

1984

« Mésons, baryons, quarks et physique nucléaire »
Bombannes, 3^{ème} session – 17-21 septembre 1984

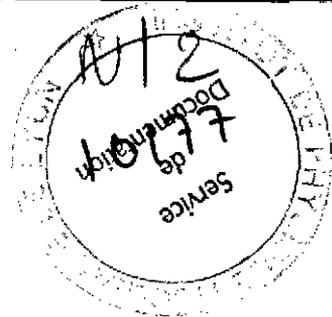
Table des matières détaillée

Avant-propos P. Quentin	p. i
I - Sacs, skyrmions et solitons G. Ripka	p. 1
II - Degrés de liberté mésiques et excitations baryoniques (approche théorique) B. Desplanques	p. 104
III - Degrés de liberté subnucléoniques B. Frois	p. 135
IV - Low energy PP physics E. Predazzi	p. 185
V - Physique des antiprotons de basse énergie – Programme expérimental à LEAR U. Gastaldi	p. 265
VI - Effet EMC et pions dans les noyaux M. Ericson	p. 267
VII - Masse et oscillations des neutrinos B. Vignon	p. 281
VIII - Effets nucléaires dans la diffusion profondément inélastique J.-J. Aubert	p. 301
IX - Possibilité de déconfinement des quarks et gluons avec des ions lourds G.-W. London	p. 303
X - Table ronde : les degrés de liberté non-nucléoniques en physique nucléaire J. Arvieux	p. 355

ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE

Village-Vacances de Bombannes

3^e session - 17-21 septembre 1984



Sous le patronage de
l'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules
I N2 P3

et avec la participation de
l'Institut de Recherche Fondamentale
CEA

MESONS, BARYONS, QUARKS
ET PHYSIQUE NUCLEAIRE

B. DESPLANQUES

B. FROIS

U. GASTALDI

E. PREDAZZI

G. RIPKA

J. ARVIEUX

J.J. AUBERT

M. ERICSON

G. LONDON

B. VIGNON

Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire

<u>Année</u>	<u>Titres et auteurs</u>
1982	COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI E. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain R. Babinet, J. Cugnon, D. Guerreau, C. Guet, J. Menet, H. Pirner
1983	STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski S. Della Negra, J. Delorme, S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.-P. Vivien

COMITE D'ORGANISATION DE
L'ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE 1984

<i>Bordeaux (CEN)</i>	A. FLEURY
<i>Bordeaux (LPT)</i>	Y. ABGRALL, P. QUENTIN
<i>Caen (GANIL et LPC)</i>	H. DOUBRE
<i>Grenoble (CEN)</i>	C. GUET
<i>Grenoble (ISN)</i>	M. BUENERD, B. VIGNON
<i>Lyon (IPN)</i>	J. DELORME, M. MEYER
<i>Orsay (CSNSM)</i>	E. EPHERRE, J.-P. THIBAUD
<i>Orsay (IPN)</i>	A. BOUYSSY, S. GALES, J. GALIN, D. VAUTHERIN
<i>Saclay (CEN)</i>	P. BONCHE, B. FERNANDEZ, B. FROIS, M.-C. LEMAIRE, C. NGO
<i>Strasbourg (CRN)</i>	E. ASLANIDES, J. RICHERT

Ces cours sont disponibles dans les bibliothèques des laboratoires concernés de l'I N2 P3 et du CEA.

Dans l'impossibilité de les obtenir ainsi, on peut s'adresser à :

I N2 P3
20, rue Berbier du Mets
75013 Paris (France)

A l'attention de Mme E. PERRET

T A B L E D E S M A T I E R E S

AVANT-PROPOS	
P. QUENTIN.....	i
I. SACS, SKYRMIONS ET SOLITONS	
G. RIPKA.....	1
1. Introduction.....	4
2. Lagrangien d'un système de quarks en interaction avec un champ chirale.....	7
3. Quantification du champ des quarks.....	10
4. L'invariance chirale.....	17
5. Le vide physique.....	22
6. Le sac de MIT.....	33
7. Le soliton de Frieberg et Lee.....	38
8. Le skyrmion.....	45
9. Mouvement collectif de translation d'un système simple.....	58
10. Mouvement classique de rotation du skyrmion.....	65
11. Le point de vue des quarks.....	77
12. Le soliton chirale.....	85
13. Le sac chirale.....	87
Références.....	102
II. DEGRES DE LIBERTE MESIQUES ET EXCITATIONS BARYONIQUES (Approche théorique)	
B. DESPLANQUES.....	107
I. Interaction forte.....	110
II. Courants d'échange mésonique.....	123
Références.....	132
III. DEGRES DE LIBERTE SUBNUCLEONIQUES	
B. FROIS.....	135
1. Introduction.....	137
1.1. Quels degrés de liberté faut-il considérer ?.....	138
1.2. Facteurs de forme nucléaires.....	140
1.3. Fonctions de structure.....	141
2. La présence de quarks et de gluons.....	144
2.1. Voir des particules ponctuelles. Invariance d'échelle.....	144
2.2. Le spin, la charge et la distribution des quarks.....	144
2.3. L'effet EMC.....	148
3. La description du noyau en termes de nucléons.....	150
3.1. L'approximation de champ moyen.....	150

3.2. La distribution spatiale des nucléons.....	151
3.3. Le concept de nucléon a-t-il un sens au centre du noyau ?.....	153
4. La présence de mésons.....	157
4.1. Courants d'échanges mésoniques.....	157
4.2. Théorèmes de basse énergie.....	159
4.3. Transition axiale dans les noyaux de masse $A \approx 16$	160
4.4. Electrodésintégration du deutérium au seuil.....	161
5. Effets subnucléoniques dans les réactions nucléaires.....	165
5.1. La résonance Δ (1232).....	165
5.2. La recherche d'états dibaryoniques.....	170
5.3. La production doublement cohérente de pions en dessous du seuil...	173
5.4. Transitions spin-isospin.....	175
6. Conclusions.....	180
Références.....	181
IV. LOW ENERGY $\bar{p}p$ PHYSICS	
E. PREDAZZI.....	185
Introduction and Motivations for $\bar{p}p$ studies.....	187
Part I : General Properties : Space Inversion, Charge Conjugation, Time Reversal, PCT Theorem, G Conjugation, Quantum numbers.....	191
I.1. Space Inversion.....	191
I.2. Charge Conjugation.....	196
I.3. Time Reversal.....	198
I.4. PCT Theorem.....	201
I.5. G Conjugation.....	202
I.6. Miscellaneous Properties of Nucleons and Antinucleons.....	204
I.7. Isospin of the NN System.....	206
I.8. Isospin, Charge Conjugation and G-Parity for the NN System.....	207
I.9. C and G Eigenvalues for the NN System.....	210
I.10. Quantum Numbers for the NN System.....	212
I.11. Selection Rules for the NN System $\rightarrow n\bar{n}$	214
I.12. Electromagnetic Decays of the NN System.....	216
Part II : Basic Kinematics of NN Decays.....	219
II.1. Elements of Kinematics of NN Elastic Scattering.....	219
II.2. Kinematics of Two Pion Annihilations.....	226
II.3. Three Body Annihilation ($NN \rightarrow 3\pi$).....	232
II.4. Quantum Numbers and the Dalitz Plot.....	236
II.5. Cascade Production with Resonance Formation.....	241
Part III : The Experimental Side of Low Energy NN Phenomenology.....	244
III.1. Introduction.....	244
III.2. The $\bar{p}p$ Cross-Section.....	244
III.3. Multiplicity.....	245
III.4. Relative importance of s Vs p Waves at Rest.....	246
III.5. Detection of Resonances.....	247
III.6. Conclusions.....	256
Part IV : Theoretical Tools in Low Energy NN Phenomenology.....	257
IV.1. The Potential Approach to Scattering Data.....	257
IV.2. The Case of Baryonium.....	261
IV.3. Conclusions.....	263
References.....	264
V. PHYSIQUE DES ANTIPROTONS DE BASSE ENERGIE - Programme expérimental à LEAR	
U. GASTALDI.....	265
VI. EFFET EMC ET PIONS DANS LES NOYAUX	
M. ERICSON.....	267
I. Effet EMC.....	269

	II. Pions dans les noyaux.....	271
	III. Force Gamov Teller.....	279
	Conclusions.....	280
VII.	MASSE ET OSCILLATIONS DES NEUTRINOS	
	B. VIGNON.....	281
	I. Introduction.....	283
	II. Neutrino de Dirac ou de Majorana ?.....	285
	III. Mécanismes de transformations des neutrinos.....	287
	IV. Aspects expérimentaux.....	290
	V. Conclusions.....	297
	Références.....	298
VIII.	EFFETS NUCLEAIRES DANS LA DIFFUSION PROFONDEMENT INELASTIQUE	
	J.-J. AUBERT.....	301
IX.	POSSIBILITE DE DECONFINEMENT DES QUARKS ET GLUONS AVEC DES IONS LOURDS	
	G.W. LONDON.....	303
	Abstract.....	305
	I. Introduction.....	306
	II. Quelques idées sur la prédiction de déconfinement.....	308
	III. L'environnement expérimental attendu dans les interactions noyau-noyau ultra-relativistes.....	311
	1. Interactions p-p et P-A à 200 GeV/nucleon (i.e. $\sqrt{s} = 20$ GeV).....	311
	2. Générateur Monte Carlo.....	312
	3. Implications pour la cible.....	313
	IV. Signatures possibles du plasma de quarks-gluons.....	315
	1. Température de l'environnement primordial.....	315
	2. Potentiel chimique.....	317
	3. L'hydrodynamique de la transition de phase : fluctuations.....	317
	V. Mesures de la densité d'énergie.....	318
	1. Estimation de la densité d'énergie dans le modèle hydrodynamique....	318
	2. Variation de la densité d'énergie.....	318
	3. Indications de collisions centrales (paramètre d'impact = 0).....	319
	4. Volume d'interaction en espace-temps : interférométrie Bose-Einstein.	319
	VI. Programmes expérimentaux.....	322
	1. CERN-SPS.....	322
	2. Brookhaven.....	324
	3. Berkeley.....	324
	VII. Conclusions.....	325
	VIII. Appendice A : Calcul de la section efficace p-A.....	326
	IX. Appendice B : Quelques indications de comportement hydrodynamique.....	327
	X. Références.....	329
X.	TABLE RONDE : LES DEGRES DE LIBERTE NON-NUCLEONIQUES EN PHYSIQUE NUCLEAIRE	
	J. ARVIEUX.....	355
	LISTE DES PARTICIPANTS.....	363

AVANT - P R O P O S

L'Ecole Joliot-Curie s'est déroulée du 17 au 21 septembre 1984, sur le thème : "Mésons, Baryons, Quarks et Physique Nucléaire". Outre les physiciens francophones déjà très actifs dans ce domaine de la physique, nous souhaitions attirer, comme les années précédentes, un public plus large de non-spécialistes, désireux d'approfondir leurs connaissances dans ce domaine très riche de développements potentiels de notre discipline. Ce souhait n'a pas été déçu et les physiciens présents témoignaient d'une diversité d'âge, d'origine et d'intérêt scientifique.

Nous savions donc que nous aurions à faire face, cette année encore plus que les autres, à une difficulté pédagogique considérable. En effet, les formalismes théoriques nécessaires à la description des phénomènes étudiés sont, en général, fort éloignés de ceux employés dans les autres domaines de la Physique Nucléaire. Les conférenciers théoriciens n'en ont eu que plus de mérite à répondre à notre attente et ont donné, parfois de façon tout à fait inopinée mais substantielle, les bases nécessaires à la compréhension de la Physique qu'ils voulaient nous transmettre. Les développements expérimentaux récents et les projets à très court terme n'ont, bien entendu, pas été oubliés. Dans cette partie-là de l'Ecole, les efforts pédagogiques ont également été largement appréciés. Nous sommes très reconnaissants aux uns et aux autres pour l'effort d'adaptation auquel ils ont bien voulu se plier. Cet effort contribue à confirmer au fil des ans la qualité de l'Ecole, tant au plan du contenu que de celui de la présentation pédagogique. Il est tout aussi juste de remercier pour leur participation à la préparation matérielle de l'Ecole, Mme E. Perret, pour son travail compétent et efficace à l'I N2 P3, M. D. Viriot et le personnel du Centre de Bombannes, ainsi que Mlle J. Garrabos, sur le site même de l'Ecole.

La participation à l'Ecole s'est maintenue au niveau des précédentes sessions et constitue une dimension optimale pour la facilité et la variété des échanges entre participants, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la salle de cours. Cependant, l'âge moyen des participants semble s'être accru. A ce propos, nous ne saurions trop remercier les responsables, à divers titres, de la formation des jeunes physiciens, pour la diffusion des informations concernant cette Ecole et leur demander de poursuivre cet effort. Pour notre part nous continuerons à oeuvrer en vue d'offrir à la collectivité francophone des physiciens nucléaires un tel outil de formation et de rencontres.

Pour le Comité d'organisation,

H. DOUBRE, P. QUENTIN

SACS, SKYRMIONS ET SOLITONS

G. RIPKA

Service de Physique Théorique, CEN Saclay

"Au demeurant, je n'ai cherché de rien prouver, mais de bien peindre et d'éclairer bien ma peinture".

A.Gide, Nourritures Terrestres.

Les cours sur les solitons, les skyrmions et les sacs susceptibles de décrire les hadrons ne sont pas nombreux surtout en langue française. Ce texte, pour débutants, fait suite à des cours donnés à l'université de Coimbra, au Centre International de Physique Théorique de Trieste, à la faculté de Sciences d'Orsay et à l'école Joliot-Curie à Bombannes. J'ai pris du plaisir à l'écrire et je remercie ces institutions de m'en avoir donné l'occasion.

Le style est relax. J'ai fait suivre chaque section d'exercices qui tantôt facilitent les calculs et tantôt poussent le lecteur à des réflexions que je crois utiles. Une version plus sobre et mieux farcie de références est en préparation en langue anglaise.

On s'étonnera peut-être de ne trouver dans ce cours pratiquement aucune confrontation entre la théorie et l'expérience, si ce n'est pour citer quelques ordres de grandeur des paramètres qui s'introduisent. Les modèles n'ont pas, à l'heure actuelle, été suffisamment travaillés pour qu'une comparaison avec les données permette d'en éliminer certains en faveur d'autres. En outre leurs domaines de validité sont encore mal définis et ne se chevauchent peut-être pas entièrement.

Au lieu d'essayer de justifier les différents modèles, j'ai cru plus utile, dans ce cours, de me borner à les décrire dans le but de faciliter au lecteur l'accès à l'abondante littérature. Il semble, en effet que, dans ce domaine, nombreux sont ceux qui, en présentant leurs travaux, prennent un tel soin à justifier leur description et à vouloir coûte que coûte l'intégrer dans un cadre théorique contraignant en apparence bien que rarement immuable, qu'ils en viennent souvent à oublier de préciser les calculs simples qu'ils ont faits, de peur peut-être de paraître ridicule, et sans doute dans le souci d'épargner ce ridicule à leurs collègues qui, par inadvertance, seraient tentés de les imiter. J'ai également omis toute discussion de la parenté entre les modèles et la QCD. Ceux-là mêmes qui ont contribué à ce sujet difficile [1], et ce sont toujours les mêmes qui sont cités, précisent que jusqu'à présent on ne peut qu'avancer des arguments qualitatifs et qu'ils ne proposent, en fin de compte, que des lagrangiens effectifs et phénoménologiques à la rigueur raisonnables. Dans ce domaine, comme dans tant d'autres, certains modèles simples peuvent bien marcher sans qu'on en comprenne la raison. En outre une certaine prudence nous dicte de ne pas se référer sans cesse à une théorie, somme toute encore assez peu vérifiée.

Je dois beaucoup à une collaboration continue et enrichissante avec Sid Kahana. Je dois exprimer aussi ma vive reconnaissance à Manque Rho qui m'a prodigué de nombreux enseignements et avertissements, ainsi qu'à Jean-Paul Blaizot, Michel Gaudin et Vincent Pasquier qui, au cours d'innombrables discussions, m'ont énormément aidé à comprendre.

Saclay, Septembre 1984.

1. INTRODUCTION

Dans ce cours nous décrirons les hadrons et la matière hadronique à l'aide de lagrangiens effectifs qui mettent en jeu des quarks et des champs chiraux. Ce sont des lagrangiens phénoménologiques dont la parenté avec la QCD n'est encore que spéculative /11/. Disons d'emblée que la spectroscopie des baryons peut être décrite avec une étonnante précision à l'aide de la dynamique de quarks non relativistes et que même l'interaction nucléon-nucléon peut, dans une large mesure, être reproduite ainsi /12/. Alors pourquoi ce foisonnement d'autres modèles (sacs chiraux, skyrmions, etc.) qui ne rivalisent pas, à l'heure qu'il est, avec la spectroscopie de quarks non relativistes ? Plusieurs raisons nous poussent à introduire de nouveaux degrés de liberté dans la description des hadrons. L'existence du pion, qui régit la partie à longue portée de l'interaction nucléon-nucléon, est toujours ajoutée ex-tempore dans le calcul des déphasages. Nous verrons que la dynamique des quarks peut être profondément modifiée par l'introduction du champ du pion. D'autre part la brisure de la symétrie chirale dans le vide physique et le confinement des quarks ne sont probablement que des manifestations de la matière hadronique à basse température et (peut-être) à basse pression. Certains calculs en QCD /13/ semblent en effet indiquer qu'à mesure que la température

s'élève, le confinement des quarks cesse et la symétrie chirale est restaurée. Un des buts des lagrangiens effectifs qui introduisent le degré de liberté pionique est d'explorer ces états excités de la matière hadronique. En un premier temps on est bien obligé de leur demander une description raisonnable des

hadrons dont on connaît si bien les propriétés. Mais on n'exige pas encore des différents modèles, issus des lagrangiens effectifs, de rivaliser dans la précision avec laquelle ils reproduisent les données spectroscopiques d'autant moins que leurs domaines de validité restent encore à définir.

Précisons notre notation. Nous travaillons avec la métrique et les définitions des matrices de Dirac de Itzykson et Zuber /14/ (les mêmes que celles de Drell et Bjorken). Nous écrirons :

$$(\partial_\mu \sigma)(\partial^\mu \sigma) = \frac{1}{c^2} (\partial_t \sigma)^2 - (\partial_i \sigma)^2$$

$$\partial_t = \frac{\partial}{\partial t} \quad \partial_i = \frac{\partial}{\partial x^i} \quad \underline{r} = (x_1, x_2, x_3)$$

$$\gamma^\mu \partial_\mu = \frac{1}{c} \beta \partial_t - \underline{\alpha} \cdot \underline{\nabla} \quad (1.1)$$

Nous sommes toujours les indices répétés. Les vecteurs d'espace seront notés \underline{r} , $\underline{\nabla}$, $\underline{\alpha}$, Les isovecteurs seront notés $\vec{\tau}$, $\vec{\pi}$... et les quadrivecteurs chiraux seront notés $\vec{\psi} = (\sigma, \vec{\pi})$. Les produits scalaires des isovecteurs et des quadrivecteurs chiraux s'écriront :

$$\vec{\pi} \cdot \vec{\pi} = \pi^a \pi^a = \sum_{a=1}^3 \pi^a \pi^a$$

$$\vec{\psi}_1 \cdot \vec{\psi}_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \vec{\pi}_1 \cdot \vec{\pi}_2 \quad (1.2)$$

Nous adoptons la notation habituelle des spineurs de Dirac $\Psi(\underline{r})$ pour représenter un vecteur (spineur) dont les composantes sont $\Psi_{s\tau}(\underline{r})$ où $s = 1, 2, 3, 4$ sont les indices sur lesquels agissent les matrices de Dirac γ_μ et où τ sont les indices d'isospin sur lesquels agissent les matrices de Pauli. Nous utiliserons de même des contractions incomplètes $\langle \underline{r} | \lambda \rangle$ pour

désigner un vecteur dont les composantes sont $\langle \underline{r} \sigma \tau | \lambda \rangle$

Dans cette notation, on a par exemple :

$$\Psi^\dagger(\underline{r}) \beta \Psi(\underline{r}) = \sum_{ss'} \sum_{\tau} \Psi_{s\tau}^\dagger(\underline{r}) \beta_{ss'} \Psi_{s'\tau}(\underline{r})$$

$$\langle \lambda | \underline{r} \rangle \beta \langle \underline{r} | \lambda \rangle = \sum_{ss'} \sum_{\tau} \langle \lambda | \underline{r} s \tau \rangle \beta_{ss'} \langle \underline{r} s' \tau | \lambda \rangle \quad (1.3)$$

2. LAGRANGIEN D'UN SYSTEME DE QUARKS EN INTERACTION AVEC UN CHAMP CHIRAL

Un système de fermions (quarks), représentés par un spineur de Dirac Ψ et en interaction avec un champ chiral réel $(\sigma, \vec{\pi})$ est décrit par le modèle σ non-linéaire [1]. La densité de lagrangien s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi} \left[i \hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - g (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}) \right] \Psi \\ & + \frac{1}{2\hbar c} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) + \frac{1}{2\hbar c} (\partial_\mu \vec{\pi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\pi}) - f (\sigma^2 + \vec{\pi}^2) \end{aligned} \quad (2.1)$$

la notation est définie dans la section 1. La fonction $f(\sigma^2 + \vec{\pi}^2)$ sera précisée ultérieurement et g est une constante de couplage, sans dimension, entre les quarks et le champ chiral. Les champs $(\sigma, \vec{\pi})$ ont la dimension d'une énergie et Ψ a la dimension $f_m^{-3/2}$. Au lieu de poser $\hbar = c = 1$ nous travaillerons avec des champs et des coordonnées sans dimension et définies ainsi :

$$\begin{aligned} \underline{r}' &= \frac{g\sigma_0}{\hbar c} \underline{r} & t' &= \frac{g\sigma_0}{\hbar} t & \partial'_\mu \partial^{\mu'} &= \partial_{\underline{t}'}^2 - \underline{\nabla}'^2 \\ \Psi' &= \left(\frac{\hbar c}{g\sigma_0} \right)^{3/2} \Psi & \sigma' &= \frac{\sigma}{\sigma_0} & \vec{\pi}' &= \frac{\vec{\pi}}{\sigma_0} \\ f' &= g^2 \frac{(\hbar c)^3}{(g\sigma_0)^4} f \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dans ces définitions, σ_0 est une constante que nous interpréterons (section 5) comme la valeur classique du champ σ dans le vide physique et qui a donc la dimension d'une énergie.

A l'aide des quantités sans dimension (2.2), l'action peut s'écrire ainsi :

$$I = \int d\mathbf{r} dt \mathcal{L}(\psi, \sigma, \vec{\pi}, \dots) = \hbar \int d\mathbf{r}' dt' \mathcal{L}'(\psi', \sigma', \vec{\pi}', \dots) \quad (2.3)$$

où \mathcal{L}' est un lagrangien sans dimension égal à

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' = & \bar{\Psi} \left[i \gamma^\mu \partial_\mu - (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{c}) \right] \Psi \\ & + \frac{1}{g^2} \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\pi}) - f (\sigma^2 + \vec{\pi}^2) \right] \quad (2.4) \end{aligned}$$

Dans l'équation (2.3), ainsi que dans celles qui suivent, nous omettons d'écrire les primes étant bien entendu que les coordonnées \mathbf{r} et t ainsi que les champs $\psi, \sigma, \vec{\pi}$ qui apparaissent dans nos expressions sont les quantités primées, définis dans les équations (2.2). Les énergies ainsi obtenues seront exprimées en unités de $g\sigma_0$ et les distances en unités de $\hbar c/g\sigma_0$ qui sera identifié à la longueur de Compton du quark dans le vide physique. On remarquera l'absence de σ_0 dans la densité de lagrangien (2.4). Le choix de σ_0 pourra ainsi être déterminé soit en ajustant une énergie (qui est proportionnelle à σ_0), soit en ajustant une longueur (qui est inversement proportionnelle à σ_0). On remarquera également que la constante de couplage g n'apparaît pas dans le terme fermionique (le premier terme) du lagrangien (2.4). La dynamique des quarks est donc entièrement déterminée par la forme (dans l'espace et le temps) du champ chiral $(\sigma, \vec{\pi})$. En augmentant (ou en diminuant) la constante de couplage g on peut diminuer (ou augmenter) la contribution à l'énergie du champ chiral.

EXERCISE

E2.1 : Montrer qu'il existe une loi d'échelle qui permet d'augmenter l'énergie du système (en variant σ_0) et de diminuer, en même temps et en proportion, sa taille.

3. QUANTIFICATION DU CHAMP DES QUARKS

Il y a une disymétrie entre la dynamique des fermions et celle des bosons. En effet, il existe une approximation classique non triviale des champs bosoniques (ici, le champ chiral) alors que l'approximation classique du champ de fermions donne, en général $\Psi = 0$ et élimine les fermions du problème. A l'ordre le plus bas les fermions apparaissent donc comme une fluctuation quantique, c'est-à-dire qu'il faut quantifier les champs des fermions. Dans cette section nous étudierons le système dans l'approximation (dite d'une boucle fermion) où le champ des quarks est quantifié tandis que le champ chiral est classique. Nous ne savons pas si cette approximation (la première qui soit non triviale) est justifiée ou si, par exemple, il ne serait pas préférable de quantifier à la fois les bosons et les fermions et de travailler à l'approximation d'une boucle fermion et boson.

Soit $\Psi_{s\tau}(\underline{r}, t)$ le champ du quark à un instant t . Le champ peut-être considéré comme une variable dynamique dont le moment conjugué est

$$\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{\Psi}_{s\tau}(\underline{r}, t)} = i \Psi_{s\tau}(\underline{r}, t) \quad (3.1)$$

La règle canonique de quantification exige qu'à temps égaux, Ψ et Ψ^\dagger obéissent aux règles d'anticommutation (propres aux fermions) :

$$\begin{aligned} [\Psi_{s\tau}(\underline{r}, t), \Psi_{s'\tau'}^\dagger(\underline{r}', t)]_+ &= \langle \underline{r} s \tau | \underline{r}' s' \tau' \rangle \\ &= \delta_{ss'} \delta_{\tau\tau'} \delta(\underline{r} - \underline{r}') \end{aligned} \quad (3.2)$$

La densité d'hamiltonien s'écrit alors:

$$\mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{\Psi}_{s\tau}(\underline{r}, t)} \dot{\Psi}_{s\tau}(\underline{r}, t) - \mathcal{L}' \quad (3.3)$$

ce qui donne, explicitement :

$$\mathcal{H} = \Psi^\dagger \left[\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}) \right] \Psi + \frac{1}{g^2} \left[\frac{1}{2} (\partial_t \sigma)^2 + \frac{1}{2} (\partial_t \vec{\pi})^2 + \frac{1}{2} (\nabla \sigma)^2 + \frac{1}{2} (\nabla \vec{\pi})^2 + f (\sigma^2 + \vec{\pi}^2) \right] \quad (3.4)$$

L'expression (3.4) représente l'hamiltonien du système dans l'approximation où seul le champ des quarks est quantifié. Il peut-être diagonalisé en résolvant le problème aux valeurs propres :

$$\left[\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}) \right] \langle \underline{r} | \lambda \rangle = e_\lambda \langle \underline{r} | \lambda \rangle$$

$$\langle \lambda | \lambda \rangle = 1 \quad (3.5)$$

qui est l'équation de Dirac d'une particule couplée à un champ chiral $(\sigma, \vec{\pi})$ extérieur. Les états propres $|\lambda\rangle$ seront appelés les orbites des quarks. Soit $|\mathcal{D}\rangle$ le déterminant de Slater construit à partir des orbites d'énergie négative.

Nous l'écrivons :

$$|\mathcal{D}\rangle = \prod_{\lambda < 0} a_\lambda^\dagger |0\rangle, \quad a_\lambda |0\rangle = 0, \quad \langle 0 | a_\lambda^\dagger = 0, \quad \langle 0 | 0 \rangle = 1 \quad (3.6)$$

où a_λ^\dagger est l'opérateur qui crée un quark dans l'orbite $|\lambda\rangle$:

$$\Psi_{s\tau}^\dagger(\underline{r}) = \sum_\lambda a_\lambda^\dagger \langle \lambda | \underline{r} s \tau \rangle \quad [a_\lambda, a_{\lambda'}^\dagger]_+ = \langle \lambda | \lambda' \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \quad (3.7)$$

Noter la différence entre $\langle \underline{r} s \tau | \lambda \rangle$ dans (3.7) qui est un nombre et $\langle \underline{r} | \lambda \rangle$ dans (3.5) qui est un vecteur (un spineur) dont les composantes sont $\langle \underline{r} s \tau | \lambda \rangle$.

L'énergie de l'état fondamental de l'hamiltonien (3.4) est égale à :

$$E = \sum_{\lambda < 0} e_\lambda + \frac{1}{g^2} \int d\underline{r} \left[\frac{1}{2} (\nabla \sigma)^2 + \frac{1}{2} (\nabla \vec{\pi})^2 + f (\sigma^2 + \vec{\pi}^2) \right] \quad (3.8)$$

Si le système se composait de plusieurs quarks (de valence) occupant des orbitales d'énergie positive, comme cela se produit dans les modèles de sac, il faudrait ajouter à l'expression (3.8) la somme des énergies de ces orbitales de valence. L'expression (3.8) représente l'énergie du système calculé à l'approximation d'une boucle fermion.

À l'équilibre, le champ chirale est indépendant du temps et l'énergie est stationnaire par rapport aux variations du champ chirale $(\sigma, \vec{\pi})$. On a donc :

$$\begin{aligned} -\nabla^2 \sigma(\underline{r}) + \frac{\partial f}{\partial \sigma(\underline{r})} + g^2 \langle \varrho(\underline{r}) \rangle &= 0 \\ -\nabla^2 \pi^a(\underline{r}) + \frac{\partial f}{\partial \pi^a(\underline{r})} + g^2 \langle \varrho^a(\underline{r}) \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

où les termes de source $\langle \varrho \rangle$ sont déterminés par les orbitales des quarks :

$$\begin{aligned} \langle \varrho(\underline{r}) \rangle &= \frac{\delta}{\delta \sigma(\underline{r})} \sum_{\lambda < 0} e_{\lambda} = \sum_{\lambda < 0} \langle \lambda | \underline{r} \rangle \beta \langle \underline{r} | \lambda \rangle \\ &= \langle \mathcal{D} | \bar{\Psi}(\underline{r}) \Psi(\underline{r}) | \mathcal{D} \rangle \\ \langle \varrho^a(\underline{r}) \rangle &= \frac{\delta}{\delta \pi^a(\underline{r})} \sum_{\lambda < 0} e_{\lambda} = \sum_{\lambda < 0} \langle \lambda | \underline{r} \rangle i \beta \gamma_5 \tau^a \langle \underline{r} | \lambda \rangle \\ &= \langle \mathcal{D} | \bar{\Psi}(\underline{r}) i \gamma_5 \tau^a \Psi(\underline{r}) | \mathcal{D} \rangle \end{aligned} \quad (3.10)$$

L'ensemble des équations (3.5), (3.9) et (3.10) nous permet de calculer, pour une constante de couplage donnée, les orbitales des quarks et le champ chirale du système en équilibre, c'est-à-dire dans un état stationnaire. On distingue deux types de solution.

L'une, dans laquelle les champs σ et $\vec{\pi}$ ne dépendent pas de r et dans laquelle les orbites $|\lambda\rangle$ des quarks sont des ondes planes, est invariante par translation et décrit le vide physique (section 5). Mais d'autres solutions existent, auxquelles on attache souvent le nom de soliton, dans lesquelles les champs σ et $\vec{\pi}$ ne sont pas invariants par translation et où certaines orbites des quarks, près de la surface de Fermi, peuvent être des orbites liées. Le nucléon en est un exemple. Dans ce cours nous n'étudions que les cas où les champs ne diffèrent de leur valeur constante du vide physique que localement, c'est-à-dire dans un volume fini de l'espace.

Ce sont évidemment les conditions aux limites (que nous n'avons pas encore précisées) qui déterminent le système qu'on veut étudier. Le comportement des champs à l'infini sera précisé dans la section 5 où nous construirons le vide physique. Leur comportement à l'origine sera déterminé par les équations de mouvement et par l'exigence que l'énergie soit une quantité finie.

On peut définir un lagrangien effectif L'_{1F} à l'approximation d'une boucle fermions (d'où l'indice 1F) à partir duquel on peut, au besoin, quantifier à son tour le champ chirale afin de travailler à l'approximation d'une boucle fermion et boson. Pour cela nous construisons l'action effective :

$$I_{1F} = \hbar \int dt L'_{1F}(t) \quad (3.11)$$

où le lagrangien effectif $L'_{1F}(t)$ est défini par l'expression

$$\begin{aligned} L'_{1F}(t) &= \langle D | i \partial_t - H | D \rangle \\ &= \sum_{\lambda < 0} \langle \lambda | i \partial_t - \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} - \beta (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}) | \lambda \rangle \\ &+ \frac{1}{g^2} \int d\vec{r} \left\{ \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi})^2 - f (\sigma^2 + \vec{\pi}^2) \right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dans l'expression (3.12) les orbites $|\lambda\rangle$ et les champs σ et $\vec{\pi}$ dépendent du temps. Le prime sur L' indique que nous travaillons avec les quantités sans dimension (2.2).

Dans la mesure où les orbites des quarks sont considérées comme des fonctionnelles du champ chirale $(\sigma, \vec{\pi})$, le lagrangien effectif (3.12) peut-être considéré comme une fonctionnelle du seul champ chirale. Ce même lagrangien peut-être obtenu en écrivant l'intégrale de Feynman et en intégrant les champs de fermion. La possibilité de décrire un système de quarks (qu'ils soient en nombre pair ou impair), à l'aide d'une fonctionnelle du seul champ chirale, est exploitée par la théorie de Skyrme (section 8). Mais dans cette théorie, le lagrangien effectif, quoique apparenté au lagrangien (3.12), ne s'identifie pas à lui.

EXERCICES

E3.1 : Quantifier le champ des quarks à partir du lagrangien (2.1) et montrer que le champ conjugué à Ψ est $i\bar{\Psi}$. Vérifier que $\bar{\Psi}$ s'élimine de la règle de quantification du champ de fermions :

$$[\Psi_{s\tau}(\underline{r}, t), i\bar{\Psi}_{s'\tau'}(\underline{r}', t)]_{\pm} = i\bar{\tau} \langle \underline{r} s \tau | \underline{r}' s' \tau' \rangle$$

E3.2 : On considère le lagrangien

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} [i\partial_{\mu} \gamma^{\mu} - g(\sigma + i\gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau})] \Psi$$

Etudier les solutions classiques des équations de mouvement du champ (de fermions). Montrer qu'une solution stationnaire classique non triviale ($\Psi \neq 0$) n'existe que si l'hamiltonien à

un corps :

$$h = \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + g\beta(\sigma + i\gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{e})$$

admet une valeur propre nulle et que dans ce cas le nombre de particules $\int d\vec{r} \psi^\dagger \psi$ est indéterminé.

E3.3 : On considère l'hamiltonien $h = \frac{p_x^2}{2} + \frac{x^2}{2} + y$ où $[p_x, x] = -i$ et où y commute avec x et p_x . Montrer que les vecteurs propres de h sont $|n, y\rangle$ avec $n = 0, 1, 2, \dots$ et $\langle n, y | n', y' \rangle = \delta_{nn'} \delta(y - y')$ et que les valeurs propres sont $n + \frac{1}{2} + y$. On dit que y est une variable classique du système.

E3.4 : On considère l'hamiltonien quadratique de fermions

$$H = \sum_{i,j} a_i^\dagger h_{ij} a_j \quad [a_i, a_j^\dagger]_+ = \delta_{ij}$$

Soient $|\lambda\rangle$ les états propres normalisés de h . Montrer que

$$H = \sum_\lambda e_\lambda a_\lambda^\dagger a_\lambda \quad \text{où } e_\lambda \text{ est une valeur propre de } h \text{ et}$$

$$a_\lambda^\dagger = \sum_i a_i^\dagger \langle i | \lambda \rangle.$$

Montrer que l'état fondamental de H est le déterminant de Slater composé des seules orbitales d'énergie négative ($e_\lambda < 0$). Montrer qu'on peut contrôler le nombre d'orbitales dans l'état fondamental en travaillant avec l'hamiltonien $H - \mu N$ et en ajustant μ (N est l'opérateur nombre de particules $N = \sum_i a_i^\dagger a_i$). Montrer que l'invariance relativiste exige que $\mu = 0$ pour des particules de Dirac.

E3.5 : Ecrire les équations de mouvement pour les champs σ et $\vec{\pi}$ et pour les orbitales $|\lambda\rangle$, qui viennent de la variation de l'action définie par les équations (3.11) et (3.12).

E3.6 : Etudier les raisons pour lesquelles la partie

bosonique de l'hamiltonien (3.4) contient des dérivées par rapport au temps tandis que la partie fermionique n'en contient pas. Pourquoi est-ce que le lagrangien de bosons est quadratique dans les dérivées par rapport au temps tandis que celui des fermions est linéaire ? Le champ de fermions peut-il être réel ? Peut-on définir un champ chiral complexe pour lequel le lagrangien serait linéaire dans les dérivées par rapport au temps ? (voir Bjorken and Drell, Relativistic Quantum Mechanics, page 199).

4. L'INVARIANCE CHIRALE

Pour discuter les invariances du lagrangien (2.1) il est commode d'utiliser une notation qui se révélera commode dans l'étude du skyrmion (section 8). A partir du champ chiral on peut construire la matrice (ou l'opérateur) :

$$U = \sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau} \quad U^\dagger = \sigma - i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}$$

$$UU^\dagger = U^\dagger U = \sigma^2 + \vec{\pi}^2 \quad (4.1)$$

Il est facile de vérifier que :

$$(\partial_\mu U)(\partial^\mu U^\dagger) = (\partial_\mu \sigma)(\partial^\mu \sigma) + (\partial_\mu \vec{\pi})(\partial^\mu \vec{\pi}) \quad (4.2)$$

Le lagrangien (2.4) peut donc s'écrire :

$$\mathcal{L}' = \bar{\Psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - U)\Psi + \frac{1}{g^2} \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu U)(\partial_\mu U^\dagger) - f(UU^\dagger) \right] \quad (4.3)$$

Le second terme du lagrangien (4.3) est, à proprement parler, une matrice. Cependant les équations (4.1) et (4.2) montrent que ce terme est un multiple de la matrice unité et il en sera de même dans les résultats qui suivent. Il est habituel de transformer les matrices, telles que le second terme de (4.3), en nombres, en prenant la trace sur les matrices γ et sur les matrices τ . Mais pour des termes, qui ne sont que des multiples de la matrice unité, cela revient à multiplier par la trace de l'unité, qui vaut $4 \times 2 = 8$ dans notre cas. Nous omettons dans la suite d'écrire la trace. On remarquera enfin que la matrice γ_5 s'élimine entièrement du second terme du lagrangien (4.3).

On distingue deux transformations globales qui laissent invariant le lagrangien (4.3). Elles peuvent-être représentées par les opérateurs unitaires

$$A = e^{iS} \quad \text{et} \quad B = e^{i\gamma_5 S} \quad (4.4)$$

où S est un opérateur hermitique, qui ne dépend ni de la

position ni du temps et qui commute avec les matrices de Dirac γ .

Pour les transformations de type A, les champs se transforment ainsi :

$$\begin{aligned} \Psi &\rightarrow A \Psi & \Psi^\dagger &\rightarrow \Psi^\dagger A^{-1} & (\bar{\Psi} &\rightarrow \bar{\Psi} A^{-1}) \\ U &\rightarrow A U A^{-1} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Il est trivial de vérifier que la transformation des champs (4.5) laisse le lagrangien (4.3) invariant. Un exemple d'une telle transformation est fournie par la rotation d'isospin qui est générée par l'opérateur :

$$A = e^{i \vec{\alpha} \cdot \vec{T} / 2} \quad (4.6)$$

où l'isovecteur $\vec{\alpha}$ définit la rotation. En effet $\vec{T}/2$ est le générateur des rotations d'isospin des quarks, de sorte que $\Psi \rightarrow A \Psi$ est une rotation d'isospin. Pour vérifier que $U \rightarrow A U A^{-1}$ est bien une rotation de l'isovecteur $\vec{\pi}$, calculons, pour α très petit :

$$\begin{aligned} A U A^{-1} &= \left(1 + \frac{i \vec{\alpha} \cdot \vec{T}}{2} + \dots\right) (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{T}) \left(1 - \frac{i \vec{\alpha} \cdot \vec{T}}{2} + \dots\right) \\ &= \sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{T} - \frac{\gamma_5}{2} [\vec{\alpha} \cdot \vec{T}, \vec{\pi} \cdot \vec{T}] + \dots \\ &= \sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{T} - i \gamma_5 \vec{T} \cdot (\vec{\alpha} \times \vec{\pi}) + \dots \end{aligned} \quad (4.7)$$

La transformation (4.7) laisse donc le champ scalaire invariant et transforme $\vec{\pi} \rightarrow \vec{\pi} - \vec{\alpha} \times \vec{\pi}$. Il s'agit bien d'une rotation d'isospin.

Pour les transformations de type B, les champs se transforment ainsi :

$$\begin{aligned} \Psi &\rightarrow B \Psi & \Psi^\dagger &\rightarrow \Psi^\dagger B^{-1} & (\bar{\Psi} &\rightarrow \bar{\Psi} B) \\ U &\rightarrow B^{-1} U B^{-1} \end{aligned} \quad (4.8)$$

On vérifie que cette transformation laisse le lagrangien (4.3) invariant. Noter bien la différence entre les transformations (4.5) et (4.8). Elle est due à la présence de γ_5 dans l'opérateur B. Les transformations de type B sont appelés des transformations chirales. Un exemple d'une telle transformation est la rotation chirale définie par l'opérateur

$$B = e^{i\gamma_5 \vec{\alpha} \cdot \vec{\tau} / 2} \quad (4.9)$$

l'analogue chirale de (4.6). Si on décompose le spineur Ψ en ses composantes droite-gauche :

$$\Psi = \frac{1+\gamma_5}{2} \Psi_D + \frac{1-\gamma_5}{2} \Psi_G \quad (4.10)$$

on vérifie que, dans la transformation chirale $\Psi \rightarrow B\Psi$, les composantes droite et gauche de Ψ subissent des rotations d'isospin opposées :

$$\Psi_D \rightarrow e^{i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau} / 2} \Psi_D \quad \Psi_G \rightarrow e^{-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau} / 2} \Psi_G \quad (4.11)$$

alors que dans la rotation d'isospin (4.6) elles subissent la même rotation.

Pour déterminer la rotation chirale du champ U calculons, pour $\vec{\alpha}$ très petit :

$$\begin{aligned} B^{-1} U B^{-1} &= (1 - i\gamma_5 \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}}{2} + \dots) (\sigma + i\gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau}) (1 - i\gamma_5 \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}}{2} + \dots) \\ &= \sigma + i\gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau} + \vec{\pi} \cdot \vec{\alpha} - i\gamma_5 \sigma \vec{\alpha} \cdot \vec{\tau} + \dots \end{aligned} \quad (4.12)$$

de sorte que les champs σ et $\vec{\pi}$ se transforment ainsi :

$$\sigma \rightarrow \sigma + \alpha \cdot \vec{\pi} \quad \vec{\pi} \rightarrow \vec{\pi} - \alpha \sigma \quad (4.13)$$

la rotation chirale mélange donc le champ σ et le champ $\vec{\pi}$.

L'invariance chirale est importante car elle est spontanément brisée dans le vide physique, comme en témoigne la masse quasi-nulle du pion.

EXERCICES

E4.1 : Les identités suivantes sont utiles :

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

$$\begin{aligned} (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) &= \vec{a} \cdot [\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})] \\ &= (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c}) \end{aligned}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{d})] \vec{c} - [\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})] \vec{d}$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{\tau})(\vec{b} \cdot \vec{\tau}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + i \vec{\tau} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$[\vec{a} \cdot \vec{\tau}, \vec{b} \cdot \vec{\tau}] = 2i \vec{\tau} \cdot [\vec{a} \times \vec{b}]$$

E4.2 : Vérifier que, dans les transformations (4.5) et (4.8), le second terme du lagrangien (4.3) reste un multiple de la matrice unité.

E4.3 : Vérifier que les générateurs des rotations chirales ont les mêmes nombres quantiques que les pions.

5. LE VIDE PHYSIQUE

Quelque soient les goûts que Pascal ait cru bon lui attribuer, l'univers se compose essentiellement du vide, que nous appellerons le vide physique, pour le distinguer des vides de divers opérateurs de destruction qu'on pourrait-être amené à définir. Les particules, noyaux et atomes sont des systèmes qui ne perturbent que localement le vide physique et on ne mesure jamais que des écarts du vide physique. Ce n'est qu'au centre des étoiles (à neutrons par exemple) qu'on pense trouver le vide physique perturbé sur une échelle macroscopique. C'est parcequ'une symétrie du lagrangien (la symétrie chirale) est brisée dans le vide physique, que nous devons le construire explicitement. Ceci est vrai tant pour les lagrangiens effectifs tels que (2.1) que pour le lagrangien de la QCD. Mais le travail est infiniment plus simple avec le lagrangien effectif (2.1) parceque la brisure spontanée de la symétrie chirale est obtenue par un choix approprié de la fonction $f(\sigma^2 + \vec{\pi}^2)$ qui trouve là sa raison d'être. On pense, par ailleurs, qu'à haute température et (ou ?) haute pression, c'est-à-dire dans les conditions où se serait trouvé l'univers aux temps reculés, le vide physique aurait eu les mêmes symétries que son lagrangien et que certaines des symétries se seraient spontanément brisées au cours de son refroidissement et de son expansion.

A l'approximation d'une boucle fermions (section 3), le vide physique peut-être construit à partir de la solution stationnaire et invariante par translation des équations (3.5) et (3.9). Dans une telle solution :

$$\begin{aligned} \sigma(\underline{r}) &= \sigma \text{ (indépendant de } \underline{r}\text{)} : (\partial_\mu \sigma) = 0 \\ \vec{\pi}(\underline{r}) &= \vec{\pi} \text{ (indépendant de } \underline{r}\text{)} : (\partial_\mu \vec{\pi}) = 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Les orbites des quarks sont déterminées par l'équation de Dirac

(3.5) que nous écrivons à l'aide de la matrice U , définie en (4.1) :

$$h|\lambda\rangle = e_\lambda|\lambda\rangle \quad h = \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta U \quad (5.3)$$

Nous écrivons la matrice U dans la forme :

$$U = \sigma + i\gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau} = \varphi e^{i\gamma_5 \vec{\theta} \cdot \vec{\tau}}$$

où

$$\varphi^2 = \sigma^2 + \vec{\pi}^2 \quad \sigma = \varphi \cos \theta \quad \vec{\pi} = \varphi \frac{\vec{\theta}}{\theta} \sin \theta \quad (5.4)$$

On appelle θ l'angle chirale (du champ chirale). Considérons la rotation chirale, de type (4.9), définie par l'opérateur unitaire

$$B = e^{i\gamma_5 \vec{\theta} \cdot \vec{\tau} / 2} \quad (5.5)$$

Cette rotation chirale transforme l'hamiltonien (5.2) des quarks en :

$$B h B^{-1} = B \left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta U \right) B^{-1} = \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta \varphi \quad (5.6)$$

Nous voyons qu'une rotation chirale transforme l'hamiltonien des quarks en un hamiltonien de particules libres de masse égale à φ (en unités de $g\sigma_0/c^2$ selon nos définitions 2.4). La rotation chirale, générée par l'opérateur (5.5), laisse invariant le lagrangien et l'hamiltonien (et donc l'énergie) du système. Il est important de noter que cela n'est vrai que pour une solution stationnaire et invariante par translation, telle que B commute avec les gradients qui apparaissent dans l'hamiltonien.

Les états propres de l'hamiltonien (5.6) sont les ondes planes bien connues de Dirac, que nous écrivons $|\underline{k} \sigma \alpha \tau\rangle$:

$$\left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta \varphi \right) \langle \tau | \underline{k} \sigma \tau \rangle = (-i)^{1/2-\alpha} e_{\underline{k}} \langle \tau | \underline{k} \sigma \alpha \tau \rangle$$

$$\langle \underline{k} \sigma \alpha \tau | \underline{k}' \sigma' \alpha' \tau' \rangle = \delta_{\underline{k}\underline{k}'} \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\tau\tau'}$$

où \underline{k} et $\sigma = \pm 1/2$ dénotent l'impulsion et la projection du spin du quark, où $\alpha = \pm 1/2$ distingue les orbites d'énergie positive et négative et où τ désigne les autres nombres quantiques (isospin, couleur, étrangeté,...). L'énergie e_k de l'orbite est égale à :

$$e_k = \sqrt{k^2 + \varphi^2} \quad (5.8)$$

L'énergie (3.8) de l'état fondamental s'écrit, pour la solution invariante par translation :

$$E = -\nu \sum_{\underline{k}} \sqrt{k^2 + \varphi^2} + \frac{\Omega}{g^2} f(\varphi^2) \quad (5.9)$$

où ν est la dégénérescence des orbites :

$$\nu = 2 (\text{spin}) \times 2 (\text{isospin}) \times 3 (\text{couleur}) \times \dots \quad (5.10)$$

et où Ω est le (grand) volume d'intégration. On voit que l'énergie n'est qu'une fonction de φ^2 et qu'elle est donc indépendante des angles chiraux $\vec{\theta}$. Nous reviendrons sur cette dégénérescence.

Dans le vide physique, φ^2 prendra la valeur qui minimise l'énergie (5.9) et cette valeur dépend de la fonction $f(\varphi^2)$ que nous choisirons plus bas de manière à briser la symétrie chirale. Mais auparavant nous devons nous soucier de ce que l'énergie des quarks (premier terme de 5.9) soit infinie. Que l'énergie du vide physique par unité de volume soit infinie n'est pas gênant en soi parce que nous ne mesurons que des variations de l'énergie du vide. Ce qui, par contre, est gênant dans l'expression (5.9), c'est que même la différence entre les énergies (par unité de volume), calculées pour deux valeurs différentes de φ^2 , soit infinie. On se heurte là à une difficulté typique de la théorie des champs et qui apparaît dès l'approximation d'une boucle. On la résoud (disons qu'on

l'évite) par un processus renormalisation qui, dans ce cas particulièrement simple, peut-être résolu analytiquement.

Pour cela prenons comme énergie de référence l'énergie E_0 obtenue pour la valeur $\varphi^2 = 1$:

$$E_0 = -\nu \sum_{\underline{k}} \sqrt{k^2 + 1} + \frac{\Omega}{g^2} f(\varphi^2 = 1) \quad (5.11)$$

Considérons le développement de $\sqrt{k^2 + \varphi^2}$ autour de la valeur

$$\varphi^2 = 1 : \quad \sqrt{k^2 + \varphi^2} = \sqrt{k^2 + 1} + \frac{\varphi^2 - 1}{2 \epsilon_k} - \frac{(\varphi^2 - 1)^2}{8 \epsilon_k^3} + \frac{(\varphi^2 - 1)^3}{16 \epsilon_k^5} + \dots \quad (5.12)$$

où nous avons posé

$$\epsilon_k = \sqrt{k^2 + 1} \quad (5.13)$$

qu'on prendra soin de ne pas confondre avec e_k défini en (5.8). En substituant ce développement dans (5.9) l'énergie du vide physique s'écrit :

$$\begin{aligned} E(\varphi^2) = E_0 - \nu \frac{\varphi^2 - 1}{2} \sum_{\underline{k}} \frac{1}{\epsilon_k} + \nu \frac{(\varphi^2 - 1)^2}{8} \sum_{\underline{k}} \frac{1}{\epsilon_k^3} \\ - \nu \frac{(\varphi^2 - 1)^3}{16} \sum_{\underline{k}} \frac{1}{\epsilon_k^5} + \dots \\ + \frac{\Omega}{g^2} [f(\varphi^2) - f(\varphi^2 = 1)] \end{aligned} \quad (5.14)$$

Lorsqu'on remplace les sommes sur les impulsions par des intégrales :

$$\sum_{\underline{k}} \rightarrow \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d\underline{k} \quad (5.15)$$

on trouve que les deux premiers termes de (5.14) donnent des intégrales divergentes alors qu'à partir du troisième terme les intégrales convergent. Supposons maintenant que la fonction $f(\varphi^2)$ ait une forme polynomiale que nous écrirons :

$$f(\varphi^2) - f(\varphi^2 = 1) = a_2 (\varphi^2 - 1) + a_4 (\varphi^2 - 1)^2 + a_6 (\varphi^2 - 1)^3 + \dots \quad (5.16)$$

On voit que les deux sommes infinies de l'énergie (5.14) peuvent être incluses dans les coefficients a_2 et a_4 du développement (5.16). Modifions donc les coefficients de la manière suivante :

$$a_2 \rightarrow a_2 + \frac{\nu}{2} \sum_k \frac{1}{(k^2+1)^{1/2}}$$

$$a_4 \rightarrow a_4 - \frac{\nu}{8} \sum_k \frac{1}{(k^2+1)^{3/2}} \quad (5.17)$$

On voit qu'ils sont renormalisés par une quantité, infinie certes, mais indépendante de φ^2 . Il est important que seuls les coefficients a_2 et a_4 soient renormalisés parce-que, si le polynôme $f(\varphi^2)$ contenait des puissances plus élevées que φ^4 le lagrangien (3.12) cesserait d'être renormalisable dès l'approximation d'une boucle boson.

La modification (5.17) des coefficients a_2 et a_4 élimine les divergences qui apparaissent dans l'expression (5.14) de l'énergie. On obtient ainsi l'énergie renormalisée :

$$E(\varphi^2) - E(\varphi^2=1) = -\nu \sum_k \sqrt{k^2+\varphi^2} + \nu \sum_k \sqrt{k^2+1}$$

$$+ \nu \frac{\varphi^2-1}{2} \sum_k \frac{1}{(k^2+1)^{1/2}} - \nu \frac{(\varphi^2-1)^2}{8} \sum_k \frac{1}{(k^2+1)^{3/2}}$$

$$+ \frac{\Omega}{g^2} [a_2 (\varphi^2-1) + a_4 (\varphi^2-1)^2 + \dots] \quad (5.18)$$

Les termes de la deuxième ligne de (5.18) sont souvent appelés des contretermes qui assurent la convergence de l'énergie sans toutefois modifier la forme de sa dépendance en φ^2 . Les sommes (5.18) peuvent-être calculées analytiquement. Imaginons que nous

limitions les sommes sur les impulsions à un cut-off $k \leq \Lambda$. Cela revient à remplacer dans (5.18) :

$$\sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^\Lambda 4\pi k^2 dk \quad (5.19)$$

Les intégrales du type $\int_0^\Lambda k^2 dk (k^2+1)^{p/2}$ sont citées dans les tables. On peut ainsi calculer l'énergie (5.18) pour un cut-off donné Λ et prendre la limite $\Lambda \rightarrow \infty$ de la somme des termes (nous recommandons fortement ce calcul). Le calcul est élémentaire et il donne l'expression :

$$E(\varphi^2) - E(\varphi^2=1) = -\nu \frac{\Omega}{2\pi^2} \left[\frac{\varphi^4 \lg \varphi^2}{16} + \frac{(\varphi^2-1)(1-3\varphi^2)}{32} \right] \\ + \frac{\Omega}{g^2} \left[a_2 (\varphi^2-1) + a_4 (\varphi^2-1)^2 + \dots \right] \quad (5.20)$$

Choisissons la fonction $f(\varphi^2)$ de manière à ce qu'elle ait un minimum au point $\varphi^2 = 1$:

$$f(\varphi^2) = \frac{\kappa}{4} (\varphi^2-1)^2 \quad (5.21)$$

ce qui est bien un polynôme de degré 4. Dans ce cas le membre droit de l'équation (5.20) présente un minimum au point $\varphi^2 = 1$ et il peut donc représenter l'énergie du vide physique en fonction de $\varphi^2 = \sigma^2 + \vec{\pi}^2$. Nous écrirons :

$$E[\varphi^2] = -\nu \frac{\Omega}{2\pi^2} \left[\frac{\varphi^4 \lg \varphi^2}{16} - \frac{(\varphi^2-1)(1-3\varphi^2)}{32} \right] \\ + \frac{\Omega \kappa}{4g^2} (\varphi^2-1)^2 \quad (5.23)$$

Cette écriture revient à annuler l'énergie de référence (5.11)

et à l'identifier à l'énergie du vide physique.

L'énergie (5.23) présente un minimum au point $\varphi^2 = 1$:

$$E(\varphi^2=1) = 0, \quad \left. \frac{dE}{d\varphi^2} \right|_{\varphi^2=1} = 0, \quad \left. \frac{d^2E}{d\varphi^2} \right|_{\varphi^2=1} = \frac{\Omega \kappa}{g^2} \quad (5.24)$$

Le premier terme de (5.23) peut-être considéré comme la contribution des quarks dans la mer de fermi à l'énergie du vide :

$$E_F = - \frac{\nu \Omega}{2\pi^2} \left[\frac{\varphi^4 g \varphi^2}{16} + \frac{(\varphi^2-1)(1-3\varphi^2)}{32} \right] \quad (5.25)$$

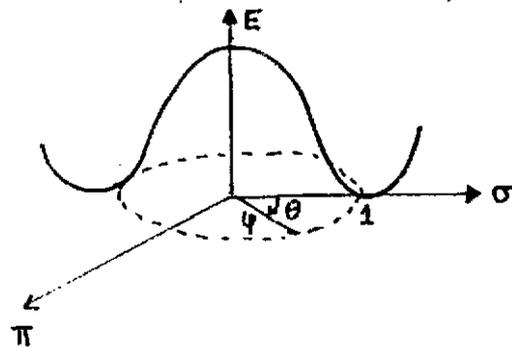
Les quarks ne contribuent ainsi en rien à l'énergie du vide physique au voisinage du point $\varphi^2 = 1$. On vérifie en effet que :

$$E_F(\varphi^2=1) = 0, \quad \left. \frac{dE_F}{d\varphi^2} \right|_{\varphi^2=1} = 0, \quad \left. \frac{d^2E_F}{d\varphi^2} \right|_{\varphi^2=1} = 0 \quad (5.26)$$

Mais le lecteur attentif aura sans doute remarqué la part d'arbitraire qu'il y a à séparer les contributions respectives des quarks et du champ chiral à l'énergie du vide. En effet, nous avons éliminé les deux termes divergents du développement (5.14) de la contribution des quarks afin de les inclure complètement dans les coefficients a_2 et a_4 du développement de la fonction f . Mais nous aurions aussi bien pu remplacer chacune de ces sommes infinies par un nombre fini et arbitraire, et reléguer les différences infinies correspondantes dans les termes a_2 et a_4 . En d'autres mots, les contributions respectives des quarks et du champ chiral aux coefficients a_2 et a_4 restent indéterminées et arbitraires dans cette théorie. Le choix particulier que nous avons fait pour les séparer est exprimé par ce qu'on appelle des conditions de

renormalisation et qui trouvent leur expression dans les équations (5.26). Dans notre cas, le fait d'avoir inclus, dans la fonction $f(\varphi^2)$, les deux premiers termes du développement de l'énergie des quarks en puissances de $(\varphi^2 - 1)$ fait que le comportement de l'énergie du vide au voisinage du point $\varphi^2 = 1$ est entièrement régi par la fonction $f(\varphi^2)$. C'est commode, cependant nous aurions pu décider que les quarks ne contribuent pas à l'énergie au voisinage du point $\varphi^2 = 0$. Dans ce cas le premier terme de (5.23) aurait été modifié par un polynôme de degré 4 en φ^2 . Pour comparer les résultats de deux calculs il est important d'en préciser les conditions de renormalisation.

Avec le choix (5.21) de la fonction $f(\varphi^2)$ l'énergie peut-être représentée en fonction de φ et de (la valeur absolue de) l'angle chirale θ par une surface en forme de chapeau mexicain (ou de fond de bouteille, d'autres y voient un kuglupf alsacien) :



(5.27)

L'énergie ne dépend pas de l'angle chirale θ et le vide est donc dégénéré le long du cercle chirale défini par l'équation

$$\varphi^2 = \sigma^2 + \pi^2 = 1 \quad (5.28)$$

On passe d'un point de ce cercle à un autre par une rotation chirale. Bien qu'on puisse représenter le vide par un quelconque des points sur le cercle chirale, il est évidemment plus simple

de choisir le point $\theta = 0$:

$$\sigma = 1 \quad \vec{\pi} = 0 \quad (\text{vide physique, champs sans dimension}) \quad (5.29)$$

En unités dimensionnées (voir 2.2) le vide physique est caractérisé par les valeurs classiques suivantes du champ

chiral :

$$\sigma = \sigma_0 \quad \vec{\pi} = 0 \quad (5.30)$$

Il est difficile de déterminer la courbe (5.27) expérimentalement et les calculs en QCD n'en sont pas encore là. Donc on ne peut que identifier le paramètre σ_0 du lagrangien (2.1) à la valeur classique du champ scalaire dans le vide. Cependant on peut aussi calculer le temps de vie du pion ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$) à partir du lagrangien (2.1). Cela permet de déterminer une valeur $\sigma_0 = 93$ MeV, indépendamment des autres paramètres du lagrangien.

Le fait que le vide physique se réalise sur le cercle chiral $\varphi=1$ et non au point $\varphi=0$ est l'expression de la brisure spontanée de la symétrie chirale dans le vide. Il est bien entendu que nous n'avons pas expliqué cette brisure de symétrie puisque nous avons choisi la fonction $f(\varphi^2)$ de manière à ce qu'elle ait lieu.

Lorsqu'on calcule les vibrations du vide physique autour de son état d'équilibre, on trouve un mode de vibration sans force de rappel et dont la trajectoire est le long du cercle chiral. Un tel mode, dû à la brisure de symétrie, porte le nom de boson de Goldstone et il représente une particule de masse nulle. Il a les mêmes nombres quantiques que les générateurs de la symétrie brisée. Dans notre cas où la symétrie brisée est une rotation chirale représentée par l'opérateur (4.9) il a les mêmes nombres quantiques que le pion : isovecteur et pseudoscalaire. Le lagrangien (2.1) prévoit un pion de masse nulle. Sa faible masse de 150 MeV peut-être obtenue en ajoutant une

faible perturbation de la forme $c\sigma$ qui brise légèrement l'invariance chirale du lagrangien (voir la discussion pages 540-555 dans Itzykson et Zuber).

EXERCICES

E5.1 : Montrer que les équations (3.5) et (3.9) admettent une solution invariante par translation de la forme (5.1) et (5.7).

E5.2 : Tracer la courbe de l'énergie (5.23) en fonction de φ^2 pour différentes valeurs de κ/g^2 . Montrer qu'elle n'a qu'un minimum local au point $\varphi^2 = 1$ (la contribution des fluctuations quantiques du champ chirale, dits effets à une boucle boson, peut stabiliser le vide pour $\varphi^2 \rightarrow \infty$).

E5.3 : On définit $I_p(\lambda) = \int_0^\lambda x^2 dx (1+x^2)^{p/2}$.

Montre que (voir Gradstein p. 86)

$$I_1(\lambda) = \frac{1}{8} \left[\frac{\sinh 4x}{4} - x \right] \underset{\lambda \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{8} \left[2\lambda^4 + 2\lambda^2 - \lg 2\lambda + \frac{1}{4} \right] + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$$

$$I_{-1}(\lambda) = \frac{1}{2} \left[\frac{\sinh 2x}{2} - x \right] \underset{\lambda \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{2} \left[\lambda^2 - \lg 2\lambda + \frac{1}{2} \right] + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$$

$$I_{-3}(\lambda) = x - \tanh x \underset{\lambda \rightarrow \infty}{\sim} \lg 2\lambda - 1 + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$$

$$I_{-5}(\lambda) = \frac{1}{3} \tanh^3 x \underset{\lambda \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{3}$$

$$I_{-7}(\lambda) = \frac{1}{3} \tanh^3 x - \frac{1}{5} \tanh^5 x \underset{\lambda \rightarrow \infty}{\sim} \frac{2}{15}$$

avec $\lambda = \sinh x$ $x = \lg [\lambda + \sqrt{1+\lambda^2}]$

Utiliser les intégrales ci-dessus pour étudier la manière dont l'énergie (5.18) dépend du cut-off $k < \Lambda$. Tracer la courbe de l'énergie (5.18) en fonction du cut-off pour $\varphi = 0.5$ et $\varphi = 1.5$ (belle occasion pour programmer votre HP 11C).

6. LE SAC DE MIT

Deux modèles du nucléon rivalisent par leur simplicité et ont été par conséquent très développés. Ils donnent des descriptions différentes du hadron. Il s'agit du modèle du sac de MIT /9/ et du skyrmion /3/. Nous les décrivons dans cette section et dans la section 8. Dans le modèle du sac de MIT, les trois quarks qui composent le nucléon creusent dans le vide physique une petite cavité (le sac) où ils se propagent librement avec une masse nulle. Dans cette cavité la symétrie chirale est restaurée. Les quarks ne peuvent quitter la cavité car, dans le vide physique, ils acquièrent une masse infinie. Nous verrons que dans le modèle de Skyrme, la symétrie chirale est partout brisée et, ce qui distinguera les régions intérieures et extérieures du nucléon, ce sera l'angle chirale qui passera continuellement de 0 à π à mesure qu'on pénètre le nucléon en partant du vide physique. Dans ce modèle, le confinement, voire la présence des quarks, ne seront pas explicités. Annonçons d'avance qu'un troisième modèle, dit du sac chirale /4/ et décrit dans la section 10, a été conçu pour concilier le sac de MIT et le skyrmion. Dans le modèle du sac chirale, le nucléon se compose d'une cavité intérieure semblable (quoique plus petite) que celle du sac de MIT et entourée d'une région extérieure décrite par le lagrangien de Skyrme.

Il existe un lagrangien effectif pour le modèle du sac de MIT (voir le soliton de T.D. Lee décrit dans la section 7) et il existe un autre lagrangien pour décrire le skyrmion. Malheureusement il n'existe pas actuellement de lagrangien effectif qui soit à la fois invariant chirale et qui prévoient une région intérieure du nucléon où la symétrie chirale serait restaurée, bien que le modèle du sac chirale puisse être

considéré comme un premier pas dans cette direction.

Le modèle du sac de MIT est mieux discuté avec les champs et les distances dimensionnées du lagrangien (2.1) qu'avec les variables sans dimensions définies en (2.4) qui, elles sont plus utiles pour la description des solitons. La réécriture des équations avec les quantités dimensionnées est triviale et, dans cette section, nous la ferons sans autre commentaire.

Le modèle du sac de MIT suppose que la valeur classique du champ du pion est partout nulle :

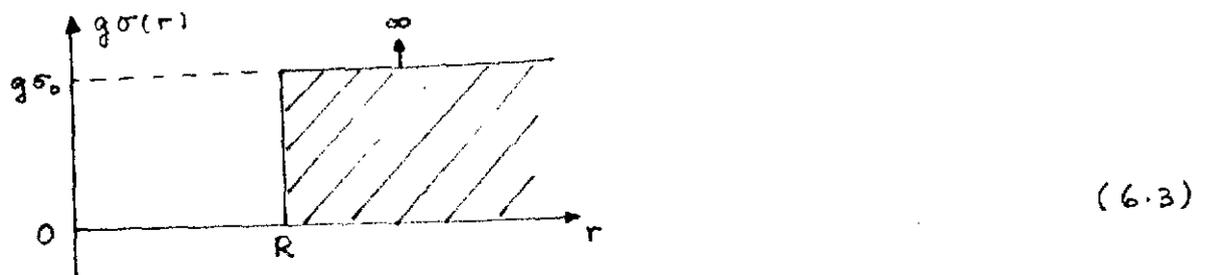
$$\vec{\pi} = 0 \quad (6.1)$$

Les quarks n'interagissent effectivement qu'avec un champ scalaire $\sigma(\underline{r})$ et $g\sigma(\underline{r})$ joue le rôle de masse locale des quarks. Les orbites des quarks sont solution de l'équation de Dirac (3.5) :

$$\left[\hbar c \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + g\beta\sigma(\underline{r}) \right] \langle \underline{r} | \lambda \rangle = e_\lambda \langle \underline{r} | \lambda \rangle$$

$$\langle \lambda | \lambda \rangle = 1 \quad (6.2)$$

et la masse effective $g\sigma(\underline{r})$ est (dans le cas invariant par rotation) supposée être nulle à l'intérieure d'une sphère de rayon R (qui définit le sac) et infinie à l'extérieur :



On voit que si σ_0 est la valeur classique du champ scalaire dans le vide physique ($\sigma_0 \sim 95$ MeV voir section 5) le modèle du sac de MIT suppose une constante de couplage infinie

$$g \rightarrow \infty \quad (6.4)$$

entre les quarks et le champ scalaire. (C'est pour cela que les variables (2.4) sans dimension ne sont pas adaptées à ce modèle). La paroi infinie (6.3) de la masse du quark impose aux orbites la condition

$$\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle_R \equiv \langle \lambda | r=R \rangle \beta \langle r=R | \lambda \rangle = 0 \quad (6.5)$$

A l'intérieur du sac où la masse $g\sigma = 0$ les orbites obéissent à l'équation :

$$\hbar c \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} \langle r | \lambda \rangle = e_\lambda \langle r | \lambda \rangle \quad r < R$$

$$\int_{r < R} \langle \lambda | r \rangle \langle r | \lambda \rangle d^3r = 1 \quad (6.6)$$

et elles s'annulent à l'extérieur du sac ($r > R$). Les équations (6.5) et (6.6) permettent de calculer les orbites des quarks. L'orbite la plus basse, d'énergie positive est l'orbite $s_{1/2}$ ($l = 0$) dont la fonction d'onde (non-normalisée) s'écrit :

$$\langle r | k \sigma \rangle = \begin{pmatrix} i j_0(kr) | \sigma \rangle \\ -j_1(kr) (\underline{\sigma} \cdot \hat{r}) | \sigma \rangle \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

où σ est la projection du spin (égal, pour $l = 0$, au moment cinétique total) et l'énergie de l'orbite est

$$e = \hbar c k \quad (6.8)$$

La condition aux limites (6.5) est satisfaite lorsque

$$j_0(kR) = j_1(kR) \rightarrow kR = 2.04 \quad (6.9)$$

L'orbite du quark a donc une énergie égale à

$$e = \hbar c \frac{2.04}{R} \quad (6.10)$$

L'énergie du système (voir 3.8) composé de N quarks de valence

dans l'orbite d'énergie (6.10) est égale à

$$E = \hbar c \frac{2.04 N}{R} + \frac{4}{3} \pi R^3 B \quad (6.11)$$

où on néglige la contribution des orbites de la mer de Fermi dont on ne sait, au juste, dans quelle mesure elle est comprise dans la fonction f , c'est-à-dire, ici, dans la constante du sac B .

Le rayon d'équilibre est celui qui minimise l'énergie (6.11). Pour un nucléon composé de $N = 3$ quarks et d'énergie égale à 1 GeV on trouve un rayon d'équilibre égal à 1.61fm et une constante du sac $B = 14,3 \text{ MeV/fm}^3$. Cependant, dans la mesure où on peut comparer le mouvement des quarks dans le sac à celui de particules dans un oscillateur harmonique, on doit calculer l'énergie du système de N quarks en remplaçant N par $N-1$ pour extraire l'énergie spurieuse du mouvement de leur centre de masse. L'énergie d'un nucléon dont l'énergie d'équilibre est 1 GeV, calculé en posant $N = 2$ dans la formule de masse (6.11) donne alors un rayon d'équilibre égal à 1.07fm et une constante du sac $B = 48 \text{ MeV/fm}^3$, valeurs proches de celles couramment utilisés pour la spectroscopie des hadrons.

Relevons l'image physique sous-jacente au modèle du sac de MIT. Les quarks se propagent à l'intérieur du sac, librement et avec une masse nulle. Le sac délimite deux régions de l'espace. L'intérieur où la symétrie chirale est restaurée ($\sigma = \vec{\pi} = 0$) et l'extérieur, le vide physique, où elle est brisée ($\sigma = \sigma_0, \vec{\pi} = 0$) et où les quarks ont une masse infinie.

On peut donc considérer le sac comme une surface qui sépare deux phases du vide et la constante B du sac mesure la différence en l'énergie, par unité de volume, entre

ces deux phases. D'après ce modèle, il en coûterait au vide environ 50 MeV/fm^3 pour restaurer la symétrie chirale.

EXERCICES

E6.1 : La condition aux limites (6.5) est également satisfaite par les deux équations $j_0(kR) = \pm j_1(kR)$. Montrer que ces équations donnent les énergies des orbites $S_{1/2}$ et $P_{1/2}$ respectivement et que le prolongement analytique des fonctions de Bessel aux arguments négatifs donne également les énergies négatives des orbites dans la mer de Dirac.

E6.2 : Soient E_0 et R_0 l'énergie et le rayon d'équilibre prévus par la formule de masse (6.11). Montrer que

$$R_0 = 2.04 \hbar c \frac{4N}{3E_0} \quad B = \frac{3E_0}{16\pi R_0^3} \quad (\hbar c = 197,3 \text{ MeV fm}).$$

E6.3 : Montrer que, pour une constante B donné, le rayon d'équilibre varie comme $N^{1/4}$ et que l'énergie varie comme $N^{3/4}$. Montrer que ces lois cessent d'être valables lorsque $N \gg \nu_0$ est la dégénérescence (5.10) des orbites. Montrer qu'un seul quark forme un sac de rayon $0,89 \text{ fm}$ et d'énergie $0,6 \text{ GeV}$ (on prendra $B = 50 \text{ MeV/fm}^3$). Montrer que le nucléon est lié par une énergie de $0,8 \text{ GeV}$ par rapport à la fission en 3 quarks et de $0,2 \text{ GeV}$ par rapport à la fission en un sac de 2 quarks et un sac de 1 quark. Est-ce raisonnable ?

7. LE SOLITON DE FRIEBERG ET LEE

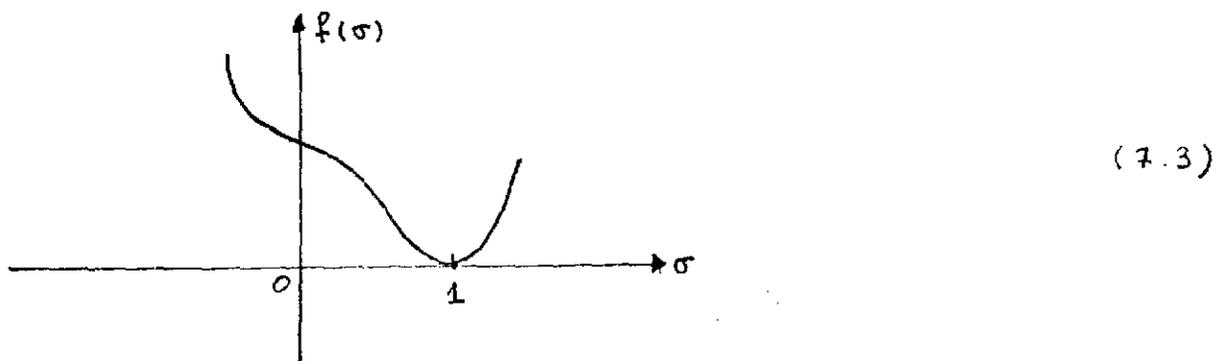
Friedberg et Lee se sont proposés de dériver le modèle du sac de MIT à partir d'un lagrangien effectif /5/ qui n'est autre que le lagrangien (2.1) ou (2.4) dans lequel on pose $\vec{\pi} = 0$, c'est-à-dire qu'on néglige le degré de liberté du pion, du moins à l'approximation classique. Le lagrangien effectif (2.4) se réduit alors à l'expression

$$\mathcal{L}' = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - \sigma) \Psi + \frac{1}{g^2} [(\partial_\mu \sigma)(\partial^\mu \sigma) - f(\sigma)] \quad (7.1)$$

Le champ scalaire est traité classiquement. En outre on limite l'espace des configurations des quarks aux orbites d'énergie positive (donc aux seuls quarks de valence) de sorte qu'on néglige les effets dus aux quarks dans la mer de Dirac. Dans cette approximation l'énergie d'un état stationnaire ayant N quarks dans une orbite $|\lambda\rangle$ d'énergie e_λ est égale à (voir section 3):

$$E = N e_\lambda + \frac{1}{g^2} \int d\tau \left[\frac{(\nabla \sigma)^2}{2} + f(\sigma) \right] \quad (7.2)$$

Le vide physique étant défini, dans ce modèle, par l'absence de quarks de valence ($N = 0$) et par l'invariance par translation du champ ($\nabla \sigma = 0$) la fonction $f(\sigma)/g^2$ représente l'énergie, par unité de volume, du vide physique. T.D. Lee considère des fonctions $f(\sigma)$ telles que



le vide physique étant réalisé au point $\sigma = 1$.

L'orbite des quarks est déterminée par l'équation de

Dirac :

$$\left[\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta \sigma(r) \right] \langle r | \lambda \rangle = e_\lambda \langle r | \lambda \rangle$$

$$\langle \lambda | \lambda \rangle = 1 \quad (7.4)$$

Le champ scalaire est déterminé par l'équation

$$-\nabla^2 \sigma(r) + \frac{\partial f}{\partial \sigma(r)} + g^2 \varrho(r) = 0 \quad (7.5)$$

où le terme de source est déterminé par l'orbite des quarks :

$$\varrho(r) = \langle \bar{\Psi}(r) \Psi(r) \rangle = N \langle \lambda | r \rangle \beta \langle r | \lambda \rangle \quad (7.6)$$

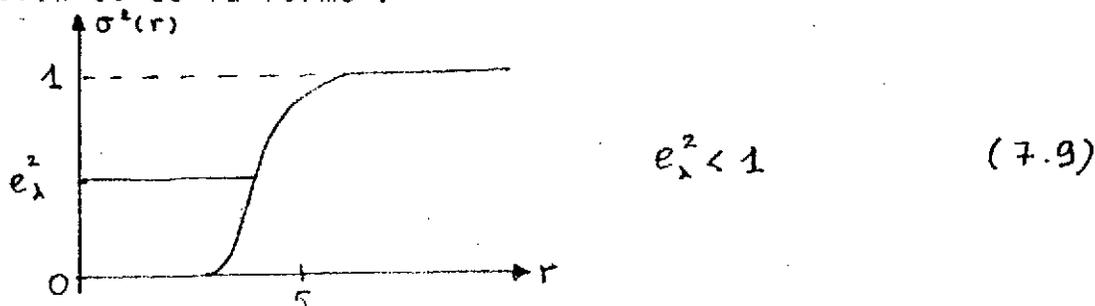
A l'infini le champ scalaire retrouve sa valeur classique dans le vide physique, et on impose donc la condition aux limites :

$$\sigma(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} 1 \quad (7.7)$$

Montrons que les équations (7.4) et (7.5) admettent une solution localisée dans l'espace à condition que la constante de couplage soit assez forte. Pour cela nous remarquerons qu'on peut toujours choisir une fonction d'essai $\sigma(r)$ telle que l'orbite du quark soit une orbite liée, c'est-à-dire telle que :

$$e_\lambda^2 < 1 \quad (\text{orbite liée}) \quad (7.8)$$

Il suffit pour cela de choisir, par exemple, $\sigma(r)$ invariant par rotation et de la forme :



En effet, en élevant au carré l'hamiltonien de Dirac on s'aperçoit, qu'à des effets de gradient près, l'énergie e_λ est la même que celle d'une particule de Schrödinger, de masse égale à 1/2 dans un potentiel égal à $\sigma^2(\underline{r})$. La profondeur de ce potentiel étant fixée à 1 par la condition aux limites (7.7) il suffit d'augmenter suffisamment son rayon pour qu'apparaissent des orbites liées, $e_\lambda^2 < 1$. On peut alors toujours trouver une constante de couplage g assez forte pour que l'énergie (7.2) soit telle que :

$$E < N \quad (\text{systeme lié}) \quad (7.10)$$

Cette énergie est inférieure à l'énergie de N quarks se propageant librement dans le vide physique où leur masse est égale à 1. Les équations (7.4) et (7.5) expriment la stationnarité de l'énergie par rapport aux variations, tant des orbites des quarks, que du champ σ . Par conséquent, pour la constante de couplage choisie de manière à satisfaire (7.10), un meilleur choix de la fonction $\sigma(\underline{r})$ ne pourra qu'abaisser l'énergie et renforcer l'inégalité (7.10). Une orbite liée a une fonction d'onde qui décroît exponentiellement avec la distance. Il en sera de même du terme de source (7.6). Par conséquent $\sigma(r)$ ne diffère de sa valeur asymptotique $\sigma = 1$ que dans la région admise classiquement pour le quark, c'est-à-dire dans la région où $e_\lambda^2 > \sigma^2(\underline{r})$.

Une solution des équations (7.4) et (7.5), qui est localisée dans l'espace, porte le nom de soliton. Nous n'avons pas analysé si cette dénomination (qui s'applique au mascaret qui atteignait Rouen) est correcte ou pas et nous suivons T.D. Lee dans son emploi. Notre soliton n'est ni plus ni moins un état lié de quarks et il n'est pas localisé pour d'autres raisons.

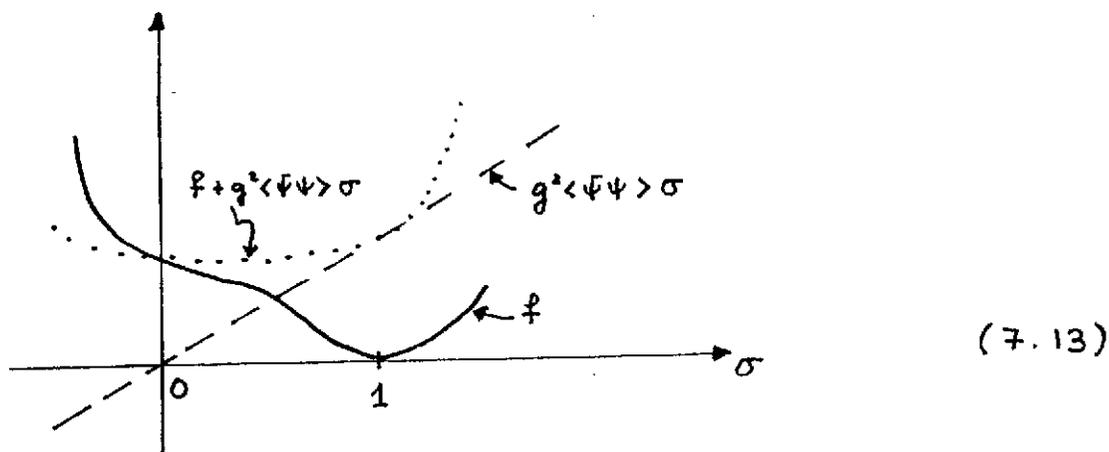
Précisons le rôle de la fonction $f(\sigma)$. L'équation (7.10) s'écrit de manière plus succincte ainsi :

$$-\nabla^2 \sigma + \frac{\partial f}{\partial \sigma} + g^2 \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle = 0 \quad (7.11)$$

Si nous négligeons les effets dus aux variations des orbites des quarks (et donc de $\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle$) on peut dire que l'effet des quarks sur le champ σ revient à ajouter à la fonction f un terme $g^2 \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \sigma$, linéaire en σ . Les quarks provoquent donc la modification :

$$f(\sigma) \rightarrow f(\sigma) + g^2 \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \sigma \equiv f' \quad (7.12)$$

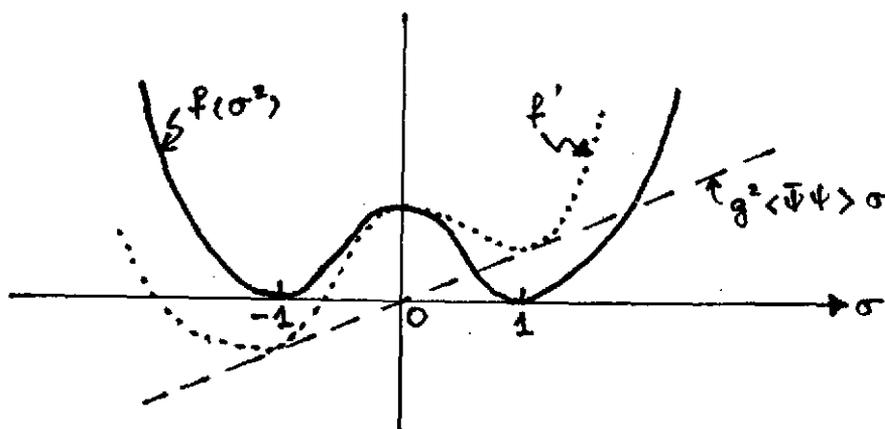
L'effet est représenté ci-dessous :



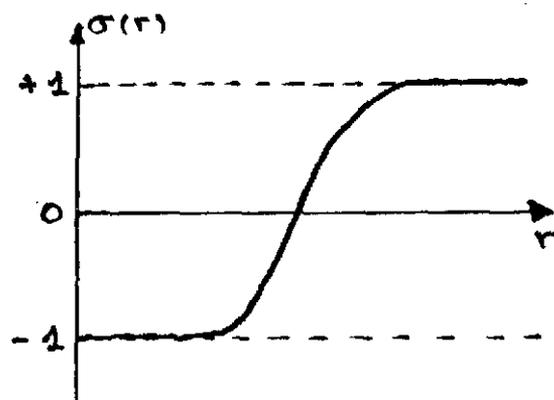
On voit qu'une augmentation de la constante de couplage g accentue la pente de la droite $g^2 \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \sigma$ et finit par faire passer le minimum du point $\sigma = 1$ au point $\sigma = 0$. Le champ σ concentre sa valeur dans la région où f' est minimum (l'étalement étant dû au terme $\nabla^2 \sigma$), de sorte que σ acquiert la forme (7.9) pour laquelle les quarks ont une masse nulle ($g \sigma = 0$) dans la région centrale du soliton, comme dans le sac de MIT. Mais, contrairement au sac de MIT, la région intérieure du soliton de T.D. Lee est séparée de la région extérieure par une surface diffuse. En outre, tant que la constante de couplage

g reste finie, les quarks peuvent se propager librement dans le vide physique, avec une masse égale à zéro. A mesure que l'on augmente la masse du quark dans le vide (en augmentant la constante de couplage) l'épaisseur de la surface se rétrécit et, à la limite $g \rightarrow \infty$ on retrouve le sac de MIT. La constante B du sac est alors égale à $f(\sigma = 0)$, où f est la fonction dimensionnée du lagrangien (2.1).

On notera enfin que nous avons utilisée une fonction $f(\sigma)$ qui n'est pas symétrique autour du point $\sigma = 0$, comme l'étaient les fonctions f des lagrangiens invariants chirals (voir 5.27 par exemple). Si nous avons utilisé une fonction $f(\sigma^2)$, symétrique par rapport à l'origine, et qui présente donc deux minima, l'un à $\sigma = 1$ et l'autre à $\sigma = -1$, les quarks de valence feraient simplement basculer le minimum de f' du point $\sigma = 1$ au point $\sigma = -1$ comme le montre la figure ci-dessous :



Le champ σ prendrait alors la forme :



et la densité des quarks aurait tendance à se concentrer à la surface où $\sigma \approx 0$. A la limite $g \rightarrow \infty$ une telle solution donne le modèle du sac du SLAC [7]. Nous retrouvons ici la difficulté de trouver un lagrangien, invariant chirale, qui donne un soliton avec une région centrale où la symmétrie chirale est restaurée.

EXERCICES

E7.1 : Montrer que si $|\lambda\rangle$ est une orbite d'énergie e_λ , solution de (7.4), alors $\beta\gamma_5|\lambda\rangle$ est une orbite d'énergie $-e_\lambda$.

Montrer que ces deux orbites ont la même densité de quarks. En déduire que le champ chirale ne peut pas modifier la densité de quarks de la mer de Dirac.

E7.2 : On considère espace l'équation de Dirac (7.4) dans le cas où le champ $\sigma(r)$ est invariant par rotation. Montrer que dans ce cas les orbites peuvent se mettre sous la forme

$$\langle r | n l j m \rangle = \begin{pmatrix} \frac{i F_{lj}^n(r)}{r} |l j m\rangle \\ \frac{G_{lj}^n(r)}{r} \underline{\sigma} \cdot \hat{r} |l j m\rangle \end{pmatrix}$$

et que les fonctions radiales F et G sont solution du problème aux valeurs propres

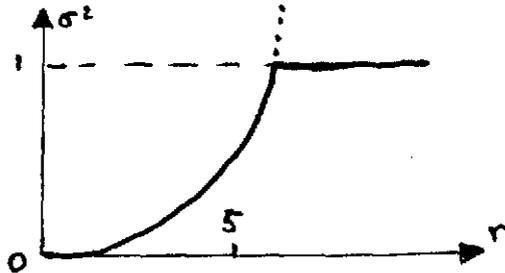
$$\begin{pmatrix} \sigma & -(\partial_r + \frac{\omega_{lj} + 1}{r}) \\ \partial_r - \frac{\omega_{lj} + 1}{r} & -\sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{lj}^n(r) \\ G_{lj}^n(r) \end{pmatrix} = e_{nlj} \begin{pmatrix} F_{lj}^n(r) \\ G_{lj}^n(r) \end{pmatrix}$$

où $\omega_{e_j} = \ell$ si $j = \ell + \frac{1}{2}$ et $\omega_{e_j} = -\ell - 1$ si $j = \ell - \frac{1}{2}$ (voir Itzykson et Zuber pages 77-78). Ce problème aux valeurs propres n'admet pas des paires de solutions d'énergie opposées. Comment concilier cela avec le résultat de l'exercice précédent ?

E7.3 : Etes-vous réellement convaincu par l'argument que l'équation (7.10) est une condition pour que le système soit lié ? (Ceux qui ont fait les exercices de la section précédente le seront moins. Qu'ils essaient d'améliorer l'argument).

E7.4 : Montrer que les équations (7.4) et (7.5) n'admettent une solution sphérique (où σ et ϱ sont invariants par rotation) que si les quarks forment des couches complètes. Préciser.

E7.5 : On suppose que, près de l'origine, $\sigma^2(r)$ a la forme $\sigma^2 = \omega^2 r^2 / 2$ d'un oscillateur :



Elever au carré l'hamiltonien de Dirac et montrer que (7.4) donne :

$$[-\nabla^2 + \sigma^2(r) + i \underline{\gamma} \cdot (\underline{\nabla} \sigma)] |\lambda\rangle = e_\lambda^2 |\lambda\rangle$$

On néglige le terme $\underline{\nabla} \sigma$ et on assimile (pour une orbite bien liée) à l'oscillateur. Montrer que pour une orbite d'énergie $e \sim 0.5$ on a $\omega \sim \frac{1}{6}$ et la taille sans dimension des systèmes est alors ~ 3 .

8. LE SKYRMION

Il y a 24 ans environ, Skyrme proposait de décrire les hadrons à l'aide d'un seul champ chiral, astreint au cercle chiral :

$$U = \sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau} \quad UU^\dagger = \sigma^2 + \vec{\pi}^2 = 1 \quad (8.1)$$

où σ et $\vec{\pi}$ sont sans dimension. Dans cette définition, nous avons gardé le γ_5 afin de maintenir un lien avec les sections 2-5 où le champ chiral U était couplé aux quarks. Les résultats de cette section ne changent pas si nous omettons le γ_5 , plus précisément si nous posons $\gamma_5 = 1$.

Skyrme n'a pas introduit de quarks dans sa théorie. Soyons indulgents. Gell-Mann et Zweig ne les inventaient que 4 ans plus tard. Skyrme a néanmoins défini, à partir du champ chiral (8.1), un courant baryonique, idée a priori choquante (et il nous en proposera une autre plus bas) puisque nous autres, nous savons aujourd'hui que ce sont les quarks qui portent la charge baryonique et non les mésons σ et $\vec{\pi}$. Nous insistons là-dessus pour souligner l'originalité de la pensée de Skyrme. Il semble que pendant vingt ans personne n'avait compris qu'il avait quelque chose à dire.

Définissons les opérateurs

$$L_\mu = -i U^\dagger (\partial_\mu U) = i (\partial_\mu U^\dagger) U \quad (8.2)$$

qui sont hermétiques parce que U est supposé unitaire partout :

$$\partial_\mu (U^\dagger U) = (\partial_\mu U^\dagger) U + U^\dagger (\partial_\mu U) \quad (8.3)$$

A partir des opérateurs L_μ on peut définir un courant

$$B^\mu = \frac{\gamma_5}{12\pi^2} \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} L_\alpha L_\beta L_\gamma \quad (8.4)$$

où $\epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma}$ est le tenseur complètement antisymétrique

$$\epsilon^{1234} = -\epsilon^{2134} = \dots = 1.$$

Exprimons ce courant à l'aide du quadrivecteur chiral :

$$\bar{\varphi} \equiv (\sigma, \vec{\pi}) \quad \bar{\varphi} \cdot \bar{\varphi} = 1 \quad \bar{\varphi} \cdot (\partial_\mu \bar{\varphi}) = 0 \quad (8.5)$$

On utilise la relation (8.3) pour écrire :

$$\begin{aligned} L_\alpha L_\beta L_\gamma &= U^\dagger (\partial_\alpha U) U^\dagger (\partial_\beta U) U^\dagger (\partial_\gamma U) \\ &= - (\partial_\alpha U^\dagger) (\partial_\beta U) U^\dagger (\partial_\gamma U) \end{aligned} \quad (8.6)$$

On substitue cette expression dans (8.4), on utilise la définition (8.1) de U et, au bout d'un certain temps, on trouve :

$$B^\mu = \frac{1}{12\pi^2} \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon_{abcd} \bar{\varphi}^a \bar{\varphi}_\alpha^b \bar{\varphi}_\beta^c \varphi_\gamma^d \quad (8.7)$$

où les indices a, b, ... dénotent les composantes du quadrivecteur chiral $\bar{\varphi}$ ($a = 0, 1, 2, 3$) et où nous utilisons la notation

$$\bar{\varphi}_\alpha^b \equiv (\partial_\alpha \bar{\varphi}^b) \quad (8.7 \text{ bis})$$

A partir de cette expression, il est facile de vérifier que le courant B^μ est conservé :

$$\partial_\mu B^\mu = 0 \quad (8.8)$$

Skyrme propose de décrire les hadrons avec la densité de lagrangien :

$$\mathcal{L} = \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c} L_\mu L^\mu + \frac{\hbar c}{16g^2} [L_\mu, L_\nu] [L^\mu, L^\nu] \quad (8.9)$$

où σ_0 a la dimension d'énergie et où g est sans dimension. À l'aide des relations E4.1 on vérifie que :

$$L_\mu L^\mu = \bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu$$

$$[L_\mu, L_\nu][L^\mu, L^\nu] = -4 [(\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu)^2 - (\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}_\nu)(\bar{\varphi}^\mu \cdot \bar{\varphi}^\nu)] \quad (8.10)$$

de sorte que le lagrangien de Skyrme peut aussi s'écrire à l'aide du quadrivecteur chiral :

$$\mathcal{L} = \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c} \bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu - \frac{\hbar c}{4g^2} [(\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu)^2 - (\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}_\nu)(\bar{\varphi}^\mu \cdot \bar{\varphi}^\nu)] \quad (8.11)$$

L'invariance de Lorentz et l'invariance chirale (rotation des quadrivecteurs chiraux) est manifeste dans cette écriture. Dans le lagrangien, les 4 composantes du quadrivecteur $\bar{\varphi}$ ne sont pas indépendantes car elles sont contraintes par la relation (8.5).

Le champ chirale du lagrangien de Skyrme est traité classiquement. Cherchons une solution stationnaire. On a :

$$\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu = \frac{1}{c^2} (\partial_t \bar{\varphi}) \cdot (\partial_t \bar{\varphi}) - (\partial_i \bar{\varphi}) \cdot (\partial_i \bar{\varphi}) \quad (8.12)$$

Pour un état stationnaire $(\partial_t \bar{\varphi}) = 0$ et la densité d'énergie est égale à :

$$\epsilon(\Sigma) = \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c} \bar{\varphi}_i \cdot \bar{\varphi}_i + \frac{\hbar c}{4g^2} [(\bar{\varphi}_i \cdot \bar{\varphi}_i)^2 - (\bar{\varphi}_i \cdot \bar{\varphi}_j)(\bar{\varphi}_i \cdot \bar{\varphi}_j)] \quad (8.13)$$

Cette énergie doit être stationnaire par rapport aux variations du champ $\bar{\varphi}$ le long du cercle chirale $\bar{\varphi} \cdot \bar{\varphi} = 1$ (en fait ce "cercle" est une sphère dans l'espace à 4 dimensions du quadrivecteur $\bar{\varphi}$).

Une solution saute aux yeux. C'est celle où les champs σ

et $\vec{\pi}$ sont des constantes indépendantes de la position et du temps.

Une rotation chirale peut alors ramener la solution au point:

$$\sigma = 1 \quad \vec{\pi} = 0 \quad (U = 1) \text{ vide physique} \quad (8.14)$$

Cette solution est identifiée au vide physique qui est dégénéré par rapport aux rotations chirales (voir section 5). L'énergie du vide physique est égale à zéro.

L'intérêt du lagrangien de Skyrme, c'est qu'il admet d'autres solutions qui sont localisées dans l'espace et qui serviront à décrire les hadrons. (On se souviendra que les hadrons sont des particules qui subissent des interactions fortes : p, n, π , Ω^- , ...). Les hadrons peuvent avoir des nombres baryoniques différents. Les π , K, ... ont un nombre baryonique égal à 0. Les p, n, Δ , Σ , ... ont un nombre baryonique égal à 1). Nous demanderons aux solutions qui décrivent les hadrons de satisfaire la condition aux limites :

$$U \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} 1 \quad (8.15)$$

qui dit qu'à l'extérieur du hadron on retrouve le vide physique.

Skyrme a proposé une solution de la forme :

$$\sigma(\underline{r}) = \cos \theta(r) \quad \vec{\pi}^a(\underline{r}) = \hat{r}_a \sin \theta(r)$$

$$(\theta(r) \text{ invariant par rotation}) \quad (8.16)$$

où $\hat{r} = \underline{r}/r$ est le vecteur position unité. Une solution de cette forme porte le nom de hérisson, traduction fidèle de hedgehog. Elle est justement célèbre car elle a de quoi choquer nous autres qui savons que l'orientation d'un isovecteur $\vec{\pi}$ n'a rien à voir avec l'orientation d'un vecteur tel que \underline{r} . Pourtant ces deux vecteurs sont alignés dans la solution (8.16). On vérifie aisément qu'une solution de la forme (8.16) existe qui rend l'énergie (8.13) stationnaire. On peut considérer la solution en hérisson comme une brisure de symétrie engendrée par

l'approximation classique des équations de mouvement. L'approximation classique peut être conçue comme une approximation de champ moyen et nous savons, par l'expérience acquise en physique nucléaire, que ce genre d'approximation peut briser des symétries du lagrangien. La symétrie qui est brisée par la solution en hérisson est l'invariance par rapport aux rotations et l'invariance par rapport aux rotations dans l'espace d'isospin. (Seule une rotation conjointe de l'espace et de l'isospin laisse la solution invariante). Nous verrons dans la section 10 qu'on peut associer un mouvement collectif de rotation à cette brisure de symétrie. Des solutions aux équations de mouvement classiques, qui couplent des variables internes (ici l'isospin) aux variables externes de l'espace, se retrouvent dans les études plus récentes des monopoles /9/.

Un petit calcul permet de vérifier qu'avec la forme (8.16) des champs on a :

$$(\partial_i \sigma) = - \hat{r}_i \sin \theta \frac{d\theta}{dr}$$

$$(\partial_i \pi^a) = (\delta_{ia} - \hat{r}_i \hat{r}_a) \frac{\sin \theta}{r} + \hat{r}_i \hat{r}_a \cos \theta \frac{d\theta}{dr} \quad (8.17)$$

de sorte que

$$\bar{\varphi}_i \cdot \bar{\varphi}_j = (\delta_{ij} - \hat{r}_i \hat{r}_j) \frac{\sin^2 \theta}{r^2} + \hat{r}_i \hat{r}_j \left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 \quad (8.18)$$

Ces formules permettent d'exprimer l'énergie (8.13) comme une fonctionnelle du seul angle chiral $\theta(r)$:

$$E = 4\pi \int_0^\infty r^2 dr \left\{ \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c} \left[\left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 + \frac{2 \sin^2 \theta}{r^2} \right] + \frac{\hbar c}{2g^2} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \left[\frac{\sin^2 \theta}{r^2} + 2 \left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 \right] \right\} \quad (8.19)$$

Effectuons le changement de variable, identique à (2.4) :

$$y = \frac{g\sigma_0}{\hbar c} r \quad (8.20)$$

L'énergie (8.22) devient alors proportionnelle à σ_0/g :

$$E = \frac{\sigma_0}{g} 4\pi \int_0^\infty y^2 dy \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 + \frac{2 \sin^2 \theta}{y^2} \right] + \frac{\sin^2 \theta}{2y^2} \left[\frac{\sin^2 \theta}{y^2} + 2 \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 \right] \right\} \quad (8.21)$$

(On notera que les paramètres définis par Adkins, Nappi et Witten /8/ sont reliés aux nôtres par les équations $4\sigma_0^2 = \hbar c F_\pi^2$, $g^2 = \hbar c e^2$ et $r = 2y$.)

Nous imposons à $\theta(r)$ la condition aux limites (8.15)

$$\theta(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} 0 \quad (8.22)$$

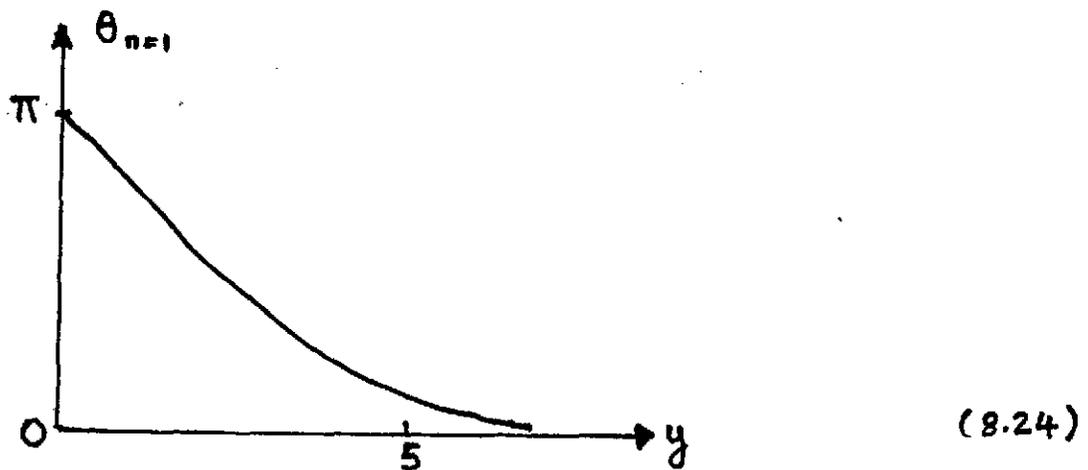
Par ailleurs, l'énergie (8.19) devient infinie à moins qu'à l'origine on ait :

$$\theta(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} n\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8.23)$$

où n est un nombre entier qui sera identifié plus bas au nombre baryonique.

Pour n donné, la fonction $\theta(y)$ qui minimise l'énergie (8.24) est une fonction universelle (c'est-à-dire indépendante de tout paramètre). Pour $n = 1$ un calcul numérique /8/ lui donne

la forme :



Muni de cette fonction on peut calculer l'énergie de la valeur stationnaire de l'énergie (8.21). On trouve /8/ :

$$E_{n=1} \approx \frac{73 \sigma_0}{g} \quad (8.25)$$

Anticipons : cette solution décrit un nucléon dont l'énergie (la masse au repos) est de l'ordre de 1 GeV. Si $\sigma_0 \sim 95 \text{ MeV}$, la constante de couplage doit être de l'ordre de $g \sim 7$. Pour une solution qui satisfait à la condition aux limites (8.15) ou (8.22), la conservation du courant (8.7) assure que la quantité

$$B = \int d\underline{r} B^{\mu=0}(\underline{r}) \quad (8.26)$$

est une constante du mouvement. Avec la solution en hérisson (8.16) on trouve que la composante $\mu=0$ du courant (8.7)

est égal à

$$B^{\mu=0}(r) = -\frac{1}{2\pi^2 r^2} \sin^2 \theta \left(\frac{d\theta}{dr} \right) \quad (8.27)$$

En tenant compte des conditions aux limites (8.22) et (8.23) on trouve alors que la quantité conservée B est égale à

$$\begin{aligned} B &= 4\pi \int_0^\infty r^2 dr B^{\mu=0}(r) = \frac{1}{\pi} \left| \theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right|_0^\infty \\ &= n \end{aligned} \quad (8.28)$$

Skyrme a proposé d'identifier le courant baryonique au courant B^μ .

Dans ce cas $B^{\mu=0}(r)$ devient la densité baryonique (nombre de baryons moins antibaryons par unité de volume) et le nombre baryonique B est quantifié par les conditions aux limites. Cette quantification du nombre baryonique trouve également son expression dans les propriétés topologiques de la projection d'une matrice unitaire U dans l'espace-temps /10/. Chacun pourra accorder à ces propriétés topologiques l'importance qui lui conviendra (voir la discussion plus loin). Une solution localisée dans l'espace, telle que (8.24), est souvent appelé soliton topologique et, comme on en rencontre dans d'autres domaines, celui-ci porte le nom commode de Skymion. Des solutions peuvent-être trouvées pour des valeurs différentes de n . Le vide est un état stationnaire ayant $n = 0$, donc un nombre baryonique nul. On peut aussi calculer les vibrations autour du vide et obtenir ainsi des états excités du

vide, ayant également $n = 0$. Ces états sont des mésons (de nombre baryonique nul) dont le méson π qui a une masse nulle. Comme nous l'avons annoncé, le nucléon serait une solution avec $n = 1$ ayant donc nombre baryonique égal à 1. L'énergie (8.21) étant une fonction paire de θ , l'état $n = -1$ peut représenter un antinucléon de même masse que le nucléon. Le système composé représenté par le produit $U_{n_1}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) U_{n_2}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)$ peut représenter un système baryon-antibaryon etc.

L'énergie (8.21) devenant infinie si l'angle θ n'est pas, à l'origine, un multiple de π , on ne peut pas déformer, par exemple, la courbe (8.24) ayant $n = 1$ pour la transformer en une courbe passant par l'origine (ayant donc $n = 0$) sans que l'énergie devienne infinie en cours de route. Les solutions ayant des valeurs différentes de n sont donc séparées par des barrières infinies en énergie et on dit qu'elles appartiennent à des secteurs topologiques différents. Cependant, il semble que ces propriétés topologiques soient dûes au refus obstiné de mettre en jeu les degrés de liberté des quarks. Nous verrons dans la section 11 que, dès qu'on décrit le système à l'aide de quarks en interaction avec le champ chirale, comme dans le lagrangien (2.1) par exemple, on n'a plus à franchir de barrière d'énergie infinie pour passer continuellement d'une solution ayant $n = 1$ à une solution $n = 0$. Dans ce cas, les propriétés topologiques du champ chirale perdent de l'importance. La pertinence de la topologie de U semble ainsi liée au choix qui est fait pour la description du système (avec ou sans quarks). C'est Skyrme qui nous a donné la possibilité de ce choix.

Cela dit, la théorie que nous avons développée dans cette section et qui résume l'apport de Skyrme dans les années 1960, est incomplète. C'est à Adkins, Nappi et Witten /8/ que nous

devons, non seulement de prendre la théorie de Skyrme au sérieux, mais aussi de la développer au point où on peut distinguer le neutron du proton, le proton du Δ , etc afin de voir, par comparaison avec les données expérimentales, s'il s'agit d'une théorie crédible ou pas. C'est ce développement que nous abordons dans la section

EXERCICES

E8.1 : Montrer que les opérateurs (8.2) définissent un isovecteur $\vec{\omega}_\mu$:

$$L_\mu = \vec{T} \cdot \vec{\omega}_\mu$$

$$\vec{\omega}_\mu = \gamma_5 [\sigma \vec{\pi}_\mu - \sigma_\mu \vec{\pi}] + (\vec{\pi} \times \vec{\pi}_\mu)$$

Vérifier les propriétés remarquables suivantes :

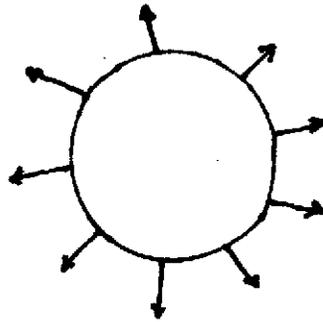
$$\vec{\omega}_\mu \cdot \vec{\omega}_\nu = \vec{\varphi}_\mu \cdot \vec{\varphi}_\nu$$

$$i \gamma_5 \vec{\omega}_\alpha \cdot (\vec{\omega}_\beta \times \vec{\omega}_\gamma) = \epsilon_{abcd} \bar{\varphi}^a \bar{\varphi}^b \bar{\varphi}^c \bar{\varphi}^d$$

qui relie les produits vectoriels des isovecteurs $\vec{\omega}_\mu$ aux produits vectoriels des quadrivecteurs chiraux $\vec{\varphi}_\mu$.

E8.2 : Ecrire l'équation qui exprime que l'énergie (8.13) est stationnaire et vérifier qu'une solution en forme d'hérisson (8.16) existe.

E8.3 : Un hérisson, qui a peur, se met en forme de boule ainsi :



où les flèches représentent ses piques. Quel rapport avec la solution (8.16) ?

E8.4 : Ecrire l'équation pour $\theta(y)$ qui minimise l'énergie (8.21). Montrer qu'à l'origine $\theta(y) = n\pi + \alpha y$ et qu'à l'infini $\theta(y) \sim \beta/y^2$. Le champ du pion se comporte à l'origine et à l'infini comme un champ classique dipolaire. Pourquoi ne décroît-il pas exponentiellement comme $\exp(-m_\pi c r/k)$? Discuter.

E8.5 : Montrer que

$$\epsilon^{ijk} \epsilon_{abcd} \bar{\varphi}^a \bar{\varphi}_i^b \bar{\varphi}_j^c \bar{\varphi}_k^d$$

$$= -\epsilon^{ijk} \epsilon_{abcd} \left[\sigma \pi_i^a \pi_j^b \pi_k^c - 3\sigma_i \pi^a \pi_j^b \pi_k^c \right]$$

en déduire (8.7).

E8.6 : La symétrie par rapport aux rotations n'est pas la seule qui soit brisée par le soliton de Skyrme. Cherchez-en deux autres.

E8.7 : Etudier si le soliton de T.D. Lee a, ou non, une taille voisine de celle du Skyrmion (comparer E7.5 et 8.24).

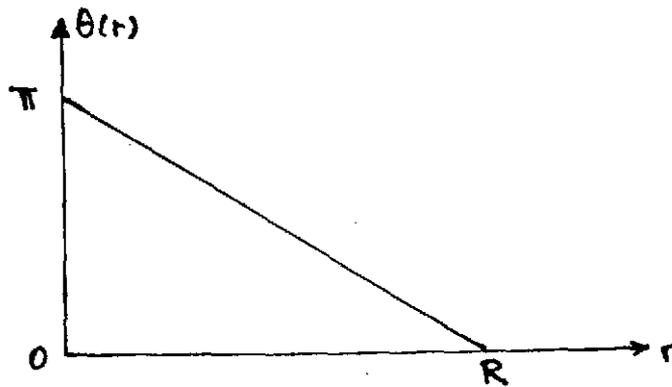
E8.8 : On cherche une solution de la forme

$$\sigma(\underline{r}) = \sigma(r) \quad \pi^a(\underline{r}) = \pi^a(r)$$

c'est-à-dire une solution où le champ du pion est invariant par rotation. Montrer que dans ce cas la densité d'énergie (8.13) devient égale à $\epsilon = (\sigma_0^2/2\kappa c)(\sigma'^2 + \vec{\pi}' \cdot \vec{\pi}')$ où $\sigma' = d\sigma/dr$ et $\vec{\pi}' = d\vec{\pi}/dr$. Vérifier que la solution (8.14) du vide physique est la seule (à une rotation chirale près) qui minimise l'énergie dans ce cas.

E8.9 : Démontrer que la densité d'énergie (8.13) est positive partout.

E8.1 : On suppose que l'angle chiral $\theta(r)$ de l'hérisson varie linéairement de π à 0 à une distance R :



Vérifier les intégrales

$$\int_0^R 4\pi r^2 dr \left[\left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 + 2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right] = 4\pi \left(1 + \frac{\pi^2}{3} \right) R$$

$$\int_0^R 4\pi r^2 dr \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \left[\frac{\sin^2 \theta}{r^2} + 2 \left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 \right] = \frac{150,56}{R}$$

En déduire la formule de masse suivante pour le Skyrmion (avec $n=B=1$)

$$E = 26,95 \frac{\sigma_0^2}{hc} R + 75.28 \frac{hc}{g^2} \frac{1}{R}$$

Montrer que le rayon d'équilibre R_0 et l'énergie d'équilibre E_0 sont :

$$R_0 = \frac{hc}{g\sigma_0} 1.67$$

$$E_0 = 30.1 \frac{g}{g_0}$$

et comparer à (8.25).

9. MOUVEMENT COLLECTIF DE TRANSLATION D'UN SYSTEME SIMPLE

Pour illustrer la méthode que nous appliquerons aux rotations du Skyrmion (section 10), considérons un système simple qui se compose d'un champ scalaire $\sigma(x, t)$ plongé dans un espace à 1 dimension d'espace et à 1 dimension de temps. (Avez-vous déjà imaginé un monde ayant deux dimensions de temps ?). Le lagrangien de ce système a la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - f(\sigma) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^2 - f(\sigma) \end{aligned} \quad (9.1)$$

Les équations de mouvement qui rendent l'action stationnaire sont

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (9.2)$$

L'énergie classique du système est égale à :

$$\begin{aligned}
 E &= \int dx \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\sigma}} - L \right] \\
 &= \int dx \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^2 + f(\sigma) \right] \quad (9.3)
 \end{aligned}$$

Une solution stationnaire $\sigma_0(x)$ s'obtient en posant $\frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0$ dans l'équation de mouvement (9.2) :

$$- \frac{\partial^2 \sigma_0}{\partial x^2} + \frac{\partial f}{\partial \sigma} = 0 \quad (9.4)$$

Multiplions cette équation par $d\sigma_0/dx$. On obtient

$$\frac{d}{dx} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_0}{\partial x} \right)^2 + f \right] = 0 \quad (9.5)$$

Avec une condition aux limites telle que, par exemple

$$\frac{\partial \sigma_0}{\partial x} \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} 0 \quad f(\sigma(x)) \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} 0 \quad (9.6)$$

l'équation (9.5) s'intègre pour donner

$$\int dx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_0}{\partial x} \right)^2 = \int dx f(\sigma_0) \quad (9.7)$$

Ce résultat est une expression du théorème du viriel.

L'énergie de l'état stationnaire est égale à

$$M = \int dx \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_0}{\partial x} \right)^2 + f \right] = \int dx \left(\frac{\partial \sigma_0}{\partial x} \right)^2 \quad (9.7 \text{ bis})$$

On a doté cette énergie du symbole M parce-que'elle est identifiée à la masse au repos d'une particule.

L'invariance de Lorenz prévoit que si $\sigma_0(x)$ est un champ stationnaire, solution de (9.4), alors

$$\sigma(x, t) = \sigma_0 \left(\frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2}} \right) \quad (9.8)$$

est une solution des équations de mouvement (9.2) pour laquelle l'énergie (9.3) est égale à

$$E = \frac{M}{\sqrt{1 - u^2}} \quad (9.9)$$

Cela se vérifie directement en remplaçant la forme (9.8) dans les équations (9.2) et (9.3). Nous obtenons ainsi, à partir d'une solution stationnaire, une solution qui évolue dans le temps et qui décrit un mouvement de translation de vitesse u .

L'invariance de Lorenz ne viendra pas à notre secours pour l'étude ultérieure des rotations. Alors imaginons que nous ignorions les transformations de Lorenz. Comment retrouverions nous la solution (9.8) à partir du lagrangien (9.1) dont Dieu nous

aurait dicté la forme invariante ?

Nul besoin d'être Einstein pour remarquer l'invariance du lagrangien par rapport aux translations globales $\sigma(x,t) \rightarrow \sigma(x-R,t)$ où R est indépendant de x et t , et pour en suite essayer de décrire le mouvement collectif de translation en permettant à la "variable collective" $R \rightarrow R(t)$ de dépendre du temps, ainsi qu'au champ σ (ce qui est essentiel). On considère donc la transformation

$$\sigma \rightarrow \chi(x,t) = \sigma(x - R(t), t) \quad (9.10)$$

$\chi(x,t)$ peut être considéré comme le champ $\sigma(x,t)$ dans un repère translaté d'une distance $R(t)$ et en mouvement. On voit que

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial x} \dot{R} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \chi}{\partial x} \quad (9.12)$$

Le lagrangien dans le repère mouvant s'obtient en écrivant le lagrangien (9.1) à l'aide du champ χ . On utilise (9.12) pour écrire :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \chi}{\partial x} \dot{R} + \frac{\partial \chi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \chi}{\partial x} \right)^2 - f \quad (9.13)$$

Cherchons une solution stationnaire dans le repère mouvant. Celle-ci s'obtient en posant $\partial \chi / \partial t = 0$ dans l'équation de mouvement qui rend l'action (9.13) stationnaire. Le champ stationnaire $\chi(x)$ dans le repère mouvant obéit donc à l'équation

$$-\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} (1 - \dot{R}^2) + \frac{\partial f}{\partial \chi} = 0 \quad (9.14)$$

Si $\sigma_0(x)$ est solution de (9.4) alors

$$\chi(x) = \sigma_0 \left(\frac{x}{\sqrt{1 - \dot{R}^2}} \right) \quad (9.15)$$

est solution de (9.14). D'après (9.12) on a

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \chi}{\partial x} \dot{R} = \frac{\dot{R}}{\sqrt{1 - \dot{R}^2}} \sigma_0' \quad (9.16)$$

de sorte que l'énergie (9.3) de la solution (9.15) est, compte tenu de (9.7), égale à

$$E = \frac{M}{\sqrt{1 - \dot{R}^2}}$$

résultat que d'aucuns reconnaissent exact. Le résultat prévu par l'invariance de Lorenz s'obtient donc en cherchant un champ stationnaire dans un repère animé d'une vitesse \dot{R} .

EXERCICES

E9.1 : On considère le lagrangien $\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)(\partial^\mu \sigma) - f(\sigma)$ dans un espace ayant D dimensions d'espace et 1 dimension de temps. Soit $\sigma_0(r)$ une solution stationnaire. On pose $\sigma(\underline{t}) = \sigma_0(\lambda r)$. Montrer que

$$(D-2) \int d^3r \frac{1}{2} (\partial_i \sigma)^2 = -D \int d^3r f$$

En déduire qu'une solution stationnaire, localisée dans l'espace (donc un soliton), ne peut pas exister dans un espace de dimension $D \geq 3$. Ce résultat est connu sous le nom du théorème de Derrick. Comment est-ce que le soliton de T.D. Lee (Section 7) et le skyrmion (section 8) évitent le théorème de Derrick ? Retrouver l'équation (9.7) à l'aide de ce théorème.

E9.2 : Montrer que, si $\sigma(x,t)$ obéit à l'équation de mouvement (9.5), la fonction

$$\mathcal{U}(x,t) = \sigma \left(\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2}}, \frac{t-ux}{\sqrt{1-u^2}} \right)$$

y obéit aussi. Expliquer pourquoi.

E9.3 : On considère l'énergie (9.3) comme une fonctionnelle de σ qu'on veut minimiser pour une vitesse de translation \dot{R} donnée. Montrer que

$$E(\sigma) = (1 + \dot{R}^2) \int dx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^2 + \int dx f(\sigma)$$

est stationnaire pour $\sigma(x) = \sigma_0 \left(\frac{x}{\sqrt{1 + \dot{R}^2}} \right)$ et que la valeur de

l'énergie stationnaire est égale à $M/\sqrt{1 + \dot{R}^2}$. Quelle erreur a-t-on commise pour obtenir ce faux résultat ?

E9.4 : Vérifier que si une solution stationnaire des équations de mouvement (9.2) est invariante par translation la masse M est nulle et le système ne présente pas de mouvement collectif de translation.

10. MOUVEMENT CLASSIQUE DE ROTATION DU SKYRMION

Dans la section 8 nous avons étudié une solution stationnaire localisée des équations de mouvement du skyrmion. La solution en hérisson, définie en (8.16), n'est ni invariante par rotation (le champ classique du pion est un champ dipolaire), ni invariante par rotation d'isospin (le champ classique du pion est un isovecteur). Dans cette section nous étudions le mouvement collectif de rotation associé à cette brisure spontanée de symétrie, qui a lieu dans un volume fini de l'espace. Nous suivons la méthode esquissée dans la section 9. On notera que l'hérisson (8.16) est invariant par rapport aux rotations simultannées de l'espace et de l'isospin car une telle rotation laisse le produit scalaire $\vec{\psi} \cdot \vec{\psi}$ et donc U invariant. Une rotation de l'isospin de l'hérisson est donc équivalente à une rotation inverse de l'hérisson dans l'espace. Il s'en suit que l'hérisson aura toujours un isospin égal à son moment cinétique. (Ce sujet épineux est approfondi dans les références 15 et 16).

Le mouvement de rotation d'isospin est plus facile à étudier avec la forme (8.11) du lagrangien de Skyrme qu'avec la forme (8.9) parce que les rotations d'isospin préservent la norme des quadrivecteurs chiraux (8.5). Le lagrangien de Skyrme est :

$$\mathcal{L} = \frac{\sigma_0^2}{2kc} \bar{\psi}_\mu \cdot \bar{\psi}^\mu - \frac{kc}{4g^2} [(\bar{\psi}_\mu \cdot \bar{\psi}^\mu)^2 - (\psi_\mu \cdot \psi_\nu)(\bar{\psi}^\mu \cdot \bar{\psi}^\nu)] \quad (10.1)$$

avec les notations (8.5) et (8.7 bis).

Nous pouvons expliciter le lagrangien ainsi :

$$\mathcal{L} = \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c} \bar{\varphi}_0^2 + \frac{\hbar c}{2g^2} \left[\bar{\varphi}_0^2 \bar{\varphi}_i^2 - (\bar{\varphi}_0 \cdot \bar{\varphi}_i)^2 \right] - \mathcal{E}(\bar{\varphi}) \quad (10.2)$$

ou, encore plus explicitement :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c^3} \left\{ (\partial_t \sigma)^2 + (\partial_t \vec{\pi})^2 \right\} \\ & + \frac{\hbar}{2g^2 c} \left\{ [(\partial_t \sigma)^2 + (\partial_t \vec{\pi})^2] [(\partial_i \sigma)^2 + (\partial_i \vec{\pi})^2] \right. \\ & \quad \left. - [(\partial_t \sigma)(\partial_i \sigma) + (\partial_t \vec{\pi}) \cdot (\partial_i \vec{\pi})]^2 \right\} \\ & - \mathcal{E}(\bar{\varphi}) \end{aligned} \quad (10.3)$$

Dans les expressions (10.2) et (10.3) la fonction $\mathcal{E}(\bar{\varphi})$, qui représente la densité d'énergie d'une solution stationnaire des équations de mouvement, est égale à

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\bar{\varphi}) = & \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c} [(\partial_i \sigma)^2 + (\partial_i \vec{\pi})^2] \\ & + \frac{\hbar c}{4g^2} \left\{ [(\partial_i \sigma)^2 + (\partial_i \vec{\pi})^2]^2 - [(\partial_i \sigma)(\partial_j \sigma) + (\partial_i \vec{\pi}) \cdot (\partial_j \vec{\pi})]^2 \right\} \end{aligned} \quad (10.4)$$

Les équations de mouvement, qui rendent l'action stationnaire, s'écrivent

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_0^2}{\hbar c^3} \frac{\partial^2 \varphi^a}{\partial t^2} + \frac{\hbar}{g^2 c} \left\{ (\partial_i \bar{\varphi})^2 \frac{\partial^2 \varphi^a}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} [\varphi^a (\partial_t \bar{\varphi} \cdot \partial_i \bar{\varphi})] \right\} \\ & = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \varphi^a} \end{aligned} \quad (10.5)$$

où φ^a ($a=1,2,3$) sont les composantes du quadrivecteur chiral $\bar{\varphi} = (\sigma, \vec{\pi})$. Normalement nous aurions dû introduire, dans les équations de mouvement (10.5), un paramètre de Lagrange pour contraindre la norme $\bar{\varphi} \cdot \bar{\varphi}$ du quadrivecteur chiral à rester égale à 1. Cependant, dans cette section, où la dépendance dans le temps des champs sera due à une rotation d'isospin qui conserve cette norme, l'introduction d'une contrainte sur la norme s'avère inutile.

La solution stationnaire en hérisson (8.16) est une solution de l'équation

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \varphi^a(\underline{r})} = 0 \quad (10.6)$$

obtenue en annulant les dérivées des champs par rapport au temps dans l'équation de mouvement (10.5).

Puisque le lagrangien de Skyrme est quadratique dans les dérivées des champs par rapport au temps, l'énergie classique est égale à :

$$\begin{aligned} E &= \int d\underline{r} \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}^a} \dot{\varphi}^a - \mathcal{L} \right\} \\ &= \int d\underline{r} \left\{ \frac{\sigma_0^2}{2k c^3} (\partial_t \bar{\varphi})^2 + \frac{\hbar}{2g^2 c} \left[(\partial_t \bar{\varphi})^2 (\partial_i \bar{\varphi})^2 - (\partial_t \bar{\varphi} \cdot \partial_i \bar{\varphi})^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{E}(\bar{\varphi}) \right\} \quad (10.7) \end{aligned}$$

Le lagrangien de Skyrme (10.1) est invariant par rapport aux rotations d'isospin globales définies par :

$$U(\underline{r}, t) = A U(\underline{r}, t) A^{-1} \quad (10.8)$$

où A est l'opérateur unitaire défini en (4.6) supposé indépendant de \underline{r} et t, et où U est la matrice unitaire

$$U(\underline{r}, t) = \sigma(\underline{r}, t) + i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\Pi}(\underline{r}, t) \quad U U^\dagger = 1 \quad (10.9)$$

Le lagrangien de Skyrme n'est cependant pas invariant par rapport aux rotations locales d'isospin, définies par la transformation :

$$U(\underline{r}, t) \rightarrow W(\underline{r}, t) = A(\underline{r}, t) U(\underline{r}, t) A^{-1}(\underline{r}, t) \quad (10.10)$$

où A est la matrice unitaire (4.6) avec $\vec{\alpha}$ dépendant de \underline{r} et de t.

La matrice W(r, t) que nous écrirons :

$$W(\underline{r}, t) = \psi(\underline{r}, t) + i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\chi}(\underline{r}, t) \quad (10.11)$$

représente le champ chirale dans le référentiel iso-tournant. Le champ scalaire $\sigma(\underline{r}, t) = \psi(\underline{r}, t)$ ne subit évidemment pas cette rotation.

Exprimons le lagrangien (10.1) à l'aide du champ chirale tournant (10.11). Le lagrangien ne dépend que des dérivées des champs. On a $U = A^{-1} W A$. Calculons donc :

$$\begin{aligned} \partial_\mu (\vec{\tau} \cdot \vec{\Pi}) &= \partial_\mu (A^{-1} \vec{\tau} \cdot \vec{\Pi} A) \\ &= A^{-1} \left\{ \vec{\tau} \cdot \partial_\mu \vec{\chi} + [(A \partial_\mu A^{-1}), \vec{\tau} \cdot \vec{\chi}] \right\} A \end{aligned} \quad (10.12)$$

Nous définissons un isovecteur $\vec{\Omega}_\mu$, qui représente la vitesse de iso-rotation, par l'expression

$$A (\partial_\mu A^{-1}) = - (\partial_\mu A) A^{-1} = -i \frac{\vec{\Omega}_\mu \cdot \vec{\tau}}{2} \quad (10.12)$$

On a donc

$$\vec{\tau} \cdot (\partial_\mu \vec{\pi}) = A^{-1} \vec{\tau} A \left\{ \partial_\mu \vec{\chi} + \vec{\Omega}_\mu \times \vec{\chi} \right\} \quad (10.13)$$

Cette équation exprime la loi de transformation des dérivées du champ du pion dans une rotation locale d'isospin. On peut comparer cette loi, à celle qui exprime la transformation du champ du pion :

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\pi} = A^{-1} \vec{\tau} A \cdot \vec{\chi} \quad (10.14)$$

Le facteur $A^{-1} \vec{\tau} A$ est une transformation unitaire de l'isovecteur $\vec{\tau}$ (son iso-rotation) et il conserve les produits scalaires des isovecteurs ainsi que des quadrivecteurs chiraux (8. 5). La loi de transformation des produits scalaires de deux isovecteurs chiraux s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \vec{\varphi}_\mu \cdot \vec{\varphi}_\nu &= (\partial_\mu \sigma) (\partial_\nu \sigma) + (\partial_\mu \vec{\pi}) \cdot (\partial_\nu \vec{\pi}) \\ &= (\partial_\mu \varphi) (\partial_\nu \varphi) + (\partial_\mu \vec{\chi} + \vec{\Omega}_\mu \times \vec{\chi}) \cdot (\partial_\nu \vec{\chi} + \vec{\Omega}_\nu \times \vec{\chi}) \end{aligned} \quad (10.15)$$

Le lagrangien de Skyrme dans le référentiel iso-tournant s'écrit donc ainsi :

$$\mathcal{L} = \frac{\sigma_0^2}{2\kappa c} \vec{\varphi}_\mu \cdot \vec{\varphi}^\mu - \frac{\hbar c}{4g^2} \left[(\vec{\varphi}_\mu \cdot \vec{\varphi}^\mu) - (\vec{\varphi}_\mu \cdot \vec{\varphi}_\nu) (\vec{\varphi}^\mu \cdot \vec{\varphi}^\nu) \right] \quad (10.16)$$

où nous avons défini :

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}_\mu &= (\partial_\mu \bar{\psi} + \vec{\Omega}_\mu \times \bar{\psi}) \\ &= (\partial_\mu \psi, \partial_\mu \vec{\chi} + \vec{\Omega}_\mu \times \vec{\chi})\end{aligned}\quad (10.17)$$

Nous allons étudier le cas où l'opérateur A dépend du temps t mais pas de la position \underline{r} . Dans ce cas vecteur vitesse $\vec{\Omega}_\mu = (\vec{\Omega}, 0, 0, 0)$ défini en (10.12) n'a qu'une composante qu'on appellera $\vec{\Omega}$:

$$A(\partial_t A^{-1}) = -(\partial_t A) A^{-1} = -i \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{r}}{2} \quad (10.18)$$

On peut se demander s'il est prudent de ne pas permettre à A de dépendre de la position ; en effet, à première vue, si $\vec{\Omega}$ est assez grand, des points assez éloignés de l'axe de rotation pourraient être dotés de vitesses supérieures à la vitesse de la lumière...

Dans le cas (10.8) on a

$$\tilde{\psi}_0 = \frac{1}{c} (\partial_t \psi, \partial_t \vec{\chi} + \vec{\Omega} \times \vec{\chi})$$

$$\tilde{\psi}_i = (\partial_i \psi, \partial_i \vec{\chi}) \quad (10.18\text{bis})$$

La forme (10.3) du lagrangien (10.16) dans le référentiel iso-tournant s'obtient en remplaçant, dans (10.3), les champs $\vec{\sigma}$ et $\vec{\pi}$ respectivement par $\psi (= \sigma)$ et $\vec{\chi}$ et en remplaçant les dérivées $\partial_t \vec{\pi}$ par $(\partial_t \vec{\chi} + \vec{\Omega} \times \vec{\chi})$. L'expression du lagrangien dans le référentiel iso-tournant est donc :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c^3} \left\{ (\partial_t \varphi)^2 + (\partial_t \vec{\chi} + \vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2 \right\} \\
& + \frac{\hbar}{2g^2 c} \left\{ [(\partial_t \varphi)^2 + (\partial_t \vec{\chi} + \vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2] [(\partial_i \varphi)^2 + (\partial_i \vec{\chi})^2] \right. \\
& \quad \left. - [(\partial_t \varphi)(\partial_i \varphi) + (\partial_t \vec{\chi} + \vec{\Omega} \times \vec{\chi}) \cdot (\partial_i \vec{\chi})]^2 \right\} \\
& - \mathcal{E}(\partial_i \varphi, \partial_i \vec{\chi}) \tag{10.19}
\end{aligned}$$

où \mathcal{E} est la fonctionnelle définie en (10.4). Formule à rapprocher de l'expression (9.13). Nous cherchons une solution stationnaire

$$\partial_t \varphi = \partial_t \vec{\chi} = 0 \tag{10.20}$$

des équations de mouvement qui rendent l'action $\int dt d\underline{r} \mathcal{L}$ stationnaire. Un peu de réflexion permet de conclure qu'une solution stationnaire (c'est-à-dire indépendante du temps dans le référentiel iso-tournant) s'obtient en rendant stationnaire la fonction

$$\begin{aligned}
\phi(\varphi, \vec{\chi}) = & \mathcal{E}(\varphi, \vec{\chi}) - \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c^3} (\vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2 \\
& - \frac{\hbar}{2g^2 c} \left\{ (\vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2 (\partial_i \varphi)^2 + (\vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2 (\partial_i \vec{\chi})^2 - [(\vec{\Omega} \times \vec{\chi}) \cdot (\partial_i \vec{\chi})]^2 \right\} \tag{10.21}
\end{aligned}$$

de sorte que la solution stationnaire $\varphi(\underline{r})$ et $\vec{\chi}(\underline{r})$ obéit aux équations

$$\frac{\partial \phi}{\partial \varphi(\underline{r})} = 0 \qquad \frac{\partial \phi}{\partial \chi^a(\underline{r})} = 0 \tag{10.22}$$

On remarquera que la vitesse de rotation $\vec{\Omega}$ n'apparaît qu'au deuxième ordre dans l'expression (10.21) et donc aussi dans les équations (10.22). Donc, au premier ordre dans la vitesse angulaire, le champ stationnaire $(\varphi, \vec{\chi})$ obéit aux mêmes équations (10.6) que les champs non tournants $(\sigma, \vec{\pi})$. A cet ordre les champs $(\varphi, \vec{\chi})$ dans le référentiel mouvant ont la même forme que les champs $(\sigma, \vec{\pi})$ du Skyrmion au repos.

Même si les champs $(\varphi, \vec{\chi})$ ne changent pas, on peut, l'énergie (10.7) du Skyrmion, qui, vu du labo, est en train de tourner, varie avec la vitesse de rotation $\vec{\Omega}$. En effet les équations (10.15) et (10.20) nous précisent que

$$(\partial_t \bar{\varphi})^2 = (\vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2$$

$$(\partial_t \bar{\varphi}) \cdot (\partial_i \bar{\varphi}) = (\vec{\Omega} \times \vec{\chi}) \cdot (\partial_i \vec{\chi}) \quad (10.23)$$

de sorte que l'énergie (10.7) du Skyrmion iso-tournant est égale à :

$$E = \int d\tau \left\{ \mathcal{E}(\varphi, \vec{\chi}) + \frac{\sigma_0^2}{2\hbar c^3} (\vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2 + \frac{\hbar}{2g^2 c} \left[(\vec{\Omega} \times \vec{\chi})^2 \left[(\partial_i \varphi)^2 + (\partial_i \vec{\chi})^2 \right] - \left[(\vec{\Omega} \times \vec{\chi}) \cdot (\partial_i \vec{\chi}) \right]^2 \right] \right\} \quad (10.24)$$

Désignons par $M c^2$ l'énergie du Skyrmion au repos, état dans

lequel $\vec{\Omega} = 0$ et $\varphi = \sigma$, $\vec{\chi} = \vec{\pi}$ sont solutions de (10.6). A l'approximation où on néglige l'effet de l'iso-rotation sur les champs φ et $\vec{\chi}$, c'est-à-dire, au deuxième ordre en $\vec{\Omega}$, l'énergie est égale à :

$$E = Mc^2 + \int d\underline{r} \left\{ \frac{\sigma_0^2}{2kc^3} (\vec{\Omega} \times \vec{\pi})^2 + \frac{\hbar}{2g^2c} \left[(\vec{\Omega} \times \vec{\pi})^2 \left[(\partial_i \sigma)^2 + (\partial_i \vec{\pi})^2 \right] - \left[(\vec{\Omega} \times \vec{\pi}) \cdot (\partial_i \vec{\pi}) \right]^2 \right] \right\} \quad (10.26)$$

où σ et $\vec{\pi}$ sont les solutions de (10.6). A cette approximation, celle où travaillent Adkins, Witten et Nappi /8/, l'énergie est quadratique dans la vitesse $\vec{\Omega}$ et le système se conduit comme un rotateur rigide.

Pour la solution en hérisson (8.16), on peut utiliser les formules (8.17) et (8.18) pour réduire l'énergie (10.26) du hérisson iso-tournant à celle d'un rotateur isotrope (ayant les trois moments d'inertie égaux) :

$$E = Mc^2 + \frac{1}{2} \mathcal{I} \vec{\Omega}^2 \quad (10.27)$$

où l'énergie au repos Mc^2 est donnée par (8.21)

$$Mc^2 = \frac{\sigma_0}{g} \int d\underline{y} \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 + \frac{2 \sin^2 \theta}{y^2} \right] + \frac{\sin^2 \theta}{2y^2} \left[\frac{\sin^2 \theta}{y^2} + 2 \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 \right] \right\} \quad (10.28)$$

et où le moment d'inertie \mathcal{I} est égal à :

$$\mathcal{I} = \frac{\hbar^2}{g^3 \sigma_0} \int dy \frac{2}{3} \sin^2 \theta \left[1 + \frac{\sin^2 \theta}{y^2} + \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 \right] \quad (10.29)$$

où nous avons exprimé l'intégrale en termes de la variable sans dimension $y = \frac{g\sigma_0}{\hbar c} r$. Pour un hérisson ayant $n = 1$, donc nombre baryonique $B = 1$ (voir section 8), $\theta(y)$ est la fonction universelle (8.24) et les intégrales (10.28) et (10.29) peuvent être évaluées numériquement [8]. Il en résulte l'expression suivante pour le moment d'inertie :

$$\mathcal{I} = \frac{\hbar^2 \pi (50.9)}{3 g^3 \sigma_0} \quad (10.30)$$

Nous ne serons pas surpris d'apprendre, qu'une fois quantifié le rotateur (10.27), le spectre du Skyrmion ayant isospin T (égal au moment cinétique) est égal à

$$\begin{aligned} E_{n=1}^T &= M c^2 + \frac{\hbar^2 T(T+1)}{2 \mathcal{I}} \\ &= \frac{73 \sigma_0}{g} + \frac{3 g^3 \sigma_0}{2 \pi (50.9)} T(T+1) \end{aligned} \quad (10.31)$$

Si on détermine les deux constantes du lagrangien de Skyrme (σ_0 et g) en exigeant que la formule (10.31) donne correctement les masses du nucléon (939 MeV) ayant $T = I = 1/2$ et du delta (1232 MeV) ayant $T = I = 3/2$, on obtient les valeurs :

$$g = 5,44 \quad \sigma_0 = 64,5 \text{ MeV} \quad (10.32)$$

On peut admirer ou déplorer l'accord avec la valeur

expérimentale $\sigma_0 \sim 95 \text{ MeV}$ selon qu'on manifeste scepticisme ou enthousiasme vis à vis de la théorie de Skyrme qui, avec jusqu'ici seulement deux paramètres, relie les propriétés des mésons et des baryons. La référence /8/ pousse la comparaison entre théorie et expérience plus loin.

EXERCICES

10.1 : La solution en hérisson (8.16) n'est pas invariante par rapport aux rotations chirales (4.8) engendrées par l'opérateur (4.9). Expliquer pourquoi le skyrmion n'est pas animé d'un mouvement collectif associé à cette brisure de symétrie.

10.2 : On définit un opérateur $\tilde{\partial}_\mu$ par les expressions

$$\tilde{\partial}_\mu \sigma = \partial_\mu \sigma \quad \tilde{\partial}_\mu \vec{\pi} = \partial_\mu \vec{\pi} + \vec{\Omega} \times \vec{\pi}.$$

Vérifier que $(\tilde{\partial}_\mu U^\dagger)U + U^\dagger(\tilde{\partial}_\mu U) = 0$ où U est défini par (10.1). Interpréter.

10.3 : Vérifier que l'équation de mouvement (10.5) s'obtient en rendant stationnaire l'action $\int dt \mathcal{X}$ où \mathcal{X} est le lagrangien (10.1), mais qu'elle ne s'obtient pas en rendant l'énergie (10.7) stationnaire. Vérifier cependant que l'équation (10.6) qui donne un état stationnaire s'obtient en minimisant son énergie.

10.4 : La rotation d'isospin (10.10) n'affecte pas le

champ scalaire et on a $\sigma(\underline{r}, t) = \psi(\underline{r}, t)$. Est-ce à dire que le champ scalaire ne dépend pas de la vitesse d'iso-rotation Ω ?

10.5 : Le champ chiral $(\psi, \vec{\chi})$ est invariant par rapport à la transformation $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$ (voir 10.10 et 10.11). Montrer que la transformation $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$ équivaut à ajouter 2π à l'angle de l'iso-rotation (voir 4.6).

11. LE POINT DE VUE DES QUARKS

La théorie de Skyrme décrit à la fois les mésons et les baryons à l'aide de champs mésoniques et de ce point de vue elle constitue une théorie unifiée des hadrons c'est à dire des particules subissant des interactions fortes. Une autre théorie unifiée des hadrons est construite à partir des quarks qui échangent des gluons, eux-mêmes en interaction entre eux. C'est la chromodynamique quantique (QCD après permutation anglaise des sigles). On espère que le lagrangien de Skyrme, (ou des lagrangiens du même genre faisant intervenir davantage de champs mésoniques) donne des résultats semblables à ceux que donnerait la QCD, si seulement on savait les calculer, et cela dans certaines conditions/11/. Le lagrangien de Skyrme n'est probablement pas le seul lagrangien effectif ayant cette propriété et on peut également songer à un lagrangien effectif, tel que celui du modèle σ (auquel on ajoute éventuellement d'autres champs mésoniques), où les quarks sont pris en compte explicitement et où ils portent la charge baryonique. Cette approche a l'avantage de ne pas se heurter à certaines anomalies (telles que les anomalies triangulaires) qui se traduisent, dans l'approche de Skyrme, par des termes supplémentaires, tels que le terme de Wess-Zumino, qu'on doit introduire dès qu'on veut généraliser le Skyrmion de la section 8 au groupe SU3 de saveurs /17/.

Elle a le désavantage d'être plus compliquée puisqu'elle couple la dynamique des champs mésoniques (chirals entre autres) à celle des quarks.

Dans cette section nous abordons l'étude de cette approche en étudiant la réponse d'une mer de Dirac à un champ chiral extérieur. Cela nous permettra de mieux comprendre la nature du courant baryonique (8.7) proposé par Skyrme.

Les orbites des quarks couplés à un champ chiral U sont données par l'équation de Dirac

$$\left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta U \right) |\lambda\rangle = e_\lambda |\lambda\rangle \quad \langle \lambda | \lambda \rangle = 1 \quad (11.1)$$

où U est donné par l'expression (8.1). Pour le champ chiral (8.16), en hérisson, les orbites $|\lambda\rangle$ sont les états propres du hamiltonien

$$h = \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta (\sigma + i \gamma_5 \hat{r} \cdot \vec{\tau} \pi)$$

$$h |\lambda\rangle = e_\lambda |\lambda\rangle \quad \langle \lambda | \lambda \rangle = 1 \quad (11.2)$$

Ce problème aux valeurs propres a été étudié en détail par Gaudin /18/. L'hamiltonien h est invariant par rapport à la parité et par rapport aux rotations conjointes d'espace et d'isospin, engendrées par l'opérateur grand spin :

$$\vec{G} = \vec{j} + \vec{t} \quad (11.3)$$

où $\vec{j} = \frac{\mathbf{r} \times \nabla}{i} + \frac{\vec{\sigma}}{2}$ et $\vec{t} = \frac{\vec{\tau}}{2}$. On peut donc étiqueter les orbites par leur parité p leur grand spin et projection (G, M) . Une orbite $|n G M p\rangle$, où n distingue les différentes orbites de même parité p et grand spin (GM) , peut être représentée à l'aide de quatre fonctions radiales réelles ainsi :

$$\langle r | n G M p \rangle = \begin{pmatrix} i \frac{F_1^n(r)}{r} |l_j G M\rangle \\ \frac{F_2^n(r)}{r} (\sigma \cdot \hat{r}) |l_j G M\rangle \\ i \frac{F_3^n(r)}{r} |l'_j G M\rangle \\ \frac{F_4^n(r)}{r} (\sigma \cdot \hat{r}) |l'_j G M\rangle \end{pmatrix} \quad (11.4)$$

Pour les orbites de parité $(-)^G$ on a :

$$p = (-)^G \quad l = l' = G \quad j = G + \frac{1}{2} \quad j' = G - \frac{1}{2} \quad (11.5a)$$

Pour les orbites de parité $(-)^{G+1}$ on a :

$$p = (-)^{G+1} \quad l = G + 1 \quad l' = G - 1 \quad j = G + \frac{1}{2} \quad j' = G - \frac{1}{2} \quad (11.5b)$$

Dans l'expression (11.4), $|l_j G M\rangle$ est l'état obtenu en couplant le moment cinétique \vec{j} et l'isospin $1/2$ à un grand spin total G :

$$|l_j G M\rangle = \sum_{m\tau} \begin{bmatrix} j & 1/2 & G \\ m & \tau & M \end{bmatrix} |l_j m\rangle |1/2 \tau\rangle$$

$$\langle \hat{r} | l_j m \rangle = \sum_{m_l \sigma} \begin{bmatrix} l & 1/2 & j \\ m_l & \sigma & m \end{bmatrix} Y_m^l(\hat{r}) |1/2 \sigma\rangle \quad (11.6)$$

Les 4 fonctions radiales $F_i^n(r)$ peuvent être calculées en résolvant le problème aux valeurs propres :

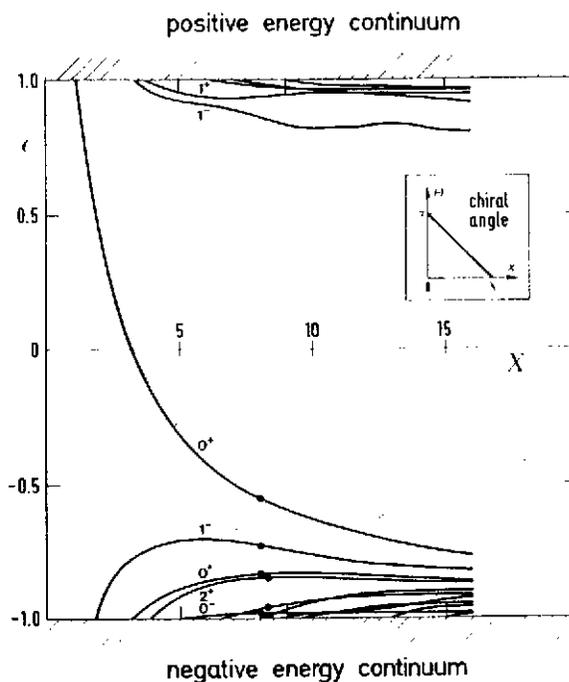
$$\begin{pmatrix}
 \sigma - e & -\partial_r \mp \frac{G+1}{r} & 0 & \pi \frac{2\sqrt{G(G+1)}}{2G+1} \\
 & + \frac{\pi}{2G+1} & & \\
 \hline
 \partial_r \mp \frac{G+1}{r} & -\sigma - e & \pi \frac{2\sqrt{G(G+1)}}{2G+1} & 0 \\
 + \frac{\pi}{2G+1} & & & \\
 \hline
 0 & \pi \frac{2\sqrt{G(G+1)}}{2G+1} & \sigma - e & -\partial_r \pm \frac{G}{r} \\
 & & & - \frac{\pi}{2G+1} \\
 \hline
 \pi \frac{2\sqrt{G(G+1)}}{2G+1} & 0 & \partial_r \pm \frac{G}{r} & -\sigma - e \\
 & & - \frac{\pi}{2G+1} & \\
 \hline
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 F_1(r) \\
 F_2(r) \\
 F_3(r) \\
 F_4(r)
 \end{pmatrix}
 = 0 \quad (11.8)$$

Là où apparaissent les signes \mp et \pm il faut choisir le signe supérieur (pour les orbites de parité $(-)^G$ ou $(-)^{G+1}$ respectivement) ou inférieur.

La normalisation $\langle \lambda | \lambda \rangle = 1$ se traduit par l'équation :

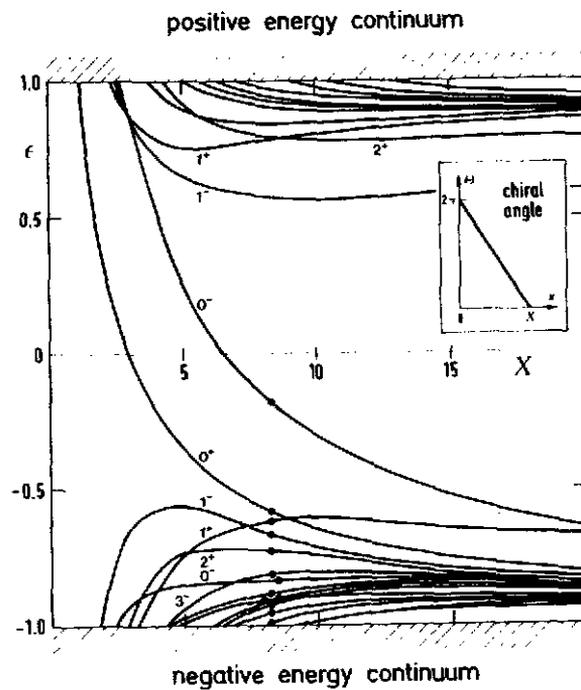
$$\int_0^\infty dr [F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + F_4^2] = 1 \quad (11.8)$$

La figure (11.9) ci-dessous /19/ montre le spectre des orbites



(11.9)

dans le cas où $\vec{\sigma} + \vec{\pi} = \mathbf{1}$ de sorte que le champ chirale est paramétrisé par un seul angle chirale, comme en (8.16). On suppose en outre que l'angle chirale varie linéairement de π à 0 à une distance X . Le paramètre X est une mesure de la taille du soliton (nous justifions plus loin l'usage de ce mot pour décrire le système). Lorsque $X \rightarrow 0$ le champ chirale n'affecte plus que les orbites du continu de très haut moment. Lorsque X grandit une orbite O^+ (ayant $G = 0$ et parité positive) quitte le continu pour rejoindre les autres orbites de la mer de Dirac. Soit N_c le nombre de couleurs; chaque quark porte un nombre baryonique $1/N_c$ (car il en faut N_c pour faire un nucléon) et une orbite saturée de couleur porte un nombre baryonique égal à 1. Donc la mer de Dirac, c'est à dire l'état fondamental de l'hamiltonien des quarks (obtenu en remplissant les orbites d'énergie négative), s'enrichit d'un baryon lorsque l'angle chirale varie de π à zéro, en accord avec l'interprétation de Skyrme ($n = 1$ dans l'expression 8.23). La figure (11.10) montre le spectre des orbites pour $n = 2$, c'est à dire dans le cas où l'angle chirale varie de 2π à 0.



(11.10)

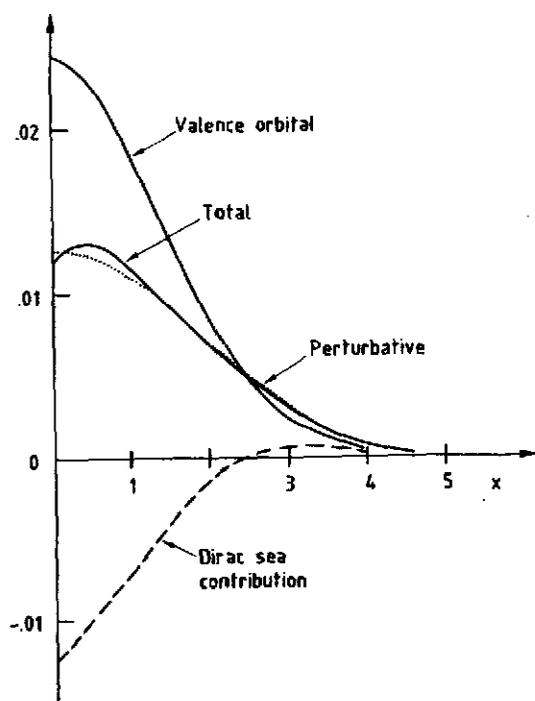
(S. Kahana et G. Ripka, Nucl. Phys. A 429 (1984) 462)

On voit qu'une seconde orbite 0^- rejoint les orbites de la mer de Dirac de sorte que celle-ci acquiert un nombre baryonique $B = 2$ (et change aussi de parité si N_c est impair.

La densité baryonique portée par les quarks s'écrit

$$\rho(\Sigma) = \sum_{\lambda < 0} \langle \lambda | \Sigma \rangle \langle \Sigma | \lambda \rangle \quad (11.11)$$

où la somme s'étend aux orbites occupées. Pour X assez grand cette somme se confond avec les orbites d'énergie négative mais lorsqu'une orbite acquiert une énergie positive rien ne nous empêche de l'inclure dans la somme. La figure (11.12) montre la densité (11.11) dans le cas $n = 1$ pour une taille $X = 5$. La contribution de l'orbite de valence est explicitée (c'est l'orbite qui, dans la figure (11.9), traverse l'énergie zéro). La valeur donnée par l'expression (8.27) de Skyrme est dessinée en hachuré. Elle est dite "perturbative" car la formule (8.27) de



(11.12)

(S. Kahana and G. Ripka, Nucl. Phys. A429 (1984) 462)

Skyrme peut aussi être obtenue par un calcul perturbatif [20]. On voit que la densité portée par les quarks exposés au champ chiral est très voisine de la densité baryonique effective attribuée au champ chiral de Skyrme (à condition toutefois de ne pas la confondre avec la seule densité de l'orbite O^+ de valence). En ce qui concerne la densité baryonique, on peut dire que le champ chiral de la théorie de Skyrme décrit une mer de Dirac de quarks couplés à ce champ chiral. De là à conclure que la théorie de Skyrme décrit la même dynamique qu'un système de quarks couplés au champ chiral est un pas que nous nous garderons de faire car c'est un problème autrement compliqué. La raison de cette complication vient de ce que la somme (11.11) qui donne la densité, soit convergente tandis qu'une somme des énergies des orbites (telle que 3.8 par exemple) diverge, et son évaluation numérique est difficile [21].

EXERCICES

E11.1 : Montrer qu'une orbite ayant grand spin G porte un nombre baryonique $2G+1$ lorsqu'elle est saturée de couleur. Vérifier que toute orbite saturée de couleur a une couleur totale nulle. Montrer que pour X assez grand (voir les figures telles que 11.9) la mer de Dirac s'enrichit d'un spin entier ou demi-entier selon que le nombre N_c de couleurs est pair ou impair.

E.11.2 : Poser $\Pi = 0$ dans le problème aux valeurs propres (11.7) et en déduire la nature des orbites du modèle de sac de MIT. Vérifier l'orbite (6.7). Etudier le spectre des orbites du sac de MIT.

12. LE SOLITON CHIRAL

Nous pouvons étendre au champ chiral la théorie du soliton de Friedberg et Lee décrite dans la section 7. En d'autres mots, nous pouvons étudier l'état lié (s'il y en a) formé par des quarks en interaction avec un champ chiral, en négligeant la contribution, à l'énergie, de la mer de Dirac. Imaginons, pour simplifier, que le champ chiral soit astreint au cercle chiral et que celui-ci ait la forme (8.16) en hérisson. Si le nombre de couleurs des quarks est N_c , on peut former un nucléon en mettant N_c quarks dans l'orbite O^+ de valence (voir la figure 11.9) de manière à la saturer en couleur. Numériquement, dans la région $2.5 < X < 15$ l'énergie e de cette orbite peut être paramétrisée par l'expression :

$$\frac{e}{g\sigma_0} = \frac{3.12}{X} - 0.94 \quad \left(X = \frac{g\sigma_0}{\hbar c} R \right) \quad (12.1)$$

où nous avons supposé une variation linéaire de l'angle chiral, comme dans la section 11 et ainsi que l'illustre l'encart de la figure (11.9). L'énergie (3.8) du système est alors donnée (en unités dimensionnées) par l'expression

$$E = 2\pi \left(1 + \frac{\pi^2}{3}\right) \frac{\sigma_0^2}{\hbar c} R + 3.12 \hbar c \frac{N_c}{R} - 0.94 N_c g\sigma_0 \quad (12.2)$$

qui constitue une formule de masse (approchée) du soliton chiral. Un meilleur calcul [19,22] peut être obtenu en résolvant les équations self-consistantes (3.5) et (3.9) qui minimisent l'énergie (3.8). L'argument avancé en section 7 à propos du soliton de Friedberg et Lee, peut être utilisé ici pour montrer que si l'orbite de valence est liée (c'est à dire si son énergie se trouve dans le "mass gap" qui sépare les continus d'énergie positive ou négative), on peut toujours trouver une constante de

couplage g assez forte pour lier le système, d'où l'usage du mot soliton pour décrire l'état de quarks liés par le champ chiral. Les états de rotation du soliton chiral ont été étudiés par des méthodes de projection du moment cinétique et de l'isospin /22/. L'accord obtenu avec l'expérience est du même ordre de grandeur que dans la théorie de Skyrme et elle est sensiblement améliorée avec l'introduction de champs vectoriels couplés aux quarks /22/.

Un problème encore partiellement ouvert est posé par la contribution à l'énergie des orbites de la mer de Dirac, qu'on appelle l'énergie de Casimir (qui lui n'y est pour rien). A ce jour seuls des calculs perturbatifs ont été effectués /23/. Ceux-ci montrent en particulier que le lagrangien de Skyrme n'est pas équivalent à un système de quarks couplés au champ chiral. Ils mettent également en doute la stabilité du soliton chiral par rapport à l'effondrement aux courtes distances. Malheureusement, pour un soliton de petite taille, le champ chiral varie rapidement avec la position et les calculs perturbatifs deviennent moins précis de sorte que la stabilité du soliton chiral, une fois prise en compte la contribution de la mer de Dirac, n'est pas encore connue.

EXERCICE

E12.1 : Confronter, comparer et discuter les formules de masse obtenues dans les trois modèles remontrés jusqu'ici :

$$E = \frac{4\pi}{3} R^3 B + 2.04 \hbar c \frac{N_c}{R} \quad (\text{sec de MIT})$$

$$E = 27 \frac{g_0^2}{\hbar c} R + 75.3 \frac{\hbar c}{g^2} \frac{1}{R} \quad (\text{Skyrmion, voir EB.11})$$

$$E = 27 \frac{g_0^2}{\hbar c} R + 3.12 \hbar c \frac{N_c}{R} - 0.84 N_c g \sigma_0 \quad (\text{soliton chiral})$$

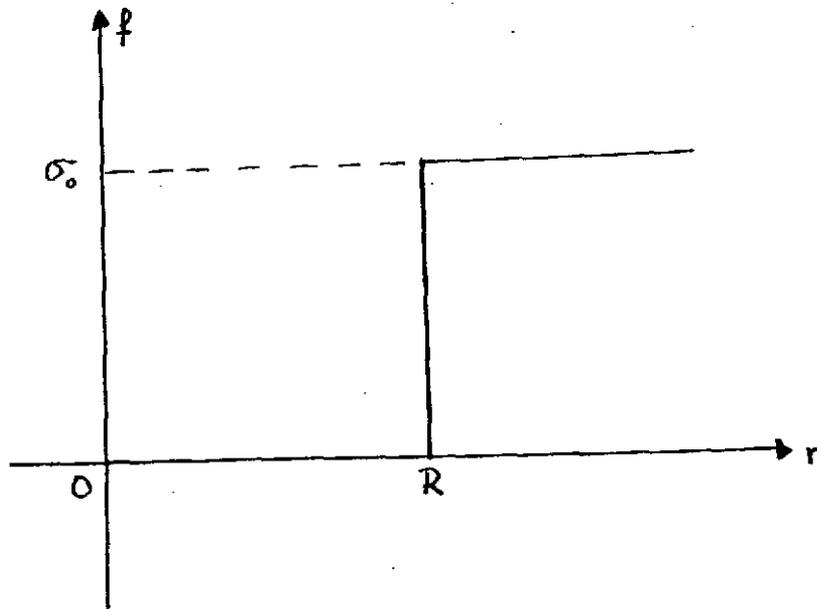
13. LE SAC CHIRAL

Le modèle du sac de MIT (décrit dans la section 6) prétend que les quarks se propagent librement à l'intérieur d'une cavité où leur masse s'annule et où le vide a restauré la symétrie chirale, ce qui lui coûte environ $B \sim 50 \text{ MeV}/f_m^3$ d'énergie. Le modèle de Skyrme (décrit dans la section 8) prétend, au contraire, que la symétrie chirale est brisée partout mais que l'angle chirale peut varier localement, le nucléon n'étant qu'un "pli" du vide pour lequel l'angle chirale a varié de π . Le sac chiral /4,24/ tente une synthèse de ces deux modèles, trouvant le sac de MIT à son goût pour ce qu'il lui rappelle la liberté asymptotique, tout en étant séduit par la théorie de Skyrme qui, elle, respecte l'invariance chirale.

Une manière de présenter le sac chiral est de lui assigner le lagrangien :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi} [i \hbar c \partial_\mu \gamma^\mu - g (\sigma + i \gamma_5 \vec{\pi} \cdot \vec{\tau})] \Psi \\ & + \frac{f^2}{2\hbar c} \bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu - \frac{\hbar c f^4}{4e^2} [(\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}^\mu)^2 - (\bar{\varphi}_\mu \cdot \bar{\varphi}_\nu)(\bar{\varphi}^\mu \cdot \bar{\varphi}^\nu)] \\ & - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \vec{\pi}^2 - f^2)^2 + U(f) \end{aligned} \quad (13.1)$$

La première ligne représente des quarks couplés à un champ chirale $\varphi = (\sigma, \vec{\pi})/f$. La deuxième ligne n'est autre que le lagrangien de Skyrme (8.11). Dans la dernière ligne, f est un champ externe, fonction de \underline{r} (et éventuellement du temps) auquel, dans ce modèle, on donne la forme :



(13.2)

La figure (13.2) représente f dans le cas d'un sac sphérique. Plus généralement, on dira que $f = 0$ à l'intérieur du sac (quel que soit sa forme) et $f = \sigma_0$ à l'extérieur.

La forme (13.1) du lagrangien n'est pas unique, d'autant moins qu'on considèrera la limite

$$\lambda \rightarrow \infty$$

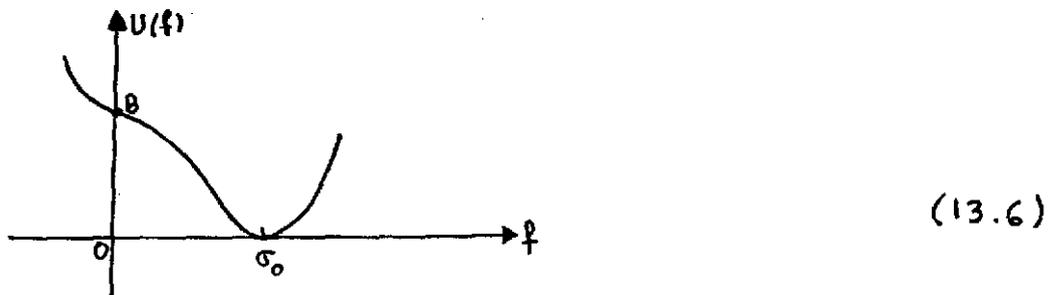
(13.3)

Dans cette limite, le seul effet du terme proportionnel à λ est de forcer le champ chirale à rester sur un cercle chirale de rayon $f(r)$ qui dépend de la position. On peut donc paramétriser le champ chirale ainsi :

$$\sigma(r) + i\gamma_5 \vec{\pi}(r) \cdot \vec{\tau} = f(r) e^{i\gamma_5 \vec{\theta}(r) \cdot \vec{\tau}}$$

(13.5)

Enfin, le terme $U(f)$ représente l'énergie, par unité de volume, du vide physique, en fonction du rayon du cercle chiral, du moins à l'approximation où on néglige la contribution de la mer de Dirac (voir cependant la discussion dans la section 5). Cette fonction aura une forme semblable à celle qui intervient dans le modèle de Friedberg et Lee (voir, par exemple, 7-3) :



Les orbites des quarks sont solution de l'équation de Dirac :

$$\left(\hbar c \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + g f \beta e^{i \vec{\theta} \cdot \vec{\tau} \gamma_5} \right) |\lambda\rangle = e_\lambda |\lambda\rangle \quad (13.7)$$

A l'intérieur du sac $f(r) = 0$ de sorte que les quarks ont une masse nulle et ils obéissent à l'équation de Dirac :

$$\hbar c \frac{\alpha \cdot \nabla}{i} |\lambda\rangle = e_\lambda |\lambda\rangle \quad (13.8)$$

Comme dans le modèle du sac de MIT, on suppose que la constante de couplage g est infinie de manière à ce que la masse du quark soit infinie à l'extérieur (où elle vaut $g\sigma_0$) et qu'elle s'annule à l'intérieur (où elle vaut gf avec $f \rightarrow 0$). Dans ce cas, pour qu'une orbite $|\lambda\rangle$ ait une énergie finie, il faut que

$$\langle \lambda | \vec{r} \rangle \beta e^{i \vec{\theta} \cdot \vec{\tau} \gamma_5} \langle \vec{r} | \lambda \rangle = 0 \quad r \geq R \quad (13.9)$$

Les fonctions d'onde $\langle \vec{r} | \lambda \rangle$ des quarks décroissent exponentiellement et infiniment vite à l'extérieur du sac et elles sont

donc normalisées à l'intérieur du sac :

$$\int_{r < R} d\vec{r} \langle \lambda | \vec{r} \rangle \langle \vec{r} | \lambda \rangle = 1 \quad (13.10)$$

L'équation (13.9) fournit une condition aux limites des orbites, condition qui quantifie les niveaux d'énergie e_λ des quarks et qui ne dépend que de la valeur de l'angle chirale à la surface.

A l'extérieur du sac, seul subsiste le champ chirale (13.5):

$$\sigma(\vec{r}) + i \gamma_5 \vec{\pi}(\vec{r}) \cdot \vec{e} = \sigma_0 e^{i \vec{\theta}(\vec{r}) \cdot \vec{e} \gamma_5} \quad (13.11)$$

de sorte que, dans la région extérieure, la dynamique système est régie par le lagrangien de Skyrme (8.11). Elle est identique à celle qui est étudiée dans la section 8. Puisque le lagrangien (13.1) est invariant par rapport aux rotations chirales (4.8) et (4.9), le courant axial, associé à cette rotation, est conservé. Il en résulte que la composante d'isospin a , du courant axial $\underline{j}_a^5(\vec{r})$, normale à la surface, est continue. Donc, à la surface du sac, le courant axial $\underline{n} \cdot \langle \underline{j}_a^5(\vec{r}) \rangle_q$ porté par les quarks doit être égal au courant axial $\underline{n} \cdot \underline{j}_a^5(\vec{r})$ porté par le champ chirale :

$$\underline{n} \cdot \langle \underline{j}_a^5(\vec{r}) \rangle_q = \underline{n} \cdot \underline{j}_a^5(\vec{r}) \Big|_s \quad (13.12)$$

où \underline{n} est le vecteur unité normal à la surface.

Cette équation constitue une condition aux limites pour le champ chirale, une seconde condition étant que l'angle chirale s'annule à l'infini :

$$\theta(\vec{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} 0 \quad (13.13)$$

On peut donc résumer le modèle du sac chiral de la manière suivante. On postule l'existence de deux régions de l'espace séparées par une surface (qui définit le sac). A l'intérieur du sac il y a des quarks libres de masse nulle dont les orbites obéissent à la condition aux limites (13.9) qui les empêche de quitter le sac. A l'extérieur le système est décrit par le lagrangien de Skyrme (8.11). La région intérieure communique avec la région extérieure par la continuité (13.12) du courant axial.

Voyons comment ce modèle se réalise concrètement dans le cas d'un sac sphérique. A l'extérieur, où le système est décrit par le lagrangien de Skyrme, l'angle chiral a la forme (8.16) en hérisson de sorte que :

$$\begin{aligned} \sigma(r) &= \sigma_0 \cos \theta(r) & \pi^a(r) &= \hat{r}_a \sigma_0 \sin \theta(r) \\ (\theta^a(r) &= \hat{r}_a \theta(r)) & & \end{aligned} \quad (13.14)$$

Calculons le courant axial porté par ce champ chiral en hérisson. Pour cela, nous notons la transformation (4.13) subie par σ et $\vec{\pi}$ dans une rotation chirale. On en déduit que, pour une rotation chirale dont les amplitudes $\vec{\alpha}$ sont petites, on a :

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_\mu \psi^\mu &\rightarrow \bar{\psi}_\mu \psi^\mu + 2 \vec{\alpha}_\mu \cdot (\vec{\pi} \sigma^\mu - \sigma \vec{\pi}^\mu) / f^2 \\ (\bar{\psi}_\mu \bar{\psi}_\nu) (\psi^\mu \psi^\nu) &\rightarrow (\bar{\psi}_\mu \bar{\psi}_\nu) (\psi^\mu \psi^\nu) + 4 \vec{\alpha}_\mu \cdot [\vec{\pi} \sigma_\nu - \sigma \vec{\pi}_\nu] (\bar{\psi}^\mu \bar{\psi}^\nu) / f^2 \end{aligned} \quad (13.15)$$

Le courant axial associé à cette rotation chirale est (voir Itzykson et Zuber, page 28) :

$$\begin{aligned} j_a^{\mu 5} &= -\frac{1}{\hbar c} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\alpha_\mu^a)} = \frac{1}{(\hbar c)^3} (\pi_a^\mu \sigma - \pi_a \sigma^\mu) \\ &+ \frac{1}{e^2 f^2} \left[(\bar{\psi}_\nu \bar{\psi}^\nu) (\pi_a^\mu \sigma - \pi_a \sigma^\mu) - (\bar{\psi}^\mu \bar{\psi}^\nu) (\pi_\nu^a \sigma - \pi^a \sigma_\nu) \right] \end{aligned} \quad (13.16)$$

Dans le cas où le champ chiral a la forme en hérisson, la composante du courant axial normale à la surface se réduit à l'expression :

$$\vec{j}_a \cdot \hat{r} = \hat{r}_a \left(\frac{f}{k_c} \right)^2 \left(\frac{d\theta}{dr} \right) \left[1 + \frac{2 \sin^2 \theta}{r^2} \left(\frac{k_c}{ef} \right)^2 \right] \quad (13.17)$$

Les orbites des quarks sont déterminées par les équations (13.8) et (13.9). L'angle chiral en forme d'hérisson est tel que :

$$\vec{\theta}(r) \cdot \vec{\tau} = \hat{r} \cdot \vec{\tau} \theta(r) \quad (13.18)$$

de sorte que la condition aux limites (13.9) n'est invariante que par une rotation simultanée de l'espace et de l'isospin (laissant le produit $\hat{r} \cdot \vec{\tau}$ invariant). Les orbites seront donc étiquetées par les valeurs propres (G,M) du grand spin $\vec{G} = \vec{J} + \vec{\tau}$ défini en (11.3). Les orbites auront donc la même forme (11.4) que celles du soliton chiral, discuté en section 11. Les fonctions radiales seront solution du problème aux valeurs propres (11.7) dans lequel on aura posé $\sigma = \pi = 0$.

Les fonctions radiales s'expriment alors à l'aide des fonctions de Bessel sphériques. Il est commode de définir quatre états de base $|nk_jGM\rangle$ ainsi :

$$\langle r_{11} k_j G M \rangle = \begin{pmatrix} i j_e(kr) | \ell_j G M \rangle \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{parité}' = (-)^G$$

$$\langle r_{12} k_j G M \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ j e_{\pm 1}(kr) | \ell_{\pm 1} j G M \rangle \end{pmatrix} \quad \text{parité}' = (-)^G$$

$$\langle r_{13} k_j G M \rangle = \begin{pmatrix} i j e_{\pm 1}(kr) | \ell_{\pm 1} j G M \rangle \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{parité}' = (-)^{G+1}$$

$$\langle r_{14} k_j G M \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ j_e(kr) | \ell_j G M \rangle \end{pmatrix} \quad \text{parité}' = (-)^{G+1}$$

(13.19)

où nous avons posé

$$\ell = G \quad j = G \pm \frac{1}{2} \quad (13.20)$$

et où nous avons utilisé la notation (11.6).

Il est aisé de vérifier les relations :

$$\left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta m \right) (|1\rangle \pm \frac{k}{E+m} |2\rangle) = E (|1\rangle \pm \frac{k}{E+m} |2\rangle)$$

$$\left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta m \right) \left(\mp \frac{k}{E+m} |1\rangle + |2\rangle \right) = -E \left(\mp \frac{k}{E+m} |1\rangle + |2\rangle \right)$$

et

$$\left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta m \right) (|3\rangle \mp \frac{k}{E+m} |4\rangle) = E (|3\rangle \mp \frac{k}{E+m} |4\rangle)$$

$$\left(\frac{\alpha \cdot \nabla}{i} + \beta m \right) \left(\pm \frac{k}{E+m} |3\rangle + |4\rangle \right) = -E \left(\pm \frac{k}{E+m} |3\rangle + |4\rangle \right)$$

(13.21)

où :

$$E = \sqrt{k^2 + m^2} \quad (13.22)$$

Les propriétés utiles des états $|l_j GM\rangle$ sont :

$$\langle l_j GM | l_{j'} G' M' \rangle = \delta_{ll'} \delta_{jj'} \delta_{GG'} \delta_{MM'}$$

$$\langle l_j GM | \hat{\mathbf{r}} \cdot \underline{\sigma} | l_{j'} G' M' \rangle = \frac{1}{2G+1} \begin{pmatrix} -1 & -2\sqrt{G(G+1)} \\ -2\sqrt{G(G+1)} & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} j' = G - \frac{1}{2} \\ j' = G + \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$j = G - \frac{1}{2} \qquad j = G + \frac{1}{2}$

$$\langle l_j GM | \underline{\sigma} \cdot \vec{\tau} | l_{j'} G' M' \rangle = \frac{1}{2G+1} \begin{pmatrix} -(2G-1) & 4\sqrt{G(G+1)} \\ 4\sqrt{G(G+1)} & -(2G+3) \end{pmatrix} \begin{matrix} j' = G - \frac{1}{2} \\ j' = G + \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$j = G - \frac{1}{2} \qquad j = G + \frac{1}{2}$

(13.23)

A l'aide de ces relations il est facile d'étudier le spectre des orbites. Par exemple, l'orbite $|0^+\rangle$ a la fonction d'onde (poser $m=0$ dans l'équation 13.21) :

$$\langle r | 0^+ \rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \begin{pmatrix} j_0(kr) |v\rangle \\ -j_1(kr) \underline{\sigma} \cdot \hat{r} |v\rangle \end{pmatrix}$$

$$(\underline{\sigma} + \hat{r}) |v\rangle = 0 \quad (13.24)$$

et la condition aux limites (13.9) s'écrit

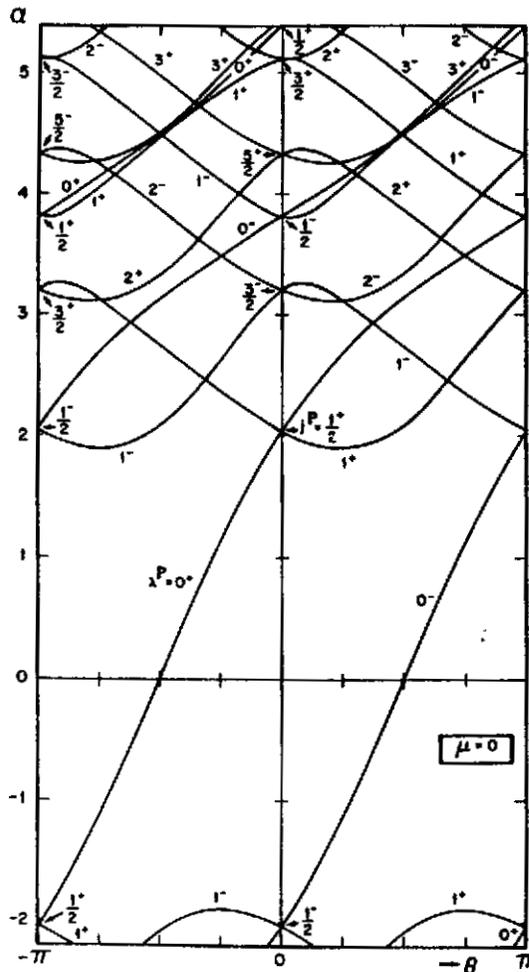
$$\langle \lambda | \underline{\sigma} \cdot \hat{r} \theta(r) \chi_s \rangle \quad \langle \underline{\sigma} | \lambda \rangle \Big|_{r=R} = 0$$

En utilisant les relations (13.23) on obtient

$$\text{tg } \theta(R) = \frac{j_0^2(kR) - j_1^2(kR)}{2j_0(kR)j_1(kR)} \quad (13.26)$$

Cette équation quantifie k et donc les énergies $\pm \hbar c k$ des orbites. On voit que si $\theta(R) \rightarrow 0$, ce qui arrive à la limite où R est très grand, la condition (13.26) se réduit à celle (6.9) du sac de MIT. D'ailleurs le modèle du sac chiral se confond avec le modèle du sac de MIT à la limite où son rayon $R \rightarrow \infty$.

A la limite inverse $R \rightarrow 0$ il se réduit évidemment au Skyrmon. On voit aussi que pour $\theta(R) = \frac{\pi}{2}$, on a $k = 0$ de sorte que l'énergie de l'orbite 0^+ s'annule. Le spectre des orbites a été étudié en détail par Mülders [24] et il a la forme suivante, en fonction de $\theta(R)$. Pas plus que dans le soliton chiral (section 11) les orbites ne viennent par paires d'énergies égales et opposées. Le spectre se reproduit chaque fois que $\theta(R)$ augmente de π .



(13.27)

P.S. Mulders, Phys.
Rev. D 30 (1984) 1073

Le courant axial des quarks associé à la rotation chirale (4.8) et (4.9), est représenté par l'opérateur

$$j_a^{\mu 5} = \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \Psi \quad (13.28)$$

Soit N_c le nombre de couleurs des quarks ($N_c = 3$). Si on met N_c quarks dans l'orbite (13.24) de manière à former un état de couleur nulle, la composante normale à la surface du courant axial, porté par les quarks, est

$$\langle \underline{j}_a^5 \cdot \hat{r} \rangle = - \frac{N_c}{4\pi\alpha} \frac{3}{8} \hat{r}_a [j_0^2(kr) + j_1^2(kr)] \quad (13.29)$$

Dans cette expression, le facteur de normalisation α de l'orbite (13.24) est égal à

$$\alpha = \int_0^R r^2 dr [j_0^2(kr) + j_1^2(kr)] \quad (13.30)$$

On remarquera que la composante normale du courant axial (13.29) porté par les quarks a la même forme (proportionnelle à \hat{r}_a) que celle (Eq. 13.17) portée par le champ chiral. Nous vérifions là une condition de self-consistence, qui permet au courant axial d'être continu à la surface du sac). Si, pour une forme en hérisson du champ chiral, on n'avait pas placé N_c quarks dans une orbite $G = 0$ (ou, plus généralement, si on n'avait pas formé des couches G complètes) on n'aurait pas pu réaliser la continuité (13.12) du courant axial sur la surface d'un sac sphérique. On remarquera aussi qu'avec la réalisation (E13.1) de la condition aux limites (13.9) et avec la forme en hérisson (13.14) de l'angle chiral, le courant axial porté par une orbite $|\lambda\rangle$ est relié à la dérivée de l'énergie de l'orbite par la relation :

$$\langle \lambda | \underline{j}_a^5 \cdot \underline{\hat{r}} | \lambda \rangle = \frac{\hat{r}_a}{2} \frac{1}{r^2} \frac{\delta e_\lambda}{\delta \theta(r)} \quad (13.31)$$

L'équation (13.29) devient alors

$$\langle \underline{j}_a^5 \cdot \underline{\hat{r}} \rangle_r = \frac{\hat{r}_a}{2} \frac{1}{r^2} \frac{\delta}{\delta \theta(r)} \sum_{\lambda_{occ}} e_\lambda \quad (13.32)$$

où la somme est limitée aux orbites occ upées par les quarks.

Dans ces conditions la continuité du courant axial à la surface, exprimée par l'équation (13.12), devient, compte tenu des résultats (13.17) et (13.32) :

$$\frac{1}{2R^2} \frac{\delta}{\delta \theta(R)} \sum_{\lambda_{occ}} e_\lambda = \left(\frac{\sigma_0}{\hbar c} \right)^2 \left(\frac{d\theta}{dr} \right)_R \left[1 + \frac{2 \sin^2 \theta}{R^2} \left(\frac{\hbar c}{e \sigma_0} \right)^2 \right] \quad (13.33)$$

Une fois calculés l'angle chirale $\theta(r)$ et l'énergie e_λ de l'orbite $|\lambda\rangle$ (où sont placés N_c quarks de valence) l'énergie du système devient égale à :

$$E = N_c e_\lambda + \frac{4\pi}{3} R^3 B + 4\pi \int_R^\infty r^2 dr \left\{ \frac{\sigma_0^2}{2kc} \left[\left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 + \frac{2 \sin^2 \theta}{r^2} \right] + \frac{\hbar c}{2a^2} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \left[\frac{\sin^2 \theta}{r^2} + 2 \left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 \right] \right\} \quad (13.34)$$

Le premier terme est l'énergie des quarks dans le sac. Le deuxième terme est l'énergie de volume du sac dû à la restauration de la symétrie chirale au sein du sac. Le dernier terme est l'énergie (8.19) du Skyrmeion intégrée à l'extérieur du sac.

On a proposé /4/ de suivre le schéma suivant le calcul :

a) On détermine $\theta(r)$ en rendant stationnaire l'énergie (13.34) par rapport aux variations de $\theta(r)$ et en imposant la condition aux limites :

$$\theta(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{a}{r^2} \quad (13.35)$$

où a est fixé de manière à obtenir la valeur expérimentale de g_A .

b) On se donne un rayon R et on calcule les orbites des quarks compte tenu de la condition aux limites (13.25), qui est connue dès lors que $\theta(r)$ a été calculé au point R .

c) En général, on trouvera que la continuité (13.33) du courant axial ne sera pas réalisée par ce calcul. On recommence donc le calcul avec des valeurs différentes du paramètre e du lagrangien de Skyrme jusqu'à ce que la condition (13.33) soit satisfaite.

On peut imaginer d'autres schémas de calcul. Par exemple,

il a été suggéré de choisir la valeur de B afin de rendre l'énergie stationnaire par rapport aux variations du rayon R du sac /24/. On peut aussi inclure la contribution des quarks de la mer de Dirac à la fois à l'énergie et au courant axial. Cela exige une renormalisation /4/ que nous ne discuterons pas ici. Nous ne discuterons, non plus, les propriétés intéressantes du courant baryonique dans le modèle du sac. Bornons nous à les décrire. A l'extérieur, le courant baryonique est porté par le champ chirale et il est donné par l'expression (8.7) ou, dans le cas de l'hérisson, par l'expression (8.26). Le nombre de baryons à l'extérieur du sac est donc égal à

$$B_{\text{ext}} = 4\pi \int_R^{\infty} r^2 dr B^{M=0}(r) = -\frac{1}{\pi} \left[\theta(R) - \frac{\sin 2\theta(R)}{2} \right] \quad (13.36)$$

Puisque $\theta(R)$ est une fonction continue de R , le nombre de baryons à l'extérieur du sac peut être fractionnaire.

Pour que nous puissions, dans ce modèle continuer à identifier le courant (8.7) de Skyrme au courant baryonique, il faut que la contribution B_{int} , au nombre baryonique, des quarks à l'intérieur du sac soit également fractionnaire. C'est cette propriété qu'ont démontré Goldstone et Jaffe /25/, qui

obtiennent le résultat remarquable $B_{\text{int}} + B_{\text{ext}} = 1$.

Pour l'instant le champ externe (voir 13.2), introduit dans le lagrangien (13.1), n'a pas d'interprétation dynamique. Ce terme brise l'invariance par translation du lagrangien et on aimerait voir la fonction f apparaître par exemple comme une valeur classique d'un champ dynamique. En d'autres mots on aimerait connaître le mécanisme qui crée le sac. Les quelques tentatives /26/ dans cette direction n'ont, jusqu'à présent, pas réussies. L'existence même du sac n'est, à l'heure actuelle, pas

vraiment démontrée expérimentalement. Il nous reste encore beaucoup à apprendre sur la structure des hadrons.

EXERCICES

E13.1 : Montrer que la condition aux limites (13.9) peut être réalisée par l'équation

$$i \underline{n} \cdot \underline{\gamma} |\lambda\rangle = e^{i \vec{\theta} \cdot \vec{\tau} \gamma_5} |\lambda\rangle$$

E13.2 : Soit \underline{j} un courant conservé : $\underline{\nabla} \cdot \underline{j} = 0$. On considère le volume V qui entoure de près une surface S . On a

$$\int_V d_3 r \underline{\nabla} \cdot \underline{j} = \int_S d_2 S \underline{n} \cdot \underline{j}$$

En déduire la condition aux limites (13.10).

E13.3 : Discuter si le confinement des quarks dans la mer de Dirac est correctement décrit par la condition aux limites (13.12). Est-ce que cette condition permet, par exemple, la création d'une antiparticule de couleur nulle de se propager ?

E13.4 : Vérifier que le facteur $(-1/\hbar c)$, apparaissant dans la définition (13.16) du courant axial, est choisi de manière à ce que le courant baryonique des quarks, associé à la transformation $\Psi \rightarrow e^{i\alpha} \Psi$ soit égal à $\bar{\Psi} \gamma_4 \Psi$.

E13.5 : On a exigé au courant axial d'être continu à la surface du sac. Pourquoi n'a-t-on pas, par exemple, exigé au

courant d'isospin, associé à une rotation d'isospin, d'être continu à la surface ? (On aura intérêt, pour répondre à cette question, à calculer le courant d'isospin porté par les quarks ainsi que celui porté par le champ chiral). Faut-il rendre les courants, associés aux translations, continus à la surface ? (Question bien plus intéressante !) Et, tant qu'on y est, le courant baryonique est-il continu à la surface du sac ? Et la densité baryonique ? (Voir la référence 25).

REFERENCES

Il est utile d'avoir sous la main un bon livre sur la théorie des champs. Nous nous référons souvent au texte de C. Itzykson et J.B. Zuber, *Quantum Field Theory*, Mc Graw-Hill, 1980. On pourra ainsi se référer au texte moins moderne de J.D. Bjorken et S.D. Drell, *Relativistic Quantum Fields*, Mc Graw-Hill, 1965. Une référence utile pour les propriétés des particules est l'ouvrage de T.D. Lee, *Particle physics and introduction to field theory*, Harwood Academic Publishers, 1981.

1. *Modèle σ* :

M. Gell-Mann et M. Lévy, *Nuovo Cim.* 16 (1960) 705 ;
Itzykson-Zuber (p. 540) et T.D. Lee (cités plus hauts).

2. *Sac de MIT* :

A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F. Weisskopf,
Phys. Rev. D9 (1974) 3471

A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson and C.B. Thorn, *Phys. Rev.* D10
(1974) 2599

T. De Grand, R.L. Jaffe, K. Johnson and J. Kiskis, *Phys. Rev.* D12
(1975) 2060

3. *Skyrmions* :

T.H.R. Skyrme, *Nucl. Phys.* 31 (1962) 556 et références /8/.

4. *Sac chiral (voir aussi Ref. 24)* :

G.E. Brown, A.D. Jackson, M. Rho et V. Vento, *Phys. Lett.* 140B
(1984) 285

V. Vento et M. Rho, *Nucl. Phys.* A412 (1984) 413

M. Rho, *Chiral bags, Skyrmions and Quarks in nuclei*, International
School of Physics "Enrico Fermi" June 1984, Varenna

5. *Soliton de Friedberg et Lee (voir le livre de T.D. Lee, cité plus haut et :*

R. Friedberg et T.D. Lee, *Phys. Rev.* D15 (1977) 1694 ; D16 (1977) 1096

R. Goldflam et L. Willets, *Phys. Rev.* D25 (1982) 1951

7. *Le sac de SLAC* :
- W.A. Bardeen, M.S. Chanowitz, S.D. Drell, M. Weinstein, et
T.M. Yan, Phys. Rev. D11 (1975) 1094
8. *Quelques applications récentes de la théorie de Skyrme* :
- G.S. Adkins, C.R. Nappi, et E. Witten, Nucl. Phys. B228 (1983) 552 ;
Nucl. Phys. B223 (1984) 109
E. Guardini, Nucl. Phys. B236 (1984) 35
M. Chemtob, Saclay preprint SPhT/84/100 (1984)
G.S. Adkins and C.R. Nappi, Phys. Lett. 137B (1984) 251
K.F. Liu, J.S. Zhang and G.R.E. Black, Phys. Rev. D30 (1984) 2015
J.A. Parmentola, Phys. Rev. D30 (1984) 685
A. Jackson, A.D. Jackson and V. Pasquier, Nucl. Phys. (à paraître)
I. Zahed, U.G. Meissner et U.B. Kaulfuss, Nucl. Phys. A426 (1984) 525
C.G. Callan Jr. et E. Witten, Monopole catalysis of Skyrmion decay,
University of Princeton preprint.
9. *Monopoles* :
- G.'t Hooft, Nucl. Phys. B79 (1974) 276
A.M. Polyakov, JETP Lett. 20 (1974) 194
10. *Topologie* :
- T. Eguchi, R. Gilkey and A. Hanson, Phys. Rep. 66 (1980) 213
J. Madore, Phys. Rep. 75 (1981) 125
11. *Relations avec la QCD* :
- E. Witten, Nucl. Phys. B160 (1979) 57 ; B223 (1983) 422 et 433
G.'t Hooft, Nucl. Phys. B72 (1974) 461 ; B75 (1974) 461
A. Manohar and H. Georgi, Nucl. Phys. B234 (1984) 189
E. Witten, Skyrmions and QCD, Proceedings of the workshop on solitons
in nuclear and particle physics at the Lewes Centre of Physics, June 1984
12. *Quarks non relativistes*
- B. Silvestre-Brac, A.K. Jain et C. Gignoux, Phys. Lett. 137B (1984) 5
et autres références citées là.

13. *Calculs QCD et températures de transition*
 J. Kogut, M. Stone, H.W. Wyld, W.R. Gibbs, J. Shigemitsu,
 S.H. Shenker et D.K. Sinclair, *Phys. Rev. Lett.* 50 (1983) 393
 A. Billoire, R. Lacaze, E. Marinari et A. Morel, *Nucl. Phys B(FS)* 1985 (à paraître)
14. C. Itzykson et J.B. Zuber, *Quantum Field Theory*, Mc Graw-Hill (1982) :
 J.D. Bjorken et S.D. Drell, *Relativistic quantum fields*, Mc. Graw Hill
 (1965)
15. *Deformations d'isospin* :
 A. Bohr et B. Mottelson, *Nuclear Structure II*, page 21, Benjamin 1975
16. J.P. Blaizot et G. Ripka, *Quantum Theory of Finite Systems*, to be
 published by MIT press
17. J. Wess et B. Zumino, *Phys. Lett.* 37B (1971) 95 :
 voir aussi articles de Chemtob et de Guardini de la référence 8
18. *Orbites de quarks dans un champ chirale* :
 M. Gaudin, sur le spectre des fermions dans le champ d'un soliton
 chirale sphérique, Saclay preprint 1984. Voir aussi la référence 24
19. *Soliton Chiral (voir aussi Ref. 22) et quarks dans champ chirale* :
 S. Kahana, G. Ripka and V. Soni, *Nucl. Phys.* A415 (1984) 351
 S. Kahana and G. Ripka, *Nucl. Phys.* A429 (1984) 462
20. J. Goldstone et F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* 47 (1981) 986
21. M. Gaudin, *Lagrangien effectif du champ classique couplé aux fermions*.
 Saclay preprint SPh-T/84/004 (1984)
22. *Soliton chirale (voir aussi Ref. 19)* :
 M.C. Birse et M.K. Banerjee, *Phys. Lett.* 136B (1984) 284
 W. Broniowski and M.K. Banerjee, *Chiral model of N. and Δ with vector
 mesons* ; University of Maryland preprint pp # 85-010 (1984)
23. *Energie de casimir* :
 I.J.R. Aitchison et C.M. Fraser, University of Oxford preprint 43/84
 (1984)
 M. Gaudin (voir Ref. 21)
 R. Mac Kenzie, Santa Barbara preprint NSF-ITP-84-135 (1984)
 R.I. Nepomechie, *Ann. Phys.* 158 (1984) 67

24. *Orbites et énergies du sac chiral :*

P.J. Mulders, *Phys. Rev.* D30 (1984) 1073

25. *Nombre baryonique du sac chiral :*

J. Goldstone and R.L. Jaffe, *Phys. Rev. Lett.* 51 (1983) 1518

26. R. Seki et S. Ohta, *Non-topological and topological chiral soliton bags as a model of the nucleon*, *Marmalaid prepreprint series MAP-57* (1984)

DEGRES DE LIBERTE MESIQUES ET EXCITATIONS BARYONIQUES
(Approche théorique)

B. DESPLANQUES

Division de Physique Théorique, Institut de Physique Nucléaire, Orsay

Le méson a une longue histoire puisque son échange entre nucléons fut proposé par Yukawa en 1935 comme source des forces nucléaires. Depuis, les études sur ces forces se sont beaucoup raffinées et l'on peut y distinguer plusieurs contributions qui diffèrent l'une de l'autre par la masse, le spin ou encore l'isospin du méson échangé. La grande majorité de ces études ne laisse toutefois aucune place explicite à ces mésons et suppose que l'on a affaire à deux entités distinctes que l'on continue d'appeler nucléons. Il y a à cela différentes raisons. Sur le plan technique, traiter l'existence explicite des mésons suppose que l'on puisse travailler avec un système couplé à 2 et 3 corps, ce qui n'est pas évident. Une autre raison est que cette tâche n'est pas réellement nécessaire autant que l'on s'intéresse aux observables du système nucléon-nucléon. Celles ci sont déterminées par le comportement des nucléons à grande distance. Elles ne font pas intervenir explicitement les différents processus d'échange ou d'excitation mutuelle qui ont eu lieu lorsque les nucléons étaient suffisamment proches l'un de l'autre. Cette situation change dès lors que l'on veut sonder ce système avec une interaction extérieure. Celle-ci peut "voir" les mésons que les nucléons s'échangent lorsqu'ils se rapprochent l'un de l'autre ou encore les excitations baryoniques qui peuvent en résulter. Ceci met en jeu la description du système nucléaire lorsque ses composants sont éloignés l'un de l'autre, là où ils peuvent s'identifier à des nucléons libres, mais également à petite distance, où cette identification peut soulever des questions.

Les quelques éléments d'introduction ci-dessus montrent que l'étude des degrés de liberté mésoniques ou des excitations baryoniques n'est pas séparable de celle de l'interaction nucléon-nucléon, puisqu'il s'agira le plus souvent de rétablir la contribution de degrés de liberté qui n'y ont pas été inclus explicitement. Pour cette raison, la première partie de ce cours sera dévolue à cette interaction, ainsi qu'à certains aspects de l'interaction forte en général. Les thèmes retenus dans ce domaine le seront en fonction de la deuxième partie qui portera sur l'interaction du champ électromagnétique avec les différents degrés de liberté mésoniques que l'on peut rencontrer dans un noyau. Après une présentation très schématique de l'interaction nucléon-nucléon (Ia), nous en décrirons, en termes de quarks, les principaux agents : mésons π , ρ , ω , " σ ", nucléons, excitations baryoniques (Ib). Nous donnerons ensuite la description spatio-temporelle du nucléon (Ic) et celle de ses couplages aux mésons (Id). Le détail des différentes étapes menant de ces couplages à diverses approximations non relativistes sera précisé pour quelques cas, ceux-ci étant choisis pour l'intérêt qu'ils pourront présenter par la suite. Une mention du modèle de Chew-Low sera faite (Ie). Nous passerons alors à la dérivation du potentiel nucléon-nucléon et discuterons l'élimination des degrés de liberté qu'elle implique, ainsi que les conséquences que cela a pour l'objet décrit par un tel potentiel (If). Nous regarderons en détail la contribution des mésons π et ρ à une telle force, en particulier la partie tensorielle dont les effets sont souvent importants dans les processus faisant intervenir les degrés

IPNO-TH 84/69

de liberté mésiques (Ig). Pour terminer la première partie, nous montrerons ce que peuvent représenter certaines contributions étudiées dans le cadre de la physique nucléaire quant à la physique du nucléon (Ie).

La 2^{ème} partie commencera par une présentation de quelques diagrammes représentatifs de contributions dues à des degrés de liberté mésiques (au sens large) (IIa). Suivront quelques détails sur la dérivation des opérateurs pouvant prendre en compte ces contributions (II.b). Ceci sera fait dans le cas de processus électromagnétiques, avec une attention toute particulière pour l'invariance de jauge qui est la contrainte externe à respecter dans ce cas. Nous considérerons alors la contribution des courants d'échange mésoniques successivement pour une transition électrique, magnétique isoscalaire et magnétique isovecteur (IIc). Cette dernière retiendra plus particulièrement notre intérêt. Les effets dans la capture $n+p \rightarrow d+\gamma$ et dans l'électrodésintégration du deuton seront discutés en détail. La relation avec certains mécanismes discutés dans la première partie du cours sera faite. Nous terminerons cette deuxième partie du cours par plusieurs remarques sur les facteurs de forme aux vertex électromagnétiques et hadroniques, et les contributions des courants d'échange mésoniques dans les systèmes à plusieurs corps (IIId).

I- INTERACTION FORTE

a) Description schématique de l'interaction nucléon-nucléon

L'interaction forte entre nucléons résulte de l'échange de mésons dans la voie t. Différents échanges peuvent avoir lieu : un méson π tout d'abord (fig.1a), deux mésons π (fig.1b), que l'on approxime parfois par un méson " σ " lorsque les deux mésons π sont dans un état S, ou un méson ρ lorsqu'ils sont dans un état P, et qui sont le plus souvent accompagnés d'excitations baryoniques dans la voie s, Δ ou N^* . La référence aux particules " σ ", ρ , Δ ou N^* , qui sché-

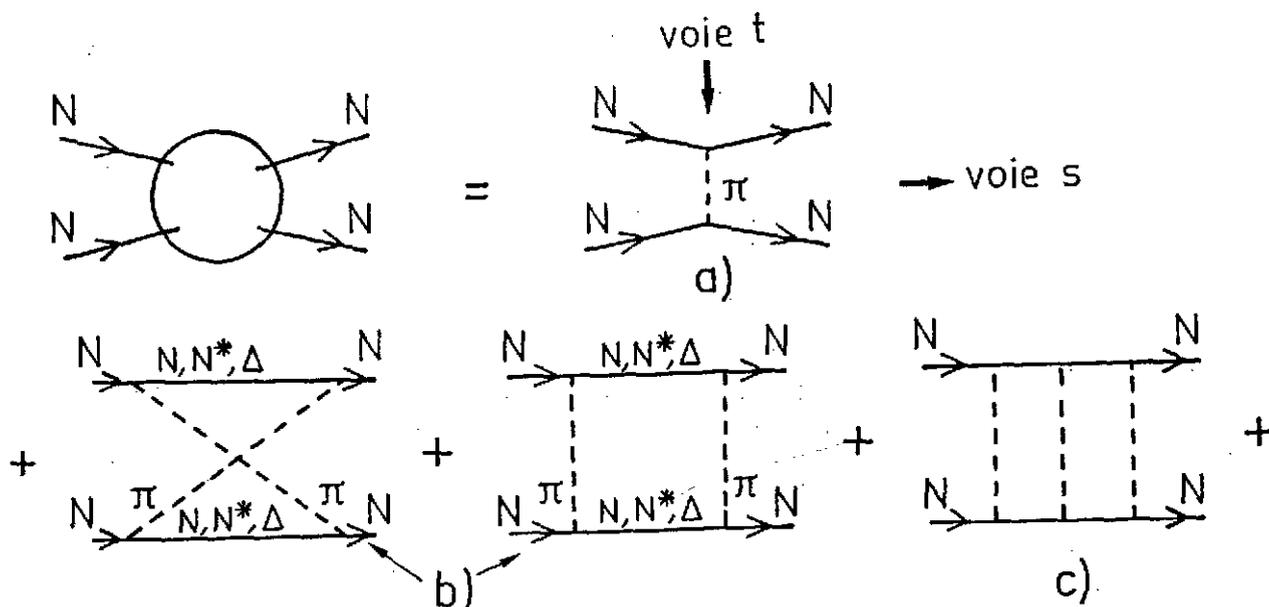


Fig.1 - Représentation de l'interaction NN en termes de diagrammes.

matise les processus physiques en cause, n'est pas nécessaire toutefois. Les études les plus élaborées utilisent les relations de dispersion et les données sur la diffusion π -nucléon¹. Au-delà de l'échange de 2π , on peut considérer l'échange de 3π (fig.1c). Il est souvent approché par l'échange d'un méson ω ou d'une paire $\pi\rho$. Pour un nombre de mésons π supérieur à 3, il est aisé de pressentir les difficultés que l'on rencontrera.

Ces difficultés sont heureusement localisées dans l'espace. Plus lourd est le système de particules échangé, plus courte est la portée de la contribution correspondante à l'interaction. La contribution due à l'échange d'un π sera dominante à longue distance, au-delà de 2fm. La contribution due à l'échange de 2π sera déterminante dans la région de 1.5fm, tandis que celle due à l'échange de 3π commencera à se faire sentir autour de 1fm. En deça de 0.8fm, on conçoit que les échanges de plus de 3 pions seront importants. Les études les plus raffinées sur l'interaction NN¹ ne prétendent pas donner une description théorique de cette partie et, le plus souvent, elles l'ajustent en sorte de reproduire les données expérimentales sur la diffusion nucléon-nucléon. Il n'est pas rare cependant que l'on continue à décrire cette partie avec les échanges de particules élémentaires ($\pi, \rho, \omega, \sigma$) associés à des facteurs de forme aux vertex. Une telle description est hautement effective en ce sens que les échanges de quelques particules élémentaires représentant mal la complexité des mécanismes en jeu dans cette région. Elle a l'avantage néanmoins de simplifier les études dès lors que l'on s'intéresse à l'interaction du système nucléaire avec une sonde extérieure et pour cette raison, elle sera adoptée tout au long de ce cours. Les particules que nous considérons donc seront les mésons π, ρ, ω et " σ " et les baryons N et Δ (1230MeV) principalement.

b) Description des particules

Les propriétés des particules qui reviendront le plus souvent sont données dans la Table I. Pour souligner la parenté des 3 mésons π, ρ et ω , on peut citer qu'elles forment un multiplet de la symétrie SU(4). Le pion, dont la masse est plus faible que celle des deux autres

Particule	Spin	Isospin	Parité
π (140MeV)	J = 0	T = 1	P = -1
ρ (770MeV)	J = 1	T = 1	P = -1
ω (783MeV)	J = 1	T = 0	P = -1
" σ "	J = 0	T = 0	P = +1
N(940MeV)	J = 1/2	T = 1/2	P = +1
Δ (1230MeV)	J = 3/2	T = 3/2	P = +1

Table I : Propriétés de quelques particules

mésons, joue cependant un rôle particulier et peut être assimilé au boson de Goldstone lié à une symétrie spontanément brisée, la symétrie chirale ici. Les mésons ρ et ω sont fortement couplés au système de 2π dans une onde P et de 3π , dans lesquels ils se désintègrent respectivement, et c'est cette particularité qui permet de traiter l'échange de ces systèmes de particules comme celui d'une particule élémentaire. Le méson " σ " est mis entre guillemets pour signifier qu'il ne correspond pas vraiment à une particule. Il pourrait prendre en compte l'interaction attractive

de deux pions dans une onde S à basse énergie.

Parmi les baryons, ceux qui retiendront le plus l'attention seront le nucléon et la résonance Δ à 1230 MeV, qui forment un multiplet de la symétrie SU(4). A nouveau le fort couplage de la résonance Δ au système πN dans une onde P avec $J = 3/2$ et $T = 3/2$ permet de traiter ce système (la partie résonante plus exactement) comme une particule élémentaire.

En termes de quarks constituants, les mésons π, ρ et ω peuvent être considérés comme des états $q\bar{q}$ avec un moment angulaire relatif nul. Ceci est la traduction du fait que ces particules appartiennent à un même multiplet de SU(4). Quant aux spins et isospins des quarks, ils sont couplés à un spin ou un isospin total égal à 0 ou 1 suivant les cas.

Les baryons N et Δ peuvent également être construits à partir de quarks constituants. Trois d'entre eux, dans un état de moment angulaire orbital nul, et dans un état complètement symétrique dans l'échange des nombres quantiques de spin et d'isospin permettent de les obtenir. L'antisymétrie de la fonction d'onde est assurée par le degré de liberté de couleur attribué aux quarks.

Par rapport à la suite de ce cours, le plus important est peut-être ce caractère d'appartenance à une même famille qu'ont les mésons π, ρ et ω d'un côté, les baryons N et Δ de l'autre. Celui-ci favorisera en effet les transitions de spin et d'isospin entre eux, la structure de ces particules dans l'espace étant la même.

c) Description spatio-temporelle des nucléons

Dans cette section, nous considérons en détail la structure spatio-temporelle du nucléon, lequel est la brique essentielle des systèmes nucléaires qui nous environnent. Dans le domaine qui nous intéresse, il est approprié d'utiliser un formalisme relativiste. Le point de départ pour décrire le nucléon libre est une densité lagrangienne ;

$$L(x) = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - M\bar{\psi}(x)\psi(x). \quad (1)$$

$\psi(x)$ y représente un objet à 4 dimensions, susceptible donc de décrire 4 degrés de liberté : 2 pour le degré de liberté de spin du nucléon et autant pour l'antinuécléon. L'opérateur ∂_μ y représente la dérivée par rapport aux coordonnées d'espace-temps et les quantités γ^μ des matrices 4×4 qui permettent de coupler les champs ψ et $\bar{\psi}$ ($\bar{\psi} = \text{transposé complexe de } \psi \text{ multiplié par } \gamma^0$) pour former une quantité qui sous les transformations de Lorentz se transforme comme un quadrivecteur, tel celui qui apparaît dans le courant électromagnétique du nucléon. Ce courant a une composante temporelle, $\bar{\psi}\gamma^0\psi$, qui est invariante sous une rotation habituelle et trois composantes spatiales $\bar{\psi}\gamma^i(=1,2,3)\psi$, qui se transforment sous la même opération comme un trivecteur.

En combinant les matrices γ^μ , on peut construire d'autres quantités qui auront des comportements bien déterminés sous les transformations de Lorentz : un pseudo-scalaire qui pourra être couplé à une particule pseudo-scalaire tel que le méson π , $\bar{\psi}\gamma_5\psi$, avec $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, un pseudo-vecteur qui apparaîtra par exemple dans les courants faibles, $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$, et un tenseur qui apparaîtra dans la contribution du moment magnétique anomal du nucléon au courant électromagnétique de

celui-ci, $\bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi$ avec $\sigma^{\mu\nu} = (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) / 2i$.

Le choix des matrices γ^μ est en partie une question de convention et nous prendrons:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & & & \vec{\sigma} \\ & & & \\ & & & \\ -\vec{\sigma} & & & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

A partir de la densité lagrangienne (1), on peut en minimisant l'action correspondante obtenir l'équation de Dirac pour une particule libre

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi(x) = 0,$$

ou dans l'espace des moments :

$$(\gamma^\mu p_\mu - M)\psi(p) = 0 \quad (\gamma^\mu p_\mu - M = \gamma^0 E - \vec{\gamma} \cdot \vec{p} - M) \quad (3)$$

Les solutions de celles ci sont

$$u(E_p, \vec{p}) = \sqrt{\frac{E_p + M}{2E_p}} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + M} \chi \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad v(E_p, \vec{p}) = \sqrt{\frac{E_p + M}{2E_p}} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + M} \chi \\ \chi \end{pmatrix}$$

avec $E_p = \sqrt{M^2 + \vec{p}^2}$ (4)

La première solution, qui correspond à une énergie positive, est associée à la destruction d'un nucléon, tandis que la deuxième solution, qui correspond à une énergie négative, est associée à la création d'un antinucléon. La quantité χ est un objet à deux dimensions représentant les deux degrés de liberté de spin du nucléon ou de l'antinucleon.

Les deux solutions à énergie positive et négative joueront par la suite un rôle important. L'importance de la première est liée au fait que les systèmes nucléaires sur lesquels nous travaillons sont habituellement considérés comme étant constitués de nucléons. L'importance de la seconde apparaîtra lorsque l'on discutera l'invariance de jauge électromagnétique de l'interaction. Nous noterons que la distinction faite ci-dessus entre états à énergie positive et négative, que nous associons aux degrés de liberté nucléon et antinucléon ne vaut que pour des particules libres. Celle-ci est appropriée dans la mesure où la description des systèmes nucléaires utilise comme base les particules observées à l'état libre, ce qui est à priori naturel. Il n'est pas certain cependant que cette distinction que nous ferons tout au long de ce cours soit judicieuse dès lors que l'on considère une particule en interaction, comme nous le verrons dans un cas précis.

Aux petites composantes du spineur correspondant aux nucléons, $\approx \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + M} \chi$, sont souvent associés des effets de relativité. Il est utile de préciser que ces effets sont, à l'ordre le plus bas, souvent pris en compte d'une manière ou d'une autre dans les calculs non relativistes. Ils apparaissent dans la dérivation des potentiels nucléon-nucléon les plus récents. (potentiel de Paris) ou encore, ils peuvent être considérés comme responsables d'une partie de la dépendance en vitesse de l'interaction nucléon-noyau. Dans un autre domaine, c'est à partir de

ces petites composantes que sont dérivées les forces nucléaires violant la parité³. Dans le cas de l'interaction électromagnétique, elles donnent lieu aux transitions électriques et à la partie orbitale des moments ou transitions magnétiques. A côté des effets de relativité ci-dessus, que l'on peut qualifier de cinématiques et qui deviennent importants dès que des particules ayant de grands moments sont mises en jeu, il y a des effets de relativité que l'on qualifie parfois de dynamiques, et qui sont dus à l'excitation du degré de liberté antinucléon. Ceux-ci peuvent intervenir pour une particule en interaction.

d) Couplages méson-nucléon

Nous décrivons ci-dessus les couplages aux nucléons des quelques mésons élémentaires considérés dans ce cours. Leur importance réside dans le fait qu'ils déterminent la nature (attractive ou répulsive par exemple) des forces entre nucléons auxquels les échanges de mésons vont donner lieu. Ils doivent respecter l'invariance de Lorentz et comme nous nous intéressons à l'interaction forte, ils doivent être invariants sous une opération de parité ou de renversement du temps et conserver l'isospin. Les différents couplages peuvent s'écrire :

$$- \omega \rightarrow \mathcal{L}^{\text{eff.}}(x) = g_{\omega NN} \left[\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) \varphi_\mu^\omega(x) + \frac{\chi_S}{2M} \bar{\psi}(x) \sigma^{\mu\nu} \psi(x) \partial_\nu \varphi_\mu^\omega \right], \quad (5)$$

(φ_μ^ω un quadrivecteur, décrit le champ du méson ω dont le spin est 1, tandis que $\frac{g_{\omega NN}^2}{4\pi} \approx 5$. La ressemblance avec le couplage du photon au nucléon est à noter et χ_S est d'ailleurs parfois identifié au moment magnétique anomal isoscalaire ($\mu_S = -0.12$))

$$- \sigma \rightarrow \mathcal{L}^{\text{eff.}}(x) = g_{\sigma NN} \bar{\psi}(x) \psi(x) \varphi(x) \quad (6)$$

(Vu la nature un peu artificielle du σ , aucune valeur n'est donnée pour $g_{\sigma NN}$)

$$- \pi \rightarrow \mathcal{L}^{\text{eff.}}(x) = i g_{\pi NN} \bar{\psi}(x) \gamma_5 \vec{\tau} \psi(x) \vec{\varphi}(x) \quad (7)$$

(La nature pseudoscalaire du méson π implique la présence de l'opérateur γ_5 . La matrice $\vec{\tau}$ agit sur les degrés de liberté d'isospin du nucléon et son couplage avec le champ du méson π est tel que l'isospin est conservé. Enfin $\frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} = 14.5$)

$$- \rho \rightarrow \mathcal{L}^{\text{eff.}} = g_{\rho NN} \left[\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \vec{\tau} \psi(x) \varphi_\mu^\rho(x) + \frac{\chi_V}{4\pi} \bar{\psi}(x) \sigma^{\mu\nu} \vec{\tau} \psi(x) \partial_\nu \vec{\varphi}_\mu^\rho \right] \quad (8)$$

(Le couplage est très semblable à celui du ω , excepté que la particule ρ existe dans 3 états de charge. $\frac{g_{\rho NN}^2}{4\pi} = 0.6$, tandis que χ_V varie de 3.7 (couplage faible) à 6.6 (couplage fort)).

Les constantes de couplage (déterminées à $q^2 = -\mu^2$) caractérisent le comportement asymptotique de la dissociation d'un nucléon en nucléon-méson et ne disent donc rien a priori sur le coeur du nucléon. Pour mesurer le caractère effectif de ces couplages, nous mentionnerons que la validité du couplage du π au nucléon jusque dans le coeur de celui-ci amènerait à la conclusion que le nucléon est formé à plus de 100% d'un nucléon et d'un pion !!!

A ce stade, il peut être utile de donner l'expression des amplitudes de transition impliquant des nucléons. Utilisant l'expression des spineurs $u(E_p, \vec{p})$ donnée par (4), on obtient

en retenant les termes jusqu'à l'ordre 2 en $\frac{P}{M}$ et en laissant de côté les facteurs d'isospin :

$$N(p_i) \rightarrow N(p_f)\omega \quad (\text{composante temporelle})$$

$$\sqrt{2E_\omega} \langle \omega N(p_f) | \mathcal{L} | N(p_i) \rangle = g_{\omega NN} \epsilon_0 \chi_f^* \left(1 - \frac{(\vec{p}_f - \vec{p}_i)^2}{8M^2} + i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{p}_f \times \vec{p}_i}{4M^2} \right) \chi_i \quad (9)$$

(ϵ_0 = composante temporelle du ω)

$$N(p_i) \rightarrow N(p_f)\sigma$$

$$\sqrt{2E_\sigma} \langle \sigma N(p_f) | \mathcal{L} | N(p_i) \rangle = g_{\sigma NN} \chi_f^* \left(1 - \frac{(\vec{p}_f + \vec{p}_i)^2}{8M^2} - i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{p}_f \times \vec{p}_i}{4M^2} \right) \chi_i \quad (10)$$

$$N(p_i) \rightarrow N(p_f)\pi$$

$$\sqrt{2E_\pi} \langle \pi N(p_f) | \mathcal{L} | N(p_i) \rangle = ig_{\pi NN} \chi_f^* \vec{\sigma} \cdot \frac{(\vec{p}_f - \vec{p}_i)}{2M} \chi_i = i f \chi_f^* \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{m_\pi} \chi_i \quad (11)$$

$$\text{où } \vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i \quad \text{et } f^2/4\pi = g_{\pi NN}^2/4\pi \times \frac{m_\pi^2}{4M^2} = 0.08$$

$$N(p_i) \rightarrow N(p_f) \quad (\text{composante spatiale dominante})$$

$$\sqrt{2E_\rho} \langle \rho N(p_f) | \mathcal{L} | N(p_i) \rangle = ig_{\rho NN} \vec{\epsilon} \cdot \chi_f^* \vec{\sigma} \times \frac{(\vec{p}_f - \vec{p}_i)}{2M} \chi_i (1 + \chi_i) \quad (12)$$

($\vec{\epsilon}$ = polarisation du ρ)

L'examen des expressions ci-dessus pour les mésons ω et σ montre qu'il existe des contributions d'ordre 0 en $\frac{P}{M}$, à priori favorisées donc. Au niveau du potentiel nucléon-nucléon ou nucléon-noyau, les contributions dues à ces particules viennent avec des signes opposés, faisant que les corrections d'ordre supérieurs en $\left(\frac{P}{M}\right)^2$ ne seront pas totalement négligeables. Pour une part, le terme en $\frac{(\vec{p}_f + \vec{p}_i)^2}{8M^2}$ (10) contribuera à la masse effective du nucléon dans le noyau, tandis que les termes $\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_f \times \vec{p}_i$ (9-10) contribueront à l'interaction de spin orbite. Ces derniers termes sont importants ici parce qu'ils donnent lieu à une modification du courant de nucléon dans le noyau et donc à une modification de l'interaction du nucléon avec le champ électromagnétique par rapport au cas libre. Une remarque similaire vaut pour les couplages impliquant les mésons π et ρ . A la différence des cas discutés plus haut, il n'y a pas cependant de contribution à l'ordre 0 et celles qui apparaissent à l'ordre 1 combinent les grandes composantes d'un des nucléons et les petites composantes de l'autre, expliquant qu'elles sont proportionnelles au moment des nucléons. Les amplitudes relatives aux mésons π et ρ impliquent les mêmes facteurs $\vec{\sigma}$ et \vec{q} , mais couplés différemment, reflétant ainsi la différence de spin des deux particules (0 pour le π et 1 pour le ρ).

Nous ne pouvons terminer cette section sans mentionner, les couplages méson-nucléon $\Delta(J=3/2, T=3/2, 1230 \text{ MeV})$. Du à l'isospin de celui-ci, seuls les mésons π et ρ , dont l'isospin est 1, seront susceptibles d'induire une transition nucléon- Δ . Leurs expressions à la limite non relativiste sont les suivantes :

$$\Delta(\vec{p}_i) \rightarrow N(\vec{p}_f)\pi$$

$$\sqrt{2E_\pi} \langle \pi N(p_f) | \mathcal{L} | \Delta \rangle = f_{\pi N \Delta} \chi_N^* \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_i}{m_\pi} \cdot \vec{\chi}_\Delta \quad (13)$$

$$\Delta(\vec{p}_i) + N(\vec{p}_f)\rho$$

$$\sqrt{2E_\rho} \langle \rho N | \mathcal{L} | \Delta \rangle = f_{\rho N \Delta} \vec{\epsilon} \cdot \vec{\chi}_N^* \frac{p_f - p_i}{m_\rho} \chi_{\Delta}^* \quad (14)$$

où $\vec{\chi}_\Delta$ représente un spineur à deux dimensions généralisé pour tenir compte du spin 3/2 de la résonance Δ . La quantité $\vec{\chi}_\Delta$ comportant plus de composantes que nécessaire (6 au lieu de 4), on impose la condition $\vec{\sigma} \cdot \vec{\chi}_\Delta = 0$ pour ne retenir que les 4 degrés de liberté nécessaires. Pour de nombreuses applications, il suffira de connaître l'expression de la somme sur les différents spins du Δ :

$$\sum_{\text{polarisation du } \Delta} \vec{\chi}_\Delta^i \vec{\chi}_\Delta^{j*} = \delta^{ij} - \frac{\sigma^i \sigma^j}{3} \quad (15)$$

Quant à la constante de couplage, $\frac{f_{\pi N \Delta}^2}{4\pi}$, il est souvent fait référence à la valeur de Chew-Low; $\frac{f_{\pi N \Delta}^2}{4\pi} = 4 \cdot f^2 / 4\pi = 0.32$, qui est assez proche de la valeur expérimentale tirée de la largeur du Δ , $\frac{f_{\pi N \Delta}^2}{4\pi} = 0.37$, alors que la valeur calculée dans un modèle de quarks donnerait $\frac{72}{25} \frac{f^2}{4\pi} = 0.23$. Pour le couplage au ρ , il est d'usage d'utiliser la relation

$$\frac{f_{\rho N \Delta}}{f_{\rho NN} (=g_{\rho NN} (1 + \chi_v) \frac{m_\rho}{2M})} = \frac{f_{\pi N \Delta}}{f} \quad (16)$$

La similitude des couplages des mésons π et ρ (11-12, 13-14) aux nucléons et Δ n'est pas le fait du hasard et traduit pour une part le fait que ces baryons ont, en dehors du spin et de l'isospin, une même structure intrinsèque (section Ib).

e) Modèle de Chew-Low ⁵

Nous présentons dans cette section une approche de la résonance Δ très différente de celle donnée dans la section Ib. Il n'y a pas de quarks ici et la résonance Δ apparaît comme le résultat de l'interaction d'un méson π avec un nucléon dans une onde P. L'analyse de l'amplitude de Born pour la diffusion πN (fig.2) montre que l'interaction est attractive dans le canal

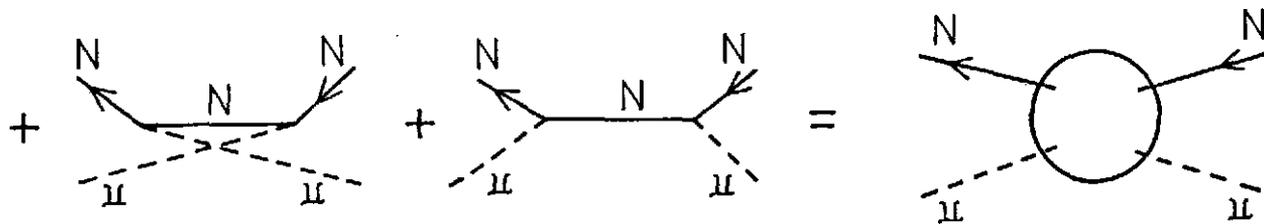


Fig.2 - Présentation de la contribution des termes de Born à l'amplitude $\pi N \rightleftharpoons \pi N$.

$J=3/2$, $T=3/2$, alors qu'elle est répulsive dans les autres canaux ($JT = 1/2 \ 1/2$, $3/2 \ 1/2$ et $1/2 \ 3/2$). La prise en compte des effets de rediffusion accentue le caractère attractif dans le premier canal. Chew et Low ont montré que c'était une bonne approximation d'utiliser pour le déphasage relatif au canal considéré une formule de portée effective, laquelle peut être écrite sous la forme :

$$\operatorname{tg}(\delta_{33}(q)) = \frac{q^3}{3.4\pi m_\pi^2} \left(\frac{4f^2}{\omega q} + \frac{4f^2}{\omega_\Delta - \omega q} \right) \quad (17)$$

Le premier terme correspond à l'amplitude de Born, tandis que le second traduit le renforcement de l'interaction dans le canal $J=3/2, T=3/2$, dû aux effets de rediffusion. Par identification avec la contribution de la résonance Δ , on obtient $f_{\pi N \Delta}^2 = 4f^2$ et $\omega_\Delta = M_\Delta - M$.

L'intérêt de ce modèle est de montrer que la contribution de la résonance Δ vient rehausser (parfois détruire) une contribution déjà présente au niveau des nucléons, et qu'elle est une manière simple de prendre en compte la partie résonante de l'interaction πN dans l'onde P avec $J=3/2, T=3/2$.

f) Potentiel nucléon-nucléon

Le point de départ pour dériver le potentiel NN est l'amplitude de diffusion NN, qui, pour les échanges de mésons considérés ici peut s'écrire :

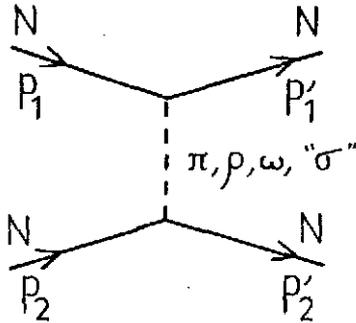


Fig.3 - Définition des variables cinématiques.

$$\begin{aligned} A(p_1 p_2 \rightarrow p_1' p_2') &= \delta^4(p_1 + p_2 - p_1' - p_2') \times \\ &\left\{ -g_{\text{ONN}}^2 \bar{u}(p_1') u(p_1) \frac{1}{m_\sigma^2 + p_1 - p_1'^2 - (E_1 - E_1')^2} \bar{u}(p_2') u(p_2) \right. \\ &- g_{\text{WNN}}^2 \bar{u}(p_1') \left(\gamma^\mu - \frac{i\chi_S}{M} \sigma^{\mu\alpha} (p_1' - p_1)_\alpha \right) u(p_1) \times \\ &\frac{(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_\omega^2})}{m_\omega^2 + (p_1 - p_1')^2 - (E_1 - E_1')^2} \bar{u}(p_2') \left(\gamma^\nu - \frac{i\chi_S}{2M} \sigma^{\nu\beta} (p_2' - p_2)_\beta \right) u(p_2) \\ &- g_{\text{NNN}}^2 i \bar{u}(p_1') \gamma_5 \vec{\tau}_1 u(p_1) \frac{1}{m_\pi^2 + (p_1 - p_1')^2 - (E_1 - E_1')^2} i \bar{u}(p_2') \gamma_5 \vec{\tau}_2 u(p_2) \\ &- g_{\text{PNN}}^2 \bar{u}(p_1') \left(\gamma^\mu - i \frac{\chi_V}{2M} \sigma^{\mu\alpha} (p_1' - p_1)_\alpha \right) u(p_1) \times \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \\ &\left. \frac{(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2})}{m_p^2 + (p_1 - p_1')^2 - (E_1 - E_1')^2} \times \bar{u}(p_2') \left(\gamma^\nu - i \frac{\chi_V}{2M} \sigma^{\nu\beta} (p_2' - p_2)_\beta \right) u(p_2) \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

Chaque terme peut s'obtenir en introduisant les amplitudes méson-nucléon (I_d) relatives à chacun des vertex représentés sur la fig.3, ainsi que le propagateur correspondant à la particule échangée. Suivant le spin de celle-ci, le propagateur contiendra un facteur 1 (spin 0) ou

$(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2})$ (spin 1), lequel est important pour déterminer le signe des forces (attraction ou répulsion).

L'amplitude NN peut recevoir des contributions dues à l'échange successif de plusieurs mésons (diagrammes en échelle). Celles ci sont évidemment difficiles à calculer au delà de l'échange successif de deux mésons. Une manière plus économique de le faire, ou du moins de prendre en compte les contributions les plus importantes, est de résoudre une équation (de Schrödinger le plus souvent) avec un potentiel qui incorporera les processus élémentaires (non réductibles par rapport à l'équation utilisée). Cette approche n'est pas sans approximations. On utilise généralement une approximation non relativiste (à divers ordres) pour décrire les vertex. Plus importante pour la seconde partie de ce cours est l'approximation consistant à négliger le terme d'énergie dans les propagateurs des mésons (18). Enfin, on prend la transformée de Fourier de l'amplitude :

$$\int \frac{d\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{p}_2}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{p}'_1}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{p}'_2}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}'_1 - \vec{p}'_2) \frac{e^{i(\vec{p}'_1 \cdot \vec{x}'_1 + \vec{p}'_2 \cdot \vec{x}'_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{x}_1 - \vec{p}_2 \cdot \vec{x}_2)}}{m^2 + (\vec{p}_1 - \vec{p}'_1)^2}$$

$$= \delta\left(\frac{\vec{x}'_1 + \vec{x}'_2}{2} - \frac{\vec{x}_1 + \vec{x}_2}{2}\right) \left(\delta(\vec{x}'_1 - \vec{x}'_2) - (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)\right) \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}_1 - \vec{x}_2}}{m^2 + q^2} \quad (19)$$

Le 1^{er} facteur au 2^{ème} membre de (19) traduit le fait que le centre de masse reste inchangé. Le 2nd facteur traduit la localité de l'interaction, qui peut toutefois être modifiée de manière infinitésimale par des termes dépendant de p provenant du développement des amplitudes méson-nucléon (Id). Le dernier facteur représente la partie radiale du potentiel qui, pour l'exemple choisi, a une forme de Yukawa : $\frac{e^{-m|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|}}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|}$.

L'élimination de la référence à l'énergie E dans la dérivation du potentiel a pour conséquence de rendre l'interaction entre deux nucléons instantanée. En d'autres termes, il n'existe à côté de la composante NN aucune place explicite pour une composante NN π par exemple. L'opération ci-dessus n'est pas sans prix, puisque les objets que nous décrivons à l'aide du potentiel sont maintenant des nucléons habillés des excitations qu'ils ont induites.

Pour s'en convaincre, il peut être intéressant de considérer un modèle à deux degrés de liberté : le premier décrivant le nucléon proprement dit, celui que l'on observe à l'état libre, dans le champ d'un autre système supposé dans son état fondamental (nucléon ou noyau) et le deuxième décrivant une excitation de ce nucléon dans le champ du même système (ou un de ses états excités). Nous voulons montrer à partir de cet exemple que l'objet que nous sommes habitués à décrire à l'aide d'une équation de Schrödinger à un degré de liberté peut ne pas s'identifier complètement au nucléon nu dans le champ du système dans son état fondamental. Soit ψ , la fonction d'onde du système que nous pouvons écrire

$$\psi = \psi_1 |1\rangle + \psi_2 |2\rangle. \quad (20)$$

ψ est supposé être solution d'une équation :

$$H\psi = E\psi \quad (21)$$

où H est la somme des interactions correspondant aux deux degrés de liberté 1 et 2 et d'une interaction de transition H_T

$$H = H_1 + H_2 + H_T$$

$$H_1 = \frac{\vec{p}^2}{2M_1} + V_1(r), \quad H_2 = \frac{\vec{p}^2}{2M_2} + V_2(r) + \Delta, \quad H_T = V_T(r) \quad (22)$$

L'équation (21) donne lieu à des équations couplées

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2M_1} + V_1(r) - E\right)\psi_1(r) = -V_T(r)\psi_2(r) \quad (23)$$

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2M_2} + V_2(r) - E\right)\psi_2(r) = -V_T(r)\psi_1(r) \quad (24)$$

L'élimination de $\psi_2(r)$ dans (23) permet d'obtenir l'équation que doit vérifier $\psi_1(r)$:

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2M_1} + V_1(r) - E - V_T(r) \frac{1}{\frac{\vec{p}^2}{2M_2} + V_2(r) + \Delta - E} V_T(r)\right) \psi_1(r) = 0 \quad (25)$$

Nous supposons que l'énergie d'excitation de la deuxième composante, Δ , est suffisamment grande pour justifier un développement en $\frac{1}{\Delta}$ et remplacer $\left(\frac{\vec{p}^2}{2M_2} + V_2(r) + \Delta - E\right)^{-1}$ par $\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{\Delta^2}(E - \frac{\vec{p}^2}{2M_2} - V_2(r))$ et faisons la transformation $\psi_1(r) = \psi_0(r) / \sqrt{1 + V_T^2(r)/\Delta^2}$, où $\psi_0(r)$ est une nouvelle fonction à déterminer. Après avoir effectué les opérations ci-dessus sur (25), multiplié à gauche par $(1 + V_T^2(r)/\Delta^2)^{-1/2}$ et à nouveau fait un développement en $1/\Delta$ (jusqu'à l'ordre 2), on obtient l'équation que $\psi_0(r)$ doit satisfaire

$$\frac{\vec{p}^2}{2M_1} + V_1(r) + \delta(V_1(r)) - E \psi_0(r) = 0 \quad (26)$$

$$\text{où } \delta(V_1(r)) = \frac{V_T^2(r)}{\Delta} + \left(\frac{V_T(r)}{\Delta} \frac{\vec{p}^2}{2M_2} \frac{V_T(r)}{\Delta} - \frac{1}{2} \frac{V_T^2(r)}{\Delta^2} \frac{\vec{p}^2}{2M_1} - \frac{1}{2} \frac{\vec{p}^2}{2M_1} \frac{V_T^2(r)}{\Delta^2}\right) + \frac{V_T^2(r)}{\Delta^2} (V_2(r) - V_1(r)) \quad (27)$$

L'équation (26) est a priori une équation susceptible de décrire un nucléon dans le champ d'un autre système. L'examen de l'expression de $\psi_0(r)$ en fonction de $\psi_1(r)$ et $\psi_2(r)$ (à l'approximation considérée) :

$$\psi_0^2(r) = \psi_1^2(r) + \psi_2^2(r) \quad \text{où } \psi_2(r) = \frac{V_T(r)}{\Delta} \psi_1(r) \quad (28)$$

montre cependant que ce n'est qu'en dehors du champ de l'interaction, là où $V_T(r) = 0$, que l'objet décrit par $\psi_0(r)$ peut s'identifier à un nucléon dans le champ du système initial. Là où l'interaction de transition entre les deux composantes est présente ($V_T(r) \neq 0$), cet objet est pour une part un nucléon dans le champ du système initial, pour une autre part un nucléon excité dans le champ du même système (ou un de ses états excités). Il est évident que les propriétés de cet objet (électromagnétiques par exemple) n'ont aucune raison d'être les mêmes que celle de sa composante impliquant un nucléon.

Le résultat ci-dessus est un cas particulier de ce que l'on retrouve sous d'autres formes ailleurs dès que l'on élimine certains degrés de liberté dans la description d'un système. Il en va ainsi pour les mésons, les excitations baryoniques ou les degrés de liberté antinucléon (voir transformation de Foldy-Wouthuysen). Ceux sont les contributions de ces degrés de liberté que dans la seconde partie de ce cours nous essayerons de prendre en compte. A ce point, le langage utilisé demande à être précisé.

Deux approches extrêmes du système nucléaire peuvent se concevoir. D'un côté on pourra le considérer dans toute sa complexité, c'est-à-dire avec prise en compte explicite des degrés de liberté mentionnés plus haut. Les propriétés du système s'obtiennent alors à partir de celles de ses composants. A l'opposé, on le considérera comme un système de A objets indépendants que l'on pourrait appeler nucléons constituants, par analogie avec le terme de quark constituant qui, en physique des particules, représente un quark nu habillé de paires quark-antiquark. Dans ce cas il s'agit d'objets différents du nucléon libre, pouvant recouvrir cependant une certaine réalité physique, le nucléon dont le caractère composite est maintenant admis se polarisant (ou changeant de structure) en présence des autres nucléons. Il est facile d'imaginer qu'il puisse être parfois plus économique de considérer directement ces nucléons constituants, et les modifications de structure que cela suppose, plutôt que de considérer explicitement les degrés de liberté mésiques ou les excitations baryoniques, ceux-ci représentant une autre manière de prendre en compte ces mêmes effets de polarisation du nucléon.

g) Contribution des mésons π et ρ à la force NN

Les mésons π et ρ sont les seuls parmi ceux considérés ici à porter une charge et l'on s'attend à ce qu'ils jouent un rôle particulier dès que l'on s'intéressera à l'interaction du noyau avec le champ électromagnétique. Ils sont directement couplés aux spins et isospins des nucléons (Id) et l'on ne sera pas surpris qu'ils puissent jouer un rôle important dans les transitions impliquant ce canal. Enfin, ils sont les seuls à pouvoir coupler le nucléon à la résonance Δ . Ceux sont là quelques remarques qui expliquent l'intérêt que nous leur portons et qui se manifesteront en particulier dans l'étude de leur contribution à la force tenseur.

Dans l'espace des moments, les forces dues à l'échange des mésons π et ρ , que l'on peut obtenir à partir des éléments donnés dans les sections (Id, If) s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 V_{\pi}(\vec{q}) &= \frac{-g_{\pi NN}^2}{4M^2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q}}{m_{\pi}^2 + \vec{q}^2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \\
 V_{\rho}(\vec{q}) &= \frac{-g_{\rho NN}^2}{4M^2} (1 + \chi_V) \frac{2 \vec{\sigma}_1 \times \vec{q} \cdot \vec{\sigma}_2 \times \vec{q}}{m_{\rho}^2 + \vec{q}^2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

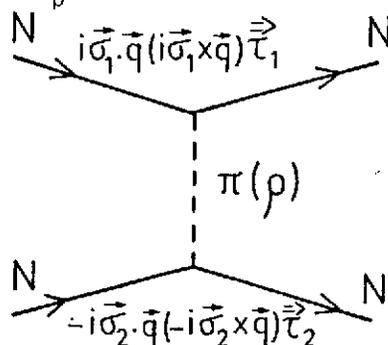


Fig.4 - Contribution des mésons π et ρ à l'interaction NN.

On peut en séparer les parties scalaires et tenseur :

$$\begin{aligned}
 V_{\pi}(\vec{q}) &= \frac{-g_{\pi NN}^2}{4M^2} \frac{1}{m^2 + \vec{q}^2} \left[\frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{3} \vec{q}^2 + (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q} - \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{3} \vec{q}^2) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \right] \\
 V_{\rho}(\vec{q}) &= \frac{-g_{\rho NN}^2}{4M^2} \frac{(1 + \chi_V)^2}{m_{\rho}^2 + \vec{q}^2} \left[\frac{2}{3} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{q}^2 - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q} - \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{3} \vec{q}^2) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \right] \quad (30)
 \end{aligned}$$

Cette dernière écriture permet de se rendre compte, qu'en ce qui concerne la partie tensorielle la contribution du ρ joue le rôle d'un cut-off par rapport à la contribution du π . Ceci n'est pas vrai toutefois pour la partie scalaire, où les deux contributions s'ajoutent au contraire.

Le rôle de cut-off de la contribution du ρ a beaucoup été évoqué dans la littérature ^{4,6}. L'analyse des données sur la diffusion πN indique, qu'un échange de ρ fort serait approprié⁷, alors que dans les potentiels c'est plutôt un ρ faible qu'il faudrait prendre. Sans entrer dans le détail, il faut noter que le potentiel contient des contributions supplémentaires qui ne s'identifient pas à l'échange de la particule ρ ou plus exactement, à l'échange de 2π dans une onde P, et que celles-ci sont en partie responsables de la différence entre ρ faible (potentiel) et ρ fort (déduit de l'interaction πN). La différence n'est pas si importante qu'il n'y paraît si l'on remarque que l'itéré de l'échange du π , qui va résulter de la résolution de l'équation de Schrödinger, a pour une part les nombres quantiques correspondant à l'échange du ρ et vient renforcer la contribution de celui-ci dans le potentiel. Ceci peut-être illustré à partir de quelques nombres relatifs au rapport asymptotique D/S du deuton. Reconstituant la fonction d'onde du deuton à partir du 2nd membre de l'égalité, $\psi = GV\psi$, où G représente la fonction de Green et V le potentiel, on peut montrer que pour le potentiel de Reid, la contribution du π seul à ce rapport asymptotique est 0.0324, alors que la contribution correspondant à l'échange du " ρ " dans le potentiel est de -0.0030 et celle de l'itéré du π de -0.0064. Ces quelques nombres montrent l'importance du rôle de cut-off joué par les contributions correspondant pour une large part à l'échange de 2π . mais surtout, ils montrent l'importance de la contribution de l'itéré de l'échange d'un pion dans cette contribution attribuée à l'échange du ρ .

Ayant discuté de la force tenseur, nous présentons maintenant quelques résultats montrant ses effets dans le cas de l'onde D du deuton, ainsi qu'une comparaison avec l'onde S. Les fonctions d'onde correspondantes (Potentiel de Paris) sont présentées sur la figure (5). Le rapport D/S discuté plus haut ou le pourcentage d'état D dans le deuton, 5-6%, peuvent laisser penser que l'onde D a un rôle négligeable. L'examen de la fonction d'onde montre que cet argument est valable à grande distance, mais l'est beaucoup moins à des distances de l'ordre de 1 fm, où le rapport des ondes D et S, $w(r)/u(r)$, peut atteindre 30%. Dans l'espace des moments, on note que c'est l'onde D qui au-delà de 1.3 fm domine, fournissant ainsi la principale source de composantes de hauts moments dans la fonction d'onde nucléaire.

Le deuton n'est pas un noyau que l'on peut considérer comme représentatif de l'ensemble des noyaux. Les propriétés que nous venons de mentionner, qui concernent le système nucléon-nucléon à petite distance, le sont cependant, la raison étant qu'à de telles distances, le système NN est peu sensible à la présence des autres nucléons et se comporte comme le système libre. Il ne sera donc pas étonnant de retrouver dans les systèmes à grand nombre de nucléons des résultats for semblables à ceux obtenus dans les systèmes à deux nucléons, pourvu que la sonde

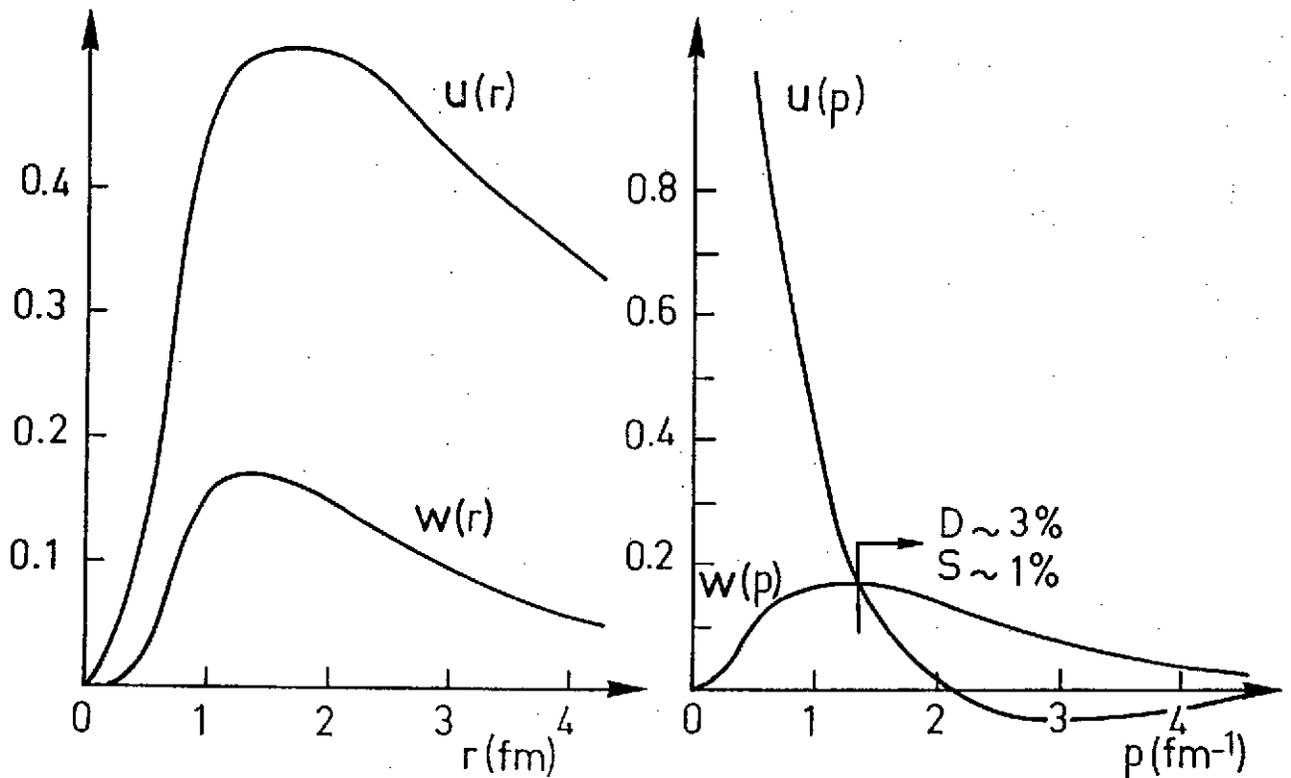


Fig.5 - Représentation graphique de la fonction d'onde du deuteron dans les espaces r et p .

utilisée explore le système NN à petite distance.

h) Relation physique nucléaire - physique des particules

Il n'est pas rare que les études de physique nucléaire soient conçues indépendamment de la physique des particules, une des raisons implicites étant que dans les premières le nucléon est vu comme un objet sans structure. On sait que ce n'est là qu'une approximation et le nucléon observé à l'état libre est une superposition de différentes composantes, dont une composante πN . Le poids de celle-ci, pour un moment du nucléon inférieur au moment de Fermi, $p_F = 1.36 \text{ fm}^{-1}$, peut atteindre 10%. Dès que le nucléon sera plongé dans le milieu nucléaire,

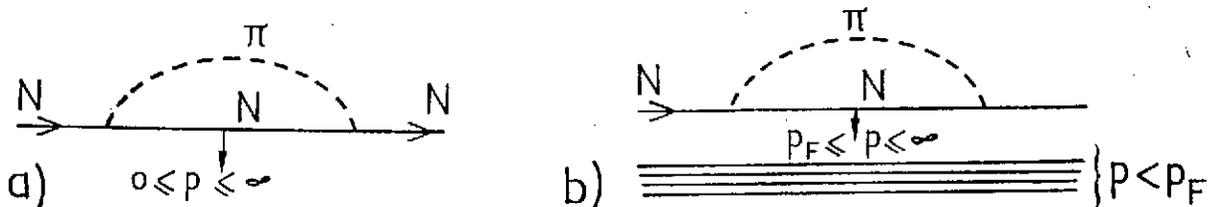


Fig.6 - Représentation d'un nucléon et de sa composante πN dans le cas libre a) et dans le milieu nucléaire b).

c'est autant de sa structure et de ses propriétés qui seront modifiées, du fait du principe de Pauli. Sa masse en particulier changera. La correction correspondante est habituellement prise en compte en calculant l'énergie par particule dans la matière nucléaire due à l'échange d'un π . Cet exemple illustre le fait que les deux manières extrêmes de concevoir le système nucléaire que nous avons mentionnées à la fin de la section If : modification du nucléon dans le milieu nucléaire d'un côté, excitation de degrés mésoniques de l'autre, peuvent dans une certaine mesure

représenter la même physique.

Ce que nous avons dit du nucléon vaut également des pions qui forment une partie du nuage mésonique accompagnant le nucléon. Dans le milieu nucléaire, les pions voient leur structure et leurs propriétés modifiées. Certains processus peuvent notamment diminuer la masse du pion⁸, renforçant ainsi la présence de ceux-ci dans le nucléon et allant donc dans le sens inverse de l'effet du principe de Pauli discuté plus haut. A nouveau il est possible d'identifier dans un calcul de physique nucléaire des contributions prenant en compte les corrections ci-dessus, mais impliquant cette fois l'échange de deux mésons π .

II - COURANTS D'ECHANGE MESONIQUES

Nous avons vu que la suppression de degrés de liberté dans la description d'un système faisait que les entités à partir desquels nous le décrivions étaient différentes des particules libres correspondantes, entraînant du même coup une différence dans leurs propriétés. Dans cette seconde partie, nous considérons les conséquences de cette différence ou, en d'autres termes, la contribution de ces degrés de liberté éliminés à des processus faisant intervenir une interaction extérieure. Pour décrire un système, on introduit généralement plus ou moins de degrés de liberté. On peut ainsi se limiter à des nucléons ou y ajouter des résonances baryoniques ou encore le degré de liberté antinucléon (calcul relativiste). Ceux qui ne sont pas pris en compte sont introduits au travers de ce qu'on appelle courants d'échange. Par la suite, nous nous placerons dans la situation où l'on part de nucléons (constituants) pour décrire un système nucléaire, ce qui est le cas de loin le plus fréquent. C'est aussi le cadre dans lequel la plupart des études sur les courants d'échange ont été faites depuis qu'elles ont pris leur essor⁹.

a) Diagrammes de courants d'échange

La figure 7 montre quelques diagrammes représentatifs de ces courants d'échange. Certains d'entre eux sont directement liés à l'interaction. La sonde extérieure qui peut être

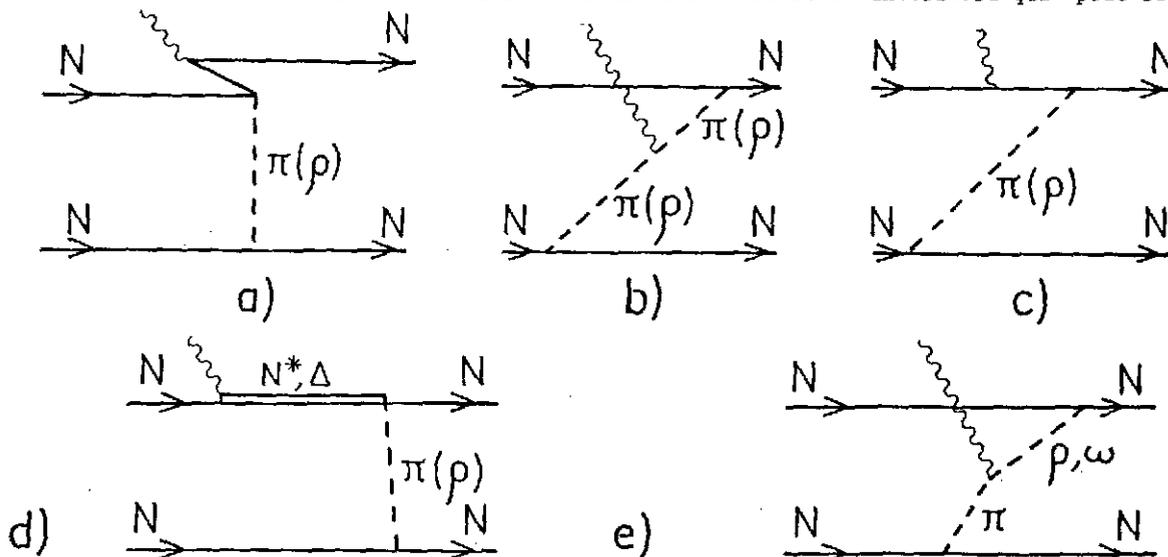


Fig.7 - Diagrammes illustrant quelques contributions de courants d'échange mésoniques.

électromagnétique, faible ou autre peut interagir avec un méson échangé entre deux nucléons (diagramme pionique 7b), exciter une paire nucléon-antinucleon (diagramme de paire 7a), ou encore interagir avec un nucléon en présence d'un pion (diagramme de recul 7c). D'autres diagrammes font intervenir une transition entre des particules différentes, nucléon et Δ par exemple (diagramme de résonance 7d) ou entre un π et un ρ (ou un ω). La liste des diagrammes et des contributions à considérer peut paraître sans fin. Des contraintes externes, liées à la sonde considérée, telles que l'invariance de jauge dans le cas de l'interaction électromagnétique, ou la conservation partielle du courant axial dans le cas de l'interaction faible limitent toutefois l'arbitraire qu'il peut y avoir sur les diagrammes à retenir et on peut espérer qu'il disparaîtra complètement lorsque l'on saura travailler avec les processus hadroniques à un niveau plus élémentaire (quarks par exemple).

b) Opérateurs décrivant les courants d'échange dans le cas de l'interaction électromagnétique

La contrainte importante ici est l'invariance de jauge que l'on peut exprimer sous la forme :

$$e^{-i \int e_i S(\vec{r}_i)} H(A(\vec{r}_j) - \vec{\partial}_j S) e^{i \int e_i S(\vec{r}_i)} = H(A(\vec{r}_j)), \quad (31)$$

où H représente le Hamiltonien total. Il est facile de voir que les parties du Hamiltonien contenant les opérateurs \vec{p} , ou encore des termes résultant de l'échange de particules chargées ($\vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j$) ne sont pas invariants de jauge. Une recette simple permet de construire une interaction ayant les propriétés désirées. On peut s'assurer en effet que les quantités :

$$\vec{p} + e \frac{1 + \tau_z}{2} \vec{A}, \quad (32.a)$$

et

$$(\vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j) \frac{e^{-\mu r_{12}}}{4\pi r_{12}} + e(\tau_i \times \tau_2)^z \int d\vec{r}_3 \left[\frac{e^{-\mu r_{13}}}{4\pi r_{13}} \vec{\partial}_3 \frac{e^{-\mu r_{23}}}{4\pi r_{23}} - (1 \leftrightarrow 2) \right] \vec{A}(\vec{r}_3) \quad (32.b)$$

(pour le cas d'un potentiel du type de Yukawa) sont chacune invariantes de jauge. En remplaçant les opérateurs, \vec{p} et $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2 \frac{e^{-\mu r_{12}}}{4\pi r_{12}}$, présents dans le hamiltonien par ceux donnés ci-dessus, on aura une interaction invariante de jauge. Ceci donne l'interaction électromagnétique minimale¹⁰. La recette ci-dessus peut être appliquée à l'énergie cinétique où elle fournit l'interaction entre le champ électromagnétique et le courant de nucléon, à un terme dépendant des vitesses dans le potentiel (nucléon-noyau par exemple) ou à l'interaction de spin orbite (rappel : $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$). Pour montrer l'intérêt, mais aussi les limites de la méthode, nous l'appliquons au potentiel NN résultant de l'échange du méson π :

$$V_\pi = \frac{g_{\pi NN}^2}{4M^2} \left(\frac{\sigma_1^i \sigma_2^j + \sigma_2^i \sigma_1^j}{2} \right) \partial_r^i \partial_r^j \left(\frac{e^{-m_\pi r}}{4\pi r} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \right) \quad (33)$$

A priori, l'interaction électromagnétique minimale obtenue à partir de l'expression de V_π (33) ne devrait mener qu'à des termes de spin scalaire ou tensoriel d'ordre 2. Par contre, si l'on sait que la contribution ci-dessus résulte de l'échange d'une particule pseudoscalaire et que l'on part de l'expression correspondante :

$$V_\pi = \frac{g_{\pi NN}^2}{4M^2} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{\sigma}_2 \left(\frac{e^{-m_\pi r_{12}}}{4\pi r_{12}} \Rightarrow \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \right) \quad (34)$$

il peut également apparaître des termes tensoriels d'ordre 1 ($\vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2$). C'est ce que montre l'expression complète du courant d'échange relatif au méson π .

$$\begin{aligned} H_{el}^\pi(\vec{A}) = & - e \frac{g_{\pi NN}^2}{4M^2} (\vec{\tau}_1 \times \vec{\tau}_2)^z \left[(\sigma_1^i \sigma_2^j + \sigma_2^i \sigma_1^j) \left\{ -A^i(r_1) \partial_2^j \left(\frac{e^{-m_\pi r_{12}}}{4\pi r_{12}} \right) + (1+2) \right. \right. \\ & - \partial_1^i \partial_2^j \int d\vec{r}_3 \left(\frac{e^{-m_\pi r_{13}}}{4\pi r_{13}} \vec{\sigma}_3 \left(\frac{e^{-m_\pi r_{23}}}{4\pi r_{23}} \right) - (1+2) A(\vec{r}_3) \right) \left. \left. \right\} \right. \\ & + (\vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2) \left\{ \partial_{\vec{r}_{12}} \left(\frac{e^{-m_\pi r_{12}}}{4\pi r_{12}} \right) \times (\vec{A}(\vec{r}_1) - \vec{A}(\vec{r}_2)) \right. \\ & \left. \left. + \vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2 \int d\vec{r}_3 \left(\frac{e^{-m_\pi r_{13}}}{4\pi r_{13}} \vec{\sigma}_3 \left(\frac{e^{-m_\pi r_{23}}}{4\pi r_{23}} \right) - (1+2) \vec{A}(\vec{r}_3) \right) \right\} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

Le 1^{er} terme dans (35) peut s'obtenir à partir des recettes données plus haut appliquées à l'expression (33) de V_π et en se souvenant que l'opérateur dérivée peut être remplacé par un commutateur impliquant l'opérateur \vec{p} . Il illustre la manière d'obtenir une interaction invariante de jauge à partir d'un potentiel quelconque. Le 2^{ème} terme montre qu'il est important de connaître l'origine exacte de l'interaction. Il apparaît en utilisant les mêmes recettes, mais appliquées à (34) au lieu de (33), la différence entre ces deux expressions provenant simplement de l'usage qui a été fait de la relation $\vec{\sigma}_1 \frac{e^{-m_\pi r_{12}}}{r_{12}} = -\vec{\sigma}_2 \frac{e^{-m_\pi r_{12}}}{r_{12}}$. Il est évidemment invariant de jauge en lui-même et, comme beaucoup de termes ayant cette propriété, il se manifestera surtout dans les transitions magnétiques.

Si l'approche développée ci-dessus offre l'avantage de fournir des contributions qui assurent l'invariance de jauge, il n'est pas sûr qu'elle donne toutes les contributions possibles comme on peut s'en convaincre en examinant les diagrammes 7d et 7e. En dehors du fait qu'elle donne généralement plus, l'approche diagrammatique fournit une interprétation des différentes contributions introduites plus haut que nous considérons maintenant. Nous commençons par le diagramme de Feynman correspondant à l'échange d'un méson (fig.8). Celui-ci peut se décomposer en différents diagrammes ordonnés dans le temps. Le premier d'entre eux ($E > 0$, voir section 1c) est normalement pris en compte au travers de la fonction d'onde, pourvu que le potentiel utilisé contienne la contribution due à l'échange du méson correspondant. Le second ($E < 0$) correspond à l'excitation du degré de liberté antinucléon. Il n'est pas pris en compte autant

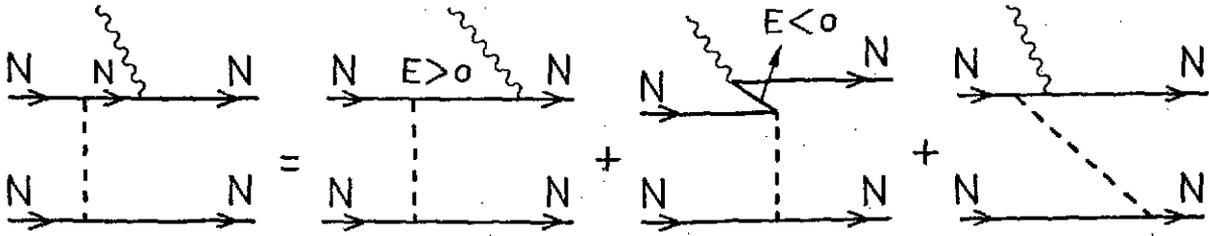


Fig.8 - Décomposition du diagramme de Feynman (à gauche) en diagrammes ordonnés dans le temps (à droite).

que l'on fasse un calcul non relativiste. Sa contribution peut être évaluée par un simple calcul de perturbation. Elle s'identifie aux termes introduits en effectuant, plus haut, le remplacement de \vec{p} par $\vec{p} + e \frac{1+\tau^z}{2} \vec{A}$. Une réserve sur cette identification doit être faite cependant, comme peut le montrer l'emploi d'un couplage du π au nucléon du type pseudo-vectériel. Le 3^{ème} diagramme, dit de recul, n'est pas pris en compte en principe, puisque la description nucléaire néglige la possibilité d'une composante $NN\pi$. Dans la pratique, ceci n'est pas aussi clair. Dans le cas d'une sonde faisant intervenir la charge électrique, on s'attend à ce que cette contribution de recul soit compensée par celle provenant de la probabilité d'avoir une composante $NN\pi$ dans le système (correction de norme). Par ailleurs, le potentiel nucléon-nucléon contient généralement plus que la contribution correspondant au premier diagramme ordonné dans le temps discuté plus haut, la différence pouvant correspondre dans certains cas au diagramme de recul. Pour ces différentes raisons, la contribution de ce diagramme de recul est le plus souvent négligée.

Le deuxième diagramme à retenir notre attention est celui de la fig.7b. Sa contribution s'identifie à celle que l'on obtient en utilisant la quantité invariante de jauge (32.b).

Les deux derniers diagrammes 7d et 7e n'ont pas comme les précédents de correspondant dans l'interaction nucléon-nucléon. Ils peuvent être importants pour une transition impliquant le spin et l'isospin, le nucléon et le Δ d'une part, les mésons π et ω (ou ρ) d'autre part, étant fortement couplés dans ce cas. Leurs contributions sont évidemment invariantes de jauge, mais on peut imaginer qu'au niveau quark, on puisse les faire apparaître naturellement en utilisant le principe de l'interaction minimale utilisé au début de cette section au niveau des mésons et nucléons.

Nous voudrions terminer cette section par une remarque sur le rôle des courants d'échange, dont les contributions sont souvent surajoutées à d'autres sans liaison évidente. L'élimination des degrés de liberté dans la description d'un système nucléaire nous a amené à considérer que le nucléon dans le noyau était différent du nucléon libre (section 1f). Les contributions des courants d'échange permettent de prendre en compte ces modifications. Elles tiennent compte du fait que le courant du nucléon, qui est la quantité normalement couplée au potentiel vecteur \vec{A} , est modifié dans le milieu nucléaire, où il est déterminé par la masse effective au lieu de la masse nue. Elles permettent aussi de tenir compte de changements dans la structure du nucléon déjà mentionnés dans la section 1c. Ainsi la contribution au moment magnétique correspondant au diagramme 9a), qui pourrait à elle seule expliquer tout le moment magnétique anomal isovecteur du nucléon, sera modifiée du au fait que le principe de Pauli interdira certaines contributions (fig.9b).

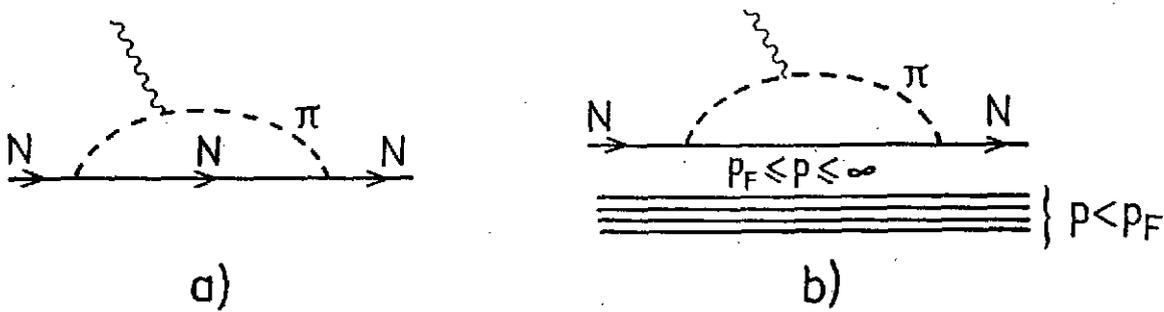


Fig.9 - Diagramme représentant une contribution de la composante πN du nucléon à l'interaction électromagnétique pour un nucléon libre (a) et dans le milieu nucléaire (b).

c) Contributions des courants d'échange mésoniques à des transitions électromagnétiques

1) Transitions électriques

Parmi les diverses transitions électromagnétiques, les transitions électriques sont les plus sensibles aux termes liés à l'interaction NN par l'invariance de jauge. Cette même particularité en limite toutefois les effets observables, les mêmes termes de l'interaction donnant lieu à des corrections au niveau nucléaire (fonction d'onde) et au niveau des courants d'échange qui tendent à se compenser dans de nombreux cas. Ceci est fort bien illustré par le théorème de Siegert pour une transition E1 à faible transfert :

$$\begin{aligned} \langle \psi_f | H_{el.} (\vec{A}(r) = \vec{E}) | \psi_i \rangle &= \langle \psi_f | H_{int. forte} | \psi_i \rangle, \quad ir \cdot \vec{E} | \psi_i \rangle \\ &= (E_f - E_i) \langle \psi_f | ir \cdot \vec{E} | \psi_i \rangle, \end{aligned} \quad (36)$$

qui permet d'exprimer l'élément de matrice de l'interaction électromagnétique, fortement dépendant des détails de l'interaction forte, comme le commutateur de cette interaction avec l'opérateur $ir \cdot \vec{E}$ qui est indépendant de ces détails.

2) Transitions magnétiques isoscalaires

Pour caractériser l'ordre de grandeurs des effets de courants d'échange dans ce cas, il est souvent fait référence au moment magnétique anomal isoscalaire du nucléon. Celui-ci étant faible ($\mu_s = 0.12$), on en déduit que l'influence du nuage mésonique entourant le nucléon est elle-même faible dans le cas de cette observable et sera donc peu perturbé par la présence d'autres nucléons. L'information la plus précise sur cette correction est probablement fournie par le moment magnétique du deuton, $\mu_{exp} = 0.8574$, qui diffère de 1% du moment théorique 0.8468 (Potentiel de Paris). Diverses contributions interviennent ici. Pour une part, elles sont liées à l'interaction (terme dépendant des vitesses ou terme de spin orbite) et sont en principe calculables à partir de ce que nous avons indiqué au début de la section IIb). Il y a aussi une contribution non négligeable d'un diagramme du type (7e) (échange π, ρ). Ces diverses contributions sont de l'ordre de grandeur souhaité pour expliquer la différence théorie-expérience, mais il n'est pas sûr qu'elles en donnent au total une explication satisfaisante ¹¹.

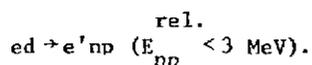
3) Transitions magnétiques isovecteurs

Les transitions magnétiques isovecteurs sont celles où les contributions des courants d'échange sont probablement les plus révélatrices des mécanismes fondamentaux de l'interaction forte. Ceci n'est pas sans relation avec la haute valeur du moment magnétique anomal isovecteur du nucléon ($\mu_v = 3.7$), qui indique un rôle important du nuage mésonique entourant le nucléon, ou encore avec la faible masse du pion dont la contribution est déterminante dans le cas présent. Ces différentes raisons expliquent les développements que nous ferons à leur sujet.

Les opérateurs décrivant les courants d'échange étant de courte portée (relativement à la contribution à un corps), on s'attend à ce que leurs contributions entre des états de deux nucléons dans une onde S soient dominantes. Pour étudier cette contribution particulière, il est approprié de considérer les noyaux légers d, t, ^3He , ^4He puisque les nucléons y sont essentiellement dans un état de moment angulaire orbital relatif nul. Plusieurs processus peuvent y être sensibles : la capture radiative de neutrons thermiques par des protons ($n + p \rightarrow d + \gamma$) ou des deutons ($n + d \rightarrow t + \gamma$), l'électrodésintégration du deuton pour une faible énergie relative du système np ($ed \rightarrow e'np$), les moments et facteurs de forme magnétiques des noyaux de ^3He ou t. Plusieurs de ces processus ou observables sont discutés dans le volet expérimental du cours présent ¹². Du point de vue théorique, il suffira d'étudier l'un d'entre eux en détail. En effet, la présence d'un 3^{ème} ou 4^{ème} nucléon perturbe assez peu la dynamique régissant le mouvement relatif de deux nucléons à des distances de l'ordre de 1 fm, où les contributions des courants d'échange sont importantes et leur étude dans ces noyaux ne nous apprendrait rien de fondamentalement neuf par rapport au système à deux corps. Nous considérerons donc la réaction



et la réaction inverse pour des transferts non nuls :



La transition élémentaire qui est en jeu dans les deux cas est une transition entre un état 1S_0 (np) et un état 3S_1 (deuton) (couplé à 3D_1 par l'intermédiaire de la force tenseur). L'amplitude de transition dans le 1^{er} cas a une expression simple :

$$A(n + p \rightarrow d + \gamma) \approx (1 + \mu_v) \int dr u_{1S_0}^{np} u_{3S_1}^d(r) \quad (37)$$

Le calcul de celle-ci a été minutieusement étudié ¹³ et, de la comparaison avec l'expérience ¹⁴, il ressort qu'elle est trop faible de 5%. L'explication grossière du désaccord à partir des contributions dues aux courants d'échange est assez vieille maintenant ¹⁵. Nous en donnons le détail (actualisé) dans la table II.

Plusieurs commentaires doivent être faits sur ces résultats. Concernant la contribution 3S_1 du deuton, on notera la contribution négative du terme pionique qui n'est pas sans relation avec l'effet du principe de Pauli sur la contribution du nuage de pions au moment magnétique anomal isovecteur du nucléon (fin de la section IIb). L'absence de contribution pour le terme de résonance est simplement due au fait qu'il n'existe pas de transition entre le système NN et le système NA, chacun étant dans une onde S ¹⁶. Au total, la contribution de la composante

<u>Echange du π</u>	$^1S_0 \leftrightarrow ^3S_1$	$^1S_0 \leftrightarrow ^3D_1$
terme de paire	2.85%	.64%
terme pionique	-1.11%	.64%
terme de résonance	0%	1.60%
total	1.74%	2.89%
<u>Echange du ρ</u>		
paire + "pionique"	= 0.21% + 0.07% = 0.28%	

Table II : Contributions des CEM à la transition $n+p+d+\gamma$

3S_1 du deuton pour l'échange du pion ne représente qu'un tiers de ce qui est souhaité.

La plus grosse contribution vient de la composante 3D_1 du deuton, comme le montre la table II. Se rappelant que l'onde 3D_1 du deuton est due pour une grande part à l'échange d'un méson π (section Ig), on peut considérer que toutes les contributions figurant dans la 2^{ème} colonne de la table impliquent l'échange de 2π , lesquelles vont venir renforcer la contribution du méson ρ , comme c'est le cas pour l'interaction forte (Ig). Quant à la contribution de la résonance Δ , on peut vérifier qu'elle vient renforcer la contribution qui dans la partie à un corps serait due à l'itéré de l'échange du π via la composante 3D_1 , lequel donne une contribution attractive à la force dans l'état 3S_1 . Ceci est en accord qualitatif avec ce que nous avons mentionné à propos de la résonance Δ dans le modèle de Chew-Low (Ic).

Le total des contributions figurant dans la Table II peut donner l'impression que l'on explique le désaccord de 5% mentionné au début de la discussion. En fait, les résultats présents ne tiennent compte ni de l'effet de facteurs de forme hadroniques, ni de la contribution du ρ provenant de la composante 3D_1 du deuton et qui, toutes deux, tendent à réduire les résultats présentés. On ne peut exclure qu'il manque une contribution de l'ordre de 1%.

Après avoir considéré la capture, $n+p \rightarrow d+\gamma$, nous considérons maintenant le processus inverse à transfert non nul, $ed + e'np$ ($E^{np} < 3$ MeV). Celui-ci est le processus où la contribution des CEM se manifeste de la manière la plus frappante, tout en expliquant les résultats expérimentaux dans la région de $q \approx 12 \text{ fm}^{-2}$ 17-18. Le détail de cette comparaison étant fourni dans le volet expérimental du cours 12, nous nous attacherons à présenter ici un point de vue totalement différent, mais qui, nous semble-t-il, peut ouvrir des perspectives nouvelles dans ce domaine.

L'amplitude normale pour le processus considéré peut s'écrire :

$$A(ed + e'np) \approx (1 + \mu_V) \int dr u_{1S_0}^{np}(r) \left(j_0(qr) u_{3S_1}^d(r) - j_2(qr) \frac{w_{3D_1}^d(r)}{\sqrt{2}} \right) \quad (38)$$

Elle a une contribution de la composante 3S_1 du deuton, mais aussi de la composante 3D_1 , dont on sait qu'elle correspond à de hauts moments (Ig). Chacune de ces contributions est représentée

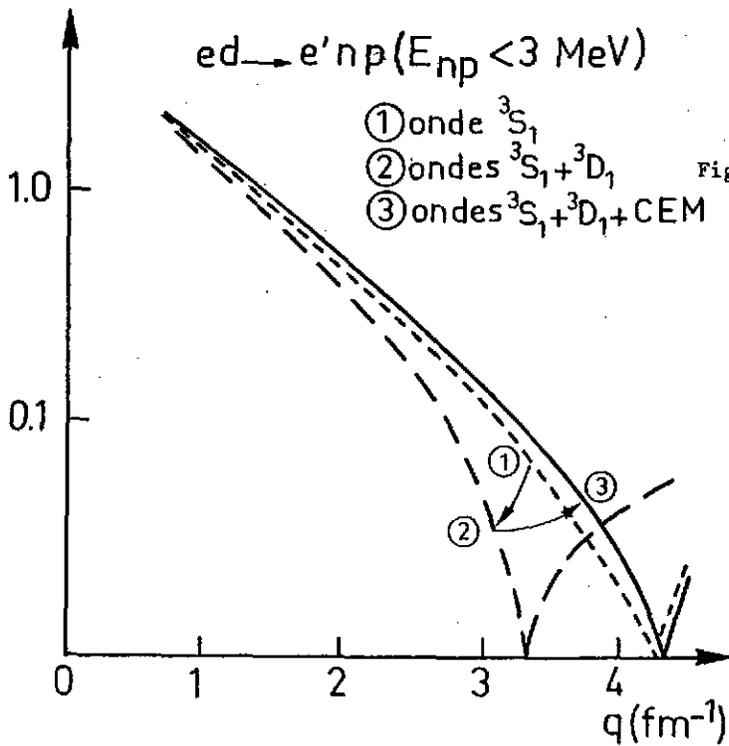


Fig.10 - Différentes contributions à l'amplitude pour l'électrodésintégration du deuteron.

sur la figure 10. Plus exactement, nous avons représenté la contribution totale incluant les deux composantes 3S_1 et 3D_1 , ce que l'on cite habituellement, mais aussi la contribution de la composante 3S_1 seule. L'examen de la figure montre que la contribution des courants d'échange, dominée par le terme de paire, annule pour une grande part la contribution à un corps provenant de la composante 3D_1 du deuteron. Nous voulons montrer que, pour une part, ce résultat n'est pas fortuit.

Se rappelant à nouveau que la composante 3D_1 du deuteron provient pour l'essentiel de l'échange d'un méson π , il n'est pas difficile de voir que la contribution due à cette composante et celle du terme de paire correspondent respectivement aux parties à énergie positive et négative du même diagramme de Feynman (fig.8). Ceci montre que les deux contributions ne sont pas indépendantes a priori. Une réponse plus précise requiert que l'on considère les parties à énergie positive et négative du propagateur relatif au nucléon intermédiaire de la fig.8 :

$$\frac{\gamma \cdot \vec{p} + M}{p^2 - M^2} = \frac{\gamma_0 E_0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{p} + M}{E_0^2 - \vec{p}^2 - M^2} = \frac{1}{2E_p} \left\{ \frac{\gamma_0 E_p - \vec{\gamma} \cdot \vec{p} + M}{E_0 - E_p} - \frac{(-\gamma_0 E_p - \vec{\gamma} \cdot \vec{p} + M)}{E_0 + E_p} \right\}, \quad (39)$$

où $E_p = \sqrt{M^2 + \vec{p}^2}$.

Insérant maintenant ce propagateur dans l'amplitude $\gamma N \rightarrow \pi N$, qui est un des ingrédients de l'amplitude $ed \rightarrow e'np$, et considérant une cinématique où les nucléons sont au repos, le γ et le π de haut moment, mais de faible énergie (hors couche), on obtient pour la partie proportionnelle au potentiel vecteur \vec{A} (les termes en $\vec{\delta} \times \vec{A}$ ne sont pas considérés ici) :

$$A(\gamma(\vec{q})N + \pi(\vec{q})N) = \bar{u}(\vec{p}_F) \approx 0 \gamma_5 \frac{\gamma \cdot \vec{p} + M}{p^2 - M^2} \vec{\gamma} \cdot \vec{\epsilon} u(\vec{p}_i) = 0$$

$$= X_F^* \left(\frac{M - E_q}{E_0 (=M) - E_q} - \frac{M + E_q}{E_0 + E_q} \right) \vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon} X_i \quad (40)$$

Pour de hauts moments, le 1^{er} terme entre parenthèses dans (40), qui correspond aux composantes de haut moment dans la fonction d'onde (provenant de l'onde D du deuton dans ce cas (I_g)) sera de l'ordre de 1 et annulera la contribution du 2^{ème} terme, également de l'ordre de 1 et correspondant au degré de liberté antinucléon. Dans ce résultat, le fait que les opérateurs γ_5 et $\vec{\gamma} \cdot \vec{e}$ couplent des petites et des grandes composantes joue un rôle essentiel. Par ailleurs, on peut montrer qu'il reste valable pour une cinématique plus proche de la situation étudiée expérimentalement.

Il est encore trop tôt pour dire si l'argument développé ci-dessus suffit à expliquer toute la compensation mentionnée dans le cas de l'électrodésintégration. Il montre en tout cas que la base avec laquelle nous travaillons le plus souvent, faite de nucléons et antinucléons observés à l'état libre, n'est pas des plus adaptées pour décrire un nucléon en interaction et qu'un calcul relativiste qui ignore cette distinction serait peut être préférable.

d) Remarques diverses

1) Facteurs de forme

L'interprétation des résultats de l'électrodésintégration à haut transfert, $q^2 \approx 20-25 \text{ fm}^{-2}$, a soulevé le problème des facteurs de forme électromagnétique à associer aux courants d'échange, $G_E(q)$ ou $F_1(q)$ ¹⁷⁻¹⁸. Nous ne donnerons pas les arguments en faveur de l'un ou l'autre, mais au contraire montrerons la nature du problème qui se pose.

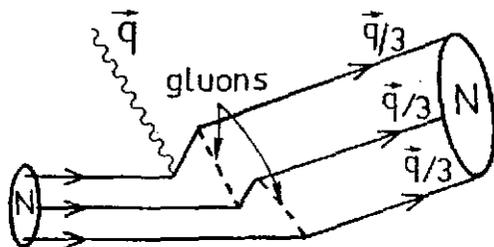


Fig.11 : Diagramme participant au facteur de forme du nucléon en termes de quarks.

Le facteur de forme inclut un certain nombre de processus tels que ceux de la figure 11, qui ont lieu entre $t = -\infty$ et $t = +\infty$. Si le nucléon interagit avec un autre système en échangeant un pion tels que sur la figure 8, la suite des processus représentés sur la figure 11 sera alors interrompue, laissant le système dans un état excité en général et empêchant donc l'utilisation des facteurs de forme du nucléon à l'état libre. Plus exactement, à la contribution du nucléon dans l'état intermédiaire (fig.8), il faudra maintenant ajouter la contribution de résonances baryoniques. Pour mesurer l'importance possible de celles ci, il peut être intéressant de mentionner que l'on peut construire des exemples où leur effet compenserait exactement l'effet de facteurs de forme aux vertex, que l'on aurait pu introduire dans les calculs habituels en croyant les améliorer!!!

2) Systèmes plus lourds

La principale différence entre les systèmes à 3 ou 4 nucléons et à 2 nucléons est la plus grande densité des premiers dont l'effet sera de rehausser relativement la contribution des CEM (20% pour le moment magnétique isovecteur de ${}^3\text{He}$ ¹⁹ contre 5% pour la capture $n+p \rightarrow d+\gamma$).

Lorsqu'on considère des noyaux plus lourds, une autre source de différence apparaît. Les nucléons sont non seulement dans un état de moment angulaire relatif S , mais aussi P , D En ce qui concerne la contribution faisant intervenir une transition entre états S , il a pu être montré que l'effet des corrélations (tenseur en particulier) est qualitativement et quantitativement très semblable à ce qui se passe dans les systèmes légers²⁰. Les autres transitions diminuent globalement la contribution des termes de paire et pionique, ce qui est lié au caractère d'échange de ces contributions, et fait que la contribution de la résonance Δ (en absence de corrélation) produit un effet moyen destructif atteignant 5% dans le cas des moments et transitions magnétiques au voisinage de ^{40}Ca . L'effet des corrélations tenseur relatives à l'onde 3S_1 devrait diminuer ce nombre alors que dans les autres ondes, il pourrait aller dans l'autre sens, en venant en quelque sorte renforcer la partie destructive de l'effet dû à l'échange du ρ ²¹.

L'effet d'atténuation dû à la résonance Δ est beaucoup plus faible que celui obtenu dans d'autres approches, lesquelles ont fait l'objet d'une revue assez complète dans le cadre de la même école en 1983²². La différence est essentiellement liée à la valeur à utiliser pour le paramètre, $g'_{\Delta N}$, qui caractérise l'intensité de la force $p-t \leftrightarrow \Delta-t$. Celle-ci pourrait en effet contenir des contributions substantielles dues à la polarisation du milieu non incluses ici. Leur statut actuel étant fortement discuté toutefois, nous n'entrerons pas dans le détail et laisserons au temps le soin de faire son travail de décantation.

Les quelques éléments de cours donnés ici sont fort loin de couvrir tout le domaine relatif aux degrés de liberté mésoniques et excitations baryoniques. Un aperçu plus complet pourra être trouvé dans "Mésons in nuclei"²³ ou dans certaines des conférences représentatives de ce domaine, Versailles 1981 notamment²⁴. Dans l'esprit de ces revues ou conférences, nous avons tenté de montrer que les études sur la force nucléon-nucléon d'une part, sur les effets mésoniques apparaissant dès que l'on veut explorer le noyau avec une sonde extérieure d'autre part, étaient fortement connectées, les unes et les autres nous renvoyant à la structure du nucléon et à ses modifications dans le milieu nucléaire. Nous espérons également avoir fait sentir que les recherches dans ce domaine ne sont pas closes et que, même là où des explications satisfaisantes existent, il n'est pas sûr que l'on ne puisse analyser les résultats d'une manière nouvelle, susceptible de donner du noyau une image assez différente de celle qu'on lui connaît²⁵.

REFERENCES

- 1) M. Lacombe, B. Loiseau, J.M. Richard, R. Vinh Mau, P. Pirès and R. de Tournell, Phys. Rev. D12(1975) 1495.
- 2) M. Bawin and M. Jaminon, Nucl.Phys. A407(1983) 515.
- 3) C. Michel, Phys.Rev. 133(1963) B329.
- 4) E. Oset, H. Toki and W. Weise, Phys.Reports 83(1982) 281.
- 5) G.F. Chew and F.E. Low, Phys.Rev. 101(1956) 1571.
- 6) W.H. Dickhoff, A. Faessler and H. Mütter, Phys.Rev.Lett. 49(1982) 1902.
- 7) G. Hohler and E. Pietarinen, Nucl.Phys. B95(1975) 210.
- 8) M. Ericson, Cours à l'Ecole Joliot-Curie, Bombannes (1984)
- 9) M. Chemtob and M. Rho, Nucl.Phys. A163(1971) 1.
- 10) R.G. Sachs, Phys.Rev. 74(1948) 433.
- 11) D.O. Riska, Preprint (1984)
- 12) B. Frois, cours à l'Ecole Joliot-Curie, Bombannes (1984).

- 13) H.P. Noyes, Nucl.Phys. 74(1965) 508.
- 14) A.E. Cox et al., Nucl.Phys. 74(1965) 497.
- 15) D.O. Riska and G.E. Brown, Phys.Lett. 38B(1972) 193.
- 16) B. Desplanques and J.F. Mathiot, Phys.Lett. 116B(1982) 82.
- 17) W. Leidemann and H. Arenhövel, Nucl.Phys. A393(1983) 385.
- 18) J.F. Mathiot, Nucl.Phys. A412(1984) 201.
- 19) E. Hadjimichael, B. Goulard and R. Bornais, Phys.Rev. C27(1983) 831.
- 20) J.F. Mathiot, thèse de 3^{ème} cycle, Orsay (1981).
- 21) I.S. Towner and F.C. Khanna, Nucl.Phys. A399(1983) 334.
- 22) J.F. Blaizot, cours à l'Ecole Joliot-Curie, Bombannes (1983).
- 23) Mesons in Nuclei, Edited by M. Rho and D. Wilkinson, North-Holland (1979).
- 24) High Energy Physics and Nuclear Structure, Nucl.Physics A374(1982)
- 25) M. Rho, Annual Review of Nuclear and Particle Science (1984).

DEGRES DE LIBERTE SUBNUCLEONIQUES

B. FROIS

Service de Physique Nucléaire/Haute Energie, CEN Saclay

REMERCIEMENTS

La préparation de ce cours a été considérablement facilitée par l'aide importante que m'ont apportée E. Aslanides, A. Boudard, C. Djalali, J.M. Durand, C. Gaarde, J.M. Laget, J.F. Lecolley, B. Mayer, A. Richter, M. Roy-Stephan et B. Tatischeff pour l'interprétation de leurs résultats et pour la communication de certains résultats avant leur publication. Je les en remercie très vivement.

L'école Joliot-Curie est une école stimulante particulièrement sympathique et j'ai été très heureux d'y faire ce cours. Je remercie les organisateurs de cette école et en particulier Philippe Quentin pour leur invitation.

Enfin la préparation matérielle de ce manuscrit a été faite par Mme Lepage et ses collaborateurs. Je leur suis très reconnaissant pour leur aide aimable et efficace.

1 INTRODUCTION

On pense généralement que la structure nucléaire peut s'expliquer en ne tenant compte que d'un seul type de particules rigides et sans structure interne : les nucléons. Pendant très longtemps les moyens expérimentaux ne permettaient de voir que les interactions nucléaires à des distances relativement grandes, aussi cette description paraissait-elle tout à fait suffisante. On ignorait les phénomènes qui se déroulent à plus courte distance, paramétrisant ce dont on ne connaissait pas la nature, pensant que les degrés de liberté subnucléoniques ne jouaient qu'un rôle infime et d'un intérêt minime. La physique nucléaire a donc été surtout la physique des interactions entre nucléons et de leurs mouvements dans les noyaux. Elle s'est dissociée de la recherche des constituants élémentaires, de leur nature et de leurs interactions laissant entièrement ce domaine à la physique des particules.

Pour commencer à avoir en physique nucléaire une vue cohérente des effets subnucléoniques et pour dégager leur intérêt théorique, il a fallu attendre ces dernières années. Du point de vue expérimental, on a dû mettre en oeuvre des moyens techniques considérables. Une question vient évidemment tout de suite à l'esprit : "Pourquoi être allé se compliquer tellement la vie pour rechercher des phénomènes aussi rares ?"

Le nucléon n'est que l'état fondamental d'un objet complexe, le Baryon. Il possède un très grand nombre d'états excités (figure 1) qui traduisent sa structure en quarks. L'énergie minimum nécessaire pour exciter un nucléon est de 300 MeV, alors que les énergies d'excitation du noyau sont de l'ordre de quelques MeV, il pouvait donc paraître à première vue tout à fait justifié de s'attendre à ce que le nucléon reste rigide et sans structure apparente à l'échelle de la physique nucléaire. Pourtant les résultats des recherches de ces dix dernières années ont montré que ce n'était pas le cas. Les données expérimentales les plus simples ne peuvent pas faire l'objet d'explication quantitative sans avoir recours aux degrés de liberté subnucléoniques. C'est le cas par exemple des énergies de liaison des noyaux très simples comme le deutérium et le tritium, de leur moment quadripolaire et de leur moment magnétique, mais aussi de la distribution spatiale de leur charge et de leur magnétisation. On sait maintenant qu'il sera impossible de faire une description correcte de la structure du noyau en ne tenant compte que de la présence de nucléons.

Cette situation en physique nucléaire est très voisine de celle dans laquelle se trouvait la physique atomique vers 1945. La physique atomique était à cette époque une science bien établie qui aurait pu passer pour être en voie d'épuisement. On connaissait les constituants de l'atome d'hydrogène, l'électron et le proton. On savait parfaitement que l'électron et le proton échangeaient des photons, particules virtuelles qui n'intervenaient que dans la forme de l'in-

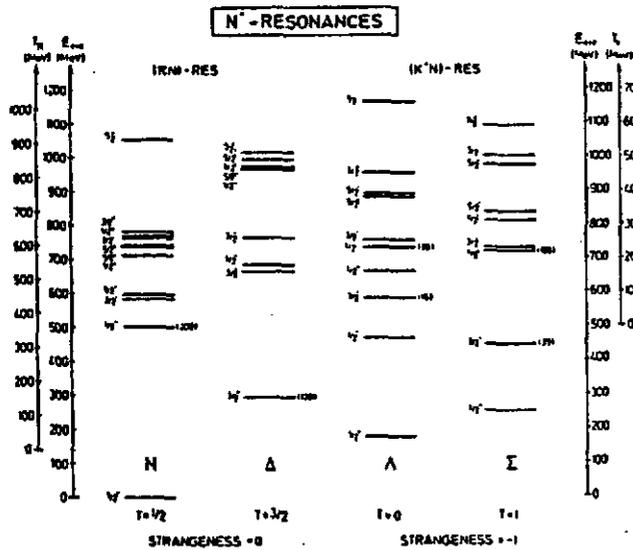


Fig. 1 - Spectre d'excitation du nucléon 15 . On a indiqué également l'énergie cinétique T_{π} et T_K nécessaires au pion et au kaon pour exciter les différentes résonances.

teraction coulombienne. A priori un raffinement de l'étude de l'atome d'hydrogène n'aurait pas apporté grand chose de neuf. Pourtant, il a suffi de la découverte d'effets minuscules pour révolutionner complètement ce domaine et ouvrir la voie de l'électrodynamique quantique. Le point important est que ces effets minuscules étaient impossibles à expliquer en ne tenant compte que de la présence de l'électron et du proton. Il fallait tenir compte de la modification du champ électromagnétique due à la présence de photons. La physique nucléaire est aujourd'hui dans une situation analogue. Il ne s'agit pas de découvrir de nouveaux constituants, mais de comprendre la dynamique des interactions dans un noyau entre particules dont on connaît l'existence par la physique

à haute énergie. Depuis 1970 un effort très important a été consacré à développer des faisceaux de particules et des détecteurs spécialement adaptés à l'étude des effets subnucléoniques dans les noyaux. On dispose maintenant d'une moisson de résultats qui apportent à la physique nucléaire un éclairage neuf. L'objet de ce cours est de situer la frontière de la compréhension actuelle de ce domaine par quelques exemples choisis.

1.1 QUELS DEGRES DE LIBERTE FAUT-IL CONSIDERER ?

Pour expliquer les phénomènes qui se déroulent aux courtes distances intranucléaires, on doit répondre à la question : "De quels degrés de liberté faut-il tenir compte en physique nucléaire, nucléons et mésons ou bien quarks et gluons ?" La question est délicate, on souhaite aboutir à une description aussi fondamentale que possible, tout en ayant les caractères de simplicité et d'économie nécessaires à une théorie élégante. Il n'y a évidemment pas de réponse dans l'absolu, il faudra trouver la description la mieux adaptée aux problèmes étudiés.

La première idée est de tenir compte explicitement de la présence des mésons. Une approche fondée uniquement sur l'existence de nucléons et de mésons est difficile à pousser très loin.

Les couplages mis en jeu sont des couplages forts qui rendent les calculs incertains à l'échelle des distances très courtes. La difficulté majeure est qu'on ne connaît pas d'argument théorique pour limiter un développement en série basé sur la théorie des perturbations. Ce problème de convergence est encore aggravé parce que les couplages ne sont pas ponctuels et qu'il n'y a aucune théorie qui donne la valeur des constantes de couplage et les facteurs de forme qui apparaissent à chaque vertex d'interaction. On se heurte même à une difficulté de principe pour les échanges de mésons plus lourds que le pion. En effet, l'échange de pion se produit lorsque les nucléons sont relativement éloignés. La longueur d'onde Compton du pion est de 1.4 fm, ce qui fixe l'échelle de distance de l'échange d'un pion. Elle est comparable à la distance entre deux nucléons (1.6 fm). Pour les autres mésons, l'échange s'effectue sur une distance nettement plus courte. Le méson rho dont la masse est de 770 MeV a une longueur d'onde Compton de 0.25 fm. Si l'on se base sur une image géométrique, les nucléons se recouvrent complètement pendant l'échange du rho. On voit difficilement comment ils pourraient rester des objets inertes, leur structure interne doit forcément commencer à jouer un rôle. Il faut trouver une autre approche théorique pour les distances aussi courtes.

A présent l'une des directions de recherche les plus actives en théorie est d'essayer de faire le lien entre la description en termes de quarks et de gluons et la description en termes de nucléons et de mésons. Toutefois, la chromodynamique quantique ne s'applique dans le cadre de la théorie des perturbations qu'aux distances très courtes où les quarks se meuvent indépendamment les uns des autres, comme s'ils étaient à l'état libre. En physique nucléaire, on sait que c'est exactement l'inverse puisque les quarks sont confinés dans les nucléons. Toute la difficulté est donc de comprendre la dynamique des interactions des quarks entre la région où les quarks sont confinés et la région extérieure où se font les échanges de pions. On ne connaît pas encore de théorie du confinement et le simple calcul de la masse du nucléon à partir de la chromodynamique quantique est à lui seul un problème. Isgur et Llewellyn-Smith¹ ont calculé récemment le facteur de forme du proton et celui du pion dans un modèle basé sur une description en termes de quarks. Leur étude détaillée de la normalisation asymptotique des facteurs de forme montre que la chromodynamique quantique perturbative n'est qu'une limite asymptotique jamais atteinte en physique nucléaire. Cela montre que la compréhension de la dynamique des quarks dans un noyau est un problème nouveau. Les résultats de la collaboration EMC (European Muon Collaboration)² qui sont discutés à cette école par J.-J. Aubert montrent que, même à très haute énergie, un noyau n'est pas une simple collection de quarks qui se déplacent avec un mouvement de Fermi. Faire le lien entre la physique nucléaire et la physique des particules est donc loin d'être évident, mais c'est le défi à relever aujourd'hui.

Ce cours débutera par la présentation des deux visions extrêmes, quarks et nucléons. Le premier chapitre montrera les preuves de l'existence de particules ponctuelles à l'intérieur du noyau qui correspondent exactement aux prédictions du modèle des quarks. On verra ensuite une preuve directe de la validité du concept d'orbite de nucléons dans le noyau. La suite de ce cours sera consacrée aux degrés de liberté mésoniques. On montrera quelques exemples d'expérience où les échanges mésoniques se manifestent clairement. La dernière partie de ce cours montrera le rôle des effets subnucléoniques dans les réactions nucléaires.

1. 2 FACTEURS DE FORME NUCLEAIRES

La diffusion d'électrons mesure directement la forme des densités de charge et de magnétisation des noyaux ³. Le cas le plus simple est celui d'un noyau de spin 0 pour lequel il n'y a qu'une diffusion de charge. La section efficace élastique s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \cdot |F(q)|^2$$

σ_{Mott} est la section efficace de diffusion élastique sur une charge ponctuelle, q est le transfert d'impulsion. $F(q)$ est le facteur de forme de charge du noyau qui contient toute l'information sur la distribution spatiale de la charge. C'est la transformée de Fourier de la distribution de charge $\rho(r)$ de l'état fondamental (figure 2).

$$F(q) = \frac{4\pi}{Ze} \int_0^{\infty} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \rho(r) d^3r$$

La distribution de charge est déduite des mesures expérimentales par transformation de Fourier inverse. Pour résoudre les détails de la densité de charge sur une échelle de distance Δr , il faut des transferts d'impulsion q de l'ordre de :

$$q \approx \frac{\pi}{\Delta r}$$

$$\Delta r = 1 \text{ fm} \quad \leftrightarrow \quad q = 3 \text{ fm}^{-1} (600 \text{ MeV}/c)$$

$$\Delta r = 0.1 \text{ fm} \quad \leftrightarrow \quad q = 30 \text{ fm}^{-1} (6 \text{ GeV}/c)$$

Lorsque $q \rightarrow \infty$ le comportement du facteur de forme va nous renseigner sur le caractère ponctuel des constituants de la cible.

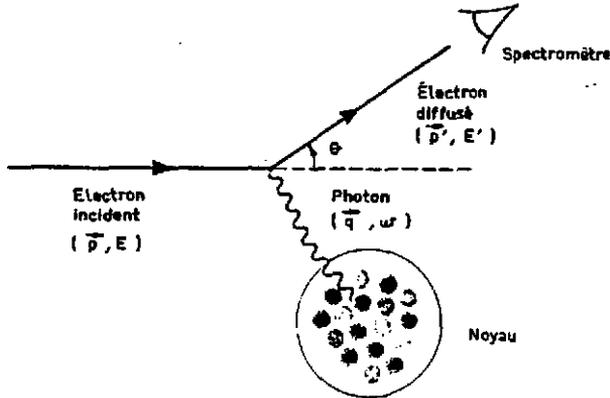
- Si la distribution de charge a une extension spatiale finie, son facteur de forme décroît et tend vers 0.

- Pour une charge ponctuelle $F(q) = \text{Cte}$

1.3 FONCTIONS DE STRUCTURE

Lorsque la cible a un spin, comme c'est le cas du nucléon, on doit tenir compte de l'interaction entre le spin de l'électron et le spin de la cible qui donne lieu à une interaction magnétique. La section efficace s'écrit alors :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left[A(Q^2) + B(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$



$A(Q^2)$ et $B(Q^2)$ sont les fonctions de structure de la cible. Ce sont des invariants relativistes qui s'expriment comme des combinaisons linéaires des facteurs de forme électrique et magnétique. $B(Q^2)$ est directement proportionnel au facteur de forme magnétique, transformée de Fourier de la densité de magnétisation du noyau.

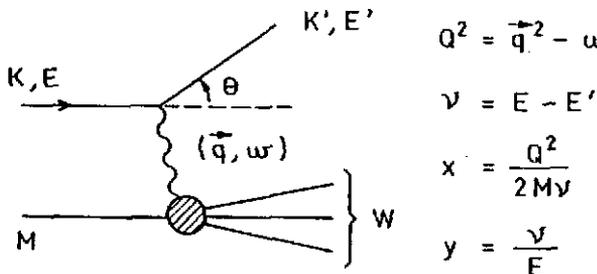
Fig. 2 - Schéma de principe de la diffusion d'électrons sur un noyau

Dans le cas de la diffusion inélastique, la section efficace dépend de deux quantités, le transfert d'impulsion q et le transfert d'énergie ν au noyau. On utilise les variables suivantes :

$Q^2 = -q_\mu^2$ Quadri-transfert de moment, $\nu = E' - E$ Transfert d'énergie au noyau, $x = Q^2/2M\nu$ Variable de Bjorken, $y = \nu/E$ Fraction d'énergie transférée à la cible (figure 3).

La section efficace inélastique s'écrit en fonction de ces variables⁴ :

$$\frac{d\sigma}{d\nu d\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^2} E'^2 \left[\frac{F_2(Q^2, \nu)}{\nu} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2 \frac{F_1(Q^2, \nu)}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$



$Q^2 = \vec{q}^2 - \omega^2$ $F_1(z, \nu)$ et $F_2(x, \nu)$ sont les fonctions de structure inélastiques qui correspondent aux deux états de polarisation du photon virtuel échangé par l'électron et le noyau cible au moment de l'interaction.

$\nu = E - E'$

$x = \frac{Q^2}{2M\nu}$

$y = \frac{\nu}{E}$

Fig. 3 - Schéma de principe de la diffusion profondément inélastique d'électrons

La figure 4 montre la réponse du noyau à une excitation électromagnétique. L'axe Q^2 correspond à l'absorption totale de photons, excitation purement transverse dominée par la résonance géante au dessous du seuil de pions et par la résonance Delta au dessus. La diffusion de leptons se fait par échange de particules virtuelles, elle permet donc de varier q et ν indépendamment et par conséquent de balayer tout le plan (Q^2, ν) . En jouant

sur les conditions cinématiques, on peut varier la polarisation des particules échangées et séparer les différentes fonctions de structure qui forment la fonction de réponse totale. On a repré-

senté sur cette figure la diffusion sur le proton et sur un noyau lourd. Cela permet de voir l'effet du mouvement de Fermi des nucléons dans la diffusion quasi élastique sur un noyau lourd. Ce mouvement se traduit par un élargissement qui est l'effet du milieu nucléaire sur les nucléons. L'intérêt de cette figure est de présenter comme un tout cohérent les différentes régions d'étude du noyau abordées par la physique nucléaire et la physique des particules. Cette dernière se concentrant sur la diffusion profondément inélastique où simultanément Q^2 et $\nu \rightarrow \infty$. La figure 5 montre de façon schématique la variation de la section efficace électron-noyau en fonction du transfert d'impulsion q . Si l'on désigne par R le rayon du noyau, on distingue essentiellement trois régions :

- La région des faibles transferts : $q \ll 1/R$

Seule la diffusion élastique se manifeste par un pic isolé situé à :

$$E' = E - \frac{q^2}{2 M_{\text{noyau}}}$$

Le noyau se comporte comme un objet rigide et inerte de rayon R que l'on mesure par la variation du facteur de forme de son état fondamental :

$$F(q) = 1 - \frac{q^2 R^2}{6} + \dots$$

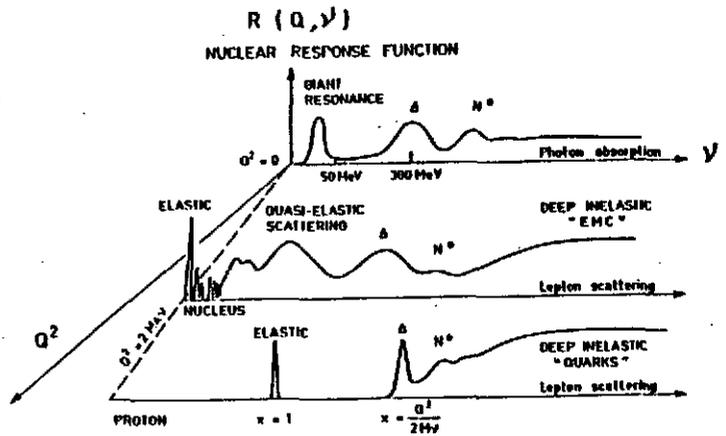


Fig. 4 - Fonction de réponse d'un noyau aux sondes électromagnétiques, photons ($Q^2 = 0$; $\nu^2 = \omega^2$) et leptons $Q^2 = \vec{q}^2 - \omega^2 \neq 0$. La comparaison de la diffusion lepton-proton et lepton-noyau montre l'effet du mouvement des nucléons dans le noyau.

- La région des moyens transferts : $q = 1/R$

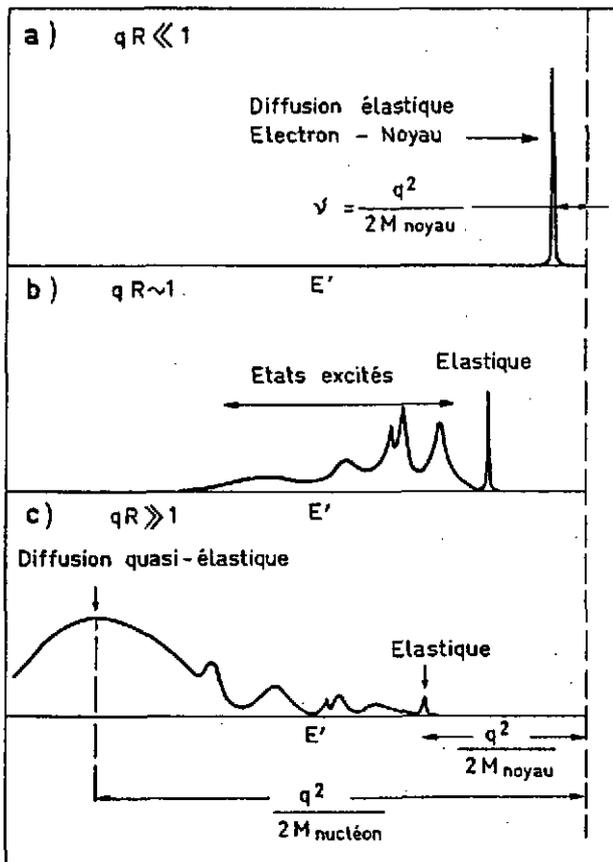
On observe différents états du noyau à basse énergie. Le noyau est excité par des transitions inélastiques à une particule ou par des effets collectifs. La diffusion est cohérente car le noyau recule dans son ensemble. Les états finals du noyau sont bien séparés par différentes valeurs de v .

- La région des grands transferts : $q \gg 1/R$

L'intensité des processus cohérents est beaucoup plus faible à grand transfert à cause de la décroissance de leurs facteurs de forme. Le phénomène nouveau est l'apparition d'une bosse très large dont le maximum est situé à :

$$E' = E - \frac{q^2}{2 M_{\text{nucléon}}}$$

Dans cette région l'énergie de recul est entièrement absorbée par un nucléon comme s'il était quasiment libre. S'il était totalement libre, on ne verrait qu'un pic étroit. C'est le mouvement de Fermi des nucléons dans un potentiel moyen qui provoque un élargissement analogue à l'effet Doppler.



On voit ici qu'en augmentant le transfert d'impulsion on finit par mettre en évidence les constituants du noyau, les nucléons. De même, la diffusion profondément inélastique sur le nucléon va faire apparaître les constituants du nucléon, les quarks. Comme ce sont des particules ponctuelles elles ne se manifestent pas sous forme d'un pic à une énergie déterminée mais par les propriétés asymptotiques des fonctions de structure lorsque ($Q^2 \rightarrow \infty$ et $\nu \rightarrow \infty$).

Fig. 5 - Réponse du noyau à la diffusion d'électrons en fonction du transfert d'impulsion $q = |\vec{q}|$. D'après Perkins³

2 LA PRESENCE DE QUARKS ET DE GLUONS

2. 1 VOIR DES PARTICULES PONCTUELLES. INVARIANCE D'ECHELLE.

Le modèle des quarks a pour origine une certaine régularité dans les masses des multiplets de hadrons, leurs moments magnétiques et d'autres propriétés statiques. Ce modèle, basé sur la symétrie $SU(3)$, a été développé par Gell-Mann et Zweig ¹⁷ en 1964 sur une hypothèse purement mathématique. Aujourd'hui on n'a toujours pas observé de quarks à l'état libre. Néanmoins il existe maintenant toute une série d'observations expérimentales qui apportent des preuves indiscutables de l'existence de constituants ponctuels, de spin $\frac{1}{2}$ et de charges fractionnaires à l'intérieur du noyau. On se limitera dans ce cours à voir quelques exemples simples du succès du modèle des quarks.

Si les nucléons ne contenaient que des constituants de taille finie, les fonctions de structure $F_1(Q^2, \nu)$ et $F_2(Q^2, \nu)$ tendraient vers zéro lorsque $Q^2 \rightarrow \infty$, comme un facteur de forme habituel.

Pour un état donné de masse M^* fixé du nucléon, on observe effectivement que $F_1(Q^2, M^*)$ et $F_2(Q^2, M^*) \rightarrow 0$ lorsque $Q^2 \rightarrow \infty$.

La mise en évidence de constituants ponctuels dans le nucléon a été faite en vérifiant au SLAC en 1968 l'hypothèse d'invariance d'échelle (scaling) proposée par Bjorken en 1967. Lorsque $Q^2 \rightarrow \infty$ et $\nu \rightarrow \infty$ simultanément, si la fonction $F(Q^2, \nu)$ reste finie alors elle ne doit dépendre que du rapport sans dimension $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$ qui reste une quantité finie. La diffusion d'électrons au SLAC a montré clairement que pour une valeur de x donnée, $F_2(Q^2, x) = \text{constante}$ lorsque $Q^2 \rightarrow \infty$. En 1969 Feynman ¹⁸ a donné une interprétation de l'invariance d'échelle dans le modèle des partons. Il a montré que x correspond à la fraction de la masse du nucléon $x = \frac{m}{M}$ portée par une particule ponctuelle, le parton.

2. 2 LE SPIN, LA CHARGE ET LA DISTRIBUTION DES QUARKS.

Pour montrer que ces partons correspondent bien aux quarks, il faut, également mettre en évidence leur spin $\frac{1}{2}$ et leur charge fractionnaire $\frac{2}{3}$ (up), $-\frac{1}{3}$ (down). La section efficace inélastique s'écrit en fonction de x

$$\frac{d^2 \sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4 \pi \alpha^2}{Q^4} \left(\frac{E'}{E} \right) \left(F_2(x) \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2 M^2 x^2} 2x F_1(x) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \frac{1}{x}$$

ce qui s'écrit encore puisque $x = \frac{m}{H}$ (donc $M^2 x^2 = m^2$)

$$\frac{d^2 \sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4 \pi \alpha^2}{Q^4} \left(\frac{E'}{E} \right) \left(F_2(x) \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2 m^2} \cdot \frac{2x F_1(x)}{F_2(x)} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \right) \frac{1}{x}$$

Or la section efficace de Dirac pour une particule ponctuelle de spin $\frac{1}{2}$ et de charge Z_e s'écrit :

$$\frac{d^2 \sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4 \pi \alpha^2 Z^2}{Q^4} \left(\frac{E'}{E} \right) \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2 m^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

On voit immédiatement en comparant les deux formules que le spin $\frac{1}{2}$ est caractérisé par :

$$\frac{2 x F_1(x)}{F_2(x)} = 1 \quad (\text{Relation de Callan-Gross})^{20}$$

Si le spin des partons était nul, il n'y aurait pas de terme en $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ qui est dû à l'interaction entre le spin de l'électron et le spin de la cible. On aurait alors :

$$\frac{2 x F_1(x)}{F_2(x)} = 0$$

La diffusion d'électrons au SLAC ¹⁹ montre un accord remarquable des données expérimentales avec la relation de Callan-Gross, prouvant que les partons ont un spin $\frac{1}{2}$. Il en existe une autre confirmation par la mesure du rapport entre les sections efficaces longitudinales et transverses mesurées par diffusion de leptons, soit neutrinos au CERN ⁵ par la collaboration CDHS (CERN-Dortmund-Heidelberg-Saclay) ou électrons au SLAC ⁶ :

$$R = \frac{\sigma_L F_2(x) - 2 x F_1(x)}{\sigma_T 2 x F_1(x)}$$

Pour un spin 0 $R \rightarrow \infty$, pour un spin $\frac{1}{2}$ $R \rightarrow 0$

On trouve expérimentalement

$$R = 0.10 \pm 0.07 \quad \text{diffusion de neutrinos (CDHS)}^5$$

$$R = 0.21 \pm 0.10 \quad \text{électrons (SLAC-MIT)}^6$$

qui confirment parfaitement la valeur du spin $\frac{1}{2}$ des partons.

La comparaison de la diffusion de neutrinos et d'antineutrinos permet de séparer les fonctions de structure des quarks de valence et des quarks de la mer qui correspondent à des paires quark-antiquarks $q \bar{q}$. Les fonctions de structure peuvent s'interpréter comme des combinaisons linéaires des distributions en impulsions des quarks $Q(x)$ et des antiquarks $\bar{Q}(x)$. Nous avons vu qu'en diffusion d'électrons il y a deux hélicités possibles du photon. La diffusion de neutrinos et d'antineutrinos se fait par échange de bosons intermédiaires $W \pm$ sans conservation de la parité. Il y a donc 3 états d'hélicité pour les bosons intermédiaires alors qu'il n'y en avait

que deux pour les photons. Il apparaît donc pour les neutrinos une troisième fonction de structure $F_3(x)$ identique pour les antineutrinos mais de signe opposé.

En fonction des variables x et $y = \frac{\nu}{E}$ la section efficace de diffusion de neutrinos sur des noyaux s'écrit :

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dy} = \frac{G^2 M E}{2 \pi} \left\{ [F_2^{\nu}(x) + x F_3^{\nu}(x)] + [F_2^{\bar{\nu}}(x) - x F_3^{\bar{\nu}}(x)] (1-y)^2 \right\}$$

$$F_2^{\nu}(x) = x (Q(x) + \bar{Q}(x))$$

En combinant les résultats de la diffusion de neutrinos et d'antineutrinos :

$$\frac{x [F_3^{\nu}(x) + F_3^{\bar{\nu}}(x)]}{2} = x \bar{F}_3^{\nu}(x) = x (Q(x) - \bar{Q}(x))$$

La distinction entre quarks de valence (ν) et quarks de la mer permet d'écrire :

$$Q(x) = Q_V(x) + 2 Q_S(x)$$

$$\bar{Q}(x) = Q_S(x)$$

On peut alors définir des densités de quarks en fonction de leur impulsion :

densité totale : $x (Q(x) + 2 Q_S(x)) = F_2^{\nu}(x)$

densité de valence : $x Q_V(x) = x \bar{F}_3^{\nu}(x)$

densité de la mer : $x Q_S(x) = \frac{1}{2} [F_2^{\nu}(x) - x \bar{F}_3^{\nu}(x)]$

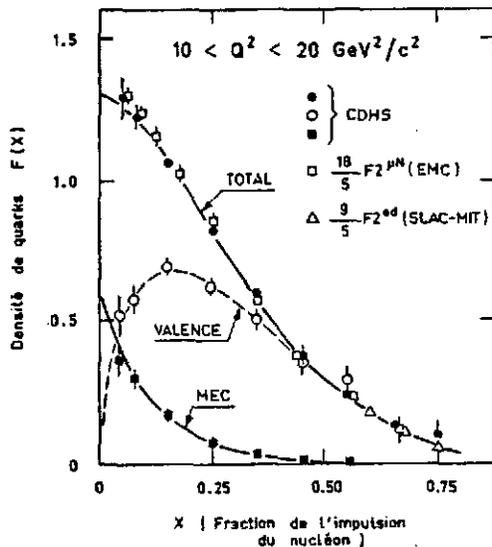


Fig. 6 - Fonctions de structure des quarks et des anti-quarks de la mer ^{5,6}. La densité totale des quarks est égale à la somme de la densité des quarks de valence et de la densité des antiquarks de la mer multipliée par 2 pour tenir compte des paires Q, \bar{Q} .

La figure 6 montre les résultats expérimentaux de la mesure de ces distributions par diffusion de neutrinos et d'antineutrinos par la collaboration CDHS au CERN. On a également reporté les résultats des mesures des fonctions de structure par diffusion d'électrons (SLAC-MIT) et par diffusion de muons au CERN (EMC). Pour faire cette comparaison il faut renormaliser les fonctions de structure suivant la nature de la sonde, en tenant compte des charges fractionnaires $\frac{2}{3}$ pour le quark up et $-\frac{1}{3}$ pour le quark down.

Pour un lepton chargé $F_2^e(x) = x \left[\frac{1}{9} (d + \bar{d}) + \frac{4}{9} (u + \bar{u}) \right]$

Pour un lepton neutre $F_2^v(x) = x \left[(d + \bar{d}) + (u + \bar{u}) \right]$

On en déduit $F_2^v(x) = \frac{18}{5} F_2^e(x)$ dans le modèle des quarks. C'est cette relation qu'on vérifie sur la figure 6 avec un accord excellent entre leptons chargés et leptons neutres. C'est une preuve directe de l'existence de charges fractionnaires dans le noyau portées par des particules ponctuelles de spin $\frac{1}{2}$ qui correspondent exactement aux hypothèses théoriques du modèle des quarks.

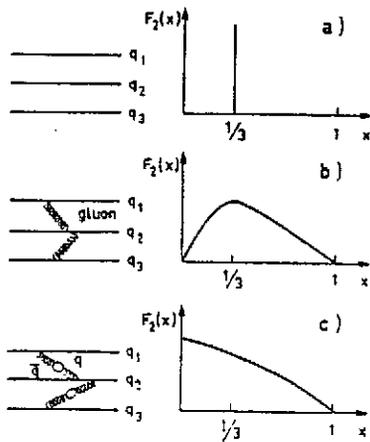


Fig. 7 - Fonction de structure du nucléon $F_2(x)$ (d'après Flugge ⁴)

a) forme de $F_2(x)$ si les quarks étaient totalement indépendants.

b) modification due à l'échange des gluons entre les quarks.

c) effet de la création de paires quark-antiquarks dans l'échange de gluons (polarisation du vide).

La figure 7 est une illustration schématique pour comprendre la forme de la distribution d'impulsion totale $F_2(x)$ dans le nucléon. Si les quarks étaient complètement indépendants chacun d'entre eux aurait une fraction égale $x = \frac{1}{3}$ de l'impulsion totale (figure 7a). $F_2(x)$ serait une fonction δ . Du fait de l'échange de gluons on a un mouvement de Fermi qui élargit la distribution (figure 7b). La polarisation du vide se traduit dans l'échange de gluons par la création de paires quark-antiquarks $q\bar{q}$ qui créent une divergence infra-rouge et font remonter $F_2(x)$ pour $x \rightarrow 0$ (figure 7c).

Les résultats de la collaboration CDHS ⁵ montrés sur la figure 6 permettent alors des conclusions quantitatives très précises sur la présence de quarks et de gluons.

- nombre de quarks de valence :

$$\int_0^1 (Q(x) - \bar{Q}(x)) dx = \int_0^1 \frac{x F_3(x)}{x} dx = 3,2 \pm 0,5$$

- fraction de l'impulsion totale portée par les quarks de valence :

$$\int_0^1 x (Q(x) - \bar{Q}(x)) dx = \int_0^1 x F_3(x) dx = 0,32 \pm 0,01$$

- fraction de l'impulsion totale portée par l'ensemble des quarks :

$$\int_0^1 x (Q(x) + \bar{Q}(x)) = \int_0^1 F_2(x) dx = 0,45 \pm 0,01$$

Fraction de l'impulsion totale portée par les quarks :

$$\int_0^1 2x \bar{Q}(x) dx = \int_0^1 [F_2(x) - x F_3(x)] dx = 0,13 \pm 0,01$$

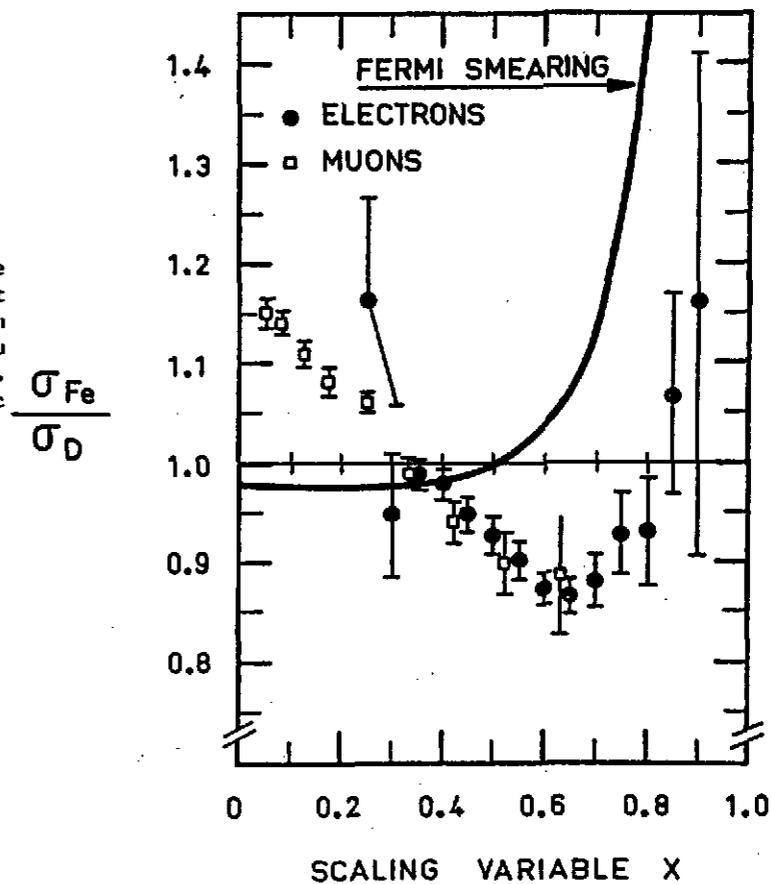
On a donc une confirmation impressionnante de la validité du modèle des quarks mettant en évidence les résultats suivants :

- 1) Le nucléon contient des particules ponctuelles par l'invariance d'échelle $F_2(x, Q^2) \approx F_2(x)$
- 2) Ces particules ont un spin $\frac{1}{2}$. ($F_2(x) = 2 \times F_1(x)$)
- 3) La comparaison des sections efficaces de diffusion de neutrinos, antineutrinos, électrons et muons montrent que ces particules ont exactement les charges fractionnaires prédites par le modèle des quarks.
- 4) On trouve bien trois quarks de valence.
- 5) Les quarks de valence portent 32 % de l'impulsion du nucléon, les quarks de la mer portent une fraction de 11 %, ce qui correspond à un total de 45 % seulement. Les gluons possèdent donc une fraction de 55 % de l'impulsion totale.

2.3 L'EFFET EMC

Il existe un certain nombre d'effets comme par exemple la création de paires de quarks charmés ou des termes d'ordre supérieur (higher-order twist) qui conduisent à des violations du phénomène d'invariance d'échelle. Ces effets dépendent de x et de v et de la nature de la sonde, mais pas du nombre de nucléons dans la cible, puisque les quarks sont confinés dans les nucléons. La diffusion de muons de haute énergie par la collaboration EMC au CERN² montre une différence importante entre le deutérium et le fer. Le rapport des sections efficaces de diffusion sur le Fer et le Deutérium est montré sur la figure 8. Il ne suit pas du tout la prédiction du mouvement de Fermi. Ces résultats sont confirmés par la diffusion d'électrons au SLAC. Cette différence entre le deutérium et le Fer intrigue beaucoup les théoriciens, car on ne voit pas comment les quarks confinés dans les nucléons seraient sensibles à la structure du milieu dans lequel se trouvent les nucléons. C'est la première fois qu'on a mis en évidence un tel phénomène. On avance actuellement plusieurs hypothèses théoriques très différentes pour l'expliquer, modification du nuage de pions, augmentation de 15 % de la taille du nucléon dans le Fer, etc. On cherche actuellement une vérification expérimentale qui permettrait de déterminer laquelle de

Fig. 8 - L'effet EMC. On observe une déviation importante du rapport $\sigma_{\text{Fe}}/\sigma_{\text{deutérium}}$ dans la diffusion profondément élastique de muons au CERN² et d'électrons au SLAC¹⁶. Cette déviation est incompatible avec un simple mouvement de Fermi



ces explications est la bonne. Il faut noter que l'effet EMC correspond à Q^2 et $\nu \rightarrow \infty$, ce qui correspond à une situation très différente de la physique nucléaire habituelle. On ne peut donc pas en tirer des conclusions directes pour la structure des noyaux. L'effet EMC sera discuté plus en détail par J-J Aubert à cette école.

3 LA DESCRIPTION DU NOYAU EN TERMES DE NUCLEONS

La description classique de l'état fondamental d'un noyau lourd est basée sur le concept de nucléons qui se déplacent dans un potentiel moyen ⁷. Nous allons maintenant examiner les limites de validité de cette description.

3.1 L'APPROXIMATION DE CHAMP MOYEN

Les nucléons sont constamment en mouvement dans un noyau atomique. Ils se répartissent à l'intérieur du noyau suivant une distribution spatiale qui dépend de leurs interactions et qui est caractéristique de l'état quantique du noyau. La forme de la distribution d'un nucléon est donnée par une fonction d'onde qu'on ne sait pas calculer exactement. Pour la déterminer, on remplace le système de nucléons en interaction par un système fictif de particules indépendantes qui se déplacent librement dans un potentiel moyen en s'inspirant du modèle atomique pour les électrons. Les nucléons obéissent au principe d'exclusion de Pauli et ne peuvent donc pas se placer dans des états du noyau déjà occupés. La partie à courte portée de leur interaction se trouve alors presque neutralisée, et chaque nucléon est soumis essentiellement à un potentiel résultant de la moyenne des interactions avec tous les autres nucléons. Le grand succès du modèle à particules indépendantes est de fournir une interprétation simple des nombres "magiques" de nucléons, pour lesquels le noyau est beaucoup plus stable. Il montre en effet que les particules se placent successivement dans des états d'énergie bien déterminée avec une certaine régularité. La stabilité maximale du système est atteinte lorsqu'une couche est remplie. Le cadre théorique de ce modèle est le seul qui permette aujourd'hui d'aboutir à une description microscopique cohérente de la structure du noyau et de ses déformations, ainsi que d'une grande variété de processus tels que la fission ou la collision d'ions lourds.

Toutefois dans cette approximation de champ moyen, les effets de corrélations à courte portée ne peuvent être pris en compte que partiellement. Il existe toujours une partie résiduelle des interactions qu'on ne peut inclure dans un potentiel moyen. Par principe le calcul doit conduire à une énergie de l'état fondamental identique à celle d'un système de nucléons en interactions mutuelles. Par contre la théorie ne permet pas du tout d'assurer que d'autres observables sont correctement reproduites en utilisant ce potentiel moyen. Toute observable autre que l'énergie de l'état fondamental du noyau, dépend du détail des fonctions d'onde et n'a par conséquent aucune raison d'être identique pour la fonction d'onde de particules indépendantes et la fonction d'onde réelle. La question fondamentale est alors de savoir jusqu'à quel point on

peut représenter correctement la réalité physique avec les fonctions d'onde de particules indépendantes dans le calcul de la structure du noyau.

3.2 LA DISTRIBUTION SPATIALE DES NUCLEONS

C'est la mesure de la distribution de charge nucléaire qui apporte aujourd'hui la réponse la plus claire à cette question. La densité de charge nucléaire est égale à la somme des densités de protons. Sa mesure apporte donc des renseignements détaillés sur la répartition des nucléons dans le noyau, c'est-à-dire sur les fonctions d'ondes radiales. On sait maintenant faire des mesures de grande précision en étudiant la diffusion des électrons de haute énergie (quelques centaines de MeV) par le champ électromagnétique du noyau. Les électrons sont des particules ponctuelles qui pénètrent au cœur des noyaux sans perturber leur structure ni être absorbés

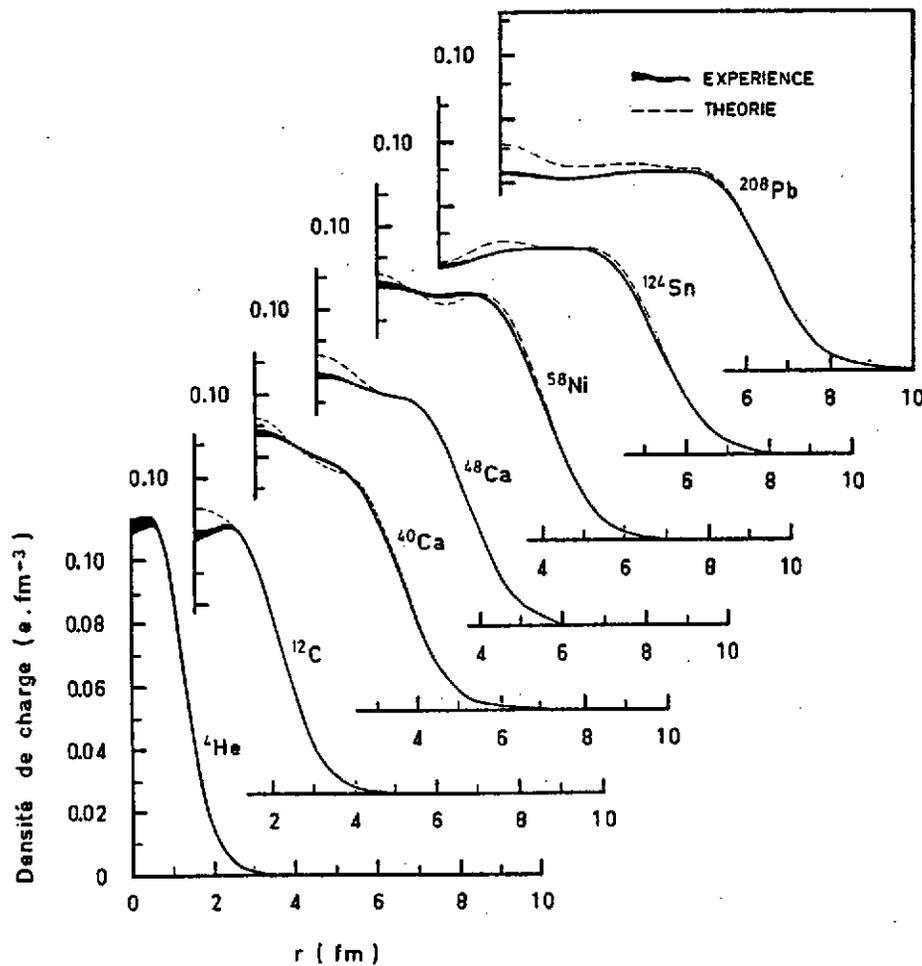


Fig. 9 - Densités de charge nucléaires. Les courbes en traits pleins donnent la mesure de l'incertitude expérimentale obtenue en combinant les résultats de la diffusion d'électrons et ceux des transitions X dans les atomes muoniques. Les prédictions théoriques sont faites dans l'approximation du champ moyen avec la force de Cogny ¹¹.

à leur surface. Ils sondent la structure des noyaux avec un rayonnement électromagnétique dont la longueur d'onde est d'autant plus courte que leur énergie est élevée. L'interprétation des résultats est particulièrement simple : la relation entre la section efficace de diffusion élastique des électrons et la densité de charge de l'état fondamental est très voisine d'une transformation de Fourier. Les ensembles de sections efficaces qui existent maintenant permettent de déterminer la densité de charge des noyaux à 1 % près. La figure 9 montre la comparaison entre les distributions de charge déduite de l'expérience ⁸ et les prédictions de la théorie pour un ensemble de noyaux à couches fermées. Les courbes théoriques ont été déterminées en supposant l'existence d'un champ moyen. Le calcul utilise une méthode self-consistante (Hartree-Fock) avec une force dépendant de la densité nucléaire, ce qui permet de simuler une partie de l'effet des corrélations. La forme générale de la densité de charge est correctement décrite par cette approche théorique. Mais on remarque une surestimation systématique des oscillations dans la partie centrale. De façon paradoxale, le désaccord est le plus important pour le ²⁰⁸Pb, qui semblait a priori le noyau le mieux adapté à une description en termes de champ moyen. C'est un noyau lourd, stable, à couches fermées en neutrons et en protons, très rigide et sphérique. Ces conditions auraient dû en principe favoriser une description en termes de particules indépendantes. Néanmoins, il est impossible de reproduire la forme de la densité centrale. La diffusion d'électrons montre donc clairement qu'il n'est pas possible de décrire la partie centrale du noyau en se limitant à un modèle de particules indépendantes.

Il reste donc à mettre en évidence la nature exacte du désaccord entre expérience et théorie. Pour aller plus loin il faut examiner la contribution individuelle des protons à la distribution de charge nucléaire. Seuls les états de moment angulaire nul (désignés par la dénomination spectroscopique 1s, 2s ou 3s, suivant leur nombre quantique principal) ont une contribution non nulle au centre du noyau. Le désaccord observé au centre du noyau de ²⁰⁸Pb provient donc d'un défaut dans la description théorique des protons dans les états s. Chacun de ces états peut contenir deux protons. Lorsqu'on compare leurs contributions respectives à la densité de charge, telle que la théorie les prévoit, les oscillations de la distribution sont peu marquées pour les états 1s et 2s. Au contraire la distribution de charge de l'état 3s présente des oscillations de grande amplitude et de courte longueur d'onde. La "bosse" de charge, prédite par la théorie au centre du ²⁰⁸Pb est attribuable à la présence des deux protons de l'état 3s. Il est donc logique d'imputer l'absence totale de cette bosse dans la densité expérimentale à une estimation incorrecte de la fonction d'onde 3s. L'effet des corrélations entre nucléons, que l'on a négligées, pourrait se manifester de deux façons : soit par un dépeuplement partiel de l'état 3s, soit par une déformation de la fonction d'onde radiale.

3.3 LE CONCEPT DE NUCLEON A-T-IL UN SENS AU CENTRE DU NOYAU ?

On a donc cherché à isoler la contribution de l'orbite 3s. On ne peut pas mesurer la diffusion d'électrons sur un seul proton 3s dans le ^{208}Pb . On peut cependant tirer parti du fait que cette orbite est la dernière orbite de protons occupée dans les isotopes du plomb : on peut mesurer la différence de charge entre deux noyaux voisins, qui ne diffèrent que d'un proton situé dans l'orbite 3s. Le plus simple serait d'étudier la différence de charge entre le ^{208}Pb et le ^{207}Tl , mais ce dernier est un isotope instable avec lequel on ne peut pas faire de cible. Cette mesure a donc été faite sur les noyaux de ^{206}Pb et de ^{205}Tl , qui sont tous les deux stables. A priori, il peut paraître difficile d'isoler l'effet d'une seule fonction d'onde, car lorsqu'on ajoute ou on enlève un nucléon dans un noyau, il y a des effets importants de réarrangement des nucléons qu'il faut pouvoir séparer. Ces effets de polarisation sont très difficiles à calculer et leur soustraction est généralement ambiguë. Des essais antérieurs n'avaient pas

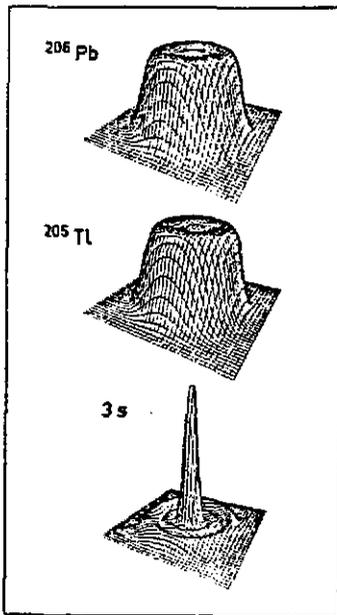


Fig. 10 - Principe de la mesure de la forme de la densité de charge du proton 3s. On mesure séparément la densité de charge du ^{206}Pb et du ^{205}Tl et on fait la différence. La densité de charge du proton 3s est multipliée par 2 sur cette figure.

abouti parce que la nature des orbites étudiées ne permettait pas de faire ressortir l'effet recherché par rapport aux effets de polarisation. Le cas de l'orbite 3s échappe à cette difficulté, en raison de sa forme très particulière. Elle est constituée d'un grand pic au centre du noyau, suivi d'oscillations amorties (figure 10). Le fait important est que sa longueur d'onde est beaucoup plus courte que celles des autres fonctions d'onde de protons dans le plomb. Cela signifie que par transformée de Fourier, son effet dans l'espace des impulsions est situé à un transfert q beaucoup plus élevé que celui des autres orbites. De plus, la forme de la densité de charge associée aux protons situés dans l'orbite 3s est très voisine de celle d'une fonction de Bessel sphérique $j_0(q_0 r)$, avec $q_0 = 2 \text{ fm}^{-1}$. La diffusion élastique d'électrons à un transfert d'impulsion q mesure précisément le recouvrement de la densité de charge avec la fonction de Bessel sphérique $j_0(qr)$. Pour la 3s, on a un recouvrement très élevé, autour de la région de 2 fm^{-1} . On peut donc isoler l'effet de l'orbite 3s par la mesure des différences de charge entre le ^{205}Tl et le ^{206}Pb . Pour cela on

mesure la déviation entre les sections efficaces expérimentales sur ces noyaux dans la région où l'on attend l'effet de l'orbite

3s, c'est-à-dire à un transfert d'impulsion $q_0 = 2 \text{ fm}^{-1}$.

Une première expérience avait été faite à Mayence ⁹, il y a quelques années, avec l'accélérateur de 300 MeV. Les mesures avaient été faites avec précision jusqu'à des transferts d'environ 1.8 fm^{-1} , mais au-delà les incertitudes expérimentales étaient trop grandes pour observer l'effet attendu. L'expérience décisive a été faite récemment à Saclay ¹⁰, avec l'accélérateur linéaire d'électrons de 700 MeV.

La figure 11 montre la variation du rapport entre les sections efficaces de ^{205}Tl et ^{206}Pb , en fonction de l'impulsion transférée au noyau. On a représenté l'ensemble des données expérimentales prises à Mayence et à Saclay. L'effet de la couche 3s prévu par le modèle à particules

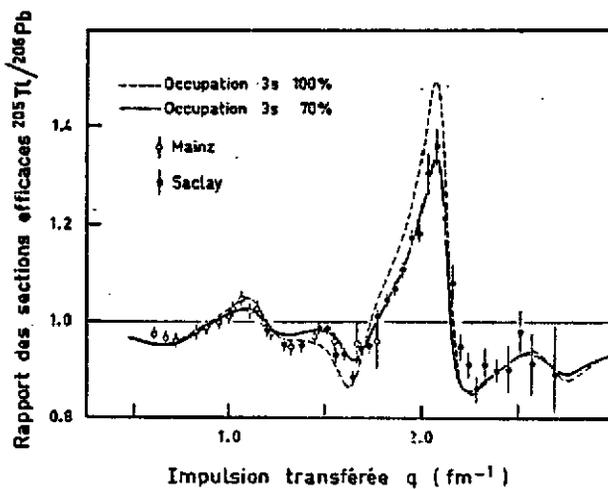


Fig 11 - Rapport des sections efficaces de diffusion élastique d'électrons $^{206}\text{Pb}/^{205}\text{Tl}$ ^{9,10}. Le pic situé à 2 fm signe de façon absolue la présence de l'orbite 3s. Aucun autre effet ne pourrait créer ce pic. Les deux courbes correspondent à des occupations différentes de l'orbite 3s par Campi ¹².

indépendantes est un pic de forte amplitude se détachant nettement des légères fluctuations entre noyaux voisins. Le résultat expérimental présente avec cette prédiction une similitude remarquable. La phase et la forme des oscillations prévues par la théorie sont en parfait accord avec l'expérience, seule leur amplitude est réduite de 30 % à 35 % de façon à peu près uniforme. L'analyse de Fourier de la différence de charge entre le ^{205}Tl et le ^{206}Pb montre que l'effet de la couche 3s est complètement découpé de celui des autres couches. Seule la structure radiale particulière de cette couche peut produire le "pic" observé dans l'espace des impulsions.

L'analyse des données pour chaque noyau permet de déterminer séparément chaque distribution de charge. On détermine ensuite la différence des deux distributions. Cette différence provient de deux effets distincts :

- l'addition d'un proton dans la couche 3s est a priori l'effet le plus important. Dans le cadre du modèle à particules indépendantes, on s'attend a priori à ce que ce proton soit situé uniquement sur cette orbite. Mais sous l'effet d'interactions résiduelles, il peut peupler partiellement plusieurs orbites d'énergies voisines.

- une légère augmentation de taille du noyau, due à sa compressibilité, et qui modifie légère-

ment la taille de l'orbite 3s lorsqu'on passe d'un noyau à l'autre.

La figure 12 montre le comportement radial de la différence $\rho(r)$ entre les densités de charge du ^{206}Pb et du ^{205}Tl . L'incertitude expérimentale est très faible. On détermine très clairement une forme oscillatoire caractéristique de la distribution spatiale de l'orbite 3s. C'est la première fois qu'on peut visualiser de manière si détaillée comment se répartit une particule sur une orbite quantique. On voit sur la figure qu'à l'intérieur du noyau, expérience et théorie présentent la même similitude remarquable qu'on avait observée sur la figure dans l'espace des impulsions. On voit clairement la réduction de l'amplitude expérimentale de 30 à

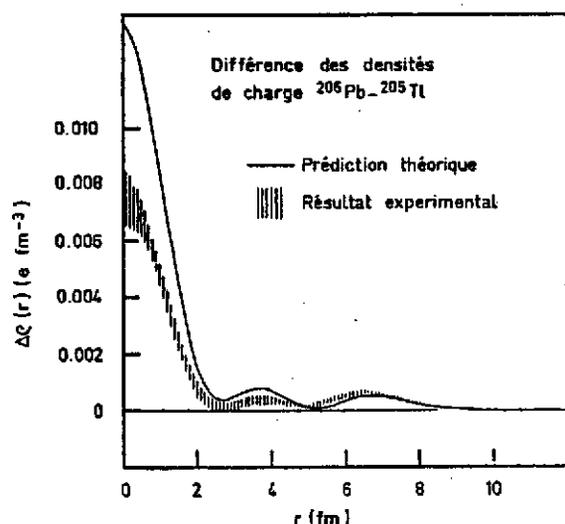


Fig. 12 - Différence des densités de charge $^{206}\text{Pb}-^{205}\text{Tl}$. La prédiction théorique est obtenue en convoluant à la densité ponctuelle l'effet de taille finie du proton. A l'intérieur du noyau on observe une similitude de forme remarquable qui montre la validité du concept d'orbite de nucléons au centre du noyau. La bande hachurée est l'incertitude expérimentale ¹⁰.

35 %, depuis le centre du noyau jusqu'à sa surface ($r = 5$ fm). On met en outre en évidence une information supplémentaire : on retrouve la fraction de charge qui a quitté la région centrale du noyau répartie en surface de façon à peu près uniforme. Pour $r > 5$ fm, la différence de densité de charge expérimentale est plus élevée que la prédiction théorique.

On peut alors interpréter la nature du désaccord entre expérience et théorie au centre des noyaux. Selon l'hypothèse fondamentale du modèle à particules indépendantes, un état situé au-dessous du niveau de Fermi est complètement occupé, alors qu'un état situé au-dessus est vide. Une réduction d'amplitude de 35 % signifie que contrairement à cette hypothèse le taux d'occupation de l'orbite 3s n'est que de 65 %. Les corrélations dépeuplent l'orbite 3s d'autant plus fortement que c'est l'orbite occupée la plus proche

du niveau de Fermi. Ce dépeuplement est réalisé au profit d'autres orbites situées au-dessus du niveau de Fermi et que l'expérience ne permet pas d'isoler.

Ce résultat modifie la conception habituelle que l'on a des noyaux magiques. Ceux-ci sont décrits généralement comme des noyaux à couches fermées parce que l'effet des interactions résiduelles y est considéré comme négligeable. La mesure des distributions de charge de ces noyaux

montre que ce n'est qu'une description approchée. Bien que l'expérience apporte une preuve de la validité du concept d'orbite de particules indépendantes, elle montre sans ambiguïté que la répartition des nucléons sur ces orbites est profondément modifiée par les interactions résiduelles. Les noyaux magiques ne sont donc pas strictement des noyaux à couches fermées et il faut tenir compte des corrélations entre nucléons ^{13,14}.

La diffusion d'électrons a donc permis de visualiser clairement l'orbite proton 3s. La validité du concept d'orbite de nucléon au centre du noyau se trouve ainsi confirmée d'une manière directe. On est donc parvenu pour l'état fondamental du noyau à une représentation qui combine à la fois les qualités d'économie et de simplicité que l'on cherchait à obtenir. Mais l'interaction qu'on a utilisée est une interaction effective que l'on a ajustée, elle est très différente de la véritable interaction à deux corps. On a tranché le noeud Gordien, mais on ne l'a pas dénoué. On ne sait pas remonter aux processus physiques qui donnent naissance à cette interaction. Nous allons voir dans le chapitre suivant comment se manifestent les degrés de liberté associés à la présence de mésons.

4 LA PRESENCE DE MESONS

4.1 COURANTS D'ECHANGES MESONIQUES

Les échanges mésoniques sont à la base de la description "classique" de l'interaction nucléon-nucléon. Ils déterminent la forme du potentiel à longue et moyenne portée, mais ils n'ont qu'un caractère implicite, car on ne tient pas compte des degrés de liberté associés à leur présence. Le but de la physique nucléaire aux énergies intermédiaires est de faire apparaître les effets de ces degrés de liberté.

Dans ce chapitre nous allons montrer qu'il est indispensable de tenir compte de la présence de mésons dans les transitions nucléaires axiales et électromagnétiques. L'existence de charges qui circulent d'un nucléon à l'autre crée un courant à deux corps dont il est nécessaire de tenir compte pour satisfaire à la conservation du courant (invariance de jauge). C'est une très forte contrainte qui permet un contrôle rigoureux des hypothèses théoriques pour l'interprétation des données expérimentales.

Le pion a trois états de charge, π^- , π^0 , π^+ , un spin 0 et une parité négative ($J^\pi = 0^-$) et un isospin $I = 1$. L'échange d'un pion est la partie la mieux connue de la force nucléon-nucléon. C'est une interaction longitudinale $\vec{\sigma} \cdot \vec{q}$ de type spin-isospin. Elle a dans l'espace des impulsions la forme :

$$V_\pi(\vec{q}) = \frac{F^2}{m_\pi^2} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q}}{q^2 + m_\pi^2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

$$\frac{F}{M_\pi} = \frac{g_{\pi NN}}{2M_{\text{nucléon}}} \quad \frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} \approx 14$$

ce qui correspond dans l'espace de configuration à la forme :

$$V_\pi(\vec{r}) = \frac{f^2}{4\pi} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nabla} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{\nabla} \frac{e^{-m_\pi r}}{4\pi r} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

Cette interaction peut être décomposée en un terme spin-spin $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ et un terme tensoriel. La caractéristique de l'échange d'un pion est la forte intensité du terme tensoriel.

La partie à moyenne portée de l'interaction nucléon-nucléon est l'échange simultané de deux pions $\pi^+ \pi^-$. La distribution de la masse du système de ces deux pions présente une résonance correspondant à la masse du ρ soit $m_\rho = 770$ MeV. Le méson ρ a les mêmes nombres quantiques que le photon. L'interaction correspondant à l'échange d'un méson ρ est du type transverse $\vec{\sigma} \times \vec{q}$

$$V_c(\vec{q}) = \frac{f^2 \rho}{m_\rho^2} = \frac{(\vec{\sigma}_1 \times \vec{q}) \cdot (\vec{\sigma}_2 \times \vec{q})}{\vec{q}^2 + m_\rho^2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

On peut également décomposer cette interaction en un terme spin-spin $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ et un terme tensoriel. Les composantes tensorielles des interactions dues à l'échange du pion et du ρ ont des signes opposés. L'échange du ρ a donc tendance à annuler la partie tensorielle de l'échange du pion à courte distance.

Les courants d'échanges mésoniques apparaissent en présence d'un photon sous forme de termes supplémentaires dans l'Hamiltonien d'interaction $\pi N N$ 21.

$$H_{\pi N N} = \frac{f}{m_\pi} (\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) (\vec{\tau} \cdot \vec{\phi})$$

En utilisant le principe de substitution minimale

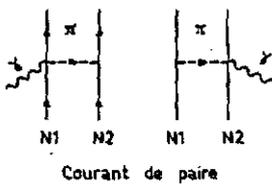
$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{\nabla} \mp i e \vec{A}$$

le signe \pm correspondant au signe de la charge portée par le pion. On obtient ainsi le terme correspondant au couplage du photon au système $\pi N N$, ce terme est appelé courant de paire.

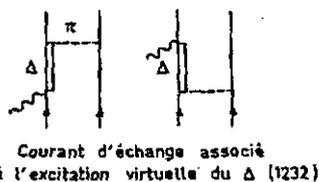
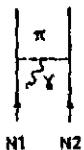
$$H_{\gamma \pi N} = \frac{f}{m_\pi} i e \sqrt{2} \tau_\pm \vec{\sigma} \cdot \vec{A}$$

Le photon peut également se coupler directement au courant du pion j_π . C'est le terme pionique (figure 13)

$$H_{\gamma \pi} = \vec{j}_\pi \cdot \vec{A}$$



$H_{\gamma \pi N} + H_{\gamma \pi}$ sont nécessaires pour satisfaire à l'invariance de jauge (c'est-à-dire à la conservation du courant électromagnétique). Le terme de paire est appelé ainsi car il correspond à une réduction non relativiste d'un processus où le photon crée une paire virtuelle NN qui se désexcite en émettant un pion.



Dans les diagrammes de la figure 13, il apparaît un couplage πNN qu'on a supposé ponctuel dans les expressions de $H_{\gamma \pi N}$ et $H_{\gamma \pi}$. L'une des difficultés théoriques actuelles est qu'il n'existe pas de théorie satisfaisante du facteur de forme πNN qui rende compte de l'extension spatiale du couplage. On utilise habituellement un facteur de forme qu'on paramétrise

Fig. 13 - Courants d'échange mésoniques.

$$F_{\pi NN}(q) = \frac{\Lambda_{\pi}^2 - m_{\pi}^2}{\Lambda_{\pi}^2 + q^2}$$

q est l'impulsion du pion, m_{π} est sa masse et Λ_{π} un paramètre. Pour les processus électromagnétiques on trouve un bon accord avec $\Lambda_{\pi} \approx 1.2$ GeV.

Lorsqu'on considère le cas des pions de très basse énergie ($q \approx 0$), $F_{\pi NN} \rightarrow 1$ le pion se couple au nucléon de façon ponctuelle. Les courants d'échange de pions sont alors fortement contraints par des théorèmes de basse énergie ainsi que par l'invariance de jauge. A plus grand transfert d'impulsion la situation est beaucoup plus compliquée car on ne dispose pas de telles contraintes.

Le couplage du photon au nucléon peut induire une transition M1 isovectorielle qui va créer un $\Delta(1232)$ virtuel dans le noyau qui va se désexciter en émettant un pion qui est alors réabsorbé par l'autre nucléon. Ce courant d'échange mésonique correspond à un terme supplémentaire

$$H_{\gamma N \Delta} = i \frac{F_{\gamma N \Delta}}{m_{\pi}} (\vec{S}^+ \times \vec{q}) \cdot \vec{A} T_3^+$$

\vec{S}^+ , T_3^+ sont les opérateurs de spin et d'isospin.

$F_{\gamma N \Delta}$ est déterminée par la photoproduction de pions neutres ($\gamma N \rightarrow \pi^0 N$) qui est dominée par l'excitation du Δ . On trouve $F_{\gamma N \Delta} = 0.116$

Nous allons voir maintenant deux exemples types où expérimentalement on trouve un effet important dû à la présence de ces courants d'échanges mésoniques.

4.2 THEOREMES DE BASSE ENERGIE

L'effet des courants d'échanges mésoniques avait été envisagé dès 1948 par Villars²². Ce n'est toutefois que vers le début des années 1970 que l'on a commencé à dominer la théorie des échanges mésoniques et avoir des calculs fiables²³. Le livre "Mesons in Nuclei" édité par Rho et Wilkinson²⁴ est la référence la plus complète sur ces problèmes. On y lira en particulier les articles de Chemtob et de Riska. La théorie a rencontré la difficulté qui apparaît toujours dans les interactions fortes. Néanmoins l'invariance de jauge permet de contraindre la théorie des échanges mésoniques par une puissante loi de conservation : la conservation du courant électromagnétique. D'autre part pour les pions de basse énergie, il existe une loi de conservation approchée, celle du courant axial. Dans l'hypothèse où la masse du pion serait nulle, qu'on appelle la limite de pions "mous" ($m_{\pi} = 0$), cela serait une loi de conservation exacte.

Comme la masse du pion est relativement faible devant celle du nucléon, cela reste pour les pions mous une contrainte presque aussi forte que les théorèmes de basse énergie pour les photons mous. On peut alors faire des prédictions indépendantes de modèle, basées sur des théorèmes de basse énergie ou, ce qui revient au même sur la symétrie chirale dont on trouvera la revue récente dans un article de Towner²⁵. Kubodera, Delorme et Rho²⁶ ont montré en particulier en 1978 qu'il y avait deux types de transitions nucléaires où les théorèmes de basse énergie permettent de prédire l'échange de pion sans ambiguïté théorique. Il s'agit de la partie temporelle des transitions axiales et de la partie spatiale des transitions électromagnétiques du type M1 isovectorielles. Dans les deux cas l'échange d'un pion est du même ordre que le processus purement nucléonique, alors que les autres échanges mésoniques (ceux qu'on ne peut contrôler quantitativement par des théorèmes de basse énergie) n'ont qu'une contribution négligeable. Les pions virtuels qui sont échangés entre les nucléons peuvent alors être "vus" clairement, surimposés aux effets purement nucléoniques. Toute l'astuce expérimentale va consister à chercher des transitions où l'on peut minimiser les effets purement nucléoniques, soit par des règles de sélection en cherchant des transitions axiales interdites, soit par des phénomènes d'interférence destructive dans les transitions magnétiques. Dans les réactions nucléaires on cherchera au contraire des phénomènes de résonance de certains diagrammes en faisant varier les conditions cinématiques.

4.3 TRANSITION AXIALE DANS LES NOYAUX DE MASSE A = 16

L'un des exemples les plus clairs de la présence de pions dans les noyaux est la transition entre l'état $0^-(E^* = 120 \text{ keV})$ de ^{16}N et l'état fondamental 0^+ de ^{16}O . Cette transition est interdite au premier ordre, aussi est-elle dominée par la partie temporelle du courant axial, qui correspond à la charge axiale. On est exactement dans les conditions préconisées par Kubodera, Rho et Delorme²⁶. Pour cette transition l'échange de pion apparaît au même ordre que l'effet purement nucléonique. Les théorèmes de basse énergie peuvent alors jouer leur rôle de très forte contrainte pour l'interprétation théorique.

Du point de vue expérimental, cette transition est maintenant connue avec une très grande précision, grâce à des techniques expérimentales très ingénieuses utilisées à la fois pour la désintégration β et la capture μ .

$$^{16}\text{N} \rightarrow ^{16}\text{O} + e^- + \bar{\nu}_e \quad \lambda_\beta = 0.486 \pm 0.020 \text{ s}^{-1} \text{ (ref. }^{27}\text{)}$$

$$\mu^- + ^{16}\text{O} \rightarrow ^{16}\text{N} + \nu_\mu \quad \lambda_\mu = (1.560 \pm 0.094) \times 10^3 \text{ s}^{-1} \text{ (ref. }^{28}\text{)}$$

Ce qui donne le rapport suivant :

$$\frac{\Lambda\mu}{\Lambda\beta} = 3.210 \pm 0.234$$

Ce résultat est comparé à différentes prédictions théoriques²⁹⁻³² sur la figure 14. Sans l'effet des courants d'échanges pioniques, toutes les prédictions sont trop élevées d'un facteur 3 à 4, ce qui est considérable devant la précision expérimentale ($\pm 7\%$). De plus les prédictions théoriques sont très dispersées entre elles, ce qui provient de la forme radiale des fonctions d'ondes ainsi que des différents mélanges de configuration utilisés dans ¹⁶O. Lorsqu'on ajoute l'effet de l'échange d'un pion, l'accord avec les différents calculs est alors excellent, quel que soit le modèle, montrant ainsi clairement qu'il est indépendant de modèle. Comme il s'agit d'une transition à transfert d'impulsion nul, cette expérience est une vérification directe des théorèmes de basse énergie. En fait, seul le rapport $\Lambda\mu/\Lambda\beta$ est pratiquement indépendant de la structure du noyau, individuellement $\Lambda\mu$ et $\Lambda\beta$ sont beaucoup plus sensibles aux fonctions d'onde utilisées pour le calcul. L'augmentation de la charge axiale due à l'échange de pions est en excellent accord avec les prédictions de Kubodera, Rho et Delorme²⁶.

Une autre confirmation de la présence d'échanges pioniques a été apportée par Guichon et Samour³³ qui ont fait une analyse très détaillée du triplet de masse 12, regardant les corrélations dans la désintégration β^- et β^+ , la capture de muons et la probabilité de transition magnétique M1 entre l'état $1^+ \rightarrow 0^+$. L'amélioration de l'accord entre l'expérience et la théorie lorsqu'on tient compte des échanges de pion est remarquable.

4.4 L'ELECTRODESINTEGRATION DU DEUTERIUM AU SEUIL

L'électrodésintégration du deutérium au seuil est aujourd'hui la manifestation la plus spectaculaire des courants d'échanges mésoniques. Elle fournit la pierre de touche qui assure la

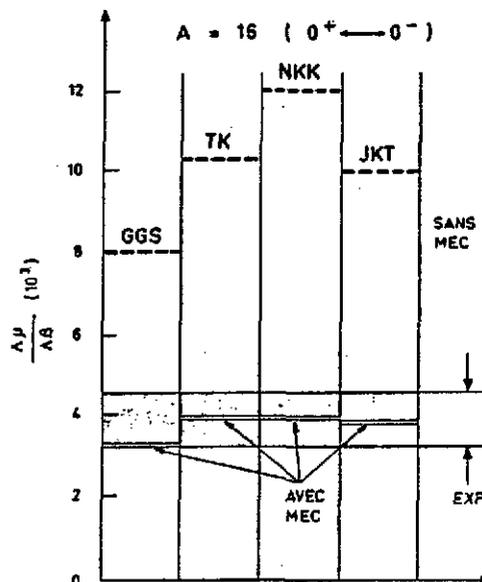


Fig. 14 - Rapport entre les taux de transition $\Lambda\mu$ de la capture de μ^- (ref.²⁸) dans ¹⁶O et $\Lambda\beta$ de la désintégration B 27 de l'état 0^- de ¹⁶N. On a également représenté les prédictions théoriques avec et sans courants d'échanges mésoniques²⁹⁻³².

validité de la description théorique de l'échange de pion entre deux nucléons.

Cette réaction $e + d \rightarrow e' + n + p$ correspond à la désintégration du deutérium par un photon virtuel, ce qui permet de s'intéresser à une région en énergie parfaitement déterminée du spectre d'excitation du deutérium, tout en pouvant varier le transfert d'impulsion ad libitum. On peut ainsi mesurer complètement la dépendance en transfert d'impulsion des échanges mésoniques. La nature de la force nucléaire ne permet pas au deutérium d'avoir d'autres états liés car il se désintègre dès qu'on lui fournit une énergie de 2,2 MeV. Néanmoins au voisinage de ce seuil, on observe clairement une résonance qui correspond à un état quasi lié de la paire neutron-proton dans l'état 1S_0 . L'électrodésintégration au seuil est exactement la réaction inverse de la capture radiative de neutrons thermiques par les protons.



Le taux de capture radiative observé par Cox et al.³⁴ en 1965 est de 10 % trop élevé par rapport à la théorie. Comme il s'agit d'une transition électromagnétique, ces 10 % représentaient un désaccord certes faible mais tout à fait significatif de la présence d'autres effets que ceux des nucléons. Riska et Brown³⁵ ont montré en 1972 que ce désaccord disparaît pratiquement lorsqu'on ajoute la contribution de l'échange d'un pion. La seule difficulté c'est que le photon émis dans la capture radiative n'a qu'une énergie de 2,2 MeV. Sa longueur d'onde est beaucoup trop grande pour être sensible à des processus qui se déroulent entre des nucléons à très courte distance. Pour cela on doit obligatoirement utiliser les photons virtuels de la diffusion d'électrons, qui auront une longueur d'onde aussi courte que l'on veut pourvu qu'on dispose d'un faisceau d'électrons d'énergie suffisamment grande.

En plaçant le spectromètre pour les électrons diffusés près de 180° , on polarise ainsi complètement les photons virtuels dans un état transverse. L'électrodésintégration du deutérium au seuil à angle arrière est alors une transition isovectorielle magnétique M1 pure qui correspond à l'un des cas favorables²⁶ pour la mise en évidence des échanges pioniques. Plusieurs expériences ont été faites à Stanford³⁶, Mayence³⁷ et Saclay³⁸. La figure 15 montre les résultats récents de Clemens et al.³⁸ qui couvrent le domaine de transfert d'impulsion le plus étendu (jusqu'à $Q^2 \approx 30 \text{ fm}^{-2}$). On a également représenté les prédictions théoriques de Mathiot³⁹, utilisant le potentiel de Paris.

Hockert et al.⁴⁰ avaient noté que la présence d'une interférence destructive entre les transitions nucléaires $^3D_1 \rightarrow ^1S_0$ et $^3S_1 \rightarrow ^1S_0$ se traduisait par un minimum de diffraction dans la région autour de $Q^2 \approx 12 \text{ fm}^{-2}$. Dans cette région la section efficace est en première approximation entièrement due à l'échange d'un pion. En fait il existe d'autres effets qui contribuent

au total à moins de 10 % de la section efficace. On est dans la situation inverse de la capture radiative. L'échange d'un pion n'est plus une correction de 10 % à la section efficace. C'est le processus dominant, il représente 90 % de la section efficace d'électrodésintégration du deutérium au seuil dans la région de 10 à 15 fm⁻². Dans cette région les photons virtuels ont une longueur d'onde de l'ordre de 1 fm et ils voient directement l'échange du pion. Lorsque le transfert d'impulsion augmente, la contribution nucléons + pions s'annule à son tour vers 25 fm⁻² soit 1 (GeV/c)². A ces très courtes longueurs d'onde c'est l'échange de meson ρ et les courants d'échanges liés à la présence du $\Delta(1232)$ qui deviennent les processus dominants. La difficulté qui apparaît alors pour décrire ces nouveaux processus est l'absence de contraintes théoriques, car les théorèmes de basse énergie n'ont pas d'équivalent dans ce domaine d'effets à très courte distance.

Cela se manifeste directement par le fait que les résultats de Clemens et al.³⁸ sont tout à fait compatibles avec un calcul qui ignore l'extension spatiale du couplage pion-nucléon-nucléon, et néglige complètement l'échange du meson rho et des effets associés à la présence du $\Delta(1232)$. Il s'agit là d'un paradoxe absolument remarquable. Tout se passe comme si l'on avait seulement des nucléons qui n'échangent que les pions ponctuels correspondant aux théorèmes de basse énergie. Il s'agit d'un effet de "filtre chiral"⁴¹ où tous les échanges mésoniques de courte portée semblent s'annuler, seul survit l'échange d'un pion ponctuel (figure 16). La question qui se pose alors est évidemment : Que se passe-t-il à plus grand transfert ? On ne sait pas encore car il n'existe pas encore de possibilité de faire les mesures nécessaires. La mesure correspondant au plus grand transfert d'impulsion a été réalisée à l'énergie maximum de l'accélérateur linéaire de Saclay, soit 700 MeV. Pour aller au-delà on aura besoin d'un faisceau d'électrons d'énergie nettement plus élevée (> 1 GeV) pour regarder à plus courte distance. Il existe bien sur un accélérateur d'électrons de 20 GeV au SLAC en Californie, mais seule l'installation disponible à l'ALS permet actuellement de combiner une excellente résolution en éner-

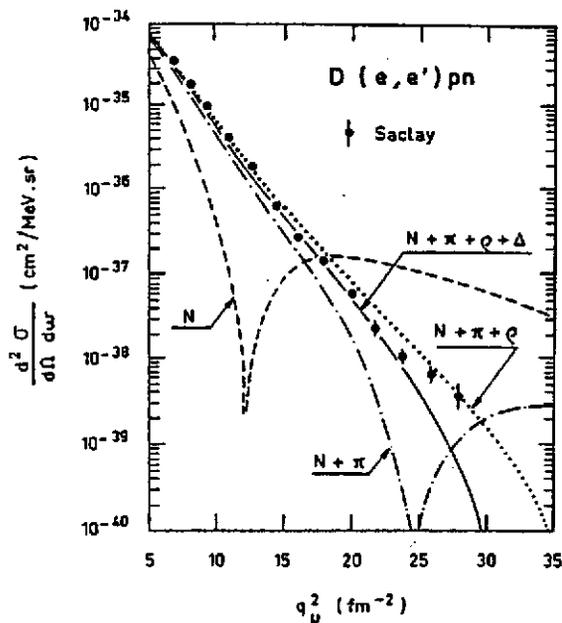


Fig. 15 - Section efficace d'électrodésintégration au seuil ³⁸⁻³⁹. la courbe "N" correspond à la contribution purement nucléonique, N + π à nucléons + pions etc. Le couplage pion-nucléon est supposé non ponctuel ($\Lambda_{\pi NN} \sim 1$ GeV).

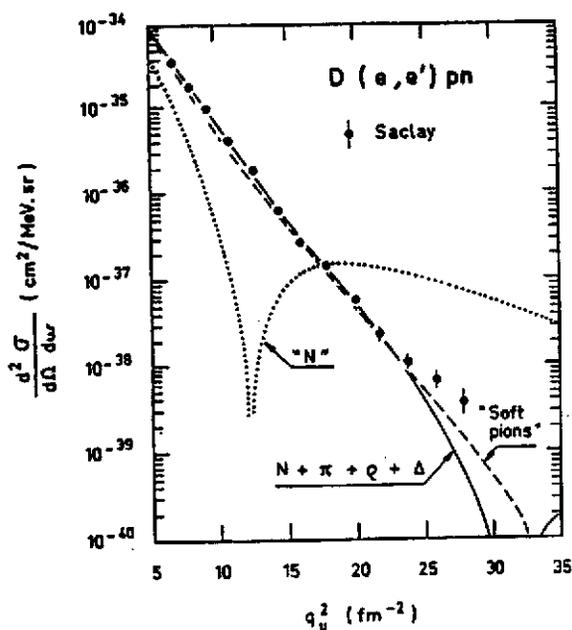


Fig. 16 - Electrodisintégration du deutérium au seuil 38-39. la courbe "N" correspond à la contribution nucléonique, $N + \pi + \rho + \Delta$ au calcul complet, "soft pions" à des pions ponctuels seuls.

rie et la possibilité de mesurer des sections efficaces de $10^{-39} \text{ cm}^2/\text{sr}$ ($10^{-12} \text{ mb}/\text{sr}$). Il faudra donc attendre la nouvelle génération d'accélérateurs d'électrons qui se prépare actuellement pour voir ce qui se passe à plus courte distance.

5 EFFETS SUBNUCLEONNIQUES DANS LES REACTIONS NUCLEAIRES

Depuis quelques années, il y a un développement important de l'étude des réactions nucléaires avec des particules de plusieurs centaines de MeV. Nous allons voir dans ce chapitre comment utiliser les aspects spécifiques des sondes électromagnétiques et hadroniques pour faire apparaître les degrés de liberté subnucléoniques.

5.1 LA RESONANCE Δ (1232)

Le premier état excité du nucléon est la résonance Δ . Elle a été mise en évidence dans la diffusion pion-nucléon à $T_\pi = 195$ MeV, correspondant à une masse du système proton-neutron de 1232 MeV. On doit faire une analyse en déphasages de la diffusion élastique pion-nucléon et regarder le comportement des coefficients des différents polynômes nécessaires pour reproduire les distributions angulaires en fonction de l'énergie. La résonance Δ apparaît dans l'onde P_{33} . Elle a un spin $\frac{3}{2}$, un isospin $\frac{3}{2}$. Dans les modèles de quarks, le Δ est un nucléon dont l'un des quarks a subi un retournement à la fois de son spin et de son isospin. La fonction d'onde radiale du nucléon et celle du Δ sont donc identiques.

Le Δ va se comporter comme un nouvel élément du noyau qui va être créé par les différentes sondes aux énergies intermédiaires. Il va se manifester dans les transitions spin-isospin, mais il va également apparaître lorsque la sonde crée un pion virtuel dans le noyau dans des conditions proches de la résonance πN . Le pion virtuel est alors absorbé par un nucléon qui se transforme en Δ et se désexcite en 10^{-23} s en réémettant le pion. Ce processus est celui qui est le plus simple. Il peut y avoir toute une série de mécanismes mettant en jeu un ou plusieurs Δ et même de véritables états collectifs où il y a formation d'un très grand nombre de Δ en cascade par émission et absorption de pions. L'un des buts des recherches actuelles est de comprendre l'interaction $N\Delta$ et la propagation du Δ dans les noyaux. Pour cela on fait des études systématiques dans les noyaux légers de tous les processus élémentaires en partant des systèmes les plus simples. Nous verrons ici seulement quelques exemples choisis pour leur caractère pédagogique.

5.1.1 La photoproduction de pions $\gamma + D \rightarrow p + p + \pi^-$

Les réactions induites par les photons sont un outil très précieux pour étudier la formation du Δ , car l'état initial est très bien déterminé. Comme les photons pénètrent au centre du

noyau sans être absorbés en surface, ils créent des pions et des Δ dans tout le volume nucléaire. La seule contrainte vient de ce que le photon est une particule réelle de masse nulle. Les transferts d'énergie ω et d'impulsion \vec{q} sont liés par la relation $Q^2 = \vec{q}^2 - \omega^2 = 0$.

La réaction $D(\gamma, pp)\pi^-$ offre un exemple frappant de la façon dont l'expérimentateur doit jouer des conditions cinématiques pour isoler certains mécanismes. Elle a été étudiée à l'ALS par Argan et al.⁴².

La figure 17 montre la variation de la section efficace dans deux conditions cinématiques différentes qui permettent chacune de favoriser un mécanisme particulier. Ces points ont été obtenus en fixant l'impulsion d'un des protons à la valeur p_2 et la masse du système du

pion et de l'autre proton à une valeur Q ; le pion non détecté était émis à 90° du photon incident dans le système du centre de masse de cette paire pion-proton. L'énergie des deux protons était de l'ordre de 200-300 MeV ce qui supprime leurs interactions dans l'état final. La figure 17 montre les diagrammes des mécanismes de production de l'état final $pp\pi^-$ en utilisant l'approche de Lager⁴³. Cette approche est une méthode de graphes du type de celle utilisée en physique des hautes énergies, mais adaptée au cas d'interactions fortes où la théorie est non perturbative. L'amplitude totale est développée en série de termes élémentaires auxquels on associe des opérateurs effectifs qui sont ajustés sur les résultats de la photoproduction de pions sur le nucléon libre. A chaque terme de la série correspond un diagramme qui représente un mécanisme particulier. La question qui se pose évidemment est de savoir s'il s'agit d'une description purement mathématique ou si chaque diagramme correspond vraiment à un mécanisme physique. La réaction $D(\gamma, pp)\pi^-$ apporte précisément une réponse à cette question. Les conditions cinématiques de cette expérience ont été choisies pour être proches des singularités de deux mécanismes particuliers. Une singularité correspond à un effet résonnant que l'on observe lorsque la masse de particules virtuelles est voisine de la masse de particules réelles. L'expérience d'Argan et al.⁴² a été réalisée avec des photons dont l'énergie était comprise entre 350 et 500 MeV. Trois mécanismes ont alors une contribution importante à la section efficace.

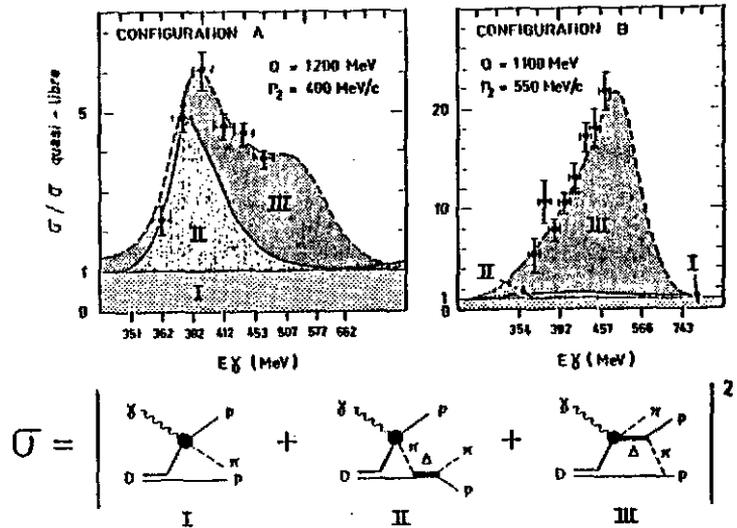


Fig. 17 - Section efficace $D(\gamma, pp)\pi^-$. Les valeurs de la section efficace ont été divisées par la section efficace quasi libre correspondant au diagramme I.

- La photoproduction de pion sur un nucléon quasi libre. C'est le mécanisme de base qui est connu par la photoproduction de pion sur le nucléon libre (mécanisme I).
- La rediffusion du pion, qui vient d'être photoproduit, sur l'autre nucléon. Cette rediffusion crée un Δ qui se désexcite par émission d'un pion et d'un nucléon (mécanisme II).
- Un mélange mésonique entre les deux nucléons dans la voie finale. Cet échange correspond à la désexcitation d'un Δ créée par le photon en même temps qu'un pion (mécanisme III).

Sur la figure 17 la section efficace a été divisée par la section efficace quasi libre correspondant au mécanisme I. La première configuration cinématique (figure 17A) correspond à $p_2 = 400$ MeV/c, $Q = 1200$ MeV. Lorsque l'énergie du photon augmente, le terme de rediffusion domine jusque vers $E_\gamma = 380$ MeV, puis il est remplacé par le terme de courant d'échange. Dans la deuxième configuration cinématique (figure 17B), $p_2 = 550$ MeV/c, $Q = 1100$ MeV, le terme de courant d'échange est parfaitement isolé, il est 20 fois plus important que les autres. Il est dommage que l'ALS n'ait pas eu une énergie plus importante pour balayer complètement la singularité. Cette expérience réalisée en 1978 a été la première à isoler ces diagrammes et elle a ouvert la voie à toute une série d'études qui se poursuivent actuellement pour comprendre les différents mécanismes de photoproduction de pions dans les noyaux légers, en particulier $D(\gamma, p\pi)$ (ref.⁴⁴), $D(\gamma, \pi^+)$ et $D(\gamma, \pi^-)$ (ref.⁴⁵).

Il faut noter que l'approche théorique de Laget est aussi bien valable pour les pions virtuels correspondant aux échanges mésoniques que pour les pions réels qui sont produits dans les réactions nucléaires. Cette approche a été également étendue aux réactions $NN \rightarrow D\pi$, $PD \rightarrow PD$, $PD \rightarrow \pi$, $DD \rightarrow {}^3\text{He} n$ etc. par Laget, Lecolley et Lefebvre⁴⁶⁻⁵². Elle donne un très bon accord pour les processus où le Δ joue un rôle important.

5.1.2 La diffusion proton-deuton

La diffusion proton-deuton aux énergies intermédiaires est également très sensible à l'excitation d'un Δ au cours de la réaction. Nous en verrons ici deux exemples, la diffusion élastique $\vec{d} + p$ à 180°_{CM} et la réaction $\vec{p} + d \rightarrow T + \pi^+$.

La diffusion élastique à 180° est très sélective. Elle permet, comme nous venons de le voir pour la réaction $D(\gamma, pp)\pi$, d'utiliser les conditions cinématiques pour favoriser des mécanismes

précis. Le mécanisme de diffraction qui domine aux angles avant disparaît à l'arrière à cause de la décroissance du facteur de forme en fonction du transfert d'impulsion. A 180° ce sont les mécanismes qui mettent en jeu des impulsions petites qui vont être favorisés. Des mesures récentes ont été faites par Arvieux et al.⁴⁷ à Saturne en utilisant le nouveau faisceau de deutons polarisés de haute intensité. On a mesuré la section efficace et la polarisation tensorielle T_{20} à 180°_{CM} en détectant soit les protons, soit les deutons émis à 0° dans le laboratoire avec le spectromètre SPES IV. On dispose maintenant pour la première fois de mesures très précises de $\sigma(180^\circ)$ et $T_{20}(180^\circ)$ dans un domaine qui s'étend de 0,3 à 2,3 GeV. T_{20} est le seul terme de polarisation qui subsiste à 180°_{CM} . La section efficace polarisée $\sigma(180^\circ)_{CM}$ s'écrit en fonction de la section efficace non polarisée $\sigma_0(180^\circ)_{CM}$

$$\sigma(180^\circ)_{C.M.} = \sigma_0(180^\circ)_{C.M.} \left[1 - \frac{1}{2} \rho_{20} T_{20}(180^\circ) \right]$$

$$\rho_{20} = \frac{1}{2} \frac{N_+ + N_- - 2 N_0}{N_+ + N_0 + N_-}$$

où N_+ , N_- , N_0 sont les populations des sous-états magnétiques du deuton $m = +1, 0, -1$.

La figure 18 montre l'ensemble des résultats expérimentaux⁴⁷⁻⁴⁸ disponibles actuellement avec une prédiction théorique⁴⁹ qui ne tient compte que des effets nucléoniques. Le mécanisme dominant est ici le transfert d'un neutron du deuton au proton. Le calcul a été fait avec la fonction d'onde du deuton déterminée dans le potentiel de Paris. A faible transfert, c'est l'effet de l'état S qui domine, à plus grand transfert c'est l'état D, comme dans le facteur de forme magnétique⁵⁰ mesuré en diffusion d'électrons. L'échange de neutron explique qualitativement l'allure décroissante de la section efficace et fait apparaître dans les données une bosse inexplicée entre $T_p = 300$ et 800 MeV qui est la région d'excitation du Δ . Ce mécanisme ne reproduit pas du tout les

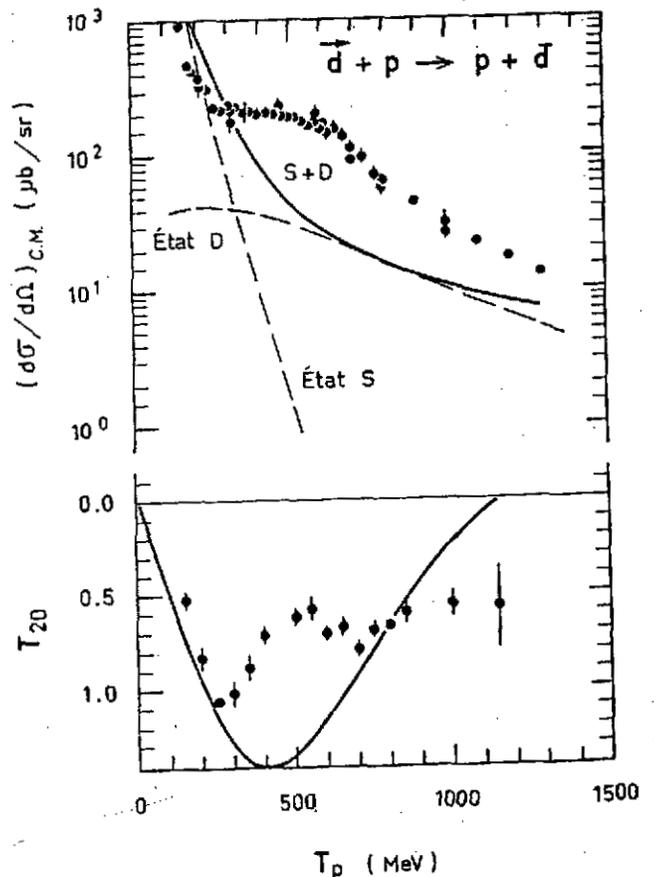


Fig. 18 - Section efficace $d + p$ et polarisation tensorielle T_{20} à 180°_{CM} (refs. ⁴⁷⁻⁴⁸). Le calcul théorique⁴⁹ ne tient compte que du transfert d'un neutron.

oscillations de T_{20} observées expérimentalement.

La figure 19 montre qu'on reproduit bien les sections efficaces entre 300 et 800 MeV en ajoutant de façon cohérente, l'excitation du neutron échangé en Δ . Ce mécanisme se produit par double échange de mesons (π, ρ, ω) au cours du transfert. L'accord est excellent autour de $T_p = 500$ MeV, mais à plus haute énergie il y a un désaccord qui est partiellement comblé par des corrections relativistes. Toutefois les oscillations de T_{20} ne sont toujours pas expliquées par ces mécanismes montrant ainsi que les observables de polarisation sont beaucoup plus difficiles à reproduire car elles mettent en jeu des effets d'interférences complexes. En se basant sur les mesures de polarisation de la réaction $pp \rightarrow d\pi$, Arvieux et al.⁴⁷ concluent qu'il existe un nouveau mécanisme qui apparaît dans la diffusion arrière $p d$ qui n'existe pas dans la réaction $pp \rightarrow d\pi$ et qui pourrait être un effet à 3 corps. Un calcul de Kondratyuk et Schevchenko⁵¹ reproduit bien le comportement de la section efficace et un peu l'allure de la forme des oscillations de T_{20} en tenant compte d'une résonance tribaryonique.

L'étude de la voie inélastique $\bar{p} + d \rightarrow T + \pi^+$ apporte des précisions supplémentaires. Dans la région du Δ , on observe un bon accord avec le calcul théorique de Laget et Lecolley⁵² dans la même approche théorique que celle qui explique la réaction $D(\gamma, pp)\pi^-$. De même dans la région où la diffraction est le phénomène dominant, l'assymétrie est également bien reproduite ($\theta < 90^\circ$).

Le phénomène nouveau qui apparaît entre 600 et 800 MeV est une remontée de la section efficace arrière qu'on ne sait pas expliquer, et surtout une remontée brutale du pouvoir d'analyse

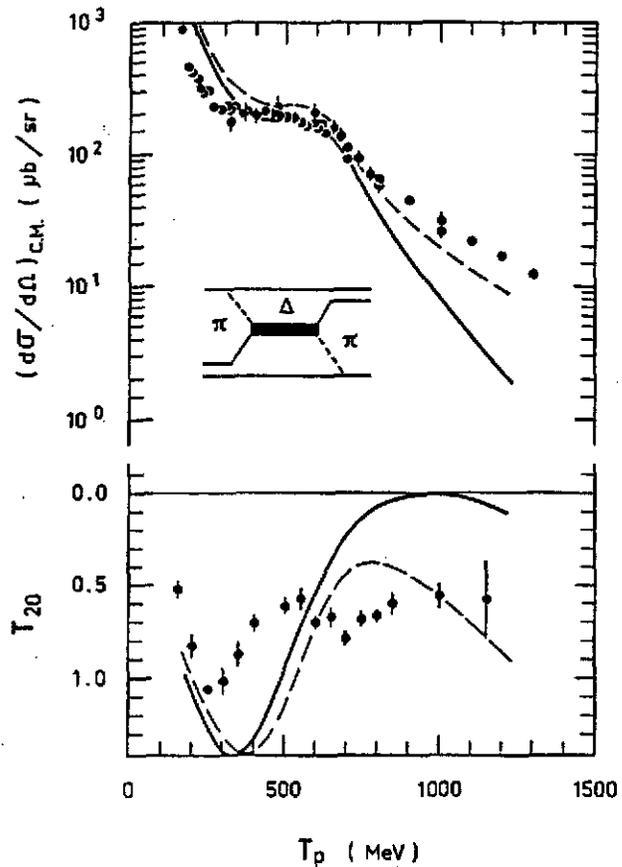


Fig. 19 - Section efficace $\bar{p} + p$ et polarisation tensorielle T_{20} à 180°_{CM} ⁴⁷⁻⁴⁸. Le calcul théorique tient compte du transfert direct d'un neutron et de l'excitation du Δ par double échange de mesons π, ρ, ω . Le double échange de π est illustré sur la figure.

A_y vers 140° qui commence à apparaître vers 600 MeV. Cette remontée a été observée pour la première fois à Los-Alamos par Kielczewska et al.⁵³. De nouvelles mesures faites par Bertini et al.⁵⁴ à Saturne ont montré que ce pic de A_y observé à 140° restait pratiquement à la même position entre 900 et 1100 MeV, mais que son amplitude augmentait encore d'un facteur 2 (figure 20). Kielczewska et al.⁵³ ont estimé qu'une composante de 3 % $\Delta^0\Delta^+$ dans l'état fondamental du deuton pourrait être à l'origine de cette remontée du pouvoir d'analyse à 800 MeV. Le mécanisme proposé serait le transfert du Δ^0 tandis que le Δ^+ spectateur se désintégrerait en émettant un π^+ vers l'arrière. A priori 3 % est un chiffre relativement élevé si l'on se base sur le facteur de forme magnétique du deutérium⁵⁰. Il faudra attendre l'analyse complète des données entre 900 et 1100 MeV pour se prononcer définitivement. C'est un effet complexe lié à l'énergie du système et non directement au transfert d'impulsion.

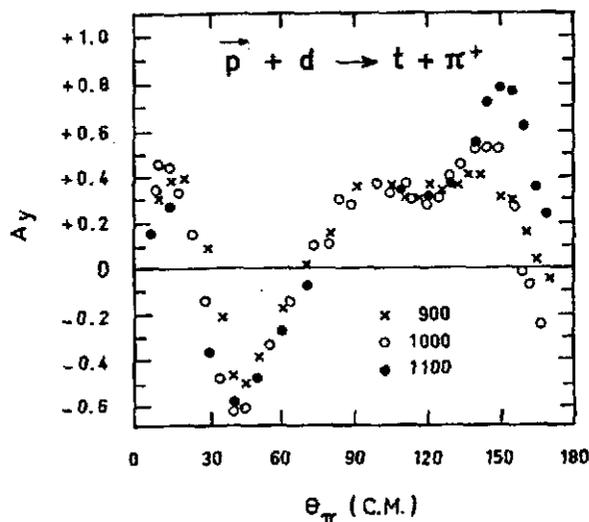


Fig. 20 - Pouvoir d'analyse A_y dans la réaction $\bar{p} + d \rightarrow t + \pi^+$.

En conclusion de ces exemples de l'effet de la résonance Δ dans les réactions avec des photons et des hadrons, on voit que lorsque l'excitation du Δ est le terme dominant on explique très bien les sections efficaces. Il apparaît par contre dans les observables de polarisation des phénomènes plus complexes qu'on ne sait pas encore expliquer avec certitude.

5.2 LA RECHERCHE D'ETATS DIBARYONIQUES

On a développé récemment des modèles de la structure des mésons et des baryons à partir des quarks⁶⁴. Il ne s'agit pas de modèles vraiment basés sur la chromodynamique quantique. On utilise une approche théorique simplifiée, fondée sur les deux propriétés les plus importantes des quarks, la liberté asymptotique à courte distance et le confinement à grande distance. Les paramètres de ces modèles sont déterminés par le spectre expérimental des mésons et des baryons. Ces modèles prédisent l'existence de configurations exotiques quarks-gluons qui ne sont pas type singlet de couleurs minimal. La mise en évidence de ces états exotiques serait très importante pour comprendre les phénomènes dynamiques qui se déroulent dans la région intermédiaire entre la liberté asymptotique et le confinement. On a fait de très nombreuses recherches pour mettre en

évidence des résonances dibaryoniques. Il n'y a pas encore de preuve expérimentale de leur existence, mais on a observé un certain nombre de résonances qui sont des candidats à une interprétation en termes d'états exotiques.

5.2.1 La réaction $\vec{p} + p \rightarrow d + \pi^+$

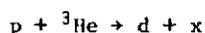
Une collaboration Grenoble-Lyon-Saclay⁶⁵ a étudié cette réaction entre 700 MeV et 2,3 GeV en mesurant à la fois la distribution angulaire de la section efficace et le pouvoir d'analyse A_y . La figure 21 montre les résultats préliminaires entre 1,2 GeV et 2,3 GeV. On voit une forte remontée du pouvoir d'analyse à 140°_{CM} entre 1,6 GeV et 2,3 GeV. Lomon⁶³ a montré que le modèle du

"Cloudy Bag" prédit une structure 1S_0 à six quarks (q^6) à une énergie $T_{LAB} = 1,9$ GeV et une structure 3S_1 vers $T_{LAB} = 1,7$ GeV. Mais il est peu probable que ce soient ces structures que l'on ait observées car elles devraient avoir une largeur de seulement 50 MeV. Il s'agit peut-être d'effets d'interférences entre différentes

ondes partielles. Le développement de ces pouvoirs d'analyse en fonctions de Legendre permettra d'étudier le comportement des amplitudes en fonction de l'énergie ; on pourrait ainsi mettre en évidence ces résonances si elles existent. Il serait également intéressant de regarder la variation des autres paramètres de spin.

5.2.2 Résonances étroites dans le spectre en masse manquante du système $B = 2, T = 1$

Tatischeff et al.⁵⁵ ont mis en évidence récemment une résonance étroite à une énergie de 2.240 ± 0.005 GeV avec une largeur très étroite (16 ± 3 MeV) dans la réaction



L'expérience a été faite à Saturne avec une excellente résolution en énergie (~ 2 MeV) et une très bonne statistique de comptage. Trois séries de mesures ont été faites, en utilisant la réaction $p({}^3\text{He},d)\alpha$ avec des ${}^3\text{He}$ de 2,7 GeV et la réaction inverse ${}^3\text{He}(p,d)\alpha$ avec des protons de 750 et 925 MeV. La figure 22 montre la variation de la section efficace en fonction de la masse manquante associée à l'émission du deuton dans la voie de sortie. Dans la voie (${}^3\text{He}, d$) on ob-

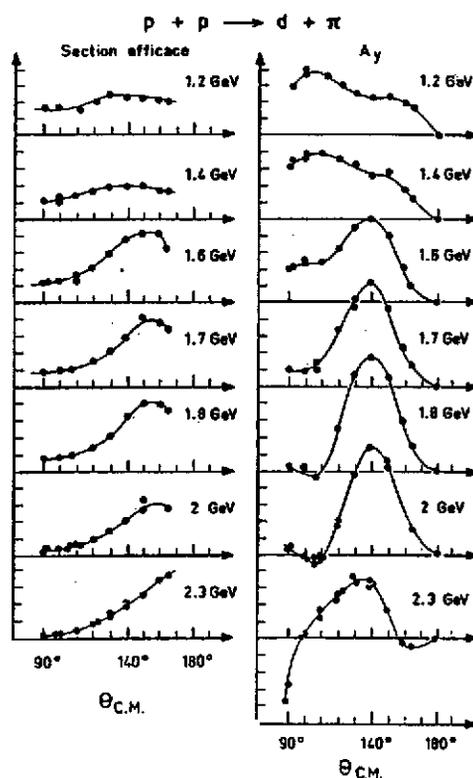


Fig. 21 - Section efficace et pouvoir d'analyse de la réaction $p + p \rightarrow d + \pi$ mesurée à Saturne. On voit à 140° une variation importante du pouvoir d'analyse entre 1,4 GeV et 2,3 GeV.

serve une bosse importante située à 2,17 GeV d'une largeur de 100 MeV. Elle est située à une masse voisine du système $N\Delta$ avec une largeur voisine de celle d'un Δ libre, mais la forme de cette bosse ne correspond pas aux états finals $pp, p\Delta$ et $pn \pi^+$ auxquels on s'attendrait normalement. Dans la voie (p, d) on observe une bosse à 2,07 GeV due au mécanisme $d(p, d)p$ sur la composante deuton du noyau de ^3He .

L'ajustement de ces spectres avec des formes du type fond polynomial + gaussiennes montre trois résonances étroites

$$M_X = 2.124 \text{ GeV} \quad \Gamma = 25 \text{ MeV}$$

$$M_X = 2.192 \text{ GeV} \quad \Gamma = 25 \text{ MeV}$$

$$M_X = 2.243 \text{ GeV} \quad \Gamma = 16 \text{ MeV}$$

La précision de ces chiffres est de l'ordre de ± 3 MeV. Les structures situées à 2.124 GeV et 2.243 GeV sont compatibles avec un spectre rotationnel en $J(J+1)$ tel que celui que Mc Grégor⁵⁹ avait suggéré en 1975. Dans cette explication les états dibaryoniques correspondent à des configurations $NN\pi$. Les états 1D_2 , 3F_3 et 1G_4 étaient prédits à 2.14, 2.26, 2.43 GeV. Mais leur existence était mise en doute par Seth et al.⁶² en se basant sur le résultat négatif du pouvoir d'analyse de la réaction $d(\vec{p}, p)pn$ à Los-Alamos à 700 MeV.

Quelle est la nature de ces résonances si étroites ? Pour l'instant il n'est pas possible de conclure avec certitude. Si ces structures avaient été vues dans la voie isoscalaire $T=0$, on aurait pu exclure le couplage $N\Delta$ puisqu'il est impossible en dessous du seuil $\Delta\Delta$. L'expérience $D(d, d)x$ faite par Combes-Comets⁶¹ à Saturne n'a vu aucune structure, on ne peut donc exclure le couplage $N\Delta$.

Les modèles de quarks^{57, 58} prédisent également des bandes rotationnelles, il faudra donc trouver expérimentalement une signature qui permette d'identifier la nature de ces résonances. Mais quelle qu'en soit l'interprétation définitive, on se trouve devant des états d'un type qualitativement nouveau à cause de leur largeur très étroite. Ce qui serait le plus excitant

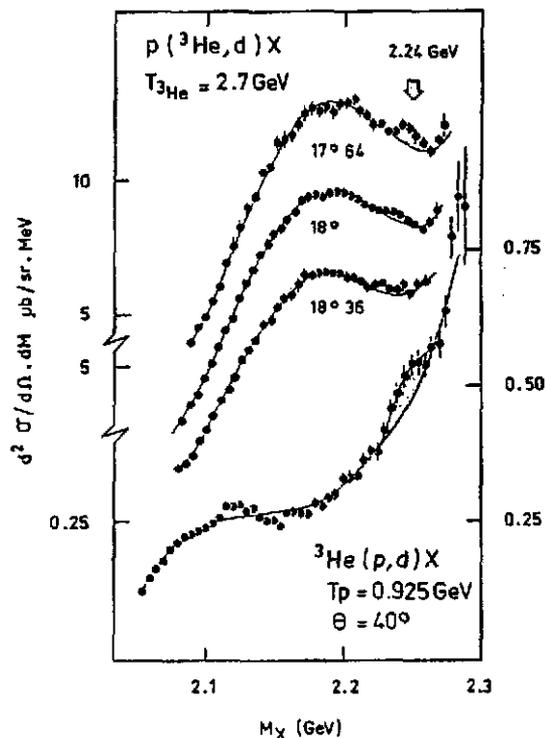


Fig. 22 - Résonance étroite à 2,24 GeV observée dans la diffusion $p + ^3\text{He}$ à Saturne

serait évidemment de penser qu'on est en présence d'états à six quarks de couleurs cachées du type Q^b , QQ^b , $Q^2 Q^b$, ..., $Q^{n-b} Q^b$.

5.3 LA PRODUCTION DOUBLEMENT COHERENTE DE PIONS EN DESSOUS DU SEUIL

La production de pions apparaît de façon très naturelle dans une collision entre deux noyaux lorsque chaque nucléon du noyau projectile possède assez d'énergie cinétique pour créer un pion, soit au moins 290 MeV/nucléon. Aux énergies inférieures à ce seuil la production de pions ne peut qu'être causée par un processus coopératif, dans lequel c'est l'énergie totale dans le système du centre de masse qui est mise à contribution pour créer un pion.

Deux types de réactions produisant des pions en dessous du seuil ont été observés jusqu'à présent.

- La réaction inclusive⁶⁶ : c'est l'expérience type de diffusion profondément inélastique où on ne détecte pas l'état final des produits de la réaction qui correspondrait au continuum du noyau composé. Il s'agit de sections efficaces élevées à cause de la multitude de voies ouvertes. L'une des possibilités d'explication de ce phénomène serait un effet de bremsstrahlung pionique⁷¹. L'émission de pion se produirait sous l'action des champs de spin-isospin pendant l'accélération et la décélération des deux noyaux en collision. On pourrait déterminer ainsi le temps de ralentissement des deux projectiles.
- La réaction exclusive : on détecte un pion associé à un état de très basse énergie du noyau composé. C'est un processus dans lequel les deux noyaux en collision fusionnent complètement. On le désigne sous le nom d'effet doublement cohérent, dans le sens qu'il nécessite une interaction cohérente à la fois de la cible et du projectile. La section efficace de production doublement cohérente est évidemment beaucoup plus faible. La première observation de la réaction ${}^3\text{He} + {}^6\text{Li} \rightarrow \pi^- + {}^9\text{C}$ a été faite au CERN par Aslanides et al.⁶⁷ en 1979. Depuis, un programme systématique a été entrepris à Orsay, Saclay et au CERN. On trouvera une revue et une discussion des résultats récents par Aslanides⁶⁷ au Colloque franco-japonais à Dogashima en 1983.

Nous nous intéresserons ici à un cas spécifique, celui de la réaction ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^6\text{Li}_{g.s.}$ où le projectile et la cible fusionnent en formant un noyau de ${}^6\text{Li}$ dans son état fondamental. Cette réaction a été observée pour la première fois à Orsay par Le Bornec et al.⁶⁸ en 1981, et a été étudiée ensuite à Saturne entre $T_{3\text{He}} = 350$ et 600 MeV pour déterminer le mécanisme de réac-

tion en mesurant la variation de la section efficace avec l'énergie incidente. On a mesuré les sections efficaces pour l'état fondamental du ${}^6\text{Li}$ et pour l'état 3^+ situé à 2,18 MeV.

La figure 23 montre un spectre expérimental observé à Saturne à 350 MeV/c et un angle de 15° , après avoir soustrait le bruit de fond de la cible vide. La figure 24 montre l'ensemble des résultats expérimentaux pour l'état fondamental du ${}^6\text{Li}$ ramenés à un angle constant de $30^\circ_{\text{C.M.}}$.

Une série d'expériences analogues a été faite avec les noyaux $d + {}^6\text{Li}$, ${}^3\text{He} + A$ ($A = {}^3\text{He}, {}^4\text{He}, {}^6\text{Li}, {}^9\text{Be}, {}^{10}\text{B}$) entre 90 et 300 MeV par nucléon. D'une façon générale les sections efficaces diminuent lorsque l'énergie augmente (dans le cas de la réaction ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$, la variation est d'un facteur 10 entre 90 et 200 MeV/nucléon). Pour un projectile donné, les sections efficaces diminuent lorsque la masse de la cible augmente. La section efficace dépend fortement du transfert d'impulsion, mais nettement moins de l'énergie disponible dans le centre de masse.

Klingenberg et al.⁶⁹ ont proposé une explication de cette production doublement cohérente avec le modèle qu'ils appellent "la fusion pionique". Le projectile et la cible échangent un pion virtuel qui va créer un Δ au moment où il est absorbé. Ce Δ se propage ensuite par le phénomène d'émission et d'absorption d'un pion en cascade. C'est le Δ qui joue le rôle de réservoir en énergie. Ce modèle est en accord raisonnable à 300 MeV et 600 MeV pour la réaction $d + {}^6\text{Li}$, mais on voit clairement sur la figure 24 qu'il n'explique pas du tout la variation en énergie

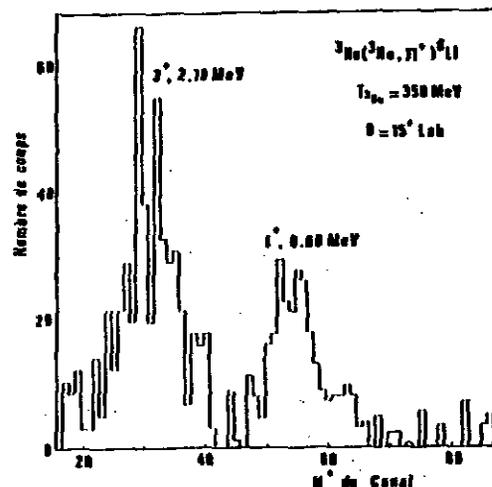


Fig. 23 - Spectre expérimental des pions émis dans la réaction doublement cohérente ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+){}^6\text{Li}$ observé à Saturne pour une énergie incidente de 350 MeV à un angle de 15° . On distingue l'état fondamental 1^+ du ${}^6\text{Li}$ et l'état excité 3^+ situé à 2,18 MeV (ref.⁶⁸).

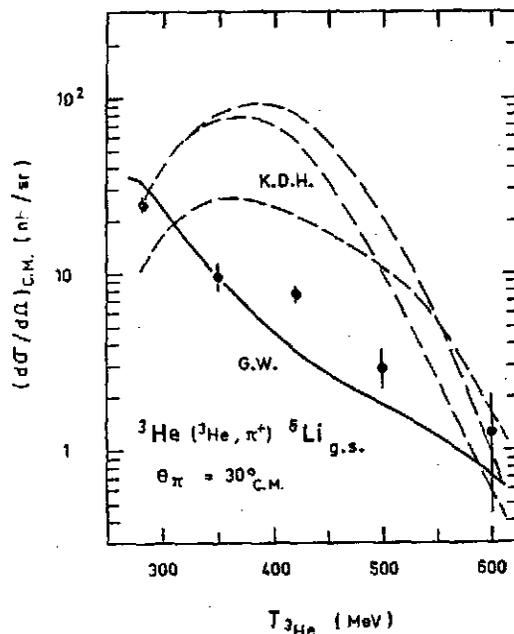


Fig. 24 - Variation de la production doublement cohérente de pions ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+){}^6\text{Li}$ en fonction de l'énergie. La courbe en trait plein est le modèle de Germond-Wilkin. Les courbes tiretées sont les prédictions du modèle de fusion pionique de Klingenberg-Dillig-Huber⁶⁹.

de la section efficace de ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^6\text{Li}_{gs}$.

Germond et Wilkin⁷⁰ ont proposé une autre explication avec un modèle semi-phénoménologique. Le mécanisme élémentaire est la capture d'un proton par le noyau de ${}^3\text{He}$: ${}^3\text{He} + p \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$. Le noyau de ${}^4\text{He}$ est ensuite capturé par les 2 nucléons spectateurs pour former le ${}^6\text{Li}$. Ce modèle marche assez bien pour l'état fondamental, mais beaucoup moins bien pour l'état 3^+ du ${}^6\text{Li}$. Il donne aussi un accord raisonnable pour plusieurs autres réactions ($3\text{He}, \pi^+$) à basse énergie.

La production de pion par un mécanisme doublement cohérent reste encore mal expliquée et il faudra de nouvelles expériences plus complètes pour comprendre la nature de ce processus.

5.4 TRANSITIONS SPIN-ISOSPIN

Les excitations spin-isospin ont fait l'objet de cours détaillés l'année dernière à l'Ecole Joliot-Curie par Blaizot et Galès. Nous ferons ici simplement un bref rappel en faisant le point depuis l'année dernière.

Un effort théorique important a été fait au cours de ces dix dernières années pour avoir une vue cohérente des phénomènes collectifs dans les noyaux. On a regardé en particulier très en détail les modes spin-isospin pour comprendre la nature de cette composante de la force nucléon-nucléon dans les noyaux. Celle-ci est très différente de celle de l'interaction entre nucléons libres à cause des effets de polarisation du milieu nucléaire qui dépendent fortement de sa densité. L'étude expérimentale des résonances électriques dipolaires et de la résonance monopolaire ne nous a renseigné que sur l'énergie de symétrie et le module de compression du noyau, c'est-à-dire sur les composantes purement centrales de la force. La partie spin-isospin de la force nucléon-nucléon qui correspond à un changement simultané du spin et de l'isospin était beaucoup moins bien connue jusqu'à ces dernières années à cause du peu d'informations expérimentales. Cette situation a complètement changé avec la découverte de modes collectifs d'excitation de spin dans les réactions d'échange de charge, et les réactions (p, p') et (e, e') . Ces expériences ont mis en évidence une forte interaction répulsive dans le canal spin-isospin.

Le problème fondamental de l'interprétation de ces expériences est de séparer l'effet des degrés de liberté subnucléoniques des effets purement nucléoniques. La figure 25 montre ces deux effets. Le mode nucléonique correspond à des excitations particule-trou induites par des corrélations tenseurs décrites par Arima et Hyuga²⁴. C'est une simple polarisation du coeur. Le mode

subnucléonique est l'excitation collective d'états Δ -trou qui correspond à une transition spin-isospin par le retournement d'un quark dans l'espace de spin et d'isospin. Bien que le mode subnucléonique soit situé à une énergie de 300 MeV, il peut contribuer de façon aussi importante si son couplage est suffisant, car le principe de Pauli n'agit pas sur le Δ qui est différent des autres nucléons. Tous les nucléons peuvent participer à la formation des états Δ -trous. La difficulté théorique reste le potentiel de transition $N\Delta$, car l'effet subnucléonique est directement proportionnel à la constante de couplage $N\Delta$.

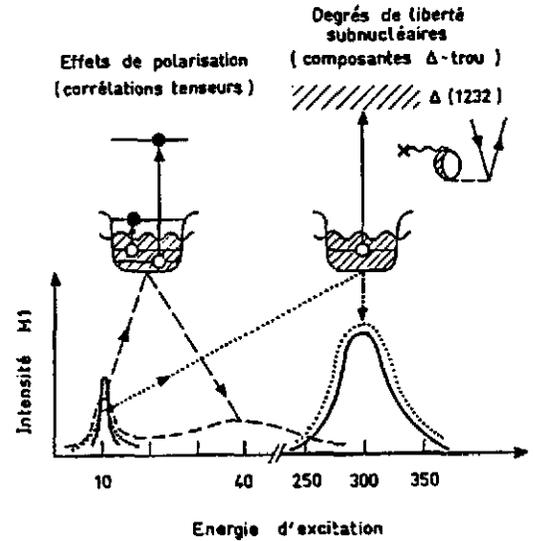


Fig. 25 - Comparaison des effets nucléoniques et subnucléoniques qui peuvent réduire les transitions spin-isospin situées à basse énergie. D'après Richter⁷⁵.

5.4.1 Résonances Gamow-Teller et résonances magnétiques M 1

Entre 100 et 200 MeV la diffusion de proton dans le canal spin-isospin est très favorisée par rapport aux transitions de Fermi (isospin seul). Dans cette gamme d'énergies la réaction (p, n) est un processus à un corps. On observe à 0° un pic important qui correspond à une résonance Gamow-Teller^{73,74}.

Les transitions Gamow-Teller sont induites par l'opérateur de courant axial

$$\vec{A}^{\pm}(\vec{r}) = g_A \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}_i \tau_i^{\pm} \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_i)$$

L'intensité totale de la transition Gamow-Teller peut être estimée par la règle de somme

$$\frac{1}{g_A^2} \sum_n \left\{ \left| \langle n | \vec{A}^+ (\vec{q} = 0) | 0 \rangle \right|^2 + \left| \langle n | \vec{A}^- (\vec{q} = 0) | 0 \rangle \right|^2 \right\} = 3(N - 2)$$

où les états $|n\rangle$ sont purement nucléoniques. Seule la partie $\vec{\sigma} \tau^+$ contribue aux réactions (p,n) mais la partie $\vec{\sigma} \tau^-$ est supprimée dans les noyaux qui ont un large excès de neutrons.

Les transitions magnétiques sont reliées au courant de spin nucléaire

$$\vec{J}_M(\vec{r}) = g_M \sum_i (\vec{\sigma}_i \times \vec{v}_i) \tau_i^3 \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_i)$$

Les transitions magnétiques M1 correspondant à des excitations peuvent être isolées en utilisant la diffusion (p,p') (ref.⁷⁶) à l'angle vers l'avant où la diffusion (e,e') (ref.⁷⁵) à 180°. Il existe toutefois une différence entre les deux réactions, car la partie orbitale du courant peut également contribuer aux réactions (e,e'), sauf si c'est une transition neutron.

La comparaison entre les trois réactions est montrée sur la figure 26 pour le ^{48}Ca . On peut voir une transition dipolaire géante très pure, car le ^{48}Ca est un noyau à couches relativement bien fermées. C'est une transition d'un neutron $f\ 7/2 \rightarrow f\ 5/2$ (refs.^{87,88}). L'état isobarique analogue de cet état $T = 4$ est observé dans la réaction $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$. Sur la figure on a ajusté l'énergie d'excitation de l'état isobarique analogue du ^{48}Sc pour s'aligner avec l'état analogue dans le ^{48}Ca . Cet état a été également vu par la réaction (π,π') (ref.⁸⁹).

Une compilation des résultats des mesures de ces transitions spin-isospin a été faite récemment dans la thèse de Djalali⁷⁶ où les intensités ont été divisées par les valeurs prédites par la théorie.

On voit une réduction importante à peu près uniforme. Les calculs récents pour les transitions M1 montrent que l'effet du Δ est de 20 à 25 %, la réduction restante est probablement due à des effets de polarisation. Mais la nature exacte du mécanisme de réduction est encore à déterminer.

La réduction de la résonance Gamow-Teller est compatible avec une réduction de la constante de couplage g_A pour un neutron libre $g_A = 1,26$. Dans les noyaux, $g_A^{\text{eff}} = 1,02 \pm 0,03$ permettrait de réconcilier expérience et théorie. Si l'on se place non plus dans un espace de nucléons, mais dans un espace de quarks la constante de couplage g_A devient égale à $5/3$ ce qui réduit la règle de somme Gamow-Teller par un facteur $\frac{9}{25}$. C'est évidemment un modèle trop simplifié, car $5/3$ ne

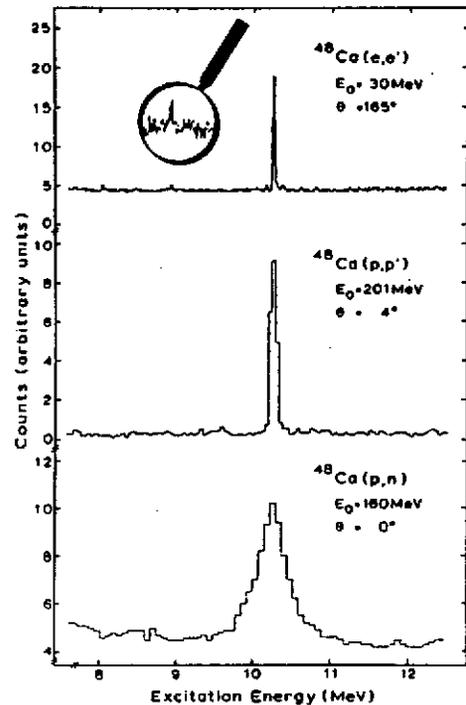


Fig. 26 - Comparaison⁷⁵ des résonances magnétiques M1 dans les réactions $^{48}\text{Ca}(e,e')$, $^{48}\text{Ca}(p,p')$ et de la résonance Gamow-Teller observée dans la réaction (p,n). La loupe montre qu'environ 10 % de transitions M1 correspond à des transitions très faibles.

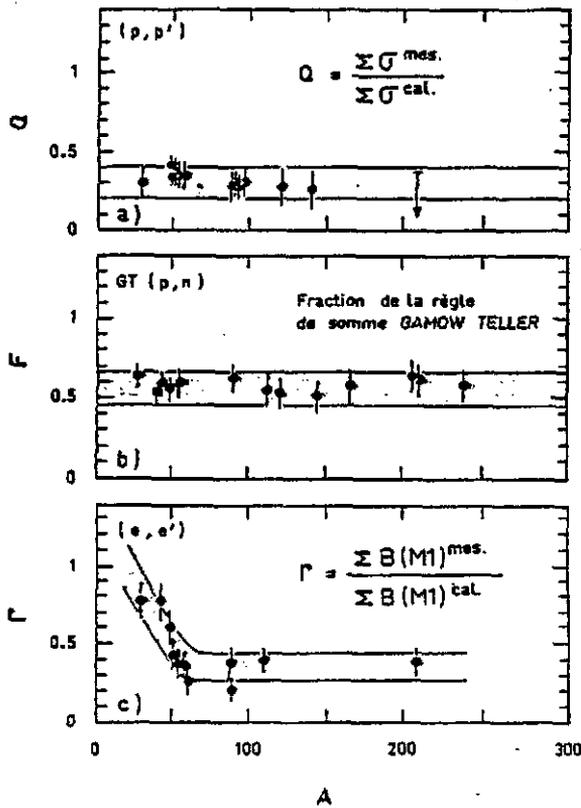


Fig. 27 - Réduction des transitions spin-isospin observées par les réactions (e, e') , (p, p') et (p, n) , compilée par Djalali⁷⁶.

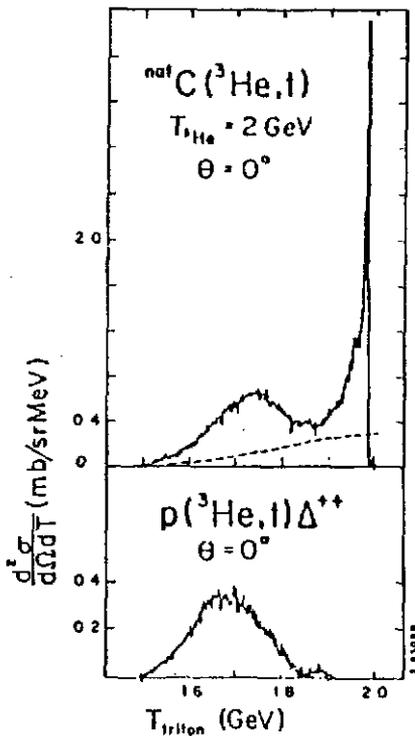


Fig. 28 - Spectres expérimentaux de la réaction $^{12}\text{C}(^3\text{He}, t)$ et $p(^3\text{He}, t) \Delta^{++}$ observés à SATURNE⁷⁷.

correspond pas à la valeur expérimentale $g_A = 1,26$. Mais on voit qualitativement que le fait de tenir compte des quarks entraîne une réduction importante de la règle de somme.

5.4.2 La réaction $(^3\text{He}, t)$

La réaction $(^3\text{He}, t)$ a été étudiée à Saturne par une collaboration franco-scandinave 77-78. La figure 28 montre les spectres expérimentaux sur le ^{12}C et le proton. Comme la réaction (p, n) c'est une transition spin-isospin qu'il faut mesurer à 0° . La réaction est un processus à une étape qu'on peut traiter dans l'approximation d'impulsion.

Dans la réaction sur le proton, la section efficace est décrite par l'échange d'un pion virtuel du genre espace entre le proton et l'un des nucléons contenus dans le noyau de ^3He , mais il faut également tenir compte d'un facteur de forme hadronique pour le système $^3\text{He}-t$. Ellegaard et al.⁷⁸ ont comparé ce facteur de forme au facteur de forme magnétique⁹⁰ mesuré en diffusion d'électrons. On trouve à faible transfert des résultats compatibles, mais à plus grand transfert des déviations importantes apparaissent, dans la région où l'on s'attend à un effet important des termes de rediffusion.

La position du pic observé dans la région du Δ a été étudiée pour différents noyaux. La position de ce pic est un problème intéressant car elle renseigne sur le mécanisme de l'excitation du Δ dans un noyau. La réaction $(^3\text{He}, t)$ permet d'at-

teindre des excitations longitudinales du Δ avec des pions virtuels. La propagation du pion dans le noyau est modifiée par rapport à celle d'un pion libre. On connaît la réponse transverse dans la région du Δ par l'absorption de photons qui est une réponse transverse du type $\vec{\sigma} \times \vec{q}$. L'effet du milieu est indépendant du nombre de nucléons dans le noyau⁸³ et il est assez faible. Dans la réponse longitudinale $\vec{\sigma} \cdot \vec{q}$, la situation est différente à cause de l'existence d'une pseudo-singularité⁸¹⁻⁸⁶ qu'on appelle la Branche pionique. Cette singularité détermine la relation entre l'énergie et l'impulsion avec lesquelles un pion se propage à grande distance.

Ce pôle correspond à la solution de l'équation :

$$\omega^2 - m_\pi^2 - q^2 - q^2 \tilde{\pi}^0(q, \omega) = 0$$

Les réactions (${}^3\text{He}, t$) à Saturne pour divers noyaux entre le ${}^{12}\text{C}$ et le ${}^{208}\text{Pb}$ montrent que le pic est déplacé d'environ 80 MeV. La relation entre q et ω a été étudiée en faisant varier les conditions cinématiques (figure 29). La position du pic dans la région du Δ dans le plan ω, q suit cette branche pionique, mettant en évidence pour la première fois ces états Δ -trou qui sont excités par la partie attractive de l'interaction longitudinale pionique.

La réaction (${}^3\text{He}, t$) a donc un caractère spécifique nouveau qui est celui de pouvoir étudier des modes pioniques longitudinaux dans une région inaccessible aux autres sondes.

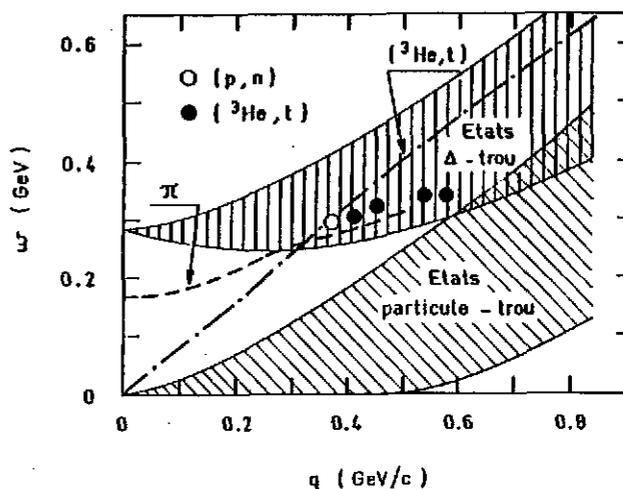


Fig. 29 - Position du pic observé dans la région du Δ par les réactions (p, n) et $({}^3\text{He}, t)$ (ref.⁷⁹) en fonction du transfert d'impulsion q et de l'énergie d'excitation ω . L'excitation possible par les photons est la bissectrice $q^2 = \omega^2$. La ligne en trait mixte correspond à la réaction $({}^3\text{He}, t)$. Les points expérimentaux semblent suivre la branche pionique^{81,82} indiquée par π .

6 CONCLUSIONS

Les effets subnucléoniques jouent donc un rôle important dans la dynamique des interactions dans le noyau. Même à très basse énergie, comme c'est le cas pour la désintégration β , il est nécessaire de tenir compte de la présence de pions pour expliquer les résultats expérimentaux de façon quantitative.

Plusieurs exemples de réactions nucléaires mettant en jeu différentes sondes ont été discutés pour montrer comment on utilise leurs caractères spécifiques. Les résultats présentés dans ce cours sont en majeure partie très récents. Ils montrent la très grande vitalité du domaine des énergies intermédiaires. Une nouvelle conception de la structure nucléaire est clairement en train de se forger.

Les diffusions d'électrons, de muons et de neutrinos ont montré sans ambiguïté la présence de quarks, de gluons, de nucléons et de mésons par une "simple" diffraction à l'échelle subatomique. Mais la connexion entre la description en termes de quarks et celle en termes de nucléons reste encore à faire.

REFERENCES

- 1) N. Isgur et C.H. Llewellyn-Smith, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1080
- 2) J.J. Aubert et al., Phys. Lett. 123B (1983) 275
- 3) D.H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, 2è édition Addison-Wesley 1982
- 4) G. Flügge, Lecture notes in physics Springer Verlag
- 5) H. Abromowicz et al., Zeit. Für Phys. C17 (1983) 283 ;
J.G.H. de Groot, Int. Conf. on High-Energy Physics, Madison 1980 ;
J. Steinberger, Int. School on Subnuclear Physics, Erice 1980
- 6) F.E. Close, An Introduction to Quarks and Partons 1979 Academic Press ; M.D. Mestayer, These SLAC Report 214 (1978)
- 7) P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many Body Problem Springer Verlag 1980
- 8) J.S. Mc Carthy et al. Phys. Rev. C15 (1977) 1396 ;
I. Sick et al. Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 910 ; Phys. Lett. 88B (1979) 245 ;
J.M. Cavedon et al., Phys. Lett. 118B (1982) 311;
J. Emrich et al., Nucl. Phys. A396 (1983) 401c ;
B. Frois et al., Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 152
- 9) H. Eutenever et al., Nucl. Phys. A298 (1978) 452
- 10) J.M. Cavedon et al., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 978 ; B. Frois et al., Nucl. Phys. A396 (1983) 409c ; J.M. Cavedon et B. Frois, Images de la Physique 1984.
- 11) J. Dechargé et D. Gogny, Phys. Rev. C21 (1980) 1568
- 12) X. Campi communication privée ;
X. Campi et D.W.L. Spring, Nucl. Phys. A194 (1972) 401
- 13) J. Dechargé et L. Sips, Nucl. Phys. A407 (1983) 1
- 14) V.R. Pandharipande et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1133
- 15) M. Huber, Ecole de San Miniato 1983
- 16) A. Bodek et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1431
- 17) M. Gell-Mann, Phys. Lett. 8 (1964) 214
G. Zweig, CERN report 8182/Th 401 (1964)
- 18) R. Feynman, Photon Hadron Interactions, W.A. Benjamin Inc 1972 ;
J.D. Bjorken, Phys. Rev. 179 (1969) 1547
- 19) Compilation des données du SLAC
- 20) G. Callan and D.J. Gross, Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 156
- 21) W. Weise, Third Advanced Course in Theoretical Physics, Capetown 1984, à paraître dans

Lecture Notes in Physics

- 22) P. Villars, *Helv. Phys. Acta* 20 (1947) 476
- 23) M. Chemtob et M. Rho, *Nucl. Phys.* A163 (1971) 1
- 24) "Mesons in Nuclei" édité par M. Rho et D. Wilkinson North-Holland 1979
- 25) I.S. Towner, *Ecole d'Erice*
- 26) K. Kubodera, J. Delorme et M. Rho, *Phys. Rev. Lett.* 40 (1978) 755
- 27) C.A. Galiardi et al., *Phys. Rev.* C28 (1983) 2423 ;
G.T. Garvey, communication privée
- 28) P.A.M. Guichon et al., *Phys. Rev.* C19 (1979) 987
- 29) P.A.M. Guichon, M. Giffon et C. Samour, *Phys. Lett.* 74B (1978) 15
- 30) I.S. Towner et F.C. Khanna, *Nucl. Phys.* A372 (1981) 331
- 31) H.U. Jäger, M. Kirchbach et E. Truhlik, *Nucl. Phys.* A404 (1983) 456
- 32) S. Nozawa et al., *Phys. Lett.* 140B (1984) 11
- 33) P.A.M. Guichon et C. Samour, *Nucl. Phys.* A382 (1982) 461
- 34) A.E. Cox et al., *Nucl. Phys.* 74 (1965) 497
- 35) D.O. Riska et G.E. Brown, *Phys. Lett.* 388 (1972) 193
- 36) R.E. Rand et al., *Phys. Rev. Lett.* 18 (1967) 469
- 37) G.G. Simon et al., *Phys. Rev. Lett.* 37 (1976) 739 ;
Nucl. Phys. A324 (1979) 277
- 38) M. Bernheim et al., *Phys. Rev. Lett.* 46 (1981) 402 ;
J.C. Clemens et al., à paraître
- 39) J.F. Mathiot, *Nucl. Phys.* A412 (1984) 201
- 40) J. Hockert et al., *Nucl. Phys.* 217 (1973) 14
- 41) M. Rho, Spin Excitations in Nuclei, Conférence de Telluride 1982
- 42) P.F. Argan et al., *Phys. Rev. Lett.* 41 (1978) 86
- 43) J.N. Laget, *Physics Reports* 69 (1981) 1
- 44) P.E. Argan et al., *Nucl. Phys.* A296 (1978) 373
- 45) J.L. Faure et al., *Nucl. Phys.* A424 (1984) 383
- 46) J.N. Laget, J.F. Lecomte et F. Lefebvres, *Nucl. Phys.* A370 (1981) 479
- 47) J. Arvieux et al., *Nucl. Phys.* A431 (1984) 613, (cet article contient les références complètes de toutes les données expérimentales).
- 48) P. Berthet et al., *J. of Phys.* G8 (1982) L111
- 49) A. Boudard, Thèse 1984, Note CEA-N-2386
- 50) S. Auffret et al., *Phys. Rev. Lett.* 54 (1985) 649
- 51) L.A. Kondratyuk et L.V. Schevchenko, conférence de Balaton 1983

- 52) J.M. Laget et J.F. Lecomte, conférence PANIC, Heidelberg 1984
- 53) D. Kielczewska et al., communication à la conférence de Karlsruhe 1983
- 54) Bertini et al., (à paraître)
- 55) B. Tatischeff et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 2022
- 56) T. Siemarczuk et al., Phys. Lett. 128B (1983) 367
- 57) P.J.G. Mulders et al., Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 1543 et Phys. Rev. D21 (1980) 2653
- 58) M. Rosina et H.J. Pirner, Nucl. Phys. A367 (1981) 398
- 59) M.H. Mc Gregor, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 1724
- 60) T. Veda, Phys. Lett. 79B (1978) 487
- 61) M.P. Combes-Comets et al., Nucl. Phys. A (à paraître)
- 62) K.K. Seth et al., Few Body problems in physics, Conférence de Karlsruhe 1983, Vol II, North Holland
- 63) E. Lomon, Conférence de Heidelberg 1984
- 64) A.W. Thomas, Chiral symmetry and the bag model Advances In Nuclear Physics 13 (1983) 1, Plenum Press
- 65) R. Bertini et al., à paraître
- 66) W. Berrenson et al., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 683 ;
S. Nagamya et al., Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1780 ;
T. Johansson et al., Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 732
- 67) E. Aslanides et al., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1466 ; Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 1738, Nucl. Phys. A393 (1983) 314 ; Colloque franco-japonais, Dogashima 1983
- 68) Y. Le Bornec et al., Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1870 ; Phys. Lett. 133B (1983) 149
- 69) K. Klingenberg et al., Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1654
- 70) J.F. Germond et C. Wilkin, Phys. Lett. 106B (1981) 449
- 71) D. Vasac et al., Phys. Lett. 93B (1980) 243
- 72) J.P. Blaizot ; S. Gales, Ecole Joliot-Curie 1983
- 73) C. Gaarde, Nucl. Phys. A396 (1983) 127C, Conférence d'Osaka 1984
- 74) C.D. Goodman, Conférence de Florence 1983
- 75) A. Richter, Ecole d'Erice 1984 et Conférence de Florence 1983
- 76) N. Marty et al., Nucl. Phys. A396 (1983) 1456 ;
C. Djalali, NIESANS, Paris 1983 et Thèse 1984
- 77) C. Ellegaard et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1745
- 78) C. Ellegaard et al., Phys. Lett. à paraître
- 79) M. Roy Stephan, communication privée
- 80) K. Nakayama , S. Krewald et J. Speth, cours à Changchun, Chine 1983

- 81) G. Chanfray et M. Ericson, Phys. Lett. 141B (1984) 163
- 82) G. Chanfray, Aussois 1985
- 83) V.F. Dmitriev et T. Suzuki, MIT preprint CTP 1156, 1984
- 84) P. Carlos et al., Nucl. Phys. A431 (1984) 573
- 85) E. Os et W. Weise, Nucl. Phys. A368 (1981) 375
- 86) J. Delorme et al., Ann. Phys. 102 (1976) 273
- 87) W. Steffen et al., Phys. Lett. 95B (1980) 23
- 88) G.M. Grawley et al., Phys. Lett. 127B (1983) 322
- 89) D. Denhard et al., Phys. Rev. à paraître
- 90) J.M. Cavedon et al., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 986

LOW ENERGY $\bar{p}p$ PHYSICS

E. PREDAZZI

Istituto di Fisica Teorica, Università di Torino, Torino (Italia)

et

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Torino (Italia)

INTRODUCTION AND MOTIVATIONS FOR $\bar{p}p$ STUDIES.

The interest in $N\bar{N}$ physics (particularly $p\bar{p}$) has always been deemed by the difficulty of having a suitable tool of investigation, namely, a reasonably intense beam of antiprotons. This interest has so far been confined to the verification of the asymptotic theorems in the high energy domain and to the spectroscopic analysis of the baryonium both in its theoretical and experimental aspects.

The recent development of cooling techniques opens new perspectives ranging from the very low to the very high energy domain. Among the main issues from low energy data, many consequences of general theorems, such as CPT are going to be verified experimentally, the $\bar{B}B$ resonance spectrum (baryonium) and very low energy cross-sections are going to be measured. In the high energy domain, aside from the already mentioned verification of the asymptotic theorems for pp and $p\bar{p}$, an exciting new field has been the search for W^\pm and Z^0 on the one hand (at the level of our understanding of the fundamental properties of the basic interactions) and the verification of the hints provided by cosmic ray data, on the other hand, which has greatly renewed the interest for hadronic physics.

All these developments have not been accessible so far with the use of the conventional (low intensity) beam of antiprotons that have been traditionally available and whose contamination from pions has always been very large. Furthermore, the range of available energies has so far been limited and strongly correlated to that of the primary (proton) beams. This can be seen, as an example, from the momentum spectrum of antiprotons produced in the forward direction by a 23 GeV/c beam of protons on a lead target (Fig. 1). In Fig. 1 the distribution peaks

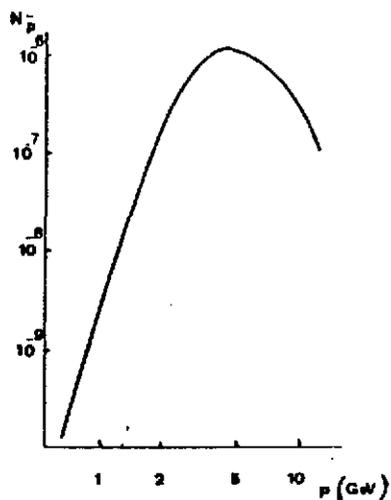


FIG.1

at 3.5 GeV/c corresponding to production at rest j_1 , the C.M.

The situation is soon going to be drastically modified by the new \bar{p} beams obtained with cooling techniques which are going to provide very intense sources of antiprotons. The latter, produced at the peak energy of Fig. 1 will be stocked in an accumulator ring and the momentum spread of each incoming bunch ($\Delta p/p \simeq 1\%$) is going to be reduced or "cooled down" to $\Delta p/p \simeq 10^{-4}$. The present expectation is

of stocking $\lesssim 10^{12}$ antiprotons in a day time at CERN by means of a specific antiprotons accumulator ring (AA) to be then utilized in the new devices called LEAR and ICE; they will be discussed together with the planned physics program in the lectures by U. Gastaldi (these proceedings).

The options of using relatively low energy beams (up to a maximum of few GeV/c per beam) are both being pursued at CERN while the high energy option only is presently being considered at FNAL.

In the high energy option at CERN, the antiprotons stocked in the AA ring are first accelerated at the PS up to 26 GeV/c and have then either been injected in the SPS used as collider (i.e. accelerating at the same time beams of protons and antiprotons circulating in opposite directions) or in the ISR. The latter alternative is now out due to the shut down of the ISR. In the low energy option, the antiprotons are first decelerated down to ~ 0.6 GeV/c and then transferred to a small storage ring (LEAR) which will provide beams whose energy will range from 0.1 GeV/c to 2 GeV/c with $\Delta p/p \approx 10^{-4}$.

The maximum energy of $270 \times 2 = 540$ GeV/c has been reached in the collider (i.e. nine times the maximum energy attained at the ISR) leading to the discovery of the vector bosons W^+ and Z^0 mediating the electroweak interaction. The experimental finding of $m_W \approx 82$ GeV/c² and $m_Z = 93$ GeV/c² is the best confirmation of the so called standard (or Weinberg-Salam) model unifying the weak and the electromagnetic forces. Thus, once again, the first actual discovery of W^+ and Z^0 has been the product of hadronic machines. Quite probably, however, the $\bar{p}p$ collider will not be able to carry out the analysis of the spectroscopic properties of the vector bosons; for this, the new generation of e^+e^- machines (such as LEP) will be necessary. The Collider has also been useful for measuring $\sigma_t(\bar{p}p)$ and for extracting other data.

Much information has also been gathered from the second high energy option at CERN, i.e. injecting the antiprotons in the ISR. This has allowed one to study the $\bar{p}p$ elastic and total cross-sections up to the present highest energies at which they have been measured for $\bar{p}p$ ($\sqrt{s} = 22$ to 63 GeV) and to verify both their expected analogies and the validity of the Pomeronchuk theorem as well as their apparent differences¹.

While the high energy proton beam developed at CERN will presumably lose its competitiveness once the FNAL collider will be in operation, a longer lifetime should be expected for the CERN low energy facility of antiprotons (LEAR) which is going to be a very flexible tool by providing: first of all, a very clean external \bar{p} beam with an average intensity of $\lesssim 10^6$ \bar{p} /sec and high duty cycle; secondly, an internal beam to be used on a gas jet target; thirdly, the simultaneous stocking of H^- and \bar{p} beams circulating in the same direction so that very low energy collisions should be possible; lastly, the work of a standard collider accumulating p and \bar{p} circulating in opposite directions to investigate low and medium $\bar{p}p$ physics.

More specifically, at low energies we expect the following issues to be important in connection with intense \bar{p} beams:

- A/ Annihilation processes
- B/ The baryonium (or $q q \bar{q} \bar{q}$) states
- C/ Quasinuclear states
- D/ The protonium states
- E/ The study of charmonium.

As already mentioned, this physics is going to be studied at LEAR with a high intensity ($\approx 10^6 \bar{p}/\text{sec}$) high duty cycle, high momentum resolution $\Delta p/p \approx 10^{-4}$, low energy ($0.1 + 2 \text{ GeV}/c$) extracted beam or within a storage ring operating with 10^9 to $\approx 10^{12} \bar{p}$. In this mode of operation dense targets are required to provide large stopping rates above $\sim 0.1 \text{ GeV}/c$. Alternatively, the $p\bar{p}$ spectroscopy can be studied with an internal beam on a gas jet target and an extremely high momentum resolution ($\Delta p/p \approx 10^{-5}$).

A/ Annihilation processes.

All modes of annihilation can be studied by stopping virtually all of the $10^6 \bar{p}/\text{sec}$ in a small volume (30 cm long hydrogen target). Also annihilation into e^+e^- pair should give the large yield of ~ 300 events/hour (to be compared with the present statistics of ~ 26 events detected at the PS in the ELPAR experiment).

Annihilation is going to be investigated using degradation in matter and tagging with a spectrometer or time of flight measurements. Below $0.2 \text{ GeV}/c$ this field is totally unexplored.

B/ The baryonium states.

An extremely important issue that can be studied with either an external beam or an internal gas jet target is that of baryonium states; namely, of those mesonic states that are weakly coupled to mesons and should strongly effect $p\bar{p}$ channels at low energies. These states, expected from duality considerations extended from meson-meson and meson-baryon to baryon-anti-baryon, should be $q q \bar{q} \bar{q}$ states whose experimental (and theoretical) evidence has been a rather controversial issue in connection with the colour degree of freedom and they could be manifestations of diquark-antidiquark systems belonging to $3 \bar{3}$ ($d \bar{d}$) and $6 \bar{6}$ ($d \bar{d}$) representations (recall that if q belongs to 3 and \bar{q} to $\bar{3}$, then a qq state can give $3 \times 3 = \bar{3} + 6$ with a coupling which is $-\frac{4}{3}$ and $\frac{2}{3}$ respectively). These states are expected to be weakly coupled to meson-meson channels and should lead to narrow states below or near the $3 \bar{3}$ threshold and narrow states above the $6 \bar{6}$ threshold which should however be rather difficult to excite.

Generally, baryonium states should appear in formation experiments ($p\bar{p} \rightarrow X$) or missing mass experiments ($p\bar{p} \rightarrow X + \pi$).

Experimentally, the situation is presently rather obscure. Many states have been reported in the past by various groups but, so far, none has been firmly established. Therefore, this point arouses great expectations. This point will be taken up briefly in Secs. III.5 and IV.2.

C/ Quasinuclear states.

From the study of NN interactions one expects short range attraction in the $N \bar{N}$ system giving rise to resonances (quasinuclear states) around threshold. These states are, in princi-

ple, expected to be $(q q q)$ ($\bar{q} \bar{q} \bar{q}$) systems as compared to the previous $(q q \bar{q} \bar{q})$ baryonium states. In practice, however, it may be very difficult to discriminate among these two kinds of states.

D/ Protonium states.

These would correspond to the formation of hydrogen-like systems bound together by a Coulomb force. Given the theoretical predictions, the issue here is to compare the latter with high precision measurements of level shifts and widths associated with strong interactions in the low angular momentum states. They can be studied both with stopped \bar{p} in a gas target (LEAR) or by $\bar{p} H^-$ interactions in flight; one expects intense beams of protonium to be obtained from the straight sections of LEAR (typically, 10^4 atoms from $10^9 \bar{p}$ and H^- stored in the LEAR ring).

E/ Charmonium.

The whole charmonium family can be studied using LEAR as a collider with a high momentum resolution $\frac{\Delta p}{p} \approx 10^{-4}$. The main point is, of course, to finally settle the various questions which are still open².

The plan of these lectures is the following: In Part I we first recall some general properties of the basic symmetries C,P,T and we then discuss the quantum numbers and the selection rules of the $\bar{N}N$ system; Part II is devoted to some kinematics of NN and $\bar{N}N$ in the simplest reaction modes; Part III deals with a few aspects of the experimental side of low energy "conventional" $\bar{N}N$ phenomenology; Part IV, finally, takes up very briefly the discussion of some theoretical results in low energy $B\bar{B}$ phenomenology.

Part of the material used in these notes follows the presentation by L. Bertocchi³ and, for the last part, we have borrowed from R. Vinh Man⁴.

PART IGENERAL PROPERTIESSPACE INVERSION, CHARGE CONJUGATION, TIME REVERSAL, PCT THEOREM,G CONJUGATIONS, QUANTUM NUMBERSI.1 SPACE INVERSIONI.1.1 Introduction:

In ordinary Quantum Mechanics, the invariance of the Hamiltonian under space inversion transformation $(x,y,z) \rightarrow (-x,-y,-z)$ leads to the possibility of classifying states of the system according to a parity quantum number ± 1 . More precisely, there exists a unitary operator P such that coordinates, momentum and spin transform according to

$$\begin{aligned}\vec{x}' &= P^{-1} \vec{x} P = -\vec{x} \\ \vec{p}' &= P^{-1} \vec{p} P = -\vec{p} \\ \vec{s}' &= P^{-1} \vec{s} P = \vec{s}\end{aligned}\tag{I.1.1}$$

while state vectors with definite parity satisfy

$$P | \rangle = \pm | \rangle\tag{I.1.2}$$

Eq. (I.1.1) preserves the commutation rules and the equations of motions.

In field theory there is a generalization corresponding to eq. (I.1.1) for the field operators which we will briefly recall here.

I.1.2 Electromagnetic field:

The charge of a particle is assumed to be a true scalar quantity. Thus the following space-inversion laws obtain

$$\begin{aligned}\rho'(\vec{x}) &= \rho(-\vec{x}) \\ \vec{j}'(\vec{x}) &= -\vec{j}(-\vec{x})\end{aligned}\tag{I.1.3}$$

From Maxwell equations invariance under space inversion, the electric field is known to be a polar vector and the magnetic field to be an axial vector

$$\begin{aligned}\vec{E}'(\vec{x}) &= -\vec{E}(-\vec{x}) \\ \vec{B}'(\vec{x}) &= \vec{B}(-\vec{x})\end{aligned}\tag{I.1.4}$$

Thus, the four-vector potential transforms according to

$$\begin{aligned}\vec{A}'(\vec{x}) &= -\vec{A}(-\vec{x}) \\ \phi'(\vec{x}) &= \phi(-\vec{x})\end{aligned}\tag{I.1.5}$$

The quantum mechanical corresponding forms are all of the type

$$E'_k(\vec{x}) = P^{-1} E_k(x) P = -E_k(-\vec{x}) \quad (k=1,2,3)\tag{I.1.6}$$

and the two Lorentz invariant combinations of the electromagnetic fields $(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$, $\vec{E} \cdot \vec{B}$ have therefore opposite parities

$$\begin{aligned} P^{-1} (\vec{E}^2 - \vec{B}^2) P &= \vec{E}^2 - \vec{B}^2 \\ P^{-1} (\vec{E} \cdot \vec{B}) P &= -\vec{E} \cdot \vec{B} \end{aligned} \quad (\text{I.1.7})$$

I.1.3 Scalar and pseudoscalar fields:

Spinless bosons are described by field operators $\phi(\vec{x}, t)$ which are rotationally invariant. Their space inversion transformations, however, depend on whether they correspond to scalar (S) or pseudoscalar (P) operators. In the first case:

$$\phi'_S(\vec{x}, t) \equiv P^{-1} \phi_S(\vec{x}, t) P = \phi_S(-\vec{x}, t) \quad (\text{I.1.8})$$

while

$$\phi'_P(\vec{x}, t) \equiv P^{-1} \phi_P(\vec{x}, t) P = -\phi_P(-\vec{x}, t) \quad (\text{I.1.9})$$

When the field operator is expanded in an orthonormal set of plane waves, P acts only on the creation and destruction operators. Thus, given

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{k}}}} \left[a_{\vec{k}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega_{\vec{k}} t} + b_{\vec{k}}^{\dagger} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x} + i\omega_{\vec{k}} t} \right] \quad (\text{I.1.10})$$

the transformed field $\phi'(\vec{x}, t)$ is given by

$$\phi'(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{k}}}} \left[P^{-1} a_{\vec{k}} P e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega_{\vec{k}} t} + P^{-1} b_{\vec{k}}^{\dagger} P e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x} + i\omega_{\vec{k}} t} \right] \quad (\text{I.1.11})$$

Comparing with eqs. (I.1.8,9) we have for the transformation properties of $a_{\vec{k}}$, $b_{\vec{k}}^{\dagger}$

$$\begin{aligned} P^{-1} a_{\vec{k}} P &= \eta_P a_{-\vec{k}} \\ P^{-1} b_{\vec{k}}^{\dagger} P &= \eta_P b_{-\vec{k}}^{\dagger} \end{aligned} \quad (\text{I.1.12})$$

where

$$\begin{aligned} \eta_P &= +1 && \text{for scalar particles} \\ \eta_P &= -1 && \text{for pseudoscalar particles} \end{aligned} \quad (\text{I.1.13})$$

I.1.4 Dirac fields:

The single particle Dirac wave functions transform according to

$$\psi'(\vec{x}) = \beta \psi(-\vec{x}) \quad (\text{I.1.14})$$

where

$$\beta = \gamma_4 \quad (\text{I.1.15})$$

being

$$(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + m) \psi = 0 \quad (\text{I.1.16})$$

the basic Dirac equation where we have chosen

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.1.17})$$

(being $\vec{\sigma}$ the usual Pauli matrices) and where

$$\begin{aligned} \vec{\gamma} &= -i\beta\vec{\alpha} & \gamma_4 &= \beta \\ \gamma_5 &= \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \{\gamma_\alpha, \gamma_\beta\} &= 2\delta_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (\text{I.1.18})$$

The adjoint field

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_4 \quad (\text{I.1.19})$$

satisfies the Dirac equation

$$-\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x^\mu} \gamma_\mu + m \bar{\psi} = 0 \quad (\text{I.1.20})$$

The plane wave solutions (spinors) of the free particle equation-(I.1.16) can be written:

i) Positive energy:

$$u_{1,2}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi_{1,2} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_{1,2} \end{pmatrix} \quad (\text{I.1.21})$$

ii) Negative energy:

$$v_{1,2}(\vec{p}) = \pm \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_{1,2} \\ \chi_{1,2} \end{pmatrix} \quad (\text{I.1.22})$$

where E is positive and the Pauli spinors $\chi_{1,2}$ are defined as

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.1.23})$$

The spinor $u_j(p)$ is a positive energy spinor representing a particle with momentum \vec{p} and spin j. Similarly, $v_j(p)$ represents a negative energy particle with momentum $-\vec{p}$ and spin j. The charge conjugate spinor $v_j^c(p)$ represents a positive energy antiparticle of momentum \vec{p} and opposite spin.

The plane wave spinors $u(p)$ and $v(p)$ obey the free particles equations of motions

$$\begin{cases} (i\gamma \cdot p + m) u(p) = 0 \\ (i\gamma \cdot p - m) v(p) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.1.24})$$

while their adjoints obey

$$\begin{aligned}\bar{u}(p) (i\gamma \cdot p + m) &= 0 \\ \bar{v}(p) (i\gamma p - m) &= 0\end{aligned}\tag{I.1.25}$$

Finally, the normalization of these spinors is

$$\begin{aligned}\bar{u}_i(p) u_j(p) &= \delta_{ij} \\ \bar{u}_i(p) v_j(p) &= 0 \\ \bar{v}_i(p) v_j(p) &= -\delta_{ij}\end{aligned}\tag{I.1.26}$$

and the projection operators for positive and negative energy states are

$$\begin{aligned}\Lambda_+(p) &\equiv \sum_{j=1}^2 u_j(p) \bar{u}_j(p) = \frac{m - i\gamma p}{2m} \\ \Lambda_-(p) &\equiv \sum_{j=1}^2 v_j(p) \bar{v}_j(p) = -\frac{m + i\gamma p}{2m}\end{aligned}\tag{I.1.27}$$

Going back to the transformation properties (I.1.14) (which follows directly from the equation of motion (I.1.16) using also (I.1.15) and (I.1.18) in terms of spinors (I.1.21,22) we have

$$\begin{aligned}u'_j(\vec{p}) &= \beta u_j(\vec{p}) = u_j(-\vec{p}) \\ v'_j(\vec{p}) &= \beta v_j(\vec{p}) = -v_j(-\vec{p})\end{aligned}\tag{I.1.28}$$

Rewriting eq. (I.1.14) for a Dirac spinor field

$$\psi'(\vec{x}, t) \equiv P^{-1} \psi(\vec{x}, t) P = \beta \psi(-\vec{x}, t)\tag{I.1.29}$$

and making the usual plane wave decomposition in terms of creation and annihilation operators

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{p,j} \left(\frac{m}{E} \right)^{1/2} \left[u_j(p) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x} - iEt} a_{p,j} + v_j(p) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x} + iEt} b_{p,j}^+ \right]\tag{I.1.30}$$

we finally have, using both (I.1.28) and (I.1.29)

$$\begin{aligned}P^{-1} a_{p,j} P &= a_{-p,j} \\ P^{-1} b_{p,j}^+ P &= -b_{-p,j}^+\end{aligned}\tag{I.1.31}$$

with similar relations for their adjoints. The relative minus sign between the particle and antiparticle forms leads to the conclusion that a particle-antiparticle pair has an intrinsic odd parity.

This is the only relevant statement that can be made in the sense that the concept of "absolute parity" is meaningless for a fermion. Thus, if we choose, by convention, the parity of a spin 1/2 particle to be positive, its antiparticle will have negative parity.

To see how this checks with the experiment, let us consider the annihilation at threshold

$$e^+ e^- \rightarrow 2\gamma$$

At threshold, the reaction proceeds via S-wave ($L=0$ of the e^+e^- system). Furthermore, it is found that the γ 's angular distribution is isotropic which implies a total angular momentum $J=0$ for the initial state. As a consequence of $J=L+S$, and of $L=0$, $J=0$, we get also $S=0$ (i.e. the initial state is a singlet). Thus, the reaction takes place in a state

$$2S+1 L_J = {}^1S_0$$

If the intrinsic e^+e^- state is negative, this, in turn, implies that the total parity of the initial state is

$$P = (-1)^{L+1} = -1 \quad (\text{since } L=0)$$

So, the initial state is invariant under rotation ($J=0$) but has negative parity: it must be, therefore, a pseudoscalar.

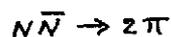
Let us now see what this implies for the final state which must again be a pseudoscalar owing to the fact that parity is conserved. To construct a pseudoscalar we have the following elements to take into account (we work in the C.M.):

- i) the product of the intrinsic parities of the γ 's is +1 since they are identical bosons;
- ii) the two photons are real and therefore transverse (i.e.: $\vec{e}_1 \cdot \vec{k} = 0$, $\vec{e}_2 \cdot \vec{k} = 0$ where \vec{k} is the photon momentum, \vec{e}_1 and \vec{e}_2 are the polarization vectors of the two photons).

Thus, the only pseudoscalar that we can form is $\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 \cdot \vec{k}$ predicting orthogonal polarization for the two γ rays. Notice that had the relative e^+e^- parity been positive, the state would have been scalar which could be represented by a form $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2$ predicting parallel polarization.

The data lead to orthogonal polarizations of the two final γ 's thus confirming the relative negative e^+e^- parity.

The analogous test for the $N\bar{N}$ system would be that of a two-pion annihilation



The steps of the proof would be:

- i) to prove that the reaction proceeds from an S-wave (for instance through its energy dependence at threshold);
- ii) to prove that it proceeds from an isotropic state $J=0$ so that the initial state should again be a 1S_0 state.

In this case, however, the check that the $N\bar{N}$ system is in a negative relative state would require the absence of the reaction $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$ for the case where the two pions have isotropic angular distribution and have an energy dependence consistent with an S-wave. In the present case, in fact, the pions are spinless and we cannot form a pseudoscalar with the variables of the final state.

We shall briefly discuss in part III, the evidence for S-wave annihilation in $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$, $K\bar{K}$ versus the P-wave annihilation (§ III.4).

I.1.5 Bilinear forms:

Recall now that the most general 4x4 matrix needs 16 elements to characterize it and its most general form can be made up with combinations of Dirac matrices. They can always be organized in 5 groups according to their Lorentz transformation: scalar, vector, tensor, axial vector and pseudoscalar which will be denoted by O_i ($i=1,2,3,4,5$). Explicitly, one introduces the Hermitian operators ($O_1^\dagger = O_1$)

i	Lorentz property	O_i
1	S (scalar)	1
2	V (vector)	γ_α ; $\alpha=1,2,3,4$
3	T (tensor)	$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2i} (\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha)$; $\alpha, \beta=1,2,3,4$; $\alpha \neq \beta$
4	A (axial vector)	$i \gamma_\alpha \gamma_5$; $\alpha=1,2,3,4$
5	P (pseudo-scalar)	γ_5

The adopted terminology is just consequence of the space transformation which we are now going to discuss.

From the transformation properties just discussed for a Dirac field (I.1.29), it follows that

$$P^{-1} (\bar{\psi}_a(\vec{x}) O_{i\alpha} \psi_b(\vec{x})) P = \eta_{i\alpha}^P (\bar{\psi}_a(-\vec{x}) O_{i\alpha} \psi_b(-\vec{x})) \quad (I.1.32)$$

where the subscript α denotes the appropriate Lorentz index or indices. The phase factors $\eta_{i\alpha}^P$ are given by

Scalar		+1	
Vector	-1 for $\alpha=1,2,3$		+1 for $\alpha=4$
Tensor	+1 for $\alpha, \beta=1,2,3$		-1 for α or $\beta=4$
Axial vector	+1 for $\alpha=1,2,3$		-1 for $\alpha=4$
Pseudoscalar			-1

(I.1.33)

Notice that it is the space components of the above forms which transform according to their names.

I.2 CHARGE CONJUGATION

I.2.1 Introduction:

The definition of charge conjugation arose from the symmetry of Dirac equations for electrons and positrons interacting with the electromagnetic field. Its meaning is now broader since it applies also to electrically neutral systems (like K^0 , \bar{K}^0) but the name has survived.

I.2.2 Charged scalar or pseudoscalar field:

A complex scalar or pseudoscalar field $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ (ϕ_i , $i=1,2$ being Hermitian operators) describes spinless charged particles with an electromagnetic charge current 4-vector

$$j_\alpha = ie [(\partial_\alpha \phi^+) \phi - \phi^+ (\partial_\alpha \phi)] \quad (I.2.1)$$

where $\partial_\alpha \equiv \partial/\partial x^\alpha$ and $\phi^+ = \phi_2 - i\phi_1$. The field ϕ (ϕ^+) destroys (creates) particles and creates (destroys) antiparticles. We define the unitary operator C which interchanges the roles of particles and antiparticles through the transformation properties

$$\begin{cases} \phi^C \equiv C^{-1} \phi C = \phi^+ \\ \phi^{+C} \equiv C^{-1} \phi^+ C = \phi \end{cases} \quad (I.2.2)$$

$$j'_\alpha \equiv C^{-1} j_\alpha C = -j_\alpha \quad (I.2.3)$$

Examples of complex boson fields are of course those used to describe the pions being π^+ the antiparticle of π^- . Another example is the pair of neutral K mesons (K^0 and \bar{K}^0) which differ in their strangeness.

From (I.1.10) one finds for the creation and destruction operators

$$\begin{aligned} C^{-1} a_k C &= b_k \\ C^{-1} b_k^+ C &= a_k^+ \end{aligned} \quad (I.2.4)$$

and analogous for their adjoints.

I.2.3 Self conjugate scalar and pseudoscalar field:

Neutral particles with no distinguishing quantum numbers (like baryon number of strangeness), such as π^0 are described by an Hermitian field ϕ_0 which transforms into itself

$$\phi_0^C \equiv C^{-1} \phi_0 C = \pm \phi_0 \quad (I.2.5)$$

In the case of pions, the plus sign is chosen to make invariant under charge conjugation the charge symmetric coupling of pions to nucleons $\bar{\psi} \vec{\tau} \cdot \vec{\phi} \psi$.

I.2.4 The electromagnetic field:

From the behavior of the e.m. 4 current under charge conjugation it follows that the e.m. fields and the 4 vector potential transform as

$$\begin{aligned} \vec{E}^C &\equiv C^{-1} \vec{E} C = -\vec{E} \\ \vec{B}^C &\equiv C^{-1} \vec{B} C = -\vec{B} \\ A_\alpha^C &\equiv C^{-1} A_\alpha C = -A_\alpha \end{aligned} \quad (I.2.6)$$

which implies that the Lorentz invariant forms $E^2 - B^2$ and $\vec{E} \cdot \vec{B}$ are even under C . This is one further reason to choose the sign + in the transformation of ϕ_0 (eq.(I.2.5) for the π^0 field since the effective interaction $(\vec{E} \cdot \vec{B}) \phi_0$ responsible for the decay $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ is then even under C .

I.2.5 Dirac field:

For the single particle Dirac equation with electromagnetic coupling, the transformation which changes the sign of the e.m. coupling is

$$\psi \rightarrow \psi' = \gamma_2 \psi^* \quad (I.2.7)$$

where the operator γ_2 is peculiar to the representation of γ matrices chosen in § I.1.4.

In terms of the plane wave spinors $u_j(p)$ and $v_j(p)$, we have from (I.1.17,21,22)

$$\begin{aligned} u_1'(p) &\equiv \gamma_2 u_1^* = v_2(p) & ; & & v_1'(p) &\equiv \gamma_2 v_1^* = u_2 \\ u_2'(p) &\equiv \gamma_2 u_2^* = v_1(p) & ; & & v_2'(p) &\equiv \gamma_2 v_2^* = u_1 \end{aligned} \quad (I.2.8)$$

For the quantized Dirac field there exists a unitary operator C such that the charge conjugated field is given by

$$\psi^C \equiv C^{-1} \psi C = \gamma_2 \tilde{\psi}^+ \quad (I.2.9)$$

where the sign of transposed applies only to the spinors not to the creation and destruction operators; in other terms, the symbol $\tilde{\psi}^+$ implies adjoints for the creation and destruction operators and complex conjugates for the plane waves. Using the expansion (I.1.30) we have

$$\begin{aligned} C^{-1} a_{p,1} C &= b_{p,2} & ; & & C^{-1} a_{p,2} C &= b_{p,1} \\ C^{-1} b_{p,1}^+ C &= a_{p,2}^+ & ; & & C^{-1} b_{p,2}^+ C &= a_{p,1}^+ \end{aligned} \quad (I.2.10)$$

together with the adjoint relations.

It will be convenient to introduce the short-hand notation

$$\psi \equiv \psi_a \quad ; \quad \psi^C \equiv \psi_{\bar{a}} \quad (I.2.11)$$

to imply that if ψ is the spinor field of a given particle a , its charge conjugated ψ^C is the field of the antiparticle \bar{a} .

I.2.6 Bilinear forms:

Applying the transformations (I.2.9) or, equivalently, (I.2.10), the charge conjugation of the bilinear covariant forms $\bar{\psi}_a O_i \psi_b$ can be proved to be

$$(\bar{\psi}_{\bar{a}} O_i \psi_{\bar{b}}) \equiv C^{-1} (\bar{\psi}_a O_i \psi_b) C = \gamma_i^C (\bar{\psi}_b O_i \psi_a) \quad (I.2.12)$$

where $\gamma_i^C = -1$ for V, T and $+1$ for S, A, P .

Anticommutation of the fields is assumed in order to derive these results.

I.3 TIME REVERSAL

I.3.1 Introduction:

Time reversal is, notoriously, represented by an antiunitary operator T defined by the properties

$$\begin{aligned}
T|\alpha\rangle &= \langle\alpha_T| \\
T(C_1|\alpha_1\rangle + C_2|\alpha_2\rangle) &= C_1\langle\alpha_{1T}| + C_2\langle\alpha_{2T}| \\
\langle\beta_T|\alpha_T\rangle &= \langle\alpha|T^{-1}T|\beta\rangle = \langle\beta|\alpha\rangle^*
\end{aligned}
\tag{I.3.1}$$

The definition of the time reversed state $|\alpha_T\rangle$ is that it has all momenta and angular momenta reversed as compared to the state $|\alpha\rangle$.

Reversing bras with kets under T , amounts to complex conjugation of the wave functions. This is understandable if we consider the process $A \rightarrow B$ whose S-matrix element will be $\langle B_{\text{out}}|A_{\text{in}}\rangle$. The time reversed situation will correspond to the process $B' \rightarrow A'$ (where the momenta and spins of A' , B' will be reversed as compared to the states A , B) with S-matrix amplitude $\langle A'_{\text{out}}|B'_{\text{in}}\rangle$.

Consider a general operator A and its time reversed counterpart $A' = T^{-1}AT$. The last relation in (I.3.1) can then be used to relate matrix elements of A in time reversed states, to matrix elements of A' in the original states. We have

$$\langle\beta|A'|\alpha\rangle^* = \langle\alpha|A|\beta\rangle = \langle\alpha|T^{-1}AT|\beta\rangle = \langle\beta_T|A|\alpha_T\rangle \tag{I.3.2}$$

In simple cases when A' and A are simply related as well as $|\alpha\rangle$ and $|\alpha_T\rangle$, $|\beta\rangle$ and $|\beta_T\rangle$ definite phase relations obtain implying, normally, that certain form factors are purely real (or imaginary).

In ordinary quantum mechanics of spinless particles, the time reversed wave function is given by

$$\psi'(\vec{x}, t) = \psi^*(\vec{x}, -t) \tag{I.3.3}$$

while for Pauli spinors

$$\psi'(\vec{x}, t) = i\sigma_2 \psi^*(\vec{x}, -t) \tag{I.3.4}$$

whose relativistic generalization for Dirac particles

$$\psi'(\vec{x}, t) = \gamma_3 \gamma_1 \psi^*(\vec{x}, -t) \tag{I.3.5}$$

is, once again peculiar to the choice of γ matrices used in § I.1.4. The plane wave spinors (I.1.21,22) transform as

$$\begin{aligned}
u'_1(\vec{p}) &\equiv \gamma_3 \gamma_1 u_1^*(\vec{p}) = -u_2(-\vec{p}) \\
u'_2(\vec{p}) &= u_1(-\vec{p}) \\
v'_1(\vec{p}) &= v_2(-\vec{p}) \\
v'_2(\vec{p}) &= -v_1(-\vec{p}).
\end{aligned}
\tag{I.3.6}$$

In ordinary quantum mechanics the operators transform as

$$\begin{aligned}
 \vec{x}' &\equiv T^{-1} \vec{x} T = \vec{x} \\
 \vec{p}' &\equiv T^{-1} \vec{p} T = -\vec{p} \\
 \vec{j}' &\equiv T^{-1} \vec{j} T = -\vec{j}
 \end{aligned}
 \tag{I.3.7}$$

For the classical e.m. field, the transformation of charge and current densities under time reversal ($\rho \rightarrow \rho$, $\vec{j} \rightarrow -\vec{j}$) implies

$$\begin{aligned}
 \vec{E}'(\vec{x}, t) &= \vec{E}(\vec{x}, -t) \\
 \vec{B}'(\vec{x}, t) &= -\vec{B}(\vec{x}, -t) \\
 \vec{A}'(\vec{x}, t) &= -\vec{A}(\vec{x}, -t) \\
 \phi'(\vec{x}, t) &= \phi(\vec{x}, -t).
 \end{aligned}
 \tag{I.3.8}$$

Let us now revert to the transformation of field operators.

I.3.2 Scalar or pseudoscalar fields:

The generalization of (I.3.3) is

$$\phi^T(\vec{x}, t) \equiv T^{-1} \phi(\vec{x}, t) T = \eta_T \phi^+(\vec{x}, -t)
 \tag{I.3.9}$$

where η_T is a phase to be chosen ($\eta_T = -1$ for pions).

Inserting the expansion (1.1.10) one finds

$$\begin{aligned}
 T^{-1} a_k T &= \eta_T a_{-k}^+ \\
 T^{-1} b_k^+ T &= \eta_T b_{-k}
 \end{aligned}
 \tag{I.3.10}$$

Notice that momenta are reversed and creation (destruction) operators turn into destruction (creation) operators. This is the counterpart of kets (bras) turning into bras (kets).

I.3.3 The electromagnetic field:

The operator analog of Eqs. (I.3.8) are

$$\vec{E}^T \equiv T^{-1} \vec{E}(\vec{x}, t) T = \vec{E}(\vec{x}, -t)
 \tag{I.3.11}$$

and similarly for \vec{B} , \vec{A} , ϕ . Thus

$$\begin{aligned}
 T^{-1} (\vec{E}^2 - \vec{B}^2) T &= \vec{E}^2 - \vec{B}^2 \\
 T^{-1} (\vec{E} \cdot \vec{B}) T &= -\vec{E} \cdot \vec{B}
 \end{aligned}$$

I.3.4 Dirac fields:

Eq. (I.3.5) becomes, for a spinor field,

$$\psi^T \equiv T^{-1} \psi(\vec{x}, t) T = \gamma_3 \gamma_1 \tilde{\psi}^+(\vec{x}, -t)
 \tag{I.3.12}$$

where, again, the transpose acts only on the C-number spinors.

Using the plane wave expansion (I.1.30) together with (I.3.36), we find, in term of

creation and annihilation operators

$$\begin{aligned} T^{-1} a_{p,1} T &= a_{-p,2}^+ & ; & & T^{-1} a_{p,2} T &= -a_{-p,1}^+ \\ T^{-1} b_{p,1}^+ T &= -b_{-p,2} & ; & & T^{-1} b_{p,2}^+ T &= b_{-p,1} \end{aligned} \quad (I.3.13)$$

with their analog for the adjoint operators. Again, the antiunitary character of T turns creation \leftrightarrow destruction operators while reversing spins and momenta.

I.3.5 Bilinear forms:

The bilinear forms of field operators can be shown to transform under T according to

$$(\bar{\Psi}_a^T O_{i\alpha} \Psi_b^T) = \eta_{i\alpha}^T (\bar{\Psi}_b O_{i\alpha} \Psi_a) \quad (I.3.14)$$

where the notation is similar to (I.1.32) and the phase factors $\eta_{i\alpha}^T$ have the values

Scalar		+ 1		
Vector	-1 for $\alpha = 1, 2, 3$		+1 for $\alpha = 4$	
Tensor	-1 for $\alpha, \beta = 1, 2, 3$		+1 for α or $\beta = 4$	(I.3.15)
Axial vector	-1 for $\alpha = 1, 2, 3$		+1 for $\alpha = 4$	
Pseudoscalar		- 1		

Here the spinor fields are treated as commuting since the interchange of Ψ_a and Ψ_b in (I.3.14) is connected with the antiunitarity of (I.3.1).

A somewhat simpler expression obtains taking the adjoint of the left hand side of the bilinear form in (I.3.14)

$$(\bar{\Psi}_a^T O_i \Psi_b^T)^+ = \eta_i^T (\bar{\Psi}_a O_i \Psi_b) \quad (I.3.16)$$

where now $\eta_i^T = +1$ for S, V, P and -1 for T, A. Notice that (I.3.16) is all that is needed in connection with the T properties of matrix elements of the type (I.3.2).

Equation (I.3.16) translates directly into spinor matrix elements

$$(\bar{u}_a^T O_i u_b^T) = \eta_i^T (\bar{u}_a O_i u_b)^* \quad (I.3.17)$$

where the time reversed spinor u^T coincides with what was denoted u' in (I.3.6).

I.4 PCT THEOREM

The ensemble of symmetry operations P, C, T can be combined in one single operation P C T which: i) reverses the sign of both space and ii) time coordinates while iii) converting particles into antiparticles. This operation commutes with all proper homogeneous Lorentz transformations, so that a Lorentz invariant theory will be invariant under PCT. A necessary proviso is the connection between spin and statistics, i.e. boson (spinor) fields commute (anticommute).

For creation and destruction operators of a boson field, the combination of (I.1.12), (I.2.4) and (I.3.10) gives

$$\begin{aligned} (PCT)^{-1} a_k (PCT) &= \eta_P \eta_T b_k^+ \\ (PCT)^{-1} b_k (PCT) &= \eta_P \eta_T a_k^+ \end{aligned} \quad (I.4.1)$$

where $\eta_P = \pm 1$ for scalar/pseudoscalar particles and η_T was defined in (I.3.9).

For Dirac fields, Eqs. (I.1.31), (I.2.10) and (I.3.13) give

$$\begin{aligned} (PCT)^{-1} a_{P,j} (PCT) &= \pm b_{P,j}^+ \\ (PCT)^{-1} b_{P,j} (PCT) &= \pm a_{P,j}^+ \end{aligned} \quad (I.4.2)$$

where the sign + (-) goes with $j = 1$ ($j = 2$).

From Eqs. (I.4.1,2) we see that the PCT operation converts a state with particles of definite spins and momentum into a dual state with antiparticles of the same spins and momenta.

For the bilinear forms, from Eqs. (I.1.33), (I.2.12) and (I.3.15) we find

$$(PCT)(\bar{\Psi}_a O_i \Psi_b) PCT = \eta_i (\bar{\Psi}_a O_i \Psi_b) \quad (I.4.3)$$

where

$$\begin{aligned} \eta_i &= +1 & (S, T, P) \\ \eta_i &= -1 & (V, A) \end{aligned} \quad (I.4.4)$$

The above result shows an example of a completely general theorem, i.e. even (odd) rank tensors are even (odd) under PCT.

We list in the following a few of the most remarkable consequences of PCT invariance:

- a) the mass of a (stable) particle is exactly equal to the mass of its antiparticle;
- b) the lifetimes of unstable particles and antiparticles are equal;
- c) the magnetic moments of particle and antiparticle are equal in magnitude but of opposite sign;
- e) a Lagrangian which is not invariant under one of the operations P, C, T (say P for weak interactions) is necessarily not invariant under at least another one (PC is known not to be conserved while not enough precise measurements so far exist to say whether or not also T is violated but it should if PCT is to be valid).

I.5 G CONJUGATION

Strong interactions possess isotopic spin invariance (I, I_3) implying invariance under rotations in isospin space (charge independence). This symmetry of strong interactions leads to introduce a new symmetry operation, G parity, which combines charge conjugation with isospin rotations. We shall discuss the case of pions as an example of isospin triplet and of nucleons as an isospin doublet. The properties of other isospin multiplets can be inferred from these two; thus (K^+, K^0) will transform like (p, n) and (K^0, K^-) like (n, p).

The charge conjugation properties of pions and nucleons are

$$\begin{aligned} C^{-1} p C &= \bar{p} & C^{-1} \pi^\pm C &= \pi^\mp \\ C^{-1} n C &= \bar{n} & C^{-1} \pi^0 C &= \pi^0 \end{aligned} \quad (I.5.1)$$

where the symbols stay for the corresponding fields. The pions are expressed by

$$\begin{aligned}\pi^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 \pm i\phi_2) \\ \pi^0 &= \phi_3\end{aligned}\quad (I.5.2)$$

and from (I.5.1) we get

$$\begin{aligned}C^{-1} \phi_1 C &= \phi_1 \\ C^{-1} \phi_2 C &= -\phi_2 \\ C^{-1} \phi_3 C &= \phi_3\end{aligned}\quad (I.5.3)$$

We define "G conjugation" or "G-parity", the unitary operator

$$G = e^{i\pi I_2} C \quad (I.5.4)$$

i.e. charge conjugation followed by a rotation of 180° around the y axis of isospace.

Before considering the effect of G, let us examine the rotation in isospin space

$$R = e^{i\pi I_2}$$

For a system with $I=2$, $I = \frac{1}{2} \vec{\tau}$ ($\vec{\tau}$ is the Pauli isospin operator). Then $R = i\tau_2$

This means that for the nucleon isodoublet field we have the transformation

$$\begin{aligned}R^{-1} p R &= -n & R^{-1} \bar{p} R &= -\bar{n} \\ R^{-1} n R &= p & R^{-1} \bar{n} R &= \bar{p}\end{aligned}\quad (I.5.5)$$

with $R^2 = -1$. Notice that the nucleon and antinucleon doublets with $I_z = \pm 1/2$ are

$$(|p\rangle, |n\rangle), (|\bar{n}\rangle, |\bar{p}\rangle).$$

For a system with $I=1$, the simplest way is to study the effects of R on a cartesian vector ^{with} components ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 in isospin space. We find

$$\begin{aligned}R^{-1} \phi_1 R &= -\phi_1 \\ R^{-1} \phi_2 R &= \phi_2 \\ R^{-1} \phi_3 R &= -\phi_3\end{aligned}\quad (I.5.6)$$

If we combine the effects of R (I.5.5,6) with that of C (I.5.1) we find the transformation properties of nucleon and pion fields under G

$$\begin{aligned}G^{-1} p G &= -\bar{n} & G^{-1} \bar{p} G &= -n \\ G^{-1} n G &= \bar{p} & G^{-1} \bar{n} G &= p \\ G^{-1} \pi G &= -\pi\end{aligned}\quad (I.5.7)$$

In the case of π fields, the concept of G conjugation is particularly useful in ruling out loops or vertices with a purely odd number of pion lines (this is the analog of Furry's theorem in electrodynamics).

G conjugation is also useful for classifying states with zero baryon and zero strangeness quantum numbers ($K\bar{K}$, $N\bar{N}$, ...) as we shall see in detail for the $N\bar{N}$ case.

The behavior under G transformation of bilinear forms made up with nucleon fields can be

derived from (I.2.12) and (I.5.5). We find

$$\begin{aligned} G^{-1}(\bar{\Psi}_p O_i \Psi_n)G &= \gamma_i^G (\bar{\Psi}_p O_i \Psi_n) \\ G^{-1}(\bar{\Psi}_n O_i \Psi_p)G &= \gamma_i^G (\bar{\Psi}_n O_i \Psi_p) \\ G^{-1}(\bar{\Psi}_p O_i \Psi_p)G &= -\gamma_i^G (\bar{\Psi}_n O_i \Psi_n) \end{aligned} \quad (I.5.8)$$

with $\gamma_i^G = -\gamma_i^C = +1$ for V, T and $\gamma_i^G = -1$ for S, A, P.

Similar results hold for hyperons in bilinear forms

$$\begin{aligned} G^{-1}(\bar{\Psi}_\Sigma^+ O_i \Psi_\Lambda)G &= \gamma_i^G (\bar{\Psi}_\Lambda O_i \Psi_\Sigma^-) \\ G^{-1}(\bar{\Psi}_\Lambda O_i \Psi_\Sigma^-)G &= \gamma_i^G (\bar{\Psi}_\Sigma^+ O_i \Psi_\Lambda) \\ G^{-1}(\bar{\Psi}_\Sigma^+ O_i \Psi_\Sigma^0)G &= -\gamma_i^G (\bar{\Psi}_\Sigma^0 O_i \Psi_\Sigma^-) \end{aligned} \quad (I.5.9)$$

I.6 MISCELLANEOUS PROPERTIES OF NUCLEONS AND ANTINUCLEONS

Mass

As we have seen, by the CPT theorem, the mass of a particle and its antiparticle are the same. Experimentally (in MeV)

$$\begin{aligned} m_p &= 938.2796 \pm .0027 \\ m_{\bar{p}} &= 938.229 \pm .049 \\ m_n &= 939.5371 \pm .0027 \\ m_{\bar{n}} &= \text{essentially unknown} \\ m_{\pi^+} &\simeq m_{\pi^-} \simeq 139.580 \\ m_{\pi^0} &\simeq 134.974 \end{aligned} \quad (I.6.1)$$

Lifetime

CTP again tells us that particles and antiparticles have the same lifetime. Here, however, we are in an even worse condition from the view-point of the experimental verification since assuming protons and antiprotons to be stable, the limits on their lifetimes are

$$\begin{aligned} \tau_p &\gtrsim 10^{32} \text{ years} \\ \tau_{\bar{p}} &> 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ sec.} \end{aligned} \quad (I.6.2)$$

(see, however, "baryon number" below).

Neutrons (and antineutrons) can decay via weak interaction (β -decay)

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \\ \bar{n} &\rightarrow \bar{p} + e^+ + \nu \end{aligned}$$

and experimentally,

$$\tau_n = 918 \pm 14 \text{ sec} \quad (I.6.3)$$

while, again $\tau_{\bar{n}}$ is experimentally unknown.

Spin

It is always CPT which tells us that

$$S_N = S_{\bar{N}} = \hbar/2. \quad (I.6.4)$$

While no doubt exists that $S_N = \hbar/2$, the proof that $S_{\bar{N}}$ is only indirect. If we recall the comment following eq. (I.1.31) that particle-antiparticle pairs have intrinsic odd parity (i.e. if

we assume parity to be a good quantum number), the argument that \bar{p} as spin $\hbar/2$ follows from the fact that at low energy the decays $p\bar{p} \rightarrow 2\pi$ and $p\bar{p} \rightarrow K\bar{K}$ are largely in S-wave (see § III.4).

Baryon number

If matter is stable (remember that doubts are raised in this respect by Grand Unification Schemes) the number of protons and neutrons must remain constant. This requires

$$B_p = B_n = +1 \quad (\text{I.6.5})$$

Similarly, one should assume that the total number of isolated antinucleons remain stable and since we know that the reaction $N + \bar{N} \rightarrow n\pi$ takes place, we must assign negative baryon number to antinucleons

$$B_{\bar{p}} = B_{\bar{n}} = -1 \quad (\text{I.6.6})$$

The much smaller lifetime of \bar{p} as compared to p comes from the practical impossibility of isolating antiprotons from protons so as to prevent their annihilation into pions.

Electric charge

Experimentally, the opposite deflection of nucleons and antinucleons in a magnetic field proves that particles and antiparticles have opposite electric charge. In particular

$$Q_p = -Q_{\bar{p}} = +1, \quad Q_n = Q_{\bar{n}} = 0 \quad (\text{I.6.7})$$

(in units of e) as required by charge conjugation.

Magnetic moment

Charge conjugation, i.e. the operation of particle - antiparticle conjugation changes the sign of electric charge and therefore the direction of the magnetic moment of a particle, but not its spin. Thus, the relative orientation of magnetic moment and spin will be opposite for particles and antiparticles. In units of $2\hbar/2cm_p$ we have the experimental values

$$\begin{aligned} \mu_p &= 2.7928456 \pm 0.0000011 \\ \mu_{\bar{p}} &= -2.791 \pm 0.021 \\ \mu_n &= -1.913148 \pm 0.000066 \\ \mu_{\bar{n}} &= \text{unknown} \end{aligned} \quad (\text{I.6.8})$$

Isospin

From the Gell Mann - Nishijima formula (without charm)

$$Q = I_3 + (B+S)/2 = I_3 + Y/2$$

using $S=0$, $Q_p = B_p = 1$, $Q_n = 0$, $B_n = 1$ we find

$$\begin{aligned} I_3 &= +1/2 \text{ for the proton} \\ I_3 &= -1/2 \text{ for the neutron} \end{aligned}$$

Thus, p , n form an isodoublet.

Assuming the same rule to be valid for antinucleons, we have

$$\begin{aligned} Q_{\bar{p}} = -1, \quad B_{\bar{p}} = -1 &\Rightarrow I_{3\bar{p}} = -\frac{1}{2} \\ Q_{\bar{n}} = 0, \quad B_{\bar{n}} = -1 &\Rightarrow I_{3\bar{n}} = +\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (I.6.9)$$

so that also \bar{n} , \bar{p} form an isodoublet.

The above result is in agreement with charge conjugation inverting the sign of I_3

$$\begin{aligned} I_3(p) = \frac{1}{2} & \quad I_3(\bar{p}) = -\frac{1}{2} \\ I_3(n) = -\frac{1}{2} & \quad I_3(\bar{n}) = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (I.6.10)$$

I.7 ISOSPIN OF THE $N\bar{N}$ SYSTEM.

If we consider the isospin of a $N\bar{N}$ system we see that it results from the vector combination of two isospins $\frac{1}{2}$ and can therefore go into either an isotriplet ($I=1$) or an isosinglet ($I=0$). A system $p\bar{n}$ has $I_3 = 1$ and a system $\bar{p}n$ has $I_3 = -1$, so that they will both belong to a pure isotriplet ($I=1$) state; on the contrary, systems $\bar{p}p$ and $\bar{n}n$ have $I_3 = 0$ and will therefore belong to a combination of an isotriplet ($I=1$) and an isosinglet ($I=0$).

To find the isospin decomposition of the $N\bar{N}$ elastic amplitudes we can apply the usual technique of projection operators. The projection operators for the $N\bar{N}$ state can be formally constructed in the same way as for the NN states since in both cases we have two particles with isospin $1/2$.

Let Q_i be the eigenvalues of the (total) isospin operator $\hat{Q}=I^2$ to which the i -th eigenstate belongs. We have

$$Q_0 = 0, \quad Q_1 = I(I+1)|_{I=1} = 2 \quad (I.7.1)$$

together with

$$\hat{Q} = \frac{1}{4}(\vec{t}_1 + \vec{t}_2)^2 = \frac{\vec{t}_1^2}{4} + \frac{\vec{t}_2^2}{4} + \frac{\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2 = \frac{1}{2}(3 + \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) \quad (I.7.2)$$

where \vec{t}_i are the usual (isospin) Pauli matrices. From a general rule, the projection operators \hat{P}_i are given by

$$\hat{P}_i = \prod_{j \neq i} (\hat{Q} - Q_j) / \prod_{i \neq j} (Q_i - Q_j) \quad (I.7.3)$$

Thus, we have

$$\begin{aligned} \hat{P}_0 &= \left[\frac{1}{2}(3 + \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) - 2 \right] / (-2) = \frac{1}{4}(1 - \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) \\ \hat{P}_1 &= \left[\frac{1}{2}(3 + \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) \right] / 2 = \frac{1}{4}(3 + \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) \end{aligned} \quad (I.7.4)$$

Now, recalling that

$$\begin{aligned}
(\bar{P} \ n) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ \bar{n} \end{pmatrix} &= (\bar{P} \ P) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ P \end{pmatrix} = (\bar{n} \ n) \begin{pmatrix} \bar{n} \\ n \end{pmatrix} = 1 \\
(\bar{P} \ n) (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ \bar{n} \end{pmatrix} &= (\bar{P} \ n) (\tau_{1z} \tau_{2z}) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ \bar{n} \end{pmatrix} = (\bar{P} \ n) [(-1) \cdot (-1)] \begin{pmatrix} \bar{P} \\ \bar{n} \end{pmatrix} = 1 \\
(\bar{P} \ P) (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ P \end{pmatrix} &= (\bar{P} \ P) (\tau_{1z} \tau_{2z}) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ P \end{pmatrix} = (\bar{P} \ P) [(-1) \cdot (1)] \begin{pmatrix} \bar{P} \\ P \end{pmatrix} = -1 \\
(\bar{P} \ P) (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \begin{pmatrix} \bar{n} \\ n \end{pmatrix} &= (\bar{P} \ P) (\tau_{1x} \tau_{2x} + \tau_{1y} \tau_{2y}) \begin{pmatrix} \bar{n} \\ n \end{pmatrix} = (\bar{P} \ P) [-1 - 1] \begin{pmatrix} \bar{n} \\ n \end{pmatrix} = -2
\end{aligned}$$

and expressing the $N\bar{N}$ amplitudes in terms of those with a definite total isospin in the s-channel T_0 and T_1 , we have

$$\begin{aligned}
T(\bar{P} n \rightarrow \bar{P} n) &= T(\bar{n} P \rightarrow \bar{n} P) = T_1 \\
T(\bar{P} P \rightarrow \bar{P} P) &= T(\bar{n} n \rightarrow \bar{n} n) = \frac{1}{2}(T_0 + T_1) \\
T(\bar{P} P \rightarrow \bar{n} n) &= T(\bar{n} n \rightarrow \bar{P} P) = \frac{1}{2}(T_0 - T_1)
\end{aligned} \tag{I.7.5}$$

I.8 ISOSPIN, CHARGE CONJUGATION AND G-PARITY FOR THE $N\bar{N}$ SYSTEM

We now consider in more general terms the quantum numbers problem for the $N\bar{N}$ system.

We shall formally deal with the $N\bar{N}$ system but all considerations apply to all other isodoublets (such as K mesons). Notice, however, that states with one meson and one nucleon cannot be eigenstates of G since isospin changes, say $p \rightleftharpoons n$, $K^+ \rightleftharpoons K^0$ while C turns $p \rightleftharpoons \bar{p}$, $K^+ \rightleftharpoons K^-$.

Let us recall that for an isospin $\frac{1}{2}$ doublet the isospin operators I_i can be described by the Pauli matrices

$$I_i = \frac{\tau_i}{2} \tag{I.8.1}$$

where

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{I.8.2}$$

and the proton and neutron states are described by $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ respectively. To deal with an $N\bar{N}$ system we enlarge our notation by replacing (I.8.1,2) by

$$I_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{I.8.3}$$

Owing to (I.6.10), the various states can be chosen either as

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.4})$$

or, given that the states are defined only up to a phase, as

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.5})$$

For both choices (I.6.10) are satisfied.

To choose among (I.8.4) and (I.8.5), we first impose (I.5.1) which we rewrite as

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle, \quad C|u\rangle = |\bar{u}\rangle, \quad C|\bar{u}\rangle = |u\rangle, \quad C|\bar{p}\rangle = |p\rangle \quad (\text{I.8.6})$$

It is immediate to see that this requires C to be of the form

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & c_1 \\ 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & 0 \\ c_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.7})$$

Furthermore, from (I.8.6) we see also that

$$c^2 = 1 \quad (\text{I.8.8})$$

Imposing (I.8.6) we see that $c_1 c_4 = 1$, $c_2 c_3 = 1$ which leaves as possible solutions

$$\begin{array}{ll} \text{a) } c_i = 1 \quad (i=1, \dots, 4) & \text{c) } c_i = -1 \quad (i=1, \dots, 4) \\ \text{b) } c_1 = c_4 = -1; \quad c_2 = c_3 = 1 & \text{d) } c_1 = c_4 = 1; \quad c_2 = c_3 = -1 \end{array} \quad (\text{I.8.9})$$

Solutions a,b are equivalent to c,d under the change $C \rightarrow -C$ so we can limit to consider the two possibilities (a) and (b).

It is straightforward to see that with the choice

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.10})$$

one has the "commutation rules"

$$I_1 C - C I_1 = 0; \quad I_2 C + C I_2 = 0; \quad I_3 C + C I_3 = 0 \quad (\text{I.8.11})$$

and corresponds to using (I.8.4) for the states, whereas the choice

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.12})$$

leads to

$$I_1 C + C I_1 = 0; \quad I_2 C - C I_2 = 0; \quad I_3 C + C I_3 = 0 \quad (\text{I.8.13})$$

and corresponds to using (I.8.5) for the states.

If we recall the definition of G (I.5.4)

$$G = C e^{i\pi I_2} \quad (\text{I.8.14})$$

and we want C to commute with I_2 we have to choose

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.12})$$

and

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.5})$$

while, from (recall $\tau_2^2 = 1$)

$$e^{i\pi I_2} = e^{i\pi \tau_2/2} = \cos \frac{\pi}{2} + i \tau_2 \sin \frac{\pi}{2} = i \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

we have

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.15})$$

From (I.8.15) and (I.8.3)

$$[I_i, G] = 0 \quad i=1,2,3 \quad (\text{I.8.16})$$

so that G commutes with all the components of isospin (whereas C does not (I.8.13)).

The baryon number operator is diagonal and, to comply with (I.6.5,6) is given by

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.8.17})$$

Notice that also B commutes with all component of isospin

$$[B, I_i] = 0 \quad i=1,2,3 \quad (\text{I.8.18})$$

but anticommutes with both C

$$\{B, C\} = 0 \quad (\text{I.8.19})$$

and G

$$\{B, G\} = 0 \quad (\text{I.8.20})$$

Thus, B and G cannot be measured together (unless $B=0$).

We know, however, that in a system containing nucleons and antinucleons, B is always con-

served (it satisfies a superselection rule). Thus, for a state of baryons, the concept of G parity is useful only in the case $B=0$. This is just the case of an $N \bar{N}$ system for which $B=0$ and we can therefore measure I , I_3 and G . The eigenvalues of G for such a system can be ± 1 since $G^\dagger G=1$ and all the members of an isomultiplet have the same value of G .

To determine the eigenvalues of G for the various $N \bar{N}$ systems, we recall that from (I.5.7) we have (see also (I.8.5) and (I.8.15))

$$G|p\rangle = -|\bar{n}\rangle; \quad G|n\rangle = |\bar{p}\rangle; \quad G|\bar{n}\rangle = |p\rangle; \quad G|\bar{p}\rangle = -|n\rangle \quad (I.8.21)$$

so that there follows

$$\begin{cases} G|\bar{p}p\rangle = |n\bar{n}\rangle \\ G|\bar{n}n\rangle = |\bar{p}\bar{p}\rangle \\ G|\bar{p}n\rangle = -|n\bar{p}\rangle \\ G|p\bar{n}\rangle = -|\bar{n}p\rangle \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G|\bar{p}p + \bar{n}n\rangle = |\bar{n}n + \bar{p}p\rangle \\ G|\bar{p}p - \bar{n}n\rangle = -|\bar{p}p - \bar{n}n\rangle \end{cases} \quad (I.8.22)$$

Thus, to find the eigenvalues of G , one has simply to compute the effect of the exchange $N \rightleftharpoons \bar{N}$ with respect to the other quantum numbers.

The previous situation can be easily applied to states of K mesons where the role of B is now replaced by strangeness S . S , like B , is an additive quantum number which commutes with both B and I_i

$$[B, S] = 0, \quad [S, I_i] = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (I.8.23)$$

but anticommutes with G

$$\{S, G\} = 0 \quad (I.8.24)$$

Thus, here again, G is a good quantum number only if $S=0$ (i.e. for $K \bar{K}$ systems).

I.9 C and G EIGENVALUES FOR THE $N \bar{N}$ SYSTEM

Considering an $N \bar{N}$ system, we have to implement the effects of C and G operations (I.8.6) and (I.8.21)

$$\begin{aligned} C|p\rangle &= |\bar{p}\rangle, \quad C|n\rangle = |\bar{n}\rangle, \quad C|\bar{n}\rangle = |n\rangle, \quad C|\bar{p}\rangle = |p\rangle \\ G|p\rangle &= -|\bar{n}\rangle, \quad G|n\rangle = |\bar{p}\rangle, \quad G|\bar{n}\rangle = |p\rangle, \quad G|\bar{p}\rangle = -|n\rangle \end{aligned} \quad (I.9.1)$$

with their effect on an $N \bar{N}$ state with respect to the other degrees of freedom such as spin and space coordinates. First of all, we recall that while G is always a good quantum number for a state with $B=0$ (such as any $N \bar{N}$ system) (I.8.16, 20), C is a good quantum number only if $I_3=0$. Thus, as far as C is concerned, we shall consider neutral $N \bar{N}$ systems (such as $p \bar{p}$ or $n \bar{n}$) for which $I_3=0$.

If we denote by $\phi_{N\bar{N}}(\vec{z}_1, \vec{z}_2) \approx \phi_N(\vec{z}_1) \phi_{\bar{N}}(\vec{z}_2)$ the space dependent N and \bar{N} wave

function and by $\chi_S^{N\bar{N}}$ the spin wave function where S denotes the total spin of the system ($S = 1$ for triplet or $S=0$ for singlet), the general form of the (neutral) $N\bar{N}$ system will be

$$\psi_S^{N\bar{N}} = \chi_S^{N\bar{N}} \phi_{N\bar{N}}(\vec{z}_1, \vec{z}_2) \quad (I.9.2)$$

Operating with C

$$C \psi_S^{N\bar{N}} = \psi_S^{\bar{N}N} = \chi_S^{\bar{N}N} \phi_{\bar{N}N}(\vec{z}_1, \vec{z}_2) \quad (I.9.3)$$

Recall now that the triplet (singlet) wave function is symmetric (antisymmetric) under $N \rightleftharpoons \bar{N}$:

$$\chi_S^{\bar{N}N} = (-1)^{S+1} \chi_S^{N\bar{N}} \quad (I.9.4)$$

Next, remember that, owing to the negative intrinsic parity of an $N\bar{N}$ system

$$\phi_{\bar{N}N}(\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (-1)^{L+1} \phi_{N\bar{N}}(\vec{z}_1, \vec{z}_2) \quad (I.9.5)$$

Thus,

$$C \psi_S^{N\bar{N}} = (-1)^{L+S} \psi_S^{N\bar{N}} \quad (I.9.6)$$

or, the C eigenvalues for a neutral $N\bar{N}$ system are

$$C = (-1)^{L+S} \quad (I.9.7)$$

Let us now consider the G eigenvalues for an $N\bar{N}$ state (neutral or not). Recall that

$$\begin{aligned} e^{i\pi I_2} |p\rangle &= -|n\rangle ; & e^{i\pi I_2} |n\rangle &= |p\rangle \\ e^{i\pi I_2} |\bar{n}\rangle &= |\bar{p}\rangle ; & e^{i\pi I_2} |\bar{p}\rangle &= -|\bar{n}\rangle \end{aligned}$$

so that for a state with $I = 1$ ($I_3 = \pm 1, 0$)

$$\begin{aligned} e^{i\pi I_2} |p\bar{n}\rangle &= -|n\bar{p}\rangle ; & e^{i\pi I_2} |n\bar{p}\rangle &= -|p\bar{n}\rangle \\ e^{i\pi I_2} |p\bar{p}+n\bar{n}\rangle &= -|p\bar{p}+n\bar{n}\rangle \end{aligned} \quad (I.9.8)$$

whereas for a state with $I = 0$:

$$e^{i\pi I_2} |p\bar{p}-n\bar{n}\rangle = |p\bar{p}-n\bar{n}\rangle \quad (I.9.9)$$

Combining (I.9.6) with (I.9.8,9) (the argument holds also for non-neutral states as can be seen by repeating for the space and spin parts of the wave function the argument leading to (I.9.6)):

$$G \psi_S^{N\bar{N}} = (-1)^{L+S+I} \psi_S^{N\bar{N}} \quad (I.9.10)$$

which proves that the G eigenvalues are

$$G = (-1)^{L+S+I} \quad (I.9.11)$$

I.10 QUANTUM NUMBERS FOR THE $N\bar{N}$ SYSTEM

P, C, G, J, L, I and S are the quantum numbers to be used to classify the possible eigenvalues of the $N\bar{N}$ system.

J^{PC} states:

i) Singlet (S=0) states. In this case $J=L$ and

$$P = (-1)^{J+1} \quad ; \quad C = (-1)^J \quad (I.10.1)$$

so that

$$C = -P \quad (I.10.2)$$

Thus, with increasing $J=0,1, \dots$ we have

$$\begin{array}{l} J=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} P = - \\ C = + \end{array} \right. \\ J=1 \quad \left\{ \begin{array}{l} P = + \\ C = - \end{array} \right. \\ \dots \end{array}$$

Thus, in the singlet case, we have

$$J^{PC} = 0^{-+}, 1^{+-}, 2^{-+}, 3^{+-}, \dots \quad (I.10.3)$$

ii) Triplet (S=1) states.

We turn now to the triplet $S=1$ when $J = L + S$. In this case we can have two opposite parities with the same J:

$$\begin{array}{l} \underline{J=L} \quad P = (-1)^{J+1} \quad ; \quad C = (-1)^{J+1} \\ \quad \quad \quad \underline{P=C} \\ \underline{J=L\pm 1} \quad P = (-1)^J \quad ; \quad C = (-1)^J \\ \quad \quad \quad \underline{P=C} \end{array}$$

In both cases

$$P = C \quad (I.10.4)$$

What distinguishes singlet from triplet states is therefore that

$$\begin{array}{ll} P = -C & \text{(singlet)} \\ P = C & \text{(triplet)} \end{array}$$

Next, notice that for the triplet $J = L, L = 0 (=J)$ is excluded since $L = 0, S = 1$ can only give

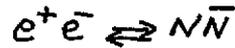
$J = L + S = 1$. Thus, we have the series

$$\underline{J = L} \quad (S = 1) \quad J^{PC} = 1^{++}, 2^{--}, 3^{++}, \dots$$

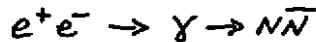
On the other hand, for the triplet $S=1, J=L \pm 1$ we have the series

$$\underline{J = L \pm 1} \quad (S = 1) \quad J^{PC} = 0^{++}, 1^{--}, 2^{++}, \dots$$

Remark that among all these states, only the 1^{--} triplet state can be explored directly when studying the reaction



to the extent that this reaction proceeds via virtual γ production



or via vector meson (i.e. $J/\psi, \gamma$) 1^{--} production.

Singlet (pseudoscalar 0^{-+}) can be hunted for (in e^+e^-) by first emitting one γ .

Similarly one can also reach other states than 1^{--} but this is not "natural" in an e^+e^- reaction whereas they are all present when studying $N\bar{N}$ annihilation.

In the spectroscopic notation $^{2S+1}L_J$, we have the following possibilities

$$\underline{\text{Singlet}} \quad J=L \quad ^{2S+1}L_J = ^1S_0, ^1P_1, ^1D_2, ^1F_3, \dots$$

$$\underline{\text{Triplet}} \quad J=L \quad ^{2S+1}L_J = ^3P_1, ^3D_2, ^3F_3, \dots$$

$$J=L+1 \quad ^{2S+1}L_J = ^3S_1, ^3P_2, ^3D_3, ^3F_4, \dots$$

$$J=L-1 \quad ^{2S+1}L_J = ^3P_0, ^3D_1, ^3F_2, \dots$$

In this notation, the states which are directly accessible from e^+e^- are again those with $J^{PC} = 1^{--}$, i.e. $^3S_1, ^3D_1$.

For every series, we have also to specify the two possibilities $I=0, I=1$ and we have therefore to add I^G to specify the state completely. Recalling that

$$G = (-1)^{L+S+I}$$

we have then the following relations between C, P and G:

$$\underline{\text{Singlet}} \quad (S=0) \quad J=L; \quad C = -P, \quad G = P(-1)^{I+1} = (-1)^{J+I}$$

$$\underline{\text{Triplet}} \quad (S=1) \quad \begin{cases} J=L; & C = P, \quad G = P(-1)^I = (-1)^{J+I+1} \\ J=L \pm 1; & C = P, \quad G = P(-1)^I = (-1)^{J+I} \end{cases}$$

According to whether one chooses $S=0$ and $I=0$ or $I=1$, the following mesonic (intermediate) states

(ω, ρ, π, η) can occur:

S- ^L WAVE	Spin	J	I	G	P	C	MESON
0	1	1	0	-	-	-	ω
0	1	1	1	+	-	-	ρ
0	0	0	0	+	-	+	η
0	0	0	1	-	-	+	π

This is a useful rule when working with the quark model.

I.11 SELECTION RULES FOR THE $N\bar{N}$ SYSTEM $\rightarrow 2\pi$

The selection rules are particularly useful in the low energy domain when the $N\bar{N}$ system annihilates into a small number of spinless bosons. We begin with the case $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$

I.11a) Selection rules for the process $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$:

Parity: Let us denote by P_j ($j = 1, 2$) the intrinsic parities of the two particles in the final state (in our case $P_1 = P_2$). If we denote by L_f and L_i the orbital angular momenta of the final and initial states, the initial parity is

$$P_i = (-1)^{L_i+1} \quad (\text{I.11.1})$$

whereas the final state parity is

$$P_f = (-1)^{L_f} P_1 P_2 = (-1)^J P_1 P_2 \quad (\text{I.11.2})$$

since the final particles are spinless bosons.

Conservation of parity in the initial and final states ($P_i = P_f$) requires then (using $P_1 = P_2$)

$$(-1)^J = (-1)^{L_i+1} \quad (\text{I.11.3})$$

Thus, only triplet $J = L \pm 1$ states are allowed and both the singlet and triplet $J = L$ states are forbidden.

The only allowed states are, therefore,

$$J^{PC} = 0^{++}, 1^{--}, 2^{++}, 3^{--}, 4^{++}, \dots \quad (\text{I.11.4})$$

or

$${}^{2S+1}L_J = {}^3S_1, {}^3P_0, {}^3P_2, {}^3D_1, {}^3D_3, {}^3F_2, {}^3F_4, \dots \quad (\text{I.11.5})$$

If, in particular, the two spinless final bosons are identical particles (such as $\pi^0\pi^0$),

J must be even and only

$$J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}, \dots \quad (\text{I.11.6})$$

$${}^{2S+1}L_J = {}^3P_0, {}^3P_2, {}^3F_2, {}^3F_4, \dots$$

are allowed.

Notice that $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$ is altogether forbidden in the singlet 1S_0 case and also that the 1^{--} state (i.e. the one with the photon quantum numbers) cannot produce $2\pi^0$'s.

Charge conjugation: A new selection rule arises in the case when $P_1 = P_2$ but $C_1 = -C_2$ (such as in the case $N\bar{N} \rightarrow K^1_0 K^2_0$, not $\pi^+\pi^-$ since a pion is not an eigenstate of C). In this case, $C_{fin} = -1$ and one has to select among (I.11.4,5) only those states with $C_{in} = -1$.

Thus, the possible states in this case can be only

$$J^{PC} = 1^{--}, 3^{--}, 5^{--}, \dots$$

$$2S+1 L_J = {}^3S_1, {}^3D_1, {}^3D_3, {}^3G_3, {}^3G_5, \dots$$

G-parity selection rules: A useful selection rule obtains when all the final particles are eigenstates of G as in the case under discussion ($N\bar{N} \rightarrow 2\pi$).

As seen previously (I.11.3), we have to consider only the triplet $J = L \pm 1$ states for which

$$G = (-1)^{J+I} = C (-1)^I \quad (\text{I.11.7})$$

Therefore, we can only have the series

$$\underline{N\bar{N} \rightarrow 2\pi, I=0, C=G}$$

$$J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++} \quad (\text{I.11.8})$$

$$2S+1 L_J = {}^3P_0, {}^3P_2, {}^3F_2, \dots$$

(implying, in particular, that also $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$ in the 1^{--} state with $I=0$ is forbidden) and

$$\underline{N\bar{N} \rightarrow 2\pi, I=1, C=-G}$$

$$J^{PC} = 1^{--}, 3^{--}, 5^{--} \quad (\text{I.11.9})$$

$$2S+1 L_J = {}^3S_1, {}^3D_1, {}^3D_3, {}^3G_3, {}^3G_5, \dots$$

In conclusion, only odd waves for the $N\bar{N}$ system are allowed to decay into 2π 's in the $I=0$ case and only even waves in the $I=1$ case.

I.11b) Selection rules for $N\bar{N} \rightarrow m\pi$:

Much less detailed conclusions can be reached here.

G-parity: Recalling (I.9.11)

$$G = (-1)^{L+S+I}$$

we can say that

$$L+S+I \text{ even} \rightarrow m \text{ even}$$

$$L+S+I \text{ odd} \rightarrow m \text{ odd} \quad (\text{I.11.10})$$

C conjugation: Recalling that (2.8.7) $C = (-1)^{L+S}$

$L + S$ odd requires C odd. If only π^0 's are produced, $C_f = +1$ so $N\bar{N} \rightarrow m\pi^0$ is allowed only if m is even.

A general method to study the kinematical dependence of an annihilation matrix element can be illustrated in the case $N\bar{N} \rightarrow 3\pi$ and can be used to prove that this transition is forbidden if we start from the state 3P_0 . To show this we use parity conservation.

In the initial state, $P = (-1)^{L+1} = 1$ for $L = 1$ and $J = 0$.

In the final state each pion has odd intrinsic parity and given that the initial total angular momentum $J = 0$, to match the parities of the final and initial states, with the three momenta of the final pions $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ we should be able to form a pseudoscalar. The only such pseudoscalar is $\vec{k}_1 \times \vec{k}_2 \cdot \vec{k}_3$ which is zero since in the C.M. system $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ are in a plane ($\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0$) and the triple product vanishes.

In the next Tables we summarize the transitions $N\bar{N} \rightarrow m\pi$ which are forbidden (X totally forbidden, \dagger forbidden by G -parity) for the two cases $p\bar{p}$ (or $n\bar{n}$) and $\bar{p}n \rightarrow m\pi$ ($m < 6$).

As a last comment on the consequences of G -invariance, we notice that in the case when an $N\bar{N}$ state is a pure eigenstate of I (like $\bar{p}n$ or $p\bar{n}$) and decays into an eigenstate of G (such a non strange mesonic state), G invariance tells us that the angular distribution must be target-beam symmetric or, in other words, that it must be forward-backward symmetric in the C.M. This is trivially true in the case of decay into 2π 's when, as we have seen, only odd waves contribute in the case $I = 0$ and only even waves in the case $I = 1$. Since in both case there is no interference between odd and even waves, the angular distribution is indeed forward-backward symmetric in the C.M..

This theorem, which can be proven quite generally, gives testable consequences only in the case of $\bar{p}n$ annihilation which is the only accessible state of definite $I = 1$ ($I_z = -1$) and does not apply to neither $\bar{p}p$ nor $\bar{n}n$ which are not pure eigenstates of I and G .

I.12 ELECTROMAGNETIC DECAYS OF THE $N\bar{N}$ SYSTEM

So far we have considered only strong interaction decays of $N\bar{N}$ when G, P, C, I may be conserved. We now turn briefly to the case when also photons can be emitted and the smallness of the fine structure constant α guarantees that the most probable transitions will involve just one photon emission which will accordingly be depressed compared to processes involving just hadrons.

In the case of e.m. transitions, G and I are not conserved any longer but C and P are. Useful selection rules obtain for transitions from neutral $N\bar{N}$ systems (such as $p\bar{p}$) which are eigenstates of C belonging to the eigenvalues (I.9.7)

$$C = (-1)^{L+S} \quad (1.12.1)$$

If we consider the transition

$$p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \gamma \quad (1.12.2)$$

$\bar{p}n$ state	spin parity	I	G	$\pi^-\pi^0$	$2\pi^-\pi^+$	$\pi^-\pi^0$	$2\pi^-\pi^+\pi^0$	$\pi^-\pi^0$	$3\pi^-\pi^+$	$2\pi^-\pi^+\pi^0$	$\pi^-\pi^0$
1S_0	0^-	1	-	X			†	†			
3S_1	1^-	1	+		†	†			†	†	†
1P_1	1^+	1	+	X	†	†			†	†	†
3P_0	0^+	1	-	†	X	X	†	†			
3P_1	1^+	1	-	X			†	†			
3P_2	2^+	1	-	†			†	†			

$\bar{p}\bar{p}/\pi\pi$ state	spin parity	C	I	G	$2\pi^0$	$\pi^+\pi^-$	$3\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$4\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$2\pi^+\pi^-$	$5\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$2\pi^+\pi^-\pi^0$
1S_0	0^-	+	0	+	X	X	†	†				†	†	†
			1	-	X	X			†	†	†			
3S_1	1^-	-	0	-	X	†	X		X	†	†	X		
			1	+	X		X	†	X				X	†
1P_1	1^+	-	0	-	X	X	X		X	†	†	X		
			1	+	X	X	X	†	X				X	†
3P_0	0^+	+	0	+			X	X				†	†	†
			1	-	†	†	X	X	†	†	†			
3P_1	1^+	+	0	+	X	X	†	†				†	†	†
			1	-	X	X				†	†	†		
3P_2	2^+	+	0	+			†	†				†	†	†
			1	-	†	†				†	†	†		

where $C_{fin} = -1$ ($C_{\pi^0} = +1, C_{\gamma} = -1$) we see that only $L+S = \text{odd}$ transitions are allowed.

On the contrary, in the case

$$p\bar{p} \rightarrow \rho^0 \gamma, \omega^0 \gamma \tag{I.12.3}$$

where $C_{fin} = +1$ ($C_{\rho^0} = C_{\omega^0} = -1, C_{\gamma} = -1$) the only allowed transitions require $L+S = \text{even}$.

If we now consider

$$p\bar{p} \rightarrow \pi\pi\gamma \tag{I.12.4}$$

we have to distinguish the two possibilities $C_{p\bar{p}} = +1$ and $C_{p\bar{p}} = -1$ (or $L+S = \text{even}$, $L+S = \text{odd}$ respectively).

Remembering that $C_{\pi^+\pi^0} = 1$ we see that the case $C_{p\bar{p}} = -1$ contributes to $\pi^+\pi^0\gamma$ and $\pi^+\pi^-\gamma$ decays ($C_{\pi^+\pi^-}$ can be either +1 or -1 and the case $C_{\pi^+\pi^0} = 1$ has to be selected since $C_\gamma = -1$). On the other hand, the choice $C_{p\bar{p}} = +1$ can contribute only to $\pi^+\pi^-\gamma$ (where we select $C_{\pi^+\pi^-} = -1$) and the $\pi^+\pi^0\gamma$ transition is strictly forbidden.

Similarly, $p\bar{p} \rightarrow K_1^0 K_2^0 \gamma$ is allowed only for $L+S$ even and $p\bar{p} \rightarrow K_0^1 K_0^1 \gamma$. $K_0^2 K_0^2 \gamma$ is allowed only for $L+S$ odd.

PART II

BASIC KINEMATICS OF $N\bar{N}$ DECAYS

In this part we shall discuss the kinematics of the basic reaction modes for the $N\bar{N}$ system such as elastic $N\bar{N}$ reactions, two and three pion annihilations. The main point will be of providing the theoretical tools to study resonances in formation experiments (i.e. states formed in $N\bar{N}$ decay) and to find the allowed quantum numbers. Though somewhat tedious, this exercise is particularly useful in studying low energy $N\bar{N}$ physics.

II.1 ELEMENTS OF KINEMATICS OF $N\bar{N}$ ELASTIC SCATTERING

Most of the kinematics of $N\bar{N}$ elastic scattering can be borrowed directly from that for NN scattering. A number of important differences must, however, be emphasized:

i) In NN scattering, below pion production threshold the only open channel is the elastic one and the phase shifts are correspondingly real. In $N\bar{N}$, on the contrary, we have a large number of annihilation channels open such as

$$p\bar{p} \rightarrow n\pi, \quad n\pi + m(K\bar{K})$$

In particular, $2m/\mu \approx 13$ is the number of π 's that can be produced by $N\bar{N}$ at rest.

As a consequence, the phase shifts in $N\bar{N}$ are always complex (absorption is always present).

ii) In NN the symmetry for nucleon-nucleon interchange (Pauli symmetry) reduces the number of partial waves to one half (once the total spin and isospin are given, only either even l or odd l waves are present). Again, this is not true in $N\bar{N}$ when both even and odd waves are present. Being these complex (as compared to their being real in the case NN), this makes four times larger the number of real parameters needed to describe $N\bar{N}$ elastic scattering at low energy as compared to the NN case.

iii) Last but not least, the simplest NN elastic reaction ($p\bar{p}$) is a pure $I = 1$ state whereas the simplest $N\bar{N}$ reaction ($p\bar{p}$) is a mixture of both $I = 0$ and $I = 1$, so that a further doubling of parameters is involved.

In what concerns the kinematics of $N\bar{N} \rightarrow N\bar{N}$ reaction

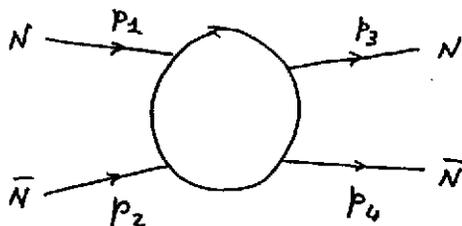


Fig. II.1

its structure differs very little from the kinematics of $NN \rightarrow NN$ (other than in the points previously stressed). In particular, we still have energy momentum conservation which reads

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4 \quad (\text{II.1.1})$$

We introduce the so called Mandelstam variables

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 \end{aligned} \quad s+t+u = 4m^2 \quad (II.1.2)$$

In the Lab system $[p_1 \equiv (m; 0, 0, 0)], p_2 \equiv (E_2; 0, 0, p_2)]$ we have

$$s = 2m^2 + 2mE_2 = 4m^2 + 2mT \quad (II.1.3)$$

being T the \bar{N} kinetic energy ($E_2 = m + T = (m^2 + \vec{p}_2^2)^{1/2}$) while in the CM system ($\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0, \vec{p}_1 = \vec{k} = -\vec{p}_2$)

$$\begin{cases} s = 4(m^2 + k^2) \\ t = -2k^2(1 - \cos\theta) \\ u = -2k^2(1 + \cos\theta) \end{cases} \quad (II.1.4)$$

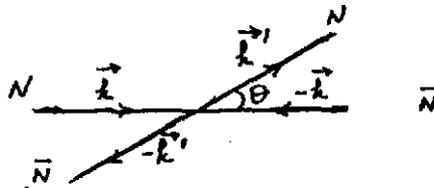


Fig. II.2

We see that we go from the $N \bar{N}$ case (Fig. II.1) to the NN reaction

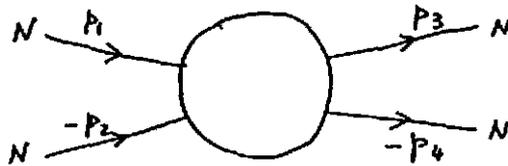


Fig. II.3

by just reverting the corresponding arrow lines, i.e. to making the inversions $p_2 \rightarrow -p_2, p_4 \rightarrow -p_4$. In this case, the variable s (II.1.2) which played the role of the total squared C.M. energy in the $N \bar{N}$ reaction becomes a momentum transfer while the momentum transfer u plays now the role of the total squared C.M. energy for the NN reaction. All in all $s \rightleftharpoons u, t \leftarrow t$, and we have, in the respective C.M. frames ($\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ for $N \bar{N}$ and $\vec{p}_1 + \vec{p}_4 = 0$ for NN)

$$\begin{cases} s = -2k_N^2(1 + \cos\theta_N) \\ t = -2k_N^2(1 - \cos\theta_N) \\ u = 4(k_N^2 + m^2) \end{cases} \quad \begin{cases} s = 4(k_A^2 + m^2) \\ t = -2k_A^2(1 - \cos\theta_A) \\ u = -2k_A^2(1 + \cos\theta_A) \end{cases} \quad (II.1.4')$$

It is useful to introduce instead of $p_1 \dots p_4$ four vectors which have simpler properties under crossing $p_2 \rightleftharpoons -p_4$ such as

$$P = \frac{1}{2}(p_1 + p_3), \quad N = \frac{1}{2}(p_2 + p_4), \quad \Delta = p_1 - p_3 = p_4 - p_2 \quad (II.1.5)$$

which under $p_2 \rightarrow -p_4, p_4 \rightarrow -p_2$ give

$$P, \Delta \rightarrow P, \Delta \quad N \rightarrow -N$$

It is trivial to show that P, N are orthogonal to Δ as four vectors

$$P \cdot \Delta = N \cdot \Delta = 0 \quad (\text{II.1.6})$$

$$N \Delta = \frac{1}{2} (p_2 + p_4)(p_4 - p_2) = \frac{1}{2} (p_4^2 - p_2^2) = 0 \quad (p_2^2 = p_4^2 = m^2).$$

Furthermore, comparing with (II.1.2)

$$\Delta^2 = t, \quad P^2 = N^2 = \frac{1}{4} (s + u) \quad (\text{II.1.7})$$

as can be seen from

$$\begin{aligned} P^2 &= \frac{1}{4} (p_1 + p_3)^2 = \frac{1}{4} (p_1^2 + p_3^2 + 2 p_1 p_3) = \frac{1}{4} (2 p_1^2 + 2 p_3^2 - (p_1 - p_3)^2) = \\ &= \frac{1}{4} (4 m^2 - t) = \frac{1}{4} (s + u) \end{aligned}$$

having used

$$s + t + u = 4 m^2$$

Spin properties.

As in the elastic NN case, we end up with five invariant amplitudes. This can be seen as follows for NN. Let us, for convenience, imagine first that the nucleon of momentum p_1 "flows" into the nucleon of momentum p_3 and that the nucleon of momentum p_2 "flows" into p_4 identifying two sets of Lorentz covariants for "space 1" and "space 2" corresponding to the matrix elements of all possible γ matrices

$$1, \gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu, \quad \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$$

between the corresponding spinors $\bar{u}(p_3) \dots u(p_1)$ (for space 1) and $\bar{u}(-p_4) \dots u(-p_2)$ (for space 2). Every index γ_μ can only be saturated with P_μ, N_μ (II.1.5).

The matrix elements involving $\sigma_{\mu\nu}$ however, are absent because $\sigma_{\mu\nu}$ is antisymmetric in $\mu\nu$ and the contraction with the symmetric tensor $N_\mu N_\nu$ or $P_\mu P_\nu$ gives zero. Thus, a priori, in "space 1" we have the following structure

$$a_1 S^{(1)} + b_1 V^{(1)} + c_1 PS^{(1)} + d_1 PV^{(1)} \quad (\text{II.1.8})$$

(and a similar structure holds for space 2) where a_1, b_1, c_1, d_1 are invariant scalar functions and

$$\begin{aligned} S^{(1)} &\equiv \bar{u}(p_3) u(p_1) & V^{(1)} &\equiv \bar{u}(p_3) i \gamma_\mu^{(1)} N_\mu u(p_1) \\ PS^{(1)} &\equiv \bar{u}(p_3) \gamma_5^{(1)} u(p_1) & PS^{(2)} &\equiv \bar{u}(p_3) i \gamma_5^{(2)} \gamma_\mu^{(2)} N_\mu u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{II.1.9})$$

where the first line gives true Lorentz scalars and the second line Lorentz pseudo-scalars.

Notice that the Dirac equations (I.1.24, 25) for u, \bar{u}

$$\begin{aligned} (i \gamma p + m) u(p) &= 0 \\ \bar{u}(p) (i \gamma p + m) &= 0 \end{aligned}$$

guarantees that only saturation with the four vector N_μ gives non zero (when particles 1,3 are in play) and only saturation with P_μ gives non zero (when particles 2,4 are in play).

Multiplying the two structures (II.1.8) for spaces 1 and 2 we are a priori left with eight

possible terms of the form

$$\begin{aligned} & S^{(1)} S^{(2)}, S^{(1)} V^{(2)}, S^{(2)} V^{(1)}, V^{(1)} V^{(2)} \\ & PS^{(1)} PS^{(2)}, PS^{(1)} PV^{(2)}, PS^{(2)} PV^{(1)}, PV^{(1)} PV^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{II.1.10})$$

since, of course, contracting Lorentz scalars with Lorentz pseudo-scalars gives no contribution because of parity conservation.

Having imposed already parity, we still have to enforce time reversal conservation. Rather than working out the time reversal transformation of each term, we use the following simple physical arguments (see, however, eq. (I.3.16)).

Scalars, pseudo-scalars and vectors are unaffected by changing the direction of time and, therefore, S, PS and V are invariant under time reversal. This is not the case for pseudo-vectors which are the analog of the magnetic moment generated by the current circulating in a ring. Changing $t \rightarrow -t$ inverts the sign of the current, and therefore, of the magnetic moment. In other words, pseudo-vectors are odd under time reversal (remark that, having already imposed P, by the PCT theorem, T invariance is the same as C conjugation. The latter, changing the sign of the electric charge of the particle circulating in the ring would have had the same effects). Thus, time reversal kills the two terms $PS^{(1)} PV^{(2)}$ and $PS^{(2)} PV^{(1)}$ in (II.1.10).

Finally, the identity of protons for p p scattering (or charge symmetry for p n) demands that if we exchange particles 1 (3) and 2 (4) both in spin space ($\chi^{(1)} \leftrightarrow \chi^{(2)}$) and momentum space ($P \leftrightarrow N$) the amplitude must remain the same. This is already the case for $S^{(1)} S^{(2)}, V^{(1)} V^{(2)}, PS^{(1)} PS^{(2)}, PV^{(1)} PV^{(2)}$ but requires the coefficients of $V^{(1)} S^{(2)}$ and of $V^{(2)} S^{(1)}$ to be the same so that we are finally left with a total of five independent scalar amplitudes to describe N N scattering which we can write in the general form

$$\begin{aligned} & \bar{u}(p_3) \bar{u}(-p_4) \left[G_1(s, t, u) + i(\chi^{(1)} N + \chi^{(2)} \cdot P) G_2(s, t, u) + \right. \\ & \left. + i(\chi^{(1)} N) i(\chi^{(2)} \cdot P) G_3 + (i\gamma_5^{(1)} \chi^{(1)} \cdot N)(i\gamma_5^{(2)} \chi^{(2)} \cdot P) G_4 + \gamma_5^{(1)} \gamma_5^{(2)} G_5(s, t, u) \right] u(-p_2) u(p_1). \end{aligned} \quad (\text{II.1.11})$$

Each of the above amplitudes comes, of course, in two isospin states $I = 0, I = 1$.

Crossing in spin space.

We denote the N N and N \bar{N} matrix elements of the scattering operator by

$$T_{NN \rightarrow NN} = \bar{u}_i(p_3) \bar{u}_k(-p_4) M_{ij}^{kl} u_l(-p_2) u_j(p_1) \quad (\text{II.1.12})$$

$$T_{N\bar{N} \rightarrow N\bar{N}} = \bar{u}_i(p_3) \bar{v}_k(p_4) M_{ij}^{kl} v_l(p_2) u_j(p_1) \quad (\text{II.1.13})$$

where an ingoing antinucleon corresponds to an outgoing nucleon, v, \bar{v} are the antiparticle spinors and i, j, k, l are spin indices. The matrix M has the γ structure given in (II.1.11).

The substitution law tells that the same matrix M describes the two processes provided the appropriate analytical continuation of the various scalar functions G_i ($i = 1, \dots, 5$) in the respective physical regions of reactions N N and N \bar{N} (II.1.4') is made.

Crossing requires $p_2 \leftrightarrow -p_4$ (i.e. $P \rightarrow P, N \rightarrow -N$). To see how this affects the scalar functions G_i , one has to recall how $v(p)$ is related to $u(-p)$. Recalling (I.1.24,25)

$$\begin{aligned} (i\gamma p + m) u(p) &= 0 & \bar{u}(p) (i\gamma p + m) &= 0 \\ (i\gamma p - m) v(p) &= 0 & \bar{v}(p) (i\gamma p - m) &= 0 \end{aligned}$$

together with (I.1.19)

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma_4 \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

and

$$C \gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu$$

one finds under charge conjugation the following transformation properties

$$\begin{aligned} \bar{v}(p_4) v(p_2) &= -\bar{u}(-p_4) u(-p_2) \\ \bar{v}(p_4) \gamma_\mu^{(2)} v(p_2) &= \bar{u}(-p_4) \gamma_\mu^{(2)} u(-p_2) \\ \bar{v}(p_4) \gamma_5^{(2)} v(p_2) &= -\bar{u}(-p_4) \gamma_5^{(2)} u(-p_2) \\ \bar{v}(p_4) \gamma_5^{(1)} \gamma_\mu^{(2)} v(p_2) &= -\bar{u}(-p_4) \gamma_5^{(2)} \gamma_\mu^{(1)} u(-p_2) \end{aligned} \quad (\text{II.1.14})$$

Thus, using (II.1.14) and keeping in mind that under crossing $P \rightarrow P, N \rightarrow -N$, we conclude that

- i) The coefficients of G_1, G_3, G_5 change sign.
- ii) The coefficients of G_2, G_4 do not change sign.

Recalling that crossing on u, s, t amounts to

$$\begin{aligned} s &\leftrightarrow u \\ t &\leftrightarrow \bar{t} \end{aligned} \quad (\text{II.1.15})$$

we finally have the following transformation properties for the scalar functions G_i (s, t, u) under crossing

$$G_i(s, t, u) = (-1)^i G_i(u, t, s) \quad (\text{II.1.16})$$

The non-relativistic limit.

We will recall that in the non-relativistic limit, the matrix elements between four dimensional spinors can be rewritten in terms of matrix elements between two dimensional Pauli spinors of expressions involving Pauli matrices (see Section I.1.4). The amplitude (for the two isospin values $i = 0, 1$) can be written as

$$\begin{aligned} T^{(i)} &= \alpha^{(i)} + \beta^{(i)} (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \hat{n}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \hat{n}) + i \gamma^{(i)} (\vec{\sigma}^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)}) \cdot \hat{n} \\ &+ \delta^{(i)} (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \hat{m}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \hat{m}) + \varepsilon^{(i)} (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \hat{l}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \hat{l}) \end{aligned} \quad (\text{II.1.17})$$

where $\hat{n}, \hat{l}, \hat{m}$ are the unit vectors in the directions $\hat{l} = \hat{k} + \hat{k}', \hat{m} = \hat{k} - \hat{k}', \hat{n} = \hat{m} \times \hat{l}$ (\hat{k} and \hat{k}' where defined in Fig. (II.2) and are the initial and final nucleon three momenta in the $N\bar{N}$ c.m. system).

The five functions $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ can be expressed in terms of the G_i 's ($i=1, \dots, 5$). We shall simply recall without proof⁵ that introducing the auxiliary variables (in the C.M.)

$$E = (\vec{k}^2 + m^2)^{1/2} ; \quad \lambda = \frac{1}{2}(2E^2 - m^2) ; \quad \nu = \frac{1}{m} \vec{P} \cdot \vec{N} = \lambda + t/4m^2$$

$$A = 1 + \frac{t}{4m\lambda} \frac{2E+m}{E+m} ; \quad B = 1 + \frac{t}{4m(E+m)}$$

and the 3 x 3 matrix

$$a = \begin{pmatrix} B^2 & -2\lambda AB & \lambda^2 A^2 \\ \frac{k^2 + t/4}{2m(E+m)^2} \frac{t}{4} \left[1, \quad 2(2E+m), \quad (2E+m)^2 \right] \\ \frac{1-t(k^2+t/4)}{2m(E+m)} \left[B, \quad (m+2E)B-\lambda A, \quad -(2E+m)\lambda A \right] \end{pmatrix} \quad (\text{II.1.18})$$

the relation between the two sets of amplitudes is given by

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.1.19})$$

$$\delta = \frac{t}{4m^2} G_4$$

$$\varepsilon = -\frac{4E^2}{m^2} \left(k^2 + \frac{t}{4} \right) G_5$$

Amplitudes with definite total spin.

We end the list of various amplitudes used in the literature, by introducing the amplitudes with definite total spin singlet ($S=0$) or triplet ($S=1$). There is just one singlet amplitude ($T^S(E, \vartheta)$) and, a priori five triplet amplitudes $T_{m,m'}^t$ where m, m' are the projections of the total spin. The m, m' dependence is relevant only for spin correlation parameters and not for the unpolarized cross-section. If we retain in $T_{mm'}^t$, only the ϑ dependence, their φ dependence obtains by multiplying them by $e^{i(m-m')\varphi}$. The $T_{-m,-m'}^t$ amplitudes are related to the $T_{m,m'}^t$ (via the properties of the d functions) so that, apparently, we are left with five triplet amplitudes

$$T_{00}^t, T_{10}^t, T_{01}^t, T_{11}^t, T_{2-1}^t$$

among which, however, there exists one relationship

$$T_{11}^t - T_{2-1}^t - T_{00}^t = \sqrt{2} \cos \vartheta \left(T_{10}^t + T_{01}^t \right) \quad (\text{II.1.20})$$

so that only 5 amplitudes altogether (singlet plus triplet) are actually linearly independent as it should be.

The following correspondences exist

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{E}{4m} (2 T_{11}^t + T_{00}^t + T^s) \\ \beta = \frac{E}{4m} (-2 T_{11}^t + T_{00}^t - T^s) \\ \gamma = \sqrt{2} \frac{E}{4m} (T_{10}^t - T_{01}^t) \\ \delta = \frac{E}{4m} \left\{ (T_{11}^t + T_{2-1}^t - T^s) - \sec \theta (T_{11}^t - T_{1-1}^t - T_{00}^t) \right\} \\ \varepsilon = \frac{E}{4m} \left\{ (T_{11}^t + T_{2-1}^t - T^s) + \sec \theta (T_{11}^t - T_{1-1}^t - T_{00}^t) \right\} \end{array} \right. \quad (\text{II.1.21})$$

Recall, one again, that two of these amplitudes exist for isospin $I = 0, 1$, respectively.

Partial wave expansions.

We end this section by just giving the expressions for the partial wave decompositions which are particularly useful in the low energy domain when few partial wave are relevant and, in particular, when resonances of given $^{2S+1}L_J$ quantum numbers can be produced. In this case, the proper amplitudes to use are the T^s and T^t amplitudes just introduced and the only formal difference between the NN and $N\bar{N}$ case, as already noticed, is that the latter case both even and odd waves contribute at the same time (besides, they are all complex).

The singlet case is very simple

$$T^s(k, \theta) = \frac{1}{k} \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) S_L(k) P_L(\cos \theta) \quad (\text{II.1.22})$$

where

$$S_L(k) = e^{i\delta_L^{(s)}(k)} \sin \delta_L^{(s)}(k) \quad (\text{II.1.23})$$

is the (singlet) S matrix element and $\delta_L^{(s)}(k)$ are the complex phase shifts for the singlet state.

The triplet case is more complex and it is convenient to consider separately the case $L = J$ for which we introduce the partial wave amplitudes

$$\alpha_J^J = \sin \delta_J^J e^{i\delta_J^J} \quad (\text{II.1.24})$$

from the cases $L = J \pm 1$. For the latter we introduce the partial wave amplitudes

$$\alpha_J = e^{i\delta_\alpha^J} \sin \delta_\alpha^J, \quad \beta_J = e^{i\delta_\beta^J} \sin \delta_\beta^J \quad (\text{II.1.25})$$

and the so-called admixture parameter ε_J which allows the transition from $L-1 \leftrightarrow L+1$ at fixed J . With these definitions, the amplitudes a_{J-1}^J, b_{J-1}^J with $L = J-1$ and a_{J+1}^J, b_{J+1}^J with $L = J+1$ are given by

$$\underline{L = J - 1} \quad a_{J-1}^J = \alpha_J \cos^2 \epsilon_J + \beta_J \sin^2 \epsilon_J - \sqrt{\frac{J}{J+1}} \frac{1}{2} (\alpha_J - \beta_J) \sin^2 \epsilon_J \quad (\text{II.1.26})$$

$$b_{J-1}^J = \alpha_J \cos^2 \epsilon_J + \beta_J \sin^2 \epsilon_J + \sqrt{\frac{J+1}{J}} \frac{1}{2} (\alpha_J - \beta_J) \sin^2 \epsilon_J$$

$$\underline{L = J + 1}$$

$$a_{J+1}^J = \alpha_J \sin^2 \epsilon_J + \beta_J \cos^2 \epsilon_J - \sqrt{\frac{J+1}{J}} \frac{1}{2} (\alpha_J - \beta_J) \sin^2 \epsilon_J \quad (\text{II.1.27})$$

$$b_{J+1}^J = \alpha_J \sin^2 \epsilon_J + \beta_J \cos^2 \epsilon_J + \sqrt{\frac{J}{J+1}} \frac{1}{2} (\alpha_J - \beta_J) \sin^2 \epsilon_J$$

It is in terms of the amplitudes a_L^J , b_L^J (II.1.24, 26, 27) that the triplet amplitudes $T_{m'm}^t$ have the following (relatively) simple expansions in terms of Legendre polynomials $P_L(x)$ and of associated Legendre functions $P_L^{(m)}(x)$

$$P_L^{(m)}(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_L(x) \quad (\text{II.1.28})$$

$$T_{00}^t = \frac{1}{k} \sum_{L=0}^{\infty} \left\{ (L+1) b_L^{L+1} + L b_L^{L-1} \right\} P_L(\cos \theta)$$

$$T_{11}^t = \frac{1}{2k} \sum_{L=0}^{\infty} \left\{ (L+2) a_L^{L+1} + (2L+1) a_L^L + (L-1) a_L^{L-1} \right\} P_L(\cos \theta)$$

$$T_{10}^t = \frac{1}{\sqrt{2}k} \sum_{L=1}^{\infty} \left\{ b_L^{L+1} - b_L^{L-1} \right\} P_L^{(1)}(\cos \theta) \quad (\text{II.1.29})$$

$$T_{01}^t = \frac{1}{\sqrt{2}k} \sum_{L=1}^{\infty} \left\{ -\frac{L+2}{L+1} a_L^{L+1} + \frac{2L+1}{L(L+1)} a_L^L + \frac{L-1}{L} a_L^{L-1} \right\} P_L^{(1)}(\cos \theta)$$

$$T_{1-1}^t = \frac{1}{2k} \sum_{L=2}^{\infty} \left\{ \frac{1}{L+2} a_L^{L+1} - \frac{2L+1}{L(L+1)} a_L^L + \frac{1}{L} a_L^{L-1} \right\} P_L^{(2)}(\cos \theta)$$

II.2 KINEMATICS OF TWO PION ANNIHILATIONS

Let us now consider the simplest case of $N \bar{N} \rightarrow m\pi$ reactions, i.e. $N \bar{N} \rightarrow 2\pi$ (or, more generally, $N \bar{N} \rightarrow MM$ where M is a pseudoscalar spinless boson, i.e. either π or K). This process is schematized by

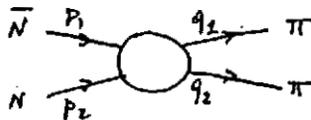


Fig. II.4

The Mandelstam variables are now

$$\begin{cases} s = (p_1 + p_2)^2 = (q_1 + q_2)^2 \\ t = (p_1 - q_1)^2 = (p_2 - q_2)^2 \\ u = (p_1 - q_2)^2 = (p_2 - q_1)^2 \end{cases} \quad s+t+u = 2(m_\pi^2 + m^2) \quad (\text{II.2.1})$$

Spin structure

The spin structure of $N \bar{N} \rightarrow 2\pi$ can be most easily obtained by noticing that it is obtained from $N\pi \rightarrow N\pi$ by crossing

$$\begin{aligned} q_2 &\rightarrow -q_2 & p_1 &\rightarrow -p_1 \\ s &\leftrightarrow t & u &\text{fixed} \end{aligned} \quad (\text{II.2.2})$$

In terms of the usual invariant amplitude decomposition for $\pi N \rightarrow \pi N$

$$T_{N\pi \rightarrow N\pi} = -A + iB \gamma_\mu \frac{1}{2} (q_1 + q_2)_\mu \quad (\text{II.2.3})$$

we get for $N \bar{N} \rightarrow \pi\pi$

$$T_{N\bar{N} \rightarrow \pi\pi} = -A + iB \gamma_\mu \frac{1}{2} (q_1 - q_2)_\mu \quad (\text{II.2.4})$$

where use has been made of (II.2.2) so that the invariant amplitudes A, B in (II.2.4) obtain from (II.2.3) by interchange of s \leftrightarrow t.

The invariant matrix element T_{fi} for the process of Fig. II.4

$$T_{fi} = \bar{u}(p_2) \left[-A + i \gamma \cdot \frac{(q_1 - q_2)}{2} B \right] v(p_1) \quad (\text{II.2.5})$$

can be rewritten here again using two dimensional Pauli matrices and spinors in the C.M. and one gets

$$T_{fi} = \chi_N^+ \left[h_1 \vec{\sigma} \cdot \vec{k} + h_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \right] \chi_{\bar{N}} \quad (\text{II.2.6})$$

where

$$\begin{cases} h_1 = -\frac{1}{m} \left[A + B \frac{\vec{k} \cdot \vec{q}}{E+m} \right] \\ h_2 = \frac{E}{m} B \end{cases} \quad (\text{II.2.7})$$

This form is the analog of the decomposition $\chi_N^+ [f + ig \vec{\sigma} \cdot \hat{n}] \chi_{\bar{N}}$ for πN scattering in terms of the spin - non flip and spin flip amplitudes f and g.

A further useful decomposition is in terms of helicity amplitudes $F_{\lambda\lambda'}$ where the indices refer to the quantization of the N, \bar{N} spins along the direction of motion. Once again there are two independent spin amplitudes $F_{++} = F_{--}$, $F_{+-} = -F_{-+}$ whose partial wave expansion is given by

$$\begin{aligned} F_{++} &= \frac{1}{2q} \sum_J (2J+1) T_+^J(s) P_J(\cos\theta) \\ F_{+-} &= \frac{1}{2q} \sum_J \frac{2J+1}{[J(J+1)]^{1/2}} T_-^J(s) \sin\theta P_J'(\cos\theta) \end{aligned} \quad (\text{II.2.8})$$

and the T_\pm^J partial wave amplitudes are given by the unitary S-matrix partial waves through

$$T_\pm^J = -i \left(\frac{q}{k} \right)^{1/2} S_\pm^J \quad (\text{II.2.9})$$

The connection with the partial wave projections of the invariant amplitudes A, B used previously

$$(A_J, B_J) = \int_{-1}^1 dz P_J(z) (A, B) \quad (\text{II.2.10})$$

is given by

$$\begin{cases} T_+^J = \frac{2}{\sqrt{s}} \frac{q}{k} \frac{1}{8\pi} \left\{ -k^2 A_J + \frac{m q k}{2J+1} [(J+1) B_{J+1} + J B_{J-1}] \right\} \\ T_-^J = \frac{q}{k} \frac{1}{8\pi} \frac{\vec{k} \cdot \vec{q}}{k \cdot \vec{q}} \frac{[J(J+1)]^{1/2}}{2J+1} (B_{J-1} - B_{J+1}) \end{cases} \quad (\text{II.2.11})$$

A last final form on which we shall come back later one concerns the decomposition of spin amplitudes in terms of amplitudes of definite $J = L+1$ or $J = L-1$ (remember that $J=L$ is forbidden as we have discussed previously (I.11.3)). This decomposition will turn out to be particularly useful because, as we have discussed, Bose symmetry allows only even (odd) J values according to whether I is = 0 ($I = 1$).

Before doing this, we shall discuss the relation between the differential cross-section and the transition matrix elements.

Differential cross-section ($N \bar{N} \rightarrow 2 \pi$)

The T-matrix element between the initial (i) and final (f) state is the matrix element between a positive energy spinor $\bar{u}(p_2)$ for N and a negative energy spinor $v(p_1)$ for \bar{N}

$$T_{fi} = \bar{u}(p_2) T v(p_1) \quad (\text{II.2.12})$$

where the usual relation holds between T_{fi} and the corresponding S-matrix element S_{fi}

$$S_{fi} = -i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \frac{m}{(2\pi)^6} \frac{1}{\sqrt{E_1 E_2 \omega_1 \omega_2}} T_{fi} \quad (\text{II.2.13})$$

where m is the nucleon mass, E_i (ω_i) the nucleon's (pion's) energy and the elastic channel is absent (no δ_{fi} term).

The above form corresponds to having chosen a plane wave for a scalar particle normalized to one particle in the volume $(2\pi)^3$, i.e.

$$f_q(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \frac{e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad (\text{II.2.14})$$

giving

$$\langle q | q' \rangle = \delta^{(3)}(\vec{q} - \vec{q}') \quad (\text{II.2.15})$$

together with

$$\begin{cases} u_{\vec{p}}^i(\vec{x}) = \left(\frac{m}{E}\right)^{1/2} \frac{u^S(p)}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \\ v_{\vec{p}}^S(\vec{x}) = \left(\frac{m}{E}\right)^{1/2} \frac{v^S(p)}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \end{cases} \quad (\text{II.2.16})$$

where the spinors normalization was given previously (I.1.26)

$$\begin{cases} \bar{u}^i(p) u^j(p) = -\bar{v}^i(p) v^j(p) = \delta_{ij} \\ \bar{u}^i(p) v^j(p) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.2.17})$$

corresponding again to

$$\langle p, z | p', s \rangle = \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \delta_{zs} \quad (\text{II.2.18})$$

(i.e. we have one particle in the volume $(2\pi)^3$).

Normalizing in a box, we replace

$$\delta^{(3)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) = \frac{V}{(2\pi)^3} \delta_{\vec{p}_1, \vec{p}_2} \quad (\text{II.2.19})$$

$$\delta^{(4)}(p_1 - p_2) = \frac{V}{(2\pi)^4} \frac{2im \frac{\Delta E}{2} T}{\Delta E/2} \delta_{\vec{p}_1, \vec{p}_2}$$

where V is the three dimensional volume of the box and T is the time interval.

If $\phi = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| / (2\pi)^3$ is, with our normalization (\vec{v}_1 are the incident particle velocities), the incident flux, the cross-section is given by

$$\sigma_f = P_{if} / \phi \quad (\text{II.2.20})$$

where P_{if} is the transition probability for unit time

$$P_{if} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S_{if}|^2}{T} = \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^{12}} (2\pi)^3 \frac{m}{E_1} \frac{m}{E_2} \frac{1}{2\omega_1} \frac{1}{2\omega_2} |T_{if}|^2 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \quad (\text{II.2.21})$$

so that

$$\sigma_f = \frac{1}{4(2\pi)^2} \frac{|T_{if}|^2}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} \frac{m^2}{E_1 E_2 \omega_1 \omega_2} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \quad (\text{II.2.22})$$

Upon using

$$|\vec{v}_1 - \vec{v}_2| = \frac{k}{E_1} + \frac{k}{E_2} = \frac{2k}{E} = 2 \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{E} = 2 \frac{\sqrt{s - 4m^2}}{\sqrt{s}} \quad (\text{II.2.23})$$

we get for the cross-section $d\sigma$ for $p_1 + p_2 \rightarrow q_1 + q_2$ in the C.M.

$$d\sigma = \frac{m^2}{(2\pi)^2 8 E k \omega_1 \omega_2} |T_{if}|^2 \delta^{(3)}(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \sqrt{s}) d^3q_1 d^3q_2 \quad (\text{II.2.24})$$

The differential cross-section for one particle to be diffused in the solid angle $d\Omega$ will therefore be

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int q_1^2 dq_1 \int d^3q_2 \delta^{(3)}(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \sqrt{s}) \frac{|T_{if}|^2 m^2}{8(2\pi)^2 E k \omega_1 \omega_2} \quad (\text{II.2.25})$$

Integrating over d^3q_2 ($\Rightarrow \vec{q}_2 = -\vec{q}_1 \Rightarrow |\vec{q}_2| = |\vec{q}_1| \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \sqrt{q_1^2 + \mu^2} \Rightarrow q_1 dq_1 = \omega d\omega$)

we get

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{k} \frac{m^2}{16\pi^2 s} |T_{if}|^2 \quad (\text{II.2.26})$$

where $q = \sqrt{\omega^2 - \mu^2} = \sqrt{s/4 - \mu^2}$.

Eq. (II.2.26) shows the usual $1/v$ law of exothermic processes since, at threshold ($s \rightarrow 4m^2$), $k = \sqrt{\frac{s}{4} - m^2} \rightarrow 0$ while $q \rightarrow \sqrt{m^2 - \mu^2}$.

In terms of invariant scalar variables, using

$$t = (p_1 - q_1)^2 = (\sqrt{k^2 + m^2} - \sqrt{q^2 + \mu^2})^2 - (\vec{k} - \vec{q})^2$$

$$dt = 2kq d(\cos \theta) = \frac{2kq}{\pi} d\Omega$$

we have for the angular distribution

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{m^2}{4\pi s(s-4m^2)} |T_{if}|^2 \quad (\text{II.2.27})$$

We can now return to the problem of expressing the angular distribution using the partial wave expansion.

This is most conveniently done using the T_J amplitudes with definite J since a resonance occurs at given values $^{2S+1}L_J$ which means a Breit Wigner pole in T_J . As we have already discussed, the only allowed quantum numbers for the reaction under study are $^3L_{J=L\pm 1}$ so that only (triplet) amplitudes of $J = L \pm 1$ occur. Furthermore, remember that only even (odd) waves are present according to whether $I = 0$ ($I = 1$).

We have

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi}{4k^2} \left\{ \left| \sum_{J=0}^{\infty} \left[\sqrt{J} T_{J=L+1} + \sqrt{J+1} T_{J=L-1} \right] Y_J^0(\theta, \varphi) \right|^2 + \left| \sum_{J=1}^{\infty} \left[\sqrt{J+1} T_{J=L+1} + \sqrt{J} T_{J=L-1} \right] Y_J^{\pm 1}(\theta, \varphi) \right|^2 \right\} \quad (\text{II.2.28})$$

where $T_{J=L\pm 1} = \sin \delta_{L\pm 1} \exp[i\delta_{L\pm 1}]$ and the sums involve only J even or odd according to whether $I = 0$ or 1 .

Isospin decomposition

Just like in πN scattering (i.e. the crossed channel of $N \bar{N} \rightarrow \bar{K} \pi$) we introduce the decomposition of the scattering amplitude with respect to the isospin indices of the pion (α, β) into an even part $T^{(+)}$ (which can only be proportional to the symmetric tensor which one can construct with two isospin Pauli matrices, i.e. $\{\tau_\alpha, \tau_\beta\}$ or $\delta_{\alpha\beta}$) and into an odd part $T^{(-)}$ (which can only be proportional to the antisymmetric tensor $[\tau_\alpha, \tau_\beta]$)

$$T_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} T^{(+)} + \frac{1}{2} [\tau_\alpha, \tau_\beta] T^{(-)} \quad (\text{II.2.29})$$

Working out the Clebsch-Gordan coefficients we have the proportionality relation

$$T^{(+)} = T_0 / \sqrt{6}$$

$$T^{(-)} = T_1 / 2 \quad (\text{II.2.30})$$

between the crossing even (odd) and the total isospin $I = 0$ ($I = 1$) in the $N \bar{N} \rightarrow \bar{K} \pi$ channel.

For the two most useful processes ($p \bar{p} \rightarrow \pi \pi$ and $\bar{p} n \rightarrow \pi \pi$) we get

$$T_{p\bar{p} \rightarrow 2\pi} = T_{n\bar{n} \rightarrow 2\pi} = T^{(+)} + T^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{2}} T_0 + \frac{1}{2} T_1 \quad (\text{II.2.31})$$

$$T_{p\bar{n} \rightarrow 2\pi} = T_{\bar{p}n \rightarrow 2\pi} = 2 T^{(-)} = T_1$$

$N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ polarization

The determination of the amplitudes in a given $N\bar{N}$ reaction will require also measurements of polarization. For this it will be useful the decomposition (II.2.6).

Define \vec{k} and \vec{q} as the CM momenta of the \bar{p} and of the π^- in the reaction $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ and let us introduce the usual vector

$$\vec{n} = \vec{k} \times \vec{q} \quad (\text{II.2.32})$$

normal to the scattering plane.

We call σ_{\uparrow} and σ_{\downarrow} the cross-sections for the case when the target proton is polarized parallel and, respectively, antiparallel to \vec{n} .

The (unpolarized) differential cross-section and the asymmetry parameter $A(\vartheta)$ will then be

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} (\sigma_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow}) \quad (\text{II.2.33})$$

$$A(\vartheta) = \frac{\sigma_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow}}{\sigma_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow}} \quad (\text{II.2.34})$$

Choose now the reference system in such a way that \vec{k} is along the x axis and the y axis lies in the (\vec{k}, \vec{q}) plane, so that \vec{n} is along z. In this case

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{k} = \sigma_x k$$

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{q} = q (\sigma_x \cos \vartheta + \sigma_y \sin \vartheta) \quad (\text{II.2.35})$$

which we use in (II.2.6) making use of the two-dimensional spinors

$$|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.2.36})$$

The polarized cross-sections are

$$\begin{cases} \sigma_{\uparrow} = |\langle + | T | + \rangle|^2 + |\langle + | T | - \rangle|^2 \\ \sigma_{\downarrow} = |\langle - | T | + \rangle|^2 + |\langle - | T | - \rangle|^2 \end{cases} \quad (\text{II.2.37})$$

Using the explicit form of the Pauli matrices together with (II.2.36) we have

$$\begin{cases} \langle + | \sigma_x | + \rangle = \langle + | \sigma_y | + \rangle = \langle - | \sigma_x | - \rangle = \langle - | \sigma_y | - \rangle = 0 \\ \langle + | \sigma_x | - \rangle = \langle - | \sigma_x | + \rangle = 1 \\ -\langle + | \sigma_y | - \rangle = \langle - | \sigma_y | + \rangle = i \end{cases}$$

which imply

$$\begin{aligned}\langle +|T|+ \rangle &= \langle -|T|- \rangle = 0 \\ \langle +|T|- \rangle &= h_2 k + h_2 q (\cos \Theta - i \sin \Theta) \\ \langle -|T|+ \rangle &= h_1 k + h_2 q (\cos \Theta + i \sin \Theta)\end{aligned}$$

so that

$$\begin{aligned}\sigma_{\uparrow, \downarrow} &= |h_1|^2 k^2 + |h_2|^2 q^2 + 2 \operatorname{Re}(h_1 h_2^*) \vec{k} \cdot \vec{q} \pm \\ &\pm 2q \sin \Theta \operatorname{Im} \left\{ h_2 (k h_1 + q h_2 \cos \Theta)^* \right\}\end{aligned}\quad (\text{II.2.38})$$

Inserting (II.2.38) into (II.2.34) we finally get

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| h_1 \vec{k} + h_2 \vec{q} \right|^2 \quad (\text{II.2.39})$$

$$A(\Theta) = \frac{2q \sin \Theta \operatorname{Im} \left\{ h_2 (k h_1 + q h_2 \cos \Theta)^* \right\}}{d\sigma/d\Omega} \quad (\text{II.2.40})$$

II.3 THREE BODY ANNIHILATION ($N \bar{N} \rightarrow 3\pi$)

II.3.1 Kinematics of $a + b \rightarrow 1+2+3$:

We now consider in some detail the kinematics of a two - to three body reaction

$$p_a + p_b \rightarrow p_1 + p_2 + p_3 \quad (\text{II.3.1})$$

where a, b are the initial particles (clearly, what we have in mind is to specialize to the three pions annihilation $N \bar{N} \rightarrow 3\pi$).

The first question is the choice of variables. Remember that given a process involving N particles altogether, one is left with a total of $3N-10$ scalar variables ($4N$ components of four-vectors minus N mass shell constraints, minus 4 energy-momentum conservation constraints, minus 6 Euler angles in four dimensional space). It will be useful to choose the variables to use according to what one is looking for. If one is searching for quantum number effects, it will be convenient to use the variables suggested in Fig. II.5

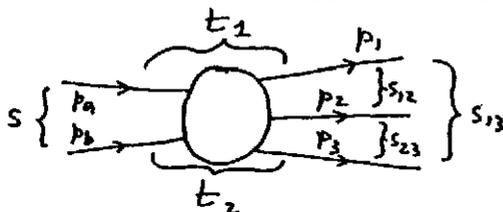


Fig. II.5

i.e.

$$S = (p_a + p_b)^2 = (p_1 + p_2 + p_3)^2 \quad (\text{squared total energy in the C.M.})$$

$$\begin{array}{l}
 s_{12} = (p_1 + p_2)^2 \\
 s_{13} = (p_1 + p_3)^2 \\
 s_{23} = (p_2 + p_3)^2 \\
 t_1 = (p_a - p_1)^2 \\
 t_2 = (p_b - p_3)^2
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{squared invariant masses of the different} \\ \text{pairing of final particles} \\ \\ \text{squares of momentum} \\ \text{transfer variables} \end{array}$$

As we must have only five independent variables, one of the previously defined ones must be expressible in terms of the others. In fact, from (II.3.1), squaring

$$s = s_{12} + s_{23} + s_{13} - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2 \quad (\text{II.3.2})$$

where we have used $p_i^2 = m_i^2$

If we now write the invariant three body phase space ($\omega_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$)

$$dS_3 = \frac{d^3 p_1}{\omega_1} \frac{d^3 p_2}{\omega_2} \frac{d^3 p_3}{\omega_3} \delta^{(4)}(p_a + p_b - p_1 - p_2 - p_3) \quad (\text{II.3.3})$$

we shall prove that this can be rewritten as

$$dS_3 = \frac{\pi}{2s} ds_{13} ds_{23} d\cos\vartheta d\varphi \quad (\text{II.3.4})$$

where ϑ is the angle between \vec{p}_1 and \vec{p}_b (as we shall see $-1 \leq \cos\vartheta \leq 1$) and φ is the angle between the planes $\vec{p}_2 \vec{p}_3$ and $\vec{p}_1 \vec{p}_b$ (it will turn out that $0 \leq \varphi \leq 2\pi$). We shall also introduce the angle β between \vec{p}_1 and \vec{p}_2 and the overall azimuth around the direction of flight of the incident particles (\vec{p}_a or \vec{p}_b).

Upon integrating over this last angle (which gives a factor of 2π) and over \vec{p}_3 one gets ($\omega_3 = [(p_1 + p_2)^2 + m_3^2]^{1/2}$)

$$dS_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} \frac{p_1^2 dp_1}{\omega_1} \frac{p_2^2 dp_2}{\omega_2} d\cos\vartheta d\varphi \delta(\sqrt{s} - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\cos\beta. \quad (\text{II.3.5})$$

Recalling the definition of β , $d\cos\beta = \frac{\omega_3}{p_1 p_2} d\omega_3$ one can perform the β integration to obtain

$$dS_3 = 2\pi d\omega_1 d\omega_2 d\cos\vartheta d\varphi \quad (\text{II.3.6})$$

where we have also used $p_1 dp_1 = \omega_1 d\omega_1$, $p_2 dp_2 = \omega_2 d\omega_2$. Since all conservation constraints have been used, $0 \leq \vartheta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

To get (II.3.4) we notice that, in the C.M.

$$s_{23} = (p_2 + p_3)^2 = (p_a + p_b - p_1)^2 = [(p_a + p_b - p_1)_0]^2 = s + m_1^2 - 2\omega_1 \sqrt{s} \quad (\text{II.3.7})$$

so that

$$d\omega_i = -\frac{1}{2\sqrt{s}} ds_{jk} \quad (i, j, k = \text{cyclic p. of } 1, 2, 3)$$

II.3.2 Dalitz plot:

So far we have only imposed energy momentum conservation and integrated over an irrelevant angular variable so that the result could be simply multiplied by the proper matrix element to get the differential cross section. Suppose now that the matrix element is independent of ϕ and β . Integrating over the latter variables, one sees that the phase space is uniform in s_{13}, s_{23} therefore, a Dalitz plot where one plots the events as function of the invariant masses would be uniformly populated in what concerns the contribution coming from the phase space and any departure from uniform density is due to the matrix element and must reflect some dynamical property such as a resonance formation in one (or more) subchannel.

The boundaries of the physical region in s_{13}, s_{23} can be found using $-1 \leq \cos \beta \leq 1$
 Squaring

$$\omega_3 = \sqrt{s} - \omega_1 - \omega_2 = \left[\vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 + m_3^2 + 2 |\vec{p}_1| |\vec{p}_2| \cos \beta \right]^{1/2}$$

one gets

$$0 \leq \left[(\sqrt{s} - \omega_1 - \omega_2)^2 - \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 - m_3^2 \right]^2 \leq 4 \vec{p}_1^2 \vec{p}_2^2 \quad (II.3.8)$$

Using (II.3.7) with $\omega_i^2 = \vec{p}_i^2 + m_i^2$ we find after some algebra the curve

$$\left[(s - s_{23} + m_1^2)^2 - 4s m_1^2 \right] \left[(s - s_{13} + m_2^2)^2 - 4s m_2^2 \right]$$

whose shape is approximately given by the one in Fig. (II.6) and whose boundaries (dotted lines) obtain noticing that s_{ij} is maximum when \vec{p}_k is at rest in the C.M., i.e. for $\omega_k = m_k$ and is minimum when $\vec{p}_i = \vec{p}_j = 0$. Thus

$$\begin{aligned} s_{ij}^{\max} &= s + m_k^2 - 2m_k \sqrt{s} = (\sqrt{s} - m_k)^2 \\ s_{ij}^{\min} &= (m_i + m_j)^2 \end{aligned} \quad (II.3.9)$$

The wavy lines indicate where a more dense population of events in the Dalitz plot would be expected in case of resonances in the various subchannels (1) $s_{23} = (p_2 + p_3)^2$, (2) $s_{13} = (p_1 + p_3)^2$ (3) $s_{12} = (p_1 + p_2)^2$

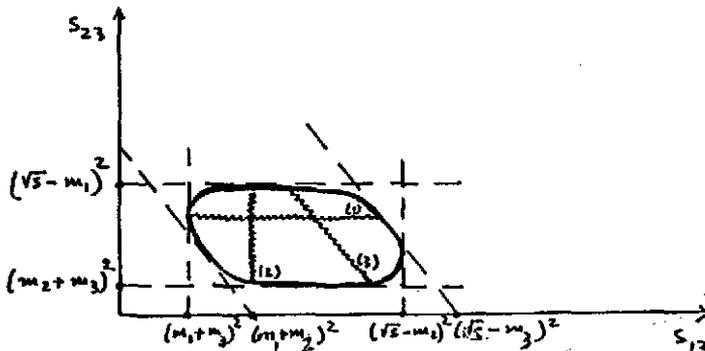


Fig. II.6

Often it is more convenient to introduce the kinetic energies $T_i = \omega_i - m_i$ related to $s_{j k}$

$$s_{j k} = s - m_i^2 - 2\omega_i \sqrt{s} = (\sqrt{s} - m_i)^2 - 2\sqrt{s} T_i \quad (II.3.10)$$

Owing to the linear relationship between the s_{ij} and T_k variables, a uniform distribution in the s_{ij} variables entails also a uniform distribution in the T_k 's. In the case of interest to us ($N \bar{N} \rightarrow 3\pi$) where $m_1 = m_2 = m_3 = \mu$, the constraint (II.3.2) becomes

$$\sqrt{s} = 3\mu + \sum_{i=1}^3 T_i$$

implying that the total energy is the sum of the kinetic energies and of the masses.

In terms of the Q value

$$Q = \sqrt{s} - 3\mu \quad (\text{II.3.11})$$

the boundary value of the Dalitz plot becomes

$$\begin{aligned} [Q^2 + 2Q\mu - 2Q(T_1 + T_2) + 2T_1T_2 - 4\mu(T_1 + T_2)]^2 = \\ = T_1T_2(T_1 + 2\mu)(T_2 + 2\mu) \end{aligned} \quad (\text{II.3.12})$$

whose non-relativistic limit $T_i \ll \mu$ gives a circle of radius $Q/2$ centered in the plane (T_1, T_2) (Fig. II.7):

$$[Q - 2(T_1 + T_2)]^2 = T_1T_2 \quad (\text{II.3.13})$$

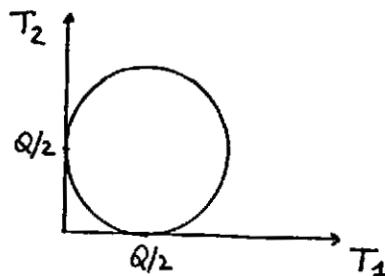


Fig. II.7

In the opposite limit $Q \gg \mu$ it is more useful to introduce the variables T_3 and $x = \frac{1}{\sqrt{3}}(T_1 - T_2)$ so that substituting in (II.3.12):

$$T_1 + T_2 = Q - T_3$$

$$T_1 - T_2 = \sqrt{3}x$$

one finds

$$\left\{ 2Q(T_3 - Q/2) + \frac{1}{2}[(Q - T_3)^2 - 3x^2] \right\}^2 \approx \frac{1}{16}[(Q - T_3)^2 - 3x^2]^2 \quad (\text{II.3.14})$$

leading to the rounded triangle of Fig. II.8 where again, the wavy lines simulate dynamical effects such as given, for instance, by resonances in the various channels.

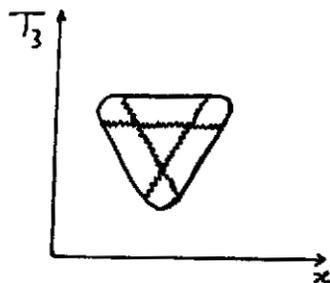


Fig. II.8

II.4 QUANTUM NUMBERS AND THE DALITZ PLOT

In the present context where we are investigating $N\bar{N}$ annihilation, the emphasis is, of course, on S-channel resonances and it is therefore of interest to study how (formation of resonances in) particular sub channels with given quantum numbers can give kinematical restrictions which can be extracted from the transition matrix element. What we are interested in is to see how selection rules can affect the Dalitz plot which, as we just saw, would be uniformly populated in the three final subchannels were it not for either kinematical constraints or dynamical effects (which we are not going to consider in the following). We shall not discuss in detail the general case but rather give a few examples related to the case of three body decay and, in particular, $N\bar{N} \rightarrow 3\pi$.

II.4.1 Quantum numbers effects in the case $N\bar{N} \rightarrow 3\pi$.

If we restrict ourselves to consider the angular momenta $L = 0$ and $L = 1$ only, we recall that the result of § I.11b showed that three pions annihilation can occur only if the $N\bar{N}$ systems is in one of the following states

$$I = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} {}^3S_1 \\ {}^1P_1 \end{array} \right. \quad I = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} {}^1S_0 \\ {}^3P_1 \\ {}^3P_2 \end{array} \right.$$

and since we have three identical particles in the final state, they must be in a totally symmetric configuration of both isospin and space coordinates.

II.4.1a $I = 0$

Let \vec{I}_i ($i=1,2,3$) be the isospin vectors of the final pions. The only rotationally invariant form (in isospin space) which corresponds to $\vec{I} = 0$ is $(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3$. The latter, however, is totally antisymmetric and this requires the amplitude to be correspondingly antisymmetric under the exchange of \vec{p}_i ($i=1,2,3$).

Let us consider first the case of a state 3S_1 when $J = 1$, $L = 0$ and $P = -1$ in the initial state. Therefore, given that the three final pions have already negative intrinsic parity, the matrix element must have the rotational properties of a vector (since $\vec{J} = 1$) and the parity of an axial vector (+1). If \vec{J} is the initial spin, the only allowed form for the matrix element will thus be

$$M \propto \vec{J} \cdot [\vec{p}_1 \times \vec{p}_2 + \vec{p}_2 \times \vec{p}_3 + \vec{p}_3 \times \vec{p}_1] \quad (\text{II.4.1})$$

or, given that in the C.M. $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$, we can choose \vec{p}_1 and \vec{p}_2 as independent vectors and we have

$$M \propto \vec{J} \cdot (\vec{p}_1 \times \vec{p}_2) \quad (\text{II.4.2})$$

The effect on the Dalitz plot distribution will therefore be a kinematical form of the kind

$$|M_{({}^3S_1)}|^2 \propto |\vec{p}_1 \times \vec{p}_2|^2 = p_1^2 p_2^2 \sin^2 \beta. \quad (\text{II.4.3})$$

Let us now consider the case of an initial state 1P_1 corresponding to $J=1, L=1, P=+1$, so that the final state must have the rotational properties and the parity of a vector. Furthermore, it must be completely antisymmetric in $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ as we have already remarked. Thus, the matrix element must be proportional to

$$M_{({}^1P_1)} \propto \vec{J} \cdot [\vec{p}_1 (\vec{p}_2^2 - \vec{p}_3^2) + \vec{p}_2 (\vec{p}_3^2 - \vec{p}_1^2) + \vec{p}_3 (\vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2)]$$

or, using the two independent vectors

$$\vec{p} = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)/2 \qquad \vec{q} = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)/2 \qquad (\text{II.4.4})$$

and momentum conservation

$$M_{({}^1P_1)} \propto \vec{J} \cdot [\vec{p} (\vec{p} \cdot \vec{q}) + \vec{q} (\frac{3}{2} \vec{p}^2 - \frac{1}{4} \vec{q}^2)] \qquad (\text{II.4.5})$$

whose modulus squared

$$\sim (\vec{p} \cdot \vec{q})^2 (4\vec{p}^2 - \frac{1}{2} \vec{q}^2) + \vec{q}^2 (\frac{3}{2} \vec{p}^2 - \frac{1}{4} \vec{q}^2)^2 \qquad (\text{II.4.6})$$

tells us how we should expect the Dalitz plot to be correspondingly affected.

II.4.1b $I = 1$

We have now to combine the three pion isospin vectors \vec{I}_i ($i = 1, 2, 3$) to form a vector in isospin space. This can be done in three different ways, i.e. combining \vec{I}_1 and \vec{I}_2 to give isospin zero to the subsystem $\vec{I}_{12} = \vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2$ and leaving to \vec{I}_3 the vector character, or permuting cyclically 1, 2, 3. Thus we have the three possibilities:

$$\vec{I}_3 (\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2) \quad , \quad \vec{I}_1 (\vec{I}_2 \cdot \vec{I}_3) \quad , \quad \vec{I}_2 (\vec{I}_3 \cdot \vec{I}_1) \qquad (\text{II.4.7})$$

Notice that one could similarly form combinations which are antisymmetric in the various pairs, that is

$$(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \times \vec{I}_3 \quad , \quad (\vec{I}_2 \times \vec{I}_3) \times \vec{I}_1 \quad , \quad (\vec{I}_3 \times \vec{I}_1) \times \vec{I}_2$$

They would correspond to have, say \vec{I}_{12} in an isospin $I = 1$ and to combining it with \vec{I}_3 to get again $I = 1$. The above forms can, however, be expressed in terms of the previous ones (II.4.7) since, for instance,

$$\vec{I}_1 \times (\vec{I}_2 \times \vec{I}_3) = \vec{I}_2 (\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_3) - \vec{I}_3 (\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2)$$

To get a matrix element totally symmetric in the combination of isospin and momenta, we can either take

$$M \propto \alpha_{23} \vec{I}_1 (\vec{I}_2 \cdot \vec{I}_3) + \alpha_{31} \vec{I}_2 (\vec{I}_3 \cdot \vec{I}_1) + \alpha_{12} \vec{I}_3 (\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2) \qquad (\text{II.4.8})$$

with $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ symmetric for the exchanges $\vec{p}_i \rightleftharpoons \vec{p}_j$ or

$$M \propto \beta_{23} \vec{I}_1 \times (\vec{I}_2 \times \vec{I}_3) + \beta_{31} \vec{I}_2 \times (\vec{I}_3 \times \vec{I}_1) + \beta_{12} \vec{I}_3 \times (\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \qquad (\text{II.4.9})$$

with $\beta_{ij} = -\beta_{ji}$: antisymmetric under the exchanges $\vec{p}_i \rightleftharpoons \vec{p}_j$ or one can make more general combinations of mixed space and isospin symmetry.

Let us now investigate the momentum dependence of the matrix element for the lowest permissible state 1S_0 when $J = L = 0$, $P = -1$. Since the 3 pions final state has already intrinsic negative parity, and $J = 0$, the simplest choices to have a true scalar in the symmetric and antisymmetric combinations, respectively, are

$$\begin{aligned}\alpha_{ij} &= c_1 + c_2 \vec{p}_i \cdot \vec{p}_j + \dots \\ \beta_{ij} &= \vec{p}_i^2 - \vec{p}_j^2\end{aligned}\quad (\text{II.4.10})$$

In the state 3P_1 when $J = L = 1$, $P = +1$ the matrix element will have to be proportional to $\vec{J} \cdot \vec{V}$ where \vec{V} is a true vector. Thus, the simplest choices are

$$\begin{aligned}\alpha_{ij} &\propto (\vec{p}_i + \vec{p}_j) \\ \beta_{ij} &\propto (\vec{p}_i - \vec{p}_j)\end{aligned}\quad (\text{II.4.11})$$

Finally, in the state 3P_2 where $L = 1$, $J = 2$, $P = +1$, the matrix element must have in character of a second order tensor in its rotational properties, being pseudo tensor in its space inversion properties. This tensor must be constructed using the vectors \vec{p}_i and the pseudo vectors $\vec{p}_i \times \vec{p}_j$ and must be saturated by the analogous tensor describing the angular momentum of a state 3P_2 . If μ, ν are the Lorentz indices and i, j the usual pion indices, the following quantities

$$\begin{aligned}\alpha_{ij}^{\mu\nu} &\propto [(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^\mu (\vec{p}_i \times \vec{p}_j)^\nu + (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^\nu (\vec{p}_i \times \vec{p}_j)^\mu] \\ \beta_{ij}^{\mu\nu} &\propto [(\vec{p}_i + \vec{p}_j)^\mu (\vec{p}_i \times \vec{p}_j)^\nu + (\vec{p}_i + \vec{p}_j)^\nu (\vec{p}_i \times \vec{p}_j)^\mu]\end{aligned}\quad (\text{II.4.12})$$

are both traceless ($\alpha^{\mu\nu} \delta_{\mu\nu} = \beta^{\mu\nu} \delta_{\mu\nu} = 0$) symmetric tensors in the μ, ν indices and their properties differ only for the exchange of the pion indices i, j . Both are pseudotensors, i.e. $\alpha^{\mu\nu}(\vec{p}_i, \vec{p}_j) = -\alpha^{\mu\nu}(-\vec{p}_i, -\vec{p}_j)$ symmetric and antisymmetric respectively under

$$\vec{p}_i \rightleftharpoons \vec{p}_j$$

II.4.2 General method ($N \bar{N} \rightarrow 3\pi$):

The cases discussed earlier are special examples of the general case of three pion annihilations with unrestricted angular momenta values which can be treated by a general method of spherical tensors due to Zemach⁶.

Let the initial state have a definite J^P and be described by a traceless irreducible tensor of order J (scalar when $J=0$, vector when $J=1$, tensor when $J=2$, ...) if the parity is $(-1)^J$ or by a traceless irreducible pseudotensor of order J if the parity is $(-1)^{J+1}$ constructed with the spins degrees of freedom of the initial state.

In writing down the most general form of a matrix element, owing to the intrinsic negative parity of the three pions in the final state, this tensor (or pseudotensor) will have to be

contracted and saturated with a similar pseudotensor (or tensor) constructed with the final momenta. This means, the final state will contribute with a pseudotensor if L is odd and with a tensor if L is even. Furthermore, the combined space-isospin symmetry will have to be even (the isospin analysis is the same as in § II.4.1).

Thus, if we denote by $S_{ijl\dots}^{(J)}(\vec{S})$ the traceless, irreducible tensor of order J describing the angular momentum of the initial state, by $I(\vec{I})$ the isospin factor (discussed previously, i.e. $(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3$ for $I = 0$), and by $P_{ijl\dots}^{(J)}(\vec{P}_i)$ the traceless tensor (or pseudotensor as the case, i.e. the parity may be) made with the final momenta \vec{p}_i , the matrix element will be a combination of the form

$$M = S_{ijl\dots}^{(J)}(\vec{S}) I(\vec{I}) P_{ijl\dots}^{(J)}(\vec{P}_i) F(\vec{p}_i^2) \quad (\text{II.4.13})$$

Here $F(\vec{p}_i^2)$ is a form factor depending only upon the pion energy variables which contains all information which comes neither from kinematics nor from general properties, i.e. contains all the dynamical information. In general, there may be several of the above expressions for a given decay depending on the symmetry of $I(\vec{I})$ and $P^{(J)}$ and so several form factors will also have to be used.

The question is then how to construct the most general tensor $P^{(J)}$ of a given parity having at one's disposal the momenta \vec{p}_i 's ($i = 1, 2, 3$) of which only two are independent (say \vec{p}_1, \vec{p}_2) in the three body final state owing to momentum conservation and the pseudovectors $\vec{p}_i \times \vec{p}_j$ of which only $\vec{q} = \vec{p}_1 \times \vec{p}_2$ is independent given our previous choice. The latter cannot appear at powers higher than one since all even powers can, obviously, be reexpressed in terms of powers of the momenta themselves.

Thus, if the state is $J^P = 0^-, 1^+, 2^-, \dots$ (which are usually termed "unnatural parity" states) the tensor $P_{ijl\dots}^{(J)}$ can be constructed using only the vectors \vec{p}_i ($i = 1, 2$) whereas the pseudovector \vec{q} will have to appear at power one in the case of "natural parity" states $J = 1^-, 2^+, \dots$ (recall 0^+ cannot go into 3π).

II.4.3 Connection with general properties in the Dalitz plot:

The previous analysis enables one to study in detail what kind of population one should expect in the Dalitz plot in the various cases.

As an example, we consider the case $I = 0$, when the matrix element was found to be completely antisymmetric in $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ implying that the rate (i.e. the modulus squared) will be completely symmetric in $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$. This means that if we divide the Dalitz plot with the lines $\vec{p}_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$), each sextant thus obtained will be uniformly populated.

Next, recall that the periphery of the Dalitz plot corresponds to $\vec{p}_1 = \pm \vec{p}_2$ which leads to $\vec{q} = \vec{p}_1 \times \vec{p}_2 = 0$. Therefore, the natural parity series $J^P = 1^-, 2^+, \dots$ which was seen to depend linearly on \vec{q} (see § II.4.2) is depopulated at the border of the Dalitz plot whereas the unnatural parity series $0^-, 1^+, 2^-, \dots$ is not.

II.5 CASCADE PRODUCTION WITH RESONANCE FORMATION

The method outlined above is very useful in connection with a decay analysis where resonances are formed sequentially and then decay



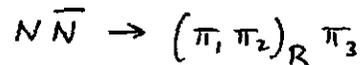
Specific examples could be



II.5.1 Two pions resonance:

As a specific example, we will investigate reaction (II.5.1) starting from a state of given quantum numbers decaying via a two pion resonance with definite quantum numbers $(I)_R$, $(J^P)_R$.

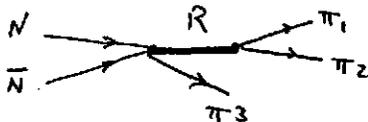
For simplicity, if the reaction is $N\bar{N} \rightarrow \bar{\pi}_1 \pi_2 \pi_3$ we will suppose that the process goes via



so that the invariant mass of R is $s_{12} = (p_1 + p_2)^2$ and the matrix element close to the mass of the resonance will be proportional to

$$\frac{1}{\sqrt{s} - m_R + i\Gamma_R/2}
 \tag{II.5.5}$$

Diagrammatically, the reaction proceeds via



and we have to consider the isospin and momentum structure of the vertices (1,2) and (1,2)3.

II.5.1a Isospin structure

If $I_R = 1$, the isospin structure of (1,2) is a vector

$$\vec{I}_{1,2} = \vec{I}_1 \times \vec{I}_2$$

whereas if $I_R = 0$, the isospin structure of (1,2) is a scalar

$$I_{1,2} = \vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2$$

We can now distinguish two cases for the isospin structure of the complete vertex (1,2)3 according to whether $I_{N\bar{N}} = 0$ or 1.

A/ $I_{N\bar{N}} = 0$. We have two possibilities:

i) $I_R = 1$

The vertex (1,2) 3 will have the isospin form

$$(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3 \quad (\text{II.5.6})$$

ii) $I_R = 0$

The reaction is forbidden because with $I_R = 0$ we can only form $I_{N\bar{N}} = 1$.

B/ $I_{N\bar{N}} = 1$. We have two possibilities:

i) $I_R = 1$

leads to the (1,2) 3 isospin structure

$$(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \times \vec{I}_3 \quad (\text{II.5.7})$$

ii) $I_R = 0$

gives the (1,2)3 vertex

$$(\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2) \vec{I}_3 \quad (\text{II.5.8})$$

II.5.1b Momentum structure ($N\bar{N} \rightarrow \pi\varrho$)

We recall that for a two pion state, J even (odd) implies I even (odd).

Reaction $N\bar{N} \rightarrow (\pi_1, \pi_2) \bar{\pi}_3$ can proceed with the two pions π_1, π_2 in any state of the natural parity series $0^+, 1^-, 2^+, \dots$, but we will for simplicity limit ourselves to the case $(J^P)_R = 1^-$. As this requires $I_R = 1$, this means that the resonance R has the quantum numbers of the ϱ meson.

First we write the vertex in the R rest frame and we then transform it in the covariant formulation to boost it in the $N\bar{N}$ CMS. It turns out that this has no effect in the present example, as we will see.

Notice that being R a true vector (1^-), the momentum structure will have the form $\vec{S}_R \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)$ in the R rest frame. We now boost the vertex from the R frame to the N \bar{N} CM. For this we rewrite $\vec{P}_1 - \vec{P}_2$ in a covariant way using P_1^μ, P_2^μ (II.4.14). We will then take the space component of $(P_1 - P_2)^\mu$ and use $P_\mu = (p_1 + p_2)_\mu$, $P_\mu^2 = m_R^2$.

We find

$$P_1^\mu - P_2^\mu = (p_1 - p_2)^\mu - \frac{P^\mu}{m_R} [P^S (p_1 - p_2)^S] = (p_1 - p_2)^\mu - \frac{P^\mu}{m_R} (p_1^2 - p_2^2) (p_1 - p_2)^\mu$$

which proves that the boost has no relevance in this _____ case. Summing up the previous consideration, according to the $I(J^P)$ of the N \bar{N} system we have for the various matrix elements the following form of amplitudes

$$1(0^-) \Rightarrow (\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \times \vec{I}_3 \quad (\vec{P}_1 - \vec{P}_2) \cdot \vec{P}_3$$

$$\begin{aligned} 0(1^-) &\Rightarrow (\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3 \quad (\vec{P}_1 - \vec{P}_2) \times \vec{P}_3 = \\ &= -(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3 \quad (\vec{P}_1 - \vec{P}_2) \times (\vec{P}_1 + \vec{P}_2) = \\ &= 2(\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3 \quad \vec{P}_2 \times \vec{P}_1 \end{aligned}$$

$$0(1^+) \Rightarrow (\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \cdot \vec{I}_3 \quad (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)$$

$$1(1^+) \Rightarrow (\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \times \vec{I}_3 \quad (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)$$

$$1(2^+) \Rightarrow (\vec{I}_1 \times \vec{I}_2) \times \vec{I}_3 \left[(\vec{P}_1 - \vec{P}_2)_\mu (\vec{P}_1 \times \vec{P}_2)_\nu + (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)_\nu (\vec{P}_1 \times \vec{P}_2)_\mu \right]$$

Proper symmetrization between the final pions should also be performed if the resonance is not formed by a specific couple of pions.

PART III

THE EXPERIMENTAL SIDE OF LOW ENERGY $N\bar{N}$ PHENOMENOLOGYIII.1 INTRODUCTION

While it is always rather difficult to define "low energy" in an elastic reaction, this becomes almost impossible in a reaction such as $N\bar{N}$. Elastic reactions at low energy are in fact usually dominated by resonances implying rapid variations and oscillations of the cross-sections (this is not the case of exotic channel such as $p p \rightarrow p p$ where the variations may be non negligible but there are essentially no oscillations). In $N\bar{N}$ reactions, resonances may be present (and if they are, they are an interesting phenomenon) but the dominant mechanism is that of annihilation as we shall now discuss.

We will assume that "low energy" does not exceed a few GeV where the cross-section has dropped of almost one order of magnitude from the lowest energy measured so far ($p_{\text{Lab}} \sim 300$ MeV; the coming in operation of the new CERN devices will no doubt lower very much this limit).

III.2 THE $p\bar{p}$ CROSS-SECTION

As we have mentioned at the beginning, the low (as well as the high) energy region of $N\bar{N}$ has been very little investigated before LEAR. In particular, the total cross-section $\sigma_T(p\bar{p})$ has been measured at $p_{\text{lab}} \sim 300$ MeV/c as the lowest value giving there $\sigma_T(p\bar{p}) \approx 300$ mb.

$\sigma_T(p\bar{p})$ decreases quickly with increasing p_{lab} dropping without major oscillations to about 80 mb at $p_{\text{lab}} \sim 2.5$ GeV/c and continuing to drop at a much slower space ($\sigma_T \sim 42$ mb at $p_{\text{lab}} \sim 300$ GeV/c). After a broad minimum, $\sigma_T(p\bar{p})$ starts then growing and grows to about 62 mb at Collider energies ($\sqrt{s} = 546$ GeV) where the comparison with cosmic rays gives only a very rough indication for $\sigma_T(p\bar{p}) \approx 70 \pm 10$ mb. Even at the highest accelerator energies for which a comparison is meaningful (the ISR) $\sigma_T(p\bar{p})$ is higher than $\sigma_T(p p)$ (and it is one of the contentions of Pomanchuk theorem that they should tend to the same asymptotic limit¹) and this fact is interpreted with being $p\bar{p}$ more absorptive than $p p$ because of the annihilation channels. At lower energies, however, this factor is enormous: $\sigma_T(p\bar{p})$ is about 80 mb at $p_{\text{lab}} \sim 2.5$ GeV/c, i.e. twice as large compared with $\sigma_T(p p)$. The gap reduces enormously at high energy; for instance $\sigma_T(p\bar{p}) \sim 42$ mb and $\sigma_T(p p) \sim 40$ mb at $p_{\text{lab}} \sim 300$ GeV/c.

From a qualitative point of view, we recall that exothermic reactions are expected to proceed via the famous $1/v$ law which holds if the matrix element is finite at $v=0$. This law seems indeed to represent the behavior of $\sigma_T(p\bar{p})$ in the low energy domain (i.e. down to ~ 300 MeV/c) where is well parametrized by

$$\sigma_T(p\bar{p}) \approx \left(66 + \frac{26}{k} \right) \text{ mb} \quad (\text{III.2.1})$$

being k the C.M. momentum (in GeV/c).

If one now looks at $\sigma_{el}(p\bar{p})$ one sees that again it decreases rather smoothly with increasing energy, it is ~ 80 mb at $p_{lab} \sim 300$ MeV/c and goes down to ~ 30 mb at $p_{lab} \sim 2.5$ GeV/c.

The charge exchange reaction $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$ is a very minor contribution (about 10 mb at 300 MeV/c and 1 mb at 2.5 GeV/c). Therefore, we conclude that the large difference between the total and the elastic $p\bar{p}$ cross sections comes from the annihilation channels $p\bar{p} \rightarrow$ mesons which are present in $p\bar{p}$ and absent in $p p$.

Aside from the $1/v$ law of exothermic reactions, already mentioned, the following qualitative remarks can be made to shed some light on the situation:

a) it appears that $p\bar{p}$ cannot be represented in terms of scattering off a black sphere in spite of the inelastic (annihilation) contribution being large. In this case, in fact, one would have

$\sigma_t / \sigma_{in} \approx 1$ which is not the case in $p\bar{p}$ where, at 300 MeV/c, $\sigma_t / \sigma_{in} \approx \frac{300}{200} \approx 1.5$ (decreasing with increasing energy);

b) Analyzing the partial wave amplitudes of the annihilation cross-section one finds that the unitarity limit is essentially saturated

$$\sigma_t^{(ann)} \approx (2l+1) \pi / k^2. \quad (\text{III.2.2})$$

c) The angular distribution of the elastic $p\bar{p}$ reaction shows the typical diffractive peak in the momentum transfer t from an object of radius $R \sim 1-1.4$ fermi implying that the number of effective partial waves in the elastic channel is of the order of $l \approx k R$.

The above seemingly contradictory remarks have been interpreted as suggesting that in $p\bar{p}$ there are two dimensions; one ($R_1 = 1-1.4$ f) responsible for elastic scattering determining the shape of $d\sigma(p\bar{p})/dt$ through unitarity and the other, much smaller ($R_2 \sim 0.2$ f) responsible for annihilation and determining through the optical theorem

$$\text{Im } f_{el}(k, 0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_t = \frac{k}{4\pi} (\sigma_{el} + \sigma_{ann.}) \quad (\text{III.2.3})$$

the optical point

$$\left. \frac{d\sigma_{el}}{dt} \right|_{t=0} \geq \frac{1}{16\pi} (\sigma_{el} + \sigma_{ann.})^2 \quad (\text{III.2.4})$$

In conclusion, annihilation represents the major contribution to the total $p\bar{p}$ cross-section at low energy. Of this, about 95% consists of pions and resonances decaying into pions.

It is perhaps a fortuitous (but exciting) coincidence that the inner radius ($R \sim 0.2$ f) has the same rough value of the estimated "effective" quark radius.

III.3 MULTIPLICITY

Although annihilation into pions appears as the dominant process of $p\bar{p}$, still be observed multiplicity is much lower than that allowed by energy conservation. The relevance of this statement can better be seen from Table III.1.

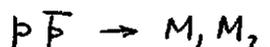
P_{lab} (GeV/c)	Q (GeV)	(allowed by energy conservation)	observed $\langle n_{\pi} \rangle$	R
0	1.88	13	5.0 ± 0.15	60%
7	3.85	27	6.7 ± 0.30	75%

Table III.1

where

$$R = \frac{Q - \langle n_{\pi} \rangle \mu}{Q} \quad (\text{III.3.1})$$

is the fraction of energy that goes into kinetic energy of the produced pions. Although the latter is very large, it is still relatively small compared with that of particles produced at high energy in p p collisions where not more than 10% is used to produce the mass of particles; differently stated, annihilation and production appear quite different mechanisms. This consideration is corroborated by the fact that two-body or quasi two-body annihilation



where M_1, M_2 are particles or resonances, does not seem to contribute more than 7% to the observed annihilation (at rest). By contrast, high energy particle production is known to be mostly due to quasi two-body processes (although the ambiguities in such an analysis are many and varied).

The multiplicity distribution is fairly narrow; for instance, at rest where $\langle n_{\pi} \rangle \approx 5$, the various branching ratios are $\sim 45\%$ for $n = 5$, $\sim 20\%$ for $n = 4, 6$, $\sim 8\%$ for $n = 3, 7$, $\sim 1\%$ for $n = 2, 8$ (confirming the smallness of two pion annihilation).

III.4 RELATIVE IMPORTANCE OF S vs. P WAVES AT REST

Even though the phase shifts are complex in $N\bar{N}$, the kinematic behavior $\sum_{l=0}^{\infty} k^{2l+1}$ leads to conjecture that in the low energy region S waves should dominate. This can be checked to be so in the ratio

$$R_K = \frac{p\bar{p} \rightarrow K_0 \bar{K}_0 \quad (C=+1)}{p\bar{p} \rightarrow K_0 \bar{K}_0 \quad (C=-1)} \quad (\text{III.4.1})$$

since we recall that the $C = \pm 1$ channels receive their contribution only from $\begin{cases} \text{odd} \\ \text{even} \end{cases}$ partial waves respectively thus, at rest, by $\begin{cases} P \\ S \end{cases}$ waves. The ratio (III.4.1) is, experimentally, very small at rest $\approx 1.5\%$ proving that S wave indeed dominates at low energy but is already $\sim 40\%$ at 1.2 GeV/c.

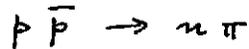
If, however, we look at the ratio

$$R_{\pi} \approx \frac{p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0}{p\bar{p} \rightarrow \pi^+ \pi^-} \quad (\text{III.4.2})$$

where, we recall, the numerator gets contribution only from odd waves, we find the apparently surprising result that this ratio, at rest, is of order 40% (i.e. almost 40% of the 2π production goes into $2\pi^0$) implying a large contribution from P waves. This is, however, only partly surprising since in the annihilation $p\bar{p}$ at rest, a pair of π 's has a much larger share of relative momentum than a pair of K 's.

III.5 DETECTION OF RESONANCES

In the $N\bar{N}$ system, the process of multipion annihilation appears as the dominant mechanism. It is interesting to analyze the methods by which pionic resonances can be detected in the reaction



and some experimental evidence for such resonances. For convenience we consider separately the cases of resonances with mass $M \lesssim 2m_N$ and $M > 2m_N$.

III.5.1 Resonances below threshold $M \lesssim 2m_N$:

III.5.1a γ DE EXCITATION OF $p\bar{p}$

In $p\bar{p}$ annihilation at rest, one measures the γ -ray spectrum in the reaction



Superimposed to the continuum, at least three narrow states have been found with γ energies of 183, 216 and 420 MeV (Fig. III.1).

The peak at 132 MeV is the line of π^+p radiative capture.

These lines correspond to masses of the X state ($M_X = 2m_N - E_\gamma$) of 1456, 1660 and 1693 fitted with resonances (continuous curve) in Fig. III.1. These states are quite narrow and the width quoted in Fig. III.1 are due to the limitations of the apparatus.

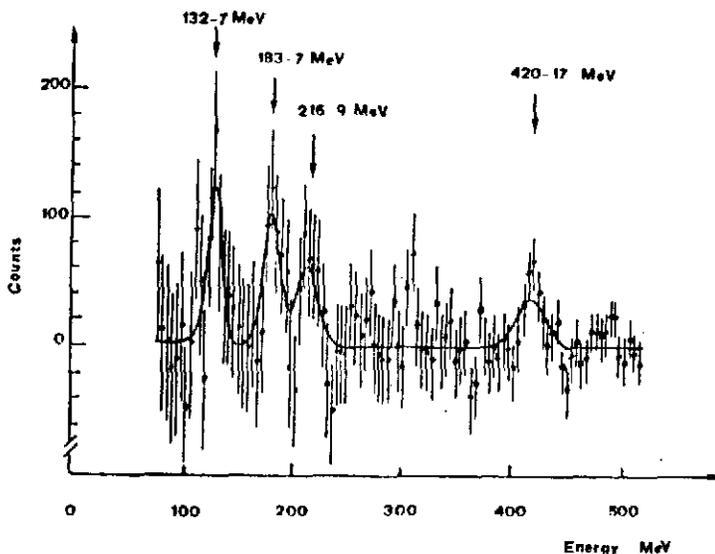


FIG. III.1

III.5.1b Missing mass.

Consider the reaction



(III.5.2)

where the colliding \bar{p} annihilates with the neutron in the deuteron and the emerging proton is "slow" (momentum $\lesssim 150$ MeV/c). By varying the momentum of the slow proton one can study the yields for various values of the invariant mass of the final pions. Let p , d , q be the momenta of the colliding antiproton, of the deuteron and of the slow emerging proton respectively so that the system of final pions has fourmomentum $X = p + d - q$ whose invariant mass X^2 , in the laboratory system, neglecting the deuteron binding energy and assuming both p and q to be non-relativistic $E_{\bar{p}} \approx m_N + \frac{\vec{p}^2}{2m_N}$, $E_q \approx m_N + \frac{\vec{q}^2}{2m_N}$ (where \vec{p} and \vec{q} are the \bar{p} and the p momenta in the laboratory system) becomes

$$M_X^2 = X^2 = (p + d - q)^2 = (E_{\bar{p}} + 2m_N - E_q)^2 - (\vec{p} - \vec{q})^2 \quad (\text{III.5.3})$$

$$\approx \left(2m_N + \frac{\vec{p}^2 - \vec{q}^2}{2m_N} \right)^2 - (\vec{p} - \vec{q})^2$$

Retaining only terms up to order \vec{q}^2 and \vec{p}^2 we get from (III.5.3)

$$M_X^2 \approx 4m_N^2 - 4\vec{q}^2 + (\vec{p} + \vec{q})^2$$

and

$$M_X \approx 2m_N - \frac{\vec{q}^2}{m_N} + \frac{(\vec{p} + \vec{q})^2}{4m_N} \quad (\text{III.5.4})$$

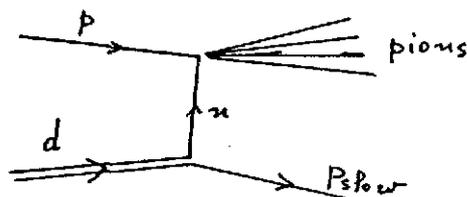
Therefore, one can vary the missing mass M_X by varying the momentum of the final slow proton and its direction relative to \vec{p} . Notice that if the kinetic energy of the final proton obeys the relationship

$$T = \frac{\vec{q}^2}{2m_N} > \frac{(\vec{p} + \vec{q})^2}{8m_N} \quad (\text{III.5.5})$$

we will be in the kinematical configuration when

$$M_X < 2m_N$$

Sticking to the case of a slow recoiling proton has the advantage that the process in this case is dominated by the virtual exchange of a neutron



with the deuteron's proton acting as a spectator and the final pion system coming from the interaction of the incident antiproton with the virtual neutron. This is the case, however, if we can assume that the above diagram dominates, which happens if $M_X < 2m_N$ i.e. if the dominant contribution comes indeed from the (unphysical) neutron's pole when $(p - d)^2 = -m_N^2$. It can be shown that this would require the kinetic energy of the final proton to be

$\approx -\frac{B}{2} = -1.1 \text{ MeV}/c$ (B being the deuteron binding energy $\approx 2.2 \text{ MeV}/c$). It is quite obvious that the final proton being a physical particle cannot have this unphysical (negative) value for its kinetic energy. However we shall be the closest to this unphysical value when the final proton is at rest or, in defect, very slow.

With the method just discussed, evidence of a further resonance below threshold (at $M_X = 1794 \text{ MeV}$, $\Gamma \approx 8 \text{ MeV}$) has been given. Furthermore, evidence has also been given of another celebrated resonance above threshold at 1936 MeV ($\Gamma \approx 5 \text{ MeV}$). All these "evidences" are still very much controversial and much clarification is expected from LEAR.

III.5.2 Resonances above threshold ($M > 2 m_N$):

These resonances can be studied with a variety of methods either in "formation" experiments when the resonance is found in the S-channel as an intermediate state or in "production" experiments when the resonance is formed among a group of final particles.

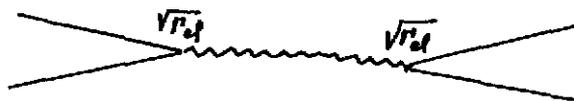
In the first category we list the study of the energy variation of integrated quantities (such as total, elastic, charge exchange, total annihilation and particular annihilation channels cross-sections) and the study of the energy variation of angular distributions and polarizations (elastic and particular two-body annihilation channels). In the second, we recall off shell $N\bar{N}$ interactions in various channels through backward production and a variety of other production experiments.

Partial wave analyses are also occasionally useful to provide further information.

It should be stressed, however, that hunting for resonances is always a very ambiguous game where one can easily confuse kinematical effects (such as thresholds, the Deck effects etc.) for bona fide resonances and the $N\bar{N}$ system is no exception to this general rule. The point is that the only way to actually see a resonance would be to sit on the corresponding pole; this, however, in the traditional language of a Breit Wigner form lies at physical values of angular momentum and unphysical (complex) energy values or, in the Regge language, at physical (real) energies but unphysical (complex) angular momenta so that in any case we lack direct evidence. Further difficulties arise if either the resonance has too large a width (whatever this may mean) or too low an elasticity (i.e. coupling constant). In the way of ambiguities, the $N\bar{N}$ case is emblematic since a lot of resonances have been reported above threshold and all of them have successively been questioned so that it remains entirely to the new facilities to clear the field.

III.5.2a Energy variation of integrated quantities near a resonance

Let us recall how a resonance is usually studied and let us for simplicity consider the elastic scattering of two neutral spinless particles. A resonance of spin J, mass M, total width Γ , elastic width Γ_{el} is conventionally attributed to a diagram of the kind



and represented by a Breit Wigner amplitude of the form (in the C.M. system)

$$f_J(E, \theta) = \frac{2J+1}{2k} \frac{\Gamma_{el}}{E_0 - E - i\Gamma/2} P_J(\cos\theta) \quad (\text{III.5.6})$$

contributing to the J -th partial wave of the elastic amplitude (whose modulus squared is the differential cross section). In (III.5.6) the energy position of the resonance E_0 is related to the mass via

$$M^2 = 4(m^2 + k_0^2) \quad ; \quad k_0^2 = (E_0 + m)^2 - m^2 = E_0^2 + 2mE_0 \quad (\text{III.5.7})$$

Γ is the total width of the resonance (possibly contributing to several channels) and among the many ambiguities connected with the use of a Breit Wigner (a "relativistic" or "non-relativistic" form, such as (III.5.6)) we recall that the width is usually endowed with a threshold behavior accounting for the so-called "centrifugal barrier" which is usually parametrized as

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(\frac{k}{k_0} \right)^{2J+1} \frac{E}{E_0} \quad (\text{III.5.8})$$

with Γ_0 taken to be a constant. The form (III.5.8), convenient for low values of k , becomes rapidly a practical problem if one wants to take into account the "tail" of a resonance (i.e. when k increases) where, however, the concept of a resonance loses meaning. The "proper" treatment of the tail of a resonance was recognized as one of the *unsolved* problems at the time of the duality program.

Γ_{el} (i.e. the width of the resonance in the elastic channel) acts as the coupling constant and should also be parametrized in a form (III.5.8) to take into account threshold effects. It is customary to introduce the elasticity parameter

$$\alpha = \Gamma_{el} / \Gamma \quad (\text{III.5.9})$$

which essentially tells us the relative strength of the resonance in the elastic channels as compared with all other channels.

Taking the modulus squared of (III.5.6) and integrating over $\cos\theta$ one gets the resonant contribution to the elastic cross-section

$$\sigma_{el}^{res} = \frac{4\pi}{k^2} (2J+1) \frac{\Gamma_{el}^2}{4} \frac{1}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} = \frac{4\pi}{k^2} (2J+1) B(E) \alpha^2 \quad (\text{III.5.10})$$

where we have used (III.5.9) and introduced the Breit Wigner factor

$$B(E) = \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{III.5.11})$$

In general interference terms may appear if a background is superimposed to the resonant partial wave or when two (or more) resonances lie close-by.

From the optical theorem, the imaginary part of (III.5.6) gives for the contribution of the resonance to the total cross-section

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{res}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} f_J(k, 0) = \frac{\pi}{k^2} (2J+1) \frac{\Gamma_{\text{el}} \Gamma}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} = \frac{4\pi}{k^2} (2J+1) B(E) \chi \quad (\text{III.5.12})$$

Recalling the definition

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{in}} \quad (\text{III.5.13})$$

the resonant inelastic cross-section is now given by

$$\sigma_{\text{in}}^{\text{res.}} = \frac{4\pi}{k^2} (2J+1) B(E) \chi (1-\chi) \quad (\text{III.5.14})$$

Notice also that (III.5.10,12) give

$$\chi = \frac{\sigma_{\text{el}}^{\text{res.}}}{\sigma_{\text{tot}}^{\text{res.}}} \quad (\text{III.5.15})$$

In the case of a resonance in a $p\bar{p}$ channel, we must remember that the reaction has the isospin decomposition $(T_0 + T_2)/2$. Thus, if the resonance has a definite isospin, a factor of $1/2$ appears in (III.5.6,8,11) and a factor of $1/4$ in (III.5.10). Furthermore, the cross-section must be divided by another factor of 4 coming from $(2S_1+1)(2S_2+1)$ being S_1, S_2 the spins of the incoming protons; furthermore, there is a charge exchange contribution.

In summary, we get instead of (III.5.10,12,14) (now $\chi = 2 \sigma_{\text{el}}^{\text{res}} / \sigma_{\text{tot}}^{\text{res}} = \frac{\sigma_{\text{el}}^{\text{res}} + \sigma_{\text{ch.ex}}^{\text{res}}}{\sigma_{\text{tot}}^{\text{res}}}$)

$$\sigma_{\text{el}}^{\text{res}} = \frac{\pi}{4k^2} (2J+1) B(E) \chi^2$$

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{res}} = \frac{\pi}{2k^2} (2J+1) B(E) \chi \quad (\text{III.5.16})$$

$$\sigma_{\text{ann}}^{\text{res}} \equiv \sigma_{\text{in}}^{\text{res}} \equiv \sigma_{\text{tot}}^{\text{res}} - \sigma_{\text{el}}^{\text{res}} - \sigma_{\text{ch.ex}}^{\text{res}} = \frac{\pi}{2k^2} (2J+1) B(E) \chi (1-\chi).$$

Ideally, the study of a resonance would thus require; to study the energy position E_0 of the resonance from the various cross-sections and to measure $\sigma_{\text{tot}}, \sigma_{\text{el}}, \sigma_{\text{in}}$ at $E = E_0$ to determine J and χ .

In practice, if the resonance is not very narrow, the location of E_0 is already difficult because of the interference between the resonance and the continuum or background. The latter is particularly relevant in the case of $p\bar{p}$ where a large background is present (the resonance effect is never larger than some 10 mb out of a σ_{tot} of ≈ 100 mb.

Taking the data on cross-sections at face values, "evidence" was given in the past for the existence of several resonances.

Resonance $p \bar{p}$	"S"	"T"	"U"
Mass (MeV)	1936 ± 1	2190 ± 10	2350 ± 15
Width (MeV)	$4 + 8$	$20 + 90$	$20 + 160$
σ_{el} (mb)	10.6 ± 2.4	$2 + 4$	~ 2
Isospin	1 (0)	1	0 or 1
σ_{el} (mb)	7.0 ± 1.4	≥ 2.12	≥ 2.18
$\sigma_{\text{ch.ex}}$ (mb)	$< 0.3 \pm 0.3$	< 0.2	< 0.2

Table III.2

and, possibly, of more complicated structures both in the isospin $I=0$ and $I=1$ channels.

Assuming each contribution seen in σ_{tot} and σ_{el} to come from a single resonance, one would come to the conclusion for X and J:

	J	X
"S"	0	1
"T"	1	0.74
"U"	2	0.85

Table III.3

These conclusions have, however been ^{challenged} by several subsequent experiments. In particular, for the "S" resonance, the charge exchange cross-section is much too small as compared with $\sigma_{\text{el}}^{\text{res}}$ while they should be the same if the resonance has a definite isospin value (remember $T_{\text{el}} = (T_0 + T_2)/2$, $T_{\text{ch.ex.}} = (T_0 - T_2)/2$).

This difficulty has been investigated and at least three different (or concomitant) explanations can be offered:

i) The bumps seen in $\sigma_{\text{tot}}(P\bar{P})$ and $\sigma_{\text{el}}(P\bar{P})$ do not contain a single resonance, but two resonances with the same J^{PC} but opposite I^G (0^+ and 1^-) are present almost degenerate in mass. In this case their effect would add up in $T_{\text{el}}(P\bar{P}) = \frac{1}{2}(T_0 + T_2)$ while they would cancel in $T_{\text{ch.ex.}} = \frac{1}{2}(T_0 - T_2)$. In this case, the fit gives $J^{PC} = 2^{-+}$.

This solution will be tested (when data will become available) by looking at $p\bar{p} \rightarrow \pi\pi$. If in fact two resonances are present one should see their effect in both $p\bar{p} \rightarrow \text{even } \pi\pi$'s and $p\bar{p} \rightarrow \text{odd } \pi\pi$'s whereas their effect would show up in only one class if the resonance is in a definite state of I^G .

ii) A second, more ad hoc explanation assumes the resonance to interfere in a different way with the large background present in elastic and charge exchange amplitudes. In this case, one gets also a larger J value and one could have either $J = 1$, $X \approx 0.37$ or $J = 2$, $X \approx 0.22$.

iii) A third, more elegant explanation, could come from the assumption that the "S" resonance is

a diquark-antidiquark state. In this case, the resonance instead of being in a pure isospin state would become a pure 2 quark - 2 antiquark system that could consist of either $(uu)(\bar{u}\bar{u})$ or $(dd)(\bar{d}\bar{d})$. In the former case, the S resonance could couple strongly only to the $P\bar{P} \equiv (uud)(\bar{u}\bar{u}\bar{d})$ channel but not to the $n\bar{n} \equiv (udd)(\bar{u}\bar{d}\bar{d})$ (see § III.6).

III.5.2b Angular distributions

A classical way of hunting for resonances starting from angular distributions is to expand them in Legendre polynomials

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sum_n A_n(s) P_n(\cos\theta) \quad (\text{III.5.17})$$

and to look for rapid energy variations of $A_n(s)$. The addition theorem of Legendre polynomial tells us that $A_n(s)$ is a combination of partial waves up to $n = 2J$. Thus, a resonant wave of angular momentum J affects all coefficients $A_n(s)$ up to $n = 2J$. This method may be useful, in practice, only for low angular momentum resonances and can easily be applied to data coming from elastic scattering, polarization and annihilation into two mesons $p\bar{p} \rightarrow M_1 M_2$.

Another indirect way of looking for resonant effects is to analyze the energy variation of the diffraction slope $b(s)$ in the distribution $\exp[b(s)t]$. It is known that at intermediate energies ($p_{\text{lab}} \sim 1 + 2 \text{ GeV}/c$), $b(s)$ oscillates around resonances and these oscillations are conspicuous for relatively large J ($J \sim 2, 3$) and fairly large elasticities.

A more largely used approach is to look at the backward direction where the diffractive background should largely cancel. The difficulty is how to properly extrapolate the resonance tail. In the particular case of $p\bar{p}$ elastic scattering, the overall difficulty of all partial wave analyses resides in the large complexity of independent amplitudes we have to deal with. We just recall that a total of 10 independent amplitudes are present in the combination of spin (5 amplitudes) - isospin space (2 components).

To add to these practical difficulties, in the charge exchange channel we are confronted with the further difficulty that most $p\bar{p}$ resonances seem to be weakly coupled to the $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$ process.

More promising seems to be the analysis of the yield in the $p\bar{p} \rightarrow M_1 M_2$ annihilations channel. The reason for this is at least three-fold. First of all, like in any inelastic channel, there is no diffractive contribution present. Secondly, if one looks at $p\bar{p} \rightarrow 2\pi$ being the two final pions spinless particles, only two (complex) spin amplitudes are present for each of the two isospin amplitudes. Thirdly, as we have seen previously, very often strict selection rules allow only definite states of S-channel quantum numbers to be present.

The shortcoming of this process is, of course, the smallness of the relative cross-section in this channel so that better data are needed and should be provided by the new low energy $p\bar{p}$ facilities.

Among the reactions that have been investigated we notice that



have the quantum numbers discussed previously (§ I.11a), proceed both in a state of positive G parity and can contribute to either isospin $I = 0$ or 1 with the decomposition (II.2.31):

$$T(p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-) = T^{(+)} + T^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{6}} T_0 + \frac{1}{\sqrt{4}} T_1 \quad (\text{II.5.19})$$

$$T(p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0) = T^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{6}} T_0 \quad (\text{III.5.20})$$

Furthermore, in the case $N\bar{N} \rightarrow \pi^+\pi^-$ the two isospin amplitudes do not interfere in the integrated cross-section since, we recall (I.11.8,9) only even (odd) waves contribute to $I=0$ ($I=1$).

We define

$$\sigma_{+-} \equiv \int |T(p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-)|^2 d\Omega = \frac{1}{6} \sigma_0 + \frac{1}{4} \sigma_1 \quad (\text{III.5.21})$$

$$\sigma_{00} \equiv \int |T(p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0)|^2 d\Omega = \frac{1}{6} \sigma_0$$

where

$$\sigma_0 = \int |T_0|^2 d\Omega \quad (\text{III.5.22})$$

$$\sigma_1 = \int |T_1|^2 d\Omega$$

Thus, at least in principle, a clean separation of the two isospin channels in two pion annihilation is possible

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= 6 \sigma_{00} \\ \sigma_1 &= 4 (\sigma_{+-} - \sigma_{00}) \end{aligned} \quad (\text{III.5.23})$$

and this has led to claiming evidence for the following situation:

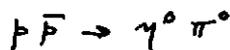
J^{PC}	I^G	Mass (MeV)	Width (MeV)	Reaction
3^{--}	1^+	2150	200	$p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$
4^{++}	0^+	2310	210	$p\bar{p} \rightarrow \begin{cases} \pi^+\pi^- \\ \pi^0\pi^0 \end{cases}$
5^{--}	1^+	2480	280	$p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

TABLE III.4

where, perhaps, the first resonance could be identified with the T^* resonance reported in

Table III.3 while the second two could be the two isospin states of the "U" resonances of Table III.3. Notice, however, that none of the resonances in Table III.4 is narrow contrary to the indications of Table III.3. Furthermore, the effects under discussion are just of the order of few nanobarns.

Another reaction were some data exist is



whose I^G quantum numbers are 1^- (since $G\gamma_0 = +$) and where some evidence has been given of a resonance

J^{PC}	I^G	Mass (MeV)
2^{++}	1^-	2100 - 2400

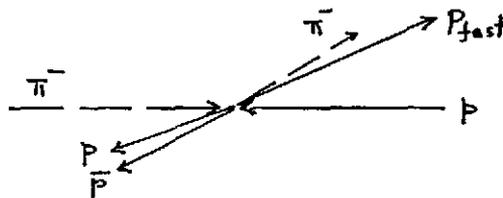
Other channels which can be studied are $p\bar{p} \rightarrow \gamma^0 \gamma^0$ (whose $I^G = 0^+$) which should be complementary to the $\pi^0 \pi^0$ channel and quasi two-body reactions such as $p\bar{p} \rightarrow \rho^0 \rho^0$ ($I^{CG} = 0^{++}$), $p\bar{p} \rightarrow \omega \rho^0$ ($I^{CG} = 1^{+-}$), $\rho^0 f^0$ ($I^{CG} = 1^{-+}$), ωf^0 ($I^{CG} = 0^{--}$) covering all interesting I^{CG} combinations (I^G of ρ, ω, f being $1^+, 0^-, 0^+$).

III.5.2c Off-shell backward production

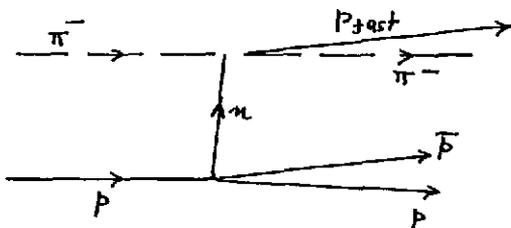
In a reaction like



the fast proton travels in the direction of the initial π^- (in the Lab. Sys.) and one looks at the mass spectrum of the $p\bar{p}$ state. In the C.M. the picture would look



and would be interpreted in terms of virtual n exchange



which should dominate the backward production.

The reaction (III.5.24) with a fast proton and π^- forward forming an Δ (1326) or N^* (1520) has been measured at 9 et 12 GeV/c finding three narrow peaks at 1930 MeV ($\Gamma \approx 10$ MeV) (the S resonance?), at 2020 MeV ($\Gamma \approx 12 + 24$ MeV) and at 2204 MeV ($\Gamma \approx 16^{+20}_{-12}$). The

presence of these narrow peaks has to be contrasted with the absence of narrow signals in the $\pi \pi$ channel and with their absence in the reaction $\pi^+ p$.
LEAR should clarify all this.

III.6 Conclusions

As we have seen, the resonance situation in the $\bar{B} B$ system is far from settled. The past years have witnessed a tremendously controversial series of statements on the so called baryonium states; a number of candidates have been reported and successively, their existence has invariably been denied. The first preliminary measurements from LEAR are, at the time of writing, still controversial. Undoubtedly, however, the situation will be soon clarified by the experimental groups working on the LEAR program.

PART IV

THEORETICAL TOOLS IN LOW ENERGY PHENOMENOLOGY

The introduction of subhadronic structures in the realm of theoretical hadronic interactions is in itself a very large subject² and is covered in another course at this school for what concerns the implications on nuclear physics. (see G. Ripka, these proceedings).

Thus, we shall not enter into this field beyond the very few ideas put forward in § IV.2. Also the more conventional approach in terms of meson and baryon degrees of freedom is covered in detail in yet another course at this school (see B. Desplanques, these proceedings). For this reason, we shall confine ourselves here to a very quick summary of the more conventional theoretical aspects of low energy $N \bar{N}$ phenomenology and we refer the interested reader to the specialized literature for a more comprehensive discussion on the subject⁴.

IV.1 The potential approach to scattering data.

The traditional approach to low energy hadronic interactions views them as the result of the exchange of mesons and baryons so long, at least, as one is concerned with the long-range (LR) and medium-range (MR) parts of the interaction responsible of those effects which involve large separations which are, presumably, the largest bulk of conventional low energy nuclear and particle physics. Those aspects which are expected to be dominated by the short-range (SR) part of the interaction where the quark and gluon contribution is fundamental will not be discussed here (other than for the very sketchy discussion of Sec. IV.2).

The conventional approach to the LR and MR parts of the interaction assumes dominance of one -, two - and three - pion exchanges by which one constructs an effective potential which is checked, usually, by comparing the calculated peripheral partial waves ($J > 2$) with the ones measured experimentally. The SR part of the interaction in this approach (i.e. distances smaller than ~ 0.8 fm) is described phenomenologically bumping our ignorance in a few parameters to be adjusted from very low energy data. The above prescription has provided us with a quite satisfactory overall account of low energy $N \bar{N}$ scattering.

IV.1.1 The $N \bar{N}$ interaction: collision data.

As already mentioned (§ II.1), low energy $N \bar{N}$ differs from low energy $N N$ mostly because of the presence of annihilation channels which make the phase shifts complex. We can then write, for the $N \bar{N}$ potential

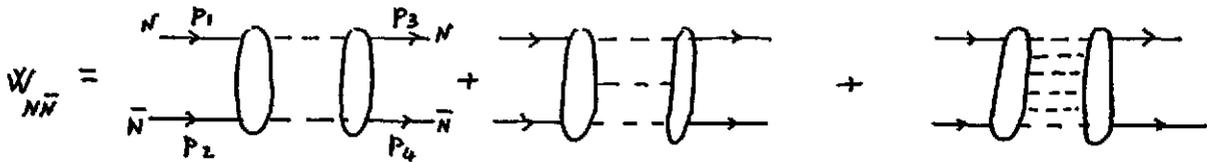
$$V_{N\bar{N}} = U_{N\bar{N}} - i W_{N\bar{N}} \quad (\text{IV.1.1})$$

where $U_{N\bar{N}}$ and $W_{N\bar{N}}$ are real and, below production threshold $W_{N\bar{N}}$ describes the annihilation.

As for the real part $U_{N\bar{N}}$, this can be taken, most simply, to be given by the contribution to the crossed $N N$ channel along the lines discussed in § II.1 (G-parity rule) so that the LR, and MR contributions can be derived from $N N$ scattering. The SR contribution is still treated

phenomenologically. The main property which distinguishes the LR+MR parts is that this is strongly attractive in the $N\bar{N}$ as compared with the NN case. This is attributed⁴ to the fact that the three-pion exchange simulated by ω -exchange (which was repulsive in the NN case) becomes attractive in the $N\bar{N}$ case whereas the two-pion contribution remains attractive. A more attractive potential produces, of course, a richer spectrum of resonances.

The widths of these resonances will be determined by the imaginary part $W_{N\bar{N}}$ which are given, from unitarity, by intermediate physical states among which the 4, 5 - pion states are expected to give the leading contribution (§ III.3). Symbolically, we have



We write $W_{N\bar{N}}$ in the form of a dispersion relation

$$W_{N\bar{N}}(s, t) = \sum_i \int_{4m_N^2}^{\infty} dt' \frac{\rho_i(s, t')}{t' - t} \quad (\text{IV.1.2})$$

where i denotes the intermediate states, s and t have been defined previously (II.1.2). As the spectral functions ρ_i are presumably strongly dependent on S , $W_{N\bar{N}}$ is expected to be correspondingly non-local. Moreover, as the threshold in (IV.1.2) is $(2m_N)^2$ for purely kinematic reasons, $W_{N\bar{N}}$ is expected to be quite short range.

We shall not enter in the game of describing the specific forms which have actually been used to fit the data and we refer to ref. 4 for details and literature on the subject. Suffices to say that adjusting the various parameters introduced, one fits a total of ~ 1000 $p\bar{p}$ data points in the range $20 \lesssim T \lesssim 370$ MeV on i) total cross sections, ii) differential elastic cross section, iii) integrated charge exchange (CE) cross section, iv) differential charge exchange cross section, v) elastic polarization. The quality of the fits obtained is illustrated in fig. IV.1-5 (for the various data and theoretical models referred to in these figures, see ref. 4).

Again, the new data expected from LEAR in the coming few years will help greatly to improve our theoretical understanding of low energy $N\bar{N}$ phenomenology.

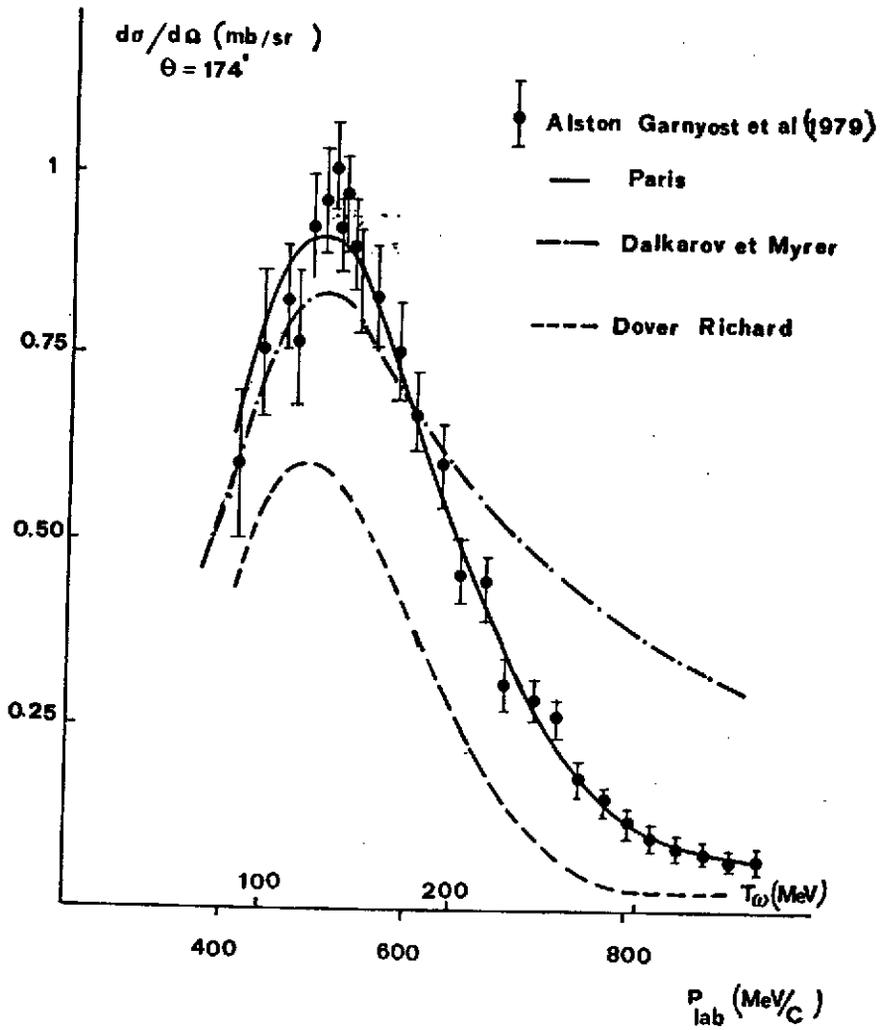


FIG. IV. 1

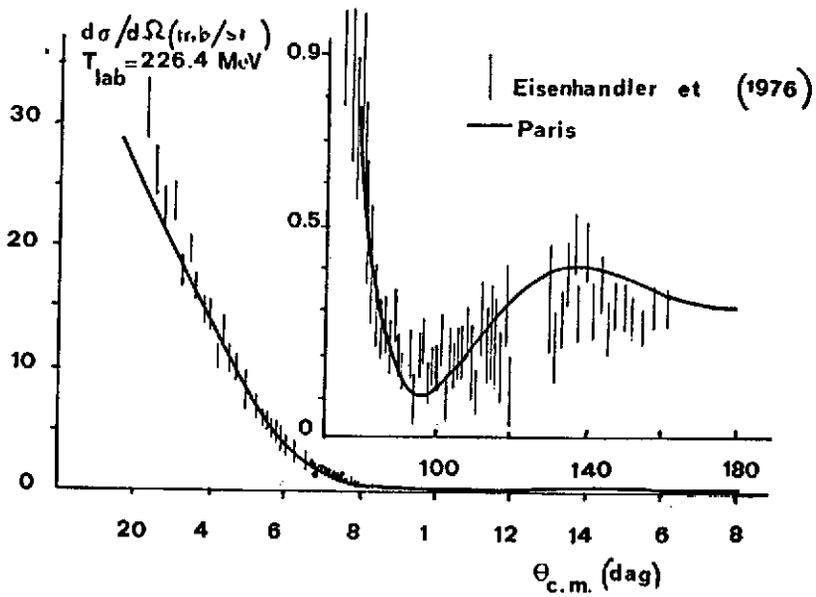


FIG. IV. 2

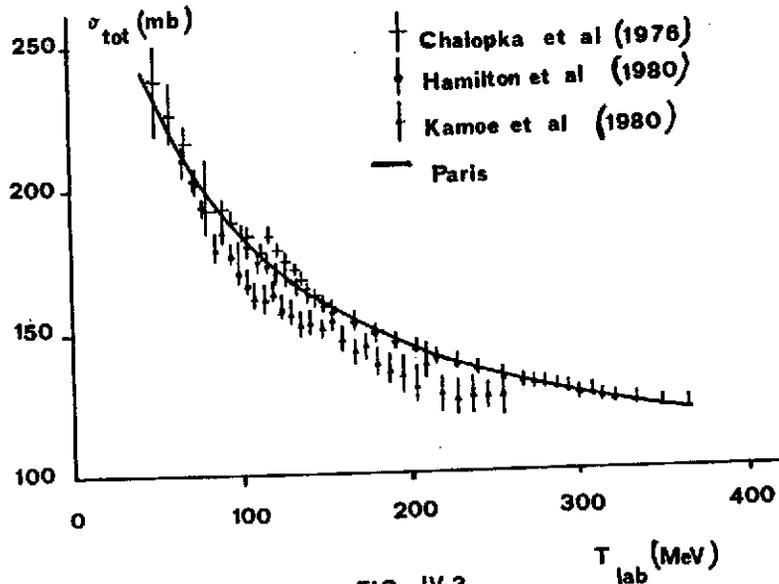


FIG. IV.3

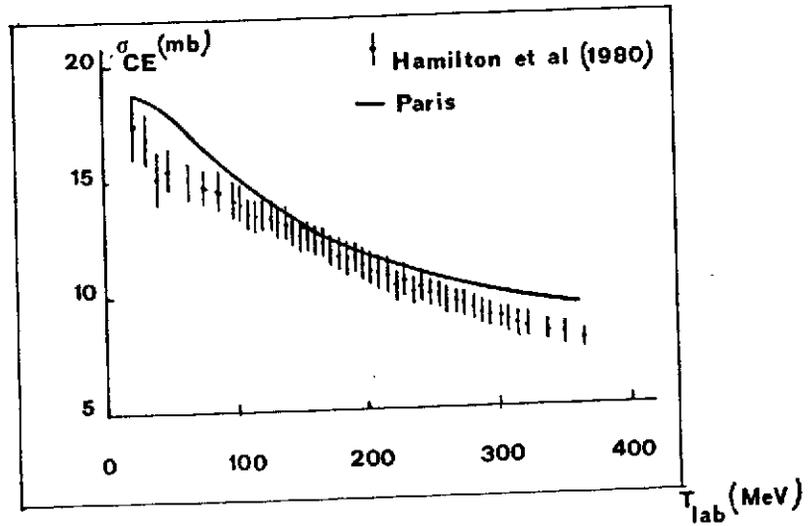


FIG. IV.4

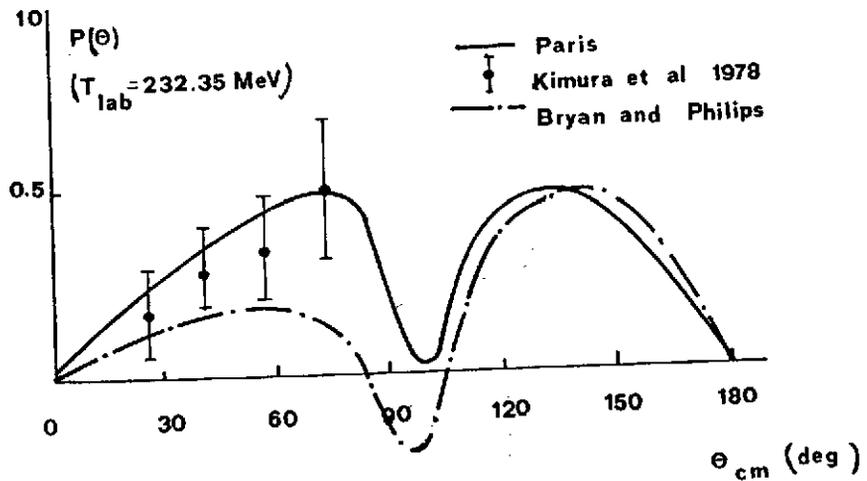


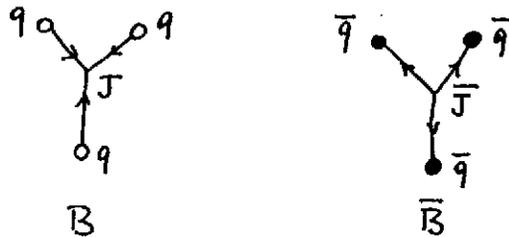
FIG. IV.5

IV.2 The case of baryonium.

As we have seen (§ III.5), the resonance situation in the baryon-antibaryon system is highly controversial on the experimental side. It is also quite confused on the theoretical side where ideas range from potential model approaches to diquark-antidiquark pictures to the string and topological language⁷ but a true predictive theory is (as so often is the case) actually missing.

We will not enter into any of the technicalities of the problem but let us recall very briefly what makes the baryonium such an interesting issue in low energy $N\bar{N}$ interaction.

To introduce the notion of baryonium, let us use the conventional diagrammatic string technique whereby a baryon (an antibaryon) is a color singlet "made" of three quarks (anti-quarks) connected by a junction J (an antijunction \bar{J}) by which, loosely speaking, we mean the basically unknown mechanism of what in a QCD language would be called "gluon binding"

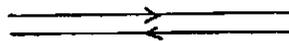


Conventionally, we will denote the effect of a junction by a dotted line so that a baryon's flow in the usual quark diagrams will be represented as



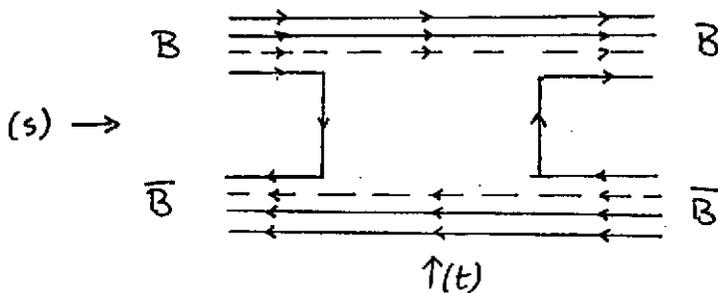
where the straight lines represent the quark's flow.

A meson i.e. a color singlet of a quark-antiquark system will be symbolized by a pair of quark-antiquark lines



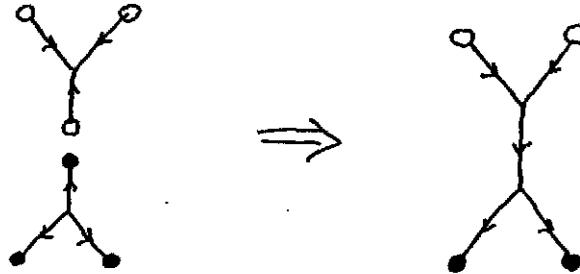
with no junctions.

The process of $B\bar{B}$ scattering will then be represented as



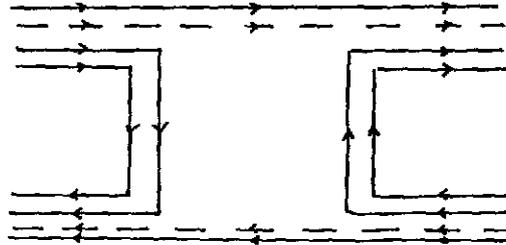
where the t-channel content is meson exchange while the s-channel "force" is a $qq\bar{q}\bar{q}$ system or a diquark-antidiquark $(qq)(\bar{q}\bar{q})$ state if one works within a quark-diquark approach.

From the string model point of view, one can visualize things as due to the merging of vertical lines

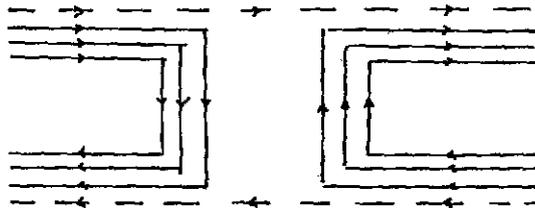


whereby the t-channel force is due to the exchange of an ordinary meson whereas the s-channel contribution is a $(qq\bar{q}\bar{q})$ "meson" (M_4 , sometimes in the literature) which is not an ordinary meson ($q\bar{q}$) but can be seen as an "unusual meson" made of $2q, 2\bar{q}$ in a color singlet.

Another possible M_4 -exchange contribution to $B\bar{B}$ scattering obtains if we now exchange $qq\bar{q}\bar{q}$ in the t-channel rather than in the s-channel as follows



More complicated (M_6) exchanges are also possible, i.e.



These new mesons are color singlets which do not decay into ordinary mesons because this would leave unsaturated the $J\bar{J}$ lines which are typical of baryons and not of mesons. They are usually referred as "baryonium" in the literature⁷.

As so often is the case with strong interactions, the main problem with the theoretical side of baryonium is how to translate the above ideas into actual predictions based on some dynamical relativistic scheme.

As a possible indication we report the first few states predicted by one such model (unpublished)

$(u u)_{1s} (\bar{u} \bar{u})_{1s}$	= 1763 MeV
$(u u)_{1s} (\bar{u} \bar{u})_{2s}$	= 2088 MeV
$(u u)_{1s} (\bar{u} \bar{u})_{3s}$	= 2321 MeV
$u [u (\bar{u} \bar{u})_{1s}]_{1s}$	= 1769 MeV
$u [u (\bar{u} \bar{u})_{1s}]_{2s}$	= 2109 MeV
$u [u (\bar{u} \bar{u})_{1s}]_{3s}$	= 2348 MeV
$u [u (\bar{u} \bar{u})_{2s}]_{1s}$	= 2101 MeV
$u [u (\bar{u} \bar{u})_{2s}]_{2s}$	= 2438 MeV
$u [u (\bar{u} \bar{u})_{3s}]_{1s}$	= 2398 MeV

Table IV.1

where the notation is rather self-explanatory.

No parameters are used in deriving the numbers in Table IV.1 and the technique is an extension of the one used previously to give a very good account of the full hadron (both meson as well as baryon) spectroscopy⁸.

Aside from the remarkable mass stability in the above predictions, note that, aside from the much controversial S-resonance (at 1936 MeV) quoted previously (§ III.5.1.b see also Table II), Table IV.1 predicts resonances not far from those for which "evidence" was given in the previous sections.

As already mentioned, however, the values quoted in Table IV.1 are only indicative and a much more careful analysis along the line of ref. 8 must be performed if one wants to really make a prediction concerning the spectrum of baryonium.

IV.3 Conclusions.

The presentation of the theoretical tools used in $N \bar{N}$ phenomenology has been confined to the bare minimum sufficient to give the interested reader enough motivation to pursue further this subject.

I strongly believe that low energy (as well as high energy) $N \bar{N}$ physics will be a main field of investigation of the present decade, both from the experimental and from the theoretical point of view. From both points of view this is a very promising and challenging field indeed on whose large potentiality we have just tried to draw the attention of the young physicists.

References

1) For a summary as well as for an extended literature, see:

M. Giffon and E. Predazzi: "High Energy Physics after the SPS Collider" Lyon preprint LYCEN 8402 (1984) to appear in the Rivista del Nuovo Cimento.

2) For a detailed discussion see, for instance:

E. Leader and E. Predazzi: An Introduction to Gauge Theories and the "New Physics"; Cambridge Univ. Press, 1982.

3) L. Bertocchi: "N \bar{N} Physics" IC 78/61 (unpublished).

4) R. Vinh Mau: "Meson and Isobar Degrees of Freedom in Nuclear Forces"; Proceedings of the 1983 Indiana University Nuclear Physics Workshop on "Manifestations of Hadron Substructures in Nuclear Physics" (October 1983); see also the literature quoted in this paper.

5) M.L. Goldberger, Y. Nambu, R. Oehme: Ann. Phys. 2 226 (1957).

6) C. Zemach: Phys. Rev. 133 B 1201 (1964) and 140 B 97 (1965)

7) G. Rossi and G. Veneziano: Physics Reports 63 149 (1980).

8) D.B. Lichtenberg, W. Namgung, E. Predazzi and J.G. Wills: Phys. Rev. Lett. 48 1653 (1982); Zeit. f. Physik C19 19 (1983).

PHYSIQUE DES ANTIPROTONS DE BASSE ENERGIE
Programme expérimental à LEAR

U. GASTALDI

CERN, Genève (Suisse)

Cours non encore parvenu au moment de la publication.

EFFET EMC ET PIONS DANS LES NOYAUX

M. ERICSON

Institut de Physique Nucléaire, Université Claude Bernard Lyon-1, Villeurbanne
et
CERN, Genève (Suisse)

Mon séminaire portera sur la question de pions dans les noyaux et le problème de la force Gamow-Teller. Cependant mes premiers transparents concerneront l'effet EMC . Ce n'est pas seulement parce que c'est un sujet à la mode, ni même que c'est l'une des découvertes les plus excitantes en physique nucléaire ces dernières années. La raison est qu'il y a (peut-être) un lien avec les premiers problèmes.

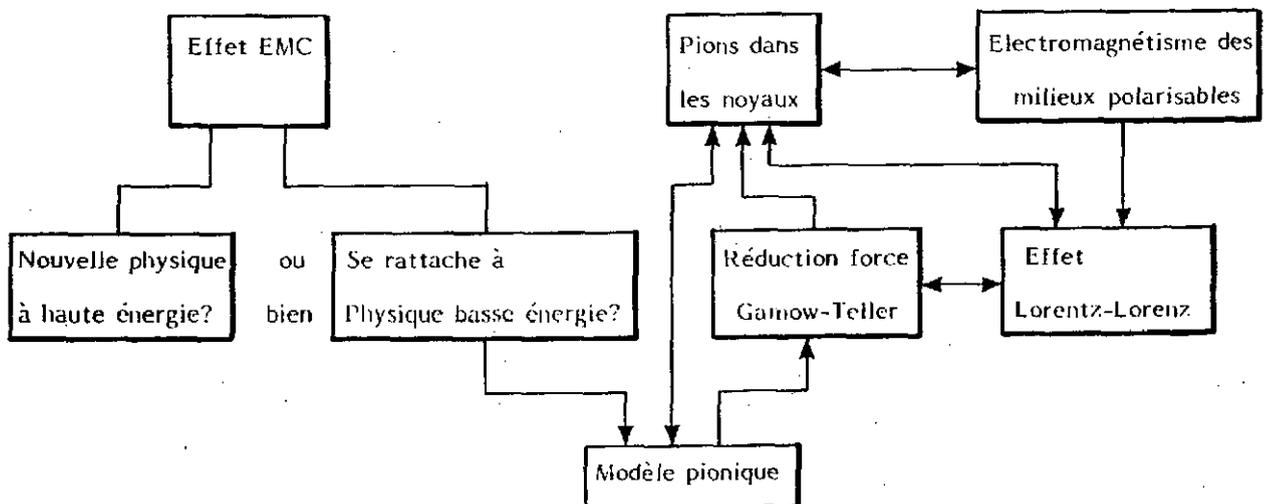
1 - EFFET EMC

Pourquoi la découverte de l'effet EMC est-elle tellement importante ? Parce que, pour la première fois, on a un accès direct à la structure en quarks du noyau, un sujet d'une actualité brûlante. Lorsqu'on parle des degrés de liberté de quarks dans le noyau qu'entend-on par là ? Que des quarks du noyau se manifestent dans certaines circonstances ne fait pas de doute. Les expériences de diffusion profondément inélastiques qui ont conduit à la découverte de l'effet EMC sont précisément destinées à mettre en évidence cette structure en quark des nucléons, ou des noyaux. Le régime choisi est celui où ce sont les degrés de liberté de quarks qui se manifestent, de la même façon qu'à plus basse énergie se manifeste la présence des nucléons ou bien dans d'autres occasions celle des mésons et des excitations baryoniques. Les questions que l'on se pose au sujet des degrés de liberté de quarks sont de deux ordres. La première est de savoir si ces degrés de liberté influencent certains processus dans la physique de basse énergie, bien qu'alors ce soit d'autres degrés de liberté qui prédominent (ceux de nucléons et mésons). Une telle situation existe pour les degrés de liberté surnucléoniques dont on pense par exemple qu'ils influencent les interactions faibles à basse énergie, où cependant les nucléons prédominent (voir partie III).

La deuxième question concerne la distribution des quarks dans les noyaux. Restent-ils totalement confinés ou bien un déconfinement partiel ou total se produit-il ? L'effet EMC pour la première fois a donné des indications à ce sujet : la structure en quarks du noyau n'est pas celle qui est formée en superposant celle des nucléons isolés. La façon exacte dont la modification se produit n'est pas encore établie ; un très grand nombre de suggestions ont été faites pour l'expliquer. Elles se divisent en deux catégories : pour les unes c'est un effet de déconfinement qui apparaît seulement parce que l'on explore le noyau à très grande énergie ; il n'est pas relié à la physique de basse énergie. Pour les autres au contraire l'effet EMC a été détecté pour la première fois à haute énergie mais il traduit une modification de la distribution des quarks dans le noyau présente également à basse énergie. Parmi ces modèles citons la suggestion que les nucléons "enflent" lorsqu'ils sont immergés dans le milieu nucléaire, B. Frois vous a décrit le type d'expérience actuellement en cours sur la diffusion inélastique d'électrons destinés à vérifier ou infirmer cette hypothèse. Le modèle pionique de l'effet EMC fait également partie de la seconde catégorie et se rattache au problème des pions de basse énergie dans le milieu nucléaire.

Ce modèle pionique suppose tout d'abord que l'augmentation observée pour les petites valeurs de la variable d'échelle x est due à une augmentation de la mer de quarks dans les noyaux. De plus, dans ce modèle, cette augmentation est liée à un accroissement de la densité du nuage pionique dans les noyaux. En effet le pion étant lui même une paire $q\bar{q}$ doit participer à la fonction de structure du nucléon, faire partie de la distribution des quarks de la mer. Une modification du nuage pionique dans le noyau se répercute alors sur la fonction de structure.

Mon séminaire portera donc sur le problème des pions dans le noyau, que je discuterai par l'analogie avec les phénomènes électromagnétiques des milieux polarisables. Nous parlerons également de la réduction de la force Gamow-Teller, problème lié aux précédents, l'articulation entre les différents domaines s'effectuant comme suit :

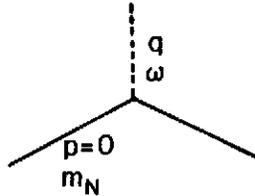


II - PIONS DANS LES NOYAUX

Nous allons tout d'abord discuter le problème du nucléon isolé.

1) Nucléon isolé

Lorsqu'un nucléon au repos émet un pion de moment q son énergie de recul est $\omega = q^2/2m_N$.



Nous considérerons la limite statique où cette énergie est prise égale à zéro ($m_N \rightarrow \infty$). Le pion a donc une énergie nulle. Il est virtuel puisque la relation $\omega^2 = q^2 + m_\pi^2$ n'est pas satisfaite. Un tel pion ne peut s'éloigner beaucoup de la source qui lui donne naissance, après un temps $t \approx 1/m_\pi$ ($\hbar=c=1$) il doit être réabsorbé par le nucléon. C'est le fameux champ de Yukawa avec sa décroissance exponentielle en $e^{-m_\pi x}/x$.

Le nucléon source du champ pionique : un émetteur dipolaire

Le pion étant un objet pseudoscalaire se couple au spin du nucléon. L'expression du champ pionique est :

$$\psi(x) = -\frac{1}{4\pi} \frac{g_\pi}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \left(e^{-m_\pi x}/x \right) \quad (1)$$

qui est bien un pseudoscalaire puisque le spin ne change pas de signe alors que le terme $\vec{\nabla}$ change sous réflexion des coordonnées d'espace ; g_π est la constante de couplage πN .

Analogies électro-magnétiques : on remarque immédiatement l'analogie avec l'expression du potentiel engendré par un dipole ponctuel de moment \vec{M}

$$V(x) = -\frac{1}{4\pi} \vec{M} \cdot \vec{\nabla} \left(1/x \right) \quad (2)$$

Les expressions (1) et (2) ne diffèrent que par la décroissance exponentielle $e^{-m_\pi x}$ du champ de Yukawa. Dans la limite chirale ($m_\pi \rightarrow 0$) les deux expressions sont identiques. On a donc les analogies suivantes :

pionique		électromagnétique
φ	\longleftrightarrow	V
$\frac{g_{\pi}}{2m_N} \vec{\sigma}$	\longleftrightarrow	\vec{M}
$-\vec{\nabla} \varphi$	\longleftrightarrow	$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

Le champ pionique obéit à l'équation d'onde

$$\left(-\nabla^2 + m_{\pi}^2\right) \varphi(x) = j_{\pi}(x) = -\frac{g_{\pi}}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (3)$$

où j_{π} est la source pionique (un pion virtuel a besoin d'une source pour l'engendrer) on remarque de nouveau l'analogie (au terme en $m_{\pi}^2 \varphi$ près) avec l'équation de Poisson :

$$-\nabla^2 V(x) = \rho_e(x) = -\vec{M} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (4)$$

où ρ_e est la densité de charge qui pour un dipole ponctuel est égal à $-\vec{M} \cdot \vec{\nabla} \delta(x)$

Nous allons à présent passer au cas du nucléon placé dans le milieu nucléaire où nous allons poursuivre les analogies

2) Nucléon dans le milieu nucléaire

Le nucléon source est placé à l'origine et le milieu nucléaire est infini (la généralisation à d'autres cas se faisant assez aisément).

Les nucléons avoisinants sont soumis à l'action du champ pionique du nucléon source. Or ces nucléons ne sont pas inertes, ils répondent à l'action de ce champ. Lorsqu'un pion les frappe, ils sont excités (i. e. ils se transforment en une résonance baryonique). Il y a apparition d'un dipole (axial ou pionique) induit. Je vous rappelle à ce sujet la relation entre la réponse d'un système et ses excitations dans le cas du champ électrique E où la réponse est donnée par la susceptibilité électrique α du système. Celle-ci est fournie par l'expression suivante de l'énergie du système $W = \frac{1}{2} \alpha \cdot E^2$, évaluée au 2ème ordre de la théorie de perturbations :

$$W = \frac{1}{2} \alpha E^2 = \sum_n \frac{|\langle 0 | \mathcal{H} | m \rangle|^2}{E_n - E_0} \quad (5)$$

\mathcal{H} étant le hamiltonien de couplage du système au champ électrique, $|m\rangle$ les excitations du système. Une expression identique s'applique aux pions avec le remplacement de \vec{E} par $-\vec{\nabla}\varphi$. Le moment dipolaire induit par unité de volume du milieu nucléaire est relié à la réponse α du nucléon par $\vec{P} = -\alpha \vec{\nabla}\varphi$ avec $\alpha = a\xi$. La connaissance de a détermine α .

Il se trouve que pour les pions il y a une excitation qui est privilégiée, c'est la résonance Δ_{33} à 1232 MeV, qui est très fortement couplée au pion comme le montrent les courbes de section efficace totale πN (Figure 1).

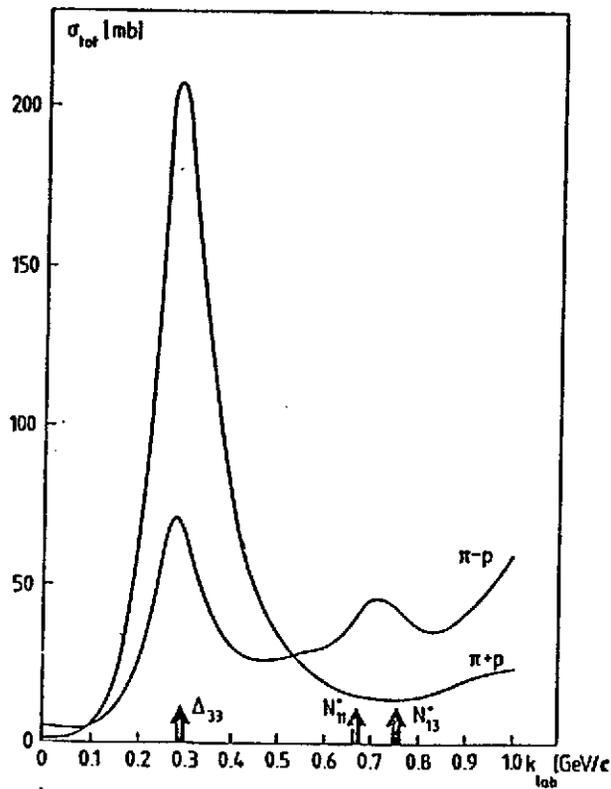


Figure 1

Ici l'on peut suivre 2 voies qui sont à peu près équivalentes pour décrire la réponse α du nucléon.

- i) l'hypothèse de la dominance Δ .
- ii) traiter α comme un paramètre phénoménologique à déduire d'expériences.

Dans l'hypothèse i) on néglige toutes les autres excitations que le Δ . Dans ce cas la susceptibilité a devient simple à évaluer. Le hamiltonien de couplage $N \Delta$ par le pion est connu (voir le cours de B. Desplanques) on trouve :

$$a = \frac{8}{9} \frac{f_{\Delta}^2}{m_{\pi}^2 \omega_{\Delta}} = -1.9 m_{\pi}^{-3} \quad (6)$$

où f_{Δ} est la constante de couplage $\pi N \Delta$ (qui est 2 fois celle du nucléon dans le modèle de Chew-Low $f_{\Delta}^2 / 4\pi = 4 \times 0.08$).

ii) Dans l'approche empirique on détermine la quantité a à partir des déphasages p πN . Le caractère dipolaire des amplitudes p , qui est évident, est rappelé dans l'analogie ci-dessous. Celle d'une sphère diélectrique placée dans un champ uniforme E et celle d'un nucléon soumis à l'action de champ pionique uniforme $\vec{\nabla} \Psi = \vec{E}$

Dans le cas électrique le potentiel en présence de la sphère est :

$$V(x) = -\vec{E} \cdot \vec{x} + \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} = -\vec{E} \cdot \vec{x} + \frac{a}{4\pi} \frac{\vec{E} \cdot \vec{x}}{x^3} \quad (7)$$

où \vec{M} est le moment induit de la sphère $\vec{M} = a \vec{E}$.

Dans le cas pionique l'onde pionique Ψ est donnée par :

$$\Psi_p(x) \approx \left[j_1(Rx) - \delta_p n_1(Rx) \right] \cos \Theta \quad (8)$$

où n_1 est la fonction de Bessel irrégulière à l'origine et δ_p le déphasage p . Dans la limite

$R \rightarrow 0$, $j_1(Rx) = Rx/3$, $n_1(Rx) = 1/(R^2 x^2)$

$$\Psi(x) \rightarrow \frac{1}{3} \left[\vec{R} \cdot \vec{x} - 3 \frac{\delta}{R^3} \frac{\vec{R} \cdot \vec{x}}{x^3} \right] \quad (9)$$

ce qui suggère l'identification de la réponse pionique a avec

$$a = 4\pi \left[3 \delta_p / R^3 \right]_{R \rightarrow 0} = 4\pi c$$

où c est le volume de diffusion p .

Ce volume est connu expérimentalement (à une petite extrapolation près hors de la couche de masse puisque l'on s'intéresse à des pions statiques). L'on trouve ainsi $a = 2.5 m_{\pi}^{-3}$, valeur un peu supérieure à celle du modèle Δ .

Les deux méthodes ont leur attrait. Le modèle Δ fait intervenir de façon symétrique N et Δ qui se transforment l'un dans l'autre sous l'action du champ pionique. Sa spécificité masque cependant les analogies e.m qui ont été fructueuses puisqu'elles ont permis la prévision d'un certain nombre de phénomènes physiques. De plus il sous-estime un peu la susceptibilité axiale nucléonique.

Ayant alors défini la réponse α du milieu nucléaire nous déduirons l'effet de l'influence de ce milieu en étendant l'analogie de l'équation de Poisson aux milieux polarisables. Dans ce cas il faut ajouter aux charges libres ρ_e les charges de polarisation $\rho_{pol} = \vec{\nabla} \cdot \vec{P}$ et l'équation de Poisson devient :

$$-\nabla^2 V = \rho + \alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \quad (10)$$

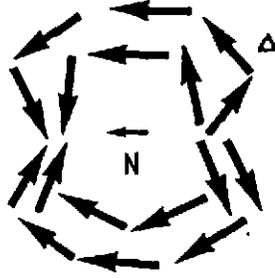
Il en est de même dans le cas pionique où l'équation d'onde du champ est :

$$\left(-\nabla^2 + m_{\pi}^2\right) \psi(x) = - \frac{g_{\pi}}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) - \alpha \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \psi) \quad (11)$$

ou encore :

$$-(1-\alpha) \nabla^2 \psi + m_{\pi}^2 \psi = - \frac{g_{\pi}}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (12)$$

L'influence du milieu se traduit par la présence de la constante dimésique $\epsilon = 1 - \alpha$ qui est inférieure à 1. Le milieu est diamagnétique. Il l'est même très fortement puisque cette constante est petite. En fait il s'agit presque d'un diamagnétique parfait où $\epsilon = 0$ (c'est-à-dire un supraconducteur). Il n'est donc pas surprenant que l'influence du milieu soit importante. Avant de discuter le type de modification introduite dans le champ ψ par le terme $\alpha \vec{\nabla} \cdot \psi$ faisons une pause pour étudier ce que nous avons fait en introduisant la polarisabilité. Nous avons introduit le fait qu'un nucléon s'entoure d'un nuage de polarisation (de Δ) dont les spins sont alignés le long de $\vec{\nabla} \psi$.



Mais la polarisation est équivalente à la diffusion p . Donc en introduisant les effets de polarisation nous avons pris en compte la diffusion par les autres nucléons du pion émis par le nucléon source. La nouvelle équation d'onde est équivalente à une théorie de diffusion multiple pour le pion virtuel émis par le nucléon source (en négligeant la diffusion due à l'onde s).

Expression de Ψ dans le milieu

Elle s'étudie plus aisément dans l'espace des moments. Dans le cas libre l'équation (1) donne dans l'espace des moments :

$$(q^2 + m_\pi^2) \Psi_{\text{libre}}(q) = - \frac{i g_\pi}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \quad (13)$$

Pour le milieu, à partir de (12) l'on trouve :

$$[(1-d)q^2 + m_\pi^2] \Psi(q) = - \frac{i g_\pi}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \quad (14)$$

En faisant le rapport de ces deux expressions on déduit :

$$R = \frac{\Psi(q)}{\Psi_{\text{libre}}(q)} = \frac{q^2 + m_\pi^2}{(1-d)q^2 + m_\pi^2} \quad (15)$$

Pour $q = 0$ $R = 1$. Lorsque q augmente son influence est moindre dans le dénominateur puisque $1 - \alpha$ est petit et R augmente. En particulier pour de très grandes valeurs de q R est très grand. Le nuage de pions est plus dense dans le milieu nucléaire.

En fait cette description est beaucoup trop simpliste. L'allure de R est incorrecte à la fois à grand et petit q (Figure 2).

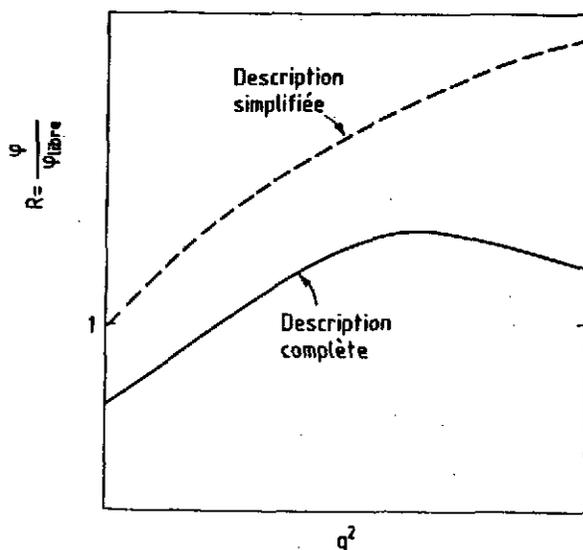


Figure 2

Pour les grands q nous avons négligé tous les effets de coupure et avons pris α constant. En réalité il doit tendre vers zéro à grand q où R doit tendre vers 1.

À petit q notre description est fautive également. R n'est pas égal à l'unité mais doit devenir inférieur à 1, comme est expliqué ci-dessous.

Au delà de la description simplifiée. L'effet Lorentz-Lorenz.

Nous avons jusqu'ici supposé le milieu nucléaire homogène autour du nucléon source et pris comme une constante indépendante de x . En réalité cela n'est pas le cas. Une fois que nous avons fixé le nucléon source à l'origine les autres nucléons ne sont pas répartis uniformément autour de lui. Il y a des corrélations à deux corps. Elles empêchent en particulier les autres nucléons de s'approcher du nucléon source (répulsion à courte distance de l'interaction NN). Simulons ces corrélations par un trou de rayon d dans la distribution des nucléons ; dans ce cas $\rho(x) = \alpha \rho \theta(x - d)$; d , de l'ordre de 0.8 fm, est plus petit que la longueur d'onde Compton du pion $1/m_\pi = 1.4$ fm. Les phénomènes qui se produisent à cause de l'existence de ce trou sont donc pratiquement indépendants de la décroissance exponentielle du champ de pion qui ne se manifeste pas à cette échelle. Les phénomènes qui se

produisent par suite de l'inhomogénéité du milieu sont donc identiques au cas e.m, nous n'aurons pas besoin de transposer. Nous allons donc étudier :

Le dipole dans une cavité

Un dipole est placé au centre d'une cavité creusée dans un milieu diélectrique. A l'extérieur de la cavité le champ est de la forme dipolaire :

$$V_{\text{ext}}(\mathbf{x}) = \frac{C}{4\pi(1-\alpha)} \frac{\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} \quad (16)$$

A l'intérieur il a la forme dipolaire à proximité du dipole mais il faut ajouter un potentiel de la forme $M \cdot x$ (dont le laplacien est nul) de manière à satisfaire aux conditions aux limites et

$$V_{\text{int}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} + A \vec{M} \cdot \vec{x} \right] \quad (17)$$

C et A sont des paramètres qui sont à déterminer par les conditions aux limites à la surface de la cavité, continuité de V et de la composante normale du vecteur déplacement, ce qui donne les deux équations :

$$\begin{aligned} 1 + A d^3 &= C / (1-\alpha) \\ 2 - A d^3 &= 2C \end{aligned} \quad (18)$$

d'où on déduit :

$$C = (1-\alpha) / \left(1 - \frac{2}{3}\alpha\right) \approx 1 - \frac{\alpha}{3} + O(\alpha^2)$$

Je n'entrerai pas dans les subtilités de ce résultat mais discuterai seulement le 1er ordre en α .

L'expression du potentiel à l'extérieur est donc :

$$V_{\text{ext}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{1-\alpha} \frac{(1-\alpha/3)\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} \quad (19)$$

C'est celui créé dans un milieu diélectrique (homogène) par un dipole de moment $(1 - \frac{\alpha}{3}) \vec{M}$.

L'homogénéité du milieu s'est traduit par une renormalisation de la force du dipole par un facteur $(1 - \alpha/3)$ (indépendant du rayon d). C'est l'effet Lorentz-Lorenz (L.L.) Dans le cas des pions il s'agit d'une suppression puisque $\alpha > 0$. L'équation d'onde du champ est alors :

$$-(1 - \alpha) \nabla^2 \psi(x) + m_\pi^2 \psi(x) = -\frac{g_\pi}{2m_N} (1 - \frac{\alpha}{3}) \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (20)$$

ce qui donne dans l'espace des moments :

$$\psi(q) = \frac{i g_\pi}{2m_N} (1 - \frac{\alpha}{3}) \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{(1 - \alpha) q^2 + m_\pi^2} \quad (21)$$

A $q = 0$ $R = \psi / \psi_{\text{libre}}$ est inférieur à 1.

A grand q ψ est soumis à deux influences opposées :

- le facteur L.L. d'une part qui produit une diminution et la présence du terme $(1 - \alpha) q^2$ au dénominateur d'autre part qui augmente ψ . Lequel l'emporte ? Cela dépend. La réalité en ce qui concerne les effets de courte distance (facteur L.L.) est plus complexe que je n'ai décrit ici. Elle est même si complexe que l'on renonce quelquefois à la décrire de façon microscopique et que l'on écrit le facteur L.L. comme $1 - g' \alpha$, g' étant le paramètre phénoménologique de Landau-Migdal, (les estimations théoriques pour ce paramètre se situent entre 0,4 et 0,6). L'augmentation de ψ à grand q , est donc fortement corrélée avec le facteur de suppression à $q = 0$. La seule information expérimentale provient de la réduction de la force Gamow-Teller dont je vais parler brièvement.

III - FORCE GAMOW TELLER

Les transitions Gamow-Teller (G.T.) sont celles qui font intervenir simultanément le spin et l'isospin des nucléons. Il a été observé que la force pour ces transitions est plus petite que prévu. L'évidence, obtenue tout d'abord par les réactions (p, n) est d'autant plus convainquante qu'il existe une règle de somme dont B.Desplanques parlera. Une interprétation naturelle pour cette réduction est l'effet L.L. discuté précédemment. Nous avons vu qu'un nucléon est entouré par un nuage de polarisation de Δ dont les spins sont alignés suivant la direction de $\vec{\nabla} \psi$. Il n'est pas possible de retourner le spin d'un nucléon sans retourner celui du nuage de polarisation qui l'entoure. A transfert de moment nul (situation de la

désintégration β) ce nuage produit un effet d'écran qui diminue l'intensité des transitions spin-flip par le facteur $L.L.$ (carré puisqu'il s'agit d'une intensité) $(1 - g'_{\Delta})^2$, ce qui expliquerait la diminution observée. Cependant ceci n'est pas le seul mécanisme de réduction. La quantité g' n'étant pas connue par ailleurs (pour les initiés il s'agit ici de $g'_{N\Delta}$ qui mélange les configurations $N\bar{N}^{-1}$ et $N^{-1}\Delta$) la question de l'origine de la réduction est encore controversée. Si toute la réduction est attribuée au Δ on déduit de la suppression observée des valeurs de g' comprises entre 0.4 et 0.7. Elles deviendraient plus petites si l'on tient compte d'autres mécanismes de réduction. Ces valeurs laissent de la place pour une certaine augmentation du champ Ψ à grand moment.

CONCLUSIONS

Pour l'effet EMC la participation des pions à la distribution des quarks de la mer implique une intégration sur l'énergie et le moment du pion échangé. Ce sont alors les grands moments qui contribuent, là où une augmentation est attendue qui pourrait être à l'origine de l'effet EMC pour les petites valeurs de x . L'effet EMC ne serait donc pas sans lien avec la réduction de la force Gamow-Teller ce qui serait un bel exemple d'unité de la physique. Mais les interprétations des deux effets par la polarisation du milieu restent encore à vérifier.

Ce séminaire étant de nature qualitative ne contient pas de référence. Celles-ci sont données dans les cours de cette école se rapportant aux divers sujets mentionnés ici.

MASSE ET OSCILLATIONS DES NEUTRINOS

B. VIGNON

Institut des Sciences Nucléaires, Grenoble

I) - INTRODUCTION

C'est en 1931 que le neutrino est postulé par Pauli pour apporter une explication au problème de l'énergie manquante dans l'observation du spectre continu des électrons émis dans la désintégration β du ^{210}Bi . Pauli postule les lois de conservations suivantes :

"It is obvious that we assume not only energy conservation but also conservation of linear momentum, of angular momentum and of the characteristics of the statistics in all elementary processes", American Physical Society à Pasadena 1931. Il propose que le neutrino soit un fermion, sans charge et de masse très faible, bien inférieure à celle de l'électron.

En 1934, Fermi baptise cette particule neutrino (little neutral one) et développe la théorie des interactions faibles où le neutrino intervient comme un champ de Dirac à 4 composantes : ν_D , ν_G et $\bar{\nu}_D$, $\bar{\nu}_G$, à savoir 2 états d'énergie positive pour le neutrino avec les polarisations droite (D) et gauche (G) et 2 états négatifs pour l'antineutrino.

Le neutrino avait alors une masse.

Dès cette époque (1937), il se pose le problème de savoir si le neutrino est identique à son antiparticule (Majorana). Ce point et ses conséquences seront développés un peu plus loin dans l'exposé.

De 1949 à 1953, apparaissent les études sur l'universalité des interactions faibles et sont établies les règles empiriques de conservation des nombres leptoniques¹, actualisées et résumées dans le tableau ci-dessous.

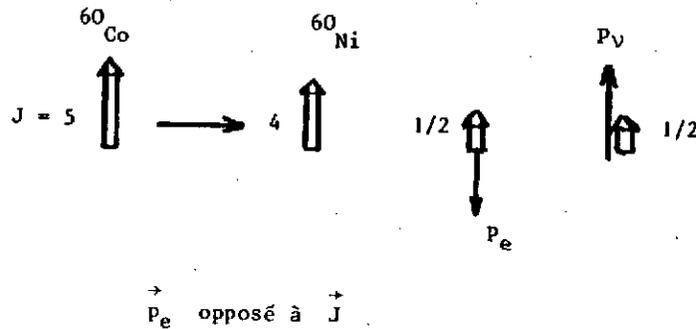
leptons	e	ν_e	μ	ν_μ	τ	ν_τ
L_e	1	1	0	0	0	0
L_μ	0	0	1	1	0	0
L_τ	0	0	0	0	1	1

avec $L_X = -L_{\bar{X}}$ pour chaque saveur $X = e, \mu, \tau$

La somme des nombres leptoniques doit être conservée à chaque vertex d'un processus faible. En théorie, cette règle se traduit par l'inexistence d'un couplage entre leptons de saveurs différentes. Il faut cependant noter que les théories de jauge dites de grandes unifications (GUT) peuvent permettre une violation des nombres leptoniques (L) et barioniques (B) tout en conservant B-L.

Les années 1956-57 correspondent à la "révolution glorieuse" en interaction faible. C'est d'abord la violation de la parité postulée par Lee-Yang² pour expliquer certaines décroissances faibles observées dans les mésons K, système (0-2), à savoir $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$, $\theta^0 \rightarrow 2\pi^0$ ou $\pi^+ \pi^-$ et $\tau \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-$.

Une confirmation était rapidement apportée par l'expérience sur le ^{60}Co polarisé (Wu et al)³, schématiquement représenté par :



\vec{J} et \vec{p} étant respectivement le moment et l'impulsion de la particule

En 1957, Salam, Landau, Lee et Yang⁴ remarquent séparément que la présence du projecteur $\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$ dans le lagrangien de l'interaction faible conduit pour une hypothèse de masse nulle du neutrino à une théorie à 2 composantes du neutrino, d'hélicité gauche pour ν et droite pour $\bar{\nu}$. De la définition de l'hélicité, $h = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{p}$, les deux états sont :

$$|\nu_G\rangle \equiv \vec{\sigma} \leftarrow \vec{p}$$

hélicité gauche, $h = -1$

$$|\bar{\nu}_D\rangle \equiv \vec{\sigma} \rightarrow \vec{p}$$

hélicité droite, $h = 1$

La conséquence fondamentale de cette théorie à deux composantes avec masse nulle du neutrino est l'existence des seuls courants gauches dans les processus faibles, contrairement aux autres interactions dans lesquelles courants gauche et droit interviennent.

Dès 1958, cette théorie recevait une confirmation avec les mesures d'hélicité des électrons émis par une source ^{90}Y (Goldhaber)⁵. Cette description à deux composantes reste vraie dans la limite des incertitudes expérimentales ; des mesures récentes⁶ d'hélicité des neutrinos électroniques et muoniques ont été réalisées avec une précision de l'ordre de 1 %. Il convient cependant de remarquer qu'une telle précision (1 %) ne fournit aucune contrainte sur l'existence d'une masse propre du neutrino. A titre d'exemple : en supposant une masse de 100 eV et une énergie cinétique de 1 MeV (énergie minimale pour observer un neutrino), le rapport $\frac{v}{c}$ est écarté de l'unité d'une valeur de 5×10^{-9} ! Il est impossible que de telles mesures puissent observer un effet aussi faible.

Tout comme les mesures d'hélicité, les limites actuelles sur les masses :

$$m_{\nu_e} < 60 \text{ eV}, \quad m_{\nu_\mu} < 500 \text{ keV}, \quad m_{\nu_\tau} < 160 \text{ MeV}$$

laissent ouvertes la possibilité d'une masse non nulle du neutrino.

II) - NEUTRINO DE DIRAC OU DE MAJORANA ?

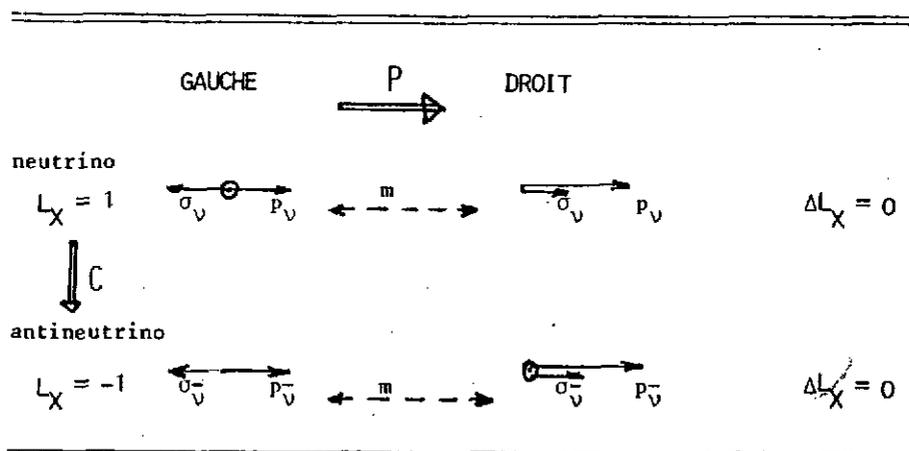
Un terme de masse conduit à l'existence d'une composante droite pour le neutrino. Sous l'invariance CP, le neutrino peut être décrit soit par un champ de Dirac dans lequel particule et antiparticule sont distinctes, soit par un champ de Majorana où les particules sont indistinguables. Cette question est ouverte puisque parmi les fermions seul le neutrino n'a ni charge, ni moment magnétique pour le distinguer de son antiparticule.

A titre de rappel (voir cours de M. Prédasi), on a vu que

- l'opérateur conjugaison de charge : $C | \nu \rangle = | \bar{\nu} \rangle$
- l'opérateur parité : $P (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) = - (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})$ ou $P | \nu_G \rangle = | \nu_D \rangle$

a) Neutrino de Dirac

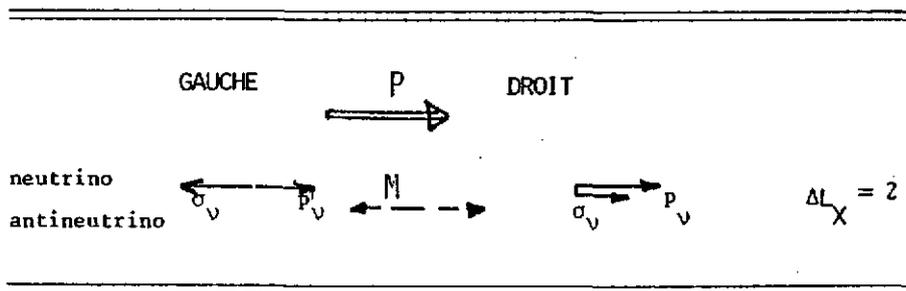
A partir du champ à 4 composantes, on peut construire 2 états propres de masse m pour le neutrino et pour l'antineutrino, invariants sous CP., le tableau ci dessous résume les diverses transformations possibles entre ces états avec les opérateurs C et P.



Le symbole \ominus indique les états décrits par la théorie V-A.

b) Neutrinos de Majorana

Le neutrino est sa propre antiparticule. Cette propriété est vraie pour les bosons π^0 et γ . Respectant l'invariance CP ($C = 1$ si $|\nu\rangle \equiv |\bar{\nu}\rangle$), il est possible de construire 2 états propres de masse M avec un champ à 2 composantes.



Dans une telle transformation, il y a violation du nombre leptonique, $\Delta L_X = 2$

c) Caractère de Dirac ou Majorana des neutrinos massifs

Le problème était posé dès 1937. La recherche de processus de désintégration double β sans émission de ν , à savoir :

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^-$$

est un test du caractère Majorana du neutrino.

Partant de la définition du neutrino et de l'antineutrino

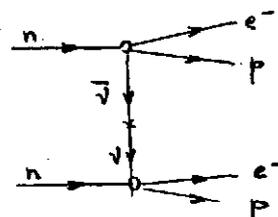
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \text{ et } \nu_e + n \rightarrow p + e^-$$

on obtient alors les graphes pour l'émission et l'absorption leptonique :



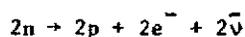
et pour la désintégration double β sans émission de ν

$$(Z, A) \rightarrow (Z, A + 2) + 2 e^-$$



Ce processus est interdit par Dirac, ainsi que par la théorie V-A. Par ailleurs, il constitue un test de l'existence des courants faibles droits.

La désintégration $\beta\beta$ avec émission de $2\bar{\nu}$, à savoir



est un processus du 2^{ème} ordre dans l'interaction V-A, mais ne constitue pas un test sur le caractère du neutrino.

Nous reviendrons dans une deuxième partie sur les aspects expérimentaux liés à cette question.

Que prédisent les théories unifiées ?

Le modèle standard électrofaible SU(2) x U(1), est construit sur une théorie à 2 composantes de ν , ce qui impose la conservation des nombres leptoniques ainsi que $m_\nu = 0$.

Dans la théorie SU(5), les neutrinos sont sans masse, donc pas de composante droite ν_D . En outre, SU(5) a la symétrie B-L, sans terme $\Delta L = 2$. Mais cette théorie a déjà des problèmes puisque ses prédictions sur les masses des quarks ou sur la durée de vie du proton sont très éloignées des résultats expérimentaux.

Au delà de SU(5), le groupe de grande unification SO(10) est construit à partir de 16 fermions. Le 16^e fermion qui est neutre peut être identifié à ν_D . Dans ce modèle les neutrinos sont massifs, plutôt du type de Majorana et leurs prédictions sur les masses sont très floues :

$$10^{-5} < m_\nu < 10 \text{ eV}$$

En conclusion,

tout modèle qui rétablit la symétrie entre quarks et leptons doit contenir les courants leptoniques droits, ce qui a pour conséquence fondamentale que $m_\nu \neq 0$.

III) - MECANISMES DE TRANSFORMATIONS DES NEUTRINOS

On a vu précédemment qu'avec le schéma conventionnel de l'interaction faible, c'est-à-dire la théorie à 2 composantes, on a :

- $m_\nu = 0$, ce qui implique la non existence de courants faibles droits
- la conservation des nombres leptoniques de saveur L_x

Une telle loi de conservation sur L_x entraîne la conservation sur le nombre leptonique total L , tel que $L = L_e + L_\mu + L_\tau$, mais pas la réciproque. La recherche de désintégrations rares du type $\mu \rightarrow e\gamma$ contribue à tester cette réciproque.

Hors de ce schéma conventionnel, il est possible de distinguer 2 classes de transformations :

- celles qui mélangent des neutrinos de saveurs différentes. Dans un tel processus L_x n'est pas conservé. Un exemple est fourni par les oscillations du type $\nu_e + \nu_\mu$ où $\Delta L_\mu = 1$, $\Delta L_e = -1$ et $\Delta L = 0$.

- celles qui mélangent des neutrinos de même saveur, tel $\nu_e + \bar{\nu}_e$ où $\Delta L_e = 2$. Comme exemple, on a la désintégration double β dans les noyaux sans émission de neutrinos ou encore le processus $K^- \rightarrow \pi^+ + 2e^-$.

a) - Mécanisme d'oscillation des neutrinos

Un tel mécanisme nécessite que l'hamiltonien total H_t contient un terme H_1 ne conservant pas les nombres leptoniques⁷. L'hamiltonien total s'écrit alors $H_t = H_0 + H_1$ où H_0 est l'hamiltonien conventionnel de l'interaction faible. Dans une telle description les neutrinos ν_i de l'interaction faible sont décrits par une combinaison linéaire des états propres de masse $|v_j\rangle$ de l'hamiltonien total, à savoir :

$$\langle v_i | H_0 | v_i' \rangle = 0 \quad \text{avec} \quad v_i, v_i' \equiv \nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau$$

$$\text{et} \quad H_t | v_j \rangle = (H_0 + H_1) | v_j \rangle$$

ce qui a pour conséquence que $|v_i\rangle$ ne sont pas des états stationnaires mais qu'ils s'écrivent comme

$$|v_i\rangle = \sum_j \langle v_j | v_i \rangle |v_j\rangle = \sum_{ji} U_{ji} |v_j\rangle$$

avec

$$|v_i\rangle = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

La matrice unitaire de mélange U fixe l'amplitude de la transformation ou oscillation. On retrouve certaines analogies avec le système (K_0, \bar{K}_0) .

Dans le cas particulier d'un mélange à 2 neutrinos, on obtient une écriture simplifiée pour la matrice U en paramétrisant avec un angle de mélange θ , à savoir

$$\nu_i = \nu_1 \cos \theta + \nu_2 \sin \theta$$

$$\nu_i' = -\nu_1 \sin \theta + \nu_2 \cos \theta$$

Les états ν_i n'étant plus des états stationnaires, on a une probabilité de transformation d'un état vers un autre. Dans l'hypothèse à 2 neutrinos, cette probabilité s'écrit en

supposant qu'à l'instant $t = 0$ il n'existe que des neutrinos dans l'état ν_i

$$\begin{aligned} |\nu_i\rangle_t &= U_{1i} e^{-iE_1 t/\hbar} |\nu_1\rangle + U_{2i} e^{-iE_2 t/\hbar} |\nu_2\rangle \\ &= \cos\theta e^{-iE_1 t/\hbar} |\nu_1\rangle + \sin\theta e^{-iE_2 t/\hbar} |\nu_2\rangle \end{aligned}$$

et la probabilité de créer un neutrino de saveur $i' \neq i$ à t vaut :

$$P(\nu_i \rightarrow \nu_{i'}) = \frac{\sin^2 2\theta}{2} \left(1 - \cos \frac{E_1 - E_2}{\hbar} t\right)$$

En supposant l'impulsion $p_\nu \gg m_1$ et m_2 et en posant $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$ alors :

$$P(\nu_i \rightarrow \nu_{i'}) = \frac{\sin^2 2\theta}{2} \left(1 - \cos \frac{\Delta m^2 L}{2E_\nu \hbar c}\right) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1,27 \Delta m^2 \frac{L}{E_\nu}\right)$$

avec Δm^2 en eV^2 , $L(m)$ la distance d'observation par rapport à la source et E_ν en MeV.

On peut faire un développement similaire pour les neutrinos et les antineutrinos, avec cependant une différence suivant que les neutrinos sont de Dirac ou de Majorana. On peut également utiliser la même phénoménologie pour les oscillations de type neutrino-antineutrino.

La formule précédente fait apparaître les paramètres physiques θ et Δm^2 avec :

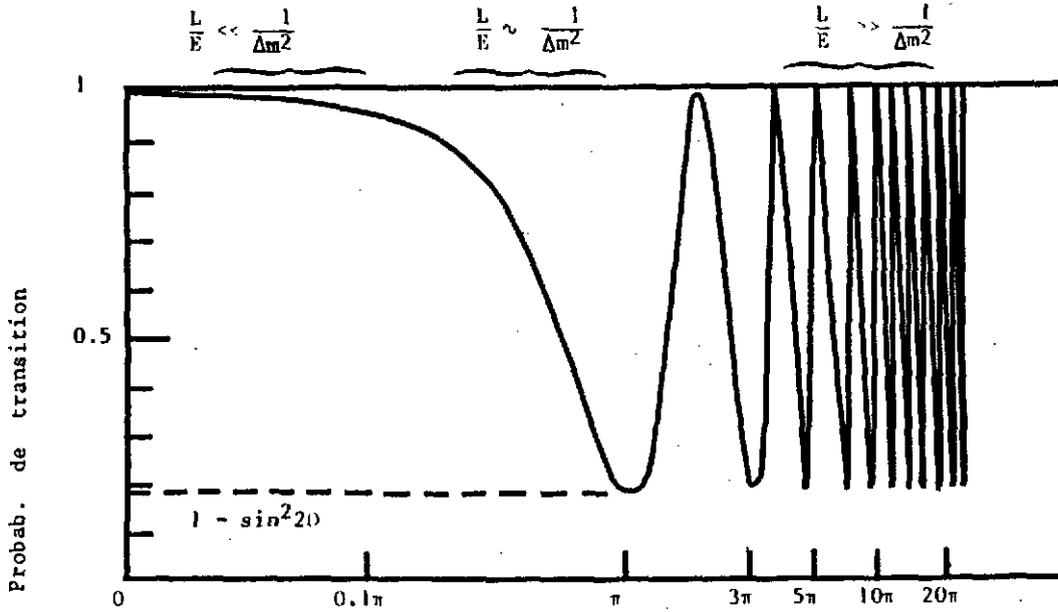
- l'amplitude d'oscillation $\sin^2 2\theta$ ou mélange
- le facteur de phase $\Delta m^2 \frac{L}{E_\nu}$ qui est lié à la dépendance spatiale.

Deux approches expérimentales sont possibles, soit par la mesure des termes diagonaux qui correspond à la disparition des neutrinos de même saveur après un temps t ou une distance L , soit par la mesure des termes non diagonaux, où l'on détecte des neutrinos de saveur différente de celle de la source. Ces deux possibilités sont évidemment complémentaires.

b) - Sensibilité au paramètre de masse Δm

La gamme d'observation en $\frac{L}{E_\nu}$ fixe la sensibilité sur Δm . La figure illustre les 3 cas qui peuvent être distingués. Si $\frac{L}{E} \gg \frac{1}{\Delta m^2}$, on est dans la région d'un grand nombre d'oscillations très rapprochées qui ne peuvent être observées à cause de la limite sur la résolution de l'appareillage. On mesure alors une valeur moyenne, ce qui détermine l'angle de mélange θ . Si $\frac{L}{E} \ll \frac{1}{\Delta m^2}$, la transformation n'est pas suffisamment réalisée pour être observée.

La région intermédiaire, $\frac{L}{E} \sim \frac{1}{\Delta m^2}$ correspond au maximum de sensibilité et permet la mesure des paramètres physiques Δm^2 et θ . Par voie de conséquence, les possibilités expérimentales en L et E_ν fixent la sensibilité sur Δm . Le tableau ci-après donne un résumé de ces possibilités.



Source	neutrino	L(m)	E_ν (MeV)	L/E	Δm (eV)
Soleil	ν_e	1.5×10^{11}	~ 1	1.5×10^{11}	$\sim 10^{-6}$
ν cosmiques	ν_μ	10^6	10^2	10^4	quelques 10^{-3}
réacteurs	ν_e	10 à 100	quelques	1 à 10	1 à 10^{-2}
accélérateurs :					
basse énergie	$\nu_e, \bar{\nu}_\mu$	quelques x 10	10 à 100	10	10^{-1}
haute énergie	$\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$	10^2 à 10^4	10^3 à 2×10^4	10	10^{-1}

IV) - ASPECTS EXPERIMENTAUX

Ce chapitre n'a pas la prétention de faire une revue complète et détaillée des diverses expériences très nombreuses, réalisées ou en préparation dans le monde. Son seul objectif est de donner quelques exemples, les plus récents, illustrant les diverses approches et de montrer que les résultats déjà obtenus ne permettent pas encore de tirer des conclusions en faveur ou pas d'une masse non nulle des neutrinos.

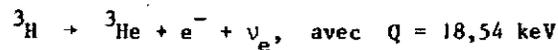
4-1) Mesures directes de masse

a)- La désintégration du tritium et la masse m_{ν_e}

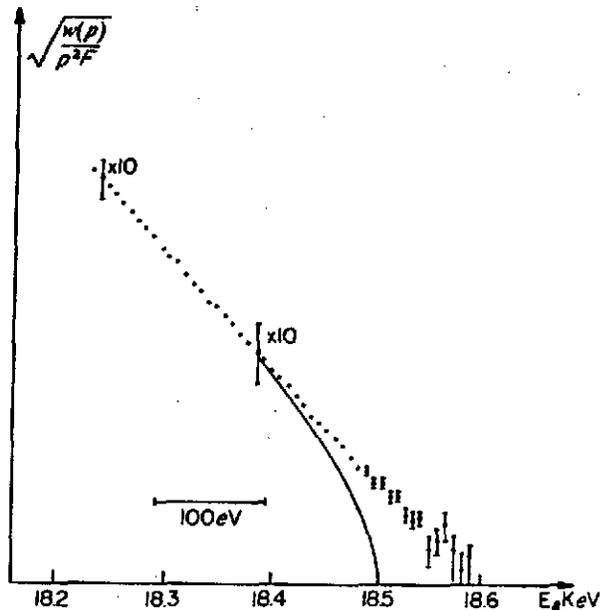
La forme du spectre en énergie des électrons émis dans une désintégration β dépend de la masse du neutrino électronique. Elle est donnée théoriquement par la distribution de Kurie :

$$\sqrt{N} = K(E_e) \sim (Q - E_e)^{1/2} [(Q - E_e)^2 - m_\nu^2]^{1/4}$$

où Q est le bilan énergétique de la réaction. L'effet de masse m_ν est d'autant plus grand que Q est petit. Pour cette raison, l'étude de la désintégration du tritium est très intéressante :



La formule de la distribution montre que le bout du spectre est une droite si $m_\nu = 0$, et se termine suivant une tangente verticale pour $m_\nu \neq 0$ (voir figure ci-dessous). L'objectif de toute expérience est donc d'étudier la forme du bout du spectre. Depuis fort longtemps de nombreuses expériences ont été réalisées sur ce sujet. Parmi les plus récentes, on retiendra celle



de Bergkvist⁸ qui fixe une limite supérieure $m_{\nu_e} < 55$ eV, et celle de Lubimov et al⁹ qui, après plusieurs mesures depuis 1976, établit une valeur non nulle de la masse du neutrino électronique : $14 < m_{\nu_e} < 46$ eV. Cette dernière expérience a été réalisée à partir d'une source de valine ($\text{C}_5\text{H}_{11}\text{NO}_2$) contenant 18 % de ${}^3\text{H}$ et d'un spectromètre à grande déflexion (720°), de haute résolution (~ 45 eV FWHM à 18 keV). Le résultat publié n'est pas sans soulever certaines critiques qui portent pour l'essentiel sur la méconnaissance des états excités de la molécule support puisque 25 % des transitions β laissent ${}^3\text{He}$ dans un état excité ; il est alors très difficile d'estimer la correction à apporter à l'énergie des électrons émis. Pour cette raison, plusieurs expériences en préparation (Los Alamos, Zurich, ...) prévoient d'utiliser un jet de tritium atomique comme source¹⁰. Espérons que rapidement de nouveaux résultats permettront une comparaison avec celui des russes.

b)- La masse du neutrino muonique

La désintégration à deux corps du pion, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, fournit le moyen le plus direct de mesure de la masse m_{ν_μ} . La difficulté de ce type d'expériences est liée à l'incertitude sur la quantité de mouvement du pion. La limite supérieure est actuellement de $m_{\nu_\mu} < 0.50$ MeV, [ref. 11].

4.2) La désintégration double β sans émission ν

Rappelons que la désintégration $(\beta\beta)_{0\nu}$ change la charge du noyau initial de deux unités, $(A,Z) \rightarrow (A,Z+2) + 2e^-$, et constitue un test sur le caractère Majorana ou Dirac du neutrino, sur la non conservation du nombre leptonique ainsi que sur la masse du neutrino et l'existence des courants faibles droits.

La principale difficulté expérimentale est liée aux longues périodes ($T_{1/2} \sim 10^{22}$ à 24 ans) et par conséquent à l'extrêmement faible taux de décroissance (quelques événements par an !) qu'il faut comparer aux radioactivités naturelle et cosmique. Deux voies d'investigation sont actuellement exploitées et conduisent à des résultats complémentaires.

a)~ La voie laboratoire

Elle regroupe les expériences¹² qui mesurent le spectre de noyaux émetteurs tels ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{150}Nd pour lesquels ce type de désintégration est énergétiquement possible. Parmi ces noyaux, le Ge est particulièrement intéressant puisqu'il constitue à la fois la source et le détecteur. Le schéma de désexcitation est représenté ici.

Ce sujet fait l'objet d'une forte activité expérimentale¹⁰, citons en particulier l'activité développée par le groupe de Bordeaux pour étudier le ^{76}Ge (expérience en cours).

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous.

b)~ La voie géochimique

Elle recherche des traces de gaz rares provenant de la désintégration $\beta\beta$ dans un minéral d'âge connu. Une analyse par spectromètre de masse permet de connaître l'abondance des gaz rares ainsi formés à partir des noyaux ^{82}Se , ^{128}Te , ^{130}Te , ^{13}Xe . Cette méthode ne peut différencier les processus avec et sans émission de neutrinos. Une mesure récente des ^{130}Te et ^{128}Te a été analysée sur la base de la comparaison entre ces deux noyaux et a conduit au résultat de 40 % $(\beta\beta)_{2\nu}$ et 60 % $(\beta\beta)_{0\nu}$, avec comme implication $M_\nu = 34$ eV ! D'autres mesures sur les mêmes noyaux ne permettent pas de confirmer ce résultat. Par ailleurs, une mesure très récente sur le ^{128}Te donne une limite sur la masse du neutrino Majorana de $M_\nu < 7$ eV.

$\beta\beta_{0\nu}$	$T_{1/2}(\text{exp.})$	M_ν^{Maj} (évaluée)
$^{48}\text{Ca} \rightarrow \text{Ti}$	2.5×10^{21} ans	} < 10 à 50 eV
$^{76}\text{Ge} \rightarrow \text{Se}$	2×10^{22}	
$^{82}\text{Se} \rightarrow \text{Kr}$	3.1×10^{22}	
$^{128}\text{Te} \rightarrow \text{Xe}$	8×10^{24}	< 7
$^{130}\text{Te} \rightarrow \text{Xe}$	2.55×10^{21}	< 20
$^{150}\text{Nd} \rightarrow \text{Sm}$	1.2×10^{21}	< 29

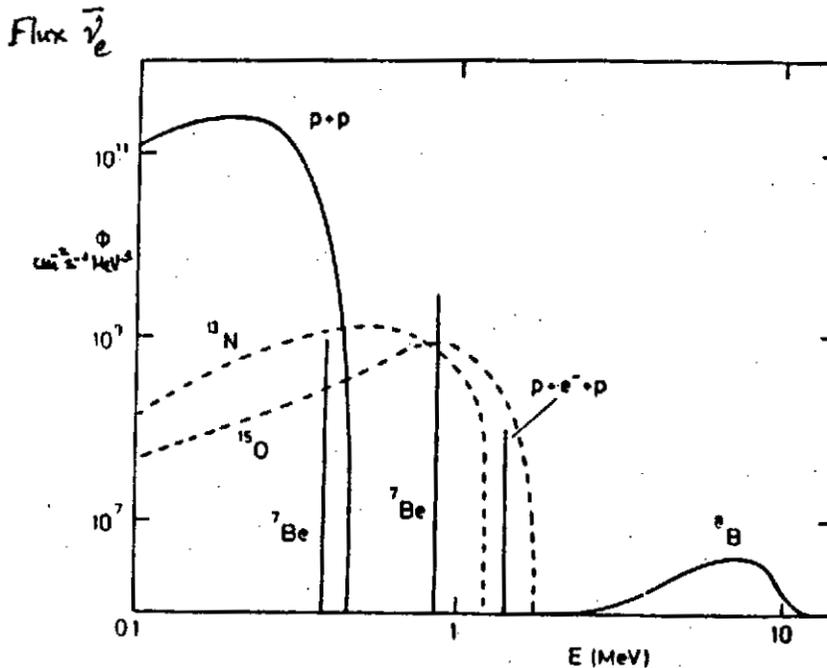
Tant pour la voie laboratoire que géochimique, l'analyse en terme de masse est très compliquée. Elle passe par la connaissance des éléments de matrices nucléaires et des modes d'excitations (résonances baryoniques). De nombreux travaux théoriques¹⁴ et expérimentaux sont en cours. Il faut espérer que la situation actuelle, assez confuse, puisse être rapidement clarifiée.

4.3) Les neutrinos solaires

Parmi les possibilités mentionnées au chapitre précédent, l'observation des neutrinos solaires fournit l'approche la plus sensible pour étudier les oscillations neutrinos à très faible différence de masse ($\Delta m \approx 10^{-6}$ eV). Différents processus contribuent à produire des neutrinos électroniques de faible énergie, de l'ordre du MeV, dans le soleil :

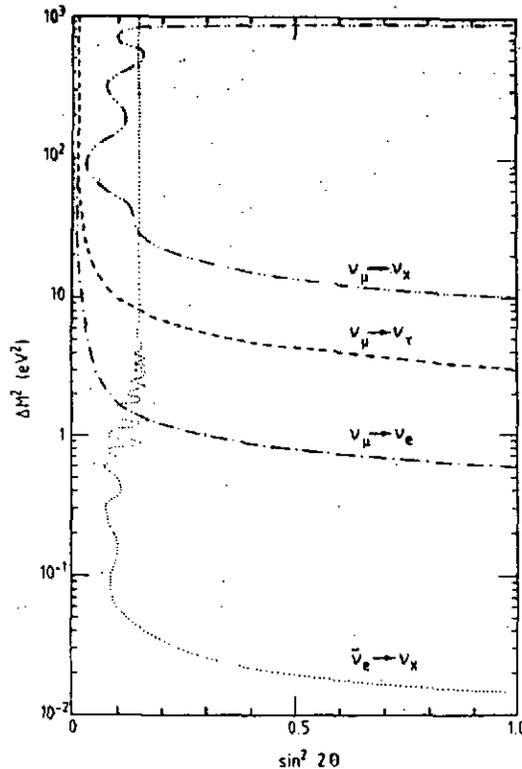
Source Neutrino	Energie (MeV)
$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$	0.42 max
$p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$	1.44 (monochr.)
${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$	0.86 (90%), 0.38 (10%)
${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be}^{**} + e^+ + \nu_e$	14
${}^{13}\text{N} \rightarrow {}^{13}\text{C}^{**} + e^+ + \nu_e$	1.20 max
${}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e$	1.73 max

Le flux à la surface de la terre est calculé à partir de modèles tenant compte des diverses composantes et de l'équilibre thermodynamique du soleil¹⁵. La figure montre la distribution du flux pour chacune des composantes.



4.4) Expériences auprès d'accélérateurs

Une très forte activité est actuellement développée auprès des accélérateurs de haute énergie afin d'étudier les oscillations neutrinos soit dans les processus de disparition du type $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ avec $x \equiv e$ ou τ , soit de création tels $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ ou ν_τ . Les résultats expérimentaux sont nombreux. Ils sont résumés avec la figure ci-dessous. La référence 10 contient une revue récente du sujet.



L'ensemble des résultats ne montre aucun effet mais conduit à des limites sur les paramètres $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$. Sur la figure, la partie droite du contour correspond à la région d'exclusion de Δm^2 en fonction de $\sin^2 2\theta$.

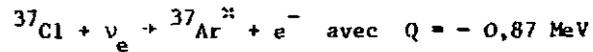
Tous les projets sur accélérateurs, et ils sont nombreux, ont pour but d'obtenir soit une meilleure sensibilité vers les $\sin^2 2\theta$ faibles, soit d'améliorer la limite sur le paramètre de masse pour les grands angles de mélange.

4.5.) Expériences auprès des réacteurs

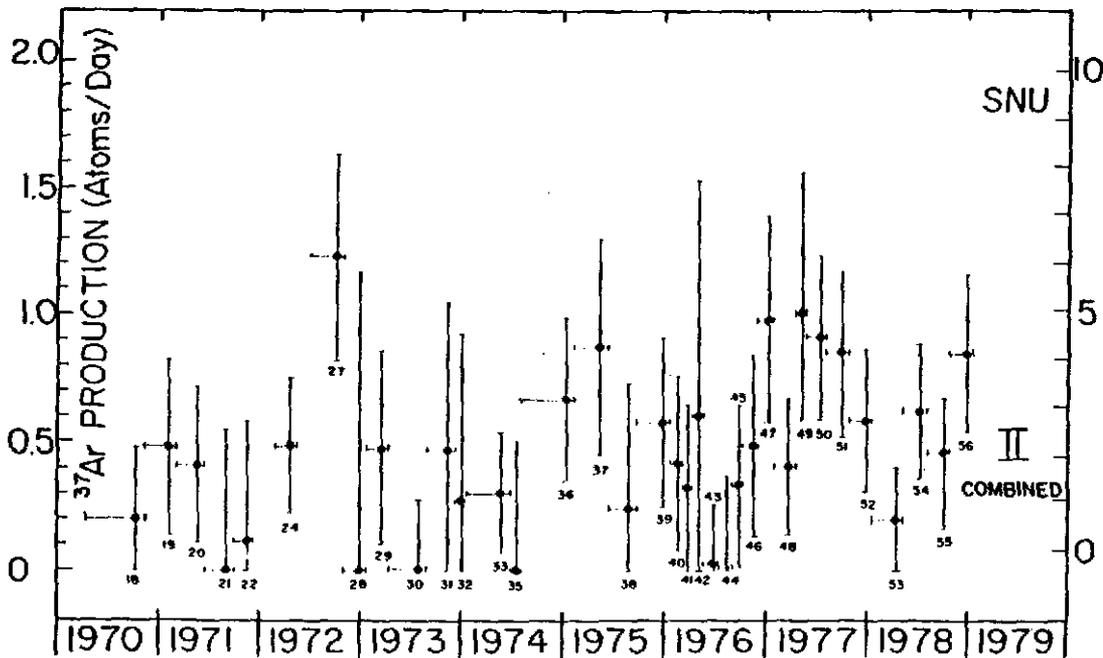
Les réacteurs constituent les sources disponibles de $\bar{\nu}_e$ les plus puissantes et ainsi sont particulièrement bien adaptés pour la recherche des oscillations neutrinos. Le flux $\bar{\nu}_e$ émis à partir des produits de fission dans un réacteur dépend de sa puissance P suivant une formule

$$N(\bar{\nu}_e | \text{cm}^2 \cdot \text{s}) \approx 1.5 \times 10^{12} P/L^2$$

Depuis plus de 20 ans, Davis et ses collaborateurs mesurent le flux des neutrinos solaires en utilisant la réaction



Le détecteur correspond à 380 000 litres de C_2Cl_4 , situé à une profondeur de 1,5 km dans une ancienne mine (Dakota). Le taux de détection est de 0,19 événement par jour ! L'extrême difficulté de cette expérience est de séparer puis détecter ces quelques atomes ${}^{37}\text{Ar}^{*}$. Le résultat des mesures depuis 1970 montre un taux moyen de $2,2 \pm 0.4 \text{ SNU}^{1)}$ [15] à comparer à celui estimé de $7 \pm 1 \text{ SNU}$. L'ensemble de ces résultats est porté sur la figure ci-dessous.



Deux hypothèses sont avancées pour expliquer cet écart. Soit les mécanismes de production des ν_e liés à l'activité solaire et à son opacité sont mal décrits. Ceci est accentué par le fait que la cible de ${}^{37}\text{Cl}$ n'est pas sensible, du fait de son seuil élevé ($Q = - 0.87 \text{ MeV}$), à la composante principale p-p, la plus abondante et la mieux décrite théoriquement, mais uniquement à celle du ${}^8\text{B}$, 16 . L'autre hypothèse serait que les neutrinos oscillent et le résultat de Davis montrerait donc une disparition des ν_e vers les voies ν_μ ou ν_τ , non détectables avec le ${}^{37}\text{Cl}$.

Afin d'être sensible aux neutrinos produits par la composante principale p-p, il est envisagé, dans un projet futur, d'utiliser comme cible du ${}^{71}\text{Ga}$ dont le seuil de réaction est de 0,236 MeV. C'est un énorme projet basé sur 70 tonnes de ${}^{71}\text{Ga}$. Il est en cours de développement et il devrait permettre de résoudre cette énigme des neutrinos solaires.

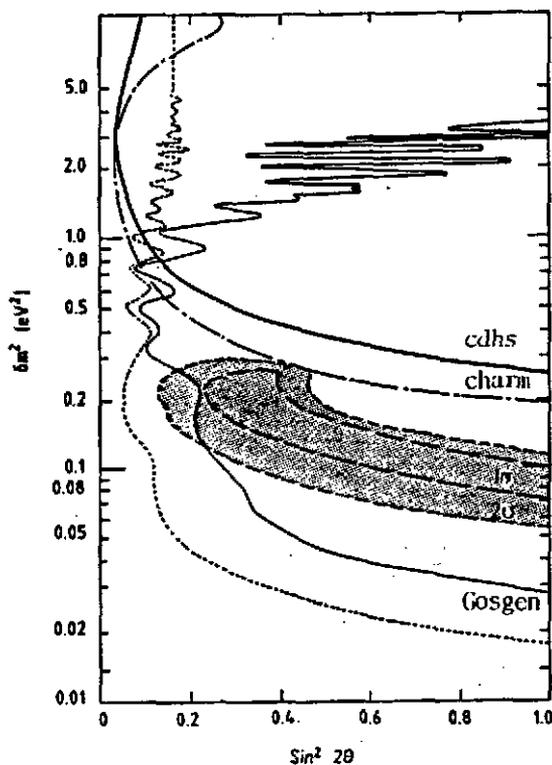
1) $1 \text{ SNU} = 10^{36} \text{ capture/atome} \times \text{sec.}$

dans laquelle le coefficient de proportionnalité diffère un peu suivant que le réacteur est de recherche (enrichi à 95 % en ^{235}U) ou de puissance, et dans ce dernier cas interviennent alors les éléments fissiles ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu et ^{241}Pu . La possibilité du choix des distances L entre 10 et 100 m fournit une gamme de sensibilité excellente vers les Δm faibles. L'énergie des $\bar{\nu}_e$ émis suit une distribution continue entre 0 et 9 MeV avec des incertitudes actuellement inférieures à 10 %¹⁷.

La détection des $\bar{\nu}_e$ est basée sur la réaction inverse de la décroissance du neutron, $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ dont le seuil de réaction est à 1,8 MeV. Des cibles de liquide scintillant fortement hydrogéné servent à la fois de détecteur du positron et de modérateur du neutron. De grandes chambres proportionnelles ^3He détectent le neutron thermique. L'ensemble du détecteur se présente selon une structure alternée de 5 plans de cellules cibles (350 l) et de 4 compteurs à neutron. L'efficacité globale de détection $\bar{\nu}_e$ est d'environ 20 %. L'ensemble est entouré par des protections contre les gammas et les neutrons ainsi que par un détecteur à rayonnements cosmiques.

Ce dispositif a été utilisé dans les expériences neutrinos de l'ILL¹⁸, de Göesgen¹⁹ et de Bugey²⁰. Deux autres expériences, à Moscou et à Savannah River, sont en cours de réalisation ; le principe de détection utilisé est différent.

Les résultats des expériences de l'ILL ($L = 8.7$ m) et de Göesgen ($L = 39$ et 45 m) donnent des limites sur les paramètres Δm^2 , $\sin^2 2\theta$. Dans l'expérience du Bugey, les mesures, effectuées avec une très grande statistique (80 000 événements $\bar{\nu}_e$), du taux normalisé des $\bar{\nu}_e$ aux distances 13,5 et 18,5 m mettent en évidence une disparition des $\bar{\nu}_e$ dans le rapport de 1.10 ± 0.03 . Un tel résultat est une indication en faveur d'une masse non nulle des neutrinos (voir figure). Bien évidemment il appelle une confirmation. Un nouveau projet est en cours de réalisation à Bugey.



V) - CONSLUSIONS

La masse du neutrino est un sujet fondamental, très ouvert et qui sous-tend un grand nombre d'activités scientifiques. Il est étroitement lié aux concepts de l'interaction faible par le caractère de Dirac ou Majorana du neutrino, l'existence des courants faibles droits, la conservation des nombres leptoniques, ainsi qu'aux développements théoriques sur la grande unification des interactions. Contrairement au photon, il n'existe aucune interdiction théorique pour une masse non nulle du neutrino.

La situation expérimentale est en pleine évolution et aucun des résultats obtenus ne permet aujourd'hui d'affirmer ou d'infirmer l'existence de $m_\nu \neq 0$. Compte tenu des efforts importants en cours de développement dans le domaine expérimental, une réponse rapide peut être espérée dans un futur assez proche.

REFERENCES

- 1) Marx, Acta Phys. Hung., 3 (1953) 56
Konopinsky et Mahmoud, Phys. Rev., 92 (1953) 1045
- 2) Lee et Yang, Phys. Rev., 104 (1956) 254
- 3) C.S. Wu et al., Phys. Rev. 105 (1957) 1413
- 4) Salam, Nuovo Cimento, 5 (1957) 29
Landau Jetp, 32 (1957) 407
Lee et Yang, Phys. Rev., 105 (1957) 1671
- 5) Goldhaber, Phys. Rev., 109 (1957) 1015
- 6) Carr, Phys. Rev. Lett., 51 (1983) 687
- 7) S.M. Bilenky and B. Pontecorvo, Phys. Rep. 41, n° 4 (1978) 225
A.K. Mann et H. Primakoff, Phys. Rev., D15 (1977) 655
D. Wu, Phys. Lett., 96B (1980) 311
- 8) K.E. Bergkvist, Nucl. Phys., B39 (1972) 317
- 9) V.S. Kosit et al., Yad Fiz., 32 (1980) 301
V.A. Lubimov et al., Phys. Lett. 94B (1980) 266
- 10) Une revue des expériences en préparation est donnée dans "Moriond Workshop". Massive neutrinos in astrophysics and in particle physics. J. TRAN THANH VAN, 1984, Ed. Frontières
- 11) Anderhub et al., Phys. Lett., 114B (1982), 76
- 12) J.J. Simpson et al., Phys. Rev. Lett., 53 (1984) 141
R. Bardin et al., Nucl. Phys., A158, (1970) 337
B.T. Cleveland et al., Phys. Rev. Lett., 35, (1975) 737
J.D. Vergados, Phys. Lett., 109B, (1982) 38
- 13) J. Inorg. Nucl. Chem., 34 (1972) 2381
T. Kirsten et al., Phys. Rev. Lett., 50 (1983) 474
B. Srinivasan et al., Econ. Geol., 68 (1973) 252
- 14) W.C. Haxton, Los Alamos-report, 83-280, 1983
K. Grotz et al., J. Phys., 69 (1983) 169
K. Grotz et al., Phys. Lett. B, à paraître
D. Bryman, Rev. Mod. Phys., 50 (1978) 11

- 15) R. Davis et al., Rev. Mod. Phys., 50 (1978) 881
J.N. Bahcall, Proc. Neutrino 81, Int. Conf. on neutrinos physics, Univ. Hawai Press 1,
(1981), 1
J.N. Bahcall, Space Sc. Rev., 24 (1979) 227
- 16) E. Schatzman et al., Nature, 290 (1981) 683
- 17) F.V. Feilitzsch et al., Phys. Lett., 118B (1982) 162
H.V. Klapdor et al., Phys. Rev. Lett., 48 (1982) 127
A.A. Barovsi et al., Sov. J. Nucl. Phys., 37 (1983) 801
- 18) F. Boehm et al., Phys. Lett., 97B (1980) 310
H. Kwon et al., Phys. Rev., 24D (1981) 1097
- 19) J.L. Vuillemier et al., Phys. Lett., 114B (1982) 298
K. Gabathuler et al., Phys. Lett., 138B (1984) 449
- 20) J.F. Cavaignac et al., Phys. Lett., à paraître

EFFETS NUCLEAIRES DANS LA DIFFUSION PROFONDEMENT INELASTIQUE

J.-J. AUBERT

Centre de Physique des Particules de Marseille

Cet exposé est un abrégé d'un cours déjà donné dans plusieurs écoles de physique des particules, nous nous contenterons donc de donner une référence en français d'un cours de Gif-sur-Yvette, et pour ce qui concerne l'effet EMC une référence à une session de travail organisée par le DPhPE de Saclay.

Références :

Workshop on nuclear effects in deep inelastic (EMC effect)
DPhPE 84-02 June 1984

Cours de Gif-sur-Yvette 1981, Diffusion Profondément Inélastique, J.-J. Aubert, p.181-208

**POSSIBILITE DE DECONFINEMENT DES QUARKS ET GLUONS
AVEC DES IONS LOURDS**

G.W. LONDON

DPHPE, CEN Saclay

RESUME: L'étude expérimentale de déconfinement des quarks et gluons suppose que l'on ait des volumes nucléaires de grande densité d'énergie. Ces conditions ne peuvent être remplies, en laboratoire, que dans les collisions ultra-relativistes noyau-noyau. Même si l'on manquait de perspectives intéressantes (le plasma de quarks et de gluons), ces nouvelles conditions extrêmes suffiraient pour établir un programme expérimental. Le but minimum de ce programme devrait être l'étude de ces conditions, extrêmes et complexes, pour détecter la présence de nouveaux processus physiques. Cette approche modeste est nécessaire du fait que nous n'avons que des guides qualitatifs pour les sondes de la transition de phase entre la matière hadronique et la nouvelle matière de quarks libres. Dans cet article, nous donnons un aperçu des idées qui nous conduisent à la prédiction d'une transition de phase. Nous décrivons l'environnement attendu des collisions à haute énergie de noyau sur noyau. Des signatures possibles du plasma de quarks et de gluons sont décrites. Pour observer un processus nouveau, nous devons varier la densité d'énergie; plusieurs méthodes sont suggérées. Enfin, les programmes expérimentaux futurs, et en particulier au CERN-SPS, sont résumés.

ABSTRACT: Only in ultra-relativistic nucleus-nucleus collisions can extended regions of nuclear matter with high energy densities be produced under laboratory conditions. Even if there were no exciting expectations (the quark-gluon plasma), these new extreme conditions are reason enough to perform an experimental program. The minimum aim of this program should be to investigate these extreme and complex experimental conditions in order to isolate new physical processes. This modest approach is necessitated by the fact that we have only qualitative guides for the probes of the phase transition between ordinary hadronic matter and quark matter. In this article, we give a brief view of the ideas behind the prediction of a phase transition. We describe the expected high energy nucleus-nucleus environment. Possible signatures of the quark-gluon plasma are described. In order to observe a new process, one must vary the energy density; various methods are suggested. Finally, future experimental programs, especially at the CERN-SPS, are summarized.

I- INTRODUCTION

Dans la théorie des interactions fortes (QCD), les forces à courte portée ont une intensité faible et celles à longue portée ont une intensité élevée. Ce comportement, contraire à celui de l'électromagnétisme, caractérise la propriété de confinement de la matière hadronique. A l'heure actuelle, il n'a jamais été donné d'observer les quarks et les gluons à l'état libre. Mais la chromodynamique prédit en fait 3 états de la matière hadronique: les hadrons où les quarks et les gluons sont confinés, un plasma où les constituants fondamentaux sont <<déconfinés>>, et un état où les masses constituantes des quarks sont nulles.

Pour obtenir la phase de déconfinement des quarks/gluons, il faut chauffer et/ou comprimer la matière nucléaire. Le volume doit être assez grand pour permettre la thermalisation. La seule façon peut-être d'induire cette transition de phase serait de faire des collisions d'ions lourds ultra-relativistes.

L'observation directe de la transition nécessite de faire varier la densité d'énergie ou de matière. Cette possibilité nous est donnée en changeant l'énergie du faisceau incident, les masses atomiques des noyaux entrant en collisions, et/ou en analysant les collisions à faible paramètre d'impact (collisions centrales). Les signatures proposées sont la production anormale de dileptons, de photons directs, de particules étranges. Par exemple, la production anormale de dileptons proviendrait de l'annihilation d'une paire de quark et anti-quark produits dans l'interaction, et mesurerait la température du plasma. Etant donné les incertitudes théoriques, des expériences exploratoires vont chercher à obtenir le maximum d'informations sur les collisions d'ions lourds à très haute énergie.

Des volumes nucléaires portés à une grande densité d'énergie peuvent être étudiés dans le laboratoire seulement dans les collisions de noyau-noyau ultra-relativistes. *Même sans prédiction excitante, cette possibilité d'étude exploratoire dans un domaine nouveau est suffisante, à mon avis, pour établir un programme expérimental.* Le but minimum de ce programme devrait être l'investigation de ces nouvelles conditions expérimentales pour essayer de mettre en évidence de nouveaux processus. Les prédictions quantitatives pour les densités d'énergie et de baryons dépendent des calculs basés sur des modèles, tel que le modèle hydrodynamique. Le choix d'une approche modeste est nécessaire car il n'y a aucune indication expérimentale claire que les calculs basés sur l'hydrodynamique aient un sens et rien ne permet d'affirmer qu'il y aura équilibre thermique. Il n'y a pas non plus une signature définitive proposée par les théoriciens pour détecter la transition de phase entre quarks-gluons confinés et quarks-gluons déconfinés.

Cet article est organisé de la manière suivante. Au chapitre II, nous présentons quelques arguments simples qui indiquent ce qu'est le confinement et pourquoi le déconfinement est prédit dans certaines conditions. Au chapitre III, nous décrivons l'environnement attendu dans les interactions noyau-noyau ultra-relativistes, que nous avons simulé par un programme de Monte-Carlo basé sur un modèle de quarks et gluons. Ceci nous donne, à la fois, une idée des problèmes expérimentaux et un point de comparaison pour voir si un processus inattendu est présent. Des signaux possibles pour le plasma de quarks-gluons sont décrits dans le chapitre IV. Pour observer un nouveau processus, pour que le signal devienne 'signature', il faut varier la densité d'énergie; ceci est décrit dans le chapitre V. Les programmes expérimentaux prévus, et en particulier celui du SPS, sont décrits brièvement dans le chapitre VI.

Nous n'avons pas la prétention de faire un article de référence car le sujet est vaste et complexe. Notre but est de faire une introduction aux aspects expérimentaux des collisions d'ions lourds relatifs au plasma de quarks et de gluons, indiquant les grandes lignes du sujet, et incitant le lecteur, nous l'espérons, à approfondir sa compréhension en se référant à la littérature. Voir [1] pour une liste non-exhaustive de références sur ce sujet. Dans le cours de Madeleine Soyeur [2] donné à la 16^e Ecole d'Eté de Physique des Particules de Gif-sur-Yvette (1984), se trouvent des références complémentaires, axées plus sur la théorie.

II- QUELQUES IDEES SUR LA PREDICTION DE DECONFINEMENT

Nous donnons un aperçu des idées prédisant l'existence d'une transition de phase dans la matière nucléaire.

Depuis le modèle du noyau en forme de gouttelette de liquide, les physiciens nucléaires ont considéré les propriétés thermodynamiques du noyau. Le diagramme de phase (c'est-à-dire, la relation entre la température ou la densité d'énergie, et la pression ou la densité baryonique) de la matière nucléaire est potentiellement d'une grande richesse. A des densités typiques, $\approx A$ nucléons/ $4\pi R^3/3 \approx 0.17$ nucléons/ fm^3 où

$$R = 1.2 A^{0,33} \text{ fm},$$

la matière nucléaire est composée de nucléons; le fait que ces nucléons soient composés de quarks et de gluons colorés est masqué parce que ces quarks et gluons sont confinés comme dans un sac sans couleur [3] que nous appelons le nucléon. Seules les interactions à grand moment transverse sur des noyaux ont pu mettre en évidence la nature constituante des nucléons.

Que se passe-t-il quand un projectile composé de B nucléons interagit avec une cible composée de A (>B) nucléons? Les deux noyaux apparaissent aplatis dans le centre de masse de la collision; ils deviennent des disques de rayon, R_A ou R_B , et d'épaisseur, R_A/γ_A ou R_B/γ_B , γ étant la contraction de Lorentz, $\approx E/M$. Du point de vue des interactions, cette épaisseur est limitée à ≈ 1 fm (voir l'argument détaillé dans [4]) par les quanta des interactions fortes, les partons (gluons et paire quark-antiquark) de la mer, i.e. du vide physique. Ceux-ci ont de faibles impulsions. Regardons la région centrale (densité baryonique ≈ 0) et faisons, d'une manière un peu simpliste, le calcul géométrique du volume de l'interaction pour une collision centrale à haute énergie:

$$V = \pi R_B^2 \times 1 \text{ fm}^3$$

Notons que le volume d'interaction pour oxygène (B=16) sur plomb (A=208) est 30 fm^3 .

Supposons que le projectile ait une énergie de 200 GeV/nucléon dans le laboratoire. Combien de mésons π sont produits dans ce volume? Pour répondre à cette question, nous allons extrapoler nos connaissances des interactions p-p et p-A à haute énergie et des interactions B-A à basse énergie aux interactions B-A à haute énergie. La multiplicité moyenne de pions dans les interactions p-p à l'énergie considérée est de l'ordre de 10 dont la moitié dans la région centrale. Pour les interactions p-A, la multiplicité augmente lentement à haute énergie, proportionnelle à $A^{0,2}$ [5]. Pour les interactions B-A à basse énergie (environ 2 GeV/nucléon), la dépendance de la multiplicité sur le nombre atomique du projectile a été mesurée: $B^{0,15}$ [6].

Pour pouvoir utiliser cette dépendance à haute énergie, regardons le comportement de la section efficace de basse énergie à haute énergie. La section efficace totale des interactions B-A a été paramétrée à basse énergie [7]:

$$\sigma = 68.8 (A^{0,33} + B^{0,33} - 1.32)^2 \text{ mb.}$$

Ceci prédit correctement la section efficace $\alpha\alpha$ aux énergies ISR, équivalent à un faisceau de 450 GeV/nucléon sur cible fixe. La section efficace et la multiplicité étant reliées, nous estimons que la dépendance de la multiplicité sur le nombre atomique du projectile à haute énergie est la même que celle à basse énergie.

Pour une collision centrale, la dépendance est proportionnelle à B^1 , par définition. Nous attendons dans la région centrale et pour une collision centrale de plomb ($A=208$) et d'oxygène ($B=16$), chaque nucléon interagissant indépendamment:

$$\langle n(B-A) \rangle \approx 5 A^{0.2} B^1 \approx 230 \text{ pions.}$$

Nous pouvons estimer le volume minimum que ces pions occuperaient, en supposant que chaque pion est distinct, et en utilisant le modèle de sacs [3] pour estimer le volume d'un pion. Dans ce modèle, calqué sur QCD, un hadron est composé de quarks confinés dans un volume, le sac (le vide perturbatif) entouré du vide physique qui exerce une pression sur le sac. La pression du vide physique est ajusté au spectre hadronique. Le volume du sac est déterminé par rapport à ce paramètre par une minimisation de l'énergie du sac. Par ce calcul, le volume d'un pion est estimé: 0.5 à 1 fm³. Ceci donne pour la région centrale et des collisions centrales d'oxygène et plomb:

$$\frac{V_{\text{pions}}}{V_{\text{interaction}}} = 4 \text{ à } 8.$$

Ceci implique qu'il y aurait un grand recouvrement des sacs. Les 230 pions ne peuvent pas être contenu dans les 30 fm³ disponible s'ils restent distincts. Les mésons doivent se dissoudre en leurs composants élémentaires, les quarks et les gluons colorés. Ce processus s'appelle le **déconfinement**.

Le résultat de ce calcul simple, la possibilité de déconfinement, est obtenu plus sérieusement par l'analyse de QCD.

La chromodynamique quantique (QCD) contient la possibilité de confinement car les gluons sont colorés, permettant une interaction à trois gluons. Dans la renormalisation de la constante de couplage (i.e. le calcul des effets des graphes d'ordre supérieur), pour un petit nombre de quarks distincts, les fluctuations du vide, où deux graphes de correction opposée sont additionnés (voir figure 1), donnent une nette correction positive due à l'interaction à trois gluons. Ceci donne un effet d'anti-écran vis-à-vis de la couleur. Au contraire, dans le cas de électrodynamique quantique (QED) où seulement un graphe existe, les paires e^+e^- virtuelles font écran vis-à-vis de la charge électrique. La constante de couplage de QED est petite à nos énergies tandis que la constante de couplage de QCD a deux extrêmes: (1) elle est petite à petite distance (grand moment de transfert), c'est la région de la *liberté asymptotique*, et (2) grande à grande distance (petit moment de transfert), c'est la région de *confinement*. Cette dernière région requiert des calculs non-perturbatifs.

Les calculs non-perturbatifs se font depuis quelques années par une discretisation du problème: l'étude de la QCD sur réseau [8] à densité baryonique nulle (i.e. la région centrale) montre l'existence d'une transition de la matière hadronique à un gaz de quarks et de gluons à une température de l'ordre de 200 MeV. En dessous de cette température, les calculs de QCD sur réseau indique le confinement, au dessus, le déconfinement. Il convient de souligner le caractère préliminaire de ces calculs, les effets dus à la taille finie des réseaux n'étant pas

complètement maîtrisés. En présence de quarks légers, les calculs sur réseau sont plus complexes et des approximations mathématiques doivent être faites.

La transition de phase pourrait également se produire dans les régions de fragmentation des noyaux mais on ne dispose pas pour l'instant de calculs sérieux dans ces régions où la densité baryonique est finie.

La dynamique des collisions d'ions lourds ultra-relativistes a suscité de nombreux travaux théoriques, essentiellement basés sur le modèle hydrodynamique. Ce modèle n'a presque pas de fondements expérimentaux, voir appendice B. Par ailleurs, le problème majeur est celui de l'établissement d'un équilibre thermodynamique dans un temps très court (quelques 10^{-23} sec) après la collision. Intuitivement, on comprend qu'il faille un grand volume d'interaction, donc des interactions noyau-noyau, et une grande multiplicité de particules produites, donc des interactions à haute énergie. Reste à comprendre l'évolution du système de quarks et de gluons et le processus d'hadronisation pour pouvoir donner des signatures de la transition.

Ceci souligne la complexité du problème que l'on veut traiter, et dont l'enjeu est de taille: sonder la région non-perturbative de QCD, c'est essayer de comprendre le confinement, de même que d'approfondir nos notions du vide physique.

III- L'ENVIRONNEMENT EXPERIMENTAL ATTENDU DANS LES INTERACTIONS NOYAU-NOYAU ULTRA-RELATIVISTES

Pour pouvoir préparer des expériences et, plus tard, avoir un étalon pour comparer les résultats, il faut avoir un générateur d'interactions noyau-noyau. Ce générateur doit rendre compte correctement des données p-p et p-A à haute énergie, et prédire les interactions B-A sans paramètre supplémentaire.

Un générateur d'interactions noyau-noyau en forme de programme Monte Carlo a été développé à Saclay [9]. Ce programme, basé sur un modèle des interactions de quarks et gluons colorés, le Dual Parton Model [10], prédit correctement les données à bas p_{\perp} de p-p et p-A à partir d'environ 50 GeV/c. Ce n'est pas notre intention de résumer toutes les données des interactions p-p et p-A à bas p_{\perp} ; nous donnerons quelques exemples pour montrer que notre générateur reproduit correctement les données et peut donc être utilisé pour prédire l'environnement "ordinaire" des interactions ultra-relativistes noyau-noyau.

Nous allons traiter successivement en ce chapitre quelques données des interactions p-p et p-A, la description du générateur Monte Carlo, les prédictions pour les interactions p-p, p-A, B-A et la comparaison avec les données, et, finalement, les implications des prédictions B-A pour les expériences, en particulier, pour les cibles.

1 - Interactions p-p et p-A à 200 GeV/nucleon (i.e. $\sqrt{s}=20$ GeV)

La section efficace totale pour les interactions p-p est 39 mb. Elle se partage en 7 mb pour les interactions élastiques et 32 mb pour les interactions inélastiques, dont 7 mb correspond aux interactions diffractives simples [11].

Dans la figure 2, nous montrons, pour les interactions p-p, les distributions différentielles en rapidité des particules chargées tandis que dans la figure 3, nous montrons les mêmes distributions pour les interactions p-A et, séparément, pour les particules négatives. La rapidité est définie comme un angle de rotation d'une transformation de Lorentz:

$$y = \text{arctanh}(p_{\perp}/E)$$

Les distributions des deuxième et troisième moments (D et S respectivement) de la distribution en multiplicité en fonction de la multiplicité moyenne sont données par la figure 4 [12], où

$$D = [\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle]^{0,5} \text{ et}$$

$$S = [\langle (n - \langle n \rangle)^3 \rangle]^{0,33}.$$

2 - Générateur Monte Carlo

La plupart des interactions p-p et p-A (i.e. petit p_t) sont bien décrites dans le cadre du Dual Parton Model (DPM). Décrivons ce modèle pour les interactions p-p et faisons l'extension aux interactions p-A.

a) Interactions p-p

Pour les interactions pp, le DPM est basé sur le diagramme qu'on peut voir en figure 5. Une collision inélastique non-diffractive est considérée comme étant due à un échange de couleur. Chaque nucléon est séparé en un quark de valence à petite rapidité en moyenne et un diquark à grande rapidité en moyenne. Dans toute la suite, un diquark est un objet indissociable, constitué de deux quarks de valence plus des gluons. On pourrait bien sûr imaginer d'autres modèles sans diquarks mais ceci est très commode pour conserver le nombre baryonique. Le diagramme est d'ordre 0 et n'inclut pas la diffraction. Les quarks et les diquarks sont reappariés, compte tenu de la couleur, sous forme de cordes.

Si l'on admet que, dans leur système du centre de masse, chaque corde fournit une distribution plate en rapidité pour les hadrons, il est facile de voir qu'un tel schéma donne un plateau en rapidité en première approximation. En figure 5, la contribution de chaque corde à la distribution en rapidité est soulignée. Les fonctions de structure pour les quarks de valence et les gluons (auxquels les paires q-qbar de la mer sont associés dans notre version du DPM) sont $[x_{\pm}(E+p_{\pm})/(E+p_{\pm})_{\max}]$:

$$f(x) = (1-x)^a/x \text{ pour quarks de valence, } a=2.5 \text{ (3.5)}$$

pour les u (d) quarks dans le proton.

$$f(x) = (1-x)^b/x \text{ pour les gluons avec } b=4.$$

Les cordes sont fragmentées selon le modèle de LUND, dont les paramètres ont été ajustés aux données de e^+e^- de CELLO [13]. La courbe qui apparaît sur la figure 2 montre que la distribution en rapidité pour les données p-p est bien reproduite; ceci est vrai bien que les données incluent la diffraction.

b) Interactions p-A

Le DPM est étendu aux interactions p-A en faisant l'hypothèse supplémentaire que le temps d'hadronisation est beaucoup plus grand que le temps entre collisions. Dans la figure 6, nous montrons l'extension du diagramme de base à deux collisions. La deuxième collision inélastique est due au rayonnement d'un gluon par le diquark (\equiv à la création d'une paire q-qbar issue de la mer). Les cordes, qui doivent être blanches, seront dans une certaine distribution de couleur que le lecteur peut appliquer: (d_1, v_1) , (v_2, m_2) , (d_3, m_3) et (v_4, d_4) où d=diquark, v=quark de valence, et m=quark de la mer. Les contributions de chaque corde à la distribution en rapidité sont indiquées. Il est évident du point de vue qualitatif pourquoi il y a un décalage de la distribution vers les rapidités de la cible, $y < 0$. Nous pouvons calculer la section efficace et le nombre moyen des collisions du proton incident; voir Appendice A. Les courbes de la figure 3 démontrent que la distribution expérimentale en rapidité dans les interactions p-Xe n'est pas

mal reproduite pour toutes les particules chargées et bien reproduite pour les particules négatives. La mauvaise reproduction à basse rapidité pour la distribution de toutes les particules chargées vient d'une mauvaise prédiction pour le nombre de protons dans cette région par rapport aux données. En fait, le nombre prédit est à peu près $\frac{1}{2}$ du nombre expérimental. Ceux-ci sont des protons avec impulsions jusqu'à 600 MeV/c. Un essai préliminaire pour inclure des processus de cascades n'arrange pas ce problème. Il faudrait probablement introduire le moment de Fermi avec sa distribution qui s'étend vers 1 GeV/c et qui peut produire des protons spectateurs dans cette région de rapidité.

La multiplicité moyenne et les moments supérieurs ne sont pas mal reproduits en forme (voir figure 4). Nous avons étendu le DPM en introduisant la diffraction, utilisant la même philosophie mais sans échange de couleur; ceci donne une amélioration à la valeur absolue.

c) Prédictions pour les interactions O-Au

La distribution en rapidité de toutes les particules secondaires est montrée à la figure 7 ainsi que l'influence de différentes coupures éventuelles sur les événements. Les distributions sont moins piquées vers l'arrière que dans le cas des interactions p-Au. Il y a un grand changement de multiplicité attendue quand on passe des interactions sans coupure aux collisions centrales sans et avec coupure en E_T . Ces distributions montrent bien les difficultés pour l'expérimentateur, en particulier au niveau de la granularité de son détecteur, étant donné les grands dN/dy , et au niveau de la quantité de matière que représente son détecteur; ceci doit minimiser les effets d'interactions secondaires.

3 - Implications pour la cible

Les expériences avec faisceaux et cibles nucléaires, de nombre atomique élevé, présentent des problèmes difficiles liées aux interactions secondaires et les conversions de photons. Si l'on considère un événement à grand E_T , pour lequel la multiplicité typique est de l'ordre de 1000, une cible qui représente $\frac{1}{2}$ d'une longueur d'interaction hadronique (par exemple, 4 cm de plomb) sera le siège de centaines d'interactions secondaires et de gerbes électromagnétiques. Parmi ces interactions secondaires, certaines seront initiées par les fragments. Ces considérations impliquent l'utilisation d'une cible mince. L'épaisseur de cette cible pour les secondaires ne peut être que de quelques 10^{-3} longueurs d'interactions.

L'inconvénient de telles cibles minces est que l'on réduit considérablement le taux d'événements. Cette perte peut, au moins partiellement, se compenser par l'utilisation d'un faisceau à haute intensité. A part le problème des limitations sur le faisceau, par exemple au CERN-SPS (voir chapitre VI), il y a aussi un problème d'empilement dans le temps de particules du faisceau, en particulier si on utilise des calorimètres dans le trigger.

Pour résoudre ces problèmes, l'expérience NA34 [14] a proposé de construire une cible active, c'est-à-dire, une cible dont les éléments sont des fils cathodiques d'une chambre proportionnelle. Ceci est concevable car la géométrie du faisceau extrait est spéciale, voir chapitre VI. En effet, nous pouvons produire un faisceau de dimensions $(0.1 \times 10) \text{ mm}^2$, où la petite dimension correspond au diamètre du fils cathodique. Dans la figure 8, nous montrons la structure de cette chambre. La charge est mesurée sur les anodes, cellule par cellule, par un

ADC. Nous pensons utiliser deux portes pour chaque cellule, une porte large qui mesure la charge totale dans la cellule, et une porte étroite qui mesure la charge dans la direction du faisceau. Ceci est possible car le gaz choisi a une petite vitesse de dérive, ce qui permet une bonne définition dans l'espace. La figure 9 montre l'effet d'une collision centrale, les 16 nucléons du projectile interagissant, sur un fil. Nous avons montré la distribution angulaire des particules chargées produites dans l'interaction mais nous avons réduit arbitrairement le nombre par 5 pour la clarté. La figure 10 montre l'effet d'une collision typique, avec 8 nucléons interagissant, sur un premier fil, suivie d'une collision centrale du fragment spectateur du projectile sur un autre fil.

Avec cette cible, qui a 200 fils, nous avons 0.2 longueurs totales d'interaction avec une identification du fil sur lequel s'est produit l'interaction. Nous pouvons rejeter les événements avec ré-interaction. Nous pouvons mesurer la charge totale à la production laquelle est proportionnelle à la multiplicité chargée, la charge dans la direction du faisceau ce qui donne une idée des fragments spectateurs chargés du projectile. Nous pouvons avoir des cibles-fils de nombre atomique différent. Il ne reste qu'à mettre en oeuvre cette petite merveille!

IV- SIGNATURES POSSIBLES DU PLASMA DE QUARKS-GLUONS

Il est toujours possible de rêver que la transition de phase se manifesterait clairement: voir figure 23 où l'on montre la dépendance du moment transverse moyen des événements du collisionneur SPS et des rayons cosmiques en la densité d'énergie des événements. Pour le calcul du dernier, voir (1) du chapitre prochain.

Aucune signature claire et sans ambiguïté n'a été proposée par les théoriciens. Cependant nous donnons quelques indications de ces propositions en envoyant le lecteur aux références pour les arguments détaillés.

1 - Température de l'environnement primordial

La température est un des deux paramètres du diagramme de phase qui nous concerne. Pour que la notion de température ait un sens, il faut un équilibre thermodynamique. Ceci implique probablement, comme nous l'avons dit, des interactions de noyau-noyau ultra-relativistes pour pouvoir produire un grand nombre de particules (π , K, etc) dans un grand volume.

Nous donnons dans cette section quelques mesures possibles de cette température.

a) Distribution inclusive de particule simple

On a mesuré à bas énergie [6] la section efficace inclusive de particules simples pour noyau+noyau \rightarrow h+X, où h= π , p, K. Par exemple, voir figure 11. La section efficace a été ajustée à l'aide d'un paramètre, E_0 , à la fonction $dN/dT^* \approx \exp\{-T^*_h\}$, où T^*_h est l'énergie cinétique du hadron h dans le centre de masse nucléon-nucléon de la réaction. A cette énergie, il serait abusif de faire l'équivalence, $E_0 \approx$ température, mais à haute énergie, cette identification pourrait devenir raisonnable, c'est-à-dire une mesure de l'énergie cinétique moyenne.

En faisant la distribution de $E_0(h)$ en fonction de l'énergie du faisceau/nucléon dans le centre de masse, on a la figure 12. Nous observons que $E_0(\pi) < E_0(p) < E_0(K)$. Ceci est expliqué par l'absorption car les sections efficaces, h-p, augmentent: $\sigma(hp) > \sigma(p) > \sigma(K)$. Par exemple, un π et un K, qui ont le même E_0 à leur création, auraient des E_0 effectifs différents car la distribution dN/dT^*_h deviendrait plus piquée pour le π que pour le K: $E_0 > E_0(K) > E_0(\pi)$. Si on avait pu faire une expérience inclusive, γ +X, on attendrait un $E_0(\gamma)$ encore plus grand. Par ce raisonnement, on a l'image qualitative instantanée de la réaction qu'on trouve dans la figure 13a. En augmentant l'énergie du faisceau et en sélectionnant des collisions centrales (voir chapitre V), nous pouvons augmenter E_0 (\approx température) et peut-être atteindre les conditions décrites en figure 13b, ou dans d'autres termes, en figure 13c.

Notons dans la figure que, les hadrons étant formés à la frontière du plasma et interagissant dans la matière nucléaire froide avant d'arriver dans les détecteurs, leur température mesurée serait $< T_c$.

b) Photons

Les sondes électromagnétiques ont souvent été utilisées avec succès pour l'étude d'objets composites (elles ont même servi à mettre en évidence cet aspect composite) car l'interaction électromagnétique mesure les densités locales de charge. Des études de la diffusion profondément inélastique de muons et d'électrons, de la production de di-leptons à grande masse, de l'annihilation e^+e^- , et de la production de photons directs à grand p_t forment les bases (avec les interactions de neutrinos) de notre connaissance de la nature composite des hadrons.

Etant donnée leur absence d'interaction forte dans l'état final, la production de photons directs devrait offrir un signal assez propre de leur point de création dans l'interaction noyau-noyau. Malheureusement, il n'est pas évident comment résoudre les problèmes expérimentaux posés par les multiples π^0 .

c) Paires de leptons: spectre en masse extrêmement riche en information

Dans la figure 14, on montre la section efficace différentielle mesurée en fonction de la masse des di-leptons pour les interactions p-p et p-A.

Les di-leptons, comme les photons, n'interagissant pas dans l'état final, devraient aussi offrir un signal assez propre de leur point de création dans l'interaction noyau-noyau [15]. La production de di-leptons dans le plasma de quarks et de gluons provient d'un mécanisme différent de la production par le processus de Drell-Yan [16]. Voir figure 15. Le premier mécanisme provient de l'annihilation de quarks produits dans l'interaction tandis que le deuxième provient de l'annihilation de partons de l'état initial. La distribution en rapidité pour le premier processus dépend de la température et de la densité baryonique atteintes dans les boules de feu, soit dans les régions de fragmentation, soit dans la région centrale. Voir figure 16.

La production de di-leptons peut être étudiée en différentes régions de masse, chacune reflétant un aspect différent de l'état déconfiné:

- Basse masse (en dessous du ρ), bas p_t : étude de la distribution de température à des masses comparables à la température de déconfinement. La production "anormale" de di-leptons vue dans les interactions hadron-hadron et hadron-noyau, voir figure 17, pourrait être déjà associée à des partons mous produits dans la collision [17], mais cette explication est toujours controversée.
- Région des ρ, ω : étude de la variation des masses constituantes des quarks légers qui devraient tendre vers 0 (restauration de la symétrie chirale [18]). Par exemple, si on fait l'hypothèse que les transitions de déconfinement et de la restauration de la symétrie chirale se font à la même température, en approchant cette température par le bas, le spectre de di-lepton de basse masse pourrait être dominé par les ρ, ω , les masses de celles-ci diminueraient et leurs largeurs divergeraient. La distribution angulaire pour toute la région du seuil jusqu'au ρ, ω serait dominée par le spin-parité=1.
- Région du ϕ : étude de la production de quarks étranges. Dans les références [19], il est montré que l'équilibre chimique pour les quarks étranges est atteinte rapidement par le processus $g+g \rightarrow s+sbar$. Dans les régions de rapidité riche en baryons (formés de quarks u et d), par exemple les régions de fragmentation, l'existence d'un niveau de Fermi pour les

quarks u et d augmente la production de s et $s\bar{s}$ relative à la production de $u\bar{u}$ et $d\bar{d}$, même en tenant compte de la masse assez élevée du quark- s . A des températures d'environ 200 MeV on prédit que les densités de s et $s\bar{s}$ sont à un facteur deux des densités de u et d . Voir figure 18.

- Continuum de masse entre le ϕ et le ψ : étude de la queue de la distribution de température. Il est assez difficile de prédire l'effet de cette queue [15c,20] sur la distribution de masse des di-leptons bien que l'étude de queues de distributions a été très importante dans d'autres contextes.
- Région du ψ : étude des quarks charmés. Les quarks charmés interagiraient beaucoup plus faiblement que les quarks plus légers [déduit du fait expérimental, $\sigma(\psi p) \ll \sigma(\rho p)$ et le modèle additif de quarks]; de ce fait, ils peuvent donc jouer un rôle intermédiaire entre les quarks légers et les photons (vrais et virtuels) [21].
- Continuum à haute masse (au-dessus de $4 \text{ GeV}/c^2$): étude du processus Drell-Yan. La production thermique de paires de leptons est détectable au-delà de la limite cinématique p - p , mais la section efficace est très faible [22].

2 - Potentiel chimique

Une variable évidente, sensible au potentiel chimique, i.e. bilan non-nul de saveur de quarks, est l'étrangeté. Dans la discussion sur le ϕ , on a indiqué pourquoi les quarks s et $s\bar{s}$ pourrait être favorisés dans la région de fragmentation par rapport aux quarks $d\bar{d}$ et $u\bar{u}$, approchant même, à haute température, les densités des quarks u et d . Ceci implique que les rapports sensibles à l'étrangeté (K/π , Λ/p , etc) devraient augmenter [19].

3 - L'hydrodynamique de la transition de phase: fluctuations

Si on fait l'hypothèse que la transition de phase correspondant au déconfinement est de premier ordre avec une grande chaleur latente, des bulles de hadrons peuvent être formés un peu en-dessous (super-froid) de la température de transition [23].

Sans rentrer en détail, nous citons quelques conséquences possibles de ces expansions explosives:

1. distribution symétrique en azimuth des hadrons avec grand E_T .
2. la formation des bulles pourrait produire des fluctuations importantes en densité de rapidité.

V- MESURES DE LA DENSITE D'ENERGIE

1 - Estimation de la densité d'énergie dans le modèle hydrodynamique

Le modèle hydrodynamique [4] donne une estimation de la densité d'énergie dans la région centrale en fonction de la densité en rapidité (dN/dy), de l'énergie transverse ($E_T = m^2 + p_T^2$) et d'un temps propre d'hadronisation, τ , en faisant l'hypothèse d'un plateau dans la région centrale. Pour les réactions A-A, il prend, par rapport à p-p, la dépendance en A de la multiplicité $= A^{0,2} \cdot A^{0,75} = A^{1,1}$. Voir chapitre II.

$$E_{AA} = dE/dy \cdot \Delta y = (dN/dy)_{pp} \cdot E_T \cdot A^1 \cdot \Delta y$$

Avec l'approximation $\beta \approx x/t$, nous obtenons

$$(1) \epsilon = E/V = (dN/dy)_{pp} \cdot E_T \cdot A^{0,33} / (1.2)^2 \cdot \pi r$$

Notons que $(dN/dy)_{pp} = 2.4$ aux énergies de $\sqrt{s} = 28$ GeV et que $E_T \approx 0.5$ GeV/c. En général, avec peu de justification, les théoriciens prennent $r \approx 1$ fm.

En somme, l'équation (1) est souvent utilisé pour estimer la densité d'énergie mais une certaine précaution est raisonnable.

2 - Variation de la densité d'énergie

Nous voulons caractériser un signal (voir chapitre précédent) à l'aide d'un paramètre mesurable qui est proportionnel à la densité d'énergie. Nous pouvons utiliser plusieurs paramètres pour varier la densité d'énergie: l'énergie du faisceau incident, les masses atomiques des noyaux entrant en collision. Nous pouvons utiliser également, mais indirectement, le paramètre d'impact (voir plus loin).

Des expériences au SPS (voir chapitre suivant) proposent de faire varier l'énergie et le nombre atomique du faisceau (avec les implications évidentes pour tous les utilisateurs). D'autres proposent une variation du nombre atomique de la cible et la mesure d'une quantité proportionnelle au paramètre d'impact, voir section suivante.

3 - Indications de collisions centrales (paramètre d'impact=0)

Dans une interaction typique d'oxygène, 8 nucléons interagissent et 8 restent en forme de fragments nucléaires spectateurs, par exemple, Li^{3+} , Li^{3+} , Be^{4+} , Be^{4+} , etc. Les fragments nucléaires spectateurs gardent la rapidité du faisceau et ont une distribution transverse donnée par le moment de Fermi. A 200 GeV/c par nucléon, un angle typique des fragments nucléaires est 1 mrad. Ces fragments représentent une énergie considérable dans la direction du faisceau. Par contre, une collision centrale est caractérisée par l'absence de fragments nucléaires du faisceau et donc par l'absence de cette grande énergie dans la direction du faisceau, par une grande énergie dans le centre de masse ce qui donne par exemple une grande énergie transverse (E_T), par une grande multiplicité et par une distribution azimuthale de l'énergie et de la multiplicité qui tend vers l'isotropie.

Nous pouvons faire le résumé de ces considérations:

1. Absence de fragments du faisceau. Il faut un calorimètre qui mesure finement vers l'avant et/ou il faut mesurer ΣZ^2 dans la direction du faisceau. Voir chapitre III.3.b.
2. Grande E_T . Il faut un calorimètre 4π et très segmenté. La figure 19 montre la sensibilité de la mesure de E_T au nombre de participants et, indirectement, au paramètre d'impact.
3. Haute multiplicité. Il faut un compteur de multiplicité bien segmenté, de préférence insensible aux fragments nucléaires de la cible qui ont une faible impulsion (i.e. β petit). Par exemple, on pourrait utiliser de l'altuglas sensible dans le UV comme compteur Cerenkov. Mais dans cette étude, il faut prendre en compte la longueur de radiation de la cible et celle du compteur en raison des conversions des nombreux photons produits. Ces conversions peuvent donner lieu à de grandes fluctuations qui fausseraient la mesure de la multiplicité.
4. La symétrie azimuthale en énergie ou en multiplicité. Il faut une bonne segmentation du calorimètre ou du compteur de multiplicité.

4 - Volume d'interaction en espace-temps: interférométrie Bose-Einstein

Il est important de mesurer la densité d'énergie. Par exemple, une mesure de la dépendance de E_T sur le volume d'interaction, $E_T(V)$, est fondamentale. Mais comment mesure-t-on le volume d'interaction?

a) L'idée de base

On peut imaginer que les pions, kaons, etc qui sont produits dans les interactions h-h, h-A, B-A proviennent d'un volume de hadronisation. L'interférométrie [24] donne une mesure de la distribution spatiale des pions, etc au point de leur dernière diffusion qui est, en moyenne, en dehors du volume d'hadronisation. Si on pouvait faire de l'interférométrie avec

des photons produits directement dans le volume de l'interaction, on aurait une mesure direct de ce volume.

Supposons que nous mesurons deux bosons identiques avec quadri-moments k_1 et k_2 et provenant de deux points dans l'espace-temps x_A et x_B . Soit nous avons la combinaison $\psi_{1A} \psi_{2B}$ ou $\psi_{1B} \psi_{2A}$, où, par exemple,

$$\psi_{1A} = \exp(-i k_1 x_A + i a)$$

Pour des bosons identiques, nous devons symétriser:

$$A_s = 1/\sqrt{2} [\psi_{1A} \psi_{2B} + \psi_{1B} \psi_{2A}]$$

ou

$$|A_s|^2 = 1 + \cos[(k_1 - k_2)(x_A - x_B)]$$

Si il n'y a pas symétrisation (par exemple, particules non-identiques ou particules de deux événements différents), nous avons $|A_{ref}|^2 = 1$. Pour faire une comparaison correcte, les particules doivent avoir les mêmes corrélations dynamiques; par exemple, la comparaison de $\pi \pi$ avec $\pi \pi$ devrait être faite avec prudence car la deuxième combinaison comporte des effets de résonances.

Donc, pour deux points dans l'espace-temps, nous attendons pour le rapport, $R = |A_s|^2 / |A_{ref}|^2$,

$$R(k, x) dx = 1 + \cos[(k_1 - k_2)(x_A - x_B)]$$

Supposons que nous ayons i particules identiques avec une distribution, $f(x_1)$, dans l'espace-temps. Dans ce cas, nous avons

$$R(k) = \int \{1 + \cos[\Delta k(x_1 - x_2)]\} f(x_1) f(x_2) d^4 x_1 d^4 x_2$$

En particulier, supposons que $f(x)$ soit Gaussienne:

$$f(x) \approx \exp[-0.5(r/r_0)^2] \exp[-0.5(t/\tau)^2]$$

Nous obtenons:

$$(2) R(q, E) = C \{1 + a \exp[-(\beta q^2 + \gamma E^2)]\}$$

où q et E représentent les impulsions et énergies relatives, et où $r_0 = 0.197/\beta$ fermi et $\tau = 0.197/\gamma$ fermi. Le paramètre a mesure le degré de corrélation: $|a| \leq 1$.

La figure 20 montre un exemple [25] de R vs q_{\perp} (moment transverse relatif) avec q_{\parallel} (moment longitudinal relatif) < 0.30 GeV/c. L'ajustement de (2) aux données a été fait avec $\gamma = 0$.

b) Déterminations expérimentales du volume dans l'espace-temps

Nous présentons dans la table 1, les différents résultats expérimentaux (voir références dans [25]) pour le volume d'interaction qui intervient dans les interactions électron-positron, proton-proton, proton-noyau, et noyau-noyau.

TABLE 1	R (fm)	c_r (fm)
<u>e⁺e⁻</u>		
dimensions moyennes du volume		
Région T	0.91±0.03	fixé à 0
Région cont.	0.77±0.05	fixé à 0
<u>pp</u>		
dimensions moyennes du volume		
	1.66±0.04	1.02±0.18
dimensions du volume pour les événements à basse multiplicité≈4		
	1.5±0.1	
dimensions du volume pour les événements à haute multiplicité≈8		
	2.1±0.3	
dimensions longitudinales et transverses		
longitudinale	1.02±0.08	0.62±0.25
transverse	1.74±0.11	1.04±0.28
<u>pXe</u>		
dimensions moyennes du volume		
	1.53±0.13	0.93±0.16
dimensions longitudinales et transverses		
longitudinale	0.82±0.05	0.94±0.16
transverse	1.58±0.12	0.89±0.17
<u>gg</u> (en parenthèses, les valeurs pour KK)		
dimensions du volume pour les événements à basse multiplicité≈6		
	(1.0±0.6)	
dimensions du volume pour les événements à haute multiplicité≈15		
	2.6±0.4 (2.2±0.6)	
<u>Nb-Nb</u>		
dimensions moyennes du volume		
	3 - 5	fixé à 0

Il est apparent que le rayon moyen de la source augmente en passant de $e^+e^- \rightarrow p\bar{p} \rightarrow p\bar{A} \rightarrow B\bar{A}$, c'est-à-dire $\langle 1 \rightarrow 1.5 \rightarrow 1.5 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ fm. Ceci indique que le volume d'interaction augmente, ce qui est nécessaire pour la thermalisation et montre l'intérêt des interactions d'ions lourds.

VI- PROGRAMMES EXPERIMENTAUX

1 - CERN-SPS

e) Programme 1986 avec un faisceau d'oxygène (225 GeV/nucléon)

i) Contraintes dues aux distribution du faisceau et l'intensité

Nous faisons le résumé suivant d'un séminaire de Henry Atherton.

L'intensité prévue de la source est 5×10^8 O^{8+} ions/pulse mais en comptant les inefficacités, nous devons prendre plutôt le chiffre 10^8 . La taille du faisceau est $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ mais celle-ci peut être ajustée en gardant la même surface; voir chapitre III.3 pour voir pourquoi ceci est intéressant. La source d'ions et l'étage de préaccélération (fournis par Darmstadt/Berkeley) arrivent au CERN au début 1986. A 225 GeV/c/nucléon, le pourcentage du temps de faisceau est 22%, tandis qu'à 200 GeV/c/nucléon, ce pourcentage augmente à 33% avec 5 sec. de faisceau et 10 sec. de temps mort.

Les essais de la machine seront terminés vers l'été (1986); il n'y aura probablement pas de temps de faisceau pour les expériences. Vers la fin de la période "cible fixe 1986", il y aurait 10 + 17 jours de temps de faisceau pour les expériences, probablement avec de hautes énergies au début, suivies d'énergies plus basses.

Des faisceaux simultanés peuvent exister dans les Aires, Nord et Ouest, mais il y a des contraintes dans chaque aire, en supposant qu'il n'y aura pas de nouveaux séparateurs de faisceau. Pour l'Aire Nord, voir la figure 21a. Il est apparent que, par exemple, les faisceaux H2, H8 et H10 peuvent fonctionner de manière simultanée. Par contre, une contrainte importante pour l'Aire Ouest est apparente sur la figure 21b: il faut faire un choix entre les faisceaux H1 et H3.

iii) Expériences

Il y a, à ce moment, sept expériences qui sont acceptées, une qui est proposée, et une qu'on a l'intention de proposer. Voir table 2.

TABLE 2

APPAREILLAGE	CODE	SIGNAL	VARIABLE
<u>Aire Nord</u>			
Streamer Chamber ...	NA35/PS-P53	étrange	$dN/d\eta$, E_T , Volume
TPC	NA36/P196	baryons étrange anti-baryons	E_{avant}
NA34	NA34-2/P203	$dN(\text{ident})/dy$ dE/dy dimuons photons mous s-sbar	$E_T(\eta, \phi)$ E_{total} multiplicité $\langle Z \rangle$ Volume
NA10	I-157	dimuons	$dN/d\eta$, $E_{\text{em}}(\text{tot})$
<u>Aire Ouest</u>			
Plastic Ball/Wall ..	WA80/PS-P53	photons	dN/dy
Q^+	P206	étrange	multiplicité(haut p_t) E_{avant}
<u>Emulsions, etc</u>			
Emulsion	EMU01/P198		$dN/d\eta$
Lexan plastique.....	EMU02/P201	$q=1/3, 2/3$	
Emulsion	EMU03/P207		

Voir les propositions pour les détails.

2 - BROOKHAVEN

Il y a dans ce laboratoire un intérêt grandissant pour les interactions d'ions lourds ultra-relativistes. Il existe un "Heavy-Ion Users Group" qui est très actif.

a) Programme 1986 avec un faisceau de soufre (A=32) (15 GeV/nucléon)

En juin 1986, le AGS sera équipé avec un injecteur d'ions de S^{32} . Il y a déjà plusieurs expériences en vue:

- E802- Un spectromètre à bras magnétique avec compteurs Cerenkov et verre au plomb, pour mesurer les spectres de p , π , K , ϕ , deuton et anti-deuton, α et anti- α en fonction de la multiplicité chargée et de l'énergie électromagnétique. L'interférométrie avec les p , π et K sera étudiée.
- Spectromètre pour observer des photons, avant-arrière, d'une cible interne.
- Spectromètre pour observer des Λ polarisés.
- Spectromètre pour observer des amas instables et exotiques.

b) Extension probable à un faisceau d'or (A=197)

En 1988, le AGS sera probablement équipé avec un injecteur d'ions de Au^{197} . Ceci requiert la construction d'un "booster", un anneau de 1 GeV/c qui coûterait \$25M.

c) Possibilité de ISABELLE --> CBA --> RHIC (1992)

Le laboratoire de Brookhaven prépare une proposition d'un anneau de collisions pour les ions lourds, appelé le "Relativistic Heavy Ion Collider", RHIC. En 1992, le tunnel d'ISABELLE pourrait être équipé avec un collisionneur de noyau-noyau à 100 GeV/nucléon pour chaque faisceau. La luminosité pourrait être de l'ordre de 10^{27} pour Au. Des groupes de travail étudient les détecteurs possibles. Pour le moment, les détecteurs suivants sont envisagés:

- Un spectromètre à 4π pour mesurer le flux d'énergie avec une ouverture de petite angle solide pour l'analyse des spectres de particules simples.
- Un spectromètre à paire de μ .
- Un spectromètre magnétique avec une grande angle solide et un champ magnétique de 2T.

3 - BERKELEY

Le laboratoire LBL va probablement proposer la construction d'un mini-collisionneur de 2 GeV/nucléon pour chaque faisceau. La luminosité serait de l'ordre de 10^{23} . Les faisceaux pourraient aller jusqu'à U^{238} en nombre atomique.

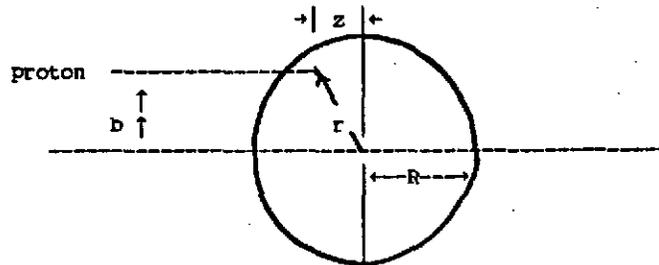
VII- CONCLUSIONS

1. L'environnement expérimental des interactions ultra-relativistes noyau-noyau est extrêmement complexe avec des fragments spectateurs du faisceau et de la cible s'ajoutant à une haute multiplicité de particules produites dans l'interaction.
2. Nous n'avons que de guides qualitatifs pour les sondes du plasma de quark et gluons prédit par QCD sur réseau. Même la meilleure région de rapidité n'est pas connue. Pour prouver que nous avons une signature, il faudrait au moins avoir une mesure de la densité d'énergie.
3. Ces interactions forment un champ d'exploration nouveau et prometteur, mais qui a peu de guides théoriques. On doit donc construire son expérience et son programme expérimental d'une manière flexible et variée pour pouvoir explorer les différentes régions cinématiques et les différentes sondes.

L'enjeu est de taille: dans la région non-perturbatives de QCD, nous examinons le confinement et nos notions du vide physique. Depuis au moins les expériences de Michelson-Morley et de Lamb, le vide physique est toujours à la frontière de nos connaissances.

VIII- APPENDICE A: Calcul de la section efficace p-A

Supposons qu'un proton incident dans la direction z ait un paramètre d'impact b:



La quantité de matière que le proton rencontre est:

$$D(b) = 1/A \int \rho(r) dz$$

où $\rho(r) = \rho_0 / \{1 + \exp[(r-R)/a]\}$

En faisant l'hypothèse raisonnable que les nucléons de la cible sont indépendants, la section efficace de la réaction est [26]:

$$(3) \sigma_{pa}^r = \int d^2b \{1 - \exp[-\sigma_{pp}^r * D(b)]\}^A$$

Pour une comparaison avec les données expérimentales, voir la table 3 où $\sigma_{pp} = 30 \text{ mb}$ a été utilisé.

TABLE 3	A	σ (mesuré)	σ (éq.3)
	C	223.5 ± 5	274 ± 15
	Cu	769 ± 16	813 ± 33
	Pb	1747 ± 37	1859 ± 78

Définissons n=nombre de collisions du proton incident, ayant une distribution Poissonienne avec moyenne $\langle n \rangle = \sigma_{pp}^r * D(b)$:

$$P(n) = \int d^2b \langle n \rangle^n \exp(-\langle n \rangle) / n!$$

Calculons la valeur moyenne de n $\langle n \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \int n * P(n) * dn / \int P(n) * dn = A * \sigma_{pp}^r / \sigma_{pa} \\ &= 31.4 * A / 38.5 * A^{0,72} = 0.82 A^{0,28} \\ & (= 3.6 \text{ for } A=195) \end{aligned}$$

Donc le nombre de nucléons participants est $\langle n \rangle + 1$.

IX- APPENDICE B: Quelques indications de comportement hydrodynamique

Les modèles hydrodynamiques [2,4] prédisent que les collisions centrales de noyaux aux énergies ultra-relativistes procèdent par un cycle de compression et expansion de la matière hadronique, avec une première étape d'empilement des densités nucléoniques du projectile et de la cible, suivie par une expansion vers l'étape finale de condensation (i.e. hadronisation). Ces modèles prédisent des densités plusieurs fois celles de la matière nucléaire ordinaire à la fin de l'étape de compression. Par contre, les modèles basés sur des cascades successives de nucléons non-corrélés à l'intérieur des noyaux [27] tiennent compte d'aucune compression et, par définition, excluent toutes interactions collectives.

Jusqu'à très récemment, il n'y avait aucune indication expérimentale pour l'interprétation hydrodynamique. Une distinction claire entre les modèles dynamiques, hydrodynamique ou cascade, est donnée par la prédiction de la distribution des impulsions des nucléons produits dans l'interaction dans le centre de masse de la boule de feu. Le modèle de cascade prédit une orientation avant-arrière, en forme de cigare, tandis que le modèle hydrodynamique [28] prédit une déflexion vers le côté du flux incident pour des paramètres d'impact finis et, dans la limite de paramètre d'impact nul, une distribution en forme de boule.

Récemment, les résultats d'une expérience [29] ont été interprétés comme évidence pour le modèle hydrodynamique. Les réactions $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ et $^{93}\text{Nb} + ^{93}\text{Nb}$ à 0.4 GeV/nucléon ont été étudiées au BEVALAC avec le spectromètre "Plastic Ball". On a fait une analyse en sphéricité dans laquelle un poids, w_k , a été attribué à chaque particule k dans l'événement pour que les particules composites (par exemple, α) ont le même poids par nucléon que les nucléons individuels à la même vitesse:

$$F_{ij} = \sum_k (p_i)_k (p_j)_k w_k$$

où $(p_i)_k$ correspond dans le centre de masse à l'impulsion normalisée de chaque trace, k , dans l'événement, i correspondant aux 3 projections.

L'angle de flux des particules est défini pour chaque événement comme l'angle entre le faisceau et l'axe principal du tenseur diagonalisé de sphéricité, F_{ij} . La distribution différentielle de cet angle est montré dans figure 22a en fonction de la multiplicité séparément pour ^{40}Ca et ^{93}Nb . A multiplicité égale, les données ^{40}Ca et ^{93}Nb sont similaires. Il est clair que l'angle de flux moyen devient non-nul pour les hautes multiplicités, atteintes dans les données ^{93}Nb , comme prédit par le modèle hydrodynamique.

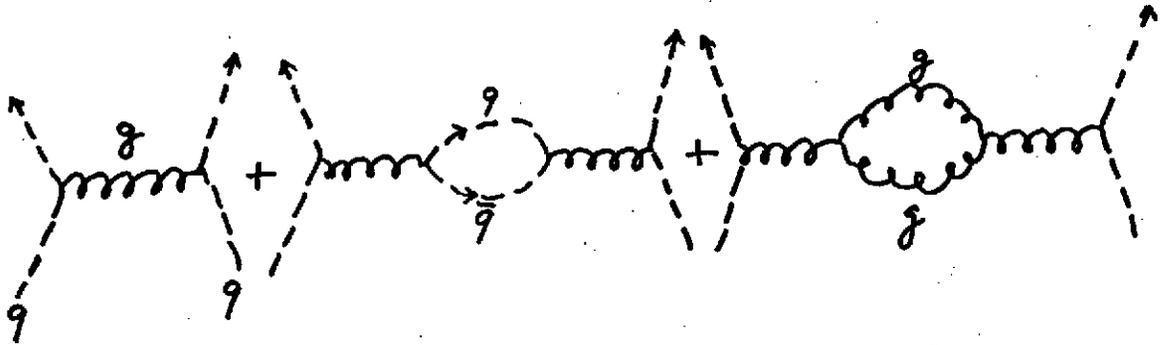
Les données dans la réaction asymétrique $\text{Ar} + \text{Pb}$ à 0.772 GeV/nucléon montrent également cet effet [30]. Voir figure 22b. En effet, pour les hautes multiplicités de protons produits dans l'interaction, la distribution de l'angle de flux devient presque isotrope.

X- REFERENCES

1. Pour une vue globale, voir, a) M. Jacob et J. Tran Thanh Van (éditeurs), Phys. Rep. 88 (1982) 321; b) G. Baym, Quarks and Nuclear Forces, Springer (1982), 186 ; et c) les comptes rendus des conférences de "QUARK MATTER" de Berkeley (1981), Bielefeld (1982), BNL (1983) et Helsinki (1984).
2. Madeleine Soyeur, cours donné à la 16^e Ecole d'Eté de Physique des Particules de Gif-sur-Yvette, 3-7 septembre 1984.
3. L. Heller, Quarks and Nuclear Forces, Springer (1982) 145.
4. Par exemple, J. D. Bjorken, Phys. Rev. D27, (1983) 140.
5. J. E. Elias et al., Phys. Rev. D22 (1980) 13.
6. S. Schnetzer et al., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 989.
7. L. Schroeder, communication privée.
8. J. Kogut, Int. School of Physics "Enrico Fermi" (1984).
9. J.-P. Pansart, SFS note 96 (NA34).
10. A. Capella et Tran Thanh Van, Phys. Lett. 93B (1980) 46 et 108B (1982) 347.
11. W. Lockman et al., Measurements of the total elastic and inelastic diffraction cross sections..., XVIII Int. Conf. on High Energy Physics, Tbilissi (19xx)
12. a) C. DeMarzo et al., Phys. Rev. D26 (1982) 1019 et b) C. DeMarzo et al., Phys. Rev. D29 (1984) 363.
13. a) H. J. Behrend et al., Nucl. Phys. B218 (1983) 269 et b) Y. Lavagne, thèse de 3^e cycle, Univ. Paris VII (1982) plus les références citées dans ces articles.
14. H. A. Gordon et al., proposition NA34, CERN/SPSC/P203 (1984).
15. a) G. Domokos et J. I. Goldman, Phys. Rev. D23 (1981) 203; b) S. A. Chin, Phys. Lett. 119B (1982) 51; c) J. Badier, G. W. London et M. Winter, CENS preprint, DPhPE 82-11 (1982); d) G. Domokos, Phys. Rev. D28 (1983) 123.
16. S. D. Drell et T. M. Yan, Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 66, et Ann. Phys. (1971) 578.
17. a) J. D. Bjorken et H. Weisberg, Phys. Rev. D13 (1976) 1405; b) V. Cerny et al., Phys. Rev. D24 (1981) 652.
18. a) E. V. Shuryak, Phys. Lett. 107B (1981) 103; b) R. D. Pisarski, Phys. Lett. 110B (1982) 155.

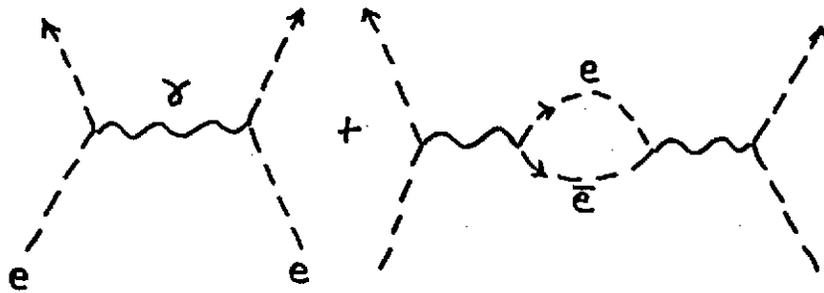
19. a) J. Rafelski et B. Müller, Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1066; b) T. S. Biro et al., Nucl. Phys. A386 (1982) 617.
20. L. D. McLerran et T. Toimela, Phys. Rev. D31 (1985) 545.
21. a) J. Cleymans et R. Philippe, Z. Phys. C22 (1984) 271; b) H.-J. Reusch, Universität Bielefeld preprint BI-TP 84/05 (1984).
22. K. Kajantie et H. Miettinen, Z. Phys. C9 (1981) 341, et Z. Phys. C14 (1982) 356.
23. a) L. Van Hove, CERN TH.3592 (1983); b) M. Gyulassy et al., Nucl. Phys. B237 (1984) 477.
24. S. E. Koonin, Phys. Lett. 70B (1977) 43.
25. Par exemple, T. Akesson et al, CERN-EP-85-12 (1985); voir les références.
26. A. Bialas and W. Czyz, Nucl. Phys. B194 (1982) 21.
27. J. Cugnon et al., Nucl. Phys. A352 (1981) 505; Phys. Rev. C22 (1981) 2094.
28. M. Gyulassy et al., Phys. Lett. 110B (1982) 185.
29. H. A. Gustafsson et al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1590.
30. R. E. Renfordt et al., Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 763.

$$\alpha = \alpha_0 [1 + F]$$



$$\text{QCD: } F \approx 11 - \frac{2}{3} N_f$$

$$> 0 \quad (N_f \leq 16)$$



$$\text{QED: } F < 0$$

Diagrammes de fluctuations du vide contribuant au premier ordre à la renormalisation de la constante de couplage pour QED et QCD.

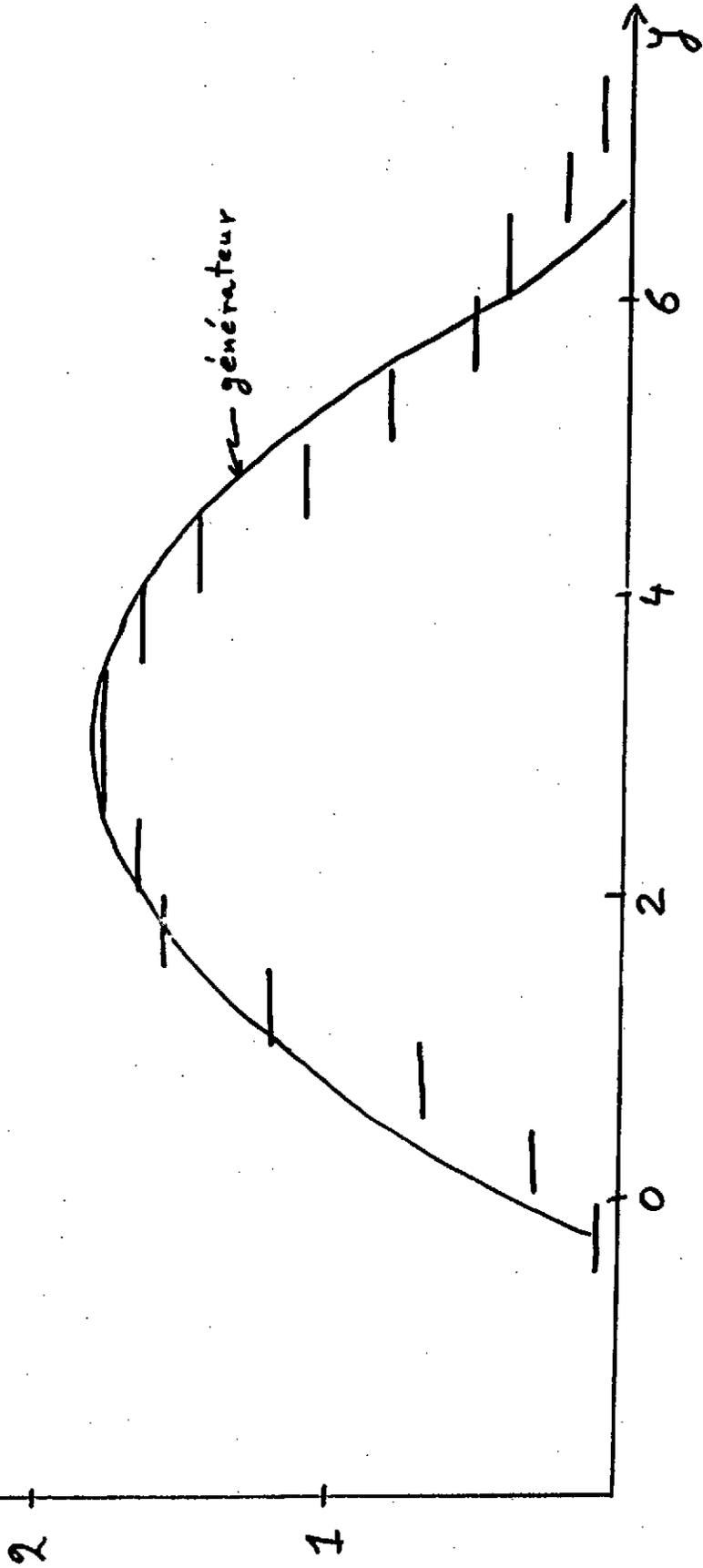
FIG. 1

$$\frac{1}{N} \frac{dN^{\pm}}{dy}$$

p-p à $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$.

FIG. 2

Distributions différentielles en rapidité des particules chargées pour p-p à $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$.

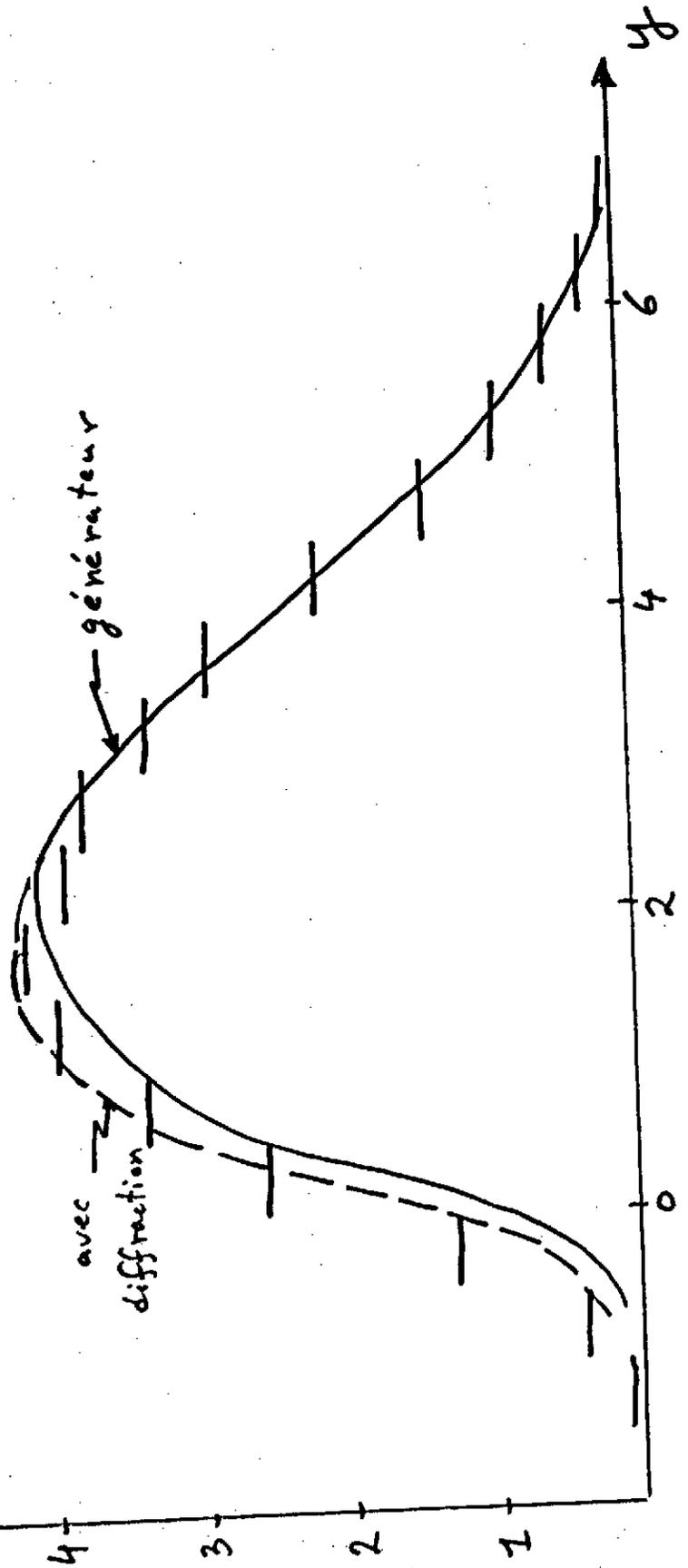


$$\frac{1}{N} \frac{dN^\pm}{dy}$$

p Xe à $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$

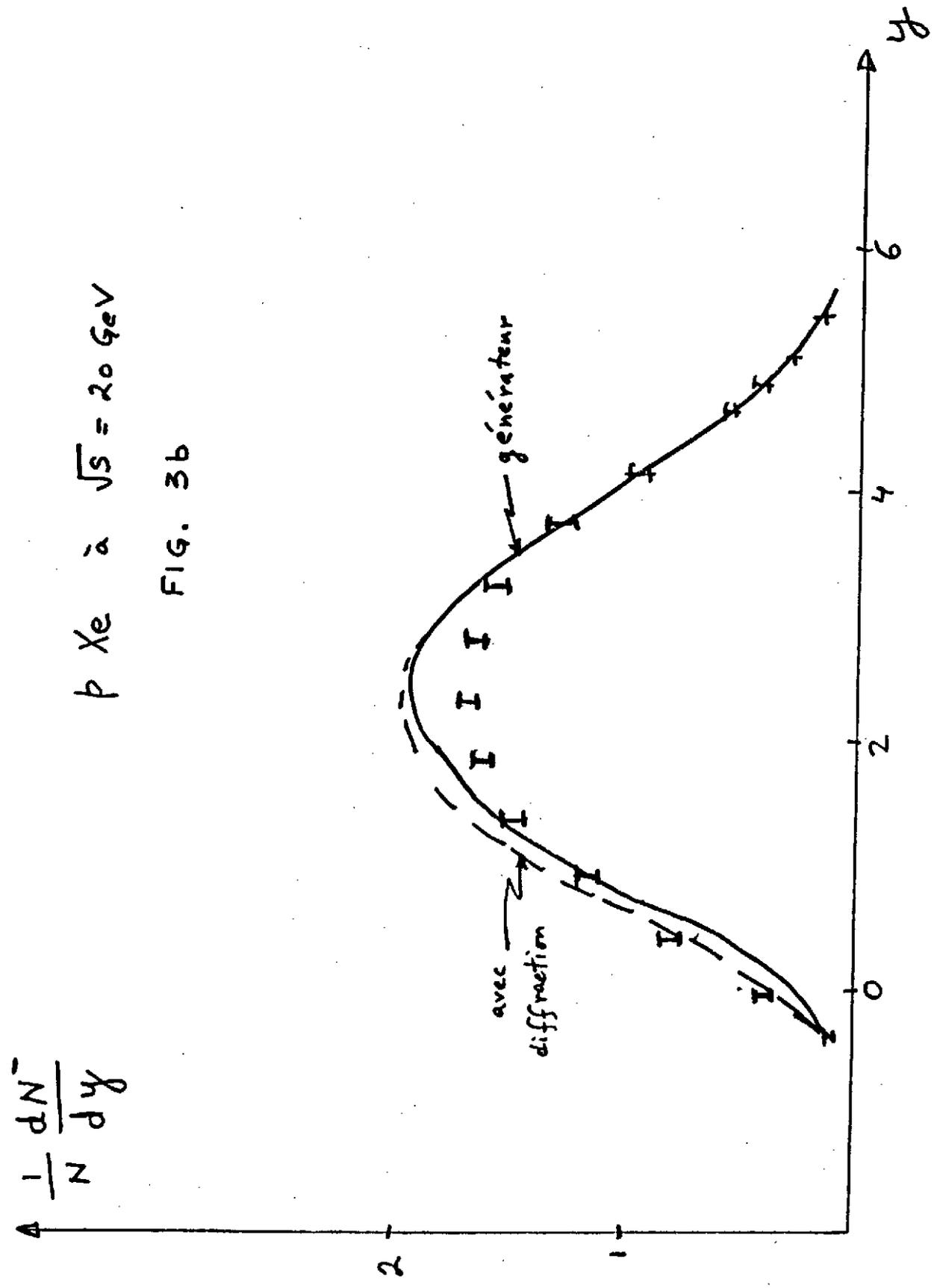
FIG. 3a

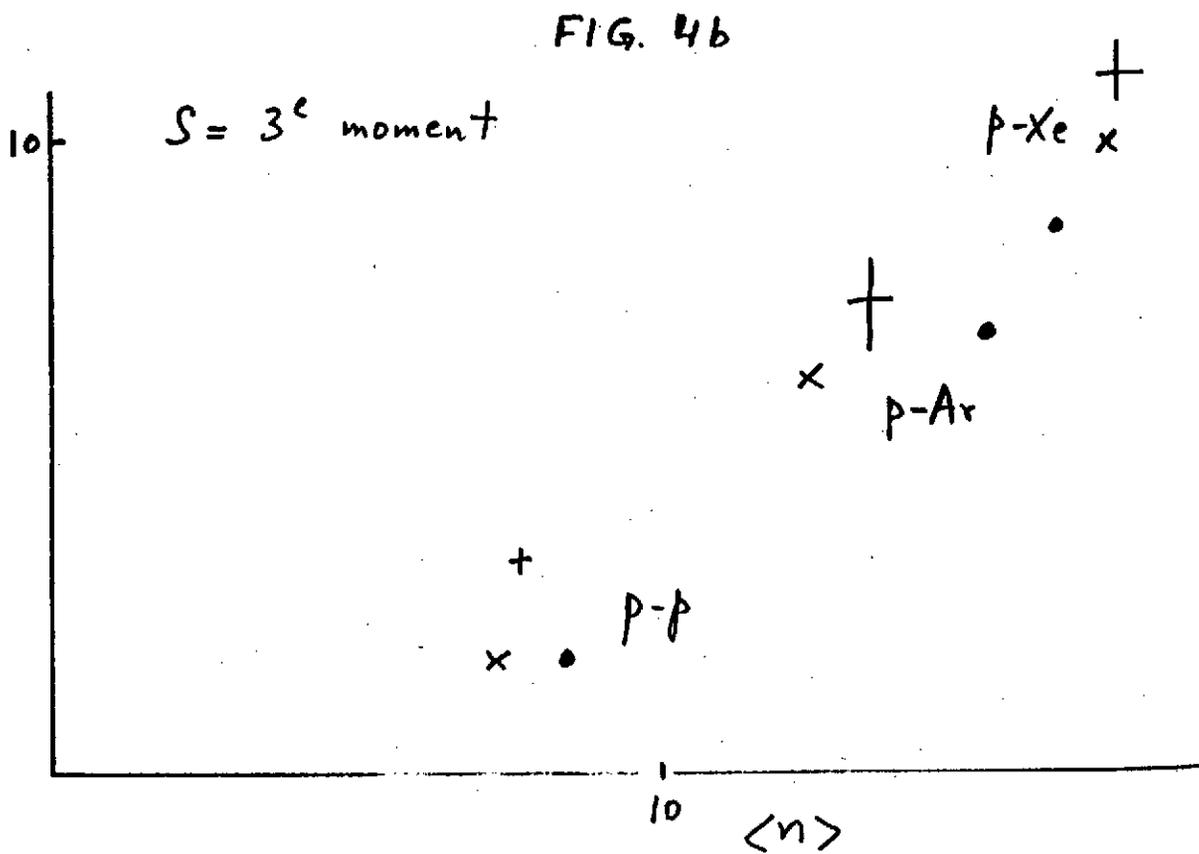
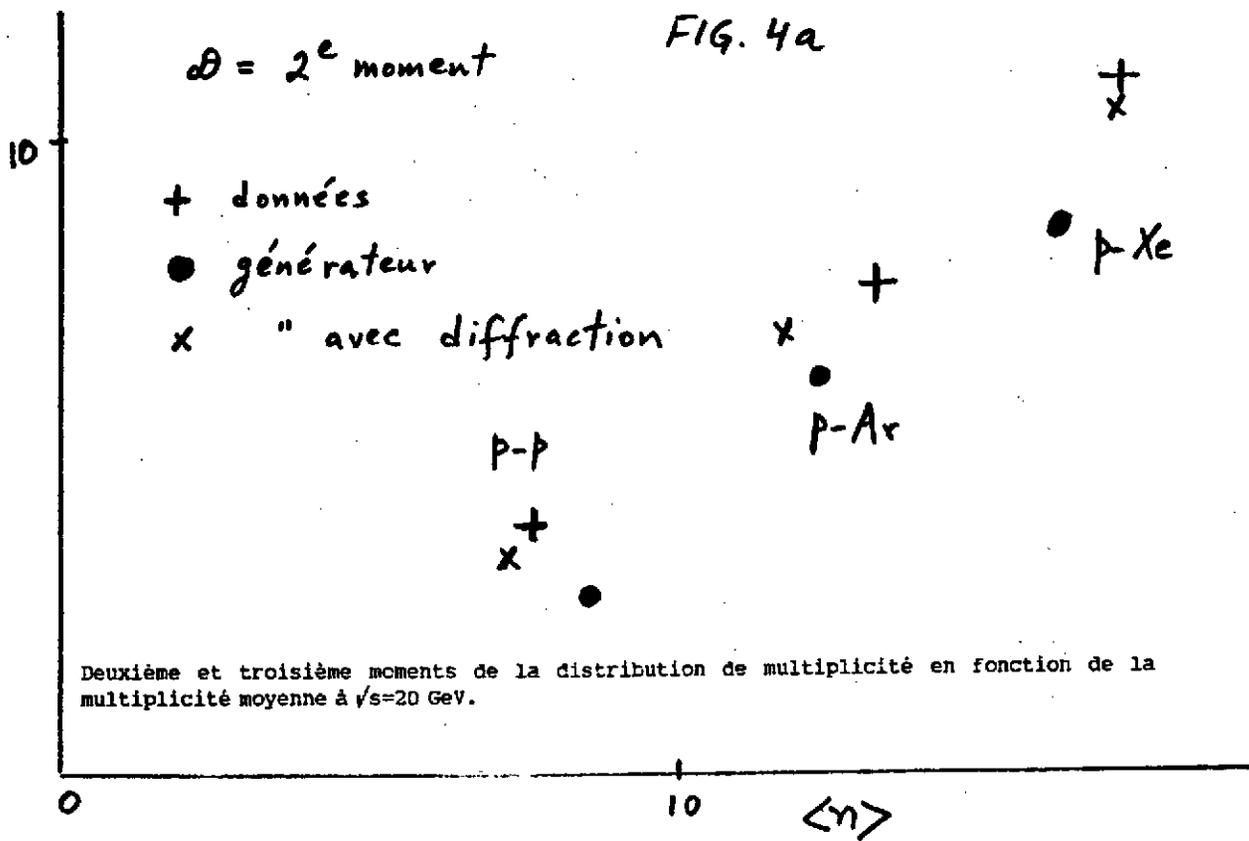
Distributions différentielles en rapidité des particules a) chargées et b) négatives pour p-Xe à $\sqrt{s}=20 \text{ GeV}$.



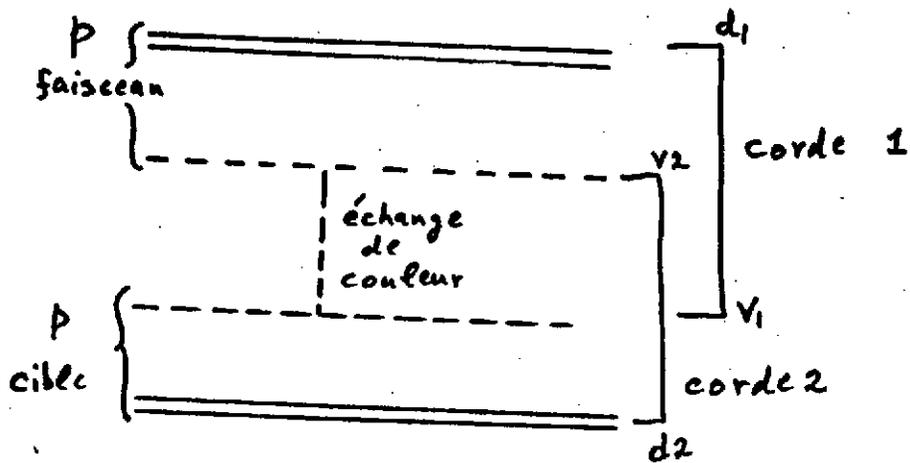
p Xe à $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$

FIG. 3b





Dual Parton Model p-p



d = diquark
 v = quark de valence

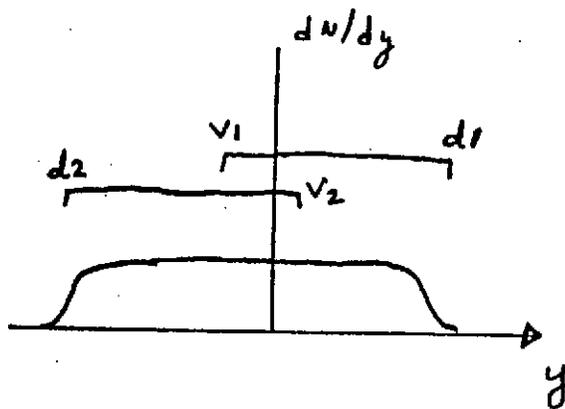


Diagramme de base pour les interactions p-p dans le modèle "Dual parton" (DPM).

FIG. 5

Dual Parton Model

p-A

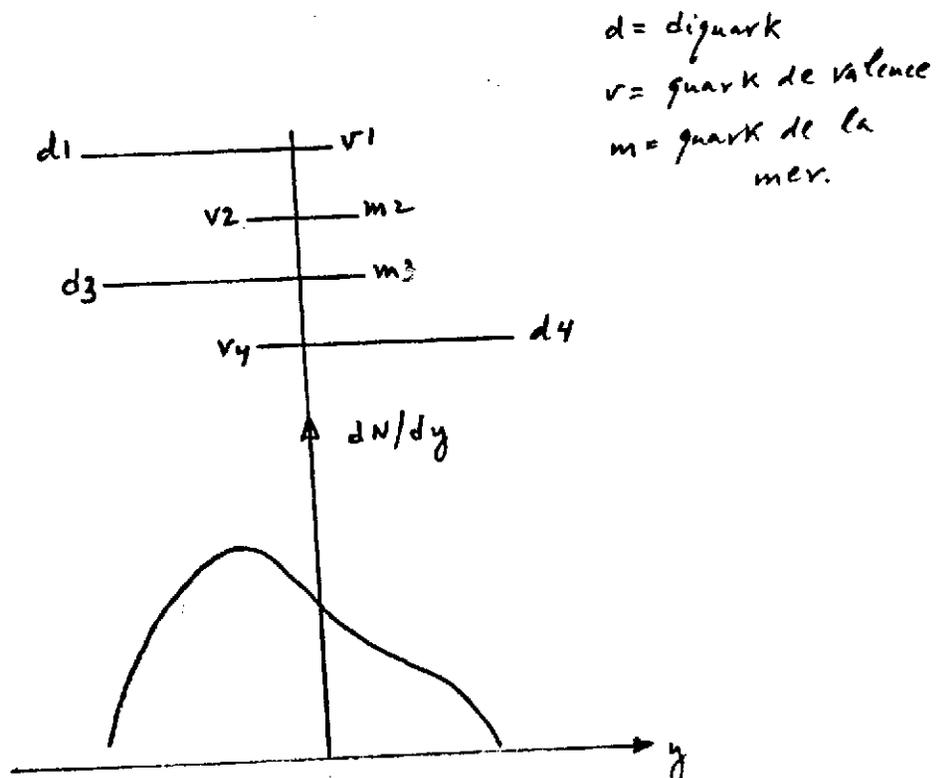
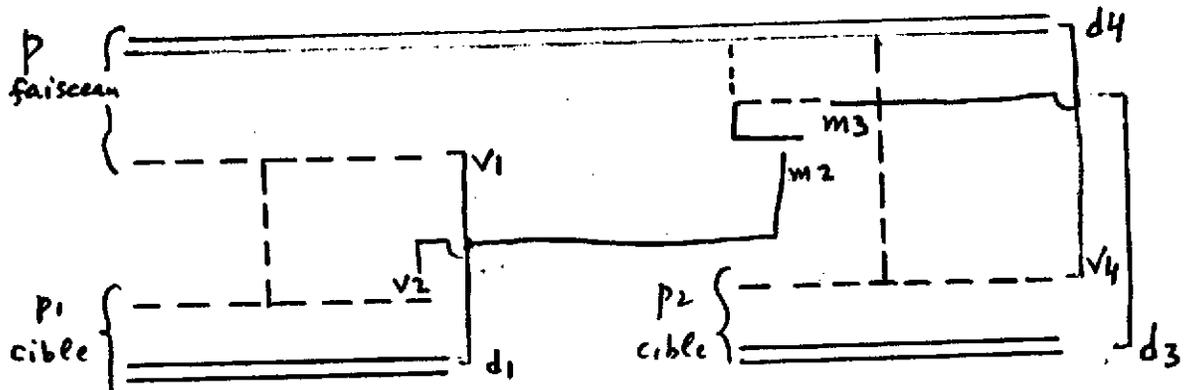
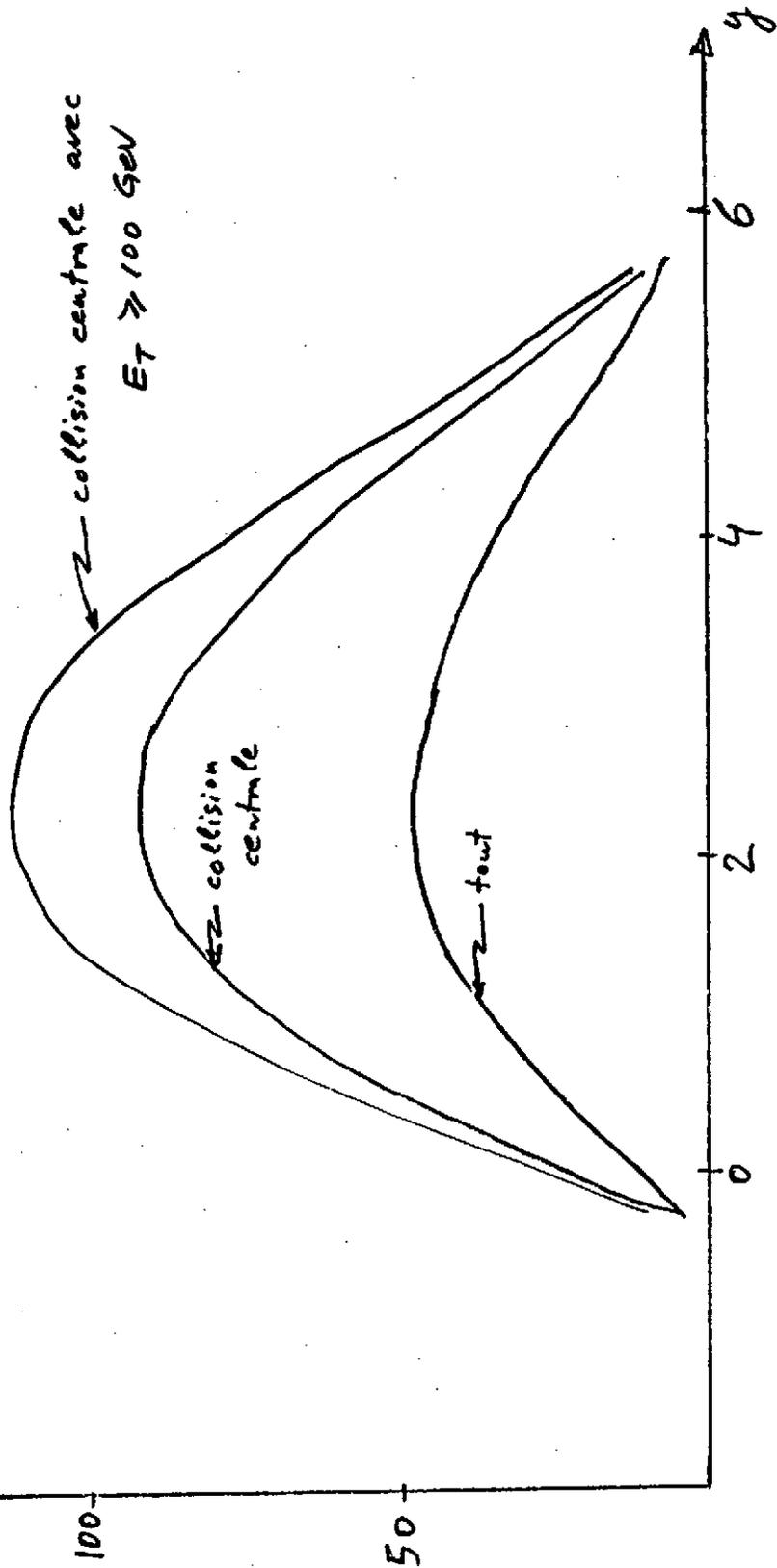


Diagramme de base pour les interactions p-A dans le modèle "Dual parton" (DPM) pour deux collisions.

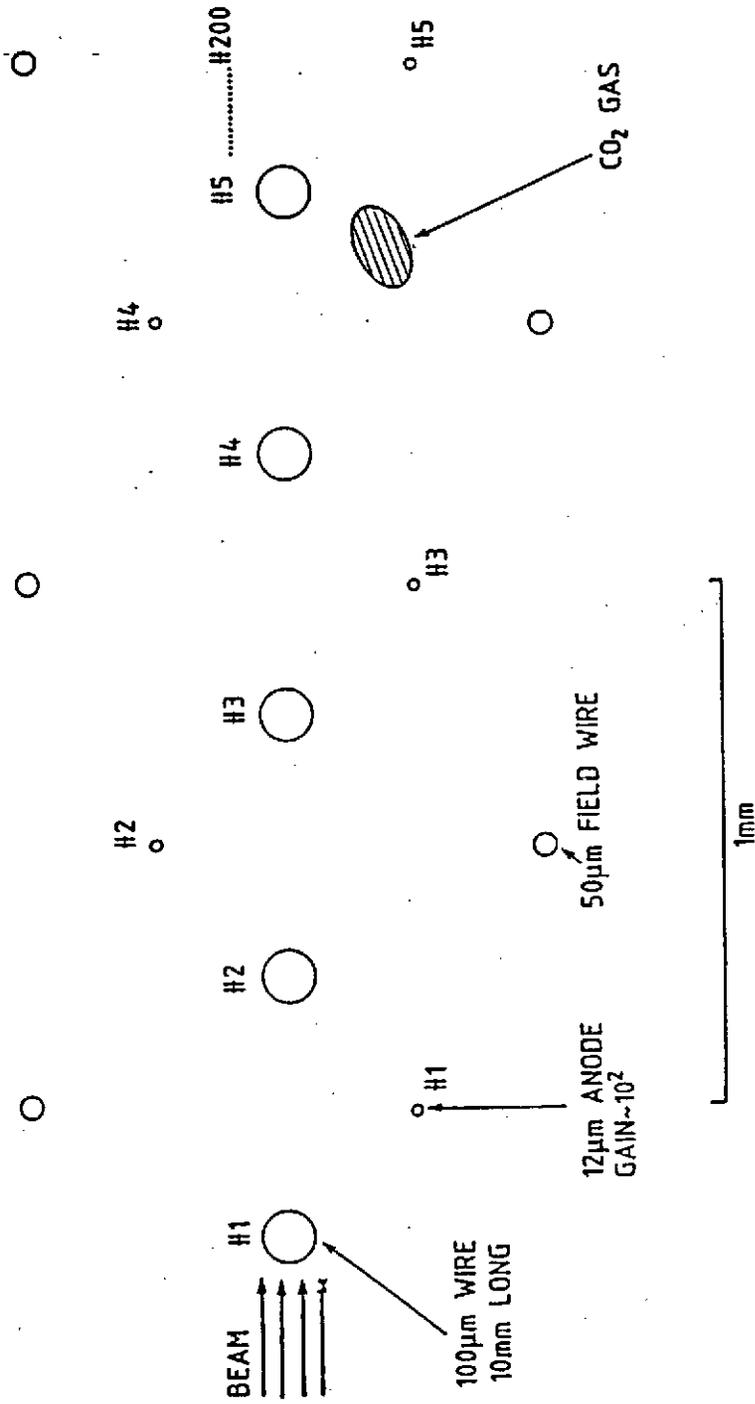
FIG. 6

$\frac{1}{N} \frac{dN}{dy} \pm 0$
 O-Au
 par $\Delta y = 0.5$
 FIG. 7

Distribution en rapidité pour toutes les particules secondaires dans les interactions O-Au à 200 GeV/c/nucléon. Les effets de différentes coupures sont montrés.

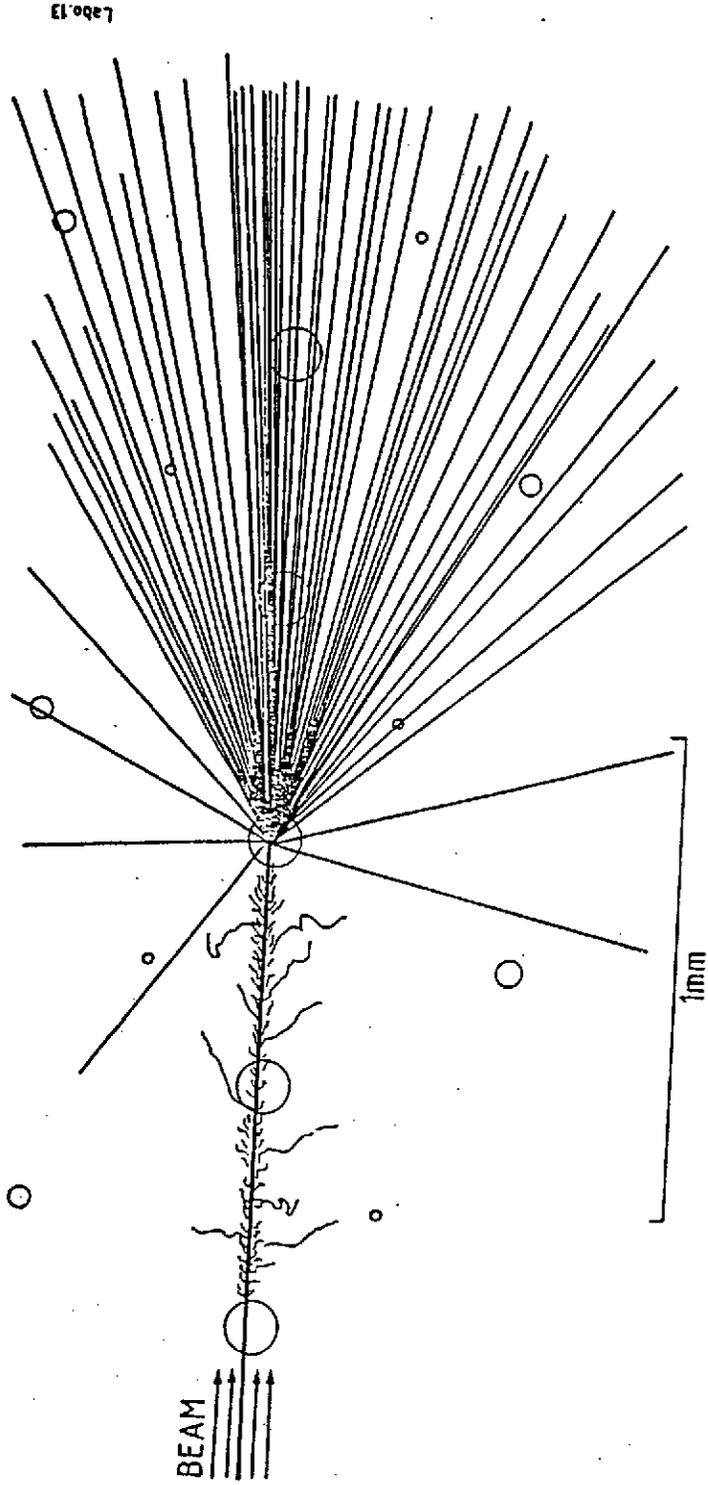


Labo. 13



Cible active de NA34: géométrie.

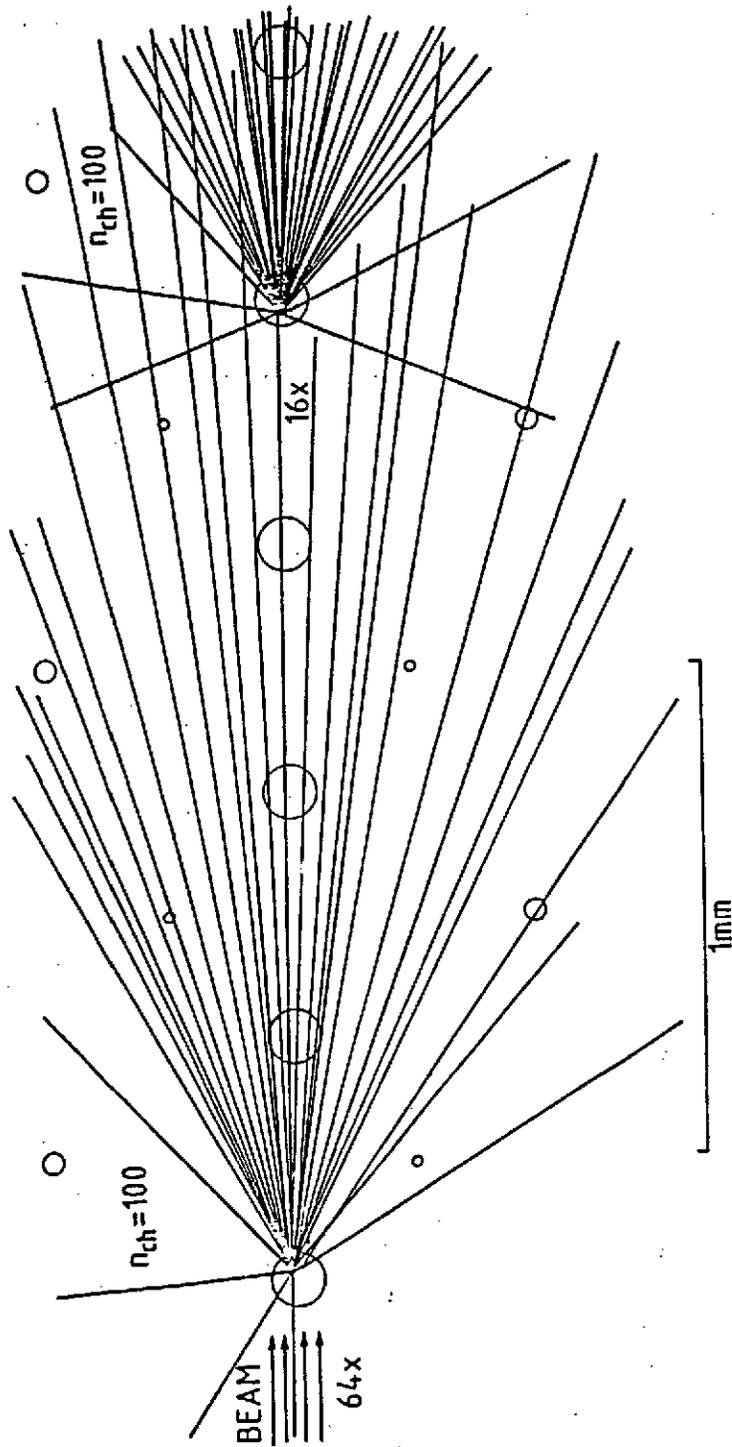
FIG. 8



Cible active de NA34: distribution d'ionisation pour une collision central d'oxygène sur un fils.

FIG. 9

L'0081



Cible active de NA34: distribution d'ionisation pour deux collisions sur deux fils différents.

FIG. 10

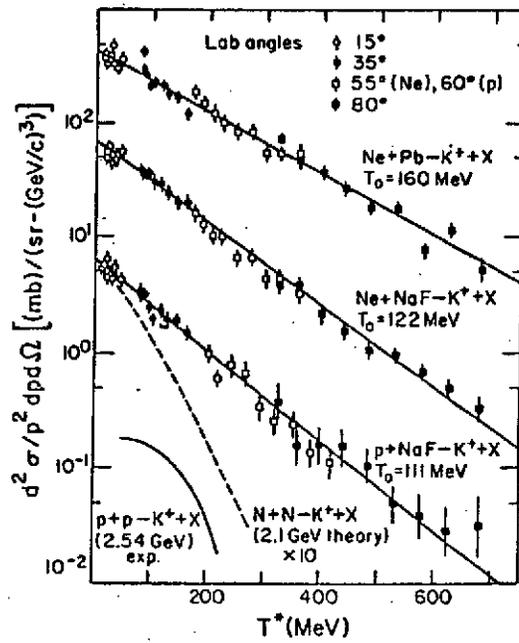


FIG. 11. $d^2\sigma/p^2 dp d\Omega$ vs the kinetic energy of K^+ in the nucleon-nucleon c.m. frame for Ne+Pb \rightarrow K^+ X, Ne+NaF \rightarrow K^+ X, and p+NaF \rightarrow K^+ X. The solid lines represent fits to an exponential energy distribution (see text).

Distribution différentielle en énergie cinétique du K^+ pour les réactions (Ne+Pb, Ne+NaF, p+NaF) \rightarrow K^+ X.

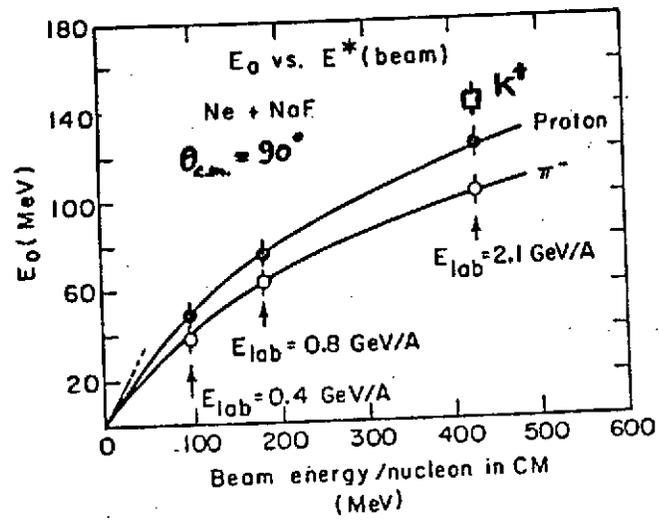
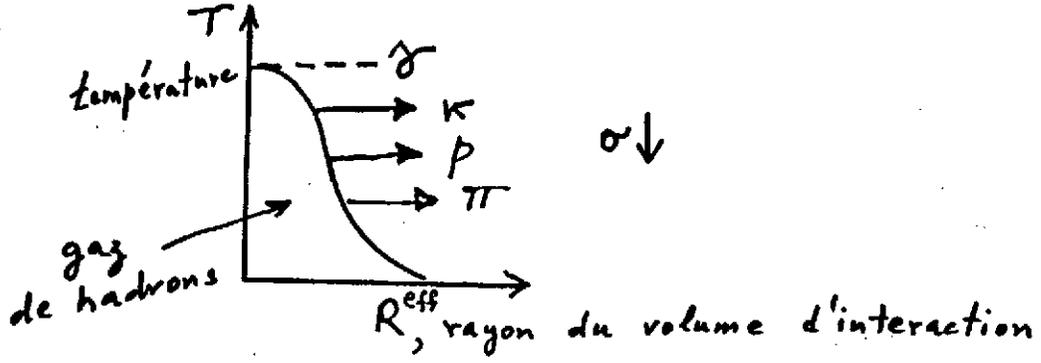


FIG. 12

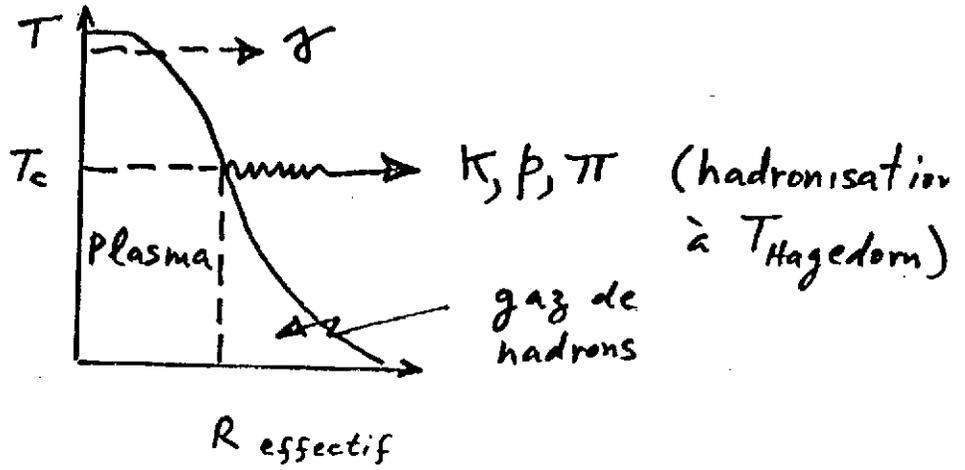
La "température" en fonction de l'énergie du faisceau/nucléon dans le centre de masse pour la production inclusive de hadrons différents.

FIG. 13

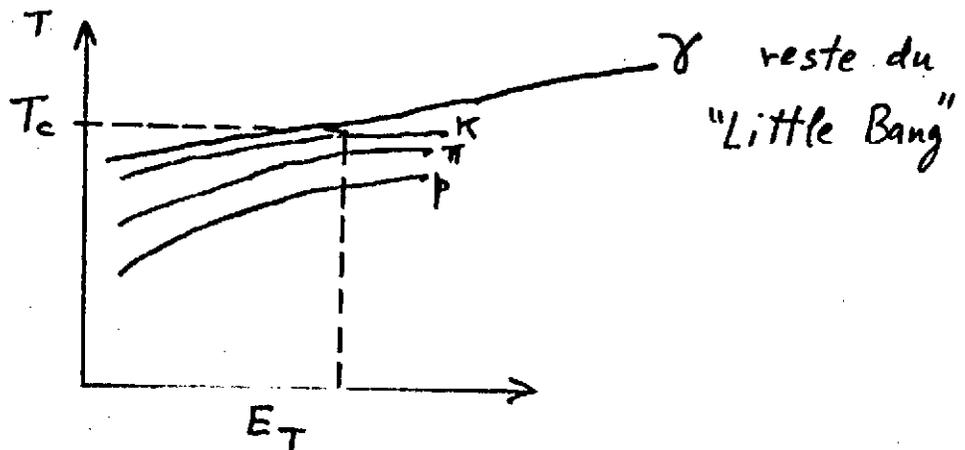
Image instantanée et qualitative de l'interaction $B+A \rightarrow h+X$



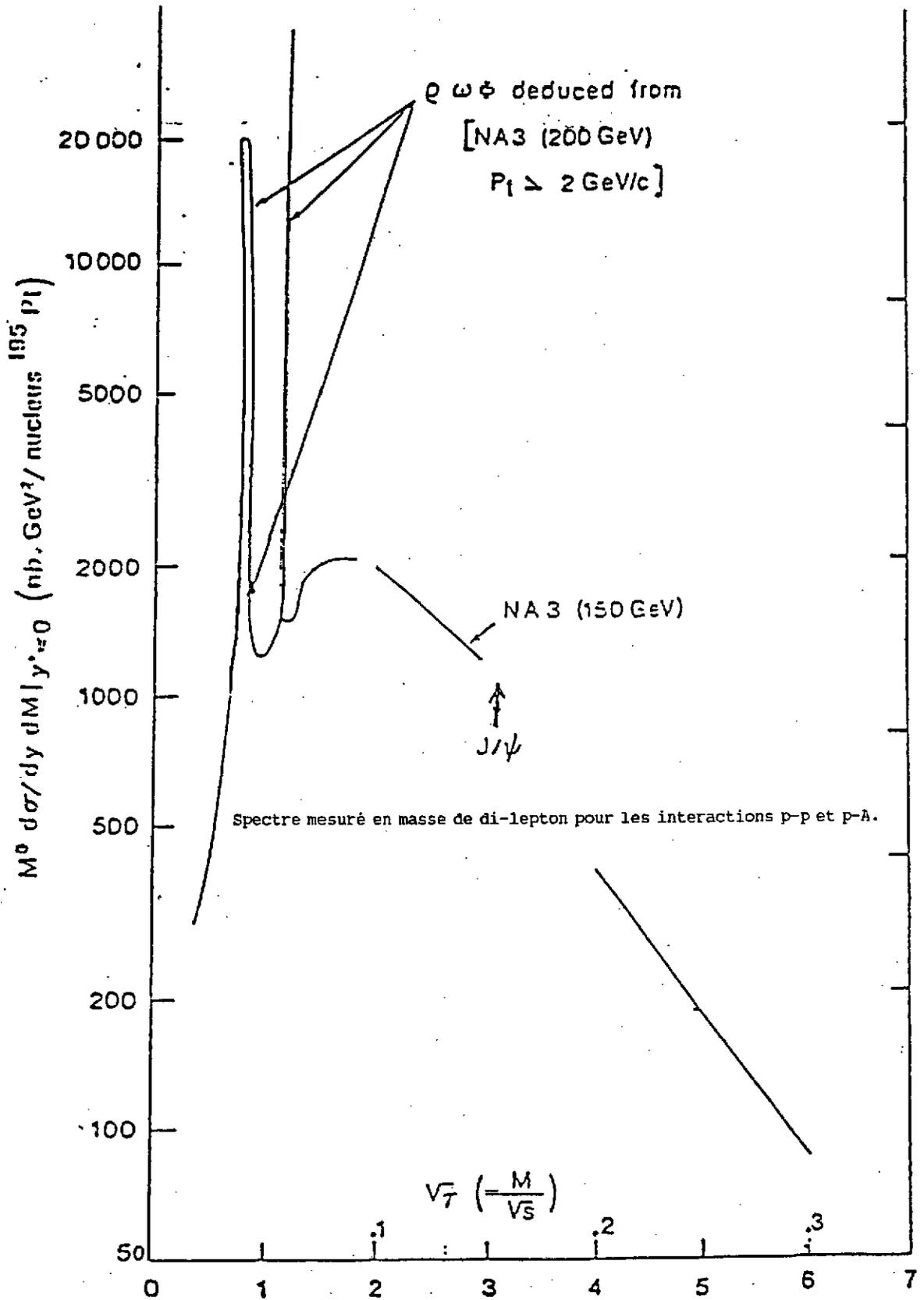
(a) bas E_T , par ex.



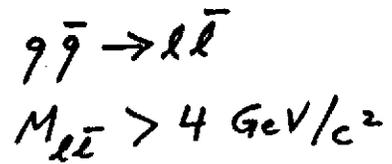
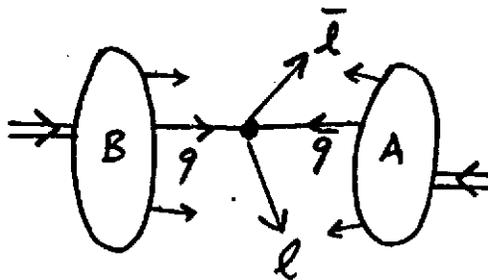
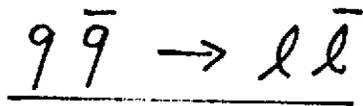
(b) haut E_T , par ex.



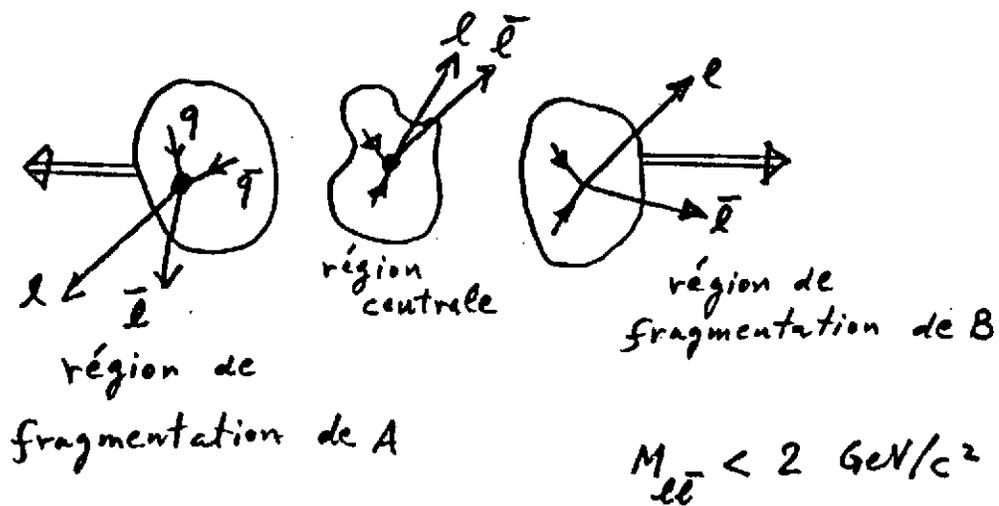
(c)



Mass (GeV/c²) for $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$ Figure 14.



DRELL YAN : quarks initiaux



PLASMA : quarks produits

Production de di-leptons par les processus du plasma et de Drell-Yan.

FIG. 15

16. Distribution en rapidité des di-leptons par le processus du plasma dans le centre de masse du plasma pour des masses et températures différentes. Les distributions sont intégrées par rapport à P_{\perp} . [15c]

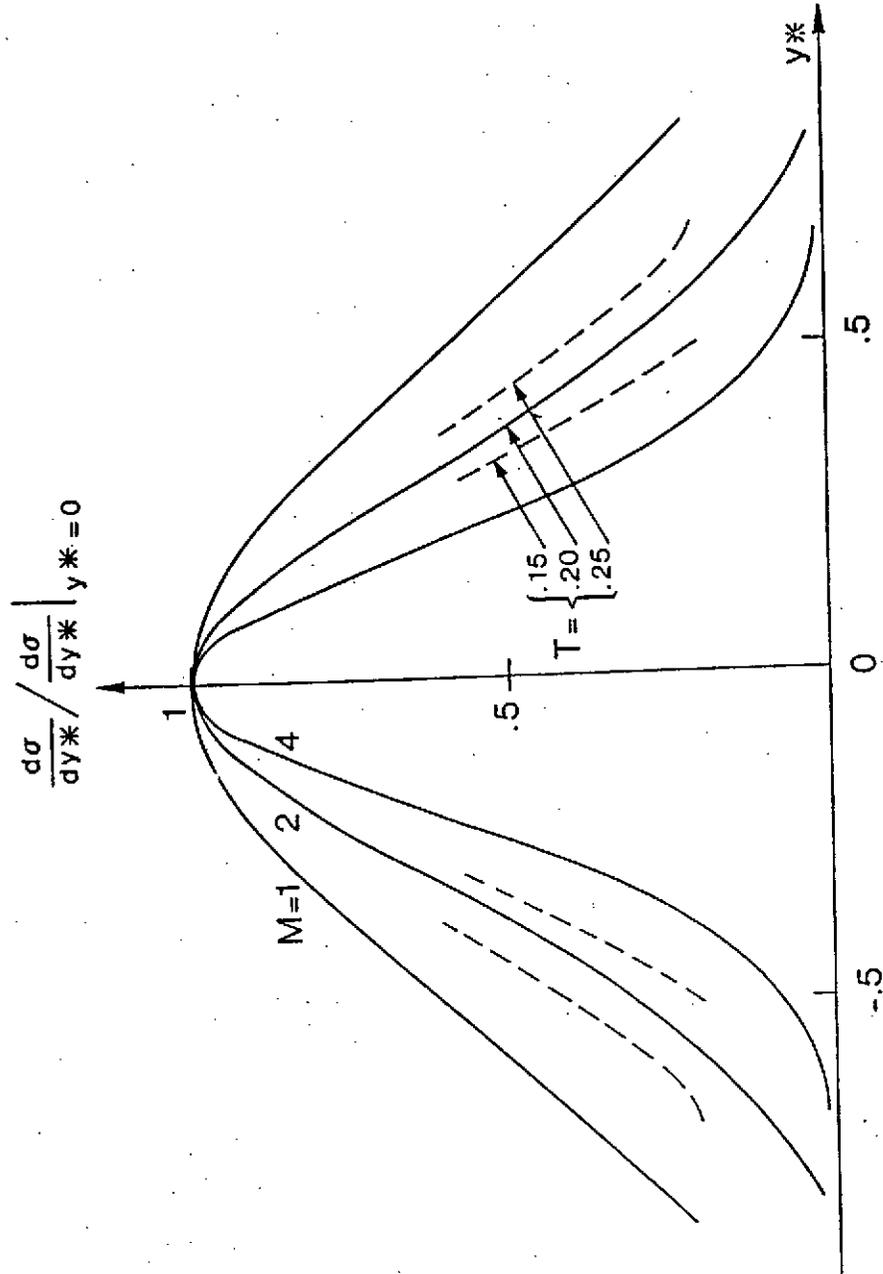
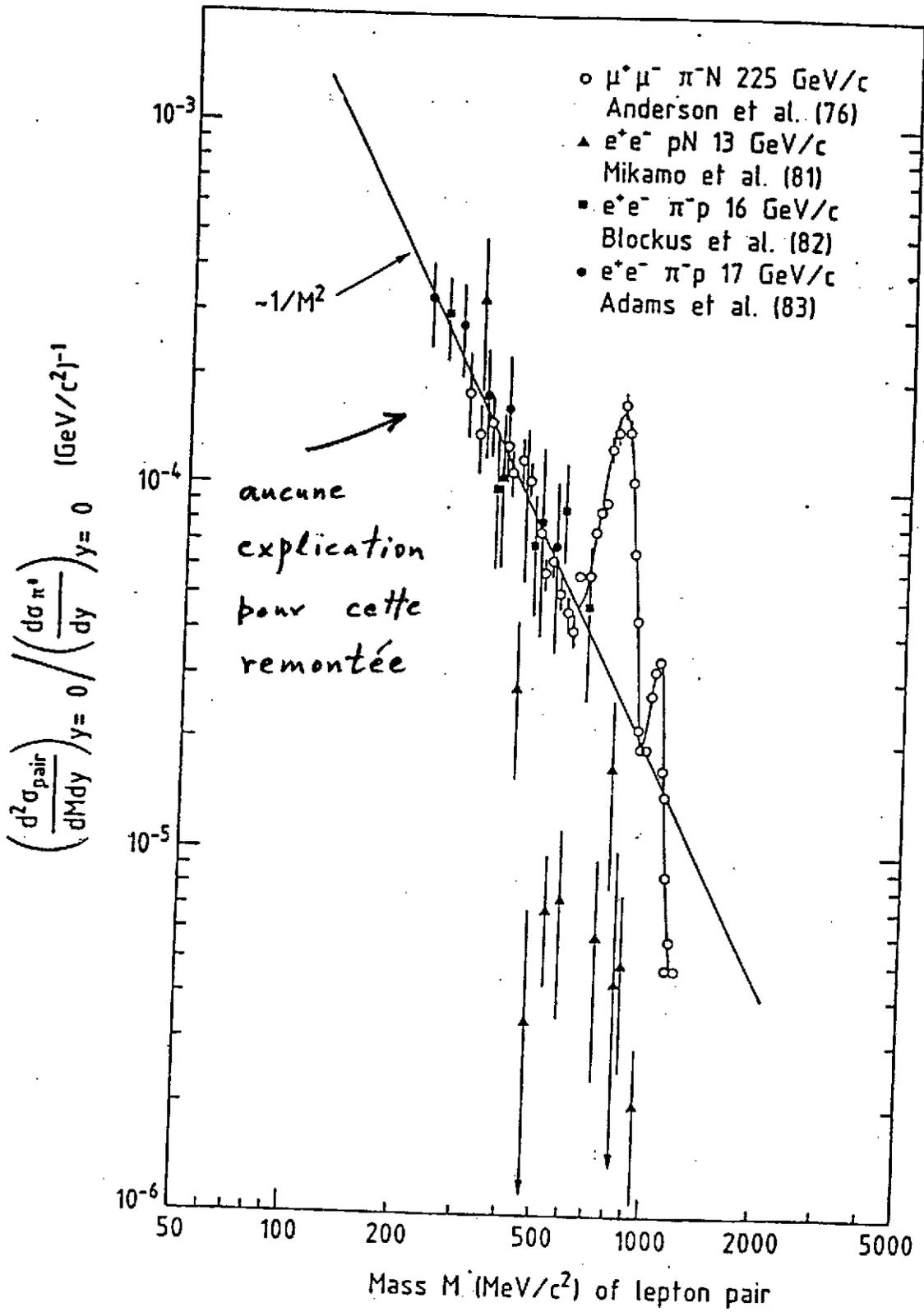
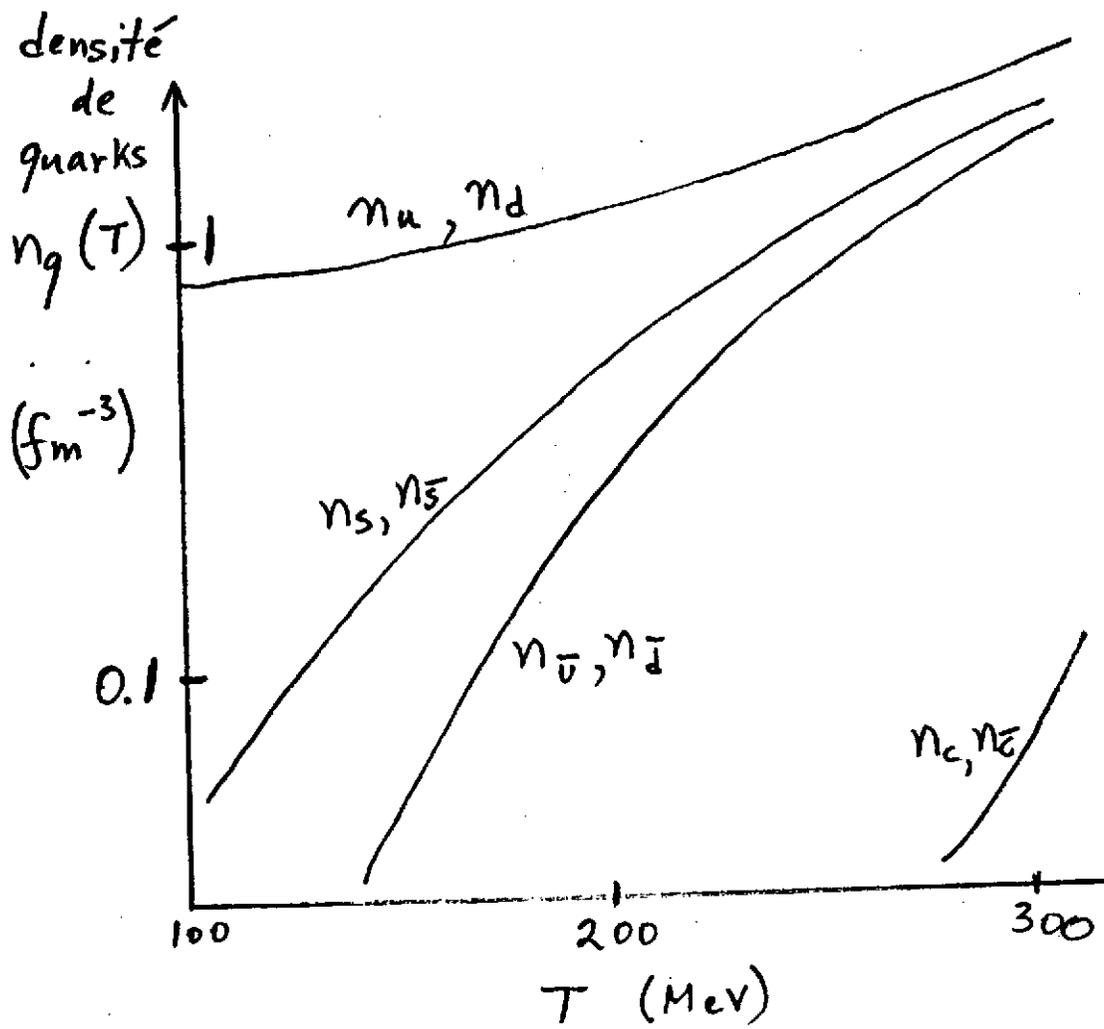


Fig. 16



Production anormale de di-leptons dans les interactions p-A.

Figure 17.



Les densités de quarks produits en fonction de la température.

FIG. 18

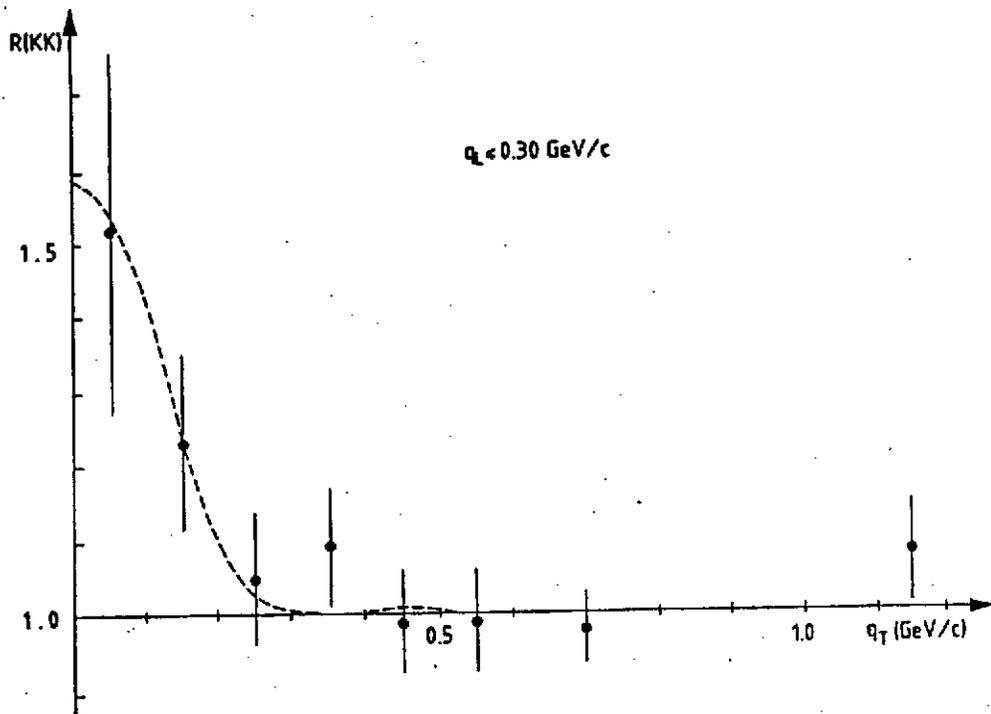


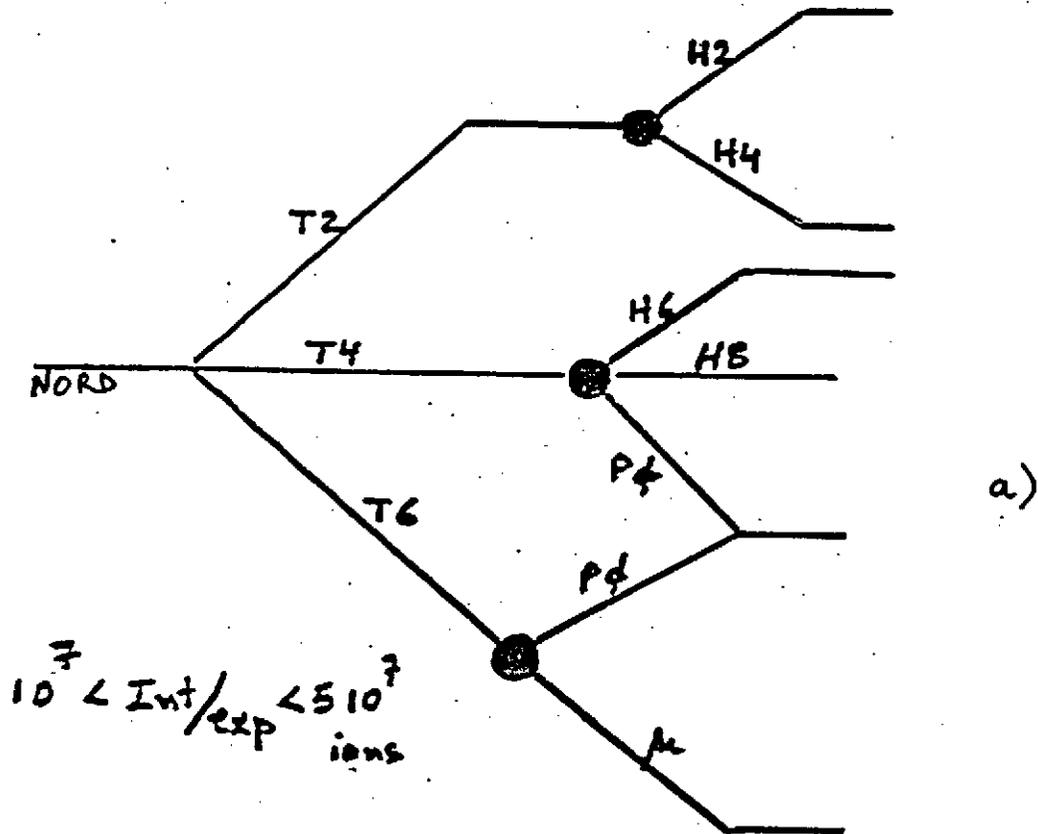
Fig. 20

Un exemple de l'interférométrie: *des données*

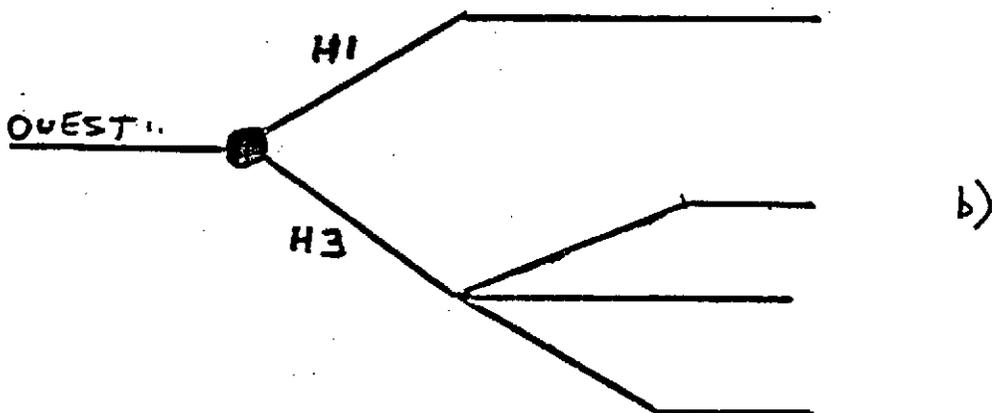
AIRES EXPERIMENTALES

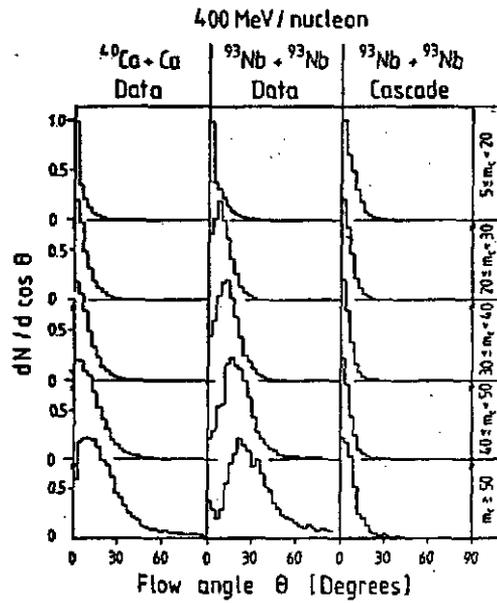
FIG. 21

a) Les faisceaux de l'Aire Nord; b) les faisceaux de l'Aire Ouest.



● \equiv Il y a un choix à faire

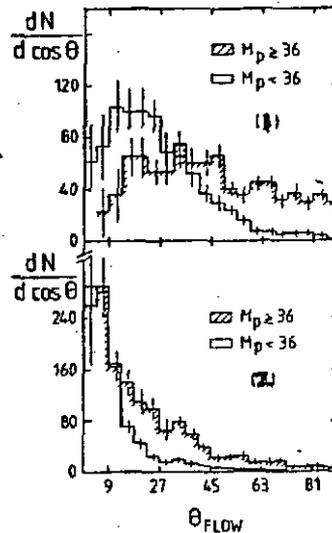




(a)

Frequency distributions of the flow angle θ for two sets of data and a cascade calculation for different multiplicity bins. For the case of Ca the multiplicities are half the indicated values.

a) Les distributions différentielles de l'angle de flux des particules (voir texte pour définition) dans les interactions $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ et $^{93}\text{Nb} + ^{93}\text{Nb}$ à 0.4 GeV/nucléon en fonction de la multiplicité; b) les distributions différentielles de l'angle de flux des particules (voir texte pour définition) dans les interactions Ar+Pb à 0.772 GeV/nucléon en fonction de la multiplicité.



(b)

(1) Distributions of the angle of maximum momentum flow in the c.m. frame for Ar+Pb events with participant proton multiplicities smaller and larger than (M_p). (2) Same for the corresponding samples of cascade model generated events.

FIG. 22

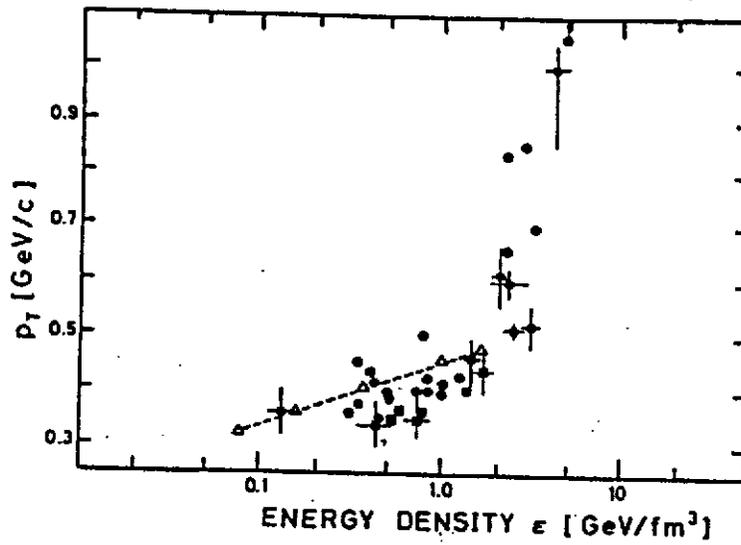


FIG. 23

Impulsion transverse moyenne des particules émises dans des interactions de rayons cosmiques (symboles noirs) et au collisionneur SPS (triangles) en fonction de la densité d'énergie dans la région centrale.

TABLE RONDE
LES DEGRES DE LIBERTE NON-NUCLEONIQUES EN PHYSIQUE NUCLEAIRE

J. ARVIEUX

Laboratoire National Saturne, Gif-sur-Yvette

Cette table ronde qui a réuni une quarantaine de participants avait deux ambitions 1) faire le point sur les succès et les difficultés de l'approche en termes de mésons et de baryons et 2) réfléchir sur l'état des modèles nucléaires utilisant le concept de quarks ("chromodynamique nucléaire") et en particulier discuter quelles indications l'on a de l'utilité de cette approche aux énergies usuelles en physique nucléaire (de quelques MeV à quelques GeV). Ce programme est résumé dans la table 1.

Tant que l'énergie des particules en interaction n'a pas dépassé la centaine de MeV, et cette région englobe les problèmes de structure nucléaire, il a suffi de décrire le noyau comme un ensemble de nucléons. Les autres degrés de liberté, en particulier les mésons, étaient bien présents (l'échange de pions est responsable de la partie à longue portée des forces nucléaires, celle qui est la plus importante aux petites impulsions transférées) mais ils étaient "cachés" ou "gelés" dans le potentiel nucléon-nucléon effectif. Signalons en passant que cette approche n'a pas épuisé le sujet et, par exemple, les modèles IBM ("interacting Boson Models") ont relancé récemment de façon spectaculaire l'étude des schémas de niveaux. Par ailleurs ce domaine s'est considérablement développé dans la direction des degrés de liberté collectifs en physique des ions lourds.

Avec l'avènement des usines à mésons : TRIUMF (515 MeV), SIN (585 MeV), LAMPF (800 MeV), les énergies disponibles ont atteint les quelques centaines de MeV avec une très bonne résolution en énergie, inférieure à 100 keV, compatible avec l'étude des noyaux. On a pu alors produire des pions libres dans des réactions nucléaires exclusives (réactions du type (p, π) par exemple) ou mettre en évidence, dans les réactions où les pions n'apparaissent pas de façon explicite, la prédominance de l'excitation d'isobares Δ . Il a bien fallu alors prendre en compte les degrés de liberté de pions et de deltas au niveau microscopique.

Remarquons que cette description a été rendue nécessaire par l'augmentation de l'énergie des projectiles incidents mais en fait elle a eu des conséquences aux énergies plus basses. C'est le cas par exemple pour l'interaction Nucléon-Nucléon dans le potentiel de Paris, qui est basé sur l'échange de un et deux pions plus une partie phénoménologique à courte portée et qui décrit aussi bien le domaine des énergies intermédiaires que celui des très basses énergies. Un autre exemple dont on a beaucoup parlé à Bombannes (en particulier au cours du séminaire de M. Ericson) est celui des transitions spin-isospin (transitions Gamow-Teller) dont la force manquante pourrait être expliquée par l'excitations de deltas dans le noyau.

Quand l'énergie de la sonde incidente a encore monté (par exemple jusqu'à 3 GeV à Saturne) la description en termes de π , N et Δ s'est avérée insuffisante et il a fallu faire appel aux degrés de liberté plus généraux de mésons et de baryons. On s'est aperçu alors que l'effet de l'échange d'un méson π et d'un méson ρ pouvait dans certains cas s'annuler, ce qui a permis de corriger certaines anomalies du modèle d'échange de pions seuls (par exemple le "cut-off" anormal du facteur de forme pionique). A Bombannes le formalisme théorique nous a été expliqué en détails par B. Desplanques et B. Frois nous a montré quelques exemples expérimentaux mettant en évidence ces degrés de liberté supplémentaires.

L'approche en termes de mésons et de baryons est plus générale que les précédentes mais elle ne leur est pas orthogonale et les théories plus complexes peuvent être utilisées à des énergies ou des impulsions transférées plus basses où elles n'apparaissaient pas, a priori, nécessaires. La seule limite pourrait venir de ce que j'appellerais le "principe d'économie", c'est-à-dire qu'il n'est pas raisonnable, si les calculs en sont longs et coûteux, d'utiliser une approche trop complexe si la théorie simplifiée décrit correctement le même phénomène. Il existe de nombreux exemples de cette problématique dans l'histoire des sciences et on pourrait par exemple s'appuyer sur celui de la théorie générale de la relativité qui est plus complète que la relativité restreinte qui, elle-même, a supplanté la mécanique classique et pourtant cette dernière est bien suffisante pour décrire la plupart des phénomènes de notre vie quotidienne.

Quand nous arrivons au problème des quarks, la situation est bien plus complexe. On sait que les quarks existent à l'intérieur des nucléons (en particulier grâce aux expériences de diffusion d'électrons à SLAC qui ont conduit au modèle des partons) mais on n'en a encore vu qu'une manifestation dans un environnement nucléaire, l'effet EMC que J.J. Aubert nous décrit dans son séminaire (et encore cette interprétation de l'effet EMC en termes de quarks est-elle contestée comme nous l'a expliqué M. Ericson). De plus, il est symptomatique que cet effet ait été découvert avec des muons de 400 GeV du CERN, ce qui est loin du domaine d'énergie auquel les physiciens nucléaires sont habitués. Côté théorie, G. Ripka nous a fait un très bon cours sur les différents modèles de sacs mais là encore il n'y a pas de prédiction dans le domaine de la physique nucléaire.

Ceci nous a amené à nous poser les questions suivantes :

- les modèles de quarks sont-ils plus généraux que les modèles de mésons et baryons, et finiront-ils alors par s'imposer pour tous les phénomènes de physique nucléaire (au principe d'économie près) ou bien existe-t-il une frontière étanche entre la physique nucléaire telle que nous la connaissons et la physique des quarks libres ?

- si le concept de quarks devait se généraliser, comment se manifesteront-ils au physicien nucléaire ?

Les participants à la table ronde ont essayé entre autres, de répondre à ces questions. Comme la discussion, qui dura deux heures, fut particulièrement animée, tout schéma linéaire censé la résumer aura un aspect subjectif. Nous nous efforcerons cependant de faire ressortir quelques-uns des grands thèmes qui ont été discutés :

- 1) relation entre énergie et degrés de liberté
- 2) ions lourds relativistes et plasmas quarks-gluons
- 3) mise en évidence d'effets exotiques à basse énergie
- 4) quels outils expérimentaux pour ce type de physique.

1. Relation entre énergie et degrés de liberté

Plusieurs intervenants ont fait remarquer qu'il n'était pas nécessaire de disposer de sondes d'énergies considérables pour mettre en évidence des degrés de liberté exotiques : H. Catz a cité le cas des hypernoyaux Λ et Σ qui est relié au comportement des particules étranges dans le milieu nucléaire dans des conditions exceptionnelles puisque non soumises au principe de Pauli. E. Predazzi a rappelé (et U. Gastaldi l'avait montré dans son cours) que l'interaction $N\bar{N}$ pouvait, même au repos, révéler des phénomènes uniquement descriptibles en termes de quarks (diquarks, baryonium, charmonium...). Par ailleurs, des théories non relativistes de quarks "constituants" permettent de calculer les spectres de mésons et de baryons et ils sont actuellement étendus aux systèmes dynamiques (C. Gignoux, B. Sylvestre-Brac).

Ils ne semblent pas prédire, dans l'état actuel, d'états à deux quarks ("diquarks") dont la découverte serait importante pour les théories du type QCD. Y. Abgrall a souligné que cette description en termes de "clusters" avait des analogies en physique nucléaire. J.J. Aubert a fait remarquer que l'échelle de masse de QCD est de l'ordre de la centaine de MeV et si l'exploration directe de la structure en quarks semble hors du domaine de la physique nucléaire, l'étude des interactions de quarks dans le nucléon (facteur de forme du proton, spectroscopie des hadrons) ou dans le noyau (recherche d'états exotiques comme les dibaryons) pourrait s'avérer intéressante. Par exemple, il y aurait une particule inexplicée de masse 2.2 GeV seulement, à la limite du domaine de la physique nucléaire. D'autres phénomènes ont été cités par E. Predazzi et J.J. Aubert comme l'explication de la particule "zeta" à 8.3 GeV récemment découverte ou l'étude du mécanisme de Drell-Yann (annihilation $q\bar{q} \rightarrow e^+ e^-$) mais nous nous trouvons ici dans le domaine des particules élémentaires.

La conclusion qui semble se dégager de cet échange de vue c'est qu'il n'y a pas encore de signature caractéristique des effets de quarks dans les noyaux bien que les théories du type QCD soient des modèles dynamiques et pas seulement des schémas de classification (G. Ripka). A. Gérard a d'ailleurs fait remarquer qu'il n'était peut-être pas très sain de rechercher l'"expérience" spécifique qui peut être n'existe pas, et qu'il vaudrait mieux poursuivre méthodiquement l'investigation expérimentale des phénomènes nucléaires à plus haute énergie et plus grands transferts d'impulsion pour mieux comprendre les champs mésiques et déterminer quelles en sont les limites.

Finalement en ce qui concerne la fiabilité des calculs théoriques dans ce domaine, on a fait remarquer que la plupart des prédictions de phénomènes exotiques (baryonium, dibaryons, "glueballs", etc...) n'ont pas été vérifiées, et que la mise en évidence d'effets nouveaux repose encore sur l'imagination des expérimentateurs.

2. Ions lourds relativistes et plasmas quarks-gluons

Une discussion principalement animée par J.P. Blaizot a eu lieu au sujet des expériences de collisions d'I.L.R. prévues au CERN. L'aspect très hypothétique de la transition de phase, telle qu'elle est prédite par plusieurs théories, est apparu clairement. Il y a cependant des signatures caractéristiques : paire de dileptons, abondance de particules étranges... De plus, certains événements cosmiques (événements "Centauro" dans lesquels on observe jusqu'à mille hadrons !) montrent que les conditions de création de plasmas existent, au moins dans certaines étoiles. Le séminaire de G. London avait fait le point sur les expériences qui sont prévues au CERN. Elles devraient apporter une réponse d'ici deux-trois ans.

3. Mise en évidence d'effets exotiques à basse énergie

Un problème qui intéresse particulièrement le physicien nucléaire est celui des conséquences des degrés de liberté non nucléoniques sur les phénomènes de très basse énergie. Dans son séminaire, B. Vignon a montré comment les oscillations de neutrinos étaient reliées à la structure interne de la matière nucléaire par l'intermédiaire des théories supersymétriques (SUSY), de grande unification (GUT) etc... Il avait cité une expérience complémentaire permettant de mesurer la double désintégration β sans neutrinos du Ge. Cette expérience a été longuement discutée au cours de la table ronde en particulier par P. Menrath. Les difficultés expérimentales pour arriver à une durée de vie de $10^{23} - 10^{24}$ ans (ce qui correspondrait à une limite de masse du ν_e de 3 eV) ont été décrites. Les incompatibilités entre le résultat de l'expérience russe sur la désintégration β du tritium et d'autres expériences ont été soulignées et J.J. Aubert s'est étonné qu'il n'y ait pas d'équipe française sur ce problème. M. Epherre a signalé qu'un projet était à l'étude du CSNSM. Une remarque générale a été que

cette physique, même si elle est à "basse énergie", nécessite des investissements importants et des années d'effort pour obtenir des résultats significatifs et par cet aspect elle s'apparente à la physique des hautes énergies.

4. Quels outils expérimentaux pour ce type de physique ?

Nous avons finalement fait un tour d'horizon des possibilités expérimentales qui s'offrent aux équipes de chercheurs français dans les domaines intéressant les degrés de liberté non-nucléoniques. Nous avons remarqué la bonne position de la France dans les expériences de LEAR (tout un domaine, celui de la diffusion \bar{p} -noyaux n'a malheureusement pas été discuté) et d'ILR au CERN. A court et moyen terme, Saturne offre une bonne compétitivité grâce à son énergie (3 GeV max.), ses particules polarisées (p et d), les ions lourds jusqu'à 1.15 GeV/A et la variété des équipements disponibles, possibilités encore accrues après la mise en route de Mimas (1986-87). Par contre, les limitations de l'accélérateur linéaire d'électrons de Saclay (ALS), tant du point de vue de l'énergie que de celui du cycle utile, ont été soulignées. En ce qui concerne les projets on a fait apparaître leur caractère complémentaire. Depuis l'arrêt des faisceaux de K du CERN (où les Français avaient apporté une contribution significative) le besoin se fait sentir de faisceaux de particules étrangères de qualité nucléaire et nous devrions absolument coopérer, d'une façon ou d'une autre, au projet d'accélérateur de protons de 20-30 GeV, 100 μ A qui serait situé au SIN (Suisse) ou en Allemagne du Sud et qui devrait fournir une grande variété de faisceaux secondaires (π et μ de grande énergie, K, \bar{p} , neutrons, neutrinos...). Le projet de machine à électrons ALS2 permettrait de faire des mesures plus limitées, mais plus propres (car l'interaction est bien connue) des grands moments de transfert dans le noyau. Finalement, bien que l'énergie du projet d'accélérateur de 200 MeV d'Orsay apparaisse limitée pour la physique des degrés de liberté non nucléoniques, il pourrait trouver des utilisations partielles comme l'étude des transitions M1 initiée au synchro-cyclotron d'Orsay et qui sont directement reliées à l'excitation de Δ dans les noyaux.

A la fin de la discussion Y. Abgrall nous a fait remarquer dans une intervention sur un ton particulièrement tonique que nous avons consacré une bonne partie de notre discussion à des problèmes n'intéressant que la physique des particules (ce qui était vrai mais n'est pas exactement reflété dans ce compte rendu) alors que nous avons négligé tout le domaine de la propagation des résonances (Δ en particulier) dans l'environnement nucléaire, phénomène qui est d'un grand intérêt pour la physique nucléaire car il conduit à une nouvelle dynamique du noyau.

Je tiens à remercier H. Doubre pour la clarté des notes qu'il a prises pendant la discussion.

Energie	Degré de liberté	Physique	
0	Nucléons	Structure nucléaire Réactions nucléaires (niveaux excités de basse énergie, réactions de transfert...)	
100 MeV	$m_\pi = 140 \text{ MeV}$, $200 \text{ MeV}/c$	1 fm^{-1}	
	Pions, nucléons deltas	Production de pions Excitation de deltas dans le noyau...	
1 GeV	$m_\rho = 770 \text{ MeV}$		
	Mésons (π, η, ρ, ω), baryons (N, Δ et leurs états excités)	Production directe de π , facteur de forme du deuton aux grands transferts	
quelques GeV	$2 \text{ GeV}/c$ 0.1 fm^{-1}		
quelques dizaines de GeV et au-delà	Quarks ?	Effet EMC	

TABLE 1

L I S T E D E S P A R T I C I P A N T S

- ABGRALL, Yvon, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, Domaine du Haut Vigneau, 33170 Gradignan
- ABZOUZI, Ali, Institut de Physique, U.S.T.H.B., B.P. n° 9, Dar El Beida, Alger (Algérie)
- ARVIEUX, Jacques, Laboratoire National Saturne, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- ASLANIDES, Elie, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. n° 20 CR, 67037 Strasbourg Cedex
- AUBERT, Jean-Jacques, Centre de Physique des Particules, Faculté Luminy, 70 Route Léon Lachamp, Case 907, 13288 Marseille Cedex 02
- BELAIDI, Ramdane, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, Domaine du Haut Vigneau, 33170 Gradignan
- BENCHEIKH, Kamel, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, Domaine du Haut Vigneau, 33170 Gradignan
- BERRADA, Mohammed, Centre d'Etudes Nucléaires, B.P. n° 85 X, 38041 Grenoble Cedex
- BERTHOT, Jacques, Laboratoire de Physique Corpusculaire, Université de Clermont, B.P. n° 45, 63170 Aubière
- BERTIN, Pierre-Yves, Laboratoire de Physique Corpusculaire, Université de Clermont, B.P. n° 45, 63170 Aubière
- BLAIZOT, Jean-Paul, D.Ph.T., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- BONCHE, Paul, D.Ph.T., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- BOUCHENEB, Narrimane, C.D.T.B., Commissariat aux Energies Nouvelles, B.P. n° 1017, Alger (Algérie)
- BUENERD, Michel, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- CATZ, Henri, D.Ph.N./ME, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- CERBA, Jacques, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- CEULENEER, René, Service de Physique Nucléaire Théorique, Faculté des Sciences de l'Université de l'Etat à Mons, Avenue Maistriau, Chaville 4, 7000 Mons (Belgique)
- CHIAVASSA, Emilio, I.N.F.N., Sezione di Torino, 10125 Torino (Italie)
- COC, Alain, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse, Bât. 108, 91406 Orsay
- COLLOT, Johann, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- COMBES-COMETS, Marie-Pierre, Institut de Physique Nucléaire, B.P. n° 1, 91406 Orsay
- CONTARDO, Didier, Institut de Physique Nucléaire, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex
- DASSIE, Danielle, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut Vigneau, 33170 Gradignan
- DELORME, Jean, Institut de Physique Nucléaire, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex
- DESPLANQUES, Bertrand, Institut de Physique Nucléaire, B.P. n° 1, 91406 Orsay
- D'HOSE, Nicole, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- DOUBRE, Hubert, Grand Accélérateur National d'Ions Lourds, B.P. n° 5027, 14021 Caen Cedex
- DUFOUR, Marianne, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. n° 20 CR, 67037 Strasbourg Cedex
- DUPONT, Claude, Institut de Physique de l'Université de Louvain, 2, Chemin du Cyclotron, 1348 Louvain-la-Neuve (Belgique)
- EPHERRE, Marcelle, Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse, Bât. 108, 91406 Orsay et Division EP, CERN, 1211 Genève 23 (Suisse)
- ERICSON, Magda, Institut de Physique Nucléaire, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex et CERN, 1211 Genève 23 (Suisse)
- FAYARD, Claude, Institut de Physique Nucléaire, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex
- FLEURY, Alain, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut Vigneau, 33170 Gradignan
- FROIS, Bernard, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

- GASTALDI, Ugo, CERN, 1211 Genève 23 (Suisse)
- GERARD, Alain, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- GERSCHER, Claudie, Institut de Physique Nucléaire, B.P. n° 1, 91406 Orsay
- GIFFON, Maurice, Institut de Physique Nucléaire, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex
- GIGNOUX, Claude, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- GOUTTE, Dominique, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- GRAFEUILLE, Sylvie, Institut de Physique Nucléaire, B.P. n° 1, 91406 Orsay
- HASSANI, Saoud, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. n° 20 CR, 67037 Strasbourg Cedex
- HUBERT, Philippe, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- JAMMES, Laurent, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- KERBOUL, Claire, Centre de Recherches Nucléaires, B.P. n° 20 CR, 67037 Strasbourg Cedex
- LABARSOUCHE, Jean, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- LAMOT, Georges, Institut de Physique Nucléaire, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex
- LEBRUN, Didier, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- LEPRETRE, Alfred, D.Ph.N./MF, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- LONDON, Georges, D.Ph.P.E./SEE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- MAYER, Benjamin, D.Ph.N./ME, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- MEDJADI, Djamel-Eddine, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- MENNRATH, Pierre, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- MONNAND, Edouard, Centre d'Etudes Nucléaires, B.P. n° 85 X, 38041 Grenoble Cedex
- MUSSO, Alfredo, I.N.F.N., Sezione di Torino, 10125 Torino (Italie)
- NAULIN, François, Institut de Physique Nucléaire, B.P. n° 1, 91406 Orsay
- NINANE, Alain, Institut de Physique de l'Université de Louvain, 2, Chemin du Cyclotron, 1348 Louvain-la-Neuve (Belgique)
- OTEO, José-Angel, Departamento Fisica Atomica y Nuclear, Facultad de Ciencias, Palma de Mallorca (Espagne)
- PASCAUD, Jean-Marc, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- PASQUER, Vincent, D.Ph.T., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- PERRIN, Nils, Institut de Physique Nucléaire, B.P. n° 1, 91406 Orsay
- PERRIN, Paul, Centre d'Etudes Nucléaires, B.P. n° 85 X, 38041 Grenoble Cedex
- PERROT, Fabienne, D.Ph.N./ME, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- PHAN, Xuan-Ho, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- PREDAZZI, Enrico, Istituto di Fisica Teorica, Università di Torino, C.so M. d'Azeglio, 46, 10125 Torino (Italie)
- QUEBERT, Jean, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- QUENTIN, Philippe, Laboratoire de Physique Théorique, Université de Bordeaux I, Domaine du Haut Vignean, 33170 Gradignan
- RIPKA, Georges, D.Ph.T., CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- ROSIER, Louis-Hubert, Institut de Physique, 2, Chemin de la Houssinière, 44072 Nantes Cedex
- SILVESTRE-BRAC, Bernard, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- TERRIEN, Yves, D.Ph.N./HE, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- VIENNOT, Michel, Laboratoire de Physique Nucléaire, Faculté des Sciences, Avenue Ibn Batota, Rabat (Maroc)
- VIGNON, Bernard, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex
- WELLERS, François, D.Ph.N./ME, CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
- YE, Yan-Lin, Institut des Sciences Nucléaires, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex