J.R. Nix et al., dans High Intensity Uranium beams from the Super-hilac and the
Bevalac - proposal 32 - Berkeley, May 1975.
- 39) G.D. Westfall et al., Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 1202 ;
J. Gosset et al., Phys. Rev. C16 (1977) 629.
- 40) W.D. Myers, Nucl. Phys. A296 (1978) 177.
- 41) J. Hüfner, Proc. 4th. high energy heavy ion summer study, Berkeley 1978, rapport LBL 7766, p.
135.
- 42) S. Nagamiya, Nucl. Phys. A335 (1980) 517.
- 43) P.J. Lindstrom et al., preprint LBL 3650 (1975).
- 44) S. Nagamiya, 5th high energy heavy ion study - Berkeley 81 - rapport LBL 12652 - p.141.
- 45) J. Gosset, J. Kapusta et G.D. Westfall, Phys. Rev. C18 (1978) 844.
- 46) J.P. Bondorf et al., Nucl. Phys. A296 (1978) 320.
- 47) P.J. Siemens and J.O. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 880.
- 48) Cf. réf.² (cascades).

- 49) J. Knoll and J. Randrup, Nucl. Phys. A324 (1979) 445.
- 50) J. Cugnon et al., Nucl. Phys. A360 (1981) 444.
- 51) Cf. réf.² (phase-space).
- 52) S. Nagamiya, J. Randrup and T.J. Symons cf. réf.¹. Les données sont de S. Schnetzer et al. Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 989.
- 53) S. Nagamiya, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1383.
- 54) A.Z. Mekjian, cf. réf.² (Equil-chim) - sect. III.F p. 1063.
- 55) R. Brockmann et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 2012.
- 56) Y. Miake et al., Proc. 7th High energy heavy ion study - GSI - DARMSTADT - rapport GSI-85-10 (1985).
- 57) H. Gutbrod et al., Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 667 ;
J. Gosset et al., Phys. Rev. C16 (1977) 629 ;
M.C. Lemaire et al., Phys. Lett. 102B (1981) 121.
- 58) A.Z. Mekjian - cf. réf.² - (Equil-chim) - sect. III-B - p. 1057.
- 59) H. Sato and K. Yazaki, Phys. Lett. 98B (1981) 153.
- 60) Données de la référence⁴⁵ (J. Gosset et al.) analysées par A.Z. Mekjian et al. réf.⁵⁴.
- 61) Valeur extraite des données de S. Nagamiya et al., réf.⁴⁴. Un facteur multiplicatif $\sqrt{3/5}$ a été introduit pour tenir compte de la comparaison entre source gaussienne et sphère à bord franc (cf. aussi réf.⁵⁸).
- 62) J. Cugnon, cf. réf. ⁷.
- 63) P.J. Siemens and J.I. Kapusta, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1487.
- 64) C.F. Bertsch, Nucl. Phys. A400 (1983) 221c.
- 65) H. Stöcker et al., Nucl. Phys. A400 (1983) 63c.
Voir aussi G. Fai and J. Randrup, Nucl. Phys. A381 (1981) 557.
- 66) G. Fai and J. Randrup, 5th high energy heavy ion study Berkeley 1981 - Rapport LBL 12652 - p.226.
- 67) Une discussion concernant ces valeurs se trouve dans la référence ⁵⁴) (A.Z. Mekjian) p. 1059.
- 68) Cf. réf.² (phase-space) ;
Voir aussi : A.H. Blin, S. Bohrman and J. Knoll, Z. Phys. A306 (1982) 177.
- 69) R.L. Hatch and S.E. Koonin, Phys. Lett. 81B (1979) 1.
- 70) T. Fujita, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 174.
- 71) R.D. Amado and R.W. Woloshyn, Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 1435.
- 72) V.I. Komarov et al., Phys. Lett. 80B (1979) 30.
- 73) J.Knoll, Phys. Rev. C20 (1979) 773.
- 74) S. Nagamiya et al., Phys. Lett. 81B (1979) 147.
- 75) I. Tanihata et al., Phys. Lett. 97B (1980) 363.
- 76) S. Nagamiya et al., Nucl. Phys. A335 (1980) 517.
- 77) Cf. réf.¹⁰.

- 78) H. Stöcker et al., Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 725.
- 79) R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss, cf. ref. ¹¹).
- 80) G. Goldhaber et al., cf. réf.¹².
- 81) E. Fermi, Prog. Theor. Phys. 5 (1950) 570.
- 82) G.I. Kopylov and M.I. Podgoretzkii - ref.¹³).
- 83) M. Deutschmann et al., CERN Report - CERN/EN/Phys 78-1 (1978).
- 84) M. Gyulassy, Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 454.
- 85) G.I. Kopylov, Phys. Lett. 50B (1974) 472.
- 86) W.A. Zacj, PhD Thesis - Rapport LBL 14864 (1982) ; Cf. aussi réf.⁹⁰ .
- 87) S.Y. Fung et al., Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 1592.
- 88) J.J. Lu et al., Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 898.
- 89) D. Beavis et al., Phys. Rev. C27 (1983) 910.
- 90) W.A. Zacj et al., Phys. Rev. C29 (1984) 2173.
- 91) D. Beavis et al., 6th high energy heavy ion study, Berkeley 84, Rapport LBL 16281.
- 92) J. Cugnon et al., Nucl. Phys. A379 (1982) 553.
- 93) S.E. Koonin, Phys. Lett. 70B (1977) 43.
- 94) R.V. Reid, Ann. Phys. 50 (1968) 411.
- 95) F. Zarbakhsh et al., Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 1268.
- 96) M. Biyajima, Phys. Lett. 132B (1983) 299.
- 97) H.A. Gustafsson et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 544.
- 98) H. Wieman et al., 7th. high energy heavy ion study Darmstadt GSI report GSI-85-10 (1985).
- 99) H. Stöcker et al., Nucl. Phys. A400 (1983) 63.
- 100) P. Bonche, 8ème session d'études biennales de physique nucléaire, Aussois 4-8 février 1985 ;
Voir aussi P. Bonche, S. Levit et D. Vautherin, Nucl. Phys. A427 (1984) 278 et preprint
Weizmann Wis-84/19.
- 101) D.J. Morissey et al., Phys. Lett. 148B (1984) 423.
- 102) D.H. Boal, Phys. Rev. C30 (1984) 749.
- 103) J. Pochodzalla et al., preprint MSU - MSUCL 527 juin 85.
- 104) J. Pochodzalla et al., preprint MSU - MSUCL 518 avril 85.
- 105) C.B. Chitwood et al., preprint MSU - MSUCL 542D sept 85.
- 106) H. Stöcker, J.A. Marhun and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 725.
- 107) F. Balea et al., Nucleus-Nucleus collisions II, Visby - Sweden 10-14/6/1985 - vol. 1 -
contributed papers H23.
- 108) K. Van Bibber and A. Sandoval, preprint LBL 12883. Voir aussi Heavy Ion Science - Plenum Phys.
- New York (1982)
- 109) R. Stock et al., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1236.
- 110) R. Brockmann et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 2012.
- 111) R. Hagedorn and J. Rafelski, Phys. Lett. 97B (1980) 136.

- 112) A. Baden et al., cf. réf.¹⁹.
- 113) K.G.R. Doss et al. Rapport GSI-85-4 (janvier 1985)
- 114) J.I. Kapusta, Phys. Rev. C29 (1984) 173.
- 115) H. Stöcker, Nucl. Phys. A400 (1983) 63c ;
B.V. Jacak, H. Stöcker and G.D. Westfall, Phys. Rev. C29 (1984) 1744.
- 116) H.A. Gustafsson et al. Phys. Lett. 142B (1984) 141.
- 117) J. Kapusta and D. Strottman, Phys. Lett. 106B (1981) 33.
- 118) P. Danielewicz and M. Gyulassy, Phys. Lett. 129B (1983) 283.
- 119) H.A. Gustafsson et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1591.
- 120) G. Buchwald et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1594.
- 121) G. Buchwald et al., 7th high energy heavy ion study GSI-Darmstadt - GSI-85-10 (1985).
- 122) J. Theis, PhD Thesis University of Franckfurt (1984). Cf. aussi réf.¹²¹ ci-dessus.
- 123) J. Cugnon et D. l'Hôte, Phys. Lett. 149B, 35 (1984). Cf. aussi Rapport GSI-85-10 (1985).
- 124) H. Kruse et al., Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 289.
- 125) Y. Kitazoe et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 2000.
- 126) R.E. Rendfort et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 763.
- 127) P. Danielewicz and G. Odyniec, preprint LBL 18600.
- 128) H. Ströbele et al., Phys. Rev. C27 (1983) 1349.
- 129) H.G. Ritter et al. 7th High energy heavy ion study GSI-Darmstadt - GSI-85-10 (1985) 67.



PHYSIQUE NUCLÉAIRE RELATIVISTE ET EFFETS DE
QUARKS DANS LES NOYAUX

J.F. MATHIOT

Division de Physique Théorique, IPN Orsay

Abstract

A new approach of nuclear structure and nuclear reactions will be presented in these lectures. In a relativistic quantum field description of the nucleon and meson degrees of freedom, the nucleon wave function (in an independent particle model) is no longer solution of a Schrödinger equation but rather of a Dirac equation. In the simplest approximation the interaction potential is constructed from meson exchange. We shall also discuss the modifications of the nucleon structure which are expected in the nuclear medium when its sub-structure (in terms of quarks and gluons) is explicitly taken into account.

Résumé

Une nouvelle approche de la structure nucléaire, ainsi que des réactions nucléon-noyau, sera développée dans ce cours. Cette approche est fondée sur un formalisme relativiste où la fonction d'onde des nucléons (dans un modèle de particules indépendantes) est solution non plus d'une équation de Schrödinger mais d'une équation de Dirac dont les potentiels d'interaction sont construits à partir de l'échange de mésons. Nous verrons ensuite comment ces notions peuvent être utilisées dans la perspective où la structure interne des nucléons (quarks et gluons) est explicitement introduite, et quelles en sont les conséquences.

Il est un problème auquel chaque physicien ne cesse d'être confronté lorsqu'il utilise un modèle théorique particulier pour interpréter telle ou telle partie de la réalité physique : il s'agit de connaître les limites exactes de validité de celui-ci. De ce point de vue, il est important de bien comprendre les différents liens qui existent entre une description non relativiste de la structure nucléaire et une nouvelle approche fondée sur un formalisme relativiste¹. En dehors de corrections relativistes "cinématiques" qui, comme nous le verrons, ne sont pas complètement négligeables malgré la masse élevée du nucléon, nous nous intéresserons plus particulièrement à mettre en évidence les aspects et interprétations nouvelles que cette approche révèle.

Dans une première partie nous développerons les bases nécessaires à la bonne compréhension du fondement de cette approche et aussi pour bien contrôler les différentes approximations que l'on sera amené à faire et qui, toutes, seront d'une manière ou d'une autre une réduction d'un formalisme de théorie quantique relativiste des champs à un modèle plus proche de ce que les physiciens nucléaires ont l'habitude de manipuler. Toutes ces approximations sont, a priori, surmontables mais au prix d'une complication certaine. Nous essayerons dans la mesure du possible de les justifier dans le cadre que nous considérons ici. Nous traiterons, pour illustrer cette démarche, le calcul de la matière nucléaire symétrique et infinie et discuterons en détail le mécanisme de la saturation.

La deuxième partie de ce cours sera consacrée à l'étude de plusieurs applications. En particulier nous détaillerons le calcul de la structure des noyaux finis dans l'approximation Hartree-Fock. Nous montrerons à cette occasion comment on peut en déduire une interaction effective (dépendante de la densité) utilisable dans un formalisme non-relativiste. Une deuxième application importante concerne le couplage électromagnétique aux nucléons, tels qu'ils sont décrits dans ce formalisme relativiste. Il conviendra d'étudier ici les deux aspects des corrections "relativistes" que l'on peut attendre, à savoir correction sur les fonctions d'onde nucléaires et correction sur les opérateurs électromagnétiques eux-mêmes. Nous verrons à propos du moment magnétique de certains noyaux que ces corrections peuvent être importantes. La troisième application que nous envisagerons, et qui est très étudiée actuellement, concerne la construction du potentiel optique proton-noyau dans un large domaine d'énergie. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la dépendance en énergie du potentiel optique telle qu'elle apparaît dans l'approximation d'impulsion relativiste. Tous ces résultats seront illustrés sur la section efficace de diffusion proton-⁴⁰Ca ainsi que sur les observables de spin : pouvoir analyseur et fonction de rotation de spin.

*Laboratoire associé au C.N.R.S.

Dans la mesure où les nucléons ne sont pas ponctuels mais possèdent une sous-structure définie à partir de quarks et gluons il est important de savoir dans quelle mesure celle-ci peut être modifiée -polarisée- dans le milieu nucléaire. Nous traiterons dans la troisième partie ces aspects d'un point de vue plus qualitatif. Nous rappellerons tout d'abord quelques notions et résultats simples de la Chromodynamique Quantique et montrerons en particulier comment dans la limite des très hauts moments de transfert on peut obtenir certains résultats exacts concernant par exemple la diffusion d'électrons polarisés. En ce qui concerne le comportement du nucléon dans le noyau, il est nécessaire de construire des modèles pour simuler les effets non perturbatifs des interactions quark-gluon et gluon-gluon. Dans ce cas il est important de cerner le plus près possible les résultats expérimentaux. Nous nous attacherons surtout à connecter le comportement du nucléon dans le milieu nucléaire, et en particulier la variation de sa masse propre et de son rayon, à la position des excitations du nucléon et plus précisément de la première excitation radiale (résonance Roper). Dans un langage plus familier au physicien nucléaire on pourra parler alors de la valeur du paramètre d'incompressibilité du nucléon. Nous verrons enfin si expérimentalement de telles modifications sont aussi observées.

1. POTENTIEL NUCLEON-NUCLEON ET STRUCTURE NUCLEAIRE

1.1. Le noyau est-il un système relativiste ?

1.1a - Vitesse moyenne du nucléon

Dans une description classique le caractère relativiste d'une particule est déterminé par la valeur de sa vitesse, mesurée par rapport à la vitesse de la lumière. Il est intéressant, pour se fixer les idées, d'avoir une estimation de la vitesse moyenne d'un nucléon dans la matière nucléaire. D'une manière systématique on pourra définir la vitesse d'un nucléon comme :

$$v(p) = \frac{\partial E(p)}{\partial p}, \quad \text{où } E(p) \text{ est l'énergie d'un nucléon} \quad (1.1)$$

de moment p . Pour des particules libres $E(p) = \sqrt{p^2 + M^2}$ et $v(p) = \frac{p}{E(p)}$ ce qui dans la limite non relativiste ($p \ll M$) redonne bien $v(p) = p/M$.

Dans une description non relativiste de la matière nucléaire basée sur une force effective de type Skyrme, les nucléons acquièrent une masse effective M^* , constante et inférieure à la masse nue. Dans ce cas :

$$E(p) = \frac{p^2}{2M^*}, \quad (1.2)$$

et $v(p) = 1/\rho_B \int_0^{p_f} 4\pi p^2 dp p/M^*$ où ρ_B représente la densité baryonique de la matière nucléaire. D'où

$$\langle v/c \rangle = \frac{3}{4} \frac{p_f}{M^*} = 0,28, \quad (1.3)$$

pour une valeur standard $M^*/M = 0,75$ et $p_f = 1,34$ fm. Nous verrons plus loin que dans une approche relativiste où les nucléons sont soumis à une interaction due à l'échange de mésons, la valeur de la vitesse moyenne calculée par (1.1) peut aller jusqu'à $\langle v/c \rangle = 0,43$. Les valeurs que l'on obtient ne sont pas particulièrement faibles et dépendent bien entendu de l'interaction utilisée. La correction sur $\gamma = \sqrt{1-v^2/c^2}$ peut varier alors de 2 à 10 %. Ceci n'est pas du tout négligeable dans la mesure où les énergies mises en jeu sont de l'ordre d'une centaine de MeV (énergie potentielle due à l'échange d'un σ ou ω par exemple) et sachant que l'énergie de liaison totale sera, elle, de l'ordre de - 16 MeV.

1.1b - Potentiel NN dû à l'échange d'un pion

D'un autre point de vue les physiciens nucléaires sont déjà habitués à manipuler la composante "relativiste" de la fonction d'onde du nucléon². En effet le potentiel d'échange d'un pion tel qu'il est écrit habituellement :

$$V(\vec{q}) = \frac{g^2}{4M^2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q}}{m_\pi^2 + \vec{q}^2} \tau_1 \cdot \tau_2 \quad (1.4)$$

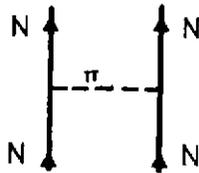
provient du couplage entre la grande composante (non nulle lorsque $p \rightarrow 0$) et la petite composante (relativiste, voir plus loin) de la fonction d'onde du nucléon libre que l'on écrit , au premier ordre en P/M :

$$u(\vec{p}) = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{2M} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Les règles de Feynman appliquées au diagramme d'échange d'un pion de la figure 1 s'écrivent alors :

$$V(\vec{q}) = \bar{u}(\vec{p}_2^f) \tau_5 u(\vec{p}_2^i) \frac{g^2}{m_\pi^2 + \vec{q}^2} \bar{u}(\vec{p}_1^f) \tau_5 u(\vec{p}_1^i) \text{ avec } \vec{q} = \vec{p}_2^f - \vec{p}_2^i$$

ce qui se réduit à (1.4) compte tenu de (1.5) et en ne considérant que les termes en $1/M$. L'approche

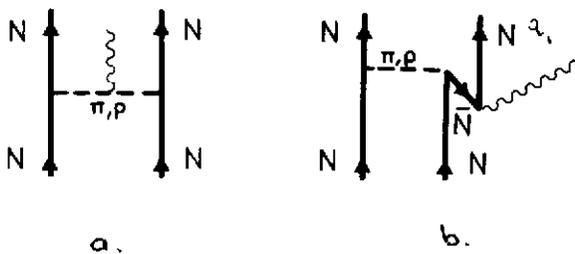


relativiste de la structure nucléaire permet de généraliser cette description au cas du problème à N corps (nucléons en interaction forte) et à l'échange des autres mésons (σ , ω et ρ).

Fig.1 - Diagramme d'échange d'un pion entre deux nucléons.

1.1c - Excitations NN

Il est enfin connu que les excitations nucléon -antinuéon peuvent jouer un rôle important en physique nucléaire. Les contributions des courants d'échange mésoniques² illustrées sur la figure 2 sont en effet nécessaires, dans le cas particulier des transitions isovectorielles, pour assurer la conservation du courant électromagnétique et sont signées expérimentalement de manière très nette par la section efficace différentielle de l'électrodésintégration du deutéron près du seuil.



Toutes ces différentes remarques montrent bien que, déjà, on ne peut échapper à la nécessité d'introduire de façon plus ou moins phénoménologique dans notre description de la structure nucléaire certains aspects de la réalité relativiste sous-jacente. Ces corrections se font en général sur le potentiel d'interaction que

Fig.2 - Courants d'échange mésoniques dominants pour une transition isovectorielle.

l'on introduit dans une équation de Schrödinger pour obtenir la fonction d'onde non relativiste du nucléon. La dépendance en p^2 de certains potentiels nucléon-nucléon en est une illustration.

L'intérêt premier d'une approche relativiste, fondée sur un formalisme de théorie quantique des champs, est de pouvoir traiter de manière consistante les propriétés des nucléons en interaction forte et ceci en faisant intervenir les mêmes degrés de liberté que le potentiel nucléon-nucléon libre. Il s'agit dans ce cas, outre du nucléon lui-même, des degrés de liberté associés aux mésons les plus légers : mésons π (pion), ρ (rho), ω (omega), σ (sigma) et qui se couplent très fortement au nucléon. Les caractéristiques intrinsèques de ces mésons sont rassemblées dans le tableau 1. Remarquons enfin que, à strictement parler, le méson σ n'est pas une particule observée mais est plutôt introduit pour simuler l'échange de deux pions corrélés dans un état relatif S. Sa masse n'est donc pas aussi précisément fixée que celle des autres mésons mais peut être estimée à $m_\sigma = 500 \text{ MeV} \pm 100 \text{ MeV}$.

	σ	ω	π	ρ
Spin J	0	1	0	1
Isospin T	0	0	1	1
Parité P	+	-	-	-
m (MeV)	/	783	138	770

- Tableau 1 -

Caractéristiques générales des mésons contribuant au potentiel nucléon-nucléon

1.2. Quelques éléments de théorie des champs

Nous détaillerons simplement ici les éléments nécessaires à la compréhension de la suite de ce cours. Pour plus de détails (et plus de rigueur aussi) il sera indispensable de consulter les différents livres de référence³. Les notations et conventions sont résumées en appendice 1. On supposera aussi par la suite $\hbar = c = 1$.

1.2a - Champs physiques

En chaque point de l'espace et à chaque instant on associera à chaque degré de liberté un champ (opérateur dans le cas d'une théorie quantique) contenant toute l'information relative à la particule représentative de ces degrés de liberté. Ces champs se comportent différemment, par transformation de Lorentz, suivant le spin de chaque particule. Pour un boson de spin 0 (mésons σ et π) le champ doit se comporter comme un scalaire et on le notera :

$$\begin{aligned} \sigma(\vec{x}, t) & \text{ pour le méson } \sigma, \\ \tilde{\pi}(\vec{x}, t) & \text{ pour le méson } \pi, \end{aligned} \quad (1.6)$$

et où l'on a indiqué par un tilda le caractère isovectoriel de cette particule (T = 1, vecteur dans l'espace d'isospin, le produit scalaire sera noté dans cet espace par $\underline{a} \cdot \underline{b}$). Pour un boson de spin 1 (mésons ω et ρ , photon) le champ se comportera comme un vecteur par une transformation de Lorentz et sera noté :

$$\begin{aligned} V_\mu(\vec{x}, t) & \text{ pour le méson } \omega, \\ \tilde{\rho}_\mu(\vec{x}, t) & \text{ pour le méson } \rho, \end{aligned} \quad (1.7)$$

et A_μ sera associé, comme en électrodynamique quantique, au photon.

Pour les nucléons de spin $1/2$ (particules de Dirac), on aura besoin par la suite de connaître sa structure quantique plus précisément. Si l'on recherche un état stationnaire, on pourra décomposer le champ de nucléon comme suit :

$$\psi(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} \left[\varphi_{\alpha}(\vec{x}) e^{-iE_{\alpha}t} b_{\alpha} + \eta_{\alpha}(\vec{x}) e^{iE_{\alpha}t} d_{\alpha}^{\dagger} \right], \quad (1.8)$$

b_{α} et d_{α}^{\dagger} représentent les opérateurs de destruction (création) d'un nucléon (antinuécléon) dans l'état α . Les opérateurs adjoints b_{α}^{\dagger} et d_{α} représenteront quant à eux les opérateurs de création (destruction) d'un nucléon (antinuécléon). Dans ce formalisme de seconde quantification le système formé de un nucléon dans l'état α sera représenté par $|\alpha\rangle = b_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle$ où $|0\rangle$ est le vide physique (densité baryonique nulle) et de même pour un état composé d'un antinucléon. Si l'on applique une deuxième fois l'opérateur b_{α}^{\dagger} sur $|\alpha\rangle$ alors : $b_{\alpha}^{\dagger}|\alpha\rangle = 0$ par le principe de Pauli. De manière systématique toutes les propriétés relatives à un fermion (principe de Pauli, antisymétrie de la fonction d'onde) sont contenues dans les relations d'anticommutation suivantes :

$$\begin{aligned} \{b_{\alpha}, b_{\alpha'}^{\dagger}\} &= \delta_{\alpha\alpha'}, \\ \{d_{\alpha}, d_{\alpha'}^{\dagger}\} &= \delta_{\alpha\alpha'} \end{aligned} \quad (1.9)$$

et tous les autres anticommutateurs possibles sont nuls.

Enfin $\varphi_{\alpha}(\vec{x})$ ($\eta_{\alpha}(\vec{x})$) dans l'expression (1.8) représentent les fonctions d'onde du nucléon (antinuécléon), à quatre composantes, que l'on représentera, pour $\varphi_{\alpha}(\vec{x})$ par exemple :

$$\varphi_{\alpha}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \varphi_1(\vec{x}) \chi_s \\ \varphi_2(\vec{x}) \chi_s \end{pmatrix} \xi_{\Sigma} \quad (1.10)$$

$\varphi_1(\vec{x})$ représente la grande composante (qui dans la limite non relativiste sera la fonction d'onde de Schrödinger) et $\varphi_2(\vec{x})$ est la petite composante (nulle dans la limite des petits moments) ; χ_s est une matrice à deux composantes

$$\chi_s = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

suivant le spin (en haut ou en bas) du nucléon ; ξ_{Σ} représente quant à lui la fonction d'onde d'isospin.

1.2b - Lagrangien du système

L'état du système considéré -matière nucléaire ou noyaux finis ici- est enfin entièrement déterminé par la donnée du lagrangien du système. Celui-ci est construit de manière à respecter d'une part les différentes propriétés de symétrie liées aux degrés de liberté considérés, il doit ensuite évidemment être invariant par transformation de Lorentz. On le décompose ici en trois parties :

$$\mathcal{L}(\vec{x}, t) = \mathcal{L}_0^N + \mathcal{L}_0^M + \mathcal{L}_I, \quad (1.12)$$

\mathcal{L}_0^N représente le lagrangien libre décrivant la propagation d'un nucléon libre (terme cinétique et terme de masse) de même pour \mathcal{L}_0^M qui décrit le mouvement des mésons. Enfin \mathcal{L}_I représente les termes d'interactions entre méson et nucléon ou entre mésons eux-mêmes. Il faut faire ici appel aux résultats expérimentaux (si possible) pour déterminer quels sont les couplages dominants que l'on doit prendre en compte dans \mathcal{L}_I et en particulier pour déterminer les constantes de couplage méson-nucléon d'une part et les différentes constantes de couplage méson-méson. Nous considérerons ici les termes les plus importants. Ces différents lagrangiens s'expriment alors de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0^N(x) &= \bar{\Psi}(x) [i \gamma_\mu \partial^\mu - M] \Psi(x) , \\ \mathcal{L}_0^M(x) &= \frac{1}{2} [\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2] + \frac{1}{2} [\partial_\mu \underline{\pi} \partial^\mu \underline{\pi} - m_\pi^2 \underline{\pi} \cdot \underline{\pi}] \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m_\omega^2 V_\mu V^\mu \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} - m_\rho^2 \underline{\rho}_\mu \cdot \underline{\rho}^\mu \right] , \end{aligned} \quad (1.13)$$

avec les notations standard :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu V_\mu - \partial_\mu V_\nu ,$$

$$G_{\mu\nu} = \partial_\nu \underline{\rho}_\mu - \partial_\mu \underline{\rho}_\nu ,$$

et les termes d'interaction sont donnés par

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I(x) &= - g_\sigma \bar{\Psi}(x) \sigma(x) \Psi(x) \\ &\quad - g_\omega \bar{\Psi}(x) \gamma_\mu V^\mu(x) \Psi(x) \\ &\quad - i g_\pi \bar{\Psi}(x) \gamma_5 \underline{\pi}(x) \cdot \underline{\Sigma} \Psi(x) \\ &\quad - g_\rho \bar{\Psi}(x) \left[\gamma_\mu - \frac{\kappa}{2M} \sigma_{\mu\nu} \partial^\nu \right] \underline{\rho}^\mu(x) \cdot \underline{\Sigma} \Psi(x) , \end{aligned} \quad (1.14)$$

$\underline{\Sigma}$ représente ici les matrices de Pauli habituelles dans l'espace d'isospin.

Nous avons omis, par simplicité, le lagrangien associé au champ coulombien. Celui-ci est similaire à celui du ω (avec un terme de masse nulle). On peut remarquer que la forme des termes d'interaction n'est pas unique a priori et en particulier pour le couplage pion-nucléon on peut aussi concevoir un couplage de la forme

$$- \frac{f_\pi}{m_\pi} \bar{\Psi}(x) \gamma_5 \gamma_\mu \partial^\mu \Psi(x) \quad (\text{couplage pseudo-vectorel}) , \quad (1.15)$$

à la place du couplage pseudo-scalaire indiqué en (1.14). Ces deux couplages seront comparés par la suite. Ils ont la particularité d'avoir la même limite non relativiste (et conduit ainsi au potentiel unique d'échange d'un pion que l'on a déjà discuté) si les constantes de couplage vérifient la relation d'équivalence :

$$\frac{g_{\pi}}{2M} = \frac{f_{\pi}}{m_{\pi}} \quad , \quad (1.16)$$

par contre ils donnent des contributions très différentes dans un formalisme relativiste⁴.

1.2c - Equations du mouvement

Une fois le lagrangien du système défini, les équations du mouvement sont obtenues par le principe de moindre action. Celui-ci consiste à minimiser l'action :

$$S = \int_{\Gamma} \mathcal{L}(x) d^4x \quad ,$$

suivant un chemin quelconque. La trajectoire effectivement suivie sera celle pour laquelle l'action est minimale. On arrive ainsi aux équations suivantes, valables pour tout champ physique ϕ et ses dérivées intervenant dans le lagrangien :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial^{\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial^{\mu} \phi]} = 0 \quad . \quad (1.17)$$

Cette équation s'applique aussi aux champs conjugués $\bar{\psi}$. Dans le cas du champ scalaire par exemple, en appliquant (1.17), on obtient l'équation de Klein Gordon suivante :

$$\left(\square + m_{\sigma}^2 \right) \sigma(x) = - g_{\sigma} \bar{\psi}(x) \psi(x) \quad . \quad (1.18)$$

La solution générale de cette équation s'écrit :

$$\sigma(x) = - g_{\sigma} \int d^4y D_{\sigma}(x-y) \bar{\psi}(y) \psi(y) \quad . \quad (1.19)$$

où $D_{\sigma}(x-y)$ est la fonction de Green de l'équation de Klein Gordon. Il faut comprendre cette solution de la façon suivante : la valeur moyenne du champ σ dans un noyau représenté par un état $|\phi_0\rangle$ sera alors

$$\langle \sigma(x) \rangle = - g_{\sigma} \int d^4y D_{\sigma}(x-y) \langle \phi_0 | \bar{\psi}(x) \psi(x) | \phi_0 \rangle \quad . \quad (1.20) \quad ?$$

Remarquons tout de suite que seules les valeurs moyennes du champ scalaire σ et vecteur V_{μ} (pour la composante temporelle uniquement) sont non nulles dans un noyau à couches fermées en spin et isospin.

De façon analogue pour le champ vectoriel associé au méson ω on obtient l'équation suivante (équation de Proca) :

$$\partial^{\mu} F_{\mu\nu}(x) + m_{\omega}^2 V_{\nu}(x) = g_{\omega} \bar{\psi}(x) \gamma_{\nu} \psi(x) \quad . \quad (1.21)$$

Cette équation pourra se réduire à une équation de Klein Gordon dans la mesure où le courant baryonique

$$J^{\mu}(x) = \bar{\psi}(x) \gamma^{\mu} \psi(x) \quad (1.22)$$

est conservé c'est-à-dire $\partial_\mu j^\mu = 0$. Dans ce cas on peut réduire l'équation (1.21) à :

$$\left(\square + m_\omega^2 \right) V_\mu(x) = g_\omega \bar{\Psi}(x) \gamma_\mu \Psi(x) . \quad (1.23)$$

En ce qui concerne le champ du nucléon son évolution est déterminée par l'équation de Dirac suivante, obtenue en appliquant (1.17) pour le champ $\bar{\Psi}$:

$$\left[-i \gamma_\mu \partial^\mu + M \right] \Psi(x) = -g_\sigma \sigma(x) \Psi(x) - g_\omega V_\mu(x) \gamma^\mu \Psi(x) + \dots \quad (1.24)$$

Si maintenant les champs mésoniques sont remplacés par leur expression (1.19) et les solutions analogues pour les champs de oméga, pion et rho, cela conduit à une équation ne faisant plus intervenir que les degrés de liberté fermioniques (nucléons). On dit alors que les degrés de liberté mésoniques ont été éliminés au profit d'un potentiel d'interaction (que l'on construira explicitement en 1.3).

1.2d - Solution pour des particules libres

Il est indispensable, avant d'aller plus loin, de connaître les solutions de l'équation de Dirac (1.24) pour des particules libres. On cherchera tout d'abord une solution (onde plane) de la forme :

$$\Psi_2(\vec{x}) = e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} u^o(\vec{p}, s, \tau) , \quad (1.25)$$

et $u^o(p, s, \tau)$ doit alors être solution de l'équation suivante :

$$\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \gamma_0 M \right) u^o(\vec{p}, s, \tau) = E(p) u^o(\vec{p}, s, \tau) . \quad (1.26)$$

Si l'on applique à chaque membre de cette équation l'opérateur $\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \gamma_0 M$ et compte tenu des propriétés des matrices de Dirac (voir appendice 1) on en déduit immédiatement :

$$E^2(p) = \vec{p}^2 + M^2 \quad \text{soit} \quad E(p) = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + M^2} \equiv \pm E_p , \quad (1.27)$$

et l'on peut vérifier que les fonctions propres associées à chacune de ces énergies sont :

$$u^o(\vec{p}, s, \tau) = \sqrt{\frac{E_p + M}{2E_p}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + M} \end{pmatrix} \chi_s \Big|_{\tau} , \quad (1.28a)$$

pour la solution d'énergie positive (nucléon)

$$v^o(\vec{p}, s, \tau) = \sqrt{\frac{E_p + M}{2E_p}} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + M} \\ 1 \end{pmatrix} \chi_s \Big|_{\tau} , \quad (1.28b)$$

pour la solution d'énergie négative (antinucleon). Dans ce dernier cas $v^o(-\vec{p}, s, \tau)$ est solution de (1.26) avec $E(p) = -E_p$ et la solution de (1.24) sera $\Psi(x) = e^{iE_p t} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} v^o(\vec{p}, s, \tau) d_\alpha^+$.

Les spineurs $u^o(\vec{p}, s, \tau)$ et $v^o(\vec{p}, s, \tau)$ sont ici normalisés à 1 :

$$u^o(\vec{p}, s, \tau) u^o(\vec{p}, s, \tau) = v^o(\vec{p}, s, \tau) v^o(\vec{p}, s, \tau) = 1 . \quad (1.29)$$

1.2e - Hamiltonien du système

De la même manière qu'en mécanique classique, la valeur moyenne du hamiltonien du système nous permettra de calculer son énergie. Celui-ci se déduit de manière canonique par une transformation de Legendre à partir du lagrangien général $\mathcal{L}(\phi_i, \partial_\mu \phi_i)$ où ϕ_i représente chaque champ physique (σ, ω, π et ρ) :

$$H = \int d^3x \left[\sum_i \pi_i(\vec{x}, t) \frac{\partial \phi_i}{\partial t} - \mathcal{L} \right] \quad (1.30)$$

Dans cette expression $\pi_i(\vec{x}, t)$ est le moment conjugué du champ $\phi_i(\vec{x}, t)$:

$$\pi_i(\vec{x}, t) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right]} \quad (1.31)$$

On utilisera plutôt par la suite la densité hamiltonienne \mathcal{H} telle que :

$$H = \int d^3x \mathcal{H}(\vec{x}, t) \quad (1.32)$$

Pour des particules libres on obtient facilement :

$$\mathcal{H}(x) = \Psi^\dagger(x) \left[-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 M \right] \Psi(x) \quad (1.33)$$

1.3. Approximation de champ moyen relativiste⁵

1.3a - Energie du système

La fonction d'onde nucléaire est représentée ici par un déterminant de Slater, familier au physicien nucléaire. Il conviendra bien sûr de vérifier, dans la mesure du possible, si cette approximation est justifiée dans le cadre de la théorie que nous envisageons ici. Elle a l'avantage, d'une part d'avoir été développée et étudiée soigneusement dans la limite non relativiste, d'autre part de nous permettre de mener à bien les calculs de structure nucléaire (matière nucléaire et noyaux finis). L'état fondamental de la matière nucléaire est donc construit de la façon suivante :

$$|\phi_0\rangle = \prod_{\alpha} b_{\alpha}^{\dagger} |0\rangle, \quad (1.34)$$

où chaque état α est défini par son moment \vec{p} , son spin s et son isospin τ et l'on remplit ces états jusqu'à un moment p_f -moment de Fermi- de manière à avoir une densité baryonique fixe :

$$\rho_B = \sum_{s, \tau} \int_0^{p_f} \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi)^3} = \frac{2 p_f^3}{3\pi^2} \quad (1.35)$$

L'énergie du système sera alors calculée par la valeur moyenne du hamiltonien (1.32) dans l'état fondamental $|\phi_0\rangle$. Suivant les résultats du paragraphe 1.2c le hamiltonien du système ne dépend

plus que du champ de fermion $\Psi(\vec{x}, t)$ défini par (1.8), une fois les champs mésoniques éliminés à l'aide de leur équation du mouvement (1.18) (et analogues pour les autres mésons). Dans l'approximation de champ moyen nous allons d'autre part conserver seulement la partie à énergie positive du développement (1.8) du champ c'est-à-dire que l'on prendra :

$$\Psi(x) = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha}(\vec{x}) e^{-i E_{\alpha} t} b_{\alpha} \quad , \quad (1.36)$$

avec
$$\varphi_{\alpha}(\vec{x}) = e^{i \vec{p} \cdot \vec{x}} u(\alpha) \quad .$$

La seconde partie de ce développement fait intervenir la possibilité d'exciter, par l'intermédiaire de l'échange de mésons, des paires nucléon-antinuéon et correspond à ce que l'on appelle la polarisation du vide. Elle peut être estimée dans certaines conditions. Nous mentionnerons seulement en 1.4 certains résultats caractéristiques.

On peut réécrire le hamiltonien du système sous la forme plus familière :

$$\int \mathcal{H} d^3x = T + \sum_i V_i \quad \text{avec les expressions générales :}$$

$$T = \sum_{\alpha_1, \alpha_2} u^{\dagger}(\alpha_1) [\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{p} + \gamma_0 M] u(\alpha_2) b_{\alpha_1}^{\dagger} b_{\alpha_2} \quad ,$$

$$V_i = \sum_{\substack{\alpha_1, \alpha_2 \\ \alpha'_1, \alpha'_2}} u^{\dagger}(\alpha'_2) u^{\dagger}(\alpha'_1) \Gamma_i(q) u(\alpha_1) u(\alpha_2) b_{\alpha'_2}^{\dagger} b_{\alpha'_1}^{\dagger} b_{\alpha_1} b_{\alpha_2} \quad , \quad (1.37)$$

où l'indice i représente les différentes contributions de σ, ω, π et ρ .

Nous allons détailler plus particulièrement comment on peut déterminer le potentiel d'interaction V_i dans le cas simple de l'échange d'un méson σ . Les autres mésons s'en déduisent par un calcul absolument analogue.

Dans l'espace des moments l'équation de Klein Gordon (1.18) s'écrit :

$$(\vec{q}^2 - q_0^2 + m_{\sigma}^2) \sigma = - g_{\sigma} \bar{\Psi}(\vec{x}, t) \Psi(\vec{x}, t) \quad , \quad (1.38)$$

c'est-à-dire

$$\sigma(x) = - \frac{g_{\sigma}}{\vec{q}^2 - q_0^2 + m_{\sigma}^2} \bar{\Psi}(\vec{x}, t) \Psi(\vec{x}, t) \quad ,$$

et l'énergie potentielle est donc

$$\int d^3x \bar{\Psi}(x) g_{\sigma} \sigma(x) \Psi(x) = \sum_{\substack{\alpha_1, \alpha_2 \\ \alpha'_1, \alpha'_2}} u^{\dagger}(\alpha'_2) u^{\dagger}(\alpha'_1) \gamma_0(z) \delta_0(l)$$

$$\left[- \frac{g_{\sigma}^2}{\vec{q}^2 - q_0^2 + m_{\sigma}^2} \right] u(\alpha_1) u(\alpha_2) b_{\alpha'_2}^{\dagger} b_{\alpha'_1}^{\dagger} b_{\alpha_1} b_{\alpha_2} \quad (1.39)$$

(Les indices 1 et 2 se réfèrent à la particule 1 et 2).

Sa valeur moyenne dans le fondamental $|\phi_0\rangle$ est ainsi :

$$\langle V_{\sigma} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{S_1, S_2} \int_{S_f} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \sum_{S_3, S_4} \int_{S_f} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \left[-\frac{g_{\sigma}^2}{\vec{q}^2 - q_0^2 + m_{\sigma}^2} \right] \cdot \left[u^{\dagger}(\alpha_1) \gamma_0(1) u(\alpha_1) \right] \left[u^{\dagger}(\alpha_2) \gamma_0(2) u(\alpha_2) \right] \langle \phi_0 | b_{\alpha_2}^{\dagger} b_{\alpha_1}^{\dagger} b_{\alpha_1} b_{\alpha_2} | \phi_0 \rangle \quad (1.40)$$

avec $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 = \vec{p}_1 - \vec{p}_1$ et $q_0 = E_2' - E_2 = E_1 - E_1'$.

Le théorème de Wick nous permet enfin de calculer la valeur moyenne de l'opérateur $b_{\alpha_2}^{\dagger} b_{\alpha_1}^{\dagger} b_{\alpha_1} b_{\alpha_2}$ dans le fondamental $|\phi_0\rangle$ soit :

$$\langle \phi_0 | b_{\alpha_2}^{\dagger} b_{\alpha_1}^{\dagger} b_{\alpha_1} b_{\alpha_2} | \phi_0 \rangle = \delta_{\alpha_1, \alpha_2'} \delta_{\alpha_1, \alpha_2} - \delta_{\alpha_1, \alpha_2'} \delta_{\alpha_2, \alpha_1} \quad (1.41)$$

Le premier terme correspond au terme direct de l'interaction nucléon-nucléon (ou encore terme de Hartree) et le second terme est le terme d'échange (ou terme de Fock). Ces deux termes sont représentés graphiquement sur les figures 3.a et 3.b respectivement. Il sera commode par la suite de



Fig.3 - Contribution du terme direct (a. Hartree) et d'échange (b. Fock) à l'énergie

faire une approximation supplémentaire pour le calcul des termes de Fock, à savoir de négliger le terme q_0 dans le propagateur des mésons. Cette approximation n'est justifiée que dans la mesure où les transferts d'énergie $E_2' - E_2$ sont faibles devant la masse des mésons échangés, ce qui est le cas dans les applications que nous considérons ici. L'échange de mésons entre nucléons est ainsi supposé instantané, ce qui revient encore à négliger la dépendance en temps des champs mésoniques (1.6) et (1.7).

1.3b - Fonction d'onde des nucléons dans la matière nucléaire

Dans la matière nucléaire, après intégration sur les distributions angulaires et sommation sur les spins, l'équation de Dirac doit s'écrire, a priori, de la manière suivante :

$$\left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \gamma_0 M + \gamma_0 \sum'(\vec{p}) \right] u(\alpha) = \epsilon(p) u(\alpha) \quad (1.42)$$

où $\sum'(\vec{p})$ est la self-énergie d'interaction due à l'échange des mésons σ, ω, π et ρ . Elle peut se décomposer sur les matrices γ_{μ} de Dirac :

$$\Sigma(\vec{p}) = \Sigma_s(p) + \gamma_0 \Sigma_0(p) + \vec{\gamma} \cdot \hat{p} \Sigma_v(p) \quad (1.43)$$

$\Sigma_s(p)$ représente la partie scalaire de la self-énergie (projection sur la matrice unité) ; $\Sigma_0(p)$ représente la partie vectorielle -composante temporelle- (projection sur la matrice γ_0) et $\Sigma_v(p)$ est la projection sur la composante spatiale des matrices de Dirac γ_μ . Dans l'approximation de champ moyen seule la projection suivant \hat{p} intervient et toutes les autres composantes (tensorielles en particulier, de la forme $\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \hat{p}$) sont nulles après sommation sur les spins. La décomposition (1.43) est très importante en ce sens qu'elle permet de regrouper ces différentes contributions avec, respectivement, la masse du nucléon, son impulsion et son énergie. Si l'on définit les caractéristiques du nucléon "habillé" dans la matière nucléaire comme suit :

$$\begin{aligned} M^*(p) &= M + \Sigma_s(p) , \\ \vec{p}^*(p) &= (p + \Sigma_v(p)) \hat{p} , \\ \varepsilon^*(p) &= \varepsilon(p) - \Sigma_0(p) , \end{aligned} \quad (1.44)$$

alors l'équation de Dirac s'écrit :

$$\left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p}^*(p) + \gamma_0 M^*(p) \right] \mu(\alpha) = \varepsilon^*(p) \mu(\alpha) , \quad (1.45)$$

et la solution générale de cette équation est évidemment (compte tenu de la forme de la solution de l'équation libre (1.28)) :

$$\mu(\alpha) \equiv \mu(\vec{p}, s, \tau) = \sqrt{\frac{\varepsilon^*(p) + M^*(p)}{2\varepsilon^*(p)}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}^*(p)}{\varepsilon^*(p) + M^*(p)} \end{pmatrix} \chi_s \zeta_\tau , \quad (1.46)$$

avec les propriétés importantes

$$\varepsilon^*(p) = \sqrt{p^{*2}(p) + M^{*2}(p)} , \quad \mu^\dagger(\alpha) \mu(\alpha) = 1 \quad (1.47)$$

Une fois définie la fonction d'onde des nucléons il est possible alors de calculer explicitement la valeur moyenne du Hamiltonien (1.30) en fonction de $\varepsilon^*(p)$, $M^*(p)$, $\vec{p}^*(p)$ ou plus précisément de $\hat{M}(p)$ et $\hat{P}(p)$ définis par :

$$\begin{aligned} \hat{M}(p) &= \frac{M^*(p)}{\varepsilon^*(p)} , \\ \hat{P}(p) &= \frac{p^*(p)}{\varepsilon^*(p)} . \end{aligned} \quad (1.48)$$

Ce calcul est détaillé dans l'appendice 2 pour l'énergie cinétique et le potentiel d'échange du σ et ω pour la partie directe et d'échange.

1.3c - Principe variationnel

Comme on vient de le voir le hamiltonien du système ne dépend que de $\hat{M}(p)$ et $\hat{P}(p)$ avec (1.47) soit encore il ne dépend que d'une seule fonction $f(p)$ telle que

$$\hat{M}(p) = \cos [f(p)] \quad , \quad \hat{P}(p) = \sin [f(p)] \quad . \quad (1.49)$$

Celle-ci sera déterminée de telle manière qu'elle minimise l'énergie totale du système c'est-à-dire la valeur moyenne du hamiltonien (1.30) :

$$E = \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle . \quad (1.50)$$

La variation de E par rapport à $f(p)$ doit alors être nulle et l'on arrive facilement à l'équation self-consistante suivante :

$$0 = -p \hat{M}(p) + M \hat{P}(p) - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \frac{2}{\pi^2} \hat{P}(p) \int_0^{p_F} p'^2 dp' \hat{M}(p') \\ + \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{p} \int_0^{p_F} p' dp' \left\{ B(p,p') \hat{P}(p) \hat{M}(p') - C(p,p') \hat{M}(p) \hat{P}(p') - \frac{1}{2} D(p,p') [\hat{M}(p) \hat{M}(p') - \hat{P}(p) \hat{P}(p')] \right\} . \quad (1.51)$$

où l'on a utilisé les notations (A.16) pour les termes de Fock et la première intégrale sur p' provient du terme directe de l'échange du σ (voir appendice 2). Cette équation représente alors l'équation Hartree-Fock "relativiste" dans la matière nucléaire.

1.3d - Quelques résultats

Les paramètres du modèle développé ici sont les différentes constantes de couplage méson-nucléon ainsi que les masses de ces mésons. Celles-ci cependant ne sont pas toutes inconnues et l'on adoptera le principe suivant : les masses et les constantes de couplage qui sont déterminées expérimentalement avec suffisamment de précision sont fixées à ces valeurs. Les masses ont déjà été indiquées dans le tableau 1 et l'on prendra $g^2/4\pi = 14,5$ pour le pion et $g^2/4\pi = 0,55$ pour le rho avec $K = 3,7$ où 6,6 (couplage faible ou fort pour la partie dérivative de l'interaction rho-nucléon²).

Il reste alors trois paramètres libres qui sont les constantes de couplage sigma-nucléon, omega-nucléon et la masse du méson σ qui sera quant à elle choisie toujours entre 400 et 600 MeV. Cette masse ne joue pas un grand rôle dans la matière nucléaire et nous l'avons fixée ici à $m_\sigma = 520$ MeV pour être compatible avec ce qui est généralement considéré dans la littérature⁶. Par contre les constantes de couplage $g_\sigma^2/4\pi$ et $g_\omega^2/4\pi$ sont ajustées de manière à obtenir le point de saturation de la matière nucléaire symétrique et infinie à :

$$E/A = -15,75 \text{ MeV} \text{ et } p_f^0 = 1,30 \text{ fm}^{-1} .$$

En plus de la valeur moyenne des énergies potentielle et cinétique définies par :

$$E/A = \langle T/A \rangle + \langle V/A \rangle - M ,$$

il est aussi intéressant d'avoir la valeur du paramètre d'incompressibilité au point de saturation :

$$K_{NM} = p_f^2 \left. \frac{\partial^2 E/A}{\partial p_f^2} \right|_{p_f = p_f^0} \quad (1.52)$$

ainsi que le coefficient d'asymétrie a_4 défini par la formule de masse :

$$E/A = E^0/A - a_3 A^{-1/3} - a_c Z^2 A^{-4/3} - a_4 (N-Z)^2 A^{-2} \quad (1.53)$$

Tous ces résultats sont rassemblés dans le tableau 2. Afin de bien cerner la contribution de chaque méson nous avons présenté cinq situations différentes en réajustant à chaque fois les constantes de couplage σ -N et ω -N pour obtenir le même point de saturation. Nous pouvons faire, à propos de ces résultats, les remarques suivantes⁷ :

- Dans l'approximation Hartree les contributions non nulles sont celles de l'échange du σ et ω (composante temporelle) (voir (1.20)).

- La valeur du paramètre d'incompressibilité est très élevée dans le cas où seul l'échange de σ et ω est considéré. La valeur empirique communément admise est de l'ordre de 210 MeV. La contribution des mésons isovectoriels π et ρ permettent de la réduire quelque peu et plus particulièrement la contribution de la partie dérivative du couplage ρ -N.

- La valeur empirique du coefficient d'asymétrie est de l'ordre de 31 MeV et l'on peut noter que dès que les termes de Fock sont pris en compte celle-ci est bien reproduite dans ces modèles.

- La répartition de l'énergie potentielle totale entre tous les mésons est certainement plus satisfaisante pour les modèles (d) et (e) que dans le modèle (a). Dans ce dernier, l'énergie potentielle totale, de l'ordre de -25 MeV est le résultat de l'annulation de deux termes de 200 et 175 MeV. Il en résulte que l'énergie totale est très sensible à de faibles variations des constantes de couplage. Une modification de 1 % de $g_\sigma^2/4\pi$ par exemple entraîne une variation de l'énergie de liaison de l'ordre de 2 MeV soit une variation relative de plus de 10 % !

Cas	$g_\sigma^2/4\pi$	$g_\omega^2/4\pi$	$M^*(p_f^0)/M$	K_{NM} (MeV)	a_4 (MeV)	$\langle T/A \rangle - M$	$\langle V^D/A \rangle$		$\langle V^E/a \rangle$			
							σ	ω	σ	ω	π	ρ
a	8,75	15,15	0,54	540	19	8	-200	175				
b	7,75	12,00	0,51	600	33	6	-175	140	38	-22		
c	8,25	11,45	0,51	550	32	7	-190	130	40	-22	14	
d	7,50	9,80	0,55	480	31	9	-170	115	36	-19	15	2
e	7,05	8,25	0,60	400	29	11	-165	95	35	-17	15	9

- Tableau 2 -

Propriétés de la matière nucléaire dans différents modèles : dans l'approximation Hartree : (a) $\sigma + \omega$; dans l'approximation Hartree-Fock : (b) $\sigma + \omega$, (c) $\sigma + \omega + \pi$, (d) $\sigma + \omega + \pi + \rho$ avec $K = 3,7$, (e) $\sigma + \omega + \pi + \rho$ avec $K = 6,6$. Les constantes de couplage σ -N et ω -N sont ajustées pour avoir le point de saturation à $E^0/A = -15,75$ MeV et $p_f^0 = 1,30$ fm. La masse du méson σ est fixée ici à $m_\sigma = 520$ MeV. Toutes les énergies sont exprimées en MeV.

- Nous avons considéré seulement dans ce tableau le couplage pseudo-vectoriel (1.5) pour l'échange du pion. Dans l'approximation de champ moyen relativiste que nous avons utilisé ici on peut montrer que ce couplage est le plus réaliste⁴. Nous reviendrons au §.1.4 sur la contribution du pion à l'énergie potentielle. Celle-là est ici répulsive, en apparence contradiction avec les résultats connus dans un formalisme non-relativiste.

- Les self-énergies d'interaction $\Sigma_s(p)$, $\Sigma_o(p)$ sont pratiquement constantes et valent, dans le cas du modèle (e) :

$$\begin{aligned}\Sigma_s(p_f^o) &= -380 \text{ MeV} , \\ \Sigma_o(p_f^o) &= 300 \text{ MeV} .\end{aligned}$$

La partie vectorielle $\Sigma_v(p)$ de l'interaction est plus faible et varie pratiquement comme p , avec :

$$\Sigma_v(p_f^o) \cdot M/p_f^o = 35 \text{ MeV}.$$

1.3e - Mécanisme de saturation

Pour comprendre le mécanisme de saturation de la matière nucléaire dans cette approche de champ moyen relativiste il est intéressant de discuter en détail le cas du modèle (a). Les résultats sont tout à fait analogues pour les schémas les plus complets (d,e). L'équation self-consistante se réduit dans ce cas à :

$$\Sigma_s \equiv M^* - M = -\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \left[\frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_f} p^2 dp \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} \right] \equiv -\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s(p_f), \quad (1.54)$$

et l'énergie de liaison est :

$$E/A = \frac{3}{p_f^3} \int_0^{p_f} p^2 dp \frac{p^2 + MM^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B - \frac{1}{2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s / \rho_B - M. \quad (1.55)$$

Remarquons tout d'abord que dans ce modèle la masse effective M^* ne dépend pas du moment p du nucléon mais seulement du moment de Fermi p_f .

Nous avons représenté sur la figure 4 la courbe de saturation correspondante (trait plein). Le comportement est déterminé à bas moment par l'énergie cinétique, à haut moment par la contribution de l'échange du ω et au niveau de la saturation par le bilan entre échange du sigma (attractif) et du oméga (répulsif). Il faut noter aussi par l'équation (1.54) que, lorsque le moment de Fermi tend vers l'infini, la masse effective M^* tend vers 0 et que la densité scalaire ρ_s tend vers une constante, au contraire de la densité baryonique ρ_B , et donc de la contribution du ω , qui tendent vers l'infini. Pour aller encore un peu plus loin il est intéressant de considérer plusieurs approximations successives à ce mécanisme de saturation. Il faut tout d'abord remarquer que la fonction d'onde du nucléon habillé (1.46) peut se décomposer sur une base de spineurs libres (1.28a) et (1.28b), bien que la contribution des nucléons de la mer de Dirac ne soit pas prise en compte explicitement dans (1.36). Cette décomposition s'écrit : ^{5,8}

$$\mu(\vec{p}, s, \tau) = \left(\frac{\epsilon_p^* M}{M^* \epsilon(p)} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1 + a^2(p)}} \left[\mu^0(\vec{p}, s, \tau) + \sum_{s'} \langle s' | \vec{\sigma} \cdot \vec{p} | s \rangle v^0(-\vec{p}, s', \tau) a(p) \right], (1.56)$$

avec $a(p) \simeq \frac{p \sum_j}{2 M M^*}$ c'est-à-dire de l'ordre de 10 %.

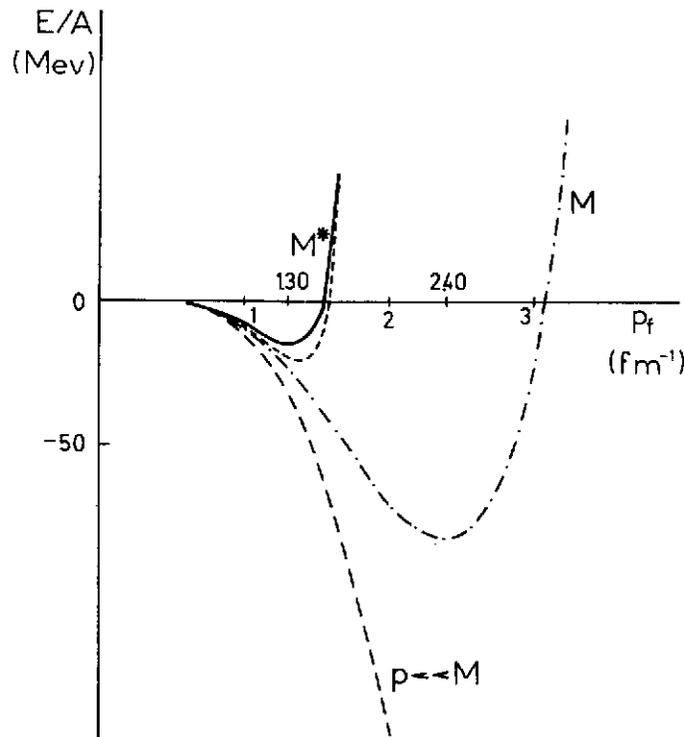


Fig.4 - Courbe de saturation dans la matière nucléaire symétrique et infinie.

Une première approximation à l'énergie de liaison (1.55) consiste donc à supposer $a(p)$ négligeable et donc à prendre des spineurs libres $u^0(\alpha)$ pour évaluer l'énergie. On aura dans ce cas à remplacer M^* par M dans l'expression de l'énergie. La courbe de saturation est alors représentée par le trait mixte sur la figure 4. Cela confirme de façon très claire la nécessité de considérer ces composantes d'énergie négative dans le développement, et plus particulièrement pour des densités au-delà de la densité de saturation. A la saturation la correction à l'énergie due à cette composante est répulsive et de l'ordre de 8 MeV. Il faut aussi remarquer que cette correction d'énergie peut, dans une certaine mesure, être calculée en théorie des perturbations au premier ordre en $a(p)$. La contribution résultante est indiquée par un tireté fin sur la figure 4. Cette correction est suffisante pour des densités plus grandes que la densité de saturation mais ne donne qu'une répulsion de 4 MeV à la saturation. Enfin la limite strictement non relativiste

consiste non seulement à prendre $M^* = M$ mais aussi à ne retenir que le terme dominant dans un développement en $1/M$. Dans cette limite la densité scalaire ρ_s est alors égale à la densité baryonique ρ_B et la courbe de l'énergie en fonction du moment de Fermi est représentée par le trait mixte sur la figure 4. Dans ce cas il n'y a même plus de saturation ! Le terme d'énergie relativiste $\sqrt{p^2 + M^2}$ dans (1.54) et (1.55) est donc essentiel pour obtenir la saturation de la matière nucléaire. A $p = p_f^0$ cette correction "cinématique" (différence entre la courbe en tireté et en trait mixte sur la figure 4) est de l'ordre de 8 MeV. Toutes ces courbes sont bien sûr relatives aux mêmes constantes de couplages σN et ωN .

1.4. Au-delà du champ moyen

Beaucoup de corrections sont évidemment à considérer si l'on veut pouvoir fixer avec une certaine confiance la valeur "théorique" des constantes de couplage que l'on a traitées ici comme paramètres et pouvoir les comparer aux valeurs "expérimentales" déduites des observables nucléon-nucléon⁶. Nous ne détaillerons ici que le cas des corrélations à courte portée telles qu'elles sont prises en compte dans un formalisme de type Brueckner⁹. Les corrélations à longue portée de type R.P.A.⁵, la contribution des forces à trois corps¹⁰, ou encore la polarisation de la Mer de Dirac sont aussi à prendre en compte et ont été considérées, avec certaines approximations, dans la littérature. En particulier citons les résultats relatifs à la polarisation de la Mer de Dirac¹¹, traitée dans l'approximation Hartree (échange de σ et ω seulement). Dans ce cas le paramètre d'incompressibilité de la matière nucléaire est abaissée d'une centaine de MeV et la masse effective M^* (égale ici à $0,54 M$) augmente jusqu'à environ $0,75 M$. Toutes ces variations sont compatibles avec les résultats empiriques.

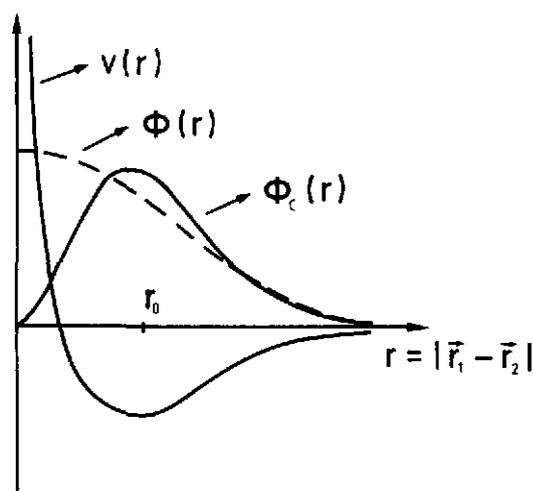


Fig.5 - Potentiel nucléon-nucléon $V(r)$ et fonctions d'onde relatives non corrélées $\phi(r)$ et corrélées $\phi_c(r)$.

toutes les contributions à très courte portée relative, dans l'énergie par exemple, seraient complètement annulées. De telles contributions existent précisément dans l'énergie potentielle due à l'échange d'un pion et d'un rho. Dans la limite non relativiste le potentiel d'échange d'un pion a déjà été indiqué en (1.4). On peut le décomposer en deux parties :

$$V(q) = V_T(q) + V_C(q) = \frac{1}{12n} \frac{g^2}{4\pi^2} \frac{1}{m_\pi^2 + q^2} \left\{ \left[3 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 q^2 \right] + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 q^2 \right\}. \quad (1.57)$$

En ce qui concerne les corrélations à courte portée, la situation est résumée par la figure 5. En fonction de la variable r représentant la distance relative de deux nucléons le potentiel nucléon-nucléon a alors l'allure indiquée sur cette figure (pour un état relatif 1S_0 par exemple). La répulsion à courte portée est engendrée par l'échange d'un méson ω . Dans l'approximation de champ moyen (relativiste ou non relativiste d'ailleurs) la fonction d'onde de deux nucléons est indiquée par $\phi(r)$ (nous avons considéré, par simplicité, la fonction d'onde non relativiste). Un calcul exact, d'autre part, aurait généré, à partir du potentiel $V(r)$, la fonction d'onde "corrélée" indiquée par $\phi_c(r)$ sur la figure 3. Celle-ci tend vers 0 à l'origine par suite de la forte répulsion à courte portée du potentiel NN. Il résulterait alors du choix de $\phi_c(r)$ au lieu de $\phi(r)$ que

$V_T(r)$ représente la partie tenseur de l'interaction (celle-ci donne une contribution nulle à l'énergie dans l'approximation de Hartree-Fock) et $V_C(r)$ est la partie centrale. Cette dernière peut se décomposer aussi en deux termes :

$$V_C(q) = \frac{1}{12\pi} \frac{g^2}{4M^2} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 + q^2} \right). \quad (1.58)$$

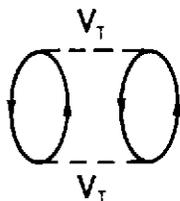
Dans l'espace des coordonnées le second terme correspond à la fonction de Yukawa bien connue $e^{-m_\pi r}/r$ et donne une contribution attractive à l'énergie totale. Par contre le premier terme correspond à une fonction $\delta(r_1 - r_2)$. Celle-ci est totalement sans effet dans un calcul réaliste du fait des corrélations à courtes portées que nous venons de mentionner. Dans un calcul Hartree-Fock cependant celle-ci contribue de manière appréciable à l'énergie et correspond à une répulsion. C'est pourquoi, dans cette approximation, la valeur de l'énergie potentielle due à l'échange d'un méson π et ρ indiquée dans le tableau 2 est répulsive. Une manière simple de simuler, à moindre frais, l'effet des corrélations sur l'échange d'un π et ρ consiste à enlever -à la main- la partie du potentiel d'interaction correspondant à cette fonction delta. Cela se fait dans l'approximation non relativiste et l'on peut étendre très facilement cette manipulation au formalisme relativiste. Dans ce cas, les nouvelles contributions à l'énergie sont rassemblées dans le tableau 3. Il faut toujours, bien entendu, réajuster les constantes de couplage g_N et ω_N pour avoir le même point de saturation. Ce tableau est à comparer au modèle (d) du tableau 2. Comme l'on s'y attendait la contribution de l'échange d'un π et ρ est alors attractive.

Cas	$g_\rho^2/4\pi$	$g_\omega^2/4\pi$	$M^*(p_f^0)/M$	K_{NM}	$a_4(\text{MeV})$	$\langle T/A \rangle - M$	$\langle V^D/A \rangle$		$\langle V^E/A \rangle$			
							π	ω	π	ω	ρ	
f	5,80	10,95	0,56	450	32	10	-135	130	28	-22	-7	-19

- Tableau 3 -

Propriétés de la matière nucléaire dans le modèle où la partie delta (voir (1.58)) du potentiel d'échange d'un pion et d'un rho a été enlevée. On a choisi ici $K = 3,7$ pour le couplage dérivatif ρ - N .

Il conviendrait, enfin, d'estimer la contribution des termes du second ordre à l'énergie (figure 6) pour



avoir une idée plus précise de la contribution exacte du π et ρ dans la matière nucléaire. A cet ordre en effet la partie tenseur de leur interaction (1.57) doit être importante. Dans un calcul non relativiste celle-ci est estimée à environ - 5 MeV.

Fig.6 - Contributions du second ordre à l'énergie, dues à la partie tenseur de l'interaction nucléon-nucléon.

2. APPLICATIONS

Les applications que nous allons détailler dans cette partie seront toutes développées dans le formalisme relativiste étudié en détail dans le premier chapitre. Partant d'un lagrangien effectif contenant les degrés de liberté nucléoniques et mésoniques et leurs couplages les plus importants, nous avons pu éliminer les champs mésoniques au profit d'un potentiel nucléon-nucléon. Ces champs mésoniques sont traités ici dans l'approximation statique c'est-à-dire que l'on néglige les effets de retard dans l'interaction NN. Les champs mésoniques définis par (1.6) et (1.7) sont alors indépendants du temps. La deuxième approximation qui est faite consiste à ne pas considérer la polarisation de la mer de Dirac due aux nucléons de la mer de Fermi (calcul à l'ordre zéro). Tous ces effets sont représentés phénoménologiquement, dans cette approche, par les constantes de couplage $g_\sigma^2/4\pi$ et $g_\omega^2/4\pi$ traitées ici comme paramètres libres. De même le noyau sera décrit par un déterminant de Slater et le modèle résolu dans l'approximation de Hartree-Fock. Les corrélations à courte portée devront elles aussi renormaliser ces constantes de couplage.

Le point important est que, une fois défini le point de saturation de la matière nucléaire, on peut traiter, dans ces mêmes approximations et avec la même interaction microscopique nucléon-nucléon, la structure des noyaux finis. En particulier, nous calculerons leur spectre à une particule, densité de charge, énergie de liaison, rayon de charge, etc., avec un seul nouveau paramètre qui est la masse du méson sigma. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 celle-ci ne peut en effet être fixée précisément dans la matière nucléaire.

2.1. Structure des noyaux finis

2.1a - Equation de Dirac pour la fonction d'onde des nucléons

L'état d'un nucléon sera ici entièrement déterminé par ses nombres quantiques $\alpha = n, \ell, j, m, \tau$ et le champ fermionique est développé suivant (1.36). La partie radiale de la fonction d'onde dépend quant à elle de $a = n, \ell, j, \tau$. On écrira la fonction d'onde générale, dans l'espace des coordonnées, sous la forme :

$$\psi_\alpha(\vec{r}) = \begin{pmatrix} i G_a(r)/r \\ F_a(r)/r \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \end{pmatrix} \chi_{\ell, j, m}(\Omega) \quad (2.1)$$

La partie angulaire $\chi_{\ell, j, m}(\Omega)$ se décompose ensuite suivant les harmoniques sphériques :

$$\chi_{\ell, j, m}(\Omega) = \sum_{m_\ell, \mu} \sqrt{2\ell+1} \begin{pmatrix} \ell & 1/2 & j \\ m_\ell & \mu & -m \end{pmatrix} Y_\ell^{m_\ell}(\Omega) \chi_\mu, \quad (2.2)$$

avec la normalisation suivante pour les parties radiales :

$$\int_0^\infty [G_a^2(r) + F_a^2(r)] dr = 1 \quad \text{pour tout } a. \quad (2.3)$$

L'équation de Dirac pour la fonction d'onde des nucléons s'obtient alors en minimisant la

valeur moyenne du Hamiltonien (1.30) dans le déterminant de Slater (1.34). La partie cinétique et potentielle est alors identique à (1.37) aux fonctions d'onde près^{12,13} et avec la correspondance $\vec{p} \rightarrow -i\vec{\nabla}$. La valeur moyenne de l'énergie potentielle se décompose de la même manière en terme direct (figure 3.a) et d'échange (figure 3.b). Dans un noyau à couches fermées en spin, seules les contributions provenant de l'échange du σ et ω (composante temporelle) ainsi que du ρ (composante temporelle et pour des noyaux $N \neq Z$ seulement) sont non nulles/Par contre tous les mésons contribuent au terme de Fock. Le principe variationnel s'écrit alors :

$$\delta \left[\langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle - \epsilon \langle \phi_0 | N | \phi_0 \rangle \right] \equiv \delta I = 0, \quad (2.4)$$

où l'on a introduit sous forme de multiplicateur de Lagrange la condition de normalisation des fonctions d'onde avec :

$$N = \int d^3x \psi^\dagger(x) \psi(x).$$

Les variations se font sur la grande composante - $G_a(r)$ - et la petite composante - $F_a(r)$ - de la fonction d'onde radiale :

$$\delta I = \sum_a \left[\frac{\partial I}{\partial G_a} \delta G_a + \frac{\partial I}{\partial F_a} \delta F_a \right], \quad (2.5)$$

et donc la condition de minimisation s'écrit sous la forme d'un système de deux équations différentielles couplées du premier ordre pour chaque orbite a :

$$\frac{\partial I}{\partial G_a} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial I}{\partial F_a} = 0. \quad (2.6)$$

Avec les expressions générales (1.37) ce système s'écrit explicitement^{12,13} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dG_a}{dr} + \frac{\kappa}{r} G_a = -z_a W^{\rho_T}(r) G_a + \left[M + E_a + W^\sigma(r) - W^\omega(r) - W^{\rho_V}(r) \right] F_a \\ \quad - U_a[G, F, r] \\ \frac{dF_a}{dr} - \frac{\kappa}{r} F_a = z_a W^{\rho_T}(r) F_a + \left[M - E_a + W^\sigma(r) + W^\omega(r) + W^{\rho_V}(r) \right] G_a \\ \quad + V_a[G, F, r] \end{array} \right. \quad (2.7)$$

Les potentiels $W^{\sigma, \omega, \rho_V, \rho_T}(r)$ représentent ici les termes de Hartree pour l'échange de σ , ω et $\rho_{V,T}$ (partie vectorielle et dérivative du couplage ρ -N (1.14)) ; les termes non locaux $U_a(G, F, r)$ et $V_a(G, F, r)$ proviennent des contributions de Fock^{12,13}, enfin κ fait intervenir le couplage spin-orbite :

$$\kappa = \pm \left(j + 1/2 \right) \quad \text{pour } j = \ell \mp 1/2 \quad . \quad (2.8)$$

E_a représente l'énergie à une particule que l'on pourra décomposer en $E_a = \mathcal{E}_a + M$, \mathcal{E}_a étant l'énergie Hartree-Fock de l'orbite considérée.

Nous ne mentionnerons ici que les contributions les plus simples :

$$\left\{ \begin{array}{l} W^{\sigma}(r) = - \frac{g_{\sigma}^2}{4\pi} \sum_b (2j_b+1) \int_0^{\infty} dr' \frac{1}{m_{\sigma} \sqrt{rr'}} I_0(m_{\sigma} r_2) K_0(m_{\sigma} r_2) [G_b^2(r') - F_b^2(r')] \quad (2.9a) \\ W^{\omega}(r) = + \frac{g_{\omega}^2}{4\pi} \sum_b (2j_b+1) \int_0^{\infty} dr' \frac{1}{m_{\omega} \sqrt{rr'}} I_0(m_{\omega} r_2) K_0(m_{\omega} r_2) [G_b^2(r') + F_b^2(r')] \quad (2.9b) \\ W^{\rho_{\tau}}(r) = - \frac{g_{\rho}^2}{4\pi^2} \kappa^2 \frac{u_{\rho}^3}{4\pi} \sum_b (2j_b+1) \frac{1}{\epsilon_b} \int_0^{\infty} dr' I_1(u_{\rho} r_2) K_1(u_{\rho} r_2) \cdot \frac{1}{m_{\rho} \sqrt{rr'}} [2 G_b(r') F_b(r')] \quad (2.9c) \end{array} \right.$$

Il convient de remarquer que les potentiels $W^{\sigma}(r)$, $W^{\omega}(r)$ par exemple sont les analogues, dans les noyaux, des parties scalaire et vecteur (composante temporelle) de la self-énergie $\Sigma(p)$ dans la matière nucléaire (pour la partie provenant du terme de Hartree tout au moins). Au centre du noyau ces potentiels sont de l'ordre de :

$$W^{\sigma}(0) \approx -400 \text{ MeV} \quad , \quad W^{\omega}(0) \approx 350 \text{ MeV} \quad . \quad (2.10)$$

De même on pourra définir une masse effective, dans l'approximation Hartree toujours :

$$M^*(r) = M + W^{\sigma}(r) \quad \text{avec } M^*(0)/M \approx 0,55 \quad . \quad (2.11)$$

Il est important de noter que l'on peut construire trois densités différentes à partir des grande et petite composantes de la fonction d'onde du nucléon. Ces trois densités d'ailleurs interviennent dans les contributions (2.9.a,b,c) : il s'agit des densités baryoniques, scalaires (aussi présentes dans la matière nucléaire) et tensorielles définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_b(r) = \sum_b \frac{2j_b+1}{4\pi r^2} [G_b^2(r) + F_b^2(r)] \quad , \quad (2.12a) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_s(r) = \sum_b \frac{2j_b+1}{4\pi r^2} [G_b^2(r) - F_b^2(r)] \quad , \quad (2.12b) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{\tau}(r) = \sum_b \frac{2j_b+1}{4\pi r^2} [2 G_b(r) F_b(r)] \quad . \quad (2.12c) \end{array} \right.$$

Pour réécrire l'équation de Dirac (2.7) de manière plus condensée il faut transformer les

termes non locaux U_a et V_a en contributions locales. Cette transformation n'est bien sûr pas unique. On pourra choisir par exemple de décomposer ces termes de la façon suivante¹³ :

$$U_a [G, F, r] = \left[\frac{G_a U_a}{G_a^2 + F_a^2} \right] G_a + \left[\frac{F_a U_a}{G_a^2 + F_a^2} \right] F_a, \quad (2.13)$$

et de même pour V_a , ce qui conduit alors à l'équation de Dirac :

$$\left[-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 M + \gamma_0 \Sigma^a(r) \right] \psi_a(\vec{r}) = E_a \psi_a(\vec{r}), \quad (2.14)$$

avec la self-énergie $\Sigma^a(r)$, qui dépend de l'état a considéré :

$$\Sigma^a(r) = \Sigma_s^a(r) + \gamma_0 \Sigma_0^a(r) + i \vec{\gamma} \cdot \hat{r} \Sigma_v^a(r) + i \gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \hat{r} \Sigma_T^a(r) \quad (2.15)$$

Remarquons que dans les noyaux et, contrairement à la matière nucléaire, la self-énergie comporte un terme tenseur non nul $\Sigma_T^a(r)$ (celui-ci se réduit à $W^{\rho\tau}(r)$ dans l'approximation de Hartree).

2.1b - Quelques résultats

Comme nous venons de le rappeler, le seul nouveau paramètre important est la masse du méson σ qui doit être choisie entre 400 et 600 MeV environ. Il est facile de se rendre compte que la portée de l'échange du σ va conditionner fortement la valeur du rayon carré moyen, ou du rayon de charge des noyaux. C'est elle qui définit, dans un système fini, l'échelle des distances. Cette masse est ajustée ici pour reproduire le rayon de charge de ^{16}O : on obtient ainsi la valeur suivante :

$$m_\sigma = 440 \text{ MeV}.$$

Il est remarquable de constater alors que les rayons de charge obtenus dans ce cas pour tous les autres noyaux caractéristiques, et indiqués dans le tableau 4, sont parfaitement en accord, à mieux que 1% près avec les valeurs expérimentales déduites des expériences de diffusion d'électrons¹⁴. La densité de charge est obtenue quant à elle à partir de la densité de proton :

$$\rho_{B_p}(r) = \sum_{b: \text{protons}} \frac{2j_b + 1}{4\pi r^2} \left[G_b^2(r) + F_b^2(r) \right]. \quad (2.16)$$

Cette densité correspond à la répartition de particules ponctuelles chargées et, pour avoir la densité de charge globale, il convient de convoluer celle-ci avec la densité de charge du proton lui-même soit :

$$\rho_c(r) = \int \rho_{B_p}(r') q(|\vec{r} - \vec{r}'|) d^3 r', \quad \text{avec} \quad (2.17)$$

$$\rho(r) = \left(\frac{1}{r_0 \sqrt{\pi}} \right)^3 e^{-r^2/r_0^2} \quad \text{et} \quad r_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \langle r_p \rangle_{r.m.s.} \quad (2.18)$$

	^{16}O			^{40}Ca			^{48}Ca			^{90}Zr		^{208}Pb	
	E/A (MeV)	r_{ch} (fm)	$\ell_{s,p}$ (MeV)	E/A	r_{ch}	$\ell_{s,p}$	E/A	r_{ch}	$\ell_{s,p}$	E/A	r_{ch}	E/A	r_{ch}
Tous mésons	-5,6	2,73	6,3	-6,8	3,47	8,0	-7,1	3,47	4,1	-7,4	4,26	-6,7	5,47
Exp.	-7,4	2,73	6,3	-8,13	3,48	7,2	-8,5	3,47	4,3	-8,7	4,27	-7,8	5,50
(CM)	-0,6			-0,2			-0,2			-0,08		-0,02	

- Tableau 4 -

Propriétés importantes de quelques noyaux caractéristiques, dans l'approximation de Hartree-Fock. Les contributions indiquées par (CM) représentent les corrections (non relativistes) dues au mouvement du centre de masse et $\ell_{s,p}$ est le splitting spin-orbite de la dernière couche de protons $1p$ ou $1d$.

La densité de charge du proton $g(r)$ dépend du rayon carré moyen de charge de celui-ci. On choisira $\langle r_p \rangle_{r.m.s.} = 0,8$ fm, valeur expérimentale pour un nucléon libre. Pour tous les calculs numériques présentés par la suite nous avons choisi de considérer le modèle le plus complet tel qu'il a été résumé dans le tableau 3 du premier chapitre, c'est-à-dire où la contribution de tous les mésons a été prise en compte, avec $K = 37$ pour le couplage dérivatif ρ -N, et où la partie delta dans l'interaction due à l'échange d'un pion et d'un rho a été enlevée. Les constantes de couplages $g_{\sigma}^2/4\pi$ et $g_{\omega}^2/4\pi$ doivent cependant être réajustées compte tenu de la masse $m_{\sigma} = 440$ MeV qui a été choisie ici. Ces nouvelles constantes sont :

$$g_{\sigma}^2/4\pi = 4,2 \quad , \quad g_{\omega}^2/4\pi = 11,2 \quad .$$

Les figures 7 représentent les densités de charge de ^{16}O , ^{40}Ca et ^{48}Ca obtenues dans ce modèle (trait pointillé). Le trait plein représente sur ces figures la densité de charge expérimentale avec les erreurs correspondantes. Il est important de remarquer que la surface de ces noyaux est particulièrement bien reproduite malgré la valeur quelque peu élevée (≈ 450 MeV) du paramètre d'incompressibilité dans la matière nucléaire.

Nous avons rassemblé dans le tableau 4 différents résultats importants : énergie de liaison par particule, rayon de charge et splitting spin-orbite des couches $1p$ pour ^{16}O et $1d$ pour ^{40}Ca et ^{48}Ca . Nous avons indiqué d'autre part les données expérimentales ainsi que les estimations des corrections dues au mouvement du centre de masse, estimations empruntées d'un calcul Hartree-Fock non relativiste¹⁵. L'énergie de liaison totale peut être calculée facilement par l'expression suivante, valable pour tout

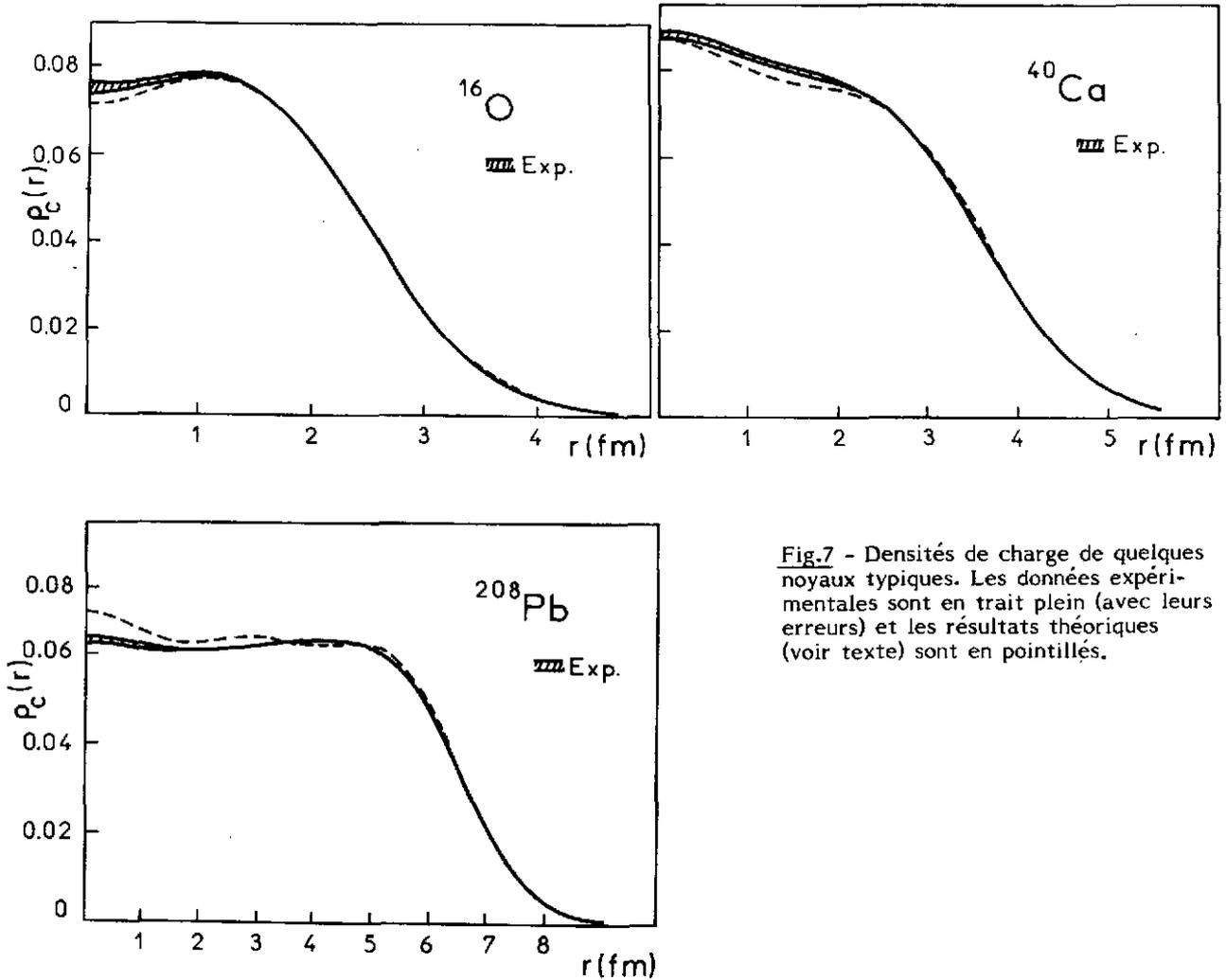


Fig.7 - Densités de charge de quelques noyaux typiques. Les données expérimentales sont en trait plein (avec leurs erreurs) et les résultats théoriques (voir texte) sont en pointillés.

modèle Hartree-Fock relativiste ou non :

$$E = \sum_a (T_a + E_a) / 2 - A M, \quad \text{où } T_a \text{ est l'énergie cinétique de l'orbite } a. \quad (2.19)$$

Les valeurs indiquées dans le tableau 4 montrent que tous les noyaux sont ici sous liés d'environ 1,1 MeV par particule, si l'on inclut les corrections du mouvement du centre de masse. La dépendance en fonction du nombre de masse est par contre fort correcte. Enfin le splitting spin-orbite de la dernière couche des noyaux ^{16}O , ^{40}Ca et ^{48}Ca apparaît très naturellement dans cette approche relativiste et il est, de plus, en parfait accord avec les résultats empiriques. En particulier il n'est pas facile d'obtenir simultanément le bon splitting pour les noyaux ^{40}Ca et ^{48}Ca . Expérimentalement celui-ci passe en effet de 7,2 MeV à 4,3 MeV. Il ne peut être reproduit dans ces modèles que si les termes de Fock sont calculés et en particulier l'échange de mésons isovectoriels π et ρ . Dans un modèle ne comportant que l'échange de σ et ω le spin-orbite de ^{48}Ca est du même ordre de grandeur que celui de ^{40}Ca .

Pour compléter la discussion des propriétés générales des noyaux finis nous pouvons aussi

envisager d'étudier la distribution de moment de ces noyaux. Il s'agit de l'équivalent de la densité baryonique dans l'espace des impulsions. Les fonctions d'onde des nucléons se calculent par transformée de Fourier :

$$\tilde{\psi}_a(\vec{k}) = \int \frac{d^3r}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \psi_a(\vec{r}), \quad (2.20)$$

c'est-à-dire en explicitant les deux composantes des spineurs :

$$\tilde{\psi}_a(\vec{k}) = \begin{pmatrix} i \tilde{G}_a(k) \\ \tilde{F}_a(k) \vec{\sigma} \cdot \hat{k} \end{pmatrix} \chi_{j_a, m_a}(\vec{k}), \quad (2.21)$$

avec respectivement pour la grande et petite composante :

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{G}_a(k) &= \frac{i^l}{2\pi^2} \int_0^\infty r dr f_l(kr) G_a(r), \\ \tilde{F}_a(k) &= \frac{i^{l'}}{2\pi^2} \int_0^\infty r dr f_{l'}(kr) F_a(r), \end{aligned} \right. \quad (2.22)$$

$$\text{où } l' = l \pm 1 \text{ pour } j = l \pm 1/2.$$

La distribution d'impulsion s'écrit alors :

$$n(k) = \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi} \left[|\tilde{G}_a(k)|^2 + |\tilde{F}_a(k)|^2 \right]. \quad (2.23)$$

Celle-ci est normalisée de la manière suivante :

$$\int_0^\infty 4\pi k^2 dk n(k) = A.$$

La comparaison de cette distribution d'impulsion, dans cette approche relativiste, avec celle obtenue dans un calcul non relativiste avec une interaction de Skyrme est instructive de deux points de vue¹³. D'une part la pente de cette distribution, au-delà de $k = 100$ MeV/c pour le noyau ¹⁶O par exemple, est très sensible à la valeur du rayon de charge du noyau tel qu'il est obtenu dans ces modèles. D'autre part, lorsque les calculs théoriques relativiste et non relativiste sont ajustés de façon à avoir un rayon de charge identique, leur distribution d'impulsion correspondante sont pratiquement indiscernables jusqu'à un moment de l'ordre de 350 MeV/c. Il semblerait alors que la distribution d'impulsion calculée dans l'approximation de particule indépendante soit peu sensible à la description dynamique détaillée du système. Pour ce noyau la valeur moyenne de l'impulsion par particule est de l'ordre de 170 MeV/c.

2.1c - Dépendance en densité de l'interaction effective équivalente¹⁶

Nous nous placerons ici dans l'approximation Hartree de manière à pouvoir effectuer facilement les développements non relativistes. Les résultats obtenus sont bien sûr analogues pour le modèle le plus complet. Dans cette approximation l'équation de Dirac (2.7) se réécrit simplement :

$$\begin{cases} \frac{dG_a}{dr} + \frac{\kappa}{r} G_a = [M + E_a + W^\sigma - W^\omega] F_a, \\ \frac{dF_a}{dr} - \frac{\kappa}{r} F_a = [M - E_a + W^\sigma + W^\omega] G_a. \end{cases} \quad (2.24)$$

En éliminant la petite composante $F_a(r)$ entre ces deux équations on arrive alors immédiatement à une équation différentielle du second ordre pour $G_a(r)$ qui est de la forme :

$$\left[-\vec{\nabla} \frac{1}{\bar{M}(r)} \vec{\nabla} + V_c(r) + V_D(r) + V_{ls}(r) \vec{p} \cdot \vec{\sigma} \right] G_a(r) = \varepsilon_a G_a(r). \quad (2.25)$$

Cette équation est une équation de Schrödinger pour la grande composante, avec les potentiels central et spin-orbite suivants :

$$\begin{cases} V_c(r) = W^\sigma(r) + W^\omega(r), \\ V_{ls}(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{2\bar{M}(r)} \right]. \end{cases} \quad (2.26)$$

Nous avons représenté par $\bar{M}(r)$ la nouvelle masse effective qui apparaît dans cette équation :

$$\bar{M}(r) = M + \frac{1}{2} [W^\sigma(r) - W^\omega(r)]. \quad (2.27)$$

L'énergie ε_a dans (2.25) est l'énergie de liaison Hartree-Fock $\varepsilon_a = E_a - M$. Enfin le potentiel $V_D(r)$ est le potentiel de Darwin et n'est pas très important numériquement. D'après les valeurs à l'origine des potentiels $W^\sigma(r)$ et $W^\omega(r)$, eq.(2.10), le potentiel central au centre du noyau sera alors de l'ordre de -50 MeV. Le potentiel spin-orbite quant à lui fait intervenir la différence de ces deux potentiels qui est de l'ordre de grandeur de la masse du nucléon. Remarquons aussi que la solution de l'équation de Schrödinger (2.25) ne doit pas être normalisée à 1, comme dans le cas non relativiste, car il ne s'agit que de la grande composante de la vraie fonction d'onde (2.1). Il convient de reconstruire la petite composante à l'aide d'une des deux équations (2.24) et ensuite seulement de normaliser le spineur selon (2.3).

Nous allons procéder maintenant à un développement non relativiste (en fonction de $1/M$) de ces deux potentiels central et spin-orbite afin d'en déduire une interaction effective qui s'exprimera simplement en fonction de la densité baryonique non relativiste $\rho_0(r)$ que l'on définira. Dans l'approximation de Hartree les potentiels $W^\sigma(r)$ et $W^\omega(r)$ s'expriment directement en fonction de la valeur moyenne des champs de σ et ω (composante temporelle seulement), calculés selon (1.20). On a dans ce cas :

$$W^\sigma(r) = g_\sigma \sigma(r) \quad , \quad W^\omega(r) = g_\omega V^0(r) \quad (2.28)$$

et l'équation de Klein Gordon pour les champs σ et ω s'écrira :

$$\begin{cases} \vec{\nabla}^2 \sigma(r) - m_\sigma^2 \sigma(r) = g_\sigma \rho_s(r) , \\ \vec{\nabla}^2 V^\omega(r) - m_\omega^2 V^\omega(r) = -g_\omega \rho_B(r) . \end{cases} \quad (2.29)$$

On peut résoudre ces équations différentielles par approximations successives, en négligeant au premier ordre le laplacien des champs, et l'on obtient ainsi les séries suivantes :

$$\begin{cases} \sigma(r) = -\frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \left[\rho_s(r) + \frac{1}{m_\sigma^2} \vec{\nabla}^2 \rho_s(r) + \dots \right] , \\ V^\omega(r) = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \left[\rho_B(r) + \frac{1}{m_\omega^2} \vec{\nabla}^2 \rho_B(r) + \dots \right] . \end{cases} \quad (2.30)$$

Compte tenu de la masse relativement élevée des mésons σ et ω ces développements doivent converger rapidement et l'on s'arrêtera ici au deuxième ordre. Enfin il convient d'exprimer les densités scalaires $\rho_s(r)$ et baryoniques $\rho_B(r)$ en fonction de la densité de matière non relativiste $\rho_0(r)$. On définira celle-ci de la manière suivante :

$$\rho_B(r) \equiv \rho_0(r) . \quad (2.31)$$

Cette définition de $\rho_0(r)$ a l'avantage de conserver la condition de norme de la fonction d'onde.

D'autre part, en utilisant l'équation de Dirac (2.7a) on a :

$$\sum_a \frac{2j_a+1}{4\pi r^2} F_a^2(r) = \frac{1}{[2\bar{M}(r)]^2} \mathcal{Z}(r) , \quad (2.32)$$

où $\mathcal{Z}(r)$ représente la densité d'énergie cinétique :

$$\mathcal{Z}(r) = \sum_a \frac{2j_a+1}{4\pi} \left| \vec{\nabla} \frac{G_a(r)}{r} \right|^2 . \quad (2.33)$$

La densité scalaire s'écrit donc finalement :

$$\rho_s(r) = \rho_0(r) - \frac{1}{2\bar{M}^2(r)} \mathcal{Z}(r) . \quad (2.34)$$

Enfin la masse effective (2.27) pourra elle aussi se développer en fonction des quantités "non relativistes" $\rho_0(r)$ et $Z(r)$ par l'intermédiaire de (2.28) et (2.30) :

$$\begin{aligned} \bar{M}(r) = M - \frac{1}{2} \left(\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \right) \rho_0(r) - \frac{1}{2} \left(\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^4} + \frac{g_\omega^2}{m_\omega^4} \right) \nabla^2 \rho_0 \\ + \frac{1}{4M^2} \left(\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} + \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \right) \left[\frac{M}{\bar{M}(r)} \right]^2 Z(r) . \end{aligned} \quad (2.35)$$

Si l'on rassemble toutes ces contributions au second ordre en $1/M$ on arrivera alors à écrire les potentiels central et spin-orbite en fonction de la densité baryonique $\rho_0(r)$, de la densité d'énergie cinétique $Z(r)$ et de la densité de spin $\vec{J}(r)$, définie par :

$$\vec{J}(r) = -i \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi r} G_a(r) \left[\vec{\nabla} \frac{G_a(r)}{r} \times \vec{\sigma} \right] . \quad (2.36)$$

En reprenant les notations de la référence 17, on pourra alors définir une densité hamiltonienne "à la Skyrme" qui aura la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \frac{Z(r)}{2M} - \frac{1}{2} a \rho_0^2(r) + \frac{1}{2} b \left[\nabla^2 \rho_0(r) \right]^2 + \frac{c}{2M^2} \rho_0(r) \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(r) \\ + \frac{1}{3} d \rho_0^3(r) + e \rho_0(r) Z(r) . \end{aligned} \quad (2.37)$$

Celle-ci est tout à fait analogue à la paramétrisation des forces de Skyrme et de plus, quantitativement, les valeurs numériques des différents coefficients sont similaires à celles qui sont généralement considérées¹⁶. Il convient de remarquer que cette densité hamiltonienne comporte des termes en ρ_0^3 qui, dans l'approche non relativiste traditionnelle, correspond à une interaction à trois corps dont l'intensité est un paramètre. Dans ce formalisme relativiste cette dépendance intervient déjà au niveau des interactions à deux corps que nous avons considérées jusqu'ici et provient simplement du développement de la masse effective (2.35) en fonction de la densité de matière (2.31).

2.2. Interactions électromagnétiques

2.2a - Conservation du courant

Il est primordial, lorsque l'on s'intéresse à des transitions électromagnétiques (moments magnétiques, facteurs de forme élastique et inélastique..) de s'assurer que le courant électromagnétique est effectivement conservé. Dans le cadre d'une théorie non relativiste ce problème conduit tout naturellement aux contributions des courants d'échange². Le raisonnement est le suivant : les fonctions d'onde individuelles des nucléons sont solutions d'une équation de Schrödinger

$$H\Psi = E\Psi \text{ où } H = T + V \text{ est le Hamiltonien du système, } T \text{ l'énergie cinétique et } V \text{ est le}$$

potentiel d'interaction à deux corps. Dans ce cas le courant électromagnétique à un corps \vec{J}_0 (approximation d'impulsion) vérifie l'équation de conservation suivante pour un nucléon libre :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_0 + i \left[T, \frac{1+\tau_3}{2} \right] = 0, \quad \frac{1+\tau_3}{2} e \text{ représentant la charge du nucléon} \quad (2.38)$$

(supposé ponctuel ici).

Par contre le courant total \vec{J} doit vérifier l'équation de conservation dans le milieu :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \left[H, \frac{1+\tau_3}{2} \right] e = 0. \quad (2.39)$$

Lorsque le potentiel $V(r)$ a une partie dépendant de l'isospin (échange d'un pi et rho par exemple) qui ne commute pas avec τ_3 , alors l'équation (2.39) génère des composantes isovectorielles, longitudinales, dans le courant total \vec{J} . Celles-ci ne sont rien d'autre que les contributions des courants d'échange indiquées sur la figure 2 (courant pionique et de paire respectivement).

Ce raisonnement s'applique également dans un formalisme relativiste. Il est important non seulement de considérer les corrections provenant des fonctions d'onde relativistes -par l'intermédiaire des self-énergies d'interactions (2.15)- mais aussi de celles provenant de la modification de l'opérateur électromagnétique lui-même dans le milieu, représenté par une bulle sur la figure 8. Dans le modèle

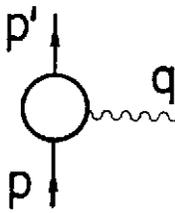


Fig.8 - Couplage électromagnétique photon-nucléon dans le milieu.

à particules indépendantes développé ici l'équivalent de l'équation (2.38) est précisément l'identité de Ward-Takahashi¹⁸, introduite en électrodynamique quantique. Soit $\Gamma^\mu(p,p')$ cet opérateur électromagnétique dans le milieu. Dans la limite de densité nulle il se réduit évidemment à l'opérateur nu $\gamma^\mu(1 + \tau_3)/2$ du couplage d'un photon sur un nucléon libre (et qui correspond dans la limite non relativiste au courant \vec{J}_0). On écrira alors :

$$\Gamma^\mu(p,p') = \gamma^\mu \frac{1+\tau_3}{2} + \Lambda^\mu(p,p'), \quad (2.40)$$

et l'identité de Ward-Takahashi s'écrit :

$$q_\mu \Lambda^\mu(p,p') = -\frac{1+\tau_3}{2} \left[\Sigma(p') - \Sigma(p) \right] \quad \text{avec } q = p' - p. \quad (2.41)$$

Dans cette approche relativiste le courant à un corps \vec{J}_0 et le courant de paire (figure 2.b) dans le milieu nucléaire sont inclus automatiquement dans l'opérateur (2.40) et doivent vérifier (2.41). Il convient bien sûr de rajouter, dans ce formalisme, les contributions de courant à deux corps ("corrélations") comme par exemple le courant pionique (figure 2.a). Pour un transfert nul l'équation (2.41) conduit à la forme explicite suivante de l'opérateur électromagnétique :

$$\Lambda^\mu(p,p) = -\frac{1+\tau_3}{2} \frac{\partial \Sigma(p)}{\partial p_\mu}. \quad (2.42)$$

Cette expression permet en particulier de calculer les moments magnétiques¹⁸.

2.2b - Moments magnétiques des noyaux

Nous allons détailler plus particulièrement dans ce paragraphe les corrections relativistes sur les fonctions d'onde¹⁹, les plus faciles à comprendre dans une première approche. Nous choisirons donc de calculer les contributions provenant de l'opérateur libre γ^μ ou plutôt de sa généralisation au cas où l'on considère des particules non ponctuelles :

$$F_1(q^2) \gamma^\mu + i \frac{F_2(q^2)}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \quad (2.43)$$

$F_2(0)$ représente ici la partie anormale du moment magnétique du nucléon et $F_1(0) = 1$ est sa charge.

Pour les noyaux comportant un proton en plus ou en moins par rapport à un noyau à couches fermées comme ^{16}O par exemple, et sans tenir compte des corrections du centre de masse, leur moment magnétique se décompose alors en deux contributions :

$$\mu = \mu_d + \mu_a \quad , \quad \text{avec explicitement :} \quad (2.44)$$

$$\mu_d = \omega \frac{1+\kappa_3}{2} \frac{2j+1}{j+1} M \int_0^\infty r F(r) G(r) dr \quad \text{pour} \quad j = l - \frac{1}{2} \omega \quad , \quad (2.45a)$$

$$\mu_a = -\omega \mu_{p,n} \left[\frac{j}{j+1} \right]^{1/2} \left[\left(\frac{j}{j+1} \right)^{\omega/2} \int_0^\infty G^2(r) dr + \left(\frac{j}{j+1} \right)^{-\omega/2} \int_0^\infty F^2(r) dr \right] \quad . \quad (2.45b)$$

Dans ces expressions μ_d représente le moment magnétique de Dirac (ou partie orbitale) et μ_a est la partie provenant du moment anormal du nucléon ($\mu_{p,n}$). Dans un modèle à particule indépendante, les grande $-G(r)$ - et petite composante $-F(r)$ - sont celles de la fonction d'onde relativiste du proton (ou du trou) de moment angulaire total j non apparié. Les limites de Schmidt de ces moments sont obtenues simplement en prenant les valeurs de la fonction d'onde libre du nucléon à l'ordre $1/M$, c'est-à-dire :

$$\int_0^\infty G^2(r) dr = 1 \quad \text{et} \quad \int_0^\infty F^2(r) dr = 0 \quad ,$$

et, en utilisant l'équation de Dirac libre :

$$M \int_0^\infty r F(r) G(r) dr = \frac{\omega}{2} \left(j + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} \quad . \quad (2.46)$$

Nous allons envisager les moments magnétiques des noyaux de ^{15}N et ^{17}F qui comportent respectivement un trou et une particule en plus du coeur de ^{16}O . Pour ceux-là la valeur expérimentale du moment magnétique (2.44) est pratiquement identique à leur valeur de Schmidt. Suivant l'expression (2.45b) la valeur anormale du moment magnétique doit être très peu modifiée par ces corrections relativistes,

celles-ci étant de l'ordre de $\int_0^{\infty} F^2(r) dr$ (quelques centièmes). Par contre la correction sur les moments de Dirac (2.45a) doit être a priori plus importante. Pour ces noyaux nous avons calculé ces corrections, rapportées à la valeur de Schmidt, pour deux modèles :

- Approximation de Hartree avec échange de σ et ω (modèle (a) du tableau 2) :

$$\mu_d / \mu_d^{\text{Sch.}} \begin{cases} = 95 \% \text{ pour } {}^{15}\text{N} \\ = 10 \% \text{ pour } {}^{17}\text{F} \end{cases}$$

- Approximation de Hartree-Fock avec échange de σ , ω , π et ρ (modèle (d) du tableau 2) :

$$\mu_d / \mu_d^{\text{Sch.}} \begin{cases} = 105 \% \text{ pour } {}^{15}\text{N} \\ = 10 \% \text{ pour } {}^{17}\text{F} \end{cases}$$

Ces valeurs numériques montrent d'une part que les corrections relativistes sur les fonctions d'onde à une particule peuvent être très importantes, et en apparence contradiction avec les résultats expérimentaux, et d'autre part que les effets de couche sont très importants : les déviations par rapport aux valeurs de Schmidt pour les moments magnétiques de Dirac sont beaucoup plus faibles pour les protons d'une couche $j = 1-1/2$ (${}^{17}\text{F}$) que pour ceux d'une couche $j = 1+1/2$ (${}^{15}\text{N}$).

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe 2.2a il convient de tenir compte de la correction sur les opérateurs électromagnétiques $\Gamma^{\mu}(p,p')$ (corrections de vertex) pour pouvoir tirer une conclusion définitive quant à la valeur exacte des moments magnétiques dans cette approche.

2.3. Diffusion proton-noyau

Les principales observables accessibles expérimentalement pour la diffusion élastique de protons polarisés s'expriment en fonction de l'amplitude de diffusion proton-noyau $F(\theta)$, définie pour chaque transfert d'impulsion q et chaque énergie E_p du proton incident. Celle-ci s'écrit pour un noyau à couches fermées :

$$F(\theta) = f(\theta) + i \sigma_n g(\theta) , \quad (2.47)$$

où σ_n est la polarisation du proton suivant un axe perpendiculaire au plan de la diffusion.

La section efficace de diffusion est alors :

$$\sigma = |f|^2 + |g|^2 . \quad (2.48)$$

Il est particulièrement intéressant de considérer des observables plus sensibles que la section efficace totale et en particulier le pouvoir d'analyse :

$$A_y = 2 \operatorname{Re} [f (i g)^*] / \sigma , \quad (2.49)$$

et la quantité correspondante, la fonction de rotation de spin :

$$Q = 2 \operatorname{Im} [f (i g)^*] / \sigma . \quad (2.50)$$

Remarquons que le pouvoir d'analyse peut s'écrire comme :

$$A_y = \frac{\sigma_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow}}{\sigma_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow}} ,$$

où σ_{\uparrow} (σ_{\downarrow}) est la section efficace de la diffusion d'un proton polarisé suivant la direction $+n$ ($-n$).

D'un point de vue théorique la donnée du potentiel optique proton-noyau et surtout la connaissance de sa dépendance en énergie permet alors de calculer l'amplitude de diffusion $F(\Theta)$ pour toute énergie et donc toutes les observables (2.48-50).

2.3a - Définition du potentiel optique^{20,21}

Il est instructif tout d'abord de comparer l'approche non-relativiste traditionnelle et le formalisme relativiste fondé sur les développements des chapitres précédents. Dans la première (modèle K.M.T²²) l'amplitude de diffusion (2.47) est obtenue par solution d'une équation de Schrödinger, avec cependant une cinématique relativiste. Dans la seconde on est amené à résoudre une équation de Dirac, avec un potentiel optique relativiste.

L'élément essentiel reste, d'une manière ou d'une autre, l'amplitude de diffusion élémentaire (complexe) nucléon-nucléon. Dans un formalisme non-relativiste elle est paramétrisée sous la forme suivante:

$$\hat{f}_{NN}(q) = A(q) + i C(q) (\sigma_{1n} + \sigma_{2n}) + \dots \quad (2.51)$$

où les termes non mentionnés ne contribueront pas à la diffusion sur un noyau à couches fermées. Par contre la paramétrisation relativiste de cette amplitude se fait sur les cinq invariants relativistes, c'est-à-dire en fait sur les 16 matrices indépendantes indiquées dans l'appendice 1. Dans ce cas l'amplitude relativiste \hat{f}_{NN} s'écrit, pour chaque énergie :

$$\begin{aligned} \hat{f}_{NN}(q) &= F_S(q) + \gamma^{\mu(1)} \gamma_{\mu}^{\mu(2)} F_V(q) + \sigma^{\mu\nu(1)} \sigma_{\mu\nu}^{\mu(2)} F_T(q) \\ &\quad + \gamma^5(1) \gamma_5(2) F_A(q) + \gamma^{\mu(1)} \gamma^{\nu(1)} \gamma_{\mu}^{\mu(2)} \gamma_{\nu}^{\nu(2)} F_P(q) \quad (2.52) \\ &\equiv \sum_{\beta} F_{\beta}(q) \mathcal{O}_{\beta}(1) \mathcal{O}_{\beta}(2) . \end{aligned}$$

Dans cette expression la sommation sur β se fait sur les cinq invariants relativistes (appendice 1) Scalaire (1), Vecteur (γ_{μ}), Tenseur ($\sigma_{\mu\nu}$), Axial (γ_5) et Pseudo-vecteur ($\gamma_5 \gamma_{\mu}$) pour chaque nucléon 1 et 2. A partir de ce développement général, et après une réduction non relativiste appropriée (réduction de Pauli) des matrices de Dirac, on peut en déduire facilement les relations de correspondance entre ces deux amplitudes. Dans le cas de la diffusion vers l'avant, par exemple, on a :

$$\begin{cases} A(0) = F_s(0) + \frac{E_p}{M} F_v(0), \\ C(0) = \frac{P}{2M(E_p+M)} \left[F_s(0) - F_v(0) - 2 \left(\frac{E_p}{M} + 1 \right) F_T(0) \right], \end{cases} \quad (2.53)$$

où P et E_p représentent respectivement l'impulsion et l'énergie du proton incident.

Dans l'approximation d'impulsion (relativiste) le potentiel optique est alors construit de la manière suivante²¹ :

$$U_{opt}(q) = \sum_{\beta} \sum_{\alpha=1}^A \langle \phi_0 | T_{\beta\alpha}(q) | \phi_0 \rangle. \quad (2.54)$$

$T_{\beta\alpha}(q)$ est la matrice T de la réaction définie par :

$$T_{\beta\alpha}(q) = - \frac{2\pi}{M} \frac{R(q)}{R(0)} \mathcal{P} F_{\beta}(q) \mathcal{O}_{\beta}(1) \mathcal{O}_{\beta}(\alpha), \quad (2.55)$$

$R(q)$ étant un facteur cinématique et l'indice (1) se réfère au proton incident.

En prenant pour $|\phi_0\rangle$ un déterminant de Slater afin de décrire le noyau cible, la réduction de (2.54), dans l'approximation de Hartree, est immédiate et très similaire au calcul des potentiels moyens (2.9). Cette approximation devrait être plus justifiée à haute énergie, dans un domaine où les termes d'échange sont faibles. On obtient alors la forme explicite suivante pour le potentiel optique relativiste proton-noyau :

$$U_{opt}(q) = - \frac{2\pi}{M} \frac{R(q)}{R(0)} \mathcal{P} \left[U_s(r) + \gamma_0(1) U_v(r) + i \gamma_0 \vec{\gamma}(1) \cdot \vec{r} U_T(r) \right]. \quad (2.56)$$

avec les différents potentiels de Dirac suivants (en séparant les contributions des protons et neutrons du noyau cible) :

$$U_s(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{i=p,n} \int d^3q e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} F_s^{(i)}(q) \tilde{\rho}_s^{(i)}(q), \quad (2.57a)$$

$$U_v(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{i=p,n} \int d^3q e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} F_v^{(i)}(q) \tilde{\rho}_v^{(i)}(q), \quad (2.57b)$$

$$U_T(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{i \in \text{Bn}} r \int d^3q e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} F_T^{(i)}(q) \rho_T^{(i)}(q), \quad (2.57c)$$

et les densités $\tilde{\rho}^{(i)}(q)$ dans l'espace des impulsions sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\rho}_S^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_S^{(i)}(r), \\ \tilde{\rho}_B^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_B^{(i)}(r), \\ \tilde{\rho}_T^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_T^{(i)}(r) / r. \end{array} \right. \quad (2.58a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\rho}_S^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_S^{(i)}(r), \\ \tilde{\rho}_B^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_B^{(i)}(r), \\ \tilde{\rho}_T^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_T^{(i)}(r) / r. \end{array} \right. \quad (2.58b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\rho}_S^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_S^{(i)}(r), \\ \tilde{\rho}_B^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_B^{(i)}(r), \\ \tilde{\rho}_T^{(i)}(q) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho_T^{(i)}(r) / r. \end{array} \right. \quad (2.58c)$$

Les densités baryonique $\rho_B^{(i)}(r)$, scalaire $\rho_S^{(i)}(r)$ et tensorielle $\rho_T^{(i)}(r)$ dans l'espace des coordonnées sont quant à elles calculées à partir des fonctions d'onde relativistes des nucléons du noyau cible, selon (2.12). L'équation de Dirac pour le nucléon incident, de moment P et d'énergie E_P est alors :

$$\left[-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 M + \gamma_0 U_{opt}(r) \right] \Psi_P(\vec{r}) = E_P \Psi_P(\vec{r}), \quad (2.59)$$

avec la fonction d'onde relativiste :

$$\Psi_P(\vec{r}) = \begin{pmatrix} i G_P(r) / r \\ F_P(r) / r \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix} \chi_{\ell, m}(\Omega) \chi_z. \quad (2.60)$$

Rappelons que le potentiel optique (2.56) construit à partir de l'amplitude de diffusion complexe (2.52) est aussi complexe. Sa partie réelle cependant devrait, par construction, être compatible avec les potentiels obtenus en (2.9) pour le calcul de la structure nucléaire, si toutefois les amplitudes de diffusion sont approximées à tout transfert par leur valeur vers l'avant (transfert nul).

2.3b - Dépendance en énergie du potentiel optique

Il est bien connu phénoménologiquement que la partie centrale du potentiel optique proton-noyau telle qu'elle est extraite des données expérimentales dépend fortement, et linéairement, de l'énergie du proton incident. Il est important de voir dans quelle mesure cette dépendance est correctement reproduite dans ce formalisme relativiste^{5,20}. Pour cela il s'agit tout d'abord de réduire l'équation de Dirac (2.59) en équation de Schrödinger équivalente, comme cela a déjà été détaillée en (2.25). Si l'on réduit encore la partie cinétique $\vec{\nabla} \frac{1}{M(r)} \vec{\nabla}$ on arrive alors à l'équation suivante :

$$\left[-\frac{1}{2M} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{2M} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \tilde{V}_c(r) + \tilde{V}_{\ell_s}(r) \vec{\ell} \cdot \vec{\sigma} \right] \chi(r) = \tilde{E}_P \chi(r), \quad (2.61)$$

avec $\tilde{E}_P = E_P - M$,

et après avoir effectué le changement de variable $G_p(r) = \sqrt{\bar{M}(r)} \chi(r)$ pour éliminer le terme en dérivée première de $G_p(r)$. Les potentiels central et spin-orbite sont ici, en fonction de (2.57) :

$$\tilde{V}_c(r) = U_s(r) + U_v(r) + \frac{U_s^2(r) - U_v^2(r)}{2M} + \frac{\tilde{E}_p}{M} U_v(r) + \dots \quad (2.62a)$$

$$\tilde{V}_s(r) = -\frac{1}{2M} \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\bar{M}(r)} \frac{d}{dr} \bar{M}(r) + 2U_T(r) \right], \quad (2.62b)$$

où la masse effective $\bar{M}(r)$ s'écrit :

$$\bar{M}(r)/M = 1 + \frac{U_s(r) - U_v(r)}{\tilde{E}_p + 2M} \quad (2.63)$$

On voit alors apparaître immédiatement la dépendance linéaire de $V_c(r)$ en fonction de l'énergie, et si l'on prend la valeur numérique, en $r = 0$, de $U_v(r)$ (pour la partie réelle tout au moins) compatible avec celle du potentiel de champ moyen (2.9b) soit + 350 MeV (ou même de la self-énergie Σ'_0 dans la matière nucléaire), on arrive ainsi à la dépendance en énergie suivante :

$$\text{Re}[V(0)] \sim 0,3 \tilde{E}_p$$

en accord quantitatif avec les données expérimentales.

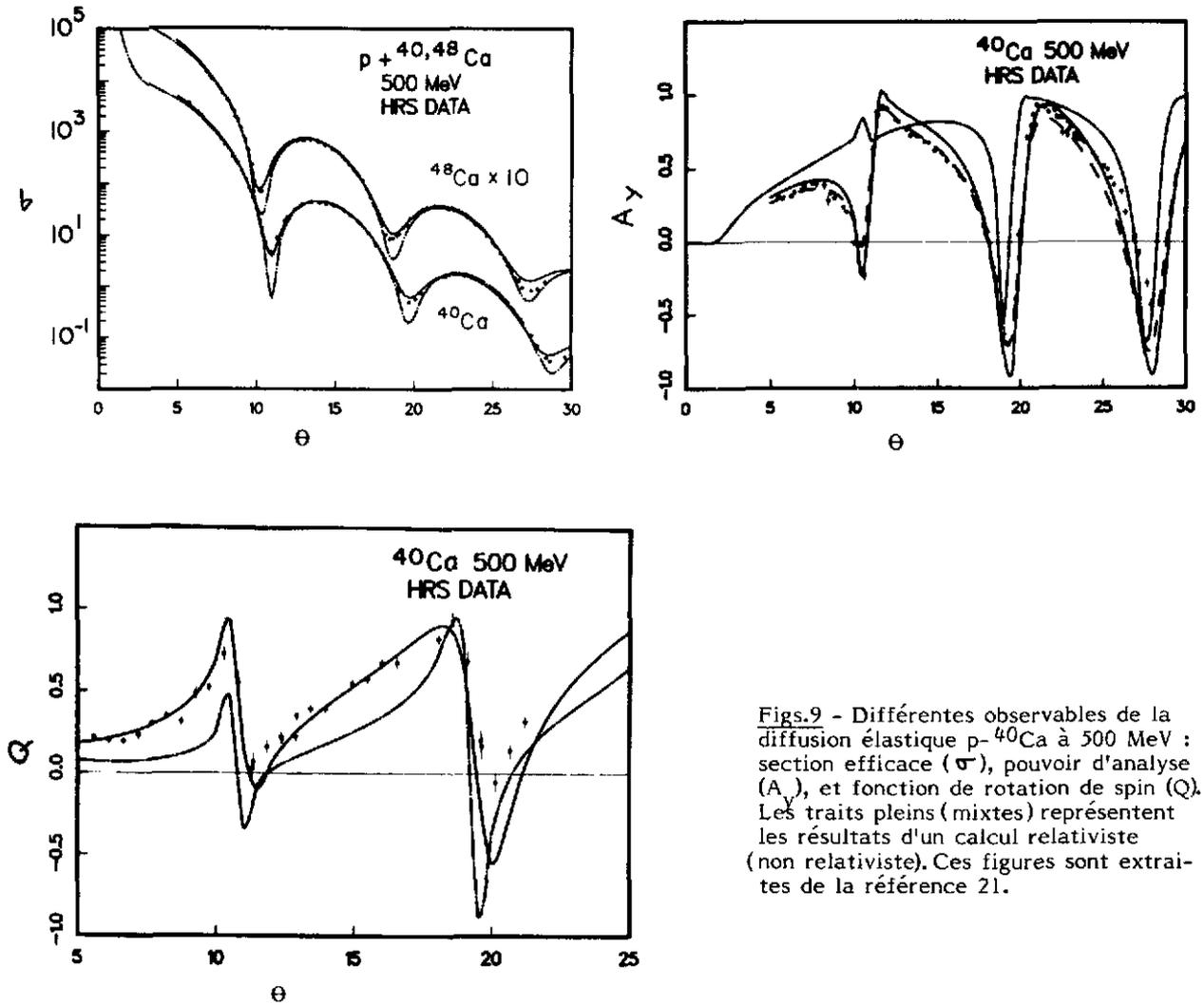
2.3c - Quelques résultats

Au niveau du potentiel central (2.62a) on peut tout de suite remarquer que la dépendance en densité de celui-ci sera différente de ce qui apparaît dans un calcul strictement non relativiste. En effet on peut s'en convaincre aisément en suivant une démarche analogue à celle qui a été suivie dans le paragraphe 2.1.c et en partant des deux expressions suivantes, relativiste et non relativiste, de la partie centrale du potentiel optique :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_c^{NR}(r) \simeq [F_s(0) + F_v(0)] \rho_0(r) \\ \tilde{V}_c^R(r) \simeq [F_s(0) \rho_s(r) + F_v(0) \rho_B(r)] + \frac{U_s^2(r) - U_v^2(r)}{2M} + \dots \end{array} \right. \quad (2.64)$$

Dans le cas relativiste les amplitudes de diffusion scalaire et vectorielle (partie temporelle) ne correspondent pas à la même densité et cette différence est d'autant plus sensible que l'énergie du proton incident est plus basse (voir plus loin).

La figure 9 représente la section efficace totale (σ), le paramètre de rotation de spin (Q) et le pouvoir d'analyse (A_y) correspondant à la diffusion élastique de protons polarisés sur une cible de ^{40}Ca à une énergie du proton incident de 500 MeV. Des résultats plus complets sont discutés en détail



Figs.9 - Différentes observables de la diffusion élastique p- ^{40}Ca à 500 MeV : section efficace (σ), pouvoir d'analyse (A_y), et fonction de rotation de spin (Q). Les traits pleins (mixtes) représentent les résultats d'un calcul relativiste (non relativiste). Ces figures sont extraites de la référence 21.

dans la référence 21. Il est certain au vu de ces résultats -et en particulier pour les observables de spin (2.49) et (2.50) plus sensibles que la section efficace totale (2.48)- que l'approche relativiste reproduit beaucoup mieux les données expérimentales. Il faut cependant être plus prudent quant aux conclusions que l'on peut tirer d'une telle comparaison. D'une part une étude plus systématique²³ des résultats obtenus dans cette approche relativiste, et pour des transitions inélastiques aussi, montrent que l'accord entre théorie et expérience n'est pas toujours aussi satisfaisant. Enfin, si il n'y a pas de doute qu'une approche relativiste doit, a priori, décrire de manière plus consistante les observables de spin, il ne faut tout de même pas oublier que tous ces résultats sont obtenus dans l'approximation d'impulsion. A basse énergie celle-ci n'est sans doute pas totalement justifiée, comme le montrent les calculs de corrélations effectués dans une approche non relativiste²³. Ce point est d'ailleurs illustré très clairement par la figure 10 où l'on a indiqué la différence des rayons carré moyens de neutron et proton du ^{40}Ca tels qu'ils sont extraits

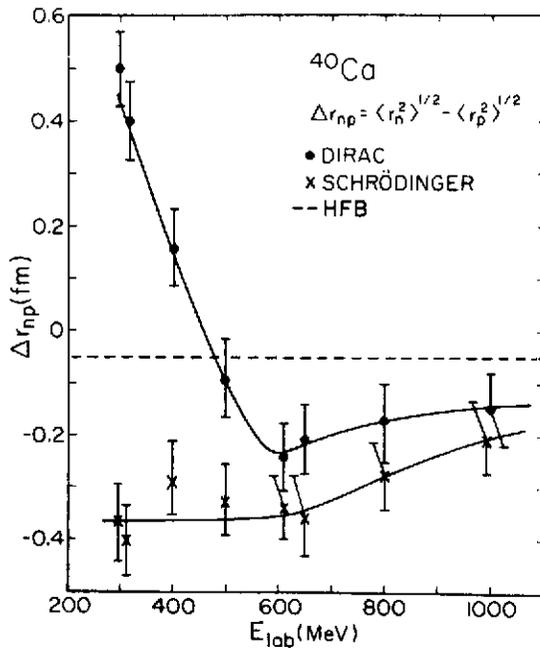


Fig.10 - Différence de rayons carré moyens de proton et neutron dans le ^{40}Ca telle qu'elle est extraite d'une analyse relativiste (points) ou non relativiste (croix) de la diffusion élastique p- ^{40}Ca à plusieurs énergies. Cette figure est extraite de la référence 21.

de ces expériences. Suivant le formalisme utilisé, relativiste ou non relativiste, les densités baryoniques "expérimentales" seront différentes (voir eq.(2.64)) et donc aussi les rayons. Le trait pointillé représente la différence de rayons "théoriques" issus d'un calcul Hartree-Fock-Bogoliubov²⁴ (consistant d'autre part avec toutes les données de diffusion d'électrons). On peut alors remarquer que, à haute énergie $E \gg 600$ MeV, ces deux approches coïncident pratiquement et tendent asymptotiquement vers la valeur théorique $\Delta r_{np} = -0,05$ fm. Cela semblerait donc indiquer que d'une part, l'approximation d'impulsion utilisée est justifiée dans ce domaine d'énergie, et que d'autre part, pour cette observable, les corrections relativistes sont peu importantes. Par contre, à plus basse énergie, ces deux analyses divergent complètement mais, dans ce cas, l'approximation d'impulsion n'est elle-même plus totalement justifiée, comme le montrent les déviations par rapport à la valeur théorique de Δr_{np} .

3. PHYSIQUE NUCLEAIRE ET STRUCTURE DU NUCLEON

Il est apparu, tout au long des chapitres précédents, qu'une caractéristique importante du nucléon avait été ignorée délibérément. Il s'agit de la structure interne de celui-ci qui se traduit simplement, au niveau macroscopique, par sa taille finie. D'un point de vue théorique il est nécessaire, lorsque l'on part d'une description en terme de théorie des champs locale, de considérer des particules ponctuelles dont l'évolution est entièrement déterminée par le lagrangien effectif (1.12-14). Tous les effets de taille finie du nucléon (et des mésons) sont censés être inclus dans les valeurs "phénoménologiques" des constantes de couplage méson-nucléon. Cette démarche est raisonnable, a priori, dans une description de la structure nucléaire à basse énergie. Il faut cependant noter plusieurs points importants que nous avons déjà eu l'occasion de mentionner. Les nucléons dans le milieu nucléaire sont soumis à des interactions fortes dont l'intensité peut être estimée par la valeur des self-énergies $\Sigma_s(p)$ et $\Sigma_o(p)$ dans la matière nucléaire, soit respectivement -380 MeV et 300 MeV au point de saturation. Ces valeurs sont loin d'être négligeables devant la masse du nucléon ($M=938$ MeV). On peut s'attendre alors à certaines modifications des caractéristiques du nucléon lui-même. Celles-ci se traduiront, essentiellement, par une modification de l'énergie propre (masse) du nucléon ainsi que par un changement de son rayon

(et rayon de charge). Ces deux quantités interviennent précisément dans la description de la structure nucléaire telle qu'elle a été décrite dans les chapitres 1 et 2, et en particulier pour obtenir la densité de charge (2.17). Nous allons, dans ce chapitre, présenter quelques résultats importants, plus qualitatifs que vraiment quantitatifs, pour illustrer ces quelques remarques.

3.1. Quelques rappels sur la Chromodynamique Quantique

3.1a - Degrés de liberté élémentaires

Les constituants élémentaires de la Chromodynamique Quantique²⁵ (QCD) sont d'une part les quarks, particules chargées et massives de spin 1/2 et leurs antiparticules, et d'autre part les gluons, bosons de spin 1 et de masse nulle. Il existe plusieurs familles de quark, six selon les théories actuelles. Celles-ci sont nécessaires pour interpréter le spectre complet des baryons et mésons. Dans les applications que nous considérerons ici, nous utiliserons seulement les premiers états du spectre baryonique et mésonique que nous construirons à partir des quarks u (up) et d (down) de charge électrique respective 2/3 et -1/3. Leur masse est très faible, de l'ordre de 5 à 10 MeV. En plus de leur charge électrique les quarks existent en trois états de couleur différente (que l'on notera par l'indice a,b,c). Cette charge de couleur est associée au boson de jauge, le gluon, de la même manière qu'en électrodynamique la charge électrique est associée au photon, boson de spin 1 et de masse nulle. A la différence du photon cependant le gluon emporte une charge de couleur et dépend d'un indice i variant de 1 à 8 (selon le nombre de générateurs de SU(3) c'est-à-dire 3²-1). Les champs élémentaires associés à ces degrés de liberté seront ainsi notés :

$$\begin{aligned} \text{quarks : } & q^a(x), a = 1,2,3 ; \text{ avec } q = u,d,\dots \\ \text{gluons : } & B_\mu^i(x), i = 1,8 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Le lagrangien de QCD s'écrit alors :

$$\mathcal{L}^{\text{QCD}} = \bar{q}(x) \left[i \gamma^\mu (\partial_\mu - i g B_\mu^j \frac{\lambda^j}{2}) \right] q(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{\mu\nu i}, \quad (3.2)$$

avec

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\nu B_\mu^i - \partial_\mu B_\nu^i + g f^{ijk} B_\mu^j B_\nu^k$$

Dans ces expressions, λ^j sont 8 matrices 3 x 3 (générateurs de SU(3)) et f^{ijk} est un réel complètement antisymétrique en i,j,k²⁵.

Il convient de remarquer que, en plus du couplage traditionnel quark-gluon, le gluon a la possibilité de se coupler à lui-même étant donné qu'il est aussi chargé de couleur, contrairement au photon qui lui n'est pas chargé électriquement. Le lagrangien (3.2) génère entre autre des couplages à 3 et 4 photons. Cette particularité est ici très importante et confère à la QCD toute sa complexité.

Lorsque l'on essaie de résoudre cette théorie en utilisant par exemple les méthodes de calcul sur réseau, il apparaît rapidement que l'on peut distinguer deux limites importantes de QCD :

- A très haut moment de transfert la constante de couplage quark-gluon, que l'on note habituellement par

$$\alpha(Q) = g^2(Q)/4\pi \quad (\text{"running coupling constant"}) \quad (3.3)$$

tend vers 0. On est alors dans le domaine de couplage faible et quarks et gluons sont ainsi pratiquement libres. C'est aussi, dans l'espace des coordonnées, le domaine des très courtes distances. Cette propriété (liberté asymptotique) est très intéressante, comme nous le verrons dans le chapitre 3.2, car elle permet de calculer explicitement beaucoup d'observables par un développement perturbatif.

- A bas moment de transfert par contre $\alpha(Q)$ est très grand devant 1 et aucun calcul perturbatif n'est valable. C'est précisément le domaine qui intéresse le plus le physicien nucléaire lorsqu'il étudie les propriétés de la structure nucléaire dans son état fondamental.

Une autre caractéristique importante qui nous concernera directement dans ce chapitre est le fait que des quarks libres n'ont pas été observés jusqu'à ce jour expérimentalement. Cette propriété de confinement commence seulement à être confirmée théoriquement par certains calculs de QCD sur réseau. Elle motive aussi la plupart des modèles phénoménologiques de quark pour la structure du nucléon, comme nous le verrons plus loin.

Il est facile maintenant d'en déduire la structure générale des mésons (de spin entier) et des baryons (de spin demi-entier) en remarquant que les hadrons ne comportent, au niveau macroscopique, aucune charge de couleur. Ils doivent donc former des états singulets de couleur de telle manière que leur fonction d'onde totale soit antisymétrique. La structure des hadrons sera alors, schématiquement:

$$\text{mésons} \quad q^a \bar{q}^a \quad , \quad (3.4)$$

$$\text{baryons} \quad \epsilon^{abc} q^a q^b q^c \quad , \quad \text{avec } q = u, d, \dots$$

Pour les baryons, l'état singulet de couleur a une fonction d'onde de couleur complètement antisymétrique et par conséquent les parties radiales, de spin et d'isospin sont quant à elles totalement symétriques.

3.1b - Rôle particulier du pion

Une symétrie importante du lagrangien de QCD, pour les quarks u et d tout au moins et lorsque l'on prend leur masse égale à zéro, est la symétrie chirale. Soit Ψ le vecteur à deux composantes formé des champs de quark u et d :

$$\Psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} .$$

Le lagrangien (3.2) est alors invariant par la transformation d'isospin suivante :

$$\Psi \rightarrow e^{i\theta \cdot \vec{T}} \Psi \quad , \quad (3.5)$$

qui conduit au courant conservé isovectoriel habituel suivant :

$$\vec{J}_\mu = \frac{1}{2} i \bar{\Psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \Psi . \quad (3.6)$$

Ce lagrangien est aussi invariant par une nouvelle transformation faisant intervenir la matrice γ_5 de Dirac et qui est définie par :

$$\Psi \rightarrow e^{i \theta \cdot \vec{\tau} \gamma_5} \Psi . \quad (3.7)$$

Cette transformation est la transformation chirale agissant sur les spineurs u et d. Le courant conservé associé à cette symétrie, et calculé par le théorème de Noether, est le courant axial qui s'exprime de la manière suivante :

$$A_\mu = \frac{1}{2} i \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma_5 \vec{\tau} \Psi , \quad (3.8)$$

avec la relation de conservation $\partial_\mu A_\mu = 0$. Dans la nature cependant cette symétrie n'est pas exacte et le courant axial n'est que partiellement conservé (PCAC). Cette brisure de la symétrie chirale peut se faire de deux manières : soit explicitement au niveau du lagrangien, par un terme de masse non nulle pour les fermions par exemple, soit spontanément par un mécanisme dynamique. Dans ce dernier cas, le plus intéressant, cette brisure de la symétrie chirale génère, d'après le théorème de Goldstone, un boson de spin zéro, de masse nulle, qui, dans le cas que nous avons considéré ici (quarks u et d), est assimilé au pion. Lorsque la symétrie chirale est de plus brisée explicitement par un terme de masse pour ces quarks ($m_u + m_d \approx 15$ MeV) alors ce "boson de Goldstone" acquiert une masse non nulle $m_\pi^2 \sim m_u + m_d$. Le rôle du pion, méson de plus faible masse du spectre, est ainsi très particulier puisqu'il est étroitement lié à une symétrie fondamentale du lagrangien de QCD²⁶. Au niveau de sa structure interne en termes de quark et antiquark, cela se traduit par une fonction d'onde cohérente²⁷ formée d'états à $1q1\bar{q}$ mais aussi $3q3\bar{q}$, $5q5\bar{q}$,...

3.1c - Facteurs de forme

A l'échelle de la physique nucléaire aux énergies intermédiaires, la structure interne du nucléon transparait au niveau des facteurs de forme électromagnétique (vertex photon-nucléon) et hadronique (vertex méson-nucléon). D'un point de vue qualitatif, ces facteurs de forme peuvent être schématisés selon les figures 11 et 12. Nous avons indiqué sur celles-ci tout d'abord la représentation habituelle en terme de nucléon, où le vertex est remplacé par un facteur phénoménologique dépendant du moment transféré par le photon ou par le méson selon les expressions suivantes :

$$\frac{1}{(1 + \vec{q}^2/m_\rho^2)^2} \quad \text{pour le couplage } \gamma NN, \text{ avec } m_\rho = 850 \text{ MeV} , \quad (3.9)$$

$$\frac{(\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2)}{(\Lambda_\pi^2 + \vec{q}^2)} \quad \text{pour le couplage } \pi NN \text{ par exemple avec } \Lambda_\pi = 1,25 \text{ GeV}.$$

Ces figures illustrent ensuite une des contributions possibles au vertex γNN ou πNN dans un modèle où la structure en quarks est explicitement traitée. Bien évidemment, le nombre de telles contributions

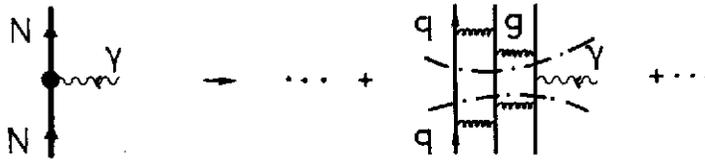


Fig.11 - Diagramme typique, mais pas nécessairement dominant, contribuant au facteur de forme électromagnétique du nucléon dans un modèle de quarks. Les états initial et final sont inclus dans la fonction d'onde du nucléon et g représente ici l'échange d'un gluon.

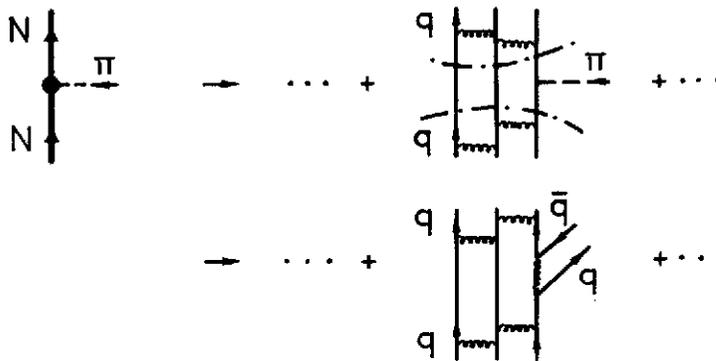


Fig.12 - Même légende que celle de la figure 11 mais pour le facteur de forme hadronique. Le pion peut être considéré soit comme une particule "élémentaire" (boson de Goldstone) soit comme un état collectif à plusieurs quarks-plusieurs antiquarks (le premier ordre est représenté ici).

peut être très grand, surtout à bas moment de transfert, c'est-à-dire dans le domaine non perturbatif des couplages quark-gluon et gluon-gluon.

Il n'est possible actuellement de calculer explicitement de telles contributions à partir du lagrangien de QCD que dans des cas très particuliers. Le plus intéressant est sans doute l'étude de ces facteurs de forme dans la limite des très hauts moments de transfert.

3.2.Exemple : étude à très haut moment de transfert

Une étude détaillée de cette partie de la Chromodynamique quantique ("QCD perturbative") est menée depuis plusieurs années avec beaucoup de succès²⁸. Comme on l'a déjà vu dans le premier chapitre, la constante de couplage caractéristique $\alpha(Q)$ tend vers 0 lorsque le transfert devient très grand : c'est le domaine de la liberté asymptotique. L'échelle d'énergie, ou de transfert, est ici fixée par l'échelle de masse de QCD, notée Λ , et qui intervient, par exemple, dans l'expression de $\alpha(Q)$ en fonction de Q :

$$\alpha(Q) \sim 1/\log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) \quad (3.10)$$

Les calculs de QCD sur réseau permettent d'avoir une certaine idée sur cette valeur. Elle est généralement comprise entre 100 et 500 MeV.

Il est alors possible, dans cette limite, de calculer à l'ordre dominant en $\alpha(Q)$ beaucoup d'observables accessibles expérimentalement par diffusion d'électrons. En ce qui concerne le facteur de forme du deutéron, il apparaît de manière très claire que la limite asymptotique de QCD est effectivement atteinte, et confirmée expérimentalement, à des transferts variant de 2 (GeV/c)^2 à 4 (GeV/c)^2 selon la valeur de Λ ($\Lambda \sim 100$ à 500 MeV respectivement). L'amplitude de diffusion générale et un des processus élémentaires importants sont représentés sur les figures 13 et 14. Le moment transféré est, dans l'état final, équitablement réparti par l'intermédiaire de l'échange de gluons entre les six quarks de la fonction d'onde. Le calcul des facteurs de forme du deutéron : partie magnétique G_M ,

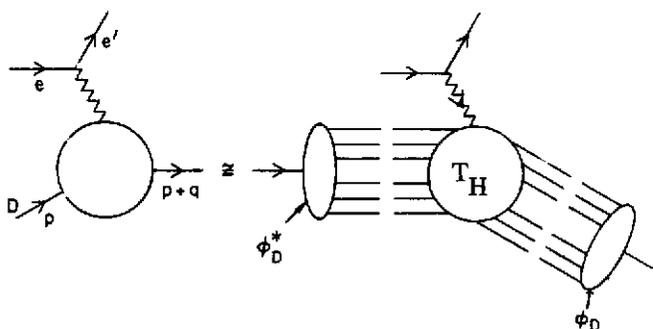


Fig.13 - Structure générale des facteurs de forme du deutéron (figure extraite de la référence 28)

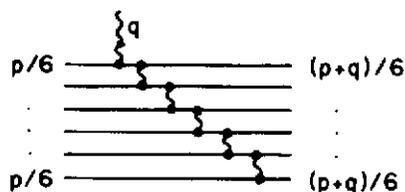


Fig.14 - Contribution dominante à très haut transfert, à l'amplitude de transition T_H de la figure 13 (figure extraite de la référence 29).

de charge G_C et quadrupolaire G_Q en est une application importante. Ces deux dernières parties interviennent simultanément dans le facteur de forme électrique $A(Q^2)$ du deutéron mais par contre elles peuvent être séparées, expérimentalement, à partir de la mesure de la polarisation de l'électron dans l'état final pour une diffusion d'électrons polarisés. En considérant la polarisation suivant x , p_x , et la

polarisation tensorielle P_{xz} , ou plus exactement leur rapport (pour éliminer dans une certaine mesure les corrections d'ordre supérieur), on arrive à l'expression suivante²⁹ :

$$\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{P_x}{P_{xz}} = \frac{2}{9} \left(\frac{4 M_d^2 G_c(Q^2)}{Q^2 G_Q(Q^2)} + 1 \right) = \frac{2}{3} \quad (3.11)$$

Cette valeur doit être comparée à celle qui est obtenue dans un modèle macroscopique où le deuteron est formé de deux nucléons interagissant par un potentiel d'échange de mésons. Ces calculs sont rassemblés dans la figure 15. Plusieurs potentiels nucléon-nucléon ont été envisagés dans ces calculs macroscopiques. Ils correspondent à un calcul soit non relativiste (RSC NR), soit relativiste. Il faut remarquer que pratiquement tous les calculs à l'échelle du nucléon donnent des valeurs identiques

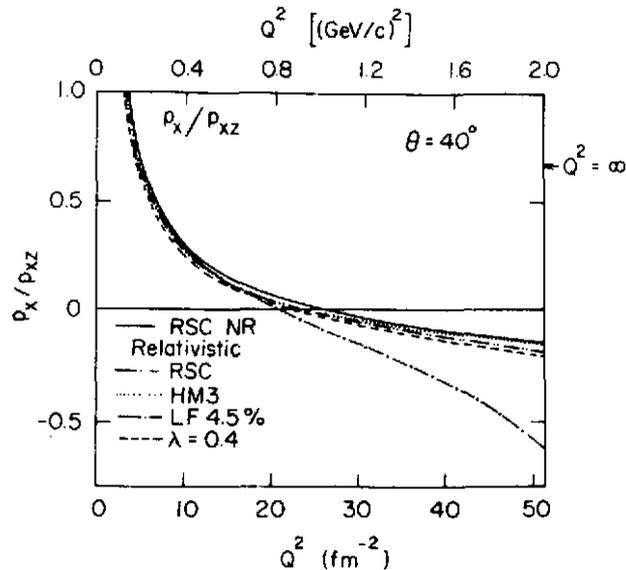


Fig.15 - Rapport de polarisation P_x/P_{xz} à $\theta = 40^\circ$ calculé avec différentes fonctions d'onde nucléon-nucléon (relativiste et non relativiste) dans l'approximation d'impulsion. La valeur asymptotique prédite par la QCD est indiquée par $Q^2 = \infty$ (figure extraite de la référence 29).

pour ce rapport de polarisation, dans l'approximation d'impulsion. A partir d'un moment transféré de l'ordre de 1 $(\text{GeV}/c)^2$, celui-ci devient négatif et reste faible, environ -0,2, contrairement à la valeur prédite par QCD à très haut moment de transfert, + 0,66. Ces valeurs sont suffisamment incompatibles pour pouvoir tester expérimentalement avec assez de précision à partir de quel moment le domaine asymptotique de QCD est atteint ou à partir de quel moment la description macroscopique du deuteron en terme de nucléons et mésons n'est plus valable. De telles expériences seront possibles dans les années à venir.

3.3 Structure du nucléon dans le noyau

Il est naturel de penser que le nucléon, formé de trois quarks, devrait pouvoir se polariser dans le milieu nucléaire ou même lorsqu'il interagit avec un autre nucléon. Dans la diffusion de deux noyaux, la déformation de ceux-ci est un phénomène courant. Une fois admis ce concept, il convient

tout de même de s'interroger sur l'intensité de cette polarisation^{30,31}. Nous allons essayer dans ce chapitre de répondre à cette question.

3.3a - La compressibilité du nucléon

Il est une notion très naturelle, intuitive même, qui sera utile par la suite pour mieux apprécier ces effets de polarisation : il s'agit de la compressibilité du nucléon, telle qu'elle est mesurée par le paramètre d'incompressibilité. Rappelons tout d'abord, dans un formalisme non relativiste, comment ce dernier peut être défini³². Le système (nucléon) est soumis à une contrainte monopolaire, la plus simple ici, correspondant à l'opérateur suivant :

$$\hat{Q} = \sum_{i,j} \langle i | r^2 | j \rangle b_i^+ b_j \quad (3.12)$$

Le hamiltonien du système sera ainsi $H + \lambda \hat{Q}$, où λ fixe l'intensité de la contrainte. Toutes les observables physiques, et en particulier le rayon carré moyen $\langle r^2 \rangle$ dépendra alors de cette intensité. On définira le paramètre d'incompressibilité par contrainte de la manière suivante :

$$\kappa_c = -4 \langle r^2 \rangle^2 \left[\frac{d \langle r^2 \rangle}{d \lambda} \right]_{\lambda=0}^{-1} \quad (3.13)$$

Les différentes quantités intervenant dans cette expression sont calculées en $\lambda = 0$. Dans une approche non relativiste, ce paramètre peut être reliée par le théorème de Thouless au moment m_{-1} par l'équation suivante :

$$\kappa_c = 2A \langle r^2 \rangle^2 / m_{-1} \quad \text{avec } A = 3 \text{ ici.} \quad (3.14)$$

En fonction de la variation d'énergie du système, on peut encore écrire :

$$m_{-1} = \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{d \lambda^2} \Big|_{\lambda=0} \quad (3.15)$$

De même, toujours dans un formalisme non relativiste, le moment m_{-1} s'exprime facilement en fonction du rayon carré moyen :

$$m_{-1} = \frac{2A}{M} \langle r^2 \rangle \quad \text{où } M \text{ est la masse des constituants,} \quad (3.16)$$

et l'énergie d'excitation monopolaire (excitation radiale) est simplement :

$$\Delta E^+ = \sqrt{\frac{m_1}{m_{-1}}} = \sqrt{\frac{\kappa_c}{M \langle r^2 \rangle}} \quad (3.17)$$

Cette énergie correspondra effectivement à un état physique excité (état collectif) seulement si elle sature la règle de somme pondérée en énergie :

$$m_1 = \sum_n E_n |\langle n | \hat{Q} | 0 \rangle|^2 \quad (3.18)$$

Afin d'avoir la structure de l'état de plus basse énergie, il faudra ensuite comparer cette énergie à celle de l'état correspondant à l'excitation d'une particule-un trou seulement, que l'on notera ΔE_{1p1h} . En ce qui concerne le nucléon, le premier état excité de même nombre quantique $I = 1/2$ et $T = 1/2$ est la résonance Roper, de masse $M = 1420$ MeV. L'énergie d'excitation "monopolaire" est ici de l'ordre de 500 MeV.

Il est important de s'intéresser non seulement à l'énergie d'excitation de la résonance Roper mais aussi aux largeurs de désintégration en πN et $\pi \Delta$. Ces largeurs nous renseigneront quant à elles sur la fonction d'onde de cet état excité du nucléon. Expérimentalement, elles ne sont pas encore déterminées avec beaucoup de précision et les différentes valeurs données dans les tables sont comprises entre les bornes suivantes :

$$\begin{aligned} \Gamma_{R \rightarrow \pi N}^{\text{exp.}} &= 135 \pm 70 \text{ MeV}, \\ \Gamma_{R \rightarrow \Delta N}^{\text{exp.}} &= 60 \pm 30 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

D'un point de vue théorique elles se calculent facilement à partir de la règle d'or de Fermi. On obtient alors l'expression générale suivante :

$$\Gamma_{B' \rightarrow B \pi} = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega_k} 2\pi \delta(E_B + \omega_k - M_{B'}) \sum_{\sim} |M_{\sim}|^2, \quad (3.20)$$

avec l'élément de matrice isovecteur \underline{M}_{\sim} défini par :

$$\underline{M}_{\sim} = \int d^3 r e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} \langle B' | \underline{T}_{\pi} | B \rangle, \quad (3.21)$$

et le courant de source du pion est, en première approximation (couplage du pion aux quarks seulement) :

$$\underline{T}_{\pi} = -i G \bar{q} \gamma_5 \underline{\Sigma} q. \quad (3.22)$$

La sommation \sum_{\sim} représente la somme sur les états finals et la moyenne sur les états initiaux. Nous verrons dans les paragraphes suivants comment ces notions peuvent être utilisées d'un point de vue plus quantitatif.

3.3b - Modèles simples du nucléon

Nous mentionnerons tout d'abord quelques résultats concernant le modèle de quark constituant. Dans ce modèle, le nucléon est formé de trois quarks de masse effective 315 MeV (masse "constituante") et interagissant par l'intermédiaire d'un potentiel non relativiste de la forme suivante :

$$V_{qq}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = c |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^{-\gamma} + V_{OGE}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|). \quad (3.23)$$

La première partie de (3.23) simule le confinement des quarks et le deuxième terme correspond au potentiel d'échange d'un gluon. Ce dernier est responsable, entre autre, du splitting entre la masse du nucléon et celle de la résonance delta. La fonction d'onde des quarks est alors solution d'une équation d'onde non relativiste (équation de Faddeev par exemple pour ce problème à trois corps) et bien sûr le mouvement du centre de masse est traité exactement. Dans l'état fondamental du nucléon, les trois quarks sont dans une orbite $^1s_{1/2}$. Dans ce modèle^{33,34} les différentes quantités importantes que nous avons discutées dans le paragraphe précédent sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle r^2 \rangle^{1/2} = 0,45 \text{ fm} \\ \kappa_c = 1 \text{ GeV} \\ \Delta E^* = 780 \text{ MeV} \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Enfin l'énergie d'excitation une particule-un trou (excitation d'un quark de l'état $^1s_{1/2}$ à l'état $^2s_{1/2}$) est³⁴ :

$$\Delta E_{1p1h} = 750 \text{ MeV}$$

Dans ce modèle non relativiste, l'énergie ΔE^* sature la règle de somme en énergie (3.18). On pourrait alors en conclure, aux vues des valeurs de ΔE^* et ΔE_{1p1h} que ce premier état excité n'est pas très collectif mais serait plutôt décrit par deux quarks dans l'état $^1s_{1/2}$ et un dans l'état $^2s_{1/2}$.

Afin d'aller plus loin dans la description du nucléon dans le milieu nucléaire, tel que celui-ci a été décrit dans les chapitres 1 et 2, il convient de construire un modèle du nucléon fondé d'une part sur un formalisme relativiste, et d'autre part construit à partir d'échange de mésons. Dans cet esprit, les interactions non perturbatives quark-gluon et gluon-gluon sont représentées par l'échange de mésons physiques. Le point de départ sera alors un lagrangien effectif, avec un terme de masse nulle pour les quarks (masse physique) et satisfaisant dans la mesure du possible les mêmes conditions de symétrie que le lagrangien de QCD, en particulier la symétrie chirale. Nous partirons donc du lagrangien du modèle σ linéaire, avec les champs scalaire (χ) et pseudoscalaire ($\vec{\pi}$), et rajouterons le champ associé au méson oméga. Ces champs sont définis de telle manière qu'ils soient nuls à des grandes distances du nucléon. Le lagrangien d'interaction aura alors la forme suivante :

$$\mathcal{L}_{\text{I}} = -G \bar{q} (\chi + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}) q - G \bar{q} \gamma_\mu v^\mu q. \quad (3.25)$$

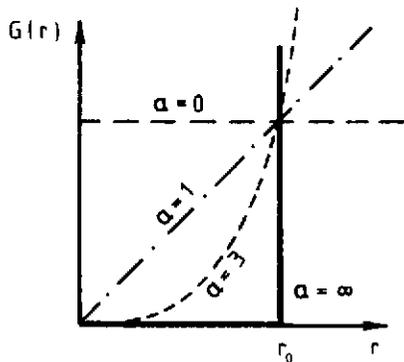
Les champs de quark $-q(x)-$ et les champs mésoniques seront traités dans l'approximation de Hartree-Fock relativiste³⁵ décrite en détail dans les chapitres précédents. Le nucléon sera quant à lui décrit par trois quarks dans un état $^1s_{1/2}$. La constante de couplage quark-méson G est ici le paramètre fondamental du modèle. Afin de pouvoir comparer plusieurs conditions physiques différentes nous choisirons cette constante de couplage de la façon suivante :

$$G \equiv G(r) = \left(r/r_c \right)^a, \quad (3.26)$$

et nous étudierons ce modèle pour différentes valeurs de a . La forme de la constante de couplage $G(r)$ est indiquée sur la figure 16. La valeur de r_c sera choisie, pour chaque a , de manière à obtenir la masse physique du nucléon. Remarquons que ces différentes formes de la constante de couplage se recoupent toutes au même point défini par $r_0 = 0,8 \text{ fm}$ et $G(r_0) = 3,5$. La forme (3.26) a bien sûr été choisie pour assurer -à la main- la condition de liberté asymptotique et de confinement de QCD (pour $a \neq 0$ tout

au moins). La fonction d'onde d'un quark - $\psi_0(\vec{r})$ - sera alors solution de l'équation de Dirac self-consistante suivante :

$$\left[-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 \Sigma(r) \right] \psi_0(\vec{r}) = \epsilon_0 \psi_0(\vec{r}), \quad (3.27)$$



avec la self-énergie d'interaction :

$$\begin{aligned} \Sigma(r) &= \Sigma_X(r) + \gamma_0 \Sigma_{\omega_0}(r) \\ &+ i \gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{r} \left[\Sigma_{\pi}(r) + \Sigma_{\omega_j}(r) \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Les indices X , ω_0 , ω_j et π représentent respectivement la partie correspondante à la contribution du champ X , ω (partie temporelle et spatiale) et π .

Fig.16 - Constante de couplage effective pour différentes valeurs de a , voir éq.(3.26).

Dans ce modèle relativiste, le lien entre le paramètre d'incompressibilité (3.13) et l'énergie d'excitation monopolaire(3.16) n'est pas aussi claire, ceci notamment à cause de la contribution des états d'énergie négative. Nous serons donc obligés d'adopter un point de vue plus pragmatique et nous calculerons simplement le "paramètre d'incompressibilité" défini par (3.13) sans le relier à une quelconque énergie d'excitation (3.16). Il gardera cependant sa signification première, à savoir de mesurer la plus ou moins grande facilité qu'aura un nucléon de se polariser (radialement ici) sous l'effet d'une contrainte extérieure monopolaire. Plus ce paramètre sera faible, plus le rayon carré moyen du nucléon sera sensible à toute contrainte externe. Nous pourrons par contre toujours calculer, dans ce modèle, l'énergie d'excitation 1p-1h notée ΔE_{1p1h} . Les valeurs du rayon carré moyen de la fonction d'onde des quarks, de K_c et de l'énergie d'excitation correspondant à la résonance Roper (pour un état $\{^1s_{1/2}\}^2 \ ^2s_{1/2}$) sont indiquées dans le tableau 5. Il est intéressant, dans ce tableau, de comparer les variations du rayon carré moyen avec celles du paramètre d'incompressibilité pour les différentes valeurs de a envisagées. Ainsi que l'on pouvait s'y attendre le nucléon sera d'autant plus polarisable que son rayon sera grand. D'autre part l'énergie d'excitation 1p-1h varie fortement avec K_c et suit qualitativement la loi (3.16). Les largeurs de désintégration que l'on peut estimer dans ce modèle sont compatibles avec les bornes inférieures des valeurs expérimentales (pour la partie $R \rightarrow \pi N$ tout au moins), dans la mesure où a est supérieur à 3.

Nous insistons particulièrement sur les valeurs relativement élevées des largeurs de désintégration (3.19) car elles sont très sensibles au caractère collectif ou non de la résonance Roper. Ainsi, dans un modèle de sac Chiral, cette résonance peut être interprétée comme un mode de vibration de la surface du sac ("breathing mode")³⁶. La position en énergie de la résonance est reproduite très facilement mais par contre les largeurs de désintégration obtenues dans ce cas sont inférieures à 20 MeV. Cela tient en particulier au fait que les fonctions d'onde décrivant le mouvement de la surface du sac dans le cas de la résonance Roper, d'une part, et du nucléon et de la résonance delta, d'autre part, sont orthogonales.

a	K_c (MeV)	E_{1p1h} (MeV)	$r^2 \ 1/2$ (fm)	M - M (MeV)	μ_p
0	1,0	300	1,0	-	2,7
			1,3	0	3,7
1	1,5	450	0,8	-	2,5
			1,0	-20	3,6
3	3	650	0,7	-	2,3
			0,8	-40	3,5
20	10	750	0,64	-	2,2
			0,65	-70	3,2

- Tableau 5 -

Propriétés du nucléon dans la matière nucléaire (rayon carré moyen, masse, moment magnétique du proton) dans le modèle simple du nucléon décrit en 3.3. Pour chaque valeur de a, la première ligne est relative aux propriétés du nucléon libre. Les valeurs du paramètre d'incompressibilité (K_c) et de l'énergie d'excitation correspondant à l'état ($1s_{1/2}$)² $2s_{1/2}$ (résonance Roper) sont aussi indiquées.

Remarquons enfin qu'il est important de comparer à la fois la valeur du paramètre d'incompressibilité et celle du rayon carré moyen. Dans les deux modèles de quarks présentés dans ce paragraphe (relativiste et non relativiste), on peut avoir la même valeur de ce paramètre mais une valeur très différente pour le rayon carré moyen du nucléon. Comme celui-ci intervient à la puissance 4 dans la définition (3.13) de K_c , ces modèles correspondront à des valeurs très différentes de m_{-1} .

Avant d'aller plus loin, nous résumerons quels sont les enseignements que l'on peut tirer d'une telle étude. La position de la résonance Roper permet d'avoir une estimation de la valeur de la compressibilité du nucléon, en suivant le tableau 5 par exemple. Dans cette démarche il est important de rester très près de tous les différents résultats expérimentaux concernant cet état. La valeur de ce paramètre d'incompressibilité, selon (3.13), indique alors la plus ou moins grande facilité qu'aura le nucléon de se polariser dans le milieu nucléaire. Nous envisagerons principalement dans ce cours les modifications de son rayon carré moyen et de sa masse.

3.3c - Polarisation du nucléon dans la matière nucléaire

Le principe du calcul est résumé schématiquement par la figure 17. Sur celle-ci les champs moyens de ∇ et ω sont générés par les nucléons de la matière nucléaire selon l'équation (1.20) et l'équation similaire pour la partie temporelle du ω . La fonction d'onde des quarks sera alors solution d'une équation de Dirac et ils seront soumis, en plus des termes d'interaction propres définis par (3.28), aux potentiels d'interaction externes suivants, calculés dans l'approximation de Hartree :

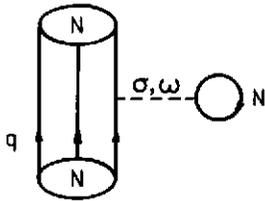


Fig.17 - Le nucléon dans la matière nucléaire : couplage des quarks aux champs moyens de σ et ω calculés dans la matière nucléaire d'après (1.20).

$$\tilde{\Sigma}(r) = G(r) \sigma + \gamma_0 G(r) V^0 . \quad (3.29)$$

Pour le modèle (a) de la matière nucléaire (tableau 2) les champs moyens ont les valeurs suivantes :

$$\sigma \approx -40 \text{ MeV} , \quad V_0 \approx 25 \text{ MeV} \quad (3.30)$$

L'équation définissant la fonction d'onde des quarks est alors :

$$\left[-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 \tilde{\Sigma}(r) + \gamma_0 \tilde{\Sigma}(r) \right] \tilde{\psi}_0(\vec{r}) = \tilde{\epsilon}_0 \tilde{\psi}_0(\vec{r}) , \quad (3.31)$$

d'où l'on en déduit immédiatement les valeurs du rayon carré moyen $\langle r^2 \rangle^{\tilde{\psi}_0}$ et de la masse \tilde{M} du nucléon dans la matière nucléaire. Ces valeurs dépendront alors de la valeur a choisie pour la constante de couplage $G(r)$ et donc de la valeur du paramètre d'incompressibilité, ainsi que cela est indiqué dans le tableau 5. Nous pouvons faire à ce sujet les remarques suivantes :

- Le rayon carré moyen de la fonction d'onde des quarks augmente dans la matière nucléaire et ce d'autant plus que le paramètre d'incompressibilité est faible, ainsi que nous l'avons déjà prévu. Ces variations peuvent atteindre 30 % dans le cas le plus défavorable. Par contre, pour des valeurs faibles du rayon carré moyen du nucléon libre, les variations sont beaucoup plus faibles (jusqu'à 3 % au minimum).
- L'énergie propre du nucléon par contre varie très peu pour des faibles valeurs de K_C et elle peut être réduite, au maximum, d'environ 10 %.
- Le moment magnétique du proton, calculé ici en tenant compte aussi de la contribution du champ pionique au couplage électromagnétique, est très fortement augmenté, quelle que soit la valeur de a . Il est certainement important de confirmer quantitativement de telles variations car elles pourraient avoir des conséquences quant au moment magnétique des noyaux.

Il faut bien réaliser que ces résultats ne sont pas totalement incompatibles avec les différentes approches, au niveau des degrés de liberté nucléonique et mésonique, que l'on est déjà habitué à prendre en compte². En particulier pour les moments magnétiques, les corrections dues aux courants d'échange sont une certaine manière de représenter ces effets de polarisation du nucléon dans le milieu nucléaire. Il est certain qu'une étude plus poussée est nécessaire pour pouvoir répondre avec précision à toutes ces questions. En tout état de cause, il apparaît tout de même que les variations quantitatives attendues de la masse et du rayon carré moyen du nucléon dépendent de la valeur du paramètre d'incompressibilité de celui-ci. On l'a vu dans le cadre du modèle relativiste simple développé ici. Ces résultats devraient être plus généraux, tout au moins d'un point de vue qualitatif. Lorsque ce paramètre d'incompressibilité est déterminé de manière à ce que la position expérimentale de la résonance Roper ainsi que ses largeurs de désintégration soient correctement reproduites, alors ces variations sont relativement faibles, au plus de l'ordre de 10 %. Il n'est pas très facile, d'un point de vue expérimental, de séparer de tels effets de ceux, plus triviaux, correspondant à des processus purement nucléaires et cela d'autant plus qu'ils sont faibles. Citons tout de même quelques observables qui ont déjà été mentionnées dans la littérature^{30,31} :

- Les densités de charge des noyaux dépendent directement, par les équations (2.17) et (2.18) du

rayon du nucléon. Au centre d'un noyau comme le ^{208}Pb , la densité de charge devrait être réduite quelque peu lorsque le rayon du nucléon augmente. Malheureusement, il apparaît que les corrections les plus importantes sont, dans ce cas, celles provenant des corrélations R.P.A.

- Les fonctions de structure longitudinale et transverse de la diffusion quasi-élastique (e, e', p) sont sensibles aux facteurs de forme électrique et magnétique du nucléon. Ceux-ci seront fortement modifiés, à haut transfert, par la variation du rayon du nucléon ainsi que de celles du moment magnétique du proton et du neutron. Ces variations permettraient, dans une certaine mesure, de reproduire les données expérimentales récentes. La situation n'est cependant pas aussi claire puisqu'il apparaît que des corrections relativistes, dans un formalisme analogue à celui développé dans ces chapitres, peuvent être aussi dominantes.

- Enfin, à très haut moment de transfert dans la diffusion très inélastique de muon (effet E.M.C.), les différences entre les fonctions de structure de plusieurs noyaux peut s'expliquer par une augmentation du rayon de confinement des quarks. Cette explication n'est cependant, peut-être, qu'une certaine représentation des effets de corrélations dans le milieu nucléaire.

Les résultats les plus significatifs actuellement sont, semble-t-il, ceux relatifs à la diffusion d'électron sur l' ^3He , lorsque l'on s'intéresse au scaling Y (voir la référence 37 pour plus de détails). Une borne supérieure pour la variation du rayon et de la masse du nucléon est estimée à 6 % dans ces expériences. Cette valeur est consistante avec l'analyse présentée dans ce chapitre.

Nous pensons avoir montré, dans ce cours, la richesse de cette nouvelle description de la structure nucléaire et des nombreuses conséquences que cela pouvait entraîner, pour les réactions proton-noyau par exemple. Ce sujet est loin d'être clos, comme on peut aisément s'en rendre compte par toutes les approximations que l'on a été obligé de faire, toujours au détriment d'une véritable covariance (invariance relativiste) des résultats. Il n'en reste pas moins que de nombreuses perspectives ont pu être ouvertes par cette approche pour une meilleure connaissance microscopique de la structure nucléaire, et des relations qui peuvent exister entre la structure du nucléon et la structure du noyau.

Appendices

1. Notations

1) Les coordonnées d'espace temps $(t,x,y,z)=(t,\vec{x})$ sont représentées par le quadrivecteur (contravariant) :

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, \vec{x}) .$$

La norme du quadrivecteur x^μ est :

$$x^2 = x^\mu x_\mu = x^0{}^2 - \vec{x}^2 ,$$

où x_μ est le quadrivecteur covariant défini par $x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu$ et où l'on somme sur les indices répétés. $g_{\mu\nu}$ est une matrice 4×4 qui définit la métrique de l'espace-temps (métrique de Minkowsky) :

$$g_{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & 0 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} .$$

2) De la même manière le quadrivecteur impulsion énergie s'écrit :

$$p^\mu = (E, p^1, p^2, p^3) \equiv (E, \vec{p}) ,$$

ou encore dans l'espace des coordonnées :

$$p^\mu = i \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(i \frac{\partial}{\partial t}, -i \vec{\nabla} \right) \equiv i \partial^\mu ,$$

d'où

$$p^\mu p_\mu = - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial}{\partial x^\mu} = -\square = \vec{\nabla}^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} .$$

3) Toute matrice 4×4 peut être développée sur une base de 16 matrices particulières, indépendantes que l'on choisira ici comme suit (matrices de Dirac) :

$$\gamma^0 = \gamma_0 = \left(\begin{array}{c|c} \mathbb{1} & 0 \\ \hline 0 & \mathbb{1} \end{array} \right) ,$$

(v)

$$\vec{\gamma} = \gamma_0 \vec{\alpha} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \vec{\sigma} \\ \hline -\vec{\sigma} & 0 \end{array} \right) .$$

Chaque carré représente la réduction de la matrice dans un espace de dimension 2, $\vec{\sigma}$ sont les matrices de Pauli habituelles et $\mathbb{1}$ représente la matrice unité dans cet espace.

$$(A) \quad \gamma^5 = \gamma_5 = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \mathbb{1} \\ \hline \mathbb{1} & 0 \end{array} \right) ,$$

$$(T) \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad \mu < \nu, \nu = 1-4.$$

$$(P) \quad \gamma^5 \gamma^\mu \quad \mu = 1-4,$$

$$(S) \quad \mathbb{I} \text{ (unité)}$$

On utilisera d'autre part la notation suivante $\not{a} = \gamma_\mu a^\mu$ pour représenter le produit scalaire d'un quadrivecteur a^μ avec les matrices γ_μ de Dirac et enfin $\bar{a} = a^\dagger \gamma_0$ où a^\dagger est l'adjoint de a .

2. Energies moyennes dans la matière nucléaire

Nous allons détailler ici le calcul de la valeur moyenne du hamiltonien (1.30) dans la matière nucléaire :

$$\langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle = \langle \phi_0 | T | \phi_0 \rangle + \langle \phi_0 | V | \phi_0 \rangle, \quad (A.1)$$

dans le cas simple où V représente le potentiel d'échange d'un méson σ et d'un méson ω .

1. Energie cinétique

$$\langle \phi_0 | T | \phi_0 \rangle = \sum_{s, \tau} \int_{p \in S_f} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \mu^\dagger(\vec{p}, s, \tau) [\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \gamma_0 M] \mu(\vec{p}, s, \tau). \quad (A.2)$$

La somme sur l'isospin (cas de la matière nucléaire symétrique) donne un facteur 2 et S_f représente la sphère de Fermi définie par $p \leq p_f$. Le spineur d'un nucléon dans la matière nucléaire est défini par (1.46).

La sommation sur le spin est une opération standard. Si l'on explicite les sommations sur les indices a, b correspondant à chaque composante du spineur :

$$\sum_s \mu^\dagger(\vec{p}, s, \tau) [\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \gamma_0 M] \mu(\vec{p}, s, \tau) = \sum_s \mu_a^\dagger(\alpha) [\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \gamma_0 M]_{ab} \mu_b(\alpha), \quad (A.3)$$

et en utilisant la relation caractéristique

$$\sum_s \mu_a(\vec{p}, s, z) \bar{u}_b(\vec{p}, s, z) = \frac{M^*}{\varepsilon^*} \left(\frac{\not{p}^* + M^*}{2M^*} \right)_{ba} \sum_z \sum_z^+ = \left(\frac{\not{p}^* + M^*}{2\varepsilon^*} \right)_{ba} \sum_z \sum_z^+, \quad (\text{A.4})$$

pour des spineurs d'énergie positive, on obtient alors immédiatement :

$$\langle \phi_0 | T | \phi_0 \rangle = 2 \int_{p \in S_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left[\frac{\not{p}^* + M^*}{2\varepsilon^*} (\vec{\gamma} \cdot \vec{p} + M) \right], \quad (\text{A.5})$$

d'où en reprenant les calculs standard de traces³ :

$$\langle \phi_0 | T | \phi_0 \rangle = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} p^2 dp \left[p \hat{\Sigma}(p) + M \hat{M}(p) \right], \quad (\text{A.6})$$

avec les définitions (1.48) pour $\hat{P}(p)$ et $\hat{M}(p)$.

2. Energie potentielle

En suivant une démarche analogue on obtient pour l'échange d'un méson σ et ω :

2.a) Partie directe

$$\langle \phi_0 | V_\sigma^D | \phi_0 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\substack{s_1, s_2 \\ \tau_1, \tau_2}} \iint \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \left[\bar{u}(\vec{p}_1, s_1, \tau_1) u(\vec{p}_1, s_1, \tau_1) \right] \quad (\text{A.7})$$

$$\left[-\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \right] \left[\bar{u}(\vec{p}_2, s_2, \tau_2) u(\vec{p}_2, s_2, \tau_2) \right].$$

La sommation sur les isospins donne un facteur 4 et par réduction des sommations sur les spins au profit de calculs de traces, avec

$$\sum_{s_i} \bar{u}(\vec{p}_i, s_i, \tau_i) u(\vec{p}_i, s_i, \tau_i) = \text{Tr} \left[\frac{\not{p}_i^* + M_i^*}{2\varepsilon_i^*} \right] = 2 \frac{M_i^*}{\varepsilon_i^*}, \quad (\text{A.8})$$

avec la notation abrégée : $\varphi_i^* = \mathcal{O}^*(p_i)$

on obtient alors :

$$\langle \phi_0 | V_{\sigma}^D | \phi_0 \rangle = -\frac{1}{2} \frac{g_{\sigma}^2}{m_{\sigma}^2} \left[\frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} p^2 dp \hat{M}(p) \right]^2 \equiv -\frac{1}{2} \frac{g_{\sigma}^2}{m_{\sigma}^2} \rho_s^2 \quad (\text{A.9})$$

De même pour l'échange du ω :

$$\langle \phi_0 | V_{\omega}^D | \phi_0 \rangle = \frac{1}{2} \frac{g_{\omega}^2}{m_{\omega}^2} \left[\frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} p^2 dp \right]^2 \equiv \frac{1}{2} \frac{g_{\omega}^2}{m_{\omega}^2} \rho_s^2 \quad (\text{A.10})$$

où l'on a utilisé la condition de normalisation des spineurs $U^{\dagger}U = 1$.

2.b) Partie d'échange

$$\langle \phi_0 | V_{\sigma}^E | \phi_0 \rangle = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{s_1, s_2 \\ \tau_1, \tau_2}} \iint \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \left[\bar{\mu}(\vec{p}_2, s_2, \tau_2) \mu(\vec{p}_1, s_1, \tau_1) \right] \left[-\frac{g_{\sigma}^2}{m_{\sigma}^2 + \vec{q}^2} \right] \left[\bar{\mu}(\vec{p}_1, s_1, \tau_1) \mu(\vec{p}_2, s_2, \tau_2) \right], \quad (\text{A.11})$$

et $\vec{q} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ représente le moment transféré par le méson σ (et l'on a négligé ici les effets de retard en prenant $q_0 = 0$). La sommation sur les isospins donne un facteur 2 par la condition :

$$\sum_{\tau_1}^+ \sum_{\tau_2} = \sum_{\tau_1, \tau_2}$$

D'autre part :

$$\sum_{\substack{s_1, s_2 \\ \tau_1, \tau_2}} \left[\bar{\mu}(\vec{p}_2, s_2, \tau_2) \mu(\vec{p}_1, s_1, \tau_1) \right] \left[\bar{\mu}(\vec{p}_1, s_1, \tau_1) \mu(\vec{p}_2, s_2, \tau_2) \right] = 2 T_r \left[\frac{\hat{p}_2^{\dagger} + M_2^{\dagger}}{2 E_2^{\dagger}} \frac{\hat{p}_1^{\dagger} + M_1^{\dagger}}{2 E_1^{\dagger}} \right] = 2 \left[1 - \hat{\Sigma}(\vec{p}_1) \hat{\Sigma}(\vec{p}_2) \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 + \hat{M}(\vec{p}_1) \hat{M}(\vec{p}_2) \right]. \quad (\text{A.12})$$

Enfin l'intégrale sur la partie angulaire fait intervenir les contributions suivantes :

$$\iint d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{1}{m_\sigma^2 + (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)^2} = \frac{4\pi^2}{p_1 p_2} \ln \left[\frac{m_\sigma^2 + (p_1 + p_2)^2}{m_\sigma^2 + (p_1 - p_2)^2} \right] \equiv \frac{4\pi^2}{p_1 p_2} \Theta(p_1, p_2, m_\sigma),$$

(A.13)

$$\begin{aligned} \iint d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{\cos \Theta}{m_\sigma^2 + (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)^2} &= \frac{8\pi^2}{p_1 p_2} \left[\frac{p_1^2 + p_2^2 + m_\sigma^2}{4 p_1 p_2} \Theta(p_1, p_2, m_\sigma) - 1 \right] \\ &\equiv \frac{8\pi^2}{p_1 p_2} \bar{\Phi}(p_1, p_2, m_\sigma), \end{aligned}$$

avec $\cos(\Theta) = \hat{p}_2 \cdot \hat{p}_1$, \hat{p} représentant le vecteur unitaire suivant la direction de \vec{p} . Finalement

$$\begin{aligned} \langle \phi_0 | V_\sigma^E | \phi_0 \rangle &= \frac{g_\sigma^2}{16\pi^4} \int p_1 dp_1 \int p_2 dp_2 \left\{ \left[1 + \hat{M}(p_1) \hat{M}(p_2) \right] \Theta(p_1, p_2, m_\sigma) \right. \\ &\quad \left. - 2 \hat{P}(p_1) \hat{P}(p_2) \bar{\Phi}(p_1, p_2, m_\sigma) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

et de même pour l'échange du :

$$\begin{aligned} \langle \phi_0 | V_\omega^E | \phi_0 \rangle &= - \frac{g_\omega^2}{16\pi^4} \int p_1 dp_1 \int p_2 dp_2 \left\{ \left[4 \hat{M}(p_1) \hat{M}(p_2) - 2 \right] \Theta(p_1, p_2, m_\omega) \right. \\ &\quad \left. + 4 \hat{P}(p_1) \hat{P}(p_2) \bar{\Phi}(p_1, p_2, m_\omega) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

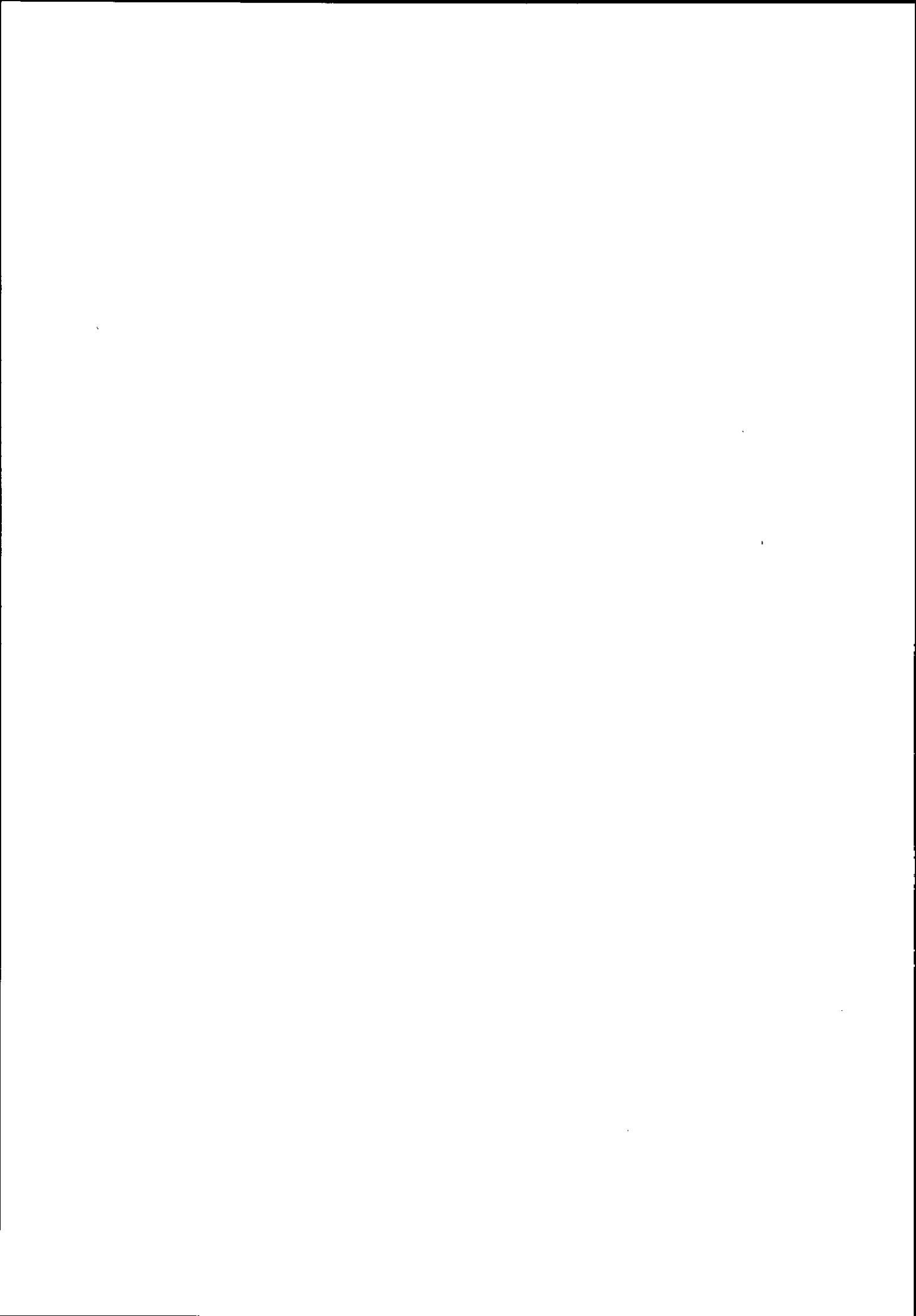
De manière plus générale on écrira les énergies potentielles d'échange, sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle \phi_0 | V^E | \phi_0 \rangle &= \frac{1}{16\pi^4} \int p_1 dp_1 \int p_2 dp_2 \left\{ A(p_1, p_2) + B(p_1, p_2) \hat{M}(p_1) \hat{M}(p_2) \right. \\ &\quad \left. + C(p_1, p_2) \hat{P}(p_1) \hat{P}(p_2) + D(p_1, p_2) \hat{P}(p_1) \hat{M}(p_2) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Références

1. J.D. Walecka, *Annals of Physics* **83** (1974) 491.
2. B. Desplanques, *Cours de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire* 1984.
3. J.D. Bjorken et S.D.J. Drell, *Relativistic quantum mechanics et Relativistic quantum fields* (McGraw-Hill) ;
C. Itzykson et J.B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill)
4. A. Bouyssy et al., *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 1731.
5. B. Serot et J.D. Walecka, *Advances in Nuclear Physics* **16** (1985) eds. J.W. Negele et E. Vogt ;
M.R. Anastasio et al., *Physics Reports* **100** (1983) 327.
6. M. Lacombe et al., *Phys. Rev.* **C21** (1980) 861 ;
K. Holinde, *Physics Reports* **68** (1981) 121.
7. C.H. Horowitz et B. Serot, *Nucl. Phys.* **A399** (1983) 529 ;
M. Jaminon, C. Mahaux et P. Rochus, *Nucl. Phys.* **A365** (1981) 371.
8. M. Bawin et M. Jaminon, *Nucl. Phys.* **A407** (1983) 515.
9. R. Brockmann et R. Machleidt, *Phys. Lett.* **149B** (1984) 283.
10. A. Bouyssy, S. Marcos et Pham van Thieu, *Nucl. Phys.* **A422** (1984) 541 ;
J. Diaz Alonso, *Phys. Rev.* **D31** (1985) 1315.
11. S.A. Chin, *Ann. Phys. (NY)* **108** (1977) 301 ;
C.J. Horowitz et B. Serot, *Phys. Lett.* **140B** (1984) 181.
12. R. Brockmann, *Phys. Rev.* **C18** (1978) 1510.
13. A. Bouyssy, S. Marcos, J.F. Mathiot et Nguyen van Giai, en préparation.
14. I. Sick et J.S. McCarthy, *Nucl. Phys.* **A150** (1970) 631 ;
I. Sick et al., *Phys. Lett.* **88B** (1979) 245 ;
B. Frois et al., *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 152.
15. X. Campi et D.W.L. Sprung, *Nucl. Phys.* **A194** (1972) 401.
16. A. Bouyssy et S. Marcos, *Phys. Lett.* **127B** (1983) 157.
17. D. Vautherin et D.M. Brink, *Phys. Rev.* **C5** (1972) 626 ;
M. Beiner et al., *Nucl. Phys.* **A238** (1975) 29.
18. W. Bentz et al., *Nucl. Phys.* **A436** (1985) 593.
19. A. Bouyssy, S. Marcos et J.F. Mathiot, *Nucl. Phys.* **A415** (1984) 497.
20. M. Jaminon, C. Mahaux et P. Rochus, *Phys. Rev.* **C22** (1980) 2027.
21. L. Ray et G.W. Hoffmann, *Phys. Rev.* **C31** (1985) 538.
22. A.K. Kerman, H.J. McManus et R.H. Thaler, *Ann. Phys. (NY)* **8** (1959) 551.
23. L. Rikus et H.V. Van Geramb, *Nucl. Phys.* **A426** (1984) 496 ;
G.W. Hoffmann et al., *Phys. Rev.* **C24** (1981) 541.
24. J. Dechargé et D. Gogny, *Phys. Rev.* **C21** (1980) 1568 ;
J. Dechargé et al., *Nucl. Phys.* **A358** (1981) 203c.
25. G. Ripka, *Cours de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire*, 1984 ;
W. Marciano et H. Pagels, *Physics Reports* **36** (1978) 137.
26. M. Rho, *Ann. Rev. of Nucl. and Part. Sciences* **34** (1984) 531.
27. V. Bernard et al., *Nucl. Phys.* **A412** (1984) 349.
28. G. Lepage et S.J. Brodsky, *Phys. Rev.* **D22** (1980) 2157.
29. C.E. Carlson et F. Gross, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 127.
30. L.S. Celenza, A. Rosenthal et C. Shakin, *Phys. Rev.* **C31** (1984) 212, 232.
31. M. Rho, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 767.
32. J. Treiner et al., *Nucl. Phys.* **A371** (1981) 253.

33. R.K. Badhuri, J. Dey et M.A. Preston, Phys. Lett. **136B** (1984) 289.
34. B. Silvestre-Brac et C. Gignoux, Preprint ISN Grenoble (1984).
35. J.F. Mathiot, en préparation.
36. G.E. Brown, J.W. Durso et M. Johnson, Nucl. Phys. **A397** (1984) 447 ;
U.G. Meissner et J.D. Durso, Nucl. Phys. **A430** (1984) 670.
37. I. Sick, Nucl. Phys. **A434** (1985) 677c.



MATIÈRE DE QUARKS

L. VAN HOVE

Division Physique Théorique, CERN Genève



RESUME

Ce cours passe en revue les prédictions théoriques, l'importance cosmologique et les possibilités expérimentales concernant la matière de quarks et la transition de phase de déconfinement. Les collisions nucléaires ultra-relativistes sont particulièrement étudiées et une liste de signatures possibles de l'existence d'une matière de quarks est étudiée.

ABSTRACT

These lectures review theoretical predictions, cosmological consequences and experimental prospects concerning the quark matter and the deconfinement transition. Ultra-relativistic nucleon collisions are especially investigated and a list of possible signals for the existence of a quark matter is discussed.

NB : le texte qui va suivre est une traduction des transparents utilisés lors du cours.

I - PREDICTION THEORIQUE D'UN NOUVEL ETAT DE LA MATIERE : LE PLASMA QUARK-GLUON (ENCORE APPELE MATIERE DE QUARKS)

- Constitution de la matière hadronique d'après la chromodynamique quantique (QCD) qui est une théorie de jauge non abélienne fondée sur SU3 (pour les nombres quantiques de couleur)

. les champs de spineurs ont comme quanta les quarks formant des triplets de SU3 avec 5 ou 6 (?) saveurs

. les champs de jauge ont comme quanta les gluons formant des octets de SU3 sans nombres quantiques internes supplémentaires.

- La propriété de confinement : les systèmes hadroniques dans le vide se constituent en états singulets de SU3 (sans couleur)

exemples : - le baryon : (qqq) singulet

- le méson : (q \bar{q}) singulet



dans lesquels quarks et anti-quarks peuvent être

"habillés" d'un nuage de paires $q\bar{q}$ et de gluons

- le noyau est aussi un état singulet de SU3 contenant 3A quarks plus peut être quelques paires $q\bar{q}$.

L'effet EMC a montré que la distribution de q et de \bar{q} dans les noyaux n'est pas le résultat de la convolution (par une distribution de Fermi) de celle des nucléons.

- A basse densité, la matière hadronique forme un gaz de hadrons

- Les hadrons individuels occupent un volume fini ($\approx 1 \text{ fm}^3$)

- Que peut-on dire de la matière hadronique très dense dans les cas où :

. la matière nucléaire est très comprimée (objets stellaires denses) ?

. l'agitation thermique à haute température entraîne une haute densité hadronique (pendant les cinq premières microsecondes de l'univers) ? L'hypothèse la plus plausible est que les hadrons doivent se "fondre" en un fluide continu et dense de q , \bar{q} et de gluons : le plasma quark-gluon.

- Sous les conditions suivantes, l'existence d'un plasma quark-gluon semble inévitabile :

. Compression de la matière nucléaire par un facteur 20, entraînant une densité de quarks $\sim 20 \times 3 \times 0.17 \text{ fm}^{-3} \sim 10 \text{ fm}^{-3}$.

. chauffage de la matière nucléaire à $T \sim 500 \text{ MeV} \sim 6 \cdot 10^{12} \text{ }^\circ\text{K}$

Un gaz parfait de π aurait une densité de $\pi \sim 6 \text{ fm}^{-3}$ soit une densité de q et $\bar{q} \sim 12 \text{ fm}^{-3}$.

- Ce nouvel état de la matière peut-il être produit au laboratoire ?

Peut être dans un nouveau domaine de la physique des ions lourds à explorer : les collisions nucléaires ultra-relativistes. Ceci pose trois types de problèmes, dont les réponses sont affectées de grandes incertitudes :

. propriétés prévues du plasma quark-gluon et de la transition plasma \leftrightarrow gaz de hadrons.

. compression et échauffement dans les collisions nucléaires

. quels signaux pour la formation du plasma quark-gluon dans ces collisions ?

- Ceci implique beaucoup de travail théorique, encore entaché de graves incertitudes quantitatives aggravées du manque de données expérimentales.

^ - Impossibilité de mesurer la "conductivité de couleur", par opposition au cas du plasma ordinaire.

- Des campagnes expérimentales sont imminentes :

. au CERN (225 GeV/nucléon jusqu'à ^{16}O)

. à Brookhaven (15 GeV/nucléon jusqu'au ^{32}S , éventuellement jusqu'à ^{197}Au avec un booster devant l'AGS, en attendant le RHIC-Relativistic heavy ion collider- pour des faisceaux en collision allant jusqu'à ^{197}Au et à 100 GeV/nucléon dans les années 1990).

II - LE PLASMA QUARK-GLUON ET SA TRANSITION AVEC LA PHASE HADRONIQUE

On prévoit deux transitions de phase qui pourraient coïncider :

- la transition de déconfinement gaz \leftrightarrow plasma
- la transition chirale : restauration de la symétrie chirale (de $\langle \psi_q \bar{\psi}_q \rangle \neq 0$ à $\langle \psi_q \bar{\psi}_q \rangle = 0$)

Le travail théorique suit deux voies :

- description d'un milieu continu :

- . description du gaz à partir de la phénoménologie hadronique

- . description du plasma comme gaz parfait soumis à des corrections perturbatives et des

"corrections de plasmon" fondées sur QCD (complexité des effets collectifs).

- description sur réseau : thermodynamique de QCD à l'approximation de réseau et intégration fonctionnelle par la méthode de Monte-Carlo

- . soit champ de jauge SU3 seul (gluons en interaction) : transition de phase du 1er ordre probable (hystérésis)

- . soit QCD complet avec quarks : la nature de la transition n'apparaît pas clairement mais on prévoit de grandes variations des densités d'énergie ξ et d'entropie ζ et de petites variations de p , T , μ (?) avec

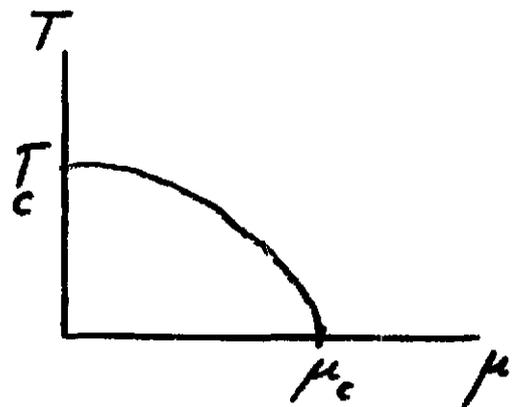
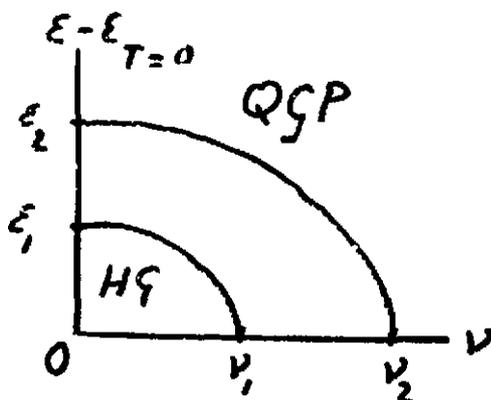
$$\xi + p = T\zeta + \mu\psi, \quad p = p(T, \mu)$$

$$\zeta = \frac{\partial p}{\partial T}$$

$$\psi = \frac{\partial p}{\partial \mu}$$

où ψ est la densité nette de quark ($n_q - n_{\bar{q}}$) et μ le potentiel chimique des quarks

Diagramme de phase possible



avec les estimations grossières suivantes :

$$\begin{cases} \xi_2 \sim 2 \xi_1 \sim \text{quelques GeV fm}^{-3} \\ \chi_2 \sim 2 \chi_1 \sim \text{quelques fm}^{-3} \\ T_c \sim 150 - 300 \text{ MeV} \\ \mu_c \sim 400 - 800 \text{ MeV} \end{cases}$$

(avec $1 \text{ MeV} = 1.16 \cdot 10^{10} \text{ K}$)

Nature de la transition

On peut considérer la gamme croissante de températures critiques :

$T = T_1$ percolation des hadrons

$T = T_2$ le vrai vide ne percole plus ($T_2 \geq T_1$)

$T = T_3$ la fraction de volume du vrai vide = 0 ($T_3 \geq T_2$)

$T = T_4$ les quarks se condensent ($\langle \bar{\psi}\psi \rangle_T = 0$)

Questions ouvertes :

. $T_1 = T_3$?

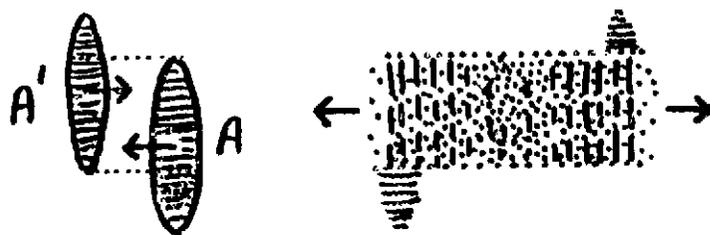
. $T_1 = T_4$?

. nature de la transition (1er ordre avec hystérésis, 2ème ordre, transition douce comme dans la transition en plasma de la matière ordinaire) ?

Le phénomène principal caractérisant la transition devrait concerner la conductivité de couleur.

Sa mise en évidence expérimentale est-elle possible ?

III - COLLISIONS NUCLEAIRES ULTRA-RELATIVISTES



≡ nucléons spectateurs

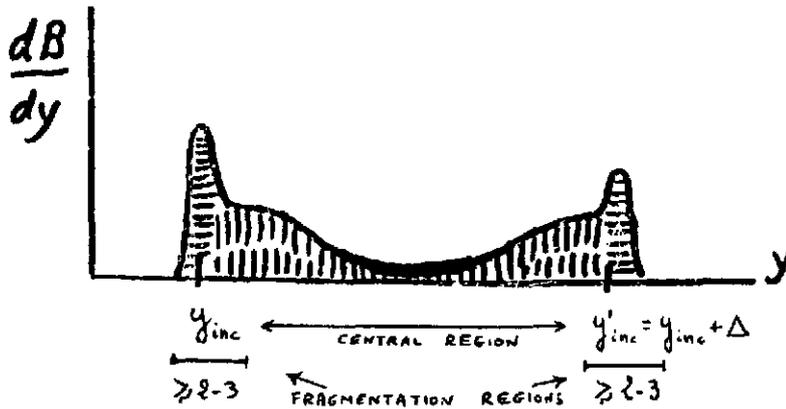
||||| boules de feu nucléaires } (et aussi création de paires baryon-antibaryon)
 ● mesons }

On appelle rapidité longitudinale

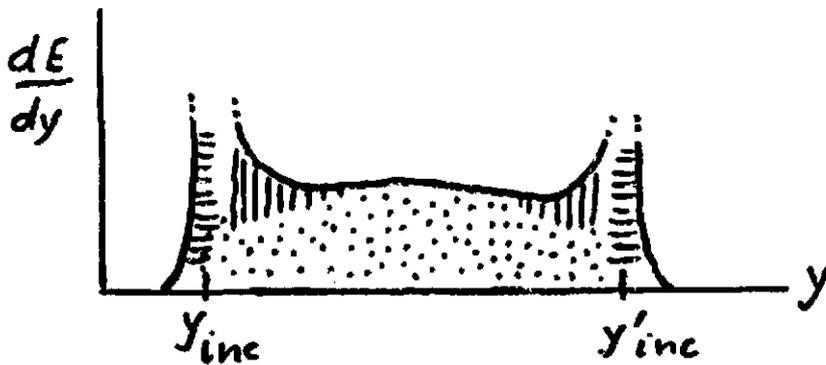
$$y = \text{Argth}(v_{\text{long}}) = 1/2 \ln \left(\frac{1 + v_{\text{long}}}{1 - v_{\text{long}}} \right)$$

(pour $E_{\text{lab}} = 200 \text{ GeV/u}$, la différence entre les rapidités des deux ions incidents est $\Delta \simeq 6$)

Etudions le nombre baryonique net (c.a.d. $B = N_B - N_{\bar{B}}$)



On définit dans une tranche de rapidité $(y, y + dy)$ "l'énergie comouvante" dE , mesurée dans le référentiel lié à cette tranche. Elle mesure essentiellement le mouvement transverse, associé à l'"échauffement"



Estimations grossières pour des collisions moyennes

- Dans les régions de fragmentation

la compression donne $\nu \sim 2\nu_0 \sim 2 \times 3 \times 0.17 \text{ fm}^{-3}$

(le facteur 3 vient de l'existence de 3 quarks et 0.17 fm^{-3} est la densité de matière nucléaire normale)

$\xi \sim \text{GeV fm}^{-3}$ peut être prévue, et serait maximum pour $E_{lab} \sim 15-20 \text{ GeV/u}$.

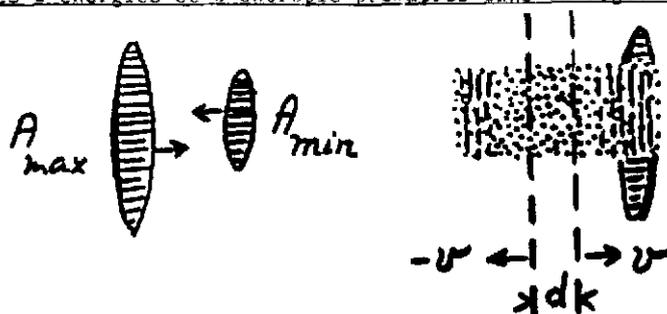
- Dans la région centrale

On atteindrait peut être $\xi \geq 2 \text{ GeV fm}^{-3}$ à $E_{lab} \geq 200 \text{ GeV/u}$

ξ continue à croître avec E_{lab}

Ce nombre peut paraître insuffisant, mais on compte aussi sur les fluctuations: on a des évidences pour $\xi \sim 10 \text{ GeV fm}^{-3}$ au collisionneur $p\bar{p}$ du CERN

- Estimation des densités d'énergies et d'entropie primaires dans la région centrale



On considère une tranche fine de matière en expansion longitudinale, qui produit des particules dans l'intervalle de rapidité :

$$(y - \delta y/2, y + \delta y/2)$$

Dans le référentiel où cette tranche est au repos :

$$y = 0 \quad ; \quad v \approx \delta y/2 \text{ pour } \delta y \ll 1/2$$

Dans ce référentiel à un temps τ (mesuré dans le référentiel propre de cette tranche) peu après que la collision ait commencé, le volume de la tranche est

$$V_{\tau} \sim \pi R_{\min}^2 d \text{ avec } R_{\min} = 1.2 A_{\min}^{1/3} \text{ fm, } d \sim 2 v \tau \sim \delta y$$

La densité d'énergie primaire s'obtient par

$$\xi_{\tau} v_{\tau} \sim \frac{dE}{dy} \delta y \sim \bar{m}_T \frac{3}{2} \frac{dn}{dy} \delta y$$

où \bar{m}_T est la "masse transverse" moyenne $\bar{m}_T = \sqrt{\bar{p}_T^2 + m_{\pi}^2}$

et $\frac{dn}{dy}$ = multiplicité de particules chargée (le facteur 3/2 tient compte des π neutres).

On trouve (Bjorken, Phys. Rev. D 27 (1983) 140)

$$\xi_{\tau} \sim \frac{3}{2\pi(1.2)^2} \frac{\bar{m}_T}{\tau A_{\min}^{2/3}} \frac{dn}{dy} \quad (\text{GeV fm}^{-3})$$

(où \bar{m}_T est en GeV et τ en fm/c)

on montre qu'il s'agit d'une sous-estimation.

Pour la densité d'entropie primaire (Hwa et Kajantie, H.U. TFT.85-2) on a (expansion adiabatique de la tranche)

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\tau} &\approx \frac{2\pi^4}{45 \zeta(3)^2} \frac{3}{2} \frac{dn}{dy} \delta y \quad (\text{gaz parfait de Bose}) \\ &\approx \frac{1.2}{\tau A_{\min}^{2/3}} \frac{dn}{dy} (\text{fm}^{-3}) \quad \text{avec } \tau \text{ en fm/c} \end{aligned}$$

on montre qu'il s'agit d'une surestimation

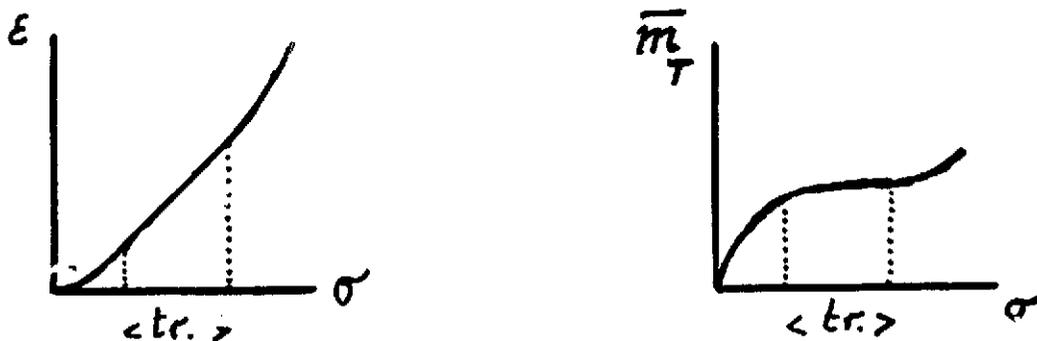
Les formules pour ξ_{τ} et \mathcal{S}_{τ} doivent être améliorées.

- s'il y a transition de phase du 1er ordre, dans la région centrale (où $B = 0$) les équations fondamentales sont :

$$\xi + p = T\sigma \quad \text{avec } \xi = \xi(\sigma), \quad T = \frac{d\xi}{d\sigma}$$

$$\xi = \bar{m}_T \sigma / 3.5 \quad p = p(T) \text{ et } \sigma = \frac{dp}{dT}$$

Dans la région de transition, $p = p_c$, $T = T_c$, avec p_c et T_c constants



pour les programmes expérimentaux du CERN et de BNL, ceci doit être étendu à des nombres baryoniques nets $B > 0$.

La densité baryonique primaire s'obtient par

$$\beta_z v_z \sim \frac{dB}{dy} \delta_y$$

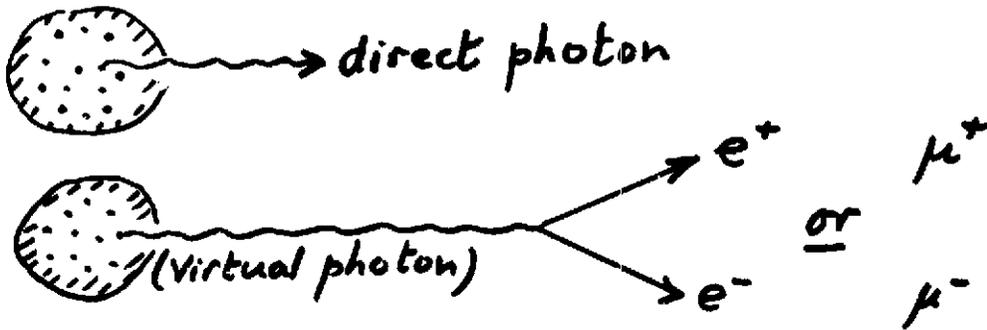
d'où
$$\beta_z \sim \frac{1}{\pi (1.2)^2} \frac{1}{\tau_A \frac{2/3}{\min}} \frac{dB}{dy} \text{ (fm}^{-3}\text{)}$$

avec Z en fm/c

(les baryons neutres doivent être inclus dans $\frac{dB}{dy}$)

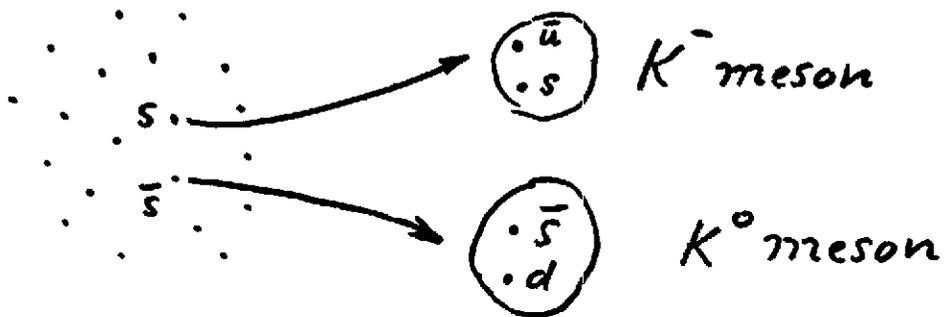
IV - SIGNATURES POSSIBLES DE FORMATION DU PLASMA

- 1) signaux électromagnétique émis par le plasma

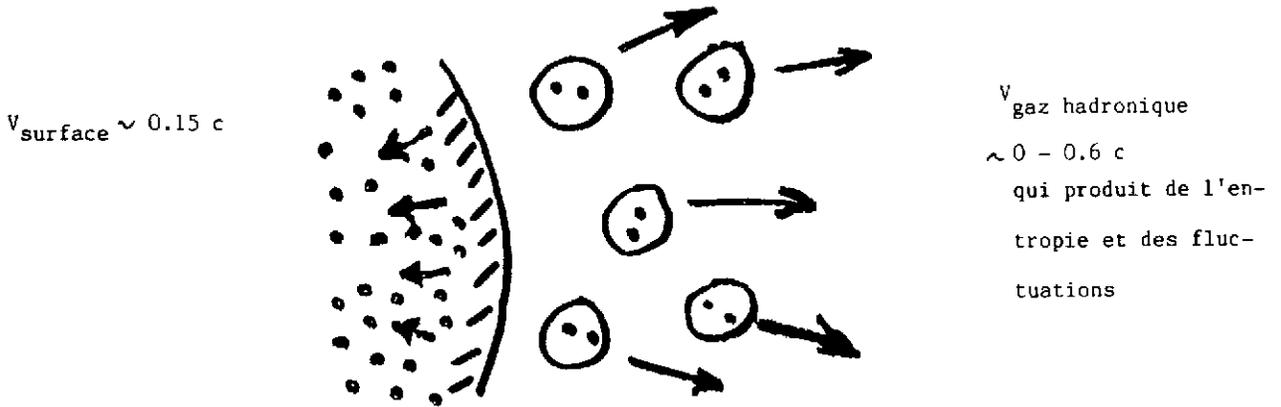


Ces dileptons peuvent s'échapper compte tenu d'une absorption négligeable.

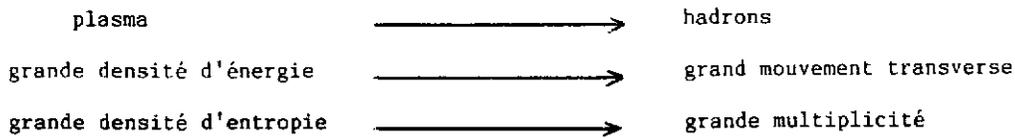
- 2) paires de quarks étranges formés dans le plasma et émis sous forme de hadrons étranges



- 3) libération soudaine de la chaleur latente à la transition (déflagration)

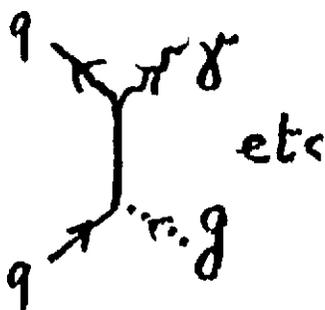


4) plus généralement :

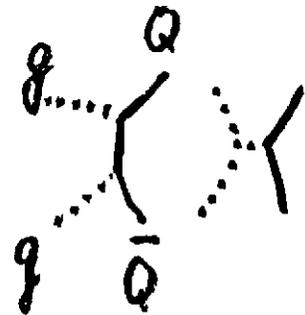


Remarques

- La production de paires de leptons ($e^+ - e^-$ ou $\mu^+ - \mu^-$) et la production directe de photons (figure a) doivent être calculées dans le plasma en fonction de la température T et de la densité v (on a besoin de la distribution spatio-temporelle de ces quantités). Voir plus loin pour les dileptons. La production en l'absence de plasma est mal connue.



a)



b)

- La production de saveurs de quarks lourds (particules étranges, les particules chargées sont sans doute trop lourdes) se fait sans qu'ils soient en équilibre dans le plasma. Ces quarks sont surtout produits par les gluons dans un plasma chaud, de façon probablement plus abondante qu'en l'absence de plasma (figure b)

- signaux de transition de phase liés à la grande chaleur latente
- . si la formation de plasma a lieu dans la majorité des collisions

Corrélations entre $\langle p_t \rangle$ et la multiplicité observées dans la région centrale à

$E_{cm} \sim 50 - 60$ GeV pour des collisions $p - p$ et à $E_{cm} \sim 540$ GeV pour des collisions $\bar{p} - p$. Le comportement thermique normal se traduit par une augmentation de $\langle p_t \rangle$ avec la température T et la pression p ainsi que par une augmentation de la multiplicité avec l'entropie. Or lors d'une transition de phase avec grande chaleur latente on observe un fort accroissement de l'entropie sans augmentation de T et p . Une anomalie dans la courbe de $\langle p_t \rangle$ en fonction de la multiplicité pourrait donc signer la présence d'une telle transition. (voir dernière figure du § III).

- . si la formation de plasma est exceptionnelle

On pourrait observer des fluctuations de multi-hadrons causées par des instabilités dans l'échappement de la chaleur latente en provenance du plasma (déflagration du plasma), dues à l'existence d'un front de choc entre plasma et gaz.

Evidences dans les rayons cosmiques ?

Emission de dileptons par des plasmas chauds ($T \gg T_c$), traitement récent de

L.D. M^C LERRAN, T. TOIMELA, Phys. Rev. D31 (1985) 545, et

R.C. HWA, K. KAJANTIE, Helsinki preprint (1985) HU-TFT-85-2

Le dilepton (e^+e^- ou $\mu^+\mu^-$) est caractérisé (avec des notations usuelles) par M , p_t et y . On définit sa "masse transverse" M_t par

$$M_t = \sqrt{M^2 + p_t^2}$$

Le taux d'émission de ces dileptons par le plasma est donné par

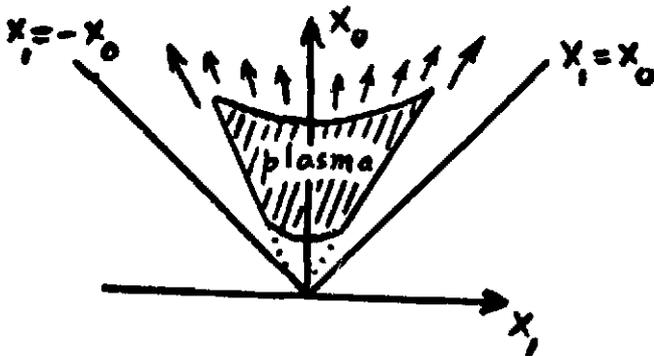
$$dN/dM^2 dp_t^2 dy = \int_{\text{plasma}} d^4x dN_{p1}(T(x)) / dM^2 dp_t^2 d(y-y(x))$$

où $dN_{p1}(T)/dM^2 dp_t^2 dy$ est le taux d'émission par unité de volume-temps du plasma au repos à température T .

Il en résulte que :

$$dN/dM^2 dp_t^2 dy = \int_{T_c}^{T_i} dT \int dy' \Phi(T, y') dN_{p1}/dM^2 dp_t^2 d(y-y')$$

où T_i et T_c sont les températures initiale et de transition et avec



$$\bar{\Phi}(T, y') = \int_{\text{plasma}} d^4x \delta(T(x) - T) \delta(y(x) - y')$$

Pour $T \gg T_c$ le plasma est presque un gaz parfait de quarks et de gluons ce qui entraîne :

1) $\bar{\Phi} \propto T^{-7}$ et est indépendant de y' (à cause du caractère adiabatique de l'expansion longitudinale et de l'invariance de Lorentz).

2) $\frac{dN_{p1}(T)}{dM^2 dp_{\xi}^2 dy} = f(M_t/T, y)$ avec $f \propto e^{-M_t/T}$ pour $T \ll M_t$

Si $T_i \gg M_t \gg T_c$ alors

$$\frac{dN}{dM^2 dp_{\xi}^2 dy} \sim \int dy' \frac{dN_{p1}(M_t)}{dM^2 dp_{\xi}^2 d(y-y')} \int_{M_T}^{T_i} \bar{\Phi}(T, y') dt$$

cette dernière intégrale étant proportionnelle à M_t^{-6} et donc

$$\frac{dN}{dM^2 dp_{\xi}^2 dy} \propto M_t^{-6} \text{ et indépendant de } p_{\xi}^2 / M^2$$

V - SCENARIO PROPOSE PAR L'HADRONISATION D'UNE GOUTTELETTE EN EXPANSION DE PLASMA QUARK-GLUON

Il faut noter que d'autres scénarios sont possibles

Soit δ la distance minimale entre partons de QCD (quarks, antiquarks, gluons)

- pour $\delta < 1$ fm, les champs de confinement de couleur (c.a.d. les champs de jauge de QCD) couvrent tout l'espace du plasma

- pour $\delta > 1$ fm, les champs s'effondrent en cordes (tubes de flux) séparés par le vide non perturbatif de QCD



• partons
 /// fields
 ••• vacuum



$\delta \approx 1$ fm

- des cordes se cassent par création de paires de partons (quarks légers)



breaks into



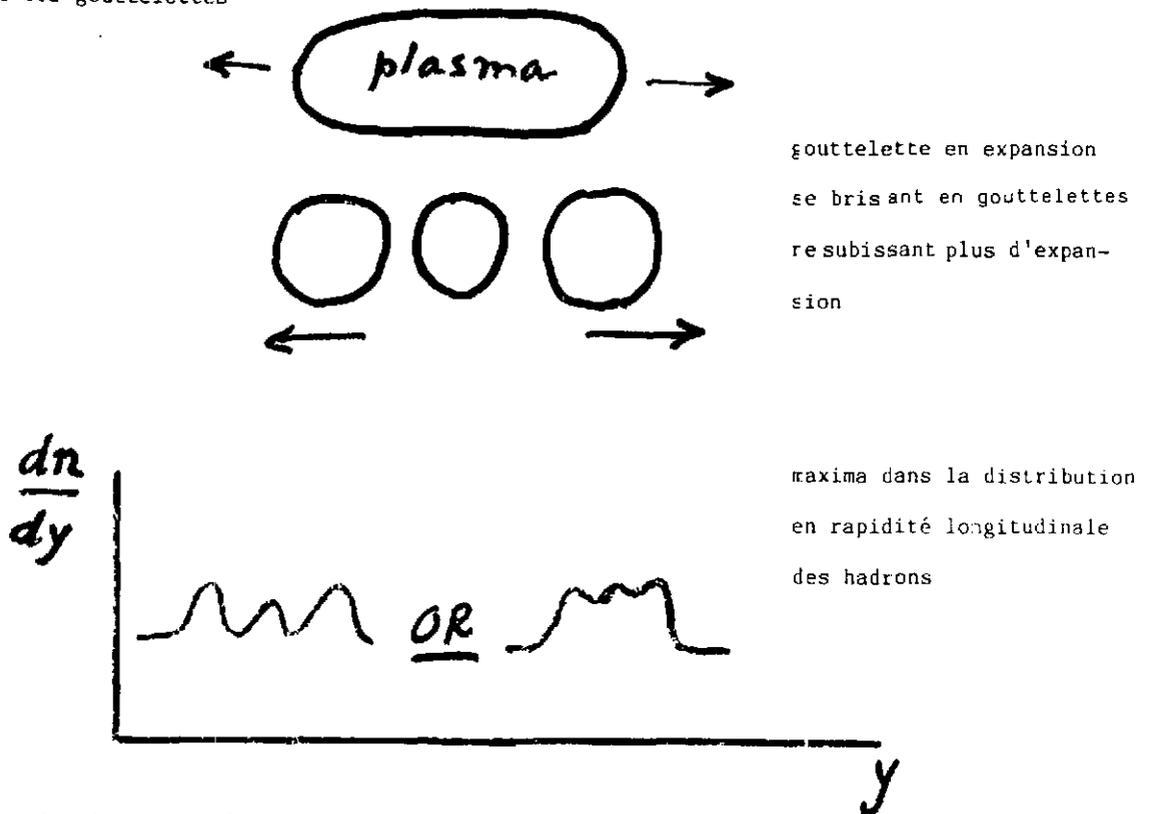
newly created $q\bar{q}$ pair

- une gouttelette en expansion peut se briser en plus petites gouttelettes, et la tension de corde arrête l'expansion des morceaux



- une gouttelette de plasma ne subissant pas d'expansion peut alors donner lieu à une "déflagration" en émettant un flux de gaz hadronique dans le vide
 (dans un plasma plus étendu en expansion, des bulles de vide se formeraient).

Dans ce cas la distribution résultante en rapidité des hadrons devrait présenter des maxima pour la rapidité des gouttelettes



Largeur attendue des maxima $\Delta y \sim 1$ à 1.5

- les autres signaux pour la formation du plasma (dileptons directs et photons, hadrons étranges) devraient être concentrés dans ces maxima

- les hadrons du plasma devraient avoir un p_t un peu plus grand que la normale, avec une distribution azimuthale large mais fluctuante.

Quelques références introductives

L. VAN HOVE, in "Quark Matter Formation and Heavy Ion Collisions", proc. Bielefeld workshop (1982) eds. M. Jacob and H. Satz (World Scientific, Singapore, 1982) 349.

L. VAN HOVE Z. Phys. C27 (1985).

L. VAN HOVE, "Proc. of the Second Intern. Conf. on Nucleus-Nucleus Collisions" Visby (1985) to be published in Nucl. Phys. .

G. BAYM, Nucl. Phys. A418 (1984) 433c.

B. MULLER, "The Physics of the quark-gluon plasma" Lecture notes in Physics 225 (Springer, Berlin, 1985).

LA COMPRESSIBILITÉ NUCLÉAIRE ET SES
DÉTERMINATIONS EXPÉRIMENTALES

M. BUENERD

Institut des Sciences Nucléaires, Grenoble



Résumé. - Les déterminations expérimentales de l'énergie de compression nucléaire sont examinées : au voisinage de l'équilibre les données sur la résonance monopolaire géante donnent une mesure du module de compression nucléaire. Dans les collisions centrales d'ions lourds à haute énergie, la multiplicité de pions émis permet de déterminer l'énergie de compression pour une valeur de la densité qui dépend de l'énergie incidente. Cette méthode (controversée) est discutée à la lumière des résultats récents.

Abstract. - The experimental determinations of the nuclear compression energy are examined : around the equilibrium, the data on the giant monopole resonance provide a measurement of the nuclear compression modulus. In central collisions of high energy heavy ions, the pion multiplicity provides a determination of the compression energy for a density value depending on the incident energy. This method is discussed to the light of recent results.

I. INTRODUCTION

Nous allons examiner, dans ce complément de cours, les approches expérimentales de la compressibilité nucléaire. Précisons tout d'abord que les déterminations expérimentales de l'énergie de compression nucléaire ont été obtenues au cours des quelques dernières années et que certains aspects du problème, concernant en particulier les résultats obtenus pour les densités élevées, sont l'objet d'un débat qui n'est pas clos.

L'exposé sera divisé en deux parties, chacune correspondant à l'étude d'une observable physique liée à la compressibilité, et donc à une stratégie expérimentale spécifique. La première partie concernera l'étude de la résonance monopolaire géante qui fournit une détermination de la compressibilité nucléaire au voisinage de la stabilité. La seconde partie se situera dans le cadre des perspectives ouvertes par la nouvelle génération d'accélérateurs d'ions lourds pour l'étude du diagramme de phase de la matière nucléaire et la détermination de son équation d'état. Cette seconde partie sera consacrée à la multiplicité des pions émis dans les collisions centrales d'ions lourds et à la relation de cette observable à l'énergie de compression atteinte dans la collision.

* Compressibilité et équation d'état

Nous définirons l'énergie de compression nucléaire comme l'énergie totale par nucléon $W(\rho, T)$ associée à une valeur de la densité ρ et de la température T , et donnée par l'équation d'état. La figure 1 illustre l'équation d'état prévue par une force du type Seyler-Blanchard¹ pour une température nulle, elle est décrite par la relation :

$$W(\rho, 0) = a\left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^{2/3} - b\left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right) + c\left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^{5/3} \quad (1)$$

Cette forme d'équation d'état est obtenue pour toute une classe d'interactions effectives, l'exposant du troisième terme variant d'une interaction à l'autre².

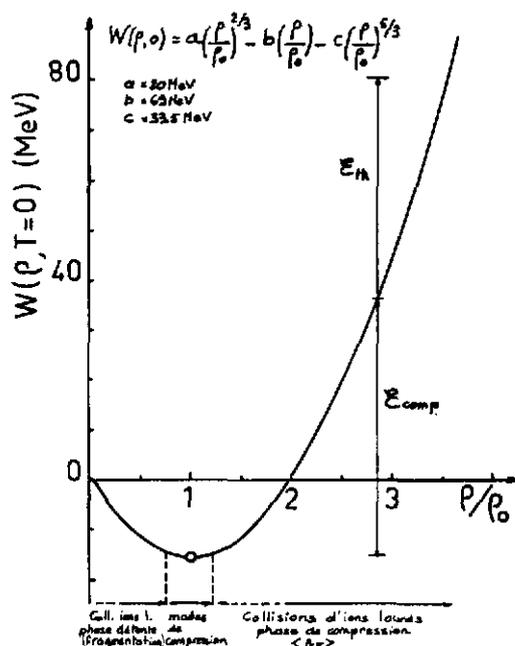


Figure 1. - Exemple d'équation d'état prévue par des calculs de matière nucléaire. En bas de la figure sont indiquées les approches expérimentales possibles de l'équation d'état pour les trois domaines considérés. La partition de l'énergie incidente en énergie de compression ϵ_{comp} et énergie thermique ϵ_{th} est discutée dans la seconde partie.

module de compression K_∞ , défini (à une constante près) comme la courbure de l'équation d'état au voisinage de $\rho = \rho_\infty$:

$$W(\rho, 0) = W(\rho_\infty, 0) + \frac{1}{2} \rho_\infty^2 \frac{d^2 W(\rho_\infty, 0)}{d\rho^2} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_\infty}\right)^2$$

$$K_\infty = 9\rho_\infty^2 \left[\frac{d^2 W(\rho, 0)}{d\rho^2} \right]_{\rho=\rho_\infty} \quad (2)$$

où $W(\rho, 0)$ est l'énergie totale par nucléon

$$W(\rho, T) = \frac{\epsilon(\rho, T)}{\rho}, \quad \epsilon \text{ étant la densité d'énergie.}$$

Dans la courbe de la figure 1, le premier terme (terme d'énergie cinétique) de l'équation (1) est dominant pour les très petites valeurs de ρ/ρ_0 . La partie descendante de la courbe est déterminée par le second terme, lequel a son origine dans la partie attractive à longue portée de l'interaction nucléon - nucléon. La remontée de la courbe pour les valeurs de $\rho/\rho_0 \geq 1-2$ est gouvernée par la partie répulsive à courte portée de l'interaction N-N. L'énergie de compression nucléaire aux densités élevées est donc déterminée par la partie répulsive à courte portée de l'interaction N-N. Cette dernière étant mal connue, $W(\rho)$ aux densités élevées est aussi mal connue.

En regard de l'échelle des densités sur la figure 1, sont portées les approches expérimentales possibles de l'énergie de compression nucléaire. Cette dernière peut être déterminée au voisinage du minimum de la courbe (qui correspond à la matière nucléaire infinie dans son état fondamental) par la mesure du

Nous verrons plus loin comment K_{∞} est mesurée dans l'étude des modes vibratoires de compression des noyaux. Les deux branches $\rho < \rho_{\infty}$ et $\rho > \rho_{\infty}$ de l'équation d'état sont parcourues dans les collisions centrales d'ions lourds : la branche à haute densité $\rho > \rho_{\infty}$ est parcourue au cours de la phase de compression de la réaction, jusqu'à une valeur ρ_{MAX} déterminée par l'énergie incidente du projectile, la mesure de la multiplicité des pions émis dans la collision pourrait constituer une mesure de $W(\rho_{MAX}, 0)$. Au cours de la phase de détente de la réaction, la densité décroît dans la région $\rho < \rho_{\infty}$, le système se fragmente alors, et l'étude de la distribution des fragments pourrait constituer un moyen d'exploration de la branche $\rho < \rho_{\infty}$ de l'équation d'état³. Nous n'aborderons pas ce dernier point dans l'exposé.

II. RESONANCE MONOPOLAIRE GEANTE ET MODULE DE COMPRESSION NUCLEAIRE

A - Présentation du problème

Les modes vibrationnels nucléaires de compression constituent une classe de résonances géantes dont les propriétés dépendent du module de compression des noyaux. Nous allons d'abord examiner à l'aide d'un modèle simple comment cette dépendance s'établit dans le cas de la résonance monopolaire géante qui est le seul mode de compression bien connu expérimentalement.

Dans ce modèle⁴ on suppose le noyau animé d'un mouvement radial isotrope (figure 2). A une variation du rayon moyen est associée une variation de la densité (imposée par la conservation du nombre de nucléons), et donc de l'énergie de volume du noyau.

Si la densité de l'état fondamental est décrite par $\rho_0(r)$, on essaie de décrire la densité à l'instant t par une transformation d'échelle (scaling) : $\rho(r,t) = N(\alpha(t)) \rho_0(re^{-\alpha})$ où α est l'amplitude de la vibration qui contient la dépendance en temps du mouvement. La contrainte de conservation du nombre de nucléons $\int \rho dt = A$ détermine la forme de N et on obtient :

$$\rho(r,t) = e^{-3\alpha} \rho_0(re^{-\alpha})$$

$$= \rho_0(r) + \delta\rho(r,t)$$

$$\text{avec } \delta\rho(r,t) = -\alpha(t) \left(3\rho_0 - r \frac{d\rho_0}{dr} \right) + o \alpha^2 \quad (3)$$

$\delta\rho$ est la densité de transition (figure 2) qui décrit le comportement radial de la variation de densité.

On peut ensuite déduire la forme du champ de vitesse associé au mouvement par application de l'équation de continuité à la densité. On obtient $v = \alpha r$. Il est alors possible de calculer

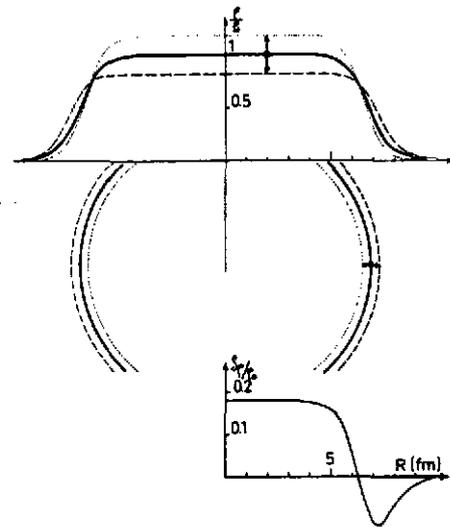


Figure 2. - Représentation d'une vibration monopolaire selon le modèle décrit dans le texte, pour une distribution de matière donnée $\rho_0(r)$ (courbe en traits pleins). Les densités en tirets et pointillés correspondent à l'excursion maximum. La densité de transition $\delta\rho(r) = \rho(r) - \rho_0(r)$ est représentée au bas de la figure.

l'énergie cinétique mise en jeu dans la vibration :

$$T = \frac{1}{2} m \int \rho(r) v^2 d^3r = \frac{1}{2} m A \langle r^2 \rangle |\alpha|^2$$

l'énergie potentielle associée à la vibration est donnée par la variation de l'énergie totale (de liaison) E noyau, associée à une variation du rayon :

$$E = E_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2E}{dR^2} (\Delta R)^2 = E_0 + V$$

en mettant V sous la forme

$$V = \frac{1}{2} A R_0^2 \left[\frac{d^2}{dR^2} \left(\frac{E}{A} \right) \right]_{R=R_0} (\Delta R)^2 = \frac{1}{2} A K_A \alpha^2$$

on définit le module de compression du noyau

$$K_A = R_0^2 \left[\frac{d^2}{dR^2} \left(\frac{E}{A} \right) \right]_{R=R_0} \quad (4)$$

L'énergie totale mise en jeu dans la vibration est donc :

$$T + V = \frac{1}{2} m A \langle r^2 \rangle |\alpha|^2 + \frac{1}{2} K_A A \alpha^2$$

la fréquence de vibration de cet oscillateur est donnée par :

$$\hbar\omega = \hbar \sqrt{\frac{K_A}{m \langle r^2 \rangle}} \quad (5)$$

On voit donc que la détermination expérimentale de ω , c'est-à-dire la mesure de l'énergie d'excitation de la transition, détermine univoquement le module de compression du noyau K_A .

La forme générale de K_A est obtenue à partir de la formule de masse :

$$\frac{E}{A} = a_{\text{vol}} + a_{\text{surf}} A^{-1/3} + a_{\text{sym}} \delta^2 + a_{\text{coul}} \quad (6)$$

dont l'expression peut être portée dans la relation (4). A ce stade, il est important de noter les définitions différentes du module de compression pour la matière nucléaire (relation 2) et pour un noyau fini (relation 4). Cette différence tient au fait que le module de compression se définit au voisinage de l'équilibre, or l'équilibre dans la matière nucléaire est défini par rapport à la densité d'équilibre, la condition de stabilité :

$$\frac{d}{d\rho} \left(\frac{E}{\rho} \right) = 0 \quad \text{détermine } \rho_m, \quad (7)$$

tandis que dans un noyau il est défini par rapport au rayon d'équilibre du noyau où la condition

$$\frac{d}{dR} \left(\frac{E}{A} \right) = 0 \quad \text{détermine } \rho_0. \quad (8)$$

Cela a pour conséquence que dans un noyau (lourd) la densité d'équilibre ρ_0 est légèrement supérieure à la densité dans la matière nucléaire infinie ρ_m . Cette différence est due à l'effet conjugué de l'énergie coulombienne et de l'énergie de surface du noyau².

Les relations 4, 6, 7, 8 permettent de calculer le module de compression nucléaire K_A en fonction des modules élémentaires :

$$\begin{aligned}
K_A = K_\infty + & \left[K_{\text{surf}} + 4 a_{\text{surf}} \left(1 + \frac{27}{2} \frac{\rho_\infty}{K_\infty} \frac{d^3 \epsilon}{d\rho^3} \right) \right] A^{-1/3} \\
& + \left[K_{\text{sym}} + 3 L \left(1 - 9 \frac{\rho_\infty}{K_\infty} \frac{d^3 \epsilon}{d\rho^3} \right) \right] \delta^2 \\
& + \frac{3}{5} \frac{e^2}{R_0} \left[1 - 27 \frac{\rho_\infty}{K_\infty} \frac{d^3 \epsilon}{d\rho^3} \right] Z^2 A^{-4/3}
\end{aligned} \quad (9)$$

Les détails de ce calcul sont donnés dans la référence 2.

δ est l'asymétrie nucléaire $\delta = (N - Z)/A$,

$$K_{\text{surf}} = 9 \rho_0^2 d^2 a_{\text{surf}} / d\rho_0^2,$$

$$K_{\text{sym}} = 9 \rho_0^2 d^2 a_{\text{sym}} / d\rho_0^2 \text{ et } L = 3 \rho_0 d a_{\text{sym}} / d\rho_0.$$

La relation (9) montre que le module de compression du noyau dépend de la masse connue $A^{-1/3}$ et de l'asymétrie nucléaire par le terme en $\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2$. La connaissance de cette dépendance permet de déterminer K_∞ . Une étude systématique de la résonance monopolaire géante sur un grand nombre de noyaux a permis de fixer expérimentalement les divers termes de la relation (9), en particulier la valeur de K_∞ .

B - Considérations expérimentales

Les résonances géantes isoscalaires ont été étudiées essentiellement au moyen de la diffusion inélastique qui fournit l'opérateur à un corps nécessaire à l'excitation de ces modes. L'utilisation de projectiles fortement absorbés tels que d , ^3He , ^4He permet d'obtenir des distributions angulaires fortement diffractives caractéristiques de la multipolarité transférée. Pour un mode $L = 0$ comme celui qui nous intéresse ici, il existe une ambiguïté avec $L = 2$ sauf aux très petits angles de diffusion où la section efficace $L = 0$ est maximum (figure 3a). Il est donc impératif pour étudier la résonance monopolaire géante et pour la distinguer de sa voisine la résonance quadrupolaire géante, d'explorer les très petits angles de diffusion. Une technique

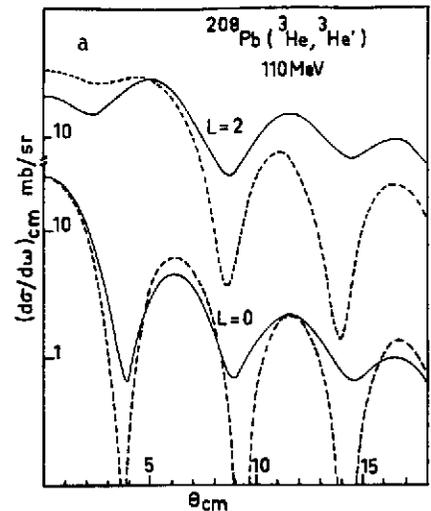
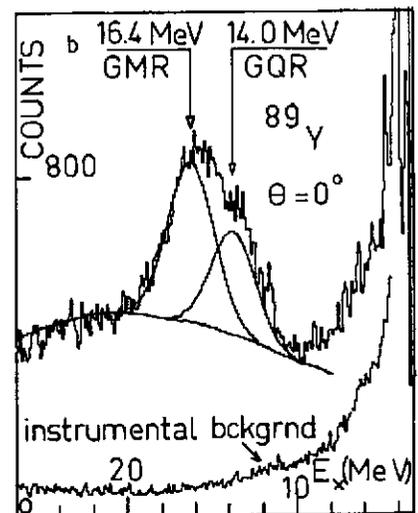


Figure 3 a : Distributions angulaires théoriques DWBA (traits pleins) et modèle diffractif (traits pointillés) pour des transitions quadrupolaire (haut) et monopolaire (bas). Noter la similitude des formes au-delà de $\theta \sim 6^\circ$ et les caractères propres de la transition monopolaire : fort maximum à $\theta = 0^\circ$ et minimum à $\theta \sim 4^\circ$.

3 b : Spectre inélastique $^{89}\text{Y}(^3\text{He}, ^3\text{He}')$ à 110 MeV mesuré à $\theta = 0^\circ$. La déconvolution des deux modes montre une nette dominance de la section efficace de la résonance monopolaire géante par rapport à celle du mode quadrupolaire. Noter le faible bruit de fond instrumental.



spécifique a été utilisée à Grenoble pour réaliser des mesures jusqu'à 0° au moyen du spectromètre magnétique de l'ISN⁵. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 3b. La figure 4 montre des spectres de diffusion inélastique $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, ^3\text{He}')$ mesurés à des angles $\theta < 5^\circ$, elle met en évidence l'importance des mesures aux très petits angles de diffusion, qui seules permettent une détermination précise de l'énergie d'excitation du mode et de sa section efficace.

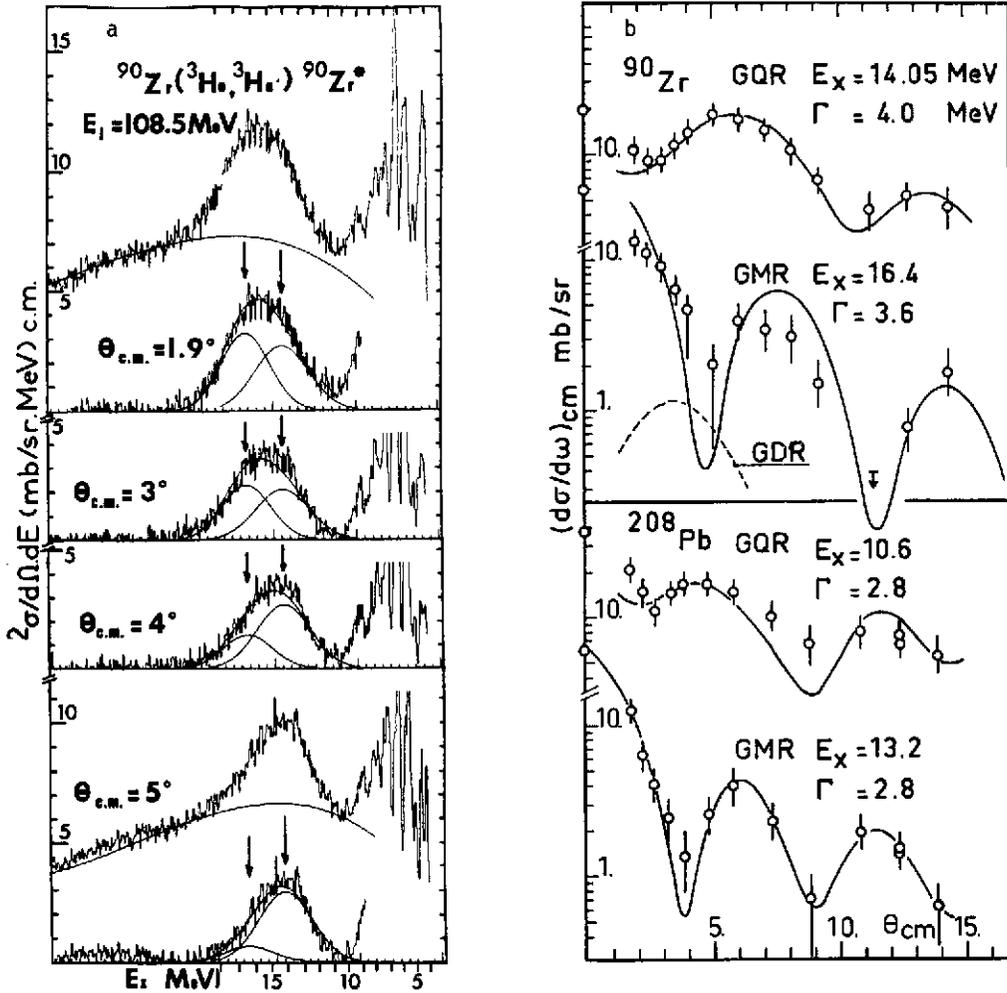


Figure 4 a : Evolution avec l'angle de diffusion des spectres inélastiques $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, ^3\text{He}')$. La section efficace du mode à haute énergie d'excitation décroît rapidement avec l'angle croissant, conformément aux prédictions pour un mode monopolaire.

4 b : Comparaison avec les calculs DWBA.

C - Résultats

La figure 5 montre la systématique obtenue pour l'énergie d'excitation de la résonance monopolaire géante en fonction de la masse pour une cinquantaine de noyaux étudiés. La courbe en trait continu représente le résultat d'un ajustement aux énergies d'excitation expérimentales des divers termes du module de compression donné par la relation (9) et porté dans la relation (5). Cet ajustement a été réalisé au moyen d'une procédure de χ^2 sur 33 noyaux sphériques. Pour un exposé complet de cette procédure on pourra consulter les références 6. Nous en résumerons ici les principaux résultats :

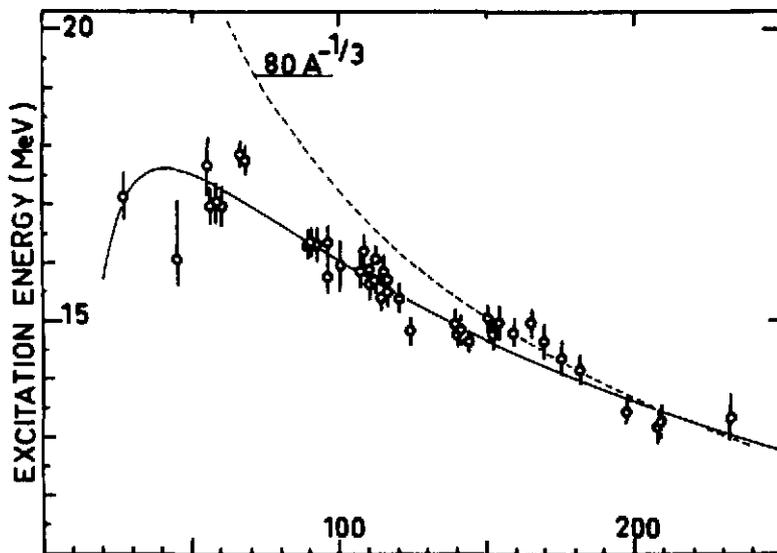


Figure 5. - Systématique des énergies d'excitation mesurées pour la résonance monopolaire géante en fonction de la masse du noyau⁶. La courbe en trait plein correspond à un fit des données expérimentales avec les relations 5 et 9. Cette courbe est tracée pour les noyaux de la vallée de stabilité ($\delta = 1 - 2/(1,98 + 0,0155 A^{2/3})$).

A l'aide d'une relation du type

$$K_A = K_\infty + k_{\text{surf}} A^{-1/3} + k_{\text{sym}} \delta^2 + k_{\text{coul}} Z^2 A^{-4/3}$$

dont les paramètres K_∞ , k_{surf} , k_{sym} sont ajustables (le terme coulombien est connu²), on obtient :

$$k_\infty \leq 270 \text{ MeV}$$

$$k_{\text{surf}} \geq -550 \text{ MeV}$$

$$k_{\text{sym}} \approx -430 \text{ MeV.}$$

Les bornes supérieure pour K_∞ et inférieure pour k_{surf} ont leur origine dans les résultats obtenus pour les noyaux légers où l'intensité de la transition mesurée n'épuise qu'une fraction de la limite supérieure fixée par la règle de somme.

* Effet particulier de l'asymétrie nucléaire

L'asymétrie nucléaire évolue progressivement de

$\delta = 0$ dans les noyaux légers à $\delta \sim 0.25$ dans la région

$A = 200$. Sa contribution au module de compression doit donc se manifester avec la masse croissante des noyaux.

Néanmoins, cette contribution est petite et il n'est pas exclu que dans la procédure de moindre carré, le type de dépendance en A du terme d'asymétrie δ^2 collecte d'autres effets que celui lié à l'asymétrie et qui seraient mal décrits par les autres termes. Les effets sur la fréquence monopolaire, de l'asymétrie nucléaire, sont mieux perçus par les variations locales de δ c'est-à-dire le long des séries d'isotopes étudiés. La figure 6 met en évidence

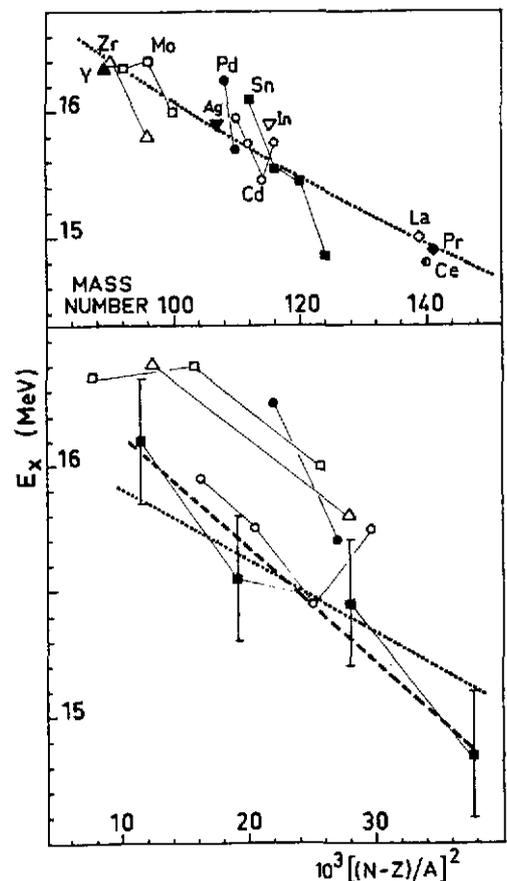


Figure 6. - En haut : systématique partielle pour $80 \leq A \leq 140$, montrant l'effet de l'asymétrie nucléaire dans les familles d'isotopes. La courbe est la même que figure 5. En bas : même systématique en fonction de l'asymétrie nucléaire. La courbe en pointillés correspond à $K_{\text{sym}} = -430 \text{ MeV}$ pour les isotopes de Sn, la courbe en tirets correspond à $K_{\text{sym}} = -700 \text{ MeV}$. L'accord avec les valeurs expérimentales (carrés pleins) est meilleur dans ce dernier cas.

ces variations dans la région $90 \leq A \leq 140$ où quelques familles d'isotopes ont été étudiées. On voit là que les points expérimentaux correspondant à ces familles se regroupent le long de lignes qui ont une pente différente de la pente moyenne le long de la ligne de stabilité. La partie inférieure de la figure montre ces mêmes points expérimentaux en fonction de δ^2 . Pour l'ensemble des familles d'isotopes la pente (négative) de la dépendance en δ^2 est semblable. La courbe en pointillés représente les valeurs obtenues par la procédure de χ^2 pour les isotopes de l'étain ($k_{\text{sym}} = -430$ MeV). On voit que la pente obtenue sous-estime la pente expérimentale. La courbe en tiretés correspond à $k_{\text{sym}} = -700$ MeV, elle reproduit mieux la pente expérimentale au prix d'une légère détérioration du χ^2 global (+ 15 %). On peut en conclure que le terme d'asymétrie est compris entre - 420 et - 700 MeV.

Notons pour finir qu'un programme expérimental analogue a été conduit au laboratoire de Texas A & M en (α, α') ⁸.

III. L'ENERGIE DE COMPRESSION NUCLEAIRE DANS LES COLLISIONS CENTRALES D'IONS LOURDS

A - Multiplicité de pions et énergie de compression

Dans cette seconde partie, nous allons voir comment la mesure de la multiplicité des pions émis dans les collisions centrales d'ions lourds permet, en s'appuyant sur des calculs de cascade intranucléaires qui constituent le point faible de cette approche, de déduire l'énergie de compression maximum atteinte dans la collision. L'idée simple (mais bonne) qui sous-tend cette approche est illustrée sur la figure 1 où l'on a fait figurer la partition de l'énergie totale par nucléon injectée dans le système projectile-cible ($E/A \sim 80$ MeV dans cet exemple) en énergie de compression d'une part et énergie thermique d'autre part ¹. Une fraction de cette énergie thermique va être dissipée sous forme de production de pions dans les collisions N-N. On conçoit aisément que, l'énergie thermique disponible étant fixée par l'énergie de compression atteinte dans la collision, la mesure du nombre de pions émis dans la collision fournisse une mesure de l'énergie thermique disponible et donc l'énergie de compression maximum atteinte dans la collision. Cette possibilité était évoquée dès 1978 par le groupe de Francfort ⁹. L'initiative de l'exploration expérimentale en revient à l'équipe de R. Stock ¹⁰.

Fondée sur une idée simple, l'aventure est néanmoins périlleuse et nous verrons dans la suite que les conclusions restent entachées d'une incertitude considérable. L'aspect le plus délicat de cette approche tient au fait que l'on cherche à déterminer une énergie de compression nucléaire qui change avec la densité et, en principe, avec la température, dans l'espace et dans le temps au cours de la réaction. Le problème est donc de trouver l'observable expérimentale qui fournisse une "photographie" de l'énergie de compression atteinte au cours d'une des phases de la collision.

Il importe d'abord de remarquer que le nombre de pions produits dans les collisions d'ions lourds est une fonction (linéaire) très rapidement croissante de l'énergie incidente par

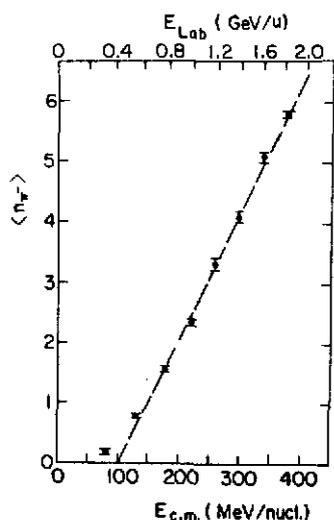


Figure 7. - Dépendance en énergie de la multiplicité moyenne de pions négatifs émis dans les collisions centrales pour le système Ar + KCl ¹⁶.

On voit donc que d'après ces calculs, le nombre de pions émis dans la collision est associé à la densité maximum atteinte au cours de la collision. La figure 8d donne la densité maximum atteinte en fonction de l'énergie incidente par nucléon.

L'étape suivante consiste à porter sur un même graphique (figure 9a) les multiplicités de pions expérimentale et théorique (CASC) en fonction de l'énergie incidente dans le centre de masse. Là, on constate que les multiplicités expérimentales sont notablement inférieures aux prédictions théoriques. Mais les calculs CASC supposent la thermalisation de la totalité de l'énergie incidente, ils ignorent la partition évoquée plus haut de l'énergie totale disponible en énergie de compression et énergie thermique. Or, la multiplicité de pions observée expérimentalement est associée à l'énergie thermique dissipée dans la réaction, donc la différence entre l'énergie incidente totale E et l'énergie (thermique) $E - \Delta E$, pour laquelle $\langle n_{\pi} \rangle_{CASC} = \langle n_{\pi} \rangle_{exp}$ fournit une détermination de l'énergie de compression

$$W(\rho, 0) = \Delta E \quad (10)$$

Puisque à une énergie incidente on peut associer une densité maximum (par les calculs CASC, cf.

nucléon (fig. 7). L'énergie incidente étant rapidement dissipée au cours de la réaction, l'essentiel des pions produits dans la collision, le seront donc au cours de la première phase (de compression) de la collision. Pour aller plus loin, il faut un modèle théorique et examiner l'évolution des observables physiques au cours du temps. La figure 8 montre les résultats des calculs de cascade intranucléaire ¹⁰ en fonction du temps : la densité de baryons dans la région centrale (a), le nombre (intégré) de collisions baryon-baryon (b), le nombre de pions et résonances Δ existant à l'instant t (c), pour des collisions quasi-centrales de paramètre d'impact $b \leq 2.4$ fm dans le système Ar + KCl à 977 MeV/n. On constate sur cette figure que le nombre de $\pi + \Delta$ se stabilise vers $t = 7-8$ fm/c après le début de la collision, à un temps qui correspond à la fin de la

phase haute densité de la col-

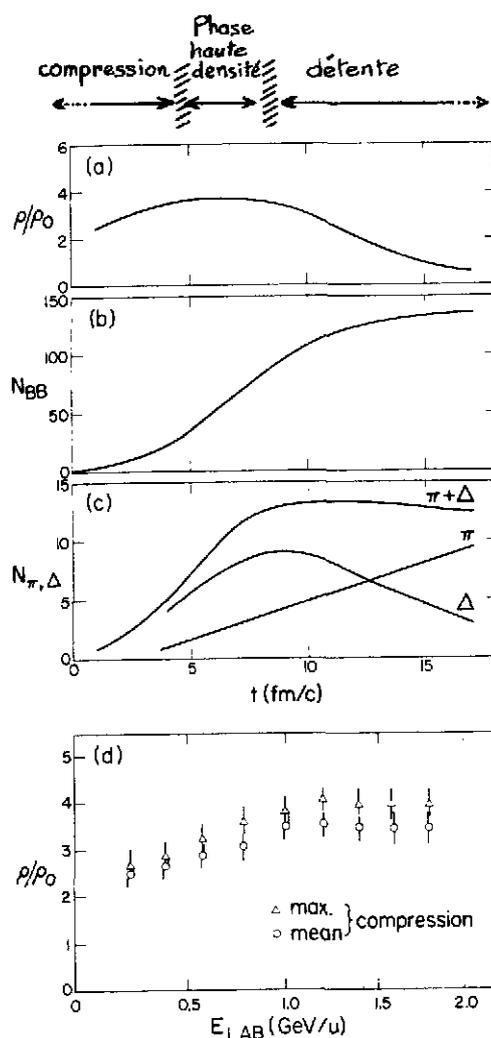


Figure 8. - Résultats des calculs de cascades nucléaires qui montrent qu'à la fin de la phase haute densité de la collision (ρ_{max}), l'abondance de pions + deltas est gelée. Les détails sont donnés dans le texte.

figure 8d) et une énergie de compression (par les calculs CASC et la mesure de $\langle n_\pi \rangle$), on peut reconstituer $W(\rho, 0)$ en variant l'énergie incidente. Les résultats de ce programme expérimental sont montrés figure 9b où chaque point expérimental est obtenu à partir des figures 8d et 9a. L'énergie de compression expérimentale, corrigée de l'énergie de liaison moyenne (~ 10 MeV) pour les noyaux $A \sim 40$, est comparée à une paramétrisation issue du développement au voisinage de l'équilibre (cf. relations (2)):

$$W(\rho, 0) = W(\rho_0, 0) + \frac{1}{2} \frac{K}{9} \frac{(\rho - \rho_0)^2}{\rho_0^2} \quad (11)$$

où l'on suppose $W(\rho, T=0) = \Delta E$ avec les notations des relations (2). Nous verrons plus loin que ceci n'est pas correct. Cette paramétrisation permet de bien reproduire les résultats expérimentaux pour $K = 250$ MeV, où le paramètre K peut être identifié au module de compression de la matière nucléaire infinie K_∞ . Cette valeur est très voisine de celle obtenue à partir de l'étude systématique de la résonance monopolaire géante (voir première partie de l'exposé), ce qui serait très satisfaisant si ce résultat n'était pas discutable par de multiples aspects, dont le premier est l'utilisation de la forme quadratique (11) pour décrire l'équation d'état, forme dont la validité est acquise au voisinage de l'équilibre mais totalement arbitraire au-delà de ce domaine restreint.

B - Evolution du problème et discussion

Les résultats évoqués ci-dessus n'ont plus aujourd'hui qu'une valeur pédagogique et historique. Ils ont en effet été reestimés expérimentalement et dans leur interprétation. Sans entrer dans les détails de ces travaux nous allons en mentionner la nature et les implications.

Tout d'abord les valeurs expérimentales des multiplicités de pions $\langle n_\pi \rangle$ ont été revues (en hausse) grâce à une meilleure sélection des collisions centrales basée sur l'extrapolation de la dépendance linéaire observée entre le nombre de pions émis dans la réaction et le nombre de protons participants¹¹. Les nouvelles valeurs de $\langle n_\pi \rangle$ conduisent à des valeurs de ΔE plus élevées et donc à une équation d'état empirique appréciablement plus rigide.

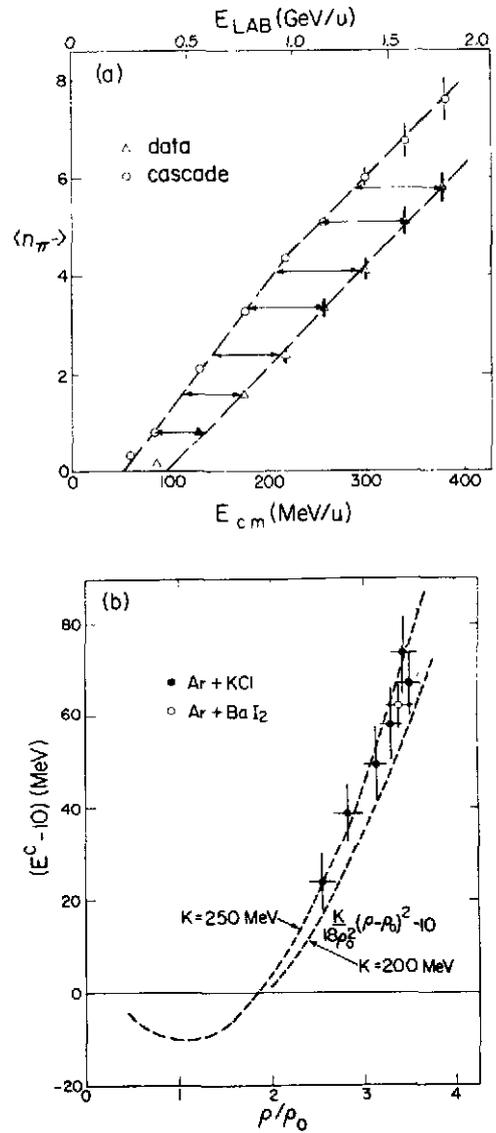


Figure 9. - (a) Multiplicité de pions émis dans les collisions centrales de Ar+KCl, théoriques (cercles) et expérimentales (triangles). Les flèches donnent la mesure de l'énergie de compression ΔE , à l'énergie de liaison près. (b) Equation d'état construite à partir des figures 8d (qui donne la densité maximum associée à l'énergie incidente) et 9a (qui donne l'énergie de compression).

Dans le même travail¹¹, une autre approche théorique a été utilisée pour déduire $W(\rho)$ des valeurs expérimentales de $\langle n_\pi \rangle$. Cette approche est basée sur les hypothèses suivantes :

- . Le système est en équilibre chimique et les différentes phases (N, π , Δ) qui les composent sont gouvernées par les lois statistiques de Bose-Fermi.
- . Les conditions de choc hydrodynamique sont réalisées et les variables d'état satisfont à l'équation de Rankine-Hugoniot (cf. références citées dans réf. 11 et réf. 12).

Une approximation pour le calcul de la pression et une procédure itérative permettent alors de déterminer les valeurs de $W(\rho)$ associées à la densité ρ atteinte dans la zone de choc. Ces valeurs sont en bon accord avec celles obtenues en utilisant les calculs de cascade¹¹.

L'ensemble de ces approches a fait récemment l'objet d'un examen critique dû à M. Sano et coll.¹³. Les auteurs de ce travail ont montré que l'approche formelle utilisée par les précédents auteurs (cf. relations 10, 11), n'était pas rigoureuse pour une raison que l'on peut résumer de la manière suivante : c'est l'énergie cinétique totale qui gouverne la production de pions dans la collision, cette énergie cinétique totale comprend d'une part l'énergie thermique et d'autre part l'énergie de Fermi des nucléons dans les noyaux en collision. Or, cette dernière énergie participe à l'énergie de compression telle qu'elle est donnée par l'équation d'état (1er terme de l'équation (1)). De plus cette énergie dépend de la densité comme $\rho^{2/3}$ dans le modèle du gaz de Fermi.

Comme les calculs de cascade tiennent compte de l'énergie de Fermi des noyaux en collision en ajoutant à l'énergie cinétique par nucléon la valeur moyenne de l'énergie de Fermi $\langle E_F \rangle = 21$ MeV, la quantité qui est déterminée par la comparaison de $\langle n_\pi(E - \Delta E) \rangle_{\text{CASC}}$ et $\langle n_\pi(E) \rangle_{\text{exp}}$ est donc :

$$U(\rho) = \Delta E - 21 \text{ MeV}$$

où $U(\rho)$ est le terme potentiel de l'énergie de compression. Il faut ajouter à $U(\rho)$ le terme d'énergie cinétique $K(\rho)$ pour obtenir l'équation d'état :

$$K(\rho) = 21 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} \text{ MeV} \quad (12)$$

$$W(\rho, 0) = K(\rho) + U(\rho)$$

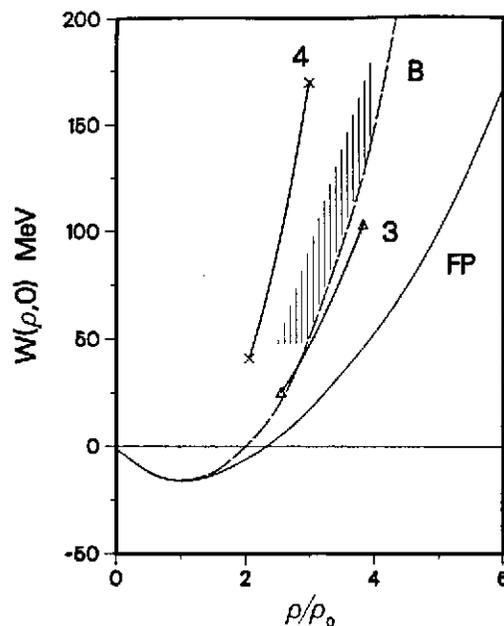
$$\text{ou } W(\rho, 0) = \Delta E + 21 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} - 1 \right] \quad (13)$$

Cette relation conduit à une équation d'état encore plus rigide puisqu'on ajoute aux anciennes valeurs un terme qui croît avec ρ . La nouvelle forme de l'équation d'état empirique est donnée par la zone hachurée de la figure 10. Sur cette figure la courbe notée FP est le résultat d'un calcul

Figure 10. - Equation d'état obtenue de la même manière que dans la figure 9b, mais où l'énergie de Fermi des nucléons est correctement traitée¹³. On a alors :

$$W(\rho, 0) = \Delta E(\rho) + 21 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} - 1 \right],$$

où ΔE est déterminé par la procédure décrite figure 9a.



de matière nucléaire complet¹⁴. On voit que dans la région $2\rho_0 \leq \rho \leq 4\rho_0$ ce calcul sous-estime considérablement les valeurs expérimentales de l'énergie de compression. La courbe B est le résultat d'un calcul de matière nucléaire dans le cadre de la théorie des champs relativiste¹⁵ pour un paramètre de masse effective en accord avec les valeurs admises. Cette prédiction reproduit bien les valeurs expérimentales, de plus elle a au voisinage de l'équilibre un comportement en accord raisonnable avec les données expérimentales sur la résonance monopolaire géante, son module de compression est de $K_\infty = 240$ MeV. Cette théorie reproduit donc bien l'ensemble des données expérimentales sur l'énergie de compression nucléaire, contrairement aux théories "classiques" de la matière nucléaire. C'est là un point important sur la physique impliquée dans ces résultats.

Les auteurs de la référence 15 ont aussi abordé le problème dans le cadre mentionné plus haut d'un calcul hydrodynamique en supposant d'une part que les conditions de choc hydrodynamique sont réalisées et que les densités correspondantes sont atteintes, d'autre part que l'équilibre chimique est réalisé pour la phase de pion, et enfin que l'abondance de pions est gelée à la fin de la phase à haute densité de la collision. Une discussion complète de ce travail nous emmènerait un peu loin, en tout cas hors du cadre restreint de cet exposé. Nous noterons simplement que la situation dans cette approche est assez confuse et que les modules de compression requis pour reproduire les multiplicités expérimentales de pions, sont anormalement élevés.

Il me semble préférable de terminer cet exposé en discutant à la lumière de récents calculs de cascades nucléaires¹⁷ une des hypothèses les plus spéculatives commune à l'ensemble des approches que nous avons examinées précédemment : l'hypothèse de l'équilibre chimique et du gel (freeze-out) de l'abondance de pions à la fin de la phase à haute densité de la collision.

Les calculs de cascades intranucléaires de Y. Kitazoe incluent les effets du champ moyen (les nucléons sont liés de manière réaliste dans un puit carré), du recul du noyau, du blocage de Pauli et les effets d'isospin. Ces calculs donnent des résultats

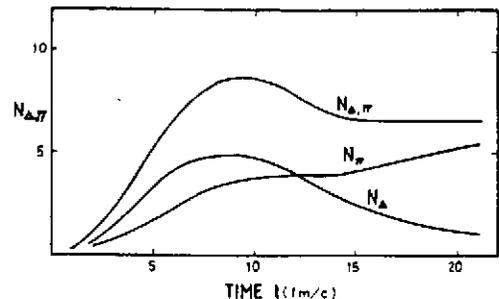
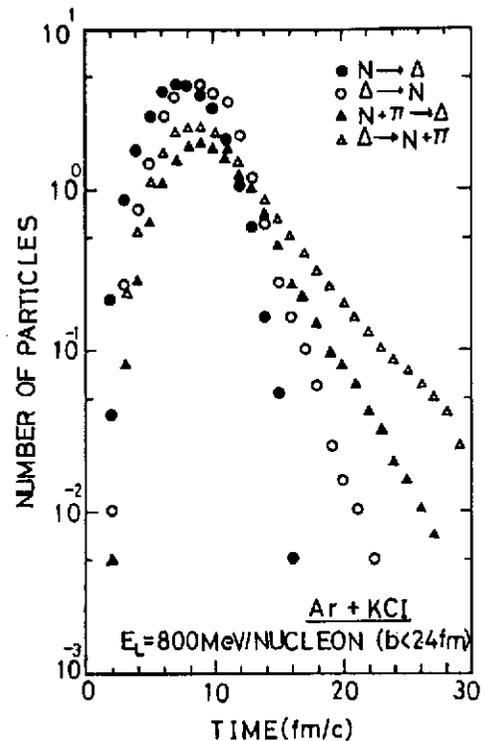
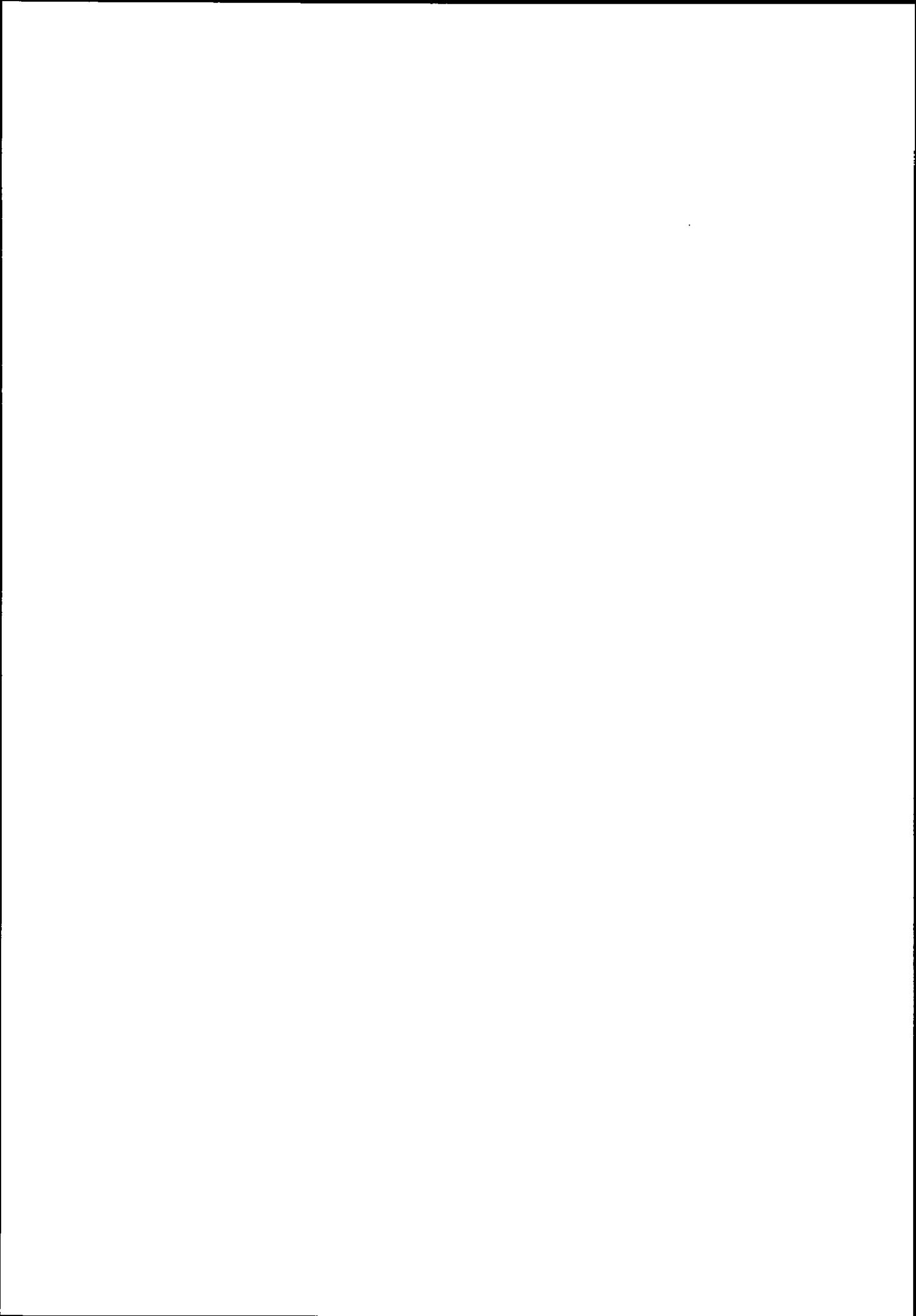


Figure 11. - Résultats des calculs de cascades intranucléaires incluant les effets du champ moyen¹⁷. En haut : Evolution en fonction du temps des taux des réactions gouvernant la population de $\pi + \Delta$ au cours de la collision. En bas : Abondance de Δ et π et somme des deux en fonction du temps depuis le début de la collision. Noter l'évolution de $N_{\Delta + \pi}$ qui diminue entre 8 et 14 fm, différente de celle de la figure 8, et qui remet en cause l'hypothèse du "freeze-out" avant le début de la phase d'expansion.

sensiblement différents de ceux utilisés dans la référence 10. L'examen de la figure 11a permet de comprendre en partie pourquoi. Cette figure montre l'évolution en fonction du temps, des taux des réactions gouvernant la population de $\pi + \Delta$ au cours de la collision. Le taux de la réaction inélastique inverse $\Delta + N \rightarrow N + N$ (cercles ouverts) dépeuple l'espèce Δ entre $t \sim 8$ et 14 fm/c, donc notablement au-delà de la fin de la phase haute densité (cf. figure 8) de la collision. Donc, d'après ces calculs l'hypothèse de gel de l'abondance de $\pi + \Delta$ n'est pas vérifiée. La figure 11b montre l'évolution des populations de π et Δ au cours du temps, où l'effet mentionné plus haut se manifeste par une décroissance de l'abondance de $\pi + \Delta$ dans la région 8-14 fm/c. Ces calculs reproduisent remarquablement bien à la fois les multiplicités expérimentales de π (et aussi les distributions angulaires mesurées de π et p)¹⁷ en ignorant complètement l'énergie de compression nucléaire. L'ensemble des approches utilisées jusque-là est donc sérieusement remis en cause et il faudra certainement attendre une prochaine école de Bombannes pour y voir plus clair.

REFERENCES

1. J.R. Nix, Prog. Part. Nucl. Phys. 2 (1979) 237.
2. J.P. Blaizot, Phys. Rep. 64 (1980) 171 ;
M. Buenerd, notes de cours DEA, ISN Grenoble.
3. Voir par exemple G. Bertsch and Ph.J. Siemens, Phys. Lett. B126 (1983) 9.
4. C. Werntz et H. Uberall, Phys. Rev. 149 (1966) 762 ;
M. Kirson, Nucl. Phys. A257 (1976) 58.
5. M. Buenerd et coll., Phys. Lett. B84 (1979) 305.
6. M. Buenerd in : "Nuclear Physics, Proceedings of the workshop, Trieste, October 1981", edited by C.H. Dasso, (Amsterdam, North-Holland, 1982) p. 361 ; M. Buenerd, J. de Phys. 45 (1984) 115 ;
D. Lebrun, thèse d'état, Université de Grenoble, 1981.
7. M. Buenerd et coll., Lecture Notes in Physics, vol. 158 (Springer Verlag, 1981) p. 303.
8. Y.W. Lui et coll., Phys. Rev. C31 (1985) 1643 et références de cet article.
9. H. Stöcker, W. Greiner et W. Scheid, Z. Phys. A286 (1978) 121.
10. R. Stock et coll., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1236.
11. J.W. Harris et coll., Phys. Lett. B153 (1985) 377.
12. L. Landau et E. Lifshitz, Mécanique des Fluides, (Editions MIR), chapitre VI ;
J.M. Pitoris, D. Hahn et H. Stöcker, Comptes-rendus de l'école d'Erice, Juin 1985.
13. M. Sano et coll., Phys. Lett. B156 (1985) 27.
14. B. Friedmann et V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. A361 (1981) 502.
15. J. Boguta et H. Stöcker, Phys. Lett. B120 (1983) 289.
16. A. Sandoval et coll., Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 814.
17. Y. Kitazoe, Prog. Theor. Phys., 73 (1985) 1191.



LES NOYAUX CHAUDS

J. GALIN

GANIL, Caen



Résumé : Les ions lourds accélérés à quelques dizaines de MeV/u offrent la possibilité de très fortement exciter des noyaux. En fait, et en fonction du paramètre d'impact, on atteint toute une distribution d'énergies dissipées. Il y a donc nécessité de trier les différentes voies de sortie en considérant des observables globales telles que l'impulsion transférée du projectile vers la cible ou l'énergie déposée dans le système. Ensuite et pour pouvoir parler de "noyaux chauds", il faut rechercher les preuves de l'établissement d'un véritable équilibre thermique. Enfin, peut-on commencer une étude approfondie des caractéristiques de ces noyaux chauds et en particulier, mettre en évidence, de façon beaucoup plus nette qu'à température réduite, le caractère dynamique de leur désexcitation. L'espace des phases ne gouverne plus le refroidissement et cela est particulièrement évident dans la compétition fission-évaporation de particules légères.

Abstract : Heavy ions accelerated at a few tens of MeV/u give a unique opportunity for studying highly excited nuclei. As a matter of fact and depending on the impact parameter a broad distribution of energy deposits is reached. Thus, there is first a need to select out the different exit channels by considering global observables such as the linear momentum transferred from the projectile to the target nucleus or the energy damping. Then, before speaking of "hot nuclei" one has to establish that a full thermal equilibrium has been reached. Only at this stage a study of the properties of the hot species can be carried out. In particular one can clearly demonstrate the dynamical character of the deexcitation. Phase space does not govern any longer the cooling process as it essentially does at moderate temperatures and this is best seen when considering the competition between a rather slow mode such as fission and faster light particle evaporation.

1. INTRODUCTION

Avec l'avènement des faisceaux d'ions lourds accélérés à des vitesses correspondant à plusieurs dizaines de MeV par nucléon, il est possible de produire des noyaux dans des états très excités. En effet, par leur masse, les projectiles lourds permettent de transférer beaucoup plus d'impulsion et donc de déposer beaucoup plus d'énergie que ne le feraient des projectiles plus légers de vitesse similaire. Si, comme l'ont montré St Laurent et al¹, la stricte proportionnalité ne peut s'appliquer en partant des projectiles les plus légers H, ²H ou ⁴He ; en revanche dans les domaines de masse correspondant aux projectiles ¹²C, ¹⁴N, ¹⁶O, ²⁰Ne et ⁴⁰Ar, à vitesse inférieure à 30 MeV/u, les données expérimentales semblent indiquer que le transfert d'impulsion du projectile à la cible, le plus probable, est approximativement proportionnel à la masse de ce projectile.

Comme nous le verrons en détail, il n'est pas du tout équivalent, quant à l'efficacité du

transfert d'impulsion (ou de la dissipation en énergie) d'utiliser des projectiles de même énergie cinétique mais de masse et donc de vitesse différentes. A faible vitesse relative les effets du champ moyen sont dominants et la dissipation procède essentiellement par réflexion des nucléons sur les barrières de potentiel (dissipation à un corps). En revanche, avec l'augmentation de vitesse et les contraintes moins strictes imposées par le principe d'exclusion de Pauli, les collisions N-N (dissipation à deux corps) jouent un rôle de plus en plus important, minimisant celui du champ moyen. Comme nous le vérifierons tant par des simulations théoriques que par des résultats expérimentaux, le dépôt d'énergie dans le noyau cible devient de moins en moins effectif quant la vitesse d'interaction croît et quand l'effet du champ moyen est réduit.

Toutes les considérations sur la dynamique de la collision sont extrêmement importantes dans la mesure où le choix des paramètres de la voie d'entrée détermine l'importance de la dissipation. Avant d'étudier les propriétés des noyaux chauds, il est indispensable de bien maîtriser leurs conditions de production. De plus, en fonction du paramètre d'impact des collisions, toute une distribution de noyaux plus ou moins excités est obtenue. Il s'avère donc nécessaire et en priorité à l'étude de leur désexcitation de disposer des méthodes expérimentales permettant de trier les noyaux produits en filtrant les événements en fonction du dépôt global d'énergie ou encore en fonction du transfert de moment du projectile vers la cible. Nous illustrerons les voies expérimentales qui peuvent être suivies par quelques exemples.

Au-delà de la mise en évidence de leur existence, c'est le comportement des noyaux chauds qui suscite beaucoup d'intérêt. A la différence des noyaux à faible température pour lesquels la désexcitation est essentiellement régie par l'espace de phase disponible, des effets dynamiques se manifestent de plus en plus nettement à haute température. Nous illustrerons ces effets dans le cas de la désexcitation d'un système très fissile et nous montrerons comment l'émission avant fission de particules chargées peut être interprétée.

Enfin, nous aborderons le problème relatif à la limite en stabilité des noyaux chauds. Jusqu'où peut-on élever la température d'un noyau avant que ce dernier perde toute stabilité ? Est-il possible de mettre en évidence cette limite dans les collisions d'ions lourds ?

Le cours sera ordonné de la façon suivante : Nous considérerons d'abord les mécanismes de réaction qui permettent de décrire le processus dissipatif. Ensuite, nous illustrerons les différentes approches expérimentales permettant de filtrer les collisions en fonction de leur violence, en utilisant les variables globales liées, soit au dépôt d'énergie, soit au transfert d'impulsion. Nous examinerons ensuite un cas particulier pour lequel nous disposons d'un faisceau d'arguments montrant que l'énergie déposée est thermalisée. Nous mettrons en évidence les effets dynamiques qui se manifestent dans la désexcitation de ces noyaux relativement chauds ($T \approx 5$ MeV). Enfin, nous discuterons la question de la limite de stabilité des noyaux chauds à la lumière des travaux théoriques et de possibles indices expérimentaux.

2. DISSIPATION AUX ENERGIES INTERMEDIAIRES : LES EFFETS COMBINES DES COLLISIONS NN ET DU CHAMP

MOYEN.

L'influence conjuguée des collisions NN et du champ moyen dans les collisions de noyaux lourds aux énergies intermédiaires (20 à 100 MeV/u) a pu être étudiée récemment par des approches semi-classiques. Des calculs dynamiques basés sur l'équation de Landau-Vlassov⁷ ou l'équation de Boltzmann⁸ pour la fonction de distribution à un corps permettent de simuler la collision de deux noyaux. Ces approches, dont nous n'essaierons pas ici de justifier toutes les hypothèses, incluent à la fois les effets du champ moyen et les termes de collision avec un blocage de Pauli approprié. Il a pu être montré que le comportement asymptotique était réaliste, à savoir : de grandes similitudes à basse énergie de bombardement avec les résultats dérivés d'un traitement TDHF, et, à l'opposé, à haute énergie, un bon accord avec une description en terme de cascades intranucléaires. On peut donc penser qu'entre ces extrêmes les simulations peuvent rendre compte des phénomènes de façon convenable.

En nous basant sur un travail récent de J. Aichelin⁸, nous illustrerons l'influence sur la collision de trois paramètres importants : le degré de recouvrement des deux noyaux (paramètre d'impact), la vitesse relative d'approche et la masse respective des deux partenaires. Nous ne perdrons pas de vue dans ce contexte, l'aspect dissipation en énergie, sujet principal de ce cours.

a) Influence du paramètre d'impact

Considérons d'abord l'influence du paramètre d'impact⁸ pour des collisions C + Au à 85 MeV/u⁸. (Notons qu'un tel système a été étudié au SC du CERN^{9,10} et qu'il est accessible au GANIL). Les images données dans la figure 1 représentent l'évolution de la distribution à un corps des particules en fonction du temps. Ces particules, considérées comme des particules tests dans le calcul, sont en fait 100 fois plus abondantes que les nucléons impliqués lors de la collision (il y en a 16 par fm³) et l'image représente une superposition d'états, résultats d'une répétition de la simulation. Les particules sont repérées dans l'espace (Z-X), Z étant la direction du projectile et X la direction perpendiculaire. Il n'y a pas de distinction entre protons et neutrons et si l'effet coulombien sur la trajectoire est pris en compte dans la voie d'entrée, il est ignoré après le début de l'interaction. Notons encore que l'émission de particules composites n'est pas considérée dans ces simulations.

Dans le cas d'un faible paramètre d'impact ($b = 2.5$ fm), il est montré qu'au bout de $t \approx 10^{-22}$ s (40 fm/c), les nucléons du projectile ont perdu 70 % de leur moment, et ceci principalement par collisions N-N. A $t = 80$ fm/c, environ 3 nucléons du projectile et 7 de la cible sont émis. Leur distribution est loin d'être isotrope, car le temps d'interaction n'a pas été suffisamment long pour permettre plus d'une collision pour nombre d'entre eux. Ces dix nucléons évacuent environ la moitié de l'énergie cinétique disponible. Ensuite et comme nous pouvons le voir en détail sur la figure 2, les nucléons incidents étant en moyenne fortement ralentis, le blocage de Pauli devient très efficace et c'est le champ moyen qui apparaît essentiellement responsable de la

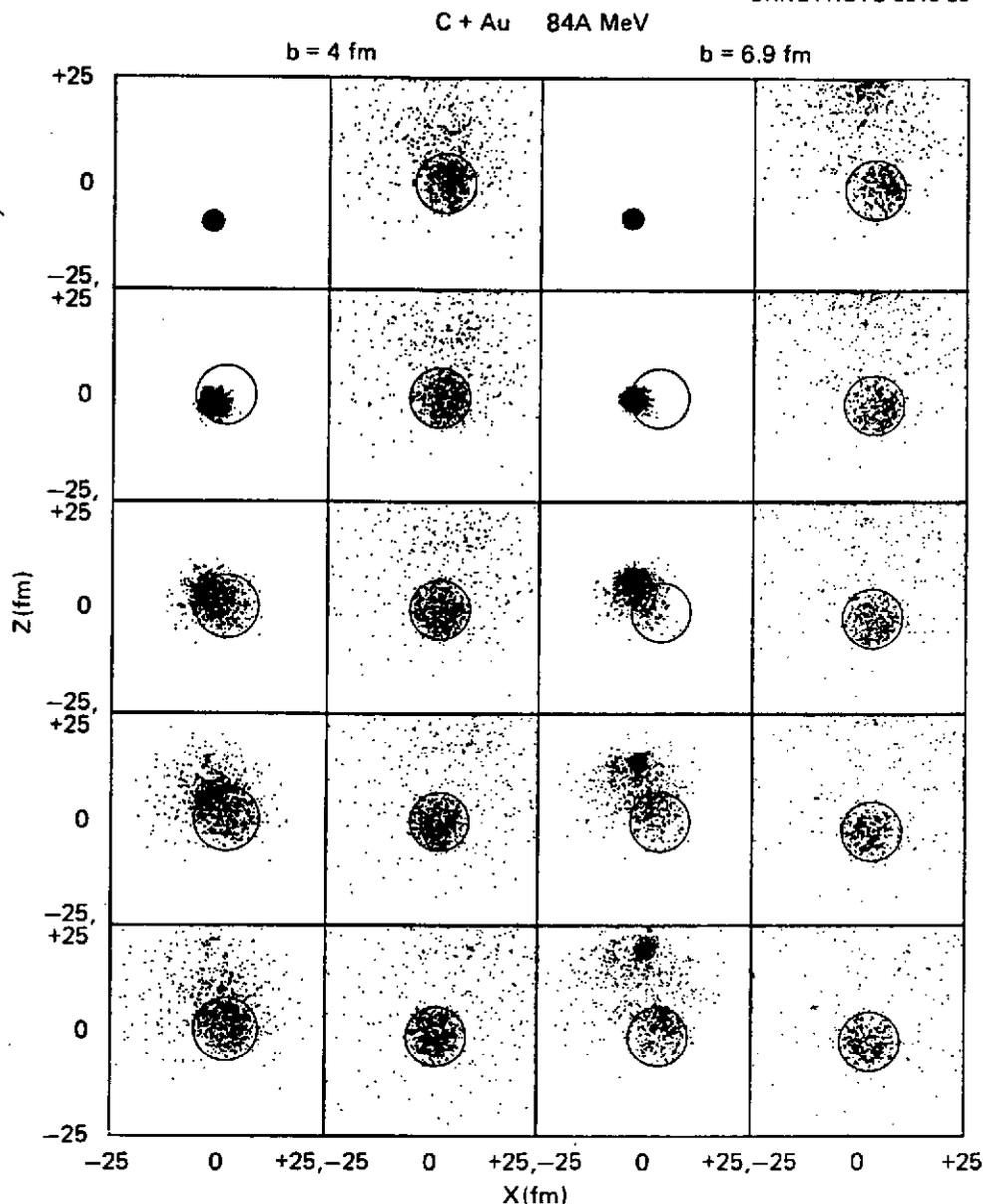


Fig. 2 Idem fig. 1 avec seulement les particules du projectile. L'enveloppe du noyau cible est matérialisée par un cercle⁸. Les intervalles de temps sont de 20 fm/c.

nucléons du projectile sans beaucoup d'influence sur la cible. Quand les nucléons atteignent le mur de potentiel, beaucoup n'arrivent pas à le franchir mais en revanche parviennent à étirer l'ensemble du système. La tension qui en résulte renverse le mouvement des nucléons en direction opposée, entraînant progressivement ceux de la cible. Ainsi se développe une vibration isoscalaire presque amortie après 200 fm/c. On peut également constater que les positions moyennes des nucléons provenant du projectile et de la cible coïncident alors pratiquement (Fig. 3-droite). Après un temps de l'ordre de $6 \cdot 10^{-22}$ s, on peut considérer l'équilibre thermique du système comme complètement réalisé et cela se traduit par une émission de particules de plus en plus isotrope.

Au paramètre d'impact $b = 4.7$ fm les nucléons du projectile ont beaucoup moins de matière de

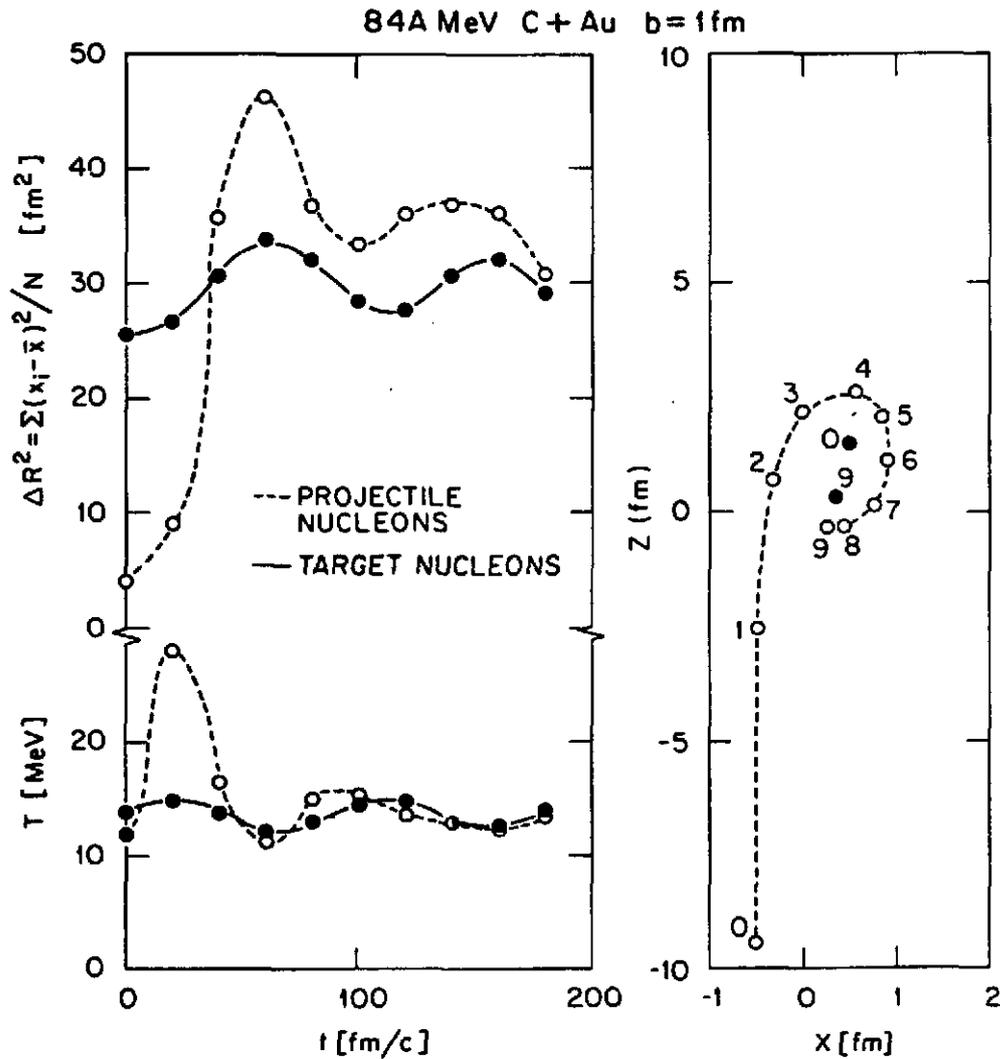


Fig. 3 A gauche : évolution des seconds moments des distributions spatiales (ΔR^2) et des distributions de moment (T) en fonction du temps ; les nucléons appartenant originellement au projectile et à la cible sont considérés séparément. A droite, les positions moyennes sont portées pour des intervalles de temps successifs de 20 fm/c⁸.

la cible à traverser. Leur libre parcours moyen devenant du même ordre de grandeur ou supérieur à l'"épaisseur" effective de la surface du noyau cible, ce dernier est plus transparent. Moins d'énergie est dissipée que dans le cas précédent, plus de particules sont émises vers l'avant. Ceci se traduit par une multiplicité plus réduite de particules isotropes (Fig.1).

Pour des collisions encore plus périphériques ($b = 6.9$ fm), une partie du projectile peut ne pas être affectée par la cible et survivre en tant que noyau. L'énergie dissipée est alors très réduite.

Tous ces comportements en fonction du paramètre d'impact sont bien évidemment des comportements moyens. On conçoit aisément que les distributions autour des valeurs moyennes des grandeurs concernées (transfert d'impulsion, énergie dissipée) puissent être non négligeables. En conséquence, s'il est possible qu'une collision assez centrale et une beaucoup plus périphérique conduisent finalement à une indiscernabilité au niveau des observables globales : moment linéaire

transféré ou énergie dissipée, il faudrait alors avoir recours à d'autres observables pour les distinguer. Cela pourrait être le moment angulaire du noyau de fusion, ou la multiplicité, ou la taille des noyaux et particules légères accompagnant ce dernier. Il est en effet hautement improbable qu'un agrégat de nucléons puisse survivre à une collision centrale avec une vitesse essentiellement conservée, dans ce domaine d'énergies incidentes, à la différence des collisions périphériques.

b) Influence de l'énergie incidente

L'influence de l'énergie incidente dans le processus de dissipation est bien mise en évidence pour des collisions centrales dans la figure 4. Le cas intermédiaire à $E = 84$ MeV/u a été considéré

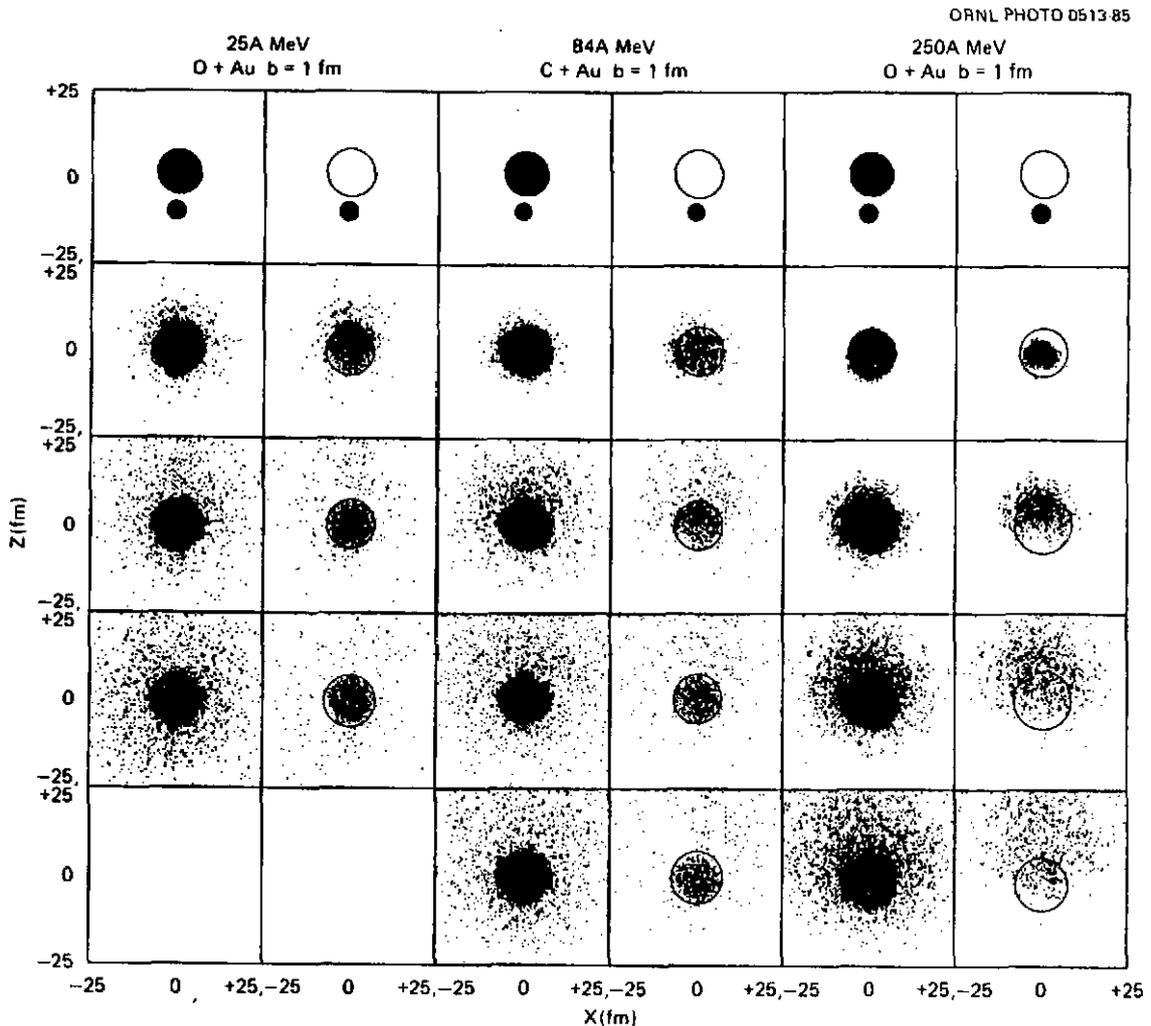


Fig. 4 Les trois collisions sont considérées avec le même paramètre d'impact $b = 1$ fm et des intervalles de temps de 80, 40 et 20 fm/c pour les projectiles à 25, 84 et 250 MeV/u respectivement. Alors que les colonnes de gauche incluent tous les nucléons, seuls ceux du projectile sont représentés à droite avec l'enveloppe du noyau cible⁸.

précédemment et nous servira de point de comparaison. A plus basse énergie (25 MeV/u), le blocage de Pauli est tel que la dissipation reste essentiellement à un corps. Peu de particules s'échappent du système et une très large fraction de l'énergie incidente peut être thermalisée. Ce résultat est bien confirmé expérimentalement puisqu'une série de données^{2,6} mettant en jeu des

projectiles de C, N, O, Ne et Ar à des énergies inférieures à 30 MeV/u, ont montré qu'une large fraction de la section efficace correspondait à des fusions avec transferts d'impulsion voisins de 80 % de l'impulsion initiale. Aussi, quand le rôle du champ moyen est dominant, l'influence du paramètre d'impact sur la dissipation est beaucoup moins grande. On sait bien qu'à faible énergie incidente (< 10 MeV/u), la fusion pour un système comme O + Au représente au moins 80-90 % de la section efficace de réaction et qu'une large gamme de paramètres d'impact doivent contribuer. Dans les collisions Ar + U⁶ induites à 27 MeV/u, le fait de retrouver environ la moitié de la section efficace de réaction pour des collisions très dissipatives ($\frac{\Delta p}{p} \approx 80\%$) indique que la géométrie de la collision ne doit pas encore jouer un rôle prépondérant. Il en va bien sûr tout autrement à 250 MeV/c où les collisions N-N ont un rôle majeur. Là, la dissipation est plus directement liée à l'épaisseur de matière vue par le projectile c'est-à-dire à la géométrie de la collision.

a) Influence de la taille de la cible

La dépendance de la taille de la cible sur la dissipation est fonction de l'énergie du projectile. A énergie élevée, quand les collisions N-N jouent un rôle essentiel, le choix du noyau cible, par son diamètre, a un effet équivalent au paramètre d'impact : plus le projectile rencontre de matière, plus la dissipation est grande. Remarquons cependant qu'en terme de "chauffage", le bilan global n'est pas évident a priori puisque pour atteindre la même température (ou la même énergie d'excitation par nucléon) le dépôt d'énergie doit aussi rester proportionnel au volume global du système.

A basse énergie, quand le champ moyen joue un rôle important, la taille de la cible est vraisemblablement d'importance moindre quant à la dissipation.

Pour conclure ce chapitre sur les mécanismes de dissipation et sur leurs conséquences quant à la formation de noyaux chauds, quelques remarques générales peuvent être faites. Le régime de dissipation à un corps est sans doute le plus efficace pour déposer une large fraction de l'énergie du projectile dans le système projectile-cible. De plus, il permet cette dissipation pour un nombre important d'ondes partielles (section efficace substantielle). On peut ainsi former des noyaux excités ou très excités avec toute une distribution de spins. (Ceci n'est pas nécessairement un avantage si l'on veut séparer l'influence des variables température et spin lors de l'étude de la désexcitation). Pour une cible donnée (U ou Th par exemple) et à même vitesse, le transfert d'impulsion et l'énergie déposée par des projectiles lourds jusqu'à 30 MeV/u sont environ proportionnels à leur masse. On gagne ainsi environ un facteur 3 (ou $\sqrt{3}$ sur T) en passant du projectile carbone à l'argon. Peut-on encore gagner en augmentant la masse du projectile ? On sait qu'à basse énergie les effets coulombiens deviennent tels que la formation d'un noyau de fusion devient difficile. Cependant, l'énergie n'en est pas moins dissipée dans des réactions très inélastiques et globalement l'énergie dissipée par nucléon est très voisine de ce qu'elle serait pour un noyau de fusion. (La différence provient du Q de la réaction et de l'énergie coulombienne dans la voie de sortie pour la réaction très inélastique. L'importance relative de ces deux termes s'amenuise

avec l'augmentation de l'énergie d'excitation). Un exemple significatif est celui de la collision Mo + Mo étudiée par Gobbi et al¹¹ jusqu'à 19 MeV/u, et pour laquelle une très importante dissipation a été observée.

Au-delà d'une trentaine de MeV par nucléon incident, l'interprétation des données expérimentales n'est pas dénuée d'ambiguïté. Lorsque l'on observe dans la voie de sortie des noyaux résidus de fusion¹² après évaporation ou, pour des cibles lourdes, des fragments de fission¹³, les sections efficaces associées aux transferts d'impulsion les plus grands diminuent très brutalement. Deux explications sont plausibles. La première, liée à un effet de la voie d'entrée, indiquerait une chute d'efficacité du processus dissipatif suite à un affaiblissement rapide de l'influence du champ moyen. La seconde explication, au contraire, ferait appel à un changement de comportement des noyaux les plus chauds formés. Ces derniers, au lieu d'évaporer en séquence des particules essentiellement légères (isotopes de H et He) ou au lieu de fissionner (pour les cibles plus lourdes) pourraient se briser en de multiples fragments de masses intermédiaires. Dans un tel cas, ces voies de sortie échapperaient totalement aux méthodes d'investigation visant à détecter soit un résidu de fusion après évaporation, soit une fission binaire. A notre connaissance, la seule expérience où de tels événements de multifragmentation pourraient avoir été observés est l'irradiation d'émulsions nucléaires¹⁴ (Ag Br) par un faisceau de C. Un exemple est donné par la figure 5. Les

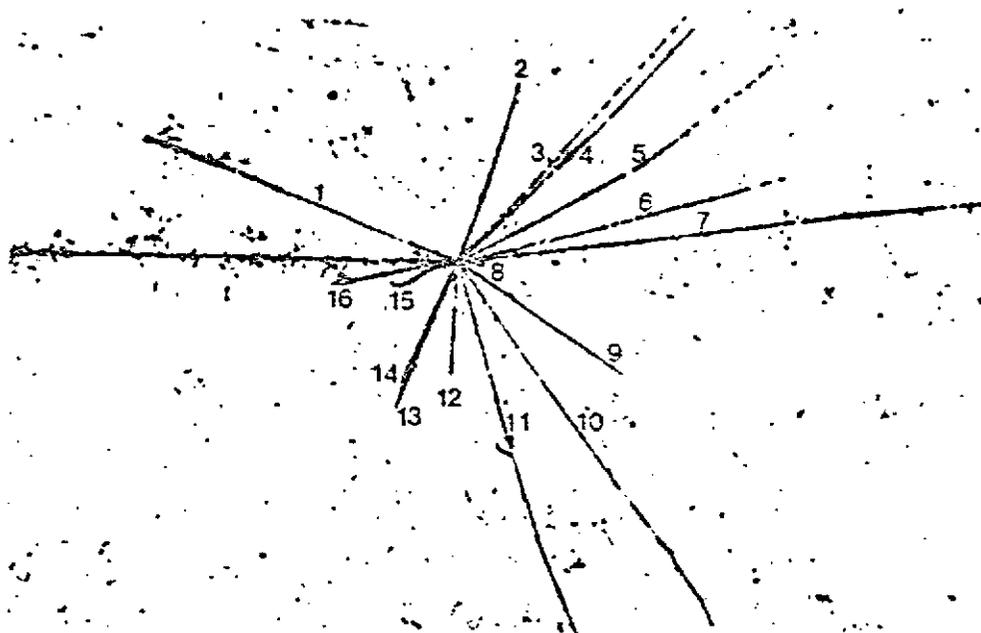


Fig. 5 Exemple de collision nucléaire avec multiplicité élevée de fragments¹⁴.

16 noyaux détectés pour cet événement : 4H, 7He, 3Li, 2Be pourraient représenter en charge l'essentiel du système C + Br. (Si l'on suppose que l'interaction s'est produite sur Br et non sur Ag).

Il ne resterait alors aucun résidu massif vers l'avant. Malheureusement, ces derniers restent souvent en dessous du seuil de détection de ce type de détecteur et l'ambiguïté de la cible demeure.

3. COMMENT FILTRER LES EVENEMENTS EN FONCTION DE LA DISSIPATION : LES APPROCHES EXPERIMENTALES

Plusieurs types d'approches permettent de déterminer l'importance de la dissipation lors d'une collision. Elles s'appuient sur des observables globales liées au transfert d'impulsion du projectile vers la cible, ou liées à la désexcitation. Dans le premier cas, l'impulsion communiquée au noyau cible dans la collision est déterminée à partir des caractéristiques cinématiques, soit des résidus d'évaporation pour les cibles légères^{12,15} peu fissiles, soit des fragments de fission pour les cibles très fissiles^{2,6}. Dans les deux cas, les caractéristiques primaires sont modifiées du fait de la désexcitation. Les masses et impulsions mesurées après évaporation devraient être corrigées des quantités correspondantes disparues par évaporation. Pour des systèmes légers mais chauds, la partie observée dans les résidus peut ne représenter qu'une faible fraction des quantités originales. Des corrections parfois importantes s'imposent donc. L'évaporation a aussi un effet d'élargissement non négligeable sur la direction d'émission et la vitesse des résidus ou fragments de fission. Même si ces quantités moyennes sont préservées, la détermination événement par événement du transfert d'impulsion en utilisant les caractéristiques cinématiques des résidus d'évaporation ou des fragments de fission souffre d'une imprécision non négligeable. Notons enfin que dans le cas de la fission, la distribution en masse et en vitesse des produits de fission est à l'origine d'un autre effet d'élargissement qui lui peut être essentiellement corrigé quand les vitesses des deux fragments sont déterminées expérimentalement¹³.

Notons encore que généralement dans ces mesures d'impulsion, la composante transverse est négligée pour ne retenir que la composante parallèle au faisceau. Ceci est bien évidemment incorrect pour toutes les collisions périphériques conduisant à une fusion incomplète avec le résidu du projectile émis avec toute une distribution centrée autour de la direction du faisceau. Remarquons enfin que toutes les particules directes émises lors de la collision, ou encore avant l'équilibre et donc essentiellement vers l'avant et qui ne contribuent pas (ou pas entièrement) à la dissipation en énergie transportent l'impulsion complémentaire. Une mesure directe de cette dernière est délicate. Outre le fait que particules chargées et neutrons devraient être mesurés, il serait nécessaire de disposer d'un ensemble de détection avec faible angle mort dans la direction du faisceau et petite granularité (probabilité importante d'observer des produits de faible impulsion relative¹⁶).

La détermination de la violence d'une collision par le biais de l'importance de la désexcitation peut se faire soit en détectant les noyaux résidus de l'évaporation ou les fragments de fission refroidis, soit en mesurant les particules évaporées (n , $^1,2,3\text{H}$, $^3,4,6\text{He}$, Li).

La dépendance en masse des résidus (ou des fragments de fission) n'est pas univoque comme le montre très bien la figure 6¹² : dans une collision périphérique, gains et pertes de nucléons

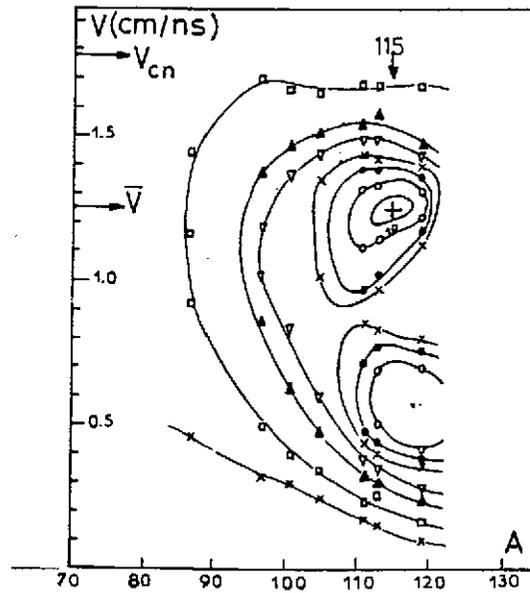


Fig. 6 Distribution en masse et vitesse des résidus d'évaporation dans la collision ^{40}Ar (27.4 MeV/u) + $^{124}\text{Sn}^{12}$.

par la cible sont faibles mais le bilan peut être équivalent à celui d'une collision centrale où gains et pertes sont plus importants mais restent globalement semblables. La connaissance de la vitesse (ou du parcours) en plus de la masse s'impose donc.

La mesure de l'abondance et de la distribution des particules résultant de la désexcitation peut également apporter des informations très précises sur la violence de la collision. Puisqu'il n'existe encore aucun dispositif expérimental simple permettant de mesurer simultanément et sur 4π , particules chargées et neutrons, le choix du système étudié peut permettre de privilégier l'émission d'un type de particules ou de l'autre. Ceci est bien mis en évidence dans la comparaison des deux systèmes $^{92}\text{Mo} + ^{92}\text{Mo}^{11}$ ($N/Z = 1.19$) et $^{20}\text{Ne} + ^{238}\text{U}^{17}$ ($N/Z = 1.53$). Dans le premier cas l'isospin du système favorise l'émission de particules chargées, dans le second, en revanche, ce sont les neutrons qui l'emportent. Même si la quasi totalité des particules émises ne sont pas chargées dans le premier exemple et des neutrons dans le second, les uns et les autres demeurent d'excellents observables comme l'illustrent les figures 7 et 8. La multiplicité des particules chargées (H, He) croît de façon continue avec le dépôt d'énergie (déduit de l'énergie cinétique résiduelle des fragments). De même, la multiplicité moyenne des neutrons croît avec le transfert d'impulsion du projectile vers la cible (déduit de l'angle de corrélation des fragments de fission).

Soulignons à ce point une différence essentielle avec l'utilisation de la multiplicité de particules qui a été faite dans les collisions aux énergies BEVALAC ou SATURNE. Dans ces colli-

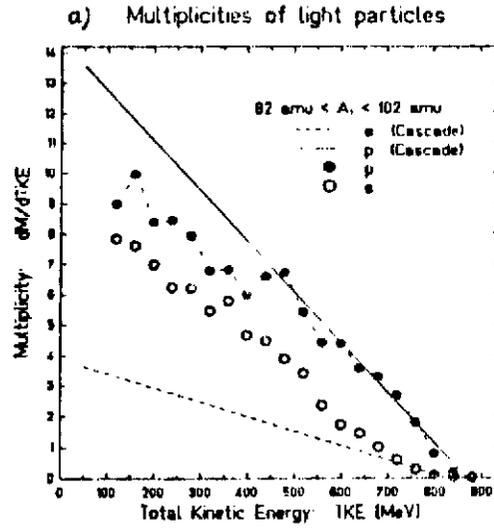


Fig. 7 Multiplicités des particules chargées en fonction de l'énergie cinétique des fragments mesurées dans les collisions $^{92}\text{Mo} + ^{92}\text{Mo}$ à 19 MeV/u. 11

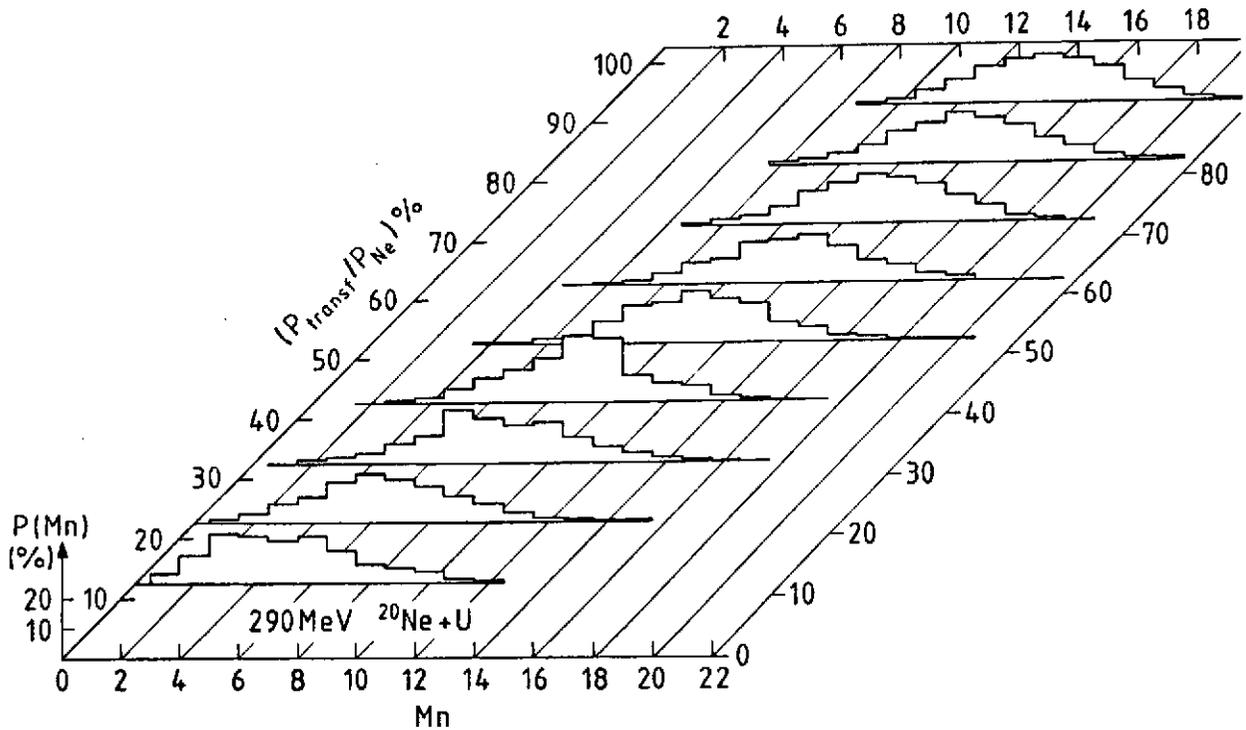


Fig. 8 Distributions des multiplicités de neutrons en fonction du transfert d'impulsion mesurées dans les collisions Ne (14.5 MeV/u) + U^{17} .

sions, les particules détectées proviennent essentiellement de l'éclatement de la zone participante et peu de la désexcitation des résidus spectateurs projectile et cible ; la multiplicité traduit alors le recouvrement des deux partenaires. En revanche, dans le cas des collisions considérées (figures 7 et 8), la vitesse d'approche est suffisamment faible pour que les effets de champ moyen restent dominants et que les particules soient essentiellement le résultat d'une évaporation après thermalisation et non celui d'une émission plus directe.

Le cas de la fission est particulièrement intéressant, puisqu'à cause de leur grande richesse en neutrons, les fragments de fission peuvent convertir d'importantes quantités d'énergie d'excitation ($E^* \approx 300$ MeV) en émettant presque exclusivement des neutrons. Les prédictions d'un modèle de fusion (fusion plus ou moins complète) conduisent à des multiplicités de neutrons très proches de celle mesurées¹⁷ (Figure 9). On dispose ainsi d'un véritable calorimètre dont l'utilisation

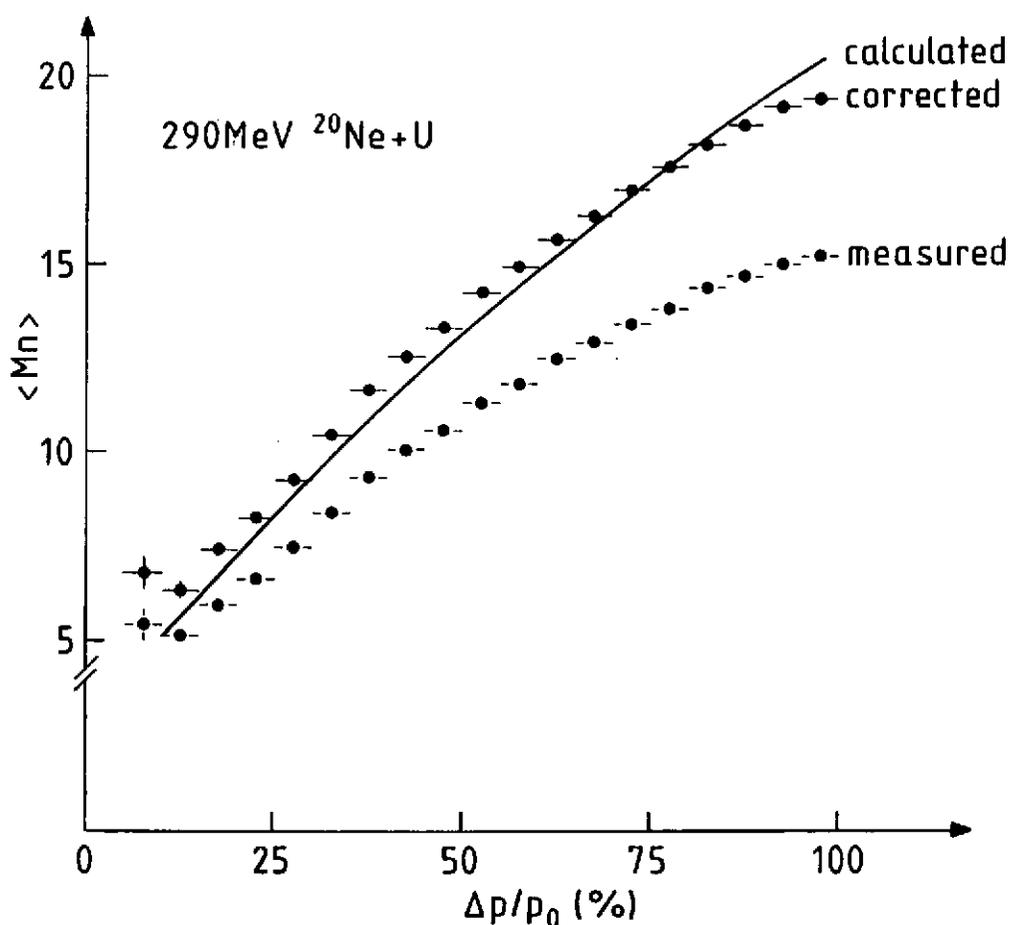


Fig. 9 Comparaison entre les multiplicités moyennes de neutrons mesurées et calculées par un modèle de fusion¹⁷.

s'avère extrêmement précieuse dans l'étude des mécanismes de réaction puisqu'il est sensible aux dépôts d'énergie dans une gamme allant de quelques MeV à plusieurs centaines de MeV (voire même 1 GeV).

Apportons quelques précisions sur le détecteur de neutrons¹⁸. C'est une sphère d'un mètre de diamètre remplie de scintillateur liquide chargé de 0.4 % de Gd. Les neutrons émis sont thermalisés par le liquide organique avant d'être capturés par le Gd ($\sigma_{\text{capture}} \approx 10^5$ barns). Les γ de

capture sont détectés par une série de photomultiplicateurs régulièrement disposés sur la paroi extérieure de la sphère. La répartition des captures s'étale sur quelques dizaines de microsecondes ; cette propriété est essentiellement pour la détection en séquence de neutrons émis simultanément. Ainsi, en quelque sorte, les neutrons sont mis sur une file d'attente pour être dénombrés. La géométrie est proche de 4π : seule une ouverture est destinée au passage du faisceau, la cible étant positionnée au centre de la boule. L'efficacité d'un tel détecteur dépend de l'énergie cinétique des neutrons. Testée avec une source de Cf, elle atteint 80 à 90 % ($\langle E \rangle = 2.2$ MeV). La chute d'efficacité est de l'ordre de 20 % pour des neutrons de 10 MeV¹⁸.

4. EXEMPLE DE MISE EN EVIDENCE DE LA FORMATION DE NOYAUX LOURDS ET CHAUDS DANS LES COLLISIONS

Ar (27 MeV/u) + U

Ni la connaissance d'un transfert d'impulsion, ni celle de la disparition dans le bilan cinématique d'une part de l'énergie incidente ne permettent d'affirmer qu'une thermalisation d'un ensemble important (voire la totalité) de nucléons du système projectile-cible a été réalisée. On rencontre pourtant souvent dans la littérature l'expression d'une dissipation traduite sous forme de température, ce qui est tout à fait abusif. L'équilibre complet en température d'un système étendu de nucléons peut requérir un temps de l'ordre de $5 \cdot 10^{-22}$ s comme le suggèrent les simulations⁸. Ce temps serait comparable aux temps caractéristiques d'émission de neutrons calculés pour des noyaux de Pb chauffés à plus de $T = 3$ MeV^{19,20}. L'établissement d'un équilibre thermique pour l'ensemble du système dans une collision de noyaux lourds et l'obtention d'une température d'équilibre sont donc des problèmes bien réels. Il est nécessaire de rechercher les évidences expérimentales d'un équilibre thermique avant de pouvoir avancer des valeurs de température. L'observation d'une distribution isotrope et de spectres maxwelliens caractéristiques de l'état du système émetteur (barrière coulombienne, température, spin, déformation) dans son système de référence constituent généralement les meilleurs indices de l'obtention d'un équilibre thermique.

Une analyse a été réalisée sur les particules chargées légères (H, He) émises dans la collision C ou Ar + U^{21,22}. Les collisions conduisant aux grands transferts d'impulsion (80 ± 20 %) sont tout d'abord filtrées en imposant une fenêtre sur l'angle relatif d'émission des fragments de fission. On espère ainsi retenir celles ces collisions pour lesquelles les plus larges dissipations en énergie sont atteintes, et ce sont ces événements pour lesquels des températures moyennes d'équilibre ont été recherchées.

Une première analyse²² réalisée en intégrant en angle et en énergie les multiplicités différentielles des particules émises dans le plan de fission et en supposant des multiplicités analogues dans tous les autres plans, permet de déterminer les multiplicités totales moyennes, par excès, de l'ordre de trois He et de quatre H pour de tels événements. Une analyse, dont les détails suivront, permettra de montrer qu'environ la moitié de ces particules chargées, essentiellement émises vers l'avant, ne peuvent pas être assimilées à des particules d'équilibre et contribuent en fait à l'évacuation de 20 % de l'impulsion moyenne du projectile, non observée par le biais de l'angle relatif d'émission des fragments de fission. Preuve est ainsi faite que très peu de

particules chargées résultent du refroidissement du système et que les neutrons, non observés dans cette expérience, doivent en conséquence évacuer la plus grande partie de l'énergie dissipée et donc être très nombreux (on estime à 40-50 leur multiplicité).

Les caractéristiques cinématiques des particules chargées ont été étudiées à l'aide d'une méthode Monte Carlo²³ simulant à la fois une évaporation isotrope antérieure à la fission par un système supposé en équilibre thermique et une évaporation postérieure à la fission par chacun des deux fragments également en équilibre thermique. Dans le système du laboratoire, les poids relatifs de ces diverses contributions dépendent des angles d'émission relatifs à ceux du faisceau (recul du système avant fission) et à ceux des fragments de fission (figure 10). Il a pu être montré qu'un bon accord avec l'expérience était atteint avec 80 % des particules He émises avant la fission. Pour ce faire, il a été nécessaire de préciser les caractéristiques d'émission des deux types d'émetteur : barrière coulombienne, température, spin et déformation. Le système évaporant avant fission est chaud (peu de particules chargées et vraisemblablement trop peu de neutrons émis permettent de le refroidir beaucoup), caractérisé par un large domaine de spins (lié à l'importante section efficace de fusion mesurée) et une grande déformation. En revanche, l'émission importante des neutrons, peu liés, permet aux fragments de fission de se refroidir notablement avant que l'émission de particules chargées intervienne. Le temps correspondant est considéré comme suffisant pour que les fragments de fission aient atteint une forme voisine de la sphéricité. Quant aux spins, ils sont réduits pour chaque fragment à 1/7 de celui du noyau avant fission. L'introduction justifiée de ces paramètres laisse libre le degré de déformation des noyaux évaporant avant fission. La pente des spectres expérimentaux mesurés aux angles arrière montre la nécessité d'une forte déformation moyenne. Ceci n'est pas vraiment surprenant : le noyau émetteur est sur la voie de la fission donc, en moyenne nécessairement déformé quand l'évaporation se manifeste.

Le fait que sur un large domaine angulaire ($60^\circ - 160^\circ$) les spectres expérimentaux puissent être reproduits par un processus d'évaporation essentiellement antérieur à la fission est un argument très fort manifestant l'atteinte d'un équilibre thermique. A 30° et 60° le désaccord à haute énergie résulte logiquement d'une composante de prééquilibre, nécessairement présente vers l'avant puisqu'en moyenne, pour les événements considérés 80 %, seulement de l'impulsion du projectile ont été transférés. Un indice supplémentaire du caractère thermique de l'émission de particules chargées est fourni indirectement par les caractéristiques de la fission. C'est en effet la fission qui interrompt l'évaporation des particules et ses caractéristiques sont celles d'une fission thermique : symétrique mais avec des distributions de masse très larges. Dans une fission thermique chaude, la variance de la distribution de masse croît linéairement avec la température²⁴.

En résumé, tant le comportement des particules chargées émises avant la fission que les caractéristiques de fission elles-mêmes apportent de solides arguments quant à l'établissement d'un équilibre thermique dans les collisions étudiées à grand transfert d'impulsion (7 GeV/c).

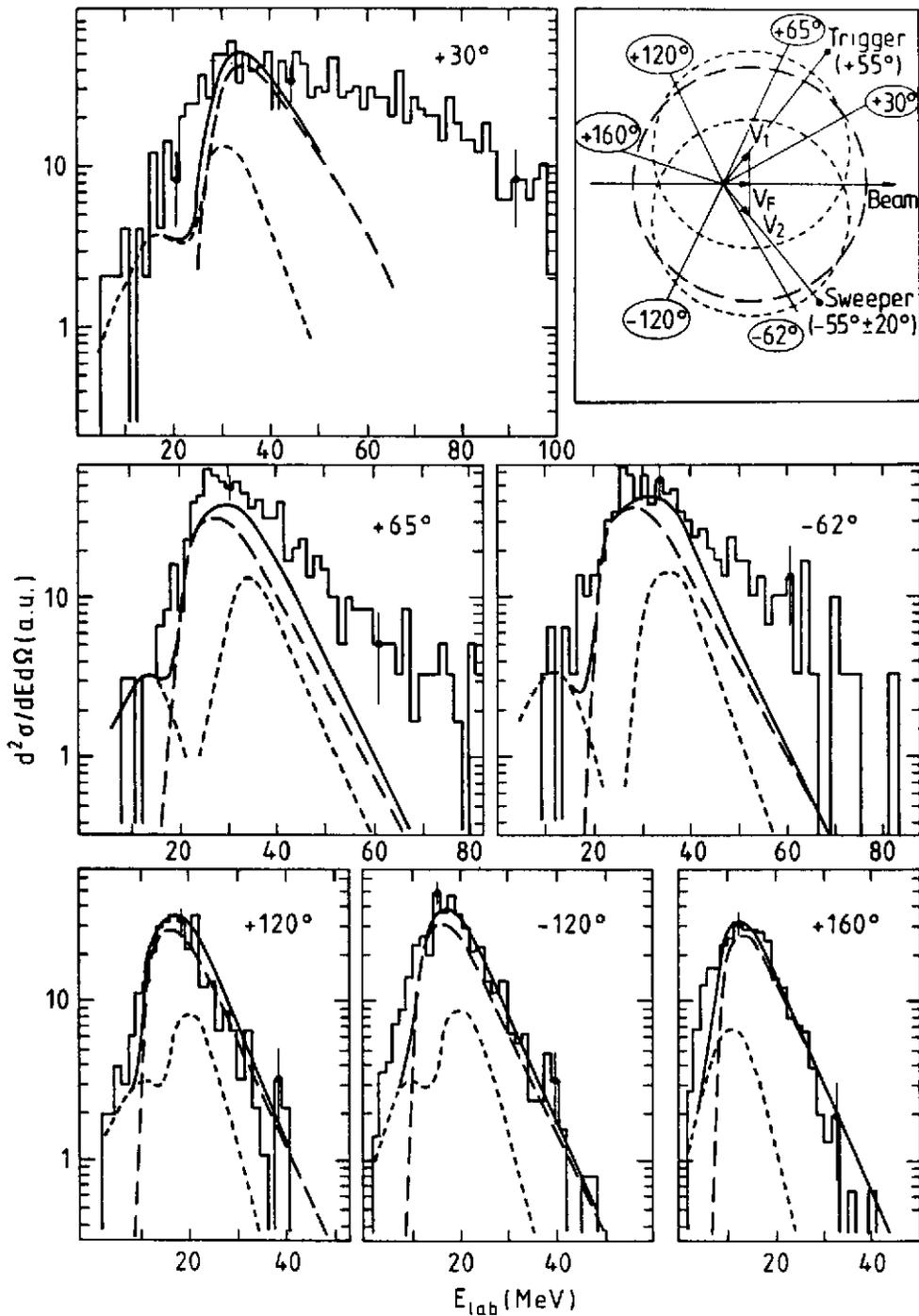


Fig. 10 Spectres en énergie de noyaux d'He (histogrammes) détectés dans cinq directions et en coïncidence avec deux fragments de fission détectés à $55^\circ \pm 3^\circ$ et $55^\circ \pm 20^\circ$ et filtrant les grands transferts d'impulsion. Les composantes d'évaporation calculées par méthode Monte Carlo apparaissent pour l'émission antérieure et postérieure à la fission en pointillés longs et courts respectivement, la courbe en trait plein représentant leur somme. Le système est Ar (27 MeV/u) + U22.

L'énergie thermalisée est voisine de 3 MeV/u soit en terme de température $T \approx 5$ MeV en prenant un paramètre de densité de niveau $a = A/8$. Une telle température d'émission se manifeste non seulement au niveau de la pente des spectres en énergie mais aussi de la valeur moyenne : $\langle E \rangle = B + 2T$.

Le paramètre $2T$ représente environ la moitié de B et son effet est donc très important. Notons également que grâce à la fission qui interrompt relativement tôt la chaîne d'évaporation, celle-ci est courte et les particules détectées avant fission restent caractéristiques de noyaux de température relativement bien définies et non d'une moyenne d'états allant du plus chaud aux plus froids. Ceci est bien évidemment très favorable à l'établissement des conclusions qui ont été tirées de l'étude de ce système. La compétition entre l'évaporation de particules et la fission permet d'aborder un autre aspect intéressant du comportement des noyaux chauds. Pour les grands transferts d'impulsion ($\approx 80\%$) et donc pour des noyaux de fusion de masse voisine de 270, avec spins et températures élevées (≈ 5 MeV), la barrière de fission n'existe plus. L'espace des phases est donc infiniment plus favorable à la fission qu'à l'évaporation de particules. Le fait que des particules évaporées aient été observées avec des multiplicités voisines de 1.5 traduit l'importance des effets dynamiques dans la voie de sortie. La fission implique l'excitation de modes collectifs beaucoup plus lents que le temps nécessaire à l'évaporation. Cet effet déjà observé à plus basse énergie d'excitation²⁵ voit son importance très accrue à haute température et ceci se traduit naturellement dans l'augmentation de la multiplicité. Des modèles théoriques décrivant la fission comme un processus de diffusion^{26,27,20} ont montré que durant un certain temps de transition nécessaire au système fissionnant pour atteindre un régime stationnaire, des particules pouvaient être évaporées. Une comparaison établie entre un modèle statistique standard et ce modèle dynamique²⁰ illustre parfaitement cet effet pour un noyau de Hg excité à 190 MeV (figure 11).

5. EST-IL POSSIBLE DE CHAUFFER D'AVANTAGE ?

Dans une série d'articles récents¹⁹ Levit et al ont montré qu'au-delà d'une certaine température, un noyau donné ne pouvant plus contenir l'énergie thermique, devait perdre toute stabilité et se désintégrer. Une température "d'ébullition" maximum peut être estimée intuitivement en se rappelant que dans un noyau les nucléons sont liés par 8 MeV en moyenne et qu'il faut donc apporter $E^* = 8 A$ MeV pour désintégrer un noyau en tous ses nucléons considérés comme constituants élémentaires.

En considérant un paramètre de densité de niveau $a = \frac{A}{8}$, la température d'ébullition correspondante serait de l'ordre de 8 MeV. Les températures critiques dérivées du modèle Hartree-Fock chaud¹⁹ sont sensiblement inférieures à cette valeur. Notons que, dans l'approche intuitive, $T = 8$ MeV suppose une désintégration complète, en nucléons, et que l'émission d'agrégats est énergiquement moins coûteuse et peut donc réduire la température d'ébullition. Existe-t-il à l'heure actuelle des indices expérimentaux mettant en évidence l'approche d'une température limite ? Si l'on considère le système Ar + U étudié par le biais de la fission, on note avec l'augmentation de l'énergie du projectile au-delà de 30 MeV/u²⁸ une diminution de la probabilité d'observation

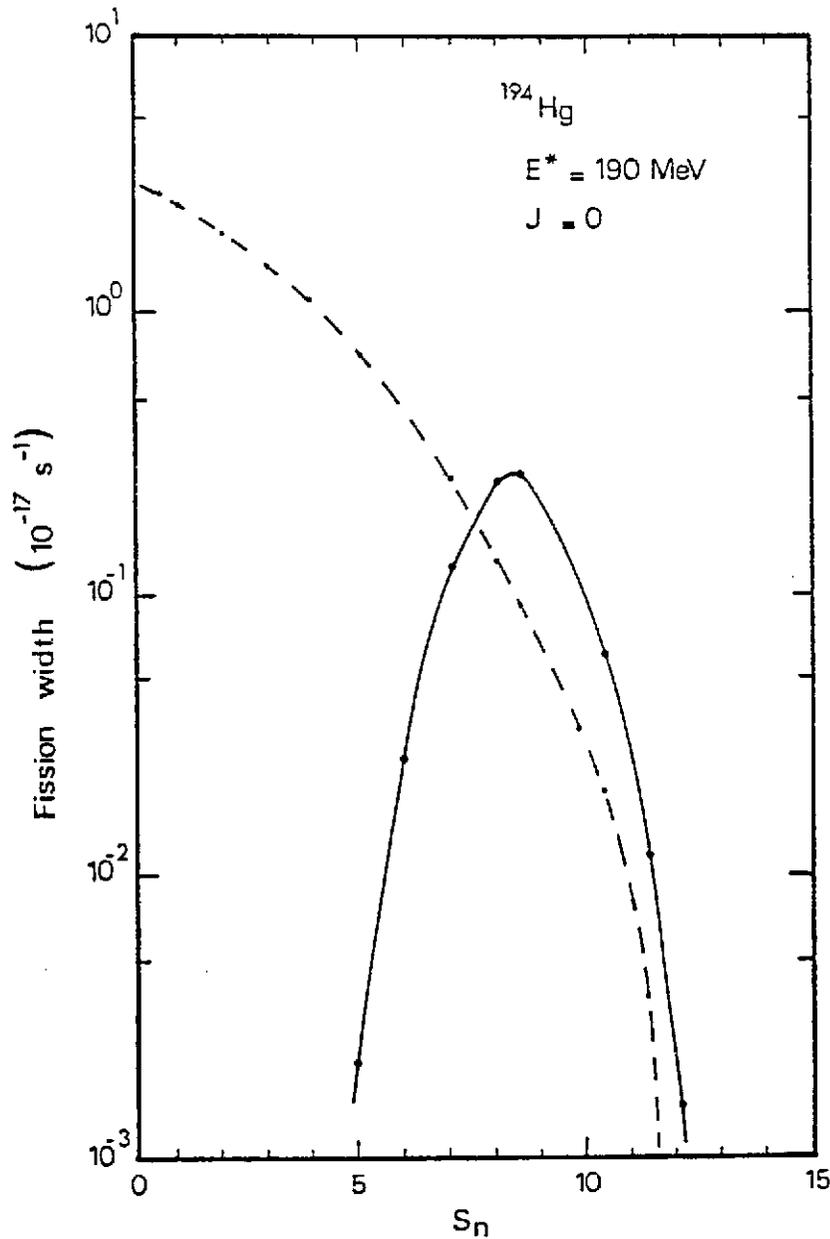


Fig. 11 Comparaison des largeurs de fission, exprimées en fonction de la multiplicité de neutrons émis, pour un modèle statistique standard et un modèle dynamique²⁰ (trait plein).

des transferts d'impulsion de 7 GeV/c et au-delà. Ceci peut traduire un effet de la voie d'entrée : la difficulté à thermaliser les nucléons d'un projectile de plus en plus rapide donc plus sensible à la dissipation à 2 corps qu'à 1 corps. Mais ceci peut également être interprété comme la disparition du processus de fission (ou d'évaporation dans le cas du système Ar + Sn étudié à même vitesse¹²) pour des systèmes trop chauds. Malheureusement comme nous l'avons déjà remarqué, il n'existe pas d'expérience qui à notre connaissance permettrait d'observer sans ambiguïté cette désintégration complète ou multifragmentation d'un système trop chauffé tel qu'Ar + U. L'utilisation d'un projectile plus lourds tel que le Ni à $E \approx 30 \text{ MeV/u}$ pourrait permettre de lever l'ambiguïté. Si l'on observe abondamment un transfert d'impulsion dans le rapport des masses du projectile (c.à d. $7 \text{ GeV} \times \frac{60}{40} \approx 10 \text{ GeV}$), alors il devient difficile d'invoquer l'argument lié à la

température pour expliquer les données observées avec l'argon.

6. CONCLUSIONS

Les ions lourds accélérés à des énergies voisines de 30 MeV/u sont des projectiles très efficaces pour déposer d'importantes quantités d'énergie dans les noyaux. Pour des noyaux cibles lourds on peut approcher des dépôts d'un GeV. En dépit des temps caractéristiques de thermalisation et de désexcitation qui deviennent alors très proches, on dispose d'un certain nombre d'évidences expérimentales tendant à montrer qu'un équilibre thermique peut encore être atteint pour l'ensemble d'un système avec $T \approx 5$ MeV ($T = \sqrt{8E^*/A}$.)

Une étude du comportement dynamique de tels noyaux a pu être initiée. En particulier, des phénomènes transitoires d'évaporation pour les noyaux fissionnants sont de plus en plus clairement mis en évidence avec l'élévation de température.

Un énorme travail expérimental reste à réaliser et des méthodes de filtrage efficaces doivent être développées pour isoler les événements correspondant à un transfert d'impulsion ou à une énergie dissipée donnée.

Références

1. F. Saint-Laurent et al. Phys. Lett. 110B, 372 (1982)
Nucl. Phys. A482, 307 (1984)
2. J. Galin et al. Phys. Rev. Lett. 48, 1787 (1982)
3. M.B. Tsang et al. Phys. Lett. 134 B, 169 (1984)
4. J.L. Laville et al. Phys. Lett. 138B, 35 (1984)
5. G. La Rana et al. Nucl. Phys. A407, 233 (1983)
6. D. Jacquet et al. Phys. Rev. Lett. 53, 2226 (1984)
Phys. Rev. Nov. (1985)
7. C. Grégoire et al. XXIII Ecole d'Hiver de Bormio, 209 (1984)
et Nucl. Phys. A436, 365 (1985)
8. J. Aichelin. Preprint ORNL (1985)
et compte rendu de la conférence de Visby (1985)
9. B. Jakobsson et al. Lund University Report 8303
10. R. Santo et al. G.S.I. Annual Report 84
11. A. Gobbi et al. G.S.I. Nachrichten 11-84
et XXIII Ecole d'Hiver de Bormio (1984)
12. J. Blachot et al. XIII Ecole d'Hiver de Bormio (1984)
et H. Nifenecker à paraître dans les comptes rendus de la conférence de Visby
13. E.C. Pollaco et al. Phys. Lett. 146B, 29 (1984)
14. B. Jakobsson et al. Z. Physik A307, 392 (1982)
15. B. Borderie et al. Z. Phys. A316, 243 (1984)
16. D. Ardouin et al. GANIL preprint P85.10
17. J. Galin Preprint HMI 8576R A paraître dans Nucl. Phys : comptes rendus de la conférence de Visby (1985)
18. U. Jahnke et al. Lecture Notes in Physics, vol.178, p.179 ed. W. Von Oertzen (Springer 1983)

19. S. Levit et al. Nucl. Phys. A437, 425 (1985) et références incluses
20. H. Delagrangé et al. GANIL Preprint P85.07
21. S. Song et al. Phys. Lett. 130B, 14 (1983)
22. D. Jacquet et al. A paraître dans Phys. Rev. C (Nov. 1985)
Les résultats présentés ici sont issus d'une prise de données plus récente avec de meilleures statistiques et sans seuils en énergie.
23. E. Duek et al. Z. Phys. A317, 83 (1984)
24. D. Jacquet et al. Nucl. Phys. A445, 140 (1985)
25. M.F. Rivet et al. Z. Phys. A307, 365 (1982)
26. H.A. Weidenmüller et al. Phys. Rev. C29, 879 (1984)
27. P. Grangé Nucl. Phys. A 428, 37C (1984)
28. M. Conjeaud et al. Phys. Lett. B, 159B, 244 (1985)

ÉTUDE DE L'INTERACTION \bar{p} -NOYAU

M.C. LEMAIRE

Service de Physique Nucléaire à Moyenne Energie, CEN Saclay

Résumé : Les progrès récents effectués dans la compréhension de l'interaction antiproton-noyau sont présentés à partir de quelques résultats expérimentaux obtenus à LEAR. Un intérêt tout particulier sera porté à l'expérience PS184 dont le but fut d'étudier l'interaction antiproton-noyau dans trois voies exclusives : la diffusion élastique, inélastique et la réaction d'éjection (\bar{p} , p). On soulignera comment les informations extraites dépendent des qualités du faisceau fourni par LEAR et des équipements expérimentaux qui y sont installés. L'analyse en modèle optique de la diffusion élastique montre que le potentiel antiproton-noyau est fortement absorbant et faiblement attractif. Les calculs microscopiques de diffusion élastique reproduisent relativement bien les données expérimentales. Sur le ^{12}C et à environ 500 MeV/c de faibles asymétries ont été mesurées par l'expérience PS172. Elles sont aussi en faveur des prédictions effectuées avec l'interaction élémentaire de Dover-Richard par rapport à celles prévues par le potentiel de Paris. Des mesures de diffusion inélastique ont été effectuées sur le ^{12}C à 300 et 600 MeV/c. Elles sont bien décrites par les calculs microscopiques où elles testent essentiellement la partie centrale de l'interaction moyennée sur le spin et l'isospin. Théoriquement, les sections efficaces des niveaux 1^+ du ^{12}C à 12,7 MeV et 15,1 MeV peuvent contraindre certains termes de l'interaction élémentaire. Expérimentalement, la résolution accessible n'a pas permis d'atteindre cet objectif. La réaction d'éjection (\bar{p} , p) a été étudiée dans le but de former, s'ils existent, des états liés \bar{p} -noyau. On discutera des raisons pour lesquelles aucune des structures recherchées n'a été observée.

Abstract : Recent progresses obtained in the understanding of antiproton nucleus interaction are presented. A particular interest is devoted to the results of the PS184 experiment, in which three exclusive channels have been studied : elastic and inelastic scattering and the knock-out reaction $A(\bar{p}, p)$. Special emphasis will be put on the relationship between the informations obtained, the quality of the beam delivered by LEAR and the experimental equipments which are installed. The optical model analysis of elastic scattering establishes that the antiproton-nucleus potential is strongly absorptive and weakly attractive. Microscopic calculations of elastic scattering describe fairly well the experimental data. Double scattering measurements from ^{12}C around 500 MeV/c of experiment PS172 show very small asymmetries. These results agree fairly with the prediction of Dover-Richard, while the Paris potential gives too large asymmetries. Inelastic scattering has been measured at 300 and 600 MeV/c to collective states of ^{12}C . They are fairly well described by microscopic calculations which show that, like elastic scattering, they essentially test the central part of the interaction averaged on spin and isospin. Theoretically, the cross sections to the 1^+ states at 12.7 and 15.1 MeV of ^{12}C depend strongly on the elementary interaction. Experimentally, lack of experimental resolution prevents to achieve that objective. The knock-out reaction (\bar{p} , p) has been studied with the aim to form \bar{p} -nucleus bound states. No evidence for such states has been found, the physical reasons will be discussed.

Le but de ce séminaire est de décrire et discuter quelques mesures expérimentales, effectuées auprès de l'accélérateur LEAR du CERN, qui ont contribué à la connaissance de l'interaction anti-proton noyau. Une place importante sera consacrée aux résultats de l'expérience PS 184 1-10 dans laquelle furent mesurées les voies exclusives suivantes :

la diffusion élastique $A(\bar{p}, \bar{p})A$

la diffusion inélastique $A(\bar{p}, \bar{p})A^*$

la réaction d'éjection $A(\bar{p}, p)$

Au cours de l'introduction (chapitre I) nous verrons qu'avant LEAR l'interaction antiproton-noyau était très mal connue. Au chapitre II une description succincte du dispositif expérimental de l'expérience PS 184 sera faite avant de présenter les résultats relatifs aux mesures de diffusion élastique. Ils seront discutés au chapitre III à la lumière des deux types d'analyse effectuée : l'une phénoménologique en terme de modèle optique pour déterminer les propriétés globales du potentiel \bar{p} noyau, l'autre microscopique utilisant des amplitudes élémentaires $\bar{N}\bar{N}$ théoriques. De la mesure de l'asymétrie par double diffusion effectuée dans l'expérience PS 172 (réf.¹¹) on déterminera l'importance du potentiel spin-orbite \bar{p} noyau. Les qualités du faisceau délivré par LEAR permettent aux expériences PS176 (réf.¹²) et PS186 (réf.¹³) de mesurer les transitions X des atomes antiprotoniques avec des précisions bien supérieures à ce qui avait pu être effectué jusqu'alors. Les contraintes ainsi apportées au potentiel antiproton noyau seront discutées au chapitre IV. Les mesures de sections efficaces différentielles de diffusion inélastique ont été effectuées vers deux classes d'états : les niveaux collectifs et les états de parité non naturelle. Nous pourrons ainsi comparer (chapitre V) les sélectivités de l'antiproton et du proton en tant que sondes nucléaires, et voir comment les observations expérimentales peuvent être reliées aux propriétés de l'interaction élémentaire $\bar{N}\bar{N}$. La réaction d'éjection (\bar{p}, p) a pour but essentiel de former, s'ils existent des états liés \bar{p} -noyau. Les raisons pour lesquelles on n'a pas observé de structure correspondant aux états recherchés seront discutées (chapitre VI). Les principales conclusions seront données au chapitre VII.

I. MOTIVATIONS

Un bilan rapide de l'état des connaissances sur l'interaction élémentaire et l'interaction antiproton noyau avant LEAR montre clairement l'intérêt des mesures effectuées depuis la mise en route de cet accélérateur. Dans la gamme des impulsions étudiées 300-600 MeV/c l'antiproton se distingue du proton par la valeur élevée des sections efficaces totales élémentaires. Il en résulte un très faible libre parcours moyen dans la matière nucléaire (0.5 - 1 fm). De plus, la valeur élevée de la section efficace d'annihilation ($\frac{2}{3} \sigma_{\text{tot}}$) réduit considérablement la probabilité de rediffusion. Le mécanisme de diffusion \bar{p} noyau est donc plus simple que celui proton noyau puisqu'il n'y a pas à considérer l'antisymétrisation. L'antiproton apparaît ainsi comme une sonde très propre de la surface du noyau. Comme l'antiproton est l'antiparticule du proton, la partie à moyenne et longue portée de l'interaction élémentaire $\bar{N}N$ se déduit de celle décrivant l'interaction NN par G parité. La partie à courte portée est traitée phénoménologiquement, néanmoins cela a peu d'importance car la présence d'une absorption forte reflétant l'annihilation rend les observables $\bar{N}N$ insensibles à cette partie à courte portée. Un point plus fondamental est la description de l'annihilation qui intervient dans l'interaction $\bar{N}N$. Par ordre chronologique on peut comparer les caractéristiques des trois potentiels les plus récents. Dover et Richard¹⁴ prennent un potentiel de Woods-Saxon avec parties réelles et imaginaires ; les profondeurs et la portée du puits sont ajustées pour décrire au mieux les données expérimentales relatives aux sections efficaces totales. Néanmoins, des mesures de section efficace différentielle de diffusion élastique $\bar{p}p$ aux angles arrière¹⁵, effectuées postérieurement, révèlent les insuffisances du modèle. Le groupe de Paris¹⁶ utilise un potentiel (uniquement imaginaire) de courte portée dépendant du spin, de l'isospin et de l'énergie. Le grand nombre de paramètres libres, ainsi que le peu de données disponibles avant la mise en route de LEAR, suggère que la combinaison de ces paramètres n'est pas unique. Ce potentiel a une très forte dépendance en spin et isospin. Une première tentative de description microscopique de l'annihilation utilisant le modèle des canaux couplés où les canaux considérés sont ceux à deux mésons effectifs (effectif signifiant que les canaux à plus de deux particules sont remplacés par une combinaison de canaux à deux particules) a été effectuée par le groupe de Nimègue¹⁷. Ce potentiel d'annihilation dépend de l'isospin et peu du spin. Les observables qui permettront de distinguer au mieux ces trois modèles sont les variables dépendantes du spin, telles que la polarisation $P(\theta)$ de la diffusion $\bar{p}p$ près de 90° c.m. (réf.¹⁸).

En ce qui concerne l'interaction antiproton noyau de basse énergie très peu d'informations existaient avant LEAR. Les données expérimentales étaient rares et de qualité médiocre. Elles consistaient essentiellement en des données de chambre à bulles¹⁹, de sections efficaces de réaction²⁰, des déplacements et largeurs des transitions X des atomes antiprotoniques²¹. L'analyse de ces données²² a conduit à deux types de potentiel : l'un à forte attraction réelle (type S) et faible absorption, l'autre consiste à une attraction réelle faible et une forte absorption (type D)(fig. 1). Les distributions angulaires de diffusion élastique prédites à partir de ces deux types

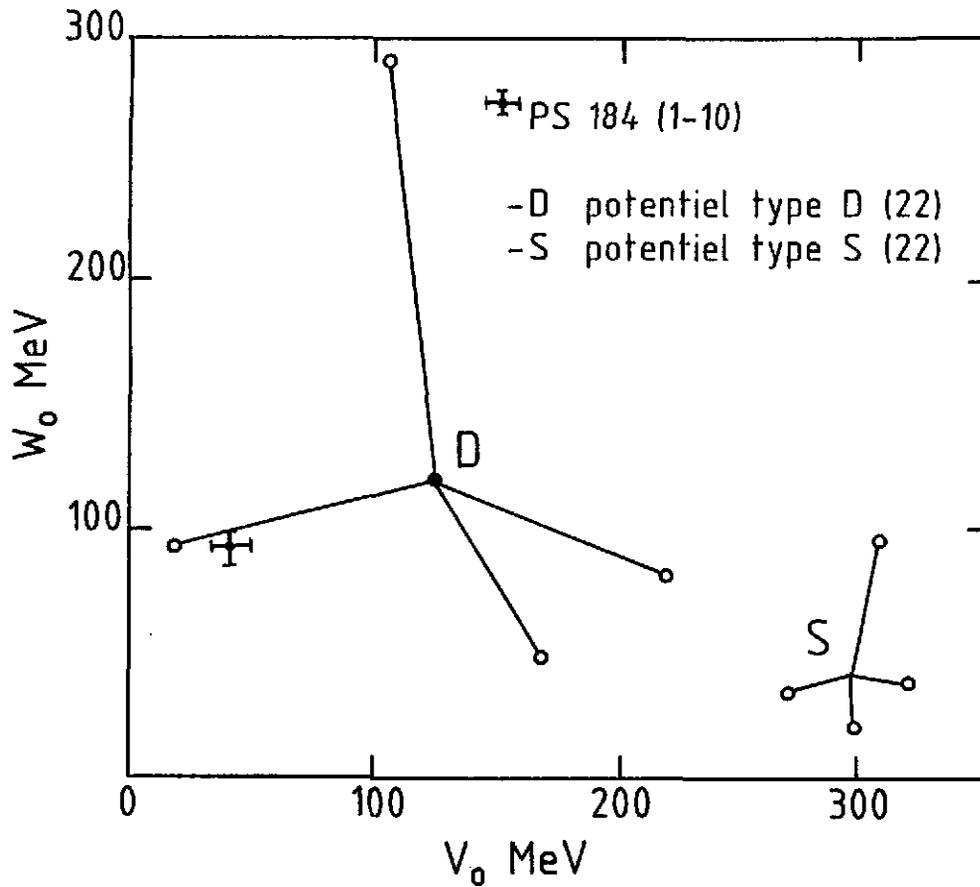


Fig. 1. Comparaison entre les profondeurs (v_0) et (w_0) des puits réel et imaginaire du potentiel optique qui reproduit la diffusion élastique $\bar{p}^{-12}\text{C}$ à 46,8 MeV aux valeurs déduites des anciennes données sur les atomes antiprotoniques²².

de potentiel ont des comportements très différents, l'une est très diffractive (potentiel de type D), l'autre est peu oscillante (potentiel de type S). Ainsi les sections efficaces différentielles de diffusion élastique mesurées dans un grand domaine angulaire doivent permettre de distinguer entre ces deux types de potentiel. Sur le plan théorique de nombreuses ambiguïtés existaient également pour la détermination du potentiel \bar{p} noyau. Des calculs fondés sur la convolution du potentiel d'interaction $\bar{N}\bar{N}$ avec la densité de matière conduisant à des potentiels dont la partie réelle varie de fortement attractive à répulsive²³. Un modèle de potentiel moyen relativiste conduit à des puits réels fortement attractifs²⁴. Comme l'annihilation y était traitée de façon phénoménologique l'importance des corrections dispersives n'est pas connue. La détermination des caractéristiques du potentiel \bar{p} -noyau est nécessaire vis à vis de la possibilité de détection des états liés \bar{p} noyau et pour mettre une limite supérieure à la durée de vie des oscillations $n\bar{n}$ (réf.²⁵). Il est également intéressant de déterminer si le potentiel antiproton noyau est suffisamment attractif et transparent en surface pour mettre en évidence la mise en orbite de l'antiproton autour du noyau.

II. LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Les mesures de diffusion élastique ont pu être effectuées par l'expérience PS184 dans un grand domaine angulaire grâce aux qualités de faisceau de LEAR et aux performances du spectromètre magnétique SPES II.

1. Le faisceau

Tableau I. Comparaison des qualités de faisceau d'antiprotons à LEAR à celles des faisceaux secondaires classiques²⁶

	LEAR	Faisceau secondaire
pureté	pas de pions	beaucoup de π^-
intensité	$\times 10^3$ à 400 MeV/c	
$\Delta p/p$	$\sim 10^{-3}$	$\mp 1\%$
émittance (mm-mrd)	3 à 5 π	100 π
cycle utile	1	0.1

Le tableau I (réf.²⁶) montre que l'amélioration en intensité et qualité du faisceau fourni par LEAR par rapport aux faisceaux secondaires traditionnels est très importante, et, ce d'autant plus que les antiprotons sont de basse énergie. Ce résultat est obtenu en utilisant conjointement les techniques de décélération et de refroidissement. Les antiprotons sont produits en bombardant une cible de cuivre par un faisceau de protons de 25 GeV. On sélectionne les antiprotons dans une bande en moment autour de 3.57 GeV/c $\mp 0.75\%$ (maximum de la distribution en impulsion des antiprotons produits) pour les injecter dans l'accumulateur d'antiprotons AA. Toutes les heures environ 4×10^9 antiprotons sont transférés de l'accumulateur d'antiprotons vers le PS où ils sont décélérés de 3.5 à 0.6 GeV/c et ensuite transférés à LEAR. Dans l'anneau, le faisceau peut être accéléré ou décéléré puis refroidi avant d'être extrait de manière continue pendant une heure environ.

2. Le dispositif expérimental de l'expérience PS 184

Le faisceau incident (dont l'intensité variait entre 2×10^4 et 10^5 particules par seconde) est monitoré par un scintillateur épais de 0.36 mm localisé en amont de la cible. Les antiprotons diffusés sont analysés en moment avec le spectromètre SPES II qui a une résolution en impulsion de 5×10^{-4} , un angle solide de 30 msr et une acceptation de $\pm 18\%$ (réfs.²⁷⁻²⁸). Ils étaient détectés par trois chambres proportionnelles multifils²⁹ et un hodoscope de scintillateurs localisés près du

plan focal. Les anti-protons sont identifiés et bien séparés des pions produits par l'annihilation dans la cible par mesure de temps de vol. Les informations sur les chambres à fils sont utilisées pour calculer l'angle de diffusion et l'énergie d'excitation du noyau résiduel. Pour les diffusions élastiques et inélastiques l'acceptance horizontale du spectromètre est divisée en cinq éléments de 1,67 degrés. La résolution en énergie est d'environ 1 MeV (LTMH), la résolution angulaire totale incluant la diffusion multiple dans la cible varie d'environ 2° dans les cibles de C et Ca à 3° pour la cible de Pb. L'incertitude sur la valeur absolue de l'angle est de 0.2°, sur la normalisation elle est de 10 %.

III. LA DIFFUSION ELASTIQUE.

1. Résultats expérimentaux

Des exemples typiques des distributions angulaires mesurées sont présentés sur les figures 2, 3 et 4. Elles présentent des oscillations typiques d'une figure de diffraction, semblable à celle

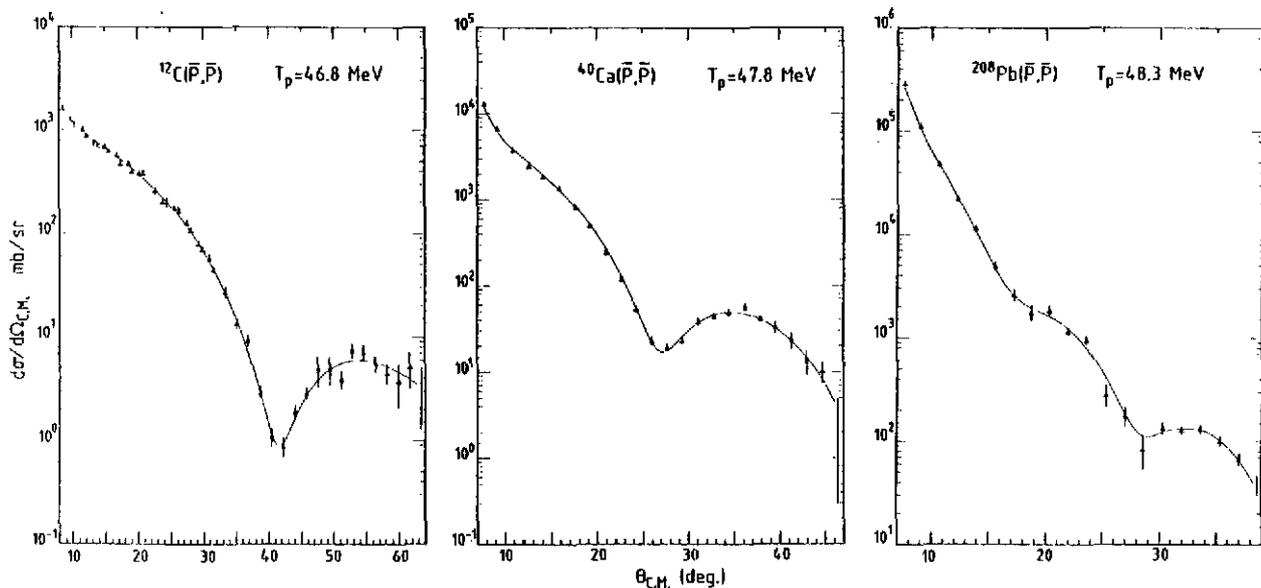


Fig. 2. Comparaison des distributions angulaires expérimentales de diffusion élastique aux calculs de modèle optique.

calculée avec le potentiel de type D. Des mesures ont également été effectuées sur le couple d'isotopes $^{40},^{48}\text{Ca}$ à 300 MeV/c, ainsi que sur la cible de deuterium à 600 MeV/c. Par comparaison aux mesures de Nakamura³⁰ celles de l'expérience PS 184 couvrent une région plus grande de moments transférés. Ceci est fondamental pour pouvoir distinguer entre les potentiels de type S et D. Par ailleurs, la bonne résolution et l'identification des antiprotons permet de mesurer les sections efficaces de diffusion élastique sans qu'il y ait contamination par les pions ou les excitations inélastiques. Plusieurs analyses ont été effectuées soit dans le cadre du modèle optique ou avec des calculs microscopiques.

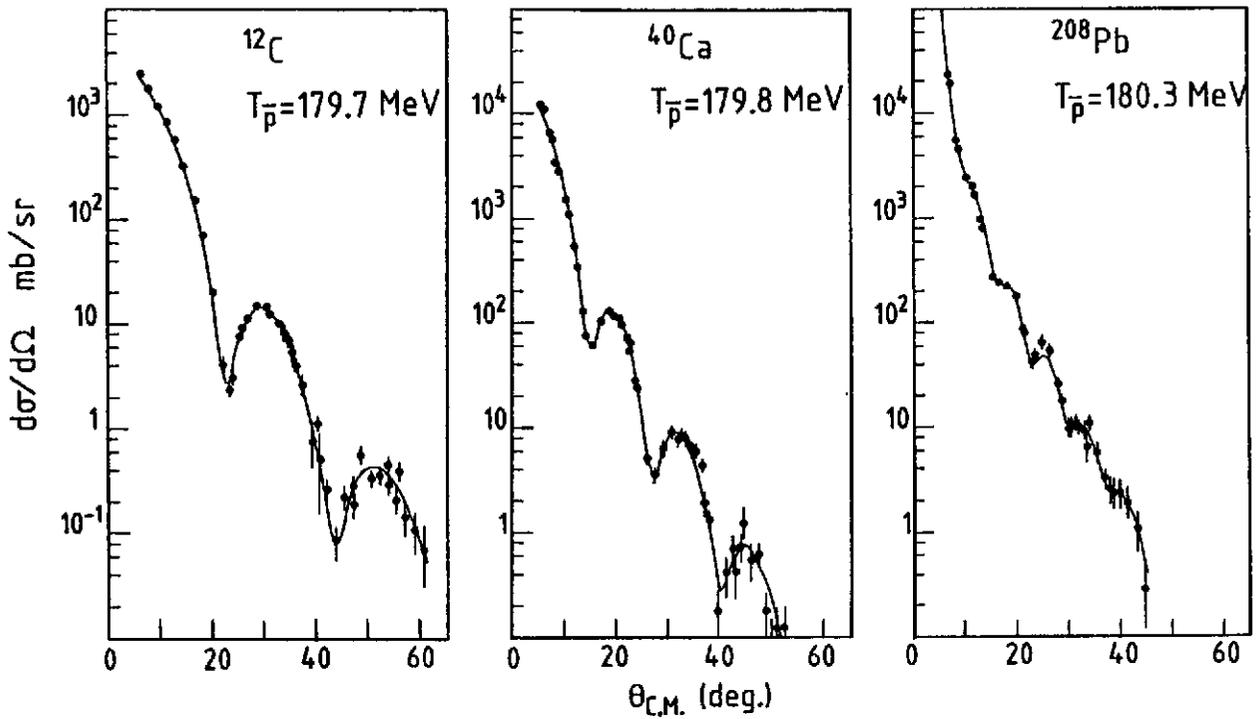


Fig. 3. Comparaison des distributions angulaires expérimentales de diffusion élastique aux calculs de modèle optique.

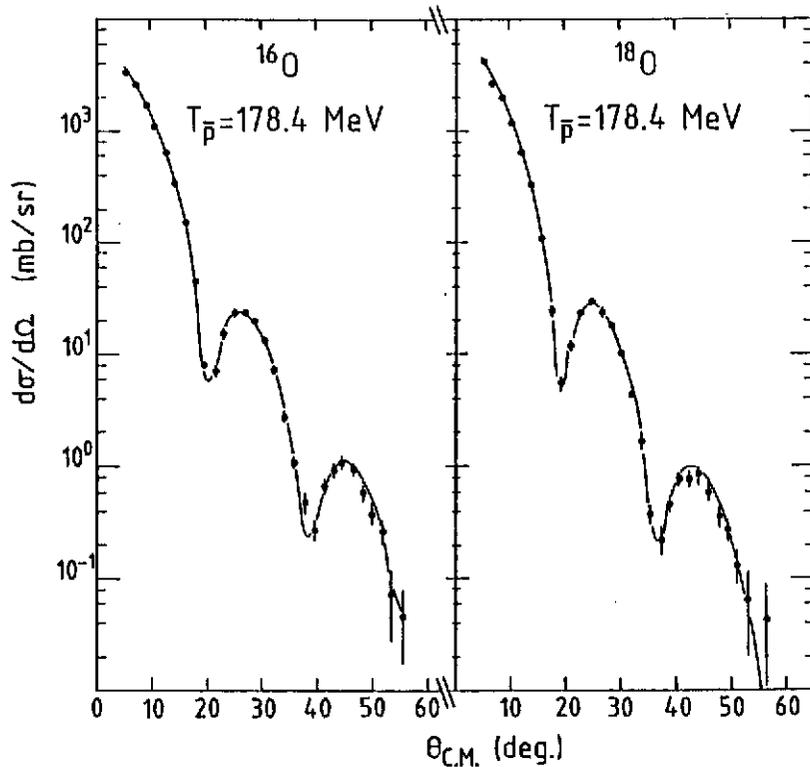


Fig. 4. Comparaison des distributions angulaires expérimentales de diffusion élastique aux calculs de modèle optique.

2. Analyse phénoménologique en modèle optique

De très bons accords avec les distributions angulaires expérimentales ont été obtenus avec des calculs effectués avec le code ECIS de J. Raynal⁴⁵ utilisant des potentiels optiques ayant une géométrie de Woods-Saxon, une absorption de volume et pas de spin-orbite. De nombreuses corrélations furent trouvées entre les paramètres des potentiels optiques décrivant les données respectivement à 50 et 180 MeV. Néanmoins, des études systématiques sur la sensibilité aux paramètres du potentiel optique montrent que les mesures expérimentales déterminent essentiellement l'épaisseur de surface et le rayon de la partie imaginaire. A l'exception de la cible de ^{208}Pb à 48,3 MeV, qui est bien décrite par un potentiel imaginaire pur tous les autres systèmes étudiés préfèrent une attraction faible en surface. En dépit des ambiguïtés trouvées parmi les différentes géométries de potentiel capables de bien reproduire les données, tous ces potentiels présentent des caractéristiques communes.

a) Une absorption forte

Les coefficients d'absorption $|S_\ell| = |e^{2i\delta_\ell}|$ (où δ_ℓ est la phase nucléaire complexe) sont typiques d'un régime d'absorption forte. $|\delta_\ell|$ vaut zéro pour les faibles ondes partielles et 1 pour les grandes ondes partielles. Par exemple, à 180 MeV, les distances où l'onde diffusée est absorbée de 90 % sont respectivement de 0,75 R pour le ^{12}C et $^{16,18}\text{O}$, 0,95 R pour le ^{40}Ca et 1,05 R pour le ^{208}Pb ($R = 1,2 A_T^{1/3}$). Cela établit clairement que, plus la cible est légère, plus l'antiproton peut pénétrer profondément.

b) Les potentiels réels et imaginaires sont bien déterminés autour du rayon d'absorption forte

Un tracé de tous les potentiels trouvés à l'intérieur du contour d'équi- χ^2 , $\chi^2 = \chi_{\min}^2 + 9$ révèle qu'ils sont bien déterminés dans la région du rayon d'absorption forte. Ce dernier est défini comme la distance minimale d'approche pour une orbite coulombienne de moment angulaire $\ell_{1/2}$:

$$R_{1/2} = \frac{1}{k} \left\{ \eta + \sqrt{\eta^2 + \ell_{1/2}(\ell_{1/2} + 1)} \right\}$$

où η est le paramètre coulombien, k le nombre d'onde et $\ell_{1/2}$ l'onde partielle pour laquelle la fonction d'onde est absorbée de moitié $|S| = 0,5$. Les valeurs trouvées pour le rayon d'absorption forte diminuent lorsque l'énergie incidente augmente, ce qui est consistant avec le comportement des sections efficaces d'annihilation. Pour tous les cas étudiés $|W(R)| > 2|V(R)|$ ce qui reflète l'aspect dominant de l'absorption forte à la surface du noyau.

c) La zone sensible

Pour déterminer quelle partie radiale du potentiel optique peut être considérée comme bien déterminée on a ajouté au potentiel nucléaire une perturbation très localisée. L'effet est mesuré en étudiant le rapport $\chi^2/\chi_{\text{opt}}^2$ en fonction de la distance du centre de la perturbation (fig. 5).

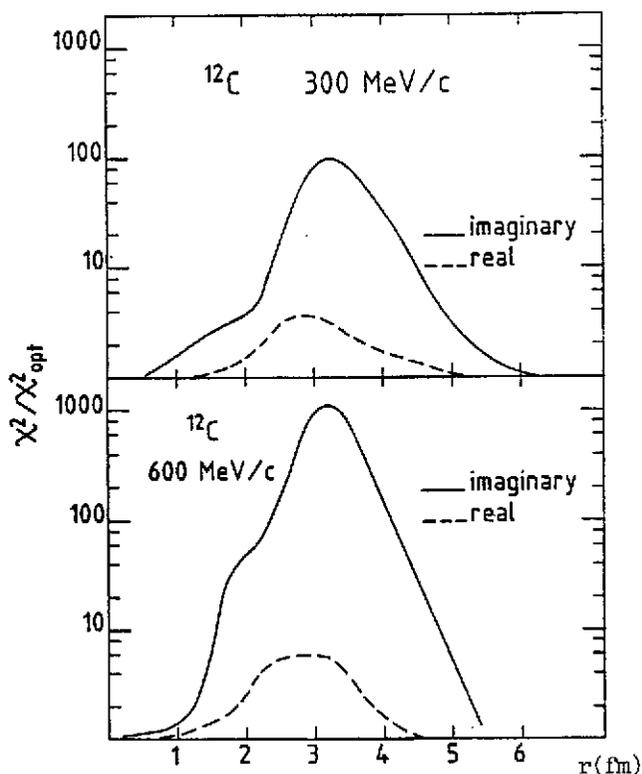


Fig. 5. Zone de sensibilité radiale des calculs en modèle optique de la diffusion élastique $\bar{p} + {}^{12}\text{C}$ mesurée à 300 et 600 MeV/c. La courbe en trait plein montre l'effet d'une perturbation de la partie imaginaire du potentiel, la courbe en pointillés indique l'effet d'une perturbation de la partie réelle du puits de potentiel.

Le fait que ce rapport varie plus rapidement pour le potentiel imaginaire que pour le potentiel réel reflète le caractère essentiellement diffractif des distributions angulaires. Tandis que la sensibilité la plus forte est observée autour de la surface nucléaire, près de 3,2 fm, la diffusion $\bar{p}-{}^{12}\text{C}$ teste le potentiel nucléaire entre 1,3 et 5,2 fm. Ce résultat peut être comparé à l'analyse des atomes antiprotoniques où C.J. Batty et al.³¹ ont montré que les effets d'interaction forte observés dans le déplacement en énergie, la largeur de la raie et l'intensité de la transition permettent de sonder le potentiel entre 2 et 6 fm.

d) Le potentiel réel est-il profond ?

De l'analyse des distributions angulaires de la diffusion élastique d'antiprotons sur le carbone et le calcium à 50 et 180 MeV, il a été vu que les potentiels inclus dans le contour d'équi χ^2 , $\chi^2 = \chi_{\min}^2 + 9$ ont des parties réelles dont les profondeurs sont toujours inférieures à 105 MeV. Par conséquent, le potentiel de type S (ayant une partie réelle très attractive) est exclu (fig. 1). Ce résultat est en accord avec les conclusions de l'analyse des mesures des raies X des atomes antiprotoniques effectuées récemment à LEAR¹² et avec les conclusions d'analyse cohérente des anciennes mesures effectuées sur une grande gamme de noyaux cibles³¹. Il est particulièrement intéressant de remarquer la précision avec laquelle les profondeurs V_0 et W_0 ont pu être

déterminées en comparaison des résultats obtenus à partir de l'analyse des anciennes données sur les atomes antiprotoniques. De tels potentiels sont moins profonds que ceux prédits par la théorie relativiste de champ moyen²⁴. Avec de telles parties réelles, le potentiel total incluant la somme des potentiels coulombien, nucléaire et la barrière centrifuge ne présente pas de poche pour les ondes partielles rasantes qui contribuent à la diffusion élastique. Par conséquent, il n'est pas possible d'observer le phénomène de mise en orbite qui se manifesterait par une remontée de la diffusion élastique aux angles arrière.

e) Dépendance en énergie et avec la masse de la cible du potentiel optique

Résultant des corrélations trouvées entre les paramètres du potentiel optique, l'étude de sa dépendance avec la masse de la cible et l'énergie nécessite une procédure pour fixer la géométrie. Aucun accord satisfaisant n'a pu être obtenu avec la procédure, utilisée pour l'analyse des atomes antiprotoniques, qui consiste à prendre pour le potentiel optique la géométrie de la distribution de charge. Dès qu'une portée finie de l'interaction est prise en compte avec la prescription définie par le modèle de convolution²³, des valeurs χ^2 voisines des valeurs minimales sont trouvées. Les profondeurs réelles $|V_0|$ ainsi obtenues ne présentent pas de grande dépendance en énergie ou avec la masse de la cible. De tels résultats contredisent les prédictions de Niskanen et Green³² pour qui une augmentation importante de la profondeur du puits de potentiel V_0 avec l'énergie incidente est attendue. Ils contredisent également les calculs de Kronenfeld et al.³³ pour qui la profondeur du puits réel de potentiel V_0 est prévue décroissante lorsque l'énergie incidente augmente.

Des accords relativement satisfaisants ont été obtenus avec un potentiel ayant la dépendance en masse suivante de l'épaisseur de surface :

$$a = 0,6366 + 0,0894 (A^{1/3} - 40^{1/3}) + 0,118 \left(\frac{N-Z}{A} \right) \text{ pour } A < 70$$

$$a = 0,6366 + 0,0894 (70^{1/3} - 40^{1/3}) + 0,118 \left(\frac{N-Z}{A} \right) \text{ pour } A > 70$$

Les profondeurs V_0 et W_0 , les rayons sont fixés à :

$$V_0 = 18 \text{ MeV à } 47 \text{ MeV et } 40 \text{ MeV à } 180 \text{ MeV}$$

$$W_0 = 105 \text{ MeV aux deux énergies}$$

$$r_{0v} = r_{0w} = 1,1 \text{ fm.}$$

Naturellement, des mesures supplémentaires sur différents isotopes seraient nécessaires pour déterminer le terme d'asymétrie ainsi que sur les cibles lourdes pour avoir une meilleure détermination de l'effet de saturation observé sur l'épaisseur de surface.

f) Les sections efficaces de réaction

Malgré les ambiguïtés du modèle optique les sections efficaces de réaction sont déterminées avec une précision de ± 5 %. Elles sont représentées sur la figure 6 avec celles mesurées par

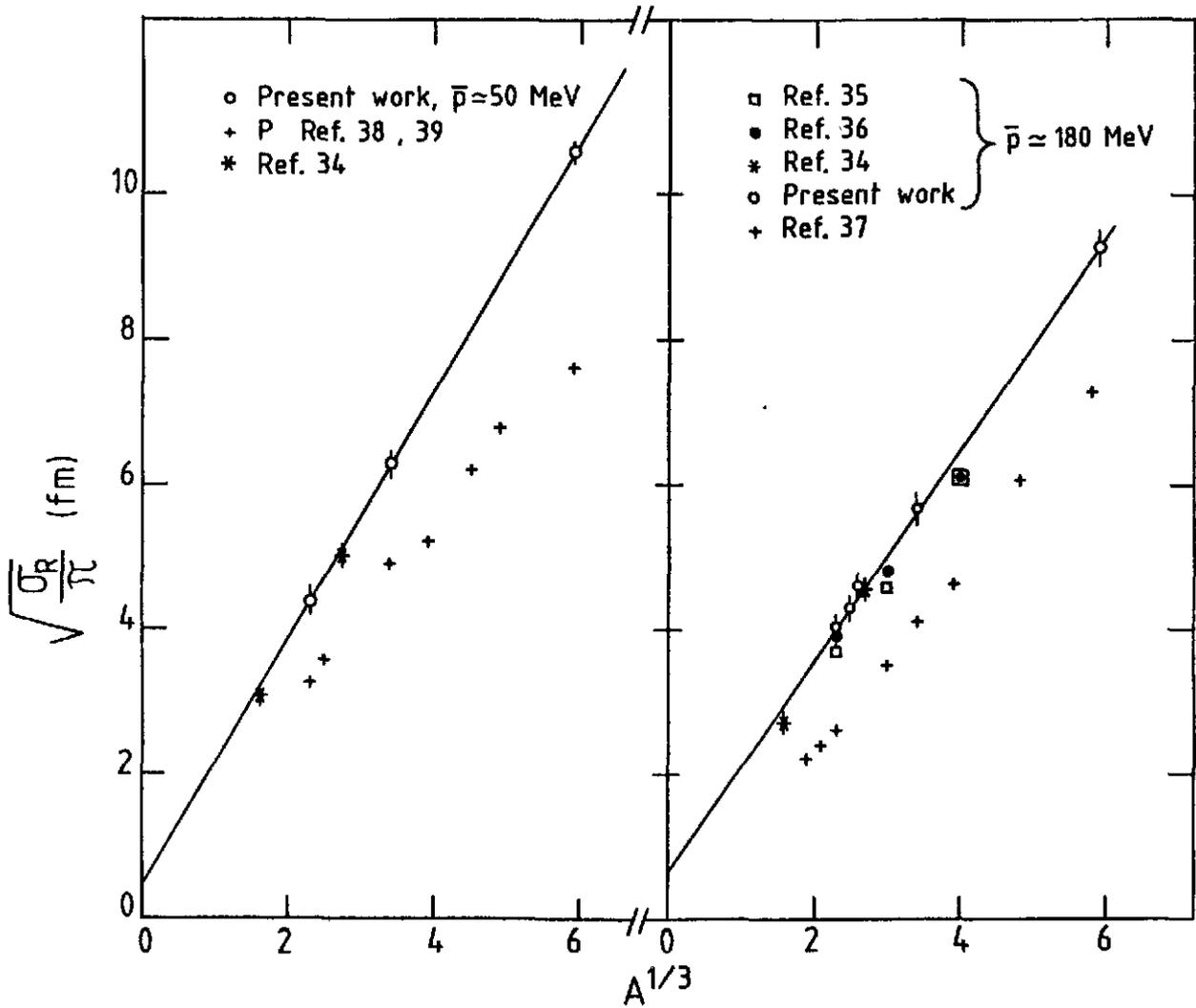


Fig. 6 Tracé de $\sqrt{\sigma_R/\pi}$ en fonction de $A^{1/3}$ pour les protons et antiprotons de 50 et 180 MeV

d'autres groupes^{20,30,34} et celles de protons^{35,36}. Elles peuvent être paramétrisées sous la forme $\sigma_R = \pi(r_0 A^{1/3} + a)^2$; où r_0 et a prennent respectivement les valeurs de 1,7 et 0,54 fm à 47 MeV, 1,49 et 0,65 fm à 180 MeV. Cette dépendance avec la masse de la cible indique que l'interaction de l'antiproton avec le noyau se produit essentiellement en surface. Les sections efficaces de réaction sont bien décrites à partir de la théorie de Glauber³⁴. Sa dépendance en énergie suit celle de l'interaction élémentaire $N\bar{N}$.

3. Description microscopique de l'interaction \bar{p} -noyau

Les données mesurées à LEAR ont motivé un grand nombre de travaux théoriques afin de décrire microscopiquement l'interaction antiproton-noyau. Les ingrédients de tels calculs sont uniquement les densités nucléaires et l'interaction élémentaire $N\bar{N}$. Les questions posées sont les suivantes :

- les corrections de milieu sont-elles nécessaires pour décrire l'interaction antiproton noyau de basse énergie ?

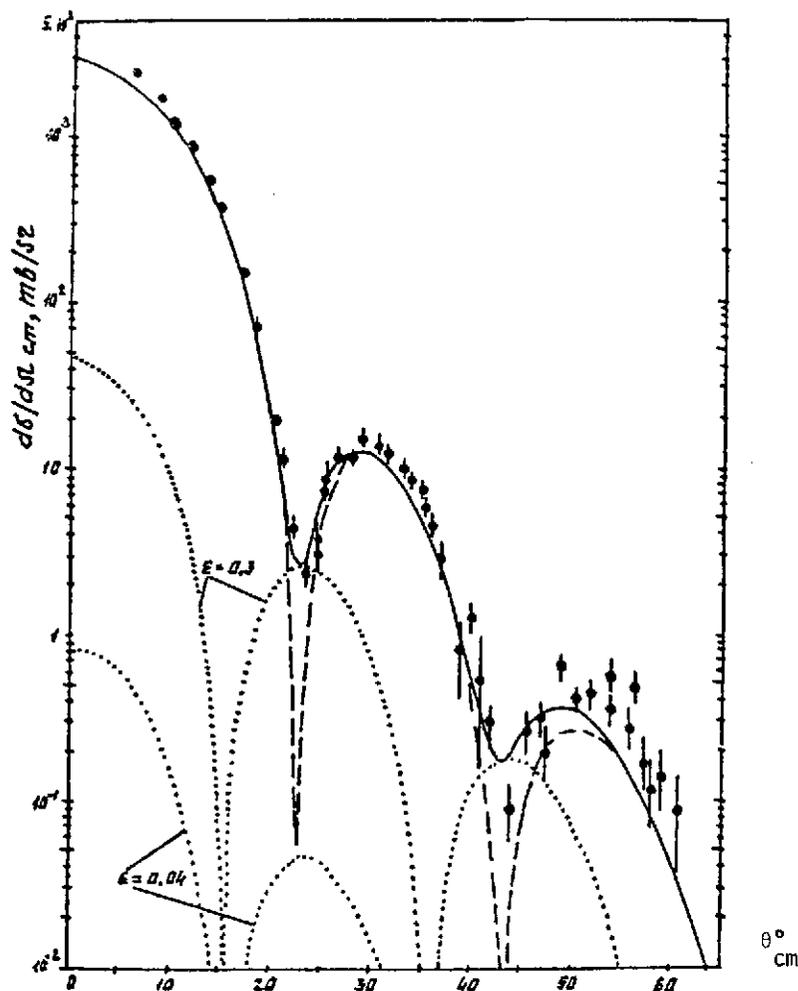


Fig. 7 Comparaison des sections efficaces de diffusion élastique \bar{p} - ^{12}C de 46.8 MeV aux calculs de Glauber. La courbe en tirets longs correspond à un calcul basé uniquement sur la partie imaginaire du potentiel $\bar{N}N$. Les courbes en pointillés montrent les contributions des parties réelles pour différentes valeurs du rapport ϵ (rapport entre la partie réelle et imaginaire de l'amplitude scalaire à transfert nul).

- comment les diffusions élastiques antiproton-noyau peuvent-elles apporter des informations sur l'interaction élémentaire ?
- quelle est l'importance de la composante spin-orbite du potentiel optique ?

Dans le cadre de la théorie de Glauber, G. Dalkarov et V. Karmanov³⁷ montrent que les sections efficaces différentielles calculées à 46,8 MeV avec une matrice t libre peuvent reproduire les données expérimentales (fig. 7). De la profondeur des minimums de la figure de diffraction, ils déduisent une valeur de ϵ , rapport entre les parties réelle et imaginaire de l'amplitude scalaire de la matrice de diffusion à transfert nul. Ils trouvent ainsi que ϵ est égal à zéro à 300 MeV/c et à + 0,2 à 600 MeV/c. Ces valeurs sont en relativement bon accord avec celles mesurées à LEAR pour l'interaction élémentaire $\bar{p}p$. Les calculs KMT (réf. 1-10-38) effectués avec les interactions $\bar{N}N$ de Paris et Dover-Richard ont également eu un grand succès pour décrire les distributions angulaires élastiques d'antiprotons aux énergies de 47 et 180 MeV sur les cibles de ^{12}C , ^{40}Ca et ^{208}Pb . Cela montre clairement que les données expérimentales sont bien décrites avec la matrice élémentaire t libre. Le succès de l'approximation d'impulsion est une conséquence de l'absorption forte qui

empêche les antiprotons de pénétrer profondément dans le noyau. Par conséquent, la diffusion des antiprotons a lieu essentiellement en surface où les corrections de milieu ne peuvent être importantes. Les différences observées entre les sections efficaces différentielles calculées avec les deux interactions sont du même ordre de grandeur que les incertitudes sur les densités ; elles ne peuvent donc pas être utilisées pour séparer les interactions de Paris et Dover-Richard. Les sections efficaces différentielles calculées avec ces deux interactions diffèrent essentiellement par l'amplitude des maximums aux grands transferts, ce qui résulte de ce que l'interaction spin-orbite du potentiel \bar{p} -noyau est calculée plus grande pour le potentiel de Paris que pour celui de Dover-Richard. Par conséquent, un meilleur test de l'interaction élémentaire est obtenu avec les premiers résultats sur les mesures de double asymétrie effectuées à 550 MeV/c sur une cible de ^{12}C par la collaboration PSI72 (réf.¹¹). La comparaison des résultats expérimentaux aux prédictions de calculs de Glauber montre que l'asymétrie quasi nulle mesurée expérimentalement favorise clairement l'interaction $\bar{N}N$ de Dover-Richard.

Un tel succès de l'approximation d'impulsion n'était pas évident a priori. De nombreux modèles ont donc aussi été développés pour tenir compte des effets de milieu^{32,33,39,40}. On peut simplement signaler deux d'entre eux pour lesquels les densités nucléaires sont convoluées avec une interaction effective calculée dans le cadre de la théorie de Bruckner-Hartree-Fock. Dans les calculs de H. Von Geramb et al.³⁷, seul le principe de Pauli est pris en compte pour le calcul de la matrice G à partir du potentiel d'interaction libre de Paris. Ils obtiennent une bonne description des sections efficaces différentielles mesurées sur toutes les cibles, à condition de multiplier arbitrairement le puits imaginaire par un facteur 1,5. Pour leur calcul d'interaction effective, T. Suzuki⁴⁰ considère, en plus du principe de Pauli, le fait que le milieu nucléaire des deux nucléons en interaction est affecté par le champ moyen créé par les voisins. Dans ce cas la partie centrale du puits réel est profondément modifiée, elle passe de répulsive à attractive. De plus, le potentiel spin-orbite est très atténué par ces effets de milieu. La manifestation de ces corrections de milieu sur les observables expérimentales sont néanmoins très faibles à cause de l'absorption forte des antiprotons.

On peut donc conclure que les caractéristiques principales de la diffusion antiproton noyau sont bien décrites avec des calculs utilisant la matrice t libre. Les corrections de milieu, si nécessaires, doivent jouer un petit rôle. Les sections efficaces différentielles ne permettent pas de choisir entre les différentes descriptions de l'interaction élémentaire. Les premières mesures d'asymétrie sont en faveur d'un potentiel spin-orbite faible, tel que cela est prévu à partir de l'interaction de Dover-Richard. Des études comparées sur différents isotopes, on espère déduire des informations sur l'interaction $\bar{p}n$.

4. Effets relativistes

Les approches relativistes phénoménologiques et microscopiques ont récemment rencontré

beaucoup de succès dans la description de la diffusion proton-noyau⁴¹. Dans l'approche relativiste de champ moyen de A. Bouyssy et S. Marcos²⁴ la partie réelle du potentiel antiproton noyau est reliée à la partie réelle du potentiel proton noyau par G parité ; la partie imaginaire est traitée de façon complètement phénoménologique. Les profondeurs de puits réel ainsi calculées sont bien trop grandes par rapport aux limites qui ont pu être apportées au cours de l'analyse en modèle optique. Les sections efficaces de réaction prédites sont trop faibles par rapport aux valeurs expérimentales. Des calculs effectués avec l'approximation d'impulsion relativiste reproduisent bien les données expérimentales⁴². Les sections efficaces différentielles sont quasiment insensibles aux effets relativistes, les observables qui dépendent du spin γ sont sensibles mais les effets sont du même ordre de grandeur que les incertitudes sur l'interaction⁴³.

IV. ETUDE DES ATOMES ANTIPROTONIQUES¹²⁻¹³

L'interaction forte existant entre l'antiproton et le noyau produit des déplacements et un élargissement des raies X atomiques détectables uniquement dans la dernière transition de la cascade. A partir de la mesure précise des raies X atomiques on déduit :

i) l'énergie de la transition E_{mes} qui donne le déplacement important du niveau bas de la transition (ϵ_{bas}) ; ϵ_{bas} est défini comme la différence entre l'énergie mesurée E_{mes} et l'énergie électromagnétique (E_{em} est l'énergie de transition calculée quand tous les effets électromagnétiques sont pris en compte).

ii) la largeur de la lorentzienne donne des informations sur la largeur d'interaction forte du niveau bas.

iii) les intensités fournissent des informations sur la largeur d'interaction du niveau haut.

Ces effets d'interaction forte dépendent des interactions élémentaires ($\bar{p}p$) et ($\bar{p}n$) aux énergies voisines du seuil ainsi que de la distribution de protons (ρ_p) et de neutrons (ρ_n) dans la queue de la distribution de matière. Grâce aux qualités de faisceau d'antiprotons délivré par LEAR, de telles mesures ont été effectuées sur les atomes antiprotoniques avec une précision bien supérieure à celle jamais atteinte auparavant.

Les raies X des atomes antiprotoniques légers furent mesurées par l'expérience PS 176 (réf.¹²). Dans ces noyaux légers les effets d'interaction forte sont essentiellement observés dans le déplacement, la largeur et l'intensité de la transition 4F-3d. On observe clairement une augmentation de l'effet d'interaction forte en passant de l'azote au sodium. Le déplacement ϵ et la largeur Γ des niveaux 3d des isotopes de l'oxygène sont présentés sur la figure 8. La grande précision des nouvelles mesures nécessite des raffinements supplémentaires des calculs microscopiques. Les résultats $\bar{p}^{-16}O$ ont également été analysés de manière phénoménologique avec un potentiel optique de la forme :

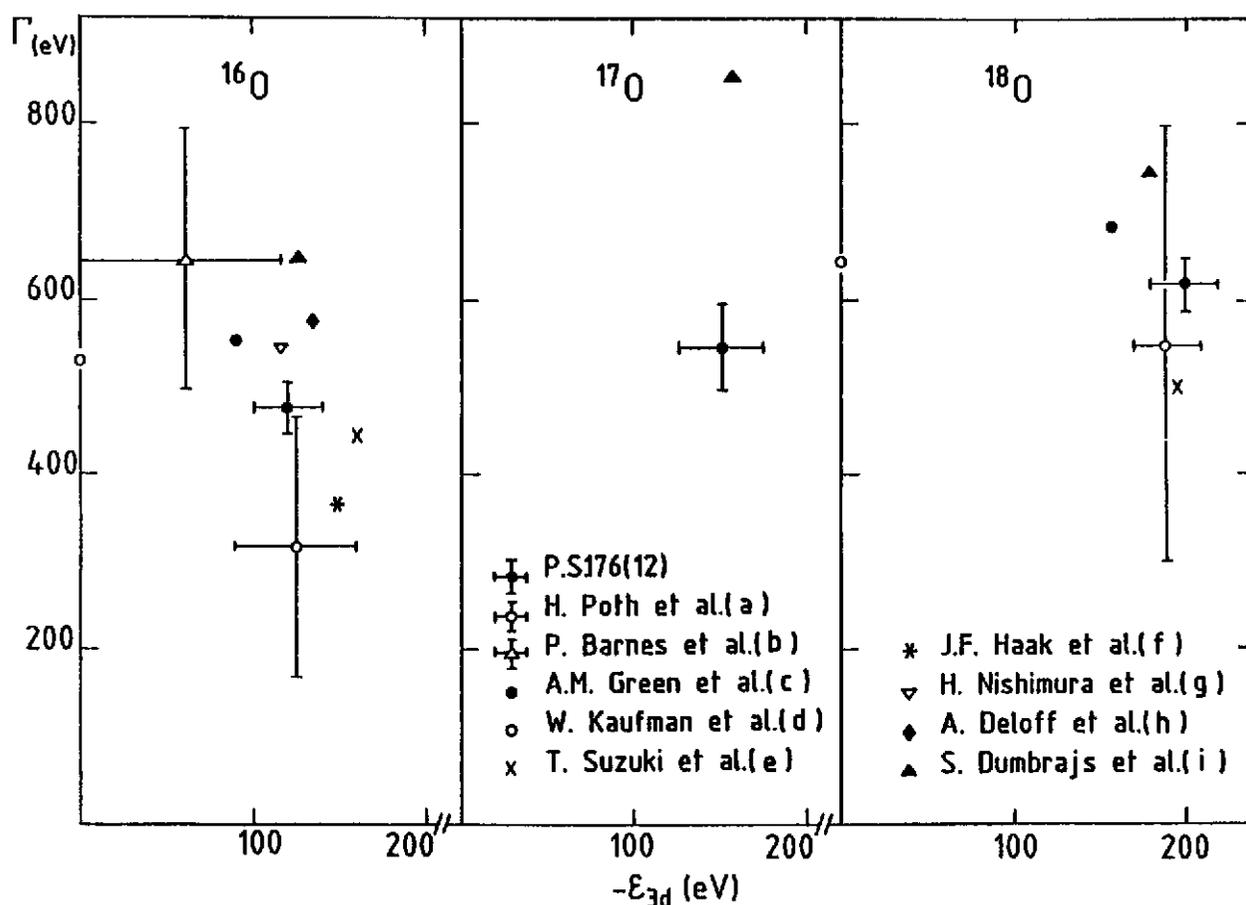


Fig. 8. Tracé bidimensionnel des déplacements en énergie en fonction des largeurs des raies X des atomes antiprotoniques mesurés dans l'expérience PS176 et comparaison aux calculs théoriques :

- H. Poth et al., Nucl. Phys. A294 (1978) 435;
- P. Barnes et al., Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1132.
- A.M. Green et al., Nuc. Phys. A377 (1982) 441 ; Nucl. Phys. A399 (1983) 307.
- H. Kaufman et al., Phys. Lett. 62B (1976) 165.
- T. Suzuki et al., Nucl. Phys. A426 (1984) 413.
- J.F. Haak, Phys. Lett. 66B (1977) 16.
- H. Nishimura et T. Fujita, Phys. Lett. 60B (1976) 413.
- A. Deloff et J. Law, Phys. Rev. C10 (1974) 2657.
- S. Dumbrajs et al., Tignes (1985).

$$V^{\text{opt}}(r) = -2\pi \left(1 + \frac{m_p}{\mu}\right) \frac{A}{\mu} \rho(r)$$

où m_p^- et μ sont respectivement les masses de l'antiproton et la masse réduite du système $\bar{p}^{-16}\text{O}$, $\rho(r)$ est la dépendance radiale de la densité nucléaire. Deux calculs ont été effectués : l'un (a) correspond à une densité de matière extraite de la diffusion d'électrons en supposant $\rho_p(r) = \rho_n(r)$, l'autre (b) suppose une distribution de Fermi à deux paramètres avec c et a respectivement égaux à 2.61 et .513 Fm. Avec la densité (a) la longueur de diffusion effective est déterminée comme $A = \{1,48 (0,29) + i 2,45 (0,15)\}$ fm ce qui correspond aux profondeurs de puits optique $|V_0| = 120 \mp 23,5$ MeV et $|W_0| = 198,5 \mp 12$ MeV. Avec la densité (b) les valeurs correspondantes sont respectivement $A \{0,74 (0,29) + i 2,15 (0,15)\}$ fm, soient $|V_0| = 60 \mp 23,5$ MeV et $|W_0| = 174 \mp 12$ MeV. Ces potentiels sont fortement absorbant. Ces mesures précises des effets d'interaction forte des atomes antiprotoniques éliminent complètement les ambiguïtés trouvées dans

les analyses des anciennes données. Avec l'hypothèse d'une perturbation au premier ordre, l'effet isotopique observé entre les noyaux $^{16,18}\text{O}$ sur le déplacement (ou la largeur) de la transition est proportionnel à la partie réelle (ou imaginaire) de la longueur de diffusion \bar{a}_{pn} . De telle façon que :

$$\rho_{pn}^- = \frac{\text{Re}(a_{pn}^-)}{\text{Im}(a_{pn}^-)} = 2 \frac{18\varepsilon - 16\varepsilon}{18\Gamma - 16\Gamma}$$

L'analyse effectuée dans l'expérience PS176 conduit à une valeur de ρ_{pn}^- à l'énergie zéro d'environ - 1. Cette valeur négative est confirmée par l'observation des déplacements du niveau 1S de l'atome d'hydrogène³¹. Comparé aux analyses effectuées à partir des relations de dispersion, cela pourrait suggérer un pôle près du seuil de l'amplitude $\bar{N}\bar{N}$. L'effet de résonance nucléaire E2 a été étudié en mesurant les raies X des atomes antiprotoniques des isotopes $^{92,94,95,98,100}\text{Mo}$ (réf.13). Cet effet est prévu quand l'énergie de désexcitation atomique est bien adaptée à l'énergie d'excitation nucléaire. Expérimentalement, il se traduit par une atténuation des raies X correspondantes par rapport aux intensités mesurées pour les isotopes non résonnants. Des exemples marquants ont été trouvés pour la raie 8-7 du ^{100}Mo et les raies 7-6 des isotopes $^{94,98,100}\text{Mo}$. Les atténuations mesurées sont en bon accord avec les prédictions théoriques. Néanmoins, les déplacements en énergie et la largeur des raies ne sont pas encore reproduits ni par les calculs en modèle optique ni par les calculs microscopiques. Des travaux à la fois théoriques et expérimentaux sont nécessaires à la compréhension des effets d'interaction forte dans les noyaux de masse moyenne.

V. LA DIFFUSION INELASTIQUE

A - Motivations

La diffusion inélastique d'antiprotons a été étudiée dans le but de mesurer la fonction de réponse du noyau à cette sonde et de tester la dépendance en spin-isospin de l'interaction $\bar{N}\bar{N}$ (réf.18,45). Du fait de leur absorption forte on s'attend à ce que les antiprotons existent très sélectivement les niveaux ayant un grand facteur de forme en surface. Par conséquent, pour ces états les sections efficaces (\bar{p}, \bar{p}') peuvent être un complément des autres processus inélastiques tels que (p, p') et (e, e'). En tant que test de l'interaction élémentaire, les transitions vers les états isoscalaires de parité naturelle sondent essentiellement la partie centrale de l'amplitude moyennée sur le spin et l'isospin. Pour les transitions ($\Delta S = 1$) vers les états de parité non naturelle elles sont essentiellement sensibles, aux petits transferts, à l'amplitude centrale t_{σ}^c (pour $\Delta T = 0$) et $t_{\sigma\tau}^c$ (pour $\Delta T = 1$) ; et, aux grands transferts aux parties spin-orbite t^{LS} et tenseur t^T de l'interaction élémentaire. Des études expérimentales de l'interaction $\bar{p}p$, on voit que ces composantes ne sont pas bien connues et sont très difficiles à déterminer vu le grand nombre

d'observables à mesurer. Par conséquent, les mesures de diffusion inélastique de ces transitions étaient attendues pour apporter des contraintes sur la dépendance en spin de l'amplitude élémentaire.

B - Données expérimentales de l'expérience PS184

1) Niveaux collectifs

La diffusion inélastique vers les niveaux collectifs a été étudiée sur les noyaux de ^{12}C et ^{18}O . Les niveaux du ^{12}C à 4,4 MeV ($J^\pi = 2^+$) et 9.6 MeV ($J^\pi = 3^-$) sont bien séparés et suffisamment excités pour mesurer leurs distributions angulaires jusqu'aux angles arrière. Celle du niveau 7,6 MeV ($J^\pi = 0^+$) ne l'a été que pour les angles inférieurs à 20° c.m. (sous-produit des deux spectres à haute statistique mesurés aux angles avant pour étudier les états de parité non naturelle). Pour ^{18}O , seule la distribution angulaire du premier niveau excité 2^+ a été mesurée à 178,4 MeV, les autres niveaux étant trop peu excités ou non résolus. Les distributions angulaires présentent une figure de diffraction typique de l'absorption forte avec des oscillations du 2^+ en opposition de phase par rapport à celles de la diffusion élastique. A cette énergie, les sections efficaces des niveaux collectifs sont environ trois fois supérieures à celles des protons pour un fond estimé au-delà de 10 MeV d'énergie d'excitation identique d'où une amélioration du rapport signal sur bruit voisin de 3. Cette amélioration aux grandes énergies d'excitation par rapport aux diffusions de protons était principalement attendue en raison d'une réduction des diffusions multiples par le processus d'annihilation. Sur la figure 9 sont représentées les distributions angulaires des diffusions élastique et inélastique mesurées sur ^{18}O avec deux calculs en voies couplées effectués avec le code ECIS de J. Raynal⁴⁵ dans le cadre du modèle rotationnel. La courbe en pointillés correspond au calcul effectué en supposant une déformation β_4 nulle. Un meilleur accord est obtenu (courbe en trait plein) en fixant la longueur de déformation $\beta_4 R$ à 0,52 fm, valeur déterminée par la diffusion inélastique de protons de basse énergie (le niveau 4^+ de la bande rotationnelle, situé à 7,12 MeV, n'étant pas mesuré). La longueur de déformation quadrupolaire $\beta_2 R$ obtenue est en bon accord avec les valeurs déterminées à l'aide d'autres sondes. Pour le ^{12}C , un premier calcul a été effectué à l'aide du modèle vibrationnel afin de décrire simultanément les sections efficaces des niveaux 2^+ et 3^- , un second à l'aide du modèle rotationnel où seul le niveau 2^+ est considéré. Pour le niveau 2^+ , l'accord avec l'expérience est en général moins bon dans le cadre du modèle vibrationnel que pour le modèle rotationnel. De même la longueur de déformation $\beta_2 R$ égale à 1,15 fm a une valeur inférieure de 25 % à celle déduite dans le cadre du modèle rotationnel ; cette dernière étant en bon accord avec les valeurs obtenues avec les autres sondes. Pour le niveau 3^- uniquement décrit dans le cadre du modèle vibrationnel, un accord relativement satisfaisant est observé aux angles avant ; aux angles arrière le calcul présente une forme trop diffractive par rapport à l'expérience. Cette difficulté à reproduire la distribution angulaire du niveau 3^- est

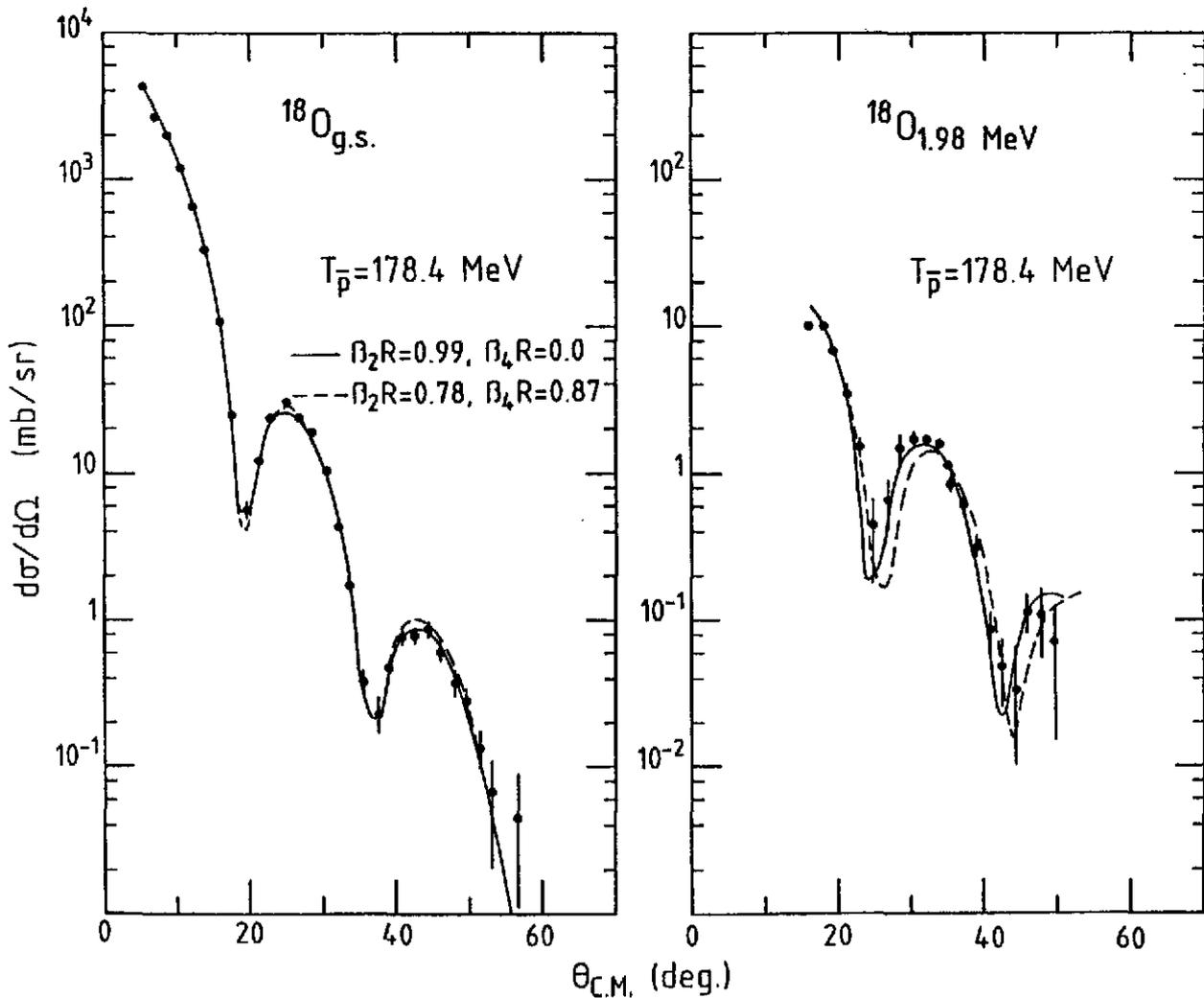


Fig. 9. Distributions angulaires de la diffusion élastique et inélastique mesurées sur ^{18}O et des calculs en voies couplées effectués avec le code ECIS de J. Raynal⁴⁵.

analogue à ce qui a été observé en diffusion inélastique de protons de basse énergie⁴⁷ où, pour reproduire correctement l'arrière, il fallait tenir compte du couplage des niveaux 2^+ et 3^- dans le cadre d'un modèle rotateur-vibreur.

Des calculs microscopiques effectués dans l'approximation d'impulsion des ondes distordues (DWIA) reproduisent bien les distributions angulaires des niveaux 2^+ et 3^- du ^{12}C . Ce résultat confirme que les effets de champ moyen sont faibles et que l'amplitude $\bar{N}\bar{N}(t_0)$ moyennée sur le spin et l'isospin est bien calculée, dans les modèles de Paris¹⁶ et Dover-Richard¹⁴. En ce qui concerne le niveau 0^+ à 7,6 MeV, l'accord n'est pas bon soit dans la normalisation¹⁸ soit par la phase³⁹. Comme cette transition fait intervenir les mêmes termes de l'amplitude élémentaire que les niveaux 2^+ et 3^- , le désaccord observé reflète soit une mauvaise description de l'amplitude de transition soit la contribution de processus en deux étapes.

2) Étude des niveaux de parité non naturelle du ^{12}C .

Deux spectres à grande statistique ont été mesurés à $9,5 \pm 4$ degrés et 15 ∓ 4 degrés avec environ 1,2 MeV de résolution en énergie. Le but était de déterminer les sections efficaces des

deux niveaux 1^+ de parité non naturelle localisés à 12,7 MeV ($T = 0$) et 15,1 MeV ($T = 1$). Aux petits angles ces niveaux sont respectivement excités via les amplitudes centrales t_{00}^C (pour $\Delta T = 0$) et t_{00}^C (pour $\Delta T = 1$). Du rapport R des sections efficaces (tableau 2) on s'attend à pouvoir

Tableau II. Sections efficaces différentielles des niveaux à 12,7 et 15,1 MeV d'énergie d'excitation du ^{12}C [réf. 42]. $R(\theta)$ représente le rapport des sections efficaces entre les niveaux à 12,7 et 15,1 MeV.

θ_{cm} (deg)	Modèle de Paris			Modèle de Dover et Richard		
	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (mb/sr)		$R(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (mb/sr)		$R(\theta)$
	12,7 MeV	15,1 MeV		12,7 MeV	15,1 MeV	
0	0,15	0,33	0,44	0,02	0,45	0,05
5	0,12	0,20	0,60	0,03	0,26	0,11
10	0,08	0,20	0,38	0,03	0,20	0,15
15	0,04	0,14	0,30	0,02	0,14	0,16

distinguer entre l'interaction de Paris et celle de Dover-Richard. La grande variation du rapport R reflète essentiellement que la section efficace du niveau à 12,7 MeV est supérieure d'un ordre de grandeur dans le cadre du modèle de Paris¹⁶ par rapport au modèle de Dover-Richard¹⁴. Ceci est une conséquence de la forte dépendance en spin de la partie imaginaire de l'amplitude $\bar{N}N$ dans le modèle de Paris. La section efficace du niveau 1^+ à 15,1 MeV ne dépend pas de façon significative du potentiel d'interaction ; dans tout le domaine angulaire elle est prédite nettement inférieure aux sections efficaces observées en diffusion inélastique (p,p') par contraste avec les niveaux isoscalaires de parité naturelle. La résolution expérimentale ($\Delta E = 1,2$ MeV) ne permet pas de mesurer directement la section efficace du niveau 15,1 MeV. Les sections efficaces des excitations comprises dans la gamme d'énergie 13,2-17 MeV sont respectivement de $1,02 \pm 0,16$ mb/sr à 9,5 degrés et $1,35 \pm 0,15$ mb/sr à 15 degrés. La valeur de ces sections efficaces et leur dépendance angulaire (figure 10) ne peuvent être associées à l'excitation du niveau 15,1 MeV seul. A posteriori, ceci a pu être interprété¹⁸ par le fait qu'avec une résolution en énergie de 1,2 MeV cet état dont la section efficace doit être de 0,15 mb/sr est caché par l'excitation du niveau isoscalaire 15,3 MeV ($\Delta T = 0$). Cette dernière a pu être estimée à environ 1 mb/sr, en accord avec l'observation expérimentale présente, à partir des sections efficaces observées en (α,α') pour l'excitation relative des niveaux 2^+ à 4,43 MeV et 15,3 MeV (réf.¹⁸) ou de l'intensité de l'excitation du niveau 15,3 MeV à partir de la diffusion (p,p'). Pour le niveau 12,7 MeV, les sections efficaces mesurées sont en faveur des prédictions effectuées avec le potentiel de Paris. Néanmoins, ce résultat ne peut être considéré comme un test concluant puisque les valeurs absolues des sections efficaces peuvent être sensibles à la description du mécanisme de réaction, ou du potentiel optique. Seule la mesure du rapport R aurait permis de s'affranchir des incertitudes du modèle.

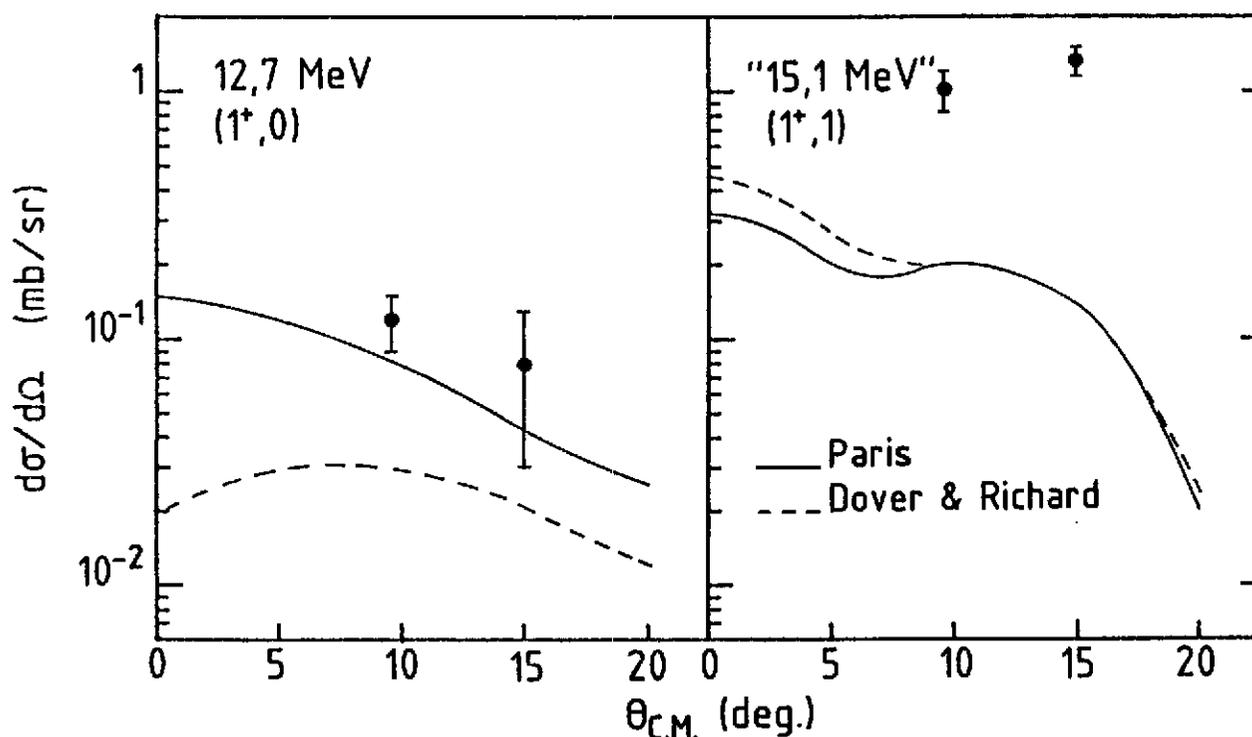


Fig. 10. Comparaison des prédictions des modèles de Dover et Richard (courbes en pointillés) et de Paris (courbes en trait continu) avec les sections efficaces mesurées pour le niveau à 12,7 MeV et entre 13,2-17 MeV d'énergie d'excitation

VI. ETUDE DE LA REACTION (\bar{p}, p)

La recherche d'états liés étroits \bar{p} -noyau a été effectuée à 600 MeV/c utilisant la réaction $A(\bar{p}, p)X$ et le spectromètre magnétique SPES II. La résolution en énergie des protons sortant était d'environ 1,5 MeV, reflétant essentiellement la diffusion multiple dans des cibles d'environ 2g/cm^2 , les fenêtres du spectromètre et le système de détection. Des cibles de scintillateur (CH), ^{12}C , ^{63}Cu et ^{209}Bi furent étudiées dans une première expérience mais les résultats statistiquement les plus significatifs furent obtenus sur des cibles de ^6Li , scintillateur (CH) et polyéthylène paardeutééré (CD_2) pour des énergies de protons variant entre 120 et 290 MeV.

Les deux avantages principaux pour utiliser la réaction d'éjection sont : a) le proton sortant à zéro degré transporte la plupart du moment incident, $\vec{p}_p = \vec{p}_{\bar{p}}$ laissant quasiment l'antiproton "au repos" dans la cible et favorisant ainsi la formation d'états $\{\bar{p}, (A-1, Z-1)\}$; b) le choix de l'impulsion de l'antiproton incident proche du maximum de la section efficace élastique $\bar{p}p$ aux angles arrière pour favoriser la section efficace de la réaction $A(\bar{p}, p)X$. La figure 11 montre un spectre en énergie des protons $d^2\sigma/d\Omega dE$ observé avec la cible de scintillateur. Les protons mesurés proviennent essentiellement de l'annihilation des antiprotons dans la cible, où ils sont éjectés par des pions émis directement ou indirectement via la formation d'isobares Δ . Le spectre peut être décrit par une distribution de Maxwell :

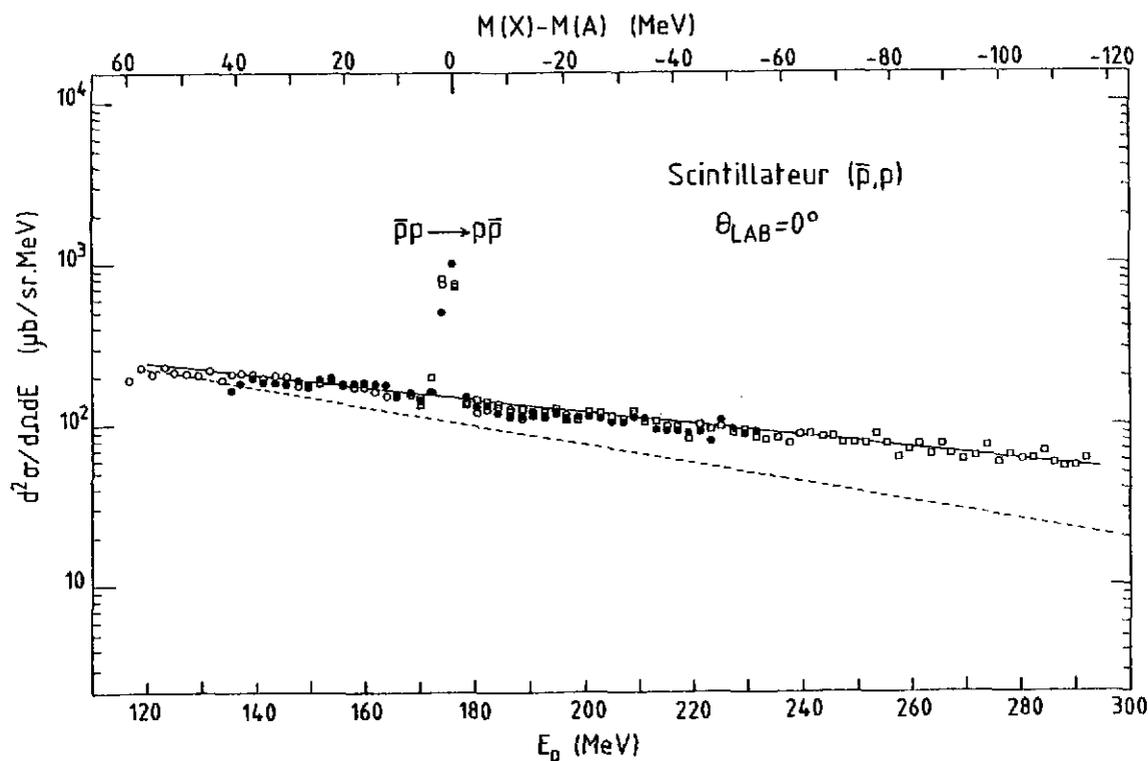


Fig. 11. Section efficace différentielle pour la réaction $A(\bar{p},p)X$ sur une cible de scintillateur. L'échelle supérieure représente la différence de masse $M(X)-M(A)$. Le pic étroit observé à $M(X) = M(A)$ correspond à la diffusion élastique arrière $\bar{p}p$. La courbe en trait plein correspond à une température T de 85 MeV et celle en pointillés représente un calcul dans le modèle de cascade intranucléaire avec une température T de 62 MeV.

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = C\sqrt{E} \exp(-E/T)$$

où la température moyenne est d'environ 85 MeV. De telles températures sont supérieures aux prédictions des calculs de cascade intranucléaire (INC)^{48,49}. Le pic étroit observé à l'énergie de protons E_p égale à l'énergie incidente des antiprotons est dû à la diffusion élastique d'antiprotons sur l'hydrogène du scintillateur. La section efficace différentielle de la réaction $\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$ déduite des données actuelles est $d\sigma/d\Omega(180^\circ) = 0,63 \pm 0,01$ mb/sr. C'est en bon accord avec la valeur mesurée auparavant $d\sigma/d\Omega(174^\circ) = 0,65 \pm 0,05$ mb/sr. La diffusion quasi-libre vers l'arrière attendue à l'énergie $E_p = 152$ MeV, ne peut pas se distinguer du fond continu d'environ 200 $\mu\text{b/sr.MeV}$.

La figure 12 montre le spectre de protons sur la cible de ${}^6\text{Li}$ pour lequel la température est d'environ 95 MeV. Le bruit de fond des protons provenant de l'annihilation est plus faible ce qui rend possible d'observer les protons de la diffusion quasi-libre de l'antiproton incident sur les protons individuels du noyau-cible de ${}^6\text{Li}$ à l'énergie attendue de $E_p = 168$ MeV. La dépendance en masse de la section efficace de production de protons déterminée à partir des mesures sur les cibles de ${}^{12}\text{C}$, ${}^{63}\text{Cu}$ et ${}^{209}\text{Bi}$ varie en $A^{2/3}$ comme prévu par les calculs de cascade intranucléaire. Néanmoins, dans le cas du ${}^6\text{Li}$ les sections efficaces différentielles mesurées sont inférieures d'un facteur 2 à ce que l'on attendrait de la dépendance en masse en $A^{2/3}$. Cette réduction du bruit de fond d'annihilation favorise l'utilisation de cibles légères pour la recherche des états liés

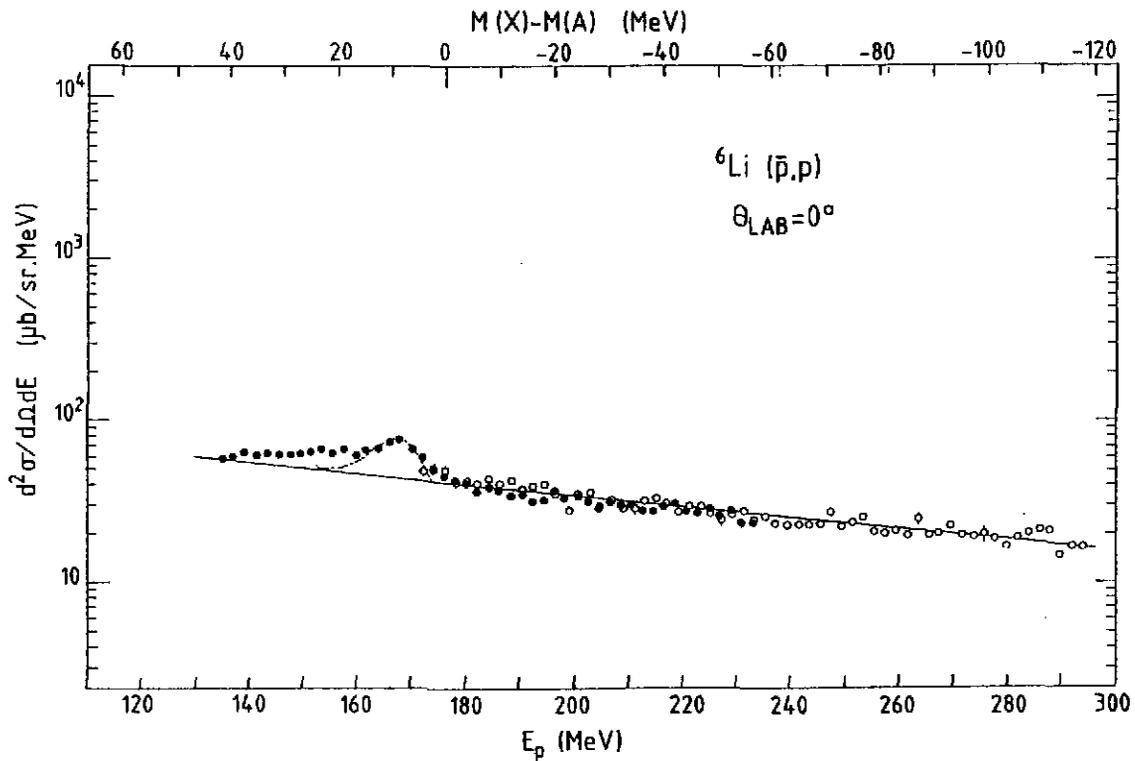


Fig. 12. Section efficaces doublement différentielle de la réaction (\bar{p},p) sur une cible de ${}^6\text{Li}$ à une énergie incidente de 177,9 MeV. La ligne en trait plein correspond à une température moyenne $T = 95$ MeV. La courbe en pointillés est le résultat de la diffusion quasi libre de l'antiproton incident sur les protons individuels du ${}^6\text{Li}$ et correspondant à un nombre de protons effectif $N_{\text{eff}} = 0,12$

antiproton-noyau. Le calcul des spectres de diffusion arrière quasi libre des antiprotons sur les nucléons de la cible a été effectué en prenant pour la distribution de Fermi des protons de la couche $1p$ du ${}^6\text{Li}$ et ${}^{12}\text{C}$ une forme :

$$F(k) \sim \sin^2(\pi k/k_{F_{\text{max}}})$$

avec pour $k_{F_{\text{max}}}$ la valeur extraite de la diffusion d'électrons⁵⁰. La comparaison entre les sections efficaces calculées et observées pour cette réaction conduisent à un nombre effectif de protons du ${}^6\text{Li}$, $N_{\text{eff}} = 0,12$. Dans le ${}^{12}\text{C}$, en supposant un pic quasi libre à trois déviations standard au dessus du spectre continu de protons conduit à une limite supérieure $N_{\text{eff}} < 0,13$. De tels nombres effectifs sont inférieurs à ceux déterminés de façon théorique : $N_{\text{eff}} = 0,5$ (réf.⁵⁰) et mesurés à partir de la réaction d'échange de charge ${}^{12}\text{C}(\bar{p},\bar{n})$ (réf.⁵²) $N_{\text{eff}} = 0,86$.

VII. CONCLUSIONS

Les sections efficaces différentielles de diffusion classique ont été mesurées par l'expérience PS184, sur des noyaux de masse comprise entre celle du ${}^{12}\text{C}$ et du ${}^{208}\text{Pb}$ aux énergies d'environ 50 et 180 MeV. L'analyse en modèle optique de ces résultats met bien en évidence le caractère fortement absorbant de l'interaction. Le potentiel n'est bien déterminé qu'à la surface

des noyaux, autour du rayon d'absorption forte, où $|W(r)| > 2|V(r)|$. Avec l'hypothèse d'une géométrie en forme de Woods-Saxon le potentiel réel est trouvé attractif et peu profond. En imposant que la géométrie du potentiel soit celle de la distribution de charge on ne peut pas reproduire correctement les distributions angulaires expérimentales. Il faut utiliser une procédure permettant de tenir compte de la portée finie de l'interaction pour obtenir un bon accord avec l'expérience. De cette façon on trouve que le potentiel est relativement peu profond $V_0 < 105$ MeV et que la partie imaginaire est forte $W_0 > 2V_0$. Ce résultat élimine toute possibilité de phénomène de mise en orbite de l'antiproton autour du noyau²³, la grande attraction prédite par certaine théorie relativiste de champ moyen ainsi que la dépendance avec l'énergie du potentiel réel prédite par certains calculs microscopiques^{32,33}. Le caractère fortement absorbant du potentiel optique antiproton noyau est confirmé par l'analyse des données sur les atomes antiprotoniques et le fait que l'on n'observe pas d'état liés antiproton noyau dans l'expérience PSI84. Les sections efficaces différentielles sont bien décrites par les calculs microscopiques utilisant l'interaction élémentaire $\bar{N}N$ libre. Ce succès, inattendu, de l'approximation d'impulsion est dû à l'absorption forte qui empêche l'antiproton de pénétrer fortement à l'intérieur du noyau. Par conséquent, les effets de milieu doivent jouer un rôle faible. Les sections efficaces différentielles calculées avec les trois types d'interaction élémentaire de Paris, de Dover-Richard ou de Nimègue présentent des différences trop faibles pour faire un choix entre ces trois modèles. La polarisation faible mesurée à l'avant pour la diffusion $\bar{p}^{-12}\text{C}$ à 550 MeV/c est en faveur d'une interaction, telle que celle de Dover-Richard, prédisant un faible potentiel spin-orbite pour l'interaction \bar{p} noyau. Néanmoins, des mesures complémentaires sur un grand domaine de transfert et avec une bonne statistique sont nécessaires avant de conclure.

Les mesures des raies X des atomes antiprotoniques des isotopes de l'oxygène permettent de déterminer le rapport ρ des parties réelle et imaginaire de l'amplitude scalaire à transfert nul. On peut donc espérer que la mesure des effets isotopiques à la fois dans les atomes antiprotoniques et la diffusion élastique $\bar{N}N$ fournissent des renseignements intéressants sur la dépendance en iso-spin des amplitudes élémentaires $\bar{N}N$.

La dépendance en masse des sections efficaces de réaction suit une loi en $A^{2/3}$, ce qui reflète l'importance du mécanisme d'annihilation en surface.

Les distributions angulaires de diffusion inélastique vers les états collectifs sont bien décrites dans le formalisme de l'approximation d'impulsion. Le rapport des sections efficaces intégrées à celles de protons peuvent bien être décrites, au moins qualitativement, par la dépendance en énergie de la partie centrale de l'interaction moyennée sur le spin et l'isospin. L'espoir d'extraire des informations sur la dépendance en spin-isospin de l'interaction élémentaire à partir de la mesure du rapport des sections efficaces entre les deux niveaux 1^+ à 12.7 et 15.1 MeV n'a pu être satisfait par le manque de résolution expérimentale.

Des limites supérieures pour la production d'états liés ou résonnants antiproton-noyau ont pu être données; elles sont d'un ordre de grandeur plus faibles que les prédictions théoriques

obtenues par un calcul en onde plane et un potentiel optique très attractif et relativement peu absorbant. Des calculs récents⁵³ effectués en ondes distordues avec des potentiels optiques de l'expérience PS184 donnent pour le rapport signal/bruit, entre les protons provenant d'états liés \bar{p} -noyau et ceux produits par l'annihilation des valeurs faibles ($R < 10^{-2}$) pour les cibles de $A > 12$, ce qui est compatible avec la non observation des états liés. Pour des cibles légères non saturées en spin-isospin on s'attend à ce que la situation soit plus favorable. En effet le bruit de fond des protons résultant de l'annihilation décroît plus vite que la loi en $A^{2/3}$ observée pour les cibles plus lourdes. De plus, pour les cibles non saturées en spin-isospin, on s'attend à ce que l'absorption soit moins forte dans le cadre du modèle de Paris. Par conséquent, le rapport signal sur bruit arriverait à la limite du détectable.

REFERENCES

- 1 D. Garreta ; "Physics at LEAR with low energy cooled antiprotons" ; Erice (1982), Plenum, New York (1983) p.533.
- 2 D. Garreta et al ; Phys. Lett. 135B (1981) 266 ; Phys. Lett 139B (1984) 464.
- 3 D. Garreta et al.; Phys. Lett. 149B (1984) 64 ; Phys. Lett. 151B (1985) 473.
- 4 G. Bruge, rapport DPhN Saclay n° 2136 (1984).
- 5 D. Garreta ; 7th European symposium on antiproton interactions, Durham (1984) p.157.
- 6 D. Garreta et al., Phys. Lett 150B (1985) 95.
- 7 D. Garreta, Contributions au 3ème atelier de LEAR, "Physics with low energy cooled antiprotons in ACOL era", Tignes (1985).
- 8 D. Garreta, Contribution à la Conférence "Antinucléon and nucleon nucleus interactions" Telluride (1985) ; Rapport DPh-N Saclay n° 2286.
- 9 M.C. Lemaire, Contribution à Bad-Honnef (1985) ; Rapport DPh-N Saclay n° 2282 (1985).
- 10 G. Bruge et al., Phys. Lett. (1985) to be published, Rapport DPh-N Saclay n° 2301 (1985).
- 11 R. Birsa et al., Phys. Lett. 155B (1985) 437.
- 12 H. Poth et al., Contribution to the 3rd LEAR workshop : "Physics with low energy cooled antiprotons in the ACOL era", Tignes (1985).
- 13 T.V. Egidy et al., Contribution to the 3rd LEAR workshop : " Physics with low energy cooled antiprotons in the ACOL era", Tignes (1985).
- 14 C.B. Dover et J.M. Richard, Phys. Rev. C25 (1982) 1252.
- 15 M. Apston-Garnjost et al., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1901.
- 16 J. Coté et al., Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1319.
- 17 P.H. Timmers, W.A. Van der Sanden et J.J. de Swart, Phys. Rev. D29 (1984) 1928.
- 18 C.B. Dover, Contributions au 3ème atelier de LEAR, "Physics with low energy cooled antiprotons in the ACOL era", Tignes (1985).
- 19 L.E. Agnew et al., Phys. Rev. 108 (1957) 1545.
- 20 H. Aihara et al., Nucl. Phys. A360 (1981) 291 et références incluses.

- 21 C.J. Batty, Nucl. Phys. A372 (1981) 433 et références incluses.
- 22 C.Y. Wong et al., Phys. Rev. C29 (1984) 574.
- 23 E.H. Auerbach, C.B. Dover et S. Kahana, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 702.
- 24 A. Bouyssy et S. Marcos, Phys. Rev. Lett. 114B (1982) 397.
- 25 G.B. Dover, A. Gal et J.M. Richard, Phys. Rev. D27 (1983) 1090.
- 26 R. Klapisch, Nucl. Phys. A434 (1985) 207.
- 27 H. Catz, "Le spectromètre SPES II", séminaire sur les ensembles de détection magnétique du LNS (mars 1980).
- 28 J. Thirion et P. Birien, Le Spectromètre II, rapport DPh-N/HE (1975).
- 29 R. Chaminaide, J.M. Durand, J.C. Faivre et J. Pain, NIM 118 (1974) 477.
- 30 K. Nakamura et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1980) 731.
- 31 C.J. Batty et al., Nucl. Phys. A436 (1985) 621 ; Phys. Lett. 142B (1984) 241.
- 32 J.A. Niskanen et A.M. Green, Nucl. Phys. A404 (1983) 495 et communication privée à D. Garreta.
- 33 J. Kronenfeld, A. Gal et J.M. Eisenberg, Nucl. Phys. A430 (1984) 525.
- 34 F. Balestra et al., Contribution to the 3rd LEAR workshop "Physics with low energy cooled anti-protons in the ACOL era", Tignes (1985)
- 35 J.H. Menet et al., Phys. Rev. C4 (1971) 1114 ; R.F. Carlson et al., Phys. Rev. C12 (1975) 1167.
- 36 A. Johanson et al., Arkiv für Fysik 19 (1961) 541.
- 37 G. Dalkarov et V.Karmanov, Phys. Lett. 147B (1984) 1 et communication privée à D. Garreta.
- 38 A. Chauneaux et al., communication privée à D. Garreta.
- 39 H. Von Geramb et al., Contribution to the 3rd LEAR workshop "Physics with low energy cooled antiprotons in the ACOL era", Tignes (1985) ; Nuovo Cimento Vol.42 (1985) 209 ;
S. Adachi et H.V. Geramb, Contribution au Symposium international sur la diffusion nucléon et antinucléon de moyenne énergie, Bad Honnef (1985).
- 40 T. Suzuki et H. Narumi, Nucl. Phys. A426 (1984) 413 ; T. Suzuki, preprint HUPD-8506.
- 41 J.M. Cameron, Nucl. Phys. A434 (1985) 261 et références incluses.
- 42 B.C. Clarck et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1423.
- 43 W.G. Love et al., Contribution au symposium international sur la diffusion nucléon et antinucléon de moyenne énergie ; Bad Honnef (1985).
- 44 C.B. Dover, M.E. Sainio et G.E. Walker, Phys. Rev. C28 (1983) 2368.
- 45 J. Raynal, Phys. Rev. C23 (1981) 2571.
- 46 R. de Leo et al., Phys. Rev. C28 (1983) 1443.
- 47 M. Cahay et al., Phys. Lett. 115B (1982) 7.
- 48 M.R. Clover et al., Phys. Rev. C26 (1982) 2138.
- 49 E.J. Moniz et al., Phys. Rev. Lett. 26 (1971) 445.
- 50 A. Bouyssy, communication privée à D. Garreta.
- 51 K. Nakamura et al., Phys. Rev. C31 (1985) 1853).
- 52 A.J. Baltz et al., à publier.

RÉSONANCES GÉANTES À TEMPÉRATURE FINIE

J. MEYER

Institut de Physique Nucléaire, Lyon

Résumé : Les résonances géantes sont interprétées comme une signature expérimentale des mouvements collectifs des nucléons à l'intérieur des noyaux. En utilisant les résultats du cours consacré aux propriétés statiques des noyaux à température finie, on se propose de répondre à la question : **Que deviennent ces modes collectifs à température finie ?** Après avoir rappelé les hypothèses de base du formalisme de l'approximation des phases aléatoires ainsi que celles qui permettent une analyse plus globale en termes de règles de somme, nous présentons des résultats concernant les modes électriques dipolaire isovectoriel et monopolaire isoscalaire. Dans ce dernier cas, nous avons extrait le comportement du module d'incompressibilité du noyau en fonction de la température, élément essentiel pour une meilleure connaissance de **l'équation d'état du fluide nucléaire.**

Abstract : Giant resonances are experimental signatures of the collective motion of the nucleons inside the nucleus. Using the results of the lectures devoted to the static properties of hot nuclei, we propose an answer to the question : **What happens for these collective modes at finite temperature ?** We recall the main assumptions of the random phase approximation and the global sum rule formalisms. We discuss then some results for the isovector dipole and isoscalar monopole electric modes. In the latter case, we have exhibited the behaviour of the compression modulus for a hot nucleus (in a range of $T = 0 \div 4$ MeV) which is a fundamental ingredient of our knowledge of the **equation of state of the nuclear medium.**

1. INTRODUCTION

Depuis leur découverte en 1947 les résonances géantes ont fait l'objet d'études exhaustives tant expérimentales que théoriques et l'on peut dire qu'elles constituent une parfaite évidence de l'existence de mouvements collectifs des nucléons à l'intérieur des noyaux. La figure 1 montre un exemple de résonance géante observée lorsque l'on bombarde un noyau de ^{208}Pb avec des photons de haute énergie [1]. En utilisant diverses sondes hadroniques ou électromagnétiques, on a pu mettre en évidence divers types de résonances [2,3] que l'on peut classer à l'aide de nombres quantiques de spin, d'isospin et de moment angulaire. Ainsi la figure 1 montre le mode électrique dipolaire isovectoriel (que l'on note $E1 ; T = 1$) où les neutrons et les protons vibrent en opposition de phase suivant un axe donné (Fig. 2). La force de rappel qui dans ce cas inverse le mouvement des nucléons sera la partie de symétrie de la force nucléaire.

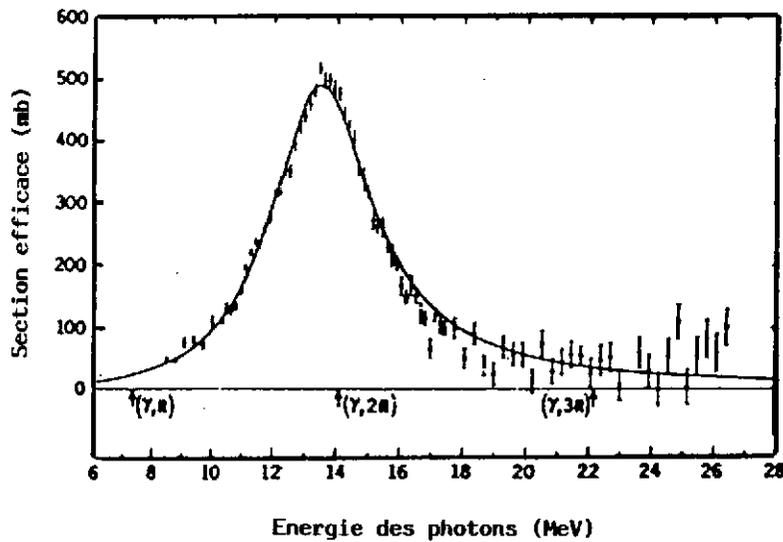


Figure 1 : Section efficace de photoabsorption dans le noyau ^{208}Pb mettant en évidence la résonance géante électrique dipolaire isovectorielle [1].

D'une manière générale les résonances magnétiques sont sensibles au degré de liberté de spin des nucléons par opposition aux modes électriques. Dans les modes isovectoriels, neutrons et protons se déphasent tandis que dans les modes isoscalaires, ces mouvements des neutrons et des

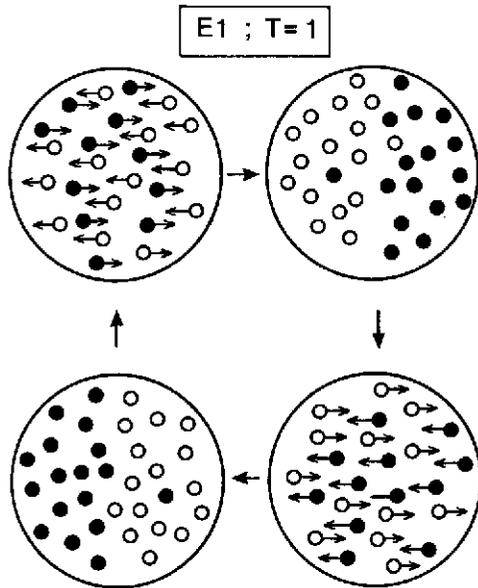


Figure 2 : Le mode électrique dipolaire isovecteur $E1 ; T=1$ où les neutrons et les protons vibrent en opposition de phase suivant une direction donnée. Les protons sont en noir et les neutrons en blanc^[4].

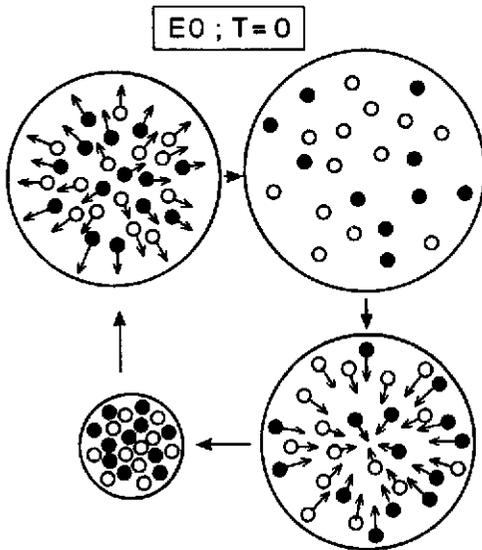


Figure 3 : Le mode électrique monopolaire isoscalaire $E0 ; T=0$ ^[4].

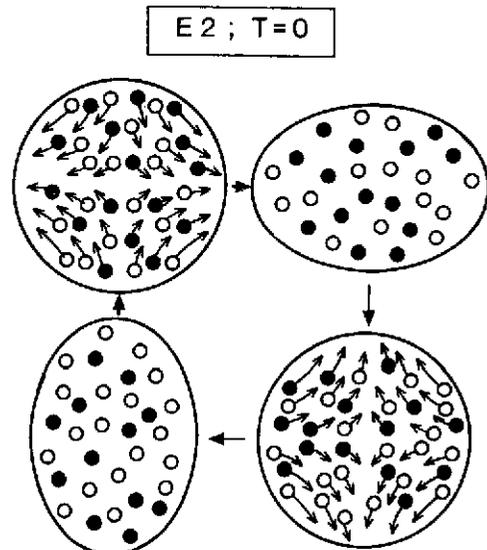


Figure 4 : Le mode électrique quadrupolaire isoscalaire $E2 ; T=0$ ^[4].

protons sont cohérents. Ainsi dans le mode électrique monopolaire isoscalaire schématisé sur la figure 3 et que M. Buenerd étudie dans son cours [5], ce mouvement cohérent des nucléons donne l'image d'une "respiration" du noyau autour de son état d'équilibre. La force de rappel sera alors la résistance à la compression de la matière nucléaire et il est aisé de comprendre que ce mode $E0 ; T = 0$ sera sensible au module d'incompressibilité du fluide nucléaire.

Dans le mode électrique quadrupolaire isoscalaire le mouvement cohérent des nucléons induit une déformation du noyau (fig. 4) et l'on peut imaginer plusieurs types de forces de rappel : tension superficielle comme dans une goutte d'eau ou résistance à la déformation comme dans un solide. Cette notion classique de force de rappel est importante car elle permet un calcul simple de la fréquence de vibration et ainsi d'en déduire comment varie l'énergie de la résonance avec la masse du noyau [2,5] .

Comme complément aux cours principaux consacrés aux propriétés statiques à température finie des noyaux [7], ce cours se propose de répondre à la question : **Que deviennent ces modes propres à température finie ?**

On exposera tout d'abord les éléments d'une théorie microscopique pour la description des modes de vibration dans les noyaux : ce sera l'approximation des phases aléatoires (RPA) qui sera construite comme une approximation valable pour des vibrations de faible amplitude des équations de Hartree-Fock dépendant du temps à température finie [6]. On montrera comment dans le cas d'un système très simple à deux niveaux on peut aisément résoudre ce système d'équations de la RPA et ainsi décrire schématiquement le comportement des énergies des résonances lorsque la température augmente.

Dans le cadre d'une approche globale que sont les règles de somme (dont on prouvera l'existence à température finie), on montrera que l'on peut répondre à la question posée sans entrer dans le problème très complexe que pose la résolution complète du système d'équations de la RPA. Dans une quatrième partie on donnera des résultats pour les résonances géantes électriques dipolaire isovectorielle et monopolaire isoscalaire. On discutera brièvement l'éventuelle possibilité d'observer des signatures expérimentales de ce comportement à haute énergie d'excitation.

On conclura enfin sur les informations que l'on peut déduire d'une telle étude quant à l'amélioration de notre connaissance de l'équation d'état du milieu nucléaire.

2. LES MODES PROPRES A TEMPERATURE FINIE DANS LES NOYAUX

2.1 L'approximation de Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF) :

Le cours de P. Bonche [7] montre d'une manière générale comment toute l'information d'un système de fermions en interaction est contenue dans un opérateur densité D et quelle forme prend ce dernier, noté alors D_{HF} , dans le cadre de l'approximation de particules indépendantes. Le problème que l'on se pose est maintenant de savoir comment le système réagit à une perturbation extérieure dans le cadre de cette même approximation.

Imaginons que l'on crée des conditions initiales qui préparent le système nucléaire hors de l'équilibre. Ce peut être par exemple une sonde électromagnétique qui lors de l'interaction avec

le noyau va induire une excitation collective des nucléons dont la forme peut être trouvée en raffinant la méthode Hartree-Fock. Dans le cas que nous venons de décrire l'opérateur densité devient une fonction du temps $D(t)$ solution de l'équation de Liouville - Von Neumann :

$$i\hbar \dot{D}(t) = [H, D(t)] \quad (2.1)$$

où H est le Hamiltonien indépendant du temps du système. On introduit alors la notion de densité réduite à un corps $\rho(t)$ [7], puis l'approximation de Hartree-Fock qui consiste maintenant à écrire que quel que soit le temps t , $D(t)$ reste un opérateur densité de particules indépendantes. Il existe alors une correspondance biunivoque entre $D_{HF}(t)$ et sa réduction à un corps $\rho_{HF}(t)$ qui est solution de l'équation [6] :

$$\langle n | i\hbar \dot{\rho}(t) | m \rangle = \langle n | [h\{\rho(t)\}, \rho(t)] | m \rangle \quad (2.2)$$

où $h\{\rho\}$ est l'opérateur réduit associé au Hamiltonien H dans l'approximation de particules indépendantes et est défini par ses éléments de matrice dans l'espace des états à une particule :

$$\langle n | h\{\rho\} | m \rangle = \frac{\partial \langle H \rangle}{\partial \langle m | \rho | n \rangle} \quad (2.3)$$

où

$$\langle H \rangle = \text{Tr}_2 (D H) \quad (2.4)$$

La méthode de Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF) que nous écrirons encore sous la forme (2.2) à température finie [7] avec un opérateur $h\{\rho\}$ à température finie [6,7] va nous permettre d'évaluer la réponse du système à la perturbation extérieure qui a polarisé le milieu nucléaire.

2.2 L'approximation des phases aléatoires (RPA) :

La linéarisation de l'équation TDHF (2.2) va nous permettre en effet d'obtenir des renseignements sur le caractère collectif (ou non) des excitations induites à l'intérieur du noyau à condition de partir de solutions Hartree-Fock stable à la température considérée [7].

Ecrivons la densité réduite $\rho(t)$ comme

$$\rho(t) = \rho_0 + \delta\rho(t) \quad (2.5)$$

où ρ_0 est la densité à un corps relative à l'approximation de Hartree-Fock statique initiale décrivant le noyau dans son état d'équilibre ; ρ_0 sera donc naturellement solution de l'équation

$$[h\{\rho_0\}, \rho_0] = 0 \quad (2.6)$$

qui n'est autre que (2.2) sans terme de vitesse au premier membre, et où $\delta\rho(t)$ est une variation de faible amplitude de la densité à un corps.

Les modes d'excitations que l'on cherche sont donc supposés être produits par des oscillations de petites amplitudes de la densité à un corps autour de la densité d'équilibre décrite dans le cadre d'une approximation de Hartree-Fock statique. On comprend maintenant aisément que l'approximation des phases aléatoires (RPA) que nous venons brièvement de construire ne sera rien d'autre que la recherche des modes propres du système [8].

En portant (2.5) et (2.6) dans l'équation (2.2) et en ne conservant que les termes linéaires en $\delta\rho(t)$, l'équation (2.2) peut s'écrire symboliquement sous la forme :

$$i\hbar \left\{ \delta\dot{\rho}(t) \right\} = (\Delta E + V \Delta F) \left\{ \delta\rho(t) \right\} \quad (2.7)$$

En effet, les éléments de matrice $\langle i | i\hbar \delta\dot{\rho}(t) | j \rangle$ peuvent être vus comme les composantes d'un vecteur dans l'espace particule-trou dans lequel agit l'opérateur RPA $\Delta E + V \Delta F$

$$\langle i | i\hbar \delta\dot{\rho}(t) | j \rangle \equiv \left\{ i\hbar \delta\dot{\rho}(t) \right\}_\alpha \quad (2.8)$$

où α est l'étiquette de la configuration particule-trou (i, j) . Pour construire le système d'équations RPA, il est nécessaire d'explicitier l'opérateur RPA $\Delta E + V \Delta F$ en considérant la partie statique $|X\rangle$ de $\left\{ \delta\rho(t) \right\}$:

$$\left\{ \delta\rho(t) \right\} = e^{-i\omega t} |X\rangle \quad (2.9)$$

Alors l'équation (2.7) devient un système d'équations aux valeurs propres :

$$(\Delta E + V \Delta F) |X\rangle = \omega |X\rangle \quad (2.10)$$

En projetant $|X\rangle$ sur toutes les configurations 1 particule - 1 trou,

$$|X\rangle = \sum_{ij} X_{ij} |ij\rangle = \sum_{ij} \langle i | \delta\rho | j \rangle |ij\rangle \quad (2.11)$$

et en utilisant les expressions des opérateurs ΔE , V et ΔF [6,9] (avec les notations $\alpha = (i, j)$ et $\beta = (k, \ell)$) :

$$\begin{aligned} \Delta E_{\alpha\beta} &= (\varepsilon_i - \varepsilon_j) \delta_{\alpha\beta} \\ F_{\alpha\beta} &= (f_i - f_j) \delta_{\alpha\beta} \\ V_{\alpha\beta} &= \langle i\ell | \tilde{V} | jk \rangle \end{aligned} \quad (2.12)$$

on obtiendra le système d'équations RPA à température finie :

$$(E - \varepsilon_i + \varepsilon_j) X_{ij} + \sum_{\ell k} \langle i\ell | \tilde{V} | jk \rangle (f_\ell - f_k) X_{\ell k} = 0 \quad (2.13)$$

où les états individuels $|i\rangle$ sont issus d'un calcul Hartree-Fock statique à la température T considérée :

$$\langle i | t | j \rangle + \sum_{\ell} f_{\ell} \langle i\ell | \tilde{V} | j\ell \rangle = \varepsilon_i \delta_{ij} \quad (2.14)$$

Dans l'équation (2.14) t est l'opérateur énergie cinétique, V l'interaction effective utilisée et les f_i sont les probabilités d'occupation de l'état individuel $|i\rangle$ données par une distribution de Fermi [7] :

$$f_i = \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)}} \quad (2.15)$$

$\beta = \frac{1}{kT}$ et μ est le potentiel chimique qui doit être déterminé en conservant le nombre moyen A de particules du noyau étudié :

$$A = \sum_i f_i \quad (2.16)$$

A température nulle ces facteurs de Fermi sont égaux à 0 et 1 simplifiant quelque peu le système (2.13) qui permet de calculer le spectre des états propres RPA correspondant à chacune des énergies propres E_n . De nombreuses études exhaustives des modes électriques isoscalaires et isovectoriels ont été menées à bien par J.P. Blaizot [10] et Nguyen Van Giai [11,12] dans le cadre d'un tel formalisme RPA complètement self-consistant tenant compte des états du continu s'il y a lieu. La figure 5 montre la fonction de distribution RPA pour le mode E_0 ; $T = 0$ dans le noyau de ^{208}Pb [11]. Cette fonction de distribution $S(E)$ correspondant à un opérateur Q donné* peut être mise sous la forme :

$$S(E) = \sum_n \left| \langle n | Q | 0 \rangle \right|^2 \delta(E_n - E) \quad (2.17)$$

où les états $|0\rangle$ et $|n\rangle$ sont les états propres RPA issus de (2.13) (fondamental et excités correspondant à chaque valeur propre E_n respectivement). La fonction de distribution (2.17) rassemble l'essentiel des résultats physiques du formalisme RPA : elle permet notamment de qualifier un état de très collectif dans la mesure où la fonction $S(E)$ donne un pic très prononcé à l'énergie E correspondante. En termes de règles de somme et en utilisant la règle de somme linéaire en énergie (Cf. paragraphe 3) nous obtiendrons une mesure directe de ce caractère collectif qui est généré (ou non) par les corrélations RPA et n'est en aucun cas une donnée a priori du formalisme.

*Cet opérateur Q responsable de la transition considérée peut être "deviné" en revenant à "l'image" [Cf. figures 2 à 4] de la résonance géante en termes de mouvements collectifs des nucléons. Des exemples d'opérateurs Q pour les modes étudiés ici sont donnés dans le paragraphe 3.

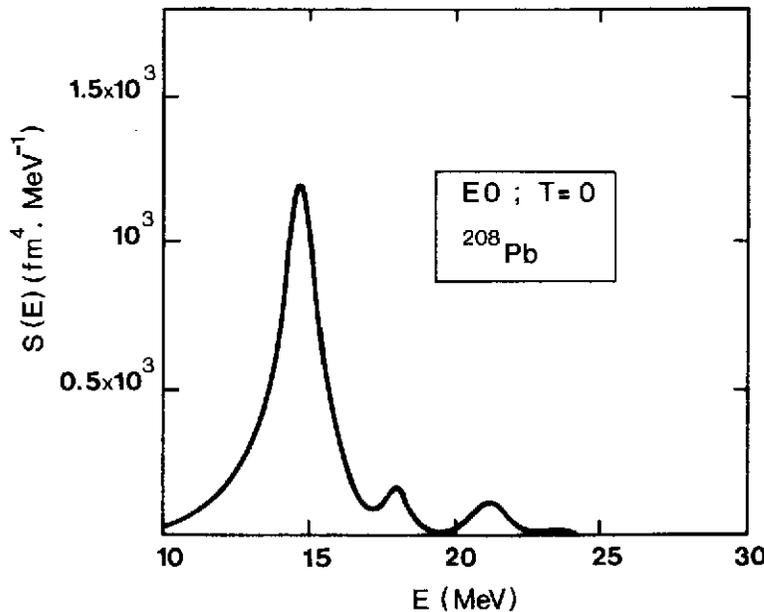


Figure 5 : Fonction de distribution $S(E)$ (eq.(2.17)) à température nulle, pour le mode $E0$; $T = 0$ dans le noyau ^{208}Pb [11].

Dans le cas du mode dipolaire isovectoriel, il faut en outre rappeler que $S(E)$ est directement relié à la probabilité d'absorption d'un photon d'énergie E [9].

Sans entrer dans les détails très complexes de la résolution du système d'équations (2.13), il est aisé de concevoir, qu'à température non nulle, la présence de facteurs f_1 (de la forme (2.15) et donc tous compris entre 0 et 1) provoque une augmentation considérable de la taille du système à résoudre, problème encore plus délicat si l'on doit prendre en compte les états du continu.

Dans le cadre d'un modèle schématique très simple à deux niveaux [13] on peut montrer qu'une résolution exacte des équations RPA (2.13) permet de donner des éléments de réponse à la question du devenir de ces modes collectifs à température finie et donc de déjà comprendre quels sont les effets prépondérants lorsque la température augmente.

2.3 Résultats pour un modèle soluble à deux niveaux [14] :

Soient donc N fermions répartis à la température T sur deux niveaux \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 tels que $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ (on note $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$) (fig. 6) et interagissant avec une interaction séparable $\frac{\lambda}{N} \sum_{ij} v_{ij} b_i^\dagger b_j$ (sans terme d'échange).

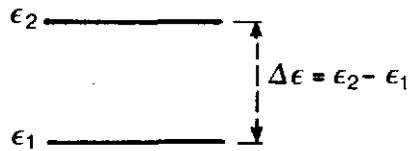


Figure 6 : Deux niveaux ϵ_1 et ϵ_2 de dégénérescence identique $g_1 = g_2 = N$.

Lorsque l'on cherche à résoudre le système d'équations RPA (2.13) seules les amplitudes X_{12} et X_{21} subsistent et sont solutions du système :

$$\begin{aligned} (\bar{E} + \Delta\epsilon) X_{12} + \lambda v_{12} v_{12} \Delta f X_{12} - \lambda v_{12} v_{21} \Delta f X_{21} &= 0 \\ (\bar{E} - \Delta\epsilon) X_{21} + \lambda v_{21} v_{12} \Delta f X_{12} - \lambda v_{21} v_{12} \Delta f X_{21} &= 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

où $\Delta f = (f_1 - f_2)$ et où E est l'énergie de l'état collectif cherché.

On a aisément :

$$E_{RPA}^2 = \Delta\epsilon^2 + 2\lambda \Delta f v_{12}^2$$

c'est-à-dire :

$$E_{RPA} = (\epsilon_2 - \epsilon_1) \sqrt{1 + C (f_1 - f_2)} \quad (2.19)$$

avec

$$C = \frac{2\lambda v_{12}^2}{\Delta\epsilon^2}$$

Sachant que l'équation :

$$N = N_1 + N_2 = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_1 - \mu)/kT}} + \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_2 - \mu)/kT}} \quad (2.20)$$

détermine le potentiel chimique μ qui s'écrit simplement :

$$\mu = \frac{1}{2} (\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (2.21)$$

on peut calculer :

$$f_1 - f_2 = \frac{1}{1 + e^{-\Delta\varepsilon/2kT}} - \frac{1}{1 + e^{\Delta\varepsilon/2kT}} \quad (2.22)$$

En faisant l'hypothèse que $\Delta\varepsilon$ et v_{12} sont indépendants de la température T , on s'aperçoit que si T croît, alors f_1 et f_2 deviennent très voisins et $f_1 - f_2$ tend vers 0, ce qui entraîne que l'énergie E_{RPA} de l'état collectif va diminuer pour tendre asymptotiquement vers $\Delta\varepsilon$. D. Vautherin et N. Vinh Mau ont donné une application de ce modèle schématique [13] au mode électrique dipolaire isovectoriel dans le ^{208}Pb (fig. 7).

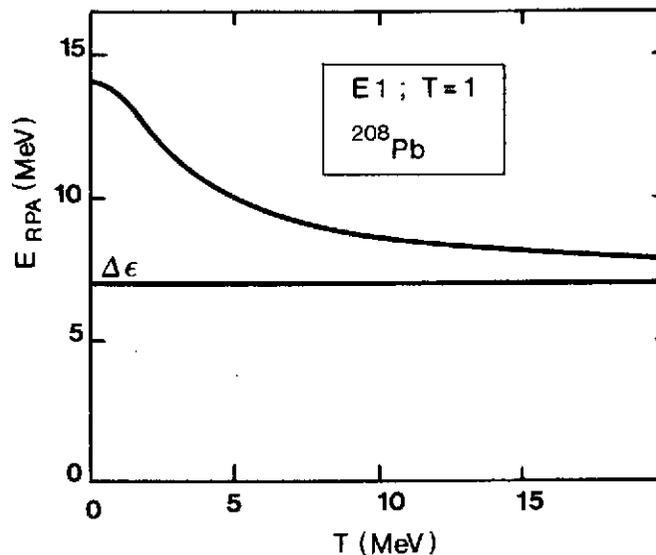


Figure 7 : Variation de l'énergie de l'état collectif construit pour système à deux niveaux. Les valeurs de $\Delta\varepsilon$ et de la constante C de l'équation (2.19) ont été ajustées pour donner l'énergie expérimentale du mode $E1 ; T = 1$ dans le ^{208}Pb [13].

En ce qui concerne la largeur de la distribution son comportement est un peu plus complexe à extraire, mais on conçoit aisément que l'augmentation importante du nombre de configurations particule-trou qui doivent être prises en compte à température finie entraîne une dispersion, donc un étalement de cette fonction de distribution.

Si l'on veut maintenant dépasser le cadre de ce type de modèle très schématique à deux niveaux, il faut s'attacher à la résolution du système d'équations RPA à température finie. D. Vautherin et N. Vinh Mau [9], de même que H. Sagawa et G.F. Bertsch [15] ont récemment entrepris de telles études et obtenu des résultats qui seront discutés au paragraphe 4. En utilisant des règles de somme nous nous proposons de montrer comment on peut déjà avoir un comportement global des résultats RPA.

3. UNE ANALYSE GLOBALE SIMPLE : LES REGLES DE SOMME

3.1 Définition

La fonction de distribution $S(E)$ schématisée sur la figure 8 qui résulte d'un calcul RPA de l'équation (2.17) représente la réponse du noyau à un champ extérieur caractérisé par un opérateur Q donné. Cette fonction de distribution peut être approchée d'une manière globale en calculant ses moments $m_k(Q)$ définis comme

$$m_k(Q) = \int S(E) E^k dE \quad (3.1)$$

Compte-tenu de la définition (2.17) de $S(E)$ ces moments peuvent s'écrire sous la forme :

$$m_k(Q) = \sum_n |\langle n|Q|0\rangle|^2 (E_n - E_0)^k \quad (3.2)$$

où la somme sur n doit être étendue à tous les états excités $|n\rangle$ d'énergie E_n .

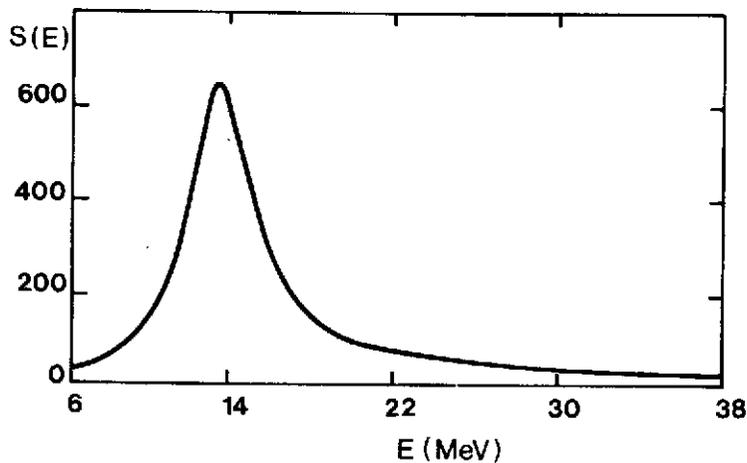


Figure 8 : Fonction de distribution $S(E)$ schématisée en fonction de E .

On dit qu'il existe une règle de somme pour le moment m_k d'ordre k si $m_k(Q)$ peut se mettre sous une forme compacte, c'est-à-dire si l'expression peut s'écrire simplement comme la valeur moyenne d'un opérateur.

Prenons comme exemple la règle de somme linéaire en énergie (notée souvent EWSR) et calculons le moment d'ordre 1 :

$$m_1(Q) = \sum_n |\langle n|Q|0\rangle|^2 (E_n - E_0) = \frac{1}{2} \langle 0|[Q, [H, Q]]|0\rangle \quad (3.3)$$

Nous avons dans ce cas une règle de somme exacte puisque les états $|n\rangle$ et les énergies E_n sont vecteurs et valeurs propres de H. Le **théorème de Thouless** [16] nous apprend que le calcul de la quantité

$$\sum_n |\langle n|\varphi|0\rangle|^2 (E_n - E_0) \quad (3.4)$$

avec comme ingrédients d'une part les amplitudes de transition $\langle n|\varphi|0\rangle$ issues d'un calcul RPA et d'autre part les énergies d'excitation RPA $(E_n - E_0)$ est **équivalent** au calcul de la valeur moyenne :

$$\frac{1}{2} \langle 0|[\varphi, [H, \varphi]]|0\rangle \quad (3.5)$$

où $|0\rangle$ est une solution Hartree-Fock statique.

Une telle "équivalence" ne doit pas surprendre si l'on se souvient que l'approximation des vibrations de faible amplitude qui a généré le système d'équations RPA a été faite autour d'un équilibre décrit par une solution Hartree-Fock statique. Les moments d'ordre impair m_{2k+1} satisfont de telles règles de somme et peuvent ainsi être atteints par de simples calculs Hartree-Fock statiques. Les moments d'ordre pair m_{2k} , par contre, ne satisfont pas de telles règles de somme*.

En ce qui concerne la règle de somme inversement proportionnelle à l'énergie (notée souvent IEWSR) on peut montrer qu'elle est reliée à la polarisabilité statique α_φ du noyau** :

$$\alpha_\varphi = 2 m_{-1}(\varphi) \quad (3.6)$$

E.R. Marshalek et J. da Providencia [17] ont montré que cette relation permettait une équivalence entre la valeur RPA du moment m_{-1} et une valeur Hartree-Fock de cette polarisabilité qui peut être obtenue dans le cadre d'un calcul Hartree-Fock contraint.

* Il est aisé de voir que lorsque l'on considère le moment m_0 , il peut se mettre sous la forme $\langle 0|\varphi^2|0\rangle$. Le calcul RPA de cet élément de matrice sera bien évidemment différent d'un calcul Hartree-Fock statique (HFS) de celui-ci :

$$\langle 0(RPA)|\varphi^2|0(RPA)\rangle \neq \langle 0(HFS)|\varphi^2|0(HFS)\rangle$$

puisque l'état fondamental RPA $|0(RPA)\rangle$ contient des corrélations que la solution Hartree-Fock statique $|0(HFS)\rangle$ ne contient pas.

** On peut définir une polarisabilité statique comme la réponse linéaire du noyau en présence du champ perturbateur $\lambda\varphi$. Si $|\lambda\rangle$ est l'état perturbé, α_φ s'écrit comme :

$$\lambda \alpha_\varphi = \langle \lambda|\varphi|\lambda\rangle - \langle 0|\varphi|0\rangle$$

où $|0\rangle$ est l'état non perturbé.

Une conséquence fondamentale de ces "théorèmes" est que s'il existe une règle de somme pour un moment $m_k(Q)$ et l'équivalent du théorème de Thouless, alors on peut avoir accès aux moments $m_k^{RPA}(Q)$ sans affecter la résolution complète des équations de la RPA. Ainsi, à l'aide de quelques moments on pourra atteindre les propriétés moyennes de la fonction de distribution $S(E)$, soit :

- des énergies
$$E_k = \sqrt{\frac{m_k}{m_{k-2}}}$$

qui satisfont des inégalités de Schwartz $E_k \leq E_{k+1}$,

- une borne supérieure pour la largeur de la distribution :

$$\sigma_{\max}^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{m_3}{m_1} - \frac{m_1}{m_{-1}} \right] \quad (3.7)$$

D'une manière générale, si la distribution est très concentrée autour de sa valeur moyenne définie comme $\bar{E} = \frac{m_1}{m_0}$, seuls quelques moments seront nécessaires pour avoir une bonne connaissance de celle-ci. Le calcul des moments $m_{\pm 1}$, $m_{\pm 3}$ donne par exemple :

$$E_{-1} \leq E_1 \leq \bar{E} \leq E_3 \quad (3.8)$$

soit :

$$\sqrt{\frac{m_{-1}}{m_{-3}}} \leq \sqrt{\frac{m_1}{m_{-1}}} \leq \frac{m_1}{m_0} \leq \sqrt{\frac{m_3}{m_1}} \quad (3.9)$$

Un exemple d'application de ces inégalités de Schwartz est donné dans le tableau 1 où sont reproduits des résultats de D. Medjadi et P. Quentin [18] obtenus à l'aide de règles de somme évaluées dans le cadre d'un formalisme de la coordonnée génératrice appliqué aux modes isoscalaires monopolaire et quadrupolaire du noyau ^{40}Ca .

	E_{-1}	E_1	\bar{E}	E_3
E0 ; T=0	18.95	20.44	20.96	24.63
E2 ; T=0	17.03	18.08	18.46	21.01

Tableau 1 : Energies en MeV obtenues en termes de règles de somme pour les modes électriques isoscalaires monopolaire (E0 ; T=0) et quadrupolaire (E2 ; T=0) [18].

A titre d'exemple de calcul de ces moments $m_k(Q)$ on peut donner les expressions des moments m_1 pour les modes monopolaire, dipolaire et quadrupolaire :

$$m_1(E0) \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2\hbar^2}{m} A \langle r^2 \rangle & T = 0 \\ \frac{2\hbar^2}{m} A \langle r^2 \rangle [1 + \kappa_0] & T = 1 \end{array} \right. \quad (3.10)$$

$$m_1(E1) \quad \frac{\hbar^2}{2m} \frac{NZ}{A} [1 + \kappa_1] \quad T = 1 \quad (3.11)$$

$$m_1(E2) \left\{ \begin{array}{ll} \frac{4\hbar^2}{m} A \langle r^2 \rangle & T = 0 \\ \frac{4\hbar^2}{m} A \langle r^2 \rangle [1 + \kappa_2] & T = 1 \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Dans ces relations les facteurs d'accélération κ sont une mesure globale des effets d'échange protons-neutrons et de la dépendance en vitesse de la force nucléon-nucléon. Examinons le facteur du mode E1 ; T=1 qui peut être calculé simplement à l'aide d'une interaction effective de Skyrme (cf. Annexe 1). Le moment m_1 se met sous la forme :

$$m_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{NZ}{A} (1 + \kappa_1) \quad (3.13)$$

avec

$$\kappa_1 = \frac{M}{2\hbar^2} \cdot \frac{A}{NZ} \left\{ \epsilon_1 \left(1 + \frac{\alpha_1}{2}\right) + \epsilon_2 \left(1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \right\} \int \rho_p(\vec{r}) \rho_n(\vec{r}) d\vec{r} \quad (3.14)$$

où ρ_p et ρ_n sont les densités protons et neutrons.

Le premier terme de (3.13), qui n'est rien d'autre que la règle simple de Thomas-Reiche-Kuhn, provient du terme d'énergie cinétique présent dans le Hamiltonien H du système tandis que le facteur κ vient du calcul du commutateur $[V, Q]$. On peut montrer que seule la partie dépendant des vitesses de l'interaction effective contribue alors à ce coefficient.

Pour mener à bien ce calcul, il a bien entendu été nécessaire d'explicitier la forme des opérateurs Q responsables de la transition. Pour une multipolarité donnée, ceux-ci se mettent sous la forme $f(r) Y_{\ell m}(\hat{r})$ où la fonction $f(r)$ peut être devinée à partir de l'image que l'on se fait de la résonance étudiée en termes de mouvement collectif des nucléons (cf. les figures 2, 3 et 4 données en introduction). Les expressions (3.10) à (3.12) ont été obtenues avec les opérateurs Q suivant :

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= \sum_i \vec{r}_i^2 & E_0, T=0 \\
 &= \sum_i \tau_i \vec{r}_i^2 & E_0, T=1
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= \sum_i (\vec{r}_i^2 - 3z_i^2) & E_2, T=0 \\
 &= \sum_i \tau_i (\vec{r}_i^2 - 3z_i^2) & E_2, T=1
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

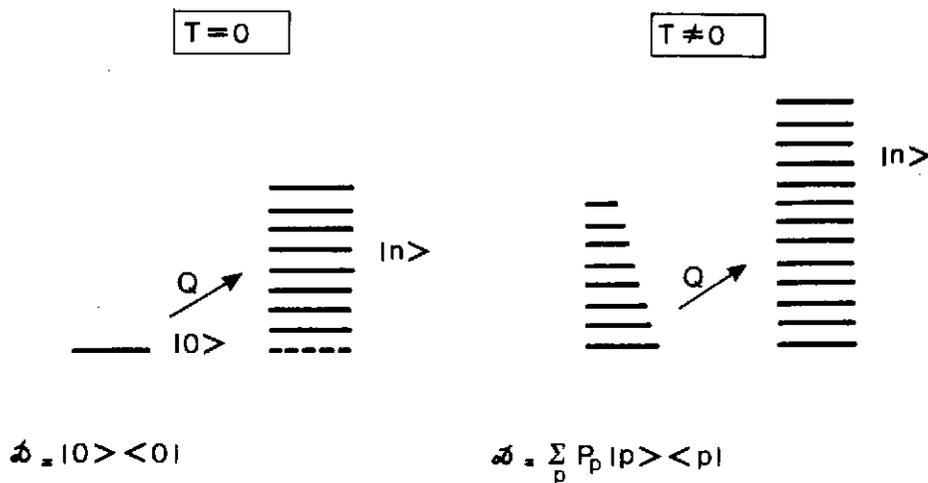
$$Q_1 = Q_3 = \frac{1}{2} \sum_i \tau_i z_i - \frac{1}{2A} \left\{ \sum_i \tau_i \right\} \sum_i z_i \quad E_1, T=1 \tag{3.17}$$

où τ_i est la troisième composante de l'isospin ($\tau_i = 1$ si la particule i est un proton, -1 si c'est un neutron) et où l'opérateur Q a été construit en choisissant l'axe Oz pour orientation et en ayant soin de soustraire le mouvement du centre de masse.

Nous n'avons présenté ici que quelques très brefs rappels concernant ces règles de somme que l'on peut compléter avec la revue exhaustive de O. Bohigas, A.M. Lane et J. Martorell^[19] *.

3.2 Règles de somme à température finie

La généralisation à température finie de cette approche en termes de règles de somme nécessite en premier lieu une extension des résultats qui viennent d'être rappelés à température nulle.



Comme le schématise la figure ci-dessus, à température nulle, l'opérateur Q opère une transition entre l'état fondamental $|0\rangle$ et un état excité $|n\rangle$ quelconque (avec $n \neq 0$). A température finie (cf.fig. ci-dessus), l'état fondamental doit être écrit maintenant comme un mélange statistique défini par un opérateur densité :

* On pourra également consulter les revues de O. Bohigas^[20,21] plus particulièrement consacrées au mode électrique dipolaire isovectoriel.

$$\mathcal{D} = \sum_p P_p |p\rangle\langle p| \quad (3.18)$$

où P_p représente la probabilité d'occupation de l'état $|p\rangle$ à la température considérée.

On généralise alors la notion de moment d'ordre k de la fonction de distribution associée à un opérateur Q donné de la façon suivante :

$$m_k(Q) = \sum_{\substack{n,p \\ n \neq p}} |\langle n|Q|p\rangle|^2 (E_n - E_p)^k P_p \quad (3.19)$$

Pour tous les moments $m_k(Q)$ avec $m_k \geq 0$, on peut très simplement montrer que les règles de somme, qui s'expriment pour un état pur comme la valeur moyenne d'un commutateur, sont toujours valides à température non nulle. Calculons par exemple :

$$\begin{aligned} m_1(Q) &= \frac{1}{2} T_2 \left\{ \mathcal{D} [Q, [H, Q]] \right\} = \frac{1}{2} T_2 \left\{ \mathcal{D} (2QHQ - HQ^2 - Q^2H) \right\} \quad (3.20) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n,p} |\langle n|Q|p\rangle|^2 (2E_n - E_p - E_p) P_p \\ &= \sum_{n,p} |\langle n|Q|p\rangle|^2 (E_n - E_p) P_p \quad (3.21) \end{aligned}$$

et la règle de somme (3.3) pour $m_1(Q)$ reste valide à température finie à condition d'utiliser des densités pour les protons et neutrons issues d'un calcul Hartree-Fock à température finie (voir les expressions (3.10) à (3.12) et plus particulièrement les expressions (3.13) et (3.14) pour le mode électrique dipolaire isovectoriel).

En ce qui concerne le moment $m_{-1}(Q)$ on peut montrer ^[22,23,24] qu'il est encore proportionnel à la polarisabilité statique α_Q associée à l'opérateur Q . A température finie, c'est-à-dire pour un mélange d'états (3.18), il est en outre nécessaire de prouver ^[24] l'existence de "théorèmes de Thouless" (théorème de Thouless ou extension de Marshalek et de Providencia) afin de généraliser l'interprétation en termes de règles de somme RPA de tels calculs de polarisabilité.

4. RESULTATS POUR LES RESONANCES GEANTES ELECTRIQUES

4.1 Approche semi-classique du moment m_{-1}

Nous avons vu que la polarisabilité statique α_Q associée à un opérateur Q devait être calculée dans le cadre d'un processus Hartree-Fock contraint (CHF), c'est-à-dire comme solution de l'équation variationnelle :

$$\delta \{ \langle H \rangle - \lambda \varphi \} = 0 \quad (4.1)$$

Une approximation de tels calculs CHF consiste à prendre pour ensemble variationnel les déterminants de Slater construits avec des solutions du problème Hartree-Fock à l'équilibre, modifiées selon une transformation d'échelle :

$$\varphi_i^\nu(\vec{x}) = \exp(i\nu S) \varphi_i^0(\vec{x}) \quad (4.2)$$

où l'opérateur S est choisi comme

$$S = \frac{2i}{\hbar c} [T, Q] \quad (4.3)$$

où T est l'opérateur énergie cinétique et Q est l'opérateur de la transition étudiée.

Cette approximation dite du "scaling" constitue une très bonne approche du moment m_{-1} dans le cas du mode monopolaire isoscalaire [10,25] et peut être très aisément mise en oeuvre en paramétrisant les densités de protons et de neutrons sous la forme [5,10] :

$$\rho_q(\vec{x}) = \rho_{0q}(\vec{x}) + \varepsilon \left\{ 3 \rho_{0q}(\vec{x}) + r \frac{d}{dr} \rho_{0q}(\vec{x}) \right\} \quad (4.4)$$

$\rho_{0q}(\vec{x})$ ($q = n$ ou p pour les neutrons et les protons respectivement) est la densité à l'équilibre et ε est le paramètre variationnel du problème (4.1).

En ce qui concerne le mode dipolaire isovectoriel on peut montrer [26,27] l'inaptitude de ce type d'approximation (4.2), (4.3) à redonner des moments m_{-1} corrects comparés à ceux issus d'un calcul RPA. L'espace variationnel, limité alors par une équation de type (4.2) à des vibrations de surface, est, dans ce cas, beaucoup trop restreint comparé à celui utilisé dans un calcul Hartree-Fock contraint complet. Nous avons montré [22,28, voir également 29] qu'il était possible de retrouver des polarisabilités proches des valeurs RPA en augmentant cet espace de variation avec des densités paramétrisées sous la forme :

$$\rho_q(\vec{x}) = \rho_{0q}(\vec{x}) + \varepsilon_q \gamma \rho_{0q}(\vec{x}) + \eta_q \frac{\partial}{\partial x} \rho_{0q}(\vec{x}) \quad q = n, p \quad (4.5)$$

où ε_q et η_q sont les paramètres variationnels.

L'ansatz (4.5) revient simplement à ajouter au terme de surface en η_q (de type Goldhaber-Teller) un terme de volume (en ε_q) (de type Migdal [30]).

Le problème variationnel (4.1) nécessite le calcul de $\langle H \rangle$ qui dépend des densités ρ_q ainsi que des densités d'énergie cinétique ε_q et de spin \vec{J}_q ($q = p, n$). Nous disposons à cet effet de méthodes semi-classiques particulièrement efficaces pour la résolution d'un tel problème si l'on néglige d'éventuels effets de couches (dont on a par ailleurs de bonnes raisons de penser qu'ils soient très faibles même à température nulle). L'approximation que nous avons utilisée (notée ETF), fondée sur un développement de type Thomas-Fermi jusqu'à l'ordre \hbar^4 [31] pour ces densités ρ_q , ε_q et \vec{J}_q a été utilisée de manière exhaustive [32] pour décrire avec succès les propriétés statiques des noyaux.

Récemment généralisée à température finie^[33], cette méthode nous fournit des fonctionnelles $Z[\rho]$ et $\vec{J}[\rho]$ qui permettent une résolution du problème variationnel (4.1)* à partir de la seule donnée des densités ρ_q "modèles" paramétrisées selon les expressions (4.4) ou (4.5) suivant le mode étudié. Dans le cadre d'une telle méthode les ingrédients de base sont donc des densités ρ_q de protons ($q = p$) [et de neutrons ($q = n$) respectivement] que l'on paramétrise pour une température T sous la forme^[32] :

$$\rho_q(r) = \frac{\rho_{0q}}{[1 + e^{(r-R_q)/a_q}]^{\gamma_q}} \quad (4.6)$$

où les paramètres ρ_{0q} , R_q , a_q et γ_q sont déterminés de manière self-consistante par minimisation de la quantité $\langle H \rangle$ ($\langle F \rangle$ respectivement à température finie) et où H est écrit sous la forme d'une fonctionnelle $H\{\rho, Z[\rho], \vec{J}[\rho]\}$.

Il est important de rappeler ici l'aptitude de ce type de méthode semi-classique à décrire les propriétés statiques des noyaux, aptitude d'autant plus grande à température finie où les effets de couche disparaissent dès que $T \simeq 2 \text{ MeV}$ ^[34].

Afin de garder une certaine cohérence dans les calculs présentés ci-après, il va de soi que les moments m_1 intervenant dans le calcul des énergies $E_1 = \sqrt{m_1/m_{-1}}$ sont également calculés semi-classiquement en utilisant les mêmes densités ρ_q ($q = p, n$).

4.2 Résultats pour le mode dipolaire isovectoriel E_1 ; $T = 1$

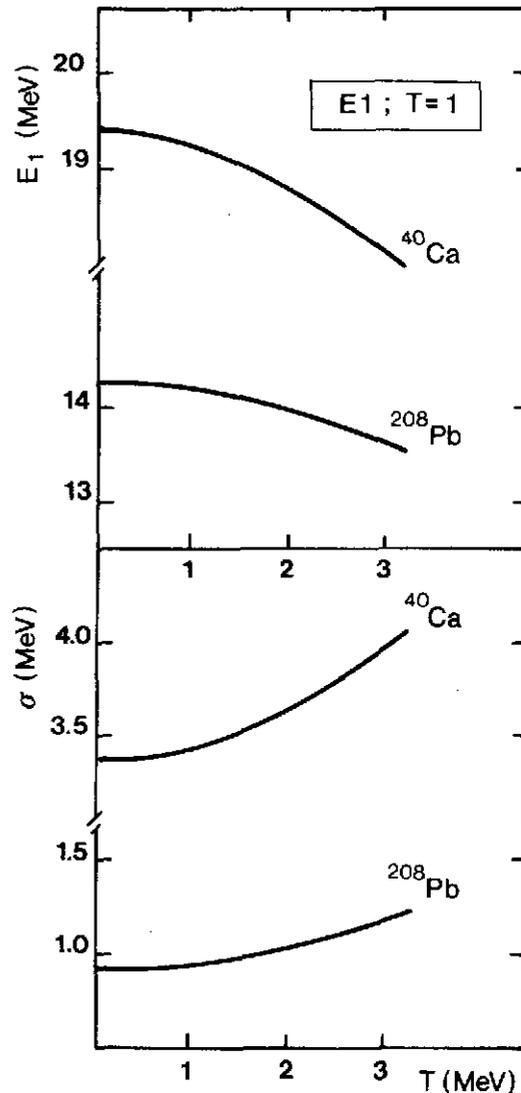
La figure 9 montre les premiers résultats obtenus^[23] pour les énergies $E_1 = \sqrt{m_1/m_{-1}}$ en fonction de la température en utilisant une interaction effective de Skyrme de type SkM*^[35] (cf. Annexe 1) pour les noyaux ^{40}Ca et ^{208}Pb . On y retrouve la décroissance de ces énergies lorsque T croît en accord avec les prévisions du modèle à deux niveaux^[13], sans toutefois observer un effet aussi important. Ceci met ainsi en évidence les limites de modèles aussi schématiques. A l'ordre le plus bas (terme de Thomas-Fermi seul) du développement semi-classique en puissance de $\frac{1}{\hbar}$, M. Barranco et al.^[37] ont complété ces résultats en y ajoutant le calcul des moments m_3 permettant ainsi l'estimation des largeurs de distributions reproduites sur la fig. 9 pour les noyaux ^{40}Ca et ^{208}Pb montrant ainsi la croissance prévue de ces largeurs lorsque la température augmente. Afin d'être complets nous devons rapprocher ces résultats obtenus en termes de règles de somme des résultats de calculs RPA à température finie. Pour des températures inférieures à 5 MeV, pour lesquelles on peut faire l'hypothèse d'une très faible variation des énergies de particule individuelle^[34], D. Vautherin et N. Vinh Mau^[9] ont résolu le système d'équations RPA sur une base phénoménologique d'états d'oscillateur harmonique.

* A température finie le problème variationnel (4.1) devient naturellement :

$$\delta \{ \langle F \rangle - \lambda \varphi \} = 0$$

où $\langle F \rangle$ est la valeur moyenne de l'énergie libre de Helmholtz.

Figure 9 : Energies E_1 , largeurs en MeV comme fonctions de la température pour le mode dipolaire isovectoriel pour les noyaux ^{40}Ca et ^{208}Pb . Les énergies E_1 sont de J. Meyer et al. [23] et les largeurs σ de M. Barranco et al. [37]. L'interaction effective de Skyrme SkM* est utilisée ici.



Pour le noyau ^{40}Ca ces auteurs obtiennent une faible dépendance de l'énergie de la résonance dipolaire, de l'ordre de 3% entre $T=0$ et $T=4$ MeV, correspondant à une énergie d'excitation du noyau comprise entre 0 et 67 MeV. Par suite du grand nombre de configurations particule-trou possibles dès que la température croît, ils observent également une large dispersion de la fonction de distribution dans cette zone d'énergie d'excitation. Ces résultats RPA, qui sont les premiers à avoir été obtenus, sont en accord avec les calculs en termes de règles de somme que nous venons de décrire. Ils ont été en outre confirmés par H. Sagawa et G.F. Bertsch [15] dans le cadre de calculs RPA self-consistants, calculs qui conduisent à une variation encore plus faible de la distribution avec la température. Toujours pour le noyau ^{40}Ca , ces auteurs obtiennent d'ailleurs un effet nettement plus important pour le mode quadrupolaire isoscalaire $E_2; T=0$ où des configurations contribuant à la partie de basse énergie de la fonction de distribution deviennent rapidement prépondérantes [38].

Tout récemment J. Bar Touv [39] en résolvant le système RPA dans l'espace des coordonnées et prenant ainsi en compte la totalité des états du continu, a obtenu des résultats pour le mode $E_1; T=1$ du noyau ^{40}Ca relativement plus proches de ceux de D. Vautherin et N. Vinh Mau confirmant ainsi un déplacement vers les basses énergies du pic principal de la distribution, mais aussi une dispersion importante. Cependant, on peut émettre quelques réserves sur la validité de calculs effectués à la température de 6 MeV (cf. Cours de P. Bonche [7]).

4.3 Résultats pour le mode monopolaire isoscalaire $E_0 ; T = 0$

La figure 10 montre la différence de comportement de l'énergie E_1 en fonction de la température entre les deux modes $E_0 ; T = 0$ et $E_1 ; T = 1$ pour le noyau ^{208}Pb [23], exhibant une décroissance plus forte pour le mode monopolaire isoscalaire. Cet effet a été également confirmé par M. Barranco et al. [34] dans le cadre d'une approximation semi-classique légèrement différente et ceci quelle que soit la méthode de calcul utilisée (c'est-à-dire soit à température finie, soit à entropie fixée). La fig. 11 montre les largeurs obtenues par ces auteurs mettant de même en évidence un accroissement plus prononcé pour le mode $E_0 ; T = 0$ que pour le mode $E_1 ; T = 1$.

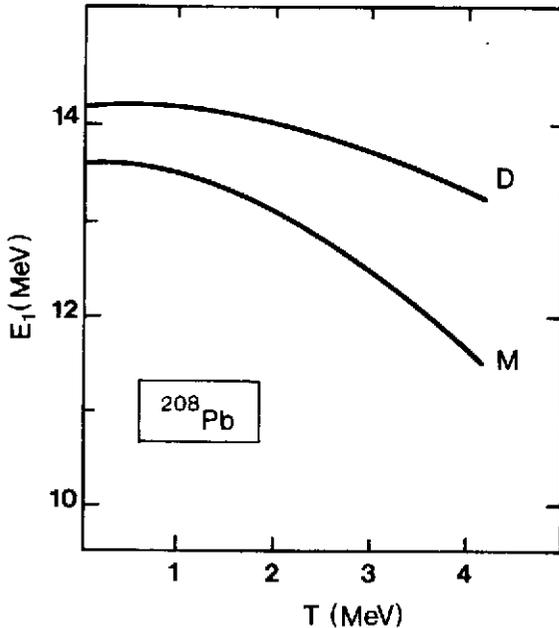


Figure 10 : Energies $E_1 = \sqrt{m_1/m_{-1}}$ en MeV comme fonctions de la température pour les modes dipolaire isovectoriel ($E_1 ; T=1$ noté D) et monopolaire isoscalaire ($E_0 ; T=0$ noté M) pour le noyau ^{208}Pb [23]. L'interaction effective de Skyrme SkM^* est utilisée ici.

Il n'existe pas à l'heure actuelle de calculs RPA de ce mode monopolaire isoscalaire permettant, outre une confirmation de nos résultats, une analyse détaillée du comportement de la fonction de distribution avec l'énergie d'excitation du noyau. Même en l'absence totale de possibilité d'évidences expérimentales pour ce mode rappelons toutefois son intérêt fondamental en ce qu'il est directement lié au module d'incompressibilité du noyau, coefficient essentiel à l'équation d'état du milieu nucléaire (cf. fig.12 et conclusions).

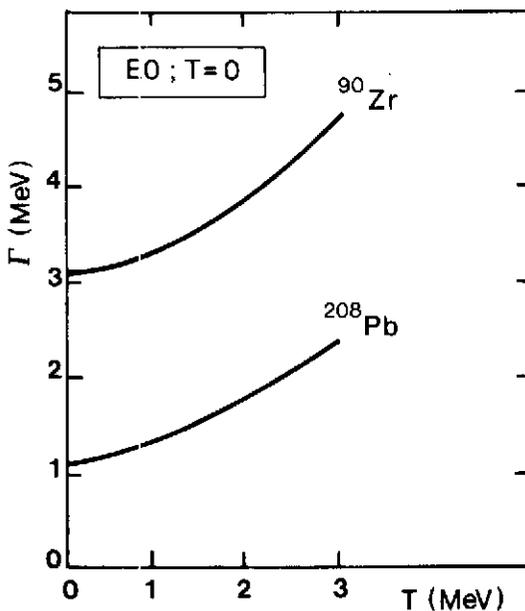


Figure 11 : Largeurs $\Gamma = 2\sigma\sqrt{2\text{Log}2}$ en MeV pour le mode monopolaire isoscalaire pour les noyaux ^{90}Zr et ^{208}Pb comme fonctions de la température [34]. L'interaction de Skyrme SkM^* est utilisée ici.

5. SITUATION EXPERIMENTALE

La situation expérimentale repose sur une idée assez ancienne de D. Brink^[40] qui prévoit la possibilité de construire sur chaque état excité d'un noyau une résonance géante du type dipolaire isovectoriel dont les propriétés ne devraient pas dépendre fortement des détails de la structure de l'état considéré. De récents travaux expérimentaux (Réf. [41] pour un article de synthèse, Réf. [42-43] pour des revues et Réf. [44-48] pour des travaux plus spécifiques) sont venus confirmer cette hypothèse ouvrant ainsi la voie à de nouvelles informations sur les propriétés des noyaux à haute énergie d'excitation.

Sans entreprendre une revue exhaustive des résultats expérimentaux déjà obtenus et qui concernent donc tous la **résonance géante électrique dipolaire isovectorielle E_1 ; $T=1$** , on peut donner quelques exemples permettant de situer les domaines de température ainsi que les noyaux abordés. J.E. Draper et al.^[44] prévoient un déplacement vers les basses énergies de la résonance de l'ordre de 35% pour le noyau ^{136}Xe pour des températures comprises entre 1.4 et 3.4 MeV. Ils observent également un doublement de la largeur entre $T = 2.5$ MeV et $T = 3$ MeV, ce dernier résultat étant par ailleurs fort controversé^[49]. B. Haas et al.^[45] font état d'un abaissement de l'ordre de 3 MeV dans le noyau ^{144}Gd quand la température varie entre 0 et 1.6 MeV. Citons encore les expériences de E.F. Garman et al.^[46] qui concernent le ^{127}Cs , de A.M. Sandorfi et al.^[47] étudiant le ^{78}Kr ainsi que celles tout à fait récentes de C.A. Gosset et al.^[48] qui concernent les noyaux d'Erbium à des températures de l'ordre de 1 MeV.

D'une manière générale on observe un déplacement vers les basses énergies de la résonance ainsi qu'une augmentation des largeurs, effets plus importants pour les noyaux légers que pour les noyaux lourds étudiés. Il est toutefois important de travailler à des énergies d'excitation relativement importantes, correspondant à des températures de l'ordre de $1.0 \div 1.5$ MeV afin de s'affranchir de l'essentiel des effets de couches, ces derniers pouvant éventuellement produire des résultats apparemment contraires aux propriétés moyennes à des températures très faibles^[50].

Une première conclusion s'impose. Si les effets expérimentaux observés vont dans le sens des calculs théoriques que nous avons décrits (calculs RPA ou en termes de règles de somme), ces effets sont toujours beaucoup plus importants que les faibles variations théoriques des énergies E_1 .

Il est très important de remarquer que tous les travaux expérimentaux concernent des noyaux déformés d'une part dans des états à haut moment angulaire d'autre part. Du point de vue théorique nous n'avons pas abordé le problème de l'introduction du moment angulaire pour des configurations déformées dans les formalismes présentés. Nous n'avons pas non plus abordé les problèmes liés à la fragmentation correspondante de la résonance dipolaire géante dans les noyaux déformés. En calculant une réponse linéaire à température finie, P. Ring et al.^[51,52] ont étudié ces différents paramètres et montré comment la notion de déformation était peut-être prépondérante pour ce type de noyau, les effets de température apparaissant nettement inférieurs.

6. CONCLUSIONS

Nous avons tout d'abord brièvement rappelé comment on pouvait construire un modèle microscopique pour les vibrations collectives des nucléons dans les noyaux à partir d'une approximation de faibles amplitudes au système d'équations Hartree-Fock dépendant du temps. C'est l'approximation des phases aléatoires (RPA) dont nous avons discuté la généralisation à température finie. Nous avons également montré comment l'on peut en approcher globalement les résultats en utilisant des règles de somme sans résoudre complètement le système d'équations RPA.

Nous avons pu ainsi montrer comment évoluent les propriétés générales (énergies et largeurs) des résonances géantes électriques lorsque la température du système nucléaire croît. Nous avons discuté des résultats numériques pour les modes électriques monopolaire isoscalaire $E0$; $T=0$ et dipolaire isovectoriel $E1$; $T=1$.

Devant la difficulté d'obtenir des signatures expérimentales directes et dépourvues d'ambiguïté on peut se poser la question de l'utilité des efforts déployés tant du point de vue théorique qu'expérimental. Il ne faut pas oublier le lien direct entre ces modes collectifs et des quantités telles que le coefficient d'incompressibilité du noyau qui sont fondamentales pour notre connaissance de l'équation d'état du milieu nucléaire. Ce coefficient d'incompressibilité peut directement être extrait du mode électrique monopolaire isoscalaire et la figure 12 en montre l'évolution avec la température pour le noyau ^{208}Pb . Outre le fait qu'un tel résultat contribue à l'amélioration de notre connaissance de l'équation d'état et notamment de son comportement avec T , il apparaît très important de pouvoir poursuivre un tel calcul au-delà des températures de 4 à 5 MeV afin de savoir si l'on peut déterminer la température où cette incompressibilité s'annule. On serait alors à l'évidence en présence d'une transition de phase du type "liquide-gaz". Une telle "extrapolation" de cette évolution de K en fonction de la température est en cours d'étude à l'heure actuelle^[55], elle doit nécessairement tenir compte correctement, à l'aide de la présence d'un gaz extérieur par exemple^[7], des nucléons qui sont évaporés dès que la température croît.

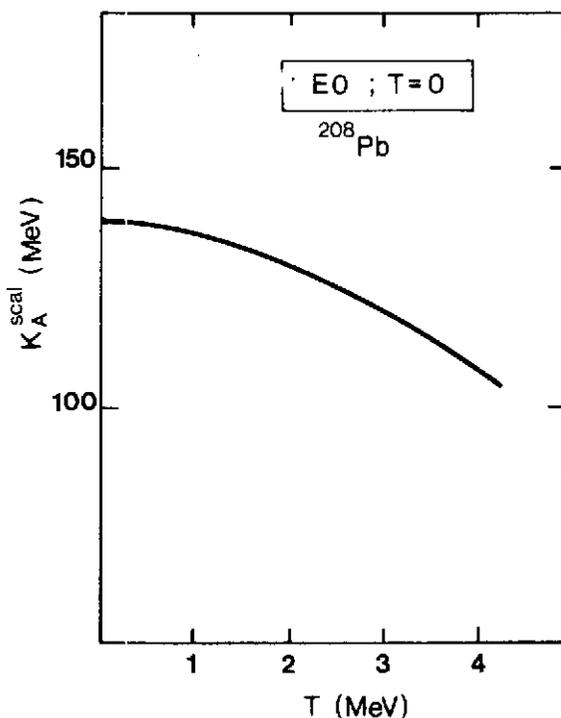


Figure 12 : Coefficient d'incompressibilité pour le noyau ^{208}Pb dans l'hypothèse du "scaling" en fonction de la température^[23]. L'interaction effective de Skyrme SkM^* est utilisée ici.

REMERCIEMENTS

Une part importante du travail exposé dans ce cours est le fruit d'une étroite collaboration avec Philippe Quentin et avec Matthias Brack et Johann Bartel pour les résultats les plus récents. Qu'ils trouvent ici la marque de mon amicale reconnaissance pour les discussions toujours fructueuses que nous avons eues ensemble.

Qu'il me soit également permis de remercier D. Medjadi, D. Vautherin, N. Vinh Mau pour m'avoir permis de reproduire une partie de leurs résultats et pour certains avant publication.

Je dois une mention particulière à Florent Haas qui m'a aidé à parfaire mon approche de la situation expérimentale concernant les résonances géantes bâties sur des états à haute énergie d'excitation.

ANNEXE 1 : L'INTERACTION DE SKYRME

Nous rappelons dans cet Appendice les propriétés des interactions de Skyrme afin de mieux situer la force effective notée SkM^* utilisée dans nos calculs numériques. La force de Skyrme la plus générale (tenant compte des effets d'échange et utilisant un terme non linéaire dépendant de la densité) s'écrit

$$\begin{aligned}
 V_{sk}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = & t_0 (1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}) \\
 & + \frac{1}{2} t_1 (1 + x_1 P_\sigma) [\vec{p}_1^2 \delta(\vec{r}) + \delta(\vec{r}) \vec{p}_2^2] \\
 & + \frac{1}{2} t_2 (1 + x_2 P_\sigma) \vec{p}_1 \cdot \delta(\vec{r}) \vec{p}_2 \\
 & + \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) [\rho(\vec{R})]^\alpha \delta(\vec{r}) \\
 & + i W \vec{\sigma} \cdot [\vec{p}_1 \times \delta(\vec{r}) \vec{p}_2]
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

où l'on a

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \vec{R} = \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$$

$$\vec{P} = \frac{1}{2i} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \quad \overleftarrow{P}_i \text{ étant le complexe conjugué de } \vec{P} \text{ agissant à gauche}$$

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2 \quad \text{où } \vec{\sigma}_i \text{ est une matrice de Pauli liée à la particule } i.$$

$$P_\sigma = \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$$

D'une manière générale on considérera ici trois paramétrisations différentes de l'équation (A.1) : la force S III de M. Beiner et al.^[53] dont les paramètres ont été ajustés pour rendre compte des propriétés statiques (énergies de liaison, rayons) des noyaux sphériques ; la force SkM introduite par H. Krivine et al.^[54] qui tient compte des résultats expérimentaux concernant le mode monopolaire isoscalaire en donnant une incompressibilité de la matière nucléaire infinie symétrique beaucoup plus réaliste ; enfin, la force SkM* qui est une modification de SkM introduite récemment par J. Bartel et al.^[31] pour rendre compte correctement de la barrière de fission de ^{240}Pu alors que S III et SkM donnent des résultats respectivement trop grand et trop faible.

Le tableau 2 donne les paramètres de ces trois interactions tandis que le tableau 3 rassemble leurs propriétés dans la matière nucléaire infinie symétrique. Ce dernier tableau donne également le facteur d'accélération κ qui mesure la déviation par rapport à une simple règle de somme de

	t_0 MeV.fm ³	t_1 MeV.fm ⁵	t_2 MeV.fm ⁵	t_3 MeV.fm ⁶	x_0	x_3	α	W	Réf.
S III	-1128.75	395.	-95.	14000.	0.45	1.	1	120	53
SkM	-2645.	385.	-120.	15595.	0.09	0.	$\frac{1}{6}$	130	54
SkM*	-2645.	410.	-135.	15595.	0.09	0.	$\frac{1}{6}$	130	31

Tableau 2 : Paramètres des interactions de Skyrme utilisées. $x_1 = x_2 = 0$ pour ces trois forces. La dimension MeV.fm⁶ pour le paramètre t_3 est donnée pour $\alpha = 1$. On a noté SkM* l'interaction SkM modifiée.

Thomas-Reiche-Kuhn dans le cas des modes isovectoriels. Ces facteurs d'accélération différents pour chacun des modes $L = 0, 1, 2$ (cf. les expressions (3.10) à (3.12)) dans les noyaux fins convergent vers une valeur commune indépendante de L dans le cas de la matière nucléaire infinie symétrique.

	ρ fm ⁻³	E/A MeV	K MeV	m^*/m	J MeV	Q MeV	κ
S III	0.145	-15.85	355.7	0.763	28.16	53.5	0.526
SkM	0.160	-15.77	216.7	0.788	30.75	35.1	0.512
SkM*	0.160	-15.77	216.7	0.788	30.14	31.2	0.532

Tableau 3 : Propriétés de la matière nucléaire infinie symétrique pour les interactions de Skyrme utilisées. (Les valeurs des énergies de symétrie J et Q sont tirées de la Réf.31)

REFERENCES

- [1] Sur les expériences faites à Saclay concernant la résonance électrique dipolaire isovectorielle :
- A. Leprêtre, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos, J. Fagot, A. Veysière, J. Ahrens, P. Axel, U. Kneissl, Phys. Lett. 79B (1978) 43.
- P. Carlos, J. de Physique 41 (1980) C3-149.
- P. Carlos dans From Collective States to Quarks in Nuclei, edited by H. Arenhövel and A.M. Saruis, Lecture Notes in Physics, Vol. 137, Springer Verlag, Berlin, 1981, Proceedings of the Workshop on Nuclear Physics with Real and Virtual Photons, Bologna, November 25-28, 1980.
- A. Leprêtre, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos, J. Fagot, A. de Miniac, A. Veysière, Nucl. Phys. A367 (1981) 237. (Voir également A. Leprêtre, Thèse de Doctorat ès Sciences, Orsay, 1982)
- R. Bergère, Nuov. Cim. 76A (1983) 147.
- [2] J. Speth, A. Van der Woude, Rep. Progr. Phys. 44 (1981) 719.
- [3] HESANS 83, Proceedings of the International Symposium on Highly Excited States and Nuclear Structure, Orsay, September 5-8, 1983, ed. N. Marty, Nguyen Van Giai, Journal de Physique C4, 45 (1984) 1.
- [4] Ces figures schématiques ont été empruntées à l'exposé très pédagogique de G. Bertsch, Pour la Science, Juillet 1983, p.92.
- [5] M. Buenerd, Cours complémentaire à l'Ecole Joliot-Curie 1985.
- M. Buenerd dans HESANS 83 pour une revue sur les expériences faites à Grenoble concernant la résonance électrique monopolaire isoscalaire.
- [6] J. des Cloizeaux dans "Problème à N corps", Les Houches 1967, éd. C. de Witt, R. Balian, Gordon and Breach, London, 1968.
- [7] P. Bonche, Cours principal à l'Ecole Joliot-Curie 1985 et les références citées.
- [8] M.J. Giannoni, Comptes-Rendus des VIIIèmes Journées d'Etudes de la Division de Physique Théorique, Aussois, 6-10 février 1978, Rapport INP0/TH 78-37, Orsay.
- [9] D. Vautherin, N. Vinh Mau, Nucl. Phys. A422 (1984) 140.
- [10] J.P. Blaizot, Phys. Rep. 64 (1980) 171 et les références qui y sont citées.
- J.P. Blaizot, B. Grammaticos, Nucl. Phys. A355 (1981) 115.
- [11] Nguyen Van Giai, N. Sagawa, Nucl. Phys. A371 (1981) 1.
- [12] Nguyen Van Giai, Supp. Progr. Theor. Phys. 74,75 (1983) 330.
- [13] D. Vautherin, N. Vinh Mau, Phys. Lett. 120B (1983) 261.

- [14] G.E. Brown, M. Bosterli, Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 472.
- [15] H. Sagawa, G.F. Bertsch, Phys. Lett. 146B (1984) 138.
- [16] D.J. Thouless, Nucl. Phys. 21 (1960) 225 ; 22 (1961) 78.
- [17] E.R. Marshalek, J. da Providencia, Phys. Rev. C7 (1973) 2281.
- [18] D. Medjedi, P. Quentin, Nucl. Phys. A441 (1985) 291.
- [19] O. Bohigas, A.M. Lane, J. Martorell, Phys. Rep. 51 (1979) 267.
- [20] O. Bohigas dans From Collective States to Quarks in Nuclei, edited by H. Arenhövel and A.M. Saruis, Lectures Notes in Physics, Vol.137, Springer Verlag, Berlin, 1981.
- [21] O. Bohigas, Supplement Prog. Theor. Phys. 74,75 (1983) 360.
- [22] J. Meyer, P. Quentin, M. Brack, Comptes-Rendus 7ème Biennale de Physique Nucléaire, Aussois, février 1983, Rapport LYCEN 8302.
- [23] J. Meyer, P. Quentin, M. Brack, Phys. Lett. 133B (1983) 279.
- [24] M. Barranco, A. Polls, J. Martorell, Nucl. Phys. A444 (1985) 445.
- [25] G.R. Satchler, Particles and Nuclei, 5 (1973) 105.
- [26] O. Bohigas, Nguyen Van Giai, D. Vautherin, Phys. Lett. 102B (1981) 105.
- [27] J. Meyer, P. Quentin, B.K. Jennings, Nucl. Phys. A385 (1982) 269.
- [28] J. Meyer, P. Quentin, M. Brack, Proceedings of the International Workshop "Nuclear Fluid Dynamics", Trieste, October 11-15, 1982.
- [29] H. Krivine, C. Schmitt, J. Treiner, Phys. Lett. 112B (1982) 281.
- [30] A.B. Migdal, J. Phys. USSR 8 (1944) 331.
- [31] B. Grammaticos, A. Voros, Ann. Phys. (NY) 123 (1979) 359 ; 129 (1980) 153.
- [32] M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson, Phys. Rep. 123 (1985) 276.
- [33] J. Bartel, M. Brack, M. Durand, Nucl. Phys. A445 (1985) 263.
- [34] M. Brack, P. Quentin, Nucl. Phys. A361 (1981) 35.
- [35] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson, Nucl. Phys. A386 (1982) 79.

- [36] M. Barranco, S. Marcos, J. Treiner, Phys. Lett. 143B (1984) 314.
- [37] M. Barranco, A. Polls, S. Marcos, J. Navarro, J. Treiner, Phys. Lett. 154B (1985) 96.
- [38] W. Besold, P.-G. Reinhard, C. Toepffer, Nucl. Phys. A431 (1984) 1.
- [39] J. Bar Touv, Phys. Rev. 32C (1985) 1369.
- [40] D. Brink, D. Phil. Thesis, University of Oxford, 1955 (non publié).
- [41] K.A. Snover, Comments Nucl. Part. Phys. 12 (1984) 243.
AIP Conference Proceedings 125 (1985) 660, Proceedings of the International Symposium on Capture Ray Spectroscopy and Related Topics, Knoxville, Sept.1984.
- [42] K.A.S. Snover dans HESANS 83 (Revue de la situation en 1983).
- [43] B. Haas, Cours complémentaire à l'Ecole Joliot-Curie 1983.
- [44] J.E. Draper et al., Phys. rev. Lett. 49 (1982) 434.
- [45] B. Haas et al., Phys. Rev. 120B (1983) 79 (voir aussi Y. Schutz, Thèse de Doctorat ès Sciences, Université Louis Pasteur de Strasbourg, 1982).
- [46] E.F. Garman et al., Phys. Rev. 28C (1983) 2554.
- [47] A.M. Sandorfi et al., Phys. Lett. 130B (1983) 19.
- [48] C.A. Gosset et al., Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1486.
- [49] B. Herskind, NATO Advanced Study on Heavy Ion Collisions, Cargèse, 1984.
- [50] Z. Szeftlinski et al., Phys. Lett. 126B (1983) 159.
- [51] M. Faber, J.L. Egidio, P. Ring, Phys. Lett. 127B (1983) 5.
- [52] P. Ring, L.M. Robledo, J.L. Egidio, M. Faber, Nucl. Phys. A419 (1984) 261.
- [53] M. Beiner, H. Flocard, Nguyen Van Giai, P. Quentin, Nucl. Phys. A138 (1975) 29.
- [54] H. Krivine, J. Treiner, O. Bohigas, Nucl. Phys. A336 (1980) 155.
- [55] M. Brack, Communication privée.

L I S T E D E S P A R T I C I P A N T S

- ABGRALL Yvon, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, rue du Solarium,
33170 Gradignan
- ABZOUZI Ali, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. 20CR, 67037 Strasbourg Cedex
- ALARD Jean-Pierre, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière
- AZAIËZ Faïçal, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan
- BABINET Régis, D.Ph.N./M.F., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- BARREAU Gérard, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan
- BASTID Nicole, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière
- BELAÏDI Ramdane, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, rue du Solarium,
33170 Gradignan
- BENABDELOUAHED Djafer, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. 20CR, 67037 Strasbourg Cedex
- BENNOUR Leila, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse, Bât.104,
91406 Orsay
- BENSAYAH Nadji, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière
- BERTIN Philippe, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan
- BLACHOT Jean, Centre d'Etudes Nucléaires, B.P. 85X, 38041 Grenoble Cedex
- BONCHE Paul, D.Ph.T., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- BONIN Bernard, D.Ph.N./M.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- BORREL Véronique, Institut de Physique Nucléaire, B.P. 1, 91406 Orsay
- BROU René, Laboratoire de Physique Corpusculaire, Esplanade de la Paix, 14032 Caen
- BUENERD Michel, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- CERRUTI Christian, D.Ph.N./M.F., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- CHBIHI Abdelouahad, Institut de Physique Nucléaire, 43 boulevard du 11 Novembre 1918,
69622 Villeurbanne Cedex
- CHEYNIS Brigitte, Institut de Physique Nucléaire, 43 boulevard du 11 Novembre 1918,
69622 Villeurbanne Cedex
- CUGNON Joseph, Université de Liège, Institut de Physique, Sart-Tilman, 4000 Liège 1, (Belgique)
- DELORME Jean, Institut de Physique Nucléaire, 43 boulevard du 11 Novembre 1918,
69622 Villeurbanne Cedex
- DE MARCO Nora, INFN, Sezione di Torino, Corso Massimo d'Azeglio 46, 10125 Torino, (Italie)
- DESBOIS Jean, Institut de Physique Nucléaire, B.P. 1, 91406 Orsay
- DIAZ ALONSO Joaquin, Groupe d'Astrophysique Relativiste, Observatoire de Paris, 92190 Meudon
- DOAN Thu Phong, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan
- DOUBRE Hubert, GANIL, B.P. 5027, 14021 Caen Cedex
- DUCOMET Bernard, CEN Bruyères-le-Châtel, B.P. 12, 91680 Bruyères-le-Châtel
- DUFOUR Marianne, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. 20CR, 67037 Strasbourg Cedex
- DUPIEUX Pascal, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière
- FASSNACHT Patrick, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. 20CR, 67037 Strasbourg Cedex
- FONVIELLE Hélène, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière
- FRAYSSE Lucien, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière
- GALIN Joël, GANIL, B.P. 5027, 14021 Caen Cedex
- GOSSET Jean, D.Ph.N./M.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- GOUTTE Dominique, D.Ph.N./H.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- GRANIER Olivier, D.Ph.N./M.F., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- GUICHARD Alain, Institut de Physique Nucléaire, 43 boulevard du 11 Novembre 1918,
69622 Villeurbanne Cedex

HANNACHI Fazia, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse, Bât. 104,
91406 Orsay

HOSTACHY Jean-Yves, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex

JACQUET Dominique, Institut de Physique Nucléaire, B.P. 1, 91406 Orsay

JEAN Daniel, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan

JOUAN Denis, Institut de Physique Nucléaire, B.P. 1, 91406 Orsay

KYANOWSKI Andréas, GANIL, B.P. 5027, 14021 Caen Cedex

LABARSOUQUE Jean, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, rue du Solarium
33170 Gradignan

LE BRUN Christian, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière

LEBRUN Didier, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex

LECOLLEY Jean-François, Laboratoire de Physique Corpusculaire, Esplanade de la Paix, 14032 Caen Cedex

LEMAIRE Marie-Claude, D.Ph.N./M.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

L'HOTE Denis, D.Ph.N./M.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

LIATARD Eric, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex

LIBERT Jean, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse, Bât. 104,
91406 Orsay

MATHIOT Jean-François, Institut de Physique Nucléaire, B.P. 1, 91406 Orsay

MEDJADI Djamel-Eddine, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, rue du
Solarium, 33170 Gradignan

MEYER Jacques, Institut de Physique Nucléaire, 43 boulevard du 11 Novembre 1918,
69622 Villeurbanne Cedex

MONTAROU Gérard, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière

MOSTEFAI M'hamed, D.Ph.N./B.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

NIFENECKER Hervé, Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble, B.P. 85X, 38041 Grenoble Cedex

OBIAJUNWA Eusébius, Institut de Physique Nucléaire, B.P. 1, 91406 Orsay

PARIZET Marie José, Laboratoire de Physique Corpusculaire, U. Clermont II, B.P. 45, 63170 Aubière

PERRIN Claude, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex

PICHON Bernard, Groupe d'Astrophysique Relativiste, Observatoire de Paris, 92190 Meudon

QUENTIN Philippe, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, rue du Solarium
33170 Gradignan

RACCA Chantal, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. 20CR, 67037 Strasbourg Cedex

REBREYEND Dominique, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex

REDON Nadine, Institut de Physique Nucléaire, 43 boulevard du 11 Novembre 1918,
69622 Villeurbanne Cedex

RICHERT Jean, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. 20CR, 67037 Strasbourg Cedex

SAUVAGEON Henri, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan

SCHUTZ Yves, GANIL, B.P. 5027, 14021 Caen Cedex

SEMAY Claude, Service de Physique Nucléaire Théorique, Université de L'Etat, 7000 Mons (Belgique)

SICRE Alain, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut-Vigneau,
33170 Gradignan

SUOMIJARVI Tiina, D.Ph.N./M.F., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

SURAUD Eric, Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex

THIBAUD Jean-Pierre, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse, Bât. 104,
91406 Orsay

THIPHAGNE Anne, Laboratoire de Physique Corpusculaire, Esplanade de la Paix, 14032 Caen Cedex

VALETTE Olivier, D.Ph.N./M.F., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

VAN HOVE Léon, Division Physique Théorique, CERN, CH 1211 Genève 23 (Suisse)

VIENNOT Michel, Laboratoire de Physique Nucléaire, Faculté des Sciences, Avenue Ibn Batota,
Rabat (Maroc)

WIELECZKO Jean-Pierre, D.Ph.N./B.E., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex