

ECOLE INTERNATIONALE JOLIOT-CURIE
DE PHYSIQUE NUCLEAIRE

Maubuisson, France

26^{ème} session, 17-22 Septembre 2007

L'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules du CNRS

en collaboration avec

La Direction des Sciences de la Matière du CEA,

le Fonds National de la Recherche Scientifique de Belgique

et le Service de Physique Nucléaire du CEA/DAM

LES RÉACTIONS NUCLÉAIRES
COMME SONDES DE LA STRUCTURE

B. FERNANDEZ
J. CUGNON
P. ROUSSEL-CHOMAZ
J.-M. SPARENBERG
F. de OLIVEIRA SANTOS
E. BAUGE
A. POVES
N. KEELEY
C. SIMENEL
D. BAYE
D. CORTINA-GIL
A. PONS

Conseil Scientifique

G. BELIER (CEA Bruyères-le-Châtel), B. BLANK (CEN Bordeaux), B. CHEYNIS (IPN Lyon), J. CUGNON (U Liège), G. DE FRANCE (GANIL Caen), P. DESCOUVEMONT (UL Bruxelles), P. DESSAGNE (LPHC Strasbourg), P. DUPIEUX (LPC Clermont), C. FINCK (SUBATECH Nantes), S. FRANCHOO (IPN Orsay), M. GUIDAL (IPN Orsay), P.-H. HEENEN (UL Bruxelles), D. LACROIX (LPC Caen), V. LAPOUX (CEA Saclay), A. LEFEBVRE (CSNSM Orsay), P. LELEUX (UC Louvain-la-Neuve), D. LHUILLIER (CEA Saclay), E. LIATARD (LPSC Grenoble), J.-F. MATHIOT (LPC Clermont), J.-Y. OLLITRAULT (CEA Saclay), M.-G. PORQUET (CSNSM Orsay), N. REDON (IPN Lyon), C. ROY (SUBATECH Nantes), G. RUDOLF (LPHC Strasbourg), C. SEMAY (U Mons), B. SILVESTRE-BRAC (LPSC Grenoble), O. SORLIN (GANIL Caen), C. VOLPE (IPN Orsay)

Comité d'Organisation

B. BLANK, P. DESCOUVEMONT, V. LAPOUX, D. LACROIX, M.-G. PORQUET

Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire :

- 1982 : COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI
H. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain, R. Babinet, J. Cugnon, D. Guerreau, C. Guet,
J. Menet, H. Pirner
- 1983 : STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE
J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski, S. Della Negra,
J. Delorme, S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.-P. Vivien.
- 1984 : MESONS, BARYONS, QUARKS ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
B. Desplanques, B. Frois, U. Gastaldi, E. Predazzi, G. Ripka, J. Arvieux, J.-J. Aubert,
M. Ericson, G. London, B. Vignon.
- 1985 : LA MATIERE NUCLEAIRE DANS TOUS SES ETATS
P. Bonche, J. Cugnon, R. Babinet, J.-F. Mathiot, L. Van Hove, M. Buenerd, J. Galin, M.-C. Lemaire,
J. Meyer.
- 1986 : SYMETRIES ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
P. Depommier, S. Gales, Nguyen Van Giai, P. Guichon, P. Schuck, D. Goutte, M. Vergnes,
M. Avenier, P. Hubert, G. Girardi, B. Loiseau.
- 1987 : AU-DELA DU CHAMP MOYEN
K. Dietrich, G.-J. Wagner, C. Grégoire, X. Campi, B. Silvestre-Brac, S. Platchkov, B. Mayer,
Y. Abgrall, O. Bohigas, P. Grangé, C. Signarbieux.
- 1988 : a/ INSTRUMENTATION EN PHYSIQUE NUCLEAIRE ET PHYSIQUE DES PARTICULES
F. Sauli, V. Comparat, M. Suffert, J. Séguinot, P. Farthouat, R. Wigmans, B. Equer, D. L'Hôte,
L. Fayard, H. Videau, J.-M. Durand, A. Boudart, H. Fanet, F. Bourgeois, D. Perret-Gallix,
L. Gonzalez-Mestres (*en vente aux éditions de Physique, Paris*)
- b/ LA RECHERCHE DU PLASMA DE QUARKS ET DE GLUONS : LES COLLISIONS D'IONS
LOURDS ULTRARELATIVISTES - ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE
J.-P. Blaizot, J.-N. Capdevielle, A. Capella, J. Gosset, G. Lандаud, P. Lutz, A. Morel, B. Pire,
D. Vautherin.
- 1989 : NUCLEONS DANS LE NOYAU, MAIS ENCORE...
P. Grangé, J.-F. Mathiot, M. Ericson, H.-J. Pirner, M. Roy-Stephan, J. Delorme, R. Frascaria,
S. Gales, A. Magnon, M. Arnould.
- 1990 : LA PHYSIQUE NUCLEAIRE DU LABORATOIRE AUX ETOILES
N. Prantzos, M. Arnould, E. Schatzman, J.-P. Thibaud, P. Descouvemont, J.-P. Dufour,
P. Quentin, E. Suraud, R. Schaeffer.
- 1991 : LES NOYAUX EN PLEINES FORMES
Z. Szymanski, P.-H. Heenen, J.-F. Berger, K. Heyde, B. Haas, R. Janssens, D. Paya, D. Gogny,
G. Huber, S. Bjørnholm, M. Brack.
- 1992 : MATIERE HADRONIQUE OU...AUJOURD'HUI ET DEMAIN AVEC LES ELECTRONS
V. Breton, H. Fonvieille, B. Frois, R. Van de Vyver, G. Smadja, J. Martino, J.-P. Blaizot, J.-F. Mathiot,
P. Vernin, X. Artru, J. Remillieux
- 1993 : LES NOYAUX EN 1993 : *une nouvelle façon d'exister*
J. Meyer, G. Sletten, S. Gales, A. Mueller, D. Vautherin, J.-P. Dufour, P. Armbruster, B. Tamain,
P. Leleux, M. Belakhovsky.

- 1994 : PHYSIQUE NUCLEAIRE INSTRUMENTALE : *des éléments pour un bon choix*
Ch. Bourgeois, J.-M. Brom, Y. El Masri, W. Mittig, D. L'Hôte, J.-P. Didelez, P. Desesquelles,
F. Hannachi, G. Fournier, M. Maire, L. Valentin.
- 1995 : NOYAUX EN COLLISIONS
R. Balian, B. Remaud, E. Suraud, D. Durand, A. Gobbi, J. Cugnon, O. Drapier, J. Govaerts,
R. Prieels.
- 1996 : PRODUCTION D'ENERGIE NUCLEAIRE ET TRAITEMENT DES DECHETS : *des filières
d'aujourd'hui aux solutions innovantes*
J.-P. Dufour, G. Barreau, P. Reuss, J. Cugnon, J. Fréhaut, Y. Quéré, H. Métivier,
J.-P. Schapira, J.-M. Cavedon, M. Delpech, J.-M. Loiseaux, J.-M. Lagniel, S. Leray.
- 1997 : STRUCTURE NUCLEAIRE : *un nouvel horizon*
J.-F. Mathiot, J.-P. Blaizot, A. Poves, P.-H. Heenen, Ph. Chomaz, P. Van Duppen, N. Orr, B. Gall,
W.R. Phillips, P. Hello
- 1998 : MATIERE HADRONIQUE : *de la structure du nucléon au déconfinement des quarks*
M. Knecht, P. Guichon, J.-Y. Ollitrault, C. Cavata, H.-J. Pirner, S. Kox, G. Chanfray, C. Kuhn,
M. Gonin, O. Sorlin
- 1999 : NOYAU, CHAMP ET CORTEGE
Ch. Leclercq-Willain, C. Rouyer, D. Lunney, J. Kiener, F. Le Blanc, J.-F. Chemin, V. Méot,
G. Neyens, M.-G. Porquet, Ph. Moretto
- 2000 : ASTROPHYSIQUE NUCLEAIRE : *du microcosme nucléaire au macrocosme astrophysique*
M. Arnould, J. Meyer, G. Audi, N. Orr, C. Volpe, O. Sorlin, S. Goriely, P. Descouvemont, B. Cordier,
B. Degrange
- 2001 : PHYSIQUE NUCLEAIRE INSTRUMENTALE : *"de la mesure à la grandeur physique"*
S. Hustache Ottini, D. Buskulic, J. Bouchez, E. Nappi, H. Savajols, M. Guidal, J. Pouthas,
G. Duchêne, T. Pussieux, M. Loiselet, P. Salati
- 2002 : LES NOYAUX EXOTIQUES : *"un autre regard sur la structure nucléaire"*
J. Dobaczewski, Y. Blumenfeld, H. Flocard, M.J. Garcia Borge, F. Nowacki, S. Rombouts,
C. Theisen, F.-M. Marques, D. Lacroix, P. Dessagne, A. Lopez Martens, H. Gaeggeler
- 2003 : L'INTERACTION FAIBLE : *l'histoire continue...*
J. Martino, J.-M. Frère, O. Naviliat-Cuncic, C. Volpe, J. Marteau, D. Lhuillier, D. Vignaud,
R. Legac, J. Bartlett
- 2004 : LES RAYONNEMENTS ET LE VIVANT
P. Andrey, L. Lacroix, A. Chétioui, N. Gault, R. Ferrand, M. Ricard, I. Buvat, F. Lethimonier,
C. Comtat
- 2005 : LA QCD À L'ŒUVRE : *des hadrons au plasma*
P. Aurenche, O. Pene, F. Gulminelli, B. Moussallam, J.-M. Le Goff, R. Granier de Cassagnac,
C. Roy, P. Dupieux
- 2006 : LE CYCLE ELECTRONUCLEAIRE : *de la fission aux nouvelles filières*
J.-F. Berger, P. Baeten, E. Bauge, B. Jurado, A. Boudard, I. Billard, F. Varaine, A. Billebaud,
S. David, H. Nifenecker, K. Protassov.

Ces cours peuvent être consultés dans les bibliothèques des laboratoires de l'IN2P3, du CEA, du FNRS belge et au CERN. Des cours des dernières années sont encore disponibles, ils peuvent être obtenus sur demande auprès de :

Pascale CHAMBON
CEN Bordeaux
BP 120
33175 GRADIGNAN Cedex - France
☎ 05 57 12 08 49
E-mail : chambon@cenbg.in2p3.fr

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

M.-G. PORQUET

DE LA DECOUVERTE DU NOYAU A LA DWBA, UNE (BREVE) HISTOIRE DES REACTIONS NUCLEAIRES, ET DES INSTRUMENTS QUI ONT PERMIS LEUR ETUDE

B. FERNANDEZ 1

PANORAMA DES REACTIONS NUCLEAIRES

J. CUGNON 33

TECHNIQUES EXPERIMENTALES

P. ROUSSEL-CHOMAZ 71

THEORIE DES COLLISIONS A BASSE ENERGIE

J.-M. SPARENBERG 119

DIFFUSION ELASTIQUE RESONANTE, DIFFUSION INELASTIQUE ET REACTIONS ASTROPHYSIQUES

F. DE OLIVEIRA SANTOS 161

SONDER LA STRUCTURE NUCLEAIRE AVEC DES NUCLEONS

E. BAUGE 193

SHELL MODEL AND SPECTROSCOPIC FACTORS

A. POVES 225

ANALYSIS OF TRANSFER REACTIONS : DETERMINATION OF SPECTROSCOPIC FACTORS

N. KEELEY 239

APPROCHES MICROSCOPIQUES DE LA DYNAMIQUE NUCLEAIRE

C. SIMENEL 269

REACTIONS DE DISSOCIATION : ASPECTS THEORIQUES

D. BAYE 327

KNOCKOUT REACTIOND : EXPERIMENTAL ASPECTS

D. CORTINA GIL 361

LA RECHERCHE EN ŒNOLOGIE : CARACTERISATION CHIMIQUE DU VIEILLISSEMENT DEFECTUEUX DES VINS BLANCS SECS

A. PONS 391

SEMINAIRES JEUNES 407

LISTE DES PARTICIPANTS 419

AVANT-PROPOS

Cette session 2007 fut d'un excellent cru !

Pour la première fois depuis les débuts de l'Ecole Joliot-Curie, les réactions nucléaires ont été choisies comme sujet à part entière. Des faisceaux radioactifs sont disponibles sur divers accélérateurs depuis plusieurs années déjà, que ce soit en Europe, aux USA ou au Japon. Des techniques utilisées autrefois pour les faisceaux stables sont maintenant reprises, améliorées et étendues aux cas spécifiques de faisceaux de très faible intensité et souvent de moindre qualité optique. Les montages expérimentaux comme les techniques d'analyse ont dû être repensés pour exploiter au mieux ces nouveaux faisceaux. Notre objectif était donc de faire le point sur ces nouvelles expériences permettant de caractériser la structure des noyaux très exotiques. La semaine a débuté par des cours généraux, destinés à rappeler les bases, et a continué avec des cours plus spécialisés, chaque domaine étant couvert sous un double point de vue, expérimental et théorique.

L'Ecole Joliot-Curie 2007 a bien mérité son adjectif «Internationale». En effet cette année, la moitié des orateurs venaient de l'extérieur de nos frontières. J'en profite pour réitérer mes remerciements à ces collègues européens de nous avoir fait profiter de leur savoir.

Enfin, quittant le domaine de la physique et faisant une petite escapade loin des sentiers battus, nous avons suivi un cours sur les recherches en œnologie à l'université de Bordeaux.

Je suis sûre que la lecture de ces cours écrits permettra à la grande majorité des participants d'approfondir ce qu'ils ont appris ou revu pendant la semaine. A l'instar des sessions précédentes, ce volume devrait rester un document de références pour tous les travaux futurs relatifs aux réactions induites par faisceaux exotiques.

Je termine cet avant-propos en remerciant tout d'abord nos «mécènes» sans qui l'Ecole n'existerait pas : le CNRS-IN2P3, diverses branches du CEA (CEA-DSM et CEA-DAPNIA de Saclay ; Service de physique nucléaire du CEA-DAM de Bruyères-le-Châtel) ainsi que le FNRS belge.

Monique Verriez (Formation Permanente de l'IN2P3-CNRS) a beaucoup œuvré dans la gestion administrative et financière de l'Ecole pendant de nombreuses années : au nom de tous, je la remercie pour son aide efficace et lui transmets mes meilleurs souhaits de réussite dans ses nouvelles activités au sein du LAL.

Le site internet de l'Ecole vient d'être rénové afin de le rendre mieux adapté à la recherche d'informations : je remercie Isabelle Moreau (responsable du service informatique du CENBG) pour son aide dans l'installation et la maintenance de la nouvelle version, le site restant toujours hébergé par le CENBG.

En dernier lieu, l'Ecole est très redevable à Pascale Chambon (CENBG) qui s'occupe avec toujours autant d'efficacité et de bonne humeur du secrétariat : avec elle, tout semble simple car elle sait anticiper et gérer au mieux toute la logistique.

Marie-Geneviève Porquet

L'ensemble de ces cours, avec leurs figures en couleur, est disponible sur le site Internet de l'Ecole :

<http://www.cenbg.in2p3.fr/joliot-curie>

De la découverte du noyau à la DWBA, une (brève) histoire des réactions nucléaires, et des instruments qui ont permis leur étude

BERNARD FERNANDEZ

Résumé

L'observation et l'interprétation des réactions nucléaires se confond avec la physique nucléaire elle-même. La naissance et le développement des instruments de détection et d'analyse font donc partie intégrante de cette histoire. Nous présentons ici une brève revue des principales réactions qui ont marqué l'évolution de la physique nucléaire, tant du point de vue de l'observation expérimentale que de l'interprétation physique.

SOMMAIRE

1	La première diffusion élastique d'une particule α	3
1.1	Les premiers instruments de la radioactivité	3
1.2	L'existence du noyau	5
2	Les premières réactions nucléaires	6
2.1	Rutherford observe une réaction nucléaire	6
2.2	D'autres réactions nucléaires	7
2.3	Une polémique entre le <i>Cavendish</i> et l' <i>Institut für Radiumforschung</i> de Vienne	7
3	Les nouveaux moyens de détection	8
3.1	Le compteur à pointe de Geiger	8
3.2	Le compteur Geiger-Müller	9
3.3	La chambre à ionisation à amplification électronique	10
4	Une identification difficile : la découverte du neutron	10
5	Les premières réactions nucléaires provoquées par un faisceau de particules accélérées	11
6	La découverte de la radioactivité artificielle et la physique des neutrons	11
6.1	Le congrès Solvay de 1933	11
6.2	La radioactivité artificielle	11
7	Enrico Fermi : la physique des neutrons lents, les résonances	12
7.1	Le début de la physique des neutrons à Rome	12
7.2	Les nouveaux détecteurs de neutrons	13
7.3	Les neutrons lents	13
7.4	La découverte des résonances d'absorption des neutrons lents	13
8	La théorie du noyau composé, première théorie des réactions nucléaires	14
8.1	Niels Bohr	14
8.2	Breit et Wigner	15

9	Après la seconde guerre mondiale, le développement des accélérateurs et de l'instrumentation	15
9.1	Les accélérateurs	15
9.2	Les détecteurs et l'instrumentation	16
10	Diffusion élastique et modèle optique	16
11	Tentatives « optiques »	16
12	Le potentiel optique de Woods et Saxon	17
13	L'ordinateur, instrument décisif	18
14	Les premières réactions directes	19
14.1	À Berkeley, le <i>stripping</i> du deuton, ou comment « déshabiller » le deuton	19
14.2	Birmingham : les distributions angulaires, Stuart Butler	20
14.3	Succès et développement de la théorie de Butler	21
14.4	DWBA et ordinateur, une union indissoluble	22
15	Après les années cinquante	22
	Références	23
	Quelques notices biographiques	26

1 LA PREMIÈRE DIFFUSION ÉLASTIQUE D'UNE PARTICULE α

1.1 Les premiers instruments de la radioactivité

Le 1^{er} mars 1896, Henri Becquerel découvre qu'un cristal d'uranium émettait des radiations qui impressionnaient une plaque photographique pourtant protégée par un épais papier noir. Il observe ensuite que près d'une substance active, « radioactive », comme la nommera Marie Curie en 1898, l'air devient légèrement conducteur de l'électricité¹. Ernest Rutherford^{◇*} explique rapidement cette conduction par l'ionisation des molécules d'oxygène et d'azote².

Émulsion photographique, ionisation d'un gaz : ce sont les premiers principes de détection des particules émises par les substances radioactives. Pendant plusieurs années les physiciens utiliseront l'électromètre pour mesurer les très faibles courants provoqués par les rayonnements radioactifs. C'est grâce à un électromètre que Pierre et Marie Curie découvrent le polonium et le radium en 1898, et que Rutherford fait ses expériences cruciales qui lui permettent de montrer que la radioactivité subit une décroissance exponentielle et qu'elle consiste en une transformation d'atomes les uns dans les autres.

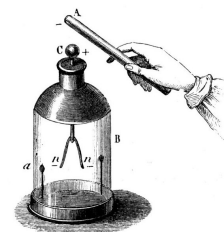


FIG. 1 – Un électroscope à feuilles d'or semblable à celui qu'a utilisé Becquerel

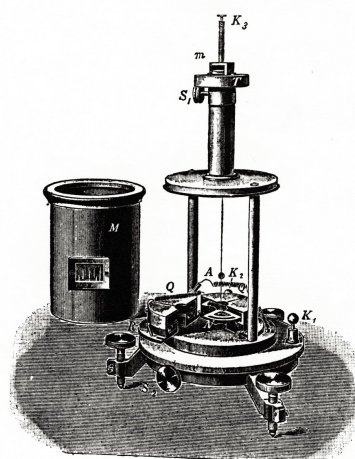


FIG. 7.
Dolezalek electrometer.

FIG. 2 – L'électromètre de Dolezalek utilisé par Rutherford

Un troisième phénomène apparut en 1903. Un peu par hasard, le chimiste anglais William Crookes observa à la loupe une feuille de sulfure de zinc exposée aux rayons α du radium :

If a solid piece of radium nitrate is brought near the screen, and the surface examined with a pocket lens magnifying about 20 diameters, scintillating spots are seen sparsely scattered over the surface. On bringing the radium nearer the screen the scintillations become more numerous and brighter, until when close together the flashes follow each other so quickly that the surface looks like a turbulent luminous sea.

It seems probable that in these phenomena we are actually witnessing the bombardment of the screen by the positive atoms hurled off by radium with a velocity of the order of that of light³.

Crookes construisit même un petit appareil qu'il nomma *spintharoscope*, et qui permettait d'observer ces scintillations (fig. 3).

Il n'était cependant pas sûr que chaque particule α provoquât une scintillation et une seule, si bien que les physiciens préférèrent utiliser plutôt l'électromètre pour les mesures quantitatives. C'est avec un électromètre que Pierre et Marie Curie découvrirent le polonium et le radium en 1898, et que Rutherford fit les mesures qui le conduisirent dès 1900 à découvrir la décroissance exponentielle⁴ et à montrer que la radioactivité était une transformation d'atomes les uns dans les autres, une véritable transmutation^{5,6}.

Dans un cours à l'Université de Yale en 1905 sur *Les transformations radioactives*, Rutherford fait le point sur les différentes méthodes de mesure et de détection des rayonnements radioactifs :

*le losange signifie qu'une brève notice bibliographique est donnée à la fin du cours



FIG. 3 – Le spintharoscope de William Crookes

Il y a trois propriétés générales des rayonnements des substances radioactives que l'on a utilisées dans le but de faire des mesures, mettant en jeu (1) l'action des rayonnements sur la plaque photographique, (2) la phosphorescence produite dans certaines substances cristallines, (3) l'ionisation produite par les rayonnements dans un gaz⁷.

Son opinion sur la méthode du comptage des scintillations est à cette époque pour le moins prudente :

La propriété des rayons α de provoquer des scintillations sur un écran recouvert de sulfure de zinc est particulièrement intéressante. On a pu détecter par cette méthode des rayons α émis par des substances faiblement radioactives comme l'uranium, le thorium ou la pechblende. On a utilisé des écrans de sulfure de zinc comme une méthode visuelle pour mettre en évidence la présence de l'émanation du radium et de l'actinium. D'une façon générale on peut dire que la méthode de la phosphorescence, tout en étant très intéressante comme moyen visuel pour examiner les rayons, est cependant très limitée dans son application, car elle n'est que grossièrement quantitative⁸.

En 1907, Rutherford, qui est professeur à l'université McGill de Montréal depuis 1899, rentre en Angleterre, et devient professeur à l'université de Manchester. Là, il rencontre un jeune physicien allemand en séjour post-doctoral, Hans Geiger[◇], et lui propose de devenir son assistant, ce que Geiger sera pendant cinq ans. Or Rutherford a une priorité : mesurer la charge de la particule α , et pour cela il faudrait mesurer le nombre de particules émises par seconde par un corps radioactif comme le radium, donc disposer d'un appareil permettant de compter les particules une à une. Or la charge d'une seule particule est trop faible pour être détectée par le plus sensible des électromètres. Rutherford propose alors à Geiger d'étudier la possibilité de provoquer une multiplication des charges électriques produites par l'ionisation d'un gaz, par un mécanisme semblable aux « avalanches » étudiées peu auparavant par John Townsend[◇], physicien à Oxford, qu'il avait connu au Cavendish. En étudiant le mouvement des électrons dans les gaz raréfiés, Townsend avait montré qu'il y avait multiplication des charges pourvu que le potentiel soit suffisant⁹⁻¹³. Un de ses étudiants, J. P. Kirkby, avait étudié cette multiplication dans une géométrie particulière, avec une cathode cylindrique dont l'anode était l'axe de symétrie central. C'est cette configuration que Rutherford proposa à Geiger d'étudier¹⁴. Un an plus tard, le premier compteur « Geiger » fonctionnait^{15,16}, et permettait à Rutherford de compter ses particules α , confirmant la charge 2 qu'il soupçonnait¹⁷ (Fig. 4).

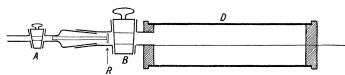


FIG. 4 – Le premier compteur de Rutherford et Geiger

carbonique) à une pression réduite (entre 30 et 50 Torr, ou millimètres de mercure, soit entre 4 et 5% de la pression atmosphérique). La configuration cylindrique fait que le champ électrique augmente beaucoup à mesure que les électrons, libérés par le passage d'une particule α , s'approchent du fil. Ils provoquent alors des ionisations par collision : on assiste à une multiplication des électrons. Dans le premier compteur de Rutherford et Geiger, un électron initial produisait ainsi un millier d'électrons, augmentant d'autant le signal électrique produit sur le fil, et sur l'électromètre relié à ce fil : *le passage d'une seule particule α produisait un mouvement visible de l'électromètre*. Le compteur est d'un maniement délicat. Il faut au moins 20 secondes après la détection d'une particule pour être en mesure d'en détecter une autre, mais c'est tout de même un pas de géant.

Rutherford et Geiger sont alors en mesure de comparer l'observation des scintillations au compteur Geiger. L'accord étant satisfaisant, c'est une validation réciproque. Pendant une vingtaine d'années, Rutherford utilisera surtout la méthode des scintillations observées visuellement, beaucoup plus simple à mettre en œuvre.

1.2 L'existence du noyau

L'atténuation des particules α à la traversée de matière avait été étudiée par Marie Curie qui avait noté¹⁸ en 1900 que, contrairement aux rayonnements connus, c'est-à-dire le rayonnement électromagnétique, les particules α n'étaient pas atténuées dans l'air mais disparaissaient après une trajectoire d'environ 4 cm. Ces expériences furent reprises par William Henry Bragg[◇], professeur de physique à l'Université d'Adelaïde, dans le sud de l'Australie, qui tombe un jour sur l'article de Marie Curie, et commence une série de recherches qui l'amèneront, dans les années 1904-1905, à en confirmer et préciser les résultats :

- les α émis par une substance donnée ont toutes la même énergie
- la densité d'ionisation produite augmente lorsque la vitesse décroît, et culmine peu avant la fin du parcours¹⁹⁻²¹.

Pour Bragg, les particules α se propagent en ligne droite, sans être déviées. Or Rutherford et Geiger ont remarqué une légère diffusion des particules α dans le long tube (4 mètres) que celles-ci devaient franchir avant d'être détectées, diffusion due au gaz résiduel dans le tube. Rutherford suggère alors à Geiger d'entreprendre une mesure systématique de la diffusion des particules α à l'aide du comptage de scintillations puisque la méthode est maintenant validée. Geiger observe que la déviation moyenne est de l'ordre de $0,02^\circ$ par atome traversé, mais il observe, et c'est beaucoup plus difficile à comprendre, des déviations aussi grandes que 15 degrés^{22,23}. Or Rutherford doit proposer un sujet de recherche à un étudiant de vingt ans qui vient d'arriver de Nouvelle Zélande, Ernst Marsden. Il lui demande de rechercher des déviations très grandes de particules α . L'expérience est entreprise avec l'aide de Geiger, et le résultat l'abasourdit :

Quand des particules β tombent sur une feuille, un fort rayonnement émerge du côté même de la plaque sur lequel les particules sont tombées. [...] Pour les particules α un tel effet n'a pas été observé, et d'ailleurs on ne s'y attend peut-être pas, en raison de la diffusion relativement faible que les particules α subissent en traversant la matière. Les expériences suivantes montrent cependant de façon concluante l'existence d'une réflexion diffuse des particules α . Une petite fraction des particules α tombant sur une feuille de métal subissent un changement de direction tel qu'elles émergent de nouveau du côté de l'incidence²⁴.

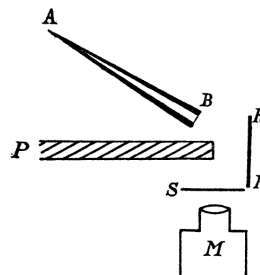


FIG. 5 – Le montage de Geiger et Marsden pour détecter la diffusion des particules α aux angles arrière. Un tube de verre de forme cylindrique contient de l'émanation du radium (^{222}Rn). La cible est placée en RR, S est l'écran scintillant de sulfure de zinc, et les scintillations sont observées visuellement grâce à un microscope de faible puissance M.

Ce résultat ne suscita que peu de commentaires et analyses. Deux ans plus tard cependant, Rutherford pense tenir la seule solution à ce qui est pour lui un vrai casse-tête. Dans une note de deux pages lue devant la *Manchester Literary and Philosophical Society* le 7 mars 1911, Rutherford présente la première ébauche de son modèle de l'atome :

[II] consiste en une charge électrique centrale concentrée en un point et entourée par une distribution sphérique uniforme d'électricité de signe opposé en quantité égale²⁵.

En avril Rutherford a rédigé un article qui paraît dans la livraison de mai de *Philosophical Magazine*. Il note d'emblée :

Étant donné que les particules α et β traversent les atomes, il devrait être possible, à partir d'une étude précise de la nature de la déflexion, de se faire quelque idée de la constitution de l'atome qui produit de tels effets. En fait, la diffusion de particules chargées de grande vitesse par les atomes de matière est une méthode d'attaque de ce problème parmi les plus prometteuses. Le développement du comptage une par une de particules α par la méthode de scintillation présente des avantages peu communs pour cette investigation et les recherches de Hans Geiger par cette méthode ont déjà beaucoup ajouté à notre connaissance de la diffusion de particules α par la matière²⁶.

Il présente ensuite son modèle de l'atome de façon plus détaillée, décrit son calcul des trajectoires des particules, et évalue même la valeur de la charge positive qu'il place en un point au centre de l'atome. Enfin il discute de la taille de la région de l'espace occupée par cette charge. Il montre alors de façon précise qu'on ne peut expliquer les résultats expérimentaux que si les particules α ne traversent pas le domaine occupé par la charge centrale (sinon la déviation serait moindre). Or les particules s'approchent beaucoup du centre de l'atome, donc cette région centrale est à coup sûr très petite. Rutherford fait une estimation pour un atome dont la charge centrale serait de 100 unités de charge élémentaire, ce qui, pense-t-il, est le cas de l'or (elle a été mesurée peu après, elle est de 79 unités de charge élémentaire). Il trouve que certaines particules s'approchent du centre à 3×10^{-12} cm, une échelle de longueurs inconnues jusque-là.

Rutherford sait bien la difficulté d'un tel modèle (ou du modèle *plum-pudding* de J. J. Thomson) : selon un théorème établi en 1842 par Samuel Earnshaw[◇], il n'existe pas d'équilibre statique possible pour un ensemble de particules qui interagissent entre elles suivant attraction inversement proportionnelle au carré de la distance²⁷. Mais si les électrons tournent, on est immédiatement confronté au rayonnement électromagnétique, et l'atome ne peut pas être stable non plus. Mais Rutherford est sûr de lui, il remet à plus tard la solution de ce problème :

La question de la stabilité de l'atome que nous proposons n'a pas à être considérée à ce stade, car cela dépendra évidemment de la structure précise de l'atome et du mouvement de ses constituants chargés.

Jusque-là Rutherford a parlé de « petite région », de « charge supposée concentrée en un point ». Dans un article daté du 16 août 1912 et paru en octobre, il emploie, pour la première fois, semble-t-il, le mot latin, donc savant, *nucleus*²⁸. Il l'emprunte à la biologie où l'on désigne ainsi le noyau d'une cellule. La physique « nucléaire » est née.

2 LES PREMIÈRES RÉACTIONS NUCLÉAIRES

2.1 Rutherford observe une réaction nucléaire

La guerre éclate à la fin du mois de juillet 1914. Beaucoup de physiciens sont mobilisés et partent au front. À Paris, le laboratoire dont rêvait Pierre Curie et dont Marie Curie a finalement obtenu la construction, l'Institut du Radium, est prêt. Mais la guerre retardera son ouverture jusqu'en 1919. À Manchester, Rutherford est resté pratiquement seul, avec son technicien, le fidèle William Kay. Dès cette époque, il a en tête la possibilité de provoquer la transmutation de certains noyaux, comme il l'écrit dans le journal de vulgarisation scientifique américain *Popular Science Monthly* en août 1915 :

Ce sera une tâche sans aucun doute très difficile de provoquer la transmutation de la matière dans les conditions terrestres ordinaires [...] Il est possible que le noyau d'un atome subisse une altération lors d'une collision directe avec des électrons très rapides, ou bien avec des atomes d'hélium tels que ceux qui sont éjectés par la matière radioactive [...] dans des conditions favorables, ces particules peuvent provoquer une brisure du noyau ou bien se combiner à lui²⁹.

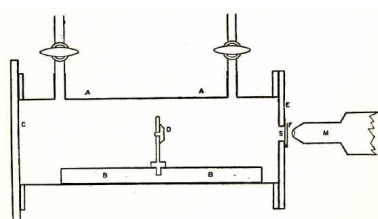


FIG. 6 – Le montage de Rutherford pour détecter la première réaction nucléaire. C'est une boîte parallélépipédique de $18 \times 6 \times 2$ cm. La source radioactive est au centre. La fenêtre de sortie est une feuille de métal mince. L'écran de sulfure de zinc est placé à 1 ou 2 mm à l'extérieur, et les scintillations sont observées par un microscope. La chambre peut être remplie de différents gaz à une pression variable.

Rutherford reprend des expériences que Marsden avait faites avant de repartir pour la Nouvelle Zélande, l'étude des collisions de particules α avec des noyaux d'hydrogène^{30,31}. Le dispositif expérimental (figure 6) consiste en une chambre rectangulaire de laiton A, de longueur 18 cm, profondeur 6 cm et épaisseur 2 cm ; la chambre est fermée à une extrémité par une plaque de verre dépoli C, et à l'autre par une plaque de laiton E dans laquelle une fente de 1×6 mm est recouverte d'une feuille de métal mince. Deux millimètres plus loin, l'écran de sulfure de zinc, puis le microscope permettant de voir les scintillations. La source radioactive D est placée au centre de la chambre.

Sur l'hydrogène, Rutherford note que la distribution angulaire des protons, qu'il appelle encore « rayons H », est différente de la distribution calculée par Darwin³², le théoricien du *Cavendish*. Les protons sont beaucoup plus concentrés aux petits angles, ce que Rutherford attribue à l'interaction entre la particule α et le noyau d'hydrogène, qui ne suit probablement pas la loi coulombienne aux très courtes distances^{33,34}. Sur l'oxygène Rutherford n'observe rien de particulier³⁵. Mais sur l'azote un phénomène nouveau apparaît. L'écran de sulfure de zinc est placé bien au-delà du parcours des particules α , si bien qu'il ne peut observer que des protons. Ces protons peuvent provenir soit de la source, soit de collisions des α avec des hydrogènes des molécules d'eau. Mais elles subsistent lorsque Rutherford emploie de l'air très sec. Et elles ne

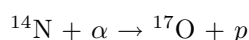
proviennent pas de l'oxygène, car il n'observe rien de semblable avec du dioxyde de carbone. Ces particules proviennent bien de collisions des α avec des noyaux d'azote, et leur parcours dans l'air est d'environ 19 cm, celui de protons de vitesse semblable à celle des α . Pour en être sûr, Rutherford tente une déviation grossière avec un champ magnétique. Conclusion de Rutherford, après une discussion serrée :

Compte tenu des résultats obtenus, il est difficile d'éviter de conclure que les atomes de long parcours issus de la collision d'une particule α avec l'azote ne sont pas des atomes d'azote mais probablement des atomes d'hydrogène ou des atomes de masse 2. Si tel est le cas, nous sommes amenés à conclure que l'atome d'azote s'est désintégré sous l'action des forces intenses produites dans des collisions rapprochées avec des particules α rapides, et que l'atome d'hydrogène qui est libéré fait partie des constituants du noyau d'azote.

[...]

D'une manière générale les résultats suggèrent que si nous disposions pour nos expériences de particules α — ou de projectiles semblables — d'une énergie encore plus grande, nous pourrions espérer briser la structure du noyau de nombreux d'éléments légers.

Rutherford a observé la réaction



C'est la première réaction nucléaire.

2.2 D'autres réactions nucléaires

Après la fin de la guerre, les travaux reprennent et l'observation de la première réaction nucléaire sera bientôt suivie par d'autres, en particulier au *Cavendish*, dont Rutherford est devenu le directeur. James Chadwick, un jeune étudiant, qui avait été retenu en Allemagne pendant la durée de la guerre, est revenu de captivité[◇]. Il reprend et améliore le dispositif expérimental et observe avec Rutherford, de nouvelles « désintégrations spontanées », qu'ils décrivent dans des publications successives envoyées à *Nature*³⁶ et *Philosophical Magazine*^{37, 38}.

Les particules produites dans la collision sont observées après la traversée d'une feuille d'aluminium qui aurait arrêté les particules α ou les noyaux plus lourds. Il est donc très probable que ce sont bien des *rayons H*, autrement dit des protons. Ces protons ont une vitesse plus grande que ceux qui pourraient provenir de collision frontale d'une particule α et d'un noyau d'hydrogène résiduel (car il peut toujours rester un peu de vapeur d'eau, donc de noyaux d'hydrogène). Rutherford et Chadwick observent que les noyaux des atomes de bore, azote, fluor, sodium, aluminium et phosphore peuvent être désintégrés par la collision d'une particule α . Par contre ils n'observent rien sur le carbone, l'oxygène ni le soufre.

Rutherford et Chadwick tentent de montrer qu'il s'agit bien de protons, grâce à une déviation magnétique améliorée, et concluent, tout en nuance :

Ces expériences montrent donc que les particules issues de l'aluminium sont porteuses d'une charge positive et sont déviées par un champ magnétique comme des noyaux d'hydrogène [...]. S'il y a très peu de raison de douter que ces particules soient des noyaux d'hydrogène, il est cependant très difficile de démontrer cela de façon indiscutable [...]. D'un autre côté, si nous supposons, comme cela semble probable *a priori*, que les particules expulsées sont des noyaux d'atomes, on peut montrer avec quelque confiance que seule une particule de masse 1 et de charge 1 est en accord avec les résultats³⁸.

Une nouvelle amélioration de leur dispositif leur permet enfin d'augmenter la sensibilité. Ils ont en effet observé que les protons semblent être émis dans toutes les directions avec la même probabilité. Ils décident de les détecter à 90°, ce qui leur permet d'observer des réactions sur le néon, le magnésium, le silicium, le soufre, le chlore, l'argon et le potassium. Aucun effet sur les éléments plus lourds : calcium, nickel, cuivre, zinc, sélénium, krypton, molybdène, palladium, argent, étain, xénon, or, uranium. Ils attribuent cela à la trop forte répulsion coulombienne entre la particule α et le noyau³⁹.

2.3 Une polémique entre le Cavendish et l'Institut für Radiumforschung de Vienne

Au cours de l'été 1923 commencent à paraître des publications provenant de l'*Institut für Radiumforschung* de Vienne, dirigé par Stefan Meyer, un vieil ami de Rutherford, son cadet d'un an. Or les résultats de Vienne contredisaient ceux que Rutherford et Chadwick avaient obtenus au *Cavendish*. Ces publications étaient signées par deux jeunes physiciens, Hans Pettersson, un Suédois, et Gerhard Kirsch, qui prétendaient avoir observé la désintégration du silicium par bombardement de particules α , que n'avait pas observée Rutherford, et ils s'approprièrent dans la foulée à tenter de faire de même avec d'autres éléments. Les Viennois employaient la

méthode de détection que Rutherford lui-même employait depuis près de quinze ans, le comptage visuel, au microscope, des minuscules éclairs provoqués dans un écran de sulfure de zinc par le passage d'une particule. Une polémique naquit bientôt, car d'autres résultats de plus en plus surprenants pour les physiciens de Cambridge venaient de Vienne^{40,41}. L'attitude quelque peu agressive et arrogante des jeunes Viennois ne fait rien pour simplifier les choses. Rutherford et Chadwick reprennent des expériences sur plusieurs éléments, avec leur nouvelle méthode de détection à 90°, ce qui leur permettait d'observer des *rayons H* de vitesse assez faible (ils parcouraient environ 7 cm dans l'air avant de s'arrêter, ce qu'on mesurait facilement en éloignant progressivement l'écran de sulfure de zinc permettant de les détecter)⁴². Mais ces résultats sont une fois de plus contredits par les Viennois, qui observent des effets sur un grand nombre de noyaux sur lesquels aucun effet n'a été vu au *Cavendish* (en particulier des éléments assez lourds comme le titane, le vanadium, le chrome, le fer, le cuivre, le sélénium, le brome, le zirconium, etc.). Jusque-là Rutherford et Chadwick ont poliment mentionné les résultats de Pettersson et Kirsch sans les mettre directement en doute. Dans une nouvelle publication, ils sont plus directs :

Kirsch et Pettersson ont étudié la désintégration d'un certain nombre d'éléments légers par notre méthode précédente, en prenant des précautions spéciales pour éviter une contamination par l'hydrogène à la fois dans la source et dans les substances soumises au bombardement. Ils ont trouvé que le béryllium, le magnésium et le silicium donnent de grands effets, trois ou quatre fois plus grands que ceux de l'aluminium, tandis que le soufre et le chlore donnaient peu ou pas d'effet. Les particules provenant du béryllium avaient un parcours de 18 cm environ, et celles provenant du magnésium environ 12 cm.

Ces résultats ne sont pas compatibles avec les nôtres. L'explication la plus probable, eu égard au nombre de particules et à leur parcours, est que les particules qu'ils ont observées étaient des particules α de long parcours émises par la source³⁹.

La controverse s'enfle peu à peu, chacun campant sur ses positions, et devenant plus explicite, écrivant de plus en plus ouvertement que l'autre s'était trompé. Mais Rutherford et Stefan Meyer continuent à correspondre courtoisement. Pour tenter de résoudre le conflit, Meyer invite alors Rutherford à visiter son Institut, à quoi Rutherford répond en proposant que ce soit son assistant Chadwick qui aille à Vienne⁴³. Chadwick fit le voyage en décembre 1927. Dès son arrivée, l'ambiance est très amicale avec Meyer mais assez tendue avec Pettersson. Chadwick s'aperçoit vite que les méthodes de mesures des deux laboratoires sont différentes, et a du mal à obtenir de Pettersson un protocole expérimental qui le satisfasse. Le lundi 12 décembre il écrit à Rutherford :

[...] pas un seul des hommes ne fait de comptage. Le comptage est fait entièrement par 3 jeunes femmes. Pettersson dit que les hommes s'ennuient beaucoup trop à faire ce travail de routine, et ne voient plus rien au bout d'un certain temps, tandis que les femmes peuvent travailler sans limite⁴⁴.

Et ce jour-là, Pettersson est absent une bonne partie de la journée, car il reçoit des membres de sa famille venus de Suède. Chadwick peut ainsi procéder à l'expérience qui va donner la clé du mystère. Il poursuit sa lettre :

Aujourd'hui je me suis donc arrangé pour que les filles comptent et que ce soit moi qui détermine l'ordre des comptages. Je n'ai rien changé à l'appareillage, mais je leur ait fait monter et descendre les gammes comme un chat sur un piano, mais pas plus que je ne l'aurais fait dans nos propres expériences si j'avais suspecté une erreur systématique. Le résultat est qu'il n'y avait pas de trace de particules H [provenant du carbone][...] Les résultats ne prouvent pas qu'il n'y a rien sur le carbone, mais je pense qu'ils permettent de douter qu'il y ait grand-chose.

La raison des désaccords était toute simple : les jeunes femmes qui comptaient *savaient* ce que leurs patrons espéraient qu'elles allaient voir, donc elles le voyaient ! Cela sans doute sans tricherie, d'une façon inconsciente, tout à fait innocemment. La seule chose qu'a faite Chadwick était de brouiller les cartes, afin qu'elles ne sachent pas à l'avance le résultat attendu.

Chadwick tira la leçon de cette aventure désagréable : le comptage visuel des scintillations était trop peu sûr, il dépendait de trop de facteurs humains difficilement maîtrisables. Cet épisode sonnait la fin de la technique des scintillations, peu à peu remplacée par des compteurs électriques dérivés du premier compteur Geiger.

3 LES NOUVEAUX MOYENS DE DÉTECTION

3.1 Le compteur à pointe de Geiger

Dans le premier compteur de Geiger et Rutherford, l'impulsion électrique créée par le passage d'une particule α était détectée, après son amplification, par le déplacement d'une aiguille métallique dans un électromètre à quadrants. En 1912 Rutherford et Geiger le remplacèrent par un électromètre à fil, d'inertie beaucoup plus

faible, qui permettait des comptages pouvant atteindre 1 000 particules par minute⁴⁵. Puis ils remplacèrent le fil central par une anode constituée d'une petite sphère, au centre d'une sphère constituant la cathode. De plus le déplacement du fil de l'électromètre était enregistré sur un film photographique qui défilait régulièrement.

Après son retour en Allemagne en 1912 Geiger construit un nouveau compteur. Il consiste en un tube de métal court (environ 4 cm de long, et 2 cm de diamètre), il n'y a plus de fil central, remplacé par une fine pointe, dont l'extrémité est à 0,8 mm environ du disque qui ferme le tube. Un trou circulaire de 2 mm de diamètre environ, percé dans ce disque, laisse entrer les particules (qui doivent cependant traverser une mince feuille de mica*). C'est le *compteur à pointe*⁴⁶⁻⁴⁸, qui connaîtra plusieurs variantes.

Sa caractéristique principale tient au champ électrique intense qui règne près de la pointe, et provoque une décharge pour toutes les particules qui traversent un petit volume, de l'ordre de quelques millimètres cubes, ayant la forme d'un cône dont le sommet est la pointe et la base l'ouverture circulaire dans la paroi qui lui fait face. C'était un appareil délicat, et même capricieux. Selon Geiger :

La valeur d'un [tel] appareil dépend essentiellement de la qualité de la pointe [. . .]
On ne peut pas donner de règle pour préparer une bonne pointe⁴⁸.

C'est dire que la fabrication d'une bonne pointe relève du tour de main, du savoir-faire, bref de l'art. Ce compteur est tellement sensible qu'il est déclenché par le passage d'un électron, ce qui permet aussi de détecter les photons X ou γ . Mais la contrepartie de cette sensibilité est l'apparition de déclenchements parasites, rendant difficiles les mesures quantitatives.

Normalement le compteur à pointe fonctionnait par tout ou rien, car le nombre d'électrons produit ne dépend pas du nombre d'électrons produits initialement dans le gaz par le passage de la particule. Geiger montra cependant que si la pointe n'est pas trop fine, (0,08 mm à 2 mm de diamètre), et si l'on ajuste bien la tension électrique, le signal électrique est proportionnel au nombre d'électrons créés initialement, donc à l'énergie qu'a perdue la particule en traversant le compteur. Cela en faisait un compteur « proportionnel »⁴⁹. Mais répétons-le, ce compteur était particulièrement délicat, et difficile à utiliser.

3.2 Le compteur Geiger-Müller

En 1925, Hans Geiger est nommé professeur à Kiel. C'est là qu'il va développer, avec l'un de ses étudiants, Walter Müller[◇], un homme inventif et très versé dans les nouvelles techniques, la dernière version de son compteur. Il reprend le vieux compteur de 1908, pour lui apporter quelques modifications qui peuvent paraître mineures, mais vont tout changer. Il réussit à augmenter la tension aux abords du fil (qui est plus fin) grâce à une préparation spéciale :

Un fil fin est tendu selon l'axe d'un tube de métal ; le fil est recouvert d'une fine couche peu conductrice, d'épaisseur uniforme. En raison de l'effet d'isolation de cette couche, on peut élever le potentiel entre le fil et le tube au-dessus du potentiel de claquage. Si quelque part à l'intérieur du tube un petit nombre d'ions sont créés, la multiplication par collision produit une quantité d'électricité considérable qui s'écoule vers le fil. Avec un fil nu une telle impulsion électrique déclencherait une décharge permanente ; avec le fil préparé une charge est créée pendant un court instant sur la surface de la couche, qui interrompt le champ électrique et coupe le courant⁵⁰.

Grâce à cette préparation, Geiger et Müller peuvent utiliser des fils de 0,1 mm de diamètre, alors que celui du compteur Rutherford-Geiger de 1908 avait un diamètre de 0,45 mm.

L'avantage est aussi que la valeur précise du potentiel n'est pas critique (elle est généralement de l'ordre de 1 200 à 1 300 volts), si bien que le compteur Geiger-Müller est beaucoup plus stable que l'ancien compteur Rutherford-Geiger ou que le compteur à pointe. Autre changement : dans l'ancien compteur, le nombre d'électrons qui arrivaient sur le fil central et qui étaient donc détectés était *grosso modo* proportionnel au nombre d'électrons créés par le passage de la particule, donc à l'énergie qu'elle y avait perdue ; dans le compteur Geiger-Müller au contraire, il n'y a aucun lien entre le nombre d'électrons créés par le passage de la particule et le nombre d'électrons qui arrivent sur le fil. Le compteur Geiger-Müller ressemble sous cet aspect au compteur à pointe : un *simple compteur*, fonctionnant par tout ou rien. Il est très sensible (il peut détecter tout rayonnement), très stable et facile d'emploi, si bien qu'il va s'imposer de façon définitive, comme le compteur universel.

*Le mica est un silico-aluminate complexe contenant presque toujours du potassium et, en proportions variables, du fer, du magnésium et d'autres éléments, brillant, coloré ou non, très facilement clivable en lamelles fines, transparentes, flexibles, élastiques, résistantes à la chaleur et isolantes, présent dans les roches éruptives, métamorphiques et sédimentaires. C'était le meilleur matériau disponible pour fabriquer des fenêtres minces, transparentes et résistantes.

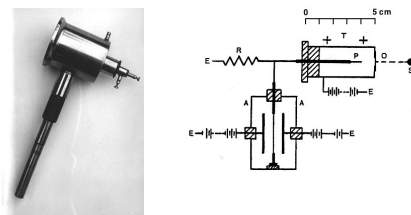


FIG. 7 – Le compteur à pointe de Geiger, 1913. À droite, le schéma de montage, avec un électromètre à fil.

3.3 La chambre à ionisation à amplification électronique

En 1924, Heinrich Greinacher, professeur de physique et directeur de l'Institut de Physique de l'Université de Berne[◇] a l'idée d'amplifier le signal d'un compteur à pointe en utilisant une lampe triode, très en vogue à cette époque dans les postes de T. S. F.⁵¹. Puis il a l'idée de remplacer l'amplification obtenue dans le compteur à pointe par une amplification électronique⁵². Il peut alors utiliser le faible signal d'une chambre à ionisation, et l'amplification permet soit d'actionner un haut-parleur, soit d'être visualisé dans un galvanomètre. Enfin il enregistre sur un film photographique les impulsions d'un oscilloscope particulier⁵³.

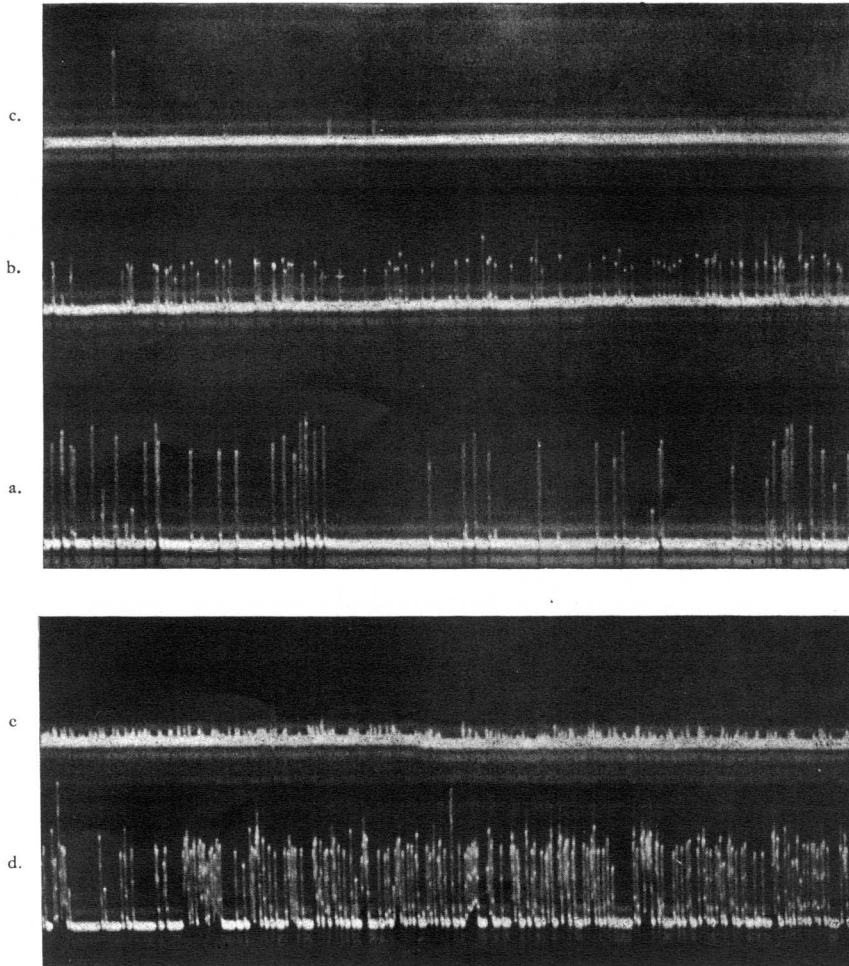


Fig. 2.

FIG. 8 – Les premiers enregistrements photographiques de Greinacher

Au départ, Greinacher cherchait surtout un moyen de s'affranchir des déclenchements parasites des compteurs à pointe. Puis il constate que la hauteur des impulsions est proportionnelle à l'énergie perdue par ionisation, ce qui donne un renseignement de première importance sur la particule détectée. L'amplification électronique se répandra en quelques années dans toute l'Europe.

4 UNE IDENTIFICATION DIFFICILE : LA DÉCOUVERTE DU NEUTRON

En 1930, le physicien allemand Walther Bothe[◇] observe un rayonnement neutre, semblable à des γ , très pénétrant en bombardant du béryllium avec une source de particules α de polonium. À l'Institut du Radium, Frédéric Joliot[◇] et Irène Curie[◇] observent que ce rayonnement peut communiquer une grande vitesse à des protons, ou d'autres noyaux légers. Pour cela ils ont interposé diverses substances hydrogénées entre la source de polonium-béryllium et une chambre à ionisation dont ils mesurent le courant par un électromètre⁵⁴. Ils tentent d'interpréter ce rayonnement comme un rayonnement γ , bien que cela donne des résultats surprenants.

James Chadwick cherche depuis des années à identifier une particule imaginée par Rutherford : un neutron, qui serait constitué par l'union très intime d'un proton et d'un électron. En voyant les résultats des Joliot-

Curie, il pense immédiatement que le rayonnement en question est probablement constitué par des neutrons. Il dispose, au *Cavendish*, contrairement aux Joliot-Curie, d'une chambre à ionisation à amplification électronique, et il montre que différents noyaux sont projetés par le rayonnement neutre (hélium, lithium, beryllium, air et argon) il évalue leur parcours dans l'air de façon assez grossière mais très suffisante pour montrer qu'il ne peut pas s'agir d'un γ mais que tout est compatible avec une particule neutre de masse 1. C'est la découverte du neutron^{55,56}, qui sera couronnée par le prix Nobel de physique en 1935.

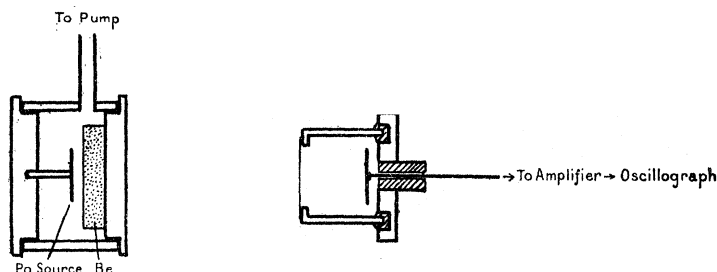
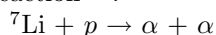


FIG. 9 – Le montage de Chadwick pour identifier le neutron. Lorsque la source de neutrons était placée à 3 mm de la chambre d'ionisation il observait des événements dus au recul des noyaux d'azote. Et lorsqu'il interposait une cible de paraffine de 2 mm d'épaisseur il augmentait beaucoup le nombre d'événements, qu'il attribua aux protons de recul⁵⁶.

5 LES PREMIÈRES RÉACTIONS NUCLÉAIRES PROVOQUÉES PAR UN FAISCEAU DE PARTICULES ACCÉLÉRÉES

L'année 1932 voit l'aboutissement des efforts de plusieurs physiciens pour construire des appareils pouvant accélérer des particules à des énergies suffisantes pour être utilisées dans des études de structure nucléaire. Le premier accélérateur à fonctionner est le cyclotron de Berkeley, construit sous la direction de Ernest O. Lawrence. Presque au même moment deux physiciens du *Cavendish*, John Cockcroft[◇] et Ernest Walton[◇], parviennent à accélérer des protons, grâce à un accélérateur électrostatique, à quelques centaines de keV. Ils bombardent une cible de lithium et observent la réaction⁵⁷ :



Pour confirmer leur interprétation, ils décident de détecter les deux α *en coïncidence*, au moyen de scintillations observées visuellement (voir la fig. 10). De part et d'autre d'une cible mince de lithium, deux écrans de sulfure de zinc, observés au microscope par deux physiciens qui notent sur un papier qui défile les éclats. Ils ont une résolution en temps de l'ordre de 0,1 s, ce qui leur suffit pour affirmer que c'est bien la réaction ci-dessus qui a lieu.

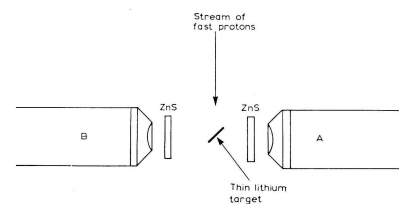


FIG. 10 – Le dispositif de Cockcroft et Walton pour observer les deux α en coïncidence.

6 LA DÉCOUVERTE DE LA RADIOACTIVITÉ ARTIFICIELLE ET LA PHYSIQUE DES NEUTRONS

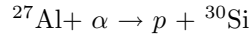
6.1 Le congrès Solvay de 1933

L'industriel belge Ernest Solvay avait bâti sa fortune en inventant un nouveau procédé de fabrication de la soude. C'était un homme qui se disait progressiste, et surtout scientifique : il pensait que les progrès de la Science permettraient d'apaiser toutes les tensions sociales. En 1910 il décida de convoquer un congrès, en invitant les grands savants de son époque, par l'intermédiaire de Walther Nernst[◇]. Le premier congrès Solvay se tint du 29 octobre au 4 novembre 1911 à Bruxelles, sous la présidence de Hendrick Lorentz[◇].

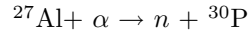
Des congrès Solvay se tinrent ensuite en 1913, 1924, 1927, 1933 et après la guerre. Ils rassemblaient chaque fois les plus grands physiciens de l'époque, et eurent de ce fait une grande célébrité. En 1933, le sujet choisi fut « Structure et propriétés des noyaux atomiques »⁵⁸. Tous les grands noms de la physique nucléaire naissante y participaient.

6.2 La radioactivité artificielle

Dans ce congrès, Frédéric et Irène Joliot-Curie discutent d'un problème épineux : la réaction $\alpha + \text{Al}$. Ils avaient observé un rayonnement neutre qu'ils pensaient être des neutrons. Or on connaissait à l'époque la réaction



Tout était clair dans ce cas, le ${}^{30}\text{Si}$ étant un isotope connu du silicium. Mais si les Joliot-Curie avaient raison, on devait avoir la réaction :



Or le ${}^{30}\text{P}$ n'avait jamais été observé, il n'existait pas ! Mais les Joliot-Curie ont également observé des positons. D'où leur idée : au lieu du proton, un neutron et un positon seraient émis simultanément. Mais Lise Meitner intervient pour dire qu'elle a bien observé des positons, mais pas assez de neutrons. La proposition des Joliot-Curie rencontre le scepticisme général.

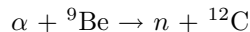
Rentrés à Paris, ils reprennent l'expérience en tentant de faire un lien entre le neutron et le positon. Impossible de faire une mesure en coïncidence. Ils décident de mesurer le seuil d'émission des protons et des positons, pour vérifier que c'est bien le même. En augmentant l'énergie des α puis en la diminuant au-dessous du seuil, ils découvrent que l'émission de positons continue après l'irradiation par les particules α . Ils ont bien formé du ${}^{30}\text{P}$, qui est radioactif, avec une période de trois minutes environ⁵⁹⁻⁶¹.

La découverte de la radioactivité artificielle aura un énorme impact. On découvrait soudainement qu'il existait des dizaines ou des centaines d'isotopes radioactifs, et on se mit immédiatement à les rechercher.

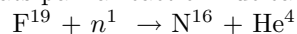
7 ENRICO FERMI : LA PHYSIQUE DES NEUTRONS LENTS, LES RÉSONANCES

7.1 Le début de la physique des neutrons à Rome

À Rome, le jeune Enrico Fermi[◇] est nommé, à 26 ans, titulaire de la première chaire de physique théorique en Italie. Il constitue en quelques années une brillante équipe de physiciens : Franco Rasetti[◇], Edoardo Amaldi[◇], Emilio Segrè[◇], Bruno Pontecorvo[◇], Ettore Majorana[◇] et Oscar D'Agostino^{◇*}. Dès que la découverte de la radioactivité artificielle fut connue à Rome, Fermi comprit qu'il y avait là un sujet plein de promesses, et qu'il avait bien fait d'inciter son équipe à se lancer dans le domaine tout nouveau de la physique nucléaire. Fermi ne disposait pas, comme les Joliot-Curie, de source de particules α très intense, mais ceux-ci avaient noté dans leur publication de *Nature* du 10 février⁶¹ qu'on pourrait sans doute produire des radioéléments par bombardement avec des protons, deutons ou neutrons. Aux yeux de Fermi, les neutrons ont un gros avantage : dépourvus de charge électrique, ils doivent pouvoir pénétrer dans les noyaux, et permettre de produire de nombreux radioéléments. Or un professeur du *Laboratorio delle Sanità Pubblica*, situé dans le même bâtiment que l'institut de physique, Giulio, possédait plus d'un gramme de radium, et l'appareillage nécessaire pour extraire l'émanation du radium, c'est-à-dire l'isotope 222 du radon, dont la période radioactive est de 3,8 jours. Il suffit de remplir de ce gaz une ampoule de verre dans laquelle se trouve du béryllium pulvérisé : les neutrons sont alors produits par la réaction :



Avec les moyens du bord, Fermi fabrique un compteur Geiger-Müller en utilisant un simple tube de médicaments métallique comme tube extérieur, et il commence immédiatement les mesures. Il décide d'exposer au bombardement des neutrons tous les éléments sur lesquels il peut mettre la main, par ordre de masse : hydrogène, lithium, béryllium, bore, carbone, azote, oxygène, sans succès. Mais le 25 mars il bombarde le fluor, et le crépitemment tant attendu est au rendez-vous ! Il envoie le même jour un article à la revue italienne *La Ricerca Scientifica*⁶², et propose une interprétation de ses résultats par la réaction nucléaire (notations originales) :



Les publications vont suivre à un rythme soutenu. Dans un deuxième article, Fermi fait état de la création de 13 nouveaux isotopes radioactifs, qu'il a obtenus en bombardant le fer, le silicium, le phosphore, le chlore, le vanadium, l'aluminium, le cuivre, l'arsenic, l'argent, le tellure, l'iode, le chrome et le baryum⁶³. Tous ces résultats sont repris dans un court article expédié le 10 avril à *Nature*⁶⁴. Afin de poursuivre ses expériences, et d'identifier avec plus de certitude les éléments radioactifs produits, Fermi avait besoin de faire, comme les Joliot-Curie, une analyse chimique. Or un jeune chimiste du *Laboratorio delle Sanità Pubblica*, Oscar D'Agostino, bénéficiait d'une bourse et travaillait à ce moment à l'Institut du Radium, auprès de Marie Curie, afin d'apprendre les techniques de la chimie nucléaire. Lorsqu'il revient en Italie pour les vacances de Pâques, il se fait immédiatement embaucher par Fermi. En fait il ne retournera pas à Paris. Toute l'équipe se met alors au travail, et les publications se succèdent à un rythme rapide jusqu'à l'été. Les résultats sont repris dans un article envoyé à la Royal Society par l'intermédiaire de Rutherford⁶⁵ : plus de quarante radioéléments, dont les périodes de désintégration vont de moins d'une minute à deux jours.

*Équipe très importante pour l'époque, la plupart des articles étaient alors signés par un ou deux physiciens, exceptionnellement trois.

7.2 Les nouveaux détecteurs de neutrons

Jusqu'à là, la seule façon connue de détecter les neutrons était de détecter les protons de recul d'une substance hydrogénée. Mais en fabricant des radioéléments à la pelle, Fermi se rendit compte qu'il pouvait utiliser comme détecteur de neutrons certaines substances : on les expose à un flux de neutrons, et on mesure l'activité β^- après coup. Deux exemples de tels détecteurs, dont l'emploi se généralisa très vite :

- le rhodium, dans lequel Fermi détecte deux activités de 44 s et 3,9 min. Comme le $^{103}_{45}\text{Rh}$ est monoisotopique, il devient du $^{104}_{45}\text{Rh}$, avec un état excité 5^+ , état isomérique ($\tau = 4,23$ min) qui décroît à 98% vers le fondamental par γ et à 2% par β^- et le fondamental qui décroît par β^- ($\tau = 42,3$ s).
- l'argent, dans lequel l'équipe de Fermi détecte deux périodes β^- de 22 secondes et 2,3 minutes, et il montre par radiochimie qu'il s'agit d'isotopes de l'argent. Dans ce cas c'est compliqué par le fait que l'argent naturel est composé de deux isotopes en parts comparables : ^{107}Ag (51,84%) et ^{109}Ag (48,16%). Les émetteurs β sont le ^{108}Ag ($\tau = 2,37$ m) et le ^{110}Ag ($\tau = 24,6$ s).

7.3 Les neutrons lents

Pendant l'été 1934 Fermi confie à Edoardo Amaldi et au jeune étudiant Bruno Pontecorvo la tâche de préciser de façon quantitative l'activation que l'équipe a observée sur différents éléments. Ils font un montage simple : un cylindre creux du corps à étudier, dans lequel on place la source de neutrons (il s'agit de l'ampoule de verre remplie d'émanation du radium et de béryllium en poudre). Le tout est placé dans une boîte de plomb. Après un temps d'irradiation, on remplace la source de neutrons par un compteur Geiger-Müller qui détecte la radioactivité artificiellement créée par les neutrons dans le cylindre. Or un jour d'octobre, alors qu'ils étudient l'argent, Pontecorvo remarque des anomalies : la radioactivité produite n'est pas reproductible, elle semble dépendre de l'emplacement du cylindre dans la boîte de plomb. Puis ils se rendent compte que cette activité dépend de l'environnement : elle est plus forte lorsque l'appareillage est posé sur une table de bois plutôt que sur une table de marbre ! Au début cela suscite l'incrédulité et même quelques sarcasmes dans le laboratoire. Ils finissent par en parler à Fermi, et décident de placer entre la source de neutrons et l'argent du plomb, pour voir quelle action il peut avoir. Nous sommes dans la matinée du 20 octobre. Fermi propose alors d'essayer plutôt la paraffine. À la grande surprise de toute l'équipe, l'activité est alors *cent fois plus forte* ! Fermi en donne bientôt une interprétation : les neutrons sont ralentis par collisions multiples contre des protons de substances hydrogénées. Donc *la section efficace d'absorption peut être beaucoup plus grande pour des neutrons très lents, des neutrons thermiques*.

Fermi et Bethe propose une première explication à cette très grande augmentation de la section efficace pour les neutrons thermiques : la section efficace serait en gros proportionnelle à la longueur d'onde de de Broglie, donc inversement proportionnelle à la vitesse. Mais certains résultats expérimentaux contredisaient cette prédiction^{66,67}. De plus, la diffusion élastique aurait dû augmenter dans les mêmes proportions, ce qui n'était pas le cas.

7.4 La découverte des résonances d'absorption des neutrons lents

Un autre phénomène fut alors observé par plusieurs physiciens : les résultats dépendaient du détecteur choisi. C'est ainsi que Moon et Tillman observent que l'absorption des neutrons lents par un bloc d'iode est apparemment plus grande si l'on utilise un détecteur d'iode plutôt qu'un détecteur d'argent ou de rhodium^{66,68}. Ils suggèrent que l'absorption dépend beaucoup de l'énergie des neutrons. T. Bierge et C. T. Westcott obtiennent des résultats similaires⁶⁹.

À l'automne 1935, Fermi et Amaldi se retrouvent seuls à Rome. Rasetti, très hostile au régime fasciste de Mussolini, est parti aux États-Unis au moins pour un an, Pontecorvo rejoint les Joliot-Curie à Paris, grâce à une bourse du ministère de l'Éducation Nationale. D'Agostino a obtenu un poste à l'*Istituto di Chimica del Consiglio Nazionale delle Ricerche*. Quant à Segrè, après trois mois passés aux États-Unis, il a été nommé professeur à Palerme. Fermi et Amaldi s'attaquent au problème des incohérences dans l'absorption des neutrons.

Début novembre, après avoir examiné de façon détaillée l'absorption de onze éléments différents, dans toutes les combinaisons possibles avec sept détecteurs, ils confirment que l'absorption des neutrons ne suit pas la simple loi énoncée par Fermi. Entre temps d'autres publications ont paru, venant de différents laboratoires. À Oxford, Leo Szilard a observé, tout à fait indépendamment, que les neutrons qui traversent une feuille de cadmium épaisse de 1,6 mm ne sont pas, ou sont à peine absorbés par une seconde feuille de cadmium, alors qu'ils sont fortement absorbés par de l'indium. On dirait que la première feuille a absorbé pratiquement tous les neutrons absorbables par le cadmium, et reste transparente pour les autres. Pour Szilard une explication paraît évidente : le cadmium n'absorberait que les neutrons dont la vitesse serait comprise dans des limites très étroites, et laisserait passer les autres⁷⁰. Pendant leur séjour à l'université *Columbia*, Rasetti et Segrè ont, en collaboration

avec trois physiciens américains, George Pegram, John Dunning et George Fink, mesuré directement comment varie l'absorption lorsque varie la vitesse des neutrons*. La loi semble s'appliquer à l'argent, mais pas au cadmium⁷¹.

Amaldi et Fermi reprennent l'ensemble de leurs résultats et de leurs conclusions sur le sujet dans un article général envoyé le 29 mai 1936 à *La Ricerca scientifica*⁷². Le point de départ, contenu dans leur deuxième publication⁷³, qui date du 14 décembre 1935, est une nomenclature qui peut paraître toute simple : ils constatent que les neutrons lents émis par leur source se divisent en plusieurs groupes, les neutrons de chaque groupe étant absorbés de façon très sélective par un certain corps. Ces groupes sont désignés par des lettres : C pour les neutrons absorbés par le cadmium, A pour le groupe absorbé par l'argent, D pour le groupe absorbé par le rhodium.

L'idée qui vient à l'esprit est naturellement que ces différents groupes correspondent à des neutrons de vitesses, donc d'énergies, différentes. Mais il n'existe pas à l'époque de méthode pour mesurer directement l'énergie de ces neutrons. Pas à pas ils vont pourtant réussir à montrer que le groupe C correspond à des neutrons *thermiques*[†]. Ils montrent ensuite que les autres groupes ont des énergies plus élevées, et parviennent à établir l'échelle de ces énergies, et même la *largeur* de chaque groupe. Pendant l'été Fermi est invité à l'université *Columbia*, ainsi qu'Amaldi. Celui-ci traduit en anglais pour *Physical Review* leur article⁷², qui devient rapidement un classique. Leur tour de force est d'avoir démontré qu'il existe des résonances très étroites dans l'absorption des neutrons, et même de déterminer leur largeur approximative.

8 LA THÉORIE DU NOYAU COMPOSÉ, PREMIÈRE THÉORIE DES RÉACTIONS NUCLÉAIRES

8.1 Niels Bohr

L'interaction des neutrons avec les noyaux ne pouvait donc se représenter par un simple potentiel moyen agissant sur le neutron. Coup sur coup vont paraître deux articles qui vont avoir une influence déterminante sur la suite de la théorie des réactions nucléaires.

Le 27 janvier 1936 Niels Bohr expose une nouvelle théorie devant l'Académie Royale des Sciences Danoise. Son exposé paraît ensuite dans *Nature* et a pour titre « Neutron capture and nuclear constitution ». Dans cet article de cinq pages sans une seule formule mathématique, comme très souvent dans ses articles, Niels Bohr jette les bases de la première théorie des réactions nucléaires, que nous appelons aujourd'hui théorie du noyau composé.

Bohr commence par remarquer que la grande étroitesse des résonances montre qu'il s'agit d'états dont la durée de vie est beaucoup plus longue que le simple passage du neutron à travers le noyau, qui est de l'ordre de 10^{-21} s. Il poursuit :

The phenomena of neutron capture thus force us to assume that a collision between a high-speed neutron and a heavy nucleus will in the first place result in the formation of a compound system of remarkable stability. The possible later breaking up of this intermediate system by the ejection of a material particle, or its passing with of emission of radiation to a final stable state, must in fact be considered as separate competing processes which have no immediate connexion with the first stage of the encounter.

La théorie du noyau composé (expression qui n'est pas employée par Bohr dans son article) est née. Bohr fait en 1937 plusieurs conférences dans des universités américaines, dont il publie le contenu dans la revue américaine *Science*⁷⁴. Dans ces conférences il fait appel à un modèle mécanique simple pour illustrer sa façon de voir une réaction nucléaire, qui est représenté dans la figure 11 :

A simple mechanical model which illustrates these features of nuclear collisions is reproduced in [fig. 11], which shows a shallow basin with a number of billiard balls in it. If the bowl were empty, the a ball which was sent in would go down one slope and pass out on the opposite side with its original energy. When, however, there are other balls in the bowl, then the incident one will not be able to pass through freely but will divide its energy first with one of the balls, these two will share their energy with others, and so on until the original kinetic energy is divided among all the balls. If the bowl and the balls could be regarded as perfectly smooth and elastic, the collisions would continue until a sufficiently large part of the kinetic energy happened again to be concentrated upon a ball close to the edge. This ball would the escape from the basin, and tif the energy of the incident ball were not very large, the remainder of the balls would be left with insufficient total energy for any of them to climb the slope.

*La méthode employée consistait à fixer l'échantillon et le détecteur sur un disque tournant à grande vitesse, à proximité d'un bloc de paraffine immobile. La vitesse *relative* d'approche du neutron et du noyau peut ainsi varier dans certaines limites.

[†]Les vitesses des neutrons thermiques sont de l'ordre de 1000 à 4000 mètres par seconde, la moyenne se situant autour de 2200 m/s à 20°C.

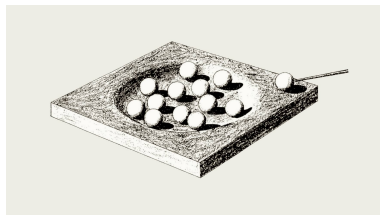


FIG. 11 – L'image d'une réaction nucléaire selon Niels Bohr⁷⁴.

8.2 Breit et Wigner

Gregory Breit[◇] et Eugene P. Wigner[◇] envoient le 15 février 1936 à *Physical Review* un article qui paraît le 1^{er} avril. Ils exposent dès l'introduction leur idée :

On supposera qu'il existe des niveaux d'énergie quasi-stationnaires (virtuels) du système noyau + neutron, qui se trouvent dans la région des énergies thermiques ou quelque peu au-dessus. On supposera que le neutron incident passe de son état incident à un niveau quasi-stationnaire. Le système excité formé par le noyau et le neutron sautera alors vers un niveau plus bas en émettant un rayonnement γ ou peut-être quelquefois d'une autre façon.

Ils considèrent un système simplifié dans lequel un neutron libre dans un état a_s fait une transition vers un état c du système « noyau + neutron », qui lui-même peut se désintégrer par émission de γ vers un état b , et ils parviennent à la section efficace de capture σ :

$$\sigma = \frac{\Gamma^2}{\pi} S \frac{\Gamma_s \Gamma}{(\nu - \nu_0)^2 + \Gamma^2}$$

où Λ est la longueur d'onde de de Broglie du neutron, S est un facteur statistique, Γ est la largeur totale de la résonance définie par

$$\Gamma = (4\pi\tau)^{-1}$$

τ étant la vie moyenne de l'état considéré, ν_0 est la fréquence de l'état résonant, ν la fréquence correspondant à l'énergie du neutron, et Γ_s est la largeur correspondant aux autres voies de décroissance du système.

Un an plus tard, Hans Bethe[◇] et George Placzek[◇] publient un article important⁷⁵ dans *Physical Review*. Ils reprennent la théorie de Breit et Wigner et la généralisent de deux façons :

- (1) ils tiennent compte du spin 1/2 du neutron, et introduisent un facteur statistique qui prend en compte sa composition avec le spin du noyau et avec le moment angulaire orbital, et ils traitent le cas de plusieurs résonances proches,
- (2) la théorie est étendue à un nombre quelconque de niveaux du noyau composé

9 APRÈS LA SECONDE GUERRE MONDIALE, LE DÉVELOPPEMENT DES ACCÉLÉRATEURS ET DE L'INSTRUMENTATION

9.1 Les accélérateurs

Le premier cyclotron a vu le jour en 1932 à Berkeley, tout comme le premier accélérateur électrostatique « Cockcroft-Walton », construit à Cambridge. À Berkeley, Ernest Lawrence[◇] a lancé la construction de cyclotrons de plus en plus grands. Le *60-inch* est entré en fonctionnement en 1939, mais déjà Lawrence a lancé un énorme cyclotron de 184 pouces, dont l'aimant fut utilisé pendant la guerre pour la séparation de l'uranium 235. En 1945, on se rendit compte que les effets relativistes qu'on avait ignorés jusque-là empêchaient le fonctionnement d'un cyclotron classique au-delà de 10 MeV par nucléon environ. La solution trouvée fut la variation de la fréquence du cyclotron au cours d'un cycle d'accélération, ce qui fut possible grâce au principe de stabilité de phase découverte par Vladimir Veksler⁷⁶ et Edwin McMillan⁷⁷, qui nomma *synchro-cyclotron* ce nouvel accélérateur. Puis vinrent les *synchrotrons* dont le principe est le même, mais où les particules sont guidées par une suite d'aimants et non plus par un seul gros aimant.

Du côté des accélérateurs électrostatiques, c'est l'accélérateur de Robert Van de Graaff[◇] qui eut la suprématie après la guerre. C'est bien Van de Graaff qui avait obtenu une accélération de 1 MeV. Il obtint ensuite 7 MV en 1933, mais sans pouvoir accélérer de particules. Le premier Van de Graaff entrera effectivement en service en 1940, avec une tension de 2,75 MV. Puis cette tension sera progressivement portée à 8-9 MV, et l'apparition du « tandem » permettra de doubler l'accélération des protons. Les accélérateurs Van de Graaff seront un outil essentiel de la spectroscopie nucléaire dans les années 1960.

9.2 Les détecteurs et l'instrumentation

Le comptage des scintillations avait été abandonné au profit des détecteurs « électriques », comme le compteur Geiger-Müller au milieu des années vingt. Après la guerre il renaît de ses cendres, grâce à l'utilisation, non pas de l'œil humain, mais d'une photocathode couplée à un multiplicateur d'électrons, un *photomultiplicateur*. L'idée d'utiliser une cellule photoélectrique avait été lancée en 1941 par le physicien hongrois Zoltán Bay^{78,79}, mais les éclairs lumineux étaient très faibles. C'est l'utilisation d'un multiplicateur d'électrons, breveté en 1923 par Joseph Slepian[◇] et perfectionné par Vladimir Zworykin[◇], qui fit le succès du procédé, toujours en usage de nos jours^{80,81}.

Un détecteur à jonction de semi-conducteurs fut utilisé pour la première fois⁸² en 1959, puis l'utilisation des « jonctions » se développa rapidement. Il faut dire qu'elles présentaient de nombreux avantages : compacité, résolution élevée, facilité d'utilisation. Elles se sont considérablement développées et diversifiées depuis cette époque.

Mentionnons encore les émulsions photographiques, qui furent utilisées jusque dans les années soixante, principalement dans l'étude des rayons cosmiques (ballons-sondes envoyés en altitude) et en physique nucléaire pour enregistrer des spectres de particules dans des spectromètres magnétiques.

10 DIFFUSION ÉLASTIQUE ET MODÈLE OPTIQUE

En 1947, une équipe de Berkeley mesura l'absorption des neutrons de 90 MeV dans une quinzaine de substances, allant de l'hydrogène à l'uranium⁸³. Les neutrons étaient produits par le faisceau de 190 MeV du synchro-cyclotron de Berkeley qui frappait une cible de béryllium, ce qui donnait un spectre de neutrons assez large (27 MeV) autour de 90 MeV. La détection était faite par un disque de carbone d'un diamètre de 35 mm et de 3 mm d'épaisseur : la réaction $(n, 2n)$ produit du C^{11} dont on compte après coup les désintégrations β , avec un compteur Geiger-Müller.

Le théoricien du laboratoire Robert Serber[◇] montra qu'on pouvait interpréter leurs résultats en admettant que le libre parcours moyen d'un neutron est assez grand, de l'ordre du rayon des noyaux⁸⁴. Ce résultat fit sensation, car depuis l'article de Bohr de 1936, on considérait que le libre parcours moyen d'un nucléon dans le noyau était au contraire très faible. Serber décrit plus en détail deux ans plus tard, en collaboration avec deux étudiants de Berkeley, la collision entre un neutron et un noyau⁸⁵. L'interaction du noyau et du neutron est décrite par un puits de potentiel carré avec une certaine absorption du neutron. Cela s'apparente à la traversée d'une sphère semi-transparente (ou semi-opaque, comme on voudra) par une onde lumineuse qui est réfractée et partiellement absorbée. Le calcul de Serber, Fernbach et Taylor explique globalement les données de diffusion et d'absorption de neutrons. La semi-transparence des noyaux aux neutrons paraît donc découler tout naturellement des données expérimentales. On a parlé pour ce modèle de « boule de cristal semi-opaque » (*cloudy crystal ball*) ou plus simplement de « modèle optique », en raison de l'analogie soulignée par Bethe.

11 TENTATIVES « OPTIQUES »

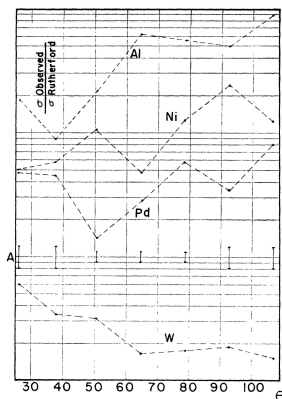


FIG. 12 – Premières distributions angulaires de la diffusion élastique de Burking et Wright.

Jusque-là, et pendant quelque temps encore, on ne va mesurer que de la « diffusion élastique ». On n'a pas encore de distribution angulaire, tout juste de grossières indications, comme les résultats de Jack Burking et Byron Wright⁸⁶ obtenus avec des protons de 18,6 MeV sur des noyaux allant de l'aluminium au tungstène. On en avait tiré des renseignements intéressants, comme le fait que les noyaux étaient partiellement transparents aux neutrons, mais il était difficile d'aller plus loin sans mesures nouvelles.

Peu à peu les physiciens allaient affiner leurs méthodes expérimentales et tenter la mesure de distributions angulaires. Notons les mesures de diffusion élastique de protons de 340 MeV faites à Berkeley par Richardson, Ball, Leith et Moyer⁸⁷, analysées à l'aide du modèle optique, avec un puits carré. Pour la première fois on voit bien la structure de diffraction, qui est comparée au calcul du modèle de Serber, mais l'accord n'est que qualitatif⁸⁸. Puis vinrent des mesures faites à Princeton par Piet Gugelot[◇] avec des protons de 18 MeV⁸⁹, une véritable distribution angulaire, bien qu'elle ne fût mesurée que de 30 en 30 degrés. L'analyse par un théoricien de l'université de Californie à Los Angeles, David Saxon, et son étudiant Robert Le Levier, semble cette fois donner un résultat encourageant, même s'il n'est, encore une fois, que qualitatif⁹⁰. Le Levier et Saxon ont utilisé pour leurs calculs un modèle optique semblable à celui de Serber.

Des mesures beaucoup plus précises de la diffusion élastique de protons d'une vingtaine de MeV sont ensuite

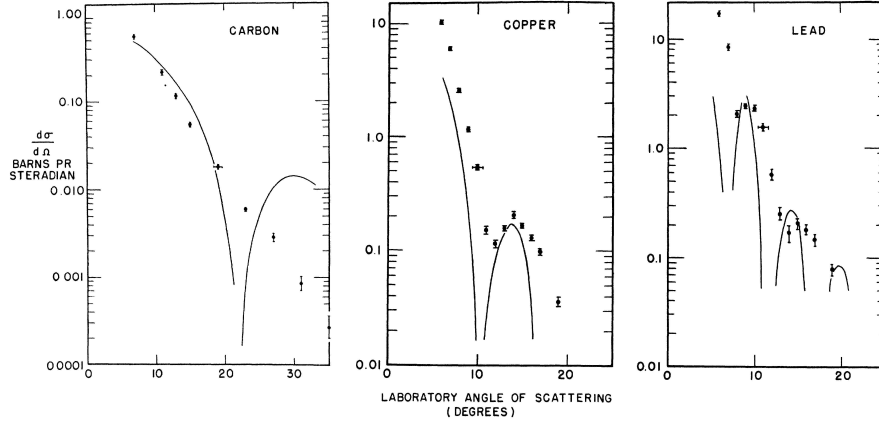


FIG. 13 – Distributions angulaires de la diffusion élastique de protons de 340 MeV, par Richardson, Ball, Leith et Moyer⁸⁷ sur le carbone, le cuivre et le plomb.

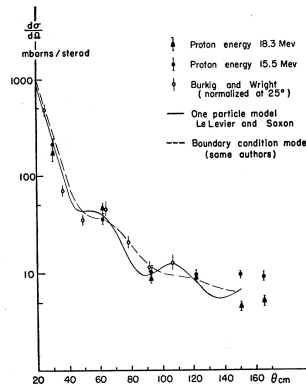


FIG. 1. Differential cross section for the elastic scattering of protons by Al

FIG. 14 – Distributions angulaires de protons sur l'aluminium par Gugelot⁸⁹.

publiées coup sur coup par Bernard Cohen[◇] et Rodger Neidigh à Oak Ridge*, et Irving Dayton à Princeton^{91,92}. Il était évident alors que les calculs de Le Levier et Saxon ne donnaient pas de résultats satisfaisants, pas plus que ceux de deux physiciens de Princeton, David Chase et Fritz Rohrlich, qui avaient tenu compte de la répulsion coulombienne subie par les protons⁹³.

12 LE POTENTIEL OPTIQUE DE WOODS ET SAXON

Le 15 juillet 1954 paraît dans *Physical Review* une lettre à l'éditeur signée de deux physiciens de Los Angeles, Roger Woods (dont c'est le travail de thèse) et David Saxon, une lettre qui va tout changer⁹⁴. L'idée est pourtant simple, et même pas très originale : Woods et Saxon représentent le champ de force subi par le proton par un puits de potentiel à bord diffus. C'est un vrai potentiel « optique », obéissant aux prescriptions de Bethe⁹⁵, comprenant une absorption, elle aussi progressive, représentée par un terme imaginaire. Pour modéliser cette progressivité, Woods et Saxon prennent une formule simple, la plus simple possible :

$$V(r) = \frac{V + iW}{1 + e^{\frac{r-r_0}{a}}}$$

Pourquoi Woods et Saxon sont-ils les premiers à faire un tel calcul ? C'est parce qu'ils sont les premiers à utiliser un ordinateur, la programmation ayant été faite par Roger Woods. Jusque-là en effet, tous les calculs se faisaient à la main, avec l'aide éventuelle de la règle à calcul, de machines à additionner de bureau, de tables de logarithmes, et de tables de fonctions diverses. Il fallait donc pouvoir résoudre la fameuse équation de Schrödinger de façon analytique. Il existait alors sur le bureau de tout physicien un ou plusieurs épais volumes contenant des fonctions usuelles tabulées. Résoudre l'équation de Schrödinger avec une forme de potentiel aussi

*Le laboratoire national d'Oak Ridge, dans le Tennessee, avait été créé pendant la guerre pour faire la séparation de l'uranium 235, nécessaire pour la bombe atomique.

simple que celle de Woods et Saxon était inconcevable à la main. C'était d'autant moins concevable que le physicien cherche dans ce cas à analyser le rôle joué par les différents paramètres qu'il a introduits, quatre dans le cas présent.

Lorsqu'on peut résoudre le problème de façon analytique, la solution apparaît sous la forme d'une formule mathématique dans laquelle on peut étudier le rôle des différents paramètres. Dans le cas où on résout le problème de façon purement numérique, on le fait pour un jeu de paramètres, et si l'on veut étudier le rôle de chaque paramètre, ce n'est donc pas un calcul qu'il faut faire, mais au bas mot des dizaines. Woods et Saxon précisent qu'il fallait entre 15 et 20 minutes à l'ordinateur qu'ils ont utilisé pour calculer une distribution angulaire, avec un jeu de paramètres. Cela peut paraître long, au regard de la fraction de seconde que prennent les ordinateurs actuels, mais c'était un progrès considérable en comparaison de calculs à la main. Quant aux résultats, ils sont impressionnants : les calculs sont en très bon accord avec les données connues. Woods et Saxon montrent que l'ingrédient essentiel qui manquait jusque-là est bien le fait que le potentiel prend sa valeur progressivement, que sa surface est *diffuse*.

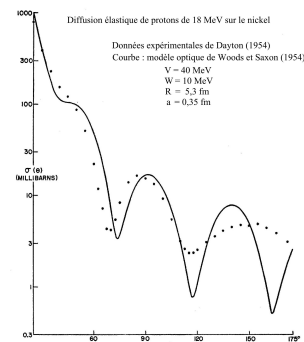


FIG. 15 – Diffusion élastique de protons de 18 MeV par le nickel. Les points expérimentaux sont ceux de Dayton⁹². La courbe théorique a été calculée par Saxon et Woods avec $V = 40$ MeV, $W = 10$ MeV, $r_0 = 5,3 \times 10^{-13}$ cm et $a = 0,35 \times 10^{-13}$ cm.

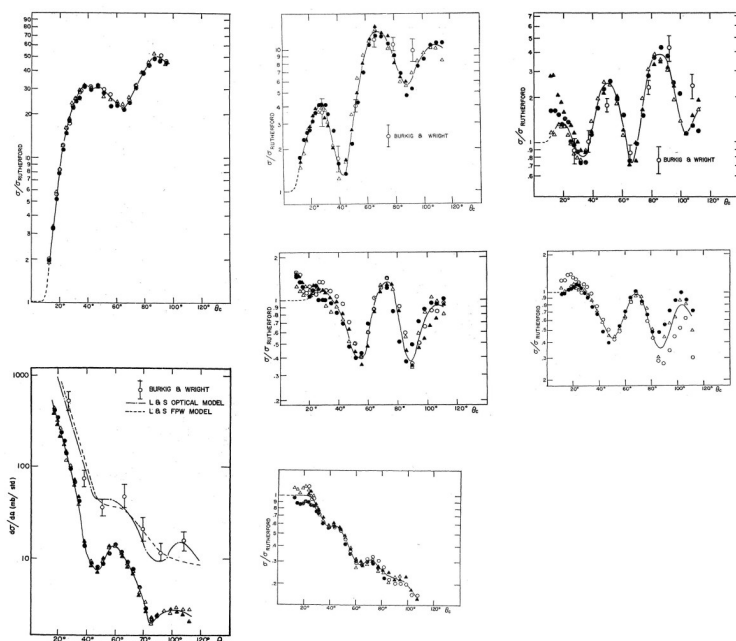


FIG. 16 – Distributions angulaires de la diffusion élastique de protons de 22 MeV sur divers éléments⁹¹.

13 L'ORDINATEUR, INSTRUMENT DÉCISIF

L'ordinateur utilisé par Woods et Saxon portait le nom de SWAC, acronyme de *Standards West Automatic Computer*. C'était le premier ordinateur construit sur la côte ouest des États-Unis à l'*Institute for Numerical Analysis* de Los Angeles, un institut qui dépendait du *National Bureau of Standards**. La conception du premier ordinateur est due au mathématicien John von Neumann et à deux physiciens américains, John Presper Eckert et John Mauchly, qui analysèrent en 1945 les limitations du premier *calculateur* électronique, l'ENIAC (*Automatic Numerator, Analyser and Computer*) dont la construction avait été lancée secrètement pendant la guerre à la *Moore School of Electrical Engineering*, de l'université de Pennsylvanie⁹⁶. À la suite de discussions avec Eckert et Mauchly, von Neumann proposa dans un texte célèbre, *First Draft of a Report on the EDVAC*, qui date du 30 juin 1945, la construction du premier véritable *ordinateur*, l'*Electronic Discrete Variable Computer* (EDVAC). L'EDVAC entra en service en 1952, mais von Neumann avait quitté la *Moore School*, ainsi que

*Le *National Bureau of Standards* est une agence gouvernementale qui dépend du Département du Commerce, et qui est chargée, depuis sa fondation en 1901, de « travailler avec l'industrie afin de développer et d'appliquer la technologie, les mesures et les standards » dans l'intérêt national. Depuis 1988 il est devenu le *National Institute of Standards and Technology* (NIST).

Eckert et Mauchly qui avaient de leur côté fondé leur propre entreprise car ils croyaient à l'avenir commercial des ordinateurs. Après quelques vicissitudes, ils créèrent ainsi le premier ordinateur commercial, l'UNIVAC (*Universal Automatic Computer*), mis sur le marché en 1951. De son côté von Neumann poursuivait son idée à l'*Institute for Advanced Study* de Princeton. Notons enfin que des travaux importants eurent lieu parallèlement en Grande-Bretagne, sous l'impulsion d'Alan Turing, le mathématicien qui avait réussi à déchiffrer pendant la guerre les messages allemands codés avec la fameuse machine *Enigma*.

Le SWAC appartient donc à la première génération de véritables ordinateurs, et sa mise en service le 17 août 1950 en fait l'un des tout premiers. Un mot sur ce que nous appelons « véritable ordinateur » : dans un *calculateur*, fût-il aussi puissant que l'ENIAC, on entre les données à analyser, puis les instructions sur les opérations à faire. Pour recommencer avec d'autres données, il faut entrer les nouvelles données puis les instructions. Même si le calcul est beaucoup plus rapide que sur une machine à additionner mécanique de bureau, on voit que la limitation est l'intervention humaine nécessaire à chaque étape. L'idée de von Neumann est d'enregistrer la suite des opérations dans la mémoire de l'ordinateur, et de le doter d'un système de commande interne qui provoque l'exécution des opérations, du *programme*, en recommençant un nombre de fois quelconque avec de nouvelles données. Le mot français *ordinateur* est ici particulièrement heureux : il s'agit bien d'ordonner la suite des opérations.

14 LES PREMIÈRES RÉACTIONS DIRECTES

Depuis l'observation de la première réaction nucléaire, provoquée par Rutherford en 1919, les physiciens ont tenté d'apprendre quelque chose sur le noyau en le bombardant avec tous les projectiles disponibles et en observant les réactions nucléaires ainsi provoquées. C'est de cette façon que Rutherford a démontré l'existence d'un noyau au centre de l'atome, que Frédéric et Irène Joliot-Curie ont découvert la radioactivité artificielle, que Fermi a découvert l'action des neutrons lents et que Hahn et Strassmann ont découvert la fission. Encore fallait-il comprendre le processus même de la réaction nucléaire. La description de ces réactions proposée par Niels Bohr avait tout de suite été adoptée, et pendant quelque dix ans on a cru pouvoir décrire de cette façon toutes les réactions nucléaires, appelées un temps « réactions de transmutation ».

Dès 1939 Niels Bohr, dans un article écrit en collaboration avec Hans Bethe et George Placzek, avait toutefois évoqué une autre possibilité, dans le cas de particules de grande vitesse entrant en collision avec un noyau :

if a large system be hit by a fast particle, the energy of excitation may be localized in the neighbourhood of the point of impact, and the escape of fast particles from this neighbourhood may be more probable than in statistical equilibrium.⁹⁷

De nouvelles mesures expérimentales allaient bientôt donner corps à cette intuition. Elles allaient confirmer l'existence, dans certains cas, de réactions nucléaires dans lesquelles le noyau est peu perturbé, et où on peut déposer à sa surface un proton ou un neutron supplémentaire (par exemple), formant ainsi un noyau voisin.

14.1 À Berkeley, le stripping du deuton, ou comment « déshabiller » le deuton

Une équipe du laboratoire de Berkeley mesure en 1947 les neutrons émis lorsqu'elle bombarde huit éléments, allant du béryllium à l'uranium, avec des deutons de 190 MeV⁹⁸. Rappelons qu'un deuton est constitué par un proton et un neutron liés assez lâchement l'un à l'autre. Résultat inattendu : les neutrons sont détectés principalement dans la direction des deutons incidents ou à des angles assez faibles. Pour les auteurs ce résultat suggère que la réaction ne peut être décrite par la théorie du noyau composé de Bohr, selon laquelle les neutrons auraient dû au contraire partir dans toutes les directions. Il semble bien que, lors du passage près du noyau, le deuton se brise : le proton serait capturé, tandis que le neutron poursuivrait sa trajectoire en étant peu affecté par l'arrachage du proton auquel il n'est lié que par 2 MeV environ. Dans la même livraison de *Physical Review* Robert Serber interprète théoriquement ces résultats et appelle *stripping* ce type de réaction nucléaire dans laquelle une particule (ici un proton) est subtilisée à la particule incidente (le deuton dans notre cas)⁹⁹. Le verbe anglais *to strip* signifie *enlever*, *arracher* ou encore *déshabiller*, *effeuiller*. L'image est celle du deuton se retrouvant soudain tout nu, privé brutalement de sa robe de proton, devenu en fait un simple neutron. Le calcul de Serber permet de comprendre à la fois la valeur de la section efficace et aussi le fait que les neutrons soient émis préférentiellement dans la direction des deutons incidents. L'idée de Serber est simple : la vitesse du deuton est beaucoup plus grande que celles du proton et du neutron à l'intérieur du deuton, si bien que lorsque celui-ci passe près d'un noyau, le proton peut être capturé sans que le neutron ait le temps de réagir. Le neutron continue donc sa course et *dans ce cas il n'y a pas de formation de noyau composé*, le transfert du proton se faisant *directement*. Le deuton a tout de même subi une petite déviation dans la phase d'approche, ce qui se répercutera sur la trajectoire du neutron après la réaction.

Le calcul de Serber n'était justifié que pour des deutons de grande vitesse, mais il allait être adapté avec succès à des énergies plus faibles par un doctorant de Weisskopf au MIT, David Peaslee¹⁰⁰. Cependant tous ces calculs et toutes ces expériences ne concernaient que les nombres de neutrons globaux, émis à tous les angles, et possédant toutes sortes d'énergies.

14.2 Birmingham : les distributions angulaires, Stuart Butler

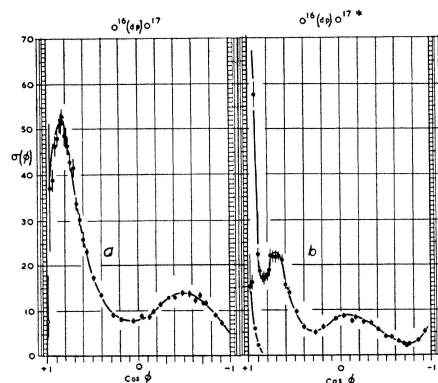


FIG. 17 – La distribution angulaire de la réaction $^{16}\text{O}(d,p)^{17}\text{O}$ mesurée par Burrows et Rotblat pour le fondamental et le premier état excité¹⁰¹.

C'est un jeune physicien australien qui va faire la théorie du *stripping* du deuton par arrachage d'un neutron, et surtout le premier calcul de cette fameuse distribution angulaire des protons¹⁰². Né en 1926, brillant étudiant, Stuart Butler a obtenu une bourse pour faire une thèse de physique théorique à Birmingham sous la direction de Rudolf Peierls. Il prend un modèle très schématique : négligeant l'interaction entre le proton et le neutron du deuton, il égale la fonction d'onde entrante du neutron avec celle d'un neutron sur une orbite dans le noyau. Butler découvre une chose importante : la forme de la distribution angulaire caractérise le moment angulaire du noyau d'oxygène 17 formé.

Butler applique immédiatement cette théorie aux résultats expérimentaux de Hannah Burrows, Gibson et Rotblat que nous venons de mentionner, ainsi qu'à ceux de deux autres physiciens britanniques, J. R. Holt et C. T. Young, qui avaient mesuré peu de temps auparavant la distribution angulaire des protons libérés dans le bombardement de l'aluminium par des deutons¹⁰³.

À Liverpool, le cyclotron construit par James Chadwick fournit des deutons de 8 MeV que trois physiciens (dont une physicienne), Hannah Burrows, William Gibson et Josef Rotblat, utilisent pour faire des mesures plus précises en bombardant de l'oxygène et en détectant des protons¹⁰¹. C'est ici un neutron qui a été capturé par le noyau d'oxygène 16, qui devient ainsi de l'oxygène 17. Pour mesurer la distribution angulaire des protons aussi bien que leurs énergies, c'est la technique de l'émulsion photographique qui est utilisée*. Les résultats sont surprenants : la distribution angulaire n'est pas la même suivant qu'il s'agit des protons correspondant à l'état fondamental de l'oxygène 17 ou d'un état excité. Par ailleurs ces distributions angulaires ont un aspect oscillant : dans le cas de l'état fondamental, on trouve un maximum de protons déviés vers 34° , puis un minimum vers 85° , puis un nouveau maximum, moins élevé, vers 120° , etc.

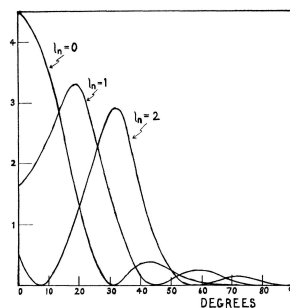


FIG. 18 – Les distributions angulaires de stripping calculées par Butler dans son premier calcul¹⁰²

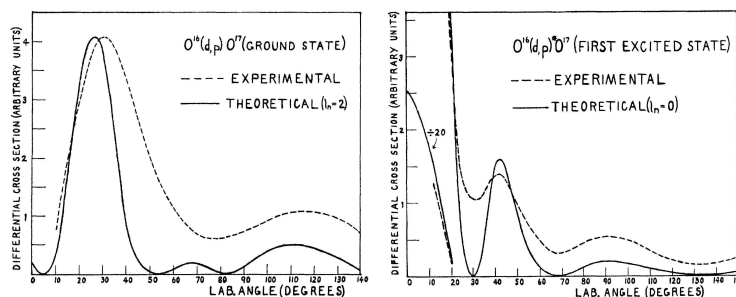


FIG. 19 – Comparaison entre les distributions angulaires expérimentales et les calculs de Butler.

Ce phénomène a une portée considérable : en bombardant un noyau *pair-pair*, on peut déterminer les nombres quantiques qui caractérisent son voisin, l'isotope possédant un neutron de plus. Butler précisera peu après son calcul dans un article plus détaillé¹⁰⁴. Comme presque toujours en physique, son calcul comporte des approximations qui le rendent possible :

- Butler a négligé l'interaction coulombienne entre le deuton (puis le proton) et le noyau.
- les deutons ainsi que les protons sont traités comme des ondes planes.
- Il suppose de plus qu'on passe sans aucune étape, de façon soudaine, du système (deuton + noyau) au système (proton + noyau ayant capturé un neutron).

*La trace laissée par la particule dans l'émulsion permet tout à la fois de confirmer qu'il s'agit d'un proton (par son épaisseur), de déterminer son énergie (par sa longueur) et enfin de déterminer l'angle de diffusion.

14.3 Succès et développement de la théorie de Butler

Déterminer de façon assez simple et rapide les propriétés des états formés lors d'une réaction nucléaire de *stripping*, en premier lieu le spin, voilà ce que promettait la théorie de Butler. Elle arrivait en même temps que la théorie du modèle des couches du noyau, de Maria Goeppert-Mayer et Hans Jensen. Les réactions de stripping du deuteron laissent entrevoir une véritable spectroscopie nucléaire. Joseph Rotblat par exemple détermine de cette façon les caractéristiques de deux états du carbone ^{13}C ¹⁰⁵.

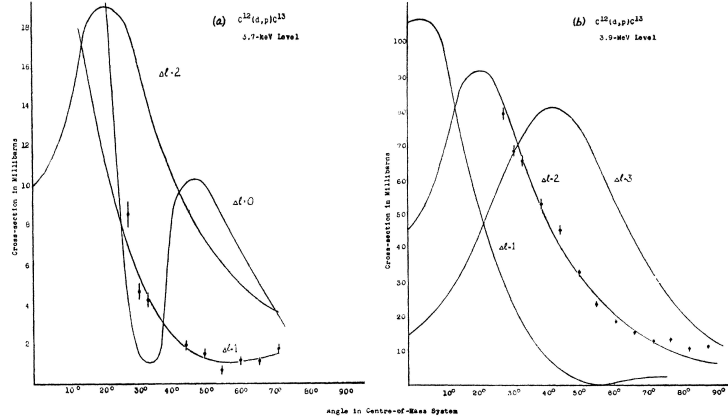


FIG. 20 – Distributions angulaires de la réaction $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ montrant les attributions de spins pour deux états du carbone 13, mesurées par Rotblat¹⁰⁵.

Parallèlement plusieurs travaux théoriques sont consacrés aux approximations faites par Butler, avec l'espoir d'améliorer les résultats. Ce sont tout d'abord deux physiciens américains, Paul Daitch et Bruce French qui montrent que l'approximation de Butler est équivalente à l'approximation que Max Born avait introduite dans un fameux article sur la collision d'un électron et d'un noyau : il considérait des trajectoires rectilignes pour la particule entrante, traitant l'interaction avec le noyau comme une petite perturbation^{106, 107}. C'est ce qu'on appelle depuis *l'approximation de Born*.

Deux jeunes physiciens français, Jules Horowitz et Albert Messiah, s'attaquent alors au problème et montrent qu'on améliore les choses en prenant non pas des trajectoires rectilignes mais en tenant compte de la courbure des trajectoires dues à l'action du noyau. En langage quantique (car leur calcul est quantique, cela va sans dire), on dit que la fonction d'onde des deutons et protons avant et après collision n'est pas une onde plane, mais une onde quelque peu déformée par le champ de force du noyau. Ils considèrent que l'intérieur du noyau est inaccessible au deuton. Pour des raisons de commodité, Horowitz et Messiah négligent eux aussi l'interaction coulombienne due à la répulsion électrique¹⁰⁸. L'intérêt de leur approche est d'être un calcul plus rigoureux, où les approximations sont bien identifiées, si bien que les améliorations apparaissent d'elles-mêmes, si l'on peut dire. Nous verrons bientôt comment elles seront exploitées.

Deux physiciens américains, Norman Francis et Kenneth Watson sont arrivés de leur côté à un résultat assez proche : on peut généraliser l'approximation de Born en ne prenant plus de trajectoires rectilignes, des ondes planes en langage quantique, mais les ondes telles qu'on peut les calculer avec un *modèle optique*, l'intérieur du noyau étant dans ce cas rendu complètement absorbant. D'ailleurs Francis et Watson proposent d'appeler leur théorie « le modèle optique des réactions de *stripping* »¹⁰⁹. Mais pas plus que Horowitz et Messiah ils ne font de calcul numérique, impossible sans ordinateur. L'idée d'Horowitz et Messiah est reprise ensuite par un physicien américain, William Tobocman, qui propose de modifier l'approximation de Born, en tenant compte de l'interaction coulombienne aussi bien que nucléaire avec le noyau, et en éliminant l'intérieur du noyau grâce à un traitement mathématique un peu différent¹¹⁰. Tobocman précise que le calcul demandera l'usage d'un ordinateur. Il entreprend alors ce calcul en collaboration avec Malvin Kalos¹¹¹.

C'est le premier calcul complet d'une réaction de *stripping* utilisant l'approximation de Born modifiée.

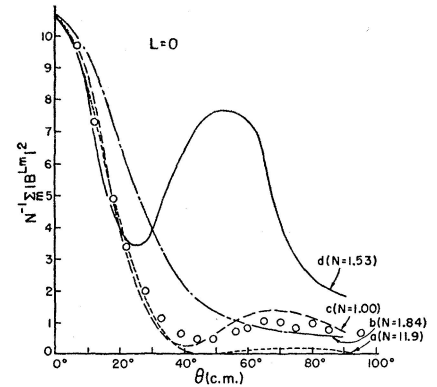


FIG. 21 – Comparaison des résultats expérimentaux de la réaction $^{19}\text{F}(d,p)$ pour $L = 0$: (a) théorie de Butler simple, (b) théorie de Butler en tenant compte de l'interaction coulombienne ; (c) calcul de Tobocman et Kalos avec absorption des protons et (d) avec réflexion des protons¹¹¹.

Les particules incidentes et émergentes sont représentées non par des ondes planes, mais par des ondes que l'interaction entre le deuton ou le proton avec le noyau ont déformées, ce qui équivaldrait classiquement à remplacer des trajectoires rectilignes par des trajectoires déviées par l'influence du noyau. La réussite de la méthode est éclatante pour le calcul des distributions angulaires de *stripping*, dont les résultats sont très proches des valeurs expérimentales, et non plus seulement qualitativement comme dans la première théorie de Butler. Tobocman et Kalos utilisent le tout premier ordinateur construit par IBM pour le centre de calcul de l'université de Cornell. C'est le *card-programmed calculator*, ou CPC, un appareil où les données et instructions de calcul sont perforées dans des cartes de bristol.

Sous le nom de *distorted-wave Born approximation*, ou approximation de Born avec des ondes déformées, en abrégé DWBA, employé pour la première fois par R. G. Thomas^{112,113}, cette méthode va se répandre rapidement, pour devenir la référence.

14.4 DWBA et ordinateur, une union indissoluble

Pourquoi a-t-il fallu attendre 1954 pour faire un tel calcul ? L'idée à la base de cette méthode datait en fait des années trente, pour décrire la collision entre un électron et un atome, son ionisation par exemple (arrachage d'un de ses électrons). Dans ce cas, l'approximation de Born originale, avec des trajectoires rectilignes (des ondes planes, en langage quantique) donnait de moins bons résultats que la méthode « des fonctions d'onde déformées », qui tenait compte de la déviation des électrons par l'action de l'atome¹¹⁴.

Il est vrai que Bethe avait écrit, dans le deuxième des fameux articles de 1936-1937 :

Dans le cas des atomes, cette méthode est bien meilleure que l'approximation de Born, qui néglige l'interaction entre l'atome et l'électron incident.

Par contre, la méthode des fonctions d'onde déformées n'est pas du tout applicable à la physique nucléaire¹¹⁵.

Bethe avançait deux arguments contre cette méthode :

- l'argument de Bohr contre l'idée d'un champ de force moyen : une particule entrant dans le noyau subit de très nombreuses collisions, sa trajectoire est chaotique ;
- la faible énergie des particules, ce qui interdisait de considérer l'interaction entre le noyau et la particule comme une petite perturbation de sa trajectoire.

Le premier argument avait beaucoup perdu de sa force avec le surprenant succès du modèle des couches, qui décrivait le noyau par une organisation des nucléons en couches successives, chacun ayant un mouvement à l'intérieur du noyau quasi-indépendant des autres. Quant au second, il était beaucoup moins pertinent en 1950 qu'en 1937, car les nouveaux accélérateurs fournissaient désormais des particules, des deutons par exemple, d'énergie beaucoup plus grande.

Mais le fait qui semble vraiment décisif dans l'emploi et le succès de la DWBA est sans nul doute *la possibilité de faire le calcul*, grâce aux premiers ordinateurs. Le but de la théorie en physique est de proposer, pour décrire les phénomènes, des équations permettant de calculer telle ou telle grandeur, comme la position d'une planète à un instant déterminé. La théorie comprend donc à la fois les grands principes et les moyens de calculs adéquats : une équation tout à fait insoluble n'est pas d'un grand secours. Devant une équation difficile ou impossible à résoudre exactement, l'art du physicien consiste à trouver la bonne approximation. Jusqu'au début des années cinquante, on recherchait des méthodes permettant de faire les calculs à la main, avec comme seuls outils du papier, un crayon et des tables de fonctions mathématiques courantes (logarithmes, sinus, cosinus, exponentielle, etc.). L'avènement de l'ordinateur a permis soudain de faire des calculs beaucoup plus longs en un temps raisonnable. La DWBA est, avec le modèle optique dont elle est sœur, le premier exemple d'une théorie qui ne pouvait pas exister sans lui.

15 APRÈS LES ANNÉES CINQUANTE

Les idées de base sont désormais en place, mais des développements considérables, tout à la fois expérimentaux et théoriques, sont encore à venir. Le développement de l'informatique dont on vient d'assister aux premiers pas sera l'un des éléments cruciaux de l'époque. Et en 2007 l'histoire n'est pas finie. Malgré les progrès réalisés depuis cinquante ans, les physiciens se battent encore pour améliorer la description des réactions nucléaires afin de mieux comprendre la structure nucléaire.

RÉFÉRENCES

1. A. Henri Becquerel, Sur quelques propriétés nouvelles des radiations invisibles émises par divers corps phosphorescents. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 122:559–64, séance du 9 mars 1896.
2. Ernest Rutherford, Uranium radiation and the electrical conduction produced by it. *Philosophical Magazine*, 47:109–163, janvier 1899.
3. William Crookes, Certain properties of the emanations of radium. *Chemical News*, 87:241, 22 mai 1903.
4. Ernest Rutherford, A radio-active substance emitted from thorium compounds. *Philosophical Magazine*, 49:1–14, janvier 1900.
5. Ernest Rutherford et Frederick Soddy, The Cause and Nature of Radioactivity. Part I. *Philosophical Magazine*, 4:376–396, septembre 1902.
6. Ernest Rutherford et Frederick Soddy, The Cause and Nature of Radioactivity. Part II. *Philosophical Magazine*, 4:569–585, novembre 1902.
7. Ernest Rutherford, *Radioactive transformations*. Charles Scribner's Sons, New York, 1906.
8. Ernest Rutherford, Some properties of the α rays from radium. *Philosophical Magazine*, 11:166–76, janvier 1906.
9. John Sealy Townsend, The conductivity of gases by the motion of negatively charged ions. *Philosophical Magazine*, 1:198–227, février 1901.
10. John S. Townsend et P. J. Kirkby, Conductivity produced in hydrogen an carbonic acid gas by the motion of negatively charged ions. *Philosophical Magazine*, 1:630–42, juin 1901.
11. John S. Townsend, The conductivity produced in gases by the aid of ultra-violet light. *Philosophical Magazine*, 3:557–76, juin 1902.
12. John S. Townsend, The conductivity produced in gases by the aid of ultra-violet light. *Philosophical Magazine*, 5:389–98, avril 1903.
13. John S. Townsend, The genesis of ions by the motion of positive ions in a gas and a theory of the sparking potential. *Philosophical Magazine*, 6:598–618, novembre 1903.
14. P. J. Kirkby, On the electrical conductivities produced in air by the motion of negative ions. *Philosophical Magazine*, 3:212–25, février 1902.
15. Ernest Rutherford et Hans Geiger, A method of counting the number of α -particles from radio-active matter. *Memoirs of the Manchester Literary and Philosophical Society*, 52:1–3, 1908.
16. Ernest Rutherford, Recent advances in radio-activity. *Nature*, 77:422–6, 5 mars 1908.
17. Ernest Rutherford et Hans Geiger, The charge and nature of the α -particle. *Proceedings of the Royal Society, London*, A81:162–173, 18 juin 1908.
18. Mme Skłodowska-Curie, Sur la pénétration des rayons de Becquerel non déviés par le champ magnétique. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 130:76–79, séance du 8 janvier 1900.
19. William Henry Bragg, On the absorption of α rays, and on the classification of the α rays from radium. *Philosophical Magazine*, 8:719–25, décembre 1904.
20. William Henry Bragg et Richard Daniel Kleeman, On the ionization curves of radium. *Philosophical Magazine*, 8:726–39, décembre 1904.
21. William Henry Bragg et Richard Daniel Kleeman, On the α particles of radium, and their loss of range in passing through various atoms and molecules. *Philosophical Magazine*, 10:318–40, septembre 1905.
22. Hans Geiger, On the scattering of α particles by matter. *Proceedings of the Royal Society, London*, A81:174–77, août 1908.
23. Hans Geiger, The Scattering of the α - Particle by Matter. *Proceedings of the Royal Society, London*, A83:492–504, 17 février 1910.
24. Hans Geiger et Ernest Marsden, On a diffuse reflection of the α -particles. *Proceedings of the Royal Society, London*, A82:495–500, 1909.
25. Ernest Rutherford, The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society*, IV, 55:18–20, 1911.
26. Ernest Rutherford, The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *Philosophical Magazine*, 21:669–98, mai 1911.
27. Samuel Earnshaw, On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 7:97, 1842.
28. Ernest Rutherford, The origin of β and γ rays from radioactive substances. *Philosophical Magazine*, 24:453–62, octobre 1912.
29. Ernest Rutherford, *Popular Science Monthly*, août 1915, cité par N. Feather, *Lord Rutherford*, Londres, Priory Press, 1975, p 144.
30. Ernest Marsden, The Passage of α -particles through Hydrogen. *Philosophical Magazine*, 27:824–30, mai 1914.
31. Ernest Marsden et W. C. Lantsberry, The Passage of α particles through Hydrogen. II. *Philosophical Magazine*, 30:240–43, août 1915.
32. Charles Darwin, Collisions of α particles with light atoms. *Philosophical Magazine*, 27:499–507, 1914.
33. Ernest Rutherford, Collision of α -Particles with Light Atoms. I. Hydrogen. *Philosophical Magazine*, 37:537–61, juin 1919.
34. Ernest Rutherford, Collision of α -Particles with Light Atoms. II. Velocity of the Hydrogen Ions. *Philosophical Magazine*, 37:562–71, juin 1919.

35. Ernest Rutherford, Collision of α particles with light atoms. III. Nitrogen and Oxygen Atoms. *Philosophical Magazine*, 37:571–80, juin 1919.
36. Ernest Rutherford et James Chadwick, The disintegration of elements by α -particles. *Nature*, 107:41, 10 mars 1921.
37. Ernest Rutherford et James Chadwick, The artificial disintegration of light elements. *Philosophical Magazine*, 42:809–825, novembre 1921.
38. Ernest Rutherford et James Chadwick, The disintegration of elements by α particles. *Philosophical Magazine*, 44:417–432, septembre 1922.
39. Ernest Rutherford et James Chadwick, Further experiments on the artificial disintegration of elements. *Proceedings of the Physical Society*, 36:417–422, août 1924.
40. Gerhard Kirsch et Hans Pettersson, Experiments on the artificial disintegration of atoms. *Philosophical Magazine*, 47:500–12, mars 1924.
41. Gerhard Kirsch et Hans Pettersson, The artificial disintegration of atoms. *Nature*, page 603, 26 avril 1924.
42. Ernest Rutherford et James Chadwick, The bombardment of elements by α -particles. *Nature*, 113:457, 29 mars 1924.
43. Ernest Rutherford, *Lettre à Stefan Meyer* datée du 23 décembre 1926, dans A. Brown, *The Neutron and the Bomb. A biography of Sir James Chadwick*, Oxford University Press, 1997, p. 84.
44. James Chadwick, *Lettre de Chadwick à Rutherford*, datée du 12 décembre 1927, dans A. Brown, *The Neutron and the Bomb. A biography of Sir James Chadwick*, Oxford University Press, 1997 p. 84.
45. Hans Geiger et Ernest Rutherford, Photographic registration of α particles. *Philosophical Magazine*, 24:618–23, octobre 1912.
46. Hans Geiger, Über eine einfache Methode zur Zählung von α und β -Strahlen. *Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft*, 15:534–539, séance du 27 juillet 1913.
47. Hans Geiger, Demonstration einer einfachen Methode zur Zählung von α - and β -Strahlen. *Physikalische Zeitschrift*, 14:1129, 15 novembre 1913.
48. Hans Geiger, Sur une méthode simple de numération des rayons α et β . *Le Radium*, 10:316–18, 1913.
49. Hans Geiger et Otto Klemperer, Beitrag zur Wirkungsweise des Spitzenzähler. *Zeitschrift für Physik*, 49:753–60, 1928.
50. Hans Geiger et Walter Müller, Das Elektronenzählrohr. *Physikalische Zeitschrift*, 29:839–41, 15 novembre 1928.
51. Hermann Greinacher, Über die akustische Beobachtung und galvanometrische Registrierung von Elementarstrahlen und Einzelionen. *Zeitschrift für Physik*, 23:361–78, 1924.
52. Hermann Greinacher, Eine neue Methode zur Messung der Elementarstrahlen. *Zeitschrift für Physik*, 36:364–73, 1926.
53. Hermann Greinacher, Über die Registrierung von α - und H-Strahlen nach der neuen elektrischen Zählmethode. *Zeitschrift für Physik*, 44:319–25, 1927.
54. Irène Curie et Frédéric Joliot, Émission de protons de grande vitesse par les substances hydrogénées sous l'influence des rayons γ très pénétrants. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 194:273–275, séance du 18 janvier 1932.
55. James Chadwick, Possible existence of a neutron. *Nature*, 129:312, 27 février 1932.
56. James Chadwick, The existence of a neutron. *Proceedings of the Royal Society, London*, A136:692–708, 1932.
57. John Douglas Cockcroft et Ernest Thomas Sinton Walton, Disintegration of lithium by swift protons. *Nature*, 129:649, 30 avril 1932.
58. Institut International de Physique Solvay, éditeur. *Structure et propriétés des noyaux atomiques, rapports et discussions du septième Conseil de Physique, Bruxelles, 22 au 29 octobre 1933*. Gauthier-Villars, Paris, 1934.
59. Irène Curie et Frédéric Joliot, Un nouveau type de radioactivité. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 198:254–56, séance du 15 janvier 1934.
60. Irène Curie et Frédéric Joliot, Séparation chimique des nouveaux radioéléments émetteurs d'électrons positifs. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 198:559–61, 29 janvier 1934.
61. Irène Curie et Frédéric Joliot, Artificial production of a new kind of radio-elements. *Nature*, 133:201–2, 10 février 1934.
62. Enrico Fermi, Radioattività indotta da bombardamento di neutroni. — I. *Ricerca Scientifica*, 5:283, 1934.
63. Enrico Fermi, Radioattività provocata da bombardamento di neutroni.— II. *Ricerca Scientifica*, 5:330–31, 1934.
64. Enrico Fermi, Radioactivity induced by neutron bombardment. *Nature*, 133:757 (L), 19 mai 1934.
65. Enrico Fermi, Edoardo Amaldi, Oscar d'Agostino, Franco Rasetti et Emilio Segrè, Artificial radioactivity produced by neutron bombardment. *Proceedings of the Royal Society, London*, A146:483–500, 1934.
66. P. B. Moon et J. R. Tillman, Evidence on the Velocity of 'Slow' Neutrons. *Nature*, 135:904, 12 avril 1935.
67. Léon Arsimovitch, Igor Kourtschatov, Léon Miçovskii et Pierre Palibin, Au sujet de la capture des neutrons lents par un noyau. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 200:2159–2162, séance du 24 juin 1935.
68. J. R. Tillman et P. B. Moon, Selective absorption of slow neutrons. *Nature*, 136:66–67, 13 juillet 1935.
69. T. Bjerger et C. H. Westcott, On the slowing down of neutrons in various substances containing hydrogen. *Proceedings of the Royal Society, London*, A150:709, 1^{er} mai 1935.
70. Leo Szilard, Absorption of residual neutrons. *Nature*, 136:950–951, 14 décembre 1935.
71. Franco Rasetti, Emilio Segrè, G.A. Fink, J. R. Dunning et G. B. Pegram, On the absorption law for slow neutrons. *Physical Review*, 49:104 (L), 1^{er} janvier 1936.
72. Edoardo Amaldi et Enrico Fermi, Sopra l'assorbimento e la diffusione dei neutroni lenti. *Ricerca Scientifica*, 7:454–503, 1936.
73. Enrico Fermi et Edoardo Amaldi, Sull'assorbimento dei neutroni lenti. — II. *Ricerca Scientifica*, 6:443–437, 1935.

74. Niels Bohr, Transmutations of atomic nuclei. *Science*, 86:161–165, 20 août 1937.
75. Hans Albrecht Bethe et George Placzek, Resonance Effects in Nuclear Processes. *Physical Review*, 51:450–84, 15 mars 1937.
76. V. I. Veksler, A new method for acceleration of relativistic particles. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS*, 43:329–331, 1944.
77. Edwin McMillan, The synchrotron—a proposed high energy particle accelerator. *Physical Review*, 68:143–144 (L), 1^{er} septembre 1945.
78. Z. Bay, Electron Multiplier as an Electron Counting Device. *Review of Scientific Instruments*, 12:127–133, mars 1941.
79. Z. Bay, Elektronenvervielfacher als Elektronenzähler. *Zeitschrift für Physik*, 117:227–245, 1941.
80. W. K. Zworykin, G. A. Morton et L. Malter, The secondary emission multiplier—a new electronic device. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 24:351–375, mars 1936.
81. Vladimir Kosma Zworykin et J. A. Rajchman, The electrostatic electron multiplier. *IRE Proceedings*, 27:558–566, septembre 1939.
82. J. M. McKenzie et D. A. Bromley, Observation of charged-particle reaction products. *Physical Review Letters*, 2:303–305, 1^{er} avril 1959.
83. Leslie G. Cook, Edwin M. McMillan, Jack M. Peterson et Duane C. Sewell, Total Cross Sections of Nuclei for 90-Mev Neutrons. *Physical Review*, 72:1264–1265, 15 décembre 1947.
84. Robert Serber, Nuclear reactions at high energies. *Physical Review*, 72:1114–1115, 1^{er} décembre 1947.
85. S. Fernbach, Robert Serber et T. B. Taylor, The scattering of high energy neutrons by nuclei. *Physical Review*, 75:1352–1355, 1^{er} mai 1949.
86. Jack W. Burkig et Byron T. Wright, Survey experiment on elastic scattering. *Physical Review*, 82:451–452, 1^{er} mai 1951.
87. R. E. Richardson, W. P. Ball, C. E. Leith et B. J. Moyer, Elastic Scattering of 340-Mev Protons. *Physical Review*, 83:859–860 (L), 15 août 1951.
88. Kantilal M. Gatha et R. J. Riddell, Jr., An investigation into the nuclear scattering of high energy protons. *Physical Review*, 86:1035–1039, 15 juin 1952.
89. P. C. Gugelot, Some Data on the Elastic Scattering of 18.3-Mev Protons. *Physical Review*, 87:525–526, 1^{er} août 1952.
90. Robert E. Le Levier et David S. Saxon, An optical model for nucleon-nuclei scattering. *Physical Review*, 87:40–41, 1^{er} juillet 1952.
91. Bernard L. Cohen et Rodger V. Neidigh, Angular Distributions of 22-Mev Protons Elastically Scattered by Various Elements. *Physical Review*, 93:282–287, 15 janvier 1954.
92. Irving E. Dayton, The Elastic Scattering of 18-Mev Protons by Al, Fe, Ni, and Cu. *Physical Review*, 95:754–758, 1^{er} août 1954.
93. D. M. Chase et F. Rohrlich, Elastic scattering of protons by nuclei. *Physical Review*, 94:81–86, 1^{er} avril 1954.
94. Roger D. Woods et David D. Saxon, Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering. *Physical Review*, 95:577–578, 15 juillet 1954.
95. Hans A. Bethe, A continuum theory of the compound nucleus. *Physical Review*, 57:1125–1144, 15 juin 1940.
96. Philippe Breton, *Une histoire de l'informatique*. Le Seuil, Paris, 1987.
97. Niels Bohr, Rudolf Peierls et George Placzek, Nuclear reactions in the continuous energy region. *Nature*, 144:200–201, 29 juillet 1939.
98. A. C. Helmholtz, Edwin M. Mcmillan et Duane C. Sewell, Angular Distribution of Neutrons from Targets Bombarded by 190-Mev Deuterons. *Physical Review*, 72:1003–1007, 1^{er} décembre 1947.
99. Robert Serber, The production of high energy neutrons by stripping. *Physical Review*, 72:1008–1016, 1^{er} décembre 1947.
100. David C. Peaslee, Deuteron-induced reactions. *Physical Review*, 74:1001–1013, 1^{er} novembre 1948.
101. Hannah B. Burrows, William Martin Gibson et Joseph Rotblat, Angular Distributions of Protons from the Reaction $O^{16}(d,p)O^{17}$. *Physical Review*, 80:1095, 15 décembre 1950.
102. Stuart Thomas Butler, On angular distributions from (d,p) and (d,n) nuclear reactions. *Physical Review*, 80:1095–1096 (L), 15 décembre 1950.
103. J. R. Holt et C. T. Young, The Angular Distribution of Protons from the Reaction $^{27}Al(d,p)^{28}Al$. *Proceedings of the Physical Society*, 68:833–838, août 1950.
104. Stuart Thomas Butler, Angular distributions from (d,p) and (d,n) nuclear reactions. *Proceedings of the Royal Society, London*, A202:559–579, 2 septembre 1951.
105. Joseph Rotblat, The Spins and Parities of the 3.7-3.9-Mev Doublet in C^{13} . *Physical Review*, 83:1271–1272, 15 septembre 1951.
106. Max Born, Zur quantenmechanik der stoßprozesse (vorläufige mitteilung). *Zeitschrift für Physik*, 37:863–867, 1926.
107. Max Born, Zur quantenmechanik der stoßprozesse. *Zeitschrift für Physik*, 38:807–827, 1926.
108. Jules Horowitz et Albert M. L. Messiah, The mechanism of stripping reactions. *Physical Review*, 92:1326–1327, 1^{er} décembre 1953.
109. N. C. Francis et Kenneth M. Watson, The theory of the deuteron stripping reactions. *Physical Review*, 93:313–317, 15 janvier 1954.
110. William Tobocman, Theory of the (d,p) reaction. *Physical Review*, 94:1655–1663, 15 juin 1954.
111. William Tobocman et M. H. Kalos, Numerical calculation of (d,p) angular distributions. *Physical Review*, 97:132–136, 1^{er} janvier 1955.

112. R. G. Thomas, Collision matrices for the compound nucleus. *Physical Review*, 97:224–237, 1^{er} janvier 1955.
113. R. G. Thomas, Collision matrix for (n, d) and (p, d) reactions. *Physical Review*, 100:25–32, 1^{er} octobre 1955.
114. Nevill Francis Mott et Harrie Stewart Wilson Massey, *The Theory of atomic collisions*. Clarendon Press, Oxford, 1933. p. 100.
115. Hans Albrecht Bethe, Nuclear Physics. B. Nuclear Dynamics, Theoretical. *Reviews of Modern Physics*, 9:69–244, avril 1937.
116. Hans Albrecht Bethe et Robert F. Bacher, Nuclear Physics. A. Stationary States of Nuclei. *Reviews of Modern Physics*, 8:82–229, avril 1936.
117. M. Stanley Livingston et Hans A. Bethe, Nuclear Physics. C. Nuclear Dynamics, Experimental. *Reviews of Modern Physics*, 9:245–390, juillet 1937.
118. Ettore Majorana, Über die Kerntheorie. *Zeitschrift für Physik*, 82:137–145, 1933.
119. Edoardo Amaldi, George Placzek. *Ricerca Scientifica*, 26:2038–2042, juillet 1956.

QUELQUES NOTICES BIOGRAPHIQUES

Amaldi, Edoardo

Edoardo Amaldi (Carpaneto Piacentino, 5 septembre 1908 – Rome, 5 décembre 1989) a commencé des études d'ingénieur, puis est entré dans la toute jeune équipe que Fermi constituait en 1928. Il a participé aux côtés de Fermi aux travaux sur les neutrons jusqu'en 1938, date à laquelle Fermi quitta l'Italie. Il fut nommé à la chaire de physique expérimentale de l'université de Rome, poste qu'il occupa 41 ans. Il réorganisa par la suite les études de physique en Italie, fut un des créateurs de l'INFN *Laboratorio Europeo per la Fisica delle Particelle*) et co-fondateur du CERN. Outre la physique nucléaire, Amaldi travailla sur la théorie des monopoles magnétiques et des ondes gravitationnelles. Convaincu de la nécessité de supprimer les armes nucléaires, il était membre du mouvement Pugwash.

Bethe, Hans Albrecht

Hans Albrecht Bethe était un physicien américain d'origine allemande. Il est né le 2 juillet 1906 à Strasbourg alors allemande et mort le 6 mars 2005 à Ithaca, dans l'état de New York. Études universitaires à Francfort, puis doctorat à Munich sous la direction de Sommerfeld. Il fit ensuite des séjours post-doctoraux à Cambridge et à Rome auprès de Fermi qui l'impressionna beaucoup. À l'arrivée des nazis au pouvoir en Allemagne il fut chassé de son poste d'enseignement à l'Université de Tübingen, et partit tout d'abord en Grande Bretagne, où il travailla sur la photodésintégration du deuton. Puis en 1935 il obtint un poste de professeur à l'Université Cornell aux États-Unis, où il devait faire toute sa carrière. Il fut très vite reconnu comme l'un des maîtres de la physique nucléaire. Ses trois articles de 1936-37 dans *Review of Modern Physics* ont été longtemps considérés comme la bible des physiciens^{115–117}. Pendant la guerre il participa au projet Manhattan, puis eut une attitude très critique vis-à-vis de l'armement nucléaire, et particulièrement de la bombe à hydrogène. Il fut lauréat du prix Nobel de physique en 1967 pour sa contribution à la compréhension de la nucléosynthèse stellaire.

Bothe, Walther

Walther Bothe (8 janvier 1891 - 2 août 1957) est né à Oranienburg, près de Berlin. Il fut élève de Max Planck à l'université de Berlin, et obtint son doctorat en 1913. Il est alors nommé assistant de Hans Geiger au *Physikalisch-technische Reichsanstalt* de Berlin. Au cours de la guerre de 1914-1918, il est fait prisonnier par les Russes et envoyé en Sibérie. Il y étudie les mathématiques et épouse une Russe, Barbara Below. Il revient au *Physikalisch-technische Reichsanstalt* en 1920, et développe des méthodes de comptage électriques avec Hans Geiger avec qui il a des liens d'amitié.

En 1924 il fait avec Geiger la première expérience en coïncidence pour vérifier la conservation de l'impulsion dans l'effet Compton. Ils utilisent pour cela deux compteurs à pointe de Geiger, dont les déclenchements étaient enregistrés photographiquement. Ils estimèrent la résolution en temps de leur montage à 10^{-4} s. En 1929 cette méthode de coïncidences lui permet de montrer, dans une expérience en collaboration avec Walther Kolhörster,

que les rayons cosmiques ne sont pas composés uniquement de rayonnement γ , mais de particules « matérielles » de très grande énergie.

En 1930 Bothe invente une méthode électronique pour observer des événements en coïncidence, grâce à un tube électronique à deux grilles.

En 1932 il succède à Philipp Lenard comme directeur de l'Institut de physique de Heidelberg. Une de ses expériences faite en 1930 est à l'origine de la découverte du neutron. Il a été un pionnier des réactions nucléaires produites par rayons γ , et a probablement observé la première résonance géante.

C'est pour avoir développé la méthode des coïncidences qu'il a reçu le prix Nobel de Physique en 1954, qu'il partagea avec Max Born.

Breit, Gregory

Gregory Breit (14 juillet 1899 - 11 septembre 1981). Physicien américain d'origine russe, il fut l'assistant de Paul Ehrenfest à Leiden. Surtout connu par son travail avec Wigner sur les états résonnants, et pour son travail avec Edward Condon sur l'interaction proton-proton. Il reçut la Médaille Franklin en 1984.

Chadwick, James

James Chadwick est né le 20 octobre 1891 dans une famille très modeste. Malgré des conditions de vie difficiles, il se distingue dans ses études, et parvient, grâce à des bourses, à accéder à l'université de Manchester. Il obtient son *Master of Science* en 1912, et Rutherford, qui a remarqué ses qualités, obtient pour Chadwick une bourse qui lui permet d'aller travailler un an en Allemagne auprès de Hans Geiger. Là il montre que le spectre des électrons β est un spectre continu. Mais lorsque la guerre éclate, Chadwick est, avec d'autres Anglais, interné dans un camp près de Berlin. Il rentre en Angleterre, soutient sa thèse, et devient rapidement l'assistant et le confident de Rutherford. En 1932 il identifie comme constitué de neutrons le rayonnement mystérieux découvert par Bothe et étudié par les Joliot-Curie, ce qui lui vaudra le prix Nobel de physique en 1935. De 1935 à 1948 il est professeur à Liverpool, où il fait construire un cyclotron. Pendant la guerre il dirigea la délégation britannique qui participa à Los Alamos à la fabrication de la bombe atomique. Il est mort le 24 juillet 1974.

Biographie publiée : A. Brown, *The Neutron and the Bomb. A biography of Sir James Chadwick*, Oxford University Press, Oxford, 1997.

Cockcroft, John

John Douglas Cockcroft (27 mai 1897 - 18 septembre 1967), après des études à Manchester interrompues par la guerre, commence en 1924 à faire des recherches au *Cavendish*, alors dirigé par Rutherford. Il commence à travailler sur l'accélération des protons en 1928 en collaboration avec Ernest Walton. En 1932 il observe la première réaction nucléaire avec des particules accélérées artificiellement. Pendant la guerre il travaille sur le radar, et en 1944 il devient directeur du laboratoire canadien de Chalk River, et en 1946 directeur de l'*Atomic Energy Research Establishment* à Harwell. Il a partagé avec Ernest Walton le prix Nobel de physique en 1951 « pour leur travail pionnier sur la transmutation des noyaux atomiques au moyen de particules accélérées artificiellement. »

Cohen, Bernard Leonard

Bernard Leonard Cohen est né le 14 juin 1924 à Pittsburgh. Il soutient sa thèse à l'université Carnegie-Mellon en 1950, et entre à Oak Ridge, où il dirige un groupe de recherche autour du cyclotron. En 1958 il est nommé professeur de physique à Pittsburgh.

Dans la période 1950-1965 il a beaucoup travaillé sur les réactions nucléaires ; (p, t) , (p, pn) , $'p; \alpha n)$, (p, n) , (p, n) , $(p, 2n)$, etc., ainsi que sur la diffusion élastique.

Auteur prolifique, il a publié plus de 300 articles et cinq livres. Récemment son intérêt s'est tourné vers l'énergie nucléaire, qu'il considère comme la seule solution viable à la crise de l'énergie, et il a écrit un livre pour défendre ce point de vue, *The Nuclear Energy Option*. Une controverse entre lui et Ralph Nader sur la toxicité du plutonium l'a conduit à proposer d'ingérer devant témoins des doses de plutonium importantes. Voir son article *The Myth of Plutonium Toxicity* disponible sur son site internet <http://russp.org/BLC-3.html>.

D'Agostino, Oscar

Oscar D'Agostino (1901 à Avellino - 1975 à Rome), chimiste italien. En 1928 il collabore sur des problèmes de chimie appliquée avec N. Parravano, directeur de l'Institut de Chimie de l'Université de Rome. En 1933 il obtient une bourse pour se perfectionner en radiochimie à l'Institut du Radium. En 1934 il commence une

collaboration avec l'équipe de la *via Panisperna* dirigée par Enrico Fermi, et participe à la découverte de nombreux radioéléments. En 1936 il devient chercheur à l'Institut national de chimie du CNR. En 1945 il entre à l'Institut supérieur de la santé, où il dirige le laboratoire de physique, puis de radiochimie, et à partir de 1959 le laboratoire de chimie.

Earnshaw, Samuel

Samuel Earnshaw (1^{er} février 1805 - 6 décembre 1888), était un pasteur, physicien et mathématicien. Il a publié des articles concernant la mécanique des fluides et le calcul différentiel dans les *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*. Le plus connu est un article de 1842 qui montre qu'il ne peut exister d'équilibre stable entre un ensemble de corps qui interagissent selon une loi de force en inverse carré.

Fermi, Enrico

Enrico Fermi (29 septembre 1901 - 28 novembre 1954) était né dans une famille modeste. Il montra très tôt des aptitudes exceptionnelles en mathématiques et en physique, entra à l'École Normale Supérieure de Pise en 1917, et y reçut son doctorat en 1922. Après un séjour à Göttingen chez Max Born et à Leyden chez Paul Ehrenfest, il devint maître de conférences à Florence, puis professeur de physique théorique à Rome en 1926, première chaire de ce type en Italie. En 1927 il développe la statistique appelée aujourd'hui « de Fermi-Dirac », indépendamment de Dirac. Il publie en 1934 la théorie de la radioactivité β , puis lance son équipe dans la physique des neutrons qui lui vaudra le prix Nobel en 1938. Il en profitera pour s'échapper d'Italie et trouver asile aux États-Unis. Pendant la guerre, il fut l'un des responsables du projet Manhattan. Après la guerre il fut nommé professeur de physique à l'Université de Chicago. Il mourut en 1954 des suites d'un cancer de l'estomac.

Biographies publiées : Laura Fermi, *Atoms in the family*, The University of Chicago Press, 1954 ; Emilio Segrè, *Enrico Fermi physicist*, The University of Chicago Press, 1970.

Geiger, Hans

Johannes (Hans) Wilhelm Geiger (30 septembre 1882 - 24 septembre 1945), physicien allemand, surtout connu comme co-inventeur du compteur Geiger et du compteur Geiger-Müller, et pour les expériences faites avec Ernst Marsden qui ont conduit Rutherford à la découverte du noyau de l'atome.

Geiger est né à Neustadt-an-der-Haardt. C'était le fils de Wilhelm Ludwig Geiger, professeur de philosophie à l'Université d'Erlangen. Il commença ses études de physique et de mathématiques à l'université d'Erlangen, où il obtint le doctorat en 1906. Il partit en séjour post-doctoral à l'université de Manchester, où il devint en 1907 l'assistant de Rutherford. Ils créèrent ensemble le premier compteur Geiger en 1908. En 1911 il découvrit la relation dite de Geiger-Nuttall entre l'énergie des particules α émises par les noyaux radioactifs naturels et leur période radioactive.

À son retour de Manchester en 1912 il prit la direction du *Physikalische-Technische Reichsanstalt* à Berlin, et mit au point le nouveau compteur à pointe. En 1925 il devint professeur de physique à Kiel, et développa, avec son étudiant Walther Müller, le compteur Geiger-Müller. En 1929 il fut professeur à Tübingen et en 1936 à Berlin. Il mourut à Potsdam peu après la fin de la guerre.

Greinacher, Heinrich

Heinrich Greinacher (31 mai 1880 - 17 avril 1974) a fait ses études de physique à Zurich, Berlin et Heidelberg. Habilitation à Berne en 1907. Professeur ordinaire (c'est-à-dire titulaire) à Berne de 1924 à 1952. Il est surtout connu pour sa méthode d'obtention de tensions élevées.

Gugelot, Piet Cornelis

Piet Cornelis Gugelot est né à Bossum, en Hollande, le 24 février 1918. Il est mort le 2 février 2005 à Charlotteville, aux États-Unis. En 1930 sa famille s'installa à Davos, en Suisse. Il étudia la physique à l'ETH (Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, une université à vocation scientifique et technologique) sous la direction de Paul Scherrer (1890-1969), un des physiciens importants du début du siècle. Il y travailla à la réalisation du cyclotron dont le premier faisceau interne fut produit en 1943. En 1947 il partit pour Princeton où il travailla sur le sujet alors en plein essor des réactions nucléaires. Il participa activement à la reconstruction du cyclotron et à la construction d'une chambre à réaction de grandes dimensions (60 inches, 152 cm) qui permit les premières mesures précises de distributions angulaires.

En 1956 il retourna aux Pays-Bas comme directeur de l'Institut voor Kernfysisch Onderzoek). Il y développa l'étude des réactions nucléaires. En particulier il étudia avec Haruhiko Morinaga l'étude des réactions (α, xn), et fut un des pionniers de l'étude des grands spins et des bandes de rotation.

Il retourna aux États-Unis en 1966 comme directeur du *Space Radiation Effects Laboratory*, et devint en même temps professeur à l'université de Virginie où il termina sa carrière.

Curie, Irène

Irène Curie est la fille de Pierre et Marie Curie, née le 12 septembre 1897. Elle a reçu une éducation non conventionnelle dans son jeune âge. Pendant la première guerre mondiale elle a secondé sa mère Marie Curie dans l'entreprise des « voitures Curie », contenant un appareil de radiographie mobile, ce qui lui a valu la médaille militaire. Après la guerre elle reprend ses études, soutient sa thèse en 1925, et entame une collaboration avec Frédéric Joliot. Ils découvrent ensemble la radioactivité artificielle en 1934, ce qui leur vaudra le prix Nobel de chimie en 1935. Puis elle travaille sur la physique des neutrons et elle est à l'origine de la découverte de la fission en 1938 par Hahn et Strassmann. Elle continuera à travailler sur la radioactivité jusqu'à sa mort, de leucémie, le 17 mars 1956.

Biographie publiée : N. Loriot, *Irène Joliot-Curie*, Paris, Presses de la Renaissance, 1991.

Joliot, Frédéric

Frédéric Joliot est né le 19 mars 1900 à Paris. Ancien élève de l'École de Physique et Chimie de la Ville de Paris, où il a eu comme professeur Paul Langevin, il entre en 1925 à l'Institut du Radium comme secrétaire de Marie Curie. Il rencontre Irène Curie, et ils se marient en 1926, puis ils entament une collaboration scientifique brillante qui les mènera en 1934 à la découverte de la radioactivité artificielle, qui leur vaut le prix Nobel de chimie en 1935. Frédéric Joliot devient alors professeur au Collège de France, et lance la construction des premiers accélérateurs français. En 1939, il se lance dans l'étude de la fission, dans le but d'obtenir une réaction en chaîne.

Résistant pendant la guerre, il dirige le CNRS entre 1944 et 1945, le réorganise profondément, puis obtient la création du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) en 1946. La première pile atomique française, ZOÉ, entre en fonctionnement le 15 décembre 1948. Il est démis de ses fonctions en 1950 en raison de ses engagements politiques. Il est mort à Paris le 14 août 1958.

Biographies publiées : P. Biquard, *Frédéric Joliot-Curie et l'énergie atomique*, Paris, Seghers, 1961 ; M. Goldsmith, *Frédéric Joliot-Curie, a biography*, Londres, Lawrence and Wishart, 1976 ; M. Pinault, *Frédéric Joliot-Curie*, Paris, Odile Jacob, 2000.

Lawrence, Ernest Orlando

Ernest Orlando Lawrence (8 août 1901 à Canton, Dakota du Sud – 27 août 1958 à Palo Alto, en Californie) soutient sa thèse à Yale en 1925. En 1928 il est nommé professeur assistant à l'université de Berkeley, puis titulaire deux ans plus tard. Il construit le premier cyclotron à Berkeley en 1932, ce qui lui vaudra le prix Nobel de physique en 1939 « pour l'invention et le développement du cyclotron et pour les résultats obtenus avec cet instrument, particulièrement dans le domaine des éléments radioactifs artificiels ». Il construira des cyclotrons de plus en plus puissants, et pendant la guerre participera de façon active au projet Manhattan, particulièrement à la séparation de l'uranium 235, grâce à l'aimant du cyclotron de 180 pouces qu'il avait entrepris de construire, et qui sera utilisé pour le premier synchrocyclotron après la guerre.

Lorentz, Hendrik Antoon

Hendrik Antoon Lorentz (18 juillet 1853 à Arnhem, aux Pays-Bas – 4 février 1928 à Haarlem aux Pays-Bas) était un physicien qui reçut en 1902 le prix Nobel de physique et en 1908 la Médaille Rumford. Il fut lauréat de la Médaille Franklin en 1917 pour ses travaux sur la nature de la lumière et la constitution de la matière. Il reçut également la médaille Copley en 1918.

La majorité de ses travaux portèrent sur l'électromagnétisme. Il a laissé son nom aux transformations de Lorentz qui sont à la base de la théorie de la relativité restreinte. Elles ont été présentées par Lorentz dans le but d'expliquer les résultats de l'expérience de Michelson par une contraction des longueurs dans le sens du mouvement. La théorie de Lorentz conservait cependant l'idée d'un référentiel absolu et de l'existence d'un milieu fixe, l'éther, dans lequel les ondes électromagnétiques se propageraient. Elle devait être remplacée par la théorie de la relativité, invariante par la transformation de Lorentz.

Majorana, Ettore

Ettore Majorana est né le 5 août 1906 à Catane, en Sicile. Il commence des études d'ingénieur, comme Segré, et celui-ci le convainc d'aller voir Fermi, qu'il impressionne en recalculant en une nuit le potentiel « universel » de Fermi. Il participe dès lors aux travaux du groupe de la *via Panisperna*, mais à sa façon, taciturne, jamais

satisfait de ses résultats. C'est un prodige mathématique, supérieur même à Fermi. Il passe un an auprès de Heisenberg, et publie un article resté fameux sur la théorie naissante du noyau, introduisant la force d'échange dite de Majorana¹¹⁸. En 1937 il est nommé professeur de physique à l'université de Naples. Le 23 mars 1938, il part pour Palerme pour se reposer. Il reprend le bateau le 25 pour Naples, et disparaît à tout jamais. Il avait envoyé de Palerme une lettre à un ami annonçant son intention de se suicider. Il s'est peut-être jeté à la mer, mais son corps n'a jamais été retrouvé.

Müller, Walther

Walther Müller (6 décembre 1905 à Hanovre - 4 décembre 1979 à Walnut Creek, en Californie) a fait ses études à l'université de Kiel et en 1925 il était le premier doctorant du nouveau professeur de physique Hans Geiger, et a développé avec lui le célèbre compteur Geiger-Müller en 1928.

Après le départ de Geiger pour Berlin en 1929, Müller se tourne vers l'industrie (Siemens, Pintsch, Philips). Après la guerre il crée en Australie une société destinée à produire des compteurs Geiger-Müller. En 1958 il entre à la *General Telephone & Electronics Research* à Palo Alto, en Californie, puis il travaillera pour *General Motors* à Santa Barbara.

Nernst, Walther

Walther Nernst (1864–1941), physico-chimiste allemand, pionnier de la thermodynamique chimique. Il a énoncé la troisième loi de la thermodynamique.

Placzek, George

George Placzek (né le 26 septembre 1905 à Brno, en Moravie, et mort à Zurich le 9 octobre 1955) Placzek a été un personnage important de la physique des années trente et quarante. Il fait ses études à Prague et à Vienne, où il soutient sa thèse en 1928. Puis il voyage beaucoup : Utrecht (1928-1931), Leipzig en (1931), Rome (1931-1932), Copenhague (1932-1933), Jérusalem (1933-1934), Kharkov (1935-1936), Paris (1938), New York à partir de 1939. Polyglotte, très cultivé, c'était, selon Edoardo Amaldi, un véritable européen¹¹⁹. Esprit très vif, prompt à percevoir toutes les facettes d'un problème, et aussi les failles, c'était un critique acéré et généreux, un collègue aux conseils irremplaçables. Sa famille fut anéantie par les nazis pendant la guerre. Il mourut en 1955 au cours d'un voyage en Italie.

Pontecorvo, Bruno

Bruno Pontecorvo (Marina di Pisa, 22 août 1913 – Dubna, 25 septembre 1993) entra en 1934 dans le groupe de la *via Panisperna* dirigé par Fermi, et y découvrit l'effet des neutrons lents. En 1936 il partit pour Paris, où il travailla à l'institut du Radium avec Frédéric et Irène Joliot-Curie. Il partit en 1940 pour les États-Unis et travailla sur le projet Manhattan. En 1948 il travaille au centre de recherches nucléaires de Harwell, en Grande Bretagne, et en septembre 1950 il émigre en Union Soviétique. Il travaillera alors au centre de recherches de Dubna sur la physique des muons et des neutrinos.

Rasetti, Franco

Franco Dino Rasetti (10 août 1901 - 5 décembre 2001) est né à Castiglione del Lago, en Italie. Lauréat en physique de l'université de Pise en 1922, il soutient sa thèse en 1923, puis obtient un poste d'assistant à l'université de Florence. En 1926 il obtient la chaire de spectroscopie de l'Université de Rome, et se consacre au début à la recherche spectroscopique, en collaboration avec Enrico Fermi. À partir de 1934, il participe avec Fermi aux recherches sur les neutrons. En 1939 il émigre au Canada, travaille à l'université Laval du Québec. Pendant la seconde guerre mondiale, il refusa de collaborer au projet nucléaire, ce que Fermi lui avait proposé. Il partit en 1947 pour la *John Hopkins University* de Baltimore. Il y conduisit des recherches sur les rayons cosmiques (en particulier il fait la première mesure de la demi-vie du muon) et de spectroscopie nucléaire. Puis il s'éloigna de la physique pour s'intéresser à la géologie, la paléontologie, l'entomologie et la botanique. C'était un expert reconnu des trilobites fossiles et des fleurs sauvages des Alpes. Il s'établit ensuite en Belgique, où il mourut à Waremmes, à l'âge de cent ans.

Biographie publiée : Danielle Ouellet, *Franco Rasetti, physicien et naturaliste*, Montréal, Guérin, 2000.

Rutherford, Ernest

Ernest Rutherford (30 août 1871 - 19 octobre 1937) est né en Nouvelle Zélande, où il a fait ses études scolaires et universitaires et soutenu une thèse de doctorat. Grâce à une bourse il séjourne ensuite trois ans (1895–1898)

au laboratoire *Cavendish*, dirigé par J. J. Thomson, puis devient professeur de physique à l'Université McGill à Montréal en 1898. Là il montre que la radioactivité est une transformation d'atomes, et découvre que la décroissance radioactive est exponentielle. Cela lui vaut le prix Nobel de chimie en 1908.

En 1907 il quitte Montréal pour prendre la direction du laboratoire de Manchester. Il interprète les résultats de l'expérience qu'il a suggéré de faire à Geiger et Marsden, en montrant que toute la charge positive et toute la masse de l'atome était concentrée dans une toute petite région qu'il appelle le « noyau » de l'atome.

En 1919 il observe la première réaction nucléaire en bombardant de l'azote avec des particules α , et en 1920 il prévoit l'existence dans les noyaux d'une particule neutre de même masse que le proton. Elle sera identifiée par Chadwick, au *Cavendish*, en 1932.

Il a été anobli en 1914, puis le titre de Baron Rutherford of Nelson a été créé pour lui en 1931. Lord Rutherford est mort d'une septicémie à la suite d'une opération intestinale en 1937. Il est enterré à Westminster près de Newton.

Biographies publiées : A. S. Eve, *Rutherford, being the life and letters of the Rt Hon Lord Rutherford O.M.*, Cambridge, The University Press, 1939; E. N. da C. Andrade, *Rutherford and the nature of the atom*, Garden City, N.Y., Doubleday, 1964; N. Feather, *Lord Rutherford*, London, Priory Press, 1973; W. David, *Rutherford, simple genius*, Cambridge, MIT Press, 1983; J. L. Heilbron, *Ernest Rutherford and the explosion of atoms*, New York, Oxford University Press, 2003.

Saxon, David

David Saxon est né en 1920 à St Paul, dans le Minnesota. Après sa thèse soutenue au MIT en 1944, il entre à l'Université de Californie à Los Angeles (UCLA) en 1947. En 1950 il est démis de ses fonctions, au début de la période McCarthy (qui allait s'étendre jusqu'en 1956) parce qu'il refuse de signer une « déclaration de loyauté », dans laquelle il aurait dû déclarer qu'il n'appartenait pas au parti communiste. Il revint à l'Université en 1952 après la décision de la Cour suprême qui jugea inconstitutionnelle cette déclaration de loyauté. Il fut président de UCLA de 1975 à 1983, puis rejoignit le MIT dont il devint président en 1983. Il est mort le 6 décembre 2005.

Segrè, Emilio

Emilio Segrè est né le 1^{er} février 1905 à Tivoli. Il entre en 1922 à l'Université de Rome pour faire des études d'ingénieur, mais en 1927 il décide de faire de la physique dans le groupe que Fermi était en train de constituer, et soutient sa thèse en 1928 (premier thésard de Fermi). Après son service militaire en 1928 et 1929 il entre comme assistant à l'université et travaille dans le groupe de Fermi. En 1930 il travaille avec Otto Stern à Hambourg, puis Pieter Zeeman à Amsterdam, et retourne à Rome en 1932. Il participe ainsi à la découverte de la physique des neutrons lents. En 1936 il est professeur de physique à l'université de Palerme, mais en 1938, en raison des lois anti-juives de Mussolini, il émigre aux États-Unis dont il deviendra citoyen en 1944. Il est assistant, puis professeur à Berkeley, où il travaille en radiochimie, découvre le technetium et l'astate et participe à la découverte du plutonium. En 1955 il observe l'antiproton en collaboration avec Chamberlain, Wieland et Ypsilantis. Il obtient le prix Nobel en 1959 pour cette découverte (partagé avec Chamberlain). Il est mort le 22 avril 1989 à Lafayette, en Californie.

Serber, Robert

Robert Serber (1909–1997), après avoir fait ses études dans le Wisconsin, avait été élève, puis ami de Robert Oppenheimer, qui lui avait confié des travaux importants dans le projet Manhattan pour la construction de la bombe atomique. Nommé professeur à Berkeley à la fin de la guerre, Serber était un théoricien respecté et réputé pour sa capacité à établir des liens avec les expérimentateurs dont il suivait de près les travaux.

Slepian, Joseph

Joseph Slepian, né à Boston le 11 février 1891 de parents immigrés russes, commença une carrière de mathématicien qui le mena, après sa thèse soutenue en 1913, à Göttingen et à Paris. Il entra ensuite à Westinghouse, où il fut un inventeur très prolifique, déposant 204 brevets au cours de sa carrière. Membre de l'Académie des Sciences des États-Unis depuis 1941, il est mort le 19 décembre 1969.

Townsend, John Sealy

Sir John Sealy Edward Townsend (né à Galway (Irlande) le 7 juin 1868, mort à Oxford le 16 février 1957) fit ses études à Dublin, puis fit un séjour au *Cavendish*, sous la direction de J. J. Thomson, et y rencontra Ernest Rutherford. Il fit des travaux importants sur la conductivité électrique des gaz, et découvrit en 1897 le phénomène de multiplication des électrons dans les gaz raréfiés sous l'influence d'une haute tension. En 1901 il

fut nommé professeur à Oxford, et poursuivit ses travaux, en particulier sur l'ionisation des gaz par des collisions d'ions et sur les collisions d'atomes avec des électrons de faible énergie (effet Ramsauer-Townsend). Il obtint la médaille Hughes en 1941 et fut anobli en 1941.

Van de Graaff, Robert Jemison

Robert Jemison Van de Graaff est né le 20 décembre 1901 à Toscaloosa, en Alabama. Après ses études d'ingénieur à l'Université d'Alabama, Van de Graaff part pour l'Europe. En 1924-25, il prend goût à la physique nucléaire en suivant à la Sorbonne les cours de Marie Curie. Il séjourne ensuite à Oxford, où il se rend compte de l'importance des expériences de Rutherford et de l'intérêt qu'il y aurait à produire des particules de grande énergie. De retour aux États-Unis en 1929, il entre au *Palmer Physics Laboratory*, à l'Université de Princeton, et c'est là qu'il construit, dès l'automne 1929, le premier prototype de son accélérateur électrostatique, qui atteint une tension de 80 000 volts. Il s'efforce ensuite d'améliorer son appareil, dont il fait une démonstration en 1931, lors du dîner inaugural de l'*American Institute of Physics*. Il est capable à ce moment de produire une tension d'un million de volts.

Van de Graaff entre ensuite au MIT, et entreprend la construction d'un accélérateur de 7 MV, qui fournira effectivement cette tension en 1933, mais sans jamais être capable de fournir un faisceau utilisable pour la physique. L'accélérateur sera ensuite installé au MIT en 1937.

En 1946 il fonde la société *High Voltage Engineering Corporation* (HVEC) qui allait vendre des accélérateurs « Van de Graaff » dans le monde entier pendant des décennies.

À l'époque de sa mort, survenue le 16 janvier 1967, plus de 500 accélérateurs Van de Graaff étaient en service dans le monde.

Veksler, Vladimir

Vladimir Veksler, physicien russe, est né le 3 mars 1907 à Zhytomyr, en Ukraine. Sa famille s'installa à Moscou en 1915. En 1931 il est ingénieur et il entre à l'institut Lebedev en 1969.

Il travaille particulièrement sur les rayons cosmiques. À partir de 1944 il travaille sur les accélérateurs et formule le principe de stabilité de phase qui rend possible le fonctionnement des synchrocyclotrons. En 1956 il est le premier directeur du *Joint Institute for Nuclear Research* à Dubna. Les accélérateurs circulaires de protons de Dubna et Protvino furent construits sous sa direction. Il est mort le 22 septembre 1966 à Moscou.

Walton, Ernest Thomas Sinton

Ernest Thomas Sinton Walton, 6 octobre 1903 - 25 juin 1995) était un Irlandais. Il fait ses études à Belfast, puis *Trinity College*, et soutient sa thèse en 1931. Il observe, en collaboration avec John Cockcroft, la première réaction nucléaire induite par des protons accélérés artificiellement. En 1946 il rentre en Irlande, où il meurt en 1995.

Wigner, Eugene Paul

Eugene Paul Wigner, né (Pál Jenő) à Budapest le 17 décembre 1902, mort le 1^{er} janvier 1995. Études secondaires à Budapest, études supérieures d'ingénieur chimiste à la *Technische Hochschule in Berlin*. Doctorat au *Keiser Wilhelm Institut*. Parmi ses contributions les plus marquantes, on doit citer son rôle pionnier dans l'application à la théorie atomique, puis nucléaire, de la théorie des groupes. En mécanique quantique on lui doit le théorème de Wigner-Eckart. En 1930 il est professeur à Princeton, puis brièvement à l'université de Wisconsin-Madison en 1936, et revient à Princeton en 1937. Naturalisé en 1937, il jouera un grand rôle dans le projet Manhattan. Prix Nobel de physique en 1963 pour sa formulation de la loi de conservation de la parité.

Zworykin, Vladimir Kosma

Vladimir Kosma Zworykin est né le 30 juillet 1889 à Mourom, en Russie, qu'il quitta après la révolution russe pour devenir citoyen des États-Unis en 1919. Il construisit son premier téléviseur en 1929, et réalisa en 1936 les premiers tubes multiplicateurs d'électrons. Il est mort le 29 juillet 1982 à Princeton.

PANORAMA DES REACTIONS NUCLEAIRES

J. CUGNON

*IFPA, AGO Department, University of Liège,
allée du 6 Août 17, bât.B5, 4000 Liège 1, Belgium*

RESUME

Les mécanismes de réactions, c'est-à-dire les divers modèles utilisés pour divers types de réactions dans des conditions cinématiques particulières sont passés rapidement en revue. Une tentative de classification en différents régimes est proposée. Elle est basée sur les notions de processus cohérents et de processus mous ou durs, faisant référence au transfert en énergie. Elle a pour but de permettre une meilleure compréhension des relations entre les divers modèles utilisés. L'accent est mis sur les concepts facilitant cette compréhension, plus que sur les performances des modèles, et sur les éléments de structure nucléaire qui sont impliqués par les divers modèles, ainsi que sur la possibilité d'extraire ce genre d'information. Pour mettre en exergue ce dernier point, les paragraphes relatifs aux informations sur la structure nucléaire sont reproduits en italique et commencent par la mention IS (Information sur la Structure). Pour des raisons pédagogiques, on s'est limité aux réactions induites par nucléons (et noyaux légers). Néanmoins, plusieurs remarques sont faites concernant certaines sondes spécifiques, tels que les projectiles faiblement liés ou les noyaux riches en neutrons.

ABSTRACT

The various mechanisms of nuclear reactions are surveyed and classified in different regimes, based on the notions of coherent mechanisms and hard versus soft processes. The emphasis is put on the concepts at the basis of the understanding of these regimes and on the elements of nuclear structure which are involved in these different regimes, as well as the on the possibility of extract this information. Due to lack of space and for pedagogical reasons, the discussion is limited to nucleon-induced and light ion-induced reactions. However, a few remarks are given concerning some specific probes, such as weakly bound projectiles or neutron-rich nuclei.

I. INTRODUCTION

Les réactions nucléaires apparaissent souvent aux étudiants comme un sujet difficile, obscur et rébarbatif. Cela vient, sans doute, du fait que, bien que ne correspondant en fin de compte qu'à un simple réarrangement des nucléons, les réactions nucléaires présentent une grande variété de phénomènes différents qui ne semblent avoir entre eux que peu de relations. De plus, la théorie des réactions nucléaires déroute l'étudiant parce qu'elle apparaît comme une application complexe, voire douteuse (n'y recommande-t-on pas de sortir de l'espace d'Hilbert!), de la mécanique quantique, qui ne peut être traitée exactement. En bref, l'étudiant a le sentiment qu'il s'agit d'une matière difficile, disparate, non unifiée. Cela est partiellement vrai, mais il faut reconnaître que la compréhension des réactions nucléaires, tant expérimentalement que théoriquement, s'est considérablement améliorée durant la deuxième partie du siècle dernier au point de constituer une des avancées les plus remarquables de la physique nucléaire pendant cette période, un fait "qui est largement méconnu des physiciens nucléaires eux-mêmes", pour paraphraser un des théoriciens les plus brillants du sujet [1]. C'est un fait remarquable que cette avancée s'est faite sans apport d'une connaissance détaillée des forces nucléaires. Elle a été obtenue grâce à une panoplie de procédures telles que la classification des types de réactions, l'identification des degrés de liberté mis en oeuvre, l'utilisation de modélisations flexibles, une synergie interactive entre expérience et théorie, l'appel à des principes généraux et aux symétries, la reconnaissance des aspects statistiques, etc. Cet ensemble de procédures a permis de construire un outil puissant pour la compréhension de phénomènes de plus en plus nombreux. Ceci ne signifie pas que l'on dispose à l'heure actuelle d'une théorie spécifique, complète et pratique (facilement utilisable) des réactions nucléaires. Mais on peut dire que l'on a hérité d'un contexte permettant l'émergence d'une vue de plus en plus unificatrice. Le but de cette présentation est de fournir modestement des clés pour se faire une idée de cette unification. Durant les deux ou trois dernières décades, le tableau des réactions étudiées expérimentalement s'est enrichi avec l'utilisation intense de nouveaux faisceaux (particules élémentaires, ions lourds, noyaux radioactifs). Ceci a introduit de nouveaux défis et de nouvelles méthodes qui permettront sans doute une compréhension plus unifiée et plus profonde du sujet.

Il convient de souligner que les résultats obtenus dans ce chapitre de la physique nucléaire ont un intérêt pour d'autres disciplines. Tout d'abord la théorie formelle des réactions, qui a en fait émergé principalement de l'étude des réactions nucléaires, est également valable pour les collisions entre atomes, molécules et électrons [2]. Il en va de même pour beaucoup de concepts introduits pour l'étude des réactions nucléaires. Les propriétés statistiques des résonances nucléaires sont à la base de la formulation et de l'étude de concepts tels que le chaos quantique et la coexistence du chaos et de l'ordre dans les systèmes mésoscopiques [3,4]. Enfin, il faut souligner les nombreuses applications des réactions nucléaires en médecine et dans l'industrie.

Les réactions nucléaires fournissent depuis le début un outil important pour la spectroscopie

nucléaire et l'investigation de la structure nucléaire, puisqu'elles permettent l'excitation des noyaux. Bon nombre de réactions sont de ce point de vue très sélectives et peuvent fournir de ce fait des informations précises sur la structure des états excités. De plus, lorsque les réactions sont gouvernées par un mécanisme simple, l'étude des observables permet une extraction simple d'informations spectroscopiques de base. Dans cette présentation, je passerai en revue plusieurs types de réactions, en mettant en exergue la nature des informations spectroscopiques auxquelles elles permettent d'accéder.

Pour finir cette introduction académique, je voudrais souligner le rôle historique que l'étude des réactions nucléaires ont joué concernant les implications de la science dans la pensée et la société. Je citerai seulement trois exemples. Les réactions nucléaires ont fourni la première vérification de la formule $E=mc^2$, ou, plus justement, de l'équivalence masse-énergie. Les réactions peuvent être le siège de libération considérable d'énergie, spécialement au travers de la fission, ouvrant ainsi une ère nouvelle. Enfin, les réactions nucléaires, d'une manière compliquée mais indéniable, sont le moteur de la vie. Il est fascinant de penser que la vie sur Terre existe, grâce à des réactions nucléaires se passant très loin de notre planète, et profondément à l'intérieur du Soleil. Pour une discussion de ces matières, voir la Ref. [5].

II. GENERALITES

L'étude expérimentale des réactions nucléaires repose sur un schéma de base extrêmement simple. Un faisceau de particules a accélérées bombarde un cible généralement mince contenant les noyaux A partenaires et les particules émises sont détectées par un ou plusieurs détecteurs. A cause de la simplicité de ce schéma, il y a peu de paramètres de contrôle: la nature des partenaires a et A et l'énergie incidente du faisceau. L'interaction entre a et A peut conduire à la production plusieurs états finals différents. L'identification d'un état final donné n'est pas toujours chose aisée. On parlera ainsi de réactions inclusives si une seule particule est détectée, que l'on dénote par $a + A \rightarrow b + X$. A l'inverse, dans le cas idéal où toutes les particules sont détectées, on parlera de réactions exclusives, qui à l'inverse sont dénotées en mentionnant toutes les particules détectées: $a + A \rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$.

Une caractéristique essentielle des réactions nucléaires tient aux temps de réactions extrêmement courts et aux petites dimensions des systèmes nucléaires: les moyens de détection (actuels) ne permettent généralement que de détecter que les états asymptotiques des systèmes nucléaires (ce n'est pas le cas des réactions chimiques entre molécules par exemple [6]). Les informations expérimentales sur les réactions nucléaires sont dès lors encodées dans les probabilités d'atteindre un état final donné (ou plus généralement dans les sections efficaces). Il n'est donc pas vraiment surprenant que la théorie (formelle) des réactions nucléaires ait été surtout développée dans le cadre des fonctions d'onde stationnaires. C'est-à-dire qu'elle se concentre

sur la probabilité de passer d'un état stationnaire décrivant la voie d'entrée vers un état stationnaire correspondant à la voie de sortie. Ce n'est cependant pas le seul cadre possible. Il existe en effet une théorie de réactions, qui vise à décrire l'évolution temporelle de la fonction d'onde du système [2]. Ce type de formalisme, plus compliqué, est maintenant utilisé aussi pour les réactions nucléaires, bien que sous une forme quasi-classique, référencée généralement sous le vocable des « équations de transport » [7]. Nous reviendrons sur ce formalisme, mais avant cela, il convient de passer brièvement en revue le formalisme stationnaire.

La grandeur centrale est la probabilité pour passer de l'état stationnaire dans la voie d'entrée à l'état stationnaire dans la voie de sortie

$$\chi_c = \psi_a \psi_A e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}_c} \rightarrow \chi_{c'} = \psi_{b_1} \psi_{b_2} \dots e^{i\vec{k}_{c'} \cdot \vec{r}_{c'}} \dots, \quad (1)$$

où les ψ_i sont les fonctions d'ondes internes (du projectile, de la cible et des fragments) et où les ondes planes correspondent aux mouvements relatifs, sous l'action d'un hamiltonien

$$H = H_0 + V \quad (2)$$

où le premier terme est la somme des hamiltoniens internes et l'énergie cinétique relative, et où le second terme représente l'interaction résiduelle. Dans la suite, pour des raisons didactiques, nous écrirons les formules pour le cas où il n'y a que des voies à deux corps nucléon-noyau. Dans ce cas, la séparation de H est la même dans toutes les voies et V représente l'interaction entre le nucléon projectile et les nucléons du noyau. Les formules se généralisent assez facilement au cas plus généraux. Elles sont cependant plus complexes et leur écriture n'apportent pas grand chose pour la compréhension des choses exposées ici. La solution du problème énoncé ci-dessus est formellement simple. Elle demande la construction de l'opérateur T (ou matrice de transition) défini par l'équation intégrale

$$T = V + V \frac{1}{E - H + i\epsilon} V \quad (3)$$

où E est l'énergie totale. Elle peut s'écrire:

$$E = \frac{\hbar^2 k_c^2}{2m} + E_i = \frac{\hbar^2 k_{c'}^2}{2m} + E_f = \frac{\hbar^2 k_{c'}^2}{2m} + E_i - Q \quad (4)$$

où E_i et E_f sont respectivement les énergies internes dans la voie d'entrée et la voie de sortie et où k_c et $k_{c'}$ sont les nombres d'onde du mouvement relatif dans les voies d'entrée et de sortie, respectivement. Cette relation définit le bilan de la réaction Q : si $Q > 0$, la réaction fournit de l'énergie et si $Q < 0$, la réaction n'est possible que si l'énergie cinétique dans la vois d'entrée est

supérieure à $-Q$ (dans le c.m.), appelé seuil de la réaction. Dans le premier cas, la réaction est dite exothermique et dans le second cas, on parle de réaction endothermique. La section efficace différentielle est reliée à la matrice de transition par l'expression

$$d\sigma_{cc'} = \frac{(2\pi)^4}{\hbar v_c} \delta\left(\frac{\hbar^2 k_c^2}{2m} + E_i - \frac{\hbar^2 k_{c'}^2}{2m} - E_f\right) \left| \langle f \vec{k}_c' | T | i \vec{k}_c \rangle \right|^2 d\omega \quad (5)$$

où v_c est la vitesse relative dans la voie d'entrée, où les états entrant dans l'élément de matrice de T sont les états (1) et où $d\omega$ est le nombre d'états finals (pour le noyau f et pour le vecteur \vec{k}_c'). La fonction delta traduit la conservation de l'énergie. Cette formule fait intervenir des éléments de structure nucléaire: les fonctions d'onde i et f et la densité d'états contenue dans l'élément $d\omega$ (par exemple, la section efficace différentielle en énergie $d\sigma_{cc'}/dE_f$ fait intervenir la densité d'états nucléaires $\rho(E_f)$ du noyau final).

Formellement, la mesure des sections efficaces fournissent des informations sur ces éléments de structure nucléaire. Mais leur extraction nécessite le calcul de l'opérateur T (ce qui revient à résoudre le problème nucléaire à N corps dans son entièreté) et celui de ses éléments de matrice. Cette voie est présentement sans espoir. Les physiciens se sont rabattus sur des modèles de réaction, qui consistent à faire des approximations (plausibles dans certaine gamme cinématique) ou à sélectionner les degrés de liberté actifs, conduisant ainsi à des descriptions simplifiées de la réaction, appelées souvent mécanismes de réaction. Dès lors, la connexion avec la structure nucléaire apparaît plus évidente. Nous nous efforcerons dans la suite de présenter certains de ces modèles, de les "justifier" dans la mesure du possible et de souligner les relations entre différents modèles.

Disons un mot du formalisme dépendant du temps. En physique nucléaire, il a été surtout utilisé pour les réactions entre ions lourds. Les physiciens nucléaires sont en effet particulièrement intéressés par les propriétés du système pendant la réaction (matière dense et chaude). Un formalisme dépendant du temps semble alors tout indiqué. En physique des ions lourds, on utilise généralement le formalisme des équations de transport. Celui-ci a comme point de départ l'équation de von Neumann pour la matrice densité à N corps

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho], \quad (6)$$

qui est équivalente à des équations couplées pour les matrices densité réduites (à 1, 2, 3... corps). En utilisant une approximation de fermeture (impliquant que les matrices densité d'ordre élevé sont factorisables en matrices de densité d'ordre 1, signifiant en l'occurrence qu'il n'y a pas de corrélations à 3 corps) et une approximation de gradient faible (signifiant que les densités ne

varient pas rapidement), on obtient une équation pour la distribution à un corps $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ dans l'espace de phase

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} U) \cdot \vec{\nabla}_p \right] f(\vec{r}, \vec{p}, t) = I_{coll}[f], \quad (7)$$

où U est le potentiel moyen et où le membre de droite représente l'effet des collisions nucléon-nucléon (NN). Les réactions entre ions lourds étant un peu en dehors du sujet de l'Ecole, nous nous limiterons plus loin à en citer rapidement les caractéristiques spécifiques.

Trois remarques enfin pour clôturer ce chapitre sur les lois de conservation. D'abord l'invariance vis-à-vis du renversement du sens du temps implique la relation

$$\langle i - \vec{k}_c | T | f - \vec{k}_c' \rangle = \langle f \vec{k}_c' | T | i \vec{k}_c \rangle \quad (8)$$

et, par voie de conséquence, le “principe” du bilan détaillé

$$k_c^2 \frac{d\sigma_{cc'}}{d\Omega}(\Omega) = k_c'^2 \frac{d\sigma_{c'c}}{d\Omega}(-\Omega) \quad (9)$$

qui relie les sections efficaces “directe” et “inverse”. Si on fait abstraction du moment angulaire¹, on peut introduire la matrice S par l'expression

$$S_{c'c} = \delta_{c'c} - 2i\pi \left(\frac{m^2 k_c k_{c'}}{2\pi} \right)^{1/2} \langle f \vec{k}_c' | T | i \vec{k}_c \rangle \quad (10)$$

qui ne dépend plus des angles. Les sections efficaces de réaction conduisant de la voie c à la voie c' s'écrivent alors

$$\sigma_{cc'} = \pi \lambda_c^2 \left| S_{c'c} - \delta_{c'c} \right|^2 \quad (11)$$

L'invariance vis-à-vis du renversement du sens du temps se traduit simplement par

1 Tenir compte du moment angulaire revient à avoir des indices de voies c qui ne définissent pas seulement la partition du système, mais qui incluent également le moment angulaire. Les formules reliant les sections efficaces à la matrice S sont compliquées et impliquent des polynômes de Legendre. Elles n'apportent rien de fondamentalement neuf par rapport à ce qui est indiqué ici. Voir le cours de F. de Oliveira Santos pour les détails [8]. Il est à remarquer que les formules sans moment angulaire (ou à moment angulaire nul, ce qui revient au même) peuvent s'appliquer directement dans certaines situations, en particulier pour les réactions induites par neutrons de très basse énergie, pour autant qu'il n'y a pas voie exothermique fortement couplée.

$$S_{cc'} = S_{c'e} \quad (12)$$

La deuxième remarque a trait aux conséquences de l'hermiticité de l'Hamiltonien. Elle implique la conservation de la norme qui se traduit par

$$\sum_{c'} |S_{cc'}|^2 = 1, \quad (13)$$

la sommation courant sur les voies ouvertes et, plus généralement, l'unitarité de la matrice S . Cette propriété limite la grandeur des sections efficaces. L'unitarité de la matrice S se traduit encore par le théorème optique

$$\sigma_c^T = -\frac{4\pi}{k_c} \Im m f_{cc} \quad (14)$$

où σ_c^T est la section efficace totale dans la voie c et f_{cc} est l'amplitude élastique à zéro degré dans cette même voie. Cette relation relie de façon non triviale plusieurs sections efficaces.

Enfin, dernière remarque, la conservation de certains nombres quantiques, tels que le moment angulaire ou l'isospin, prodiguent à certaines réactions une sélectivité particulière, ainsi que nous le verrons plus tard.

III. VARIATION DES SECTIONS EFFICACES AVEC LES PARAMETRES DE CONTROLE ET COMPARAISON DE CEUX-CI AVEC CERTAINES GRANDEURS CARACTERISTIQUES

A. Introduction

Il est souvent très utile de mettre en évidence les variations des sections efficaces avec celle des paramètres de contrôle (énergie incidente, masse de la cible). Une variation lente indiquera une relative indépendance du mécanisme de réaction aux détails de la structure de la cible et une relative constance des degrés de liberté mis en action. Il est également utile, en commençant l'étude d'un chapitre tel que celui des réactions nucléaires de comparer les paramètres de contrôle (ou d'autres paramètres dérivés) avec certaines grandeurs caractéristiques du système. Ceci permet souvent de deviner les degrés de liberté mis en jeu. C'est ce que nous allons faire dans ce chapitre.

B. Variation des sections efficaces avec les paramètres de contrôle.

Avant de commencer, il est bon de rappeler les variations des sections efficaces avec l'énergie qui sont dictées par la proximité des seuils. On peut les résumer comme suit:

a) réactions sans interaction Coulombienne (réactions induites par neutrons)

- diffusion élastique

$$\sigma_{cc} \approx C$$

- réaction endothermique ($Q < 0$)

$$\sigma_{cc'} \approx C \sqrt{E - E_{th}}$$

où E_{th} ($= -Q$) est le seuil de la réaction.

- réaction exothermique ($Q > 0$)

$$\sigma_{cc'} \approx C/k_c$$

c'est la fameuse "loi en $1/v$ ". Elle s'explique par le fait qu'à basse énergie incidente, la longueur d'onde de de Broglie est très grande. Même si le centre du paquet d'onde correspond à un paramètre d'impact grand, il y aura recouvrement avec le noyau cible et une grande probabilité de réaction étant donné l'intensité des forces nucléaires.

b) réactions avec interaction Coulombienne

Si la particule incidente est chargée, la section efficace de diffusion élastique sera dominée par l'interaction Coulombienne à basse énergie. Les sections efficaces de réaction ci-dessus doivent être multipliées par le facteur de Gamow $G_c = \exp\left(-\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_c}\right)$ qui traduit le fait que la particule incidente doit traverser la barrière de Coulomb pour initier la réaction². Dans ces conditions, la loi en $1/v$ ne s'applique pas pour les particules chargées.

Enfin, il est peut-être bon de rappeler que les constantes entrant dans les relations ci-dessus ne peuvent être prédites sur la base de principes généraux. D'une manière générale il en va ainsi pour toutes les sections efficaces. On peut cependant dire qu'à haute énergie, on se rapproche des conditions classiques et étant donné l'intensité des forces nucléaires et leur courte portée la section efficace totale de réaction se rapproche de la section efficace géométrique.

2 Un facteur similaire doit être introduit pour la voie de sortie. En général, un seul de ces facteurs joue un rôle important. Pour la diffusion élastique, la modification ne se ramène pas simplement à des facteurs de Gamow. Voir le cours de J.-M. Sparenberg [9].

Nous allons maintenant discuter certaines variations typiques des sections efficaces avec l'énergie incidente. Dans la Fig.1 nous donnons la variation schématique des sections efficaces de fission induite par neutrons pour les noyaux d' ^{235}U et de ^{239}Pu , sur une gamme d'énergie allant de 0 à 10 MeV. On peut déceler à très basse énergie la loi en $1/v$. Dans la région du keV , la section efficace varie très rapidement, présentant des maxima très étroits et qui ne sont pas les mêmes pour les deux noyaux. Au delà du keV , les sections efficaces varient lentement avec l'énergie incidente. La présence de maxima très étroits dans la région du keV est un phénomène universel (pour les réactions nucléaires).

Certaines variations caractéristiques avec le noyau-cible sont données dans les Figs. 2 et 3. Dans le premier cas, la section efficace différentielle pour la réaction (p,d) varie sensiblement lorsque l'on passe du ^{61}Ni au noyau voisin ^{62}Ni . A l'inverse, la section efficace de diffusion élastique de particules α à relativement haute énergie (Fig.3) montre une variation douce avec le noyau cible.

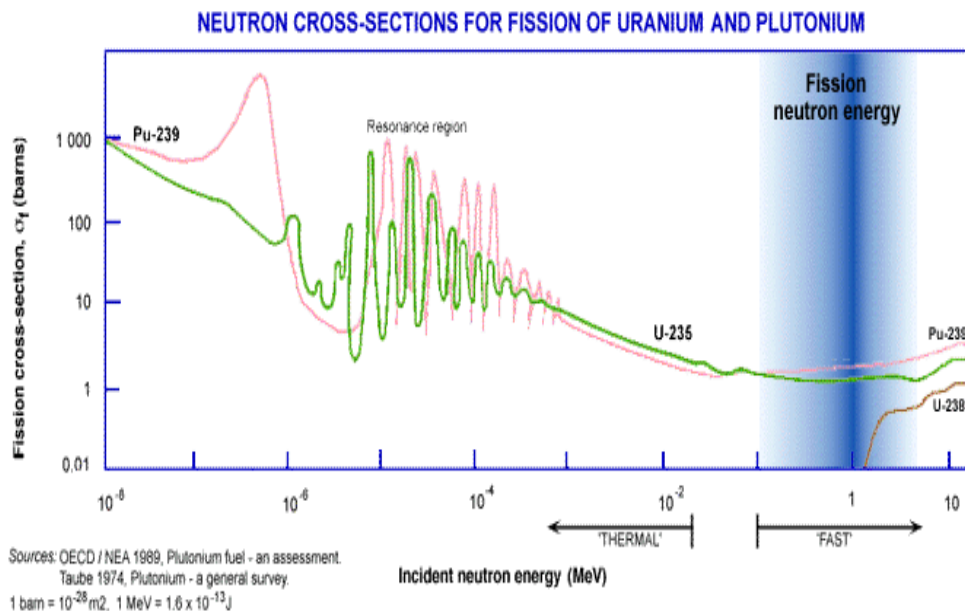


Fig.1. Représentation schématique des sections efficaces (n,f) sur trois isotopes. Tiré de la source indiquée sur la figure.

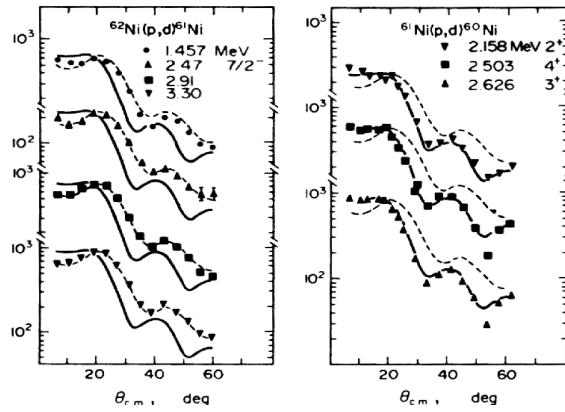


Fig.2. Sections efficaces différentielles de réaction (d,p) sur deux isotopes du Ni. Tirée de la Réf. [10].

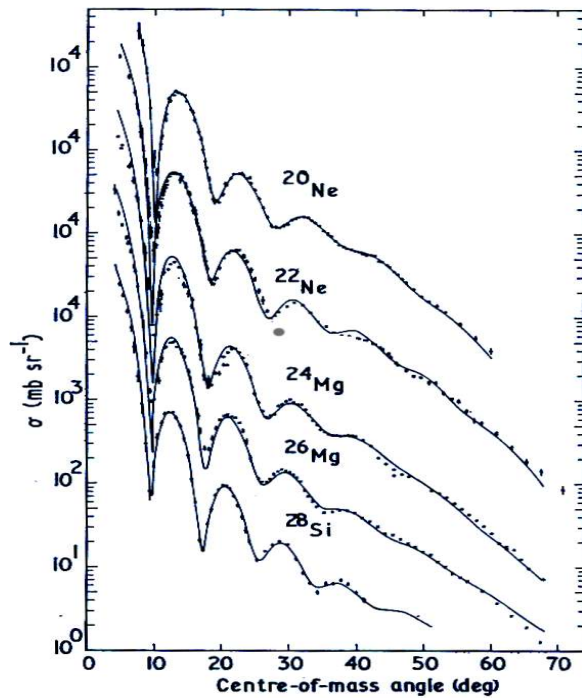


Fig.3. Sections efficaces différentielles de la diffusion élastique de particules α de 104 MeV sur différents isotopes. Tiré de la Réf. [11].

En résumé, certaines réactions dans certains domaines cinématiques montrent des variations rapides avec le noyau cible. On peut s'attendre à ce que leur mécanisme de réaction fasse intervenir des aspects détaillés de la structure de ces noyaux. A l'inverse, si la section efficace montre une variation lente avec le noyau cible, on peut concevoir que cette réaction ne fera intervenir que des propriétés globales de la structure de ces noyaux. De façon similaire, si une

section efficace varie rapidement avec l'énergie, il y a gros à parier que la réaction correspondante ne pourra être décrite qu'en faisant appel à des aspects détaillés de structure. Si, à l'inverse, la section efficace varie lentement avec l'énergie, il est probable que des aspects globaux de structure seront mis en oeuvre. Cette discussion peut être éclairée par la discussion suivante sur la comparaison de certains paramètres caractéristiques.

C. Comparaison des paramètres de contrôle avec certaines longueurs et énergies caractéristiques

Cette comparaison est fournie par la Fig. 4. A très basse énergie, la longueur d'onde de de Broglie est comparable à la taille de noyaux. On peut donc s'attendre à ce que le noyau agisse de façon cohérente. Par contre, pour des énergies incidentes allant typiquement de la centaine de MeV à quelques GeV, la longueur d'onde de de Broglie est nettement plus petite que la distance moyenne entre les nucléons voisins, elle-même plus petite que le libre parcours moyen (estimé par l'inverse du produit de la densité de nucléons par la section efficace NN), à son tour plus petit que la taille des noyaux. On est là en plein dans les conditions requises pour que l'interaction entre la particule incidente et le noyau résulte d'une succession de collisions NN indépendantes. Il est à remarquer que ce régime de collisions ne s'étend sans doute pas à des énergies plus basses parce que le noyau a des propriétés générique d'un gaz de Fermi. Il en résulte que les collisions NN sont inhibées à plus basse énergie par le blocage de Pauli. Dans cette région (entre quelques MeV et 100 MeV typiquement), on ne pourra sans doute pas éluder les effets quantiques, puisque la longueur d'onde de de Broglie y devient comparable à la distance moyenne entre nucléons voisins. On peut donc considérer comme base de discussion préliminaire l'existence de trois régimes de réaction, dépendant de l'énergie incidente: (1) un régime dominé par les interactions cohérentes, où la fonction d'onde de la cible sera modérément perturbée, correspondant aux énergies incidentes inférieures à quelques MeV; (2) un régime de collisions, allant de ~ 100 MeV à quelques GeV, dominé par des collisions successives NN indépendantes; (3) un régime intermédiaire, allant de quelques MeV à ~ 100 MeV, où les effets de collisions seront mélangés aux effets cohérents. Aux énergies supérieures à quelques GeV, on peut y ajouter un régime correspondant à la mise en oeuvre des degrés de liberté internes des nucléons, où le mécanisme de réaction devra faire intervenir les partons. Nous n'en parlerons pas ici.

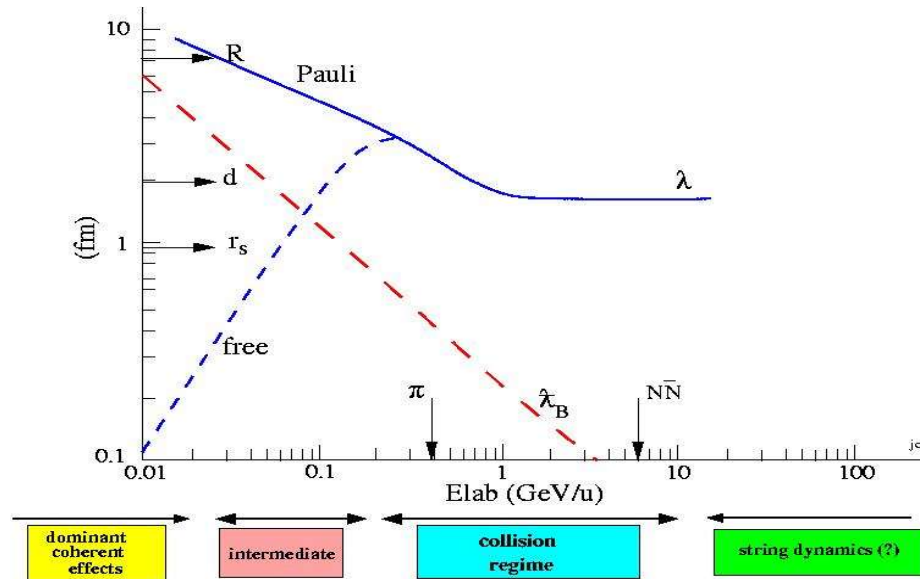


Fig.4. Comparaison de certains paramètres caractéristiques (R =rayon typique, d =distance moyenne entre nucléons voisins, r_s =portée des forces NN, l = libre parcours moyen corrigé (ligne pleine) ou non (tirets) du blocage de Pauli, B =longueur d'onde de de Broglie de la particule incidente) en fonction de l'énergie incidente. Les flèches verticales indiquent les seuils d'émission de pion et de paires proton-antiproton dans les collisions NN. Voir texte pour la discussion des différents régimes.

Bien sûr, la division en régimes que nous venons de présenter n'est pas absolue et ne peut être considérée que comme fournissant une première approximation commode permettant d'aborder l'analyse des faits expérimentaux. Tout d'abord les énergies pivot séparant les régimes ne sont d'indicatives. Ainsi, la condition de validité du régime de collisions demandant une énergie supérieure à 100 MeV ne sera en effet de moins en moins vérifiée en avançant dans le processus de collisions multiples puisque l'énergie caractérisant le système NN sera de plus en plus petite. De plus, pour une énergie donnée, les conditions peuvent différer notablement pour un petit paramètre d'impact ou pour les réactions périphériques et la séparation des contributions pour des zones de paramètre d'impact différent ne peut pas toujours être réalisée.

On voit donc émerger un schéma de classification des réactions et des moyens d'investigation. Les réactions élastiques, faiblement inélastiques, de stripping et de pick-up (transfert d'un ou d'un petit nombre de nucléons) impliquent des changements nul ou modéré de la fonction d'onde la cible. Elles mettent en oeuvre un petit nombre de degrés de liberté. Elles nécessitent bien sûr une approche quantique. A l'inverse, les réactions très inélastiques ou de fragmentation de la cible (spallation) impliquent un grand nombre de degrés de liberté. Par voie de conséquence, les aspects statistiques seront importants. A cause de cela et des énergies plus importantes impliquées, elles peuvent probablement être étudiées avec des outils classiques.

Entre les deux, on a des réactions mettant en oeuvre un nombre intermédiaire de degrés de liberté et on peut s'attendre à ce que les outils nécessaires impliqueront simultanément des aspects classiques et des aspects quantiques. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les réactions nucléaires à basse énergie présentent des résonances, qui impliquent un changement notable de la fonction d'onde au cours de la réaction, même si la fonction d'onde de l'état final reste proche de l'état initial. Bien sûr la description de ces processus nécessite une approche quantique.

On peut faire correspondre à ce schéma (quelque peu réducteur) les propriétés de structure nucléaire qui seront incriminées, et par voie de conséquence qui seront accessibles par l'étude des réactions nucléaires. Pour les réactions cohérentes (et de résonance), il s'agira d'informations détaillées sur les fonctions d'onde des états nucléaires. A l'inverse, les réactions incohérentes n'impliqueront que des propriétés grossières ou globales de la structure nucléaire, telles que la géométrie ou la densité d'états. Enfin, la région intermédiaire mettra sans doute en évidence des propriétés mélangées, à la fois détaillées et globales de la spectroscopie nucléaire. Ceci est schématiquement illustré dans la Fig.5.

D. Comparaison entre les réactions noyau-noyau et nucléon-noyau

Les réactions noyau-noyau (à l'exception des collisions induites par des clusters légers) dépassent le cadre de cette présentation. Néanmoins il est bon de dire un mot sur les aspects communs et les aspects très différenciés des deux types de réactions. Globalement (et très schématiquement) les considérations sur les paramètres de contrôle et la division en régimes gardent leur valeur indicative pour les réactions noyau-noyau. Bien sûr, pour un projectile donné à une énergie donnée, la possibilité d'avoir des événements relevant de régimes différents est plus marquée pour les réactions noyau-noyau que pour les réactions nucléon-noyau, parce que le domaine de paramètre d'impact est plus large (il faut cependant noter que la sélection des événements est généralement plus facile en noyau-noyau).

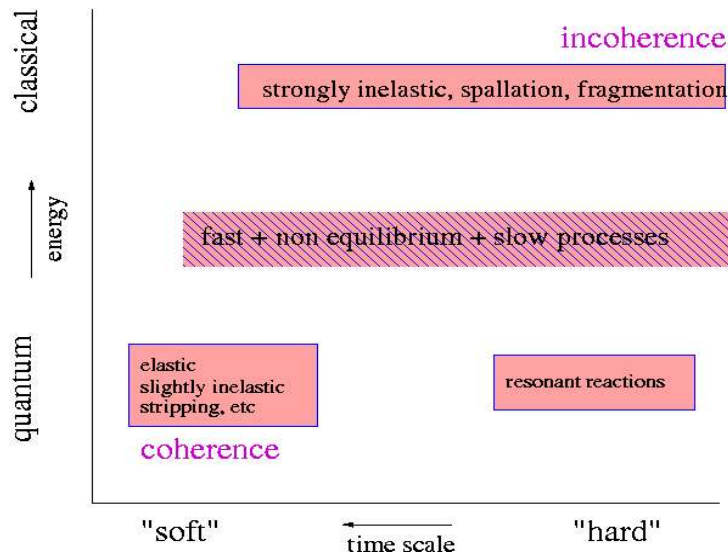


Fig.5. Classification schématique des réactions nucléaires suivant l'énergie incidente et le transfert d'énergie. Il convient de noter que les réactions cohérentes existent à toutes les énergies, même si leur importance s'amenuise au fur et à mesure que l'énergie incidente augmente, se cantonnant dans les collisions ultra-périphériques.

Les aspects différents tiennent au fait qu'en noyau-noyau la surface des partenaires joue un rôle dynamique (parce qu'il y a deux partenaires de taille et que leur interaction réciproque ouvre la possibilité de perturber la surface) et qu'un plus grand nombre de particules peuvent être perturbés (de façon effective en tout cas). Deux types de réactions sont rendus possibles par le premier effet: il s'agit des réactions profondément inélastiques, où les partenaires gardent grosso-modo leur identité alors qu'une grande partie de l'énergie cinétique disponible est convertie en énergie d'excitation, et les réactions de fusion complète où les deux partenaires fusionnent en un seul noyau. Suivant les conditions cinématiques, d'autres types de fusion-partition sont possibles.

Le grand nombre de nucléons incriminés dans les collisions centrales noyau-noyau peut conduire à la formation d'un système étendu très excité au cours de la réaction, ouvrant la porte à l'étude des propriétés macroscopiques de la matière nucléaire, c-à-d aux propriétés de structure les plus globales (équation d'état de la matière nucléaire, viscosité, etc.). Une des questions les plus brûlantes est de savoir si l'on peut extraire des informations (ou des signes) sur des transitions de phase dans la matière nucléaire (telle que la transition gaz-liquide).

IV. REACTIONS COHERENTES, QUASI-COHERENTES ET RESONANTES

A. Réactions résonantes

1. Le noyau composé de Bohr

Une propriété remarquable des réactions nucléaires tient en ce que la plupart d'entre elles ont des sections efficaces qui présentent à basse énergie (jusqu'à quelques MeV) des maxima prononcés et souvent très étroits (voir Fig.1). Ce phénomène, dit de résonance, suggère que, pour des énergies proches de la position d'un pic, le système passe par un état d'énergie relativement bien défini, quasi-stationnaire, avec une petite incertitude sur l'énergie donnée par la largeur Γ du pic de la section efficace. A cause du principe d'incertitude d'Heisenberg, cela signifie que cet état possède un temps de vie fini $\tau \approx \hbar/\Gamma$, de l'ordre de 10^{-15} à 10^{-16} s, qui s'avère être nettement plus long que le "temps de passage" (R/v), c-à-d le temps pour que la particule traverse le noyau sans vraiment interagir, de l'ordre de 10^{-22} à 10^{-23} s. La grande différence entre les deux échelles de temps a poussé Niels Bohr à proposer l'hypothèse du noyau composé (NC): la réaction conduit, par un processus complexe, à la formation d'un état du noyau composé (complexe lui aussi, dans le sens que sa fonction d'onde est sans doute très différente de la fonction d'onde dans la voie d'entrée) qui se désintègre ensuite dans la voie de sortie, par un processus complexe également. Selon Bohr, la complexité implique que la formation et la désintégration doivent être indépendantes l'une de l'autre ("le noyau composé n'a pas de mémoire"). Cette indépendance n'est pas totale, elle est tempérée par les lois de conservation (moment angulaire, etc). On peut cependant comprendre que les effets de ces dernières seront de plus en plus réduits si le nombre de voies ouvertes est de plus en plus grand. L'hypothèse de Bohr laisserait à penser que la section efficace différentielle de réaction soit isotrope. A cause de la conservation du moment angulaire, l'isotropie fait place en fait à une symétrie par rapport à 90° dans le centre de masse.

2. La formule de Breit-Wigner

Un formalisme simple et général permet d'identifier des paramètres liés aux états résonants à partir de sections efficaces: il s'agit de la formule de Breit-Wigner. Nous en donnons ici la forme simpliste qui néglige les moments angulaires. Cette formule stipule l'expression générale de la matrice S (voir Eq. (10)):

$$S_{cc'} = e^{i(\delta_c + \delta_{c'})} \left(\delta_{cc'} - i \sum_{\lambda} \frac{\omega_{\lambda}}{E - E_{\lambda} + i\Gamma_{\lambda}/2} \right) \quad (15)$$

Cette formule, qui découle des propriétés générales de la matrice S , implique des pics correspondant aux énergies de résonance E_{λ} . L'hypothèse de Bohr veut que la quantité ω_{λ} se

factorise en deux quantités, réelles, positives ou négatives, impliquant respectivement les voies d'entrée et de sortie

$$\omega_\lambda = \Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda c'}^{1/2} \quad (16)$$

En effet, les sections efficaces de réaction (Eq. (11)) s'écrivent alors

$$\sigma_{cc'} = \sigma_c^{CN} P_{c'} \quad (17)$$

avec (aux alentours de la résonance λ)

$$\sigma_c^{CN} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_{\lambda c} \Gamma_\lambda}{(E - E_\lambda)^2 + \Gamma_\lambda^2/4}, \quad P_{c'} = \frac{\Gamma_{\lambda c'}}{\Gamma_\lambda}, \quad (18)$$

exprimant bien l'indépendance de la formation du noyau composé et sa désintégration.

IS: Les analyses des sections efficaces permettent d'extraire des quantités reliées à la structure des états du noyau composé, c-à-d l' énergie E_λ , le spin et la parité J^π (non discuté ici), les largeurs de désintégrations partielles $\Gamma_{\lambda c}$ et la largeur totale Γ_λ . L'interprétation de ces dernières n'est pas aisée. Tout d'abord parce que la paramétrisation que nous avons utilisé ici n'est pas la seule utilisée. Les diverses paramétrisations diffèrent par la manière d'introduire un terme plus ou moins constant (background) en dehors des termes résonants. La paramétrisation la plus en vogue est celle dite de la matrice R [12,9], qui consiste à prendre, entre autres, dans la formule (15), la quantité δ_c égale au déphasage de sphère dure, avec une portée arbitraire. En plus, la théorie générale des réactions nucléaires ne permet d'avoir une idée physique des largeurs partielles, ni surtout de prédire les paramètres individuels des résonances. Un modèle est nécessaire à cette fin. Le plus simple (à notre sens) est le modèle en couches étendu au continu, inventé par Mahaux et Weidenmüller [13], qui a été remis en vogue ces dernières années, grâce aux moyens de calculs actuels. En bref, les états résonants apparaissent comme résultant de la diagonalisation de l'Hamiltonien dans l'espace des configurations particule-trou liées, ménageant un couplage aux configurations du continu. Les largeurs partielles apparaissent comme le carré de l'élément de matrice décrivant le couplage entre l'état résonant et l'état de la voie c (produit de l'état de la cible dans la voie c et de la fonction d'onde de diffusion dans le potentiel moyen) via l'interaction résiduelle, c-à-d celle qui n'est pas décrite par le potentiel du modèle en couches.

3. Sections efficaces moyennes et la région de recouvrement des résonances.

Si l'on n'a pas de théorie pratique pour prédire les paramètres individuelles des résonances, on a

par contre des formules théoriques pour les sections efficaces moyennes de réactions. Cette possibilité prend tout son intérêt dans la région dite du continu, correspondant au recouvrement des résonances. Rappelons que celle-ci, demandant $\Gamma_\lambda/D > 1$, où D est la séparation moyenne des résonances successives, commence à quelques MeV et finit sans doute vers quelques dizaines de MeV, où la durée de vie de la résonance est tellement courte qu'elle perd toute signification.

En partant des Eqs. (11) et (15), la section efficace de réaction $c \rightarrow c'$, moyennée sur un intervalle $I \gg D$, s'écrit

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_{cc'} \rangle &= \frac{1}{I} \int_{E-I/2}^{E+I/2} \pi \lambda_c^2 \left| \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda c'}^{1/2}}{E - E_{\lambda} + i \Gamma_{\lambda} / 2} \right|^2 dE \\
&\approx \frac{1}{I} \int_{E-I/2}^{E+I/2} \pi \lambda_c^2 \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda c} \Gamma_{\lambda c'}}{(E - E_{\lambda})^2 + \Gamma_{\lambda}^2 / 4} dE \\
&= \pi \lambda_c^2 \frac{2\pi}{D} \overline{\left(\frac{\Gamma_{\lambda c} \Gamma_{\lambda c'}}{\Gamma_{\lambda}} \right)}
\end{aligned} \tag{19}$$

Le passage de la première à la deuxième ligne est évident si les résonances sont isolées. Dans la région du continu, l'annulation des termes d'interférence requiert l'indépendance statistique des amplitudes de largeurs partielles des résonances en fonction de l'indice de résonance λ (c-à-d $\overline{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda c'}^{1/2}} \approx 0$, où la barre indique une moyenne sur les résonances contenues dans l'intervalle I), ce qui paraît raisonnable étant donné le signe indéterminé des amplitudes de largeur partielle et la complexité des résonances. Le passage de la deuxième à la troisième ligne résulte d'une propriété élémentaire de la Lorentzienne.

L'hypothèse d'indépendance statistique des largeurs partielles (non plus les amplitudes) permet de factoriser le résultat (19) en

$$\langle \sigma_{cc'} \rangle = \pi \lambda_c^2 \frac{\left(\frac{2\pi}{D} \overline{\Gamma_{\lambda c}} \right) \left(\frac{2\pi}{D} \overline{\Gamma_{\lambda c'}} \right)}{\frac{2\pi}{D} \overline{\Gamma_{\lambda}}}. \tag{20}$$

Elle se justifie également par la complexité des états résonants. Néanmoins, les largeurs partielles ne peuvent être réellement indépendantes, parce que certaines grandeurs sont conservées dans le processus de réaction (comme le moment angulaire) et parce que leurs sommes (sur les voies ouvertes) sont égales aux largeurs totales. En physique nucléaire, la

distribution des $\Gamma_{\lambda c}$ est connue (voir p. ex. Réf. [14]) et les corrections à apporter peuvent donc être évaluées. Elles apportent un facteur qui reste de l'ordre de l'unité. La formule (20), dite de Hauser-Feshbach s'écrit finalement

$$\langle \sigma_{cc'} \rangle = \pi \lambda_c^2 \frac{T_c T_{c'}}{T} F_{cc'} , \quad (21)$$

où les facteurs de pénétration T_c (avec $\sum_c T_c = T$) se réduisent à $\frac{2\pi}{D} \overline{\Gamma_{\lambda c}}$ si ces dernières quantités sont petites devant l'unité. Dans le cas contraire, des arguments de plausibilité donnent

$$T_c = 1 - \exp\left(-2\pi \frac{\overline{\Gamma_{\lambda c}}}{D}\right) \quad (22)$$

B. Diffusion élastique

Nous nous limiterons ici à la diffusion élastique dite “de forme”, c-à-d en quelque sorte à la diffusion non résonante. En d'autres termes, nous considérerons les sections efficaces moyennées sur les résonances. Dans la région du continu, la restriction de la moyenne perd de son sens. Il est un fait remarquable que la diffusion élastique (même dans le cas noyau-noyau) peut être décrit par une diffusion potentielle. Il convient de se rendre compte qu'un processus où deux systèmes complexes (les noyaux) doivent interagir tout en retrouvant in fine leur identité, leur cohérence, est nécessairement très complexe. L'argument, souvent entendu, qu'un seul degré de liberté, à savoir la distance relative entre les centres de masse, est mis en oeuvre et donc qu'une description potentielle est naturelle, est fallacieux. Car ce degré de liberté n'apparaît clairement qu'*asymptotiquement*. Il est sûr que les autres degrés de liberté sont mis en oeuvre lors du recouvrement des partenaires et donc il n'est pas du tout acquis a priori que la « conspiration » de ceux-ci pour rendre la cohérence finale puisse se décrire par un potentiel, en tout cas aussi simple que ceux qui sont utilisés dans le modèle le plus répandu, à savoir le modèle optique, ainsi qu'on va le voir.

La diffusion élastique est bien décrite par un potentiel qui, pour les nucléons, prend la forme simple

$$V_{opt}(r) \approx -V_C(r) + V_{LS}(r) - iW(r) , \quad (23)$$

où $W (>0)$ tient compte de la perte de flux dans les voies inélastiques. Du point de vue phénoménologique, le modèle optique est sûrement le modèle le plus performant de la physique nucléaire. Dans sa forme la plus achevée, il décrit avec une précision remarquable, la diffusion élastique sur une grande gamme de noyaux cible et d'énergie incidente. L'utilisation d'une

vingtaine de paramètres ne diminue pas le mérite de ce modèle. Ils permettent seulement de rendre compte de petites variations locales qui se superposent aux variations douces des ingrédients du modèle avec les paramètres de contrôle (voir le cours de E. Bauge [15]). Il s'avère que la partie centrale V_C a une dépendance radiale qui est très proche de celle de la densité nucléaire et que les diverses composantes du potentiel optique varient lentement avec l'énergie incidente. On constate aussi que la diffusion élastique nucléon-noyau présente une distribution angulaire qui suit étroitement les lois de la diffusion de Fresnel. En effet, on observe des minima et des maxima qui correspondent assez bien à ceux observés dans la diffusion d'une onde électromagnétique par un objet sphérique de rayon R . Ainsi les maxima sont localisés à des angles qui satisfont $2kR\sin \theta/2 = n\pi$, où n est un nombre entier positif ou nul.

Il y a essentiellement deux théories qui expliquent que la diffusion élastique peut se décrire comme une diffusion potentielle: l'une est basée sur l'élimination des composantes inélastiques de la façon d'onde, établissant naturellement une connexion entre W et le couplage aux voies inélastiques, l'autre est basée sur l'opérateur de masse, qui décrit dans quelle mesure une particule se propageant dans un noyau se comporte comme une particule indépendante (une « quasi-particule »), établissant cette fois une connexion entre W et les collisions nucléon-nucléon effectives dans la matière nucléaire. Toutes deux conduisent cependant à un potentiel optique dépendant de l'énergie et non-local (cette dernière propriété n'étant pas gênante, puisqu'un potentiel non-local peut toujours se transformer en potentiel local équivalent). La deuxième théorie a cependant l'avantage de se prêter à une évaluation quantitative simple du potentiel optique. En gros, elle donne:

$$V_C(E, \vec{r}) = \int d^3\vec{r}' G(E', \rho(\vec{r}')) \rho(\vec{r}') f(\vec{r} - \vec{r}') \quad . \quad (24)$$

Cette forme, appelée potentiel JLM, d'après leurs auteurs [16], implique un « folding » entre la matrice G , évaluée dans la matière nucléaire à densité égale à la densité nucléaire au point r , et représentant l'interaction effective entre deux nucléons dans la matière avec une énergie dans le c.m. E' (reliée à l'énergie incidente E), grâce à une fonction de « portée finie » f , qui tend rapidement vers zéro dès que l'argument dépasse la portée.

IS: On comprendra facilement que, comme annoncé, le modèle optique ne donne que des informations relativement globales sur la structure nucléaire, se réduisant assez largement à la densité nucléaire. Strictement, seule la géométrie globale du modèle optique est directement accessible. L'information sur la densité nucléaire ne peut s'extraire qu'au travers d'un modèle ainsi que l'indique la formule (24).

Il faut cependant remarquer que la relation proche entre le potentiel optique et la densité semble mise à mal dans la diffusion élastique sur des noyaux loin de la ligne de stabilité. Cette constatation semble indiquer que dans ce cas, des éléments plus fins de la structure nucléaire sont mis en jeu.

Le modèle optique prédit également la section efficace de réaction totale (tout sauf l'élastique) et la section efficace totale. A ce titre, il complète la théorie d'Hauser-Feshbach. On peut montrer en effet que le modèle optique correspond à une matrice S qui est la moyenne de l'élément élastique de la matrice S_{cc} et qu'en fait celle-ci s'écrit $S_{opt} = \langle S_{cc} \rangle = e^{i2\delta_c} (1 - \pi \Gamma \lambda_c / D)$. Dès lors, la section efficace de réaction donnée par le modèle optique prend la forme simple

$$\langle \sigma_R \rangle = \pi \lambda_c^2 (1 - \langle |S_{cc}| \rangle)^2 \approx \pi \lambda_c^2 T_c \quad (25)$$

et donne donc directement accès aux facteurs de transmission qui apparaissent dans la formule de Hauser-Feshbach.

C. Diffusion inélastique

La diffusion inélastique est un outil de base pour étudier la spectroscopie, puisque la mesure du spectre des particules inélastiquement diffusés contient des pics qui correspondent directement à l'énergie des états excités. Ceci est cependant sujet à deux limitations: d'une part, seuls sont accessibles individuellement les états de basse énergie, due à la résolution expérimentale, d'autre part, des règles de sélection peuvent interdire l'excitation de certains états.

L'outil théorique (le modèle) de base ici est donné par la DWBA (« Distorted Wave Born Approximation »). Il consiste à évaluer les sections efficaces à l'approximation de Born (la matrice de transition T (voir Eq. (3)) est assimilé à l'interaction V responsable de la réaction, c-à-d la somme des interactions entre le nucléon incident et les nucléons de la cible), mais en utilisant les éléments de matrice de T entre les fonctions d'onde de diffusion du modèle optique au lieu des ondes planes. Ce qui revient à une approximation d'interaction unique: les ondes distordues (correspondant à une diminution du flux) permettent de sélectionner le mécanisme sans aucune autre interaction préalable et/ou postérieure. Cette approximation, plus ou moins confirmée théoriquement, est généralement justifiée par le fait que l'excitation vers les niveaux de basse énergie n'est pas susceptible de changer grandement la fonction d'onde et donc qu'une seule interaction (fut-elle effective) est suffisante. Nous renvoyons à la Réf. [17] pour de plus amples discussions. Dès lors, la section efficace peut s'écrire comme:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \left| \left\langle \chi_f(\vec{r}) \Phi_{c'} \left| \sum_k v(\vec{r} - \vec{r}_k) \right| \chi_c(\vec{r}) \Phi_i \right\rangle \right|^2, \quad (26)$$

où les Φ sont les fonctions d'ondes (f.o.) du noyau cible dans les voies initiale et finale, les χ sont les f.o. du modèle optique, k désigne les nucléons de la cible et v est l'interaction effective appropriée. Pour établir le contact avec la structure nucléaire, on peut considérer ce que devient

cette formule quant on suppose que l'interaction effective est de portée négligeable $v(\vec{r}) \propto \delta(\vec{r})$ et que l'on substitue les ondes distordues aux ondes planes. On a alors

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \left| \left\langle \Phi_f \left| \sum_k e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_k} \right| \Phi_i \right\rangle \right|^2 = \left| e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho_{fi}(\vec{r}) \right|^2, \quad (27)$$

avec

$$\rho_{fi}(\vec{r}) = \left\langle \Phi_f \left| \sum_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \right| \Phi_i \right\rangle. \quad (28)$$

IS: Les quantités plus ou moins directement accessibles ici sont celles de la dernière formule: les densités de transition. Elles correspondent aux éléments de matrice de l'opérateur densité entre deux états différents.

Bien que ce ne soit pas transparent à partir des formules indiquées, ces réactions sont généralement très sélectives, spécialement en ce qui concerne le moment angulaire et le spin. Ainsi, à cause de l'absorption relative forte du milieu nucléaire, seules les ondes périphériques dans les voies d'entrée et de sortie jouent un rôle. Dès lors, une ou deux valeurs du moment angulaire contribuent véritablement. On peut ainsi montrer que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \left| j_\lambda(qR) \right|^2, \quad (29)$$

où q est le moment de transfert et où λ est la différence entre les moments angulaires rasants dans les voies d'entrée et de sortie ($\lambda \cong |k_c - k_c'| R + |J_i - J_f|$), où les J sont les spins de la cible dans les voies respectives.

Il faut mentionner deux cas particuliers: la diffusion inélastique Coulombienne (Couléx), avec des énergies incidentes inférieures à la barrière Coulombienne (voir la Réf. [18] pour plus de détails), et la réaction (e, e') , toutes deux intéressantes par le fait que l'interaction est ici parfaitement connue.

Les réactions inélastiques restent d'un grand intérêt si l'on considère l'excitation vers la région des états qu'on ne peut exciter individuellement, mais où souvent on observe des amplifications d'excitation dues à certains effets collectifs. L'exemple le plus remarquable correspond à l'excitation de résonances géantes, c-à-d de maxima assez larges dans les spectres inélastiques $d\sigma_{cc'}/d\Omega$ comme fonctions de $E_{c'}$, indiquant l'excitation collective de nombreux états du noyau, et correspondant à l'image semi-classique de la vibration du noyau, vu comme une goutte

liquide. Les résonances géantes sont caractérisées par des nombres quantiques (multipole, spin, isospin) . Ce n'est pas notre intention de les discuter ici. Il convient cependant de dire que certaines sondes sont particulièrement prédestinées à l'excitation de telle ou telle résonance géante. Voir par exemple Réf. [19] pour une discussion de ce point.

D. Réactions de transfert: stripping, pick-up, etc.

Prenons la réaction la plus simple: la réaction (d,p), qui correspond au transfert d'un neutron et qui est schématiquement décrit dans la Fig. 6. La forme de l'amplitude de réaction, donnée par la théorie des champs

$$T \propto \Gamma_{d, pn}(\vec{q}) \frac{1}{\epsilon - \hbar^2 q^2 / 2m_n} \Gamma_{B, An}(\vec{q}) \quad (30)$$

correspond assez bien à l'idée simple que l'on a de ce processus: la probabilité de transition est proportionnelle à la probabilité que le deutéron se comporte comme un neutron et un proton indépendants (première fonction de vertex Γ), à la probabilité que le neutron se propage (propagateur, c-à-d le 2e facteur), et à la probabilité que le système A+neutron ressemble au noyau final A+1 (deuxième Γ). Dans la formule ci-dessus, ϵ est l'énergie transférée et q est le moment transféré. On peut comprendre que la seconde fonction de vertex tend vers 0 dès que le moment transféré excède l'impulsion maximum typique des nucléons dans le noyau A+1, c-à-d l'impulsion de Fermi et donc que cette réaction n'est possible qu'à basse énergie (jusqu'à quelques dizaines de MeV). On comprendra aussi que cette réaction est assez sélective en ce qui concerne le transfert de moment angulaire. On peut s'en rendre compte sur la formulation DWBA de l'amplitude de diffusion. En écrivant la f.o. de l'état final comme

$$\Phi_{A+1} = \sum_{\alpha} S_{\alpha}^{1/2} \varphi_{\alpha}(\vec{r}) \Phi_A \quad (\alpha = nlj) \quad , \quad (31)$$

on peut écrire la section efficace comme

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C D_0^2 S_{\alpha} \left| \int d^3(\vec{r}_1) d^3(\vec{r}_2) \chi_d^* \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) u_{\alpha}(\vec{r}_1) \chi_p(\vec{r}_2) \right|^2 \quad , \quad (32)$$

où C rassemble les constantes cinématiques, D_0 représente le recouvrement de la f.o. interne du deutéron et celles du proton et du neutron, les χ sont les f.o. de diffusion du modèle optique pour le deuton et le proton et où u est f.o. liée du neutron dans le noyau A+1. On comprendra que la conservation du moment angulaire influence le dernier facteur qui donne la distribution angulaire.

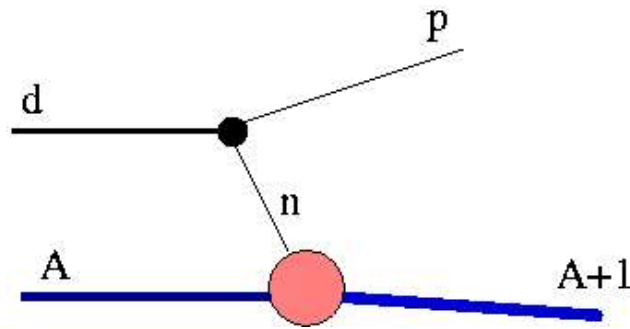


Fig. 6 Description schématique du mécanisme présumé de la réaction (d,p).

IS: Les réactions de stripping (et de pick-up) donne accès directement aux facteurs spectroscopiques S_α . Elles fournissent l'outil principal de l'étude de la validité du modèle en couches en physique nucléaire. En effet si le neutron dans le noyau $A+1$ est tout à fait indépendant de la f.o. de A , on aura automatiquement $S_\alpha=1$, pour autant que u soit orthogonal aux f.o. des particules dans A . La dispersion des valeurs S_α sur les divers états de $A+1$ (qui sont soumis à la règle de somme $\sum S_\alpha=1-N_\alpha$ où N_α est la dégénérescence de l'état de nombres quantiques α) donne une bonne idée de la validité du modèle en couches.

Notons que les facteurs spectroscopiques peuvent aussi être appréhendés par des réactions de knock-out ($p,2p$) ou ($e,e'p$). Ces réactions qui ne sont pas limitées à basse énergie sont cependant un peu plus difficiles à analyser à cause de la présence de trois corps dans la voie finale.

V. REACTIONS INCOHERENTES

A. Introduction

Le régime des réactions au-dessus de ~ 200 MeV est caractérisé par la dominance des collisions multiples indépendantes. Les processus cohérents sont donc très limités: la diffusion élastique est réduite aux angles très faibles et les phénomènes cohérents inélastiques sont limités aux collisions très périphériques. De plus, plus on monte en énergie, plus le nombre de voies ouvertes augmente, et plus le nombre de nucléons éjectés est élevé. On parlera alors de la fragmentation du noyau-cible. Enfin, le nombre d'ondes partielles actives augmente sensiblement ($l_{max} \sim kR$) et il est alors plus avantageux et plus significatif d'introduire la notion de paramètre d'impact dans les descriptions théoriques, même si celui-ci n'est pas accessible expérimentalement (de façon univoque en tout cas).

Au-dessus de 600 MeV, la section efficace totale nucléon-nucléon atteint une valeur plateau de l'ordre de 40 mb. Le libre parcours moyen, évalué comme $\lambda = (\rho \sigma)^{-1}$ est de l'ordre de 2 fm, ce qui est petit vis-à-vis des dimensions du noyau. La section efficace de réaction est donc très proche de la section efficace géométrique, ce qui laisse peu de place pour les phénomènes cohérents. Nous nous limiterons donc ici aux processus incohérents, caractérisés par la dominance des collisions multiples.

B. Modèles pour le régime de collisions

Il n'y a pas de théorie quantique « pratique » pour les collisions multiples. Les physiciens se sont portés vers des outils quasi-classiques décrivant le processus en termes de sections efficaces de collisions élémentaires. Les plus familiers sont connus par leurs acronymes: INC, QMD, BUU, LV, etc. Tous sont basés sur la simulation numérique des processus de collisions multiples, inspirés éventuellement par des équations de transport (voir par exemple Réf. [21] pour une discussion générale). Le plus simple d'entre eux est le modèle INC (Intra-Nuclear Cascade), qui a reçu un regain d'intérêt grâce aux études de réactions de spallation en connexion avec les futures machines ADS pour la transmutation des déchets radioactifs (voir Réf. [22]). Les autres diffèrent par la plus ou moins grande sophistication dans la description du mouvement des nucléons dans le champ moyen, souvent acquise au prix d'un coût en calcul plus élevé ou d'une impossibilité de décrire certaines voies de réactions.

Nous allons décrire très rapidement le progéniteur de tous ces modèles, c-à-d le modèle INC [23]. Pour être plus concret, nous nous limiterons au modèle INCL, schématiquement illustré dans la Fig. 7. Il s'agit de simuler le mouvement des nucléons dans un potentiel moyen fixe, leurs collisions éventuelles, dictées par la comparaison entre leur distance minimum d'approche et la section efficace NN, leur réflexion et transmission par la surface nucléaire. Les autres aspects importants du modèle sont: l'utilisation de la cinématique relativiste, l'hypothèse de collisions NN indépendantes et séparées dans le temps, qui peuvent être élastiques ou inélastiques (conduisant à l'excitation de résonances Δ) et qui sont sujettes au blocage de Pauli (grâce à des facteurs de blocage obtenus par évaluation du taux d'occupation dans l'espace des phases), l'utilisation de la symétrie d'isospin (pour plus de détail, voir Réf. [24]). Ce modèle se départit de la dynamique moléculaire par le fait que l'état final d'une collision NN est déterminé stochastiquement suivant les distributions angulaires expérimentales. Bien qu'utilisant une cinématique classique, ce modèle inclut néanmoins plusieurs aspects quantiques: le blocage de Pauli, la stochasticité des collisions, la transmission/réflexion au travers de la barrière Coulombienne et l'existence d'un potentiel moyen.

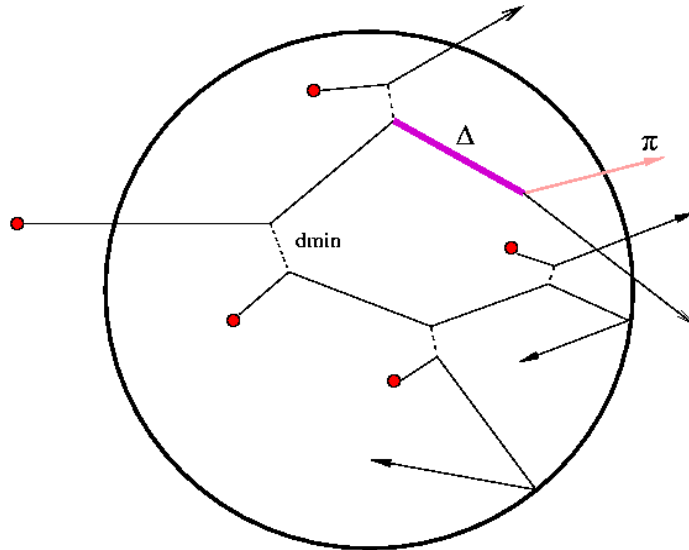


Fig. 7. Description schématique du modèle de cascade intranucléaire INCL.

Après une phase de collisions plus ou moins dures, permettant l'émission de plusieurs particules de haute énergie, le noyau-cible n'est plus le siège que de collisions douces conduisant à l'émission de particules de basse énergie (typiquement de quelques MeV), caractéristique d'un processus d'évaporation. La simulation est dès lors interrompue et les caractéristiques du noyau «remnant» (pre-résidu) sont alors transmises à un code d'évaporation. Dans INCL, la détermination de ce temps d'arrêt est déterminée de façon self-consistante et n'est pas un paramètre libre. Le modèle se veut aussi libre de paramètres que possible. En fait, les seuls paramètres sont liés à la géométrie et au mouvement de Fermi.

IS: Ce modèle donne d'excellents résultats pour les sections efficaces de production de nucléons et pour la production des noyaux résiduels, y compris pour les énergies de recul. Nous renvoyons à la Réf. [23] pour de plus amples informations. Le remarquable succès de la dynamique de collision laisse peu de place pour une influence de la structure nucléaire. Ceci est d'ailleurs corroboré par la lente dépendance des sections efficaces vis-à-vis de l'énergie incidente et de la masse de la cible, sur laquelle se superposent néanmoins de petits accidents locaux. En fait, les aspects de la structure nucléaire se limitent à la géométrie du noyau-cible et à sa distribution en impulsion, pour ce qui concerne la partie cascade. D'autres aspects, tels que la densité d'états interviennent au niveau de l'évaporation.

Notons cependant que les réactions de spallation sont très importantes du point de vue de la spectroscopie, parce qu'elles permettent de fabriquer des isotopes nouveaux, loin de la ligne de stabilité.

VI. REACTIONS IMPLIQUANT DES ASPECTS COHERENTS ET DES ASPECTS INCOHERENTS

A. Similarité entre les réactions résonantes dans le régime continu et la fin des réactions incohérentes à haute énergie

Dans le premier cas, la formation du noyau composé implique un très grand nombre d'états, c-à-d un grand nombre de degrés de liberté, ce qui suggère fortement que l'on peut considérer le noyau composé comme un système à l'équilibre, au sens thermodynamique. Bien sûr, si l'énergie est suffisante, c-à-d en pratique quelques MeV au-dessus du seuil inélastique pour les noyaux lourds, ce système peut se désintégrer dans les nombreuses voies ouvertes. Semblablement, à la fin des réactions incohérentes (après la phase de cascade), le noyau peut aussi être considéré comme un système à l'équilibre thermodynamique, ce qui est en sorte confirmé par la présence d'une composante dite d'évaporation dans les spectres des particules émises.

La similarité est aussi attestée par les outils théoriques. Dans le deuxième cas, on utilise un modèle d'évaporation, que nous discutons plus loin. Dans le premier cas, on peut utiliser les formules de Hauser-Feshbach, mais après avoir sommé sur toutes les voies finales correspondant à l'émission d'une particule dans un intervalle d'énergie. On peut montrer que les deux approches fournissent les mêmes probabilités de désexcitation (dans Hauser-Feshbach, le terme de production du NC est présent, alors que les modèles d'évaporation concernent la décroissance du NC seulement). Si on se réfère à la formation du noyau composé, les deux cas discutés ci-dessus peuvent être considérés comme deux extrêmes: dans le cas des réactions résonantes dans le continu, l'énergie incidente correspond exactement à l'énergie nécessaire pour produire le NC; dans le cas des réactions incohérentes à haute énergie, l'énergie incidente est largement consommée pour éjecter des particules de haute énergie et la formation du noyau composé ne vient qu'après dégradation suffisante de l'énergie injectée dans le noyau-cible. Dans le premier cas, le NC est formé avec l'énergie nominale dictée par l'énergie incidente; dans le deuxième cas, le NC n'est pas formé avec une énergie bien fixée: cette dernière n'est en moyenne qu'une petite partie de l'énergie disponible (l'énergie incidente) et fluctue fortement d'un événement à l'autre.

On peut dès lors comprendre que pour des énergies intermédiaires allant de quelques MeV au-dessus du continu à peut-être 200 MeV (là où la dynamique des collisions semble dominer), on va avoir des situations où le NC ne sera pas formé directement, mais où sa formation sera précédée par des processus plus directs (plus cohérents). On doit donc s'attendre dans cette région à la coexistence d'effets cohérents – sans doute atténués par des effets statistiques – et d'effets incohérents. On parlera alors de réactions de pré-équilibre. Mais avant, il convient de dire un mot de l'évaporation.

B. Evaporation-fission et autres modèles de désexcitation.

Le modèle d'évaporation de Weisskopf-Ewing [25] donne la probabilité d'émission d'une particule d'énergie comprise entre ε et $\varepsilon+d\varepsilon$ par un noyau A d'énergie d'excitation E_A^* conduisant à un noyau B d'énergie d'excitation $E_B^* = E_A^* - \varepsilon - S$, S étant l'énergie de séparation de la particule b. Elle s'écrit:

$$d\Gamma_b = \sigma^{CN}(b B^* \rightarrow A^*) \frac{2m}{(2\pi)^3 \hbar^2} \frac{\omega(E_B^*)}{\omega(E_A^*)} \varepsilon d\varepsilon, \quad (33)$$

où σ est la section efficace de formation inverse (du NC), m est la masse de la particule émise et ω est densité de niveaux nucléaire. La probabilité d'émission par unité de temps d'une particule b, Γ_b , est évidemment obtenu en intégrant sur ε . La densité de niveaux est souvent prise comme $\omega(E^*) = p \exp(2\sqrt{a}E^*)$, où p est un pré-facteur variant lentement avec l'énergie. Le quantité a est le paramètre de densité de niveaux, il sert aussi à définir la température par la relation $E^* = aT^2$. Ces relations conduisent à

$$d\Gamma_b \propto e^{-\varepsilon/T} \varepsilon d\varepsilon, \quad (34)$$

ce qui montre que le modèle d'évaporation est en fait un modèle d'émission thermique (de surface). En pratique les modèles d'évaporation correspondent à la simulation de la désexcitation, choisissant l'émission dans chacune des voies par des probabilités relatives $P_i = \Gamma_i / (\sum \Gamma_i)$. Pour un noyau lourd, il convient de tenir compte de la possibilité de fission. Ici, le modèle le plus courant dit que la fission est effective dès que le système passe la barrière de fission dans le chemin de déformation continue [26]. La largeur partielle de fission d'un noyau A est donnée par

$$d\Gamma_f = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_0^{E_A^* - B} \omega_B(E_B^*) dE_B^*}{\omega(E_A^*)}, \quad (35)$$

où B est la hauteur de la barrière de fission et où ω_B est la densité de niveaux à la barrière. Bien sûr la simulation complète de la fission nécessite un modèle de partition et de répartition de l'énergie d'excitation. Souvent un modèle phénoménologique est utilisé. Cependant, il existe au moins deux modèles semi-phénoménologiques, basés partiellement sur les connaissances théoriques des paysages d'énergie potentielle de déformation [27,28].

IS: Ici, les informations potentielles sur la structure nucléaire sont importantes: barrière

Coulombienne, barrière de fission et surtout densité de niveaux nucléaires. Bien sûr, le modèle d'évaporation est le plus directement – et en principe le mieux – testé dans les réactions résonantes (dans le continu). En particulier, la densité de niveaux semble bien établie, et correspond à la formulation de Gilbert-Cameron-Ignatyuk, éventuellement corrigée des effets collectifs [27]. Le comportement de la densité de niveaux à plus haute énergie d'excitation ne peut être testée qu'au travers des réactions incohérentes à haute énergie. Dans ce cas, la présence d'une phase initiale de cascade et les fluctuations des conditions à la fin de celle-ci rendent l'analyse difficile. Tout au plus a-t-on pu montrer que le paramètre de densité de niveaux a atteint, à haute énergie d'excitation, une valeur intermédiaire entre la valeur (moyenne) phénoménologique à basse énergie $A/8$ et la valeur du gaz de Fermi libre $A/16$.

Les modèles d'évaporation supposent des émissions successives et indépendantes. Ils ne sont donc valables que si le temps moyen séparant les émissions et correspondant au temps de vie moyen du noyau vis-à-vis de l'émission, soit $\tau_b = \hbar/\Gamma_b$, est nettement plus grand que le temps physique t_{emiss} pour que la particule sorte du noyau. Ce temps est gross-modo indépendant de l'énergie d'excitation. Il est par ailleurs nettement plus petit pour l'émission d'un neutron que pour la fission. Si l'énergie d'excitation augmente, les temps τ_b diminuent assez rapidement. On peut comprendre que τ_n va devenir comparable au temps t_{emiss} pour la fission. A ce moment, le système peut émettre des neutrons alors qu'il est en route vers la fission. Cette émission peut finalement diminuer l'énergie excitation et inhiber la fission. Cette inhibition peut être facilitée par la viscosité du système. On doit donc corriger les modèles d'évaporation en conséquence.

Si l'énergie d'excitation devient de l'ordre, croit-on, de 3 à 5 MeV par nucléon, les temps τ_b deviennent de l'ordre de t_{emiss} pour les particules légères, l'émission quasi-simultanée de beaucoup de particules devient possible et le noyau peut perdre sa cohérence rapidement. On qualifie ce phénomène de multifragmentation. On pense néanmoins que les propriétés thermodynamiques globales de la matière nucléaire dont est constitué le noyau jouent un rôle et que ce phénomène peut partager certaines propriétés avec les transitions de phase. Bien que la multifragmentation soit observée dans les réactions induites par nucléons, le champ privilégié d'investigation est celui des réactions entre ions lourds, parce que vraisemblablement la (dé) compression de la matière, possible dans ces réactions, joue également un rôle.

IS: Dans la désexcitation de systèmes à haute énergie d'excitation, on voit donc que l'on est sensible à certaines propriétés globales de la matière nucléaire: viscosité et transition(s) de phase.

C. Réactions de pré-équilibre

Historiquement, on a placé sous ce vocable les réactions que l'on étudiait dans la gamme juste au-dessus des réactions résonantes du continu (~ 10 MeV) jusqu'aux énergies disponibles alors

(~100 MeV). Elles se caractérisaient par le fait que les spectres de particules émises présentaient, en plus d'un spectre thermique, une composante à plus haute énergie et, suivant les cas, des pics plus ou moins bien définis aux énergies maximum compatibles avec l'énergie incidente, ainsi que l'indique la Fig. 8. En plus, la distribution angulaire n'est plus symétrique et est d'autant plus piquée vers l'avant que l'énergie incidente augmente. Les pics mentionnés plus haut correspondent aux réactions inélastiques ou de transfert déjà discutés. La composante continue a été attribuée à des processus arrivant avant l'équilibre, c-à-d avant formation du noyau composé. Beaucoup de modèles, dits de pré-équilibre, ont été proposés pour expliquer cette émission non-thermique. Nous ne les passerons pas en revue. En fait, tous ces modèles sont basés, d'une manière ou d'une autre, sur l'idée d'une complexification progressive de la réaction en termes d'états particule-trou, ainsi que le suggère la Fig. 9. Le noyau est décrit comme un gaz de Fermi dans un potentiel doté d'un spectre à une particule avec une partie liée et une partie non liée (continu). L'évolution de la population des états est supposée se faire par interaction nucléon-nucléon, c-à-d qu'à chaque étape, deux particules au plus changent d'états. Par ce processus, la particule incidente perd de plus en plus de son énergie, qui est partagée avec les autres nucléons, pour finir éventuellement à un système à l'équilibre. Cependant les nucléons au-dessus du bord du puits peuvent à chaque étape s'échapper. De plus, dans certains modèles, le système peut « revenir en arrière ».

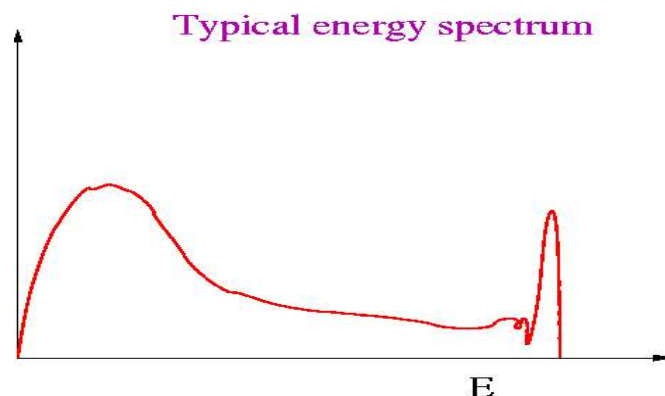


Fig. 8. Forme caractéristique des spectres de particules émises dans les réactions de pré-équilibre.

Dans la formulation la plus directe, il convient d'attacher une probabilité de présence pour chaque état à une particule et étudier l'évolution de ces probabilités. Une simplification importante a été apportée avec le modèle d'excitons de Griffin [29]. L'idée est de décrire le système par le nombre d'excitons, c-à-d de particules créées au-dessus du niveau de Fermi et de trous créés dans la mer de Fermi. Ainsi dans la Fig 9, on peut voir que le système peut passer d'une configuration à un exciton à une configuration à 3, 5, etc excitons.. Il est en plus supposé que toutes les configurations à n excitons et une énergie donnée sont équivalentes. Si la densité d'états à une particule g est constante, la densité de configurations à n excitons est une fonction analytique simple $\rho_n(E)$ de l'énergie E [30]. Il est supposé que l'émission d'une particule légère

d'énergie ϵ peut se faire à partir d'une configuration à n excitons (d'énergie d'excitation E_n), avec une probabilité par unité de temps $P_n(E_n, \epsilon)$, qui suit le modèle d'évaporation (voir ci-dessus). Le spectre de particules (nucléons) est ainsi donné par

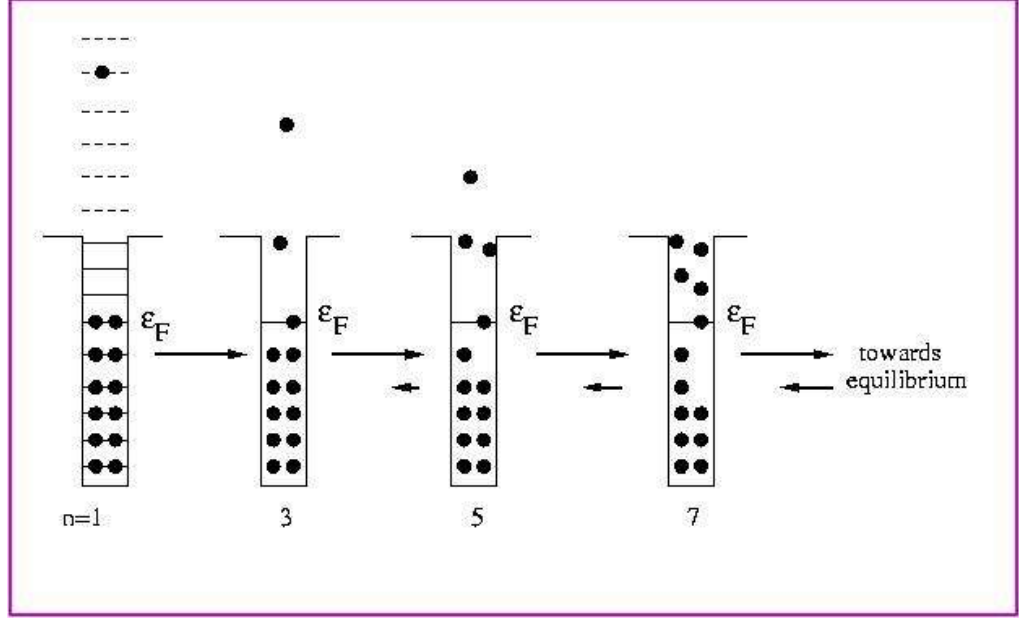


Fig. 9. Représentation schématique des modèles de réactions de pré-équilibre et en partie du modèle d'excitons. Pour ce dernier, le nombre n d'excitons pour les configurations particule-trou dépeintes est indiqué. Les flèches indiquent les transitions possibles. Voir texte pour plus de détails.

$$P(\epsilon) d\epsilon = \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} \tau_n P_n(E_n, \epsilon) d\epsilon \propto \frac{m\epsilon}{\pi^2 \hbar^3} \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} \frac{\rho_{n-1}(U_n)}{\rho_n(E_n)} \tau_n d\epsilon, \quad (36)$$

où $U_n = E_n - S - \epsilon$ est l'énergie du noyau après émission (S =énergie de séparation) et où les τ_n sont des paramètres ajustables (souvent ramenés à un seul) donnant le temps d'émission des diverses configurations d'excitons successives. La somme est limitée à un nombre d'excitons qui est sensé correspondre à la formation d'un système équilibré (NC), typiquement $\bar{n} \sim \sqrt{2gE}$. M. Blann a amélioré le modèle en tenant compte explicitement des branchements entre émission et passage d'une configuration à n excitons vers une configurations à $n+2$ excitons, et en formulant le modèle en termes de section efficace [31]. On désigne ce modèle sous le nom de modèle hybride. La section efficace différentielle (en énergie) de production de particules s'écrit:

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sigma_R \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} \left[\frac{m\epsilon}{\pi^2 \hbar^3} \frac{\rho_{n-1}(U_n)}{\rho_n(E_n)} d\epsilon \right] \left[\frac{P_n(E_n)}{P_n(E_n) + \lambda_+^{n+2}(E_n)} \right] D_n = \sigma_R \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} P^{(n)}(\epsilon) d\epsilon, \quad (37)$$

où σ_R est la section efficace de réaction (tirée d'un autre modèle, le modèle optique par

exemple), où $\lambda_+^{n+2}(E_n)$ est la probabilité pour que le système passe d'une configuration à n excitons vers une configuration à $n+2$ excitons, en gardant la même énergie d'excitation E_n , et

où $P_n(E_n)$ est la probabilité d'émission par unité de temps, égale à $\Gamma_n = \int_0^{E_n-S} P(E_n, \epsilon) d\epsilon$.

La quantité $P^{(n)}(\epsilon)$ est définie par la deuxième relation et D_n par

$$D_n = \prod_{n'=n_0}^{n-2} \left\{ 1 - \int P^{(n')}(\epsilon) d\epsilon \right\}, \quad D_{n_0} = 1. \quad (38)$$

La relation (38) est transparente: D_n exprime la probabilité pour que le système n'ait pas émis de particule avant d'atteindre une configuration à n excitons et la probabilité d'émettre un nucléon est égale à la somme (sur n) des probabilités d'émettre un nucléon d'énergie ϵ à partir d'une configuration à n excitons, elles-mêmes égales à la probabilité d'atteindre la configuration à n excitons sans émission multipliée par la probabilité de ne pas passer à une configuration plus compliquée.

Ce modèle a permis de reproduire la forme des spectres de particules observés de façon plus ou moins satisfaisante. Un ingrédient important du modèle est la quantité $\lambda_+^{n+2}(E_n)$, qui a été interprétée en termes d'interaction effective à deux corps ou en termes de collisions NN. Dans le premier cas, elle est paramétrisée comme

$$\lambda_+^{n+2}(\epsilon) = \frac{2\pi}{\hbar} \overline{|M|^2} \rho_{n+2}(E^*) \quad (39)$$

où l'élément de matrice carré moyen est supposé varier régulièrement avec la masse de la cible et l'énergie d'excitation. Dans le second cas, elle est représentée par l'inverse du temps moyen séparant les collisions, soit la vitesse moyenne divisée par le libre parcours moyen vis-à-vis des collisions. Cette dernière grandeur peut être reliée à la section efficace NN (si les collisions sont réellement indépendantes) et plus sûrement à la partie imaginaire W du potentiel optique:

$$\lambda_+^{n+2}(\epsilon) = \frac{v}{\lambda} \approx \rho \sigma_{NN} v \approx \frac{\hbar}{2W} \quad (40)$$

Pour rendre le modèle plus prédictif concernant les sections efficaces doublement différentielles, une dépendance angulaire purement phénoménologique a été introduite pour toute émission à partir de n'importe quelle nombre d'excitons, connue sous le vocable de « systématique de Kalbach » [32]. De plus, une dépendance des conditions vis-à-vis du paramètre d'impact est souvent introduite pour rendre le modèle plus réaliste. Nous renvoyons à la Ref. [33] pour une

discussion de ces aspects.

Nous ne pouvons quitter ce paragraphe sans parler de la dernière sophistication de ce genre de modèle, connue sous le vocable de théorie FKK [34]. Cette sophistication repose sur trois hypothèses:

- l'espace des configurations particule-trou est divisé en deux: l'espace P, où au moins une particule est dans le continu et l'espace Q, où toutes les particules sont dans des états liés
- pas de communication entre les espaces P et Q; au début le système initie une évolution (une chaîne) dans l'espace P ou dans l'espace Q; dans un cas, on parlera de « multistep direct process » (MSD), dans l'autre cas, de « multistep compound process » (MSC); néanmoins on suppose que le système peut émettre une particule à partir de n'importe quelle configuration de la chaîne Q.
- l'hypothèse de non-retour: dans les deux cas, le système suit une chaîne de plus en plus compliquée, correspondant à un nombre toujours croissant d'excitons.

Avec ces hypothèses, la section efficace pour les processus MSC s'écrit génériquement comme

$$\sigma_{MSC} = \pi \lambda_c^2 \frac{2\pi \Gamma_1}{D_1} \sum_{n=2}^r \left(\frac{\prod_{k=1}^{n-1} \Gamma_k^\downarrow}{\Gamma_k} \right) \frac{\Gamma_n^\uparrow}{\Gamma_n} . \quad (41)$$

Dans cette équation, Γ_n^\uparrow et Γ_n^\downarrow sont les largeurs partielles des configurations à n excitons vis-à-vis de l'émission de particules et de la transition vers un nombre d'excitons plus élevé, respectivement ($\Gamma_n = \Gamma_n^\uparrow + \Gamma_n^\downarrow$). Des prescriptions usuelles permettent de formuler les sections efficaces différentielles. Les sections efficaces doublement différentielles pour les processus MSD peuvent s'écrire comme:

$$\frac{d^2 \sigma_{MSD}}{d\Omega dE} = \frac{d^2 \sigma_1}{d\Omega dE} + \frac{d^2 \sigma_M}{d\Omega dE} , \quad (42)$$

où le premier terme correspond à la DWBA (terme direct) et où le second terme correspond à des « itérations » successives de la DWBA (généralement limitées à quelques unes), impliquant toujours des configurations avec une particule dans le continu. Bien sûr, on ne peut calculer microscopiquement ces termes pour toutes les configurations nucléaires explorées. On utilise alors des moyennes des carrés des éléments de matrice, basées sur des transitions possibles dans un espace particule-trou et des interactions effectives sommaires.

La théorie FKK présente l'immense avantage d'introduire une transition douce entre les phénomènes de NC (en moyenne) et les processus de « pré-équilibre » (MSC). On peut voir que la section efficace (41) se réduit (formellement) à la formule de Hauser-Feshbach (20) quand les

largeurs partielles d'émission au travers des configurations simples sont très petites. Cependant, la théorie FKK introduit une séparation artificielle entre processus MSC et MSD, bien qu'en pratique cette théorie rend relativement bien compte de l'évolution des sections efficaces d'émission avec l'énergie.

IS: Ici, on est dans une position intermédiaire, où les modèles font plus appel à une description de la propagation du système dans l'espace des états qu'à une description fine de ces états. Dès lors, les réactions de pré-équilibre sont sensibles à des éléments relativement limités de structure nucléaire. On peut citer: la densité des états particules-trous (et indirectement la densité des états à une particule), le libre parcours moyen, les éléments de matrice moyens pour les transitions augmentant le nombre d'excitons, etc.

Des études récentes ont montré que le modèle INC donne des résultats aussi satisfaisants que les modèles de pré-équilibre pour des énergies en-dessous de 200 MeV et parfois jusqu'à 40 MeV, c-à-d dans un domaine où la dynamique des collisions (séparées dans le temps et l'espace) n'est pas justifiée. En réalité cette situation n'est peut-être pas tellement surprenante. En effet, les modèles de pré-équilibre et le modèle INC contiennent la même physique de base, à savoir l'interaction d'une particule avec un gaz de Fermi contenu dans un potentiel, basée sur des interactions NN. Les sections efficaces de production de particules (c-à-d les flux d'énergie, d'impulsion et de particules) dépendent sans doute surtout du taux d'interaction NN et relativement peu du détail de ces collisions et du mouvement véritable des nucléons. On voit donc poindre l'émergence d'une description unifiée des processus incohérents dans la gamme d'énergie incidente allant de 30-40 MeV à plusieurs GeV. Une discussion intéressante de cette question est contenue dans la Ref. [35].

VIII. REACTIONS PARTICULIERES LIEES A DES PROJECTILES SPECIFIQUES

A. Noyaux peu liés

La propriété la plus remarquable des réactions induites par des projectiles composites peu liés consiste en la grande facilité de la fragmentation du projectile. Le cas le plus simple est celui de la fragmentation du deuton, qui d'ailleurs peut se faire dans les collisions périphériques dans le champ Coulombien du noyau cible. Naïvement, on peut comprendre que la force Coulombienne agissant sur le proton seulement peut casser le deuton, vu la faible énergie de liaison de ce dernier. Suivant les mêmes considérations que pour les réactions (d,p), on peut montrer que la section efficace différentielle de production simultanée d'un proton et d'un neutron est proportionnelle à la distribution de l'impulsion relative $(\vec{p}_1 = (\vec{p}_p - \vec{p}_n)/2)$ dans le deuton

$$\frac{d\sigma}{d^3\vec{p}_p d^3\vec{p}_n} \propto f(\vec{p}_1), \quad (43)$$

où f est le module au carré de la fonction d'onde dans le deuton (dans l'espace des impulsions). Si on se réduit à l'observation du proton (dans les mêmes évènements), la section efficace simplement différentielle s'écrit:

$$\frac{d\sigma}{d^3\vec{p}_p} \propto f(\vec{p}_p - m_p \vec{v}_{inc}). \quad (44)$$

IS: Ces réactions ont été utilisées pour mettre en évidence les noyaux à halo. Leur grand intérêt va de soi puisqu'elles fournissent sans trop de complications la fonction d'onde du mouvement relatif de la particule faiblement liée par rapport au reste du noyau. Voir la Réf. [36] pour une plus ample discussion de ce nouveau sujet d'investigation.

B. Réactions « tutrices » (« surrogate »)

L'idée ici est d'utiliser des réactions nucléaires sur des cibles stables dont la première phase (de transfert par exemple) va correspondre à la réaction induite par une partie du projectile sur une cible instable. Ainsi la réaction $A(n,f)$, où A est un noyau instable peut être étudiée par la réaction « surrogate » $A-1(^3\text{He},p)$. En effet, cette dernière procède essentiellement par le transfert d'un deuton vers la cible et conduit donc au même NC ($A+1$). La réalisation de la deuxième réaction permet de mesurer la probabilité de fission du noyau composé, en évaluant le transfert théoriquement, et donc aussi la section efficace de fission de la première réaction si la section efficace de réaction totale est connue (ou évaluée théoriquement). Cette méthode, qui requiert cependant l'exercice de certaines précautions (quand au peuplement des mêmes états angulaires, par exemple) semble très prometteuse [37].

C. Noyaux riches en protons ou en neutrons

Ces noyaux sont généralement à courte vie, mais leur étude est sensée être très révélatrice concernant la structure nucléaire. Il en va toujours ainsi quand on se trouve à la limite de l'espace de phase disponible (ici pour la liaison des noyaux). La sagesse populaire veut aussi que l'étude de ces noyaux peut contraindre très fortement la dépendance en isospin des forces nucléaires. Il va de soi qu'ici il faut entendre «forces effectives» et que, par conséquent, la dépendance des forces ne constitue pas un sujet très précis, puisque les forces effectives dépendent de l'espace où on les restreint. Néanmoins, l'utilisation des noyaux riches en protons/neutrons comme projectiles doit au moins permettre d'étudier ces noyaux par des réactions de diffusion élastique, inélastique ou de transfert en cinématique inverse, et fournir des informations sur la structure de ces noyaux comme cela a été fait pour les noyaux stables, en cinématique directe, il y a quelques

dizaines d'années. On a donc l'espoir de faire la spectroscopie de ces noyaux, d'étudier leur structure en couches (changement éventuel de nombres magiques) et leurs excitations caractéristiques. Beaucoup de questions ouvertes intéressantes risquent de trouver des solutions par des études de ce type.

Mentionnons le cas des états isobares analogues. Ces états, qui témoignent du fait que l'isospin reste un bon nombre quantique pour les noyaux lourds, en dépit de l'importance croissante de l'interaction Coulombienne, apparaissent, en cinématique directe, dans des réactions (p,p) comme des résonances étroites dans le « continu » (région du recouvrement des résonances). Plus le noyau est riche en neutrons, plus ces résonances doivent apparaître à haute énergie et donc se « dissoudre ».

D. Photons

Ces projectiles sont juste ici cités pour mémoire. Les photons réels sont des sources idéales pour l'étude de résonances géantes (électriques $\Delta T=1$). Les photons virtuels (« rayonnés » par un faisceau d'électrons) sont eux par contre particulièrement adaptés à l'étude des distributions de charge (réactions (e,e)), des distributions de densité de transition (réactions (e,e')) et des distributions de partons (réactions profondément inélastiques). Ces réactions, qui ont été intensivement utilisées pour l'étude des noyaux stables, pourraient l'être à nouveau dans un collisionneur électron-noyau à venir.

E. Mésons, antiprotons, etc.

D'une façon générale, nous faisons allusion ici à des faisceaux de hadrons ou d'autres particules élémentaires. Souvent, ces particules portent un nombre quantique spécifique (l'étrangeté par exemple) et leur utilisation peut apporter des informations sur la façon dont ce nombre quantique se répartit dans le noyau. Par exemple, les pions sont porteurs d'isospin et sont donc capables de distinguer les protons des neutrons. Souvent considérés comme de bonnes sondes de la distribution en neutrons, ils nécessitent cependant des corrections théoriques importantes dues à la forte absorption de ces particules par les noyaux.

IX. CONCLUSION

Nous avons passé (trop) rapidement en revue les propriétés des réactions nucléaires induites par nucléons (et noyaux légers), en proposant une classification, basée sur les notions de phénomènes cohérents (faibles changements de la fonction d'onde) ou incohérents, et de phénomènes « durs » ou « mous » (relatif au transfert d'énergie). Cette classification permet une vue unificatrice des différents mécanismes de réaction, dans la mesure où la transition entre les

différents régimes paraît plus naturelle. Bien sûr, on est encore loin d'avoir une théorie « pratique » ou un modèle unique. Elle permet aussi de mieux appréhender les divers éléments de structure nucléaire qui sont accessibles par l'étude des différents types de réaction.

Nous nous sommes limités aux réactions induites par nucléons et par noyaux légers pour simplifier la présentation et nous conformer au schéma général de l'Ecole Joliot-Curie 2007. Il faut cependant mentionner que les efforts expérimentaux actuels portent plus sur les faisceaux d'ions lourds. Comme nous l'avons indiqué, les réactions noyau-noyau peuvent donner des indications sur la structure similaires à celles obtenues par réaction nucléon-noyau, mais peuvent apporter des informations spécifiques.

On peut s'attendre dans les prochaines années à voir se déployer de grands efforts pour étudier les réactions induites par des faisceaux de noyaux exotiques et/ou radioactifs, surtout en utilisant la cinématique inverse. Nul doute que ces programmes apporteront beaucoup d'information sur la structure nucléaire, surtout dans les régions aux limites de la stabilité. Il ne fait également guère de doute que les concepts étudiés ici garderont une pertinence pour ces nouvelles études, même si des phénomènes nouveaux sont attendus.

Il ne faudrait pas perdre de vue la possibilité d'étudier la structure nucléaire à l'aide des sondes élémentaires hadroniques ou leptoniques. Ce genre d'études est resté limité dans le passé, pour des questions de disponibilité de faisceaux, essentiellement. Mais la spécificité des nombres quantiques portés par ces particules en font des outils uniques.

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier ici Thierry Aoust et Alain Boudard pour d'intéressantes discussions. Merci aux organisateurs de l'Ecole pour m'avoir invité. Merci à Marie-Geneviève Porquet, pour l'immense patience dont elle a fait preuve à mon égard. Qu'elle se rassure, plus jamais, je ne la ferai passer par les mêmes affres.

REFERENCES

- [1] H. Feshbach, « Theoretical Nuclear Physics. Nuclear Reactions », J. Wiley, New York, 1992.
- [2] M. L. Goldberger and K. M. Watson, « Collision Theory », R. E. Krieger Publishing Co, Huntington, New York, 1975.
- [3] O. Bohigas and M. J. Giannoni, in « Mathematical and computational Methods in Nuclear Physics », ed. by J. S. Dehesa et al., Lecture Notes in Physics 209, Springer Verlag, Berlin, 1984.

- [4] H. A. Weidenmüller, « Stochastic scattering theory random-matrix models for fluctuations in microscopic and mesoscopic systems », Lecture Notes in Physics, Vol. 411, Springer, Berlin, 1992.
- [5] J. Cugnon, « Nuclear Reactions, Unicity of Matter and Mass. From Thalès to Einstein », Phys. Mag. 28 (2006) 249. See also: <http://www.theo.phys.ulg.ac.be/~cugnon/>
- [6] A. H. Zewail, ed., « Femtochemistry », Vols. 1 and 2, World Scientific, Singapore, 1994.
- [7] R. Balescu, « Equilibrium and nonequilibrium statistical mechanics », J. Wiley, New York, 1975.
- [8] F. de Oliveira Santos, Ecole Joliot-Curie 2007, ces compte-rendus
- [9] J.-M. Sparenberg, Ecole Joliot-Curie 2007, ces compte-rendus
- [10] M. Matoba et al, Phys. Rev. **C53** (1996) 1762.
- [11] G. Hauser et al, Nucl. Phys. **A128** (1969) 81.
- [12] E. P. Wigner and L. Eisenbud, Phys. Rev. 72 (1947) 29.
- [13] C. Mahaux and H. A. Weidenmüller, « Shell model approach to nuclear reactions », North Holland, Amsterdam, 1969.
- [14] J. E. Lynn, « The theory of neutron resonance reactions », Clarendon Press, Oxford, 1968.
- [15] E. Bauge, Ecole Joliot-Curie 2007, ces compte-rendus.
- [16] J.-P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rev. **C16** (1977) 80.
- [17] C. Simenel, Ecole Joliot-Curie 2007, ces compte-rendus.
- [18] D. Baye, Ecole Joliot-Curie 2007, ces compte-rendus.
- [19] M. N. Harakeh and A. Van Der Woude, « Giant Resonances », Oxford University Press, Oxford, 2003.
- [20] N. Keeley, Ecole Joliot-Curie 2007, ces compte-rendus.
- [21] M. Soyeur, H. Flocard, B. Tamain and M. Porneuf, eds, « Nuclear matter and heavy ion collisions », NATO ASI Series, Series B, Physics, Vol. 205, 1989.
- [22] « Le cycle électronucléaire: de la fission aux nouvelles filières », compte-rendus de l'Ecole Joliot-Curie 2006.
- [23] J. Cugnon, « Intranuclear cascade model. A review », Nucl. Phys. **A389** (1983) 191c.
- [24] A. Boudard, J. Cugnon, S. Leray and C. Volant, Phys. Rev. **C66** (2002) 044615.
- [25] V. F. Weisskopf and D. H. Ewing, Phys. Rev. **57** (1940) 472.
- [26] N. Bohr and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **56** (1939) 426.
- [27] A. R. Junghans et al, Nucl. Phys. **A629** (1998) 635.
- [28] U. Brosa, S. Grossman and A. Müller, Phys. Rep. **197** (1990) 167.
- [29] J. J. Griffin, Phys. Rev. Lett. **17** (1966) 478.
- [30] T. Ericson, Adv. Phys. **9** (1960) 425.
- [31] M. Blann, Ann. Rev. Nucl. Sci. **25** (1975) 123.
- [32] C. Kalbach, Phys. Rev. **C24** (1981) 819.
- [33] E. Gadioli and P. E. Hodgson, « Pre-equilibrium nuclear reactions », Clarendon Press, Oxford, 1992.

- [34] H. Feshbach, A. Kerman and S. E. Koonin, *Ann. Phys. (New York)* **125** (1980) 429.
- [35] P. Henrotte and J. Cugnon, « The low-energy limit of the intranuclear cascade », *Proc. of the 10th Int. Conf. on Nuclear Reactions*, ed. by E. Gadioli, *Ricerca Scientifica ed Educazione Permanente*, Suppl. n° 122, 2003, p.617.
- [36] D. Cortina-Gil, *Ecole Joliot-Curie 2007*, ces compte-rendus.
- [37] B. Jurado, « Le cycle électronucléaire: de la fission aux nouvelles filières », *compte-rendus de l'Ecole Joliot-Curie 2006*, p.168.

POUR CEUX QUI VEULENT EN SAVOIR PLUS.

Il n'existe pas de livre de référence (« textbook ») élémentaire reprenant tous les aspects des réactions nucléaires. Nous donnons ci-dessous une liste non-exhaustive de livres de base utiles, mettant l'accent sur tel ou tel aspect, comme par exemple la théorie, les réactions entre ions lourds, etc. Notons aussi que plusieurs ouvrages de ce type sont déjà repris dans la liste de références ci-dessus, en particulier les Réfs. [1,2,14,33]

1. P. Fröbrich and R. Lipperheide, « Lectures notes on the theory of nuclear reactions », Oxford University Press, Oxford, 1995
2. C. Bertulani and P. Danielewicz, « Introduction to nuclear reactions », IOP Publishing, London, 2004.
3. N. K. Glendenning, « Direct Nuclear Reactions », World Scientific Pub Co, Singapore, 2004
4. W. Nörenberg and H. A. Weidenmüller, « Introduction to the Theory of Heavy-Ion Collisions », Second Enlarged Edition, Springer-Verlag, Berlin, 2001.
5. P. E. Hodgson, « Nuclear reactions and nuclear structure », Oxford University Press, Oxford, 1971.
6. J. Cugnon and P. Henrotte, « Nuclear reaction mechanisms: from compound nucleus to multiple scattering », Lectures delivered at the IPN, University of Louvain-la-Neuve, available at <http://www.theo.phys.ulg.ac.be/~cugnon/>

TECHNIQUES EXPERIMENTALES

PATRICIA ROUSSEL-CHOMAZ

*GANIL
CNRS/IN2P3, CEA/DSM
Boulevard Henri Becquerel
14000 CAEN*

Résumé

Ce cours présente les techniques expérimentales qui ont été développées au cours des 10 ou 15 dernières années, pour pouvoir réaliser une nouvelle génération d'expériences avec les noyaux exotiques, dans lesquelles les réactions induites par ces noyaux permettent d'extraire des informations sur leur structure. Un bref rappel des méthodes de production des faisceaux secondaires sera fait, avec quelques exemples d'accélérateurs en fonctionnement ou en projet. Les développements importants réalisés ces dernières années sur les cibles cryogéniques, nécessaires à de nombreuses expériences, seront présentés. Les différents types d'ensembles de détection seront passés en revue, aussi bien les détecteurs de faisceaux avant la cible que les ensembles de détecteurs pour les différents types de particules émises au cours de la réaction : spectromètre magnétique pour le fragment du faisceau, ensemble de détection pour la particule de recul de la cible, détecteurs γ . Enfin quelques exemples typiques d'expériences seront donnés tout au long du cours, pour illustrer l'utilisation de chacun de ces détecteurs, soit seul, soit en coïncidences avec d'autres.

Abstract

This lecture presents the experimental techniques, developed in the last 10 ou 15 years, in order to perform a new class of experiments with exotic nuclei, where the reactions induced by these nuclei allow to get information on their structure. A brief review of the secondary beams production methods will be given, with some examples of facilities in operation or under project. The important developments performed recently on cryogenic targets will be presented. The different detection systems will be reviewed, both the beam detectors before the targets, and the many kind of detectors necessary to detect all outgoing particles after the reaction : magnetic spectrometer for the heavy fragment, detection systems for the target recoil nucleus, γ detectors. Finally, several typical examples of experiments will be detailed, in order to illustrate the use of each detector either alone, or in coincidence with others.

Plan du document écrit

1. Introduction
2. Réactions directes avec les faisceaux secondaires
3. Méthodes de production des faisceaux secondaires
Méthode ISOL
Méthode en vol
Les machines de demain
4. Les cibles
5. Détecteurs de faisceau
6. Détection du fragment lourd : spectromètre magnétique
7. Détection du recul léger
Ensembles de détecteurs solides
Détecteur gazeux : cible active MAYA
Présentation générale
Analyse des données
8. Détection des rayonnements γ .
9. Exemples d'expériences
Spectromètre + Détecteurs de rayonnements γ
Distributions en moments et coïncidences g
Spectroscopie en vol : méthode de double fragmentation
Réactions profondément inélastiques
Spectromètre + Détecteurs pour particules chargées de recul
Spectromètre + Détecteurs γ + particules chargées
Spectromètre + Détecteurs γ + particules chargées + Neutrons
10. Conclusion

1. Introduction

Ce cours vise à présenter les techniques employées dans les expériences portant essentiellement sur les réactions directes, puisque ce sont ces dernières qui correspondent le mieux au titre choisi pour l'Ecole : « Les réactions nucléaires comme sonde de la structure ».

Sous l'appellation de réactions directes, on regroupe les réactions qui procèdent de l'état initial à l'état final en une seule étape, par opposition aux réactions avec formation de noyau composé. Ce sont les réactions suivantes (pour une description détaillée de ces réactions, voir [Sat]):

- la diffusion élastique : elle permet d'obtenir des informations sur le potentiel d'interaction nucléaire dans la cadre du modèle optique, qui est un ingrédient indispensable pour les calculs des diffusions inélastiques et des réactions de transfert.
- la diffusion inélastique : elle est, d'une part, une source d'information sur les schémas de niveaux des noyaux considérés et permet, d'autre part, de déduire les déformations des noyaux et les éléments de transition Mn et Mp [Ala]. L'excitation électromagnétique (Coulombienne sur cible lourde) permet d'obtenir des informations sur les déformations des protons, alors que la diffusion inélastique sur une cible légère (proton, Be, C) donnera des informations sur les neutrons.
- les réactions de transfert ou les réactions de dissociation : dans les deux cas, ces réactions permettent de déterminer la structure microscopique de l'état fondamental et des états excités du noyau d'intérêt, même lorsqu'il n'est pas lié. Les réactions de transferts ont des sections efficaces importantes à des énergies relativement basses (environ 30 MeV/nucléon) alors que les réactions de dissociation sont utilisées à plus haute énergie, au-delà de 100 MeV/nucléon. Les réactions de dissociation ont été traitées dans le cadre de cette Ecole par Daniel Baye pour la partie théorique et par Dolores Cortina-Gil pour la partie expérimentale. Les exemples de ce cours seront donc dans la majorité liés aux réactions de transfert.

Sauf pour le cas des réactions de dissociation, ces réactions sont toutes des réactions à deux corps où les caractéristiques cinématiques des deux fragments en voie de sortie sont entièrement déterminées par les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion. Les informations recherchées sur la structure des noyaux peuvent être obtenues à partir des spectres en énergie et des distributions angulaires des fragments dans la voie de sortie. Plus précisément, l'énergie d'excitation des états peuplés est obtenue à partir de la mesure de la chaleur de réaction Q . La forme des distributions angulaires est déterminée par la multipolarité de la transition. Enfin les valeurs absolues des sections efficaces permettent d'obtenir les valeurs des facteurs spectroscopiques, en les comparant aux calculs réalisés dans le cadre de calculs utilisant le formalisme de la DWBA (Distorted Wave Born Approximation), ou des voies couplées (voir cours de Nick Keeley à cette Ecole).

En dehors de ces réactions directes, les réactions profondément inélastiques et de fusion permettent également d'accéder à des régions de la carte des noyaux, intéressantes en termes d'exotécité (noyaux de masses intermédiaires riches en neutrons, superlourds). Toutefois ces réactions sont utilisées seulement pour la production de ces noyaux et ne permettent pas, en tant que réactions, d'obtenir des informations sur la structure des noyaux produits.

2. Réactions directes avec les faisceaux secondaires

Les réactions directes ont été utilisées dès les années 1950 (voir cours de B. Fernandez à cette Ecole) pour étudier la structure des noyaux stables. A l'époque, un faisceau de particules légères (proton, deuton, α , électron) était envoyé sur une cible formée des noyaux d'intérêt.

Avec les noyaux exotiques, les rôles de la cible et du faisceau doivent être inversés [Mit,Win]. C'est le noyau qui forme le faisceau qui doit être étudié, et pour obtenir des informations les moins ambiguës, il vaut mieux le faire interagir avec une cible de structure très simple et bien connue : c'est pour cela que les expériences utilisent en général des cibles de protons, deutons ou ^4He . On parle alors de cinématique inverse, où un faisceau de noyaux lourds est envoyé sur une cible de noyaux légers. Les dispositifs expérimentaux doivent être adaptés aux conditions cinématiques correspondantes. Les figures 2.1 et 2.2 présentent les courbes cinématiques de quelques réactions typiques, pour l'éjectile lourd (fig 2.1) et pour le recul léger (fig 2.2).

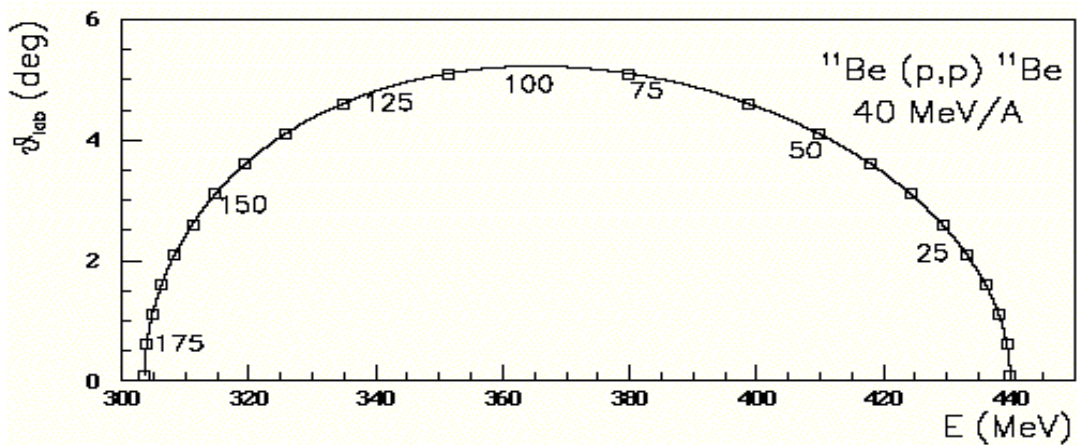


Figure 2.1 : Cinématique de la diffusion élastique $^{11}\text{Be}(p,p)^{11}\text{Be}$. Relation entre l'angle et l'énergie des ^{11}Be ayant subi une diffusion élastique sur une cible de protons à une énergie incidente de 40 MeV/nucléon. Les chiffres sur la courbe correspondent aux angles dans le repère du centre de masse.

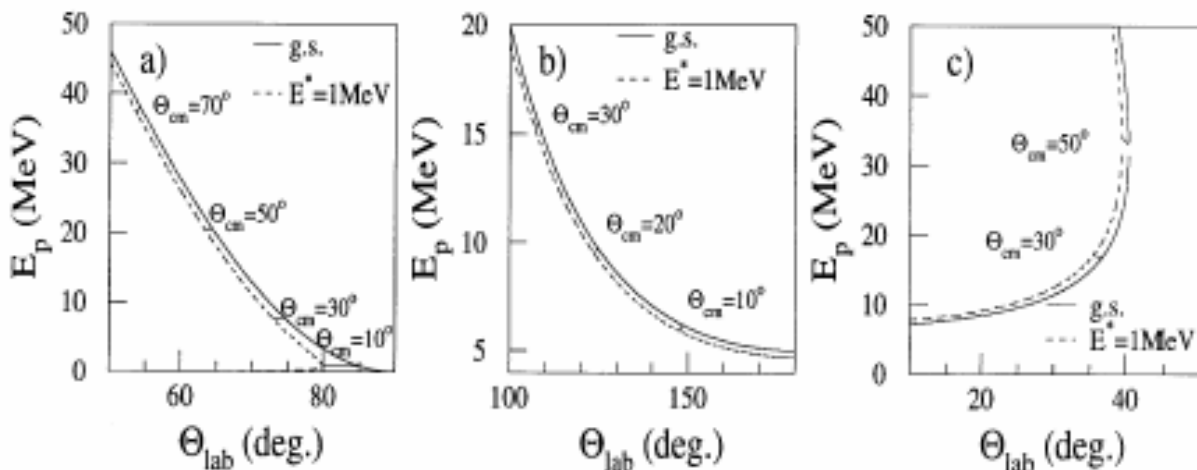


Figure 2.2 (de gauche à droite) : Cinématiques de la diffusion élastique et inélastique $^{32}\text{Mg}(p,p)^{32}\text{Mg}$, de la réaction de stripping $^{32}\text{Mg}(d,p)^{33}\text{Mg}$, et de la réaction de pick-up $^{32}\text{Mg}(p,d)^{31}\text{Mg}$. Relation entre l'angle et l'énergie de la particule légère de recul (p, p, et d, respectivement pour les 3 figures). Les courbes en traits pleins correspondent au cas où les isotopes de Magnésium sont peuplés dans leur état fondamental, celles en traits pointillés correspondent au cas d'un état excité à 1 MeV.

La forme générale des diagrammes cinématiques est déterminée par les masses des particules légères. Ils dépendent peu de la masse du faisceau et de son énergie incidente. Ces figures indiquent que :

- la détection du fragment lourd requiert la mesure d'angles relativement petits dans le laboratoire. Le point positif est qu'une couverture relativement réduite dans le repère du laboratoire permet de couvrir toute la gamme des angles centre de masse (cdm). La contrepartie est que la résolution angulaire nécessaire pour obtenir des distributions angulaires de bonne qualité dans le cdm sera très difficile à atteindre, voire impossible pour les masses supérieures à 10-15, l'angle maximum de détection du fragment lourd variant comme l'inverse de sa masse. De plus, les noyaux exotiques ayant souvent des énergies de séparation du dernier nucléon très faible, la détection du noyau lourd n'est plus possible dès que l'énergie d'excitation est au-dessus de cette énergie de séparation.
- Pour couvrir les régions correspondant aux angles avant dans le centre de masse, où les sections efficaces sont généralement les plus fortes, la détection du noyau de recul léger doit se faire autour de 90° dans le cas de la diffusion élastique et inélastique, aux angles avant dans le cas d'une réaction de transfert de type pick-up : (p,d), (d,t), (d, ^3He), enfin aux angles arrière dans le cas d'une réaction de transfert de type stripping (d,p).
Dans tous les cas, ces angles avant correspondent à des énergies très faibles du noyau de recul. Le système de détection devra donc permettre d'obtenir la plus grande couverture angulaire possible, avoir des seuils très faibles pour la détection des particules de basse énergie, tout en ayant une grande dynamique en énergie pour accéder aux angles cdm plus grands, et enfin avoir une bonne résolution angulaire.
- Dans le cas de noyaux possédant des états liés très proches en énergie d'excitation, seule la détection des rayonnements γ de désexcitation avec des ensembles de détecteurs de haute résolution de type cristaux de Ge permet de séparer ces états, compte-tenu des résolutions intrinsèques des ensembles de détection pour particules chargées et surtout des effets liés à la perte d'énergie des particules chargées dans la cible. Plus précisément, la résolution des ensembles de détecteurs pour particules légères chargées que nous verrons par la suite est toujours limitée par la différence entre les pertes d'énergie de la particule incidente et l'éjectile.

Les ensembles de détection utilisés dans les expériences portant sur les études de spectroscopie de noyaux exotiques par réactions directes sont dans la plupart des cas constitués d'un spectromètre magnétique pour sélectionner l'éjectile lourd, d'un ensemble de détecteurs solides à base de Si, Si(Li) pour la détection du noyau de recul de la cible, et d'un ensemble de détecteurs γ , ou d'une combinaison d'au moins deux de ces équipements.

Avant de décrire en détail ces ensembles de détection, nous allons passer en revue les méthodes de production des faisceaux exotiques, les différents types de cible ainsi que les détecteurs de faisceau qui sont des éléments indispensables pour ce type d'expériences.

3. Méthodes de production des faisceaux secondaires

Les deux méthodes de production de faisceaux secondaires sont schématisées sur la figure 3.1.

3.1 Méthode ISOL

Dans la méthode de production en ligne (ISOL : Isotope Separation On Line), un faisceau qui peut être constitué soit de particules légères, telles que p,d, α ou d'ions lourds bombarde une cible épaisse où il est arrêté. Les fragments produits dans les différents

mécanismes impliqués (fragmentation du projectile et/ou de la cible dans le cas des ions lourds à haute énergie, spallation dans le cas des particules légères à haute énergie, fission induite par neutrons ou ions légers) sont également arrêtés dans la cible. Ils sont neutralisés et les atomes neutres diffusent hors de la cible, qui est portée à haute température (de l'ordre de 2000°C) pour augmenter l'efficacité de diffusion. Ils doivent ensuite effuser à travers le tube de transfert avant d'arriver dans une source d'ions pour être ré-ionisés. Tous ces processus prennent un certain temps et les installations ISOL sont donc limitées à la production de noyaux exotiques de durée de vie relativement longue, typiquement supérieure à 100 ms. De plus la probabilité de diffusion et d'effusion dépend très fortement de la nature chimique des noyaux, les plus faciles à produire étant les gaz rares, les plus difficiles les éléments réfractaires.

Pour les expériences portant sur les réactions nucléaires, ces faisceaux radioactifs doivent ensuite être ré-accelérés. Les énergies atteintes sont à l'heure actuelle rarement supérieures à 25 MeV/nucléon.

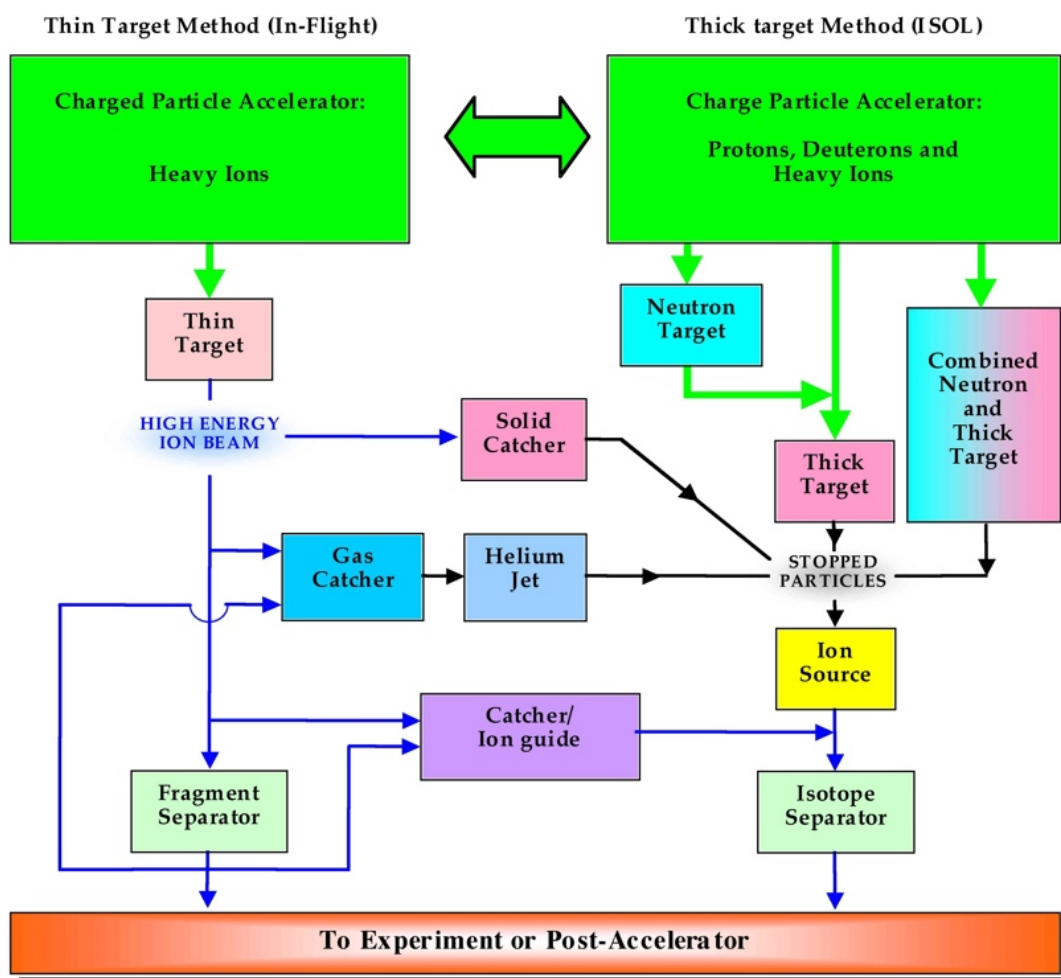


Figure 3.1 : les différentes méthodes de production de faisceaux secondaires [Vill]

Les principales installations fournissant des faisceaux secondaires post-accelérés sont :
— en Europe :

- CRC Louvain-la-Neuve (www.cyc.ucl.ac.be) avec un faisceau primaire de protons de 30 MeV, et un cyclotron post-accelérateur,

- SPIRAL qui utilise les faisceaux primaires d'ions lourds produits par GANIL (www.ganil.fr/research/developments/spiral/) et ré-accélère les secondaires avec le cyclotron CIME à des énergies comprises entre quelques MeV/nucléon et 25 MeV/nucléon, en fonction de leur rapport A/Q.

- CERN/REX-ISOLDE où le faisceau primaire du PS booster (protons de 1 GeV, 2 μA) est utilisé depuis 1989 pour produire des noyaux exotiques à très basse énergie à l'installation ISOLDE. Plus récemment, l'installation REX-ISOLDE permet de les ré-accélérer à des énergies de l'ordre de 3 MeV/nucléon avec un post-accélérateur linéaire supraconducteur (www.cern.ch/ISOLDE/).

— aux USA et au Canada :

- Holifield Radioactive Ion Beam Factory (HRIBF, www.phy.ornl.gov/hribf/) à Oak Ridge, avec l'injecteur ORIC, cyclotron accélérant des ions légers à quelques dizaines de MeV. La particularité de cette installation est l'utilisation d'un Tandem post-accélérateur qui requiert une cellule d'échange de charge pour injecter des ions chargés négativement à l'entrée du Tandem. HRIBF est la première installation au monde qui ré-accélère des fragments de fission produits dans une cible de Carbone d'Uranium.

- ISAC/ISAC2 à Vancouver : utilise le faisceau de protons de 500 MeV produit par le cyclotron de TRIUMF. L'installation ISAC2 a démarré au début 2007 et permet d'atteindre des énergies de l'ordre de 5 MeV/nucléon grâce au post-accélérateur linéaire supraconducteur (www.triumf.ca)

3.2 Méthode en vol

Dans la méthode de production en vol (in flight), un faisceau d'ions lourds à haute énergie (≥ 50 MeV/nucléon) bombarde une cible de production mince où le faisceau perd une partie relativement faible de son énergie. Le matériau de la cible est en général du Be, C, Ni ou Ta.

Les fragments secondaires sont produits par fragmentation du projectile dans la cible et sortent de cette cible avec une vitesse proche de celle du faisceau incident et une ouverture angulaire de l'ordre de quelques degrés. Ils doivent donc être refocalisés pour être conduits jusqu'à la cible de réaction sans pertes excessives.

Dans les installations de production en vol, la cible de production est donc suivie par un spectromètre magnétique de bonne acceptance angulaire et en moment, qui permet aussi de sélectionner les fragments d'intérêt parmi tous les noyaux produits dans la cible de production. Cette purification du faisceau est réalisée, d'une part, grâce à la sélection magnétique des dipôles qui sélectionnent les fragments vérifiant la relation :

$$B\rho = \gamma Mv/Q$$

et d'autre part, grâce aux propriétés des pertes d'énergie dans les matériaux. En effet, en insérant un dégradeur achromatique au plan focal dispersif, les pertes d'énergie des ions dans la feuille du matériau constituant le dégradeur vérifient la relation :

$$\Delta E \approx MZ^2/E$$

Un dégradeur placé entre les deux dipôles d'un spectromètre permet de sélectionner un nombre de noyaux relativement restreint. Les calculs de ce type de processus sont effectués avec des codes tels que LISE++ (www.msu.nscl.gov/lise).

Les principales installations utilisant la méthode de production en vol sont :

- en Europe : GSI en Allemagne (www.gsi.de) avec le spectromètre FRS, GANIL en France (www.ganil.fr) avec les spectromètres Alpha et LISE3, et Dubna en Russie (www.jinr.ru) avec le spectromètre ACCULINNA
- aux USA : MSU/NSCL (www.msu.nscl.gov) avec le spectromètre A1900
- au Japon : RIKEN (www.nishina.riken.jp) avec le spectromètre RIPS

La figure 3.2 présente un schéma du spectromètre A1900 utilisé au MSU/NSCL pour le transport et illustre la sélection des faisceaux secondaires produits par un faisceau primaire de ^{86}Kr . Les trois figures d'identification permettent d'apprécier la qualité de la purification, entre :

- la cible de production, à gauche, où tous les noyaux plus légers que le ^{86}Kr sont présents,
- puis au niveau du dégradeur achromatique, au centre, où une première sélection a été effectuée par la première section du A1900,
- et enfin à la fin de la purification, à droite, où le faisceau secondaire ne contient plus que le seul le ^{78}Ni . Dans ce cas particulier, la transmission du spectromètre pour le ^{78}Ni atteignait 65%.

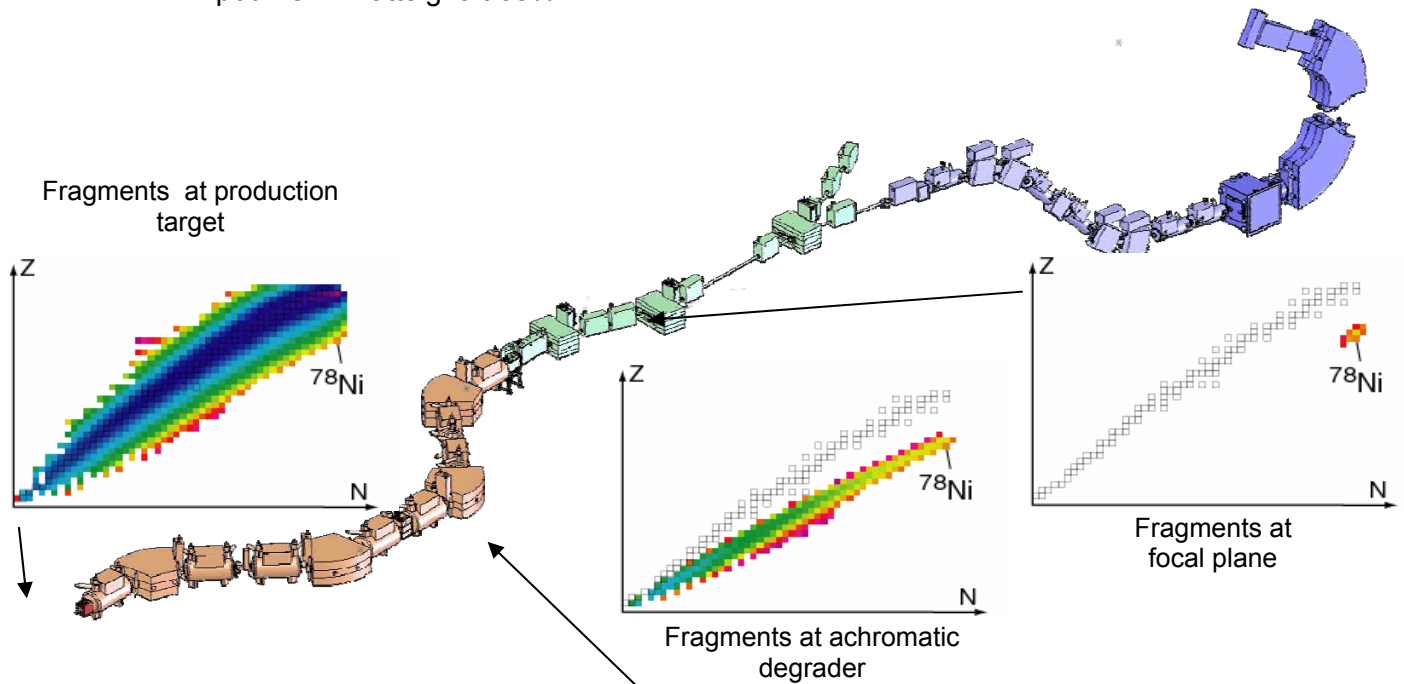


Figure 3.2 : Méthode de sélection pour la fragmentation en vol [Gla].

Le principal avantage de la méthode de production en vol, par rapport à la production ISOL est que la seule limite au temps de vie des noyaux exotiques est liée au temps de vol entre la production et la cible de réaction, en général de l'ordre de la microseconde, ce qui permet donc en principe d'étudier tous les noyaux de durée de vie supérieure à cette limite, et de plus, sans contrainte liée à la chimie intrinsèque à la méthode ISOL.

En revanche, les qualités optiques des faisceaux produits par méthode en vol, sont très médiocres par rapport aux faisceaux post-accélérés qui ont, en principe, des émittances (produit de la taille du faisceau par sa divergence angulaire $\varepsilon = \pi \Delta x \cdot \Delta \theta$ exprimée en mm.mrad), pratiquement aussi bonnes que celle des faisceaux primaires.

La figure 3.1 illustre aussi les possibilités de « coupler » les 2 types de méthodes pour ne garder que les avantages de chacune. Ainsi en produisant les noyaux exotiques en vol, puis en les ralentissant dans des catchers, solides ou gazeux, et enfin en ré-accélérant les faisceaux secondaires ainsi produits, on peut s'affranchir des limites de la méthode ISOL liées au temps de diffusion dans la cible, et obtenir des faisceaux secondaires de bonne qualité optique [Vill].

3.3 Les machines de demain

Plusieurs nouveaux ensembles accélérateurs très ambitieux sont en projet à l'heure actuelle, ou viennent de démarrer.

Au Japon, RIBF (Figure 3.3, <http://www.nishina.riken.jp>) a accéléré son premier faisceau en décembre 2006, et réalisé la première expérience avec un faisceau d' ^{238}U en avril 2007 à RIKEN. L'originalité de cet ensemble accélérateur réside dans le nombre et la taille des cyclotrons utilisés pour atteindre l'énergie maximale de 350 MeV/nucléon. Les faisceaux primaires sont envoyés sur une cible de production et les faisceaux radioactifs sont sélectionnés avec le séparateur BigRIPS. Les intensités obtenues pour la première expérience sont encore nettement inférieures aux objectifs visés : 1 μA d' ^{238}U à 350 MeV/nucléon, mais les progrès sont en cours, et la construction des nouvelles salles d'expériences au-delà de Big RIPS continue.

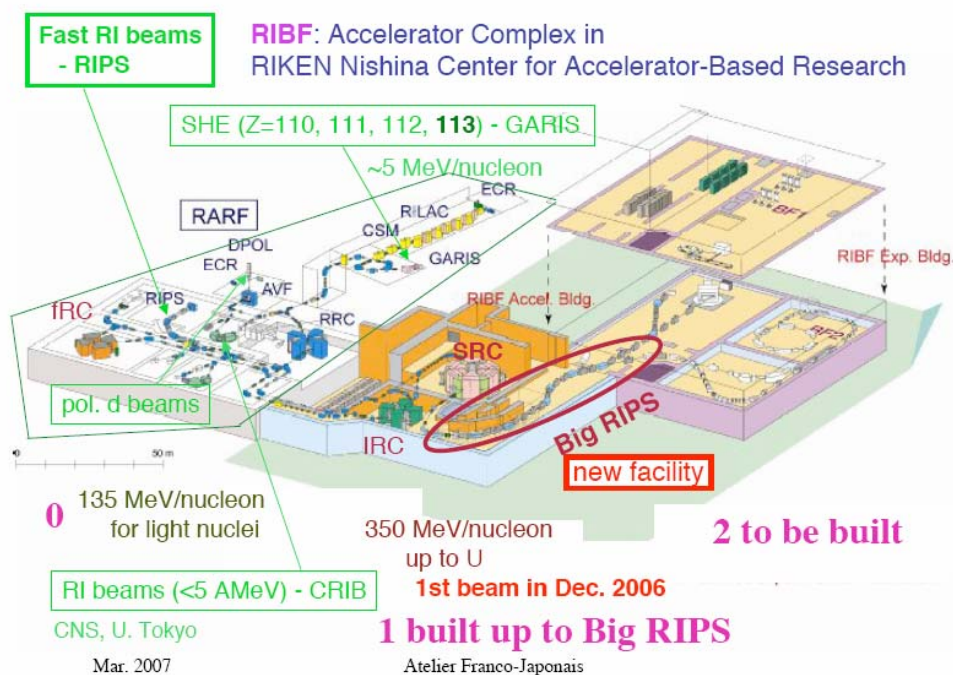


Figure 3.3 : Radioactive Ions Beam Factory à RIKEN, Tokyo, Japon.

Aux Etats-Unis, après l'arrêt du projet RIA (Rare Isotope Accelerator), 2 projets sont en cours actuellement, l'un au MSU (<http://www.nsl.msui.edu/future/isf>) et l'autre à Argonne National Laboratory (<http://www.phy.anl.gov/atlas>). La Figure 3.4 présente le projet de MSU, qui comporte un accélérateur linéaire d'ions lourds pouvant atteindre 200 MeV/nucléon. Cet ensemble est prévu pour produire des faisceaux secondaires en vol, qui seront utilisés soit à haute énergie, soit après décélération dans des catchers. Il est en particulier prévu de ralentir les faisceaux secondaires dans un cyclotron rempli de gaz, où les ions seront décélérés [Bol].

En Europe, la construction de deux nouveaux accélérateurs est planifiée. Selon les recommandations de NuPECC (Nuclear Physics European Collaboration), la nouvelle machine pour la production des faisceaux radioactifs en vol, sera installée au GSI, alors que EURISOL utilisera la méthode ISOL pour produire de nouveaux faisceaux par fission d'une cible de Carbone d'Uranium. EURISOL nécessitant une R&D importante, et n'étant pas financée à l'heure actuelle, des installations intermédiaires, telles que SPIRAL2, devront tester certaines solutions technologiques tout en assurant à la communauté la possibilité d'effectuer des expériences avec de nouveaux faisceaux.

La figure 3.5 présente l'implantation de FAIR (Facility for Antiprotons and Ion Research, <http://www.gsi.de/fair>) à GSI. Le domaine de physique qui sera couvert par la nouvelle machine dépasse largement le cadre de la physique nucléaire des faisceaux radioactifs,

avec de vastes programmes sur la physique avec les antiprotons, la structure du nucléon, le plasma de quark et de gluons et la physique des plasmas, entre autres. Pour la partie des ions radioactifs, l'objectif visé est d'atteindre 10^{12} pps d' ^{238}U à 1 GeV/nucléon. Ceci correspond à une augmentation d'intensité de presque 3 ordres de grandeur par rapport à GSI actuel.

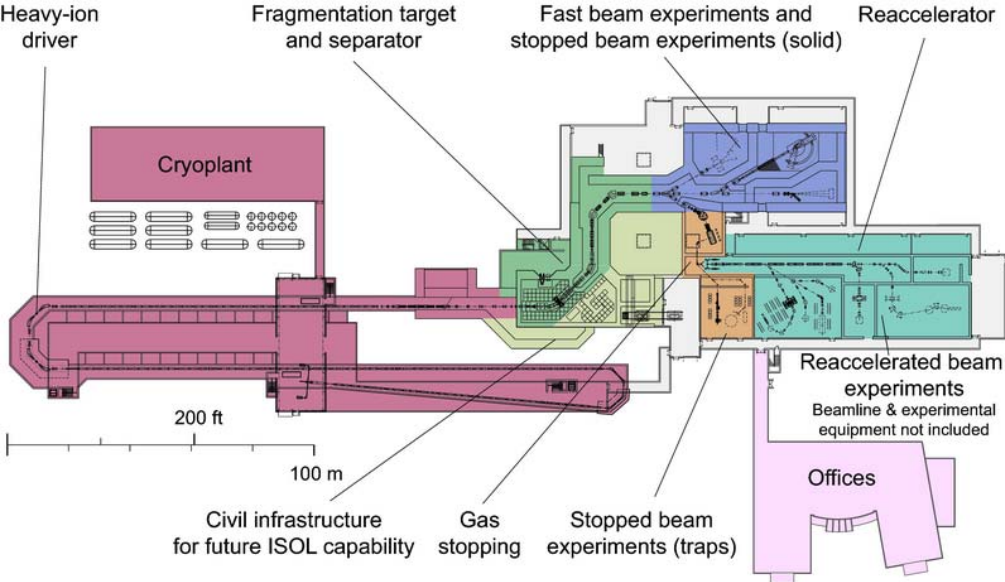


Figure 3.4 : Projet ISF (Isotope Science Facility) à MSU-NSCL.

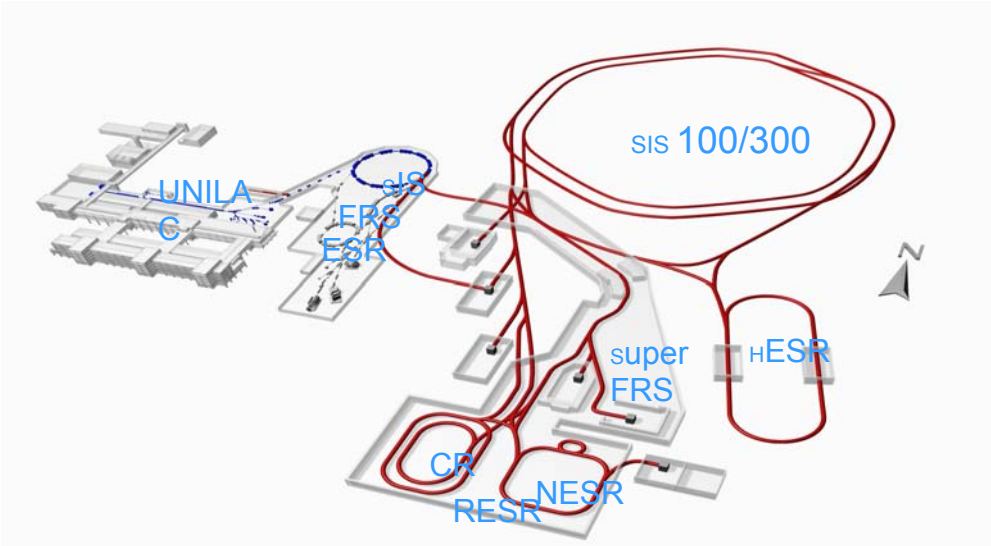


Figure 3.5 : FAIR à GSI.

SPIRAL2 (<http://www.ganil.fr/research/developments/spiral2>, Figure 3.6) est basé sur un accélérateur driver supraconducteur, permettant d'accélérer des deutons de 40 MeV à très haute intensité, jusqu'à 5 mA. Il permet aussi l'accélération d'ions lourds avec un rapport A/Q de 3 jusqu'à des énergies de 14.5 MeV/nucléon. Les intensités prévues pour les ions légers sont de l'ordre de 1 mAe. La production de faisceaux secondaires est basée en premier lieu sur la fission induite dans une cible de Carbone d'Uranium, par des neutrons rapides, eux-mêmes produits par cassure des deutons sur un convertisseur. Le but visé est d'atteindre 10^{14} fissions/s. Les intensités attendues pour les ions radioactifs produits dans la gamme des masses entre 60 et 140 seront comprises entre 10^6 et 10^{10} pps, dépassant d'un ou deux ordres de grandeur les machines existantes. Ils pourront être utilisés directement après l'extraction de la source d'ions à très basse énergie, dans la salle DESIR (Decay, Excitation and Storage of Radioactive Ions), soit après post-accélération dans le cyclotron CIME. Les énergies des fragments de fission atteindront 7 ou 8 MeV/nucléon pour les états de charge les plus produits par le booster de charge, des énergies légèrement plus élevées seront disponibles pour des états de charge plus élevés et moins favorables, conduisant à des intensités de faisceaux secondaires plus faibles. La palette des faisceaux secondaires disponibles avec SPIRAL2 sera complétée par des noyaux légers exotiques produits par réaction de transfert et par des noyaux pauvres en neutrons, proches de la drip-line protons, produits par réaction de fusion-évaporation par méthode ISOL. Tous ces nouveaux noyaux post-accélérés seront conduits vers les salles d'expériences du GANIL. Enfin les faisceaux très intenses du LINAG pourront être utilisés dans le nouveau hall d'expériences du LINAG qui comportera 3 salles :

- une salle occupée par le nouveau Super Séparateur Spectromètre S^3 , dédié à l'étude des noyaux super-lourds avec les très hautes intensités du LINAG, mais aussi aux noyaux déficients en neutrons proches de la drip line protons et produits dans ce cas en vol par réaction de fusion-évaporation, et également aux noyaux produits par réactions profondément inélastiques ou réactions de transfert.
- une salle de type n-TOF, dédiée aux expériences avec les neutrons produits par cassure des deutons, pour des mesures de temps de vol ou d'irradiation (NFS : Neutrons for Science)
- une salle pour les recherches interdisciplinaires : physique atomique avec l'étude des collisions ion-ion, et physique de la matière condensée pour des irradiations et des études d'endommagement des matériaux avec les faisceaux très intenses du LINAG.

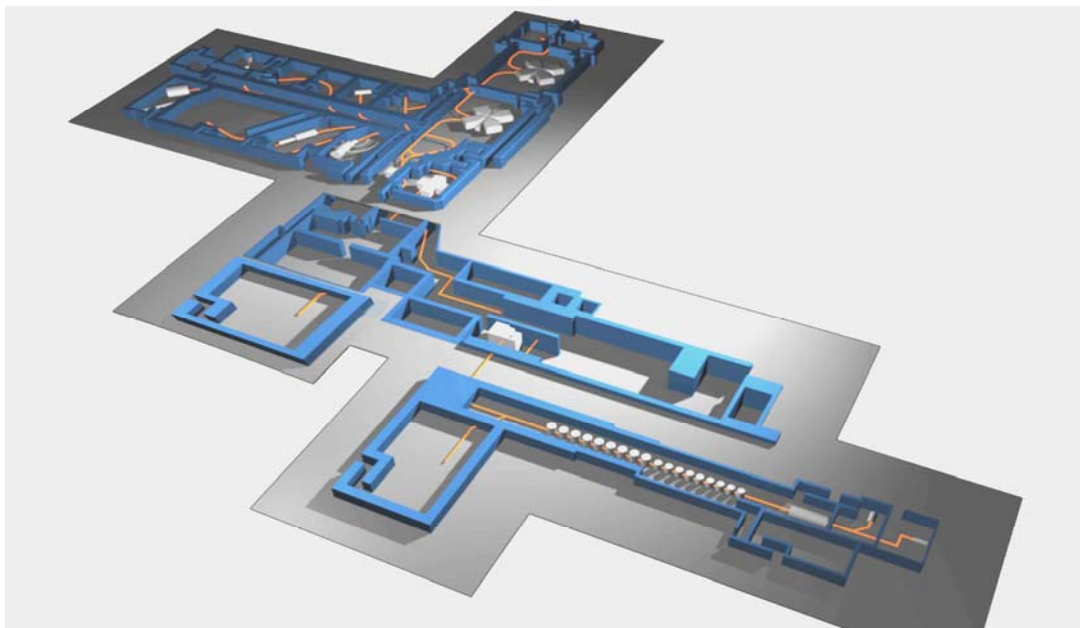


Figure 3.6 : SPIRAL2 à GANIL.

Au niveau européen, l'objectif à moyen terme (2020 ?) est de construire EURISOL (www.ganil.fr/eurisol), dont le schéma de principe est présenté sur la Figure 3.7, et qui combine les deux méthodes de production de faisceaux secondaires : méthode ISOL pour la première étape et méthode de fragmentation en vol des faisceaux secondaires, pour la deuxième étape. Le driver est un accélérateur linéaire supraconducteur pouvant accélérer les protons, deutons, ^3He et les ions H^- jusqu'à une énergie de 1 GeV/Q et à des intensités de 5 mA pour les protons, correspondant à une puissance de faisceau de 5 MW. Le convertisseur pouvant accepter une telle puissance serait un convertisseur de Hg liquide, et les ions exotiques seraient produits par fission induite d'une cible de Carbone d'uranium par les neutrons rapides issus du convertisseur. Plusieurs sorties de faisceaux sont prévues pour alimenter des salles d'expérience utilisant les faisceaux secondaires à basse énergie directement après la source 1+, ou après le charge breeder avec les ions multichargés. La post-accelération des faisceaux radioactifs serait assurée par un deuxième accélérateur linéaire supraconducteur pouvant atteindre une énergie de 100 MeV/nucléon pour les ions tels que ^{132}Sn . Plusieurs sorties sont prévues le long de l'accélérateur à différents endroits pour pouvoir alimenter des salles d'expériences avec des faisceaux de moyenne énergie. Le but ultime est de produire des faisceaux encore plus exotiques par fragmentation des faisceaux secondaires, et d'accéder à des régions de la carte des noyaux encore inexplorées car trop exotiques pour pouvoir y accéder en une seule étape de production.

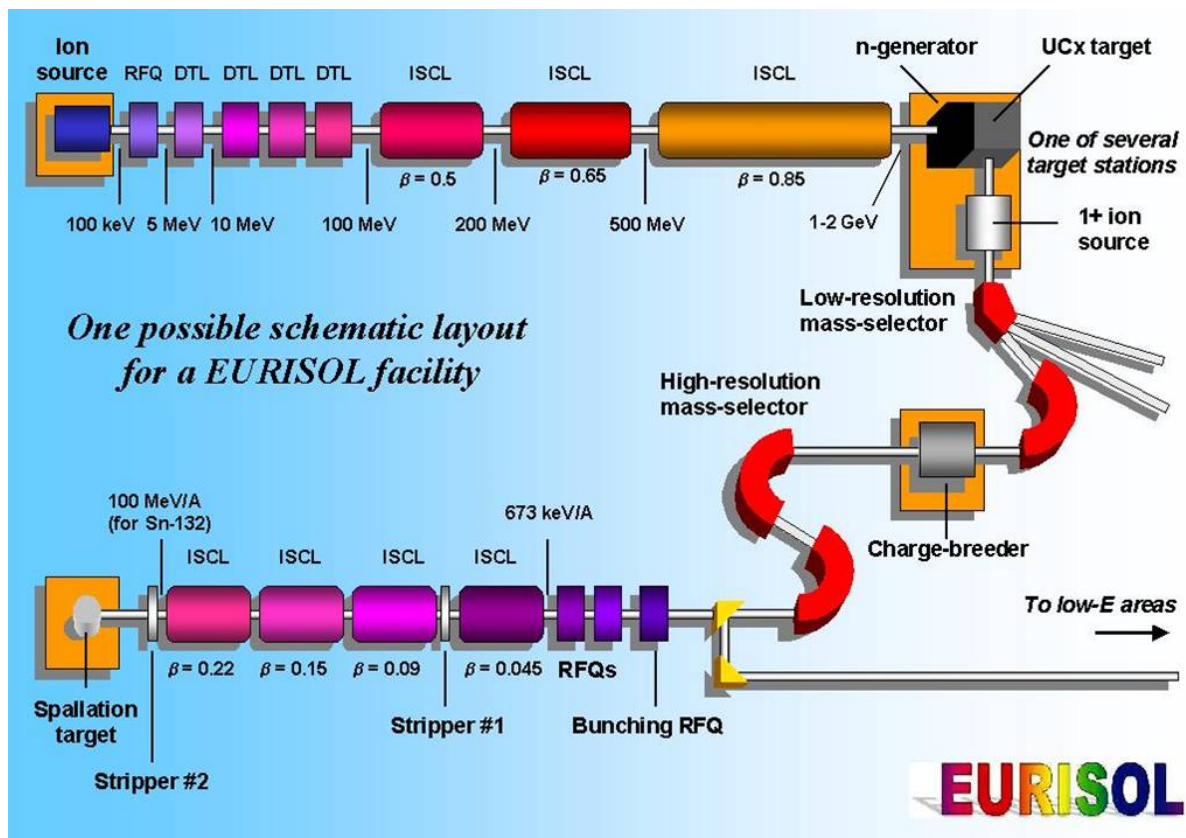


Figure 3.7 : Le concept d'EURISOL.

4. Les cibles

Comme indiqué plus haut, les cibles utilisées dans la plupart des expériences réalisées à ce jour sur les réactions directes sont des cibles légères de structure relativement simple : proton, deuton, α .

Pour les protons ou les deutons, on peut utiliser du polyéthylène $(\text{CH}_2)_n$ ou $(\text{CD}_2)_n$ respectivement, mais ces composés présentent l'inconvénient de contenir du Carbone, qui est susceptible de produire un bruit de fond qui va perturber la mesure d'intérêt. De plus, pour une même perte d'énergie, une cible de CH_2 contient environ 3 fois moins d'atomes de d'hydrogène qu'une cible pure. L'étude des réactions directes induites par des faisceaux secondaires en cinématique inverse nécessitant, d'une part, des cibles les plus épaisses possibles pour compenser la faible intensité des faisceaux secondaires, et d'autre part la mesure de particule de recul de très faible énergie, on comprend que l'utilisation de cibles pures est à privilégier par rapport à l'utilisation de cibles composites. Toutefois, l'hydrogène, le deutérium et l'Hélium étant gazeux aux conditions normales de température et de pression, les épaisseurs requises pour avoir un nombre d'atomes suffisant correspondent à des dimensions incompatibles avec les systèmes de détection utilisés : 1 mg/cm² d'hydrogène correspond à une cible de 11 cm d'épaisseur à pression atmosphérique, et à température ambiante. Une manière d'augmenter la densité des cibles et donc de réduire leur épaisseur exprimée en cm, est de baisser leur température.

De nombreux développements ont été réalisés sur les cibles cryogéniques pour obtenir des cibles de protons ou deutons pures. La cryogénie est également nécessaire pour l'Hélium. Les figures 4.1 et 4.2 présentent 2 cibles cryogéniques construites au GANIL. La première (figure 4.1) utilise une tête de pompe cryogénique et permet de descendre à des températures de l'ordre de 12K. Elle a été utilisée dans plusieurs expériences de transfert à 30K [Kor01,Kor03], où l'hydrogène et le deutérium sont encore gazeux, mais où leurs densités sont 10 fois supérieures à celles obtenues à 300K. Elle a également été utilisée dans une expérience de mesure de sections efficaces de réaction par la méthode de transmission, avec de l'hydrogène liquide, à des températures voisines de 13K [Vis]. Cette cible comporte deux porte-cible d'épaisseur 5 et 10mm, correspondant à des épaisseurs pouvant atteindre 35 ou 70 mg/cm² respectivement pour l'hydrogène liquide. Les fenêtres de cette cible sont constituées de Havar de 4.4 μm d'épaisseur, et présentent une courbure sous l'effet de la pression, d'où une épaisseur de cible différente entre le centre et les bords.

Pour résoudre ce problème, une autre cible a été développée, utilisant un doigt froid alimenté par de l'Hélium et fonctionnant à 6K [DoI]. A cette température l'hydrogène est solide. La méthode employée consiste à utiliser une cible avec 3 compartiments, comme indiqué sur la figure 4.2. Le compartiment central est rempli d'hydrogène ou de deutérium, et pendant la durée de la descente en froid, une contre-pression est appliquée en remplissant les deux compartiments latéraux avec de l'Hélium, pour garantir l'homogénéité de la cible centrale. Une fois que le glaçon est formé au centre, l'Hélium peut être retiré. Cette cible a été utilisée avec une épaisseur de 1mm (7 mg/cm² H₂, 17 mg/cm² D₂). Les fenêtres sont constituées de 4 feuilles de Mylar de 6 μm d'épaisseur. En principe, les fenêtres centrales, qui ne sont pas soumises à des pressions importantes pourraient être plus minces, mais les difficultés de montage de la cible n'ont pas permis d'utiliser des fenêtres plus minces. Néanmoins, l'épaisseur totale du Mylar avoisine 3 mg/cm², ce qui reste très compétitif par rapport à l'utilisation de cible composite. La figure 4.3 présente une photo de la cible schématisée sur la figure 4.2, la figure 4.4 montre la même cible à l'intérieur de son écran à 80K, qui sert à limiter les pertes par radiation. Enfin la figure 4.5 présente la cible pendant la descente en froid, à un instant où les 3 phases de l'hydrogène coexistent, solide dans la partie basse, gaz dans la partie haute, et liquide entre les deux.

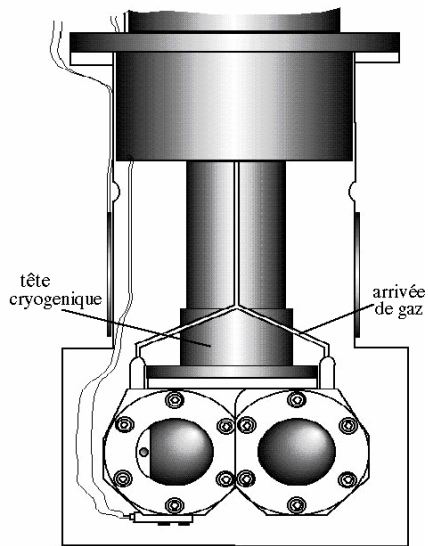


Figure 4.1 : Cible cryogénique pour H_2/D_2 gazeux ou liquide

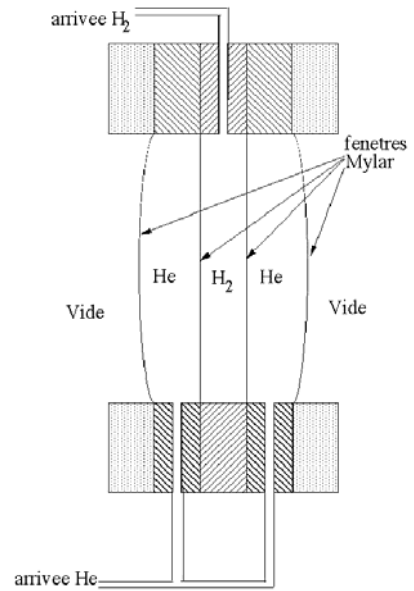


Figure 4.2 : Cible cryogénique pour H_2/D_2 solide

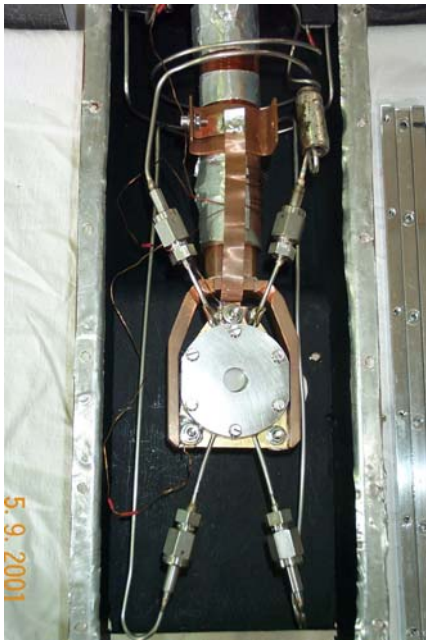
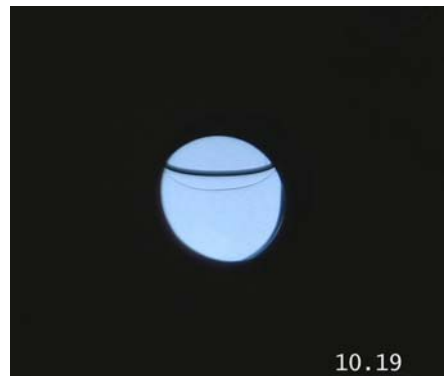


Figure 4.3 : Cible cryogénique pour H_2/D_2 solide



Figure 4.4 : Cible cryogénique pour H_2/D_2 solide

Figure 4.5 : Les 3 phases de l'hydrogène pendant la descente en froid



Une nouvelle technique originale a été récemment développée au laboratoire PELIN de Saint-Petersbourg : l'hydrogène (H_2 ou D_2) est utilisé dans une phase solide amorphe non cristalline à l'entrée d'un bec. Grâce au gradient de température entre l'entrée et la sortie du bec, la glace d'hydrogène est continûment poussée vers l'extérieur du bec, avec la température la plus basse à la sortie.

Un schéma de principe de ce type d'appareillage est présenté sur la figure 4.6. Dans ce cas, un piston est utilisé pour pousser l'hydrogène hors du bec. L'hydrogène sort sous forme de ruban dont l'épaisseur peut varier de 1 à 6 mm, et de largeur 3 à 6 mm. Des développements sont en cours pour diminuer l'épaisseur jusqu'à $100\ \mu\text{m}$. Le piston sera remplacé par une vis sans fin, de manière à obtenir une alimentation continue de la cible.

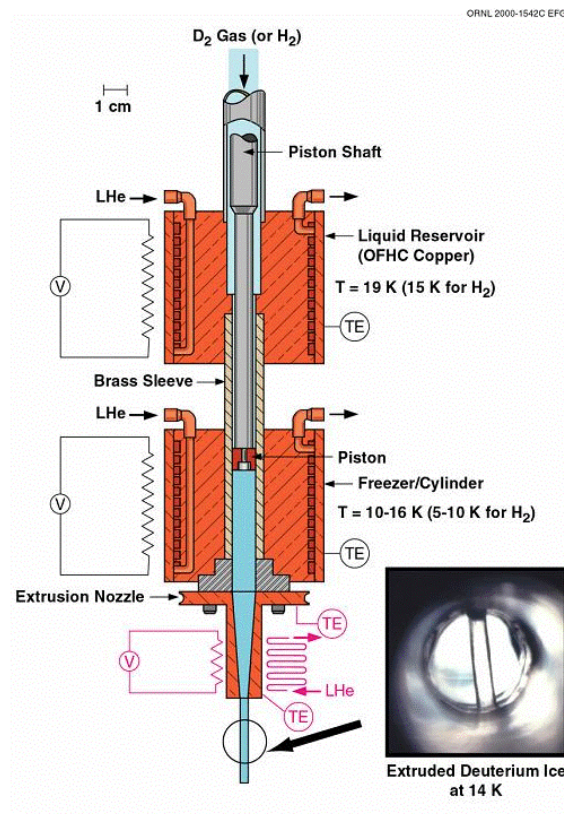


Figure 4.6 : Schéma de l'appareillage pour la fabrication de glaçon d'hydrogène, avec 2 étages. Dans le premier, l'hydrogène est en phase liquide, dans le second, il est en phase solide non cristalline pour permettre de sortir du bec.

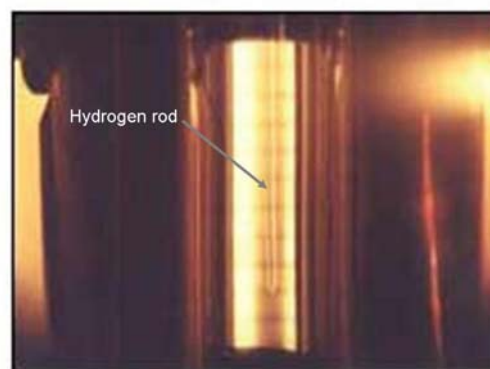


Fig 4.7: Ruban d'hydrogène transparent (au centre de la zone jaune)

Des efforts importants de développement dans le domaine des cibles cryogéniques ont également été faits au Japon. Une cible assez semblable à celle de la figure 4.1 a été construite à RIKEN et utilisée dans plusieurs expériences [Ryu]. D'autres voies ont également été explorées pour éliminer les fenêtres. En particulier une cible sans fenêtre a été construite (Figure 4.8), dans laquelle, des soufflets forment les parois pendant la formation de l'hydrogène solide, puis sont retirés une fois le glaçon formé [Ish].

Enfin une cible de protons polarisés a été construite au CNS Tokyo, à partir de molécules aromatiques [Ues]. L'avantage de ces molécules est que les conditions d'opération sont relativement modestes : il suffit d'un champ magnétique de 0.1 T et d'une température de 100K pour obtenir le phénomène de polarisation (à comparer aux 2.5T et 0.5K pour les cibles conventionnelles). Le matériau de la cible est constitué d'un cristal de naphthalène avec une très faible proportion de pentacène. La polarisation des électrons des molécules aromatiques est obtenue par excitation laser, puis le transfert de polarisation entre les atomes et les noyaux est réalisé par micro-ondes [Ues,Wak]. Une cible de 1 mm d'épaisseur a été construite, et utilisée dans une expérience de diffusion élastique de ${}^6\text{He}$, pour déterminer les caractéristiques du potentiel spin-orbite dans le cas des noyaux à halos. Toutefois, la polarisation obtenue dans ces premières expériences était relativement faible, de l'ordre de 14% [Sak].

Pour terminer cette revue des cibles cryogéniques, mentionnons la cible de tritium construite au JINR Dubna [Yuk] pour des expériences de transfert de 2 neutrons par la réaction (t,p). Cette cible correspond à une activité de 1000 Ci. Lorsque la cible n'est pas en fonctionnement, le tritium est stocké sous forme de composite dans de l' ${}^{238}\text{U}$. Il peut être libéré par élévation de température à 700K. Il est ensuite refroidi à la température voulue, et stocké dans une triple enceinte de confinement : la première enceinte est formée par les fenêtres W1 et W2 de la figure 4.9, la deuxième par les fenêtres WP1 et WP2 qui isolent un volume de sécurité relié à un piège de Titane (G1), le Titane permettant d'absorber une très grande quantité de tritium au cas où la première enceinte serait endommagée. Les fenêtres sont constituées d'acier inoxydable de 12 μm d'épaisseur. Enfin la troisième enceinte est constituée par la chambre à réaction.

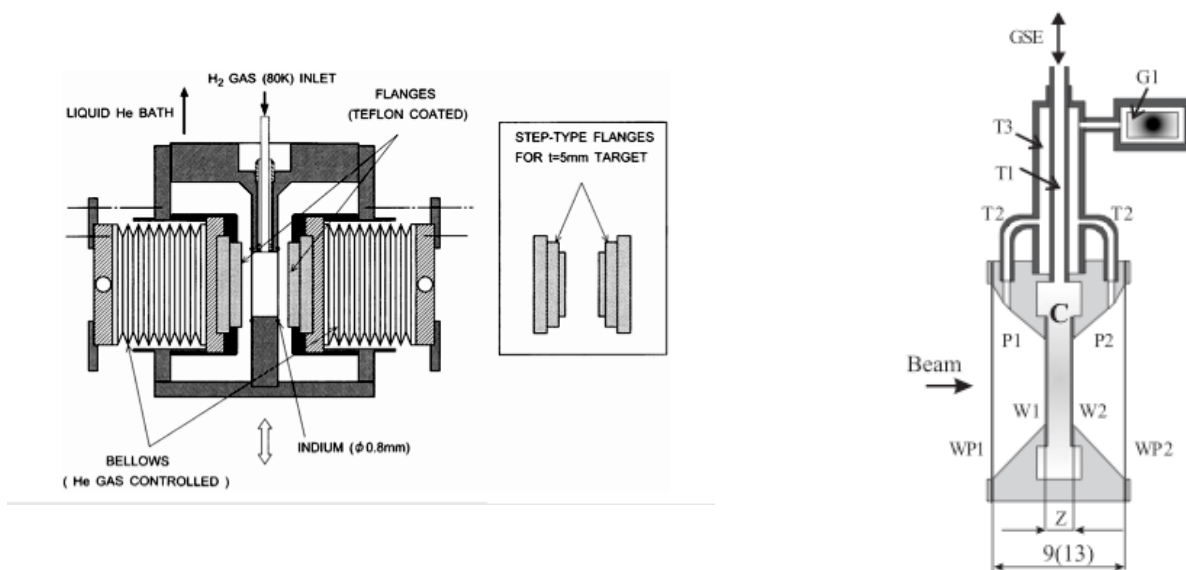


Figure 4.8 : Cible sans fenêtre du CNS Tokyo Figure 4.9 : Cible de Tritium du JINR Dubna

5. Détecteurs de faisceau

Les détecteurs de faisceaux sont des instruments qui ont été développés spécifiquement pour les expériences avec les faisceaux secondaires. Plusieurs types de détecteurs peuvent être utilisés, pour répondre aux différentes exigences des expériences :

- compter le faisceau incident : les faisceaux secondaires ont des intensités beaucoup plus faibles que celles des faisceaux primaires, souvent de plusieurs ordres de grandeur, et les méthodes utilisées pour mesurer les intensités pour les faisceaux primaires avec des cages de Faraday ne sont pas utilisables.
- identifier les différents ions incidents quand le faisceau n'est pas pur.
- reconstruire les trajectoires incidentes si l'expérience nécessite une bonne mesure de l'angle de diffusion. Les expériences portant sur les réactions directes nécessitent la mesure des distributions angulaires des partenaires après la réaction, avec une bonne précision angulaire, de l'ordre du dixième de degré. Pour obtenir l'angle de diffusion, il faut connaître non seulement l'angle de détection des noyaux après la réaction, mais aussi l'angle d'incidence des particules du faisceau, qui peut atteindre des valeurs élevées dans le cas des faisceaux secondaires. De plus, les faisceaux secondaires peuvent avoir des dimensions importantes au niveau de la cible, et il est alors important de déterminer la position des particules incidentes sur la cible, puisque cette position intervient aussi dans le calcul de l'angle de diffusion des particules en voie de sortie. Il faut donc reconstruire événement par événement les trajectoires incidentes sur la cible.

Les détecteurs de faisceau doivent donc

- être capables de supporter des taux de comptage relativement importants. A l'heure actuelle 10^6 pps est une limite difficile à franchir.
- être suffisamment peu interceptifs pour ne pas perturber le faisceau incident. Aux énergies supérieures à quelques centaines de MeV/nucléon, cette contrainte n'est pas très forte, et des détecteurs tels que des scintillateurs en plastique ou des détecteurs de diamant peuvent être utilisés. En revanche à basse énergie, la situation est beaucoup plus critique, et les seuls détecteurs utilisables sont les détecteurs gazeux : chambres à dérive, PPAC (Parallel Plate Avalanche counters), MWPC (Multiwire Proportional chamber), ou systèmes à galettes de microcanaux. Les épaisseurs typiques sont de l'ordre de $1\text{mg}/\text{cm}^2$ pour les détecteurs gazeux et peuvent descendre à $100\ \mu\text{g}/\text{cm}^2$ pour les feuilles de Carbone qui interceptent le faisceau dans les systèmes à galettes.
- avoir une efficacité proche de 100%
- pour les mesures d'angles, les résolutions angulaires nécessaires sont de l'ordre de 1 mrad, ce qui peut être obtenu en utilisant 2 détecteurs séparés de 1 m ayant chacun une résolution en position de 1 mm.

A titre d'exemple, les détecteurs de faisceau les plus couramment employés au GANIL sont les CATS (Chambres à Trajectoires de Saclay, [Ott]), représentés sur la Figure 5.1 et photographiés sur la Figure 5.2. Ils sont constitués d'une chambre multifils (MWPC) de $7\times 7\text{ cm}^2$, remplis d'isobutane à des pressions qui peuvent être comprises entre 6 et 15 torrs. Le détecteur est constitué d'une anode centrale formée de 71 fils qui collecte les électrons et fournit un signal temps. Cette anode est placée entre deux cathodes constituées de 28 bandes aluminisées, et disposées perpendiculairement, qui permettent d'obtenir une mesure de position horizontale et verticale. Les positions sont obtenues par détermination des centres de gravité des charges ioniques collectées. Une résolution en position meilleure que le mm peut être obtenue.

L'utilité de ces détecteurs est illustrée sur la Figure 5.3. La partie haute de la figure présente à gauche la corrélation cinématique angle-énergie obtenue pour le proton de recul, et à droite le spectre reconstruit pour le ^{11}C , sans prendre en compte les angles incidents me-

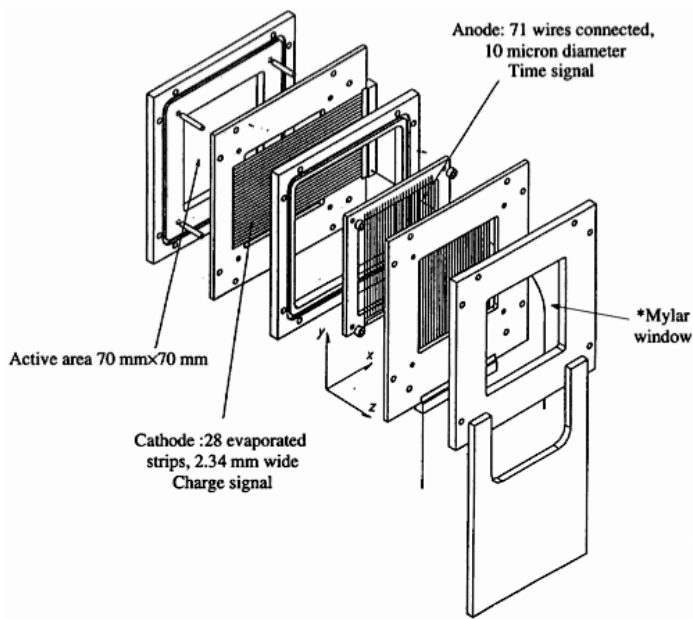


Figure 5.1 : Schéma d'un CATS

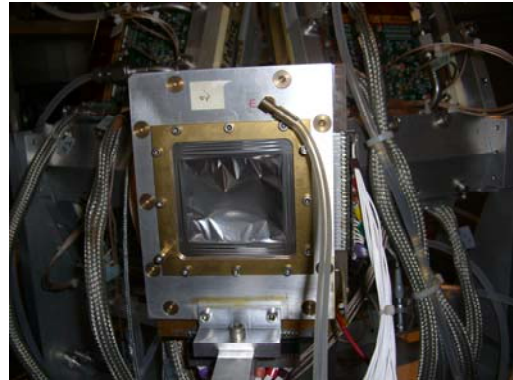


Figure 5.2 : Photographie d'un CATS

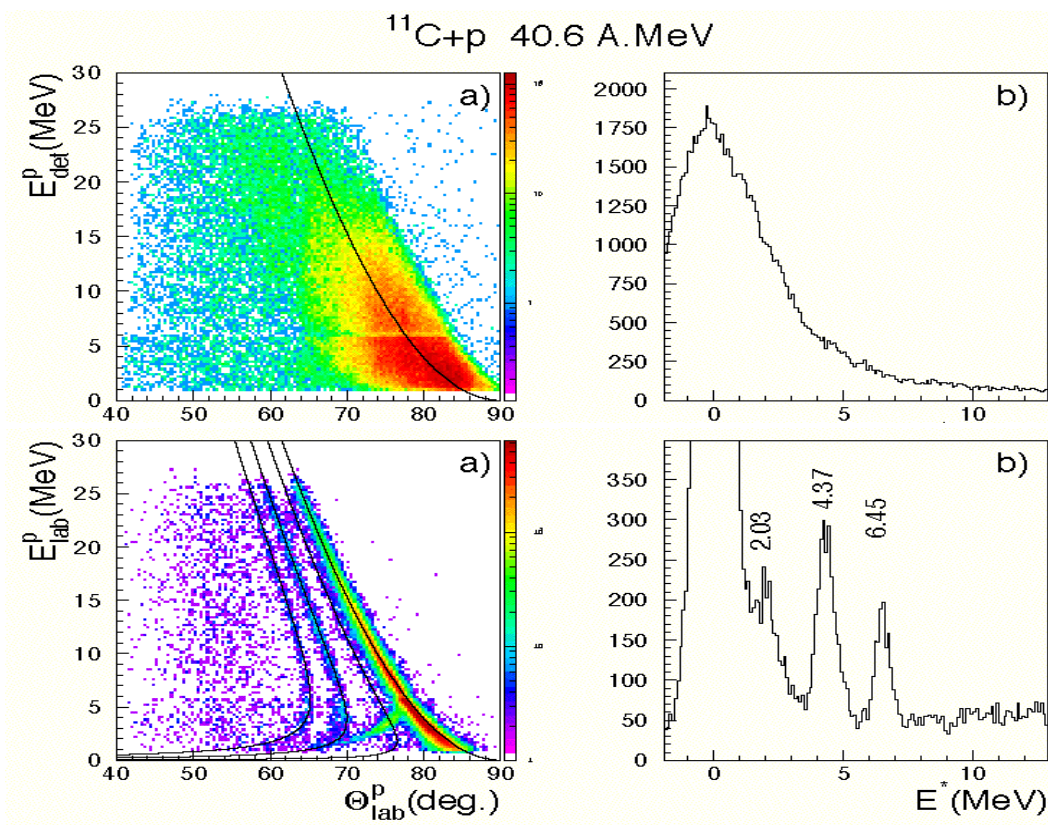


Figure 5.3 : Illustration de l'effet des détecteurs de faisceau sur les spectres mesurés pour la particule de recul dans la diffusion élastique et inélastique $^{11}\text{C}+p$ (voir texte).

-surés avec les détecteurs de faisceau et la position de la particule incidente qui détermine l'angle de diffusion : aucune structure n'apparaît. La partie basse de la figure présente les mêmes spectres, quand l'angle d'incidence est pris en compte : les courbes cinématiques correspondant à la diffusion élastique (qui croise l'axe des énergies à 90° laboratoire) et les diffusions inélastiques sur les premiers états excités du ^{11}C sont clairement visibles. Sur la partie droite de la figure, les pics correspondants à l'état fondamental et aux différents états excités sont également bien séparés [Jou].

Cet exemple illustre clairement le caractère indispensable des détecteurs de faisceau dans ce type d'expérience.

Après avoir passé en revue ce qui concerne la voie d'entrée de la réaction, faisceau, cible et détecteurs de faisceau, nous allons décrire dans la suite la détection des particules de la voie de sortie. Les caractéristiques cinématiques décrites au paragraphe 2 déterminent les dispositifs expérimentaux qui devront être utilisés : spectromètre magnétique pour le fragment du projectile, ensemble de détecteurs solides pour le recul de la cible, avec éventuellement multidétecteur γ pour détecter les rayonnements émis dans la désexcitation. Il faut noter que les expériences complètes couplant les 3 types de détecteurs sont relativement récentes et que jusqu'à très récemment, une large fraction des expériences portant sur les réactions directes n'utilisent au mieux qu'une combinaison de la détection du résidu lourd avec soit le recul léger, soit les rayonnements de désexcitation.

6. Détection du fragment lourd : spectromètre magnétique

En cinématique inverse, le fragment du projectile est émis à très petit angle, donc très proche du faisceau. L'utilisation d'un spectromètre magnétique permet de rejeter le faisceau hors de l'ensemble de détection, et de séparer les fragments d'intérêt grâce à la différence de moment induite par la réaction, suivant la relation :

$$B\rho = \frac{p}{Q}$$

où B est le champ magnétique du dipole du spectromètre, ρ son rayon de courbure, p le moment de la particule d'intérêt et Q son état de charge.

Des éléments d'optique magnétique peuvent être trouvés dans le cours de W. Mittig donné en 1994 à l'Ecole Joliot Curie.

Au GANIL, deux spectromètres sont utilisés dans les expériences portant sur les réactions directes : il s'agit des spectromètres SPEG (Spectromètre à Perte d'Énergie du GANIL), spectromètre permettant de travailler avec une haute résolution [Bian], et VAMOS (Variable Mode Spectrometer) [Sav] spectromètre de très grande acceptation en moment ($\pm 6\%$ par rapport à $\pm 3.5\%$ pour SPEG), et en angle (± 135 mrad par rapport à ± 35 mrad pour SPEG). Les Figures 6.1 et 6.2 présentent une photo et un schéma du spectromètre VAMOS. VAMOS est composé de deux quadrupoles de très grande acceptation, d'un filtre de Wien, d'un dipole et d'un caisson contenant l'ensemble de détection. Son nom provient de la possibilité de l'utiliser dans différents modes, selon que les différents éléments sont alimentés ou non. Le mode le plus couramment utilisé, en particulier dans les expériences sur les réactions directes, est celui où les 2 quadrupoles et le dipole sont alimentés. Le spectromètre peut tourner autour de la cible jusqu'à environ 100°. La plateforme supportant l'ensemble du spectromètre peut également être translaturée pour d'une part, libérer de l'espace autour de la cible et installer des détecteurs auxiliaires, et d'autre part augmenter la rigidité maximale pouvant être acceptée par les deux quadrupoles.

La figure 6.3 présente une photographie de l'ensemble de détection utilisé au plan focal de VAMOS, et constitué dans ce cas : de deux chambres à dérive placées de part et d'autre d'un détecteur à émission d'électrons secondaires (SED), d'une chambre à ionisation, et enfin d'un mur de détecteurs Silicium.

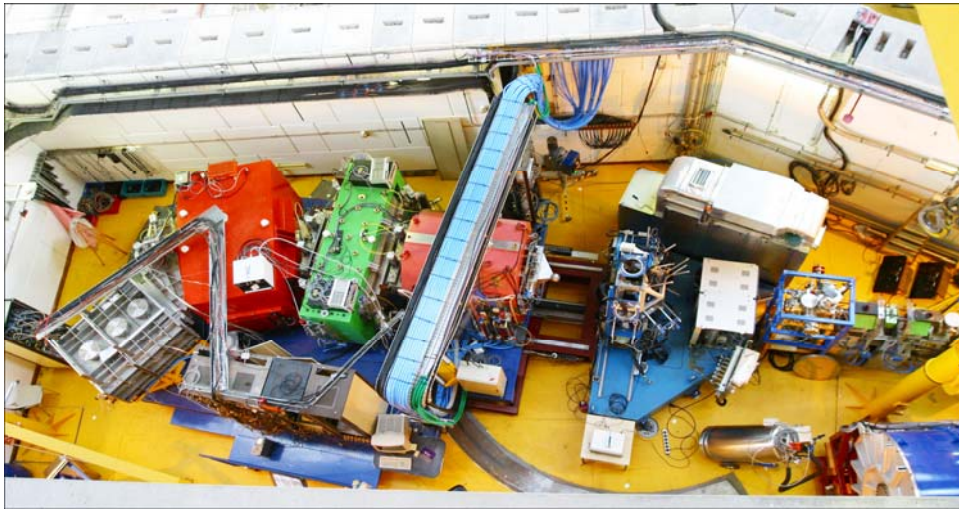


Figure 6.1 : Spectromètre VAMOS. Une partie de la structure d'EXOGAM est installée au point cible. La plateforme de VAMOS est en position reculée.

Figure 6.2 : Schéma de VAMOS

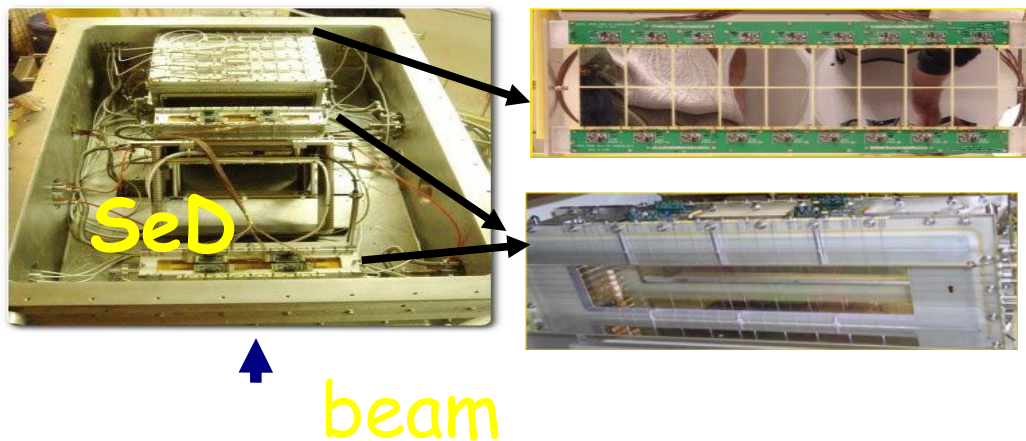
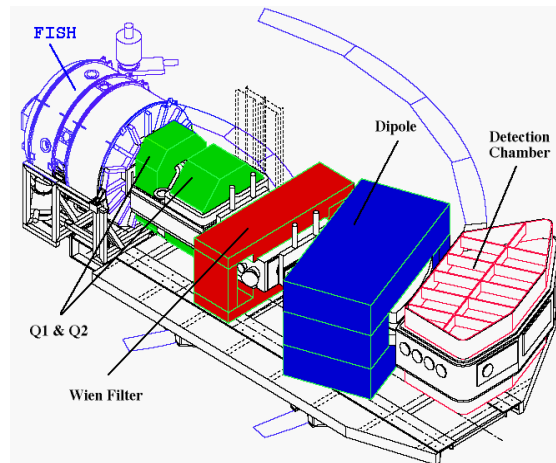


Figure 6.3 : Ensemble de détection au plan focal de VAMOS : les ions traversent dans ce cas, successivement, une chambre à dérive (photo en bas à droite), un détecteur SeD, une deuxième chambre à dérive, une chambre à ionisation, et sont stoppés dans un mur de Si (photo en haut à droite).

Les chambres à dérive permettent la mesure de la position horizontale et verticale des particules pour reconstruire les trajectoires des fragments. La position horizontale est obtenue par reconstruction du centre de gravité de la charge collectée sur les pads de la cathode située sous les fils amplificateurs qui constituent l'anode du détecteur (voir Figure 6.4). La position verticale est obtenue par mesure du temps de dérive des électrons entre un signal start obtenu à partir d'un détecteur rapide (plastique scintillateur ou Si, en général utilisé pour la mesure de l'énergie résiduelle) et le signal stop fourni par les fils de la chambre à dérive. La résolution obtenue est de l'ordre de 1 mm pour la position verticale et de 0.2 mm pour la position horizontale. Avec deux chambres à dérive séparée de 10 cm, cela correspond à une résolution angulaire de 2 mrad. La plus grande partie de l'incertitude dans la reconstruction des trajectoires est liée au straggling angulaire dans les feuilles des chambres à dérive. Le gaz utilisé aussi bien sur SPEG que sur VAMOS est de l'isobutane à une pression comprise entre 10 et 20 mb. La tension de la cathode est ajustée pour obtenir une vitesse de dérive de 5 cm/ μ s.

Les autres détecteurs servent à l'identification des ions en charge et masse. Sur SPEG, l'ensemble de détection standard comprend outre les 2 chambres à dérive, une chambre à ionisation et un plastique scintillateur. Sur VAMOS, la détection installée au plan focal est adaptée aux ions que l'on souhaite détecter. Pour les ions relativement légers ($A < 60$) et d'énergie suffisante ($E > 5$ MeV/nucléon), l'ensemble de détection est, comme sur SPEG, constitué de deux chambres à dérive, d'une chambre à ionisation et d'un plastique. Pour les ions plus lourds et/ou plus lents, l'ensemble de détection utilise des détecteurs SED (Secondary Electron Detector), la chambre à ionisation et éventuellement un mur de Si. Les détecteurs SED permettent de minimiser la quantité de matière sur le passage des ions. En effet ils sont constitués d'une feuille très mince placée sur le passage des ions, et inclinée à 45°, sur laquelle les ions vont arracher des électrons. Ces électrons sont collectés sur une chambre multifils à basse pression, placée en dehors des trajectoires, et qui fournit un signal temps et les positions horizontale et verticale.

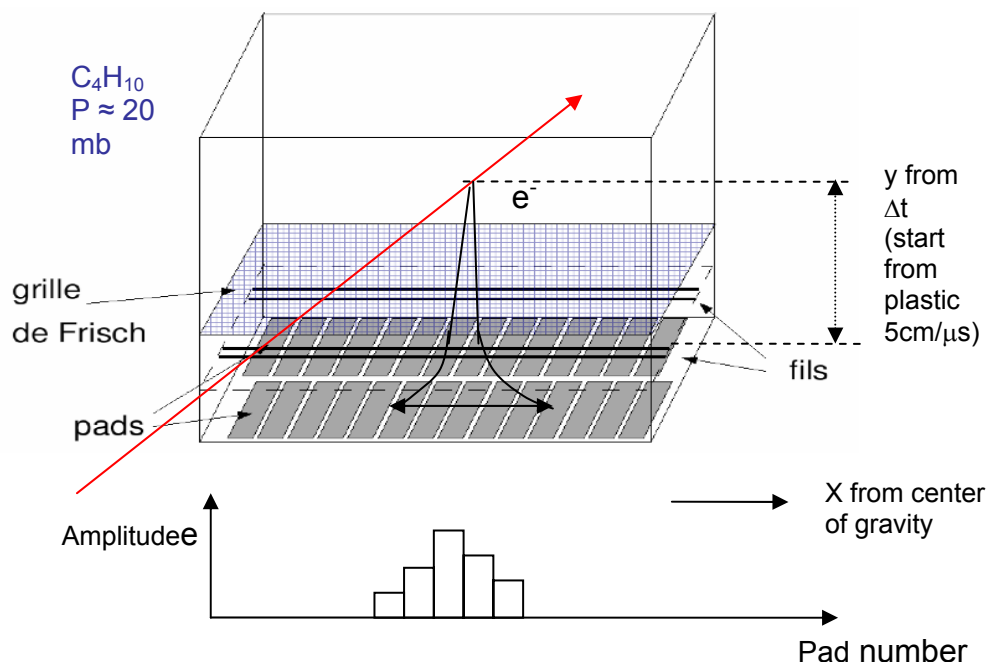


Figure 6.4 : Principe de fonctionnement d'une chambre à dérive

Un problème général avec les spectromètres de grande acceptation est l'augmentation des aberrations optiques. Lors de la conception du spectromètre VAMOS, il est par exemple apparu que la forme des pôles du deuxième quadrupole devait contenir des termes du 7ème ordre, pour corriger certaines aberrations provoquant le croisement des trajectoires au niveau du plan focal et empêchant la reconstruction des trajectoires de manière non ambiguë. En plus de ces corrections « hardware », un important effort de développement de logiciels pour corriger les aberrations restantes a dû être engagé pour l'analyse des expériences sur VAMOS. La figure 6.5 présente l'image d'une grille rectangulaire au plan focal de VAMOS et illustre les importantes aberrations qui doivent être corrigées pour obtenir une image non distordue.

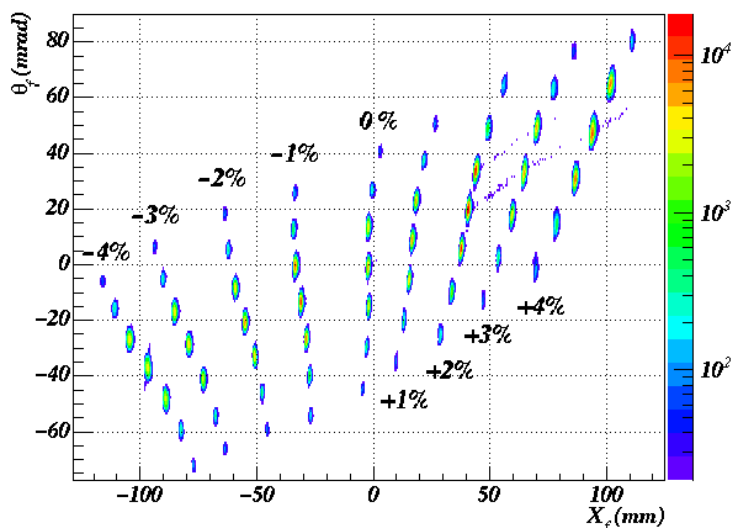


Figure 6.5 : Image d'une grille rectangulaire au plan focal de VAMOS.

Dans le cadre des réactions directes, les spectromètres sont utilisés, comme indiqué plus haut, pour sélectionner les éjectiles d'intérêt et les identifier, mais aussi dans certains cas pour mesurer leur distribution angulaire ou leur distribution en moment.

La Figure 6.6 présente un exemple d'image obtenue au plan focal du spectromètre SPEG lors d'une expérience utilisant un faisceau de ^{10}Be et une cible de CH_2 [Cor97]. Les énergies les plus élevées sont à droite du plan focal, et la courbe la plus à droite correspond donc à la diffusion élastique sur le Carbone de la cible, et celle qui lui est parallèle tout en étant moins intense correspond à la diffusion inélastique sur le premier état excité du Carbone à 4.44 MeV. Finalement la courbe très inclinée la plus à gauche correspond à la diffusion élastique sur les atomes d'hydrogène, pour laquelle la relation cinématique entre l'angle et l'énergie varie très rapidement. A partir de ces données, les distributions angulaires sont obtenues en prenant des tranches angulaires et en intégrant le nombre de coups dans chaque tranche. On peut alors en déduire les distributions présentées sur la Figure 6.7, après conversion des angles dans le repère du centre de masse et normalisation absolue des sections efficaces. Les points correspondent aux données expérimentales, les courbes aux calculs effectués dans le cadre du modèle optique avec la paramétrisation CH89 du potentiel proton-noyau [Var]. Il faut toutefois noter que ce type de mesure est relativement peu utilisé car la résolution angulaire nécessaire est pratiquement impossible à atteindre pour les ions de masse supérieure à 15, et que la détermination d'une distribution angulaire complète nécessite de nombreuses mesures pour différentes valeurs de la rigidité magnétique, en raison de la forte variation de l'énergie en fonction de l'angle. Il est donc préférable de mesurer le noyau de recul léger, comme on le verra au paragraphe 7.

La mesure des distributions en moment est en revanche très couramment utilisée car elle permet d'obtenir des indications sur la structure des noyaux. En effet, selon la relation

d'incertitude de Heisenberg, une distribution en moment étroite du fragment après une réaction de dissociation du neutron de valence indique la présence d'une distribution radiale étendue pour ce dernier neutron, et donc constitue une première indication d'un phénomène de halo ou de peau de neutrons [Han, Orr, Cor, Baye]. La Figure 6.8 illustre ce type de mesure dans la région des noyaux entre le B et le F [Sau]. Certaines de ces distributions (^{14}B , ^{15}C) sont clairement plus étroites que celle des noyaux voisins, avec une FWHM de 56 et 65 MeV/c respectivement, au lieu de 200 MeV/c pour les noyaux « normaux ». Si le ^{14}B semble effectivement présenter une distribution de densité étendue de son neutron de valence, la situation est moins claire pour ^{15}C , pour lequel l'énergie de séparation du dernier neutron est relativement élevée (1.22 MeV) et les sections efficaces de réaction ne présentent pas d'augmentation significative.

Les expériences de ce type sont désormais réalisées en utilisant une coïncidence avec les rayonnements γ émis par le fragment, de manière à clairement différencier l'état fondamental et chacun des états excités (voir paragraphe 9.1.1).

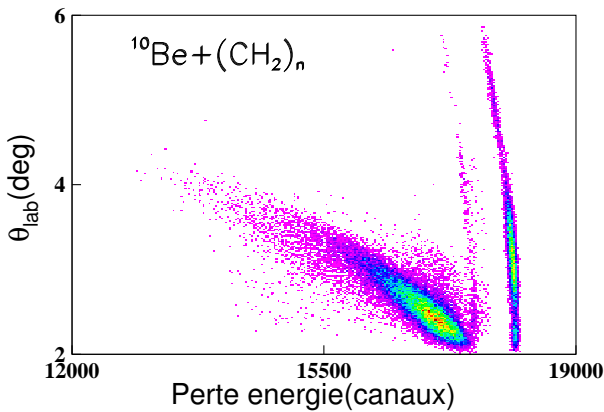


Figure 6.6 : Corrélation cinématique angle de diffusion, énergie pour les ^{10}Be détectés au plan focal du spectromètre SPEG, après diffusion élastique sur une cible de CH2.

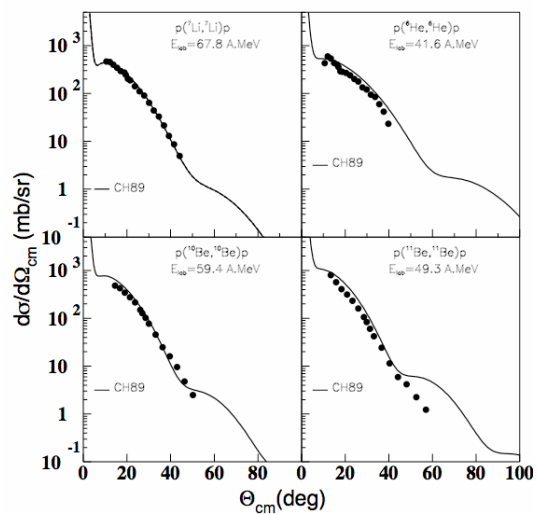


Figure 6.7 : Distributions angulaires de diffusion élastique sur proton déterminées par la mesure des éjectiles lourds au plan focal du spectromètre SPEG.

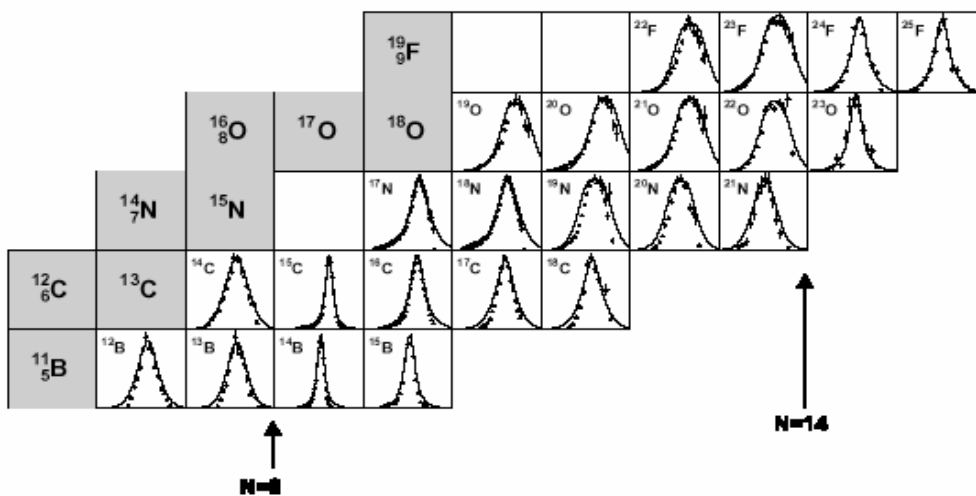


Figure 6.8 : Distributions en moment longitudinal du fragment après réaction de dissociation d'un neutron [Sau]. Les lignes continues correspondent à des calculs dans le cadre du modèle de Glauber [Cars].

7. Détection du recul léger

Les caractéristiques cinématiques du noyau de recul de la cible après réaction, vues précédemment sur la figure 2.2, déterminent l'ensemble de détection qui doit être utilisé :

- selon le type de réaction étudiée, les angles avant dans le centre de masse, où les sections efficaces sont les plus importantes, correspondent à une diffusion du noyau de recul soit vers l'avant (réaction de type pick-up, (p,d),(p,t), (d,³He)...), soit vers l'arrière (réaction de stripping (d,p)), soit encore vers 90° (diffusion élastique et inélastique). Il faut donc disposer d'un détecteur qui permettent de couvrir toutes ces régions, soit en même temps (couverture angulaire proche de 4π , donc détecteur très complet et en général très cher), soit successivement d'où la nécessité de modularité de l'ensemble de détection pour pouvoir le disposer dans différentes configurations.
- Dans toutes ces régions angulaires, l'énergie de la particule légère de recul est très faible et nécessite donc des seuils de détection très faibles.
- En même temps, la mesure des réactions sur une large gamme d'angles, nécessaire pour la détermination de la multipolarité des transitions, requiert une grande dynamique en énergie pour l'ensemble de détection.

7.1- Ensembles de détecteurs solides

Au GANIL, les ensembles MUST, MUST2 et TIARA répondent à ces critères.

MUST [Blu] est un ensemble de 8 télescopes, utilisé depuis la fin des années 1990, constitué chacun :

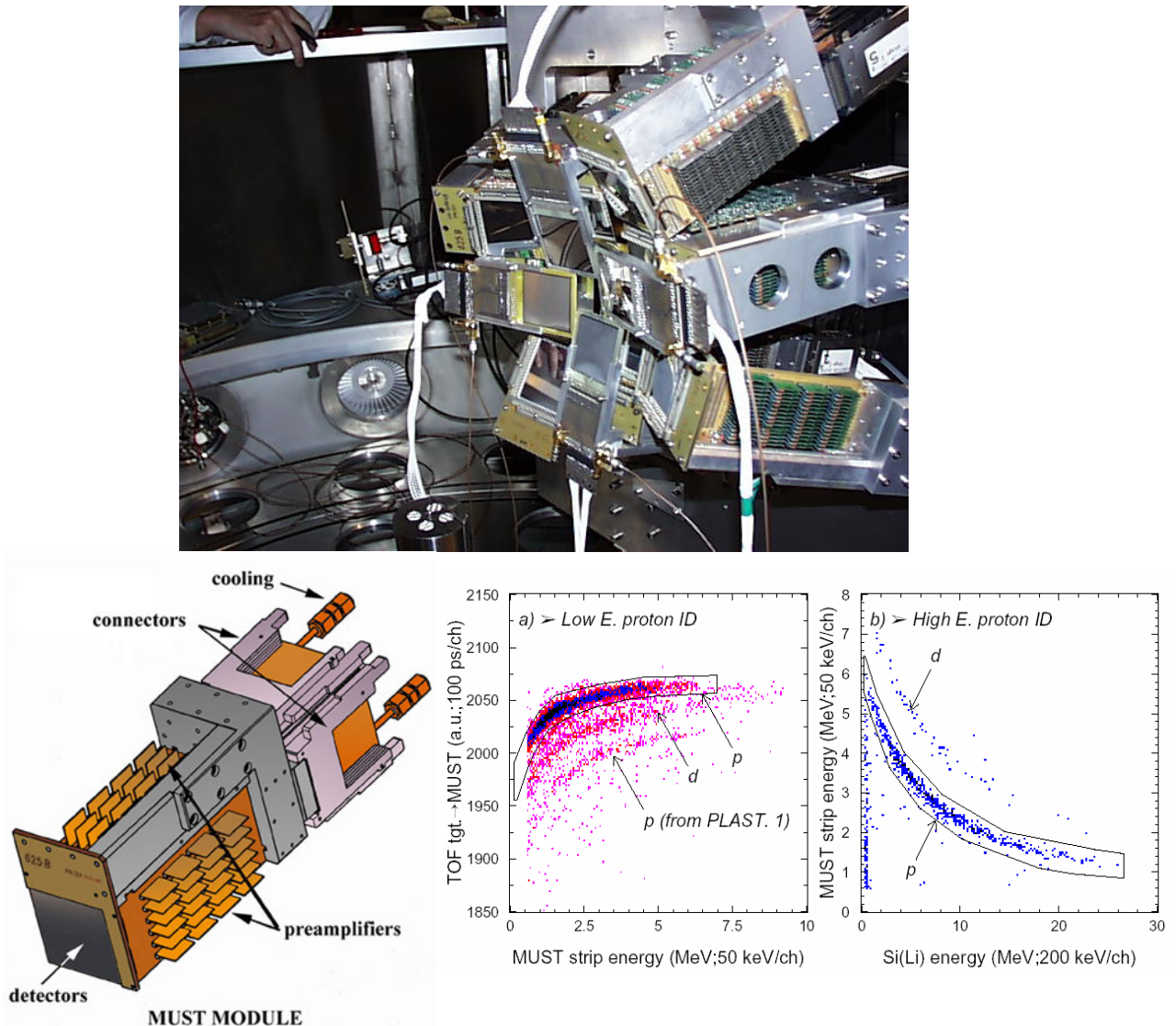
- d'un détecteur Si de 300 μm , construit par CANBERRA, de surface 6x6 cm^2 , permettant la mesure de la perte d'énergie, du temps de vol, et de la position grâce à des strips horizontales et verticales de 1 mm. Les protons de moins de 6 MeV sont stoppés dans ce détecteur et sont identifiés par la méthode Energie-Temps de vol. La résolution intrinsèque en énergie est de 60 keV pour des α de 5 MeV et la résolution en temps est de l'ordre de 500 ps pour un dépôt d'énergie de 2.3 MeV.
- d'un détecteur Si(Li), construit à l'IPN d'Orsay, de 3 mm d'épaisseur permettant la mesure de la perte d'énergie ou de l'énergie résiduelle. Les protons d'énergie comprise entre 6 et 25 MeV sont stoppés dans ce détecteur, pour lequel la résolution en énergie est de 40 keV pour des α de 5 MeV, à température ambiante (forte dépendance en température). Un système de refroidissement est donc indispensable au bon fonctionnement de l'ensemble.
- d'un cristal de Csl, construit par Scionix, de 15 mm d'épaisseur pour la mesure de l'énergie résiduelle pour les particules de plus haute énergie n'étant pas arrêtées dans les deux premiers étages. Les protons de moins de 70 MeV sont arrêtés dans cet étage et peuvent donc être identifiés par la méthode ΔE -E.

La Figure 7.1 présente une photographie de cet ensemble de 8 télescopes disposés de manière à couvrir les angles avant, un schéma d'un télescope, avec les détecteurs suivis de leur électronique embarquée, et du système de refroidissement, et enfin des spectres d'identification typiques obtenus par la méthode (ToF, ΔE) lorsque les noyaux de recul s'arrêtent dans le premier étage du télescope, et par la méthode (ΔE ,E). Pour chaque télescope, les préamplificateurs sont placés au plus près des détecteurs. Chaque strip X et Y fournit une mesure de la perte d'énergie. En revanche, la mesure du temps est globale pour le télescope (OR entre les sorties des discriminateurs). L'encombrement de chaque télescope, bien visible sur le schéma du module MUST en bas à gauche de la figure 7.1 est dû à cette électronique embarquée, constituée pour chaque module de 121 préamplificateurs construits à l'IPN d'Orsay pour les 2x60 strips des détecteurs Si et le détecteur Si(Li). Pour la face d'entrée du détecteur à strips (jonction), des préamplificateurs

de courant sont utilisés pour la mesure de l'énergie et du temps sur chaque strip. Pour la face de sortie, des préamplificateurs de charge sont utilisés pour une résolution en énergie optimum, avec un gain de 20 mV/MeV. Le détecteur Si(Li) est équipé du même type de préamplificateur de charge, alors que le CsI utilise une photodiode Hamamatsu et un préamplificateur de charge fourni par Scionix. Tous les composants ont été optimisés pour une dissipation de puissance minimale. Malgré cette faible consommation, tous les modules doivent être refroidis par un système de circulation d'eau froide à 10°C, pour maintenir une température constante proche de 40°C au niveau des détecteurs.

L'ensemble MUST correspond donc au total à environ 1000 voies d'électronique, pour lesquelles il était impossible d'envisager l'utilisation d'une électronique standard à base de modules NIM ou CAMAC. Un système compact dédié a donc été construit, utilisant le standard VXI (taille D). L'ensemble de l'électronique, comprenant pour chaque voie : amplificateurs, discriminateurs, ADC, plus 4 convertisseur temps-amplitude par télescope, est regroupé dans des modules VXI, à raison d'un module pour un détecteur Si à strips. L'électronique pour les détecteurs Si(Li), le système de pulser interne, et les fonctions logiques nécessaires sont regroupés dans un module dédié.

Figure 7.1 : Ensemble MUST. En bas à gauche, schéma explicatif d'un télescope MUST. En bas à droite, spectres d'identification obtenus par temps de vol-énergie dans le premier étage du télescope, et par ΔE -E dans les détecteurs Si à strips et le Si(Li).



La Figure 7.2 illustre l'efficacité d'un ensemble tel que MUST pour la mesure de particules légères de recul dans les études de réactions directes. L'expérience utilisait un faisceau de ^8He à 15.6 MeV/nucéon produit par SPIRAL au GANIL, et une cible de polypropylène $(\text{CH}_2)_n$ [Ska]. Les réactions de diffusion élastique, inélastique et de transfert (p,d) et (p,t) ont pu être mesurées en même temps. Le spectre central présente les corrélations cinématiques caractéristiques de ces différentes réactions, obtenues par l'identification et la mesure de l'énergie et des angles de diffusion des particules légères de recul (protons, deutons et tritons) issues de la cible. Compte-tenu du caractère binaire de ces réactions, la seule détection de la particule légère suffit à complètement déterminer la réaction et à reconstruire la spectroscopie de l'éjectile même s'il n'est pas lié : c'est la méthode de la masse manquante.

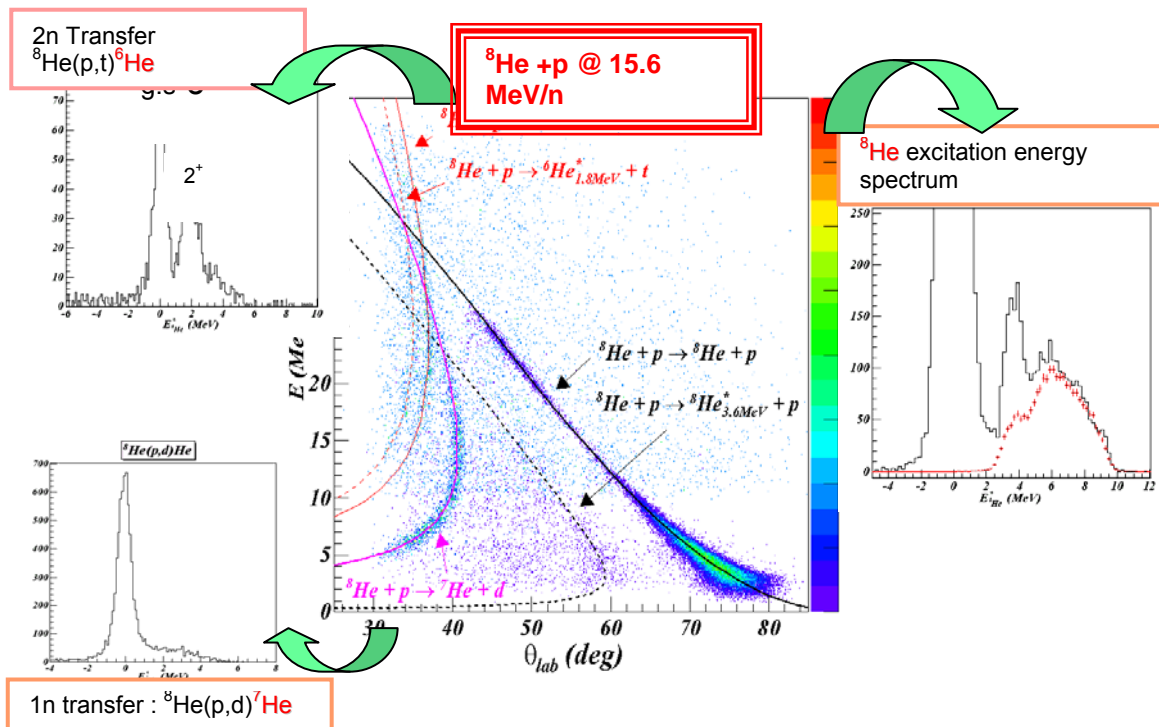


Figure 7.2 : Exemple de résultat expérimental obtenu avec MUST, par détection de la particule légère de recul. Au centre, diagramme cinématique des différentes réactions observées au cours d'une expérience $^8\text{He}+p$. Sur les côtés, reconstruction de l'énergie d'excitation dans le noyau éjectile, pour la réaction de transfert de 2 neutrons $^8\text{He}(p,t)^6\text{He}$ (en haut à gauche), la réaction de transfert de 1 neutron $^8\text{He}(p,d)^7\text{He}$ (en bas à gauche) et la diffusion élastique et inélastique (à droite) [Ska].

Par rapport à MUST, la couverture d'un télescope MUST2 (Figures 7.3 et 7.4) est 3 fois plus importante, la surface d'un détecteur étant passée de $6 \times 6 \text{ cm}^2$ à $10 \times 10 \text{ cm}^2$. La taille des strips est légèrement inférieure (0.7 mm au lieu de 1 mm), assurant une meilleure résolution angulaire. La grande différence est liée à l'électronique utilisée. Pour MUST2, l'électronique est basée sur la technologie des ASICs (Application Specific Integrated Circuit) qui permet d'obtenir des circuits très compacts. Cette évolution était rendue nécessaire d'une part par l'augmentation du nombre de voies entre MUST et MUST2, et d'autre part par les contraintes dues à l'évolution des expériences. En effet, l'ensemble MUST a été utilisé surtout pour les études de noyaux légers très exotiques, où le nombre d'états liés et la densité de niveaux sont relativement faibles. En revanche, pour les noyaux de masse intermédiaire, les études de spectroscopie nécessitent l'utilisation de détecteurs γ en coïncidence, et il faut donc réduire au maximum l'encombrement des détecteurs de particules chargées. La figure 7.1 montre clairement qu'avec l'encombrement lié aux préamplificateurs embarqués sur les télescopes, l'ensemble MUST ne peut pas répondre à ces critères.

Les télescopes de l'ensemble MUST2 sont basés sur le même modèle que ceux de MUST, mais plusieurs modifications ont toutefois été apportées :

- le premier étage est constitué d'un détecteur Si à strips, fourni par MICRON, de taille $10 \times 10 \text{ cm}^2$, d'épaisseur $300 \text{ }\mu\text{m}$, avec 128 strips horizontales sur une face et 128 strips verticales sur l'autre. La résolution intrinsèque est de 40 keV pour des α de 5 MeV.
- Le deuxième étage est constitué de détecteurs Si(Li) comportant 16 régions indépendantes. En raison des difficultés rencontrées au cours de la fabrication de ces détecteurs (matériau, problèmes de diaphonie entre les différentes parties du détecteur, tenue en tension...) l'ensemble MUST2 comprend 2 types de détecteurs Si(Li). Le premier type de détecteurs est fourni par le laboratoire de Jülich, et correspond à 2 détecteurs Si(Li) de 5 mm d'épaisseur de $5 \times 10 \text{ cm}^2$, chacun séparé en 8 pads. Le deuxième type de détecteurs est construit par l'IPN d'Orsay et correspond à 4 détecteurs Si(Li) de 3 mm d'épaisseur de $5 \times 5 \text{ cm}^2$, séparés eux-mêmes en 4 pads, ou non.
- Le troisième et dernier étage est constitué de 16 cristaux de CsI de taille $2.5 \times 2.5 \text{ cm}^2$ et d'épaisseur 2 cm, pour porter la gamme en énergie des protons à 90 MeV. L'objectif de la segmentation du deuxième et troisième étage des télescopes est de pouvoir s'intéresser à des réactions dans lesquelles plus de deux particules chargées sont émises en voie de sortie, comme par exemple, la réaction ($\alpha, {}^6\text{Be}$) où le ${}^6\text{Be}$ se désintègre instantanément en α et 2 protons.

A l'heure actuelle, l'ensemble MUST2 comprend 6 télescopes, dont seulement 4 sont complètement équipés avec les 3 étages de détection.

Comme mentionné plus haut, la grande différence entre MUST et MUST2 est liée à l'électronique utilisée. Pour 6 télescopes, l'ensemble MUST2 correspond à plus de 4000 voies d'électronique, et la gestion de câbles individuels par voie devenait difficile. Il a donc été décidé de passer à la micro-électronique, qui permet l'utilisation de circuits intégrés de haute densité, la lecture multiplexée des données, et un ensemble de Commande&Contrôle en série. La nouvelle électronique liée à MUST2 correspond à 3 types de développements :

- un ASIC, appelé MATE (Must2 Asic for Time and Energy). Comme son nom l'indique, ce circuit amplifie et traite le signal d'entrée pour donner en sortie un signal multiplexé correspondant aux énergies et aux temps de 16 voies. Pour chaque voie, il est constitué d'un préamplificateur de charge, de deux amplificateurs « shaper » et d'un système de « Track&Hold », d'un discriminateur de type « leading edge », et d'un convertisseur temps-amplitude. Ses caractéristiques peuvent être modifiées pour lui permettre de traiter les signaux des 3 types de détecteurs du télescope. Par exemple, la capacité de rétroaction du préamplificateur peut prendre 4 valeurs correspondant à 4 gains, pour

s'adapter aux différentes gammes d'énergie considérées. La valeur du temps de piquage pour le « Track&Hold » peut être égale à 1 μ s ou 3 μ s, selon que l'ASIC va devoir traiter des signaux rapides des Si ou plus lents des Si(Li) et Csl. Enfin la gamme du convertisseur temps-amplitude peut être fixée à 300 ou 600 ns.

- Une carte Front-end qui reçoit les ASICs, à raison d'une carte MUFFEEX (MUST2 Front End Electronics) pour les 128 strips X et le détecteur Si(Li) et d'une carte MUFFEY pour les 128 strips Y et les 16 Csl de chaque télescope. Chaque carte porte donc 9 MATE, et est reliée au détecteur par des câbles-rubans en kapton, visibles sur la Figure 7.1 (bandes rouge et bleue connectées au détecteur Si à strips). Ces cartes délivrent un trigger commun pour chaque télescope, construit à partir d'un OU des signaux des discriminateurs. Elles assurent aussi la distribution des signaux de Contrôle&Commande, aux différents MATE en utilisant le protocole I2C, contrôlent un générateur d'impulsion, distribuent les données à une mémoire interne, et mesurent la température.
- Une nouvelle carte VXI, MUVI (pour MUsT2-Vxl), qui permet de coder les signaux et d'assurer le Contrôle&Commande de l'ensemble. Une carte mère MUVI accueille 4 cartes filles CAS, et contrôle 4 télescopes, soit 2176 paramètres. Le cœur logique de la carte est constitué de deux circuits logiques programmables et d'un circuit DSP (Digital Signal Processing) assurant des fonctions complexes de traitement ou de communication : initialisation, distribution des signaux triggers aux cartes filles, gestion des signaux logiques de collecte des paramètres analogiques, contrôle de la conversion analogique numérique, ajustement des offsets des voies de détection, seuillage des voies numériques, gestion des accès du protocole I2C, fonctions de calibration...

MUST2 a été utilisé pour les premières expériences en 2007 (Figure 7.4).

Figure 7.3 : En haut, schéma éclaté d'un télescope MUST2.

A droite, un ASIC MATE, avec 16000 transistors implantés dans un carré de 6 mm de côté

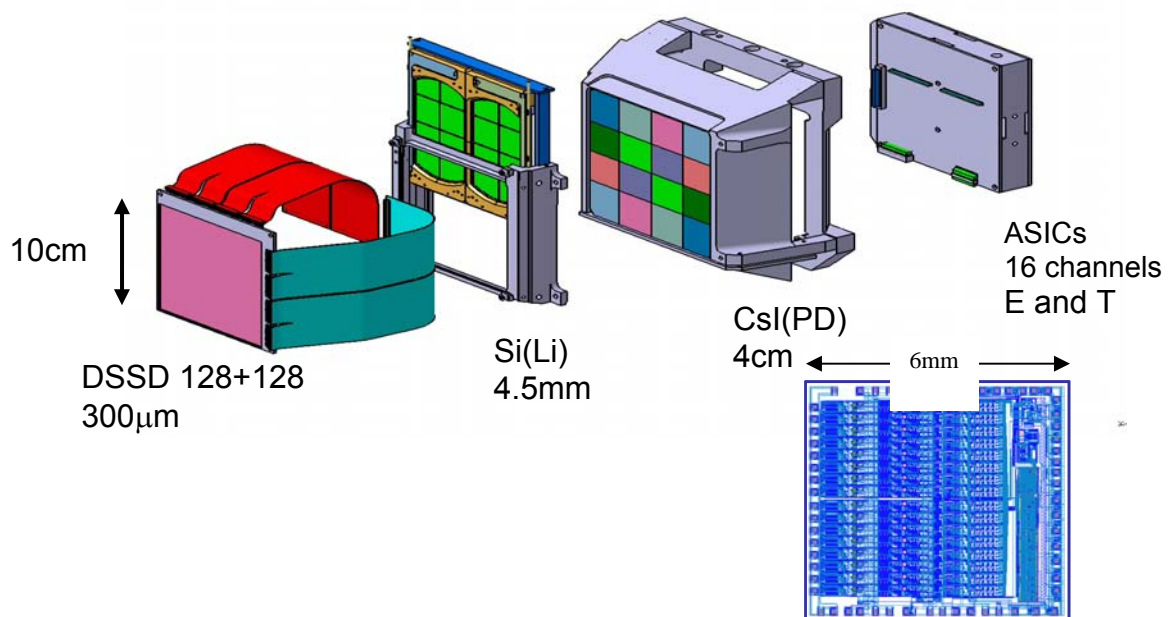
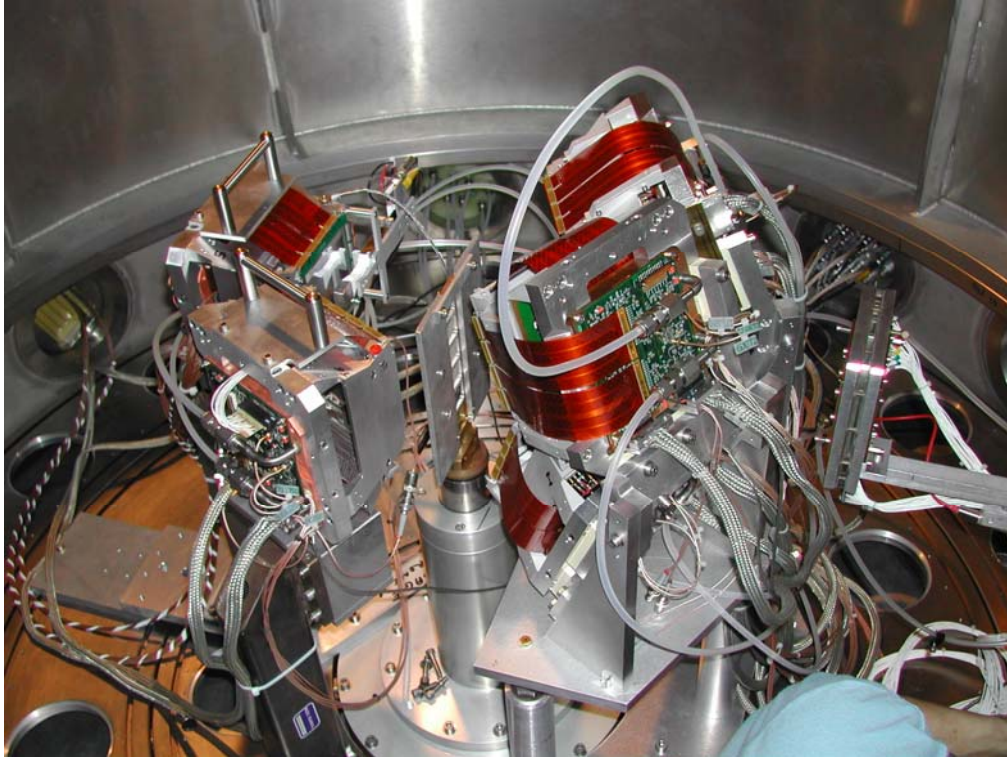


Figure 7.4 : Dispositif expérimental utilisé dans une des premières expériences MUST2 : 4 télescopes à l'arrière pour mesurer les protons de recul d'une réaction (d,p) , un télescope à l'avant pour mesurer les éjectiles lourds, et un télescope à 60° pour mesurer les deutons de recul, après diffusion élastique ou inélastique.



MUST et MUST2 sont loin d'être les seuls ensembles de détecteurs pour les particules légères de recul. De nombreux ensembles similaires ont été construits par les différents groupes travaillant dans le domaine. La Figure 7.5 présente les ensembles TIARA, HIRA et ORRUBA.

TIARA est le fruit d'une collaboration entre plusieurs laboratoires britanniques et est utilisé au GANIL (Figure 7.5 haut gauche, www.ph.surrey.ac.uk/~phs1wc/tiara/index.html). Il a été spécialement conçu pour pouvoir être installé à l'intérieur d'EXOGRAM. Il est constitué d'un tonneau octogone formé de 8 télescopes de Si de $142 \times 32 \text{ mm}^2$ de surface, couvrant les angles entre 36° et 144° , et de deux détecteurs Si annulaires pour les angles avant et arrière (5° à 35° des deux côtés). Le premier étage du tonneau est sensible à la position, avec 4 strips résistives de 9 mm de largeur. La mesure de la position, dans le sens de la longueur des strips est obtenue par division de charge, avec une précision de 0.5 mm. Les détecteurs annulaires sont divisés en 6 segments, eux-mêmes divisés en strips annulaires de 1 mm de largeur. Le choix d'une électronique standard, commerciale a été fait pour cet ensemble où le nombre de voies reste encore relativement limité.

ORRUBA (www.orau.org/stewardship/#ORRUBA) comprend 2 anneaux de 12 détecteurs Si sensibles à la position. L'ensemble a été développé en collaboration par les équipes de Rutgers University et Oak Ridge (Figure 7.5 haut droite). Chaque télescope comprend un détecteur de 65 ou 140 μm , pour la mesure de la perte d'énergie suivi d'un détecteur de 1 mm d'épaisseur. Chaque détecteur a une longueur de 8 cm, et une largeur de 4 cm, divisée en 4 strips résistives de 1 cm de large, orientées parallèlement au faisceau. Il est équipé d'une électronique standard, commerciale.

HIRA est utilisé au MSU/NSCL (Figure 7.5 bas, www.nsl.mscl.msu.edu/tech/devices/hira). Il comprend un ensemble de 20 télescopes de $62.3 \times 62.3 \text{ mm}^2$ de zone active, constitués de

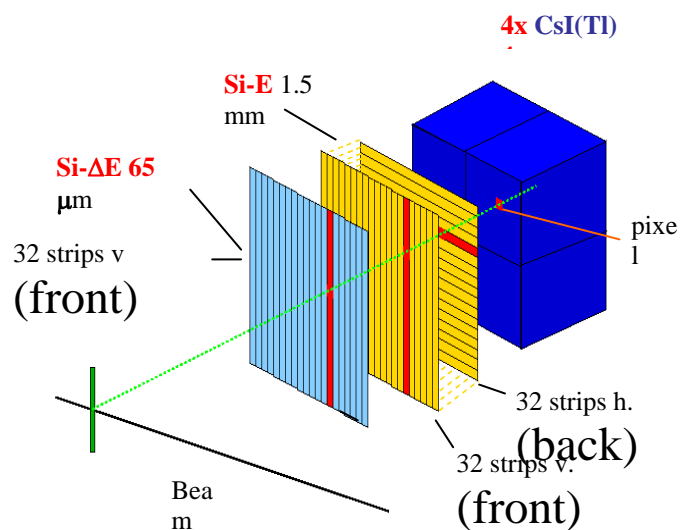
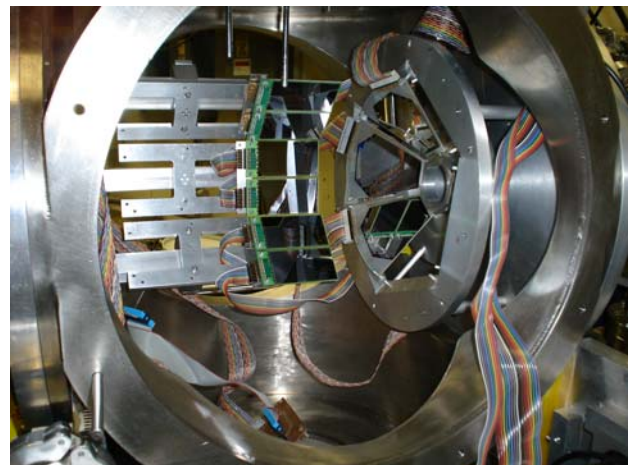
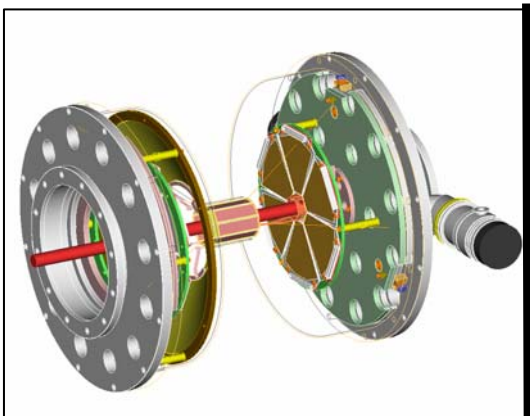
3 étages : un détecteur à strips de $65\ \mu\text{m}$ (32 strips verticales), un détecteur à strips de 1.5 mm d'épaisseur (strips verticales et horizontales sur la face d'entrée et de sortie), 4 cristaux de CsI de 4 cm d'épaisseur. La résolution angulaire obtenue est de 0.15° à la distance nominale de 35 cm de la cible. A cette distance, la couverture angulaire des 20 télescopes représente 70% des angles compris entre 5 et 30° . Tout comme MUST et MUST2, l'ensemble HIRA est conçu de manière modulaire, pour pouvoir être disposé différemment selon les expériences et optimiser la couverture des angles les plus importants de la réaction considérée. Il utilise aussi une électronique à base d'ASICs spécialement développés. Chaque ASIC comprend 16 voies qui sont constituées par: un préamplificateur, un amplificateur shaper, un discriminateur, et un convertisseur temps-amplitude.

Les solutions exploitées par les différents groupes travaillant dans ce domaine sont donc toutes très proches, pour ce qui est des ensembles de détecteurs à base de Si. Le paragraphe suivant présente une approche très différente et complémentaire, à base de détecteur gazeux.

Figure 7.5 : Différents ensembles de détection pour les particules légères de recul.

En haut à gauche : TIARA, à droite ORRUBA (seulement 4 télescopes d'ORRUBA sont montés sur la photo)

En bas : HIRA, photo et schéma de principe d'un télescope.



7.2 Détecteur gazeux : la cible active MAYA

Les expériences portant sur les réactions directes sont confrontées à plusieurs types de difficultés : les noyaux les plus intéressants sont en général les plus exotiques, pour lesquels, les intensités des faisceaux secondaires sont les plus faibles. Pour contrebalancer cette faible intensité, il faut donc concevoir des ensembles de détection les plus efficaces et augmenter l'épaisseur de la cible de réaction. Mais en augmentant l'épaisseur de cible, on augmente aussi les incertitudes sur la reconstruction cinématique et sur la résolution en énergie, surtout lorsqu'on s'intéresse à des particules de faible énergie, comme c'est le cas des particules légères de recul aux petits angles cdm.

L'idée d'un détecteur-cible active, dans lequel les atomes du gaz de détection servent de noyaux cibles, permet de surmonter toutes ces difficultés. En effet, l'efficacité de ce type de détecteur est en principe de 100%, la reconstruction des trajectoires après la réaction permet de s'affranchir de l'influence de la perte d'énergie dans la cible épaisse, et les particules de basse énergie peuvent être détectées avec un seuil très faible. En plus, dans le cas de produits de réaction non liés, leurs produits de décroissance peuvent aussi être détectés dans le gaz de réaction. Enfin, un autre aspect intéressant est la possibilité de mesurer des fonctions d'excitation avec un seul réglage de l'accélérateur, le vertex de la réaction, donc l'énergie à laquelle se produit la réaction, étant déterminé événement par événement.

7.2.1. Présentation générale

La cible active MAYA [Dem] est présentée sur les figures 7.6. Le principe de base est celui d'une chambre à dérive à température ambiante, où le gaz de détection joue le rôle de cible de réaction. Différents gaz sont utilisés pour fournir différentes cibles : isobutane C_4H_{10} , mais aussi H_2 ou D_2 ont été utilisés dans les premières expériences. L'épaisseur de la cible est contrôlée par la pression, qui peut être ajustée entre 20mb et 3 atm. Le volume actif de détection est un parallélépipède de dimension $30 \times 26 \times 20 \text{ cm}^3$, percé d'un trou de diamètre 13 mm pour l'entrée du faisceau. Le côté de la sortie du détecteur est constitué d'un mur de télescopes constitués de détecteurs Si ($700 \mu\text{m}$ d'épaisseur, $5 \times 5 \text{ cm}^2$ de surface) et de cristaux de CsI. Lorsqu'une particule du faisceau interagit avec un atome de gaz, les trajectoires des fragments issus de la réaction sont reconstruites en 3 dimensions, et leur identification est obtenue par mesure de leur parcours et de leur perte d'énergie dans le gaz et éventuellement dans le mur avant.

La cathode est constituée par une plaque d'acier inoxydable placée en haut de la chambre. La zone de détection est séparée du volume actif par une grille de Frisch. L'amplification est assurée par des fils proportionnels qui induisent un signal sur un plan de cathode situé 10 mm dessous. Cette cathode est segmentée en 37×35 pads hexagonaux de 5 mm de côté, dont 32×32 sont utilisés pour collecter les charges. Les signaux induits sur chacune de ces pads sont mesurés par des ASICs GASSIPLEX connectés sous le plan cathodique.

Les particules chargées ionisent le gaz de détection le long de leur trajectoire, libérant des électrons qui dérivent vers la zone d'amplification sous l'effet d'un champ électrique, appliqué entre la cathode supérieure et la grille de Frisch (tension pouvant atteindre 10-15 kV). Les électrons traversent la grille de Frisch, qui protège les fils de l'anode de l'induction de charge due aux électrons et aux ions au-dessus de la grille [Kno]. Ils sont alors accélérés autour des fils proportionnels, portés à une tension de l'ordre de 1 à 4 kV. Les électrons accélérés ionisent le gaz environnant, produisant des ions positifs qui à leur tour induisent une charge miroir sur les pads situés en-dessous. Les charges collectées sur les différents pads correspondent à une projection en deux dimensions dans le plan horizontal de la trajectoire de la particule chargée initiale. La troisième dimension est obtenue par la mesure du temps de dérive des électrons entre un signal start externe et le temps d'arrivée sur les différents fils. Il y a donc seulement une mesure de temps pour une rangée de pads, ce qui limite en pratique le domaine d'utilisation de MAYA à l'heure actuelle à l'étude des réactions binaires avec seulement deux fragments en voie de sortie, un de chaque côté du faisceau.

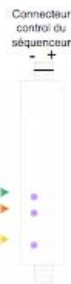
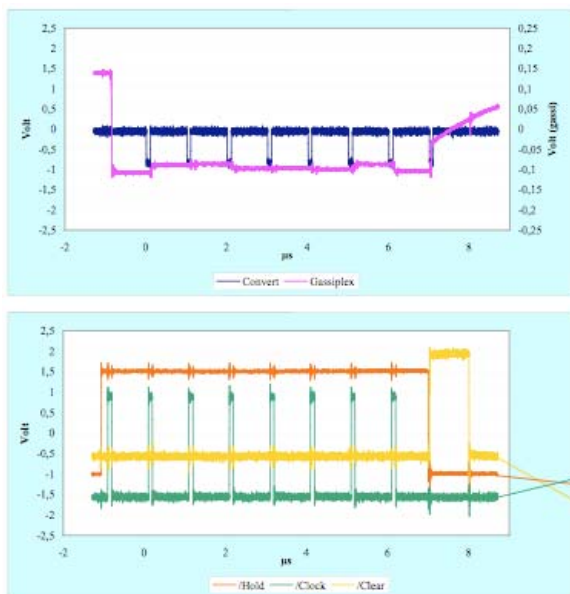
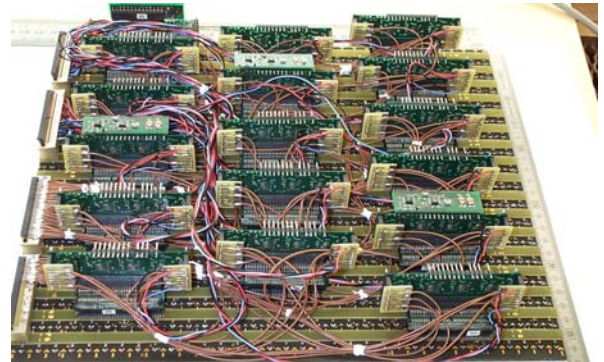
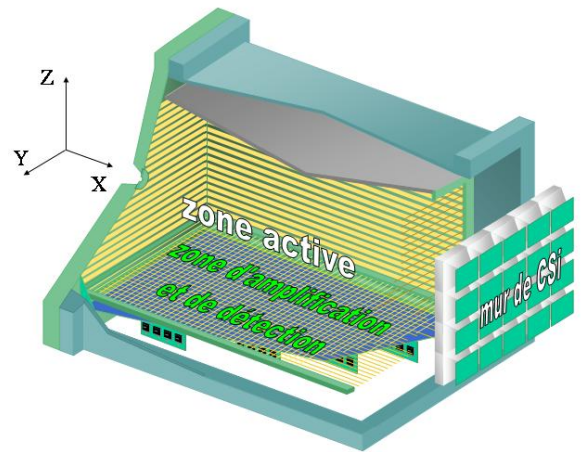
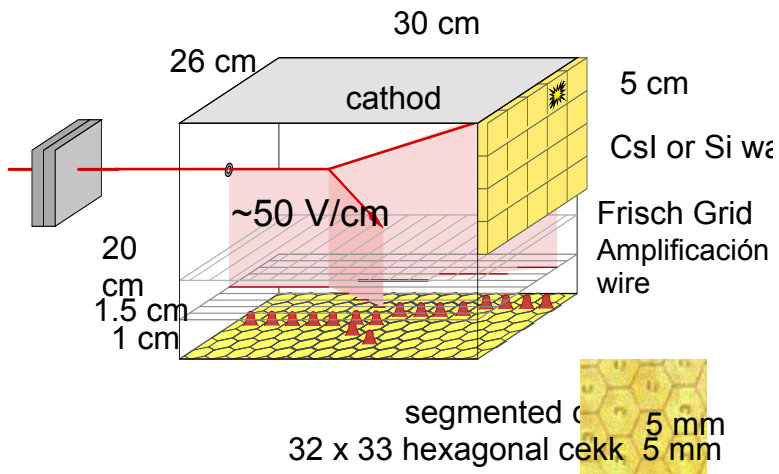


Figure 7.6 :

Haut : Sch3ma de principe de fonctionnement de MAYA

Milieu gauche : Photo de MAYA, avec la porte arri3re ouverte, portant l'ensemble du mur de t3lescopes Si+CsI.

Milieu droit : Envers de la cathode avec les cartes GASSIPLEX

Bas : Signaux de fonctionnement de MAYA, en bleu signal de conversion du S3quenceur, en violet signal de l'amplitude d'une s3rie de 8 voies GASSIPLEX, en orange, signal de Track&Hold, en vert signal d'horloge, en jaune Clear [Dem].

7.2.2 Analyse des données.

L'analyse des données est centrée sur l'analyse des reconstructions des trajectoires des particules après réaction (voir Figure 7.7), à partir des charges induites sur les différents pads de la cathode d'une part, et d'autre part, des temps de dérive et de l'énergie des fils proportionnels. Les charges induites sur les différents pads sont utilisées pour reconstruire les centres de gravité sur les axes de symétrie définis par la structure hexagonale des pads, en utilisant une méthode de sécante hyperbolique au carré (SECHS, [Lau]). Le parcours des particules est obtenu comme la distance entre la fin de la trajectoire et le vertex de la réaction, habituellement calculé à l'intersection des trajectoires des particules après réaction ou d'une particule et du faisceau incident. La méthode utilisée pour déterminer la fin de la trajectoire dépend des conditions expérimentales. Pour les particules de moyenne énergie où le pic de Bragg est bien défini, une des méthodes utilisées consiste à prendre le maximum de la dérivée de la charge induite, après le pic de Bragg, et les précisions de l'ordre de 1mm sont obtenues. Pour les particules de basse énergie (<1 MeV/nucléon), où l'ionisation débute après le maximum du pic de Bragg, un traitement approprié du profil d'ionisation doit être utilisé avec des précisions de l'ordre de 2 mm [Dem2].

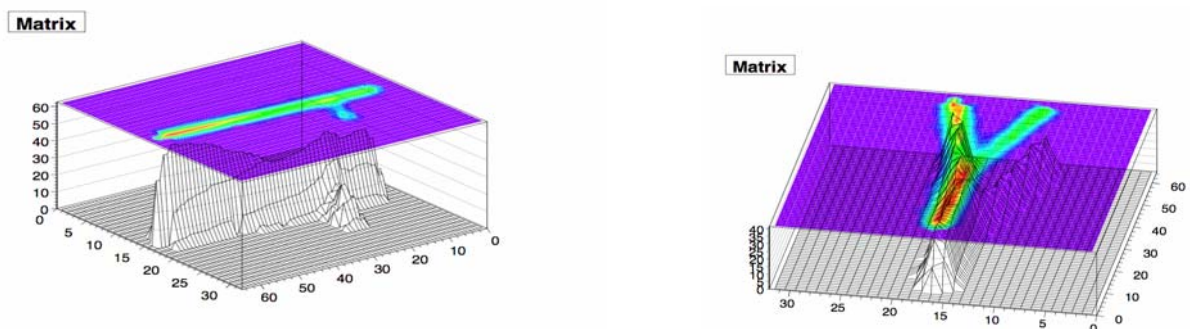
Les angles et le parcours projetés doivent ensuite être corrigés de l'angle du plan de réaction, obtenu à partir du temps de dérive. Ces temps de dérive sont traduits en distances à partir de la vitesse de dérive des électrons, elle-même obtenue à partir des trajectoires bien définies du faisceau entrant dans MAYA. L'électronique actuelle limite en pratique l'angle solide aux réactions situées dans un plan faisant un angle de moins de 45° par rapport au plan horizontal. Les angles plus grands correspondent à des trajectoires dont l'induction est concentrée sur un nombre de fils trop limité pour donner de bons résultats.

La perte d'énergie totale dans le gaz est obtenue soit à partir de la somme des charges induites sur les pads le long de la trajectoire, soit à partir des énergies collectées sur les différents fils touchés. Pour les particules ne s'arrêtant pas dans le gaz de détection, et atteignant les détecteurs ancillaires constitués par les télescopes Si-CsI, l'identification est obtenue par la méthode $\Delta E-E$. Pour celles qui s'arrêtent dans le gaz, l'identification est obtenue à partir de la relation liant le parcours et l'énergie :

$$\text{Range} \approx E^2/MZ^2.$$

L'identification des différentes voies de réaction est obtenue à partir de la corrélation cinématique (parcours, angle) pour les différentes particules identifiées. La résolution intrinsèque sur le parcours est de l'ordre de $\Delta x=1$ mm. Pour une trajectoire de 10 cm de longueur L, cela correspond à une résolution de 1 % en parcours, de 0.5% en énergie et de 0.6° en angle ($\Delta x/L$). La résolution sur la mesure de la charge collectée sur les pads ou les fils est de l'ordre de 10%. Ces valeurs sont bien sûr très dépendantes des conditions expérimentales : énergie des particules, pression du gaz...

Figure 7.7 : Exemples d'événements obtenus dans MAYA avec un faisceau de ^{11}Li de 5 MeV/nucléon, et un gaz d'isobutane. A gauche, réaction sur les atomes d'hydrogène avec un deuton ou triton de recul, A droite, réaction sur un atome de ^{12}C [Sav2].



La cible active MAYA a été utilisée dans plusieurs expériences très variées, nécessitant la mesure de particules de recul de très basse énergie, et impossibles à réaliser avec une cible solide. Parmi les derniers résultats obtenus, on peut citer :

- la mise en évidence de l'état fondamental de ${}^7\text{H}$, par réaction ${}^8\text{He}({}^{12}\text{C}, {}^{13}\text{N}){}^7\text{H}$ à 15.4 MeV/nucléon, en détectant le ${}^{13}\text{N}$ de très basse énergie (quelques MeV d'énergie totale) dans le gaz d'isobutane à 30 mb, et le triton résultant de la décroissance de ${}^7\text{H}$ dans le mur de télescope à l'avant de MAYA [Caa].
- La mesure de la résonance géante monopolaire géante dans ${}^{56}\text{Ni}$ par diffusion inélastique de deutons [Khan], à 50 MeV/nucléon. Dans cette expérience, MAYA était remplie de deutérium à une pression de 1050 mb, et a permis de détecter les deutons de basse énergie, avec un seuil de 700 keV, lié à la longueur minimale des traces requise pour une bonne détermination de l'angle de diffusion.

De nouveaux développements sont en cours dans le domaine des cibles actives (www.usc.es/genp/actar), pour surmonter les limitations dues à l'électronique actuelle : angle solide limité aux angles compris entre -45° et $+45^\circ$, expériences limitées aux réactions binaires.

8. Détection des rayonnements γ .

Dans le cas où les niveaux du noyau sont très proches en énergie, la résolution en énergie obtenue avec les détecteurs de plan focal ou les détecteurs de particules chargées de recul est souvent insuffisante. La résolution en énergie dans ces deux cas est souvent entièrement dominée, non par la résolution intrinsèque de ces détecteurs, mais par les effets de résolution liés à l'incertitude sur le point de réaction, et par l'incertitude sur la perte d'énergie dans la cible. Il est alors utile de mesurer les rayonnements γ issus de la désexcitation du noyau d'intérêt.

Les détecteurs de rayonnements γ peuvent être classés en deux grandes catégories : ceux qui ont une relativement bonne efficacité mais une résolution en énergie médiocre (BaF_2, NaI), et ceux qui ont une excellente résolution en énergie mais une efficacité relativement faible (Ge).

La figure 8.1 présente dans sa partie supérieure, les deux ensembles de détecteurs γ les plus couramment utilisés au GANIL à l'heure actuelle :

- le Château de cristal (gauche de la Figure 8.1) composé de 74 cristaux de BaF_2 , chacun ayant un diamètre de 9 cm, et de 14 cm de longueur. Les cristaux sont arrangés en deux hémisphères au-dessus et en-dessous la cible, à une distance moyenne de 25 cm. L'efficacité photopic est de 38% à 779 keV, 24% à 1.33 MeV, et 16% à 2 MeV. La résolution en énergie est de 15% à 800 keV et 12% à 1.4 MeV, ces chiffres incluant la résolution intrinsèque des cristaux et l'effet d'élargissement Doppler dû à l'ouverture angulaire d'un cristal (pour $\beta \approx 0.4$). En plus de la bonne efficacité de détection, l'autre avantage de cet ensemble est la bonne résolution en temps, de l'ordre de 800 ps, permettant une séparation claire entre les γ et les neutrons, par temps de vol.
- EXOGAM (droite de la figure 8.1, [Sim], www.ganil.fr/exogam): composé en principe de 16 détecteurs Germanium de haute résolution, de type « clover », présentés sur la Figure 8.1 (milieu à droite). Chaque trèfle est constitué de 4 grands cristaux Ge de 60 mm de diamètre et de 90 mm de longueur, eux-mêmes segmentés électriquement en 4 (Figure 8.1, bas). Cette granularité est nécessaire pour conserver une bonne résolution en énergie malgré l'effet Doppler dû à l'émission en vol des rayonnements γ . La résolution en énergie mesurée pour source de ${}^{60}\text{Co}$ est de 2.7 keV (FWHM) pour la raie à 1173 keV et de 2.9 keV à 1332 keV. Elle passe à environ 20 keV pour une transition de 1 MeV, avec les effets dus à l'élargissement Doppler (pour $\beta \approx 0.3$). L'efficacité d'un clover d'EXOGAM en position rapprochée (face d'entrée à 11.4 cm de la cible) est légèrement inférieure à 1% à 1.3 MeV.

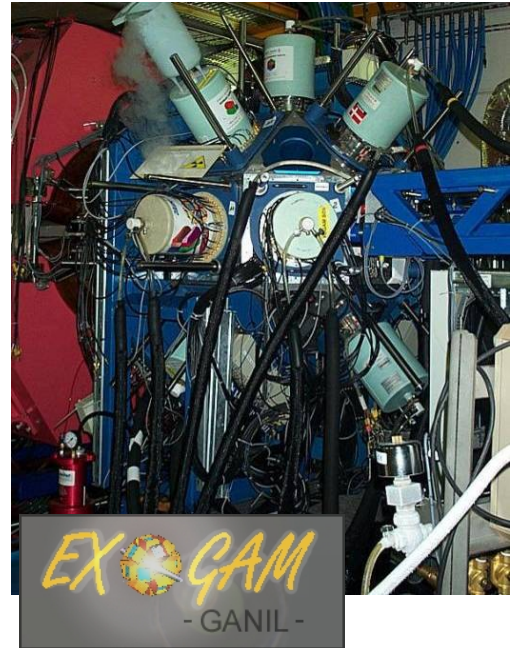
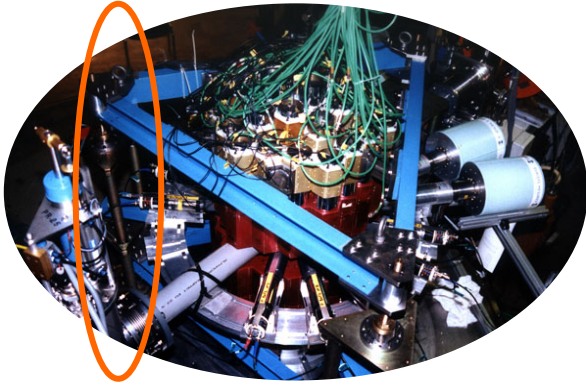
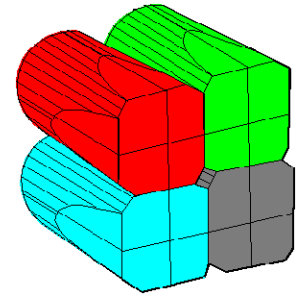


Figure 8.1 : Ensembles de détecteurs de rayonnements γ utilisés au GANIL : à gauche, Château de cristal. A droite, EXOGAM.



Chaque accélérateur est équipé d'un ou plusieurs ensembles de détection γ :

- à RIKEN, il s'agit de DALI2 (Figure 8.2 gauche), ensemble de 160 détecteurs NaI(Tl) et de GRAPE, ensemble de 18 Ge planaires avec analyse de la forme du signal pour reconstruire la position.
- au MSU : SeGA, Segmented Ge Array (Figure 8.2, droite)
- à TRIUMF : TIGRESS, dont les détecteurs sont approximativement les mêmes que ceux d'EXO GAM avec une segmentation supplémentaire dans la profondeur du cristal.
- à GSI : Crystal Ball, ensemble de détecteurs NaI

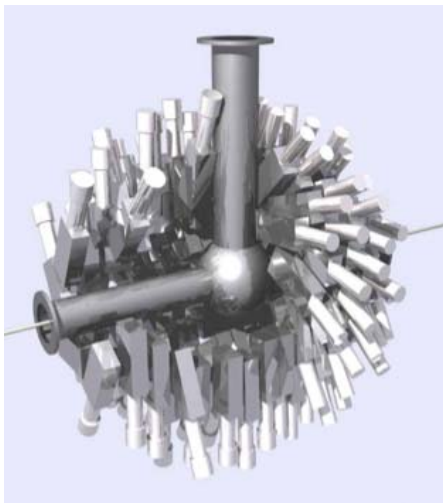


Figure 8.2 : gauche DALI2/RIKEN
Droite SeGA/MSU



Une caractéristique commune des expériences utilisant des ensembles de détection pour les γ , avec des faisceaux secondaires, est que les rayonnements d'intérêt sont émis en vol par les noyaux du faisceau ou leurs résidus après réaction. A cause de l'effet Doppler, ils sont détectés dans le référentiel du laboratoire à une énergie E_{det} différente de leur énergie E_γ dans le référentiel du noyau. Ces deux énergies sont reliées par la relation :

$$E_\gamma = \gamma E_{\text{det}} (1 - \beta \cos \theta)$$

où θ est l'angle d'émission du rayonnement par rapport à la direction de déplacement du noyau, $\beta = v/c$ et $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$.

Comme l'angle d'émission du rayonnement n'est pas parfaitement connu, en raison de l'ouverture angulaire des segments, cela induit des incertitudes au niveau de la correction Doppler et donc un élargissement des pics γ . La vitesse des fragments est aussi déterminée avec une certaine incertitude, ce qui engendre une incertitude sur les facteurs β et γ . Pour EXOGAM, la résolution en énergie obtenue avec des noyaux d'énergie autour de 30 MeV/nucléon est de 20 keV à 1 MeV. La figure 8.3 illustre les effets de résolution mesurés pour la transition de 885 keV dans le ^{32}Mg , selon qu'est considéré l'angle du trèfle (haut), celui du cristal (milieu) et celui du segment (bas) : alors que la résolution obtenue avec le trèfle atteint 100 keV, celle obtenue avec le segment est de l'ordre de 20 keV.

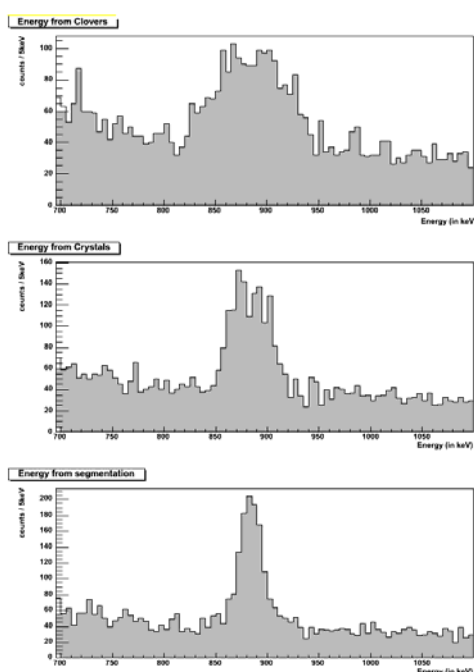


Figure 8.3 : Elargissement Doppler pour la transition à 885 keV dans ^{32}Mg , selon que l'angle considéré est celui du trèfle (haut, ouverture angulaire de 40°), celui du cristal (milieu, ouverture angulaire de 20°) ou celui du segment (bas, ouverture angulaire de 10°).

L'intérêt premier de la mesure des rayonnements γ est bien sûr la détermination de la spectroscopie des noyaux, et l'établissement de leurs schémas de niveaux, obtenus en mesurant les coïncidences γ - γ entre les différentes transitions et leurs intensités relatives. On peut aussi dans certains cas, obtenir les spins et parités de ces états en mesurant les distributions angulaires des transitions γ ou les corrélations angulaires $\gamma\gamma$ entre deux niveaux en cascade.

En effet, l'émission de rayonnements γ lors de réactions nucléaires est anisotrope par rapport à l'axe du faisceau. L'étude de cette anisotropie grâce à la distribution angulaire d'une transition γ émise à partir d'un état aligné, formé par réaction nucléaire, permet d'obtenir l'assignation de la multipolarité L de la transition. Si les caractéristiques de spin et de parité de l'état final sont connues, et sous certaines conditions, on peut alors en déduire les caractéristiques de l'état initial.

On peut développer l'intensité d'une transition γ sous forme d'une somme de polynômes de Legendre $P_i(\theta)$, où θ est l'angle d'émission du rayonnement γ par rapport à l'axe du noyau émetteur.

$$W(\theta) = \sum_{i=0}^L a_{2i} P_{2i}(\cos \theta)$$

Les coefficients a_{2i} dépendent de la réaction (alignement), de la multipolarité et des spins des états initial et final. Pour un alignement oblate (sous-état magnétique $m=0$ plus fortement peuplé que $m \neq 0$, cas des réactions de fusion-évaporation par exemple), une transition dipolaire pure ($L=1$) a un coefficient a_2 négatif et un coefficient a_4 nul, tandis qu'une transition quadrupolaire pure ($L=2$) a un coefficient a_2 positif et a_4 négatif.

La Figure 8.4 présente les distributions angulaires mesurées dans une expérience récente [Gel], réalisée avec le spectromètre VAMOS et l'ensemble EXOGAM, et utilisant un faisceau secondaire produit par fragmentation, composé de plusieurs noyaux de la région de l'îlot d'inversion autour de $N=20$. VAMOS était utilisé pour identifier le noyau dans la voie de sortie et sa vitesse. La détection des γ était assurée par 11 clovers d'EXOGAM disposés en 3 couronnes à 45° , 90° et 135° . La figure 8.4 présente les distributions angulaires mesurées pour les deux transitions les plus fortement peuplées dans le noyau de ^{34}Si :

- à gauche la transition à 3326 keV correspondant à la désexcitation du premier état excité 2^+ vers l'état fondamental. Cette transition est bien connue et permet de déterminer l'alignement introduit par la réaction qui a servi à peupler cet état, dans ce cas, la diffusion inélastique. La valeur du coefficient a_2 déduit de la distribution angulaire indique que l'alignement est oblate et proche de 50% (compte-tenu des grandes barres d'erreur, a_4 avait été posé égal à 0).

- à droite, la transition de 929 keV, résultat de la désexcitation d'un état à 4255 keV vers le premier état excité 2^+ . Le spin et la parité ont été attribués de manière tentative à 3^- , par des considérations de population de cet état en décroissance β . La distribution mesurée confirme la nature dipolaire de la transition (a_2 de signe opposé à la transition $2^+ \rightarrow 0^+$), et permet de confirmer le spin et la parité de cet état, de manière directe.

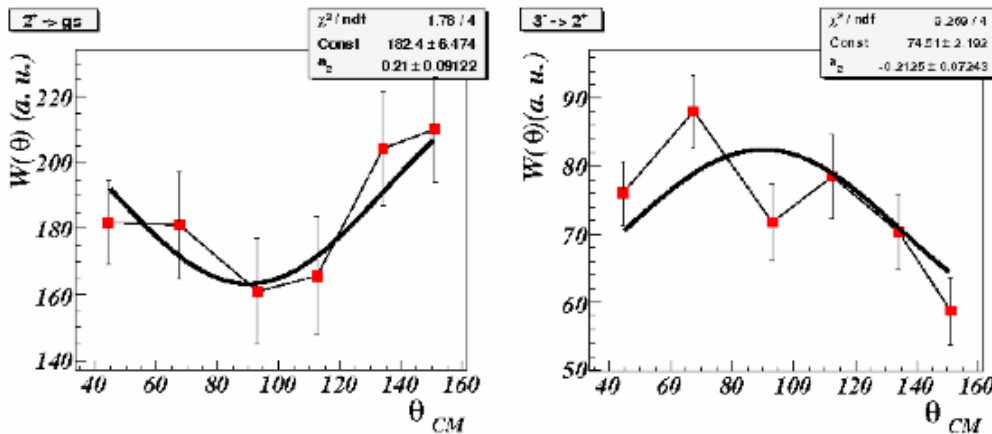


Figure 8.4 : Distributions angulaires γ mesurées pour la transition $2^+ \rightarrow 0^+$ à 3326 keV (gauche) et la transition $3^- \rightarrow 2^+$ à 929 keV (droite).

Ce type d'études est encore très limité à l'heure actuelle, dans le cas des noyaux loin de la stabilité, en raison de la faible intensité des faisceaux secondaires, qui restreint la technique des coïncidences $\gamma-\gamma$ aux tout premiers états excités, et de la relativement faible efficacité des multidétecteurs γ .

Le projet de multidétecteur 4π AGATA (Advanced Gamma Tracking Array, Figure 8.5) permettra d'une part d'améliorer l'efficacité de détection, d'autre part de retrouver une résolution en énergie proche de celle atteinte pour les émissions au repos, et enfin d'augmenter le taux de comptage de manière significative. Il s'agit d'un ensemble de 190 détecteurs Germanium, segmenté et sensibles à la position. L'efficacité attendue est de 50% pour une multiplicité γ de 1 et de 25% pour une multiplicité égale à 30. La résolution ne devrait pas dépasser 5 keV à 1 MeV, même pour des vitesses égales à 50% de la vitesse de la lumière. Enfin les taux de comptage pourront être acceptés jusqu'à 3 MHz pour une multiplicité de 1 et 0.3 MHz pour une multiplicité de 30. Un démonstrateur couvrant un angle solide de 1π est déjà financé et en cours de construction, pour de premières expériences en 2009 au LNL de Legnaro.

Dans AGATA, la mesure de la position est obtenue à partir de la segmentation électrique en 6×6 de chacun des détecteurs de la boule (6 segments radiaux et 6 segments dans la profondeur) et par traitement de la forme de l'impulsion à la sortie des préamplificateurs : le temps de montée du signal donne l'information sur le rayon et les « charges images » collectées sur les segments voisins fournissent l'angle azimutal et la profondeur de l'événement. La précision attendue dans les 3 directions x,y,z est de l'ordre de 5 mm.

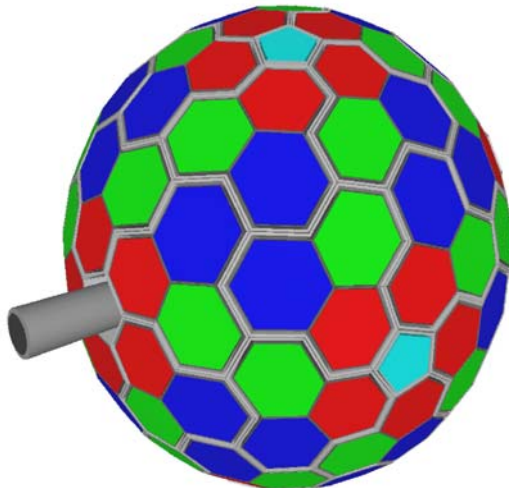


Figure 8.5 : AGATA avec ses 180 cristaux hexagonaux groupés en 60 triple clusters et ses 10 cristaux pentagonaux (6780 segments au total). Le tout correspond à 230 kg de Ge, l'angle solide couvert est de 78% de 4π , pour un rayon interne de 17 cm et un rayon externe de 26 cm.

9. Exemples d'expériences

Nous nous sommes efforcés dans les paragraphes précédents d'illustrer l'utilisation de chacun des appareillages décrits par des résultats d'une expérience représentative. Nous allons présenter dans cette dernière section quelques expériences plus complètes utilisant une combinaison des différents types de détecteurs.

9.1. Spectromètre + détecteurs de rayonnement γ

9.1.1. Distributions en moment et coïncidences γ

Les premières expériences mesurant les distributions en moment étaient des expériences inclusives (voir Figure 6.8) donnant des informations globales sur le noyau et la fonction d'onde de son état fondamental. Les expériences plus récentes mettent en coïncidence les fragments détectés au niveau du plan focal du spectromètre avec un multidétecteur γ autour de la cible, pour pouvoir tracer les distributions en moment

correspondant à chacun des états excités du noyau, étiquetés par leur γ de désexcitation. La distribution en moment de l'état fondamental est obtenue par soustraction entre les données inclusives des fragments au plan focal et la somme des données en coïncidence pour toutes les transitions mesurées. La largeur de la distribution en moment ainsi associée à chacun des états excités permet de déduire la multipolarité de la transition. La valeur absolue de la section efficace mesurée permet de remonter au facteur spectroscopique de l'état considéré, moyennant certaines hypothèses sur le mécanisme de réaction (voir cours de D. Baye et D. Cortina-Gil)

Les figures 9.1 et 9.2 illustrent l'un des résultats obtenus par cette méthode dans le cas du ^{12}Be [Nav]. La mesure des distributions en moment avec le spectromètre S800 du MSU-NSCL, obtenue en coïncidence avec la raie γ de 320 keV a permis de distinguer les deux états liés du ^{11}Be , le fondamental et l'état excité, et donc de déterminer les facteurs spectroscopiques des configurations formées par ces états plus un neutron dans le fondamental du ^{12}Be . Les valeurs obtenues permettent de conclure, par comparaison avec les prédictions du modèle en couches, que $N=8$ n'est plus un nombre magique dans ^{12}Be , puisque la dernière paire de neutrons est seulement pour 25% dans la configuration correspondant à une couche fermée. Une fraction deux fois plus importante correspond à une dissociation de neutron dans la couche d, vers l'état non lié $5/2^+$ à 1.78 MeV, qui n'a pas pu être mesurée directement dans cette expérience.

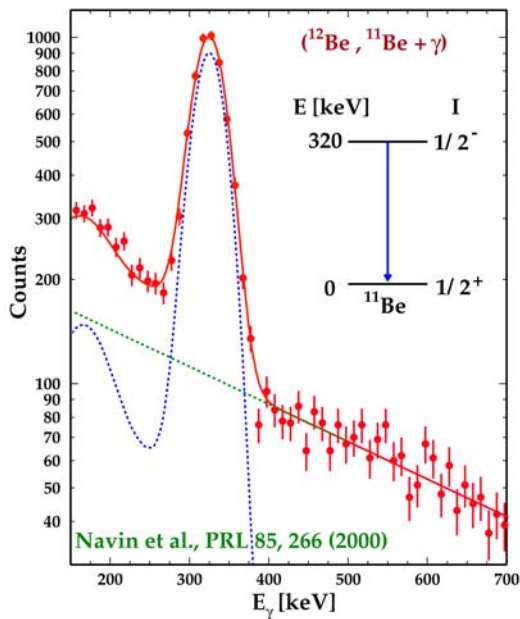


Figure 9.1 : Spectre γ en coïncidence avec les résidus de ^{11}Be .

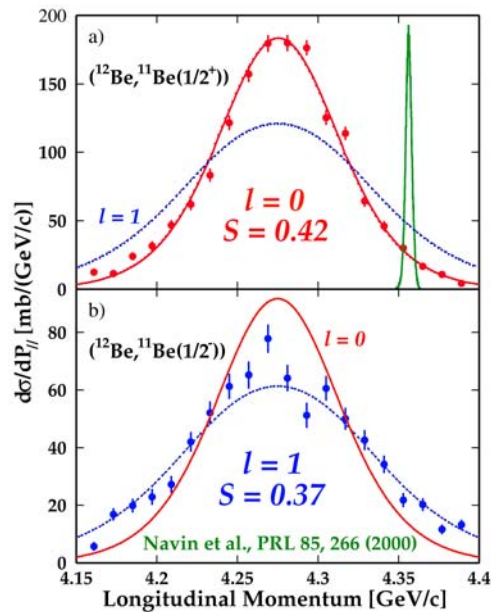


Figure 9.2 : Distributions en moment obtenues pour les résidus de ^{11}Be peuplés dans leur état fondamental (haut) et dans l'état excité (bas). Les courbes rouge et bleue correspondent respectivement au calcul pour $l=0$ et $l=1$. La courbe verte illustre la résolution du spectromètre.

9.1.2. Spectroscopie en vol : méthode de double fragmentation.

La méthode dite de « double fragmentation » a été mise au point pour accéder aux noyaux les plus exotiques, pour lesquels la connaissance de l'énergie du premier état excité est déjà une information importante. L'expérience la plus récente et la plus performante réalisée avec cette méthode à l'heure actuelle, est celle qui a été réalisée en couplant le spectromètre SPEG et le Château de cristal pour mesurer le premier état excité 2^+ dans le ^{42}Si [Gré]. Dans cette expérience, un faisceau primaire de ^{48}Ca (10^{12} pps) était utilisé pour produire un premier faisceau secondaire par fragmentation sur la cible de SISSI. Ce faisceau secondaire était constitué d'un cocktail d'une quinzaine de noyaux différents, dont le ^{44}S , produit à un taux voisin de 100-150 pps. Les noyaux incidents étaient identifiés événement par événement, au moyen de leur temps de vol entre deux systèmes à galettes de microcanaux, et de leur perte d'énergie dans un détecteur Si de $50\ \mu\text{m}$. Le faisceau secondaire était fragmenté une seconde fois sur une cible de Be placée dans la chambre à réaction du spectromètre SPEG, et les rayonnements γ émis au cours des réactions étaient détectés avec le Château de cristal. Les fragments issus de cette seconde fragmentation étaient transportés et identifiés en charge et en masse au plan focal du spectromètre, dont la rigidité magnétique avait été optimisée pour maximiser la transmission du ^{42}Si , produit par réaction de knock-out de 2 protons à partir du ^{44}S . La section efficace mesurée pour ce processus était de $80(10)\ \mu\text{b}/\text{sr}$ à 39 MeV/nucléon, correspondant à un taux de production de ^{42}Si de 8/jour.

La figure 9.3 présente le spectre γ obtenu en coïncidence avec les noyaux de ^{42}Si . Un seul pic est visible à 770(19) keV. Il a été assigné comme correspondant à la transition la plus probable du premier état excité 2^+ vers le fondamental. La figure 9.4 montre les énergies d'excitation du premier état excité 2^+ pour les séries isotopiques du Si, du S et du Ca. Alors que les 3 séries isotopiques présentent le même comportement pour la fermeture de couche N=20, avec une énergie du premier état excité très élevée, la tendance est très différente pour N=28. La fermeture de couche N=28 apparaît clairement dans le cas du ^{48}Ca . En revanche, l'énergie mesurée pour le premier 2^+ dans le ^{42}Si est encore plus faible que celle du ^{44}S , et confirme la disparition de la fermeture de couche sphérique N=28 pour Z=14.

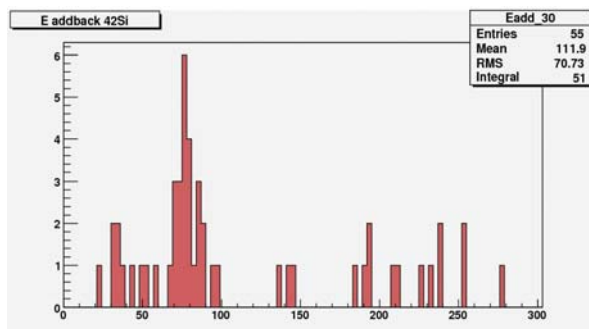


Figure 9.3 : Spectre γ observé en coïncidence avec ^{42}Si

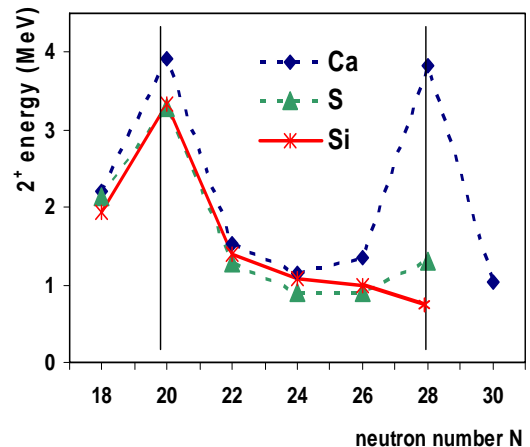


Figure 9.4 : Énergies des premiers états excités 2^+ dans les isotopes de Si, S, Ca.

9.1.3. Réactions profondément inélastiques

Les réactions profondément inélastiques au voisinage de la barrière Coulombienne sont également une méthode très efficace de production de noyaux riches en neutrons [Bro].

Elles ont été utilisées avec GAMMASPHERE aux USA [Jan, For] et en Italie avec l'ensemble PRISMA-CLARA [Mar] en cinématique directe. Plus récemment, une expérience a utilisé le faisceau d' ^{238}U du GANIL à 5.5 MeV/nucléon pour explorer les possibilités de la cinématique inverse, sur une cible de ^{48}Ca [Rej]. Le dispositif expérimental est schématisé au bas de la Figure 9.5 : EXOGAM était placé autour de la cible pour détecter les rayonnements γ émis en coïncidence avec les fragments de la cible détectés au plan focal de VAMOS. Le spectromètre était tourné de 35° , angle correspondant au grazing des réactions considérées. L'avantage de la cinématique inverse, pour ce type de réaction, est de pouvoir s'affranchir des états de charge du faisceau qui arrivent à des angles bien inférieurs à l'angle de la mesure. Le plan focal de VAMOS était équipé des deux chambres à dérive, séparée l'une de l'autre par un détecteur SED, de la chambre à ionisation et du mur de détecteurs Si (dispositif de la Figure 6.3). Les positions et les angles mesurés grâce aux chambres à dérive et le champ magnétique appliqué, combinés aux calculs optiques du spectromètre, étaient utilisés pour reconstruire la rigidité magnétique $B\rho$, l'angle de diffusion et la longueur de trajectoire de chaque fragment, événement par événement. La masse A et le rapport masse sur charge A/Q , utilisés pour déterminer l'état de charge des noyaux étaient obtenus à partir du temps de vol et de l'énergie totale et du $B\rho$, respectivement, selon les relations :

$$A = 2E/v^2$$

$$A/Q = \frac{B\rho}{v}$$

Le numéro atomique était obtenu à partir de la perte d'énergie et du temps de vol :

$$Z \propto v\sqrt{\Delta E}$$

La Figure 9.5 montre la qualité de l'identification obtenue. Le spectre de droite présente une matrice $(A, A/Q)$, et les deux spectres de gauche des matrices $(Z, A/Q)$ pour deux états de charge différents. Les noyaux les plus exotiques mesurés dans la série des isotopes de Ca et Ar sont le ^{53}Ca et ^{48}Ar , ce dernier correspond au noyau avec le plus grand rapport $N/Z=1.67$ atteint avec ce type de réaction.

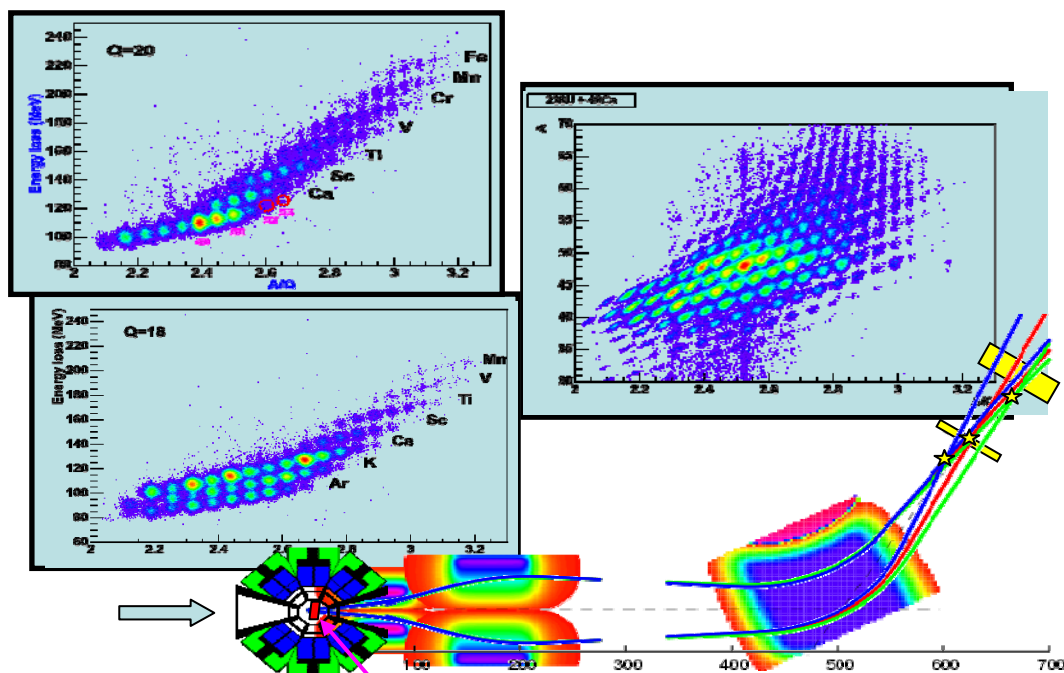


Figure 9.5 : Schéma de principe de l'expérience sur les réactions profondément inélastiques et spectres d'identification obtenus [Rej].

La Figure 9.6 présente les résultats obtenus dans cette expérience pour les isotopes de $^{50,51,52}\text{Ca}$: à gauche les spectres γ mesurés en coïncidence avec les fragments de Ca riches en neutrons identifiés au plan focal de VAMOS, à droite les schémas de niveaux déduits des coïncidences γ - γ , des intensités relatives, et des données disponibles précédemment dans la littérature. L'interprétation de ces données dans le cadre du modèle en couches, indique que l'espacement en énergie des orbitales de neutrons $2p_{1/2}$ et $1f_{5/2}$ est pratiquement constante entre ^{49}Ca et ^{52}Ca . Si cette tendance se poursuit dans le cas des $^{53,54}\text{Ca}$, cela signifierait que $N=34$ n'est pas un nouveau nombre magique, contrairement à certaines prédictions théoriques [Rej].

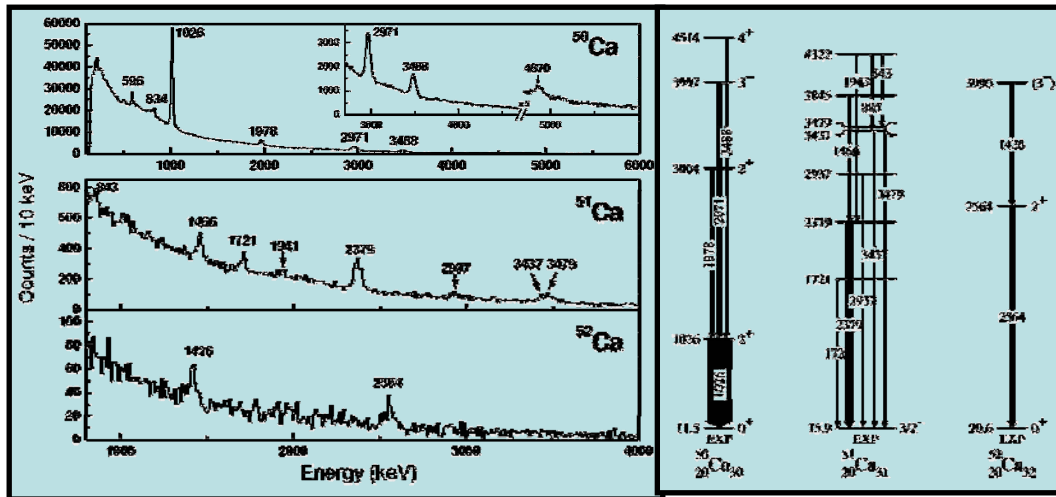


Figure 9.6 : A gauche, spectres γ obtenus dans l'expérience de la référence [Rej] et schémas de niveaux déduits pour les isotopes riches en neutrons de $^{50,51,52}\text{Ca}$.

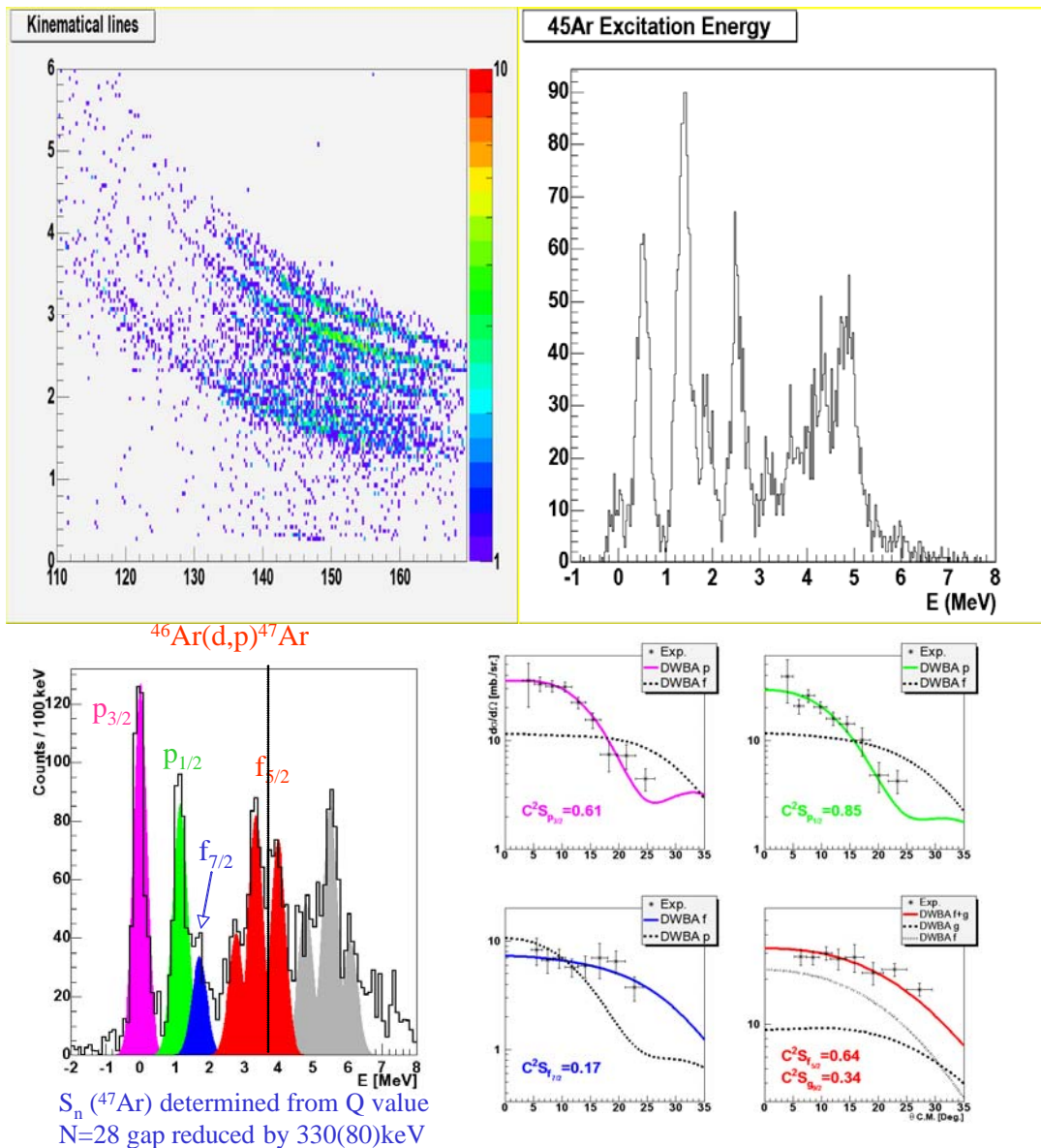
9.2 Spectromètre+ détecteur pour particules chargées de recul

La Figure 9.7 illustre l'un des résultats obtenus récemment avec l'ensemble MUST [Gau]. Le but de l'expérience était d'étudier les noyaux d' ^{45}Ar et ^{47}Ar par réaction de transfert $^{44,46}\text{Ar}(d,p)$. Le résidu lourd était détecté et identifié au plan focal du spectromètre SPEG, et le proton de recul avec l'ensemble MUST placé aux angles arrière. Dans cette expérience, l'acceptance du spectromètre était limitée à 50% à cause du choix de l'optique et les coïncidences n'ont en fait été utilisées que pour s'assurer de l'origine des différents pics obtenus par les lignes cinématiques du proton de recul. Les schémas de niveaux de $^{45,47}\text{Ar}$ ont été obtenus par la méthode de la masse manquante, où les propriétés du noyau d'intérêt sont déterminées à partir des caractéristiques du noyau léger de recul.

La figure 9.7 (haut gauche) présente les lignes cinématiques obtenues, dans le cas de la réaction $^{44}\text{Ar}(d,p)^{45}\text{Ar}$, par la mesure de la perte d'énergie dans les détecteurs Si à strips, premier étage de MUST, et la mesure de l'angle de diffusion des protons de recul. La partie droite de la figure correspond au spectre d'énergie d'excitation déduit pour ^{45}Ar . Le même spectre obtenu pour ^{47}Ar est présenté en bas à gauche. Dans les deux cas, plusieurs états sont clairement séparés. La résolution en énergie obtenue dans cette expérience est illustrée par la largeur des états, de l'ordre de 400 keV FWHM. Finalement, la partie en bas à droite présente les distributions angulaires mesurées pour les trois premiers états et le groupe d'états compris entre 2.5 et 4 MeV d'énergie d'excitation de ^{47}Ar . La forme des distributions angulaires a permis de clairement identifier la multipolarité des transitions, et dans ce cas particulier où le noyau de départ a un spin/parité 0^+ , permet d'attribuer les spins et parités de

ces états. Les couleurs des distributions angulaires se rapportent à celles des pics sur la partie gauche de la figure. Les deux premiers états, le fondamental et le premier état excité, correspondent clairement à un transfert de neutron $l=1$, qui peuple les sous-couches $p_{3/2}$ et $p_{1/2}$ de ^{47}Ar . Les deux autres distributions angulaires sont très différentes et correspondent à des multipolarités plus élevées. Les données de cette expérience ont permis de mettre en évidence des évolutions importantes des écarts spin-orbite $p_{3/2}-p_{1/2}$ et $f_{7/2}-f_{5/2}$ dans cette région de noyaux, qui ont pu être expliquées, respectivement par la dépendance en densité de l'interaction spin-orbite à l'intérieur des noyaux et par l'interaction tenseur neutron-proton [Gau].

Figure 9.7 : voir texte



9.3 Spectromètre+ Détecteurs γ + particules chargées

Lorsque l'écartement entre les niveaux des noyaux considérés devient plus petit que la résolution en énergie intrinsèque à la mesure des particules chargées, il devient nécessaire de considérer la détection des γ de désexcitation. Toutefois, dans le cas des noyaux exotiques, le seuil d'émission de neutrons/protons est en général relativement bas, et la spectroscopie des noyaux au-dessus du seuil d'émission ne peut se faire que par la détection de la particule légère de recul. Il faut donc combiner les deux types de détecteurs décrits dans les deux paragraphes précédents. L'ensemble TIARA décrit au paragraphe 7.1 a été spécifiquement conçu pour pouvoir fonctionner avec EXOGAM. Plus récemment, l'une des motivations du développement de MUST2, pour remplacer MUST a également été de pouvoir disposer d'un ensemble qui puisse fonctionner conjointement à EXOGAM et TIARA. La première campagne d'expériences VAMOS+EXOGAM+TIARA+MUST2 a eu lieu en octobre-novembre 2007, et a permis d'explorer la spectroscopie des noyaux tels que ^{27}Ne (fermeture de couche $N=16$) au-delà des premiers états excités connus précédemment en-dessous du seuil d'émission de neutrons [Obe], et ^{21}O . Dans ces expériences, le fragment lourd était détecté au plan focal de VAMOS, en coïncidence avec la particule de recul détectée dans TIARA ou MUST2 (MUST2 remplaçant le détecteur annulaire avant de TIARA), et avec les γ de désexcitation détectée dans 4 modules EXOGAM entourant le tonneau de TIARA au plus proche de la cible. L'analyse de ces données vient tout juste de démarrer.

9.4 Spectromètre+ Détecteurs γ + particules chargées +neutrons

Dans les expériences utilisant la méthode dite de la masse invariante, la cinématique de la réaction est intégralement reconstruite, en mesurant toutes les particules en voie de sortie. L'énergie d'excitation est obtenue directement à partir de la relation :

$$E^* = \left(\sqrt{\sum_i m_i^2 + \sum_{i \neq j} m_i m_j \gamma_i \gamma_j (1 - \beta_i \beta_j \cos \theta_{ij})} - m_{proj} \right) c^2 + E_\gamma$$

Le dispositif LAND de GSI [Aum] a réalisé plusieurs expériences sur les modes collectifs des noyaux selon ce principe. Il est illustré sur la Figure 9.8, tel qu'il a été utilisé dans une expérience portant sur la mise en évidence de modes pygmées dans les noyaux $^{130,132}\text{Sn}$ [Adr]. Le faisceau secondaire composite est produit par fission en vol d'un faisceau d' ^{238}U à 500 MeV/nucléon. Il est identifié et les positions et angles d'incidence sur la cible sont reconstruits événement par événement par des détecteurs de faisceau avant la cible. La cible est une cible de Pb d'environ 500 mg/cm², qui va provoquer une excitation Coulombienne du projectile. Les modes collectifs peuvent correspondre à des énergies d'excitation relativement élevées, et la désexcitation peut donc procéder par émission de neutrons, suivie d'émission de rayonnements γ . Les γ émis sont détectés autour de la cible par la Crystal Ball (voir paragraphe 8). Après la cible, le dipole de grande acceptation ALADIN permet de séparer les neutrons de tous les fragments chargés qui sont déviés par le champ magnétique. Les neutrons sont détectés dans le multidétecteur LAND, qui mesure leurs positions et leur temps de vol. Les particules chargées sont identifiées par leur perte d'énergie et leur temps de vol, et leurs positions sont également mesurées pour pouvoir reconstruire leur impulsion. L'énergie d'excitation des projectiles est reconstruite par la formule de masse invariante donnée plus haut, à partir des quadri-moments de tous les produits de la désexcitation. La résolution en énergie finale varie de 1.5 à 3.5 MeV FWHM sur la gamme des énergies d'excitation considérées.

Sur la Figure 9.9, les sections efficaces électromagnétiques $d\sigma/dE^*$ sont reconstruites et comparées aux distributions attendues pour une Résonance Géante Dipolaire (GDR) et

une résonance pygmée dipolaire (PDR), après convolution par la réponse des détecteurs. Cette expérience a clairement mis en évidence une concentration de force à basse énergie très supérieure à ce qui était observé pour les noyaux stables comme ^{124}Sn . Les calculs microscopiques s'accordent sur le fait que cette force provient de l'oscillation des neutrons en excès, mais ils diffèrent sur le degré de collectivité de ce nouveau mode de vibration [Adr].

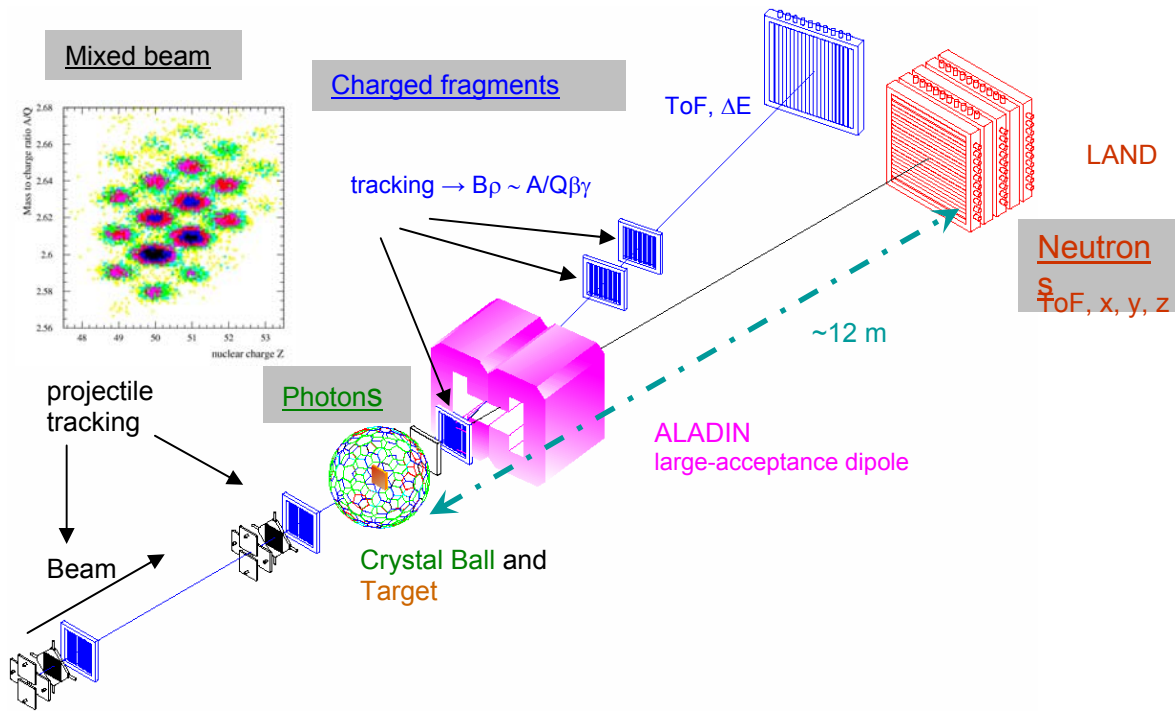


Figure 9.8 : Dispositif expérimental de la ligne ALADIN-LAND au GSI [Aum].

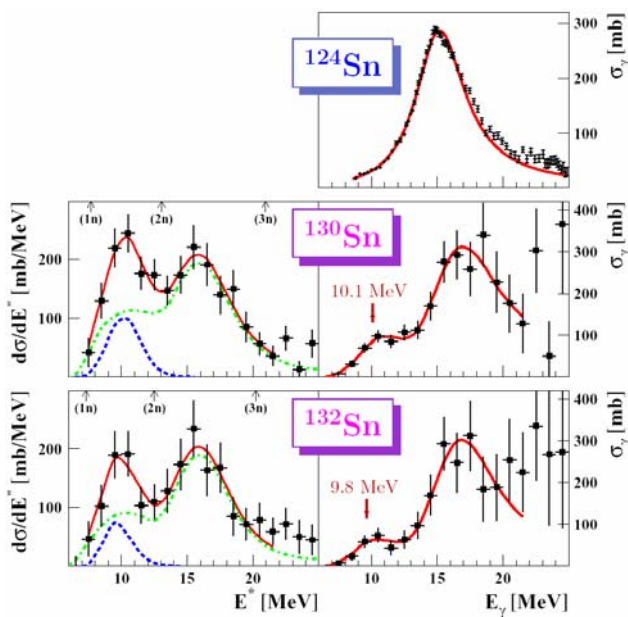


Figure 9.9 : A gauche, sections efficaces de dissociation électromagnétique, différentielles en énergie pour ^{130}Sn et ^{132}Sn . Le pic à haute énergie correspond à la GDR normale, celui à basse énergie à un nouveau mode pygmée.

A droite : sections efficaces de photodésintégration correspondantes, obtenues après déconvolution du spectre de photons virtuels [Aum].

Les courbes correspondent à des distributions gaussiennes (tirets) et Lorentziennes (tirets-pointillés) pour la pygmée et la GDR respectivement, et à leur somme (lignes continues), après convolution par la réponse des détecteurs. En haut à droite : courbe obtenue pour le ^{124}Sn , stable dans une expérience de photodésintégration avec des photons réels [Adr].

10. Conclusion

Plusieurs des différents cours de cette Ecole vous auront montré que les réactions directes constituent un outil important pour explorer la structure des noyaux exotiques. On met souvent en parallèle les réactions de transfert d'un nucléon et les réactions de « knockout », car elles permettent toutes deux de déterminer :

- l'occupation des orbites de particules du modèle en couches de l'état fondamental du noyau projectile
- le moment angulaire du nucléon transféré (dans le cas des transferts) ou enlevé (dans le cas du knockout).
- les énergies des états du noyau produit.

Les 2 types de réactions sont complémentaires pour ce qui est de leur domaine d'énergie incidente. Alors que les réactions de transfert ont leurs sections efficaces maximum à des énergies inférieures à 30-40 MeV/nucléon, le domaine d'applicabilité des hypothèses du traitement des réactions de knockout est limité aux énergies supérieures à 50-100 MeV/nucléon.

L'un des avantages des réactions de knockout découle directement de cette haute énergie où les cibles utilisées peuvent être relativement épaisses par rapport à celles utilisées pour les transferts. L'autre avantage de ces réactions de knockout tient aux grandes sections efficaces de ces processus. L'ordre de grandeur des sections efficaces pour le knockout est en effet de 100 mb pour les noyaux très exotiques, 1 mb pour les noyaux plus proches de la stabilité. Pour les transferts, les sections efficaces typiques sont de 1 mb. Pour les noyaux très exotiques, qui sont en général les plus intéressants, on peut donc obtenir des résultats exploitables avec des intensités incidentes de quelques pps, alors qu'une expérience de transfert nécessite au moins 10^4 pps incidentes, compte-tenu du rapport des sections efficaces et des épaisseurs de cible.

En revanche un avantage important des réactions de transfert est de pouvoir ajouter un nucléon au noyau d'origine, ce qui n'est pas possible bien sûr avec le knockout, où il n'y a pas l'équivalent de la réaction (d,p). On peut donc avec les transferts accéder au noyau A+1, et pas seulement A-1, et éventuellement faire les deux en même temps, dans la même expérience. Les réactions de transfert ont été appliquées depuis de nombreuses années et leur applicabilité pour extraire des informations sur la structure des noyaux a été clairement établie pour les noyaux stables en cinématique directe. L'extension aux noyaux exotiques a nécessité quelques développements théoriques pour prendre en compte quelques effets nouveaux, liés à la faible énergie de liaison et aux effets de continuum en particulier, mais surtout, comme ce cours a essayé de le montrer, des développements importants du côté de l'instrumentation pour adapter des dispositifs expérimentaux à la cinématique inverse.

Les nouveaux ensembles de détection construits ces dernières années, ou en projet, les avancées effectuées dans le domaine des cibles, constituent des apports importants pour les expériences à venir.

Bibliographie

- Adr : P. Adrich et al., Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 132501
- Ala : N. Alamanos et al., Nucl. Phys. A660 (1999) 406
- Aum : Th. Aumann, présentation INPC 2007, <http://inpc2007.riken.jp>
- Baye : D. Baye, cours donnés à cette Ecole
- Bian : L. Bianchi et al., NIMA276 (1989) 509
- Blu : Y. Blumenfeld et al., NIMA 421 (1999) 471
- Bol : G. Bollen, présentation EMIS2007 : emis2007.ganil.fr/talks
- Bro : R. Broda, Phys. Lett. B 251 (1990) 245
- Caa : M. Caamano et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 062502
- Cor : D. Cortina-Gil, cours donnés à cette Ecole
- Cor97 : D. Cortina-Gil et al., Phys. Lett B401 (1997) 9
- Dol : P. Dolegeviez et al., Nucl. Inst. Meth. B 564 (2006)32
- Cars : F. Carstouiu et al., Phys. Rev. C70 (2004) 054602
- Dem : C.E. Demonchy et al., NIMA 583 (2007) 341
- Dem2 : C.E. Demonchy et al., NIMA 573 (2007) 145
- For : B. Fornal et al, Phys. Rev. C70 (2004) 064304, et Phys. Rev. C72 (2005) 044315
- Gau : L. Gaudefroy et al., Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 092501
- Gel : Thèse Marie Gélin, Univ de Caen (2007)
- Gla : Présentation de Th. Glasmacher, INPC2007, <http://inpc2007.riken.jp>
- Gré : B. Bastin, S. Grévy et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022503
- Han : P.G. Hansen, Phys. Rev. Lett. 77 (1996) 1016
- Ish : S. Ishimoto et al., Nucl. Inst. Meth. A 480 (2002) 304
- Jan : R.V.F. Janssens et al, Phys. Lett. B. 546 (2002) 55
- Jou : C. Jouanne et al., Phys. Rev. C72 (2005) 014308
- Khan : C. Monrozeau, E. Khan et al., Phys. Rev. Lett., to be published, et Nucl. Phys. A788 (2007) 182c.
- Kno : F. Knoll, Radiation Detection and Measurement, third ed., Wiley, New York, 2000.
- Kor01 : A. Korshennikov et al., Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 092501
- Kor03 : A. Korshennikov et al., Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 082501
- Lau : K. Lau, J. Pyrlík, NIMA 366 (1995) 298
- Mar : N. Marginean, Phys. Lett. B 633 (2006) 696
- Mitt : W. Mittig and P. Roussel-Chomaz, Nucl. Phys. A693 (2001) 495
- Nav : A. Navin et al., Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 266
- Obe : A. Obertelli et al., Phys. Lett. B 633 (2006) 33
- Orr : N. Orr, Nucl. Phys. A616 (1997) 155c, et références incluses.

Ott : S. Ottini-Hustache et al., Nucl. Inst. Meth. A431 (1999) 476
Rej : M. Rejmund et al., Phys. Rev. C76 (2007) 021304
Ryu : H. Ryuto et al., NIMA 555 (2005) 1
Sak : S. Sakaguchi, présentation DREB2007, <http://rarfaxp.riken.go.jp/DREB2007>
Sau : E. Sauvan et al., Phys. Lett. B491 (2000), 1
Sav : H. Savajols, NIMB 204 (2003) 146
Sav2 : H. Savajols, Th. Roger et al, com. privée, expérience E1078 à TRIUMF.
Sat : G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions
Sim : J. Simpson et al., Acta. Phys. Hung.N.S. 11 (2000) 159
Ska : F. Skaza et al., Phys. Lett. B619 (2005) 82, Phys. Rev C73 (2006) 044301,+ N. Keeley,
F. Skaza et al., Phys. Lett B646 (2007) 222
Ues : T. Uesaka et al, Nucl. Inst. Meth. A 526 (2004) 186
Var. R.L. Varner et al., Phys. Rep. 201 (1999) 57
Vill : A.C.C. Villari and R. Bennett, Comptes Rendus. Physique (2003) (no.4-5t.4) p. 595
Vis : A.de Vismes et al, Nucl. Phys. A 706 (2002) 295
Wak : T. Wakui et al, Nucl. Inst. Meth. A 526 (2004) 182
Win : J. Winfield, W.N. Catford, N. Orr, NIMA 496 (1997) 147
Yuk : A. Yukhimchuk et al., Nucl. Inst. Meth. A 513 (2003) 439

THÉORIE DES COLLISIONS À BASSE ÉNERGIE

JEAN-MARC SPARENBERG

Université Libre de Bruxelles, CP 229, B-1050 Bruxelles, Belgique

Résumé

Les notions de base de la théorie quantique des collisions à basse énergie sont introduites (sections efficaces, déphasages, résonances, ...), en particulier dans le cas de particules chargées positivement, ceci en vue de leur application à la physique nucléaire. Une introduction à la méthode de la matrice de réaction ou matrice R est ensuite proposée, tant pour la résolution de l'équation de Schrödinger décrivant les collisions que pour l'ajustement phénoménologique de données expérimentales. La plupart des résultats sont établis sans démonstration mais avec un accent particulier sur leur compréhension intuitive et leurs éventuels analogues en mécanique classique. Plusieurs choix dictés par cette logique sont faits : (i) l'exposé débute par un "rappel" détaillé de la description classique des collisions, (ii) les concepts sont d'abord introduits dans des cas théoriques idéaux avant d'aborder le formalisme plus compliqué permettant de décrire des situations expérimentales réalistes, (iii) un seul exemple sert de fil conducteur à travers quasiment tout le texte, (iv) l'ensemble des notions est établi pour les collisions élastiques de particules sans spin, une simple mention de leur généralisation à plusieurs voies étant donnée pour référence à la fin du texte.

Abstract

The basic notions of low-energy quantum scattering theory are introduced (cross sections, phase shifts, resonances, ...), in particular for positively-charged particles, in view of nuclear-physics applications. An introduction to the reaction-matrix (or R-matrix) method is then proposed, as a tool to both solve the Schrödinger equation describing collisions and fit experimental data phenomenologically. Most results are established without proof but with a particular emphasis on their intuitive understanding and their possible analogs in classical mechanics. Several choices are made consequently: (i) the text starts with a detailed "reminder" of classical scattering theory, (ii) the concepts are first introduced in ideal theoretical cases before going to the more complicated formalism allowing the description of realistic experimental situations, (iii) a single example is used throughout nearly the whole text, (iv) all concepts are established for the elastic scattering of spinless particles, with only a brief mention of their multichannel generalization at the end of the text.

Table des matières

1	Introduction	121
2	Système de deux particules en mécanique classique	122
2.1	Simplifications du problème	122
2.1.1	Séparation du mouvement du centre de masse	122
2.1.2	Séparation du mouvement angulaire	123
2.1.3	Exemple : potentiel newtonien	124
2.2	Section efficace de diffusion élastique	125
2.2.1	Section efficace différentielle	125
2.2.2	Exemple : formule de Rutherford	126
3	Système de deux particules en mécanique quantique	127
3.1	Simplifications du problème	128
3.1.1	Séparation du mouvement du centre de masse	128
3.1.2	Conservation de l'énergie	128
3.1.3	Conservation du moment cinétique	129
3.1.4	Équation de Schrödinger radiale	130
3.1.5	Exemple : potentiel d'interaction $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$	130
3.2	Étude heuristique de l'équation de Schrödinger radiale	131
3.2.1	Énergie négative, toujours inférieure au potentiel	131
3.2.2	Énergie négative, parfois supérieure au potentiel	132
3.2.3	Énergie négative, états liés	134
3.2.4	Énergie positive, états libres	135
3.2.5	Déphasage et matrice de collision	136
3.2.6	Définition et propriétés théoriques des déphasages	138
3.2.7	Basse énergie et développement en portée effective	139
3.2.8	Résonances	141
3.3	Amplitude de diffusion et section efficace	143
3.3.1	Méthode des déphasages pour l'amplitude de diffusion	144
3.3.2	Autres méthodes de calcul de l'amplitude de diffusion	146
4	Méthode de la matrice R	146
4.1	Principe : division de l'espace en deux régions	147
4.2	Zone intérieure	148
4.3	Zone extérieure	150
4.4	Modèle phénoménologique	153
5	Généralisation à plusieurs voies	154
5.1	Sections efficaces différentielles	155
5.2	Méthode de la matrice R	156
6	Conclusion	157
	Remerciements	158
	Références	158

1 Introduction

Le monde des molécules, atomes, noyaux, particules est décrit par les lois de la physique quantique, ce qui implique que de nombreux phénomènes se déroulant à ces échelles paraissent peu intuitifs à nos esprits formés, par la nature même de notre existence, au monde macroscopique et à ses lois de physique classique. Les phénomènes de collision ne font pas exception à la règle : même les plus simples d'entre eux – les collisions élastiques de basse énergie – se manifestent sous des formes surprenantes pour qui n'aurait en tête que des collisions classiques idéales, comme celles entre boules de billard ou corps célestes. Ainsi, des phénomènes d'*interférences* et de *résonances* sont observés lors de la mesure de taux de collisions, qui ne peuvent en aucun cas être expliqués par la mécanique classique. Ces phénomènes deviennent plus spectaculaires encore lorsque, toujours à basse énergie, l'on s'intéresse à des collisions plus complexes, comme les collisions inélastiques, dans lesquelles l'état interne des particules entrant en collision est modifié au cours de la collision, ou les réactions, dans lesquelles c'est la nature même des particules qui est altérée : en effet, ces phénomènes seraient parfois purement et simplement impossibles en physique classique car ils violeraient la conservation de l'énergie. On constate qu'ils se déroulent néanmoins, ce qui s'explique par un autre effet purement quantique : l'*effet tunnel*.

Les réactions nucléaires sont certainement parmi les plus fascinants de ces phénomènes, en particulier lorsqu'elles se déroulent dans des environnements tels que le bigbang (nucléosynthèse primordiale) ou les étoiles (nucléosynthèse stellaire). Deux éditions de l'école Joliot-Curie (1990 et 2000) ont d'ailleurs été consacrées à ce sujet. Une remarque s'impose à ce stade : par le grand public, ces environnements cosmiques seraient considérés comme extrêmement chauds et énergétiques. En réalité, du point de vue de la physique nucléaire, les énergies mises en oeuvre sont extrêmement faibles, ce qui implique que les taux de réactions sont très bas. Certaines réactions ne se produisent d'ailleurs à des taux appréciables que grâce aux phénomènes de résonances mentionnés ci-dessus. En conséquence, tant du point de vue expérimental que du point de vue théorique, les principaux problèmes rencontrés dans ce contexte sont liés aux très basses énergies. Les problématiques sont donc très éloignées de la physique des particules qui concerne, elle, les (très) hautes énergies avec, du point de vue expérimental, les très grosses machines que l'on sait et, du point de vue théorique, des modèles basés sur la relativité restreinte et la théorie des champs. Expérimentalement, les réactions nucléaires de basse énergie requièrent une approche très spécifique, décrite dans d'autres cours de cette école. Du point de vue théorique, ces réactions sont par contre très similaires aux collisions que l'on rencontre dans d'autres disciplines : citons par exemple la physique atomique, en particulier l'étude des gaz quantiques, et la physique du solide. La motivation d'étudier les collisions de basse énergie est donc essentielle en physique nucléaire, mais dépasse largement le cadre de cette discipline. Les phénomènes mentionnés ci-dessus (interférences, résonances, effet tunnel) donnent un indice quant au type de description théorique à mettre en oeuvre pour décrire de telles collisions : ils sont révélateurs d'un comportement *ondulatoire*. Le présent cours se situe donc dans le contexte de la mécanique quantique, ou mécanique ondulatoire, en l'occurrence *non relativiste* du fait des basses énergies. L'équation clé de cette discipline est l'équation de Schrödinger, dont les solutions sont les fonctions d'onde qui décrivent l'état des particules.

Le formalisme de la mécanique quantique étant assez mathématique, il nous a paru opportun, vu la proportion importante de jeunes expérimentateurs dans le public de cette école et la limitation à deux heures de cours, d'en tenter une approche la plus intuitive et la plus inductive possible. Nous ne voulons cependant pas éviter d'aborder certains concepts théoriques clés, comme les états stationnaires de diffusion ou les symétries. Nous avons donc fait le choix d'utiliser autant que possible les analogies, mais aussi les différences, avec les collisions classiques, plus faciles à appréhender. Le texte commence donc par un "rappel" détaillé de ces

notions (paragraphe 2), avec en particulier l’introduction de la notion de section efficace et l’établissement de la formule de Rutherford (section efficace de collision élastique pour des particules chargées). Ensuite, dans la partie quantique proprement dite (paragraphe 3), nous avons choisi d’aborder l’exposé des concepts théoriques de manière heuristique, par simple examen des solutions numériques de l’équation de Schrödinger dans un cas particulier typique. L’exposé commence par revisiter la notion d’état lié, qui devrait être familière aux lecteurs ayant suivi un premier cours de mécanique quantique (penser au spectre de l’atome d’hydrogène). On passe ensuite aux états de collision ou états libres proprement dits, avec une introduction des concepts clés que sont le déphasage, la matrice de collision et les résonances. La troisième partie de l’exposé (paragraphe 4) concerne une méthode particulière permettant de résoudre l’équation de Schrödinger, pour laquelle notre groupe a développé une certaine expertise. Il s’agit de la méthode de la matrice de réaction, ou matrice R. Cette méthode présente l’avantage d’être également un modèle phénoménologique intéressant pour l’ajustement de données expérimentales trop compliquées pour être reproduites par un modèle prédictif. Enfin, nous terminons (paragraphe 5) par une extension rapide des notions introduites au cas des collisions à plusieurs voies.

Dans ces notes de cours, nous choisissons de ne pas utiliser d’unités réduites et de traiter rigoureusement l’interaction coulombienne. Ces deux choix alourdissent les équations mais devraient faciliter l’utilisation des formules établies comme référence ultérieure. Un choix différent a été fait pour la présentation orale, dont les transparents constituent donc un complément utile aux présentes notes. Enfin, nous tentons de suivre les recommandations de l’Académie française en matière de nouvelle orthographe ; “ambigüité”, “apparait”, “bigbang”, etc ne sont donc pas des fautes de frappe.

2 Système de deux particules en mécanique classique

Dans ce premier paragraphe, nous étudions un système de deux particules ponctuelles en interaction, à l’aide des outils de la mécanique classique. On se limite au cas où la structure interne de ces particules est négligée ; en particulier, elle n’est pas affectée par l’interaction interparticulaire. Les collisions seront donc uniquement élastiques. Ceci nous permettra de discuter, de manière intuitive, les simplifications importantes qui apparaissent dans les situations théoriques idéales (les “rêves de théoricien”), puis d’introduire la notion de section efficace, indispensable pour décrire les situations expérimentales de collisions de particules microscopiques.

Les résultats présentés dans ce paragraphe le sont sans démonstration, puisqu’ils sont d’une part supposés connus du lecteur, et d’autre part rappelés ici dans le but principal de servir de guide intuitif et de point de comparaison lors de l’introduction des concepts équivalents – mais plus compliqués à percevoir intuitivement – de la mécanique quantique. Pour l’établissement rigoureux des résultats du présent paragraphe, on consultera par exemple la référence [KKR72].

2.1 Simplifications du problème

2.1.1 Séparation du mouvement du centre de masse

Considérons un système de deux particules, 1 et 2, de masses m_1 , m_2 , et de coordonnées \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 , se déplaçant dans un espace à trois dimensions.¹ On définit

- la masse totale $M = m_1 + m_2$ et la coordonnée du centre de masse $\mathbf{R} = (m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2)/M$ de ce système, ainsi que

¹Dans ce cours, les caractères gras désignent les vecteurs à trois dimensions.

– la masse réduite

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

et la coordonnée relative

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad (2)$$

qui permettent de définir la vitesse relative $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ et l'impulsion relative $\mathbf{p} = \mu\mathbf{v}$.

Si ces deux particules ne sont soumises à aucune force extérieure et que leur force d'interaction mutuelle dérive d'un potentiel $V(\mathbf{r})$ qui ne dépend que de leur coordonnée relative, une première simplification apparaît. En effet, le mouvement de ces deux particules se ramène, d'une part, au mouvement d'une particule libre pour le centre de masse, et, d'autre part, au mouvement d'une particule de masse μ et de coordonnée \mathbf{r} , dont l'énergie totale est conservée et vaut²

$$E = T + V(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + V(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Dans cette équation, l'énergie totale est la somme de l'énergie cinétique du mouvement relatif, T , et de l'énergie potentielle V . Le mouvement du centre de masse étant trivial, on ramène donc un problème à deux particules à un problème à une particule fictive, aussi appelée particule relative. Notons que, dans le cas où une particule est beaucoup plus légère que l'autre, par exemple $m_1 \ll m_2$, on a $\mu \approx m_1$ et la particule relative est équivalente à la particule la plus légère. Dans les autres cas, le sens physique de la particule relative est moins intuitif, la donnée de \mathbf{r} , combinée à \mathbf{R} , permettant seulement d'en déduire les positions des deux particules : lorsque la particule relative se trouve à l'origine ($\mathbf{r} = 0$), cela signifie par exemple que les deux particules sont confondues en leur centre de masse.

2.1.2 Séparation du mouvement angulaire

La première simplification du problème provenait du fait que la seule force présente était une force d'interaction entre les deux particules et que cette force dérivait d'un potentiel $V(\mathbf{r})$ qui ne dépendait que de la coordonnée relative des deux particules. Une seconde simplification majeure se produit lorsque ce potentiel est central, c'est-à-dire qu'il ne dépend que de la *distance* r entre les deux particules, pas de leur orientation relative. On le note alors $V(r)$.

En effet, dans ce cas, le moment cinétique

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (4)$$

est conservé au cours du mouvement. Cette quantité étant vectorielle, il est intéressant de considérer séparément les conséquences de la conservation de sa direction et de la conservation de son module. La conservation de sa direction implique que le mouvement relatif des deux particules (ou le mouvement de la particule fictive) se déroule dans un plan perpendiculaire à cette direction et passant par l'origine. D'un problème à trois dimensions, on passe donc à un problème à deux dimensions. Par ailleurs, la conservation du module du moment cinétique implique que, connaissant r , on connaît la vitesse angulaire de ce mouvement plan. On se ramène donc à un problème à une dimension : l'étude du mouvement de la particule relative suivant la coordonnée radiale r , tout le reste pouvant s'en déduire. Cette particule est soumise à un potentiel effectif dépendant du module du moment cinétique,

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{\mathbf{L}^2}{2\mu r^2} + V(r), \quad (5)$$

²Dans la formulation lagrangienne ou hamiltonienne de la mécanique classique, l'énergie totale est aussi égale à la fonction hamiltonienne H .

et, au cours du mouvement, il y a conservation de l'énergie totale, dont l'expression, similaire à (3), est cette fois

$$E = T_r + V_{\text{eff}}(r) = \frac{p_r^2}{2\mu} + V_{\text{eff}}(r). \quad (6)$$

Outre le potentiel effectif, cette énergie totale fait apparaître l'énergie cinétique radiale T_r , qui s'exprime en fonction de p_r , la composante radiale de l'impulsion relative.

2.1.3 Exemple : potentiel newtonien

La mécanique céleste est probablement l'application la plus majestueuse des résultats résumés ci-dessus ; elle permet également d'en renforcer la compréhension intuitive. Considérons donc un système de deux masses m_1 et m_2 , interagissant par l'intermédiaire de la force (attractive) de gravitation, c'est-à-dire du potentiel central newtonien

$$V(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0, \quad (7)$$

où G est la constante de gravitation universelle. La valeur de ce potentiel lorsque les deux masses sont infiniment séparées l'une de l'autre est (arbitrairement) choisie égale à zéro. Ce potentiel est attractif mais non confinant car les masses peuvent être infiniment séparées l'une de l'autre, pour autant qu'elles aient une énergie cinétique relative suffisante. Le potentiel centrifuge étant, lui, répulsif, le potentiel effectif total présente un minimum (puits de potentiel), à l'exception du cas particulier où le moment cinétique est nul.

On peut donc distinguer deux types de solutions pour le mouvement relatif des deux masses :

- pour une énergie E négative, on obtient une orbite elliptique *liée*, confinée à une zone finie de l'espace et dont le mouvement radial présente deux points de rebroussement (penser par exemple au mouvement elliptique des planètes autour du Soleil) ;
- pour une énergie E positive, on obtient une orbite hyperbolique *libre*, qui s'étend jusqu'à l'infini, tant avant qu'après la collision, et dont le mouvement radial présente un seul point de rebroussement (penser par exemple au mouvement d'une sonde spatiale passant à proximité d'une planète qui dévie sa trajectoire, puis s'en éloignant).

Ce dernier cas décrit une *collision élastique* ; il nous intéressera plus particulièrement dans la suite de ce cours. Choisissons l'axe z des coordonnées parallèle à la direction de l'impulsion relative asymptotique initiale $\mathbf{p}_{\text{as},\text{in}}$, c'est-à-dire l'impulsion relative des deux masses lorsqu'elles sont infiniment séparées l'une de l'autre avant la collision. Une telle trajectoire libre est caractérisée par :

- le plan dans lequel se déroule le mouvement, qui comprend l'origine et est parallèle à l'axe z ; on le repère par l'angle azimutal ϕ , c'est-à-dire l'angle de ce plan pris par rapport à la direction (arbitraire) de l'axe x ;
- l'énergie totale du mouvement relatif, qui égale l'énergie cinétique asymptotique

$$E = p_{\text{as}}^2/2\mu > 0; \quad (8)$$

pour une collision élastique, l'énergie cinétique asymptotique après la collision égale celle avant la collision, par conservation de l'énergie ;

- la paramètre d'impact b , distance entre l'origine et la droite tangente à la trajectoire asymptotique.

Ces deux dernières quantités définissent la norme du moment cinétique

$$L = p_{\text{as}}b. \quad (9)$$

Celle-ci étant également conservée au cours de la collision, on voit que tant p_{as} que b sont égaux avant et après la collision. En revanche, au cours de la collision, la trajectoire est courbée ; on

appelle $\theta(b, E)$ l'angle entre la trajectoire asymptotique initiale et la trajectoire asymptotique finale. Cet angle est non nul en général et constitue le résultat physique essentiel pour la suite. Pour le potentiel Newtonien, il est par exemple donné par la relation

$$\tan \frac{\theta(b, E)}{2} = \frac{Gm_1m_2}{2Eb}. \quad (10)$$

Deux remarques s'imposent à ce stade.

- La physique du problème nous a implicitement amenés à utiliser le système de coordonnées sphériques r, θ, ϕ pour repérer la position de la particule relative. r est sa distance par rapport à l'origine, ϕ est l'angle azimutal qui caractérise le plan de son mouvement, et θ est sa colatitude (angle par rapport à la direction de l'axe des z positifs). La direction de la trajectoire asymptotique initiale correspond à $\theta = 0$, alors que la direction de la trajectoire asymptotique finale correspond à $\theta = \theta(b, E)$, ce qui montre la cohérence des deux notations.
- L'équation (10) montre que la trajectoire initiale est d'autant plus affectée par la collision – $\theta(b, E)$ est d'autant plus grand – que le paramètre d'impact est petit. S'il s'agit là d'un comportement universel, les interactions en r^{-1} , de par leur longue portée, sont cependant un peu particulières de ce point de vue : $\theta(b, E)$ n'est nul que lorsque le paramètre d'impact vaut l'infini. Pour des interactions à plus courte portée, $\theta(b, E)$ peut être rigoureusement nul au-delà d'une certaine valeur du paramètre d'impact. Les équations (8) et (9) impliquent alors que, pour une énergie donnée, la collision ne se produit que pour des L suffisamment petits ou que, pour un moment cinétique donné, la collision ne se produit que pour des E suffisamment élevées.

2.2 Section efficace de diffusion élastique

Considérons maintenant, toujours dans une perspective de mécanique classique, des collisions – on parle aussi de *diffusion* – entre particules microscopiques (molécules, atomes, noyaux, ...), typiquement un faisceau incident sur une cible. Les réalités expérimentales d'une telle situation font que l'on s'éloigne des cas théoriques idéaux décrits ci-dessus, ce qui amène à introduire la notion de section efficace.

2.2.1 Section efficace différentielle

Les principales différences par rapport à la trajectoire d'une sonde spatiale discutée précédemment sont que chaque collision ne peut être suivie individuellement et que les paramètres d'impact des particules microscopiques ne sont pas accessibles expérimentalement, parce que les positions précises des particules ne sont contrôlables ni dans le faisceau ni dans la cible. Pour décrire cette réalité expérimentale, on calcule donc une moyenne sur un grand nombre de collisions, dont on suppose que les paramètres d'impact ont une distribution de probabilité uniforme ; on note n_{inc} le flux incident des particules relatives (nombre de particules par unité de surface et de temps). Dans le cas de la diffusion d'un faisceau uniforme sur une cible homogène, n_{inc} est par exemple le produit du flux du faisceau par le nombre de particules de la cible se trouvant dans le faisceau. Par contre, la vitesse relative des deux types de particules avant leur collision, qui correspond à p_{as} , peut être maîtrisée expérimentalement ; on la supposera donc connue. Remarquons que, p_{as} étant connu mais b étant inconnu, on ne connaît pas le moment cinétique des collisions individuelles. La moyenne portera donc sur les différents moments cinétiques accessibles.

De même, il n'est pas envisageable de suivre la trajectoire des particules *pendant* le processus de collision ; en principe, on contrôle par contre cette trajectoire avant la collision (faisceau) et on est capable de détecter les particules – du moins celles qui sortent de la cible – après leur

collision (détecteurs). La question que l'on peut donc se poser est, pour une énergie donnée E et pour un détecteur positionné à une position $\Omega = (\theta, \phi)$ avec une ouverture d'angle solide $\Delta\Omega$, quel est le nombre de particules détectées ? Ce nombre de particules doit être proportionnel au flux de particules incidentes ; le coefficient de proportionnalité est par définition la *section efficace* :

$$\underbrace{N_{\text{diff}}(E, \Omega, \Delta\Omega)}_{\text{diffusées}} \equiv n_{\text{inc}} \times \underbrace{\sigma(E, \Omega, \Delta\Omega)}_{\text{section efficace}} . \quad (11)$$

Par symétrie de révolution, cette section efficace ne dépend que de l'angle θ .³ Par ailleurs, on définit la *section efficace différentielle* comme la limite du rapport entre particules diffusées par unité d'angle solide et particules incidentes lorsque l'angle solide tend vers zéro :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta) \equiv \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{N_{\text{diff}}(E, \theta, \Delta\Omega)}{n_{\text{inc}} \Delta\Omega} . \quad (12)$$

2.2.2 Exemple : formule de Rutherford

En mécanique classique, il suffit, pour calculer cette section efficace différentielle, de calculer, en résolvant les équations de mouvement, l'angle de déviation $\theta(E, b)$ et d'inverser cette relation pour trouver $b(E, \theta)$. En effet, les particules détectées après la collision dans l'anneau d'angle solide $2\pi \sin \theta d\theta$ sont celles qui sont passées par l'anneau de surface $2\pi b(E, \theta) db(E, \theta)$ avant la collision. On a donc

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta) = \frac{2\pi b(E, \theta) db(E, \theta)}{2\pi \sin \theta d\theta} = \frac{b(E, \theta)}{\sin \theta} \frac{\partial b(E, \theta)}{\partial \theta} . \quad (13)$$

Appliquons cette formule au cas du potentiel coulombien électrostatique entre deux charges ponctuelles $Z_1 e$ et $Z_2 e$, où e est la charge élémentaire :

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 r} , \quad (14)$$

où ϵ_0 est la permittivité électrique du vide. Mathématiquement, ce potentiel est équivalent au potentiel newtonien (7) ; on trouve donc le même angle de déviation qu'à l'équation (10) :

$$\tan \frac{\theta_R(b, E)}{2} = \frac{|Z_1 Z_2| e^2}{8\pi \epsilon_0 E b} , \quad (15)$$

dont on remarque qu'il ne dépend pas des signes relatifs des charges électriques. Ce résultat fut en fait obtenu pour la première fois dans le cas électrostatique, plutôt que dans le cas newtonien, par Rutherford en 1911 [Rut11] (voir aussi la référence [KKR72] et le cours de B. Fernandez dans ce volume). Cet angle de déviation mène à la section efficace différentielle

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega}(E, \theta) = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{16 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} , \quad (16)$$

qui est elle aussi indépendante du signe relatif des charges. Cette section efficace différentielle est représentée en fonction de l'angle pour différentes valeurs de l'énergie à la figure 1 ; on remarque qu'elle diverge lorsque θ tend vers 0, ce qui est dû à la longue portée de l'interaction soulignée plus haut, qui implique que b tend vers l'infini lorsque θ tend vers 0.

Terminons par deux remarques.

³Dans le cas où les particules ont un spin, non considéré ici, il est possible de polariser la cible et/ou le faisceau, si bien que la symétrie de révolution est brisée.

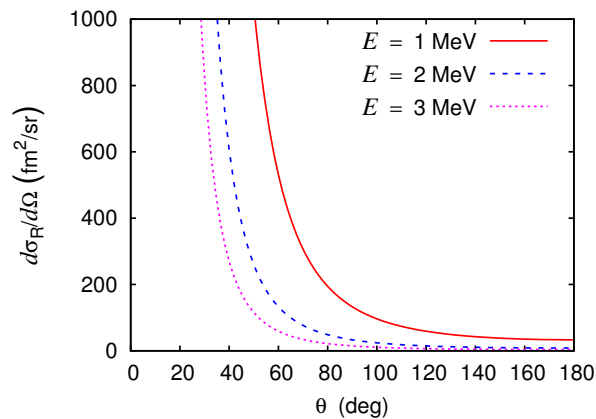


FIG. 1 – Exemples de sections efficaces différentielles de Rutherford, en fonction de l’angle de diffusion dans le référentiel du centre de masse et pour différentes valeurs de l’énergie cinétique relative, dans le cas de la répulsion coulombienne entre les noyaux ^{16}O et α ($Z_1 = 8$, $Z_2 = 2$).

- Dans les exemples de mécanique céleste choisis ci-dessus (Soleil-planète et planète-sonde), l’hypothèse d’une particule beaucoup plus légère que l’autre était satisfaite, si bien que le centre de masse était confondu avec le point matériel le plus lourd. En physique microscopique, c’est plus rarement le cas. Il faut alors se souvenir que les grandeurs introduites ici, en particulier l’angle θ et la section efficace, caractérisent le mouvement des particules relatives de masse μ dans le référentiel du centre de masse. Il est donc nécessaire d’effectuer un changement de coordonnées pour déduire de ces quantités l’angle de déviation de la trajectoire d’une des deux particules, ou la section efficace, dans un référentiel autre que le centre de masse (par exemple le référentiel du laboratoire dans les expériences de physique microscopique). Les formules de ce changement de référentiel sont par exemple données dans la référence [New82] (voir aussi le cours de P. Roussel-Chomaz dans ce volume).
- Dans les cas rencontrés en physique nucléaire (voir ci-dessous), l’interaction est rarement purement coulombienne : elle peut également contenir des termes à courte portée comme l’interaction nucléaire. En mécanique classique, on peut caractériser l’effet de cette interaction supplémentaire par une modification de l’angle de déviation par rapport au cas purement coulombien. On écrit alors

$$\theta(b, E) = \theta_R(b, E) + \theta_{\text{add}}(b, E). \quad (17)$$

3 Système de deux particules en mécanique quantique

Forts de ce bagage puisé dans la mécanique classique, nous pouvons maintenant aborder l’étude des collisions quantiques proprement dites, en soulignant tant les analogies que les différences entre les notions classiques et quantiques. Nous suivrons le même cheminement que dans le paragraphe précédent : en nous basant sur les simplifications possibles du problème, nous décrirons d’abord les états théoriques idéaux, libres et liés, puis construirons les états correspondant à la situation expérimentale de collisions élastiques, qui feront apparaître la notion de section efficace. Comme introduction à la théorie des collisions, on consultera par exemple le chapitre VIII de la référence [CTDL73] et l’excellent ouvrage de Taylor [Tay72]. Une référence très complète mais (nettement !) moins pédagogique est [New82].

3.1 Simplifications du problème

Le problème de deux particules en mécanique quantique permet les mêmes simplifications qu'en mécanique classique; en particulier, le problème de deux particules à trois dimensions se ramène à un problème à une particule et à une dimension. Cependant, ces simplifications se concrétisent ici différemment.

3.1.1 Séparation du mouvement du centre de masse

La séparation du mouvement du centre de masse ramène le problème de deux particules réelles à un problème à une particule relative. Le mouvement relatif est cette fois décrit à l'aide de l'équation de Schrödinger dépendant du temps

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\varphi(\mathbf{r}, t) = H\varphi(\mathbf{r}, t), \quad (18)$$

dans laquelle apparait la fonction d'onde relative $\varphi(\mathbf{r}, t)$ et l'opérateur hamiltonien

$$H = T + V(r) = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + V(r) = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_{\mathbf{r}} + V(r), \quad (19)$$

où

$$\mathbf{p} = -i\hbar\nabla_{\mathbf{r}} \quad (20)$$

est l'opérateur différentiel qui correspond à l'impulsion relative. Cette expression s'obtient à partir de l'expression classique de l'énergie totale (3), à laquelle on applique la règle de correspondance pour construire l'opérateur quantique (ou *observable*) correspondant.⁴

3.1.2 Conservation de l'énergie

La conservation de l'énergie, qui correspond au fait que l'opérateur H ne dépend pas du temps, implique que l'on peut trouver des solutions de l'équation (18) qui ne dépendent pas du temps, si ce n'est pas l'intermédiaire d'une phase. Ces fonctions d'onde particulières sont solutions de l'équation de Schrödinger stationnaire

$$H\varphi_E(\mathbf{r}) = E\varphi_E(\mathbf{r}), \quad (21)$$

c'est-à-dire qu'elles sont *fonctions propres* de l'opérateur H pour une valeur propre E égale à l'énergie totale du mouvement relatif. Le statut de ces solutions stationnaires est ambivalent : d'une part, elles sont mathématiquement plus simples et plus élégantes que les solutions dépendant du temps. Dans la suite, suivant notre approche "théorique idéale", nous n'utiliserons d'ailleurs qu'elles, d'autant qu'on peut montrer que, calculées pour toutes les énergies physiques, elles constituent une *base* de l'espace (de Hilbert) des fonctions d'onde et qu'elles contiennent donc toute la physique du problème. D'autre part, elles peuvent paraître moins intuitives, particulièrement dans la description d'un processus comme une collision, dans lequel on s'attend à voir jouer un rôle important au temps (on parle intuitivement d'"avant", "pendant" et "après" la collision). Pour rassurer les plus conservateurs, mentionnons le fait qu'une formulation alternative de la théorie des collisions peut s'appuyer sur la notion de "paquet d'ondes", ou fonction d'onde dépendant du temps [CTDL73, Tay72], et mener aux mêmes résultats. Pour titiller les plus imaginatifs, évoquons cependant la possibilité que cette "inutilité du temps" dans la description du monde microscopique puisse avoir un sens plus profond...

⁴Tout le reste de ce cours portant sur le cas quantique, nous utiliserons pour les opérateurs de la mécanique quantique la même notation que pour les quantités classiques correspondantes. Insistons cependant ici sur le fait qu'il s'agit dorénavant d'opérateurs, par exemple différentiels, agissant sur des fonctions d'onde. Pour une introduction (avancée mais très didactique) à la mécanique quantique, voir par exemple la référence [CTDL73].

3.1.3 Conservation du moment cinétique

En mécanique quantique, le moment cinétique (4) est un opérateur vectoriel dont les trois composantes sont des opérateurs différentiels. On peut en obtenir l'expression explicite en combinant les équations (4) et (20), ce qui donne par exemple pour la composante z en coordonnées sphériques

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (22)$$

La conservation du moment cinétique correspond au fait que chacune de ses composantes commute avec le hamiltonien (lorsque le potentiel est central, ce que nous supposons ici). La nature mathématique particulière de l'opérateur de moment cinétique a plusieurs conséquences très spéciales en physique quantique. D'une part, les valeurs que peuvent prendre les observables que sont ses composantes et son module, qui sont égales aux valeurs propres des opérateurs correspondants, sont *quantifiées*. D'autre part, ses différentes composantes ne commutent pas entre elles; on ne peut donc pas trouver de fonction d'onde ayant simultanément une valeur bien définie pour deux composantes différentes du moment cinétique. Seuls (le carré de) son module et sa composante dans une direction arbitraire (que l'on choisit égale à z ici) forment, avec le hamiltonien, un *ensemble complet d'observables qui commutent* :

$$\text{ECOC} = \{H, \mathbf{L}^2, L_z\}. \quad (23)$$

Les états propres correspondant à ces opérateurs forment une *base* de l'espace des états. On les appelle ondes partielles; leur expression générale fait apparaître une séparation des variables radiale r et angulaires θ, ϕ :

$$\varphi_{Elm}(\mathbf{r}) = R_{El}(r)Y_l^m(\Omega) = \frac{u_{El}(r)}{r}Y_l^m(\theta, \phi). \quad (24)$$

Dans cette expression, les fonctions harmoniques sphériques

$$Y_l^m(\theta, \phi) = i^{m+|m|} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi}, \quad (25)$$

qui ne dépendent que des variables angulaires, sont états propres de \mathbf{L}^2 et L_z . Grâce à elles, les ondes partielles satisfont les relations

$$\mathbf{L}^2 \varphi_{Elm}(\mathbf{r}) = \hbar^2 l(l+1) \varphi_{Elm}(\mathbf{r}) \quad (26)$$

et

$$L_z \varphi_{Elm}(\mathbf{r}) = \hbar m \varphi_{Elm}(\mathbf{r}). \quad (27)$$

L'équation (27) se vérifie en utilisant les équations (22) et (25). Pour \mathbf{L}^2 , le calcul est plus compliqué et fait appel aux propriétés des fonctions de Legendre associées $P_l^{|m|}$ [AS65]. Le nombre quantique l est naturel, d'où la quantification des valeurs possibles du module du moment cinétique, différence essentielle par rapport au cas classique. Le nombre quantique m est entier et doit satisfaire les inégalités

$$-l \leq m \leq l. \quad (28)$$

Comme le montre l'équation (25), ce nombre m conditionne la dépendance en l'angle azimutal de la fonction d'onde, qui est une simple phase variable. Cette simplicité est ce qui subsiste du mouvement dans un plan de la mécanique classique (ϕ constant). La dépendance en θ de la fonction d'onde se complexifie avec les valeurs croissantes de l ; elle mène aux formes des orbitales atomiques (orbitale s sphérique pour $l = 0$, orbitale p en forme d'haltères pour $l = 1$, etc).

3.1.4 Équation de Schrödinger radiale

En introduisant les ondes partielles (24) dans l'équation de Schrödinger stationnaire (21), on obtient l'équation de Schrödinger radiale

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \underbrace{\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} + V(r)}_{\text{pot. effectif } V_l(r)} \right] u_{El}(r) = E u_{El}(r), \quad (29)$$

satisfaite par la fonction radiale $u_{El}(r)$. Cette équation est l'analogie précise de l'expression de l'énergie classique (6), dans laquelle l'impulsion radiale p_r est remplacée par $-i\hbar\partial/\partial r$ et le potentiel effectif (5) dépend maintenant du nombre quantique l à cause de l'équation aux valeurs propres (26). Remarquons que, comme en classique, l'angle azimutal (le nombre quantique m) ne joue aucun rôle dans cette équation radiale. La différence essentielle entre les cas classique et quantique est, une fois encore, la nature de la solution du problème : en classique, le potentiel effectif permet de calculer le *mouvement* radial de la particule relative ; en quantique, il conditionne sa *fonction d'onde* radiale stationnaire.

Pour simplifier l'écriture de cette équation, on introduit souvent le nombre d'onde k tel que

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mu} k^2 \quad (30)$$

(réel pour les énergies positives, imaginaire pour les énergies négatives), combiné aux unités réduites $\hbar = 2\mu = 1$. L'équation s'écrit alors

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + V_l(r) \right] u_{kl}(r) = k^2 u_{kl}(r) \quad (\hbar = 2\mu = 1), \quad (31)$$

dans laquelle les énergies s'expriment en longueur⁻² et l'indice E a été remplacé par k . Dans la suite, on gardera cependant de préférence les expressions dimensionnées, ce afin d'établir des formules pouvant aisément servir de référence ultérieure ; les expressions adimensionnées, utilisées par exemple pour la présentation orale de ce cours, s'en déduisent facilement en prenant $\hbar = 2\mu = 1$ ("qui peut le plus peut le moins").

3.1.5 Exemple : potentiel d'interaction $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$

Illustrons la notion de potentiel effectif apparaissant dans l'équation (29) par un cas typique de physique nucléaire : l'interaction entre un noyau d'oxygène et un noyau d'hélium (voir figure 2). Dans une approche simplifiée, dans laquelle la structure interne des noyaux est négligée, le potentiel central est constitué de deux termes :

- un potentiel coulombien répulsif donné par l'équation (14) pour $Z_1 = 8$ et $Z_2 = 2$; ce potentiel étant singulier à l'origine, on le remplace souvent par un potentiel électrostatique de sphère uniformément chargée (c'est le cas dans la figure 2 pour une sphère de rayon 3.93 fm, valeur choisie afin de reproduire l'énergie de la résonance $l = 3$ étudiée plus bas) ;
- un potentiel nucléaire attractif, résultant de l'interaction forte entre les nucléons ; dans le cas de l'exemple, il s'agit du mélange d'un potentiel gaussien et d'un potentiel de Woods-Saxon, partie réelle du potentiel utilisé dans la référence [MAB⁺83] pour une valeur du paramètre $\alpha = 3.407$.

Ce potentiel schématique, qui n'a pas été optimisé pour reproduire l'ensemble des propriétés physiques du système $^{16}\text{O} + \alpha$, servira de fil conducteur à tous les exemples numériques présentés ci-dessous.

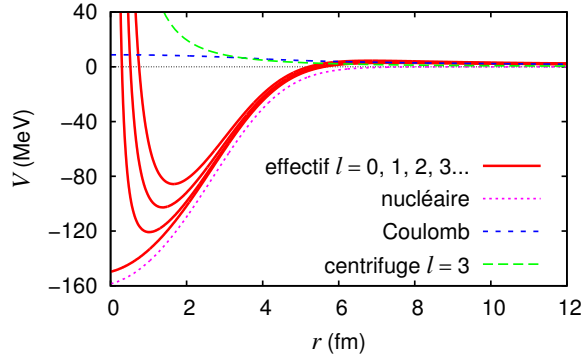


FIG. 2 – Décomposition en termes coulombien (point-sphère), nucléaire et centrifuge du potentiel d’interaction effectif central entre un noyau d’ ^{16}O et un noyau d’ ^4He , en fonction de r , distance de séparation entre les noyaux, et pour différentes valeurs de l , nombre quantique de moment cinétique. Le potentiel effectif croît avec l .

3.2 Étude heuristique de l’équation de Schrödinger radiale

Passons maintenant en revue les différents types de solutions de l’équation de Schrödinger radiale (29), analogues des trajectoires classiques liées (orbites elliptiques) et libres (orbites hyperboliques). Pour un moment cinétique orbital l et une énergie E données, cette équation est une équation différentielle homogène du second ordre ; sa solution mathématique générale est donc une combinaison linéaire de deux solutions particulières linéairement indépendantes. Cependant, la physique impose des conditions supplémentaires sur cette solution mathématique générale : en effet, en mécanique quantique non relativiste, une fonction d’onde n’a de sens physique que si elle est bornée. L’expression générale des ondes partielles (24) implique donc, pour que $R(0)$ soit finie, la condition à l’origine

$$u_{kl}(0) = 0. \quad (32)$$

Nous ne considérerons donc que les solutions de l’équation de Schrödinger radiale régulières à l’origine, ce qui les détermine totalement, à un facteur de normalisation près. La phase de ces solutions est également arbitraire ; lorsque le potentiel effectif est réel, cette phase est constante et nous la prendrons généralement nulle ci-dessous ; les fonctions u seront alors purement réelles. Notons que dans le cas d’un potentiel optique, comportant une partie imaginaire (voir par exemple le cours d’É. Bauge dans ce volume), la phase de u n’est plus constante.

Examinons maintenant, pour une onde partielle donnée, le comportement qualitatif de cette fonction u pour différentes valeurs de l’énergie. Nous commencerons par les énergies négatives, des plus basses aux plus élevées, puis terminerons par les énergies positives, qui nous intéressent plus directement pour la description de collisions. La raison pour laquelle nous considérons également les énergies négatives est que pour certaines de ces énergies apparaissent des *états liés*, dont les *résonances* de la théorie des collisions sont de très proches analogues.

3.2.1 Énergie négative, toujours inférieure au potentiel

Considérons une énergie négative

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mu} k^2 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \kappa^2 < 0, \quad (33)$$

où l’on a introduit le nombre réel κ , utilisé dans la suite de préférence au nombre d’onde $k = i\kappa$, imaginaire pour une énergie négative. Lorsque cette énergie est très négative, elle est inférieure

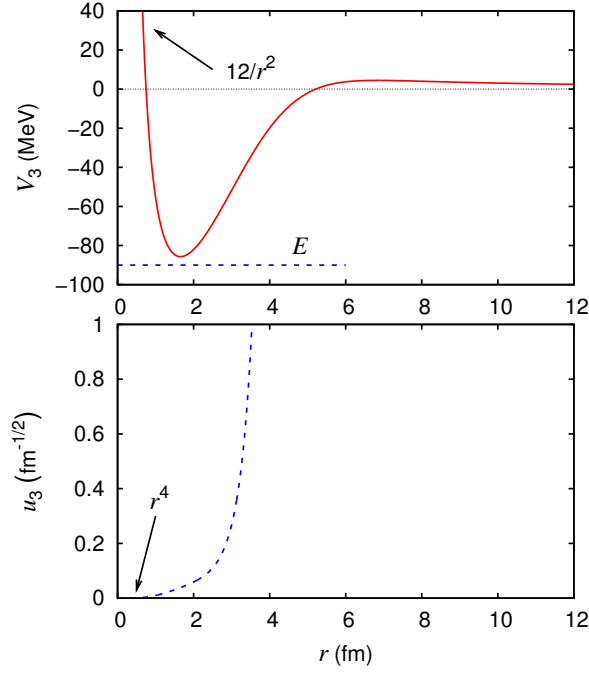


FIG. 3 – Potentiel effectif $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$ (en haut) et solution régulière à l’origine de l’équation de Schrödinger radiale correspondante (en bas, en unités arbitraires), pour une énergie $E = -90$ MeV. Les comportements schématisés du potentiel et de la solution au voisinage de l’origine sont également indiqués.

pour tout r au potentiel effectif. Il est alors intéressant de réécrire l’équation (29) sous la forme

$$\frac{u''_{kl}(r)}{u_{kl}(r)} = \kappa^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}V_l(r), \quad (34)$$

où prime signifie dérivée par rapport à r . L’hypothèse faite sur l’énergie implique que le second membre de cette égalité est positif pour tout r . Les fonctions u et u'' sont donc de même signe, ce qui signifie, en termes intuitifs, que u “s’éloigne de l’axe de plus en plus vite” lorsque r croît. Ce comportement est illustré par la figure 3, où la fonction u correspondant au potentiel effectif présenté au paragraphe 3.1.5 est représentée pour une énergie de -90 MeV. On y voit clairement la fonction u s’éloigner de l’axe et diverger ; ce comportement n’est pas acceptable physiquement car la fonction n’est pas bornée.

Notons également qu’à l’origine, le potentiel effectif présente un coeur répulsif dû au terme centrifuge,

$$\frac{\hbar^2}{2\mu}V_l(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \frac{l(l+1)}{r^2}. \quad (35)$$

L’équation (34) implique alors que la fonction d’onde est “écrasée” par ce coeur, puisqu’elle se comporte comme

$$u_{kl}(r) \underset{r \rightarrow 0}{\propto} r^{l+1}. \quad (36)$$

Ces comportements sont également visibles à la figure 3.

3.2.2 Énergie négative, parfois supérieure au potentiel

L’énergie augmentant progressivement, des intervalles de r sur lesquels le potentiel est inférieur à l’énergie apparaissent. Dans ces zones, le second membre de l’équation (34) est

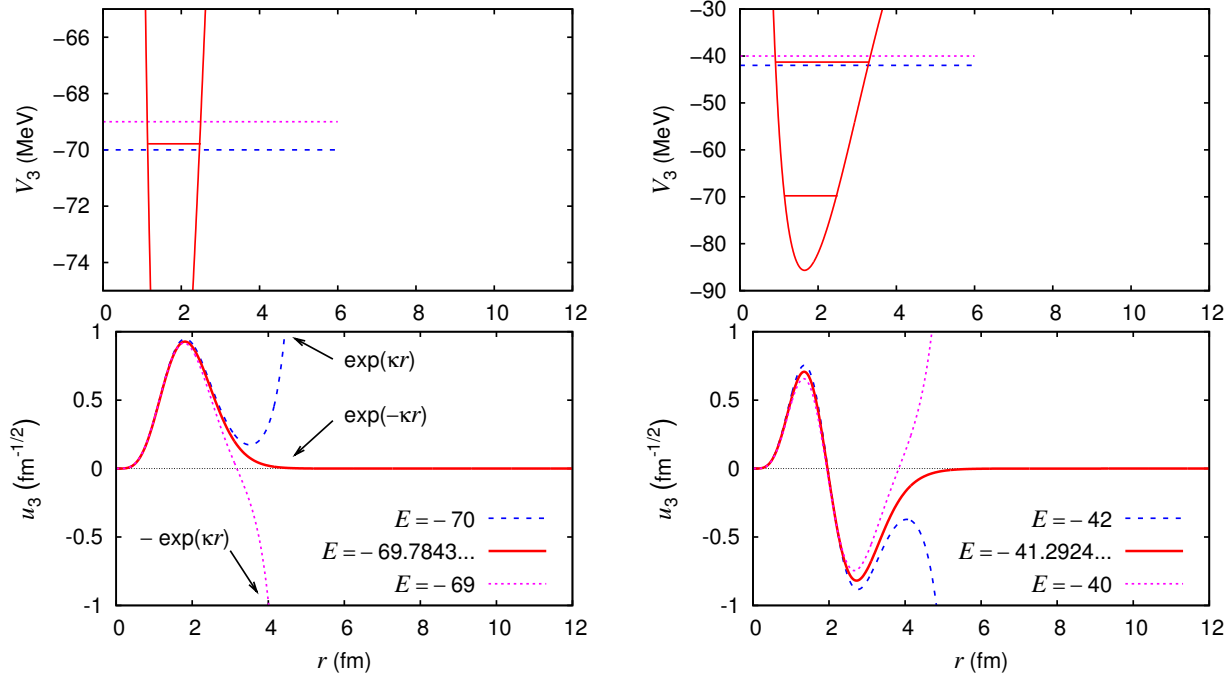


FIG. 4 – Potentiel effectif $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$ (en haut) et solution régulière à l’origine de l’équation de Schrödinger radiale correspondante (en bas), pour une énergie inférieure, égale ou supérieure à celle du premier état lié (à gauche) ou du second état lié (à droite). Dans la première colonne, les comportements schématisés (négligeant Coulomb) des solutions à grande distance sont également indiqués. Les fonctions d’onde des états liés sont normalisées ; la normalisation arbitraire des autres fonctions est choisie afin d’en faciliter la comparaison avec les états liés.

négatif ; la concavité de la fonction d’onde y est donc inversée, des points d’inflexion apparaissant là où $V_l(r) = E$; dans ces zones, u peut donc “se rapprocher” de l’axe. Ce comportement est illustré par la solution à -70 MeV représentée dans la première colonne de la figure 4. Notons également qu’à l’infini, le potentiel effectif tend vers zéro :

$$V_l(r) \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0. \quad (37)$$

Lorsque cette décroissance est suffisamment rapide (au minimum en r^{-2}), l’équation de Schrödinger radiale (29) tend asymptotiquement vers une équation différentielle à coefficients constants, dont la solution générale est une combinaison linéaire d’exponentielles croissante et décroissante

$$u_{kl}(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} C e^{\kappa r} + D e^{-\kappa r} \quad (\eta = 0), \quad (38)$$

où les coefficients C et D sont arbitraires mais réels. L’exponentielle croissante domine le comportement asymptotique, comme indiqué schématisé dans le colonne de gauche de la figure 4 ; n’étant pas bornée, la solution n’est donc toujours pas acceptable physiquement à cette énergie. Continuons à faire croître l’énergie. La zone dans laquelle le potentiel est inférieur à l’énergie s’agrandit, si bien que la fonction u se rapproche de l’axe puis le croise (voir la solution pour $E = -69$ MeV à la figure 4). La fonction d’onde a maintenant un noeud radial. À l’infini, u change de signe mais est toujours non bornée ; le terme dominant dans (38) est toujours l’exponentielle croissante mais le signe du coefficient C a changé.

En toute rigueur, lorsque le potentiel effectif contient un potentiel coulombien (comme c’est le cas dans notre exemple), les choses sont plus compliquées. Le potentiel coulombien décroît

en effet comme r^{-1} à l'infini; cette décroissance est plus lente que celle requise pour que le comportement asymptotique (38) soit valable. Pour établir le comportement exact, on réécrit le potentiel coulombien (14) sous la forme

$$V_l(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \equiv \frac{\hbar^2 2\bar{\eta}\kappa}{2\mu r}, \quad (39)$$

où l'on a introduit $\bar{\eta}$, le paramètre adimensionné de Sommerfeld, qui s'écrit pour des énergies négatives

$$\bar{\eta} = \frac{Z_1 Z_2 e^2 \mu}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 \kappa}. \quad (40)$$

On peut vérifier que l'équation (34) admet alors comme solution générale pour ce potentiel

$$u_{kl}(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} C e^{\kappa r} (\kappa r)^{\bar{\eta}} + D \frac{e^{-\kappa r}}{(\kappa r)^{\bar{\eta}}}. \quad (41)$$

Pour $\bar{\eta} = 0$, cette expression se ramène bien à (38); dans les autres cas, le facteur en puissance de r variant plus lentement que celui en exponentielle, la discussion qualitative faite plus haut reste valable. Notons que dans ces puissances de r , un facteur multiplicatif κ a été arbitrairement introduit afin de n'utiliser que des quantités adimensionnées.

3.2.3 Énergie négative, états liés

Dans la discussion précédente, le passage entre un coefficient C positif et un coefficient C négatif implique l'existence d'une énergie unique, pour laquelle ce coefficient s'annule. C'est à cette énergie qu'apparaît le noeud radial. La fonction u correspondant à cette énergie à un comportement asymptotique décroissant exponentiellement puisque $C = 0$ dans l'équation (41); son noeud radial se trouve donc à distance infinie. Cette fonction est non seulement bornée mais également normalisable. Elle est représentée dans la colonne de gauche de la figure 4. Elle a le sens physique d'un *état lié*, équivalent à une orbite liée en mécanique classique. Comme c'est l'énergie la plus basse pour laquelle une telle fonction d'onde existe, on parle d'état fondamental (pour l'onde partielle $l = 3$; les ondes partielles correspondant à des l plus petits admettent des états liés à des énergies plus basses, le potentiel effectif y étant plus petit). La différence essentielle entre les cas classique et quantique est qu'ici, les énergies liées acceptables physiquement forment un spectre *discret*; on dit que les énergies liées sont *quantifiées* (d'où le nom de physique *quantique*). La constante D qui multiplie l'exponentielle décroissante dans l'équation (41) est appelée *constante de normalisation asymptotique* lorsque la fonction d'onde est normalisée, comme c'est le cas dans la figure 4.

Lorsque l'énergie continue à croître, la courbure de la fonction u devient de plus en plus forte, si bien que des noeuds radiaux supplémentaires sont introduits. Les énergies auxquelles ces noeuds radiaux apparaissent, c'est-à-dire auxquelles le comportement asymptotique de la solution change de signe, correspondent toutes à des états liés; le nombre de noeuds radiaux des fonctions radiales correspondantes croît donc avec l'énergie. À titre d'exemple, le second état lié (ou premier état excité) de l'onde partielle $l = 3$ du système $^{16}\text{O} + \alpha$, dont la fonction d'onde présente un noeud radial à distance finie, est représenté dans la colonne droite de la figure 4. Pour ce potentiel, il existe enfin un troisième état lié (ou second état excité), dont la fonction d'onde radiale (non représentée ici) a deux noeuds.⁵

⁵Notons qu'aucun de ces 3 états liés ne correspond à un état lié physique du noyau de ^{20}Ne (qui serait vu comme un noyau composé de ^{16}O et α): le potentiel utilisé ici présente en fait des états liés d'énergies très négatives qui sont physiquement interdits par le principe d'exclusion de Pauli entre les nucléons constituant la particule α et ceux constituant le noyau d'oxygène. Ce potentiel peut être interprété physiquement comme un

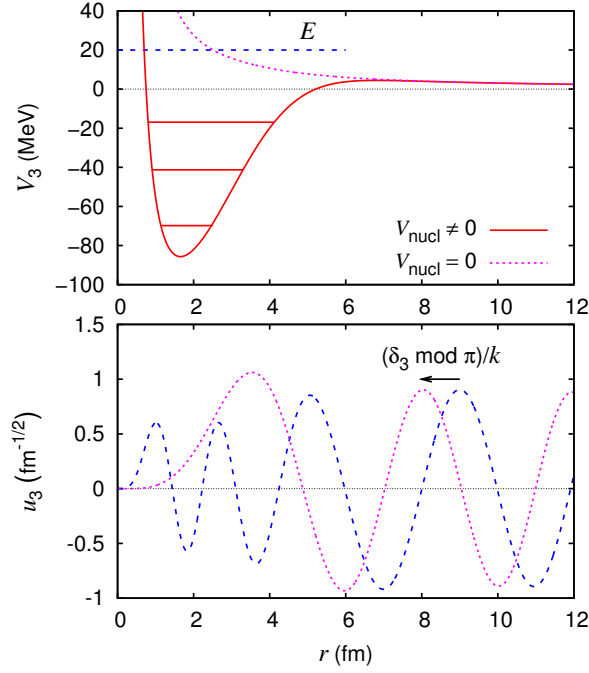


FIG. 5 – Potentiel effectif $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$ (en haut) et solution régulière à l’origine de l’équation de Schrödinger radiale correspondante (en bas, en unités arbitraires), pour une énergie positive de 20 MeV. La fonction coulombienne régulière calculée pour les mêmes valeurs de l , η et k , et avec la même normalisation asymptotique, est également représentée (traits pointillés), ce qui permet de définir le déphasage additionnel δ_3 à une ambiguïté de π près.

3.2.4 Énergie positive, états libres

Après l’étude des états liés, passons maintenant à l’étude des collisions proprement dites, analogues des orbites libres de la mécanique classique, qui correspondent au cas où l’énergie devient positive dans l’équation de Schrödinger. On travaille cette fois directement avec le nombre d’onde k , qui est réel et relié à l’énergie par la relation (30). Continuant sur la lancée des paragraphes précédents, nous faisons encore croître l’énergie, ce qui augmente encore le nombre d’oscillations de la fonction d’onde. Lorsque l’énergie devient positive, le nombre d’oscillations devient infini car la région où l’énergie est supérieure au potentiel s’étend maintenant jusqu’à l’infini.

À la figure 5, la fonction u est par exemple représentée pour le potentiel $^{16}\text{O} + \alpha$ traité jusqu’ici, à une énergie de 20 MeV. Le comportement asymptotique comportant des exponentielles réelles (41) devient maintenant une combinaison linéaire d’exponentielles imaginaires (toujours modifiées par une puissance de r en présence d’un terme coulombien dans le potentiel) :

$$u_{kl}(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} C e^{-ikr} (kr)^{i\eta} + D \frac{e^{ikr}}{(kr)^{i\eta}} = C e^{-i(kr - \eta \ln kr)} + D e^{i(kr - \eta \ln kr)}, \quad (42)$$

“potentiel de champ moyen” vu par la particule α ; comme le potentiel de champ moyen nucléaire, il présente des “orbitales occupées”. Les potentiels de ce type, souvent qualifiés de “profonds” (par opposition aux potentiels peu profonds qui ne présentent que des états liés observés), ont l’avantage qu’ils permettent souvent d’ajuster des données expérimentales de collisions élastiques avec un petit nombre de paramètres.

où le paramètre adimensionné de Sommerfeld est cette fois défini par la relation

$$V_l(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \equiv \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{2\eta k}{r}. \quad (43)$$

On a donc pour ce paramètre les expressions alternatives

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2 \mu}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 k} \equiv \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v}, \quad (44)$$

en fonction du nombre d'onde k ou de la vitesse relative v (l'impulsion $p = \mu v$ vaut en effet également $\hbar k = h/\lambda$, où λ est la longueur d'onde de de Broglie). Remarquons que l'expression (41) peut s'obtenir à partir de l'expression (42), moyennant une redéfinition des coefficients C et D , en utilisant un nombre d'onde et un paramètre de Sommerfeld imaginaires purs, $k = i\kappa$ et $\eta = -i\bar{\eta}$. En comparant les équations (41) et (42), on voit que l'exponentielle croissante devient une onde radiale entrante, alors que l'exponentielle décroissante devient une onde radiale sortante (rappelons que ces ondes sont stationnaires). Quelle que soit l'énergie, le comportement asymptotique (42) est toujours borné, si bien que la fonction u est toujours acceptable physiquement. La première différence par rapport aux énergies liées est donc que, pour les énergies libres, le spectre est continu. Par ailleurs, la normalisation des fonctions d'onde est maintenant arbitraire (si les fonctions d'onde sont bornées, elles ne sont pas normalisables, leurs oscillations étant présentes jusqu'à l'infini).

3.2.5 Déphasage et matrice de collision

Dans l'expression (42), la fonction d'onde étant réelle, les coefficients C et D sont mutuellement complexes conjugués ; on a donc

$$D = C^* = A e^{i\Delta_l(k)}, \quad (45)$$

où A est un coefficient réel arbitraire et où la dépendance en l et k du *déphasage* réel $\Delta_l(k)$ est explicitement introduite. Des écritures alternatives de ce comportement asymptotique sont donc

$$u_{kl}(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\propto} \sin(kr - \eta \ln kr + \Delta_l(k)) \equiv \sin\left(kr - \eta \ln 2kr + \sigma_l(k) - l\frac{\pi}{2} + \delta_l(k)\right) \quad (46)$$

$$\underset{r \rightarrow \infty}{\propto} \underbrace{e^{-i(kr - \eta \ln 2kr + \sigma_l(k) - l\frac{\pi}{2})}}_{\text{onde entrante}} - \underbrace{e^{i(kr - \eta \ln 2kr + \sigma_l(k) - l\frac{\pi}{2})}}_{\text{onde sortante}} \times U_l(k), \quad (47)$$

où l'on a introduit la *matrice de collision*

$$U_l(k) = e^{2i\delta_l(k)}. \quad (48)$$

La première ligne (46) est une sinusoïde qui fait clairement apparaître le caractère purement réel de la fonction d'onde. Le déphasage $\Delta_l(k)$ y est arbitrairement décomposé en quatre termes :

1. le terme $-\eta \ln 2$, nul en l'absence de terme coulombien et qui se combine avec le terme $-\eta \ln kr$,
2. le déphasage *coulombien* $\sigma_l(k) = \arg \Gamma(l + 1 + i\eta)$, également nul en l'absence de terme coulombien (voir la référence [AS65] pour son calcul lorsque $\eta \neq 0$),
3. le déphasage *centrifuge* $-l\pi/2$, nul pour l'onde s ,
4. le *déphasage additionnel* $\delta_l(k)$, appelé simplement "déphasage" en général.

Les deux premiers termes apparaissent dans le comportement asymptotique de la *fonction coulombienne régulière*, $F_l(\eta, kr)$, qui n'est autre que la solution régulière à l'origine de l'équation de Schrödinger radiale (29) pour un potentiel effectif contenant seulement un terme centrifuge et un terme coulombien.⁶ Le déphasage additionnel n'apparaît, lui, que lorsque le potentiel effectif contient, en plus des termes centrifuge et coulombien, un terme à courte portée, comme un terme de régularisation du cœur coulombien répulsif ou un terme d'interaction nucléaire.

Ce déphasage additionnel possède donc l'interprétation physique suivante : il est la seule trace visible à grande distance dans la fonction d'onde de la présence d'un terme d'interaction à courte portée. La seconde ligne (47) est instructive à ce propos : elle montre que la fonction d'onde radiale peut également s'interpréter comme la combinaison linéaire d'une onde entrante et d'une onde sortante déphasée par la "*matrice*" de collision additionnelle $U_l(k)$. Dans le cas de collisions élastiques de particules sans spin, comme considéré jusqu'ici, cette matrice de collision est un simple nombre complexe. Dans un cas plus général (voir paragraphe 5), cette notion se généralise cependant et devient une véritable matrice, dont la dimension est égale au nombre de voies. En mécanique quantique, les ondes entrante et sortante permettent de définir des courants de probabilité [CTDL73] ; la matrice de collision doit donc être unitaire pour assurer la conservation du flux de probabilité ; cette propriété est immédiatement vérifiée ici, le déphasage étant réel. La matrice de collision quantique joue un rôle analogue à l'angle de déviation additionnel d'une collision en mécanique classique (voir l'équation (17) : pour un moment cinétique et une énergie relative données, elle résume l'influence qu'a le potentiel d'interaction à courte portée au cours du processus de collision. En mécanique classique, lorsqu'il n'y a pas d'interaction (à courte portée), l'angle de déviation (additionnel) est nul ; en mécanique quantique, lorsqu'il n'y a pas d'interaction (à courte portée), le déphasage (additionnel) entre l'onde entrante et l'onde sortante est nul, ce qui correspond à une matrice de collision égale à un. Nous verrons d'ailleurs plus loin que $U_l(k)$ permet de calculer la section efficace de collision élastique, au même titre que l'angle de déviation le permet en mécanique classique, par la formule (13). Insistons sur le fait que cette utile analogie entre classique et quantique s'arrête là : la nature physique d'une trajectoire libre "idéale", caractérisée par une énergie et un moment cinétique donnés, est très différente de la nature physique d'une fonction d'onde libre caractérisée par les mêmes quantités : en mécanique quantique, la géométrie de la fonction d'onde est toujours définie par l'onde partielle (24), qui est nettement plus difficile à visualiser qu'une trajectoire classique !

Signalons enfin que l'équation (46) est souvent utilisée pour *définir* le déphasage additionnel à partir du comportement asymptotique de la fonction d'onde ; cette définition mène à une ambiguïté de π pour le déphasage, une variation de π modifiant seulement le signe de la fonction d'onde et pouvant être compensée par un changement de signe du coefficient A des équations (45). Nous verrons ci-dessous que cette ambiguïté est soluble en théorie ; en revanche, elle n'est pas soluble expérimentalement : en effet, ajouter un multiple de π au déphasage ne modifie pas la matrice de collision, et donc ne modifie pas la section efficace.

La notion de déphasage additionnel est illustrée par la figure 5, dans laquelle la solution de l'équation radiale considérée jusqu'ici est comparée à la fonction coulombienne régulière pour les mêmes valeurs de l , η et k . À courte distance, les deux fonctions sont très différentes : la fonction coulombienne est écrasée car le potentiel effectif correspondant est la somme des

⁶En divisant l'équation (29) par E , on obtient dans ce cas

$$\left[-\frac{d^2}{k^2 dr^2} + \frac{l(l+1)}{k^2 r^2} + \frac{2\eta}{kr} - 1 \right] u_{kl}(r) = 0, \quad (49)$$

qui ne dépend bien que des nombres sans dimension l , η et kr . Mathématiquement, les fonctions $F_l(\eta, kr)$ s'expriment sous forme de séries hypergéométriques [AS65]. Pour $\eta = 0$, elles s'expriment en termes de fonctions de Bessel sphériques $F_l(0, kr) = kr j_l(kr)$. Si de plus $l = 0$, on a simplement $F_0(0, kr) = \sin(kr)$.

potentiels centrifuge et coulombien, qui sont tous deux répulsifs et singuliers à l'origine; la fonction u présente en revanche des oscillations dues au puits de potentiel nucléaire (cf états liés). À grande distance par contre, les deux fonctions ont le même type de comportement oscillant, proche d'une simple sinusoïde (le terme en $\eta \ln r$ de l'équation (42) varie lentement et a peu d'influence visible), la seule différence entre les deux étant le déphasage δ_3 , dont on voit qu'il n'est défini qu'à π près si l'on se base uniquement sur le comportement asymptotique de la fonction d'onde.

3.2.6 Définition et propriétés théoriques des déphasages

Revenons à la figure (5) et imaginons un passage continu de la fonction d'onde coulombienne régulière (pointillés) à la fonction u (tirets). Cette transformation se produit si, partant d'un potentiel effectif répulsif centrifuge-coulombien pur, on lui ajoute progressivement un potentiel attractif nucléaire (et régularisateur du terme coulombien); la fonction u glisse alors progressivement vers l'origine, avec des oscillations de plus en plus serrées au fur et à mesure que le potentiel devient plus profond. Au cours de cette transformation, on voit le déphasage additionnel partir d'une valeur nulle puis croître continument, augmentant de π chaque fois que les zéros de la fonction u croisent les zéros de la fonction F . En comptant le nombre de noeuds radiaux des fonctions d'ondes u et F , on peut se convaincre que le déphasage additionnel doit valoir environ 3.5π pour l'énergie de 20 MeV à laquelle est dessinée la figure. C'est bien la valeur que l'on peut extraire de la figure 6 ci-dessous.

Cette définition théorique du déphasage additionnel, qui repose sur une comparaison détaillée entre la fonction d'onde et la fonction coulombienne régulière, et pas seulement sur une comparaison de leurs comportements asymptotiques, ne souffre donc pas d'ambiguïté de π . Une formule intégrale donnant ce déphasage théorique non ambigu a été établie récemment pour toute onde partielle mais en l'absence de Coulomb [CKK01]. Nous avons vérifié numériquement que sa généralisation au cas coulombien est

$$\delta_l(k) = -k \int_0^\infty \frac{\left[\frac{2\mu}{\hbar^2} V_l(r) - \frac{2\eta k}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_{kl}^2(r)}{\left[F_l'(\eta, kr) u_{kl}(r) - F_l(\eta, kr) u_{kl}'(r) \right]^2 + \left[G_l'(\eta, kr) u_{kl}(r) - G_l(\eta, kr) u_{kl}'(r) \right]^2} dr, \quad (50)$$

où F_l désigne la fonction coulombienne régulière à l'origine introduite précédemment (dont le comportement asymptotique est donné par (46) avec $\delta_l(k) = 0$) et G_l désigne la fonction coulombienne irrégulière : solution de la même équation que F_l , elle est singulière à l'origine et a un comportement asymptotique en cosinus plutôt qu'en sinus. Pour l'onde s sans Coulomb, la formule (50) s'écrit par exemple

$$\delta_0(k) = -k \int_0^\infty \frac{2\mu}{\hbar^2} V_0(r) \frac{u_{k0}^2(r)}{u_{k0}'^2(r) + k^2 u_{k0}^2(r)} dr \quad (l = \eta = 0). \quad (51)$$

Ces équations devraient à terme compléter les équations intégrales donnant les déphasages à π près présentes actuellement dans les livres de référence sur la théorie des collisions.

Énonçons maintenant sans démonstration quelques propriétés importantes du déphasage additionnel, dont on peut se convaincre en tenant le même raisonnement que précédemment (variation continue de la fonction d'onde entre F et u), pour différentes valeurs de l'énergie :

- $\delta_l(k)$ est une fonction continue de k (ou de E),
- $\delta_l(\infty) = 0$ car le potentiel devient négligeable par rapport à l'énergie dans ce cas (notons cependant que l'approximation non relativiste faite dans le présent cours n'est alors plus valable),
- $\delta_l(0) = N_l \pi$, où N_l est le nombre d'états liés pour l'onde partielle l (ce théorème, dû à Levinson, peut se démontrer à partir du nombre de noeuds radiaux de la fonction d'onde à

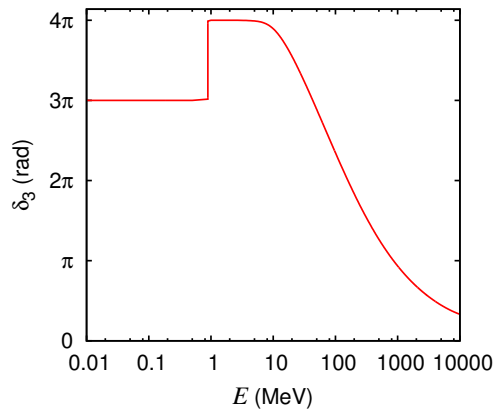


FIG. 6 – Déphasage additionnel $l = 3$ pour le potentiel d’interaction $^{16}\text{O} + \alpha$ défini à la figure 2, en fonction de l’énergie.

énergie nulle ; il repose donc sur la connexion entre états liés, noeuds radiaux et déphasage, qui ne devrait pas surprendre le lecteur de ce cours).⁷

Ces propriétés sont illustrées par la figure 6, qui montre le déphasage additionnel du potentiel effectif utilisé jusqu’ici. On voit en particulier que le potentiel a trois états liés, ce qui implique que $\delta_3(0) = 3\pi$; le saut de π vers 1 MeV est une résonance étroite qui sera discutée plus loin.

3.2.7 Basse énergie et développement en portée effective

Étudions maintenant plus en détail le cas d’une énergie positive mais petite

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mu} k^2 \gtrsim 0, \quad (52)$$

en revenant d’abord à l’étude heuristique de l’équation de Schrödinger radiale. La partie gauche de la figure 7 montre l’allure typique de la solution de cette équation pour une énergie “basse”, c’est-à-dire une énergie inférieure à la hauteur de la barrière de potentiel constituée des potentiels répulsifs centrifuge et coulombien. Classiquement, cette barrière serait infranchissable pour une telle énergie et la particule aurait un point de rebroussement vers 30 fm. En mécanique quantique, le phénomène d’effet tunnel a comme conséquence qu’il existe une probabilité non nulle de traverser cette barrière. Cette probabilité de transmission s’appelle *facteur de pénétration* et se comporte à basse énergie comme

$$P_l \underset{k \rightarrow 0}{\propto} \begin{cases} k^{2l+1} & (\eta = 0). \\ e^{-2\pi\eta} & (\eta \neq 0). \end{cases} \quad (53)$$

On voit qu’il tend très rapidement vers zéro lorsque l’énergie tend vers zéro car la barrière devient alors de plus en plus large et difficile à traverser. Dans le cas neutre, on voit que cette annulation est d’autant plus rapide que l est grand.

Une première conséquence de la présence de cette barrière est qu’à très basse énergie le potentiel nucléaire à courte portée a très peu d’influence sur le processus de collision. On s’attend donc à ce que le déphasage additionnel soit proche de zéro. De fait, on peut montrer qu’à basse énergie le déphasage vérifie le *développement en portée effective*, dont le premier terme s’écrit (pour le développement complet, voir par exemple [KB07])

$$\delta_l(k) - \delta_l(0) \underset{k \rightarrow 0}{\sim} \begin{cases} -a_l k^{2l+1} & (\eta = 0). \\ -a_l \frac{2\pi(\eta k)^{2l+1}}{l^2} e^{-2\pi\eta} & (\eta \neq 0). \end{cases} \quad (54)$$

⁷Notons que pour $l = \eta = 0$, il est également possible d’avoir une fonction d’onde bornée d’énergie nulle ; on a alors dans ce cas très particulier $\delta_0(0) = (N_l + \frac{1}{2})\pi$.

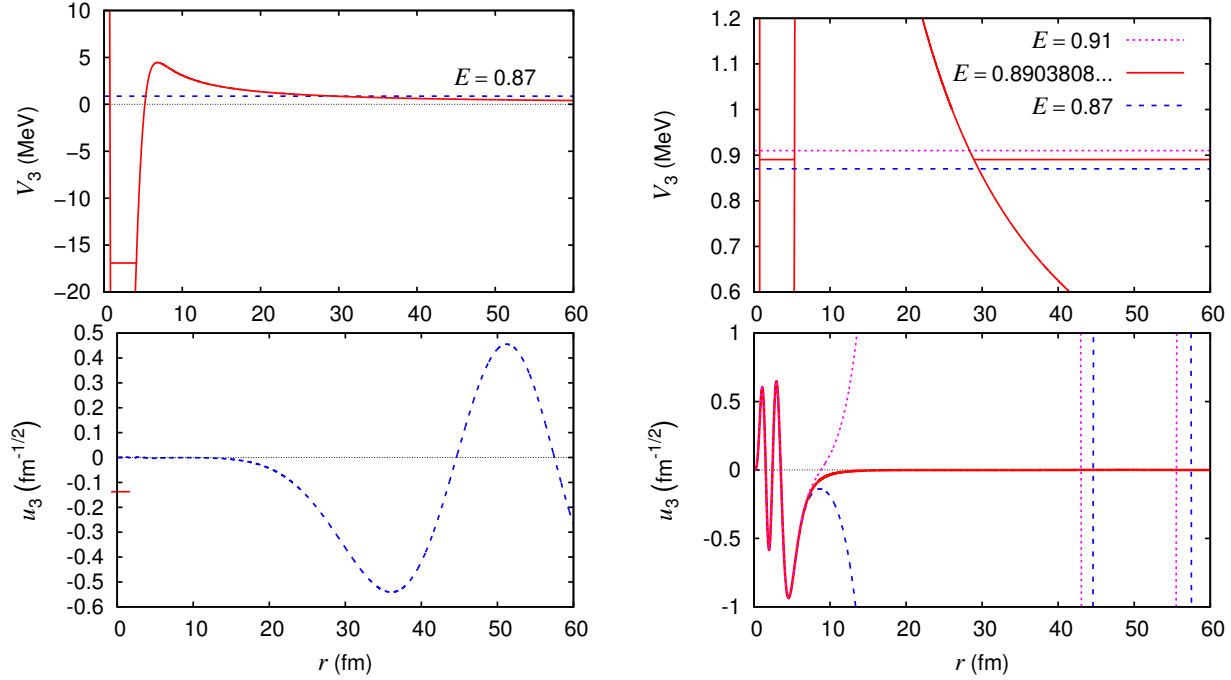


FIG. 7 --Potentiel effectif $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$ (en haut) et solution régulière à l'origine de l'équation de Schrödinger radiale correspondante (en bas, en unités arbitraires), pour une énergie de 0.87 MeV (à gauche) et pour une énergie inférieure, égale ou supérieure à celle de la résonance (à droite). Aux échelles choisies, les oscillations de la fonction d'onde près de l'origine sont invisibles à gauche, alors que les oscillations asymptotiques de la fonction d'onde résonante sont invisibles à droite. Si la fonction d'onde résonante était représentée avec la même normalisation asymptotique que les autres, elle serait immense près de l'origine.

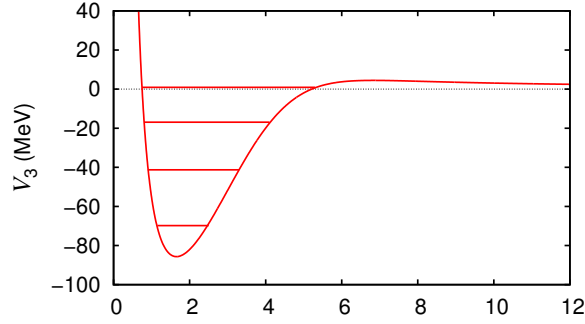


FIG. 8 – Potentiel effectif $^{16}\text{O} + \alpha$ pour $l = 3$ et son spectre complet (3 états liés et 1 résonance).

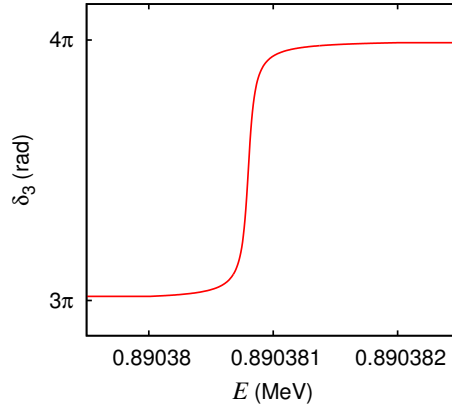


FIG. 9 – Déphasage additionnel $l = 3$ pour le potentiel d’interaction $^{16}\text{O} + \alpha$ défini à la figure 2, en fonction de l’énergie, au voisinage de la résonance étroite.

Ceci explique le comportement très “plat” du déphasage à basse énergie sur la figure 6. Ce comportement est également à mettre en correspondance avec celui de l’angle de déviation classique, qui tend vers zéro lorsque l’énergie tend vers 0, pour un moment cinétique donné.

Le seul cas où le déphasage à basse énergie est non négligeable est celui où il n’y a ni barrière coulombienne ni centrifuge. On a alors

$$\delta_0(k) - \delta_0(0) \underset{k \rightarrow 0}{\sim} -a_0 k \quad (l = \eta = 0), \quad (55)$$

où a_0 est la *longueur de diffusion*, qui peut devenir très grande en valeur absolue lorsqu’il y a un état lié ($a_0 > 0$) ou virtuel ($a_0 < 0$) proche de l’énergie $E = 0$.

3.2.8 Résonances

Une seconde conséquence de la présence de cette barrière est le fait que lorsque le potentiel à courte portée est attractif, comme c’est le cas de l’interaction nucléaire forte, le puits de potentiel formé est assez isolé de la zone asymptotique. Nous avons vu plus haut que ce puits de potentiel pouvait admettre des états liés à des énergies négatives, phénomène typique d’un potentiel confinant la particule dans une zone finie de l’espace. Pour une énergie positive, on ne peut avoir d’état lié (les fonctions d’onde ne sont jamais normalisables); cependant, pour une énergie positive mais petite, les potentiels à longue portée peuvent former une barrière

quasiment infranchissable et le puits de potentiel est alors quasiment confinant. Le système peut alors présenter des *états quasi-liés*; c'est ce qu'on appelle des *résonances*. Ce phénomène apparaît par exemple dans l'onde partielle $l = 3$ du système $^{16}\text{O} + \alpha$ (c'est d'ailleurs une des raisons du choix de ce potentiel comme exemple transversal dans ce cours); le spectre complet de ce potentiel effectif est représenté à la figure 8, où l'on voit les 3 états liés mais aussi la résonance à l'énergie de 0.89 MeV, égale à la valeur expérimentale. La colonne de droite de la figure 7 montre les solutions de l'équation de Schrödinger radiale pour trois énergies positives : l'une sous la résonance, l'autre au milieu de la résonance, et enfin la troisième au-dessus de la résonance. Cette figure est à comparer à la situation des états liés (figure 4) : on voit que le phénomène de résonance est totalement analogue à celui d'état lié, si ce n'est que la fonction u oscille à grande distance plutôt que de croître ou décroître exponentiellement. En particulier, les fonctions d'onde juste au-dessous et juste au-dessus de la résonance sont très proches l'une de l'autre, à un changement de signe près, qui correspond à l'apparition d'un nouveau noeud radial. Lorsqu'on traverse la résonance en faisant croître l'énergie, la fonction d'onde

- se contracte vers la gauche, ce qui correspond à une augmentation de π du déphasage (voir la figure 6 et le zoom sur la partie intéressante à la figure 9); nous verrons plus loin que le comportement du déphasage dans cette zone peut se décomposer en un terme de fond et un terme résonnant :

$$\delta_l(k) \underset{E \approx E_r}{\approx} \delta_{\text{fond}} + \arctan \frac{\frac{\Gamma}{2}}{E_r - E}, \quad (56)$$

où E_r est l'énergie de la résonance et Γ est sa largeur;

- voit son amplitude relative entre la zone intérieure et la zone extérieure croître fortement, cette amplitude relative étant d'autant plus grande que la largeur de la résonance est petite (pour une résonance large, la fonction d'onde subit des changements nettement moins spectaculaires lorsque l'énergie varie); cette forme particulière de l'état stationnaire de diffusion à l'énergie de la résonance (grand dans le puits de potentiel, petit en dehors) implique un comportement très intéressant de la fonction d'onde non stationnaire dans une approche basée sur des paquets d'onde [Tay72] : à l'énergie de la résonance, les particules qui entrent en collision sont capturées pendant un certain temps dans l'état quasi-lié, avant de se séparer à nouveau; ce temps, aussi appelé *durée de vie* de l'état résonnant, est d'autant plus long que la résonance est étroite; il vaut

$$\tau = \hbar/\Gamma. \quad (57)$$

Par exemple, la résonance considérée ci-dessus pour l'onde partielle $l = 3$ du système $^{16}\text{O} + \alpha$ a une largeur $\Gamma \approx 0.08$ eV, ce qui correspond à une durée de vie $\tau \approx 8$ fs, à comparer à la valeur expérimentale de 140(40) fs.

Examinons brièvement le comportement de la matrice de collision correspondant au déphasage résonnant (56). En utilisant le lien entre matrice de collision et déphasage donné par l'équation (47), on obtient

$$U_l(k) \underset{E \approx E_r}{\approx} U_{\text{fond}} \frac{E - E_r - i\frac{\Gamma}{2}}{E - E_r + i\frac{\Gamma}{2}}. \quad (58)$$

On constate que la résonance correspond à un pôle de la matrice de collision à une énergie complexe dont la partie réelle vaut l'énergie de la résonance et dont la partie imaginaire vaut sa largeur divisée par deux. De manière générale, rendre complexe l'énergie (ou plutôt le nombre d'onde, de même d'ailleurs que le moment cinétique l) est un des outils mathématiques essentiels de la théorie des collisions. Donnons-en un très court aperçu ici : dans le plan des nombres d'ondes complexes, les pôles de la matrice de collision correspondent aux états liés du système (pôles sur l'axe imaginaire positif), aux états virtuels (pôles sur l'axe imaginaire négatif) et

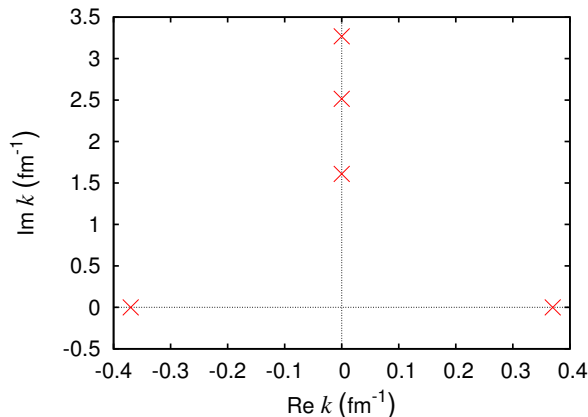


FIG. 10 – Pôles de la matrice de collision partielle $l = 3$ du potentiel $^{16}\text{O} + \alpha$ présenté plus haut, dans le plan des nombres d’ondes complexes. Les pôles du demi-plan supérieur correspondent aux trois états liés, alors que la paire de pôles du demi-plan inférieur (leur partie imaginaire négative est invisible à l’échelle choisie) correspond à la résonance étroite.

à ses résonances (paires de pôles dans le demi-plan inférieur, symétriques par rapport à l’axe imaginaire à cause de l’unitarité de la matrice de collision). L’étude de ces pôles permet par exemple de démontrer le théorème de Levinson vu ci-dessus ou de comprendre comment un état lié peut se transformer en état virtuel ou en résonance lorsque le potentiel devient moins attractif. À titre d’exemple, la figure 10 montre les pôles de la matrice de collision partielle du système étudié jusqu’ici ; on retrouve les 3 états liés et la résonance visibles à la figure 8.

3.3 Amplitude de diffusion et section efficace

Suivant le même cheminement que dans le cas classique, nous quittons maintenant les états libres “idéaux”, états propres du moment cinétique, pour tenter de décrire une réalité expérimentale plus fréquente, à savoir un faisceau de particules incident sur une cible. Nous faisons l’hypothèse d’un faisceau idéal, monoénergétique et parfaitement collimaté. L’onde entrante est donc cette fois une onde plane, que nous choisissons orientée suivant l’axe z , alors que l’onde diffusée est une onde sphérique, dont l’amplitude peut varier suivant la direction. L’état quantique décrivant cette situation est *l’état stationnaire*⁸ de diffusion, $\varphi_{k\mathbf{1}_z}(\mathbf{r})$, solution de l’équation de Schrödinger stationnaire (21) avec le comportement asymptotique

$$\varphi_{k\mathbf{1}_z}(\mathbf{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} e^{i[kz + \eta \ln k(r-z)]} + \frac{e^{i(kr - \eta \ln 2kr)}}{r} f(k, \theta), \quad (59)$$

où les termes dus à Coulomb ($\eta \neq 0$) compliquent une fois de plus l’expression mathématique sans en modifier profondément l’interprétation et où le coefficient modulant l’onde sphérique sortante, $f(k, \theta)$, est appelé *amplitude de diffusion*.

Cet état présente la même symétrie de révolution azimutale que l’expérience qu’il décrit. L’onde plane incidente implique qu’il n’est pas possible de définir un paramètre d’impact ; contrairement au cas classique, où cette indétermination provient d’une simple ignorance des détails des réactions individuelles, il s’agit ici d’un fait fondamental, résultant du principe d’incertitude pour une onde plane. Aux deux termes de l’équation (59), on peut faire correspondre des courants de probabilité, l’un parallèle à z , l’autre radial. Un raisonnement identique au cas

⁸Rappelons ici la discussion du paragraphe 3.1.2 et la possibilité de décrire également les collisions en termes de paquet d’ondes dépendant du temps.

classique mène, en calculant le rapport de ces deux courants, à l'expression de la section efficace différentielle de diffusion élastique en fonction de l'amplitude de diffusion

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \theta) = |f(k, \theta)|^2. \quad (60)$$

On voit donc que l'amplitude de diffusion, qui caractérise l'effet de la collision à grande distance, détermine totalement la section efficace.

Considérons maintenant quelques cas particuliers. Lorsque l'interaction est purement coulombienne, on obtient l'amplitude de diffusion coulombienne

$$f_c(k, \theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{2i(\sigma_0 - \eta \ln \sin \frac{\theta}{2})}, \quad (61)$$

dont on vérifie qu'elle mène à la section efficace de Rutherford classique (16) en utilisant l'expression (44) du paramètre de Sommerfeld. Il est donc assez remarquable que, pour ce cas particulier, les calculs classique et quantique mènent au même résultat.⁹ Dans le cas d'une interaction comportant un terme coulombien et un terme à courte portée, on considère comme précédemment l'interaction coulombienne comme une référence, ce qui mène à une décomposition de l'amplitude de diffusion en la somme d'une amplitude coulombienne et d'une amplitude additionnelle,

$$f(k, \theta) = f_c(k, \theta) + f_{\text{add}}(k, \theta), \quad (62)$$

dont l'usage est très fréquent en physique nucléaire. Le dernier cas particulier intéressant est celui de l'absence de terme coulombien. Contrairement au cas précédent, la section efficace différentielle ne diverge plus lorsque θ tend vers 0. On peut alors définir la section efficace totale de diffusion élastique sous la forme de l'intégrale convergente

$$\sigma(E) = \int_{4\pi} |f(k, \theta)|^2 d\Omega \quad (\eta = 0). \quad (63)$$

3.3.1 Méthode des déphasages pour l'amplitude de diffusion

Montrons maintenant comment combiner la notion de déphasage, obtenue par résolution de l'équation de Schrödinger radiale, avec la notion d'amplitude de diffusion, et donc de section efficace, obtenue ci-dessus. On développe pour cela l'état stationnaire de diffusion $\varphi_{k\mathbf{1}_z}(\mathbf{r})$ sur la base des ondes partielles (24) pour l'énergie considérée. En toute généralité, le développement d'une fonction d'onde stationnaire d'énergie positive contient une infinité de termes, correspondant aux différents nombres quantiques l et m . Dans le cas de $\varphi_{k\mathbf{1}_z}(\mathbf{r})$, l'état ayant une symétrie de révolution azimutale, seuls les termes correspondant à $m = 0$ seront non nuls (voir la dépendance en ϕ des harmoniques sphériques (25)). On a donc

$$\varphi_{k\mathbf{1}_z}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} c_l \frac{u_{kl}(r)}{kr} P_l(\cos \theta), \quad (64)$$

où les harmoniques sphériques se ramènent, à un facteur près absorbé dans les coefficients c_l , à des polynômes de Legendre P_l en $\cos \theta$ et où la dépendance en ϕ a disparu. Les fonctions u_{kl} apparaissant dans cette expression sont celles discutées ci-dessus, solutions de l'équation de Schrödinger radiale (29) régulières à l'origine.

⁹Remarquons également que la phase de l'amplitude de diffusion coulombienne (61) n'intervient pas dans le calcul de la section efficace. Cette phase joue par contre un rôle essentiel dans le calcul de la section efficace coulombienne de particules *identiques*, pour lesquelles la fonction d'onde relative doit satisfaire le principe de Pauli; le résultat quantique (section efficace de Mott) est alors différent du cas classique.

coulombienne pure (respectivement d'une onde plane), on peut montrer que ces fonctions sont les fonctions coulombiennes régulières F_l (respectivement les fonctions de Bessel sphériques $krj_l(kr)$) et que les coefficients c_l sont égaux à

$$c_l = (2l + 1)e^{i(\sigma_l(k) + l\frac{\pi}{2})}. \quad (65)$$

Lorsqu'une interaction à courte portée est présente, l'état stationnaire de diffusion se développera avec les mêmes coefficients c_l , à condition de réécrire le comportement asymptotique (47) des fonctions u_{kl} sous la forme (la normalisation a ici son importance)

$$u_{kl}(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \sin\left(kr - \eta \ln 2kr + \sigma_l(k) - l\frac{\pi}{2}\right) + e^{i(kr - \eta \ln 2kr + \sigma_l(k) - l\frac{\pi}{2})} k f_l(k), \quad (66)$$

où le premier terme correspond à l'état stationnaire de diffusion purement coulombien (respectivement à une onde plane) et le second terme correspond à l'onde sphérique diffusée du fait de la présence d'un potentiel à courte portée. Le coefficient de ce second terme fait apparaître l'amplitude de diffusion partielle $f_l(k)$, dont l'expression s'obtient par comparaison avec l'équation (47) :

$$f_l(k) = \frac{U_l(k) - 1}{2ik} = \frac{e^{i\delta_l(k)} \sin \delta_l(k)}{k}. \quad (67)$$

En remplaçant l'expression (66) dans le développement (64) avec les coefficients (65) et en comparant au développement asymptotique de l'état stationnaire de diffusion (59), où l'amplitude de diffusion est donnée par la somme (62), on obtient l'amplitude de diffusion additionnelle

$$f_{\text{add}}(k, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) e^{2i\sigma_l(k)} f_l(k) P_l(\cos \theta). \quad (68)$$

Cette expression révèle l'importante simplicité de la méthode des déphasages à basse énergie. En effet, nous avons vu plus haut que, pour une énergie donnée, le déphasage tendait vers zéro lorsque l croissait, et ce d'autant plus vite que l'énergie était basse. L'équation (67) montre qu'il en est de même pour l'amplitude de diffusion partielle. Pour une énergie donnée, la somme (68) se limite donc en pratique à un nombre fini de termes, ce nombre étant d'autant plus petit que l'énergie est basse. Pour calculer une amplitude de diffusion à basse énergie, on se contentera donc de résoudre un petit nombre d'équations de Schrödinger radiales.

Ayant obtenu l'amplitude de diffusion, on pourra alors calculer la section efficace différentielle (60), ainsi que la section efficace totale (63) en l'absence de Coulomb. La section efficace différentielle fera apparaître des *interférences* entre ondes partielles différentes, qui mènent aux comportements typiquement ondulatoires des sections efficaces quantiques. Dans la section efficace totale par contre, les contributions des différentes ondes partielles se découpent selon

$$\sigma(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l(E) = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) |f_l(k)|^2 \quad (\eta = 0). \quad (69)$$

Les seuls phénomènes typiquement ondulatoires visibles dans la section efficace totale seront donc les résonances. La méthode des déphasages permet de prédire la forme de ces résonances : en effet, l'expression (56) du déphasage au voisinage d'une résonance mène à une variation brutale de la section efficace partielle correspondante. Par exemple, lorsque le déphasage de fond est négligeable, on obtient

$$\sigma_l(E) \underset{E \approx E_r}{\approx} \frac{4\pi}{k^2} (2l + 1) \frac{\frac{\Gamma^2}{4}}{(E_r - E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (\delta_{\text{fond}} = 0). \quad (70)$$

Cette équation est la formule de Breit-Wigner ; elle correspond à un pic dans la section efficace à l'énergie E_r , d'une largeur Γ . Lorsque le déphasage de fond est non négligeable, la section efficace a une forme plus compliquée (creux, pic suivi d'un creux ou creux suivi d'un pic), également prédite par la formule (56). La méthode des déphasages est donc particulièrement adaptée à l'étude de résonances individuelles, typiques des basses énergies.

Cette méthode permet également d'analyser le comportement de la section efficace de collision à très basse énergie. En effet, seule l'onde s ($l = 0$) joue un rôle dans ce cas, le terme centrifuge rendant les contributions des ondes partielles plus élevées négligeables. L'amplitude de diffusion correspondante est isotrope ; elle vaut

$$f(k, \theta) \xrightarrow{k \rightarrow 0} -a_0 \quad (\eta = 0), \quad (71)$$

ce qui correspond à la section efficace d'une sphère de rayon a_0 :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \xrightarrow{k \rightarrow 0} a_0^2, \quad \sigma \xrightarrow{k \rightarrow 0} 4\pi a_0^2 \quad (\eta = 0). \quad (72)$$

L'isotropie de la section efficace et son expression en termes d'un seul paramètre, la longueur de diffusion, est une simplification physique importante, utilisée notamment pour les collisions atome-atome dans la physique des gaz ultrafroids ; dans ce contexte, on exploite également le fait que a_0 (et donc la section efficace) est très grande en présence d'un état lié ou virtuel proche de l'énergie de seuil $E = 0$. Lorsque l'énergie croît, les ondes partielles suivantes entrent progressivement en jeu, rendant la dépendance en θ de l'amplitude de diffusion (et donc de la section efficace) de plus en plus complexe.

3.3.2 Autres méthodes de calcul de l'amplitude de diffusion

Mentionnons brièvement pour terminer d'autres méthodes de calcul de l'amplitude de diffusion. Notons tout d'abord que la décomposition (62) de l'amplitude de diffusion en un terme de longue portée (coulombien) et un terme de courte portée (nucléaire) est un cas particulier de la méthode plus générale de l'*amplitude de référence* : lorsque le potentiel se décompose en

$$V = V_I + V_{II}, \quad (73)$$

l'amplitude de diffusion se décompose en

$$f = f_I + f_{II}. \quad (74)$$

Une autre situation dans laquelle cette méthode est particulièrement utile est celle où le potentiel V_{II} est suffisamment petit pour être traité comme une perturbation du potentiel V_I :

$$V_{II} \ll V_I. \quad (75)$$

Le traitement perturbatif qui en résulte, basé sur un développement en série, est appelé *approximation de l'onde déformée* et est dû à Born (distorted-wave Born approximation, ou DWBA). Similairement, à haute énergie, on a $V \ll E$, si bien que c'est tout le potentiel d'interaction qui peut être considéré comme une perturbation. On est alors dans le cas de l'approximation de Born.

4 Méthode de la matrice R

Revenons maintenant aux basses énergies et à la méthode des déphasages, basée sur la décomposition de la fonction d'onde en ondes partielles. Comme nous l'avons vu ci-dessus, le

point central de cette méthode est l'équation de Schrödinger radiale (29), qui doit être résolue pour un nombre relativement restreint de valeurs du moment cinétique l . Dans les paragraphes qui précèdent, nous avons tenté de faire comprendre les concepts de base de la théorie des collisions à basse énergie par inspection de l'allure des solutions de cette équation (voir figures 3, 4, 5 et 7). Nous n'avons cependant pas encore expliqué *comment* résoudre cette équation. Comme il s'agit d'une équation différentielle du second ordre à une dimension, associée à une condition initiale à l'origine (32), une méthode basée sur les différences finies est celle qui vient en premier lieu à l'esprit (mathématiquement, le problème à résoudre est un problème de Dirichlet). De fait, la structure de l'équation (29), à coefficients constants et sans terme du premier ordre, se prête particulièrement bien à une telle méthode. Citons en particulier la méthode de Numerov. Une telle technique présente cependant quelques inconvénients : tout d'abord, si l'on veut calculer les sections efficaces à un grand nombre d'énergies, on doit intégrer numériquement l'équation à chacune de ces énergies ; ensuite, le traitement des états liés requiert de combiner la technique d'intégration numérique à une itération sur les énergies (par exemple par la méthode de Newton) pour trouver les énergies acceptables physiquement.

Dans le cadre de ce cours, nous avons choisi de présenter une autre méthode, très fréquemment utilisée dans notre groupe : la méthode de la *matrice de réaction* ou *matrice R*. Comme nous le verrons plus bas, du point de vue théorique, il s'agit d'une méthode très efficace de *résolution* de l'équation de Schrödinger, qui présente deux avantages par rapport aux différences finies. Tout d'abord, elle traite de manière identique les états liés et les états libres ; il s'agit en fait d'une méthode de *discrétisation du continu*, basée sur la résolution d'un problème aux valeurs propres (mathématiquement, on résout cette fois un problème différentiel aux limites, ou de Sturm-Liouville). Les valeurs propres négatives correspondent aux états liés, alors que les valeurs propres positives correspondent aux résonances et à l'ensemble du spectre continu. Le second avantage par rapport aux différences finies est que le déphasage s'exprime comme une fonction analytique de l'énergie, fonction dans laquelle les valeurs propres du problème de Sturm-Liouville apparaissent comme de simples paramètres. Pour une onde partielle donnée, il suffit donc de résoudre une seule fois le problème aux valeurs propres pour disposer du déphasage à toute énergie.

Autre conséquence fondamentale de cette approche aux valeurs propres : plutôt que de calculer ces valeurs propres par résolution d'un problème théorique, on peut aussi les considérer comme des paramètres phénoménologiques permettant d'*ajuster* des sections efficaces expérimentales. La matrice R est donc un outil autant utilisé par les théoriciens que par les expérimentateurs. En particulier, son utilisation dans un contexte expérimental exploite le fait que la méthode, que nous présenterons essentiellement ici pour les collisions élastiques, se généralise assez directement aux collisions inélastiques et aux réactions (d'où son nom, voir le paragraphe 5). Notons enfin que, si la matrice R est particulièrement utile (et historiquement née) en physique nucléaire, elle est également utilisée dans plusieurs autres disciplines, comme la physique atomique ou la chimie quantique.

La meilleure référence sur la matrice R reste probablement l'article de revue de Lane et Thomas [LT58]. Très complet, il est par contre d'un abord un peu rébarbatif. Des introductions plus pédagogiques mais moins complètes ont été proposées par différents auteurs, en particulier par P. Descouvemont dans l'école Joliot-Curie de 2000 (voir également [Des01, Des03]).

4.1 Principe : division de l'espace en deux régions

Dans la méthode de la matrice R, l'axe des r est divisé en deux régions, séparées par un rayon a :

- la région *extérieure* ($r > a$), dans laquelle on suppose que seuls les potentiels centrifuge et coulombien sont non nuls, c'est-à-dire les potentiels à longue portée, "simples" car

indépendants de la structure des particules qui interagissent, et dont les solutions sont bien connues (il s'agit des ondes coulombiennes, déjà rencontrées plus haut); on tronque donc le potentiel nucléaire au-delà de la distance a ;

- la région *intérieure* ($r < a$), dans laquelle tous les potentiels sont tenus en compte, y compris le potentiel nucléaire, c'est-à-dire un potentiel à courte portée, compliqué car dépendant de la structure des noyaux. Dans la suite, nous ne traiterons que le cas d'un potentiel d'interaction simple, décrivant l'interaction entre les deux particules de manière simplifiée. La méthode de la matrice R est cependant généralisable aux cas où l'interaction à courte portée est plus compliquée, en particulier lorsqu'elle est basée sur une description microscopique des particules interagissant (structure interne en nucléons dans le cas de noyaux).

Le principe de la méthode de la matrice R repose sur une *résolution* complète de l'équation de Schrödinger sur la région intérieure, suivie d'un *raccord* en $r = a$ avec les solutions bien connues de la région extérieure.

Le rayon a est arbitraire mais borné inférieurement car il ne peut être inférieur à la portée du potentiel nucléaire; autrement, l'hypothèse de troncature n'est pas justifiée. Par exemple, dans le cas du système $^{16}\text{O} + \alpha$ considéré plus haut (voir figure 2), on doit avoir $a \gtrsim 7$ fm. Lorsque l'on utilise la matrice R pour *résoudre* l'équation de Schrödinger, on a intérêt à choisir le rayon le plus petit possible compatible avec cette limite, ce afin d'alléger au maximum le calcul sur la zone intérieure. Faire varier a est alors un bon test de stabilité du calcul. Lorsque l'on utilise la matrice R pour *ajuster* des données expérimentales, on peut être amené à considérer a comme un paramètre et à l'optimiser, ce qui peut mener à des a inférieurs à la limite "physique". Nous exprimerons cependant quelques réserves sur cette approche ci-dessous.

Illustrons maintenant en détail la méthode, en utilisant à nouveau comme exemple l'onde partielle $l = 3$ pour le système $^{16}\text{O} + \alpha$. Nous montrerons d'abord comment résoudre l'équation dans la zone intérieure, puis comment définir la matrice R et comment effectuer le raccord avec la zone extérieure. Nous montrerons enfin comment la formule du déphasage résultant de ce raccord peut être utilisée comme modèle phénoménologique.

4.2 Zone intérieure

La résolution de l'équation de Schrödinger radiale (29), assortie de la condition aux limites à l'origine (32) et du caractère borné de la fonction d'onde, est un problème hermitique lorsqu'on le considère sur l'ensemble du demi-axe $r \geq 0$, mais pas lorsqu'on le considère sur la zone intérieure $0 \leq r \leq a$ seulement. L'hermiticité étant une propriété très utile en physique mathématique, en particulier parce qu'elle implique que les fonctions propres du problème constituent une base de l'espace des fonctions d'onde, on la rétablit en imposant en plus une condition aux limites sur la dérivée logarithmique de la fonction u en $r = a$, que l'on adimensionne et que l'on impose égale à une constante arbitraire B :¹⁰

$$\left. \frac{ru'_{kl}(r)}{u_{kl}(r)} \right|_{r=a} = B. \quad (76)$$

Le problème aux limites (de Sturm-Liouville) ainsi posé n'admet de solutions que pour des valeurs propres réelles et dénombrables de l'énergie

$$E_{nl} \quad (n = 1, \dots, \infty). \quad (77)$$

¹⁰Une approche mathématique plus formelle consiste en l'introduction de la condition aux limites dans l'équation de Schrödinger proprement dite, sous forme d'un opérateur de Bloch. L'approche équivalente suivie ici nous paraît plus simple à saisir.

n	E_{n3} (MeV)	Énergie état lié/résonance (MeV)
1	-69.7867	-69.7867
2	-41.2925	-41.2925
3	-16.9037	-16.9032
4	0.886485	0.8903808
5	7.77366	-
\vdots	\vdots	

TAB. 1 – Premières énergies propres E_{n3} de la méthode de la matrice R pour le système $^{16}\text{O} + \alpha$, dans l'onde partielle $l = 3$, pour le potentiel effectif de la figure 2. Les valeurs des paramètres de la méthode de la matrice R sont $a = 7$ et $B = 0$. La dernière colonne montre les valeurs des 3 énergies liées et de l'énergie de la résonance étroite pour le même système. Les chiffres en italique soulignent la différence entre les deux colonnes d'énergies.

Les fonctions propres normées correspondantes,

$$v_{nl}(r) \quad (n = 1, \dots, \infty), \quad (78)$$

forment une base pour les fonctions u dans la zone intérieure. La condition aux limites (76) étant fonction de a et de B , il en est de même pour les éléments propres E_{nl} et v_{nl} ; nous n'écrivons cependant pas explicitement cette dépendance dans la suite, pour alléger les notations. De plus, les résultats physiques seront indépendants des valeurs de ces paramètres, sauf dans l'utilisation de la matrice R comme modèle phénoménologique.

Les énergies et les fonctions propres E_{nl} et v_{nl} fournissent de bonnes approximations des états liés et des résonances étroites du système physique considéré. À titre d'exemple, le tableau 1 montre les énergies propres les plus basses et la figure 11 montre les fonctions propres correspondantes dans le cas $^{16}\text{O} + \alpha$, pour les valeurs des paramètres $l = 3$, $a = 7$ et $B = 0$. Le potentiel effectif utilisé est celui de la figure 2. On vérifie sur la figure 11 que les fonctions propres satisfont la condition aux limites (76), puisqu'elles ont une pente nulle en $r = a$. On voit également que le nombre de noeuds radiaux de ces fonctions augmente avec l'énergie. Le rayon a étant choisi suffisamment grand, les fonctions d'onde v_{nl} d'énergies les plus basses sont très proches des fonctions d'onde d'états liés, dont la décroissance exponentielle mène à une pente quasi nulle pour des r grands (voir la figure 4). Ceci est également confirmé par les valeurs des énergies propres E_{1l} et E_{2l} données au tableau 1, qui sont identiques aux énergies liées pour toutes les décimales données. Pour le troisième état lié, une différence apparaît à la quatrième décimale : l'énergie étant moins basse, la décroissance exponentielle est moins rapide et la pente de la fonction d'onde en $r = a$ est moins proche d'une pente nulle. Cette imprécision s'accroît encore pour l'énergie de la résonance étroite, où la différence apparaît dès la seconde décimale. On voit là les limites de la condition aux limites mathématique (76) : pour les énergies les plus hautes, une correction des valeurs données par la matrice R est nécessaire.

Pour $n \geq 5$, les fonctions v_{nl} n'ont plus de sens physique direct. Elles peuvent par contre être utilisées comme éléments d'une base sur laquelle les fonctions u_{kl} , pour une énergie arbitraire, peuvent être développées :

$$u_{kl}(r) = \sum_{n=1}^{\infty} v_{nl}(r) \langle v_{nl} | u_{kl} \rangle = \left[u'_{kl}(a) - B \frac{u_{kl}(a)}{a} \right] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_{nl}(r)v_{nl}(a)}{E_{nl} - E}. \quad (79)$$

Dans cette expression, la valeur du produit scalaire $\langle v_{nl} | u_{kl} \rangle$ a été obtenue à partir de l'équation de Schrödinger radiale pour u_{kl} (respectivement v_{nl}), multipliée par v_{nl} (respectivement par u_{kl}), puis par soustraction des deux équations obtenues et intégration par partie en tenant compte

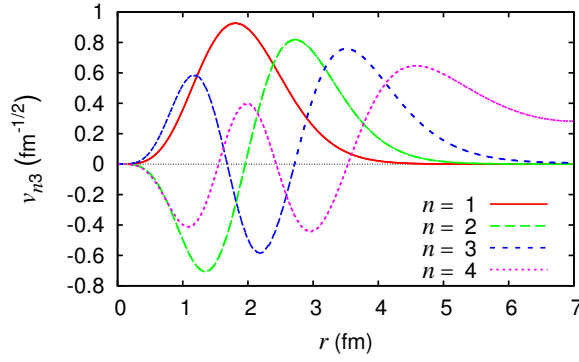


FIG. 11 – Fonctions propres de la méthode de la matrice R correspondant aux énergies propres données dans le tableau 1.

des conditions aux limites. C’est en ce sens que la méthode de la matrice R constitue une méthode de discrétisation du continu, le développement (79) étant valable pour toute énergie positive.

Ce développement permet de calculer la dérivée logarithmique de u_{kl} à la frontière, pour une énergie quelconque ; elle vaut¹¹

$$\frac{au'_{kl}(a)}{u_{kl}(a)} = B + \frac{1}{R_l(E)}, \quad (80)$$

expression qui fait apparaître la *matrice R*

$$R_l(E) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_{nl}^2(a)}{E_{nl} - E} \equiv \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma}_{nl}^2}{E_{nl} - E}. \quad (81)$$

Comme pour la matrice de collision, le terme “matrice” provient de la généralisation de ce concept à plusieurs voies (voir paragraphe 5). Il s’agit dans le cas simple considéré ici d’une fonction réelle croissante en fonction de l’énergie. À titre d’exemple, elle est représentée pour le cas traité précédemment à la figure 12. On voit que cette fonction présente une infinité de singularités, aux énergies E_{nl} qui sont donc les *pôles* de la matrice R. Les résidus de ces pôles, les $\tilde{\gamma}_{nl}^2$, sont appelés *largeurs réduites formelles* pour des raisons qui apparaîtront plus loin ; ils sont donnés par les valeurs des fonctions v_{nl} en $r = a$.

Deux remarques s’imposent à ce stade. La condition aux limites (76) dépendant de a et de B , il en est de même pour la matrice R. En revanche, on peut montrer [BGS02] que la dérivée logarithmique (80), si elle dépend évidemment du choix de a , n’en est pas moins indépendante de B .

4.3 Zone extérieure

Ayant résolu l’équation dans la zone intérieure et en ayant déduit la dérivée logarithmique de la fonction u à la frontière, nous pouvons maintenant exprimer la continuité de cette fonction

¹¹Il peut sembler surprenant que cette méthode permette de calculer une dérivée logarithmique quelconque, alors que toutes les fonctions de la base ont la même dérivée logarithmique donnée par l’équation (76). Ce paradoxe s’explique par le fait que les sommes qui apparaissent dans ces développements contiennent une infinité de termes ; en d’autres termes, la série (79) converge et est dérivable sur l’intervalle $[0, a]$. En pratique, lorsqu’on résout numériquement l’équation de Schrödinger radiale sur la zone intérieure, on utilise un nombre fini de fonctions de base (par exemple des polynômes) ; il est alors plus avantageux de prendre des fonctions de base dont la dérivée logarithmique est quelconque, le raccord en $r = a$ se faisant plus facilement [BHSV98].

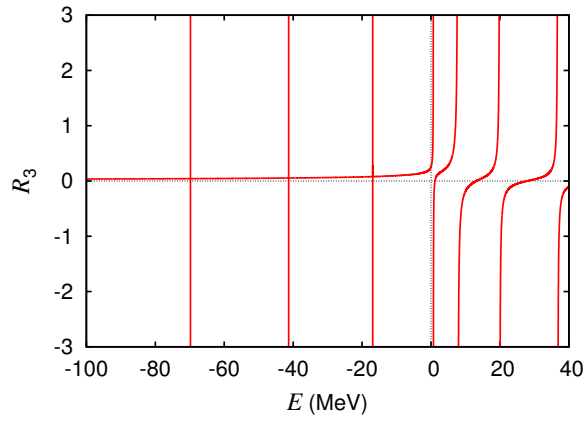


FIG. 12 – Matrice R du système $^{16}\text{O} + \alpha$ en fonction de l'énergie relative entre les noyaux, pour le potentiel effectif de la figure 2 et pour les valeurs des paramètres $l = 3$, $a = 7$, $B = 0$. Les trois premiers pôles, qui correspondent aux états liés, ont la même forme que les suivants mais ce comportement n'est pas visible à l'échelle choisie tant leurs largeurs réduites formelles sont petites.

et de sa dérivée première avec la solution de la zone extérieure. C'est de cette continuité que va découler l'expression de la matrice de collision partielle. En effet, dans la zone extérieure, le potentiel nucléaire étant nul, la solution de l'équation s'écrit

$$u_{kl}(r) \propto I_l(kr) - O_l(kr)U_l(k) \quad (r \geq a), \quad (82)$$

où les I_l et O_l sont les fonctions coulombiennes entrante et sortante (“Ingoing” et “Outgoing”), dont le comportement asymptotique est donné par l'équation (47), et U_l est la matrice de collision partielle, encore inconnue à ce stade. Ces fonctions coulombiennes sont les solutions exactes de l'équation de Schrödinger radiale pour un potentiel centrifuge + coulombien. Elles sont complexes et mutuellement conjuguées l'une de l'autre et on les définit souvent à partir de leurs parties réelle et imaginaire, qui ne sont autres que les fonctions coulombiennes F_l et G_l introduites précédemment. On a

$$I_l^*(kr) = O_l(kr) = G_l(kr) + iF_l(kr), \quad (83)$$

où G_l (resp. F_l) se comporte asymptotiquement comme un cosinus (resp. sinus) et est singulière (resp. régulière) en $r = 0$. Un cas particulier important est

$$O_l = e^{ikr} \quad (l = \eta = 0). \quad (84)$$

En exprimant la continuité de la solution (82) avec la solution de la zone intérieure en $r = a$, ce qui se fait en égalant leurs dérivées logarithmiques, on obtient les expressions suivantes pour la matrice de collision et le déphasage en fonction de la matrice R

$$U_l(k) = \frac{I_l(ka)}{O_l(ka)} \times \frac{1 - [S_l(ka) - B - iP_l(ka)] R_l(E)}{1 - [S_l(ka) - B + iP_l(ka)] R_l(E)}, \quad (85)$$

$$\delta_l(k) = -\arctan \frac{F_l(ka)}{G_l(ka)} + \arctan \frac{P_l(ka) R_l(E)}{1 - [S_l(ka) - B] R_l(E)} \quad (86)$$

$$\equiv \delta_{l,\text{HS}}(k) + \delta_{l,\text{R}}(k), \quad (87)$$

où S_l et P_l sont les facteurs de *déplacement* (“Shift”) et de *pénétration* (déjà rencontré à l'équation (53)), définis en termes des fonctions coulombiennes par

$$\frac{O'(ka)a}{O(ka)} = S_l(ka) + iP_l(ka). \quad (88)$$

La matrice de collision est donc décomposée en un produit de deux facteurs, qui correspond à une somme de deux termes pour le déphasage :

- un terme de sphère dure (“Hard Sphere”), égal à la matrice de collision dans le cas d’un mur de potentiel infini en $r = a$; en effet, l’équation (82) implique dans ce cas que

$$u_{kl}(a) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad U_l(k) = \frac{I_l(ka)}{O_l(ka)}; \quad (89)$$

- un terme “matrice R” ou “résonnant”, dans lequel apparait la matrice R proprement dite.

Le terme de sphère dure varie lentement avec l’énergie, alors que le terme résonnant peut varier brutalement avec l’énergie, lorsque l’on traverse un pôle de la matrice R. Ceci confirme l’idée, déjà évoquée par le tableau 1, que les pôles de la matrice R peuvent correspondre à des résonances physiques. Précisons cette idée en étudiant plus en détail l’*approximation à un pôle*

$$R_l(E) \approx \frac{\tilde{\gamma}_m^2}{E_m - E}. \quad (90)$$

Une telle approximation est valable lorsque l’énergie E n’est pas trop éloignée de l’énergie du pôle E_m , et lorsque les autres pôles sont suffisamment loin et/ou ont des largeurs réduites suffisamment petites pour avoir un effet négligeable. La matrice de collision résonnante a alors la forme d’une résonance de Breit-Wigner

$$U_{l,R}(k) \approx \frac{1 - [S_l(ka) - B - iP_l(ka)] \frac{\tilde{\gamma}_m^2}{E_m - E}}{1 - [S_l(ka) - B + iP_l(ka)] \frac{\tilde{\gamma}_m^2}{E_m - E}} \underset{E \approx E_r}{\approx} \frac{E - E_r - i\frac{\Gamma}{2}}{E - E_r + i\frac{\Gamma}{2}}. \quad (91)$$

Les paramètres physiques de la résonance s’obtiennent en multipliant les numérateur et dénominateur de la première expression par $E - E_m$ et en identifiant ensuite les deux expressions. L’identification des parties réelles du dénominateur (ou du numérateur) fournit une expression implicite pour l’énergie de la résonance :

$$E_r \approx E_m - \tilde{\gamma}_m^2 [S_l(k_r a) - B]. \quad (92)$$

Cette expression est implicite car le facteur de déplacement est lui-même calculé à l’énergie de la résonance. En supposant une dépendance linéaire en l’énergie du facteur de déplacement au voisinage de la résonance,¹²

$$S_l(ka) \underset{E \approx E_r}{\approx} S_l(k_r a) + (E - E_r) \frac{dS_l}{dE}, \quad (93)$$

où l’on calcule la dérivée en $E = E_m$, on peut déduire de l’expression (92) une expression explicite de E_r en fonction de E_m . Si l’on calcule la dérivée apparaissant dans l’expression (93) en $E = E_r$, on peut également, par un artifice de calcul, faire apparaître $E - E_r$ comme partie réelle du dénominateur de la matrice de collision ; l’identification des parties imaginaires de ce dénominateur pour les deux expressions (91) fournit alors l’expression de la largeur

$$\Gamma \approx 2 \frac{\tilde{\gamma}_m^2}{1 + \tilde{\gamma}_m^2 \frac{dS_l(k_r a)}{dE}} P_l(k_r a) \equiv 2\gamma^2 P_l(k_r a). \quad (94)$$

Les deux expressions (92) et (94) illustrent la différence entre les paramètres formels E_m , $\tilde{\gamma}_m^2$, apparaissant dans l’expression de la matrice R, et les paramètres physiques ou observés, E_r , γ^2 , de la résonance. L’expression (92) montre que S “déplace” l’énergie de la résonance (d’où

¹²Le facteur de déplacement, contrairement au facteur de pénétration qui varie rapidement avec l’énergie (voir l’équation (53)), varie lentement en fonction de l’énergie.

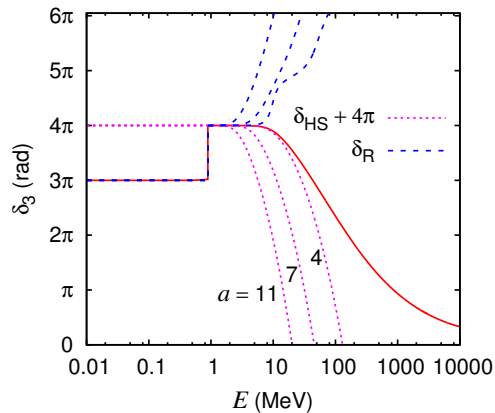


FIG. 13 – Déphasages additionnels de sphère dure (traits pointillés), matrice R (traits en tirets) et totaux (traits pleins) pour l’onde partielle $l = 3$ du système $^{16}\text{O} + \alpha$. Les paramètres choisis pour la méthode de la matrice R sont $B = 0$ et $a = 11$ (courbes de gauche), 7 (courbes du milieu) et 4 (courbes de droite). Le déphasage total n’est pas représenté pour $a = 4$, pour ne pas alourdir la figure. Pour $a = 7$ et $a = 11$, les déphasages totaux sont indiscernables, de même que les courbes en tirets et pleines à basse énergie.

le terme “facteur de déplacement”), sauf lorsque $S_l(k_r a) = B$. L’expression (94) montre que la largeur de la résonance peut s’interpréter comme la produit de la probabilité de présence en $r = a$ (donnée par la largeur réduite au carré, γ^2) par la probabilité de transmission entre a et l’infini (facteur de pénétration). Dans le cas plus général où la contribution d’un seul pôle ne l’emporte pas sur les autres, des méthodes numériques plus sophistiquées sont nécessaires pour passer des paramètres physiques aux paramètres formels, une possibilité étant de calculer directement les pôles de la matrice de collision dans le plan complexe à partir de l’expression (85) (pour une autre approche, voir la référence [AD00]). De manière générale, il faut prendre garde à cette distinction et ne baser des discussions physiques que sur des paramètres physiques : les valeurs des paramètres formels sont, elles, dépendantes des valeurs choisies pour B et a .

Remarquons pour terminer que les deux termes apparaissant dans le déphasage matrice R (87) satisfont le développement en portée effective (54). Il s’agit d’un avantage majeur de la méthode de la matrice R : elle fournit toujours des déphasages acceptables physiquement à basse énergie.

4.4 Modèle phénoménologique

Le fait que le déphasage résonnant puisse être bien représenté par le terme matrice R suggère, par examen de la décomposition (56) du déphasage, de considérer le déphasage de sphère dure comme un déphasage de fond et d’utiliser le déphasage matrice R pour décrire les résonances. On aborde ainsi l’utilisation de la matrice R comme modèle phénoménologique pour les déphasages, la somme dans la matrice R pouvant a priori être limitée aux résonances physiques (et éventuellement aux états liés) pour ajuster correctement des données expérimentales, ce qui limite fortement le nombre de paramètres. Cette approche, fréquemment utilisée dans la littérature, présente également l’intérêt que, comme nous venons de le remarquer, le développement en portée effective est automatiquement satisfait par un déphasage calculé avec la matrice R, par opposition par exemple à un déphasage calculé avec une formule de Breit-Wigner (56) utilisée pour toute énergie. Le sens physique d’une utilisation phénoménologique de la matrice R doit cependant parfois être questionné. À titre d’exemple, considérons à nouveau l’onde partielle $l = 3$ du système $^{16}\text{O} + \alpha$. Ayant calculé la matrice R par résolution sur

la zone intérieure (voir figure 12), on peut calculer numériquement les différents déphasage de ce système en fonction de l'énergie. Ces résultats sont représentés à la figure 13 ; la méthode numérique utilisée [BHSV98] est basée sur un développement des fonctions d'onde internes sur une base particulière, les fonctions de Lagrange. Pour calculer précisément le déphasage jusqu'à très haute énergie (10 GeV sur la figure 13), 90 fonctions de base sont nécessaires car à haute énergie, la fonction d'onde a de nombreuses oscillations. La somme (81) dans l'expression de la matrice R se limite alors à 90 termes également. En général, avec cette méthode numérique, ce nombre est nettement plus petit (voir la référence [BHSV98] pour plus de détails). Sur la figure 13, le déphasage "exact", identique à la courbe de la figure 6) est comparé à une décomposition en $\delta_{3,HS}$ (courbes en pointillés) et $\delta_{3,R}$ (courbes en tirets), pour différentes valeurs du rayon a . On voit que les déphasages de sphère dure présentent un comportement monotone en fonction de l'énergie, alors que le terme résonnant affiche la résonance étroite, ce pour les 3 valeurs de a . Pour $a = 11$ et $a = 7$ fm, la somme de $\delta_{3,HS}$ et $\delta_{3,R}$, qui donne le déphasage total (87), est indiscernable du déphasage exact, et ce pour toute la gamme (très large) des énergies. Ceci démontre l'efficacité de la matrice R comme méthode de résolution de l'équation de Schrödinger radiale en vue de calculer le déphasage, et la liberté de choix du rayon a . En comparaison, pour $a = 4$ fm, le déphasage total (non représenté à la figure 13 pour plus de clarté) s'écarterait visiblement du résultat exact à cause d'une résonance non physique apparaissant dans le terme matrice R. Ce résultat inexact est dû au fait qu'en prenant $a = 4$ fm, on ampute le potentiel effectif de manière significative (voir figure 2).

En revanche, pour $a = 4$ fm, le terme de sphère dure seul est plus proche du déphasage exact dans la zone où celui-ci ne présente plus de variation brutale avec l'énergie. Si l'on souhaite ajuster le déphasage exact avec un minimum de paramètres, par exemple entre 0 et 30 MeV, il serait donc relativement efficace d'utiliser un terme de sphère dure pur $a = 4$ fm, combiné avec un terme de matrice R ne contenant qu'un seul pôle pour décrire la résonance étroite vers 1 MeV. Le rayon de la matrice R devient alors un paramètre phénoménologique, auquel on ne peut attribuer le sens physique d'un rayon au-delà duquel l'interaction nucléaire est négligeable. On entre ici dans le domaine de l'utilisation de la matrice R comme modèle phénoménologique, dans lequel la liberté du choix de a est restreinte. Pour la même zone d'énergie, [0, 30] MeV, un modèle phénoménologique plus élaboré pourrait utiliser un a plus grand, compensé par une résonance très large à une énergie supérieure à 30 MeV. On aurait alors 3 paramètres pour décrire le déphasage de fond, ce qui en permettrait sans doute un ajustement fin. Il importe cependant de garder à l'esprit dans ce genre d'approche que ni le rayon a ni les paramètres de la résonance large n'ont de sens physique profond, ce qui peut mener à certains problèmes [Spa04].

5 Généralisation à plusieurs voies

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que les collisions élastiques de deux particules sans spin. Tout en restant dans le cadre de collisions à *deux* particules, plusieurs généralisations sont possibles. Le but du présent paragraphe est d'évoquer brièvement ces généralisations, afin de montrer que plusieurs des notions et modèles introduits ci-dessus restent valables dans ces cas, moyennant une généralisation vectorielle des fonctions d'onde et matricielle des potentiels, matrice de collision, matrice R, etc. Pour plus de détails, on consultera une fois encore les références [CTDL73, Tay72, New82, LT58].

Commençons par les particules de spin non nul. En physique quantique, l'état d'une particule de spin I_1 est représenté par un spineur à $2I_1 + 1$ composantes, chaque composante correspondant à une valeur de la projection du moment cinétique sur un axe arbitraire. Pour un système de deux particules de spins I_1 et I_2 , l'état du mouvement relatif des deux particules est donc représenté par un spineur à $(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)$ composantes. La notion de spineur généralise la

notion de fonction d'onde : un spineur est un vecteur dont chaque composante est une fonction. En théorie des collisions, on souhaite pouvoir décrire tant des situations dans lesquelles l'état de spin est identique avant et après la collision (si l'interaction est indépendante du signe, on peut alors se limiter à une seule composante du spineur et on se ramène formellement au cas considéré jusqu'ici) que des situations dans lesquelles l'état de spin est modifié au cours de la collision. Dans ce dernier cas, on doit travailler avec des spineurs complets, chaque état de spin, c'est-à-dire chaque composante du spineur, définissant alors une *voie* possible pour le système de deux particules.¹³ On dira que ces voies sont *couplées* lorsqu'il est possible de passer de l'une à l'autre.

Une autre situation physique importante qui généralise la notion de voie est celle des collisions inélastiques, du type $a + b \rightarrow a + b^*$, au cours desquelles l'état de la particule b est modifié (par exemple par une excitation de ses degrés de liberté internes). La fonction d'onde relative comprendra alors deux composantes : une pour chaque voie, la voie élastique $a + b$ et la voie inélastique $a + b^*$. Cette situation mène à l'importante notion d'*énergie de seuil* $\Delta = (m_{b^*} - m_b)c^2$. Les collisions inélastiques ne sont elles-mêmes qu'un cas particulier des *réactions*, du type $a + b \rightarrow c + d$, qui nécessitent également la définition de différentes voies et énergies de seuil, mais également un ensemble de *coordonnées relatives* plus général : $\mathbf{r}_{ab} \neq \mathbf{r}_{cd}$.

Formellement, on peut unifier ces trois situations dans un formalisme à plusieurs voies : chaque voie α est caractérisée par l'état interne (composition, énergie de masse, (état de) spin, ...) des particules infiniment séparées l'une de l'autre. Il lui correspond une masse réduite μ_α , une coordonnée relative \mathbf{r}_α et une composante du vecteur représentant l'état du système :

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ \varphi_\alpha(\mathbf{r}_\alpha) \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (95)$$

Pour décrire des collisions, on fait également correspondre à chaque voie une énergie relative E_α et un nombre d'onde relatif \mathbf{k}_α . Au cours d'une collision, le système peut passer d'une voie à l'autre :

$$\underbrace{a + b}_{\text{voie } \alpha} \rightarrow \underbrace{c + d}_{\text{voie } \beta}, \quad (96)$$

pour autant que l'énergie E_α soit supérieure à l'énergie de seuil $Q = (m_c + m_d - m_a - m_b)c^2$. On dit alors que la voie est ouverte (elle est fermée lorsque l'énergie est trop basse).

Nous allons maintenant définir les principales notions utiles en théorie des collisions pour décrire de tels cas, montrer qu'elles mènent à une généralisation *matricielle* du formalisme établi précédemment, puis les illustrer par un calcul matrice R.

5.1 Sections efficaces différentielles

Commençons par généraliser la notion d'état stationnaire de diffusion. Il s'agit toujours de solutions de l'équation de Schrödinger stationnaire mais il en existe un pour chaque voie d'entrée α et ils sont définis en fonction de leur comportement asymptotique dans chaque voie de sortie β par une relation qui généralise l'équation (59). Explicitement, par exemple dans le cas de deux voies α et β , l'état stationnaire de diffusion pour la voie d'entrée α a le comportement asymptotique

$$\begin{pmatrix} \varphi_\alpha(\mathbf{r}_\alpha) \\ \varphi_\beta(\mathbf{r}_\beta) \end{pmatrix}_{k_\alpha \mathbf{1}_{z_\alpha}} \underset{r_\alpha, r_\beta \rightarrow \infty}{\sim} \begin{pmatrix} e^{i[k_\alpha z_\alpha + \eta_\alpha \ln k_\alpha (r_\alpha - z_\alpha)]} + f_{\alpha\alpha}(k_\alpha, \theta_\alpha) \frac{e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha)}}{r_\alpha} \\ \left(\frac{\mu_\beta}{\mu_\alpha}\right)^{1/2} f_{\beta\alpha}(k_\alpha, \theta_\beta) \frac{e^{i(k_\beta r_\beta - \eta_\beta \ln 2k_\beta r_\beta)}}{r_\beta} \end{pmatrix}. \quad (97)$$

¹³Nous utilisons ici le terme *voie* dans son acception la plus large.

La composante α comporte une onde plane incidente et une onde sphérique sortante (déformées en présence d'un terme coulombien), alors que la composante β ne comprend qu'une onde sphérique sortante. De manière symétrique, on définit l'état stationnaire de diffusion dont la voie d'entrée est la voie β . Les comportements asymptotiques de ces deux états stationnaires définissent les quatre *amplitudes de diffusion* $f_{\beta\alpha}(k_\alpha, \theta_\beta)$, dont on déduit les *sections efficaces différentielles*

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega_\beta}(k_\alpha, \theta_\beta) = \frac{k_\beta}{k_\alpha} |f_{\beta\alpha}(k_\alpha, \theta_\beta)|^2, \quad (98)$$

relation qui généralise (60).

Le calcul de ces amplitudes de diffusion peut se faire par une méthode qui généralise la méthode des déphasages. On décompose pour cela les états stationnaires de diffusion en ondes partielles, états propres cette fois du carré du module du moment cinétique total $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$ et de la parité π . Les amplitudes de diffusion s'expriment alors sous forme de sommes compliquées faisant intervenir des *matrices de collision partielles* $\mathbf{U}^{J\pi}$. Le calcul des matrices de collision partielles se fait par résolution d'un système d'équations de Schrödinger radiales couplées, pour une valeur donnée des bons nombres quantiques E , J et π . Ainsi, on a par exemple à deux voies

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \frac{d^2}{dr_\alpha^2} + V_{\alpha\alpha}^{l_\alpha} & V_{\alpha\beta} \\ V_{\beta\alpha} & -\frac{\hbar^2}{2\mu_\beta} \frac{d^2}{dr_\beta^2} + V_{\beta\beta}^{l_\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\alpha\alpha}^{EJ\pi}(r_\alpha) \\ u_{\beta\alpha}^{EJ\pi}(r_\beta) \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} \frac{\hbar^2 k_\alpha^2}{2\mu_\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{\hbar^2 k_\beta^2}{2\mu_\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\alpha\alpha}^{EJ\pi}(r_\alpha) \\ u_{\beta\alpha}^{EJ\pi}(r_\beta) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (99)$$

qui généralise matriciellement l'équation de Schrödinger radiale (29). Les bons nombres quantiques sont cette fois indiqués en indice supérieur (dans le cas à une voie, la valeur de l fixait également la parité car $\pi = (-1)^l$ pour les harmoniques sphériques (25); π n'était donc pas indiquée explicitement), alors que les indices inférieurs désignent les voies : le premier indice indique la composante de la solution, alors que le second indique sa voie d'entrée. On définit la matrice de collision $\mathbf{U}^{J\pi}(k_\alpha, k_\beta)$ à partir du comportement asymptotique des solutions de ce système d'équations pour les différentes voies d'entrée possibles :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_{\alpha\alpha}^{EJ\pi}(r_\alpha) & u_{\alpha\beta}^{EJ\pi}(r_\alpha) \\ u_{\beta\alpha}^{EJ\pi}(r_\beta) & u_{\beta\beta}^{EJ\pi}(r_\beta) \end{pmatrix} \underset{r \rightarrow \infty}{\propto} \\ & \begin{pmatrix} e^{-i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha + \sigma_{l_\alpha}(k_\alpha) - l_\alpha \frac{\pi}{2})} & 0 \\ 0 & e^{-i(k_\beta r_\beta - \eta_\beta \ln 2k_\beta r_\beta + \sigma_{l_\beta}(k_\beta) - l_\beta \frac{\pi}{2})} \end{pmatrix} \\ & - \begin{pmatrix} e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha + \sigma_{l_\alpha}(k_\alpha) - l_\alpha \frac{\pi}{2})} & 0 \\ 0 & e^{i(k_\beta r_\beta - \eta_\beta \ln 2k_\beta r_\beta + \sigma_{l_\beta}(k_\beta) - l_\beta \frac{\pi}{2})} \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} U_{\alpha\alpha}^{J\pi}(k_\alpha, k_\beta) & \sqrt{\frac{k_\beta}{k_\alpha}} U_{\alpha\beta}^{J\pi}(k_\alpha, k_\beta) \\ \sqrt{\frac{k_\alpha}{k_\beta}} U_{\beta\alpha}^{J\pi}(k_\alpha, k_\beta) & U_{\beta\beta}^{J\pi}(k_\alpha, k_\beta) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (100)$$

ce qui généralise le comportement asymptotique (47).

5.2 Méthode de la matrice R

Comme dans le cas à une voie, la matrice de réaction permet tant de résoudre le système des équations de Schrödinger radiales couplées, que de paramétrer les matrices de collision partielles, pour des valeurs de J et π données, en vue d'ajuster des données expérimentales.

	$a = 4$ fm	$a = 5$ fm
E_1 (keV)	127	158
$\tilde{\gamma}_d^2$ (keV)	170	111
$\tilde{\gamma}_p^2$ (keV)	45	31

TAB. 2 – (adapté de la référence [Des03]) Paramètres formels d'un modèle matrice R phénoménologique à deux voies et un pôle pour la réaction ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$.

La matrice R est définie par les énergies (réelles) de ses pôles, E_n , ainsi que par les largeurs réduites formelles dans chacune des voies α , $\tilde{\gamma}_{n,\alpha}^2$, par une formule similaire à (81),

$$R_{\alpha\beta}(E) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\gamma}_{n,\alpha}\tilde{\gamma}_{n,\beta}}{E_n - E}. \quad (101)$$

La matrice de collision s'écrit alors

$$\mathbf{U}(k_\alpha, k_\beta) = \mathbf{Z}^{-1}(k_\alpha, k_\beta)\mathbf{Z}^*(k_\alpha, k_\beta), \quad (102)$$

avec

$$Z_{\alpha\beta}(k_\alpha, k_\beta) = O_\alpha(k_\alpha a)\delta_{\alpha\beta} - a\sqrt{\frac{k_\alpha}{k_\beta}}R_{\alpha\beta}(E)O'_\beta(k_\beta a), \quad (103)$$

où l'on s'est limité au cas de conditions aux limites nulles pour les dérivées logarithmiques des fonctions radiales au rayon a (voir l'équation (76)).

À titre d'exemple, montrons comment paramétriser la section efficace totale de la réaction de transfert ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ [Des03]. Il s'agit d'une réaction d'intérêt astrophysique, dont la section efficace devient extrêmement petite à très basse énergie à cause de la répulsion coulombienne entre les noyaux. Il est donc plus pratique de la caractériser par le *facteur astrophysique*

$$S(E) = \sigma(E)E \exp(2\pi\eta), \quad (104)$$

dont la variation en fonction de l'énergie est relativement faible. La paramétrisation la plus simple de ce facteur astrophysique requiert seulement un modèle à deux voies : la voie d'entrée (deuton) avec $l_d = 0$ et la voie de sortie (proton) avec $l_p = 2$. Il y a une résonance $3/2^+$, d'énergie $E_r = 210$ keV et de largeurs partielles $\Gamma_d = 26$ keV et $\Gamma_p = 190$ keV. Sa largeur totale vaut donc $\Gamma = 216$ keV. Il suffit donc d'une matrice R à un pôle pour ajuster le facteur astrophysique. Deux exemples de paramétrisation sont donnés au tableau 2, pour des valeurs du rayon $a = 4$ et 5 fm. On observe que les valeurs des paramètres formels diffèrent des valeurs des paramètres physique de la résonance, et qu'elles dépendent de plus fortement de la valeur du rayon. Les facteurs astrophysiques correspondants sont représentés à la figure 14 ; ils sont proches l'un de l'autre et proches des valeurs expérimentales, même si, sous la résonance, on observe une certaine sensibilité du facteur astrophysique au rayon a de la matrice R.

6 Conclusion

En conclusion, nous avons introduit les fondements de la théorie quantique des collisions dans le cas de deux corps entrant en collision à faible énergie relative. L'outil principal présenté est la méthode de la décomposition en ondes partielles, ou méthode des déphasages, dont l'utilisation se base sur la résolution d'une équation (ou d'un système d'équations) de Schrödinger radiale(s) à une dimension. Les déphasages ou matrices de collision ainsi obtenus permettent

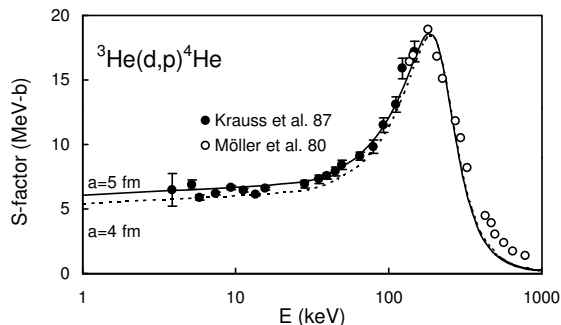


FIG. 14 – (reproduite de la référence [Des03]) Facteur astrophysique correspondant à la section efficace totale de la réaction ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$. Les données expérimentales proviennent des références [KBT⁺87, MB80] et les courbes théoriques d'un modèle matrice R phénoménologique à deux voies et un pôle, pour deux valeurs du rayon.

de calculer les amplitudes de diffusion sous forme de sommes. Aux basses énergies, le nombre de termes dans ces sommes est relativement restreint, ce qui est le principal intérêt de la méthode. Le module de ces amplitudes élevé au carré donne alors les sections efficaces, qui sont comparables aux données expérimentales. Il y a donc un long cheminement à suivre pour aller des calculs théoriques aux résultats expérimentaux. Ce cheminement est néanmoins essentiel pour décrire correctement le phénomène de résonance, dont nous avons vu qu'il s'agit d'un phénomène ondulatoire, analogue au phénomène le plus caractéristique de la physique quantique : la quantification des spectres liés.

Nous avons également présenté les bases de la méthode de la matrice R, et défendu la thèse qu'il s'agit d'une méthode très efficace, tant théoriquement qu'expérimentalement, mais que quelques précautions sont nécessaires quant à son utilisation comme modèle phénoménologique.

Remerciements

Je remercie Daniel Baye pour les nombreuses discussions sur les collisions quantiques que nous avons eues depuis des années, pour ses propres notes de cours, qui sont pour moi une référence et une source d'inspiration permanentes, ainsi que pour sa relecture du présent texte. Merci également à Pierre Descouvemont pour ses transparents sur la théorie des collisions, pour les discussions sur la matrice R, et pour avoir proposé mon nom au comité d'organisation de cette école. Merci au dit comité d'avoir suivi cette proposition ! Enfin, merci d'avance au lecteur pour tout commentaire constructif sur ces notes de cours.

Références

- [AD00] C. Angulo and P. Descouvemont. R-matrix analysis of interference effects in ${}^{12}\text{C}(\alpha, \alpha){}^{12}\text{C}$ and ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$. *Phys. Rev. C*, 61:064611, 2000.
- [AS65] M. Abramowitz and I. A. Stegun, editors. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, 1965.
- [BGS02] D. Baye, J. Goldbeter, and J.-M. Sparenberg. Equivalence of the Siegert-pseudostate and Lagrange-mesh R-matrix methods. *Phys. Rev. A*, 65:052710, 2002.

- [BHSV98] D. Baye, M. Hesse, J.-M. Sparenberg, and M. Vincke. Analysis of the R -matrix method on Lagrange meshes. *J. Phys. B*, 31:3439–3454, 1998.
- [CKK01] K. Chadan, R. Kobayashi, and T. Kobayashi. The absolute definition of the phase-shift in potential scattering. *J. Math. Phys.*, 42:4031–4049, 2001.
- [CTDL73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Mécanique Quantique, I et II*. Hermann, Paris, 1973.
- [Des01] P. Descouvemont. Theoretical models for nuclear astrophysics. *Ann. Phys. (Paris)*, 26:1–90, 2001.
- [Des03] P. Descouvemont. *Theoretical Models for Nuclear Astrophysics*. Nova, New York, 2003.
- [KB07] R. Kamouni and D. Baye. Scattering length and effective range for collisions between light ions within a microscopic model. *Nucl. Phys. A*, 791:68–83, 2007.
- [KBT⁺87] A. Krauss, H. W. Becker, H. P. Trautvetter, C. Rolfs, and K. Brand. Low-energy fusion cross sections of $D + D$ and $D + {}^3\text{He}$ reactions. *Nucl. Phys. A*, 465:150–172, 1987.
- [KKR72] C. Kittel, W. D. Knight, and M. A. Ruderman. *Mécanique*, volume 1 de *Berkeley: cours de Physique*. Armand Colin, Paris, 4ème édition, 1972.
- [LT58] A. M. Lane and R. G. Thomas. R -matrix theory of nuclear reactions. *Rev. Mod. Phys.*, 30:257–353, 1958.
- [MAB⁺83] F. Michel, J. Albinski, P. Belery, Th. Delbar, G. Grégoire, B. Tasiaux, and G. Reisdemeister. Optical model description of $\alpha + {}^{16}\text{O}$ elastic scattering and alpha-cluster structure in ${}^{20}\text{Ne}$. *Phys. Rev. C*, 28:1904–1917, 1983.
- [MB80] W. Möller and F. Besenbacher. A note on the ${}^3\text{He} + D$ nuclear-reaction cross section. *Nucl. Instr. Methods*, 168:111, 1980.
- [New82] R. G. Newton. *Scattering Theory of Waves and Particles*. Springer, New York, second edition, 1982.
- [Rut11] E. Rutherford. The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *Phil. Mag.*, 21:669, 1911.
- [Spa04] J.-M. Sparenberg. Clarification of the relationship between bound and scattering states in quantum mechanics: Application to ${}^{12}\text{C} + \alpha$. *Phys. Rev. C*, 69:034601:1–6, 2004.
- [Tay72] J. R. Taylor. *Scattering Theory: The Quantum Theory on Nonrelativistic Collisions*. Wiley, New York, 1972.

Diffusion Élastique Résonante, Diffusion Inélastique et Réactions Astrophysiques

François DE OLIVEIRA SANTOS

GANIL, UMR 6415, B.P. 5027, F-14076 Caen Cedex, France

Résumé

Des réactions nucléaires peuvent se produire à basse énergie cinétique. A ces énergies elles sont caractérisées par une forte dépendance avec la structure du noyau composé. Il s'avère ainsi possible d'étudier la structure nucléaire par le biais de la mesure de ces réactions. Dans ce cours, trois types de réaction sont traités : la Diffusion Élastique Résonante, la Diffusion Inélastique et les Réactions Astrophysiques.

Abstract

Nuclear reactions can occur at low kinetic energy. Low-energy reactions are characterized by a strong dependence with the structure of the compound nucleus. It turns out that it is possible to study the nuclear structure by measuring these reactions. In this course, three types of reactions are treated: Resonant Elastic Scattering, Inelastic Scattering and Astrophysical reactions.

Table des matières

1	Introduction	163
2	Diffusion Élastique Résonante	163
2.1	Diffusion de Rutherford	163
2.2	Fonction d'excitation	164
2.3	Déviations par rapport à Rutherford	164
2.4	Résonances	165
2.5	Pourquoi voit-on des résonances?	166
2.6	Largeurs des résonances	167
2.7	Facteur spectroscopique	168
2.8	Interférences	168
2.9	Distribution angulaire	169
2.10	Faisceaux radioactifs, cinématique indirecte	169
2.11	Cible épaisse	170
2.12	Morceaux choisis	172

2.12.1	Une résolution record, cas de la réaction ${}^4\text{He}({}^4\text{He}, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$	172
2.12.2	Diffusion avec des neutrons, cas de la réaction ${}^{238}\text{U}(n, n){}^{238}\text{U}$	172
2.12.3	Première expérience Spiral, cas de la réaction $\text{H}({}^{18}\text{Ne}, p){}^{18}\text{Ne}$	173
2.12.4	Des noyaux à l'astro, cas de la réaction $\text{H}({}^{15}\text{O}, p){}^{15}\text{O}$	174
2.12.5	Bande rotationnelle moléculaire, cas de la réaction ${}^4\text{He}({}^6\text{He}, {}^6\text{He}){}^4\text{He}$	176
2.12.6	Etats Isobariques Analogues, cas de la réaction $\text{H}({}^8\text{He}, p){}^8\text{He}$	176
2.13	Résumé et Conclusions	177
3	Réactions astrophysiques	178
3.1	Introduction	178
3.2	Structure nucléaire en astro	180
3.3	Morceaux choisis	181
3.3.1	Des gamma dans les novae, cas de la réaction ${}^{18}\text{F}(p, \alpha){}^{15}\text{O}$	181
3.3.2	Mesure de l'âge de l'Univers, cas de la réaction ${}^{14}\text{N}(p, \gamma){}^{15}\text{O}$	182
3.3.3	Quand l'astro mesure le noyau, l'état de Hoyle	183
4	Diffusion Inélastique Résonante	184
4.1	Introduction	184
4.2	Morceaux choisis	185
4.2.1	Mesure de ${}^2\text{He}$, cas de la réaction $\text{H}({}^{13}\text{N}, p_1){}^{13}\text{N}^*(p){}^{12}\text{C}$	185
4.2.2	Des pics étranges dans la première expérience Spiral, cas de la réaction $\text{H}({}^{18}\text{Ne}, p){}^{18}\text{Ne}^*(p){}^{17}\text{F}$	186
4.2.3	Analyse des corrélations angulaires, cas des réactions $\text{H}({}^{19}\text{Ne}, p){}^{19}\text{Ne}^*(p){}^{18}\text{F}$ et $\text{Ne}^*(\alpha){}^{15}\text{O}$	187

1 Introduction

Du point de vue des réactions nucléaires, on considère intuitivement qu'aux basses énergies cinétiques "il ne se passe rien", probablement parce que l'expérience quotidienne nous montre que les collisions dans le monde macroscopique sont d'autant moins violentes qu'elles se font à faible énergie cinétique. La vérité de la physique nucléaire est différente. Il est parfaitement possible de provoquer des réactions entre des noyaux à basse énergie cinétique, se produisant parfois avec une grande probabilité, et induisant parfois la transformation des noyaux impliqués (transmutation). Ces réactions, dites résonantes, sont étroitement liées à la structure des états discrets (quantiques) des noyaux atomiques. Il s'avère ainsi possible d'étudier cette structure nucléaire par le biais de la mesure de réactions nucléaires à basse énergie cinétique. Pour illustrer ce principe, trois types différents de réactions sont traités dans ce cours. Il s'agit des "réactions de diffusion élastique résonante" comme pour la réaction $^{14}\text{N}(p,p)^{14}\text{N}$, des "réactions astrophysiques" comme pour la réaction de capture radiative $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$, et des "réactions de diffusion inélastique (résonante)" comme pour la réaction $^{14}\text{N}(p,p')^{14}\text{N}^*$.

2 Diffusion Élastique Résonante

2.1 Diffusion de Rutherford

L'étude expérimentale de l'interaction entre noyaux atomiques a commencé (publication en 1909 [1], voir le cours de B. Fernandez ainsi que son excellent livre [2]) lorsque Marsden, Geiger, Rutherford et leurs collaborateurs ont envoyé des particules alpha issues d'une source radioactive de radium sur diverses feuilles métalliques, et qu'ils ont observé qu'une partie des particules alpha pouvait "interagir fortement" avec la matière et diffuser à grand angle (90° et plus). Ces expériences pionnières ont initié de nombreux développements théoriques et expérimentaux, dont le plus marquant a été la validation (en 1911) par Rutherford [3] du modèle planétaire (Saturnien) de l'atome, ainsi constitué d'un noyau central dense chargé positivement et d'un cortège d'électrons. Dans ces expériences de diffusion élastique, les noyaux des atomes sont modélisés par des objets ponctuels, chargés positivement et de la masse des atomes. La particule (un alpha) incidente 1 de masse M_1 et de charge Z_1 , est repoussée (voir Figure 1) par l'interaction Coulombienne du noyau 2 de masse M_2 et de charge Z_2 , et est diffusée suivant un angle θ . Les trajectoires de ces objets peuvent être calculées exactement, ainsi que la section efficace de la diffusion élastique Coulombienne. Darwin obtient en 1914 [4] une formule pour la section efficace différentielle de la diffusion Coulombienne, dite diffusion de Rutherford :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Rutherford}} = \left\{ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E \sin(\frac{\theta}{2})} \right\}^2 \quad (1)$$

Cette formule est valable dans une large plage de conditions expérimentales, en particulier à basse énergie cinétique. Aujourd'hui, la diffusion de Rutherford est utilisée couramment afin de normaliser et d'étalonner des expériences de physique nucléaire, ou bien pour identifier la nature de faisceaux ou la composition de cibles (méthode RBS Rutherford Back Scattering, ERDA ...).

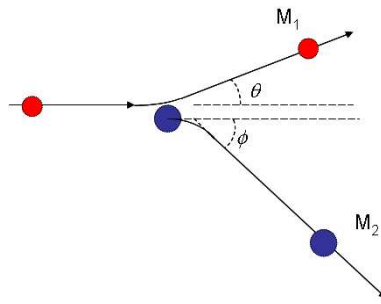


FIG. 1 – Schéma de la diffusion élastique Coulombienne.

2.2 Fonction d'excitation

On appelle "fonction d'excitation" l'évolution de la section efficace différentielle en fonction de l'énergie cinétique de la particule incidente. Dans le cas de la diffusion de Rutherford, comme on peut le voir avec l'équation 1, la fonction d'excitation est une courbe décroissante de l'énergie variant en $\frac{1}{E^2}$. Expérimentalement, on réalise la mesure de la fonction d'excitation en cinématique dite directe, c'est à dire en envoyant un faisceau de noyaux légers (ex : protons) accélérés sur une cible composée de noyaux plus lourds (ex : cible gazeuse mince d'azote 14) au repos (voir Figure 2). Dans ce cas, le référentiel du laboratoire est pratiquement identique au référentiel du centre de masse. On utilise une cible très mince, un détecteur avec une acceptation angulaire restreinte, et on ne mesure généralement que le projectile après diffusion, essentiellement son taux de comptage. On réalise la mesure de la fonction d'excitation lorsque l'énergie du faisceau incident est changée par petits pas et que le taux de comptage est représenté en fonction de l'énergie du faisceau. De cette façon, la fonction d'excitation peut être mesurée très précisément, avec une précision qui est de l'ordre de la précision sur l'énergie du faisceau incident (parfois jusqu'à 10 eV!).

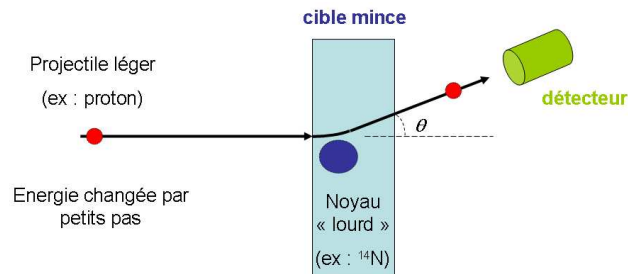


FIG. 2 – Schéma de principe d'une mesure de diffusion élastique en cinématique directe. On utilise une cible mince et l'énergie de faisceau incident est changée par petits pas. Habituellement, on ne mesure que le projectile après diffusion.

2.3 Déviations par rapport à Rutherford

Des fonctions d'excitation de diffusion élastique ont probablement été mesurées très tôt dans l'histoire, à la suite des expériences de Geiger et Marsden, en utilisant des sources alpha (monocinétiques), et où les particules alpha sont décélérées au moyen de feuilles minces. On

s'est alors rendu compte de déviations par rapport à la diffusion de Rutherford (Rutherford 1919 [5], Chadwick 1921 [6]). La figure 3 montre la fonction d'excitation mesurée par Chadwick pour la diffusion de particules alpha sur une cible d'hydrogène à différents angles, comparée aux résultats attendus pour la diffusion de Rutherford (lignes droites passant par l'origine). On observe une forte déviation par rapport à la diffusion de Rutherford pour les énergies les plus grandes. Ces anomalies ont d'abord été interprétées comme des effets dus à la structure supposée complexe des noyaux d'alpha, ou bien comme un changement de l'interaction à courte distance. La vraie raison est expliquée ci-dessous.

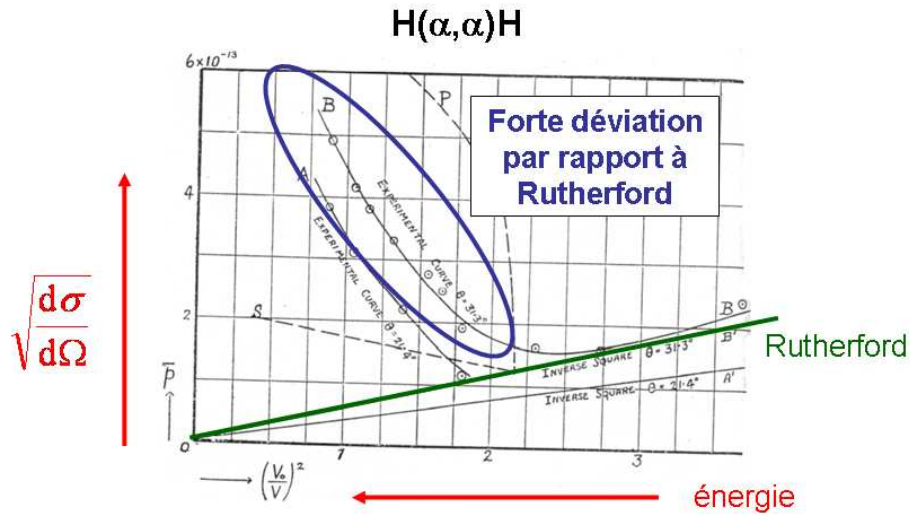


FIG. 3 – La fonction d'excitation mesurée par Chadwick [6] pour la diffusion de particules alpha sur une cible d'hydrogène aux angles de 21.4° et 31.3°, comparée à la diffusion de Rutherford. On observe une forte déviation pour les énergies les plus grandes.

2.4 Résonances

Des mesures plus précises réalisées ultérieurement sur différents noyaux ont fait apparaître de nombreuses anomalies généralement localisées, c'est à dire des variations soudaines de section efficace à certaines énergies bien précises. Par exemple, la figure 4 présente la fonction d'excitation mesurée au GANIL par Iulian Stefan[7] pour la diffusion élastique $^{14}\text{N}(p, p)^{14}\text{N}$. On observe que la section efficace décroît bien suivant l'équation 1, donc suivant une loi en $\frac{1}{E^2}$, et on observe également qu'à l'énergie de $E_{lab} \simeq 1.06$ MeV apparaît une anomalie. Ces anomalies localisées ont été interprétées en 1934 par Wentzel[8] comme étant des résonances, c'est à dire comme la manifestation d'une structure dans le noyau composé. En résumé, il y a (au moins) deux contributions dans la diffusion élastique (voir figure 5) : d'une part la contribution de la diffusion par le potentiel répulsif Coulombien (^{14}N et p se repoussent et "ne se touchent pas"), c'est la diffusion de Rutherford, et d'autre part la contribution du noyau composé (^{14}N et p fusionnent pour former le noyau composé ^{15}O , qui décroît également vers la voie de sortie élastique ^{14}N et p). Les deux contributions s'additionnent pour former une fonction d'excitation comme dans l'exemple de la figure 4.

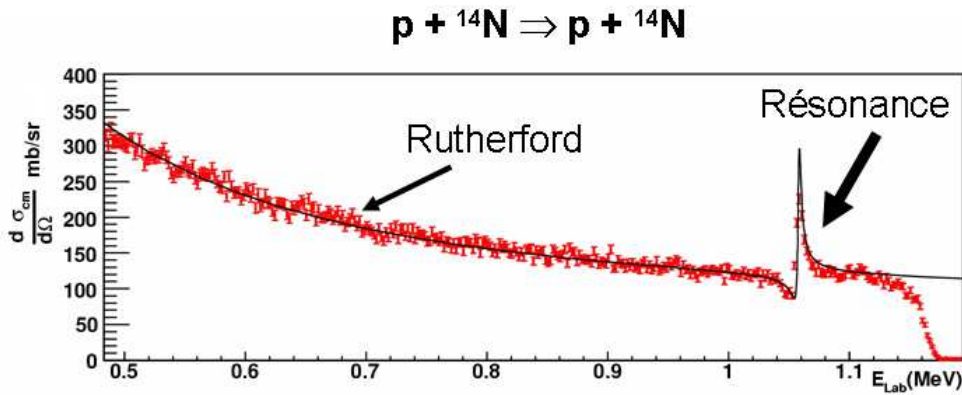


FIG. 4 – Fonction d’excitation mesurée au GANIL par I. Stefan[7] pour la diffusion élastique ${}^{14}\text{N}(p,p){}^{14}\text{N}$. On observe que la section efficace décroît suivant la loi en $\frac{1}{E^2}$, et qu’à l’énergie de $E_{lab} \simeq 1.06$ MeV apparaît une anomalie, interprétée comme une résonance dans le noyau composé ${}^{15}\text{O}$ (la coupure du spectre à haute énergie résulte de limitations expérimentales).

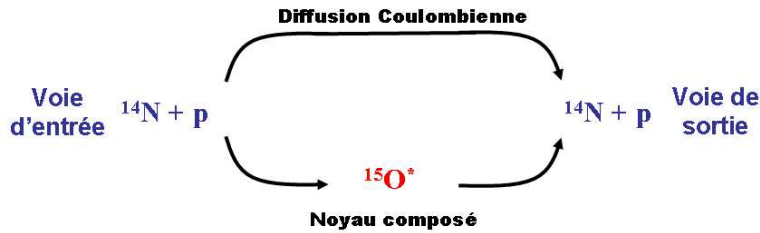


FIG. 5 – Schema de principe de la diffusion élastique résonante, cas de ${}^{14}\text{N} + p$. En voie d’entrée on a ${}^{14}\text{N} + p$, en voie de sortie on a également ${}^{14}\text{N} + p$ (diffusion élastique), il y a deux chemins possibles : soit par diffusion Coulombienne, les deux noyaux se repoussent et ”ne se touchent pas”, soit en passant par le noyau composé ${}^{15}\text{O}$, les deux noyaux fusionnent puis le noyau composé décroît vers la voie élastique ${}^{14}\text{N} + p$.

2.5 Pourquoi voit-on des résonances ?

Lorsque les noyaux incident et cible fusionnent pour former un noyau composé, celui-ci ne peut pas être produit n’importe comment, il ne peut être produit que dans un état qui existe ! Les premiers états excités des noyaux sont des états discrets (mécanique quantique), en dehors de ces états discrets, c’est-à-dire en dehors de certaines énergies d’excitation précises, le noyau composé n’existe pas ! Les deux noyaux incidents ne peuvent donc fusionner qu’à la condition que, voir figure 6, l’énergie due à la différence de masse (S_p) additionnée de l’énergie cinétique des particules incidentes (E_R) est égale à l’énergie d’excitation (E_x) d’un état discret existant dans le noyau composé. D’où l’apparition de résonances à certaines valeurs particulières de l’énergie cinétique incidente $E_R = E_x - S_p$. Ainsi, il est possible de déterminer les valeurs (E_x) des états excités du noyau composé en observant les résonances (aux énergies E_R) dans la fonction d’excitation de la diffusion élastique. Il s’agit donc d’un moyen particulièrement simple et efficace d’étudier la structure du noyau composé.

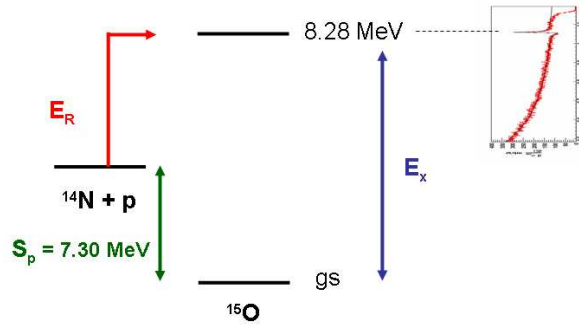


FIG. 6 – Schéma de niveaux pour la formation du noyau composé ^{15}O à partir de $^{14}\text{N} + p$. La fonction d'excitation de la diffusion élastique $^{14}\text{N}(p, p)^{14}\text{N}$ (spectre à droite) présente deux composantes : la diffusion Coulombienne est présente quelque soit l'énergie cinétique E_R , et la contribution du noyau composé, qui n'existe que lorsque l'énergie E_R additionnée de l'énergie de différence de masse S_p est égal à l'énergie d'excitation E_x d'un état discret dans le noyau composé ^{15}O .

2.6 Largeurs des résonances

La figure 7 représente la fonction d'excitation de la réaction de diffusion élastique résonante (voir ref. [7]) $^{15}\text{O}(p, p)^{15}\text{O}$. On y observe trois résonances, la première correspondant à l'état fondamental du noyau composé ^{16}F , qui est donc non lié, et les deux autres correspondant aux deux premiers états excités de ce noyau. On constate que les résonances ont des formes et des

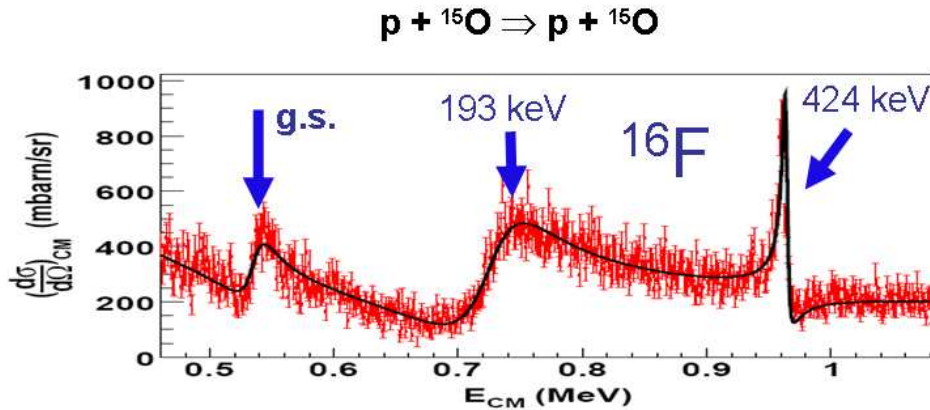


FIG. 7 – Fonction d'excitation mesurée pour la diffusion élastique résonante [7] $^{15}\text{O}(p, p)^{15}\text{O}$. Trois résonances sont clairement visibles.

largeurs très différentes les unes des autres. Ces différences sont expliquées par la mécanique quantique. On peut montrer que lorsqu'un état discret (du ^{16}F par exemple) est couplé avec un continuum d'états (le système $^{15}\text{O} + p$ dans notre exemple, il s'agit d'un continuum puisque ce système peut prendre toutes les valeurs possibles d'énergie cinétique), alors l'état initial finit par décroître vers le système final, il se produit alors une émission spontanée de particule (un proton dans le cas de ^{16}F). Lorsque cette transition suit une loi de décroissance exponentielle

avec le temps, du point de vue des fonctions d'onde on peut écrire :

$$[\psi(t)]^2 = [\psi_{initial}]^2 e^{-\Gamma t} \quad (2)$$

$$\psi(t) \sim e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \quad (3)$$

Lorsque l'on décompose cette fonction d'onde suivant l'énergie en appliquant une transformée de Fourier [9], on obtient :

$$[y(E)]^2 = [T.F.(\psi(t))]^2 \sim \frac{1}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (4)$$

On y reconnaît la forme d'une résonance de type Breit-Wigner. Autrement dit, les états excités du noyau ne sont pas des états parfaitement discrets comme prévu dans le cadre de la mécanique quantique des états stationnaires. Pour les états décroissants il apparaît un "certain élargissement" en énergie associé à chaque état. Cet élargissement est d'autant plus grand que la durée de vie de l'état est courte. Il s'agit évidemment de la manifestation du principe d'incertitude de Heisenberg entre le temps caractéristique d'un processus et l'incertitude sur l'énergie associée. Numériquement, à une largeur en énergie de 1 MeV correspond une durée de vie de $6.610^{-22} s$.

2.7 Facteur spectroscopique

Le facteur spectroscopique S représente le "recouvrement quantique" entre l'état initial et l'état final du processus. Pour le cas du ^{16}F on a :

$$S = |\langle ^{16}F | ^{15}O + p \rangle|^2 \quad (5)$$

Plus le facteur spectroscopique est grand, plus le processus (capture ou émission de proton) se déroule rapidement, plus le temps de vie de l'état peuplé dans le ^{16}F est faible, et donc plus la résonance est large. Par conséquent, la mesure de la largeur de la résonance permet d'accéder au facteur spectroscopique, une des propriétés des états les plus importantes en structure nucléaire. Lorsque plusieurs voies de décroissance sont en compétition, par exemple lorsque l'émission de proton est en compétition avec l'émission de particules alpha, la largeur et la hauteur des résonances observées sont reliées à la largeur totale Γ_{Total} et la largeur partielle Γ_p des états. Comme montré sur la figure 8 grossièrement, la largeur de la résonance (ℓ) est d'autant plus importante que la largeur totale Γ_{Total} de l'état est grande, et la hauteur (h) de la résonance est d'autant plus importante que le rapport $\frac{\Gamma_p}{\Gamma_{Total}}$ est grand.

2.8 Interférences

Dans la diffusion élastique résonante (DER), on pourrait s'attendre à ce que les deux contributions, de diffusion élastique Coulombienne $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{Rutherford}$ et du noyau composé $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{N.C.}$, s'additionnent simplement :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{DER} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{Rutherford} + \frac{d\sigma}{d\Omega}_{N.C.} \quad (6)$$

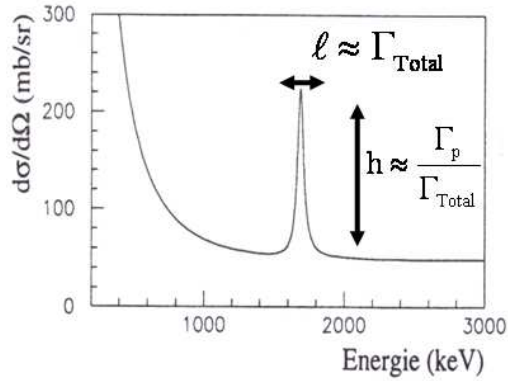


FIG. 8 – Fonction d’excitation d’une diffusion élastique résonante. Grossièrement, la largeur de la résonance est d’autant plus grande que la largeur totale de l’état est grande, et la hauteur de la résonance est d’autant plus grande que le rapport entre la largeur partielle et la largeur totale est grand.

pour donner une fonction d’excitation décroissante avec l’énergie présentant parfois des pics de résonance de type Breit-Wigner (voir Figure 9 à gauche). En réalité, il faut s’attendre à quelque chose de plus compliqué à cause de la mécanique quantique. En effet, les voies finales des deux contributions étant identiques et indiscernables, les deux contributions doivent s’additionner de façon cohérente (en amplitude de probabilité), donnant lieu à des interférences entre les contributions lorsqu’elles sont de signe opposé. Ces interférences peuvent varier en fonction de l’énergie et de l’angle. Sur la figure 9 à droite, on peut observer un exemple d’un effet d’interférence négative sur la ”gauche” de la résonance. Le calcul de la forme des résonances peut être effectué avec l’aide d’un des nombreux codes de calcul disponibles, avec le code AnaRki[10, 11] par exemple. La théorie de la matrice R est le modèle le plus utilisé (cf. cours de M. Sparenberg - théorie des collisions à basse énergie). On montre que la forme de la résonance permet de déterminer le spin et la parité de l’état impliqué dans le noyau composé. Par exemple, la figure 9 montre la différence de forme entre deux calculs où seul le spin a été changé ($J^\pi = \frac{1}{2}^+$ à droite, $J^\pi = \frac{3}{2}^-$ à gauche).

2.9 Distribution angulaire

Pour la diffusion élastique résonante, la forme de la fonction d’excitation change avec l’angle de mesure, comme montré dans l’exemple de la figure 10. D’une part, la contribution Coulombienne varie avec l’angle de mesure suivant l’équation 1, aux grands angles la contribution Coulombienne est plus faible. D’autre part, le signe de l’interférence entre les contributions change avec l’angle, ce qui donne différentes formes pour les résonances. La mesure et l’étude de ces variations angulaires permet de déterminer le spin et parité de l’état résonant.

2.10 Faisceaux radioactifs, cinématique indirecte

Lorsque l’on veut mesurer une réaction de diffusion élastique résonante impliquant un noyau radioactif, et lorsque la durée de vie du noyau radioactif est trop courte pour en faire une cible, il est nécessaire d’amener les noyaux radioactifs sous la forme d’un faisceau de particules

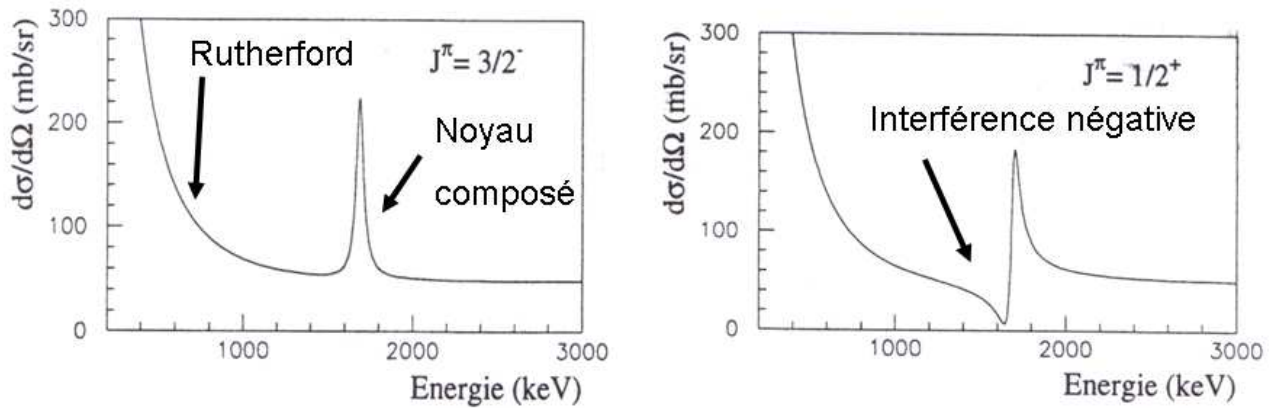


FIG. 9 – Calculs de fonctions d’excitation d’une réaction de diffusion élastique résonante typique. Seul le spin a été changé entre les deux calculs, $J^\pi = \frac{1}{2}^+$ à droite, $J^\pi = \frac{3}{2}^-$ à gauche. A droite, on observe une interférence négative entre les contributions de diffusion élastique Coulombienne et de noyau composé.

accélérées. Par exemple, lorsque l’on veut mesurer $^{15}\text{O}(p, p)^{15}\text{O}$ pour étudier ^{16}F , la durée de vie de ^{15}O étant de 122 s, il est nécessaire de faire la mesure en cinématique inverse, c’est à dire de mesurer la réaction $p(^{15}\text{O}, p)^{15}\text{O}$. La cinématique inverse a quelques avantages :

- La particule légère est toujours diffusée vers l’avant, cela peut être un avantage puisque l’efficacité géométrique de détection est augmentée. Ainsi, il n’est pas nécessaire de couvrir tout l’espace pour détecter toutes les particules diffusées.
- En cinématique directe, lorsque l’angle de la mesure augmente l’énergie de la particule diffusée diminue. Elle est minimale pour la rétrodiffusion à 180° . En cinématique inverse c’est l’inverse, l’énergie de la particule est maximale pour la rétrodiffusion. L’arrière dans le centre de masse correspond à l’avant dans le laboratoire.
- L’énergie mesurée dans le laboratoire est plus grande que l’énergie dans le centre de masse, pour une diffusion sur des protons il y a un facteur qui est approximativement égal à 4 entre les énergies. Ainsi, un détecteur de protons avec une résolution en énergie de 20 keV (dans le laboratoire), permettra d’obtenir une section efficace reconstruite dans le centre de masse avec une résolution équivalente à 5 keV !

et il y a aussi des inconvénients :

- La résolution angulaire est moindre.
- Il faut disposer d’une cible de particules légères, habituellement de protons (cible pure cryogénique ou cible solide composée) ou d’hélium (cible cryogénique ou gazeuse).

2.11 Cible épaisse

Le problème avec les faisceaux radioactifs c’est qu’ils ne sont pas encore très intenses. De plus, le temps pris pour changer l’énergie du faisceau est en général non négligeable. En pratique, il est impossible de mesurer la fonction d’excitation d’une réaction de diffusion élastique résonante en utilisant une cible mince et en changeant l’énergie du faisceau incident par petits pas. On utilise alors la technique de la cible épaisse. L’idée principale de cette technique est illustrée sur la figure 11. On emploie une cible épaisse, qui est utilisée pour produire les réactions mais également pour ralentir le faisceau. Lorsque la réaction de diffusion a lieu à l’entrée de la

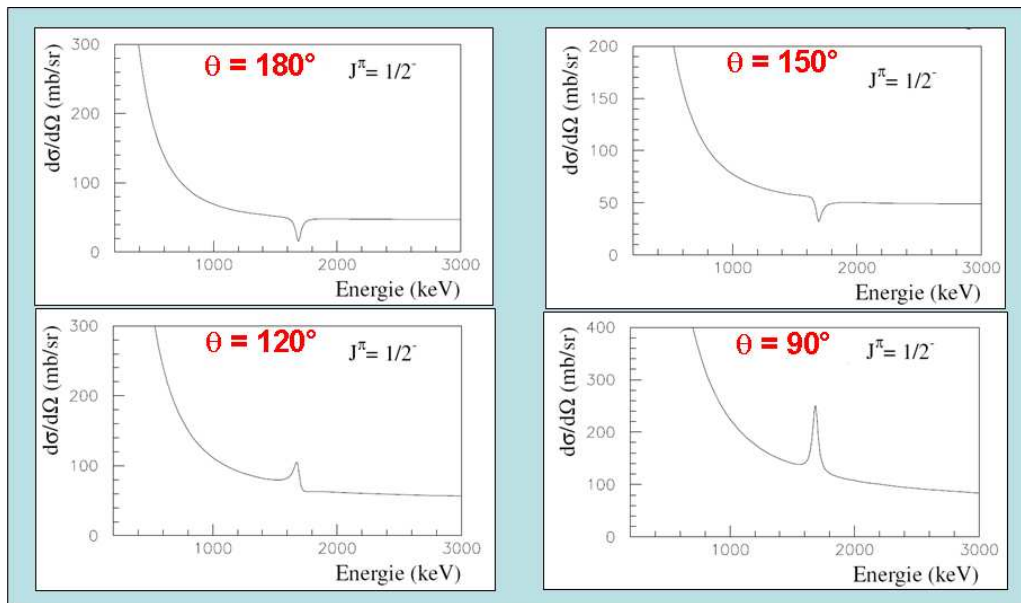


FIG. 10 – Calculs de la fonction d’excitation d’une réaction de diffusion élastique résonante effectués pour différents angles de mesure. On observe que la contribution Coulombienne diminue lorsque l’angle augmente. On observe également que la résonance interfère positivement ou négativement suivant l’angle. Images extraites de la thèse de Lynda Achouri [12].

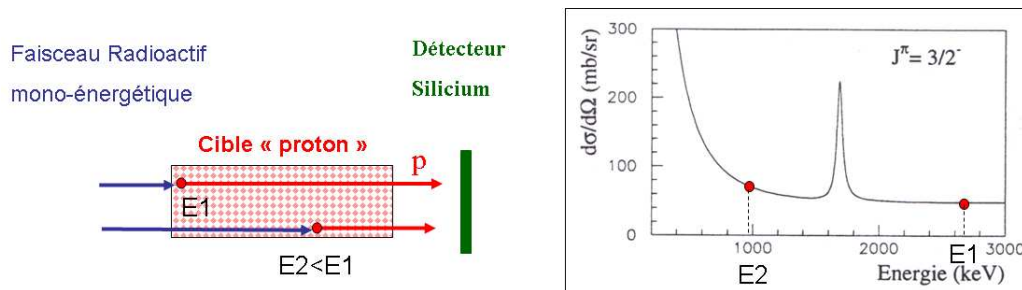


FIG. 11 – Illustration de la méthode de mesure avec une cible épaisse.

cible, l’énergie cinétique du noyau incident est égale à celle du faisceau accéléré E_1 , la particule légère est émise vers l’avant avec une énergie maximale. Le nombre de particules diffusées et mesurées à cette énergie maximale est proportionnelle à la section efficace de diffusion à cette énergie. Lorsque la réaction a lieu à l’intérieur de la cible, le noyau incident a été ralenti en traversant la cible, et l’énergie cinétique du noyau E_2 est inférieure à l’énergie E_1 . Le nombre de particules diffusées est proportionnel à la section efficace à cette énergie. De cette façon, en mesurant toutes les particules diffusées à toutes les énergies, on mesure d’un seul coup la fonction d’excitation entre l’énergie du faisceau incident et l’énergie du faisceau sortant. Le coût à payer avec cette méthode est une résolution en énergie moindres, mais elle reste souvent très satisfaisante (pour ne pas dire excellente). Deux corrections doivent être apportées aux données avec cette méthode (voir figure 12). D’une part, il faut corriger pour la perte d’énergie dans la cible par les particules diffusées. D’autre part, l’épaisseur de cible effective est une fonction compliquée de l’énergie des noyaux incidents et elle est étroitement liée à la fonction de perte

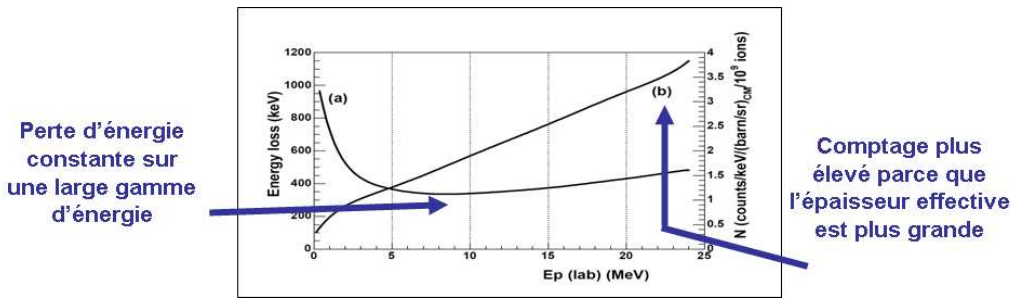


FIG. 12 – Illustration des corrections appliquées aux données dans le cas de la diffusion élastique résonante en cible épaisse et en cinématique inverse, ici le cas de $^{18}\text{Ne} + p$ - première expérience Spiral 1, voir ref[13]. (a) - gauche : perte d'énergie dans la cible par la particule diffusée, (b) - droite : taux de comptage illustrant l'épaisseur effective de cible.

d'énergie. Dans la pratique, il faut corriger le taux de comptage des particules mesurées par une fonction qui dépend de l'énergie de ces particules. Une simulation Monte Carlo de l'expérience s'avère souvent nécessaire.

2.12 Morceaux choisis

Ci-dessous, plusieurs exemples d'expériences sont présentés pour illustrer les liens entre la structure nucléaire et les mesures de diffusion élastique résonante.

2.12.1 Une résolution record, cas de la réaction $^4\text{He}(^4\text{He}, ^4\text{He})^4\text{He}$

Avec la diffusion élastique résonante d'un faisceau stable, il est possible d'obtenir une excellente résolution en énergie. Un résultat remarquable a été obtenu en 1992 [14] avec un faisceau de particules alpha accélérées et une cible très mince constituée d'un jet de gaz d'hélium. L'objectif de leur expérience était de mesurer la position et la largeur de l'état fondamental du noyau composé ^8Be , ces propriétés étant extrêmement importantes en astrophysique puisque qu'elles interviennent dans le calcul du taux de la réaction *triple alpha* : $\alpha + \alpha + \alpha \rightarrow ^{12}\text{C}$. Dans cette expérience ils ont réussi à obtenir une résolution en énergie de 26 eV, un record avec des particules chargées. Le résultat obtenu pour l'état fondamental du noyau composé ^8Be est présenté sur la figure 13. Étonnamment, deux pics sont observés dans la fonction d'excitation, séparés par une énergie d'approximativement 200 eV. En fait, ils ont observé la structure du noyau ^8Be et simultanément la structure atomique de ce noyau. Effectivement, le noyau composé peut être produit dans différents états atomiques (un ou plusieurs électrons sur différentes orbites ou bien dans le continuum). Le calcul détaillé des énergies des configurations atomiques permet de reproduire le résultat expérimental et de déterminer la position exacte de l'état fondamental $E_R = 184070 \pm 100$ eV (dans le laboratoire) et la largeur de $\Gamma = 5.57 \pm 0.25$ eV .

2.12.2 Diffusion avec des neutrons, cas de la réaction $^{238}\text{U}(n, n)^{238}\text{U}$

La diffusion élastique résonante est également possible avec des neutrons, ceux ci étant utilisés comme faisceau incident. Évidemment, seules des cibles stables ou radioactives de longue durée de vie sont utilisables. Il existe différentes techniques expérimentales. On peut utiliser par exemple la méthode du flux manquant avec un faisceau de neutrons pulsés. Dans un premier

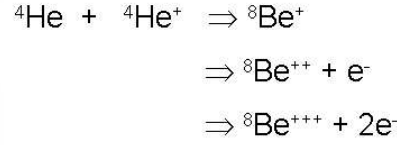
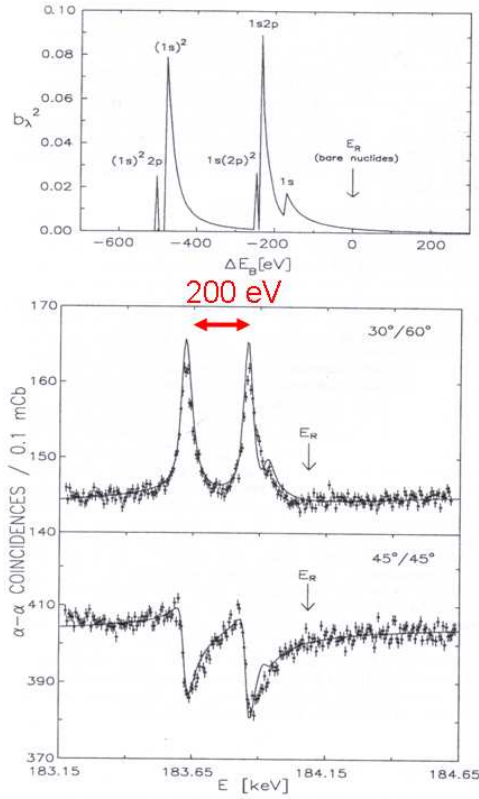


Table 1. Atomic states and probabilities involved in $\alpha - \alpha$ scattering at $E_R = 184$ keV

Configuration	E_g^{**} (eV) ^a	ΔE_g (eV) ^c	b_λ^2 ^d
Be⁺⁺⁺ compound atom			
1s	218	-170	0.15 ± 0.03
Be⁺⁺ compound atom			
(1s) ²	370	-474	0.47 ± 0.02
1s, 2p	246	-226	0.38 ± 0.02
Be⁺ compound atom			
(1s) ² 2p	386 ^b	-506	≤ 0.05
1s (2p) ²	256 ^b	-246	≤ 0.05

^a From [6] and [7], in the c.m. system

^b From [17], in the c.m. system

^c $\Delta E_g = 266 \text{ eV} - 2 E_g^{**}$, with ΔE_g in the laboratory system

^d From fit to data (Fig. 11), with $\sum_\lambda b_\lambda^2 = 1$

FIG. 13 – Fonction d’excitation mesurée pour la diffusion élastique résonante ${}^4\text{He}({}^4\text{He}, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$. La résolution en énergie est tellement bonne (26 eV) que les configurations atomiques du ${}^8\text{Be}$ interviennent également dans l’interprétation des résultats, voir ref[14]

temps on produit et on mesure le flux de neutrons, l’énergie des neutrons étant déterminée à partir des temps de vol mesurés. Dans un second temps on intercale une cible très épaisse. Le flux manquant de neutrons étant dû aux réactions se produisant dans la cible, il est possible de reconstruire la fonction d’excitation. Puisque les neutrons ne subissent pas de straggling en énergie, la résolution en énergie peut être spectaculaire. Dans l’exemple montré sur la figure 14, il s’agit d’une mesure de la réaction ${}^{238}\text{U}(n, n){}^{238}\text{U}$ à très basse énergie, la résolution est meilleure que 1 eV. On observe dans ce spectre de nombreuses résonances, ceci étant dû à la haute densité de niveaux dans le noyau composé ${}^{239}\text{U}$.

2.12.3 Première expérience Spiral, cas de la réaction $H({}^{18}\text{Ne}, p){}^{18}\text{Ne}$

La première expérience Spiral (au GANIL) a été programmée fin septembre 2001, il s’agissait d’une mesure de la diffusion élastique résonante $H({}^{18}\text{Ne}, p){}^{18}\text{Ne}$ en utilisant un faisceau radioactif de ${}^{18}\text{Ne}$ produit par la méthode ISOL à Spiral et post-accélééré à l’énergie de 7.2 AMeV, voir la ref[13]. Il s’agissait évidemment d’étudier la structure du noyau composé ${}^{19}\text{Na}$, qui est un noyau non lié en proton. Un autre objectif de l’expérience était d’observer les différents types de décroissance de ce noyau et de ses états excités, en particulier la décroissance par 2 protons. Dans cette expérience[16], la technique de la cible épaisse a été utilisée. Il s’agissait d’une cible cryogénique d’hydrogène solide de 1 mm, maintenue à une température inférieure à 9 K. L’avan-

$^{238}\text{U}(n,n)^{238}\text{U}$

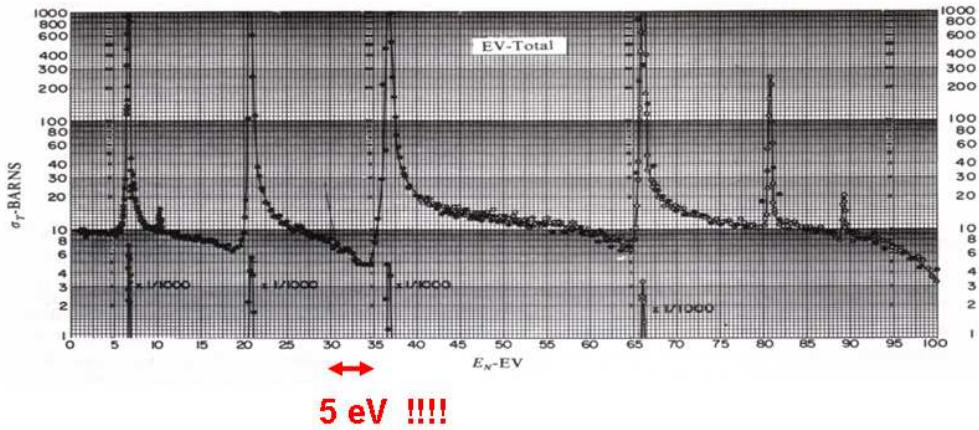


FIG. 14 – Fonction d’excitation mesurée pour la diffusion élastique résonante $^{238}\text{U}(n,n)^{238}\text{U}$, voir ref[15]

tage principal d’une cible cryogénique pure est de réduire le nombre de réactions ”polluant” la mesure, comme celles induites par la présence d’atomes de carbone dans une cible composée plastique $(\text{CH}_2)_n$. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 15. Il s’agit de la fonction d’excitation mesurée pour l’angle de 180° dans le CM. On y voit 6 résonances, notées de A à F. Seules les 3 résonances A, D et E ont été interprétées comme étant des résonances d’états présents dans le noyau composé ^{19}Na . La première résonance a été analysée comme étant un état de spin $\frac{1}{2}^+$, de largeur $\Gamma = 80 \pm 20$ keV et de position $E_x = 756$ keV. Dans le noyau miroir ^{19}O , cet état existe mais il est positionné à une énergie beaucoup plus grande, de $E_x = 1471.7$ keV. Ce large déplacement en énergie entre les deux états analogues a été analysé, il correspond principalement à un effet de l’énergie Coulombienne et d’asymétrie entre les fonctions d’onde puisque dans un cas l’état est lié et dans l’autre cas l’état est non lié. Les autres pics visibles sur la figure 15 correspondent à des réactions inélastiques, puisque l’énergie du faisceau est assez grande pour les produire. C’est que l’on peut appeler ”des diffusions inélastiques résonantes”, et ce genre de réaction est discuté plus loin dans ce cours. A noter que dans cette expérience, ces événements inélastiques ne peuvent pas être séparés des événements de diffusion élastique, aucun paramètre mesuré ne faisant la différence entre les processus. Ces pics ont été interprétés comme étant des événements avec détection d’un seul proton dans des transitions avec émission de deux protons.

2.12.4 Des noyaux à l’astro, cas de la réaction $H(^{15}\text{O}, p)^{15}\text{O}$

Dans l’étude des explosions stellaires appelées novae et sursauts X, on pense que de nombreuses réactions nucléaires se produisent très rapidement dans des milieux stellaires riches en protons, chauds (plus de 100 millions de degrés) et denses (> 1000 g/cm³). Ces réactions, étant essentiellement des captures rapides de protons, vont produire des noyaux riches en protons, à la limite de la dripline proton. Par exemple, les noyaux d’azote 14 disponibles dans le milieu, vont être transformés très rapidement en ^{15}O par la réaction $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$. Puis les noyaux d’oxygène 15 produits vont capturer à nouveau un proton pour former le noyau de fluor 16. Ce dernier étant non lié en proton, il redécroît immédiatement (en 10^{-21} s) par émission d’un

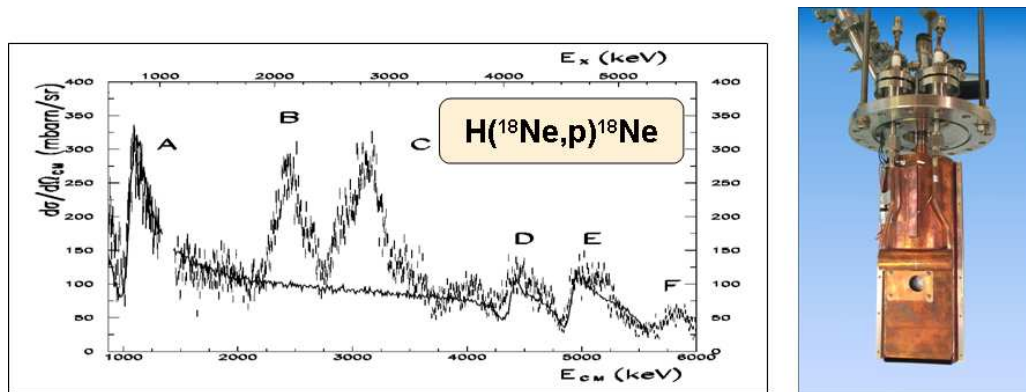


FIG. 15 – Fonction d’excitation mesurée pour la réaction de diffusion élastique résonante $H(^{18}\text{Ne}, p)^{18}\text{Ne}$, en utilisant le premier faisceau Spiral du GANIL, voir ref[13]. L’ensemble de détection, des détecteurs silicium, était placé en face du faisceau incident, ce qui correspond à un angle de mesure de 180° dans le centre de masse. Les pics notés A, D et E correspondent à des états excités du noyau composé ^{19}Na . Les pics B et C ne peuvent pas être expliqués par de la diffusion élastique résonante, il s’agit de réactions inélastiques (résonantes). A droite, une photo de la cible cryogénique d’hydrogène que nous avons utilisée[16].

proton. Cependant, avant que le noyau de ^{16}F décroisse, il y a une probabilité, petite certes mais non nulle, pour que ce noyau capture un second proton pour produire le noyau de ^{17}Ne , qui est lié! Des études sont en cours pour estimer la probabilité d’une seconde capture de proton, mais ces calculs doivent prendre en compte la structure du noyau de ^{16}F . C’est pourquoi nous avons entrepris de mesurer la réaction de diffusion élastique résonante $H(^{15}\text{O}, p)^{15}\text{O}$, voir I. Stefan *et al* [7]. Les résultats de cette expérience sont présentés sur la figure 7. Ce qui est particulièrement intéressant de noter ici, c’est que l’analyse a été faite de manière itérative. Dans un premier temps on prend une fonction d’excitation théorique plate, voir le schéma sur la figure 16. Elle est introduite dans un code de simulation Monte Carlo de l’expérience. Les résultats de la simulation sont comparés aux résultats de l’expérience (spectre proton). Si l’accord n’est pas bon, des modifications sont apportées dans la fonction d’excitation théorique puis celle-ci est réintroduite dans le code de simulation, et ainsi de suite, l’analyse de l’expérience se fait de façon itérative jusqu’à obtenir un bon accord. De cette façon, il est possible d’obtenir un excellent accord entre les deux, et une fonction d’excitation reconstruite avec une excellente résolution en énergie.

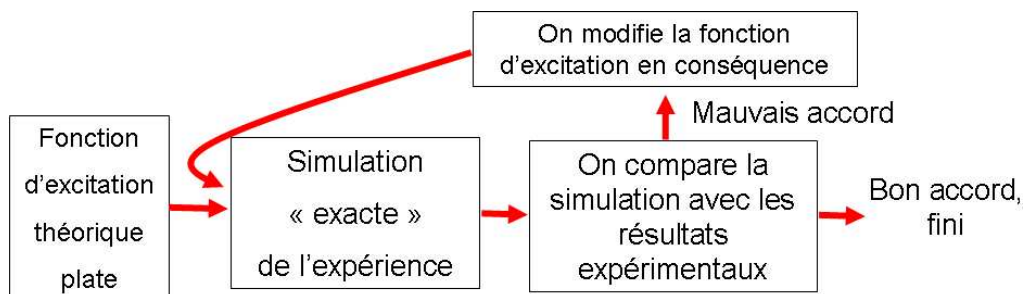


FIG. 16 – Principe de la méthode d’analyse itérative de l’expérience, voir également ref [7]

2.12.5 Bande rotationnelle moléculaire, cas de la réaction ${}^4\text{He}({}^6\text{He}, {}^6\text{He}){}^4\text{He}$

Du point de vue de la structure des noyaux, il est possible d'étudier la structure en "clusters" (en bon français on pourrait aussi dire "amas") des noyaux en faisant des mesures de diffusion élastique résonante avec ces clusters. Dans une expérience réalisée à l'accélérateur de Louvain la Neuve, M. Freer *et al* [17] ont mesuré la réaction de diffusion élastique résonante ${}^4\text{He}({}^6\text{He}, {}^6\text{He}){}^4\text{He}$ avec un faisceau radioactif de ${}^6\text{He}$ accéléré à 7.5 MeV et une cible gazeuse épaisse d'hélium. Ils ont observé une grande résonance à l'énergie de $E_x = 10.15$ MeV, qu'ils ont analysé, ce qui a permis d'en déduire qu'il s'agissait d'un état excité de spin 4^+ ayant une largeur alpha Γ_α de 0.10-0.13 MeV et un rapport $\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_{Tot}} = 0.35-0.46$. Ils en déduisent que le facteur spectroscopique correspondant pour le cluster alpha dans le noyau de ${}^{10}\text{Be}$ est proche de 1. De plus, cette résonance semble être membre d'une bande rotationnelle basée sur l'état O_2^+ mesuré à $E_x = 6.18$ MeV. Sur la base des énergies des membres de la bande rotationnelle, on peut en déduire que la déformation de la bande est large ($\frac{\hbar}{2I} = 200$ keV). Autrement dit, les deux clusters alpha dans le ${}^{10}\text{Be}$ doivent être particulièrement séparés. Une telle déformation et une telle "clustérisation" dans ce noyau devraient être les signes de la présence d'une bande rotationnelle moléculaire de type $\alpha : 2n : \alpha$.

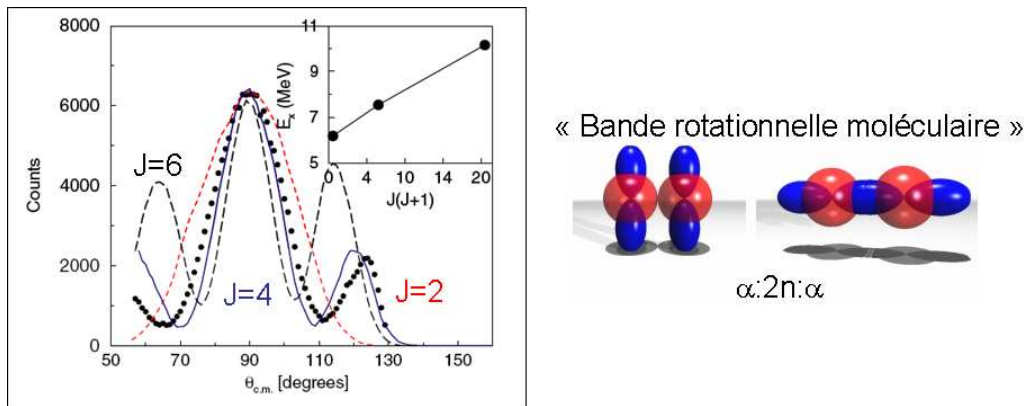


FIG. 17 – Résultats obtenus pour la diffusion élastique résonante ${}^4\text{He}({}^6\text{He}, {}^6\text{He}){}^4\text{He}$. La distribution angulaire des clusters après diffusion élastique résonante ne peut être interprétée que si l'état excité dans le noyau composé ${}^{10}\text{Be}$ est de spin 4^+ . Dans l'insertion en haut à droite, on peut voir que l'état en question semble être membre d'une bande rotationnelle. A gauche, représentations d'une bande rotationnelle moléculaire, voir ref[17]

2.12.6 Etats Isobariques Analogues, cas de la réaction $\text{H}({}^8\text{He}, p){}^8\text{He}$

Pour étudier les premiers états excités des noyaux riches en neutrons, il faudrait pouvoir mesurer la diffusion d'un faisceau de noyaux radioactifs riches en neutrons sur une cible de neutrons, ce qui reste aujourd'hui totalement exclus. Dans certains cas, la diffusion élastique résonante d'un faisceau de noyaux riches en neutrons sur une cible de protons permet de faire l'étude des états analogues (quasi-identiques) de noyaux encore plus exotique en neutrons. Ces états sont appelés *états isobariques analogues* ou IAS (isobaric analogue states). Récemment, une expérience de diffusion élastique a été effectuée avec un faisceau de ${}^8\text{He}$, voir ref [18]. Le seuil de cette réaction est très grand, S_p est approximativement de 14 MeV, voir figure 18. Les états excités accessibles dans le noyau composé ${}^9\text{Li}$ sont situés très haut en énergie d'excitation,

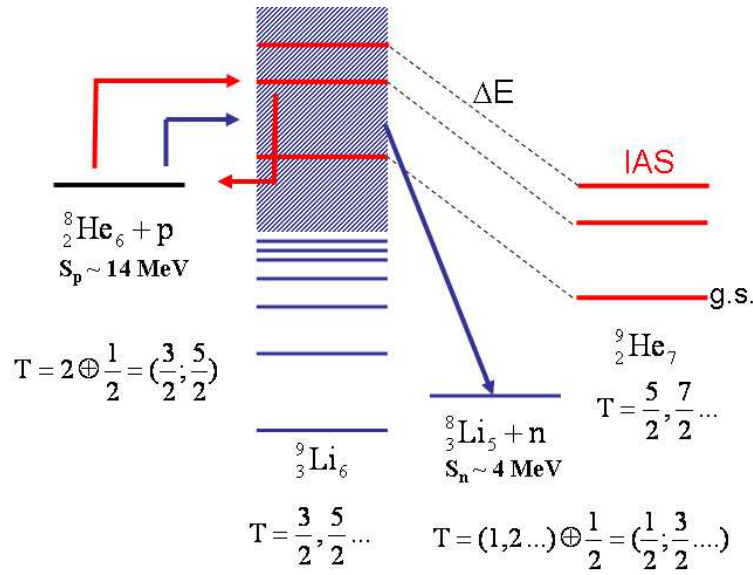


FIG. 18 – Schéma de niveaux correspondant à la réaction de diffusion élastique ${}^8\text{He}+p$. Cette réaction permet d’observer les états IAS de ${}^9\text{He}$, voir ref[18]

au delà du seuil proton. Dans la voie d’entrée, l’isospin du proton est de $T = \left|\frac{N-Z}{2}\right| = \frac{1}{2}$, et pour le noyau de ${}^8\text{He}$, $T = \frac{4}{2} = 2$. La somme des deux vecteurs d’isospin donne donc $T = \frac{3}{2}$ ou $T = \frac{5}{2}$. Dans le noyau composé, seuls les états $T = \frac{3}{2}$ ou $T = \frac{5}{2}$ peuvent être peuplés (conservation de l’isospin). Les états $T = \frac{3}{2}$ sont très nombreux à haute énergie d’excitation, et souvent larges, ils forment un continuum d’états. A l’opposé, les états d’isospin $T = \frac{5}{2}$ dans le ${}^9\text{Li}$, sont peu nombreux puisqu’ils correspondent aux états IAS du fondamental et des premiers états excités du noyau de ${}^9\text{He}$, un noyau mal connu et plus exotique que le faisceau! Lorsqu’une réaction de diffusion élastique (voie d’entrée) vient peupler un état d’isospin $T = \frac{3}{2}$ dans le ${}^9\text{Li}$, cet état décroît principalement vers la voie ${}^8\text{Li} + n$, dont le seuil est seulement de $S_n \sim 4$ MeV, elle est donc perdue pour la diffusion élastique (voie de sortie). Lorsque la réaction vient peupler un état d’isospin $T = \frac{5}{2}$, cet état ne peut faire que décroître vers la voie de diffusion élastique ${}^8\text{He} + p$ (et éventuellement vers un état excité du ${}^8\text{Li}$ d’isospin plus grand). Autrement dit, dans cette expérience de diffusion élastique résonante on ne s’attend à observer dans la fonction d’excitation que les états IAS. Il s’agit donc d’une méthode très originale pour étudier la structure de noyaux riches en neutrons, celle de ${}^9\text{He}$ dans notre exemple. A noter que cette méthode ne peut s’appliquer que si les états IAS sont attendus au dessus du seuil proton, cela est vrai que pour les noyaux les plus exotiques. L’expérience a été réalisé au GANIL avec un faisceau de ${}^8\text{He}$ accéléré par SPIRAL et la cible active MAYA (voir cours de P. Roussel Chomaz). Les résultats obtenus dans cette expérience sont présentés sur la figure 19, voir également ref.[18]. Ces résultats confirment une inversion de parité entre le premier état $\frac{1}{2}^+$ et le premier état $\frac{1}{2}^-$, conformément à la tendance observée pour les isotones $N=7$, voir figure 19.

2.13 Résumé et Conclusions

Nous avons vu que la fonction d’excitation des réactions de diffusion élastique à basse énergie présente des résonances. L’analyse de ces résonances permet de faire la spectroscopie du noyau

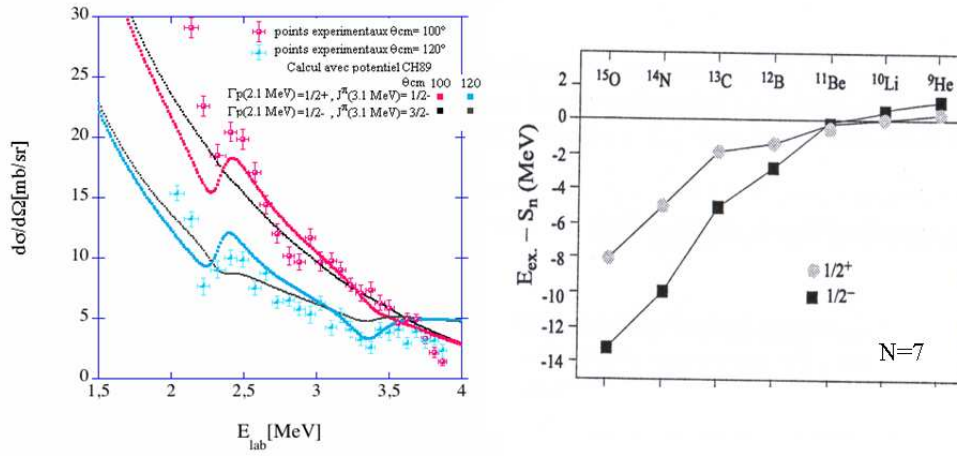


FIG. 19 – Fonction d’excitation mesurée pour la diffusion élastique résonante , voir ref[15]

composé, de mesurer la position des états excités, le spin et parité de ces états, les largeurs partielles et totales, d’en déduire les temps de vie et facteurs spectroscopiques. Il s’agit d’une méthode simple, présentant de grandes sections efficaces et permettant des mesures en haute résolution. Cette méthode a quelques limitations, d’une part dans le noyau composé on ne peut étudier que les états situés au dessus du seuil de la réaction, d’autre part le nombre de coups mesurés dans une résonance dépend de la largeur de l’état, plus l’état est étroit et plus la statistique est faible. La méthode de diffusion élastique résonante a été utilisée avec succès dans le passé pour l’étude de réactions impliquant des faisceaux stables. Avec l’avènement des faisceaux radioactifs, une nouvelle ère de recherche s’ouvre. Nul doute que la méthode de diffusion élastique résonante permettra de répondre à certaines des questions relative à la structure nucléaire des noyaux exotiques.

3 Réactions astrophysiques

3.1 Introduction

Dans les étoiles et dans plusieurs autres sites stellaires, des réactions nucléaires se produisent, dégageant de grandes quantité d’énergie et synthétisant la plupart des éléments de l’Univers. Ces réactions nucléaires se produisent parce que les températures et densités de ces environnements peuvent atteindre des valeurs très grandes. En général, le nombre de réactions se produisant entre un faisceau et une cible s’écrit :

$$N_{reactions} = N_{cible} N_{incidentes} \sigma \quad (7)$$

avec N_{cible} le nombre de noyaux cibles, $N_{incidentes}$ le nombre de noyaux incidents et σ la section efficace totale de réaction. La section efficace de réaction est une fonction de l’énergie, la distribution en vitesse des particules dans le milieu stellaire suit une loi statistique de type Maxwell-Boltzmann, il s’en suit que la section efficace doit être remplacée par une expression $\langle \sigma.v \rangle$, qui est une convolution de la section efficace par la distribution en vitesse des particules. Cette expression peut être exprimée comme un taux de réactions en fonction de la température du milieu. Prenons maintenant l’exemple de la réaction $^3\text{He}(^3\text{He}, 2p)^4\text{He}$, qui

est une des principales réactions se produisant dans le soleil. La section efficace mesurée est présentée sur la figure 20. On remarque que la section efficace décroît extrêmement vite lorsque

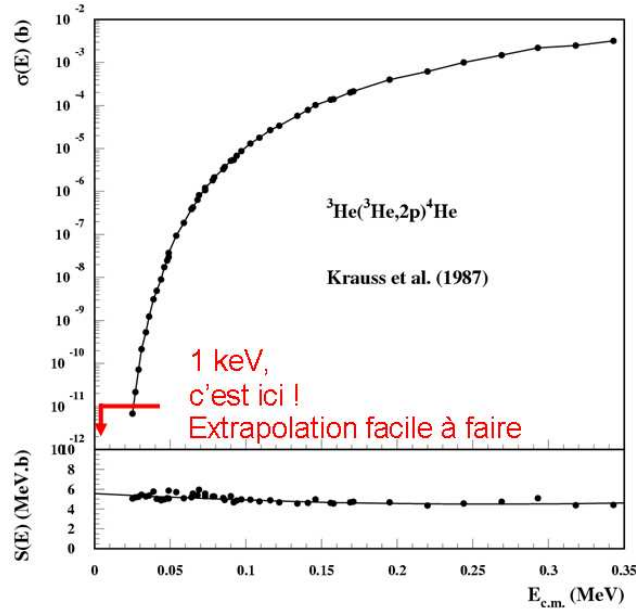


FIG. 20 – Section efficace de la réaction ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p){}^4\text{He}$ en fonction de l'énergie cinétique. On remarque qu'il s'agit d'une fonction variant extrêmement vite avec l'énergie. Il est très difficile d'extrapoler la section efficace aux très basses énergies (autour de 1 keV), là où cette réaction est la plus active en astrophysique. Si on représente le facteur astrophysique $S(E)$ en fonction de E , on observe qu'il s'agit au contraire d'une fonction variant légèrement avec l'énergie, et qu'il est facile de prédire sa valeur aux plus basses énergies. ref[19]

l'énergie diminue, c'est l'effet de la barrière Coulombienne, la pénétration des noyaux à travers la barrière Coulombienne répulsive est une fonction qui varie exponentiellement avec l'énergie. Or les réactions astrophysiques se produisent essentiellement à très basse énergie, là où la section efficace est extrêmement faible, tellement faible qu'elles sont souvent impossible à mesurer ! On peut écrire la section efficace sous la forme :

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp(-2\pi\eta) \quad (8)$$

où η est le paramètre de Sommerfeld, qui est égal à $\frac{Z_1 Z_2}{\hbar v} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}$. Le facteur $\exp(-2\pi\eta)$ exprime la probabilité de traverser la barrière Coulombienne par effet tunnel, et la fonction $S(E)$ contient toute la partie nucléaire de la réaction. Lorsque l'on représente le paramètre $S(E)$, dit facteur astrophysique, en fonction de l'énergie, on obtient ce qui est présenté au bas de la figure 20. Dans ce cas, on observe qu'il s'agit d'une fonction variant légèrement avec l'énergie, et qui peut facilement être extrapolée pour les énergies les plus basses. De plus, on remarquera dans cet exemple qu'il n'y a pas (vraiment) besoin de connaître la structure nucléaire des noyaux pour obtenir le taux de réaction.

3.2 Structure nucléaire en astro

Le cas présenté précédemment est un cas rare. La plupart des réactions astrophysiques ressemblent davantage à ce qui est présenté sur la figure 21, pour le cas de la réaction $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. Il apparaît une (ou plusieurs) résonance à basse énergie, qui modifie l'allure du facteur astro-

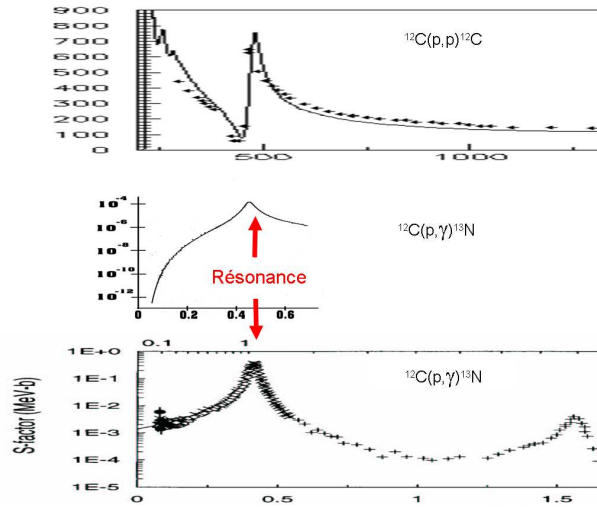


FIG. 21 – En haut, fonction d’excitation de la réaction de diffusion élastique résonante $^{12}\text{C}(p, p)^{12}\text{C}$. On observe une résonance à une énergie autour de 450 keV. Au centre, fonction d’excitation de la réaction astrophysique de capture radiative $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. En bas : le facteur astrophysique $S(E)$ correspondant, l’extrapolation aux basses énergies est plus difficile (échelle logarithmique pour les ordonnées), ref[19]

physique (remarquez que l’ordonnée est maintenant présentée en échelle logarithmique). Cette résonance est due évidemment à la présence d’un état excité dans le noyau composé. C’est parfaitement relié à ce qui a été expliqué précédemment pour la diffusion élastique résonante. Quand on envoie des protons de basse énergie sur une cible de carbone, on observe essentiellement des diffusions élastiques résonantes $^{12}\text{C}(p, p)^{12}\text{C}$, mais il existe simultanément un embranchement vers la voie de décroissance $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. Cela montre qu’il existe une relation étroite entre les réactions astrophysiques et les réactions de diffusion élastique résonante, et donc avec la structure nucléaire des noyaux. Très souvent en astrophysique, les sections efficaces se calculent en utilisant la formulation de Breit-Wigner [19] :

$$\sigma(E) = \pi \lambda^2 \frac{2J_r + 1}{(2J_i + 1)(2J_f + 1)} \frac{\Gamma_{in} \Gamma_{out}}{(E_p - E_R)^2 + (\frac{\Gamma_{Tot}}{2})^2} \quad (9)$$

où λ est la longueur d’onde de de Broglie, J sont les spins, et $E_R, \Gamma_{Tot}, \Gamma_{in}, \Gamma_{out}$ sont l’énergie de la résonance, la largeur totale, et les largeurs partielles. Pour pouvoir calculer les taux des réactions astrophysiques il faut connaître les propriétés spectroscopiques des états excités des noyaux composés. Inversement, la mesure de ces réactions astrophysiques (par exemple la mesure de la capture radiative (p, γ) à basse énergie) permet d’en déduire les propriétés des états (position, largeur etc.) et donc d’étudier la structure nucléaire.

3.3 Morceaux choisis

3.3.1 Des gamma dans les novae, cas de la réaction $^{18}\text{F}(p, \alpha)^{15}\text{O}$

Les novae sont des explosions stellaires récurrentes relativement fréquentes (plusieurs par siècle dans notre galaxie). Aujourd’hui, nous pensons qu’il s’agit de systèmes binaires d’étoiles, dont l’une est une étoile compacte et chaude appelée ”naine blanche”, et l’autre une étoile ”normale”. De la matière est transférée de la seconde vers la première, ce qui induit une augmentation de pression à la surface de la seconde, puis un processus de combustion nucléaire explosive de la couche déposée. Pour confirmer le modèle des novae, il serait intéressant de mesurer les rayonnements gamma émis lors de l’explosion, par le biais de détecteurs gamma placés sur satellites, et de les comparer avec les prédictions. Aujourd’hui, les calculs prévoient que la raie gamma la plus intense est la raie à 511 keV (annihilation du positron), et qu’elle provient essentiellement de la décroissance bêta du ^{18}F . Par conséquent, il est très important de bien connaître l’abondance de ce noyau dans les novae. De toutes les réactions impliquant directement ce noyau, la réaction la moins bien connue est la réaction de destruction $^{18}\text{F}(p, \alpha)^{15}\text{O}$. Un grand effort international a été réalisé pour réduire les incertitudes sur la section efficace de cette réaction. Une expérience remarquable [20] a été réalisée aux Etats Unis à ORNL Holifield Radioactive Ion Beam Facility (HRIBF), en utilisant un faisceau radioactif de ^{18}F pour mesurer directement la réaction $^{18}\text{F}(p, \alpha)^{15}\text{O}$. Le dispositif expérimental de cette expérience est présenté à gauche de la figure 22. Le faisceau pénètre une chambre dans laquelle une cible mince de $35 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ plastique polypropylène $(\text{CH}_2)_n$ a été placée. Deux types de particules légères sont émises, soient des particules alpha après réaction $\text{H}(^{18}\text{F}, \alpha)^{15}\text{O}$, soient des protons après réaction de diffusion élastique résonante $\text{H}(^{18}\text{F}, p)^{18}\text{F}$. Ces particules sont mesurées avec un détecteur silicium annulaire à pistes (SIDAR). Les ions lourds traversant la cible sont mesurés et identifiés avec une chambre d’ionisation. Les résultats de cette expérience sont présentés à droite de la figure 22. En haut, il s’agit de la section efficace de la diffusion élastique résonante.

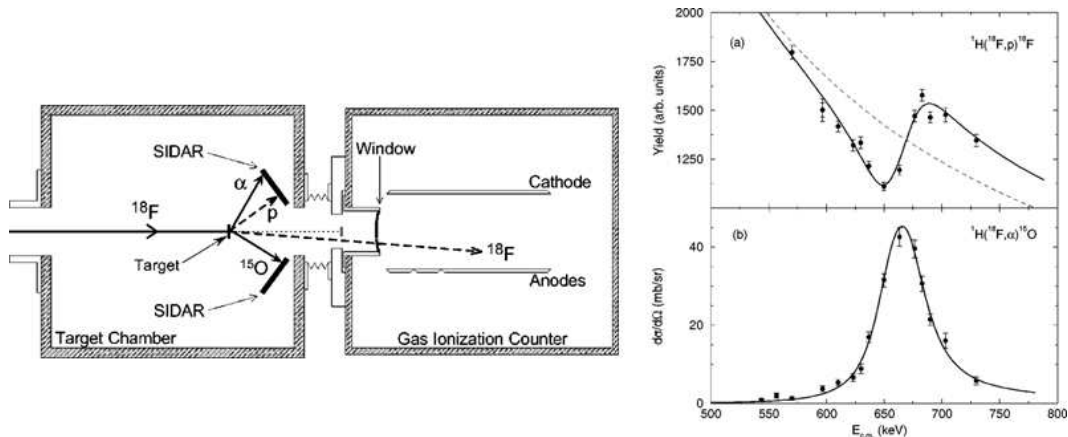


FIG. 22 – A gauche, schéma du dispositif expérimental de l’expérience réalisée par Bardayan *et al*[20]. A droite, en haut, section efficace mesurée de la diffusion élastique résonante $\text{H}(^{18}\text{F}, p)^{18}\text{F}$. En bas, section efficace mesurée de la réaction $^{18}\text{F}(p, \alpha)^{15}\text{O}$.

On observe une résonance à l’énergie de 664.76 ± 1.6 keV ($E_x = 7076 \pm 2$ keV), l’analyse précise donne un moment angulaire orbital $l=0$ (spin $3/2+$ ou $1/2+$), une largeur totale de 39.0 ± 1.6 keV et un rapport d’embranchement proton de 0.39 ± 0.02 . En bas, la section efficace

mesurée pour la réaction $^{18}\text{F}(p, \alpha)^{15}\text{O}$. Elle a été obtenue en supposant une distribution uniforme des alpha après réaction. Cette courbe peut être ajustée avec une fonction Breit-Wigner, à la condition de prendre un spin $3/2+$ pour l'état excité du noyau composé ^{19}Ne . Ainsi, la mesure simultanée de la réaction astrophysique a permis de déterminer le spin exact de l'état.

3.3.2 Mesure de l'âge de l'Univers, cas de la réaction $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$

Le cycle de réactions nucléaires appelé cycle CNO, a été inventé par H. Bethe en 1938 [21]. Il s'agit d'un cycle de réactions transformant de l'hydrogène en hélium, et impliquant des noyaux de carbone, d'azote et d'oxygène comme catalyseurs de ces réactions. C'est ce cycle qui est principalement à l'origine de l'énergie produite dans les étoiles plus massives que le soleil. Pour les étoiles comme le soleil ou moins massives, c'est le chaîne pp ($p+p \rightarrow$ deutérium) qui intervient. La réaction $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$ est la plus lente des réactions du cycle CNO, c'est elle qui détermine "la vitesse" du cycle, c'est pourquoi il est important de bien la connaître. Cette réaction présente une résonance à cause d'un état dans le noyau composé situé 243 keV au dessus du seuil de la réaction, voir figure 23. Après capture du proton, les transitions gamma décroissent vers plusieurs états excités de l' ^{15}O . La section efficace totale est la somme de toutes les contributions, qu'il faut donc mesurer. Récemment, une expérience[22] a permis de mesurer précisément les intensités de ces transitions en fonction de l'énergie du proton incident. Pour arriver à ce résultat, il a fallu réduire au maximum le bruit de fond gamma, ainsi l'expérience a été réalisée au laboratoire souterrain du Gran Sasso en Italie. Les résultats qu'ils ont obtenus sont présentés à droite de la figure 23, sous la forme du facteur astrophysique pour chacune des contributions en fonction de l'énergie cinétique incidente. Ce résultat expérimental est remarquable compte tenu des sections efficaces très faibles. Ce résultat a été ensuite exploité

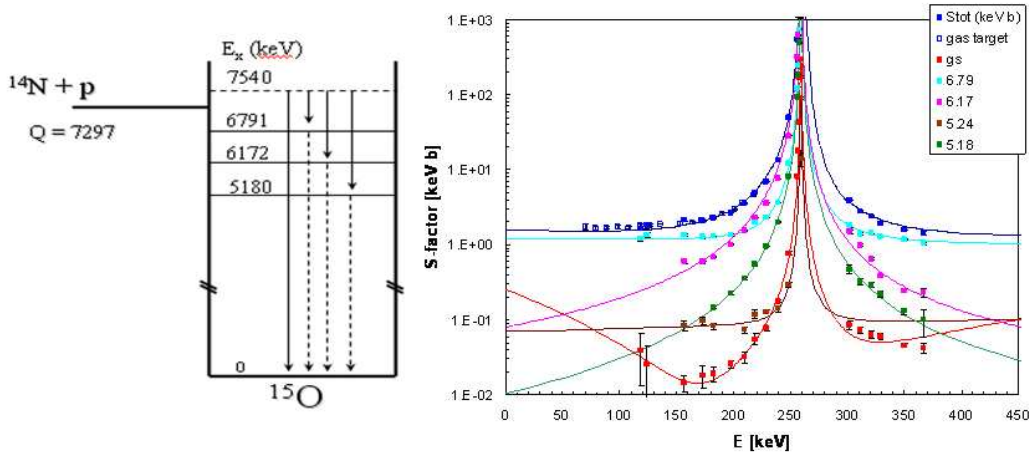


FIG. 23 – La réaction de capture radiative $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$ procède essentiellement par une résonance sur un niveau situé à $E_x = 7540$ keV dans le noyau composé ^{15}O . Les transitions gamma viennent ensuite peupler différents états de l' ^{15}O . Ces transitions ont été mesurées au laboratoire souterrain du Gran Sasso. A droite, les facteurs astrophysiques mesurés pour chacune de ces transitions. [22]

dans l'analyse de la luminosité des amas globulaires d'étoiles. Il s'agit d'amas d'étoiles, produits quasiment en même temps à la naissance de l'Univers, et que l'on observe sous la forme d'amas

satellites des galaxies. Ce sont donc des étoiles de même âge, quasiment égal à celui de l'Univers. Lorsque l'on représente la luminosité absolue (magnitude) des étoiles de ces amas en fonction de la température de la surface des étoiles, on obtient le diagramme présenté sur la figure 24. Les

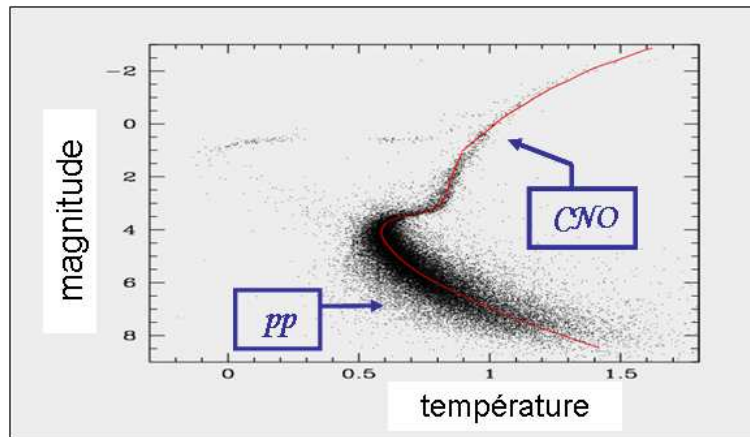


FIG. 24 – Diagramme représentant la magnitude d'étoiles versus leur température de surface, pour des étoiles situées dans un amas globulaire. La forme exacte de la courbe peut être analysée[22], elle dépend (entre autre) de l'âge de l'Univers et de l'intensité de la réaction $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$

étoiles sont alignées suivant une courbe particulière (dite de séquence principale). On observe un point d'inflexion. La partie basse de la courbe correspond aux étoiles qui sont dans une phase de combustion de type chaîne pp, la partie haute de la courbe correspond aux étoiles qui sont dans la combustion du type CNO. Lorsque l'hydrogène commence à s'épuiser, la densité et température de coeur de l'étoile augmente et le cycle CNO se met en marche, ce qui produit un point d'inflexion. La position exacte de ce point d'inflexion dépend de l'âge de l'Univers et du taux de la réaction $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$. Ainsi, lorsque l'on connaît bien le taux de la réaction et le diagramme mesuré des étoiles des amas globulaires, il est possible d'en déduire l'âge de l'Univers. L'étude a permis d'obtenir un âge de 14 ± 1 milliards d'année, ce qui est en bon accord avec les autres déterminations indépendantes de l'âge de l'Univers. Donc ici, la structure du noyau de ^{15}O , une fois bien connue, permet d'en déduire l'âge de l'Univers. Les deux sont étroitement liés !

3.3.3 Quand l'astro mesure le noyau, l'état de Hoyle

L'astrophysique et la physique nucléaire sont étroitement liés, on l'a vu dans les exemples précédents. Il est évident que la physique des astres ne pourrait pas être comprise sans l'apport des données nucléaires, et en particulier de la spectroscopie d'un grand nombre de noyaux. Dans l'autre sens, il existe un exemple célèbre où l'astrophysique a permis de prédire l'existence d'un état excité nucléaire ! l'état de Hoyle. Sans entrer dans les détails, vers 1950 les physiciens se sont demandés comment produire dans les étoiles et de façon efficace des noyaux de carbone et des noyaux plus lourds. En fait, aucune réaction nucléaire ne semblait efficace. Avec de l'hélium par exemple, un élément abondant dans l'Univers (25 % de la masse de l'Univers), on peut fabriquer du ^8Be avec la réaction $^4\text{He} + ^4\text{He}$, mais le ^8Be est non lié et redécroît en 10^{-16} s vers $^4\text{He} + ^4\text{He}$ (voir figure 25). Une solution est proposée par Fred Hoyle en 1954. Même si le

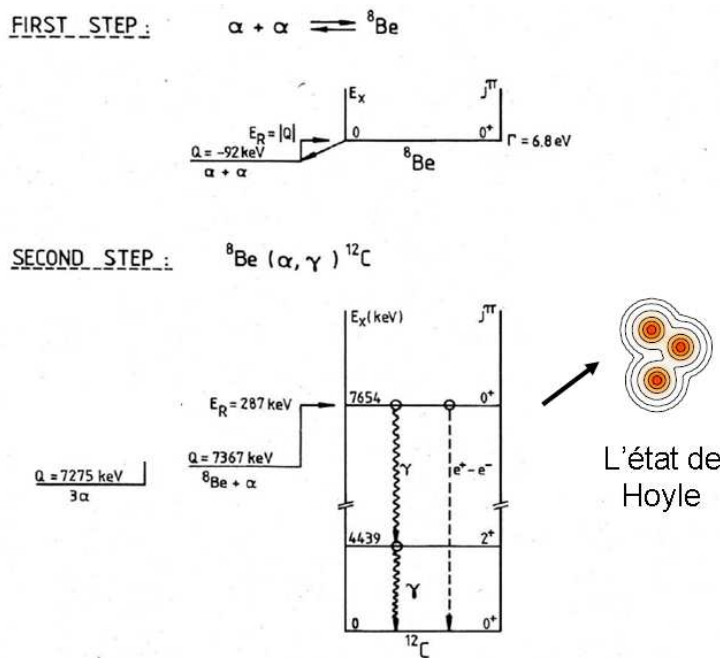


FIG. 25 – L'état de Hoyle est un état excité du ${}^{12}\text{C}$ positionné à 7.65 MeV et de spin $0+$. C'est un état qui, par sa présence, permet à la réaction de triple capture alpha $\alpha + \alpha + \alpha \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$ de se produire efficacement.

noyau composé ${}^8\text{Be}$ a une durée de vie très courte, il y a une probabilité petite mais non nulle pour que ce noyau capture un autre noyau d'hélium et produise du carbone. Cela ne fonctionne efficacement que s'il existe un état excité dans le carbone situé juste un peu au dessus du seuil, c'est à dire vers 7.6 MeV, et qu'il puisse être peuplé par une capture de moment angulaire orbital $l=0$, c'est à dire qu'il doit s'agir d'un état avec un spin $0+$. A la parution de l'article il s'agissait d'une prédiction, et quelques années plus tard en 1957 cet état a été effectivement observé à la bonne position et avec le bon spin. Autrement dit, il n'y aurait probablement pas eu de carbone et d'élément plus lourds si ce fameux état de Hoyle n'avait pas existé! Cet état est encore très activement étudié, parce que sa structure est très "exotique". Il pourrait s'agir d'un état avec une structure ressemblant à un condensat de type Bose-Einstein de particules alpha.

4 Diffusion Inélastique Résonante

4.1 Introduction

En principe, la diffusion inélastique $X(a, a)X^*$ peut se produire aussitôt que l'énergie apportée par la particule incidente et disponible dans le centre de masse est supérieure au seuil de la réaction. En pratique, elle apparaît lorsque l'énergie cinétique incidente est légèrement au dessus du seuil (par exemple ~ 1 MeV au dessus du seuil pour des diffusions inélastiques avec des protons sur des noyaux légers). Pour un grand nombre de noyaux, cela veut dire qu'elle apparaît "rapidement" à basse énergie. Un exemple de diffusion inélastique est présenté sur la figure 26. Il existe plusieurs mécanismes de réaction qui induisent de la diffusion inélastique. Par

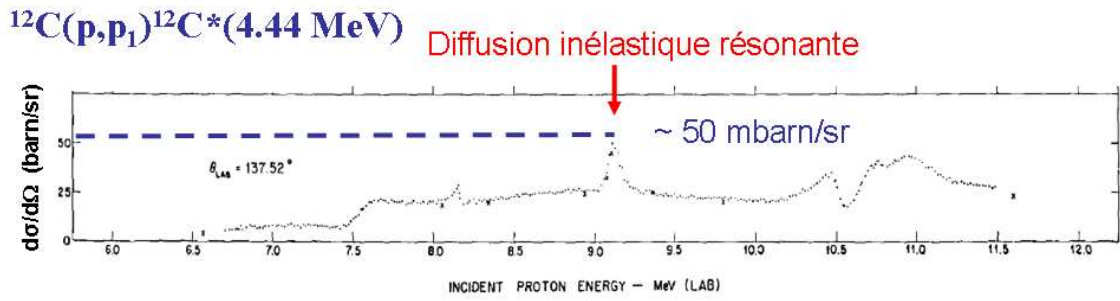


FIG. 26 – Fonction d’excitation pour la diffusion inélastique $^{12}\text{C}(p, p_1)^{12}\text{C}^*$ excitant le premier état excité du ^{12}C positionné à 4.44 MeV. La section efficace différentielle est relativement grande (> 10 mb/sr) et présente des pics à certaines énergies.

exemple, l’excitation Coulombienne (un processus purement électromagnétique) peut produire de la diffusion inélastique. Cela peut également être de la diffusion inélastique résonante, c’est à dire en passant par des états excités du noyau composé. Sur la figure 26 on observe clairement ces résonances. Le calcul des sections efficaces suppose de connaître les propriétés des états excités du noyau composé. Mesurer la fonction d’excitation de la diffusion inélastique c’est finalement étudier les états excités du noyau composé. La position des pics renseigne sur la position des états excités, l’intensité des pics renseigne sur les facteurs spectroscopiques élastiques et inélastiques des états du noyau composé. La diffusion inélastique (résonante ou pas) est aussi une méthode expérimentale pour aller peupler efficacement des états excités du noyau incident (ou cible). Les diffusions inélastiques s’accompagnent de l’émission d’un rayonnement gamma $X^* \rightarrow X + \gamma$. Pour les noyaux exotiques, la diffusion inélastique peut également s’accompagner de l’émission de particule(s) $X^* \rightarrow Y + b$. Ces réactions inélastiques, avec émission de rayonnements mesurables, peuvent être utilisées efficacement pour étudier la structures des noyaux cibles ou du faisceau. Les méthodes de ce type, qui permettent d’aller peupler indirectement un état excité puis de suivre les décroissances, sont appelées ”Surrogate Nuclear Reaction Method” [23]. On peut par exemple, mesurer précisément les énergies des rayonnements gamma avec des détecteurs Germanium, et construire un schéma de niveaux précis. La mesure de la distribution angulaire des gamma permet de contraindre le spin des états. On peut également mesurer les énergies des particules émises, les modes de décroissances, les distributions angulaires, les intensités relatives, et en déduire la position des états excités, les spins de ces états, les largeurs des états, les rapports d’embranchements, les facteurs spectroscopiques etc. En bref, on accède à une spectroscopie complète des états.

4.2 Morceaux choisis

4.2.1 Mesure de ^2He , cas de la réaction $H(^{13}\text{N}, p_1)^{13}\text{N}^*(p)^{12}\text{C}$

Le noyau de ^2He ”n’existe pas” dans la nature, il est non lié, aussitôt produit il redécroît en $p+p$ en 10^{-21} secondes, il n’apparaît que sous la forme d’une résonance dans la réaction de diffusion inélastique résonante $p+p \rightleftharpoons p+p$. Il est pourtant directement impliqué dans la réaction nucléaire la plus importante se déroulant dans le soleil, la réaction $p(p, e^+ + \nu)d$ (si le noyau de ^2He avait été lié, le soleil aurait explosé en une fraction de seconde). Ce noyau pourrait également apparaître sous la forme d’une nouvelle radioactivité 2 protons corrélés

pour les noyaux déficitaires en neutrons. Ce thème est un des nouveaux thèmes les plus étudiés du moment (une dizaine de nouveaux noyaux émetteurs 2p mesurés entre 2000 et 2008). En 1996, Bain *et al*[24] ont publié une étude portant sur une expérience réalisée sur l'accélérateur de Louvain-la-Neuve. Il s'agissait de la mesure de la diffusion élastique et inélastique résonante d'un faisceau radioactif de ^{13}N sur une cible de proton (cible de polypropylène). Lorsque l'énergie du faisceau était ajustée pour permettre de peupler un état positionné à l'énergie de $E_x = 7.77$ MeV dans le noyau composé ^{14}O , alors une émission résonante de 2 protons (voir figure 27) était observée. A une énergie légèrement en dehors de la résonance, la résonance disparaissait.

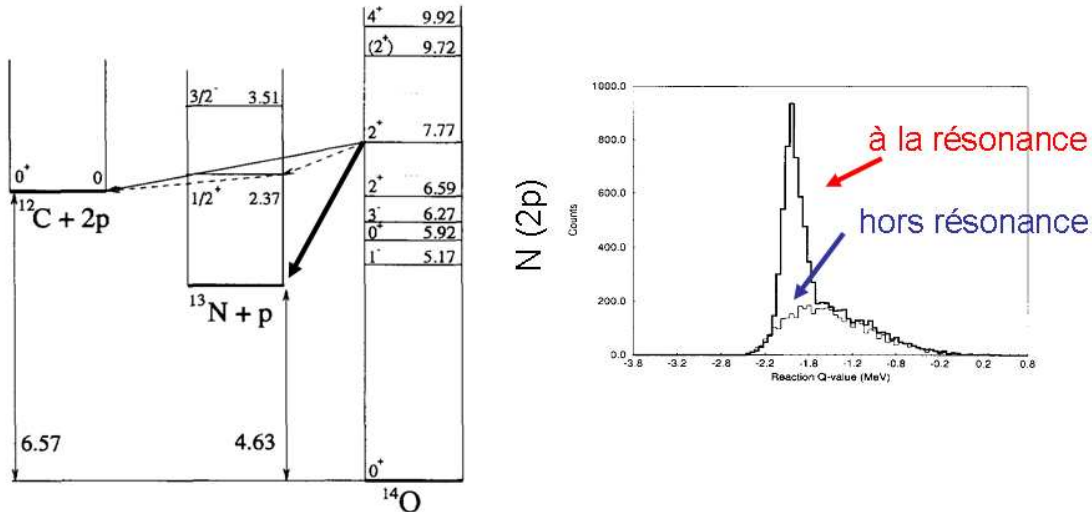


FIG. 27 – A gauche, schéma correspondant à la réaction de diffusion inélastique $H(^{13}\text{N}, p_1)^{13}\text{N}^*(p)^{12}\text{C}$. A droite, résultats mesurés par Bain *et al*[24]. Il s'agit du nombre d'événements où 2 protons sont détectés en coïncidence en fonction du Q mesuré de la réaction. Le résultat est présenté pour deux énergies de faisceau, une fois lorsque l'énergie permet de peupler un état positionné à 7.77 MeV dans ^{14}O , une fois lorsque l'énergie est légèrement éloigné de l'état. On constate qu'il y a émission résonante de 2 protons.

C'était la première fois qu'une émission résonante de 2 proton était observée. Ils ont ensuite étudié la distribution en énergie des protons et leurs corrélations angulaires, voir figure 28. L'analyse des résultats expérimentaux, en se basant sur des modèles théoriques pour l'émission de protons, a permis de conclure qu'ils avaient observé essentiellement une émission séquentielle de 2 protons (un proton est émis après l'autre) $H(^{13}\text{N}, p_1)^{13}\text{N}^*(p)^{12}\text{C}$ ($\Gamma_{2p} = 125 \pm 20$ eV), et non une émission simultanée $H(^{13}\text{N}, ^2\text{He})^{12}\text{C}$ ($\Gamma_{2He} < 6$ eV). Cette expérience illustre bien l'idée que, d'une part il est possible d'étudier le noyau composé (ici ^{14}O) avec de la diffusion inélastique, et d'autre part qu'il est possible d'étudier les états excités des noyaux incidents (ici ^{13}N), ainsi que les modes de décroissance.

4.2.2 Des pics étranges dans la première expérience Spiral, cas de la réaction $H(^{18}\text{Ne}, p)^{18}\text{Ne}^*(p)^{17}\text{F}$

Nous avons déjà présenté la première expérience Spiral au GANIL dans la première partie de ce cours. Des états du noyau composé ^{19}Na avaient été observés par diffusion élastique résonante avec un faisceau radioactif de ^{18}Ne . Il avait été noté que dans la fonction d'excitation

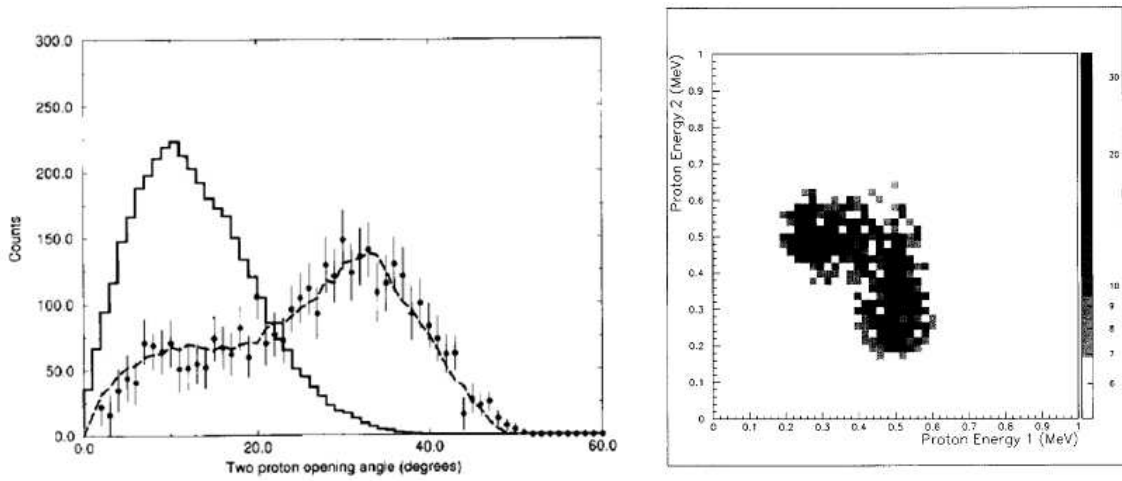


FIG. 28 – A gauche, nombre de coups mesurés versus angle relatif entre les deux protons détectés dans l’expérience $^{13}\text{N} + p$ (voir texte). Les courbes illustrent deux mécanismes d’émission des protons, la ligne continue l’émission simultanée, la ligne discontinue l’émission séquentielle. A droite, énergie d’un proton versus l’énergie du second proton. Cette distribution s’explique essentiellement par une émission séquentielle des protons.

la présence de deux grands pics (B et C sur la figure 15) ne pouvaient pas être expliquée par la diffusion élastique résonante (ce ne peut pas être de nouveaux états dans le noyau composé). Il se trouve que l’analyse a révélé qu’il s’agissait de protons issus de réactions de diffusion inélastique résonante, voir figure 29. De nombreux événements avec l’émission ”simultanée” de 2 protons ont été observés dans cette expérience. Le grand nombre d’événements 2p détectés est dû à l’effet de focalisation en cinématique inverse qui augmente la probabilité de voir ce type d’événement. Ces événements correspondent essentiellement à des décroissances séquentielles passant par des états excités du ^{18}Ne , donc sans émission remarquable de ^2He . Cette expérience a permis de vérifier également qu’il n’y avait pas d’état excité inconnu dans le ^{18}Ne au dessus du seuil proton pour ce noyau.

4.2.3 Analyse des corrélations angulaires, cas des réactions $H(^{19}\text{Ne}, p)^{19}\text{Ne}^*(p)^{18}\text{F}$ et $\text{Ne}^*(\alpha)^{15}\text{O}$

La réaction astrophysique $^{18}\text{F}(p, \alpha)^{15}\text{O}$ a déjà été présentée dans ce cours. Nous avons vu que le taux de cette réaction était important pour prédire l’intensité des raies gamma produites dans les explosions novae. Une étude a été réalisée récemment par Jean-Christophe Dalouzy *et al*[25] à l’accélérateur de Louvain la Neuve pour mieux connaître les états excités du noyau composé ^{19}Ne . Cette expérience a été réalisée avec un faisceau radioactif de noyaux de ^{19}Ne accélérés à près de 10 AMeV. Les noyaux incidents ont été envoyés sur une cible mince de polypropylène, pour produire des réactions de diffusion inélastique $H(^{19}\text{Ne}, p)^{19}\text{Ne}^*$ - voir figure 30. Les noyaux du faisceau traversent la cible et sont arrêtés plus loin dans une cible épaisse (beam catcher), ce qui n’est pas le cas des protons émis avec une grande énergie par diffusion inélastique $H(^{19}\text{Ne}, p)^{19}\text{Ne}^*$ et qui sont mesurés avec un télescope de détecteurs silicium ($\Delta E - E$) placé à zéro degré après le beam catcher. Dans cette expérience, des états excités du ^{19}Ne placés au dessus des seuils proton et alpha ont été peuplés, ce qui a induit

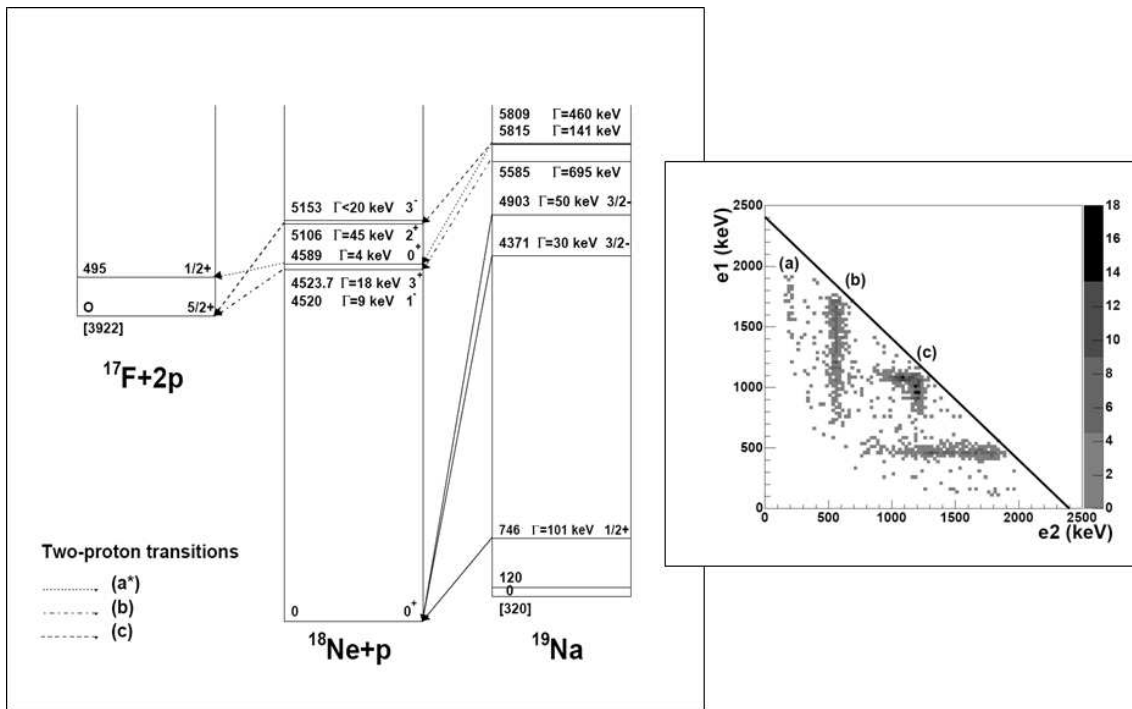


FIG. 29 – A gauche, schéma de la réaction $H(^{18}\text{Ne}, p)^{18}\text{Ne}^*(p)^{17}\text{Ne}$. Plusieurs états sont peuplés dans le ^{19}Na , qui décroissent vers plusieurs états excités du ^{18}Ne , qui eux-mêmes décroissent vers le fondamental et le premier état excité du ^{17}F . A droite, l'énergie mesurée d'un proton versus l'énergie du second. L'analyse de cette distribution a permis d'en déduire qu'il s'agissait essentiellement d'émissions séquentielles.

l'émission de protons par $^{19}\text{Ne}^*(p)^{18}\text{F}$ et de particules alpha par $^{19}\text{Ne}^*(\alpha)^{15}\text{O}$. Ces particules légères ont été détectées par un détecteur annulaire CD-PAD placé entre la cible et le beam catcher. L'intérêt de la méthode est que :

- C'est une cible mince qui a été utilisée. A chaque état excité du noyau composé est associé une énergie bien précise pour les protons diffusés (cinématique à deux corps). Autrement dit, dans le spectre des protons on s'attend à observer des pics, chaque pic correspondant à un état excité du ^{19}Ne . Pour connaître la position des états excités du ^{19}Ne il suffit d'analyser ces pics.
- Chaque pic proton diffusé est associé (ou non) à des particules alpha ou protons émises par l'état excité du ^{19}Ne et détectées en coïncidence par les détecteurs CD-PAD. On peut, en principe, obtenir les rapports d'embranchement proton / alpha pour ces états.
- La distribution angulaire des particules émises depuis $^{19}\text{Ne}^*$ peut être analysée, pic par pic, pour déterminer le spin des états excités. En cinématique inverse, l'effet de focalisation vers l'avant permet de mesurer une grande partie de la distribution angulaire avec un détecteur couvrant un angle limité (5° à 20°). Il existe une relation univoque entre l'énergie de la particule émise et l'angle d'émission.

Quelques résultats sont présentés sur la figure 31. A droite, il s'agit du spectre des protons détectés à zéro degré (et conditionné par la détection d'une particule dans CD-PAD). On y voit des pics correspondant à des états excités du ^{19}Ne au dessus du seuil alpha ($S_\alpha = 3.5$ MeV). A gauche, la courbe cinématique (énergie versus angle) des particules alpha détectées

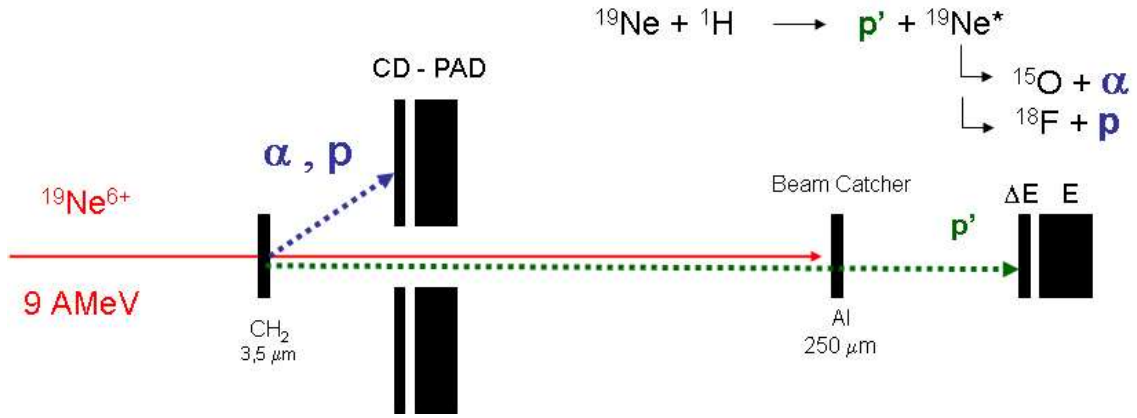


FIG. 30 – Schéma du montage expérimental de l'expérience $H(^{19}\text{Ne}, p)^{19}\text{Ne}^*(p)^{18}\text{F}$ et $\text{Ne}^*(\alpha)^{15}\text{O}$ (voir texte pour description).

en coincidence avec un seul pic présent dans le spectre de droite. On voit apparaître une courbe cinématique correspondant aux "bons événements" $H(^{19}\text{Ne}, p)^{19}\text{Ne}^*(\alpha)^{15}\text{O}$, sur un fond continu de points (essentiellement dus à des réactions inélastiques sur le carbone présent dans la cible). L'analyse de la distribution angulaire de ces particules alpha (ou proton), c'est à dire l'analyse des corrélations angulaires (détection d'un proton à zéro degré et d'une particule émise en coincidence à l'angle θ) est un sujet plus complexe, souvent sujet de confusion. Le livre de Ferguson [26] donne le détail de la théorie sous jacente et quelques exemples plus détaillés. Le cas présent est décrit plus spécifiquement dans l'article de Pronko [27]. Il s'agit du cas présenté sur la figure 32. Un noyau de ^{19}Ne capture un proton pour former le noyau composé ^{20}Na , qui décroît sur un état excité du ^{19}Ne de spin J^π , peuplant différents sous états magnétiques nucléaire avec une probabilité $P(m)$, puis décroît par exemple par émission d'un proton qui emporte un moment angulaire orbital ℓ ou ℓ' si deux solutions sont possibles, et laissant un noyau de ^{18}F dans son état fondamental. Dans la voie finale, le spin de ^{18}F est 1^+ , le spin du proton est $\frac{1}{2}^+$, la somme de ces spins donne $s = \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$. On peut remplir une table avec les différents moments et spins possibles, voir table 1. Cette table permet de produire une autre

ℓ	J^π
0	$\frac{1}{2}^+$ ou $\frac{3}{2}^+$
1	$\frac{1}{2}^-$ ou $\frac{3}{2}^-$ ou $\frac{5}{2}^-$
2	$\frac{1}{2}^+$ ou $\frac{3}{2}^+$ ou $\frac{5}{2}^+$ ou $\frac{7}{2}^+$
3	$\frac{3}{2}^-$ ou $\frac{5}{2}^-$ ou $\frac{7}{2}^-$ ou $\frac{9}{2}^-$

TAB. 1 – Relations spin / moment angulaire orbital

table (voir table 2) associant chaque valeur possible de spin de l'état avec les valeurs de moment angulaire orbital correspondantes. La théorie des corrélations angulaires prédit que la section efficace peut s'écrire :

$$\sigma \propto W(\theta)d\Omega \quad (10)$$

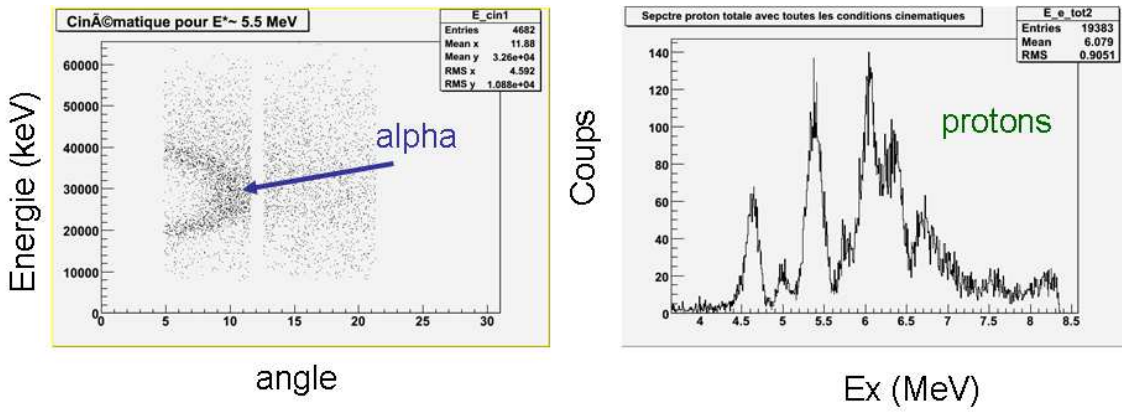


FIG. 31 – A droite, spectre des protons détectés à zéro degré, en coïncidence avec une particule dans CD-PAD. On y observe des pics correspondant à des états excités dans ^{19}Ne . A gauche, courbe cinématique (énergie versus angle) des particules alpha détectées dans les détecteurs CD-PAD conditionnée avec un seul pic dans le spectre proton à zéro degré. On observe une courbe cinématique caractéristique.

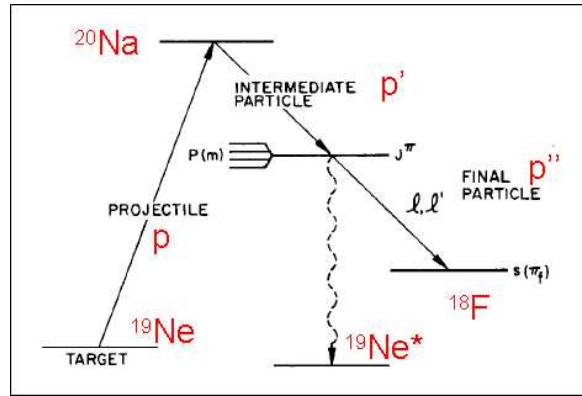


FIG. 32 – Schéma d'une réaction de diffusion inélastique pour l'analyse des corrélations angulaires, voir ref [27].

avec $W(\theta)$ la fonction de corrélation. On peut montrer (voir Ferguson [26] et Pronko [27]) que cette fonction peut s'écrire suivant :

$$W(\theta) = \sum P(m)(2 - \delta_{\ell\ell'})A(J, \ell, \ell', s, m, K)X^r Y(s)Q_K P_K(\cos(\theta)) \quad (11)$$

avec les coefficients A, qui sont calculables et qui dépendent de coefficients de Racah et de coefficients de Clebsch-Gordan, les autres paramètres sont des paramètres physiques inconnus ($P(m)$ probabilité de peuplement des sous états magnétiques, etc. voir détail dans Pronko [27]), K un nombre entier, et $P_K(\cos(\theta))$ les polynômes de Legendre d'ordre K en $\cos(\theta)$. On montre facilement que les coefficients A sont nuls pour des valeurs paires de K, et que K est au maximum égal à $2J$ ou 2ℓ (si une seule valeur possible de ℓ) ou $\ell + \ell'$. On peut remplir une autre table qui donne les valeurs maximales de K en fonction du spin de l'état, -voir table 3. Il s'en suit qu'il existe une relation entre le spin de l'état excité et la distribution angulaire des particules émises. Dans notre exemple, si le spin de l'état excité est $\frac{1}{2}^+$, $K=0$ et la distribution angulaire

J^π	ℓ
$\frac{1}{2}^+$	0 ou 2
$\frac{1}{2}^-$	1
$\frac{3}{2}^+$	0 ou 2
$\frac{3}{2}^-$	1 ou 3

TAB. 2 – Relations spin / moment angulaire orbital

J^π	ℓ	2J	$\ell+\ell'$	K
$\frac{1}{2}^+$	0 ou 2	1	0+2=2	0
$\frac{1}{2}^-$	1	1	2	0
$\frac{3}{2}^+$	0 ou 2	3	2	2
$\frac{3}{2}^-$	1 ou 3	3	4	2

TAB. 3 – Relations spin / moment angulaire orbital / paramètre K

suit la forme d'un polynôme de degré 0, c'est donc une distribution angulaire uniforme. Si le spin est $\frac{3}{2}^-$, K=2, et la distribution angulaire suit une forme en $a + b\cos(\theta)^2$. Deux résultats expérimentaux de distribution angulaire sont présentés sur la figure 33. On observe très bien

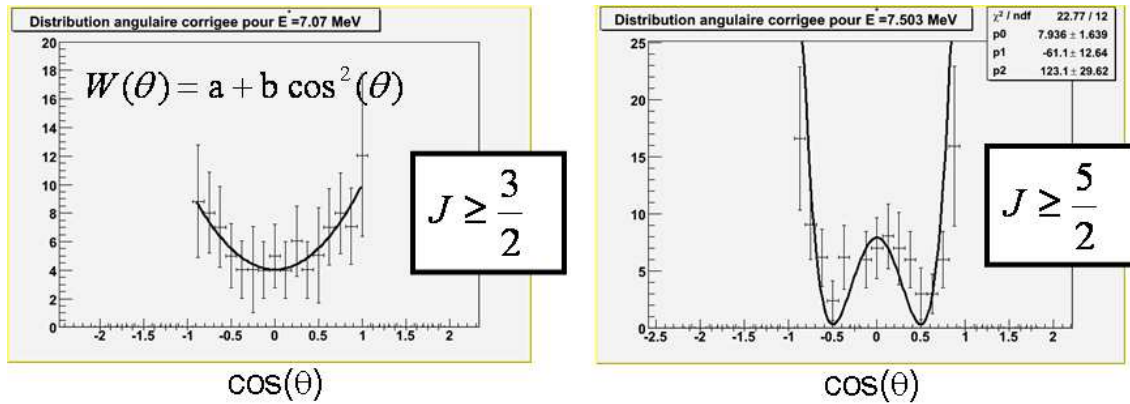


FIG. 33 – Distributions angulaires dans le centre de masse mesurées pour la réaction $H(^{19}\text{Ne}, p)^{19}\text{Ne}^*(p)^{18}\text{F}$ pour deux pics protons mesurés à zéro degré, donc pour deux états de ^{19}Ne . Voir référence [25].

que les spins des états peuvent être déterminés "facilement" avec cette méthode. Cela vient du fait qu'avec cette méthode (proton diffusé détecté en coïncidence à zéro degré) les noyaux sont produits avec un fort alignement ($P(1/2) > 70\%$). Il faut également noter que les coefficients A sont calculables exactement, et que cela conduit à imposer une relation entre les coefficients utilisés pour ajuster la distribution expérimentale. Par exemple, quand on fait un ajustement du type $a + b\cos(\theta)^2$, les coefficients a et b sont liés entre eux par une relation calculable, ce qui contraint davantage l'analyse et conduit à une meilleure détermination.

Références

- [1] H Geiger and E Marsden, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*82, 495 (1909)
- [2] B. Fernandez, *De l'atome au noyau*, Ellipses, (2006)
- [3] E. Rutherford, *Phil. Mag.* VI, 21 (1911)
- [4] C. Darwin, *Phil. Mag.* XXVII, 499 (1914)
- [5] E. Rutherford, *Phil. Mag.* XXXVII, 537 (1919)
- [6] J. Chadwick, *Phil. Mag.* 42, 923 (1921)
- [7] I. Stefan, *Thèse*, GANIL-Universite de Caen, (2006)
- [8] Wentzel, *Z. Phys.* 90, 754 (1934)
- [9] A. Bohm et al., *Phys. Rev. A* 66, 012107 (2002)
- [10] E. Berthoumieux, *Programme AnaRki*, www.ganil.fr/lise/ (2006)
- [11] E. Berthoumieux et al., *Nucl. Instr. and Meth. B* 55, 136 (1998)
- [12] L. Achouri, *Thèse*, GANIL - Université de Caen (2001)
- [13] F. de Oliveira Santos et al., *Eur. Phys. J. A* 24, 237 (2005)
- [14] Wustenbecker et al., *Z. Phys.* A334, 205 (1992)
- [15] Luc Valentin, *Physique subatomique*, Hermann, (1986)
- [16] P. Dolégiéviez et al., *Nucl. Instr. and Meth. A* 564, 32 (2006)
- [17] M. Freer et al., *Phys. Rev. Lett.* 96, 042501 (2006)
- [18] Ch.-E. Demonchy, *Thèse*, GANIL - Université de Caen (2002)
- [19] C. S. Rolfs and W. S. Rodney, *Cauldrons in the Cosmos*, The University of Chicago Press, 560 (1988)
- [20] D.W. Bardayan et al., *Phys. Rev. C* 63, 065802 (2001)
- [21] H.A. Bethe and C.L. Critchfield, *Phys. Rev.* 54, 248 (1938)
- [22] Imbriani et al., *Astronomy and Astrophysics* 96, 420 (2004)
- [23] J. Escher et al., *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys.* 31, S1687 (2005)
- [24] C.R. Bain et al., *Phys. Lett. B* 373, 35 (1996)
- [25] J.- Ch. Dalouzy, *Thèse*, GANIL - Université de Caen, (2008)
- [26] A.J. Ferguson, *Angular correlation methods in gamma-ray spectroscopy*, North-Holland Publishing Compagny (1965)
- [27] J.G. Pronko et al., *Nucl. Instr. and Meth.* 98, 445 (1972)

Sonder la structure nucléaire avec des nucléons

Eric BAUGE

*Commissariat à l'Energie Atomique, Centre DAM Ile-de-France
Service de Physique Nucléaire, Bruyères-le-Châtel,
91297 Arpajon CEDEX*

Résumé

L'objet de ce cours est de montrer comment la diffusion de nucléons peut être utilisée pour sonder la structure des noyaux cibles et comment interpréter les observables de diffusion de nucléons en termes de structure nucléaire à l'aide de potentiels optiques microscopiques. Pour cela, après un bref exposé des particularités inhérentes au problème de la diffusion de nucléons sur les noyaux et quelques rappels de théorie de la diffusion, l'essentiel du cours sera consacré à la construction de potentiels optiques dans lesquels l'information de structure des noyaux cibles est convoluée avec une interaction effective. Plusieurs exemples de construction de potentiels optiques microscopiques seront donnés.

Abstract

The goal of this lecture is to show how nucleon scattering can be used to probe the structure of target nuclei, and how nucleon scattering observables can be interpreted in terms of nuclear structure using microscopic optical potentials. After an brief overview of the specificities of nucleon-nucleus scattering, and a quick reminder on scattering theory, the main part of this lecture will be devoted to the construction of optical potentials in which the target nuclei structure information is folded with an effective interaction. Several examples of such microscopic optical model potentials will be given.

Table des matières

1	Sonder la structure nucléaire	195
2	Qu'est ce que le potentiel optique	197
2.1	Position du problème	197
2.1.1	Solution compliquée	197
2.1.2	Autre solution (moins compliquée)	198
2.2	Utilité du potentiel optique	199
2.2.1	Etudes de structure nucléaire expérimentale	199
2.2.2	Données nucléaires	199
2.3	Potentiel complexe	199

3	Lien avec le libre parcours moyen	201
3.1	Section efficace d'absorption	201
3.2	Section efficace élastique	202
3.3	Retour au potentiel complexe	206
3.4	Section efficace totale	207
4	Non localité du potentiel optique	207
5	Couplages	208
6	Interaction effective	210
6.1	Interaction effective	210
6.2	Brückner-Hartree-Fock (BHF) : généralités	211
6.3	Potentiels de convolution	214
6.3.1	Potentiel "JLM"	214
6.3.2	Potentiel de Melbourne	217
6.3.3	Potentiel dans l'espace des impulsions	219
7	Aspects phénoménologiques du potentiel optique	220
8	Anti-résumé	220
9	Annexe : Relations de dispersion	222

1 Sonder la structure nucléaire

Une des manières les plus naturelles pour sonder la structure d'un noyau consiste à envoyer un projectile dessus, et à mesurer ce qui sort de la réaction. Le type de réaction le plus simple que l'on puisse imaginer pour cela est la réaction élastique où la particule mesurée en voie de sortie est de même nature et de même énergie que le projectile.

Il y a eu jusque dans les années 80 une forte activité de mesures de diffusion élastique d'électrons sur les noyaux stables, ceci afin de sonder la structure des noyaux dans leur état fondamental. La diffusion d'électrons présente en effet de nombreuses qualités qui rendent son utilisation assez naturelle. Premièrement les électrons interagissent avec le noyau à travers l'interaction coulombienne qui est parfaitement bien connue et dont le traitement ne pose pas de problème, ce qui permet une déconvolution non ambiguë de la densité de charge sous-jacente. Deuxièmement, le fait que la sonde soit de nature complètement différente de la cible simplifie grandement cette déconvolution, puisqu'il n'y a pas de processus d'échange à prendre en compte entre la sonde et les nucléons de la cible. Troisièmement, la longue portée de l'interaction coulombienne garantit que toute la cible sera sondée, même si l'électron ne pénètre pas complètement la cible. Tous ces avantages viennent avec un inconvénient : l'interaction coulombienne ne sonde que la charge et donc essentiellement les protons (ainsi que la distribution de charge à l'intérieur des neutrons). Ces études ont été extrêmement précieuses pour comparer les différents modèles de structure nucléaire disponibles (voir Fig. 1).

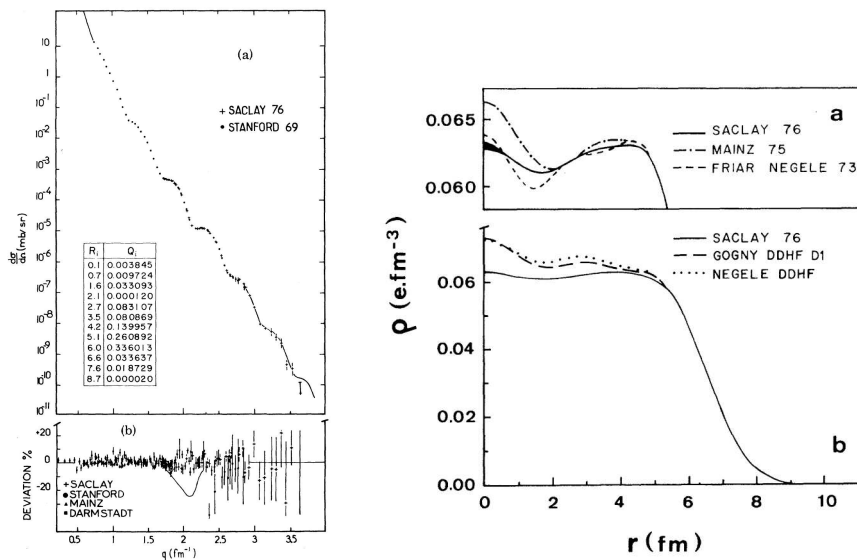


FIG. 1 – Section efficace de diffusion élastique d'électrons sur du ^{208}Pb (à gauche), et la densité de charge qui en est déduite comparée aux prédictions de différents modèles (à droite). Figures tirées de [1]

L'étude des états excités des noyaux cibles est aussi possible par diffusion inélastique d'électrons, et comme la diffusion élastique, ces mesures produisent des contraintes expérimentales non ambiguës (indépendantes d'un modèle) pour les théories de structure nucléaire. Comme la diffusion élastique pour la structure de la cible dans son état fondamental, ces mesures produisent des densités de transition de charge qui sont directement comparables aux prédictions des différentes théories de structure nucléaire (voir Fig. 2) et ont permis de discriminer entre

ces différentes théories.

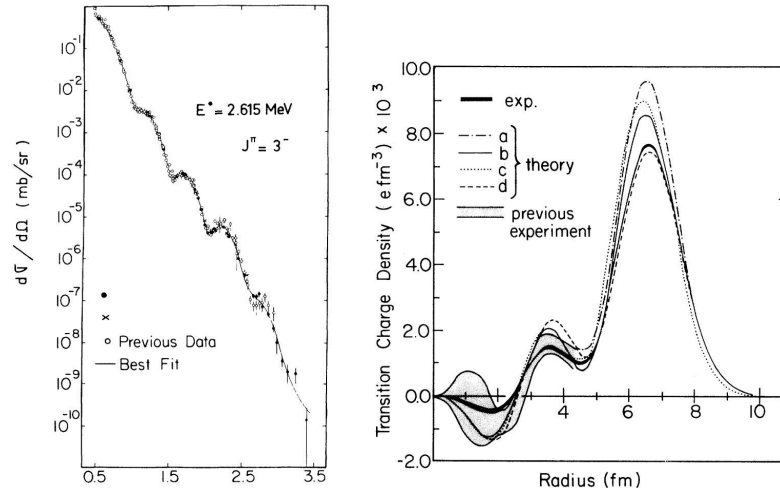


FIG. 2 – Section efficace de diffusion inélastique d'électrons sur du ^{208}Pb vers le premier état 3^- (à gauche), et la densité de transition de charge qui en est déduite comparée aux prédictions de différents modèles (à droite). Figures tirées de [2]

Lorsque les études de structure nucléaire expérimentale se sont tournées vers des noyaux exotiques instables, il n'a naturellement pas été possible de fabriquer des cibles de noyaux instables et ce type de mesure a cessé d'être intéressant. Ce n'est que récemment, avec les projets de collisionneurs électron-ion ELISE-FAIR à GSI Darmstadt et de Riken au Japon, que la diffusion élastique et inélastique d'électrons connaît un regain d'intérêt. On peut espérer que ces travaux apporteront autant à la connaissance des noyaux instables que les études des années 80 l'ont fait pour les noyaux de la vallée de stabilité.

Afin d'étudier la structure des noyaux instables, il a donc fallu mettre en oeuvre d'autres techniques. La technique de l'excitation coulombienne qui peut être utilisée en cinématique inverse, et donc pour des "cibles" instables, a été très largement utilisée. Elle consiste à envoyer un faisceau du noyau à étudier sur une cible lourde stable (souvent du plomb ou de l'or) et à mesurer la diffusion inélastique coulombienne. Bien qu'elle ne permette pas de remonter à la densité de transition, cette méthode permet de mesurer l'énergie des états excités ainsi que leur collectivité à travers les observables telles que $B(E2)$ (voir Fig. 3).

Une alternative pour sonder la structure nucléaire consiste à utiliser non pas l'interaction coulombienne mais l'interaction nucléaire, et pour cela utiliser des nucléons comme sonde. L'utilisation de nucléons pour sonder la structure des noyaux permet de sonder toute la distribution de matière nucléaire (proton et neutron) et non pas essentiellement les protons comme la diffusion d'électrons. De ce point de vue la diffusion de nucléons est complémentaire de la diffusion d'électrons puisque l'une sonde la densité de matière et l'autre sonde la densité de charge. De plus, la diffusion protons est utilisable en cinématique inverse, ce qui permet son application pour des "cibles" instables. La diffusion de nucléons présente cependant des inconvénients liés au fait que l'interaction nucléaire est mal connue, et que la connaissance de la structure nucléaire que l'on tire d'expériences de diffusion de nucléons est entachée par cette méconnaissance. De plus, l'interaction nucléaire étant de courte portée, la zone de la "cible" sondée par la diffusion de nucléons est limitée à la zone où la probabilité de présence du projectile est importante.

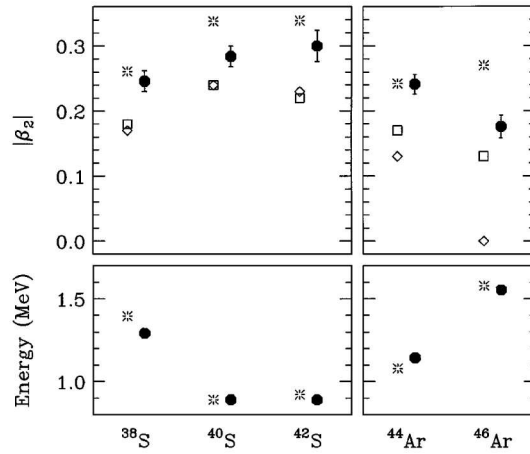


FIG. 3 – Paramètre de déformation β_2 et énergie du premier 2^+ d’une série d’isotopes de soufre et argon, mesurés par excitation coulombienne et comparés à des résultats de calculs théoriques. Figure tirée de [3]

Cette zone peut se limiter à la surface de la cible dans le cas de projectiles de faible énergie. Finalement, une autre complication est liée au fait que le nucléon projectile est de même nature que les nucléons de la cible, et que l’échange doit être pris en compte.

La diffusion élastique et inélastique de nucléon est modélisée par le modèle optique. Dans ce cours, j’essaierai de montrer comment et avec quelles limites le potentiel optique peut servir à interpréter des expériences de diffusion de nucléons, et comment la diffusion de nucléons peut permettre de discriminer entre différentes théories de structure nucléaire, comme cela a été fait, en son temps, par la diffusion d’électrons.

2 Qu’est ce que le potentiel optique

Comme le temps accordé à ce cours ne permet pas de développer tous les aspects du potentiel optique, j’en montre ici quelques uns des plus intéressants/utiles (souvent simplifiés à l’extrême).

2.1 Position du problème

Le problème posé consiste à rendre compte de l’interaction *directe* d’un projectile (p, n, d, t, α , $\frac{A'}{Z'}Y$) avec une cible ($\frac{A}{Z}X$).

Il faut alors prédire les observables : $\sigma_{Totale}(E)$, $\sigma_{Reaction}(E)$, $\sigma_{Elastique}(E)$, $d\sigma/d\Omega(E, \theta)$. Voir Fig 4.

Il existe deux types de solutions pour ce problème :

2.1.1 Solution compliquée

(ici dans le cas de la diffusion nucléon-noyau) Résoudre le problème à $A+1$ nucléons, avec initialement A nucléons liés (cible) et un nucléon libre incident (projectile).

Cette approche implique la résolution d’un Hamiltonien à A corps (plus le mouvement du centre de masse) : difficile.

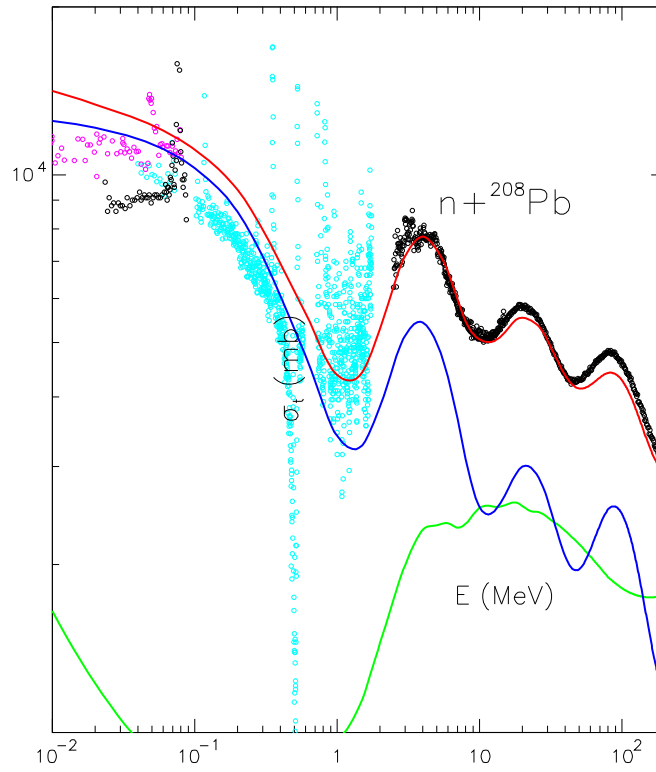


FIG. 4 – Sections efficaces Totale (rose), Elastique (bleu) et de Réaction (vert) d’un neutron sur du ^{208}Pb entre 10 keV et 200 MeV.

2.1.2 Autre solution (moins compliquée)

Calculer un *potentiel effectif* qui rend compte de l’interaction projectile-cible comme un système à 2 corps \rightarrow Hamiltonien à 1 corps (plus CDM).

On appelle ce potentiel effectif le *Potentiel Optique* noté $U(r, E, \dots)$. Il est d’un emploi plus aisé que le calcul complet à A corps et cette approche peut être utilisée pour des énergies de projectiles allant de quelques keV à quelques GeV. Il faut cependant se rappeler que le potentiel optique (Optical Model Potential ou OMP en anglais) ne décrit que la partie directe de l’interaction et que dans tout cet intervalle d’énergie il existe d’autres processus de réaction qui contribuent aux mesures (voir Fig. 5).

Hypothèse Majeure : Les degrés de liberté internes (à la cible ou au projectile) sont séparables du mouvement relatif cible-projectile. C’est-à-dire que pour une réaction $A + a \rightarrow B + b \dots$ on s’intéresse à $T_{ba} = \langle \psi_b | v | \psi_a \rangle$, avec :

$$\psi = \phi \cdot \chi(r), \quad (1)$$

où ψ est la fonction d’onde complète, ϕ est la fonction d’onde associée aux degrés de liberté internes (projectile et cible) et χ est la fonction d’onde relative. Ce point sera développé dans le chapitre 6 sur les interactions effectives.

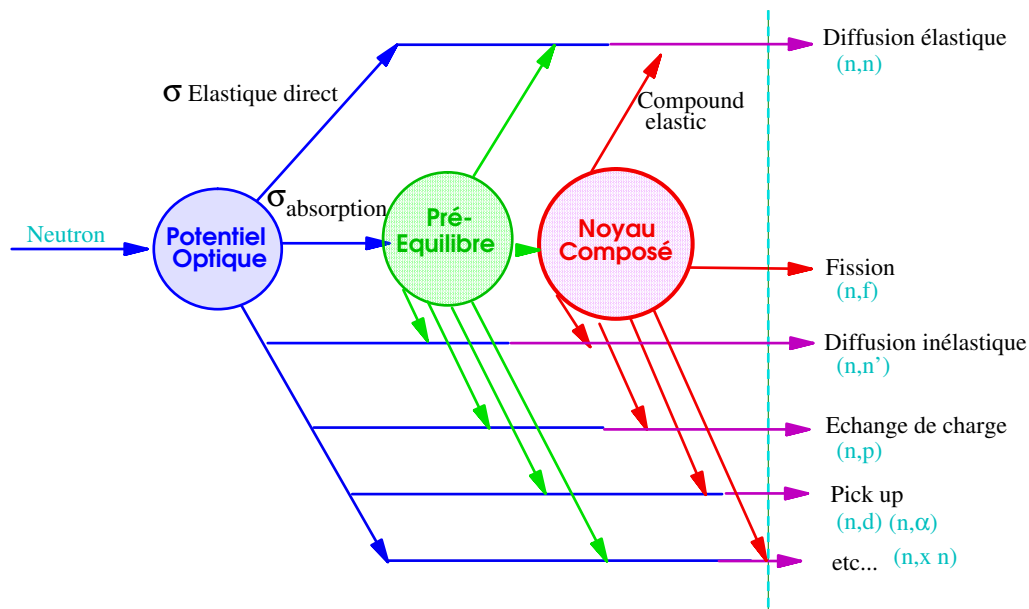


FIG. 5 – Enchaînement des modèles permettant de calculer les observables mesurées.

2.2 Utilité du potentiel optique

Le potentiel optique sert à calculer/prédire/reproduire les sections efficaces de diffusion élastiques et inélastiques *directes* ainsi que la section efficace de réaction. (Voir Fig. 4).

Le potentiel optique a deux types d'applications (outre son intérêt scientifique intrinsèque) :

2.2.1 Etudes de structure nucléaire expérimentale

On peut penser que la manière dont les A nucléons de la cible sont assemblés (fonction d'onde de degrés de liberté internes de la cible) a une influence sur la façon dont le projectile va être diffusé.

L'utilité du potentiel optique consiste donc en la création d'un lien entre les études expérimentales de réactions nucléaires et ce qu'on sait ou croit savoir de la structure des noyaux impliqués dans la réaction. C'est l'objet de ce cours.

2.2.2 Données nucléaires

Le modèle optique permet de calculer des sections efficaces (et d'autres quantités comme les coefficients de transmission T_ℓ) qui entrent comme ingrédients dans les calculs d'autres modèles :

Exemples : physique des réacteurs nucléaires, neutronique, applications médicales, "incinération" des déchets nucléaires, astrophysique, électronique, contrôles non destructifs, etc...

La figure 5 montre comment les quantités calculées à l'aide du potentiel optique servent d'ingrédients aux autres modèles utilisés pour l'évaluation des données nucléaires. Pour en savoir plus sur le potentiel optique pour les données nucléaires reportez-vous à [4]

2.3 Potentiel complexe

Expérimentalement on a vu qu'une partie du flux incident sur la cible n'est pas diffusé de façon élastique : il y a disparition de flux de la voie élastique vers d'autres voies de réaction

(inélastique, capture, ...).

Par analogie avec l'optique on rend compte de ces réactions par un potentiel complexe :

$$U = V + iW$$

avec $V = \text{Re}(U)$: réfraction, et $W = \text{Im}(U)$: absorption.

Illustration avec l'équation de Schrödinger :

$$(H + T + U - E)\psi = 0$$

et $T = -\hbar^2/2\mu \nabla^2$ Comme on a fait l'hypothèse de la séparabilité des degrés de liberté internes et relatifs (Eq. 1) on peut séparément écrire l'Équation de Schrödinger (EDS) interne :

$$(H - E_I)\phi = 0,$$

et l'EDS du mouvement relatif :

$$(T + U - \epsilon)\chi = 0. \quad (2)$$

en multipliant à gauche (2) par χ^* , et en soustrayant à l'équation conjuguée :

$$\begin{aligned} \chi^*(T + U - \epsilon)\chi &= 0 \\ -\chi(T + U^* - \epsilon)\chi^* &= 0 \\ -\frac{\hbar^2}{2\mu}(\chi^*\nabla^2\chi - \chi\nabla^2\chi^*) + (U - U^*)\chi\chi^* &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

dans $U - U^*$ on reconnaît $2i\text{Im}(U) = 2iW$, et $\chi\chi^* = \rho(r)$.

En se rappelant de la définition du courant de probabilité (Messiah T1, Ch IV, §4) :

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{im}\text{Re}(\chi^*\nabla\chi) = \frac{\hbar}{2im}(\chi^*\nabla\chi - \chi\nabla\chi^*)$$

on calcule $\text{div}(\vec{j})$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\hbar}{2im}(\chi^*\nabla^2\chi - \chi\nabla^2\chi^*)$$

que l'on peut identifier dans (3). Et l'on trouve :

$$\boxed{\hbar \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 2 \rho W} \quad (4)$$

L'Eq. 4 s'interprète ainsi : si $W < 0$ il y a disparition de flux (absorption), si $W > 0$ il y a émission de flux. Pour le potentiel optique, le flux qui disparaît ($W < 0$) correspond au flux qui part dans des voies de réaction autres que la voie élastique (directe).

3 Lien avec le libre parcours moyen

Pour un potentiel constant (indépendant de \vec{r}) $U = -(V + iW)$ la fonction d'onde χ s'écrit comme une onde plane :

$$\chi(\vec{r}) = e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}}$$

κ vient de l'EDS :

$$\kappa^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2}(E + V + iW)$$

$$\kappa = \left(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E + V) \right)^{1/2} \left(1 + \frac{iW}{E + V} \right)^{1/2}$$

Si $W \ll E + V$ on peut faire le développement au 1er ordre :

$$\kappa = \left(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E + V) \right)^{1/2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{iW}{E + V} \right)$$

que l'on réintroduit dans la fonction d'onde χ ($W = -|W|$) :

$$\chi(\vec{r}) = e^{i\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E+V)\right)^{1/2} \cdot \vec{r}} \times e^{-\left(\frac{\mu}{2\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{|W|}{(E+V)^{1/2}} \cdot \vec{r}} \quad (5)$$

Dans (5) le premier terme correspond à une onde plane dont l'amplitude est amortie par le second terme exponentiellement décroissant. En réécrivant ce second terme sous la forme $e^{-\vec{r}/\lambda}$ on fait apparaître le libre parcours moyen λ .

$$\lambda = \hbar \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\sqrt{E + V}}{|W|}}$$

Le fait que ce libre parcours moyen ne soit pas infini signifie que (particulièrement à basse énergie) le projectile ne pénètre pas toujours complètement la cible et n'interagit donc qu'avec les "couches" les plus externes de la cible. Il en résulte que, surtout à basse énergie, la diffusion d'un projectile sur une cible est essentiellement sensible à la surface du potentiel optique, c'est-à-dire à la partie la plus externe de celui-ci.

3.1 Section efficace d'absorption

C'est la quantité de flux qui disparaît de la voie élastique (directe). En notant v le courant incident ;

$$\sigma_{abs} = \frac{-\int \vec{\nabla} \cdot \vec{j} d^3r}{v}$$

En substituant (4) dans cette équation on obtient :

$$\sigma_{abs} = -\frac{2}{\hbar v} \int \rho(\vec{r}) W(\vec{r}) d^3r$$

En se rappelant la définition de $\rho(\vec{r}) = \chi^*(\vec{r})\chi(\vec{r})$, en décomposant $\chi(\vec{r})$ en ondes partielles selon l le moment angulaire orbital (qui est un nombre quantique adapté/conservé pour les problèmes de diffusion) :

$$\chi(\vec{r}) = \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l u_l(r) P_l(\cos(\theta)), \quad (6)$$

et en utilisant l'orthogonalité des polynômes de Legendre ($P_l(\cos(\theta))$) :

$$\int_{-1}^{+1} P_l(\cos(\theta)) P_{l'}(\cos(\theta)) d(\cos(\theta)) = 2 \frac{\delta(l, l')}{2l+1} \quad (7)$$

on obtient finalement :

$$\sigma_{abs} = -\frac{2}{\hbar v} \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \int_0^{\infty} |u_l(r)|^2 W(r) dr$$

On peut réinterpréter l'équation ci-dessus comme :

$$\boxed{\sigma_{abs} = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{abs}(l)} \quad (8)$$

avec :

$$\boxed{\sigma_{abs}(l) = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) T_l} \quad (9)$$

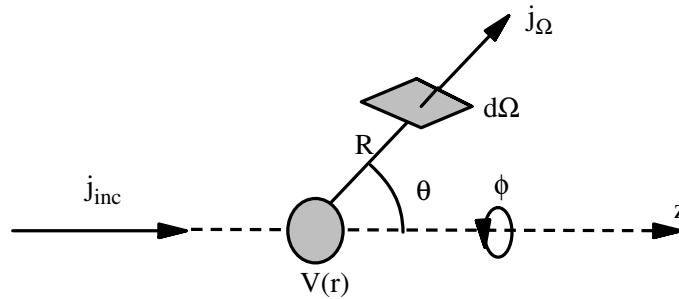
et

$$\boxed{T_l = -\frac{8}{\hbar v} \int_0^{\infty} |u_l(r)|^2 W(r) dr.} \quad (10)$$

T_l est appelé le coefficient de transmission. Ce coefficient est utilisé pour les calculs de modèle statistique.

3.2 Section efficace élastique

Rappels de théorie de la diffusion pour un potentiel réel



A la limite $r \rightarrow \infty$ (r : distance cible projectile) la fonction d'onde incidente est une onde plane $\chi_{inc}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, et l'onde diffusée élastiquement est une onde sphérique $\chi_{el}(\vec{r}) = f(\Omega) \frac{e^{ikr}}{r}$. La fonction d'onde complète est de la forme :

$$\chi(\vec{r} \rightarrow \infty) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\Omega) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (11)$$

et est solution de l'équation de Schrödinger :

$$(H - E)\chi = 0.$$

On se propose de calculer $d\sigma_{el}(\Omega)$ l'élément de section efficace élastique dans la direction Ω . $d\sigma_{el}(\Omega)$ s'écrit :

$$d\sigma_{el}(\Omega) = \frac{\vec{j}_{el}(\Omega)}{\vec{j}_{inc}}$$

avec $\vec{j}_{el}(\Omega)$ le flux sortant dans la direction Ω , et \vec{j}_{inc} le flux incident. \vec{j}_{inc} s'écrit :

$$\vec{j}_{inc} = \hbar/\mu \vec{k} = \vec{v}.$$

le flux diffusé dans la direction Ω à travers l'élément d'angle solide $d\Omega$ s'écrit :

$$\vec{j}_{el}(\Omega)r^2 d\Omega = \frac{\hbar}{2i\mu} \left[f^*(\Omega) \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(f(\Omega) \frac{e^{ikr}}{r} \right) - f(\Omega) \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(f^*(\Omega) \frac{e^{-ikr}}{r} \right) \right] r^2 d\Omega$$

en développant et en simplifiant on obtient :

$$\vec{j}_{el}(\Omega) r^2 d\Omega = |f(\Omega)|^2 \frac{\hbar}{\mu} k d\Omega = |f(\Omega)|^2 v d\Omega$$

d'où :

$$\boxed{\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\Omega)|^2} \quad (12)$$

et en intégrant selon Ω :

$$\boxed{\sigma_{el} = \int_{4\pi} |f(\Omega)|^2 d\Omega} \quad (13)$$

C'est très intéressant car toute l'information sur la diffusion élastique est contenue dans $f(\Omega)$, mais rien ne dit comment calculer $f(\Omega)$. Pour cela, il faut tout écrire en coordonnées sphériques et décomposer en ondes partielles.

En coordonnées sphériques l'EDS s'écrit :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) - E \right) \chi(\vec{r}) = 0.$$

La partie cinétique du Hamiltonien se décompose en une partie radiale et une partie angulaire (Messiah T1, Ch IX, §2) :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r + \frac{L^2}{2\mu r}.$$

Et l'opérateur L^2 s'écrit :

$$L^2 = -\hbar \left[\frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right].$$

On décompose tout d'abord l'onde plane en ondes partielles :

$$e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = e^{ik r \cos(\theta)} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l j_l(kr) P_l(\cos\theta) \quad (14)$$

avec $j_l(kr)$ fonction de Bessel sphérique (Messiah T1, Annexe II, §6)

$$j_l(kr) \propto \frac{\sin(kr - \pi l/2)}{kr} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} -i^l \frac{e^{ikr} + (-)^{l+1} e^{-ikr}}{2ikr}$$

De même, on peut décomposer $\chi(\vec{r})$ en ondes partielles (6) ainsi que $f(\theta)$:

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos(\theta)) \quad (15)$$

En se souvenant que les P_l sont fonctions propres de L^2 :

$$L^2 P_l(\cos(\theta)) = \hbar^2 l(l+1) P_l(\cos(\theta))$$

on peut réécrire l'EDS :

$$\sum_{l=0}^{\infty} \left[\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \hbar^2 \frac{l(l+1)}{2\mu r^2} + V(r) - E \right) (2l+1) i^l \frac{u_l(r)}{kr} P_l(\cos(\theta)) \right] = 0$$

en éliminant P_l on obtient les EDS radiales qui donnent les $u_l(r)$ (une équation par valeur de l) :

$$\boxed{\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) + k^2 \right) u_l(r) = 0} \quad (16)$$

avec :

$$k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}.$$

Pour résoudre l'équation différentielle (16) et obtenir $u_l(r)$, il faut fixer des conditions aux limites sur $u_l(r)$. $u_l(r)$ est finie donc :

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} 0.$$

Pour $r \rightarrow \infty$, $\frac{l(l+1)}{r^2}$ et $V(r)$ tendent vers 0. (16) se simplifie alors et devient :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 \right) u_l(r \rightarrow \infty) = 0.$$

Les solutions $u_l(r \rightarrow \infty)$ de cette équation sont de la forme :

$$u_l(r \rightarrow \infty) = a_l \frac{i^{-l} e^{i\delta_l} e^{ikr} - i^l e^{-i\delta_l} e^{-ikr}}{2i} \quad (17)$$

avec δ_l le décalage de phase (phase shift en anglais) dû au potentiel. En effet, à l'infini le seul effet du potentiel sur la fonction d'onde est d'introduire une phase dans la fonction d'onde. Si le potentiel est réel δ_l est réel.

En reprenant (11) et en introduisant les décompositions en ondes partielles de l'onde plane (14) et de $f(\Omega)$ (15) on obtient :

$$\chi(\vec{r}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos(\theta)) \left((-)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + (1 + 2 i k f_l) \frac{e^{ikr}}{r} \right).$$

Si cette fois on reprend (6) en y introduisant (17) on obtient :

$$\chi(\vec{r}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos(\theta)) a_l \left((-)^{l+1} e^{-i\delta_l} \frac{e^{-ikr}}{r} + e^{i\delta_l} \frac{e^{ikr}}{r} \right).$$

En identifiant les deux dernières équations on obtient $1 = a_l e^{-i\delta_l}$ et $(1 + 2 i k f_l) = a_l e^{i\delta_l}$, d'où l'on peut tirer la valeur de f_l :

$$\boxed{f_l = \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta_l} - 1)}$$

Maintenant on peut calculer $f(\Omega)$ en sommant les f_l avec (15). En effet, en pratique, connaissant $V(r)$ on peut résoudre (16) numériquement et identifier la solution à grand r avec (17), d'où l'on tire les δ_l , ce qui permet de calculer les f_l , puis $f(\Omega)$, et enfin $d\sigma_{el}/d\Omega$ et σ_{el} .

On définit la matrice S :

$$\boxed{S_l = e^{2i\delta_l}}$$

$f(\Omega)$ devient :

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(S_l - 1)P_l(\cos(\theta)) \quad (18)$$

d'où l'on tire $d\sigma_{el}/d\Omega$:

$$\boxed{\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{1}{4k^2} \sum_{l,l'=0}^{\infty} (2l+1)(2l'+1)(S_l - 1)(S_{l'}^* - 1)P_l(\cos(\theta))P_{l'}(\cos(\theta))}.$$

Dans cette expression on peut remarquer qu'il y a des termes croisés en l et l' qui produisent des structures complexes. Voir Fig. 6.

Pour calculer σ_{el} il suffit d'intégrer sur les angles

$$\sigma_{el} = \int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} d(\cos(\theta))$$

et en utilisant l'orthogonalité des P_l (7), on obtient :

$$\boxed{\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |S_l - 1|^2}$$

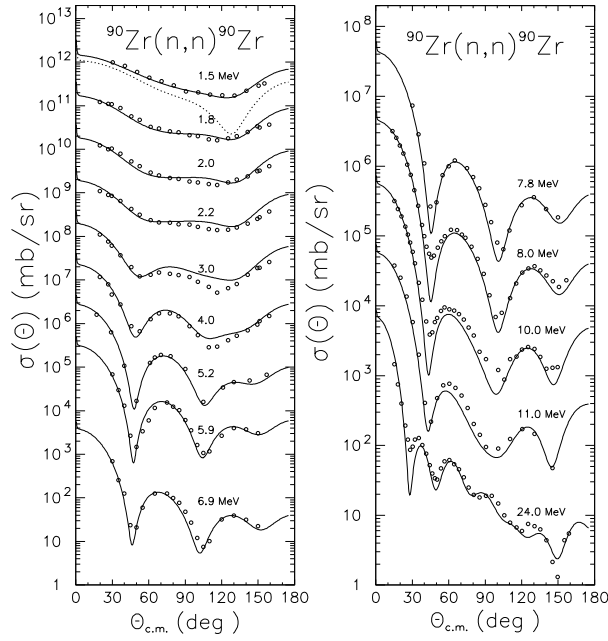


FIG. 6 – Sections efficaces différentielles de diffusion d’un neutron sur un noyau de ^{90}Zr entre 1.5 MeV et 24 MeV.

3.3 Retour au potentiel complexe

Si l’on n’a plus $V(r)$ mais $U(r) = V(r) + iW(r)$ les expressions dérivées plus haut sont justes à condition de considérer que $u_l(r)$ et δ_l sont maintenant complexes. On peut alors exprimer σ_{el} sous sa forme la plus connue :

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |e^{i\delta_l} \sin(\delta_l)|^2$$

On peut aussi essayer de calculer σ_{abs} en termes de δ_l . Pour cela on réévalue $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$ (toujours pour $R \rightarrow \infty$) :

$$-\int \vec{\nabla} \cdot \vec{j} d^3r = \frac{\hbar}{2\mu i} R^2 2\pi \int_{-1}^1 \left(\chi^* \frac{\partial}{\partial r} \chi - \chi \frac{\partial}{\partial r} \chi^* \right)_{r=R} d(\cos(\theta))$$

et on y introduit une expression asymptotique de $\chi(\vec{r})$:

$$\chi(\vec{r}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left((-)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + S_l \frac{e^{ikr}}{r} \right) P_l(\cos(\theta))$$

et toujours en utilisant l’orthogonalité des P_l (7), on obtient :

$$-\int \vec{\nabla} \cdot \vec{j} d^3r = \frac{\hbar\pi}{\mu k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l|^2)$$

d’où :

$$\sigma_{abs} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l|^2) .$$

En identifiant avec (9) on peut trouver une expression de T_l en fonction de S_l :

$$T_l = 1 - |S_l|^2 .$$

3.4 Section efficace totale

C'est la somme de la section efficace élastique et de la section efficace d'absorption :

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{abs} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - Re(S_l))$$

Si l'on compare cette expression avec la partie imaginaire de $f(\theta = 0)$ (18) on peut remarquer que :

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} Im(f(\theta = 0)) .$$

C'est le théorème optique qui relie la section efficace élastique à l'avant à la section efficace totale. Ainsi un calcul de potentiel optique qui reproduit bien les mesures de diffusion élastique aux angles avants, reproduit *forcement* bien la section efficace totale (et inversement).

4 Non localité du potentiel optique

Dans ce chapitre nous allons essayer de voir que même si jusqu'à maintenant nous avons utilisé un potentiel optique local, un potentiel optique dans toute sa généralité est non local.

Si nous revenons à une description de la diffusion en terme de problème à A+1 corps, et si l'on écrit la fonction d'onde totale comme une somme antisymétrisée des A $\phi_i(\vec{r})$ les fonctions d'onde du i^{eme} noyau de la cible et de $\chi(\vec{r})$ la fonction d'onde du nucléon projectile, on peut écrire l'EDS (en supposant un certain découplage entre les degrés de liberté internes et relatifs) :

$$E \chi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \chi(\vec{r}) + \sum_{i=1}^A \int [|\phi_i(\vec{r}_i)|^2 v(\vec{r} - \vec{r}_i) \chi(\vec{r})] - [\phi_i^*(\vec{r}_i) \phi_i(\vec{r}) v(\vec{r} - \vec{r}_i) \chi(\vec{r}_i)] d\vec{r}_i$$

Le premier terme de l'intégrale (le terme direct) est local c'est-à-dire qu'on peut le replacer par quelque chose de la forme $\chi(\vec{r})U(\vec{r})$. Au contraire, le deuxième terme (le terme d'échange) ne peut pas être mis sous cette forme et doit rester sous la forme d'une intégrale du type $\int u(\vec{r}, \vec{r}') \chi(\vec{r}') d\vec{r}'$: une forme non locale.

Dans la pratique, dans beaucoup de cas on utilise un potentiel optique local "équivalent" $U(r)$ pour éviter de traîner toute la complexité de $u(r, r')$. On doit alors avoir :

$$\chi(\vec{r})U(\vec{r}) = \int u(\vec{r}, \vec{r}') \chi(\vec{r}') d\vec{r}'$$

Il est aussi courant de n'utiliser qu'un potentiel local, sans forcer l'équivalence avec le potentiel complet non local. Dans ce cas, on néglige les effets de non localité (qui peuvent être importants, surtout si A est petit).

Pour avoir une autre idée de la non-localité on peut faire un développement de Taylor de $\chi(r')$ autour de $\chi(r)$ (on suppose que $v(\vec{r} - \vec{r}')$ est un potentiel de courte portée).

$$\chi(\vec{r}') = \chi(\vec{r}) + (\vec{r}' - \vec{r})\nabla\chi(\vec{r}) + \frac{1}{2}(\vec{r}' - \vec{r})^2\nabla^2\chi(\vec{r}) + \dots$$

Comme $\nabla = \frac{p}{i\hbar}$, et comme les termes impairs s'annulent par intégration :

$$\chi(\vec{r})U(\vec{r}) = [U_0(\vec{r}) + U_2(\vec{r})p^2 + \dots] \chi(\vec{r})$$

La non localité peut aussi se voir comme une dépendance en impulsion supplémentaire (au-delà de celle qui est associée à la dépendance en énergie).

5 Couplages

Jusqu'à maintenant nous n'avons pas considéré explicitement le spectre des états internes $\phi_i(\xi)$ (ξ : coordonnées internes). Si $\phi_i(\xi)$ a N états propres accessibles alors pour tout $i=1, \dots, N$ ϕ_i est un état propre de l'EDS et ϵ_i sa valeur propre associée :

$$(h - \epsilon_i)\phi_i = 0$$

et

$$\int d\xi \phi_i^*(\xi)\phi_j(\xi) = \delta_{ij}$$

Les états de diffusion qui laissent les degrés de liberté internes dans l'état i $\Psi_i(\vec{r}, \xi)$, solutions de l'EDS $(T + h + U - E)\Psi_i = 0$ sont alors écrits

$$\Psi_i(\vec{r}, \xi) = \sum_{j=1}^N \chi_{ij}(\vec{r})\phi_j(\xi) \quad (19)$$

avec

$$\chi_{ij}(\vec{r}) = \int d\xi \phi_j^*(\xi)\Psi_i(\vec{r}, \xi) \quad (20)$$

$\chi_{ij}(\vec{r})$ s'interprète comme le recouvrement entre la fonction d'onde interne ϕ_j et l'état de diffusion Ψ_i et est la contribution à la fonction d'onde relative associée à l'état interne j laissant le système dans l'état i . L'équation (19) implique que pour un état de diffusion donné, tous les états internes contribuent a priori.

En développant l'EDS de $\Psi_i(\vec{r}, \xi)$ on obtient N équations indicées par j

$$\int d\xi \phi_j^*(\xi) \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} + h + U(\vec{r}, \xi) - E \right) \sum_{k=1}^N \chi_{ik}(\vec{r})\phi_k(\xi)$$

et en utilisant l'orthogonalité des ϕ et leur EDS interne :

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} - E_j + U_{ii}(\vec{r}) \right) \chi_{ii}(\vec{r}) = - \sum_{j \neq i} U_{ij}(\vec{r})\chi_{ij}(\vec{r}) \quad (21)$$

avec

$$E_j = E - \epsilon_j$$

et

$$U_{ij}(\vec{r}) = \int d\xi \phi_i^*(\xi) U(\vec{r}, \xi) \phi_j(\xi)$$

$U_{ij}(\vec{r})$ est le potentiel de couplage entre deux états internes. (21) définit un système de N équations couplées dont les solutions sont les χ_{ij} pour i donné et j=1,...,N, qui permettent de calculer $\Psi_i(\vec{r}, \xi)$. Pour calculer les $\Psi_i(\vec{r}, \xi)$ pour tous les i, il faut donc résoudre N systèmes couplés.

Un exemple simple : le couplage spin-orbite d'une particule de spin 1/2 sur une cible de spin 0.

Comme dans le modèle en couche l'interaction spin-orbite couple le spin s du projectile avec son moment angulaire relatif. On considère ici que le seul degré de liberté interne mis en jeu est la projection du spin du projectile ; c'est-à-dire $M=\pm 1/2$: il n'y a que deux états dégénérés. Le potentiel de couplage est :

$$V = V_{ls}(r) \vec{l} \cdot \vec{s}$$

La fonction d'onde d'un état de diffusion s'écrit :

$$\Psi(\vec{r}, s) = \chi_{\frac{1}{2}}(\vec{r}) \phi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(s) + \chi_{-\frac{1}{2}}(\vec{r}) \phi_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(s)$$

Le potentiel de couplage s'écrit alors :

$$V_{ik}(\vec{r}) = V_{M, M'} = V_{ls}(r) \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \phi_{\frac{1}{2}, M}^*(s) (\vec{l} \cdot \vec{s}) \phi_{\frac{1}{2}, M'}(s)$$

mais il est difficile de travailler avec cette équation. Il vaut mieux faire une décomposition en ondes partielles et travailler à J donné (J : spin total $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$).

$$V_{ik}^J(\vec{r}) = V_{l, l'}^J = V_{ls}(r) \int d\xi \mathcal{Y}_{l, J}^*(\xi) (\vec{l} \cdot \vec{s}) \mathcal{Y}_{l', J}^*(\xi)$$

Comme $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$, on a $\vec{l} \cdot \vec{s} = 1/2(J^2 - l^2 - S^2)$, et comme \mathcal{Y} est fonction propre de J^2 , l^2 et s^2 avec les valeurs propres $J(J+1)$, $l(l+1)$ et $3/4$ on obtient :

$$V_{ik}^J(\vec{r}) = V_{l, l'}^J = \frac{1}{2} V_{ls}(r) [J(J+1) - l(l+1) - 3/4] \delta_{ll'}$$

qui est diagonal (les équations ne sont même pas couplées). En se rappelant que $l=J \pm 1/2$ on obtient les deux éléments de matrice non nuls pour chaque J :

$$V_{l=J-1/2, l'=J-1/2}^J = \frac{1}{2} V_{ls}(r) l$$

$$V_{l=J+1/2, l'=J+1/2}^J = \frac{1}{2} V_{ls}(r) (-l - 1)$$

il suffit de résoudre l'EDS pour chaque J et $l=J \pm 1/2$ et de revenir à une représentation en J, s_z par des coefficients de Clebsh-Gordan.

6 Interaction effective

Nous allons maintenant essayer de comprendre le concept d'interaction effective et comment ce concept s'applique au modèle optique.

6.1 Interaction effective

On divise l'espace des états accessibles au système de $A+1$ nucléons en deux sous espaces p et q , et les projecteurs P et Q vers ces deux sous espaces. On définit p comme l'espace des états du système correspondant à une diffusion élastique, et q comme le complémentaire de p . On a :

$$\begin{aligned}
 P^2 &= P \\
 Q^2 &= Q \\
 Q &= 1 - P \\
 PQ &= QP = 0 \\
 P + Q &= 1
 \end{aligned} \tag{22}$$

En introduisant (22) dans l'EDS $(E - H)\psi = 0$ on obtient :

$$\begin{aligned}
 (E - H)(P + Q)\psi &= 0. \\
 EP\psi + EQ\psi - HP\psi - HQ\psi &= 0.
 \end{aligned} \tag{23}$$

De même on peut décomposer H en :

$$H = PHP + QHQ + PHQ + QHP = H_{PP} + H_{QQ} + H_{PQ} + H_{QP}$$

En multipliant (23) à gauche par Q :

$$\begin{aligned}
 EQP\psi + EQQ\psi - QHP\psi - QHQ\psi &= 0. \\
 (E - H_{QQ})(Q\psi) &= H_{QP}(P\psi)
 \end{aligned}$$

et on en tire :

$$Q\psi = \frac{1}{E - H_{QQ} + i\epsilon} H_{QP}(P\psi) \tag{24}$$

Le $i\epsilon$ est ajouté pour assurer l'analyticité de la fonction.

En multipliant (23) à gauche par P :

$$\begin{aligned}
 (EPP\psi + EPQ\psi - PHP\psi - PHQ\psi) &= 0. \\
 (E - H_{PP})(P\psi) &= H_{PQ}(Q\psi)
 \end{aligned}$$

et en y introduisant l'expression de $Q\psi$ de (24) on trouve :

$$\boxed{(E - H_{PP} - [H_{PQ}(E - H_{QQ} + i\epsilon)^{-1}H_{QP}])(P\psi) = 0} \tag{25}$$

Cette équation est suffisante si l'on ne s'intéresse qu'à la partie élastique du problème de diffusion : elle donne le même résultat pour $(P\psi)$ que l'équation de Schrödinger complète. En revanche, (25) ne dit rien sur les états inélastiques $(Q\psi)$ (contrairement à l'EDS complète).

On peut aussi réécrire (25) comme :

$$(E - H_{interne} - t - v)(P\psi) = 0$$

avec

$$\boxed{v = V_{PP} + V_{PQ}(E - H_{QQ} + i\epsilon)^{-1}V_{QP}} \quad (26)$$

Si on écrit l'élément de matrice de transition :

$$\tau_{aa'} = \langle \chi_{a'} | V | \psi_a \rangle = \langle \chi_{a'} | v | P\psi_a \rangle$$

cet élément de matrice peut être écrit soit en fonction de ψ et utilise alors V l'interaction brute, soit en fonction de $P\psi$ et utilise alors v une interaction effective qui donne le même $\tau_{aa'}$ que V pour les problèmes de diffusion. v fournit une solution équivalente pour calculer $\tau_{aa'}$ dans un espace de fonctions d'onde plus petit (p au lieu de $p+q$) mais au prix d'une interaction à la structure plus compliquée (v (26) au lieu de V). On a déplacé la complexité de la fonction d'onde vers le potentiel. En effet, le calcul de v n'est pas simple car il faut connaître H_{QQ} pour le faire et car l'espace Q (voies inélastiques) est bien plus riche que l'espace P .

Dans (26) on peut remarquer que la voie élastique est traitée à la fois par V_{PP} (qui représente une diffusion élastique "directe") et par $V_{PQ}(E - H_{QQ} + i\epsilon)^{-1}V_{QP}$ qui prend en compte des excitations inélastiques intermédiaires qui retombent sur la voie élastique.

V_{PP} est réel (par définition), mais $V_{PQ}(E - H_{QQ} + i\epsilon)^{-1}V_{QP}$ est complexe, et c'est ce terme qui est la source de la partie imaginaire du potentiel optique.

6.2 Brückner-Hartree-Fock (BHF) : généralités

On veut construire une interaction effective à partir d'une interaction nucléon-nucléon nue. Le Hamiltonien $H = \sum_{i=0}^A T_i + \sum_{i<j}^A V_{ij}$ peut se séparer en $H = H_0 + v$ avec :

$$H_0 = \sum_i T_i + U_i$$

qui décrit un système de particules indépendantes (potentiel à 1 corps), et

$$v = \sum_{i<j} V_{ij} - \sum_i U_i$$

interaction résiduelle qui décrit les corrélations existantes entre les particules issues des composantes à 2 corps.

Pour tous les i on a :

$$(T_i + U_i - E_i)\phi_i = 0$$

et la fonction d'onde du système non corrélé est (à 1 corps) :

$$\Phi = \{\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_a\}_a$$

où le a dénote l'antisymétrisation. Φ est bien sûr solution du Hamiltonien non corrélé $(E_0 - H_0)\Phi = 0$.

Ψ est la solution du Hamiltonien complet $(E - H)\Psi$ que l'on peut réécrire :

$$(E_0 - H_0)\Psi = (v - E + E_0)\Psi.$$

si l'on définit $Q_0 = 1 - |\Phi\rangle\langle\Phi|$ qui est un projecteur vers les états différents de la solution non corrélée, on peut tirer (se vérifie en appliquant $(E_0 - H_0)$ à Ψ) :

$$\boxed{\Psi = \Phi + Q_0(E_0 - H_0)^{-1}(v - E + E_0)\Psi}. \quad (27)$$

Le premier terme de cette équation représente la fonction d'onde non corrélée, et le second terme correspond aux corrections à apporter à ce premier terme à cause des corrélations dues à l'interaction résiduelle. Noter que Ψ apparaît dans les deux membres de (27). On peut donc itérer (27) :

$$\Psi = \Phi + Q_0(E_0 - H_0)^{-1}(v - E + E_0)\Phi + \dots$$

et en définissant $g = Q_0(E_0 - H_0)^{-1}$ on obtient :

$$\boxed{\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} [g(v - E + E_0)]^n \Phi} \quad (28)$$

qui s'interprète comme Ψ la fonction d'onde du système complet est la fonction d'onde du système non corrélé sur lequel on fait agir une série de corrélations.

En introduisant (27) dans l'EDS complète on peut calculer l'énergie du système complet :

$$E = E_0 + \langle \Phi | v | \Psi \rangle$$

On calcule la correction d'énergie due aux corrélations $E - E_0$ en réinjectant l'expression de Ψ (28) dans l'équation précédente :

$$E - E_0 = \langle \Phi | v \sum_{n=0}^{\infty} [g(v - E + E_0)]^n | \Phi \rangle$$

$$E - E_0 = \langle \Phi | v | \Phi \rangle + \langle \Phi | v g (v - E + E_0) | \Phi \rangle + \dots$$

$$E - E_0 = \langle \Phi | v | \Phi \rangle + \langle \Phi | v g v | \Phi \rangle - (E - E_0) \langle \Phi | v g | \Phi \rangle$$

$$+ \langle \Phi | v g v g v | \Phi \rangle - (E - E_0) \langle \Phi | v g^2 v | \Phi \rangle + \dots$$

En se rappelant que $g\Phi = 0$ (définition de Q_0) et en réinjectant $E - E_0$ dans sa propre expression on obtient :

$$E - E_0 = \langle \Phi | v | \Phi \rangle + \langle \Phi | v g v | \Phi \rangle + \langle \Phi | v g v g v | \Phi \rangle + \dots$$

$$- \langle \Phi | v | \Phi \rangle + \langle \Phi | v g^2 v | \Phi \rangle + \dots$$

c'est une série très compliquée que l'on peut resommer en regroupant les termes qui s'annulent, on peut aussi choisir de négliger le termes du second, troisième,... ordre.

En procédant à ces resommations (long compliqué et très technique), on aboutit à l'équation de Bethe et Goldstone qui définit la matrice G :

$$\boxed{G_{ij} = V_{ij} + V_{ij} Q_0 (E - H_0)^{-1} G_{ij}} \quad (29)$$

cette matrice G est une interaction nucléon-nucléon "habillée" construite à partir de l'interaction nucléon-nucléon "nue". Cette nouvelle interaction effective a une dépendance en densité (par l'intermédiaire de l'opérateur de Pauli Q_0 qui est un projecteur sur les états différents du système non-corrélé, qui est en fait très peu différent de la solution complète du système).

Plus précisément pour une interaction effective dédiée aux problèmes de diffusion, les états de diffusions sont de la forme $k > k_F$ (k_F niveau de Fermi). Pour se faciliter les calculs on travaille dans la matière nucléaire infinie (un milieu de densité nucléaire homogène et infini dans lequel les fonctions propres sont des ondes planes). A la densité de la matière nucléaire ρ on associe k_F tel que $\rho = 2/3 \pi^2 k_F^3$. La matrice G dans un milieu de densité ρ pour une énergie incidente w est de la forme :

$$\boxed{g_{k_F}(w) = v + \sum_{\vec{a}, \vec{b} > \vec{k}_F} v \frac{|\vec{a}\vec{b}\rangle \langle \vec{a}\vec{b}|}{(w - e(a) - e(b))} g_{k_F}(w)}$$

Comme cette interaction effective est dédiée aux problèmes de diffusion, elle n'a de sens qu'entre un nucléon libre et un nucléon de la cible (lié). Si on calcule la diffusion élastique entre un nucléon libre ($k > k_F$) et les nucléons de la cible ($j < k_F$) on obtient l'opérateur de masse $M_{k_F}(k, E)$:

$$\boxed{M_{k_F}(k, E) = \sum_{\vec{j} < \vec{k}_F} \langle \vec{k}\vec{j} | g_{k_F}(E + e(j)) | \vec{k}\vec{j} \rangle_a} \quad (30)$$

où le a dénote l'antisymétrisation. Il a été montré que l'on peut assimiler cet opérateur de masse au potentiel optique $U_{k_F}(k, E)$ dans la matière nucléaire. $U_{k_F}(k, E)$ est non local, on peut le voir à sa double dépendance en énergie E et en impulsion k . On peut aussi le voir à l'antisymétrisation qui implique un terme d'échange non local. On peut rendre un potentiel optique local en faisant l'approximation sur couche d'énergie :

$$\boxed{U_{k_F}(E) = U_{k_F}(E, k_E)}$$

en forçant une dépendance entre k_E et E :

$$E = \hbar^2 / 2 k_E^2 + U_{k_F}(E, k_E).$$

Bien sûr comme c'est une approximation on y a perdu de la physique, il faudrait rétablir les dépendances en k et E , par exemple en rajoutant des masses effectives.

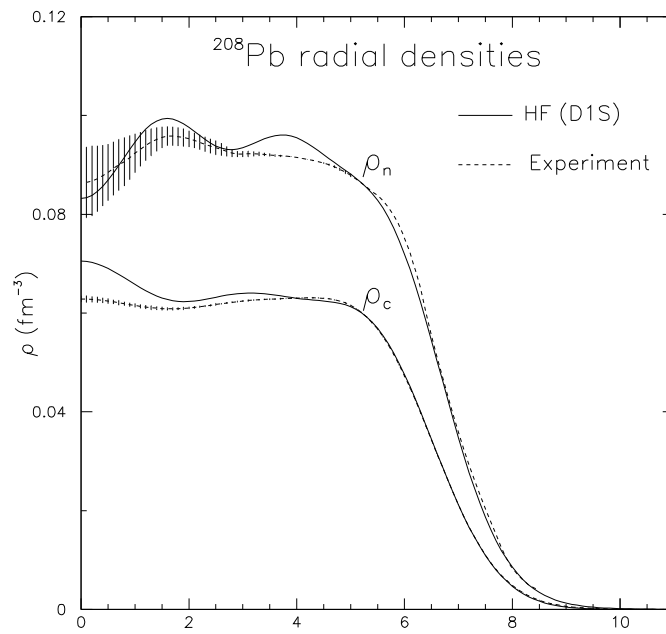


FIG. 7 – Densité radiale du ^{208}Pb calculée par le modèle Hatree-Fock avec l’interaction effective de Gogny D1S [7].

6.3 Potentiels de convolution

Un potentiel calculé dans la matière nucléaire infinie n’est pas très utile pour la plupart des problèmes (sauf les étoiles à neutrons) qui traitent de noyaux finis (quelques fm). Il faut donc pouvoir se ramener à un noyau fini. Il existe pour cela une approximation, l’approximation de la densité locale (local density approximation ou LDA en anglais). Etant donné un profil de densités $\rho(r)$ pour un noyau A_ZX , (ex : Fig 7) on peut faire l’approximation :

$$U(r, E) = U(\rho(r), E) = \int U(\rho(r'))\delta(r - r')d^3r'.$$

C’est-à-dire que l’on approxime le potentiel en un point r au potentiel dans la matière nucléaire de densité $\rho(r)$. On peut raffiner cette approche en rajoutant une portée non nulle :

$$U(r, E) = \int \frac{U(\rho(r_1))}{\rho(r_1)}\rho(r')t(\vec{r} - \vec{r}')d^3r'. \quad (31)$$

Le choix de la fonction t peut être multiple (gaussienne, Yukawa,...), ainsi que le choix de l’endroit r_1 où est évalué le potentiel optique ($r, r', (r + r')/2, \dots$). Ces choix sont non triviaux et montrent qu’il y a quelque chose d’artificiel dans la LDA. La LDA est quand même très utilisée car elle permet de faire aisément le lien entre les informations de structure nucléaire ($\rho(r)$) et les informations de réactions nucléaire (sections efficaces calculées à partir de U).

6.3.1 Potentiel “JLM”

C’est la construction ci-dessus qui est utilisée pour fabriquer le potentiel dit de JLM [5] qui est largement utilisé, tant pour les applications que pour tester les prédictions des modèles de structure nucléaire [6]. Par exemple, les calculs théoriques des figures 4 et 6, ont été réalisés avec ce potentiel calculé par convolution de l’opérateur de masse de JLM avec des densités nucléaires

radiales tirées de calculs de champ moyen avec l'interaction de Gogny D1S [7]. Pour obtenir un si bon accord, les profondeurs de puits du potentiel ont dû être renormalisées [6]. Cependant, ces normalisations sont censées être indépendantes de la cible et ont été figées depuis 2001. Un exemple de potentiel calculé pour la diffusion $p+^{208}\text{Pb}$ entre 5 et 195 MeV est illustré sur la figure 12. Avec ces facteurs de normalisation figés, on peut alors tester et comparer les prédictions d'observables de diffusion qui découlent de différents modèles de structure nucléaire.

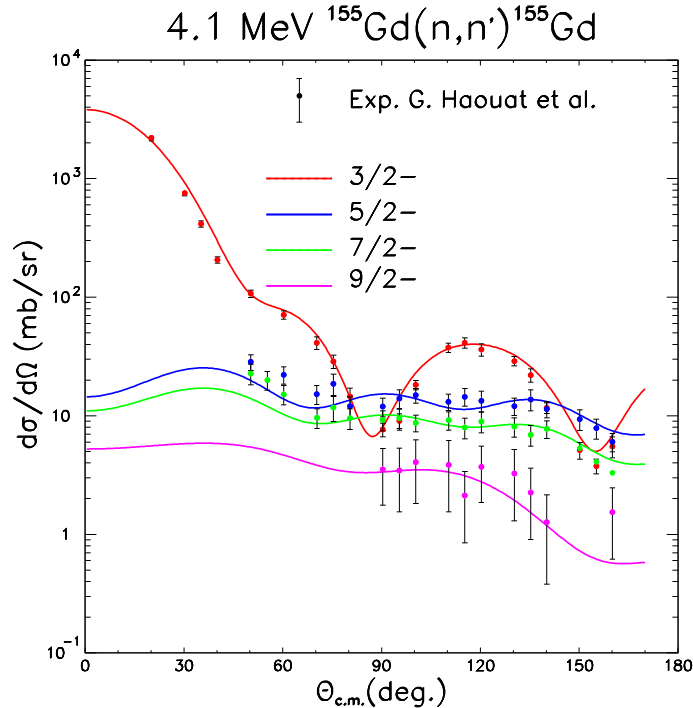


FIG. 8 – Comparaison des sections efficaces élastiques et inélastiques de diffusion $n+^{155}\text{Gd}$ à 4.1 MeV, mesurées et calculées par convolution de l'opérateur de masse JLM de [6], avec une densité calculée par le modèle Hartree-Fock-Bogoliubov déformé axialement.

On peut par exemple s'intéresser à des noyaux déformés qui doivent être traités en prenant en compte le couplage du fondamental aux niveaux excités de basse énergie. Pour cela, on utilise des densités radiales déformées que l'on introduit dans une version modifiée de l'équation (31) dans lesquelles les coordonnées (r) sont toutes associées à une dépendance angulaire (\vec{r}). Ces potentiels sont introduits dans le système d'équations couplées (21), et le couplage des moments angulaires sélectionne les multipôles associés à chaque transition. Dans le cas de la diffusion inélastique d'un neutron sur du ^{155}Gd , la figure 8 montre une comparaison des sections efficaces élastiques et inélastiques calculées et mesurées. L'excellent accord que l'on constate sur cette figure s'interprète comme une manifestation de la bonne qualité de la description de la densité radiale déformée du ^{155}Gd par le modèle Hartree-Fock-Bogoliubov déformé axialement. On peut dire que ce bon accord des observables de diffusion valide la description de la structure nucléaire sous-jacente.

On peut aller plus loin et s'intéresser à des noyaux éloignés de la vallée de stabilité. Ainsi, la figure 9 montre une comparaison entre des calculs de diffusion élastique et inélastique (vers le premier état 2^+) de protons sur différents isotopes pairs du soufre et les données expérimentales disponibles. On peut remarquer que cet échantillon comprend à la fois des isotopes stables

($^{32,34,36}\text{S}$), un isotope instable riche en protons (^{30}S), et des isotopes instables riches en neutrons ($^{38,40,42,44,46}\text{S}$). Pour ces calculs c'est la même interaction effective [6] qui a été utilisée

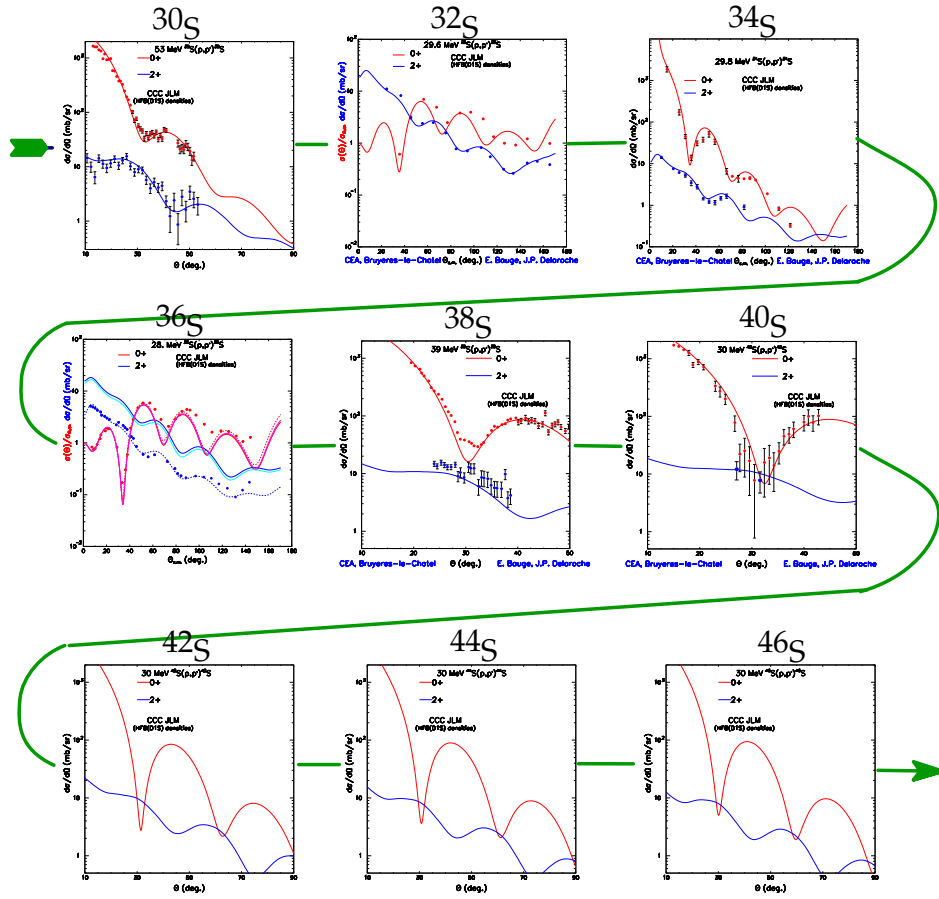


FIG. 9 – Calculs de diffusion élastique et inélastique (2_1^+) de proton sur les isotopes pairs du soufre depuis le ^{30}S jusqu'au ^{46}S . Les calculs (courbes) sont réalisés à l'aide du modèle optique JLM de [6], et les symboles représentent les données expérimentales disponibles.

et convoluée avec les densités radiales déformées issues de calculs de structure nucléaire de type Hamiltonien collectif (GCM). On peut constater un bon accord global avec toutes les données, sauf pour le ^{36}S . On attribue cet accord, d'une part à la bonne qualité de l'interaction effective, et notamment à sa partie insovectorielle, et d'autre part à la bonne description de la structure des cibles par le modèle employé. Reste le problème du ^{36}S , dont aucun modèle de structure nucléaire basé sur le champ moyen ne parvenait à prédire la collectivité [9]. Comme d'une part, les diffusions de protons sur les autres isotopes sont bien prédites par le modèle, et que d'autre part, l'échec des modèles basés sur le champ moyen est confirmée par la diffusion d'électrons, nous considérons que les modèles de structure nucléaire sont la cause du désaccord du calcul avec les données expérimentales. Avec la disponibilité récente des calculs de QRPA self consistante déformée avec l'interaction de Gogny, nous avons essayé de voir si ce nouveau modèle permet d'expliquer la diffusion inélastique p+ ^{36}S . La figure 10 compare les prédictions des modèles collectif (courbes rouge et bleue) et QRPA déformé (courbes verte et rose) avec les données expérimentales de diffusion de protons à 28 MeV. Alors que le calcul GCM surestime

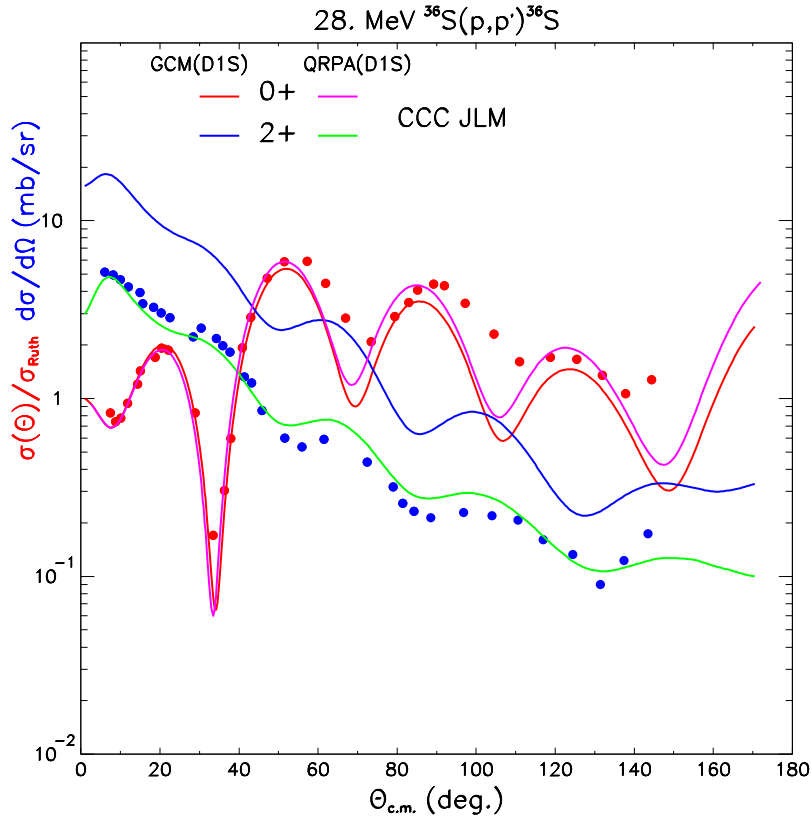


FIG. 10 – Calculs de diffusion élastique et inélastique (2_1^+) de proton sur le ^{36}S à 28 MeV. Les calculs (courbes) sont réalisés à l’aide du modèle optique JLM de [6], et les symboles représentent les données expérimentales disponibles.

largement la diffusion inélastique vers le premier état 2^+ du ^{36}S , la calcul basé sur la QRPA déformée produit un bon accord avec les données. Cette figure est donc un très bon exemple du fait que la diffusion de nucléons permet de discriminer entre différentes descriptions de la structure nucléaire, pour peu que cette structure nucléaire soit incluse dans un calcul de potentiel optique de type convolution.

6.3.2 Potentiel de Melbourne

Bien sûr, la construction décrite jusqu’ici n’est pas unique et il existe d’autres façons de relier le potentiel optique à la structure nucléaire. Par exemple, au lieu de calculer l’opérateur de masse dans la matière nucléaire et de passer par le LDA, on peut calculer l’opérateur de masse directement dans un noyau fini, toujours à partir d’une matrice g . Cette approche a été utilisée par [10] pour construire un potentiel optique non local à partir de la matrice densité de la cible et d’une matrice g . Le potentiel optique est alors de la forme :

$$U(\vec{r}, \vec{r}', E) = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} (\phi_{\alpha}^*(\vec{r})g(\vec{r}, \vec{r}', E)\phi_{\beta}(\vec{r}) + \phi_{\alpha}^*(\vec{r}')g(\vec{r}, \vec{r}', E)\phi_{\beta}(\vec{r}')) \quad (32)$$

avec $\rho_{\alpha\beta}$ la matrice densité décrivant la cible sur la base des fonctions d’onde de particules indépendantes $\phi_{\alpha}(\vec{r})$, et $g(r, r', E)$ la matrice g . Ce potentiel optique est alors introduit dans l’EDS non locale suivante :

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} - V_c(r) + E \right] \chi(\vec{r}) = \int U(\vec{r}, \vec{r}', E) \chi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (33)$$

La diffusion inélastique peut être traitée en DWBA pour peu que le couplage ne soit pas trop important.

$$\frac{d\sigma(\vec{k}, \vec{k}')}{d\Omega} = \left| \langle \chi(\vec{k}) | \langle 0 | g | n_f \rangle | \chi(\vec{k}) \rangle \right|^2$$

Dans cette équation les $\chi(\vec{k})$ sont solution de (33), g est la même matrice g que dans (32), $|0 \rangle$ est l'état fondamental initial et $|n_f \rangle$ l'état excité final calculé par le même modèle de structure qui donne les $\rho_{\alpha\beta}$ et $\phi_{\alpha}(\vec{r})$ de (32). Au final, on a une description cohérente de la diffusion élastique et inélastique, basée sur l'information de structure tirée de modèles. De plus, la matrice g de [10] est directement tirée de calculs de matrice g à partir d'une interaction nucléaire réaliste, sans aucun ajustement phénoménologique : ce potentiel est complètement microscopique. La figure 11 montre quelques résultats de calculs de sections efficaces élastiques et inélastiques de diffusion de proton sur du ^{208}Pb . L'accord est excellent, surtout si l'on considère

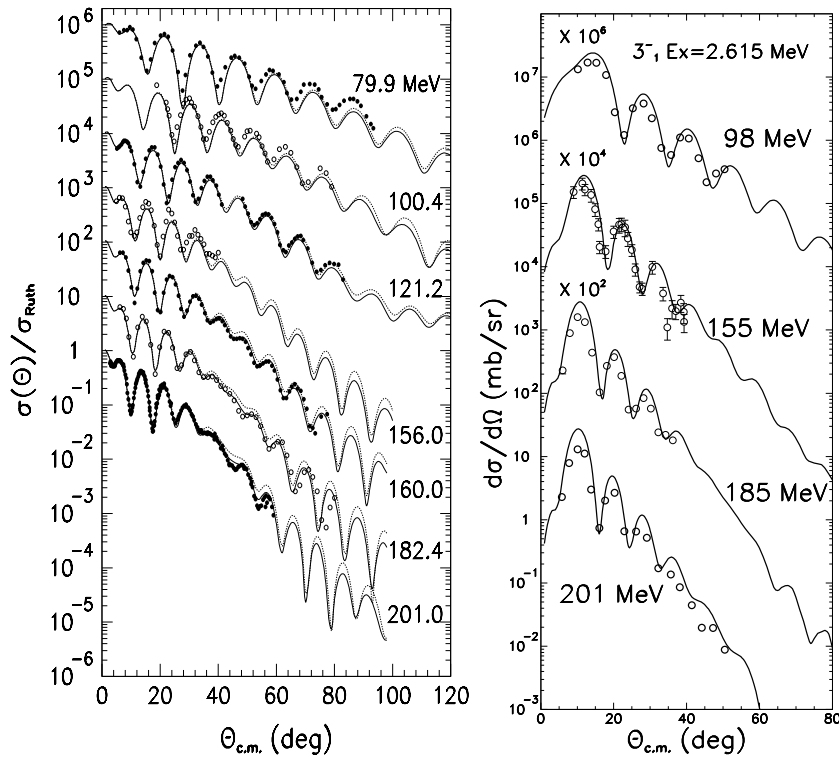


FIG. 11 – Calculs de diffusion élastique (à gauche) et inélastique (3_1^- à droite) de proton sur le ^{208}Pb . Les calculs (courbes) sont réalisés à l'aide du modèle optique de [10], et les symboles représentent les données expérimentales disponibles.

qu'aucun paramètre n'a été ajusté pour ce calcul. De plus, sur la partie gauche de cette figure on peut voir deux types de courbes : une courbe pointillée correspondant à un calcul de structure en champ moyen pur (Hartree-Fock) et une courbe pleine correspondant à un calcul de RPA qui contient des corrélations qui vont bien au-delà de la description en termes de particules

indépendantes. Sur cette figure, on peut voir que la description RPA de la structure permet une restitution des données légèrement meilleure que la description HF : c'est un autre exemple où la diffusion de nucléons permet de discriminer entre deux modèles de structure nucléaire.

6.3.3 Potentiel dans l'espace des impulsions

Le potentiel optique peut aussi se calculer dans l'espace des impulsions, c'est d'ailleurs ainsi qu'est écrit l'opérateur de masse dans l'équation (30). Une expression générale du potentiel optique dans l'espace des impulsions est

$$U(\vec{k}, \vec{k}') = \int \langle \vec{k}' \vec{p}' | T | \vec{k} \vec{p} \rangle \rho(\vec{p}', \vec{p}) d\vec{p} d\vec{p}'$$

avec $\rho(\vec{p}', \vec{p})$ la densité non locale du noyau cible, et $\langle \vec{k}' \vec{p}' | T | \vec{k} \vec{p} \rangle$ l'élément de matrice non local d'une interaction effective g dépendante de la densité entre un projectile (\vec{k} et \vec{k}') et une cible (\vec{p} et \vec{p}'). Dans cet élément de matrice se cache encore une intégration sur l'espace, le calcul de ce potentiel optique sans approximation nécessite donc d'évaluer une intégrale de dimension 9! Ce calcul exact n'a jamais été réalisé sans approximation. Différentes approximations de ce calcul comme [11] ou [12] ont été utilisées dans le passé, mais sans véritable contrôle de ce qui est négligé dans ces approximations. Or, en supposant que la dépendance en densité de l'interaction effective g est de symétrie sphérique on peut réduire [13] cette expression du modèle optique à

$$U(\vec{k}, \vec{k}') = \int \rho(\vec{q}, \vec{P}) g_\infty d\vec{P} + \int \rho(\vec{Q}, \vec{P}) \int_0^\infty \frac{j_1(Z|\vec{Q} - \vec{q}|)}{|\vec{Q} - \vec{q}|} \frac{\partial g_z}{\partial Z} Z^3 dZ d\vec{P} d\vec{Q} \quad (34)$$

avec $\vec{P} = (\vec{p} + \vec{p}')/2$, $\vec{Q} = \vec{p}' - \vec{p}$, $\vec{K} = (\vec{k} + \vec{k}')/2$, $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$, j_1 la fonction de Bessel sphérique d'indice 1, et g_z l'interaction effective évaluée à la densité correspondant au rayon Z en fonction des coordonnées d'impulsion P , K , q et Q . g_∞ est l'interaction effective libre à $Z = \infty$. Dans le premier terme de cette expression qui ne fait apparaître que l'interaction libre g_∞ , on peut reconnaître le potentiel de [12], c'est-à-dire que l'approximation de [12] néglige la dépendance en densité de l'interaction effective. Le second terme est plus compliqué (intégrale de dimension 7) et cette correction à [12] réintroduit la dépendance en densité. Comme l'interaction effective varie dans l'espace en fonction de la densité radiale, on peut alors écrire :

$$\frac{\partial g_z}{\partial Z} = \frac{\partial g_z}{\partial \rho} \times \frac{\partial \rho}{\partial Z}.$$

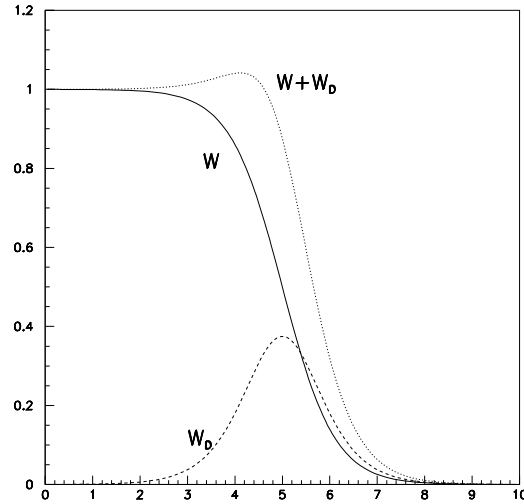
Lorsque cette expression est réintroduite dans (34), on voit que l'influence de la dépendance en densité de l'interaction effective g_z est modulée par la dérivée de la densité radiale, c'est-à-dire que la dépendance en densité de l'interaction effective ne "s'exprime" que lorsque la densité varie fortement, c'est-à-dire essentiellement à la surface des noyaux. Cette modulation explique le succès rencontré par l'approche de [12] à haute énergie où la diffusion de nucléons est majoritairement sensible au volume du noyau qui est bien approximé par le premier terme de (34). A basse énergie cependant, lorsque le projectile ne pénètre que faiblement la cible, le second terme de (34) devient important et la dépendance en densité de l'interaction est testée finement.

7 Aspects phénoménologiques du potentiel optique

Souvent on ne calcule pas le potentiel optique à partir de la théorie mais on se donne une forme fonctionnelle a priori pour la dépendance radiale du potentiel optique. Habituellement pour un potentiel optique $U = V + iW$ on prend :

$$V(r, E) = V(E)f(r, R_v, a_v) + 4V_D(E)f'(r, R_{vD}, a_{vD})$$

$$W(r, E) = W(E)f(r, R_w, a_w) + 4W_D(E)f'(r, R_{wD}, a_{wD})$$



avec :

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$f'(r, R, a) = \frac{d}{dr}f(r, R, a)$$

Sur la figure 12 on peut voir qu'une telle paramétrisation permet bien de rendre compte d'un potentiel optique calculé de façon plus microscopique.

Il suffit alors de varier les paramètres ($V(E)$, $W(E)$, ..., R_v, \dots , a_v, \dots) jusqu'à obtenir un bon accord avec les mesures des observables calculables à partir du potentiel optique (σ_{el} , $d\sigma/d\Omega$, σ_{tot} , σ_{reac}).

Il faut cependant remarquer qu'il est difficile d'apprendre quoi que ce soit de quantitatif sur la structure des noyaux dans une approche qui utilise une quinzaine de paramètres ajustés. Ces approches seront donc plus réservées aux applications car elles permettent une restitution quasi-parfaite des données expérimentales.

8 Anti-résumé

Les sujets que je n'ai pas abordés, faute de temps.

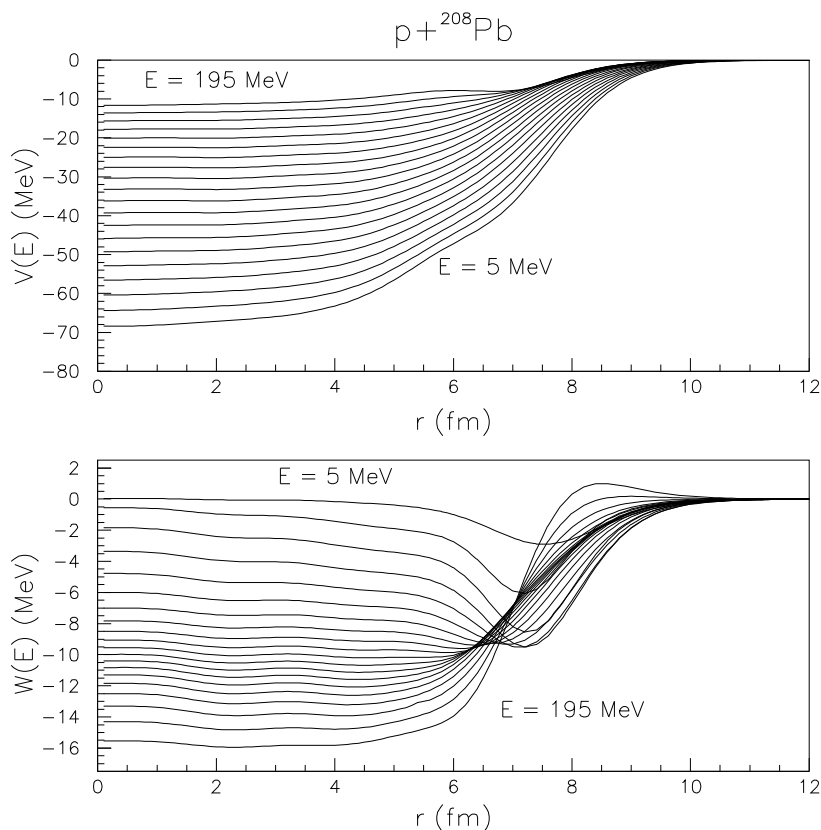


FIG. 12 – Potentiel optique $p+^{208}\text{Pb}$ calculé à partir d’une approche de convolution avec un potentiel optique dans la matière nucléaire calculé à partir d’une interaction effective.

- Le potentiel spin-orbite pour la diffusion, et plus généralement la diffusion de particules avec spin. Très important, surtout si on s’intéresse aux observables de polarisation. Partiellement abordé dans le chapitre sur les couplages.
- Le potentiel Coulombien, ce potentiel de longue portée vient compliquer les calculs de diffusion, mais ne change pas fondamentalement la physique décrite dans ce cours.
- Approche relativiste : on peut aussi écrire le potentiel optique dans une approche relativiste. Les calculs se font alors à l’aide de l’équation de Dirac (au lieu de Schrödinger). Le potentiel SO vient alors naturellement. Voir par exemple [14].
- Partie du potentiel dépendante de l’isospin : sensibilité au type (n ou p) des nucléons. Important pour les noyaux exotiques très asymétriques.
- Le potentiel optique noyau-noyau : il faut non seulement prendre en compte les excitations virtuelles de la cible (comme dans le potentiel optique nucléon-noyau) mais aussi celles du projectile.

- Relations de dispersion (voir Annexe et [15]).

9 Annexe : Relations de dispersion

On peut voir les relations de dispersion comme une conséquence de la causalité : la réponse (effet) ne peut précéder l'excitation (cause).

On part de l'EDS :

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + u(E) - E \right) \psi_E(r) = 0$$

avec :

$$u(E) = v(E) + iW(E).$$

Par transformée de Fourier :

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int u(E) e^{iEt} dE$$

$$\psi(r, t) = \frac{1}{2\pi} \int \phi_E(r) e^{iEt} dE$$

avec $u(t)$ qui peut être considéré comme l'excitation et $\psi(r, t)$ comme la réponse à cette excitation. L'EDS dans l'espace t devient :

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(r, t) + \int_{-\infty}^{+\infty} u(t-t') \psi(r, t') dt' = i\hbar \frac{d}{dt} \psi(r, t).$$

Cette équation peut se comprendre ainsi : la réponse ($\psi(r, t)$) est due à une superposition de causes à plusieurs instants. La causalité implique que $u(t-t') = 0$ pour $t < t'$.

Si on prend E complexe $E = E_r + iE_i$ avec $E_i > 0$, $u(E)$ est régulier dans le demi-plan supérieur (par TF inverse) :

$$u(e) = \int_0^{\infty} e^{-E_i t} u(t) e^{-iE_r t} dt$$

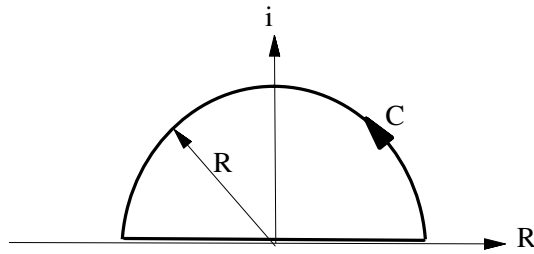
si il n'y avait pas la causalité il faudrait intégrer un $u(t)$ non nul entre $-\infty$ et $+\infty$ et l'intégrale de $e^{-E_i t}$ divergerait pour $t < 0$.

En se rappelant le théorème de Cauchy que l'on applique à un contour C, demi-cercle du demi-plan supérieur dont la partie rectiligne longe l'axe réel :

$$g(z) = \frac{1}{2i\pi} \oint_C \frac{g(z')}{z' - z} dz'$$

et en faisant tendre R le rayon du C vers l'infini, seule la partie du contour longeant l'axe des réels compte pour l'intégrale :

$$g(z) \longrightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(x')}{x' - z} dx'.$$



—

Cette intégrale présente un point singulier en x . En utilisant le théorème des résidus :

$$g(z) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{x-\epsilon} \frac{g(x')}{x' - z} dx' + \int_{x+\epsilon}^{+\infty} \frac{g(x')}{x' - z} dx' \right) + 1/2 g(x).$$

et on a finalement :

$$g(z) = \frac{1}{i\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(x')}{x' - z} dx'$$

où \mathcal{P} note la partie principale de l'intégrale.

En revenant à $u(E)$ on peut écrire :

$$u(E) = \frac{1}{i\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(E')}{E' - E} dE',$$

et pour $v(E)$:

$$v(E) = \text{Re}(u(E)) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Im}(u(E'))}{E' - E} dE'$$

$$\boxed{v(E) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w(E')}{E' - E} dE' = \Delta v_w(E)}$$

Cette équation montre qu'il y a une relation entre v et w . En fait, seule la partie Q du potentiel est soumise à la causalité :

$$V(E) = V_{HF}(E) + \Delta V_W(E)$$

avec $V_{HF}(E)$ la partie de V associée au sous-espace P , et $\Delta V_W(E)$ la partie de V associée au sous-espace Q .

Les corrections dues aux relations de dispersion sont importantes si l'on veut pouvoir reproduire les observables physiques avec une grande précision (moins de 1%).

Références

- [1] B. Frois. *et al.*, Phys. Rev. Lett. **38**, 152 (1977).
- [2] D. Goutte, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **45**, 1618 (1980).
- [3] H. Scheit, *et al.* Phys. Rev. Lett. **77**, 3967 (1996).
- [4] E. Bauge et S. Hilaire, “Modélisation et évaluation de données”, cours de l’école Joliot-Curie 2006 “Le cycle électronucléaire : de la fission aux nouvelles filières”, [http ://www.cenbg.in2p3.fr/joliot-curie](http://www.cenbg.in2p3.fr/joliot-curie) .
- [5] J.P. Jeukenne, A. Lejeune, C. Mahaux, Phys. Rep. **25C**, 87 (1976); J.P. Jeukenne, A. Lejeune, and C. Mahaux, Phys. Rev. C **16**, 80 (1977).
- [6] E. Bauge, J.P. Delaroche, M. Girod, Phys. Rev. C **58**, 1118 (1998); E. Bauge, J.P. Delaroche, M. Girod, Phys. Rev. C **63**, 024607 (2001).
- [7] J.F. Berger, M. Girod, and D. Gogny, Comp. Phys. Comm. **63**, 365 (1990).
- [8] T. Tamura, Rev. Mod. Phys. **34**, 679 (1965).
- [9] E. Khan *et al.*, Nucl. Phys. **A694**, 103 (2001); F. Maréchal *et al.*, Phys. Rev. C **60**, 034615 (1999).
- [10] K. Amos, P.J. Dortmans, H.V. von Geramb, S. Karataglidis, J. Raynal, Adv. Nucl. Phys. **25**, Plenum (New York) ,2001.
- [11] H.F. Arellano, F.A. Brieva, W.G. Love, Phys. Rev. C **52**, 301 (1995).
- [12] A. Kerman, H. McManus, R.M. Thaler, Ann. Phys. (N.Y.) **8**, 551 (1959)
- [13] H.F. Arellano, E. Bauge, Phys. Rev. C **76**, 014613 (2007).
- [14] E.D. Cooper, S. Hama. B.C. Clark, R.L. Mercer, Phys. Rev. C **47**, 297 (1993).
- [15] C. Mahaux, H. Ngo, G.R. Satchler, Nucl. Phys. **A449**, 354 (1986).
- [16] P.E. Hodgson, *The optical model of elastic scattering*, Clarendon Press (Oxford) 1963; *Nuclear reactions and nuclear structure*, P.E. Hodgson, Oxford University Press, 1971
- [17] N.K. Glenderling, *Direct Nuclear Reactions*, Academic (New York) 1983.
- [18] J. Raynal, Phys. Rev. C **23**, 2571 (1981).
- [19] P. Frölich, R. Lipperheide, *Theory of nuclear reactions*, Clarendon Press (Oxford) 1996.
- [20] *Proceedings of the conference on nucleon-nucleus optical model up to 200 MeV*, 1996 OECD Paris (aussi à HTTP ://www.nea.fr/html/science/om200)

Shell Model and Spectroscopic Factors

Alfredo POVES

*Departamento de Física Teórica,
Universidad Autónoma de Madrid and IFT,
UAM/CSIC, E-28049, Madrid, Spain*

Résumé

Dans ce cours, on introduit la notion de facteur spectroscopique dans le contexte du modèle en couches du noyau. On donne aussi une introduction aux développements récents des calculs à grande échelle du Modèle en Couches en Interaction. Finalement, les facteurs spectroscopiques et les fragmentations des états sont discutés pour des noyaux sphériques proches des fermetures de couches magiques ainsi que pour des noyaux déformés.

Abstract

In these lectures, I introduce the notion of spectroscopic factor in the shell model context. A brief review is given of the present status of the large scale applications of the Interacting Shell Model. The spectroscopic factors and the spectroscopic strength are discussed for nuclei in the vicinity of magic closures and for deformed nuclei.

Contents

1	Introduction	226
1.1	Spectroscopic factors.	226
1.2	Spectroscopic Factors and the Meaning of the Shell Model.	227
2	The Interacting Shell Model (ISM)	228
2.1	Making the Effective Interaction Simple.	229
2.2	The Multipole Hamiltonian.	230
2.3	Collectivity in Nuclei.	231
3	Spectroscopic factors	232
3.1	Stripping on $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{49}\text{Sc}$	232
3.2	Spectroscopic factors and correlations; ^{48}Ca vs ^{46}Ar	233
3.3	Deformed nuclei; Stripping on $^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{49}\text{Cr}$	234
	References	236

1 Introduction

The basic idea of the Independent Particle Model (IPM) is to assume that, at zeroth order, the result of the complicated two body interactions among the nucleons is to produce an average self-binding potential. Mayer and Jensen (1949) [1] proposed an spherical mean field consisting in an isotropic harmonic oscillator plus a strongly attractive spin-orbit potential and an orbit-orbit term. Later, other functional forms were adopted, *e.g.* the Woods-Saxon well. The usual procedure to generate a mean field in a system of N interacting fermions, starting from their free interaction, is the Hartree-Fock approximation, extremely successful in atomic physics. Whatever the origin of the mean field, the eigenstates of the N-body problem are Slater determinants *i.e.* anti-symmetrized products of N single particle wave functions. In the nucleus, there is a catch, because the very strong short range repulsion and the tensor force make the HF approximation based upon the bare nucleon-nucleon force impracticable. However, at low energy, the nucleus do manifest itself as a system of independent particles in many cases, and when it does not, it is due to the medium range correlations that produce strong configuration mixing and not to the short range repulsion.

Does the success of the shell model really “prove” that nucleons move independently in a fully occupied Fermi sea as assumed in HF approaches? In fact, the single particle motion can persist at low energies in fermion systems due to the suppression of collisions by Pauli exclusion (Pandharipande et al., [2]).

Brueckner theory takes advantage of the Pauli blocking to regularize the bare nucleon-nucleon interaction, in the form of density dependent effective interactions of use in HF calculations or G-matrices for large scale shell model calculations.

The wave function of the ground state of a nucleus in the IPM is the product of an Slater determinant for the Z protons that occupy the Z lowest states in the mean field and another Slater determinant for the N neutrons in the N lowest states of the mean field. In second quantization, this state can be written as:

$$|N\rangle \cdot |Z\rangle \quad \text{with:} \quad (1)$$

$$|N\rangle = n_1^\dagger n_2^\dagger \dots n_N^\dagger |0\rangle \quad (2)$$

$$|Z\rangle = z_1^\dagger z_2^\dagger \dots z_Z^\dagger |0\rangle \quad (3)$$

It is obvious that the occupied states have occupation number 1 and the empty ones occupation number 0.

1.1 Spectroscopic factors.

Lets denote the nucleon creation and annihilation operators by a^\dagger and a , and consider the ground states of the systems of A-1, A, and A+1 nucleons, then,

$$|A\rangle = a_1^\dagger a_2^\dagger \dots a_A^\dagger |0\rangle \quad \text{and, trivially} \quad (4)$$

$$\langle A+1 | a_{A+1}^\dagger | A \rangle = 1 \quad ; \quad \langle A+1 | a_{\neq A+1}^\dagger | A \rangle = 0 \quad (5)$$

$$\langle A-1|a_{A-1}|A\rangle = 1 ; \langle A-1|a_{\neq A-1}|A\rangle = 0. \quad (6)$$

The expectation values of the operators a^\dagger and a between the states of the nuclei with $A+1$ and A , and $A-1$ and A , give the spectroscopic amplitudes for stripping and pick-up reactions. The spectroscopic factors are the squares of this amplitudes with some angular momentum coefficients. When correlations are included, the spectroscopic amplitudes depart from their 0 or 1 values. The knowledge of the spectroscopic factors make it possible to learn about the structure of the mean field and the role of correlations.

1.2 Spectroscopic Factors and the Meaning of the Shell Model.

The nuclear correlations modify the IPM picture. In Figure 1 we show the results of the Correlated Basis Function calculation of Fantoni and Pandharipande [3] for nuclear matter. If we had a system of non interacting fermions, the figure would be just a step function corresponding to occupation 1 below the Fermi level and occupation 0 above.

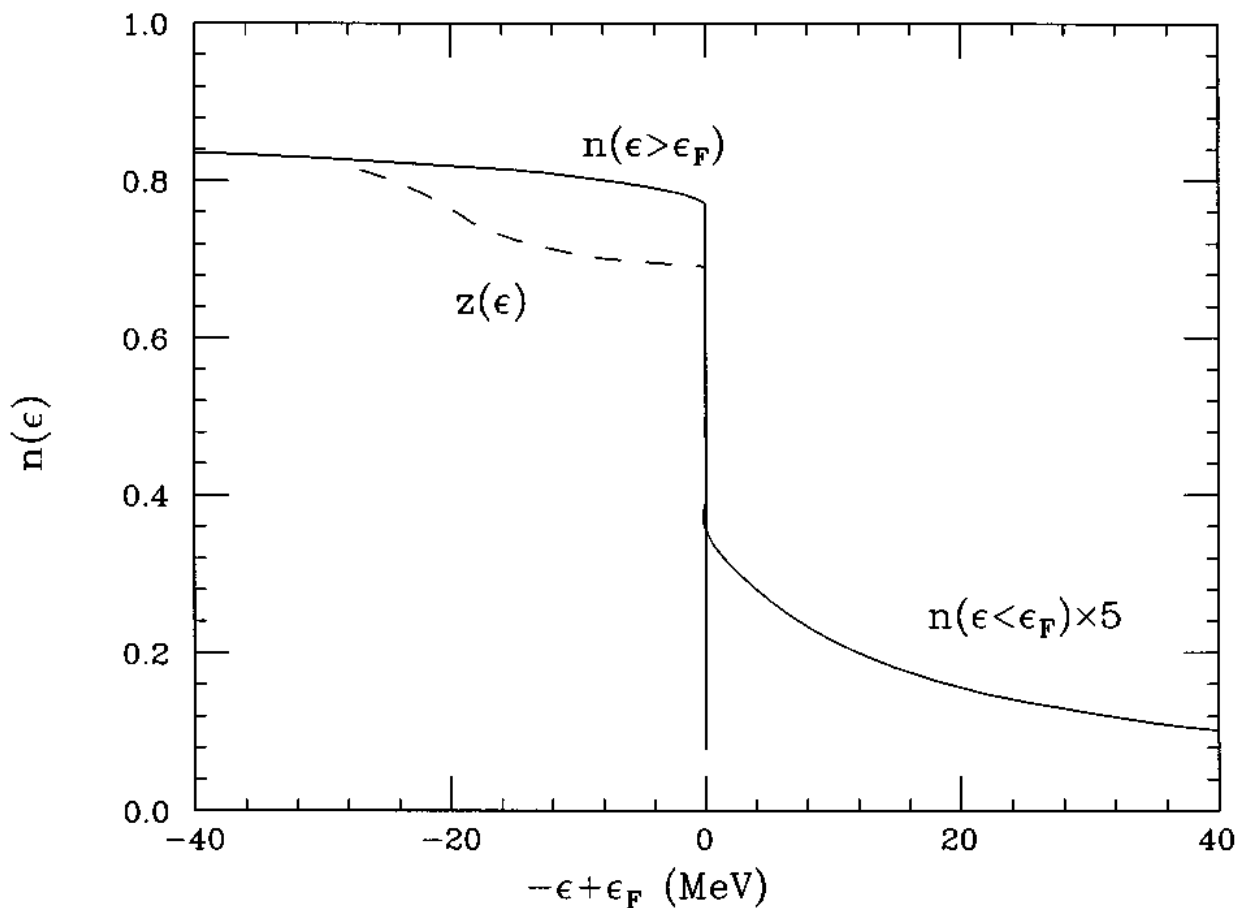


Figure 1: Dilution of the Spectroscopic strength by the bare N-N interaction. Results for nuclear matter. Figure borrowed from ref. [2]

In spite of that, the nuclear quasi-particles resemble extraordinarily to the mean field solutions of the IPM, as can be seen in the classical example of the charge density difference between

^{206}Pb and ^{205}Tl , measured in the electron scattering experiments of Cavedon *et al* [4] (Fig. 2) The shape of the $3s_{1/2}$ orbit is very well given by the mean field calculation. To make the agreement quantitative the density has to be calculated with the occupation numbers scaled down by a factor ~ 0.7 . To know more, read the article “Independent particle motion and correlations in fermion systems” V. R. Pandharipande, I. Sick and P. K. A. deWitt Huberts, [2].

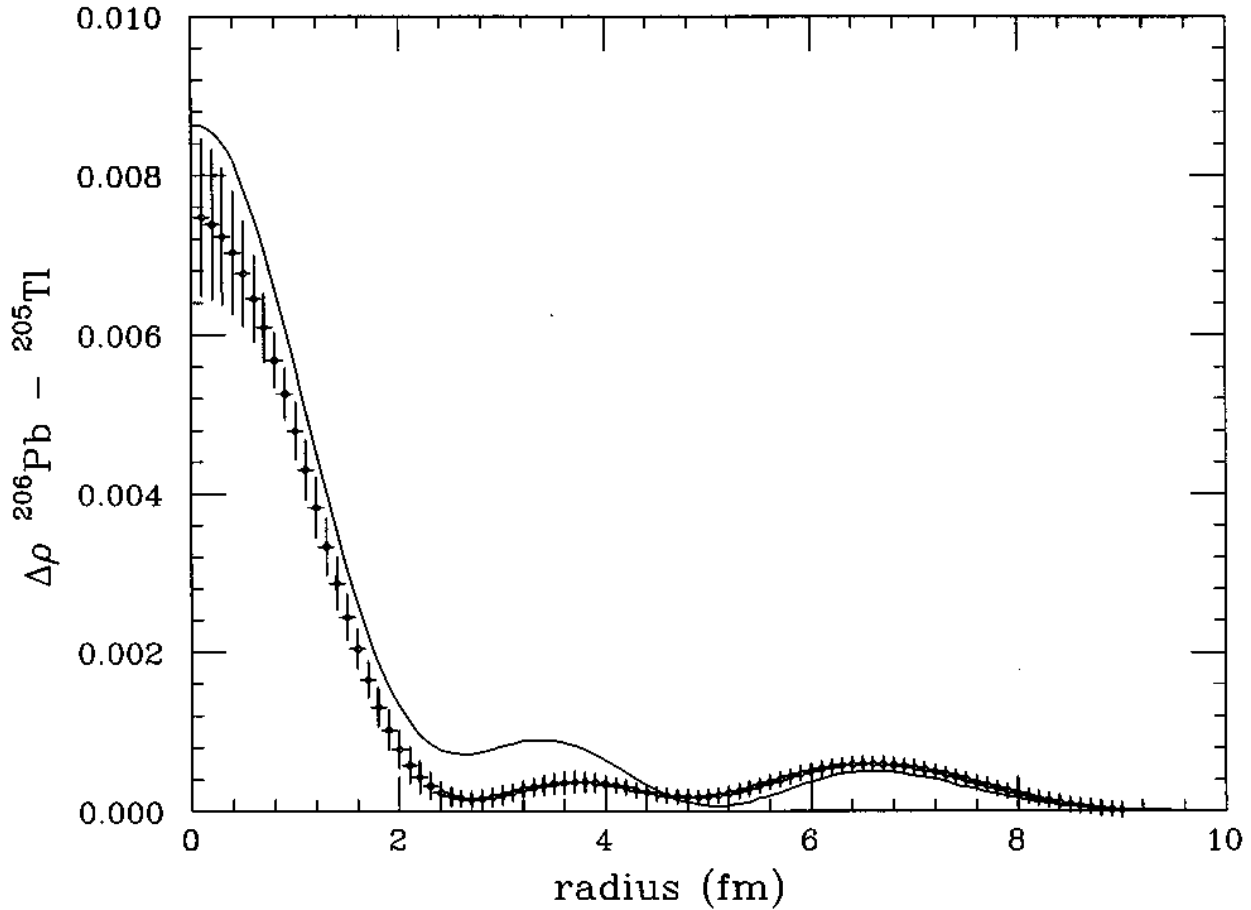


Figure 2: Charge density difference between ^{206}Pb and ^{205}Tl . Experiment vs. mean field calculation. Figure borrowed from ref. [2]

2 The Interacting Shell Model (ISM)

The ISM is an approximation to the exact solution of the nuclear A-body problem using effective interactions in restricted valence spaces. The effective interactions are obtained from the bare nucleon-nucleon interaction by means of a regularization procedure aimed to soften the short range repulsion. In other words, using effective interactions we can treat the A-nucleon system in a basis of independent quasi-particles. A Shell Model calculation amounts to diagonalizing the nuclear hamiltonian in the basis of all the Slater determinants that can be built distributing the valence particles in a set of orbits which is called valence space. The orbits that are always

full form the core. The three pillars of the shell model are the effective interactions, the valence spaces, and the algorithms and codes that make it possible to solve the secular problem. For a recent review of the ISM see; E. Caurier, G. Martínez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves and A. P. Zuker. “The Shell Model as a Unified View of Nuclear Structure”, [5].

2.1 Making the Effective Interaction Simple.

The effective shell model interactions appear sometimes as a long list of meaningless numbers; the two body matrix elements of the Hamiltonian. Without loosing the simplicity of the Fock space representation, we can recast these numbers in a way full of physical insight, following Dufour-Zuker rules: *Any effective interaction can be split in two parts: $\mathcal{H} = \mathcal{H}_m$ (monopole) + \mathcal{H}_M (multipole). \mathcal{H}_m contains all the terms that are affected by a spherical Hartree-Fock variation, hence it is responsible for the global saturation properties and for the evolution of the spherical single particle energies [6].*

The Monopole Hamiltonian can be written as:

$$\mathcal{H}_m = H_{sp} + \sum \left[\frac{1}{(1 + \delta_{ij})} a_{ij} n_i (n_j - \delta_{ij}) + \frac{1}{2} b_{ij} \left(T_i \cdot T_j - \frac{3n_i}{4} \delta_{ij} \right) \right]. \quad (7)$$

The coefficients a and b are defined in terms of the centroids:

$$V_{ij}^T = \frac{\sum_J V_{ij}^{JT}[J]}{\sum_J [J]} \quad (8)$$

as: $a_{ij} = \frac{1}{4}(3V_{ij}^1 + V_{ij}^0)$, $b_{ij} = V_{ij}^1 - V_{ij}^0$, the sums run over Pauli allowed values.

The evolution of effective spherical single particle energies with the number of particles in the valence space is dictated by \mathcal{H}_m . In the case of identical particles the expression reads:

$$\epsilon_j(n) = \epsilon_j(n = 1) + \sum_i V_{ij}^1 n_i \quad (9)$$

The monopole hamiltonian \mathcal{H}_m also governs the relative position of the various T-values in the same nucleus, via the terms:

$$b_{ij} T_i \cdot T_j \quad (10)$$

Even small defects in the centroids can produce large changes in the relative position of the different configurations due to the appearance of quadratic terms involving the number of particles in the different orbits. These quadratic terms make it possible that deformed or superdeformed states of n-particles n-holes nature could appear at very low excitation energy in doubly magic nuclei as ^{16}O or ^{40}Ca .

The drift of the effective single particle energies is illustrated in Figure 3 for the N=20 isotones from Oxygen to Calcium. It is seen that, as we move far from stability, the effective gap between the sd and pf shells diminishes, and the $0f_{7/2}$ and $1p_{3/2}$ orbits change their ordering. Both facts contribute to the appearance of a region of deformation around ^{31}Na .

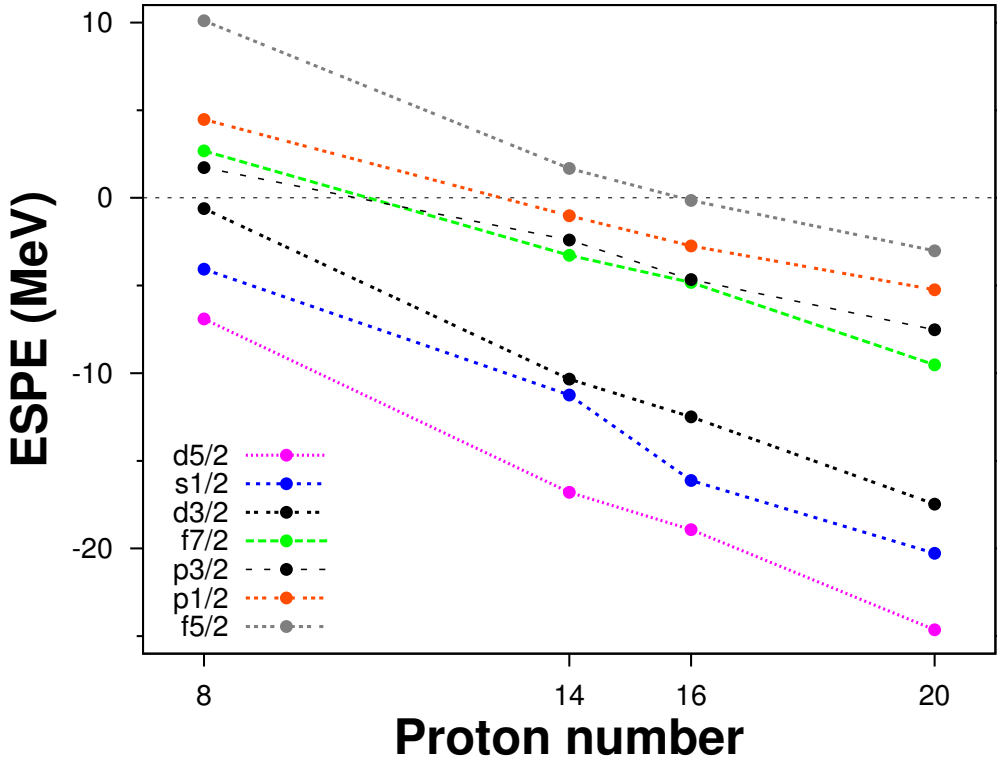


Figure 3: Effective single particle energies for the N=20 isotones from Oxygen to Calcium

2.2 The Multipole Hamiltonian.

\mathcal{H}_M can be written in two representations, particle-particle and particle-hole:

$$\mathcal{H}_M = \sum_{r \leq s, t \leq u, \Gamma} W_{rstu}^\Gamma Z_{rs\Gamma}^+ \cdot Z_{tu\Gamma}, \quad (11)$$

$$\mathcal{H}_M = \sum_{rstu\Gamma} [\gamma]^{1/2} \frac{(1 + \delta_{rs})^{1/2} (1 + \delta_{tu})^{1/2}}{4} \omega_{rtsu}^\gamma (S_{rt}^\gamma S_{su}^\gamma)^0, \quad (12)$$

where Z_Γ^+ (Z_Γ) is the coupled product of two creation (annihilation) operators and S^γ is the coupled product of one creation and one annihilation operator.

$$Z_{rs\Gamma}^+ = [a_r^\dagger a_s^\dagger]^\Gamma \quad (13)$$

$$S_{rs}^\gamma = [a_r^\dagger a_s]^\gamma \quad (14)$$

The W and ω matrix elements are related by a Racah transformation:

$$\omega_{rtsu}^\gamma = \sum_{\Gamma} (-)^{s+t-\gamma-\Gamma} \left\{ \begin{array}{ccc} r & s & \Gamma \\ u & t & \gamma \end{array} \right\} W_{rstu}^\Gamma[\Gamma], \quad (15)$$

$$W_{rstu}^\Gamma = \sum_{\gamma} (-)^{s+t-\gamma-\Gamma} \left\{ \begin{array}{ccc} r & s & \Gamma \\ u & t & \gamma \end{array} \right\} \omega_{rtsu}^\gamma[\gamma]. \quad (16)$$

Table 1: Dominant terms of the multipole Hamiltonian for several pf -shell effective interactions

Interaction	particle-particle		particle-hole		
	JT=01	JT=10	$\lambda\tau=20$	$\lambda\tau=40$	$\lambda\tau=11$
KB3	-4.75	-4.46	-2.79	-1.39	+2.46
FPD6	-5.06	-5.08	-3.11	-1.67	+3.17
GOGNY	-4.07	-5.74	-3.23	-1.77	+2.46
GXPF1	-4.18	-5.07	-2.92	-1.39	+2.47
BONNC	-4.20	-5.60	-3.33	-1.29	+2.70

The operators $S_{rr}^{\gamma=0}$ are just the number operators for orbits r and $S_{rr'}^{\gamma=0}$ the spherical HF particle hole vertices. Both must have null coefficients if the monopole hamiltonian satisfies HF self-consistency. The operator $Z_{rr\Gamma=0}^+$ creates a pair of particles coupled to $J=0$ (or coupled to $L=0$ and $S=0$, or in a state of zero total momentum). Therefore the terms, $Z_{rr\Gamma=0}^+ \cdot Z_{ss\Gamma=0}$ represent different pairing hamiltonians, whose specificities determine the values of the matrix elements $W_{rrss}^{\Gamma=0}$.

The operators S_{rs}^γ are typical multipole vertices of multipolarity γ . For instance, $r = s$, $\gamma=(L=0,S=1)$ produces a $(\vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma})$ term which is the main component of the residual interaction in He-3 droplets. The terms S_{rs}^γ $\gamma=(J=2,T=0)$, which appear in the $(Q \cdot Q)$ interaction that is responsible for the existence of deformed nuclei, are specially large and attractive when $j_r - j_s=2$ and $l_r - l_s=2$.

A detailed analysis of the effective nucleon-nucleon interaction in the nucleus, using the techniques of ref. [6] reveals that the multipole hamiltonian is universal and dominated by BCS-like isovector and isoscalar pairing plus quadrupole-quadrupole and octupole-octupole terms of very simple nature $(r^\lambda Y_\lambda \cdot r^\lambda Y_\lambda)$, as can be seen in table I.

In summary, the key aspects of the effective interaction(s) are: a) The evolution of the spherical mean field in the valence spaces. In order to reproduce the experimental behavior, the present two body effective interactions, probably require to be complemented by three body forces whose need seems already well established by the Green Function Monte Carlo calculations [7] and No Core Shell model Calculations [8]. Some claim that they could be reducible to simple monopole forms, a kind of density dependence, or more precisely, occupation number dependence. and, b) The multipole hamiltonian – which drives the correlations – and which does not seem to demand major changes with respect to the one derived from the realistic nucleon-nucleon potentials.

2.3 Collectivity in Nuclei.

The widespread presence of nuclei with deformed shapes is a conspicuous manifestation of the importance of the quadrupole-quadrupole terms in the nuclear multipole hamiltonian. Nuclear superfluidity (and the shift of the mass parabolas in even isobaric multiplets, and many other effects) signal also the importance of the pairing terms. For a given interaction, a many body system would or would not display coherent features at low energy depending on the structure of the mean field around the Fermi level. An attractive pairing interaction in an electron gas at $T=0$ produces the superconducting phase transition. The quadrupole-quadrupole interaction left alone –*i.e.*– if the monopole hamiltonian is negligible, would produce nuclear needles. Magic nuclei are spherical despite the strong quadrupole-quadrupole interaction, because the large

gaps in the nuclear mean field at the Fermi surface block the quadrupole correlations. The isotropic harmonic oscillator has SU(3) symmetry. The quadrupole operators are generators of this group and the Casimir of the group contains the quadrupole-quadrupole interactions. Therefore the states of lower energy are those with maximal deformation compatible with the Pauli principle. The spin orbit interaction breaks the SU(3) symmetry, but other SU3 variants emerge when there are favorable orbits around the Fermi level, like Pseudo-SU3 or Quasi-SU3.

3 Spectroscopic factors

The spectroscopic factors are defined as:

$$S(j, t_z) = \frac{\langle J_f T_f T_{zf} || a_{jt_z}^\dagger || J_i T_i T_{zi} \rangle^2}{2J_f + 1} \quad (17)$$

where the matrix element is reduced in angular momentum only; j and t_z refer to the total angular momentum and third isospin component of the stripped nucleon. Imagine we start on doubly magic ^{48}Ca . The states

$$|r_{jt_z}\rangle = a_{jt_z}^\dagger |^{48}\text{Ca gs}\rangle \quad (18)$$

are not, except in the non-interacting case, eigenstates of the Hamiltonian for ^{49}Sc or ^{49}Ca . The stronger the correlations, the farther they are. Therefore, to calculate $S(j, t_z)$ we overlap $|r\rangle$ with the physical states in the final nucleus. In practice, we just take $|r\rangle$ as starting vector for a sequence of Lanczos iterations. The total spectroscopic factor is the norm of the state $|r\rangle$. The excitation energies of the starting vectors, $e_r = \langle r | H | r \rangle - \langle f | H | f \rangle$:

$$e_{p_{3/2}} = 4.54 \text{ MeV} \quad e_{p_{1/2}} = 5.99 \text{ MeV} \quad e_{f_{5/2}} = 5.76 \text{ MeV}$$

are almost identical to the monopole prediction:

$$\epsilon_{p_{3/2}} = 4.58 \text{ MeV} \quad \epsilon_{p_{1/2}} = 5.99 \text{ MeV} \quad \epsilon_{f_{5/2}} = 5.66 \text{ MeV}$$

a result readily explained by the weakness of the ground state correlations in ^{48}Ca . By the same token the sum rules for $(2j + 1)S(j, t_z)$ are very close to their theoretical maximum, $(2j + 1)$. Indeed, the sum rule is actually quenched by a factor of about 0.7 because of the short range correlations that take part of the wave function out of the model space.

3.1 Stripping on $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{49}\text{Sc}$

We have compared the experimentally available information with large scale shell model calculations in the full pf -shell using the interaction KB3 in ref. [9]. The spectroscopic factors for $f_{7/2}$ in Fig. 4, show little fragmentation.

For $p_{3/2}$, Fig. 5 seems to indicate a discrepancy between theory—that produces substantial fragmentation—and experiment, that falls quite short of the sum rule, by detecting basically only two peaks. Note that the higher, at around 11.5 MeV, corresponds to the IAS of the ground state of ^{49}Ca .

The discrepancy is explained when we consider Fig. 6 for the $p_{1/2}$ strength: now the too numerous experimental fragments abundantly exceed the sum rule. What seems to be happening is that the method chosen to analyse the data does not distinguish among the $L = 1$

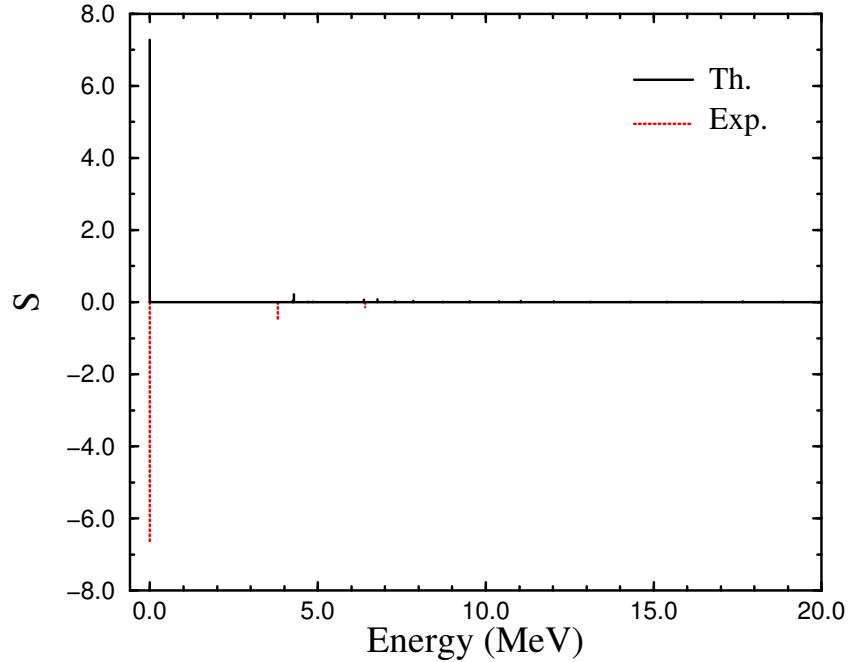


Figure 4: Stripping on $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{49}\text{Sc}$. $0f_{7/2}$ spectroscopic strength.

peaks those with $J = 1/2$ from those with $J = 3/2$, unduly favouring the former. Note that the lowest calculated state is a bit too high in Fig. 6. (The higher states are again isobaric analogues.)

The situation becomes truly satisfactory for the $f_{5/2}$ strength in Fig. 7. The four lowest theoretical peaks may demand a slight downward shift but they have nearly perfect counterparts in experiment, where a fifth state also shows—a probable intruder. Higher up the agreement remains quite good, especially if we remember that, at 60 iterations, the spikes beyond 7 MeV do not represent converged eigenstates but doorways, subject to further fragmentation. Note that it is the second of the two IAS levels slightly above 15 MeV that carries most of the strength.

3.2 Spectroscopic factors and correlations; ^{48}Ca vs ^{46}Ar

The correlations act in two ways: Shifting strength from the particle to the hole channel and fragmenting the strength into many states. For the neutron stripping on ^{48}Ca and ^{46}Ar [11] the situation is as follows:

• orbit	strength	
• $f_{7/2}$	0.025(Ca)	0.136(Ar)
• $p_{3/2}$	0.982(Ca)	0.793(Ar)
• $p_{1/2}$	0.987(Ca)	0.966(Ar)

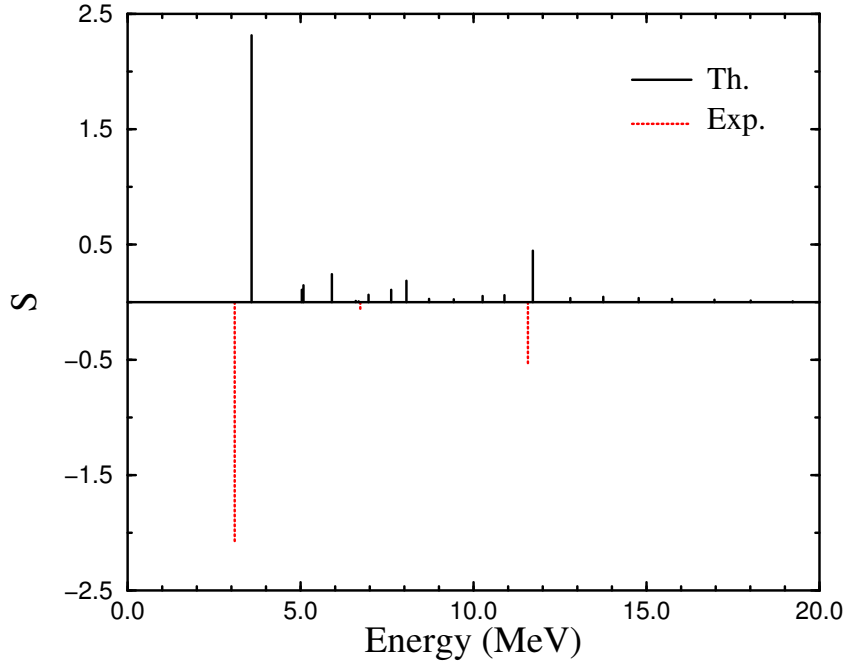


Figure 5: Stripping on $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{49}\text{Sc}$. $1p_{3/2}$ spectroscopic strength.

- $f_{5/2}$ 0.984(Ca) 0.969(Ar)

In the presence of correlations, when the single particle strength is fragmented, one can still have an idea of the bearings of the underlying mean field, constructing equivalent single particle energies [10].

$$\epsilon_j = \frac{\sum_n (E_0 - E_n^-) S_n^- + \sum_m (2j + 1)(E_0 - E_m^+) S_m^+}{(2j + 1)} \quad (19)$$

$$\sum_n S_n^- + (2j + 1) \sum_m S_m^+ = 2j + 1 \quad (20)$$

A recent discussion on this issue can be found in references [12, 13].

3.3 Deformed nuclei; Stripping on $^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{49}\text{Cr}$

In deformed nuclei, much of the particle strength goes to the hole channel. We have made full pf -shell calculations with the KB3 interactions for the spectroscopic factors of the stripping reaction $^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{49}\text{Cr}$. Both nuclei are deformed with $\beta \sim 0.3$. For instance in ^{48}Cr we have only 0.585 of $0f_{7/2}$ strength instead of 1.0 in the single particle limit. In addition the particle strength is fragmented among several states as can be seen in Fig.8. The lowest $7/2^-$ state in the figure belongs to the $K=5/2$ ground state band of ^{49}Cr and is located at ~ 300 keV of excitation energy.

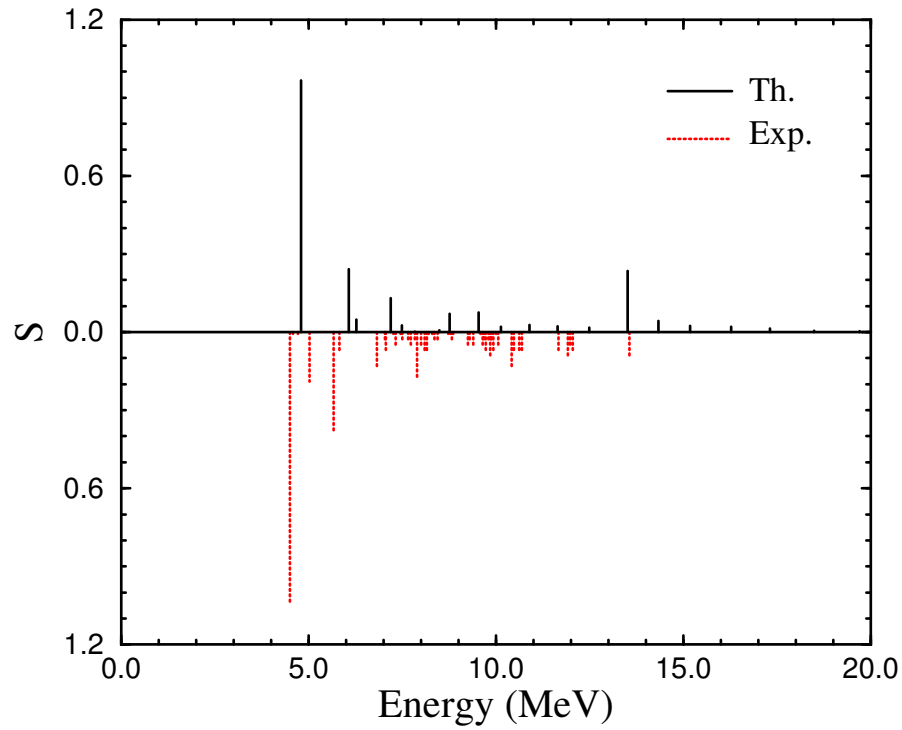


Figure 6: Stripping on $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{49}\text{Sc}$. $1p_{1/2}$ spectroscopic strength.

Most of the $0f_{5/2}$ strength (0.96) remains in the particle channel. But now the fragmentation, shown in Fig.9 is much stronger. It is interesting to realize that the ground state $J^\pi = 5/2^-$ does not have any $0f_{5/2}$ strength. This is an extreme –and very illustrative– example of a physical situation in which the correlations wash out completely the connection between the quantum numbers of one state and its spectroscopic strength for the orbit carrying the same quantum numbers.

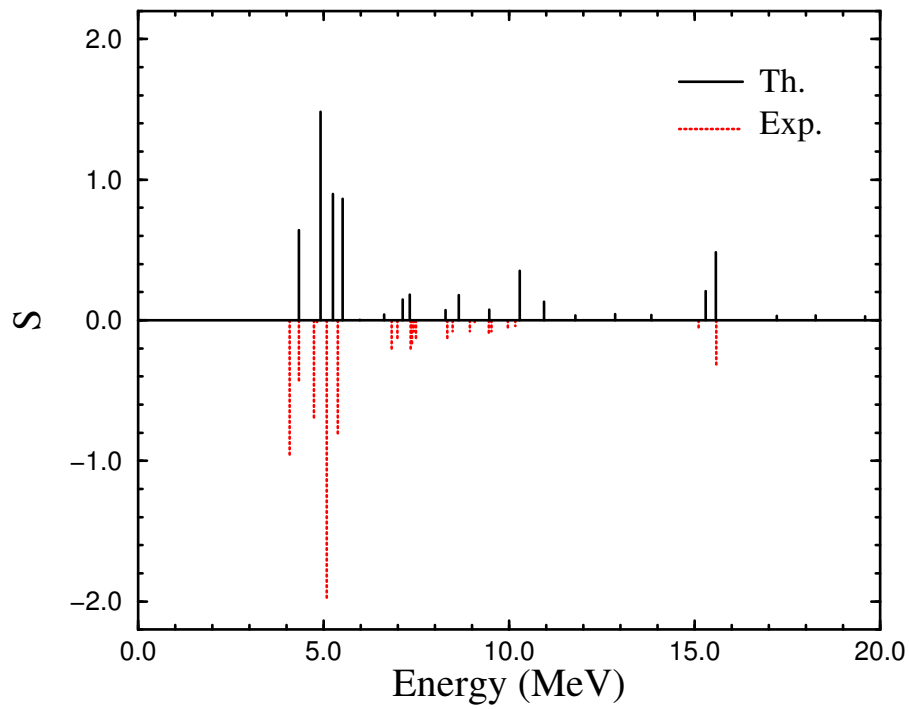


Figure 7: Stripping on $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{49}\text{Sc}$. $0f_{5/2}$ spectroscopic strength.

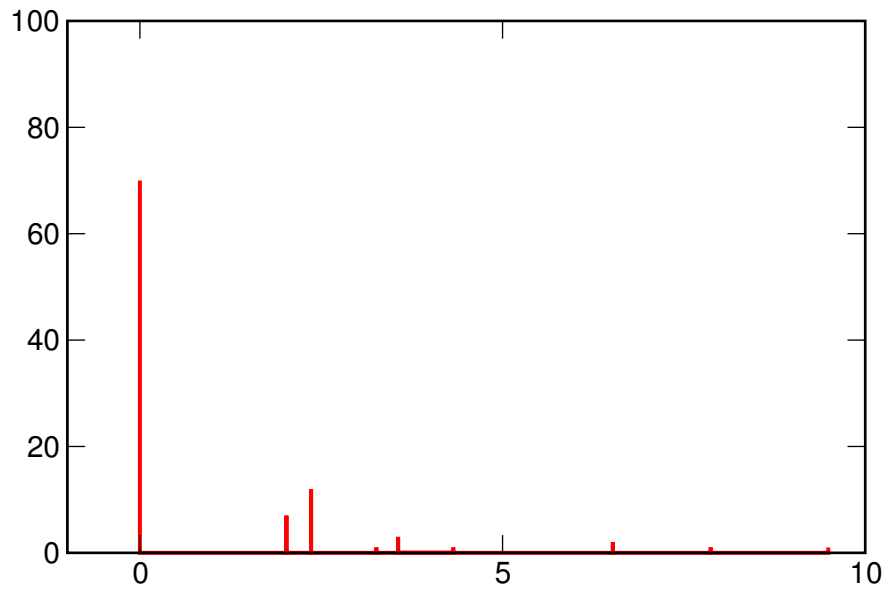


Figure 8: Stripping on $^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{49}\text{Cr}$; $0f_{7/2}$ spectroscopic strength.

Acknowledgements Supported by the Ministerio de Educación y Ciencia (Spain), FPA2007-66069, and by the Comunidad de Madrid (Spain), project HEPHACOS P-ESP-00346.

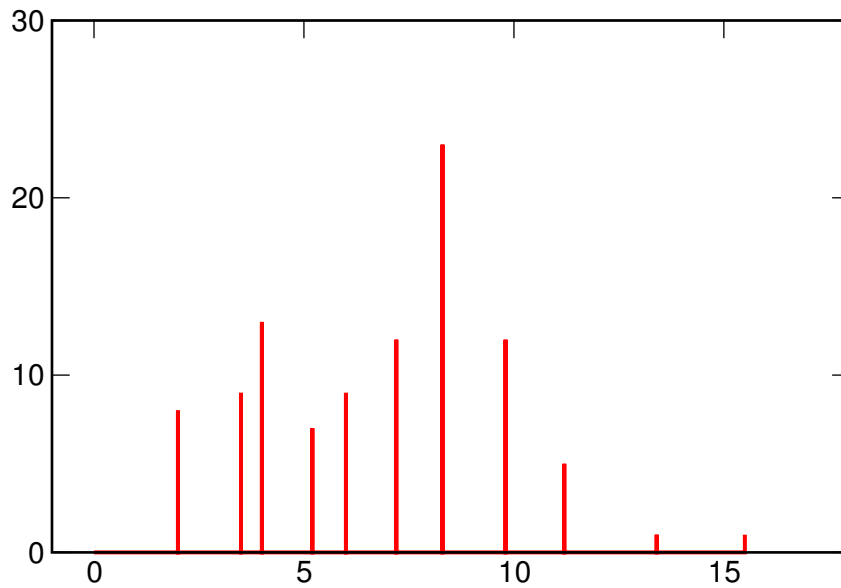


Figure 9: Stripping on $^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{49}\text{Cr}$; $0f_{5/2}$ spectroscopic strength.

References

- [1] M.G. Mayer, Phys. Rev. **75** (1949) 1969; O. Haxel, J.H.D. Jensen, and H.E. Suess, Phys. Rev. **75** (1949) 1776.
- [2] V. R. Pandharipande, I. Sick and P. K. A. deWitt Huberts, Rev. Mod. Phys. **69** (1997) 981.
- [3] S. Fantoni and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. A **427** (1984) 473.
- [4] J. Cavedon *et al.*, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 978.
- [5] E. Caurier, G. Martinez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves and A. Zuker, Rev. Mod. Phys. **77** (2005) 427.
- [6] M. Dufour and A. P. Zuker, Phys. Rev. C **54** (1996) 1641.
- [7] S. C. Pieper, K. Varga and R. B. Wiringa, Phys. Rev C **66** (2002) 044310.
- [8] P. Navratil and W. E. Ormand, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 152502.
- [9] G. Martínez-Pinedo, A. Zuker, A. Poves and E. Caurier, Phys. Rev C **55** (1997) 187.
- [10] M. Baranger, Nucl. Phys. A **149** (1970) 225.
- [11] L. Gaudefroy *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 092501.
- [12] L. Gaudefroy *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 099202.
- [13] A. Signoracci and B. Alex Brown, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 099201.

Analysis of Transfer Reactions: Determination of Spectroscopic Factors

N. Keeley

CEA Centre de Saclay, DSM/DAPNIA/SPhN, F-91191 Gif-sur-Yvette, France

and

Department of Nuclear Reactions, The Andrzej Sołtan Institute for Nuclear Studies, ul. Hoża 69, 00-681 Warsaw, Poland

Abstract. An overview of the more popular models used for the analysis of direct reaction data is given, concentrating on practical aspects. As a concrete example, the $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ reaction at an incident deuteron energy of 30 MeV is analysed with progressively more physically sophisticated models. The effect of the choice of reaction model on the spectroscopic information extracted from the data is investigated and other sources of uncertainty in the derived spectroscopic factors are discussed.

Résumé. En nous focalisant sur les aspects pratiques, nous effectuons une revue des modèles les plus couramment utilisés pour l'analyse des données de réactions directes. Nous utilisons comme illustration la réaction $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$, avec un deuteron incident de 30 MeV, en l'analysant avec des modèles physiquement de plus en plus complexes. Les conséquences du modèle de réaction choisi sur l'information spectroscopique extraite des données sont mises en évidence. Les autres sources d'incertitude sur les facteurs spectroscopiques extraits sont également discutées.

1. SCOPE OF THE LECTURES

These lectures are intended to give a brief overview of some of the more commonly used direct reaction models, concentrating on their use in practice to extract spectroscopic factors from angular distribution data. They will not present details of the formalism underlying these models which are given in a number of text books; two that I have found particularly useful are those by Hodgson [1] and Satchler [2]. A number of practical examples will be presented where the same data are analysed by progressively more sophisticated reaction models and the sources of uncertainty in the derived spectroscopic quantities will be discussed. The ultimate aim of these lectures is to present the reader with sufficient information to enable analyses of direct reaction data in the literature to be assessed critically — in the best sense of the term — according to the following criteria:

1. Is the reaction model used appropriate to the circumstances? i.e. does it provide an adequate description of the reaction mechanism?
2. What are the likely uncertainties in the derived spectroscopic quantities?
3. Are the conclusions drawn fully justified by the analysis? i.e. is the size of any claimed effect significantly larger than the uncertainty in the derived quantities exhibiting that effect?

2. INTRODUCTION: DIRECT REACTIONS AS A SPECTROSCOPIC TOOL

Direct reactions are particularly useful as a spectroscopic tool due to their selectivity – they favour the population of single particle (or hole) levels, see Fig. 1. Spectroscopic information concerning the single-particle nature of the observed levels may then be compared with the results of structure model calculations. Such measurements are particularly useful if it is possible to locate and identify all the states in a given nucleus that have appreciable single particle strength. If this can be done

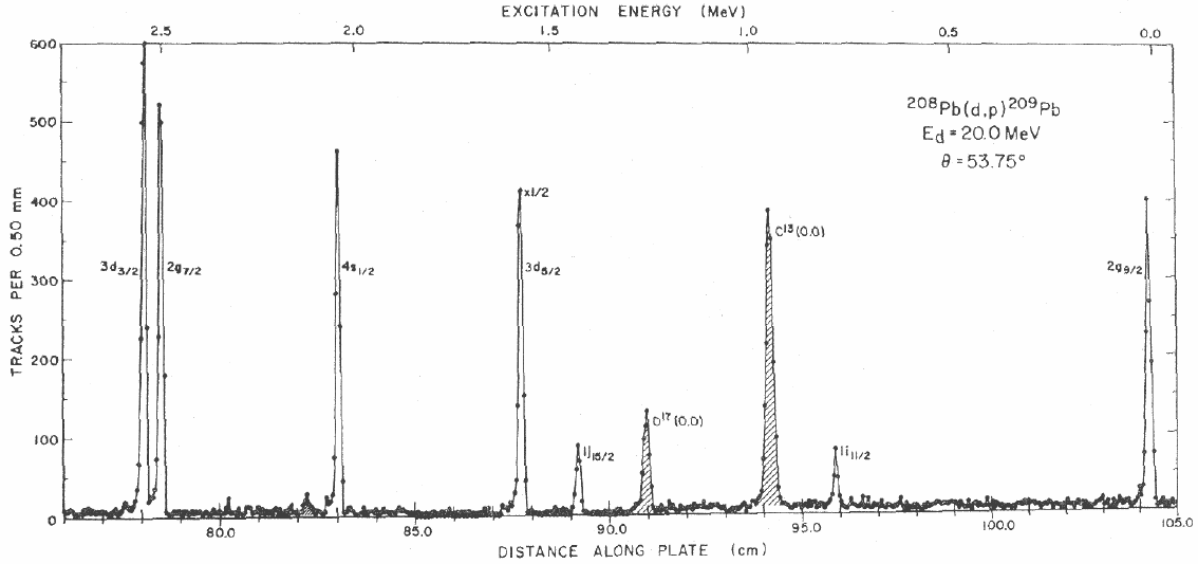


FIGURE 1. Proton spectrum for the $^{208}\text{Pb}(d,p)^{209}\text{Pb}$ reaction at an incident deuteron energy of 20 MeV. The two shaded peaks represent reactions from Carbon and Oxygen contaminants in the target. Taken from Ref. [3].

one may, for example, determine the extent to which each shell model orbital is filled in the target nucleus. Apart from the excitation energies of the states, directly obtainable from energy-calibrated spectra, how does one obtain the desired information — spin, parity, spectroscopic factor — from the direct reaction data?

It was first demonstrated by Butler [4] that the measured angular distributions of the differential cross section ($d\sigma/d\Omega$) of the $^AZ(d,p)^{A+1}Z$ transfer reaction depend sensitively on L , the angular momentum of the transferred neutron with respect to the “core” nucleus AZ , thus enabling L to be determined by a comparison of the measured angular distribution with one calculated by a suitable model of the reaction, see Fig. 2. This L dependence is not restricted to the (d,p) process and is a general feature of transfer reactions. If we know L we may determine the parity of the residual state via the relation:

$$\pi_T \pi_R = (-1)^L \quad (1)$$

where π_T and π_R are the parities of the target and residual states. However, the total spin of the residual state, J_R , is not in general unambiguously determined, being given by the vectorial relation:

$$\mathbf{J}_R = \mathbf{J}_T + \mathbf{L} + \mathbf{s} \quad (2)$$

where \mathbf{J}_T is the total spin of the target state and \mathbf{s} is the intrinsic spin of the transferred particle. In the case of a (d,p) reaction on an even-even target where $s = 1/2$ and $J_T = 0$ this reduces to:

$$J_R = L \pm 1/2. \quad (3)$$

The general case is considerably more complicated, and a state of given J_R may have contributions from two or more different L values or, conversely, a given L may couple with a non-zero J_T to give several states with different J_R values. Thus a measurement of the differential cross section alone is not usually sufficient to determine J_R completely.

Although a systematic J -dependence of the cross section angular distribution at large angles has been noted for $L = 1$ (d,p) reactions [6] the principal means of determining J_R is by measurement of the vector analysing power iT_{11} [7] in an experiment with a polarised deuteron beam or target. The

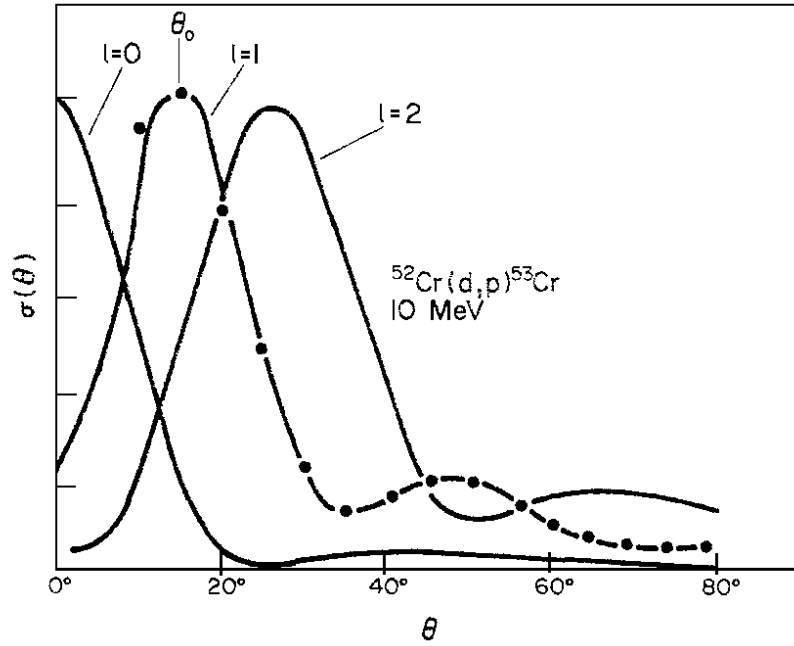


FIGURE 2. Cross section measurement (points) and DWBA calculations (curves) for $^{52}\text{Cr}(d,p)^{53}\text{Cr}$ illustrating the dependence of the peak position on L . Taken from Ref. [5].

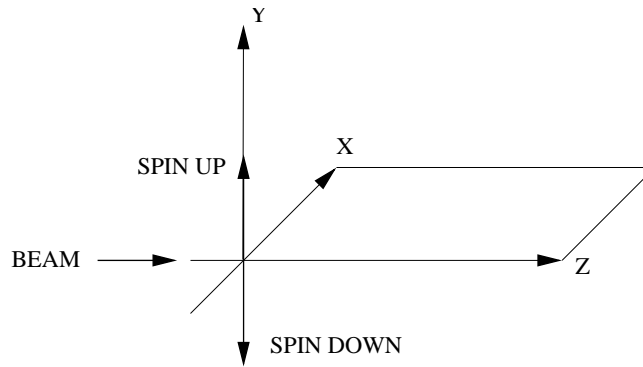


FIGURE 3. Coordinate system for the calculation of iT_{11} , adapted from [5].

vector analysing power may be defined as:

$$iT_{11} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{\sigma_{\text{UP}} - \sigma_{\text{DOWN}}}{\sigma_0} \quad (4)$$

where σ_{UP} and σ_{DOWN} refer to the cross section measured with a deuteron beam that is fully polarised parallel (UP) or antiparallel (DOWN) to \hat{y} , where the y -axis is chosen to be perpendicular to the reaction plane (see Fig. 3). The quantity σ_0 denotes the cross section for an unpolarised beam.

Figure 4 shows some typical results for $L = 1$ transitions in the $^{52}\text{Cr}(d,p)^{53}\text{Cr}$ reaction. Note that while the form of the cross section angular distributions is essentially identical for all three transitions that of the analysing power is characteristic of the J_R value; the two $J_R = 3/2$ transitions have similar vector analysing powers whereas iT_{11} for the $J_R = 1/2$ transition has the opposite sign.

Such measurements require either a polarised deuteron beam (in conventional kinematics for stable target nuclei) or a polarised deuteron target for radioactive beam experiments carried out in inverse kinematics. While polarised deuteron targets are under serious consideration for a number

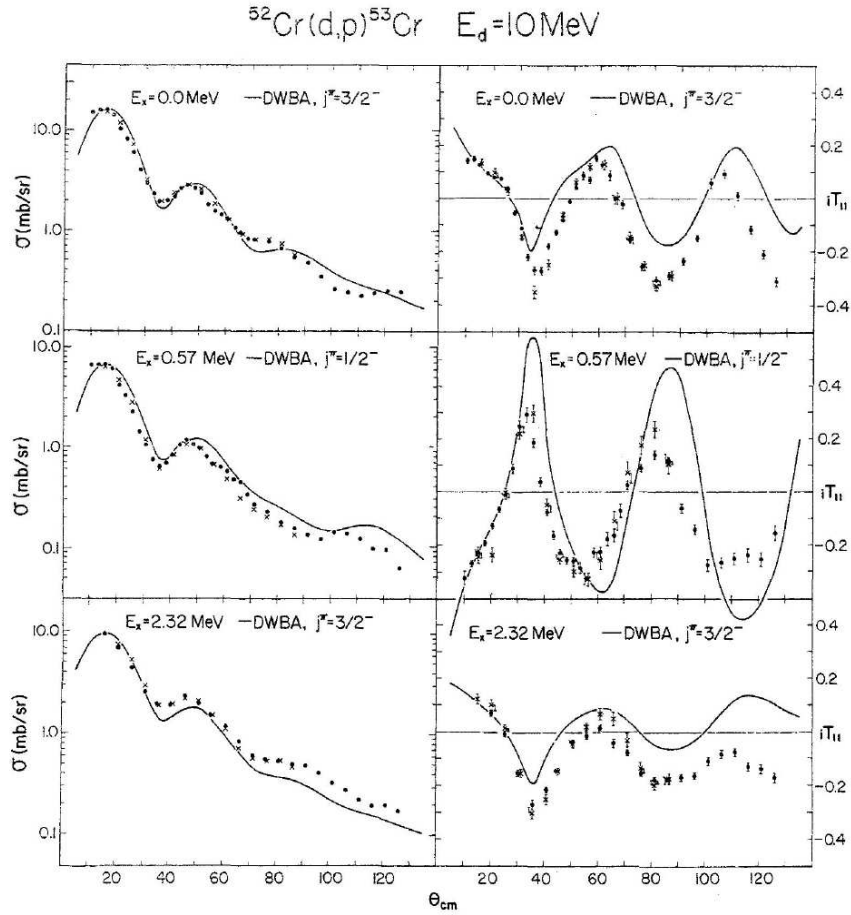


FIGURE 4. Cross section and vector analysing power measurements for three $L = 1$ $^{52}\text{Cr}(d,p)^{53}\text{Cr}$ transitions illustrating the dependence of analysing power on J_R . Taken from Ref. [5].

of current and proposed radioactive beam facilities their practical application is still several years in the future, therefore we shall not consider this aspect in detail. Knutson and Haerberli [5] give a useful review of polarisation effects in transfer reactions for those who wish to pursue this subject.

The final quantity that we wish to determine is the spectroscopic factor, S_{JL} . It is a direct measure of the single-particle purity of the final, i.e. residual (or initial, i.e. target) state. In its most basic form S_{JL} is defined by the following relation:

$$d\sigma(\theta, E)/d\Omega = S_{JL}F_{JL}(\theta, E) \quad (5)$$

where $d\sigma(\theta, E)/d\Omega$ is the differential cross section and $F_{JL}(\theta, E)$ is a factor that depends on the reaction mechanism and contains all the angular and energy dependence. A measurement of the transfer cross section combined with the calculation of $F_{JL}(\theta, E)$ by a suitable reaction model enables the spectroscopic factor to be determined, provided that the quantum numbers J and L are known. Depending on the precise definition, S_{JL} often includes the isospin Clebsch-Gordan coefficient, C , and is therefore sometimes written as C^2S . Also, in practice S_{JL} is the product of two spectroscopic factors, one for the projectile overlap and one for the target overlap; in the case of the $^AZ(d,p)^{A+1}Z$ reaction the $d = n + p$ and the $^{A+1}Z = ^AZ + n$ overlaps, respectively. The spectroscopic factor for the projectile overlap is usually determined by other means, often a nuclear structure calculation.

It is apparent from the foregoing that a model of the reaction process is essential if we wish to obtain nuclear structure information from direct reaction data. In the remainder of these lecture notes

we shall concern ourselves with four of the most popular of these models viz., in order of increasing sophistication:

1. The Distorted Wave Born Approximation (DWBA). The simplest useful reaction model, which assumes a direct, one-step transfer process where the transfers to specific states are individually weak and may be treated using perturbation theory.
2. The adiabatic model. A modification of the DWBA specific to (d,p), (d,n), (p,d) and (n,d) reactions that takes effects due to breakup of the weakly-bound deuteron into account in an approximate way.
3. The Coupled Channels Born Approximation (CCBA). Used when the assumption of a one-step transfer process breaks down, it allows for two-step transfer paths including inelastic excitation of the target, projectile or residual nucleus. The strong inelastic excitations are modelled using the coupled channels technique while the DWBA is retained for the weak transfer step.
4. Coupled Reaction Channels (CRC). The most sophisticated readily available model of the transfer process. It does not assume that the transfer is either one-step or weak and all reaction processes are treated on an equal footing. Complex rearrangements of flux between channels are possible, sometimes leading to surprising results.

3. THE DISTORTED WAVE BORN APPROXIMATION

Despite its simplicity and longevity — it was first developed approximately fifty years ago — the DWBA is still widely used today. What, then, are the basic “ingredients” of a typical DWBA calculation? They fall under two main headings: firstly, we require, at least in principle, optical model potentials that describe the appropriate elastic scattering in the entrance and exit channels. These potentials are used to provide the distorted waves that give the model its name. However, appropriate elastic scattering data are often unavailable and one is constrained to use global parameterizations, an often far from ideal expedient. Secondly, potentials that bind the transferred particle to the light and heavy “core” nuclei — e.g. for the $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ reaction the proton is the light and the ^{12}C the heavy “core” nucleus for the transferred neutron — and the internal wave functions of the composite nuclei thus formed derived from these binding potentials are required. The internal wave functions are usually calculated by binding the transferred particle in a Woods-Saxon potential well of fixed “geometry”, i.e. radius and diffuseness, with a depth adjusted to give the known binding energy of the state in question. This is sometimes referred to as the “well-depth prescription” and obviously needs to be reconsidered if transfer to an unbound resonant state is under consideration.

Some further details are needed to calculate the internal wave functions. In what follows we tacitly assume for the sake of simplicity a (d,p)-type reaction on an even-even target. The necessary information consists of:

1. The spin-parity (J_R^π) of the state of the residual or “composite” nucleus.
2. The angular momentum (L) of the transferred particle relative to the “core” nucleus.
3. The number of nodes (N) in the radial wave function.

These quantities are known for the light interacting partner (the deuteron in a (d,p) reaction, for example) and are sometimes obtained from a theoretical potential, e.g. the Reid soft-core N-N interaction [8] for the $d = n + p$ wave function. For the heavy partner they form part of the spectroscopic information we wish to determine; as we have seen, in general only L is unambiguously determined by the data.

To obtain L from the data we also have to assume a definite J in our calculation, plus a value for N . This is normally done by consulting a shell model scheme or, if possible, a nuclear structure calculation and picking a level that seems to correspond to that observed; N is then the principal

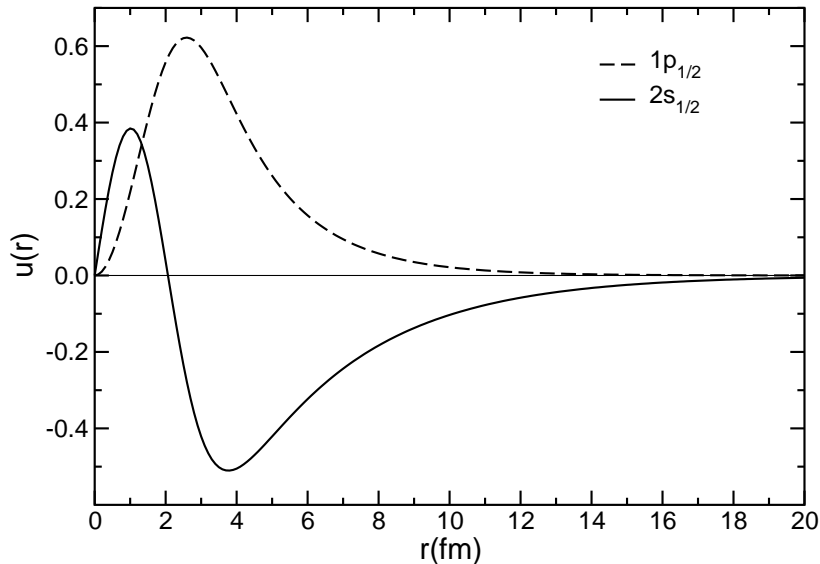


FIGURE 5. Radial wave functions for the $1p_{1/2} 1/2^-$ ground state and $2s_{1/2} 1/2^+$ first excited state of ^{13}C , calculated using the well-depth prescription and binding the neutron to the ^{12}C core in a Woods-Saxon well of radius $1.25 \times 12^{1/3}$ fm and diffuseness 0.65 fm.

quantum number of the selected state (there are complications for the transfer of composite particles such as d, ^3He , ^4He etc. which are covered in the book by Satchler [2]). Two typical radial wave functions obtained using the well-depth prescription are shown in Fig. 5.

After assembling our ingredients we may obtain the spectroscopic factor for each state by normalising our DWBA calculations to the measured angular distributions, having first obtained the correct L values by a careful comparison of the forms of the calculated angular distributions with the measured ones. However, the reality is not quite so simple, as there are a number of ambiguities and traps for the unwary. Firstly, there are ambiguities in the empirical optical model potentials used to calculate the distorted waves in the entrance and exit channels; several different “families” of potentials will often be found that fit the elastic scattering data equally well and the choice of potential will affect both the value obtained for the spectroscopic factor and the shape of the transfer angular distribution. Secondly, the geometry parameters of the binding potentials are rather arbitrary as there is a wide range of “reasonable” values. As the cross section scales with the choice of radius parameter the derived spectroscopic factor can vary by up to 30 % depending on the chosen value. Finally, check the definition of N in the code you use — some codes start from $N = 1$, equivalent to counting the node in the radial wave function at $r = 0$ but not that at $r = \infty$, others from $N = 0$, equivalent to not counting either the node at $r = 0$ or $r = \infty$. Again, the cross section scales with the value of N so that an error here will affect the extracted spectroscopic factor.

4. THE ADIABATIC MODEL

Apart from the effect of ambiguities in the optical model potentials and the binding potential geometry, the DWBA is unable to provide a satisfactory description of the data for many (d,p) and (p,d) reactions for incident energies of around 20 MeV and higher [9]. This problem has been found to be caused by effects due to breakup of the weakly bound deuteron. The adiabatic model [9, 10] takes these effects into account in an approximate way by a redefinition of the incident (for (d,p) reactions) or exit (for (p,d) reactions) deuteron distorted wave — it still describes the motion of the centre of mass of the neutron and proton but they are now no longer necessarily propagating in the

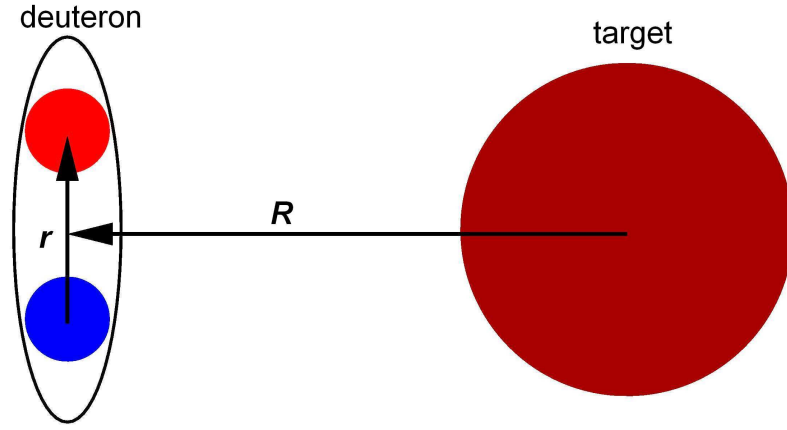


FIGURE 6. Coordinate scheme for calculating the adiabatic potential.

form of a bound deuteron. This is achieved in practice by introducing an *adiabatic potential* into a standard DWBA code in place of the usual deuteron optical model potential.

The crucial difference between the DWBA and the adiabatic model is therefore contained in the use of the adiabatic potential, which is formally defined as:

$$\bar{V}(\vec{R}) = D_0^{-1} \int d\vec{r} \left[V_n \left(\vec{R} + \frac{1}{2}\vec{r} \right) + V_p \left(\vec{R} - \frac{1}{2}\vec{r} \right) \right] V_{np} \phi_d(r) \quad (6)$$

where:

$$D_0 = \int d\vec{r} V_{np} \phi_d(r) \quad (7)$$

and V_p and V_n are the proton and neutron plus target optical potentials at half the incident deuteron kinetic energy, V_{np} and ϕ_d are the neutron-proton interaction and deuteron internal wave function and \vec{R} and \vec{r} are the radius vectors of the deuteron centre of mass relative to the target and the neutron relative to the proton, see Fig. 6. Approximate relations have been worked out for standard forms of V_p and V_n and the results found to give excellent agreement with those calculated using equation 6, see e.g. Ref. [10].

The use of the adiabatic model can lead to significant improvement in the description of data, see Fig.7, although it should be noted that in this form the adiabatic model will *not* describe the deuteron elastic scattering data — remember that the “deuteron” distorted wave was redefined — although this is possible within the adiabatic model framework [9]. Apart from the substitution of the adiabatic potential for the deuteron optical potential the ingredients of an adiabatic model calculation are the same as for standard DWBA.

5. THE COUPLED CHANNELS BORN APPROXIMATION

A CCBA calculation proceeds in the same way as for the DWBA with the same ingredients, apart from the following additions: firstly, the inelastic scattering is now modelled explicitly using the coupled channels formalism (see the books by Hodgson [1] and Satchler [2] for details) and requires a Coulomb, $B(E\lambda)$, and a nuclear, β_λ (deformation *parameter*, dimensionless) or δ_λ (deformation *length*, dimensions of length, usually in units of fm), coupling strength where λ is the multipolarity of the inelastic excitation. Secondly, the spectroscopic factors are replaced by spectroscopic *amplitudes*, the square roots of the spectroscopic factors which can have a positive or negative sign — interference effects between two routes to the same final state are now possible. Note

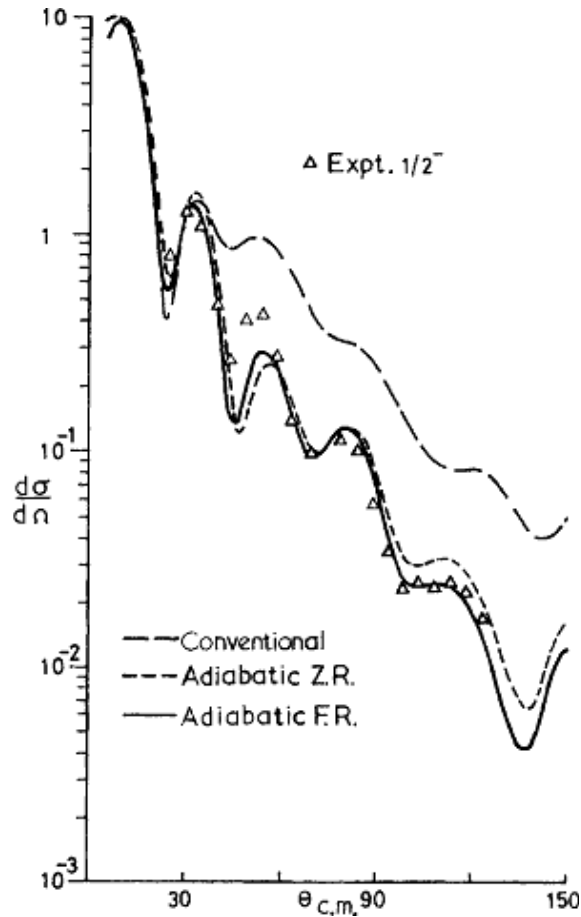


FIGURE 7. Data for the $^{54}\text{Fe}(d,p)^{55}\text{Fe}$ reaction at 23 MeV compared to standard DWBA (Conventional) and two adiabatic model calculations (Adiabatic Z.R. and F.R.). Taken from Ref. [10].

that as the inelastic scattering is now explicitly taken into account one must readjust the parameters of the entrance channel optical potential to recover the fit to the elastic scattering data.

6. COUPLED REACTION CHANNELS

A coupled reaction channels calculation proceeds as for the CCBA and with the same basic ingredients. However, the transfer couplings will now have an effect on the elastic scattering too — they are no longer modelled using the DWBA — hence further adjustment of the entrance channel optical potential will in general be necessary. There is a further complication, shared with the CCBA, in that for a given state of the residual nucleus there may now be several spectroscopic amplitudes (with their relative signs) to be determined from the same data set in place of the single spectroscopic factor of the DWBA. In practice, one often has to be guided by a nuclear structure calculation of these quantities. Care should be taken to check the “phase convention” between the signs of different bound-state wave functions used in nuclear structure calculations and the direct reaction code used for the analysis. Some reaction codes employ the convention that all radial wave functions are at first positive as r is increased from zero; this is not always the case in nuclear structure calculations and will affect the relative signs between spectroscopic amplitudes. Finally, with CRC one must take account of the non-orthogonality of the entrance and exit channels. This should be corrected for and the correction is often important.

7. A PRACTICAL EXAMPLE

To illustrate how the above models work in practice we shall take the $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ reaction, known as a deuteron stripping reaction as the neutron is “stripped” from the deuteron and transferred to the ^{12}C target, at an incident deuteron energy of 30 MeV. These data will be analysed in turn with progressively more physically sophisticated reaction models and the effect on the extracted spectroscopic factors noted. We shall also illustrate some of the sources of ambiguity in any analysis of direct reaction data, such as choice of distorting optical model potentials and binding potential geometry. The $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ transfer data are taken from Ohnuma *et al.* [11], the $^{12}\text{C}(\text{d},\text{d})^{12}\text{C}$ elastic scattering data from Perrin *et al.* [12], the $^{12}\text{C}(\text{d},\text{d}')^{12}\text{C}$ inelastic scattering data to the 4.4 MeV 2^+ state of ^{12}C from Lind *et al.* [13] and finally, the $^{13}\text{C}(\text{p},\text{p})^{13}\text{C}$ elastic scattering data from Greaves *et al.* [14].

We begin with two DWBA analyses with fitted and global optical model potentials. Before we start, our first requirement is a reaction model code. There are many available for DWBA calculations, two popular choices being DWUCK4 and DWUCK5 [15]. However, we shall use the code FRESKO [16], a flexible universal nuclear reaction code which may also be used for CCBA and CRC calculations and which was employed for all the calculations presented here.

7.1. Standard DWBA Analyses With Fitted and Global Optical Model Potentials

We present in this section two parallel DWBA analyses of the same $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ data set, one employing empirical optical model distorting potentials obtained from fits to the relevant $^{12}\text{C}(\text{d},\text{d})^{12}\text{C}$ and $^{13}\text{C}(\text{p},\text{p})^{13}\text{C}$ elastic scattering data and one employing global deuteron and proton optical model parameter sets. The interest in this comparison arises from the fact that one is often constrained to use global parameter sets when analysing radioactive beam data due to the lack of suitable elastic scattering measurements. As we shall see, even for stable nuclei where the global parameter sets should work reasonably well, this can lead to important differences in the extracted spectroscopic factors.

The fitted optical model potentials for $\text{d} + ^{12}\text{C}$ and $\text{p} + ^{13}\text{C}$ were taken from Perrin *et al.* [12] and a fit to the data of Greaves *et al.* [14], respectively. The global deuteron potential was that of An and Cai [17] while the global proton potential was that of Watson *et al.* [18]. The rest of the basic ingredients were identical for the two sets of calculations. The deuteron internal wave function was calculated using the Reid soft core potential [8] while the ^{13}C internal wave functions were calculated in the well-depth prescription, with the neutron bound to the ^{12}C core in a Woods-Saxon well of radius $1.25 \times 12^{1/3}$ fm and diffuseness 0.65 fm, the well depth being adjusted to give the correct binding energy, plus a spin-orbit potential of the same geometry with a fixed well depth of 6 MeV.

In Figs. 8 and 9 we compare the measured $\text{d} + ^{12}\text{C}$ and $\text{p} + ^{13}\text{C}$ elastic scattering angular distributions with both sets of calculations. While the global parameters give a rather good description of the deuteron elastic scattering, the description of the exit channel proton scattering is poor; although the form of the angular distribution is good the absolute magnitude is too large. The description of the vector analysing powers by the global potentials is reasonable for both data sets. We therefore see that the use of a global parameter set violates one of the basic tenets of the DWBA, i.e. that the distorting potentials should reproduce the appropriate elastic scattering, as far as the exit channel is concerned. The effect of this will become apparent when we compare the two sets of calculations for the (d,p) transfer.

The (d,p) transfer data to the 0.0 MeV $1/2^-$, 3.09 MeV $1/2^+$ and 3.85 MeV $5/2^+$ states in

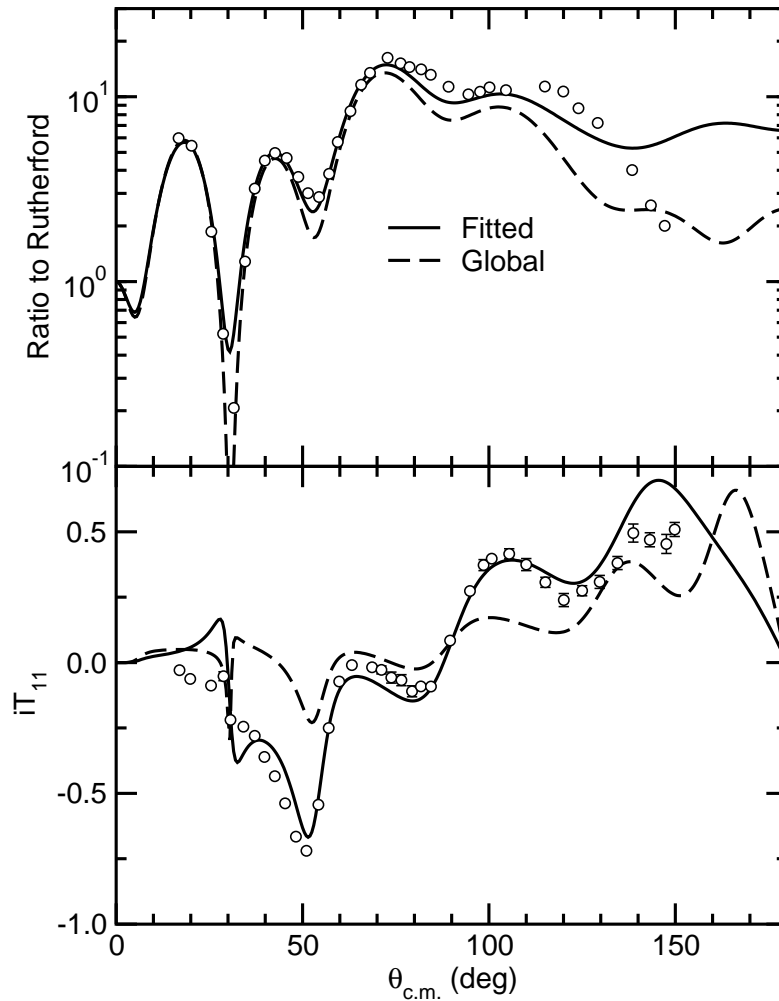


FIGURE 8. Data for 30 MeV $^{12}\text{C}(d,d)^{12}\text{C}$ elastic scattering [12] compared to the optical model calculations using fitted (solid curve) and global (dashed curve) parameters.

^{13}C are compared to the two sets of calculations in Figs. 10-12. For the purposes of this example transfers to states of known spin-parity are considered. Taking each transfer in turn, we see that for the 0.0 MeV $1/2^-$ state both calculations produce cross section angular distributions of similar form, that employing the global potentials giving a slightly better overall description of the data. However, neither calculation can be said to provide a satisfactory fit to the data as they both fall off much too rapidly with scattering angle compared to the measured angular distribution. For the transfer leading to the 3.09 MeV $1/2^+$ state, although both calculated angular distributions exhibit the characteristic form of an $L = 0$ transfer neither provides a satisfactory description of the data. There is a significant angle phase error in the position of the first minimum of the angular distribution for both calculations, worst for the global potentials. This phase error is also characteristic of many $L = 0$ DWBA calculations! The magnitude of the second peak in the angular distribution relative to that at 0° is also too large in the calculations compared to the data, the calculation using the global potentials again being much worse in this respect. Finally, for transfer leading to the 3.85 MeV $5/2^+$ state both calculations give identical angular distributions, providing a good description of the data out to about 30° . Thereafter the calculated cross sections are too large compared to the data. Although there are no data available, calculated vector analysing power angular distributions are also given in Figs. 10-12 for the sake of completeness. The results of the two calculations are not significantly different.

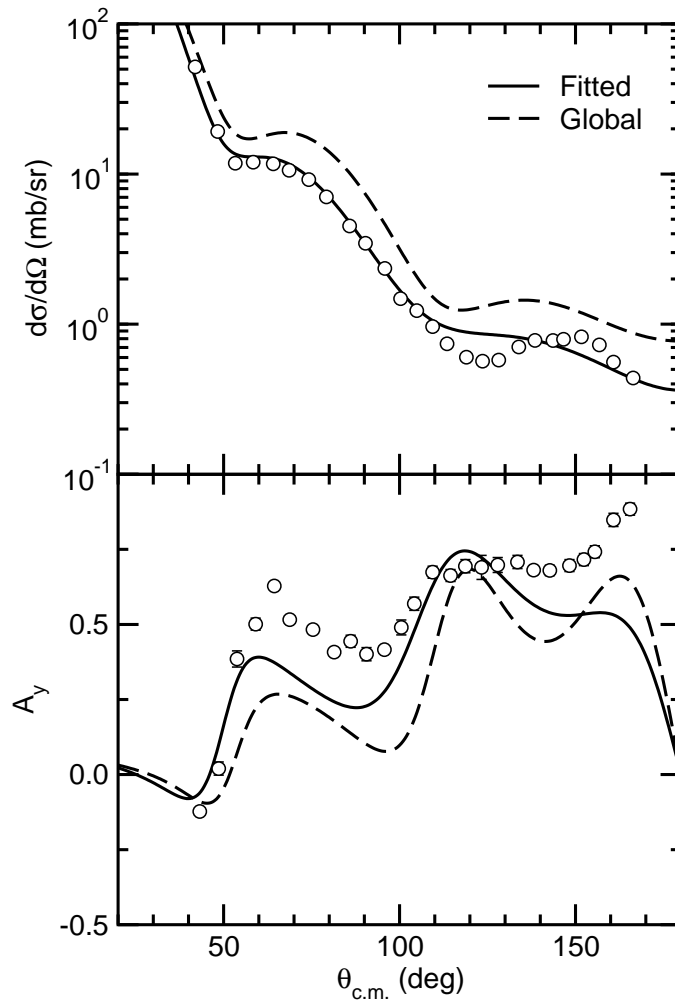


FIGURE 9. Data for 30 MeV $^{13}\text{C}(p,p)^{13}\text{C}$ elastic scattering [14] compared to the optical model calculations using fitted (solid curve) and global (dashed curve) parameters.

TABLE 1. Spectroscopic factors obtained from the two DWBA analyses.

	$1/2^-$	$1/2^+$	$5/2^+$
Fitted potentials	0.76	1.00	0.77
Global potentials	0.62	1.69	0.69

The spectroscopic factors extracted from the two sets of calculations are given in Table 1. Spectroscopic factors were obtained by normalising the calculated angular distributions to the most forward angle data points, in general good practice as it is in this angular region that the DWBA hypothesis of a direct, one-step transfer mechanism is expected to be most realistic. The spectroscopic factors from the DWBA analysis using global potentials are about 20 % smaller, 70 % larger and 10 % smaller than those obtained from the analysis using fitted potentials for the $1/2^-$, $1/2^+$ and $5/2^+$ states, respectively. The much larger discrepancy for the $1/2^+$ state is due to the significant phase error in the calculated versus measured angular distribution which complicates the normalisation of theory to data.

In summary, the agreement of either set of calculations with the data is poor. Using different fitted optical model potentials does not change this. In addition, it is apparent that the use of global

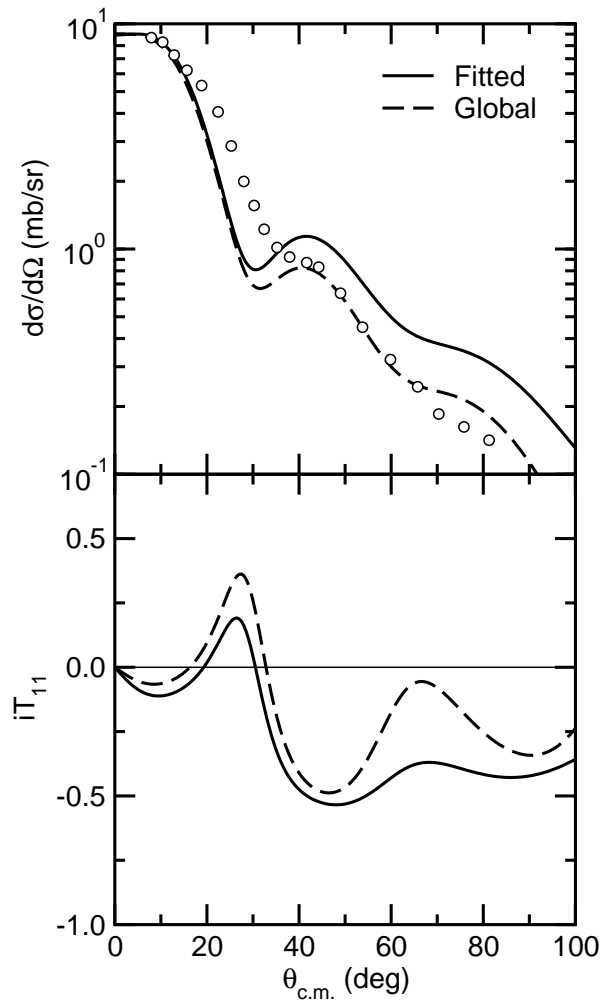


FIGURE 10. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 0.0 MeV $1/2^-$ state in ^{13}C [11] compared to DWBA calculations using fitted (solid curve) and global (dashed curve) parameters.

optical model parameter sets, even for stable nuclei, can lead to important differences in the extracted spectroscopic factors. The poor agreement with the data suggests that the DWBA, with its underlying assumptions that the individual transfers are weak and thus possible to treat within the framework of perturbation theory and proceed in a single step, is not an adequate model of the reaction process in this case.

As ^{12}C has a strongly coupled first excited state, the 4.4 MeV 2^+ , could a CCBA calculation including transfer paths where the stripped neutron is attached to the ^{12}C core in its excited state as well as the ground state improve the description of the data? This possibility will be investigated in the next section.

7.2. CCBA Analysis

As the DWBA has proved inadequate to describe these data we now present a CCBA analysis where coupling to the ^{12}C 4.4 MeV 2^+ state is explicitly taken into account, allowing additional transfer paths via this state. As stated above, Coulomb and nuclear coupling strengths are required for the inelastic scattering. For the Coulomb coupling strength we took the recommended value for the $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$ from the compilation of Raman *et al.* [19]. The nuclear coupling strength, in

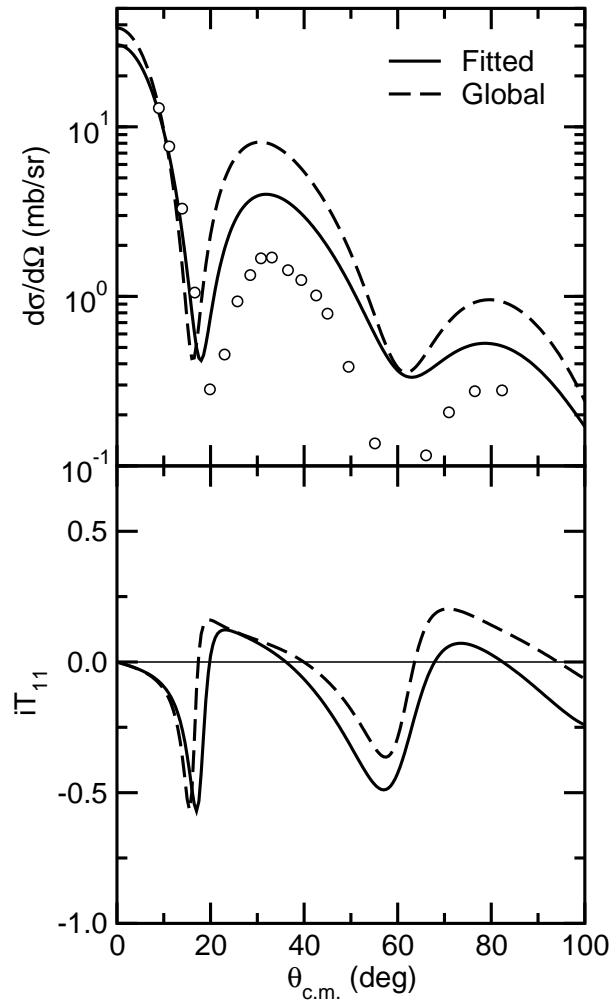


FIGURE 11. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to DWBA calculations using fitted (solid curve) and global (dashed curve) parameters.

this case the deformation length δ_2 , was extracted from the $B(E2)$ value assuming the collective model; this simplifying assumption will obviously need to be re-examined for exotic nuclei where the neutron and proton densities may be very different. The fitted optical model potentials used in the DWBA analysis were retained but the parameters of the entrance channel deuteron potential were readjusted to recover the fit to the elastic scattering data.

In Figs. 13 and 14 the calculated deuteron elastic and inelastic scattering angular distributions are compared with the data. Apart from a slight deterioration in the description of the analysing power (the spin-orbit component of the deuteron optical potential was not adjusted) the agreement with the elastic scattering data is as good as for the optical model fit. The agreement with the inelastic scattering data, while not perfect, is acceptable.

The CCBA does not significantly improve the agreement with the transfer data, except for transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state. The angular distributions for both cross section and vector analysing power for transfer to the 0.0 MeV $1/2^-$ and 3.85 MeV $5/2^+$ states are identical to those obtained with the DWBA and will not be shown here. However, the extra transfer path via the ^{12}C 4.4 MeV 2^+ state does significantly improve the fit to the $1/2^+$ state data, moving the first minimum to match the data, see Fig. 15.

The main effect of the additional transfer paths available within the CCBA framework is to change the spectroscopic factors somewhat compared to the DWBA analysis. The CCBA analysis yields

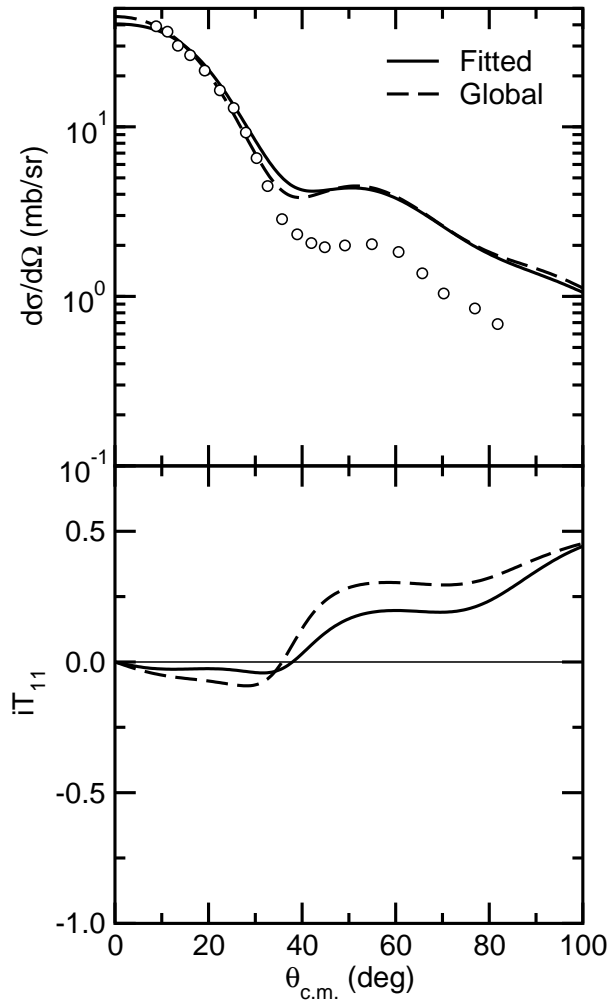


FIGURE 12. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 3.85 MeV $5/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to DWBA calculations using fitted (solid curve) and global (dashed curve) parameters.

TABLE 2. Spectroscopic amplitudes determined from the CCBA analysis. The left-hand column denotes the ^{12}C core spin and the ℓ, j quantum numbers of the transferred neutron.

Configuration	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{5}{2}^+$
$0 \otimes j$	0.95	0.91	0.90
$2 \otimes s_{1/2}$	—	—	0.70
$2 \otimes p_{3/2}$	-0.40	—	—
$2 \otimes d_{5/2}$	—	-0.40	-0.30

spectroscopic *amplitudes* rather than factors, as stated above, but these are merely the square roots of the spectroscopic factors. The values obtained in the current analysis are given in Table 2; the symbol “ \otimes ” denotes “is coupled to.” Squaring the values given in the first row of Table 2 we obtain the following spectroscopic factors for the transferred neutron coupled to the ^{12}C core in its ground state: 0.90, 0.83 and 0.81 for transfer to the ^{13}C $1/2^-$, $1/2^+$ and $5/2^+$ states, respectively. These may be directly compared to the values obtained in the DWBA analysis using fitted potentials: 0.76, 1.0 and 0.77, showing an increase of about 18 %, a decrease of about 17 % and an increase of about 5 %, respectively for the CCBA over the DWBA values.

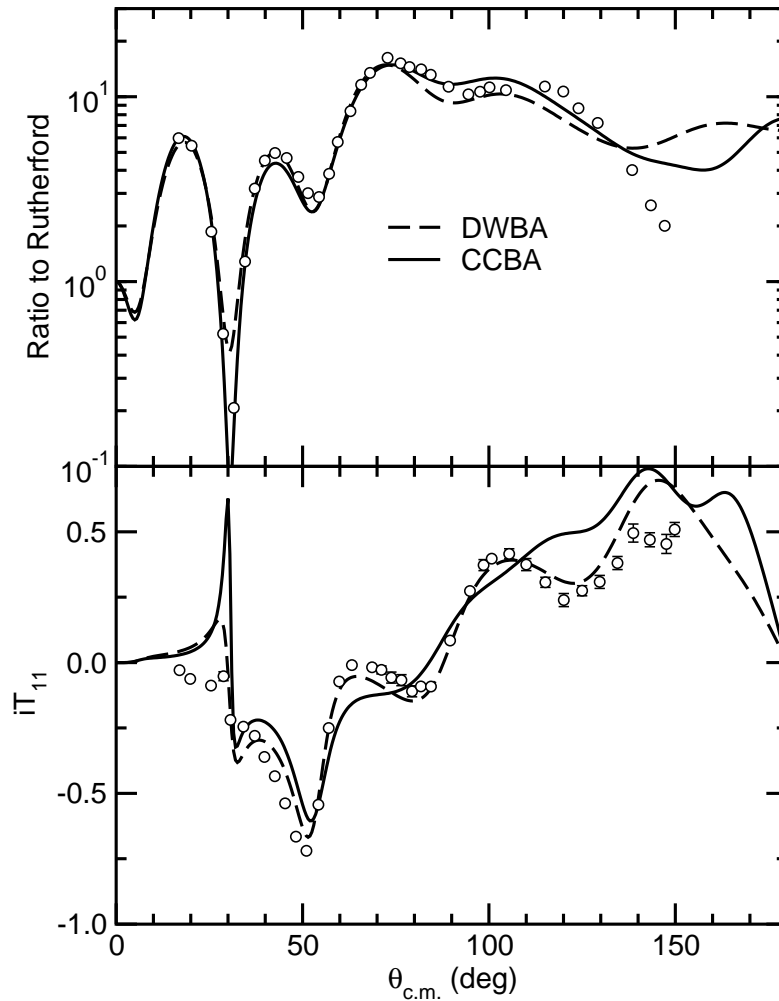


FIGURE 13. Data for 30 MeV $^{12}\text{C}(\text{d,d})^{12}\text{C}$ elastic scattering [12] compared to the CCBA calculation (solid curve). The optical model calculation with fitted potential parameters is also given for comparison (dashed curve).

In summary, with the exception of transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state, CCBA does not improve the agreement between calculations and data. Nevertheless, even though the angular distributions for transfer to the 0.0 MeV $1/2^-$ and 3.85 MeV $5/2^+$ state calculated with the CCBA are essentially identical to those calculated with the DWBA the extracted spectroscopic factors can be significantly different. The main success of the CCBA over the DWBA in this case is that it can eliminate the angle phase error in the calculated angular distribution for the $1/2^+$ state, considerably improving the description of the data. It should be noted, however, that in general the spectroscopic amplitudes for the two-step transfer paths via the ^{12}C 2^+ excited state are not well determined by the data. Transfer to the $1/2^+$ state again forms an exception, as the position of the first minimum in the angular distribution enables the $^{12}\text{C}(2^+) \otimes p_{3/2}$ spectroscopic amplitude to be rather accurately fixed. Overall, we see that the CCBA does not solve all our problems and that we must consider other influences such as the effect due to breakup of the deuteron. These will be investigated in the next two sections, firstly using the approximate adiabatic model then using a more sophisticated coupled-channels based model.

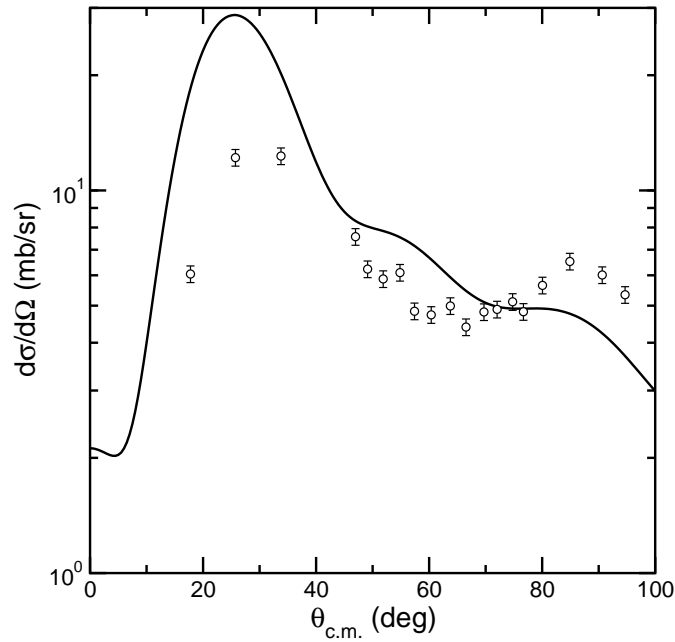


FIGURE 14. Data for 30 MeV $^{12}\text{C}(d,d')^{12}\text{C}$ inelastic scattering to the 4.4 MeV 2^+ state [13] compared to the CCBA calculation (solid curve).

7.3. Breakup Effects (1): The Adiabatic Model

We shall first consider the influence of deuteron breakup on the $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer reaction by employing the adiabatic model, discussed previously. This model has not yet been formulated to allow inelastic excitation of the target to be taken into account consistently so we shall only consider one-step transfer, as in the DWBA. The potentials V_p and V_n , required to calculate the adiabatic deuteron potential, were taken from optical model fits to $p + ^{12}\text{C}$ [20] and $n + ^{12}\text{C}$ [21] elastic scattering data at an incident energy of 15 MeV. All other details were as for the DWBA calculation using fitted optical potentials.

We present the results of the transfer calculations using the adiabatic model in Figs. 16-18 (it will be recalled that a comparison with the deuteron elastic scattering is not relevant for the adiabatic model in this form). Taking each transfer in turn, we see that for transfer leading to the 0.0 MeV $1/2^-$ state in ^{13}C the adiabatic model description is considerably improved compared to that of the DWBA, providing a good fit over almost the entire angular range of the data. Note also the significant effect on the vector analysing power. For transfer leading to the 3.09 MeV $1/2^+$ state in ^{13}C the adiabatic model fit is perhaps slightly better overall than that of the DWBA, although the position of the first minimum in the angular distribution is now shifted to slightly too large an angle. Again, note the significant effect on the analysing power. Finally, for transfer leading to the 3.85 MeV $5/2^+$ state the overall fit to the data is better than for the DWBA, although at angles $\theta < 30^\circ$ the slope of the adiabatic model calculation is not steep enough compared to the data, unlike the DWBA result. The effect on the analysing power is much less marked than for the two other transfers.

The most important effect of the adiabatic model is, however, on the spectroscopic factors. These are: 0.38, 0.41 and 0.52 for transfer to the $1/2^-$, $1/2^+$ and $5/2^+$ states of ^{13}C , respectively and correspond to reductions of about 50 %, 59 % and 32 % compared to the values obtained with the DWBA using fitted potentials.

In summary, it is apparent that the adiabatic model gives much improved overall agreement with the transfer data compared to either the DWBA or CCBA analyses. The most striking improvement is in the fit to the data for transfer leading to the 0.0 MeV $1/2^-$ state in ^{13}C . There are also important

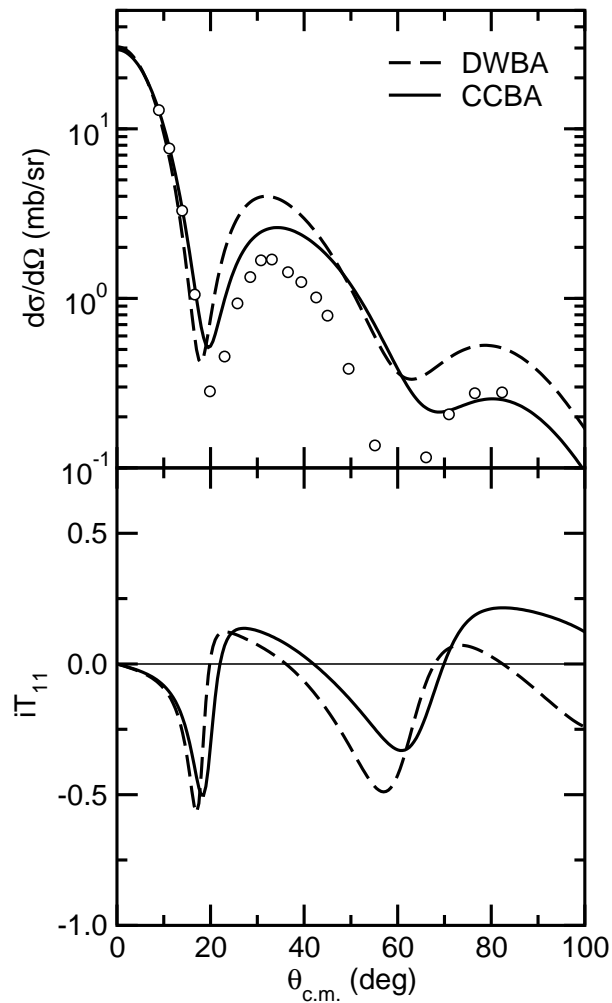


FIGURE 15. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to the CCBA calculation (solid curve). The DWBA calculation with fitted potential parameters is also given for comparison (dashed curve).

effects on the vector analysing powers, although the most dramatic influence is on the spectroscopic factors which are substantially reduced compared to those obtained using the DWBA.

7.4. Breakup Effects (2): CDCC/CRC calculations

As stated above, the adiabatic model is an approximate treatment of the effects due to deuteron breakup in (d,p) and (p,d) reactions. A more sophisticated approach known as the coupled discretised continuum channels (CDCC) method [22] is available and may be combined with CRC, used to model the transfer steps, to give the most complete calculation of such reactions that we are able to perform at the present time. We shall not give details of the method here as it is beyond the scope of these lectures and will merely present the results. Couplings to deuteron breakup, inelastic excitation of the ^{12}C 4.4 MeV 2^+ state and transfer paths via both the 0^+ ground and 2^+ excited states of ^{12}C were included in the calculation that follows. The correction due to the non-orthogonality of the wave functions in the entrance and exit channels was also included.

In Figs. 19 and 20 the calculated deuteron elastic and inelastic scattering angular distributions are compared with the data. The description of the elastic scattering cross section data is comparable

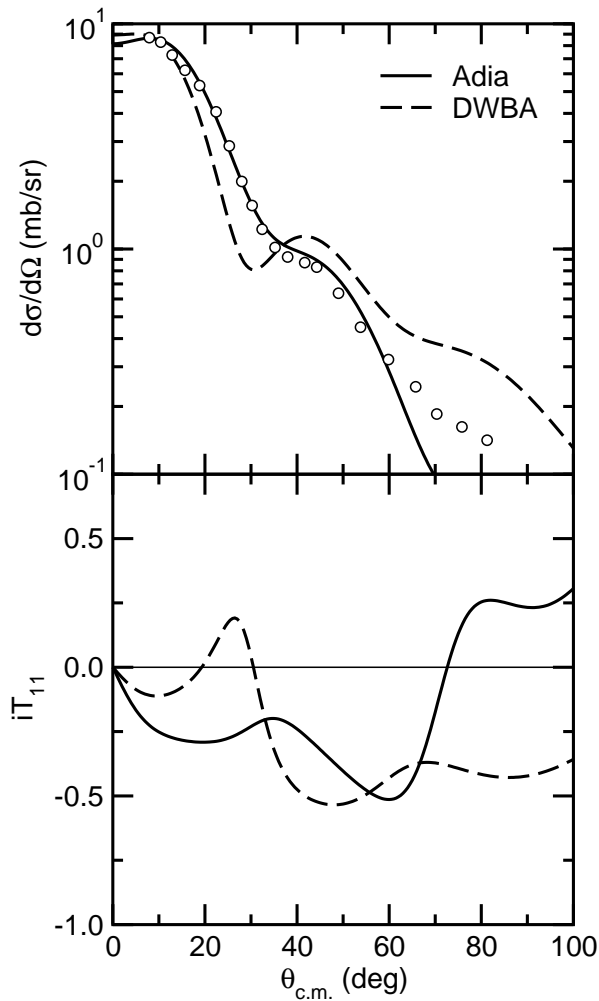


FIGURE 16. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 0.0 MeV $1/2^-$ state in ^{13}C [11] compared to the adiabatic model calculation (solid curve) with the DWBA calculation using fitted parameters given for comparison (dashed curve).

to that of the optical model fit; the poor description of the vector analysing power is due to the absence of a static spin-orbit potential, known to dominate iT_{11} for deuteron elastic scattering, due to limitations in the code FRESKO. It is not significant for the fit to the transfer data, as will be seen below. The inelastic scattering to the ^{12}C 4.4 MeV 2^+ state is well described.

The results of the transfer calculations using the CDCC/CRC model are compared with the data in Figs. 21-23. Agreement between calculation and experiment is now very good for the 0.0 MeV $1/2^-$ and 3.09 MeV $1/2^+$ states; the description of the transfer to the 3.85 MeV $5/2^+$ state is similar to that obtained with the DWBA or CCBA. Effects on the calculated vector analysing powers are only important for the 0.0 MeV $1/2^-$ state. The spectroscopic amplitudes obtained are given in Table 3.

In summary, we find that the CDCC/CRC combination provides by far the best overall description of the data, much better than either the DWBA or CCBA. Nevertheless, it does not solve the problem of the relatively poor description of the 3.85 MeV $5/2^+$ data. We have also seen how the choice of reaction model can have a significant effect on the shape of the calculated angular distribution, particularly so in this case for the 0.0 MeV $1/2^-$ state. Based on the DWBA or CCBA calculations this state would probably have been given an $L = 2$ assignment rather than $L = 1$ if the actual spin-parity were unknown. It was necessary to take effects due to breakup of the deuteron into account in the analysis, either approximately via the adiabatic model or explicitly through the CDCC formalism

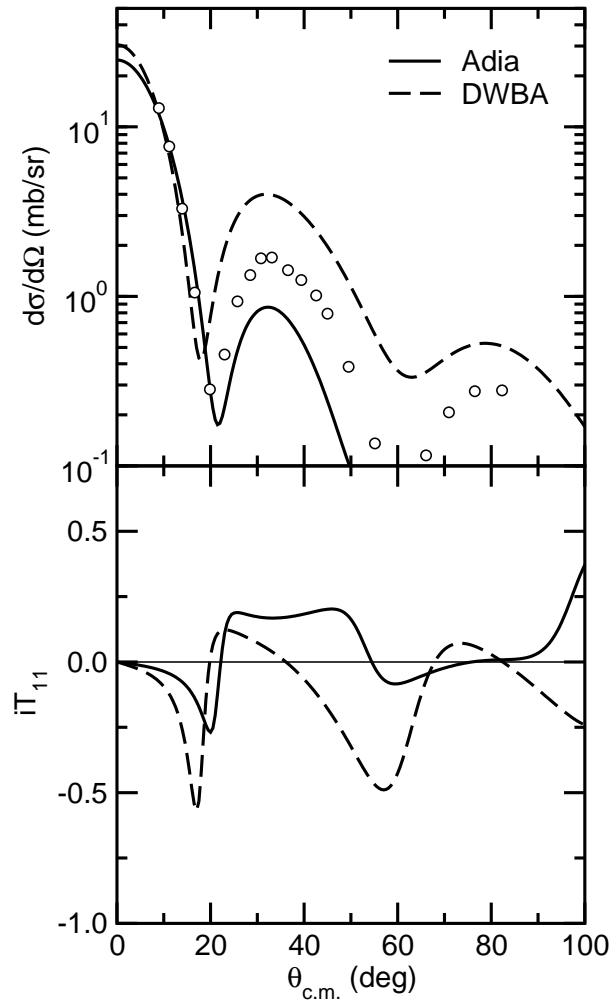


FIGURE 17. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to the adiabatic model calculation (solid curve) with the DWBA calculation using fitted parameters given for comparison (dashed curve).

TABLE 3. Spectroscopic amplitudes obtained in the CDCC/CRC analysis. The left-hand column denotes the ^{12}C core spin and the ℓ, j quantum numbers of the transferred neutron.

Configuration	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{5}{2}^+$
$0 \otimes j$	0.81	0.77	0.85
$2 \otimes s_{1/2}$	—	—	0.80
$2 \otimes p_{3/2}$	0.60	—	—
$2 \otimes d_{5/2}$	—	-0.35	0.70

to obtain a good description of this state with the correct spin-parity assignment.

Squaring the values given in the first row of Table 3, as was done for the CCBA analysis, we may compare the spectroscopic factors obtained from the CDCC/CRC analysis with those extracted from the DWBA analysis using fitted optical potentials. We obtain values of $C^2S = 0.66, 0.59$ and 0.72 for the ^{13}C 0.0 MeV $1/2^-$, 3.09 MeV $1/2^+$ and 3.85 MeV $5/2^+$ states, respectively, representing reductions of 13 %, 41 % and 6 %. We therefore find that in this case more accurate modelling of deuteron breakup effects with the CDCC formalism leads to much smaller reductions in the extracted

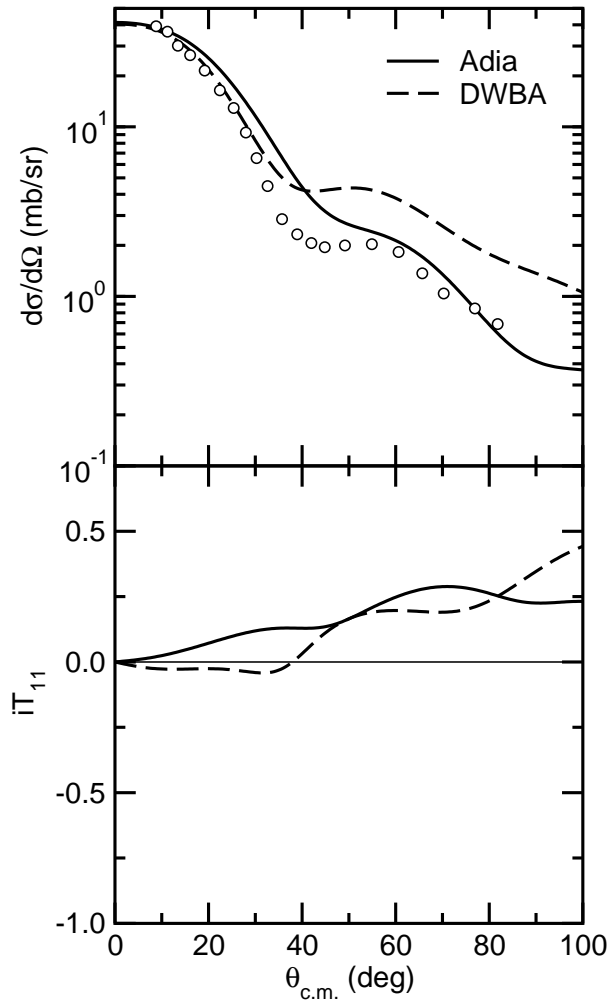


FIGURE 18. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ transfer to the 3.85 MeV $5/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to the adiabatic model calculation (solid curve) with the DWBA calculation using fitted parameters given for comparison (dashed curve).

spectroscopic factors compared to the DWBA than the approximate treatment of the adiabatic model.

8. OTHER INFLUENCES ON EXTRACTED SPECTROSCOPIC FACTORS

We saw in the previous section that the choice of reaction model can significantly influence the value obtained for a spectroscopic factor extracted from an analysis of direct reaction angular distribution data. However, the difference between the simplest useful model (DWBA) and the most sophisticated (CDCC/CRC) was only important for the $L = 0$ transfer in our $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ test case. Perhaps the most important influence on the extracted spectroscopic factor is the choice of radius for the Woods-Saxon potential well that binds the transferred particle to the heavy core nucleus (^{12}C in our example). This is the main weakness of the well-depth prescription.

In all the calculations presented so far we have used the parameters: $R_0 = 1.25 \times A^{1/3}$ fm, $a_0 = 0.65$ fm, often regarded as “standard”, although with little real justification. This choice of parameters has a certain sanctity due to its age — it became popular in the 1960s and is derived from an early global proton scattering optical potential — but other choices are equally physically reasonable. In this section we present a series of DWBA calculations for the $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ transfer

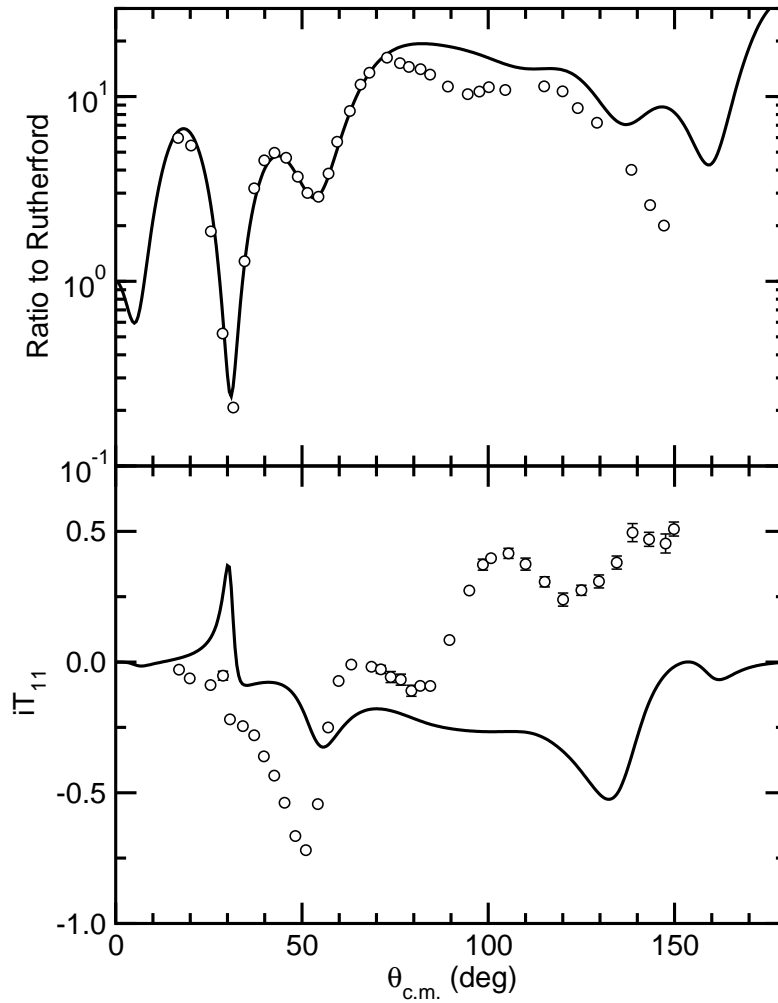


FIGURE 19. Data for 30 MeV $^{12}\text{C}(d,d)^{12}\text{C}$ elastic scattering [12] compared to the CDCC/CRC calculation (solid curve).

to the 0.0 MeV $1/2^-$ state with different reasonable choices of r_0 ranging from 1.1 to 1.4 fm to demonstrate the effect of this choice on the extracted spectroscopic factor.

In Fig. 24 we present the results of the calculations. Note that the effect on the calculated vector analysing power is negligible. The effect on the cross section angular distribution is only significant for angles greater than about 30° in the centre of mass frame, part of the reason why it is good practice to extract the spectroscopic factor by normalising the calculated angular distribution to the data at forward angles. The most important effect is on the extracted spectroscopic factor, which varies from $C^2S = 0.92$ for $r_0 = 1.1$ fm to $C^2S = 0.61$ for $r_0 = 1.4$ fm, a reduction of $\sim 34\%$. The effect on the extracted spectroscopic factor is much smaller for the $L = 0$ transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state, C^2S ranging from 1.10 for $r_0 = 1.1$ fm to 0.90 for $r_0 = 1.4$ fm, a reduction of $\sim 18\%$. For the $L = 2$ transfer to the 3.85 MeV $5/2^+$ state the effect is the same as for $L = 1$, C^2S ranging from 0.96 for $r_0 = 1.1$ fm to 0.62 for $r_0 = 1.4$ fm, a reduction of $\sim 35\%$.

9. SUMMARY SO FAR

We have seen that both choice of reaction model and binding potential well radius can have important effects on the spectroscopic factors extracted from analyses of direct reaction data, with the latter

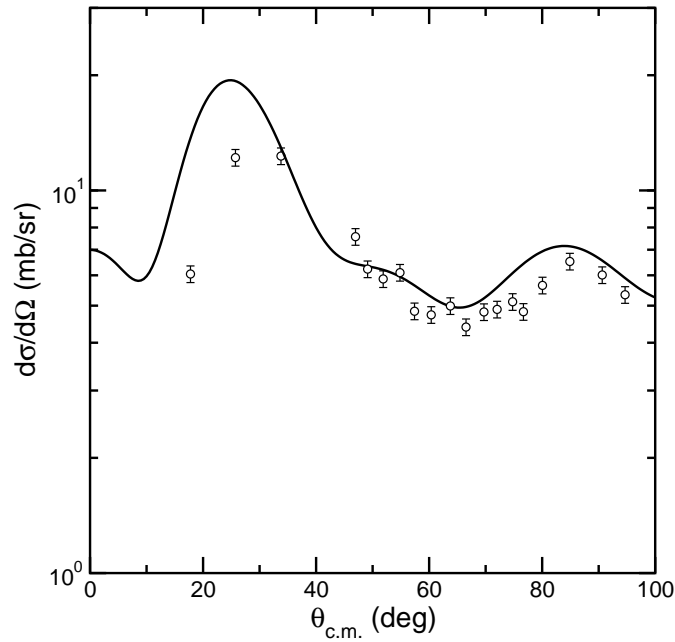


FIGURE 20. Data for 30 MeV $^{12}\text{C}(d,d')^{12}\text{C}$ inelastic scattering to the 4.4 MeV 2^+ state [13] compared to the CDCC/CRC calculation (solid curve).

being, in general, more important. All things considered, an uncertainty of the order of $\pm 30\%$ in the value of an *absolute* spectroscopic factor is not unreasonable — it could be even larger, as this is without taking into consideration uncertainties in the data. These are often quite large ($\pm 20\%$) for radioactive beam data. However, *relative* spectroscopic factors between states of the same nucleus are usually rather better determined, i.e. they are less sensitive to the details of the calculation.

Choosing a more sophisticated reaction model will not only lead to different (and we hope more reliable) spectroscopic factors but will also usually provide a better description of the shape of the angular distribution, thus facilitating the extraction of the spectroscopic factor and giving a more reliable determination of the transferred L value. This is particularly true if the angular coverage of the data is sparse and does not extend very far towards $\theta = 0^\circ$, as is often the case with radioactive beam data.

10. CHOICE OF REACTION MODEL: WHEN IS THE DWBA APPROPRIATE?

We have seen that the DWBA was not adequate to describe the data for the $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ reaction at an incident deuteron energy of 30 MeV. However, DWBA remains a useful analysis tool *provided* the tenets of the theory are not violated. As a general rule, staying with (d,p) reactions, the DWBA is an appropriate reaction model for systems with heavy targets at low incident deuteron energies; exactly what constitutes “heavy” and “low” is a rather subjective choice. As a concrete example of a system where the DWBA and the CDCC/CRC method give identical results we take the $^{124}\text{Sn}(d,p)^{125}\text{Sn}$ reaction at an incident deuteron energy of 9 MeV.

The data are taken from Ref. [23] and were actually taken in inverse kinematics with a ^{124}Sn beam. The original DWBA analysis was repeated and a CDCC/CRC calculation was then performed, taking care to reproduce the $^{124}\text{Sn}(d,d)$ elastic scattering predicted by the entrance channel optical potential used in the DWBA analysis. All other input to the CDCC/CRC calculation was as for the DWBA.

We compare the DWBA and CDCC/CRC calculations with each other and the data in Fig. 25. The

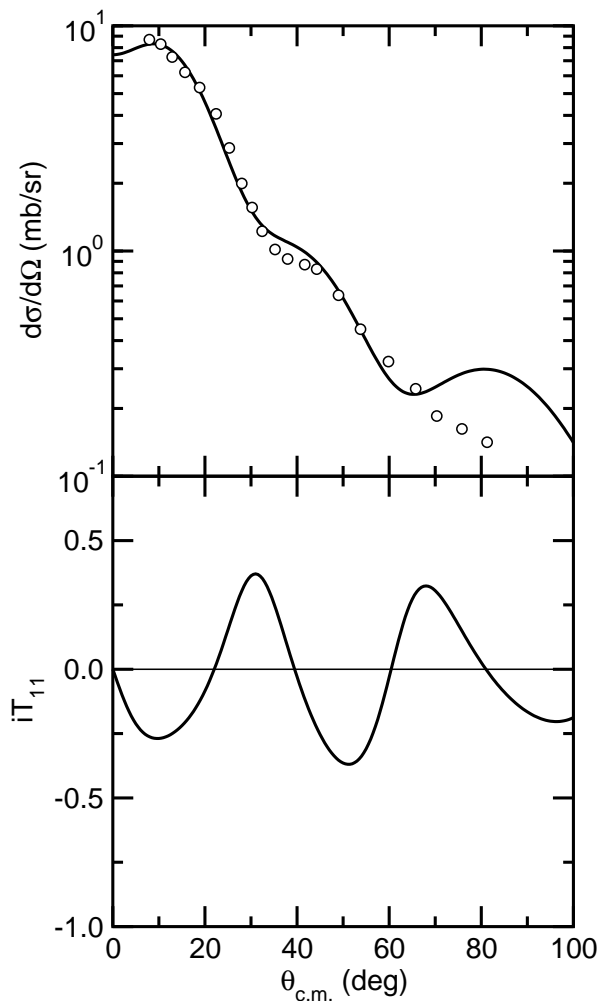


FIGURE 21. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 0.0 MeV $1/2^-$ state in ^{13}C [11] compared to the CDCC/CRC model calculation.

data consist of angular distributions for two peaks, one combining the 0.0 MeV $11/2^-$, 0.028 MeV $3/2^+$ and 0.215 MeV $1/2^+$ states of ^{125}Sn and one containing the 2.8 MeV $7/2^-$ state of ^{125}Sn only. In the calculations, transfer to the 0.0 MeV $11/2^-$ was omitted, as the contribution of this state for angles smaller than 60° in the centre of mass frame is negligible. The left-hand plot in Fig. 25 shows angular distributions for transfer to the 0.028 MeV $3/2^+$ state, peaked at approximately 40° , the 0.215 MeV $1/2^+$ state, peaked at 0° , and their sum. The right-hand plot shows angular distributions for transfer to the 2.8 MeV $7/2^-$ state. We see that the DWBA and CDCC/CRC calculations give identical results, *provided that the CDCC/CRC calculation reproduces the same entrance channel elastic scattering as the optical model potential used in the DWBA calculation.*

11. A COUNTER EXAMPLE: A SYSTEM WHERE THE DWBA IS COMPLETELY UNSUITABLE

We have seen in the previous section that the DWBA is able to provide a reliable description of direct reaction data when the basic conditions underlying the theory are fulfilled. However, for systems where one or more of these conditions are violated the use of the DWBA to extract spectroscopic information can give completely misleading results. As an example of such a system we take the

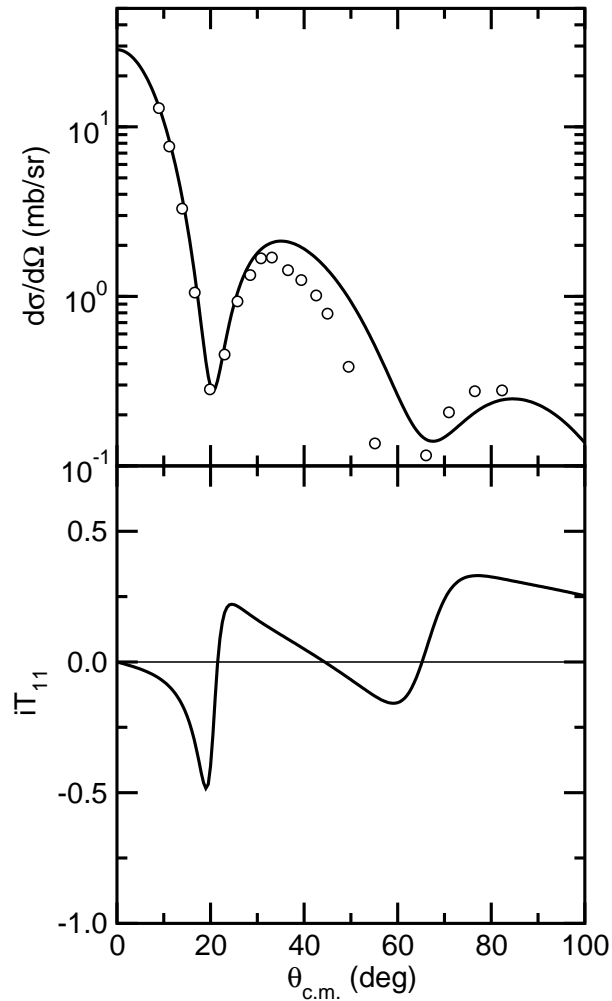


FIGURE 22. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ transfer to the 3.09 MeV $1/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to the CDCC/CRC model calculation.

$^8\text{He}(p,t)^6\text{He}$ reaction.

Data for this reaction are available at two widely spaced incident energies: 15.7 A.MeV [24] and 61.3 A.MeV [25]. The coupling to the intermediate $^8\text{He}(p,d)^7\text{He}$ channel is very strong [26] and thus violates two of the basic assumptions underlying the DWBA. The CDCC/CRC combination including the two-step mechanism via the $^8\text{He}(p,d)^7\text{He}(d,t)^6\text{He}$ process is able to provide a coherent picture of all these data; a DWBA analysis is unable to do so. The results of the CDCC/CRC calculations are compared with the data in Figs. 26 and 27.

It should be noted that both calculations use exactly the same set of spectroscopic amplitudes. The description of the whole data set is good, allowing for the relatively poor quality of the data at 61.3 A.MeV. A DWBA analysis is unable to obtain a consistent description of both data sets with the same spectroscopic factors at both energies, illustrating the importance of accurate modelling of the reaction mechanism. In this case the reaction is no longer a simple direct, one-step transfer.

12. SUMMARY

We have seen how the choice of reaction model can significantly influence the nuclear structure information, particularly the spectroscopic factors or amplitudes but occasionally also the spin-

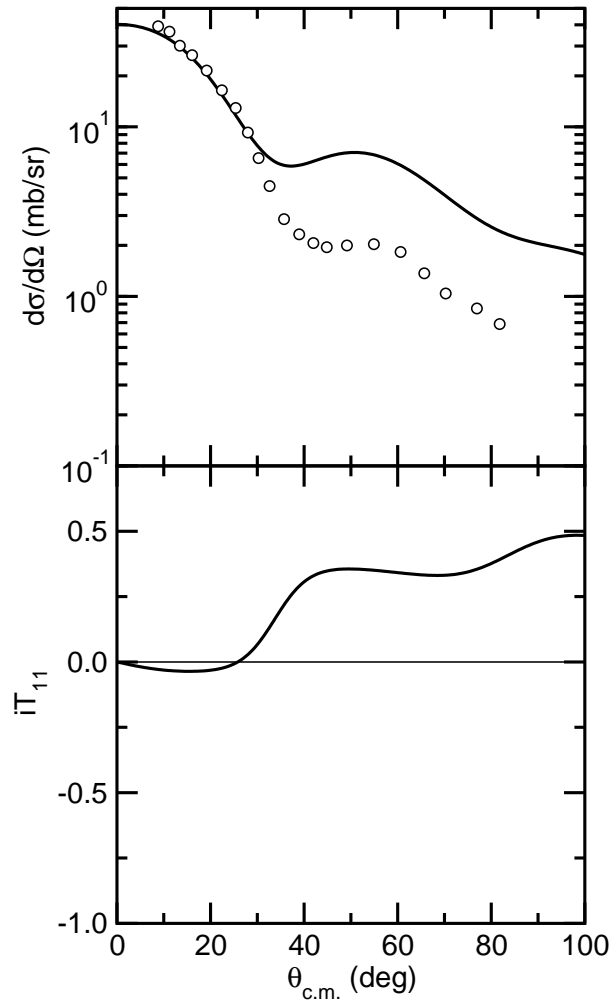


FIGURE 23. Data for the 30 MeV $^{12}\text{C}(\text{d},\text{p})^{13}\text{C}$ transfer to the 3.85 MeV $5/2^+$ state in ^{13}C [11] compared to the CDCC/CRC model calculation.

parity, that we wish to extract from direct reaction data. It was demonstrated that the DWBA can fail to give a satisfactory description of transfer data and that while the use of more physically sophisticated models can rectify many of the deficiencies of the DWBA it is not a panacea for all ills — recall the problem with the $5/2^+$ state in ^{13}C . However, when the tenets of the theory are fulfilled DWBA can work very well and will yield the same results as the most sophisticated model e.g. the $^{124}\text{Sn}(\text{d},\text{p})^{125}\text{Sn}$ reaction at low incident deuteron energy. When these conditions are violated, as for instance for the $^8\text{He}(\text{p},\text{t})^6\text{He}$ reaction, the DWBA will fail to provide a coherent picture of data sets at different incident energies and can give misleading results.

There remain a number of important sources of ambiguity in any determination of a spectroscopic factor from direct reaction data quite apart from the choice of reaction model and uncertainties in the data. Perhaps the largest single source of ambiguity derives from the use of the well-depth prescription to calculate the bound-state wave functions. We have seen that different physically reasonable choices of the binding potential well radius can lead to large ($\sim 30\%$) differences in the extracted spectroscopic factors. One could in principle adopt wave functions directly from structure calculations (or adjust the potential well parameters to give equivalent wave functions) to avoid this problem. However, if the structure calculation does not well reproduce the spectrum of the nucleus in question has one really gained much? It has also been suggested that the radius of the potential well should be set equal to the r.m.s. radius obtained from electron scattering on the composite

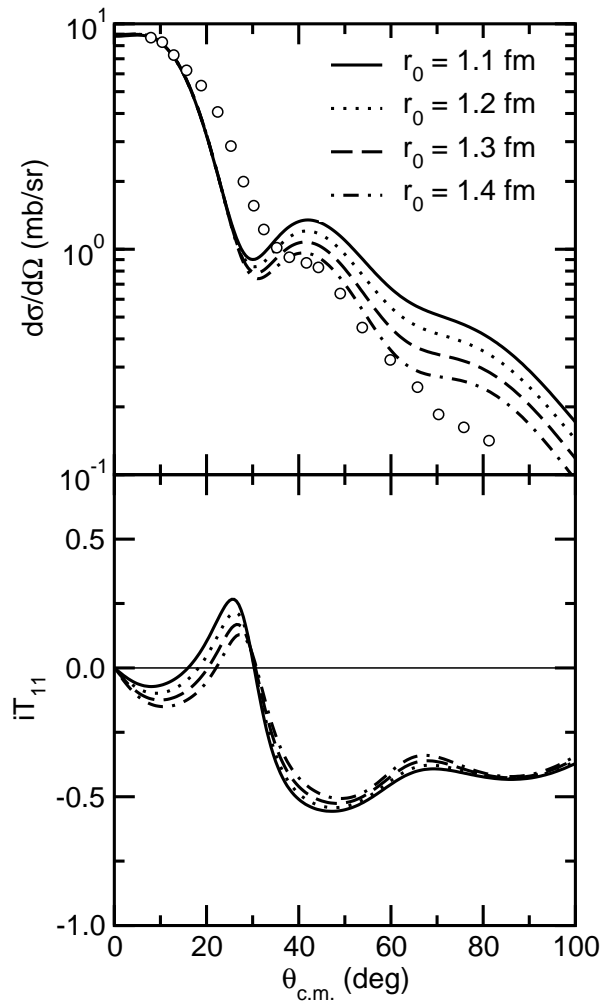


FIGURE 24. DWBA calculations for the $^{12}\text{C}(d,p)^{13}\text{C}$ reaction leading to the $0.0\text{ MeV } 1/2^-$ state for various choices of r_0 .

nucleus or that the values of r_0 and a_0 should be constrained such that the binding potential gives the correct r.m.s. matter radius [27] — this is certainly a reasonable possibility for stable nuclei, but at the present time electron scattering measurements are not available for radioactive beams.

The use of global rather than fitted optical potentials can also lead to important differences in the extracted spectroscopic factors. Here we have a “simple” remedy: measure the relevant elastic scattering! However, this is not always practicable (and of course impossible for exit channels where one of the pair of interacting nuclei is unbound, an increasingly frequent occurrence in radioactive beam studies) but every effort should be made to measure at least the entrance channel elastic scattering. With modern detector arrays such as MUST-2 these measurements may be made at the same time as those for the transfer reaction.

Finally, there are two further effects that influence the extraction of spectroscopic factors from direct reaction data which we have not covered in these lecture notes. These are the Perey effect and “heavy particle stripping”. The Perey effect [28, 29] is a consequence of replacing an intrinsically non-local potential with its local equivalent. The wave functions of the non-local potential are systematically smaller in the nuclear interior than those of the equivalent local potential. This effect can be corrected for in an approximate way and introduces a 10-20 % effect on the extracted spectroscopic factors.

Heavy particle stripping [30] is only relevant for systems with very light targets, e.g. in the

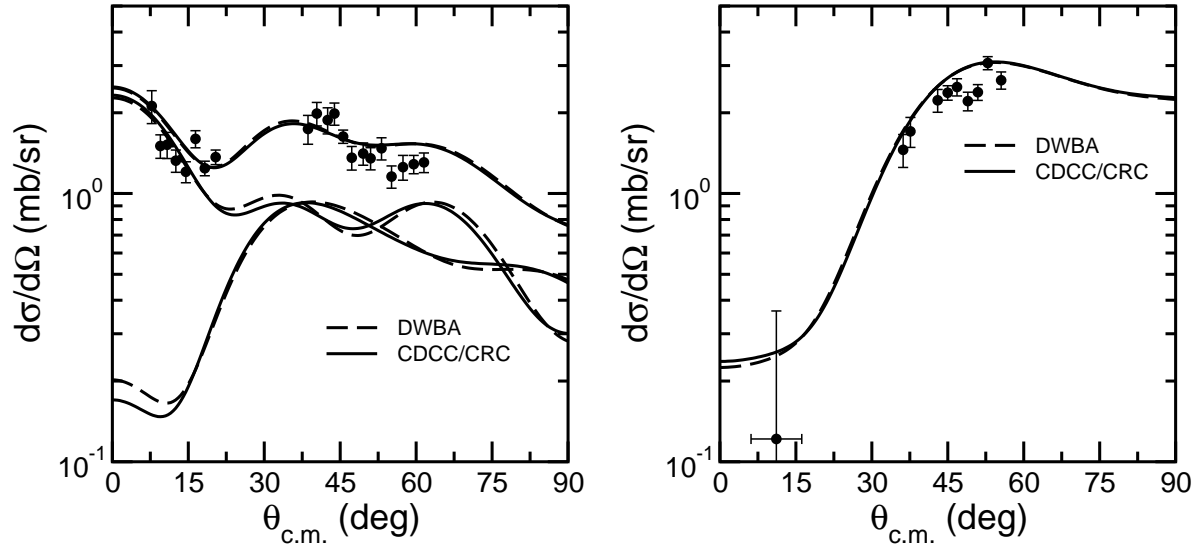


FIGURE 25. DWBA and CDCC/CRC calculations for the $^{124}\text{Sn}(d,p)^{125}\text{Sn}$ reaction at an incident deuteron energy of 9 MeV. The left-hand plot shows data for a single peak combining the 0.0 MeV $11/2^-$, 0.028 MeV $3/2^+$ and 0.215 MeV $1/2^+$ states of ^{125}Sn while the right-hand plot presents data for the 2.8 MeV $7/2^-$ state of ^{125}Sn . Note that the calculations presented in the left-hand plot omit the 0.0 MeV $11/2^-$ state which makes a negligible contribution for angles less than 60° in the centre of mass frame. Data taken from Ref. [23].

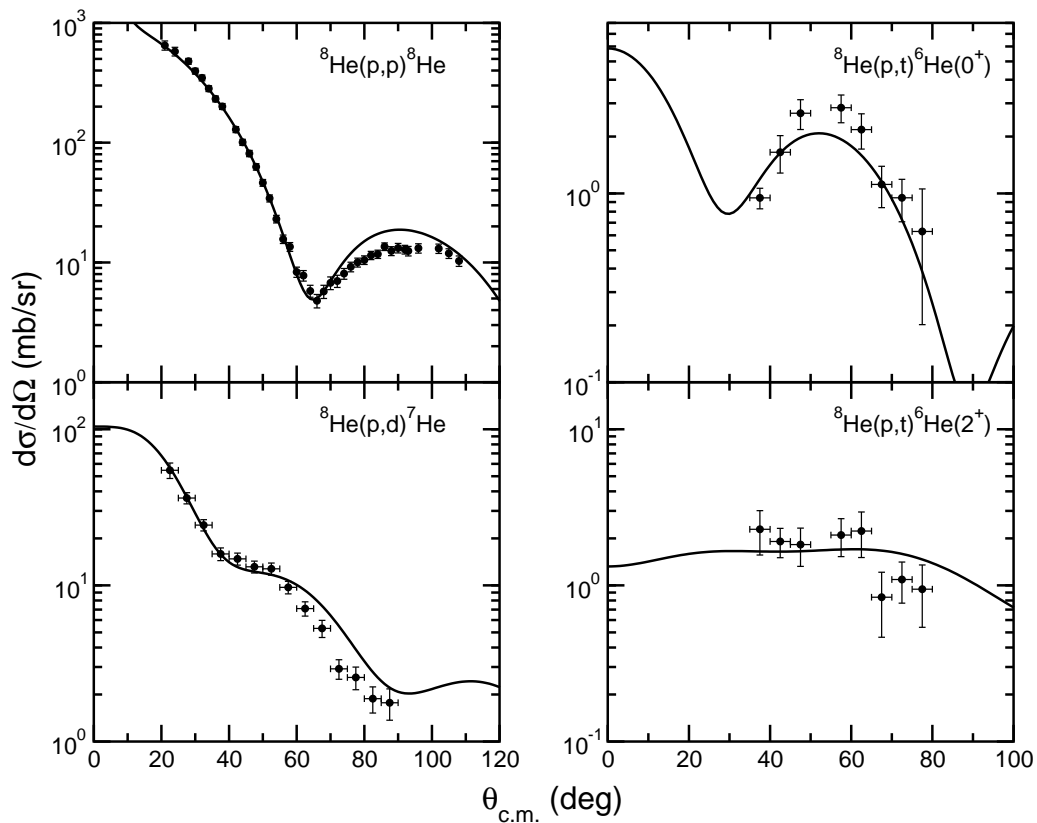


FIGURE 26. Results of the CDCC/CRC calculation for the $^8\text{He}(p,t)^6\text{He}$ reaction at 15.7 A.MeV. The data are taken from [24].

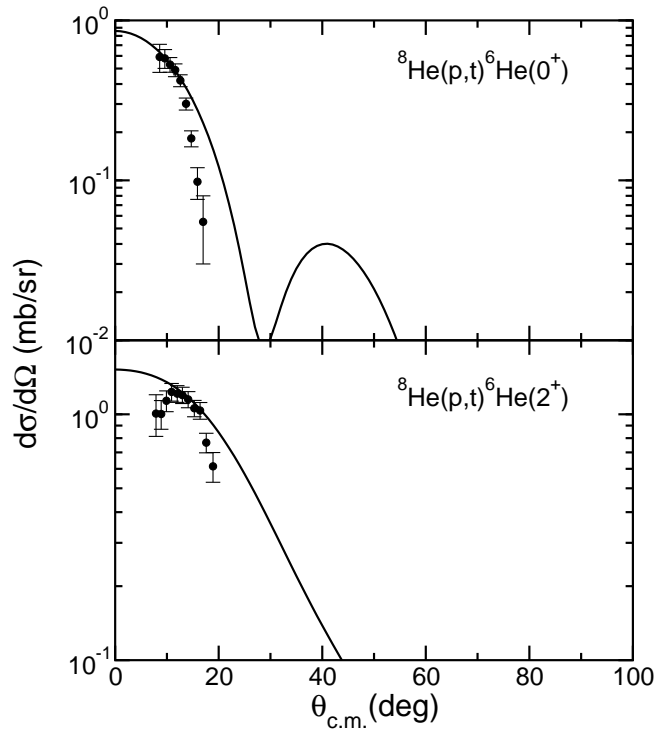


FIGURE 27. Results of the CDCC/CRC calculation for the ${}^8\text{He}(p,t){}^6\text{He}$ reaction at 61.3 A.MeV. The data are taken from [25].

${}^4\text{He}(d,p){}^5\text{He}$ reaction the triton pickup ${}^4\text{He}(d,{}^5\text{He})p$ will also contribute; it is the latter process that is often known as “heavy particle stripping” and its contribution to the final cross section will, in principle, also influence the extracted spectroscopic factors.

ACKNOWLEDGMENTS

The support of the European Commission through the award of a Marie Curie Intra-European Fellowship, contract No. MEIF-CT-2005-010158, is gratefully acknowledged.

REFERENCES

1. P. E. Hodgson, *Nuclear Reactions and Nuclear Structure*, Clarendon Press, Oxford, 1971.
2. G. R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions*, Clarendon Press, Oxford, 1983.
3. D. G. Kovar, N. Stein, and C. K. Bockelman, *Nucl. Phys.* **A231**, 266 (1974).
4. S. T. Butler, *Phys. Rev.* **80**, 1095 (1950).
5. L. D. Knutson and W. Haeberli, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **3**, 127 (1980).
6. L. L. Lee and J. P. Schiffer, *Phys. Rev.* **136**, B405 (1964).
7. T. J. Yule and W. Haeberli, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 756 (1967).
8. R. V. Reid, Jr., *Ann. Phys. (N.Y.)* **50**, 441 (1968).
9. R. C. Johnson and P. J. R. Soper, *Phys. Rev. C* **1**, 976 (1970).
10. J. D. Harvey and R. C. Johnson, *Phys. Rev. C* **3**, 636 (1971).
11. H. Ohnuma, N. Hoshino, O. Mikoshiba, K. Raywood, A. Sakaguchi, G. G. Shute, B. M. Spicer, M. H. Tanaka, M. Tanifuji, T. Terasawa, and M. Yasue, *Nucl. Phys.* **A448**, 205 (1985).
12. G. Perrin, Nguyen Van Sen, J. Arvieux, R. Darves-Blanc, J. L. Durand, A. Fiore, J. C. Gondrand, F. Merchez, and C. Perrin, *Nucl. Phys.* **A282**, 221 (1977).
13. J. M. Lind, G. T. Garvey, and R. E. Tribble, *Nucl. Phys.* **A276**, 25 (1977).
14. P. D. Greaves, V. Hnizdo, J. Lowe, and O. Karban, *Nucl. Phys.* **A179**, 1 (1972).

15. P. D. Kunz, University of Colorado, <http://spot.colorado.edu/~kunz/DWBA.html>.
16. I. J. Thompson, *Comput. Phys. Rep.* **7**, 167 (1988).
17. Haixia An and Chonghai Cai, *Phys. Rev. C* **73**, 054605 (2006).
18. B. A. Watson, P. P. Singh, and R. E. Segel, *Phys. Rev.* **182**, 977 (1969).
19. S. Raman, C. H. Malarkey, W. T. Milner, C. W. Nestor, and P. H. Stelson, *At. Data Nucl. Data Tables*, **36** 1 (1987).
20. J. S. Nodvik, C. B. Duke, and M. A. Melkanoff, *Phys. Rev.* **125**, 975 (1962).
21. D. Spaargaren and C. C. Jonker, *Nucl. Phys.* **A161**, 354 (1971).
22. G. H. Rawitscher, *Phys. Rev. C* **9**, 2210 (1974).
23. K. L. Jones, R. L. Kozub, C. Baktash, D. W. Bardayan, J. C. Blackmon, W. N. Catford, J. A. Cizewski, R. P. Fitzgerald, M. S. Johnson, R. J. Livesay, Z. Ma, C. D. Nesaraja, D. Shapira, M. S. Smith, J. S. Thomas, and D. W. Visser, *Phys. Rev. C* **70**, 067602 (2004).
24. N. Keeley, F. Skaza, V. Lapoux, N. Alamanos, F. Auger, D. Beaumel, E. Becheva, Y. Blumenfeld, F. Delaunay, A. Drouart, A. Gillibert, L. Giot, K. W. Kemper, L. Nalpas, A. Pakou, E. C. Pollacco, R. Raabe, P. Roussel-Chomaz, K. Rusek, J.-A. Scarpaci, J.-L. Sida, S. Stepantsov, and R. Wolski, *Phys. Lett.* **B646**, 222 (2007).
25. A. A. Korshennikov, E. Yu. Nikolskii, E. A. Kuzmin, A. Ozawa, K. Morimoto, F. Tokanai, R. Kanungo, I. Tanihata, N. K. Timofeyuk, M. S. Golovkov, A. S. Fomichev, A. M. Rodin, M. L. Chelnokov, G. M. Ter-Akopian, W. Mittig, P. Roussel-Chomaz, H. Savajols, E. Pollacco, A. A. Ogloblin, and M. V. Zhukov, *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 082501 (2003).
26. F. Skaza, N. Keeley, V. Lapoux, N. Alamanos, F. Auger, D. Beaumel, E. Becheva, Y. Blumenfeld, F. Delaunay, A. Drouart, A. Gillibert, L. Giot, K. W. Kemper, R. S. Mackintosh, L. Nalpas, A. Pakou, E. C. Pollacco, R. Raabe, P. Roussel-Chomaz, J.-A. Scarpaci, J.-L. Sida, S. Stepantsov, and R. Wolski, *Phys. Lett.* **B619**, 82 (2005).
27. J. F. Sharpley-Schafer, *Phys. Lett.* **26B**, 652 (1968).
28. F. G. Perey, "The Optical Model with Nonlocal Potentials," in *Direct Interactions and Nuclear Reaction Mechanisms*, edited by E. Clementel and C. Villi, Gordon and Breach, Science Publishers, New York, 1963, p. 125.
29. N. Austern, *Phys. Rev.* **137**, B752 (1965).
30. D. Robson, *Nucl. Phys.* **33**, 594 (1962).

Approches Microscopiques de la Dynamique Nucléaire

Applications aux réactions autour de la barrière

Cédric Simenel et Benoît Avez

DSM/DAPNIA/SPhN, CEA SACLAY, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

Denis Lacroix

GANIL, B.P. 55027, 14076 CAEN Cedex 5, France

Résumé

Ce cours introduit certaines approches microscopiques de la dynamique nucléaire avec pour objectif de décrire au mieux les collisions d'ions lourds à basse énergie. Nous présentons le formalisme et des applications pratiques de la théorie Hartree-Fock dépendante du temps (TDHF) qui est une approche de champ moyen dynamique basée sur l'approximation de particules indépendantes. À titre d'exemple, nous appliquons TDHF à l'étude de la fusion de noyaux sphériques ou déformés. Nous nous intéressons aussi au transfert de nucléons entre ions lourds sous la barrière. Ces études nous permettent d'identifier le cadre d'application de TDHF et notamment ses limitations, comme, par exemple, l'impossibilité de décrire la fusion par effet tunnel. Les approches de champ moyen dépendant du temps doivent être améliorées pour prendre en compte ces effets, ainsi que la dissipation et/ou les fluctuations quantiques. Certaines approches, dites "au-delà de TDHF" sont introduites. Elles incluent, par exemple, l'appariement nucléaire et/ou des termes de collision nucléon-nucléon. Finalement, nous discutons des progrès récents sur des méthodes exactes basées sur le concept de champ moyen stochastique.

Abstract

This lecture introduces several microscopic approaches to nuclear dynamics. Our goal is to provide a good description of low energy heavy ions collisions. We present both formal aspects and practical applications of the time-dependent Hartree-Fock (TDHF) theory. The TDHF approach gives a mean field dynamics of the system under the assumption that particles evolve independently in their self-consistent average field. As an example, we study the fusion of both spherical and deformed nuclei with TDHF. We also show that nucleon transfer may occur between nuclei below the barrier. These studies allow us to specify the field of applications of TDHF in one hand, and, in the other hand, its intrinsic limitations: no fusion by tunneling, missing dissipative effects and/or quantum fluctuations. Time-dependent mean-field theories should be improved to properly account for these effects. Several approaches, generically named "beyond TDHF" are presented which account for instance for pairing and/or direct nucleon-nucleon collisions. Finally we discuss recent progresses in exact ab-initio methods based on the stochastic mean-field concept.

Table des matières

1	Introduction	272
1.1	Généralités	272
1.2	Approches microscopiques non relativistes	272
1.3	Indépendantes, les particules?	272
1.3.1	particules indépendantes et corrélées	273
1.3.2	champ moyen	273
1.3.3	libre parcours moyen et justification du champ moyen en physique nucléaire	273
1.3.4	symétries et corrélations	274
1.3.5	au delà du champ moyen	274
1.4	Interaction effective et Énergie Fonctionnelle de la Densité	275
1.5	Formalisme du problème à N-corps quantique	276
2	La théorie de champ moyen dynamique	277
2.1	Valeurs moyennes d'observables à un corps	277
2.1.1	écriture générale	277
2.1.2	matrice densité à un corps	278
2.1.3	cas d'un système de particules indépendantes	279
2.1.4	évolution : théorème d'Erhenfest	280
2.2	La théorie Hartree-Fock dépendante du temps (TDHF)	280
2.2.1	évolution exacte de $\rho^{(1)}$	280
2.2.2	champ moyen dépendant du temps	282
2.3	Interaction effective de Skyrme	283
2.4	Résolution de l'équation TDHF : aspects pratiques	284
2.4.1	états Hartree-Fock	284
2.4.2	méthode du temps imaginaire	284
2.4.3	construction de l'état à deux noyaux	286
2.4.4	mise en mouvement des noyaux	287
2.4.5	évolution dynamique	288
3	Étude des réactions autour de la barrière avec TDHF	288
3.1	Généralités sur la fusion	289
3.1.1	définition de la fusion	289
3.1.2	modèle à une dimension	289
3.1.3	couplages entre mouvement relatif et degrés de liberté internes	291
3.1.4	distribution de barrières	292
3.2	Barrières de fusion et fonction d'excitation	292
3.2.1	trajectoire des fragments	292
3.2.2	barrière de fusion de deux noyaux sphériques	292
3.2.3	barrières de fusion d'un noyau sphérique avec un noyau déformé	293
3.2.4	fonction d'excitation	297
3.3	Transfert de nucléons sous la barrière	298
3.3.1	observation du transfert	298
3.3.2	états décrivant les fragments	299
3.4	Résumé : succès et limitations de TDHF	300
4	Théories dynamiques au delà de l'approximation de particules indépendantes	300
4.1	Champ moyen dynamique avec appariement	301
4.1.1	états produits de quasi-particules	301
4.1.2	valeurs moyennes d'opérateurs sur un vide de quasi-particule	302
4.1.3	équations TDHFB	303

4.1.4	application de la théorie TDHFB	304
4.2	Quand sort-on de l'image de (quasi)particules indépendantes?	304
4.2.1	décomposition du Hamiltonien sur la base des états de particule (p) et de trou (h)	305
4.2.2	limitation de la théorie de champ moyen	306
4.3	Dynamique corrélée générale : la hiérarchie BBGKY	306
4.4	La théorie de la matrice densité dépendant du temps (TDDM)	307
4.5	Liens entre TDDM et TDHFB	308
4.6	TDHF étendu et stochastique	308
4.6.1	évolution moyenne : processus irréversibles dans TDHF étendu	310
4.6.2	discussion sur TDHF stochastique	310
4.7	Intégrale fonctionnelle et traitement exact du problème à N corps d'un système corrélé avec des théories de champ moyen stochastique	311
4.7.1	discussion générale	311
4.7.2	techniques de l'intégrale fonctionnelle dans un cas modèle	312
4.7.3	introduction aux intégrales fonctionnelles	312
4.7.4	Hamiltonien général à N corps	314
4.8	Résumé	314
Remerciements		314
ANNEXES		315
A Rappels de mécanique quantique		315
A.1	opérateurs de création et d'annihilation de particule	315
A.2	états à N particules identiques	316
A.3	théorème de Wick	316
A.4	base des états à N particules	317
A.5	fonction d'onde à N particules	317
B Observables à un corps		318
C Matrice Densité		319
D Corrélations à deux corps		320
E Vide Hartree-Fock et de quasi-particule		320
F Lien entre les corrélations et les états de particules indépendantes		321
G Évolution en champ moyen avec le théorème de Thouless		322

1 Introduction

1.1 Généralités

Les accélérateurs d'ions lourds ont permis l'étude des réactions nucléaires avec des noyaux stables. Les mesures expérimentales, de plus en plus précises, ont mis l'accent sur l'influence de la structure des noyaux et les mécanismes de réaction. C'est le cas par exemple de la fusion à basse énergie où les sections efficaces sont fortement affectées par la forme des noyaux et leur modes de vibration et de rotation. L'avènement des faisceaux radioactifs, notamment aux basses énergies typiques de SPIRAL2, ouvre des perspectives intéressantes pour l'étude de l'influence de nouvelles structures sur les réactions autour de la barrière. D'un point de vue théorique, les modèles dynamiques microscopiques sont tout indiqués pour ces études car ils permettent de prendre en compte à la fois la structure interne des noyaux et les mécanismes de réaction dans un même formalisme.

Le but de ce cours est de présenter l'état de l'art des modèles dynamiques microscopiques utilisés pour décrire les réactions entre ions lourds aux basses énergies. Nous nous intéressons en détail à la théorie de champ moyen dynamique dans la partie 2 et à ses applications pratiques dans la partie 3. Dans la partie 4, nous nous intéressons aux théories dites "au delà du champ moyen". Il est donc possible d'adopter plusieurs niveaux de lecture de ce cours. Le lecteur principalement intéressé par les applications pratiques pourra "sauter" les démonstrations de la partie 2 lorsqu'il y sera invité. La partie 4, très théorique, nécessite une bonne compréhension préalable de la partie 2 (champ moyen). On trouvera dans l'annexe A quelques rappels de seconde quantification.

1.2 Approches microscopiques non relativistes

Les exemples bien connus de théories microscopiques quantiques du noyau atomique sont les différentes variantes du modèle en couche, les approches de type champ moyen et au delà (comme Hartree-Fock-Bogoliubov, Random-Phase-Approximation, ou Generator-Coordinate-Method) [Rin80] ou encore des approches algébriques comme Interactive-Boson-Model [Iac91].

Pourquoi s'orienter vers une approche microscopique pour décrire les réactions entre noyaux ?

- L'étude du problème à N-corps quantique est un sujet de recherche passionnant en soi.
- La plupart des informations sur les noyaux sont obtenues grâce aux réactions nucléaires.
- On peut espérer pouvoir remonter à des informations sur l'interaction nucléon-nucléon dans le milieu.
- Les théories microscopiques ont un grand succès en structure nucléaire.
- Il est conceptuellement intéressant d'avoir un formalisme traitant de façon cohérente la structure et les mécanismes.
- Contrairement à beaucoup d'approches macroscopiques, il n'est, le plus souvent, pas nécessaire de choisir *a priori* le mécanisme à étudier.
- Le peu de paramètres ajustables ainsi que l'universalité donnent confiance quant au pouvoir prédictif de ces théories, ce qui est prometteur pour la physique des noyaux exotiques.

Enfin, les approches microscopiques citées ci-dessus ont en commun de se restreindre à un cadre non-relativiste, justifié par la faible vitesse des nucléons dans le noyau par rapport à la vitesse de la lumière : $(v/c)^2 \sim 1/10$.

1.3 Indépendantes, les particules ?

Il est courant d'entendre les termes "théorie de champ moyen" ou "particules indépendantes" ainsi que leur pendant "au delà du champ moyen" ou "états corrélés". Commençons par expliciter ces termes. On pourra alors définir l'approximation *zéro* de la physique nucléaire qui sert de point de départ à la plupart des théories microscopiques modernes.

1.3.1 particules indépendantes et corrélées

Considérons tout d'abord deux fermions identiques libres, un dans l'état $|\mu\rangle$ et l'autre dans l'état $|\nu\rangle$. L'état de l'un *ne dépend pas* de l'état de l'autre (à l'antisymétrisation près), ils sont donc *indépendants*. L'état à deux particules s'écrit alors $|\mu\nu\rangle = (|1 : \mu, 2 : \nu\rangle - |1 : \nu, 2 : \mu\rangle) / \sqrt{2}$. Un tel état est appelé indifféremment *état de particules indépendantes* ou *déterminant de Slater* (voir annexe A).

A l'inverse, nous avons un *état de particules corrélées* si nous pouvons écrire :

- si une particule est dans l'état $|\nu_1\rangle$, alors l'autre est dans l'état $|\mu_1\rangle$
- si une particule est dans l'état $|\nu_2\rangle$, alors l'autre est dans l'état $|\mu_2\rangle$
- etc.

Un tel état s'écrit comme une somme de déterminants de Slater $\sum_{\alpha} c_{\alpha} |\mu_{\alpha}\nu_{\alpha}\rangle$ où les c_{α} sont les amplitudes de probabilité associées à chaque configuration.

La généralisation à un système à N particules est triviale. En utilisant la seconde quantification (voir annexe A), un déterminant de Slater s'écrit

$$|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle = \left(\prod_{i=1}^N \hat{a}_{\nu_i}^{\dagger} \right) |-\rangle. \quad (1)$$

et un état corrélé est une somme de déterminants de Slater $|\psi\rangle = \sum_{\alpha} c_{\alpha} |\phi_{\alpha}\rangle$ (Eq. (136)) où α représente le jeu de N états à une particules ayant servi à construire le déterminant de Slater $|\phi_{\alpha}\rangle$.

1.3.2 champ moyen

Une caractéristique des théories de champ moyen en physique nucléaire est de décrire un système auto-lié (*i.e.* sans potentiel extérieur) dans son repère *intrinsèque*¹. Un déterminant de Slater construit à partir de fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique ou d'états propres d'un potentiel de Wood-Saxon est une description possible d'un système lié localisé dans l'espace. On interprète alors ce potentiel harmonique ou de Wood-Saxon comme un *champ moyen* dans lequel "baigne" chaque particule. Le champ moyen simule en moyenne les interactions entre les particules. En d'autres termes, **chaque particule évolue librement dans le champ moyen généré par l'ensemble des autres particules**. Pour des électrons dans un atome, le potentiel extérieur du noyau vient s'ajouter au champ moyen.

Dans ce cours, nous introduirons des champs moyens plus évolués tels que les champs moyens Hartree-Fock (HF) et Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB). Le premier agit sur des états de particules indépendantes, le second sur des états plus complexes appelés états de quasi-particules indépendantes (voir Partie 4.1). Dans la partie 2.2, nous noterons que l'approximation de particules indépendantes implique que l'on ne garde que la partie champ moyen de l'interaction. Cependant, ce ne sont pas deux hypothèses qui s'ajoutent². Enfin, bien que ce ne soit pas le sujet de ce cours, il est important de mentionner que l'introduction des interactions effectives rend les discussions sur les corrélations plus complexes [Sto07].

1.3.3 libre parcours moyen et justification du champ moyen en physique nucléaire

Est-il possible d'avoir une bonne description du noyau, voire des collisions entre noyaux, en faisant l'approximation de particules indépendantes ? La justification de l'approximation de champ moyen est largement basée sur l'observation que de nombreuses propriétés macroscopiques des noyaux varient doucement avec le nombre de nucléons : rayons, énergies de liaison...

¹en opposition au repère du laboratoire.

²TDHF peut se montrer soit en négligeant les corrélations, soit en négligeant l'interaction résiduelle (partie de l'interaction qui ne peut se ramener à un champ moyen).

Basées sur ces observations, les théories de champ moyen ont été introduites avec succès. La solution de facilité, mais intellectuellement insatisfaisante, serait de le vérifier en confrontant les prédictions théoriques à l'expérience pour valider l'hypothèse de particules indépendantes *a posteriori*.

En fait, l'hypothèse de particules indépendantes en physique nucléaire se justifie par le fait que le libre parcours moyen d'un nucléon dans le noyau est au moins de l'ordre de la taille du noyau [Boh69]. Cela signifie qu'un nucléon a une forte probabilité de se propager d'un bord à l'autre du noyau sans entrer en collision avec d'autres nucléons. Ce phénomène est généré par le *blocage de Pauli* qui interdit à un nucléon, à la suite d'une collision avec un autre nucléon, de sauter vers un état déjà occupé. Il pourrait sauter dans un état non occupé d'énergie plus élevée, mais la conservation de l'énergie implique que l'autre nucléon aille dans un état d'énergie plus basse, donc probablement occupé, ce qu'interdit le principe de Pauli. Le fait que les états sous le niveau de Fermi soient pratiquement tous occupés implique donc que les nucléons évoluent presque sans collision dans le champ moyen.

1.3.4 symétries et corrélations

Petite remarque contre-intuitive : un état de particules indépendantes dans un champ moyen contient des corrélations. En effet, le champ moyen induit des *corrélations spatiales* entre les particules puisqu'il les localise. Mais pour inclure ces corrélations, il a fallu considérer un champ moyen qui brise explicitement l'invariance par translation. En guise d'illustration, raisonnons par l'absurde et cherchons un champ moyen qui ne brise pas l'invariance par translation. La seule solution est évidemment un champ moyen constant dans tout l'espace dont les états propres sont des ondes planes. On revient alors à un problème de particules libres qui ne sont plus piégées par le champ moyen. Il est donc impossible d'écrire un déterminant de Slater à partir de ces ondes planes qui décrivent un système lié et localisé.

On met ici le doigt sur une technique importante et très utilisée qui est d'inclure des corrélations en brisant des symétries (voir par exemple [Ben03]). On peut par exemple considérer un champ moyen déformé (brisure de l'invariance par rotation) pour inclure des corrélations à longue portée³. On peut aussi briser la symétrie de jauge (*i.e.* associée à la conservation du nombre de particules) avec un champ moyen qui mélange des états ayant des nombres de particules différents pour inclure les corrélations d'appariement (voir la partie 4.1). Dans ce dernier cas, et tout en restant dans une approximation de champ moyen, nous devons nous affranchir de l'approximation de particules indépendantes et considérer des états plus généraux appelés états de quasi-particules indépendantes (le lecteur noyé par tant de subtilités trouvera une aide précieuse dans le tableau 1 résumant les approches microscopiques présentées dans ce cours).

Enfin, précisons qu'en toute rigueur, il est nécessaire de *restaurer* les symétries brisées, par exemple à l'aide de méthodes de projection [Rin80, Bla86, Ben03].

1.3.5 au delà du champ moyen

Le champ moyen est souvent considéré comme l'approximation "zéro" du problème microscopique à partir duquel diverses extensions sont possibles (on en verra plusieurs au chapitre 4). Ces extensions *au delà du champ moyen* sont utiles, que ce soit en structure ou en dynamique nucléaire pour inclure un maximum de corrélations nécessaires à une description précise de la physique des noyaux. En effet, toutes les corrélations ne peuvent être incluses en brisant des symétries. Il est donc parfois nécessaire de s'affranchir de l'approximation de champ moyen en considérant que l'état à N particules est décrit non plus par un mais par une somme d'états de (quasi)particules indépendantes.

³Si un noyau a une forme de cigare, la présence d'un nucléon à un bout du cigare rend probable la présence d'autres nucléons à l'autre bout du cigare. Il s'agit de corrélations à longue portée car elles affectent le noyau dans son ensemble.

La nomenclature étant ce qu'elle est, nous réserverons le terme *état non corrélé* à un déterminant de Slater, bien qu'on ait vu qu'il soit possible d'y inclure certaines corrélations en brisant des symétries. Un *état corrélé* quant à lui, par opposition à un état de particules indépendantes est une somme de déterminants de Slater.

Le tableau 1 résume les différentes approches abordées dans ce cours et le type de corrélations qu'elles incluent.

nom	approximations	espace variationnel	observables accessibles
TDHF	champ moyen	part. indép.	1 corps
TDHF-Bogoliubov	c.m. + appariement	quasipart. indép.	1 corps généralisées
Extended-TDHF	c.m. + collision (dissipation)	états corrélés	1 corps
Stochastic-TDHF	c.m. + collision (dissipation+fluctuations)	états corrélés	1 corps
Time Dependent Density Matrix	c.m. + corrélations à 2 corps	états corrélés	1 et 2 corps
Stochastic Mean Field (intégrale fonctionnelle)	exact (erreur statistique)	états corrélés	toutes

TAB. 1 – résumé des approches microscopiques présentées dans ce cours

1.4 Interaction effective et Énergie Fonctionnelle de la Densité

Nous choisissons dans ce cours une approche assez classique du problème à N -corps quantique nucléaire, à savoir nous utilisons explicitement un Hamiltonien microscopique et introduisons la théorie Hartree-Fock. Il doit toutefois être noté que l'utilisation des interactions nucléaires "nues" dans HF ne donnera pas de bons résultats, voire diverge. L'introduction des forces effectives fut une avancée majeure. Toutefois, ces interactions ne sont pas directement connectées à l'interaction nue. De plus, elles incluent des effets (notamment de milieu) qui vont au delà de la théorie HF. Dans ce sens, les théories de champ moyen en physique nucléaire ont de nombreux aspects communs avec les théories de la fonctionnelle de la densité (DFT) en matière condensée. Toutefois, en physique nucléaire, le concept d'interaction effective est souvent gardé. Les plus répandues sont l'interaction de Skyrme, de portée nulle, et de Gogny, de portée finie. Les applications de ce cours utilisent l'interaction de Skyrme, plus facile à traiter numériquement. L'intérêt de ces interactions effectives est qu'elles permettent de construire des Énergies Fonctionnelles de la Densité (EDF) à la fois simples et réalistes $E[\rho]$ où ρ est la matrice densité à un corps. Notons enfin que certaines approches modernes considèrent la fonctionnelle et non plus l'interaction comme ingrédient de base de la théorie [Dob07, Ben07].

1.5 Formalisme du problème à N-corps quantique

L'évolution de l'état à N-corps $|\psi\rangle$ du système est donnée par l'équation de Schroedinger dépendant du temps

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle. \quad (2)$$

Cette équation est équivalente au principe variationnel qui stipule que l'action est stationnaire lors de l'évolution entre l'instant initial t_0 et l'instant final t_1

$$\delta \left[\int_{t_0}^{t_1} dt \langle \psi | \hat{H} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \psi \rangle \right] = 0. \quad (3)$$

Le Hamiltonien d'un système de N nucléons en interaction se décompose en un terme cinétique et un terme d'interaction à deux corps (nous ne considérerons pas ici les interactions à trois corps ou plus)

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \frac{\hat{p}(i)^2}{2m} + \sum_{i>j=1}^N \hat{v}(i, j). \quad (4)$$

En seconde quantification, ce Hamiltonien s'écrit

$$\hat{H} = \sum_{ij} t_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_l \hat{a}_k \quad (5)$$

où les éléments de matrice de l'opérateur énergie cinétique et ceux associés à l'interaction s'écrivent

$$t_{ij} = \frac{1}{2m} \langle i | \hat{p}^2 | j \rangle \quad (6)$$

$$\bar{v}_{ijkl} = v_{ijkl} - v_{ijlk} \quad (7)$$

$$v_{ijkl} = \langle 1 : i, 2 : j | \hat{v}(1, 2) | 1 : k, 2 : l \rangle. \quad (8)$$

L'état $|1 : i, 2 : j\rangle$ n'est pas antisymétrisé. Il signifie que la particule 1 est dans l'état $|i\rangle$ et la particule 2 dans l'état $|j\rangle$ (voir annexe A).

Voici donc le problème posé. Même si nous étions capables de résoudre l'Eq. (2) sans faire d'approximation, ce qui n'est pas le cas à l'heure actuelle, nous obtiendrions alors toute l'information possible sur l'évolution du système, ce qui est bien plus que ce dont nous avons réellement besoin, par exemple pour calculer une section efficace de fusion. Ce serait donc comme écraser une mouche avec un marteau. La construction d'un modèle microscopique doit donc être guidée par deux principes :

- ne chercher à décrire que ce dont nous avons vraiment besoin,
- et faire les approximations pertinentes pour le problème considéré.

Un schéma d'approximation possible consiste à restreindre le sous-espace des états accessibles pour l'écriture du principe variationnel de l'Eq. (3) [Bla86]. Ce choix de sous-espace est crucial car il constitue souvent l'essentiel des hypothèses physiques de la théorie.

Parmi les modèles microscopiques, la théorie Hartree-Fock Dépendante du Temps (TDHF) est l'une des plus utilisées. Il s'agit d'une théorie de champ moyen dont le seul ingrédient phénoménologique est l'interaction effective entre les nucléons. TDHF peut s'obtenir, par exemple, en restreignant le principe variationnel de l'Eq. (3) au sous-espace des états de particules indépendantes.

Après une présentation de la théorie TDHF, nous nous intéresserons à des applications aux réactions autour de la barrière. Les succès et limitations de TDHF nous indiqueront des pistes à suivre pour améliorer la description de la dynamique de systèmes corrélés. Ainsi, un ensemble de techniques permettant d'aller au delà de l'approximation de champ moyen seront discutées.

2 La théorie de champ moyen dynamique

Nous devons donc commencer par répondre aux deux questions :

- De quelle information avons nous besoin pour décrire une réaction nucléaire ?
- Quelles approximations devons nous faire pour pouvoir résoudre le problème ?

La connaissance des trajectoires des fragments après une collision, de leur forme ou encore de leur nombre de particules permet déjà une description fine des mécanismes en jeu. Ces quantités sont des observables à un corps (voir annexe B) et il semble donc naturel, dans un premier temps de se limiter à décrire leur évolution. Nous avons répondu à la première question. De plus, nous verrons très vite lors de l'écriture des équations d'évolution des observables à un corps que le problème n'est aisément soluble qu'au prix de l'approximation de particules indépendantes, ce qui répondra à la seconde question.

Nous commencerons donc par écrire l'évolution des observables à un corps à partir de l'équation de Schroedinger. Pour cela, nous introduirons la matrice densité à un corps. Ensuite, nous simplifierons le problème à l'aide de l'approximation de particules indépendantes. Nous spécifierons alors l'interaction effective de Skyrme utilisée par la suite. Nous détaillerons enfin les aspects pratiques de la résolution des équations TDHF dans l'espace des coordonnées.

Le lecteur non intéressé par les détails techniques peut passer ce qui suit et reprendre à l'Eq. (34) qui donne l'évolution exacte de la matrice densité à un corps.

2.1 Valeurs moyennes d'observables à un corps

2.1.1 écriture générale

Soit un état à N particules $|\psi\rangle$ (corrélées ou non) et un opérateur à un corps $\hat{F} = \sum_{i=1}^N \hat{f}(i)$ (voir Eq. (145)). L'expression des fonctions d'onde à N particules (Eq. (138)) et la relation de fermeture (Eq. (144)) permettent d'écrire la valeur moyenne de \hat{F} sur $|\psi\rangle$

$$\begin{aligned} \langle \hat{F} \rangle_\psi &= \langle \psi | \frac{1}{N!} \int d\xi_1 \dots d\xi_N | \xi_1 \dots \xi_N \rangle \langle \xi_1 \dots \xi_N | \sum_{i=1}^N \hat{f}(i) \frac{1}{N!} \int d\xi'_1 \dots d\xi'_N | \xi'_1 \dots \xi'_N \rangle \langle \xi'_1 \dots \xi'_N | \psi \rangle \\ &= \frac{1}{N!} \int d\xi_1 \dots d\xi_N d\xi'_1 \dots d\xi'_N \psi^*(\xi_1 \dots \xi_N) \psi(\xi'_1 \dots \xi'_N) \sum_{i=1}^N \langle \xi_1 \dots \xi_N | \hat{f}(i) | \xi'_1 \dots \xi'_N \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

où nous avons regroupé les degrés de liberté d'espace, de spin et d'isospin sous la notation $\xi \equiv (\mathbf{r} s \tau)$. Le théorème de Wick (voir annexe A.3) permet de calculer le dernier terme

$$\langle \xi_1 \dots \xi_N | \hat{f}(i) | \xi'_1 \dots \xi'_N \rangle = \begin{vmatrix} \langle \xi_1 | \xi'_1 \rangle & \dots & \langle \xi_1 | \xi'_{i-1} \rangle & \langle \xi_1 | \hat{f} | \xi'_i \rangle & \langle \xi_1 | \xi'_{i+1} \rangle & \dots & \langle \xi_1 | \xi'_N \rangle \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \langle \xi_N | \xi'_1 \rangle & \dots & \langle \xi_N | \xi'_{i-1} \rangle & \langle \xi_N | \hat{f} | \xi'_i \rangle & \langle \xi_N | \xi'_{i+1} \rangle & \dots & \langle \xi_N | \xi'_N \rangle \end{vmatrix}. \quad (10)$$

L'antisymétrie permet de ne considérer l'action de \hat{f} que sur un seul indice dans l'intégrale de l'Eq. (9) (on choisit l'indice 1). En notant $f(\xi, \xi') = \langle \xi | \hat{f} | \xi' \rangle$ les éléments de matrice de f , nous obtenons

$$\langle \hat{F} \rangle_\psi = N \int d\xi d\xi' d\xi_2 \dots d\xi_N \psi^*(\xi \xi_2 \dots \xi_N) \psi(\xi' \xi_2 \dots \xi_N) f(\xi, \xi'). \quad (11)$$

2.1.2 matrice densité à un corps

Il est très pratique d'introduire la matrice densité à un corps $\rho^{(1)}$ associée à l'état $|\psi\rangle$ dont les éléments de matrice dans la base $\{\xi\}$ s'écrivent

$$\rho^{(1)}(\xi, \xi') = N \int d\xi_2 \dots d\xi_N \psi^*(\xi' \xi_2 \dots \xi_N) \psi(\xi \xi_2 \dots \xi_N) \quad (12)$$

qui permet de simplifier l'équation (11)

$$\langle \hat{F} \rangle_\psi = \int d\xi d\xi' \rho^{(1)}(\xi', \xi) f(\xi, \xi') = \text{Tr}[\rho^{(1)} f]. \quad (13)$$

Nous voyons ainsi que toute l'information nécessaire au calcul de la valeur moyenne d'une observable à un corps est contenue dans la matrice densité à un corps. Celle-ci peut être définie pour n'importe quel état à N particules⁴. Sauf indication contraire, nous considérons toujours la densité à un corps dans la suite de la partie 2 et omettons l'exposant ⁽¹⁾ dans la notation.

Les éléments de la matrice densité à un corps ρ peuvent s'écrire en utilisant la seconde quantification (voir Eq. (151))

$$\rho_{ij} = \langle \psi | \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i | \psi \rangle = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i \rangle_\psi. \quad (14)$$

En effet, on retrouve l'Eq. (12) en utilisant les Eqs. (134), (138) et (144)

$$\begin{aligned} \rho(\xi, \xi') &= \langle \hat{a}^\dagger(\xi') \hat{a}(\xi) \rangle_\psi \\ &= \frac{1}{N!} \int d\xi_1 \dots d\xi_N d\xi'_1 \dots d\xi'_N \psi^*(\xi_1 \dots \xi_N) \psi(\xi'_1 \dots \xi'_N) \langle \xi_1 \dots \xi_N | \hat{a}^\dagger(\xi') \hat{a}(\xi) | \xi'_1 \dots \xi'_N \rangle \\ &= \frac{N^2}{N!} \int d\xi_2 \dots d\xi_N d\xi'_2 \dots d\xi'_N \psi^*(\xi' \xi_2 \dots \xi_N) \psi(\xi \xi_2 \dots \xi_N) \langle \xi_2 \dots \xi_N | \xi'_2 \dots \xi'_N \rangle \\ &= N \int d\xi_2 \dots d\xi_N \psi^*(\xi' \xi_2 \dots \xi_N) \psi(\xi \xi_2 \dots \xi_N). \end{aligned} \quad (15)$$

Nous verrons au chapitre 2.4 que dans un calcul TDHF dans l'espace des coordonnées, les éléments fondamentaux du calcul sont les fonctions d'onde à une particule. Pour les faire apparaître, utilisons les équations (122) et (123)

$$\rho(\mathbf{r} s \tau, \mathbf{r}' s' \tau') = \langle \psi | \hat{a}^\dagger(\mathbf{r}' s' \tau') \hat{a}(\mathbf{r} s \tau) | \psi \rangle = \sum_{ij} \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\psi \varphi_i^{s' \tau' *}(\mathbf{r}') \varphi_j^{s \tau}(\mathbf{r}) \quad (16)$$

où la fonction d'onde à une particule $\varphi_i^{s \tau}(\mathbf{r})$ est définie dans l'Eq. (117).

Notons qu'il est toujours possible d'écrire la matrice densité à un corps sous forme d'un opérateur dans l'espace de Hilbert des états à une particule⁵ [Rin80]

$$\hat{\rho} = \sum_{ij} \rho_{ij} |i\rangle \langle j|. \quad (17)$$

La particularité de cet opérateur est qu'il dépend explicitement de l'état du système $|\psi\rangle$. Ainsi, dans un problème dynamique tel que le traitement d'une collision nucléaire, la matrice densité dépend du temps.

⁴Notons qu'il est possible de généraliser au cas d'observables à M -corps qui peuvent se calculer à l'aide de la matrice densité à M -corps (voir annexe C).

⁵Notons bien que $\hat{\rho}$ n'est pas un opérateur à un corps comme défini dans l'annexe B puisqu'il n'agit pas dans l'espace de Hilbert à N particules, mais sur des états à une particule uniquement.

Revenons aux quantités physiques d'intérêt, à savoir les valeurs moyennes d'observables à un corps. L'usage de la seconde quantification permet de retrouver le résultat de l'équation (13) pour n'importe quelle valeur moyenne d'observable à un corps plus rapidement à partir de l'Eq. (145)

$$\langle \hat{F} \rangle_\psi = \langle \psi | \sum_{ij} f_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j | \psi \rangle = \sum_{ij} f_{ij} \rho_{ji} = \text{Tr}(\rho f). \quad (18)$$

On voit alors que pour étudier l'évolution de ces quantités, il est nécessaire de connaître l'évolution de la matrice densité à un corps du système.

2.1.3 cas d'un système de particules indépendantes

Rappelons que nous serons vite amenés à faire l'approximation de particules indépendantes. Prenons donc les devants et explicitons la matrice densité à un corps ρ dans le cas particulier d'un système de N particules indépendantes dans l'état $|\phi\rangle \equiv |\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle$. Dans l'annexe E, nous montrons qu'un Slater est un vide (appelé vide HF) pour des opérateurs qui sont des combinaisons linéaires de \hat{a}^\dagger et \hat{a} . Nous sommes donc dans le cadre d'application du théorème de Wick. Le calcul des contractions est effectué dans l'annexe F et permet de montrer (Eq. (165)) que seuls les états occupés contribuent à la somme de l'Eq. (16). Nous obtenons alors

$$\rho(\mathbf{r} s \tau, \mathbf{r}' s' \tau') = \sum_{n=1}^N \varphi_{\nu_n}^{s' \tau'^*}(\mathbf{r}') \varphi_{\nu_n}^{s \tau}(\mathbf{r}). \quad (19)$$

On voit donc que la connaissance des fonctions d'onde occupées suffit à caractériser entièrement la matrice densité à un corps pour un système de particules indépendantes. En fait, dans ce cas particulier, on peut montrer que *toute* l'information sur le système est contenue dans la matrice densité à un corps. En effet, il n'y a pas de corrélation et la matrice densité à M -corps (voir annexe C) s'exprime alors comme un produit antisymétrisé de matrice densité à un corps. Cela montre que, dans ce cas, toute l'information sur le système est contenue dans la matrice densité à un corps⁶.

Dans un problème dynamique où l'état est contraint à rester un état de particules indépendantes (cas de la théorie TDHF présentée au chapitre 2.2), il suffit donc de suivre l'évolution des états à une particule occupés pour caractériser l'évolution de la matrice densité.

Notons enfin une propriété utile. On montre aisément que, pour un état de particules indépendantes, on a la propriété sur la matrice densité du système $\rho^2 = \rho$. En effet, l'opérateur associé à la matrice densité défini à l'Eq. (17) s'écrit alors

$$\hat{\rho} = \sum_{n=1}^N |\nu_n\rangle \langle \nu_n|. \quad (20)$$

Dans ce cas, $\hat{\rho}$ est un projecteur dans l'espace de Hilbert des états à une particule occupés qui ont servi à la construction de $|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle$ puisque l'on a

$$\hat{\rho}^2 = \sum_{m,n=1}^N |\nu_m\rangle \langle \nu_m | \nu_n\rangle \langle \nu_n| = \hat{\rho}. \quad (21)$$

Cette dernière relation est *équivalente* avec le fait que l'état $|\phi\rangle$ est un état de particules indépendantes.

⁶Voir annexes D et F pour le cas de la matrice densité à 2 corps.

2.1.4 évolution : théorème d'Erhenfest

Nous nous intéressons à l'évolution de valeurs moyennes d'observables à un corps. C'est par exemple ce que nous ferons lorsque nous chercherons à retracer la trajectoire des centres de masse des noyaux. En partant de l'équation de Schroedinger (Eq. (2)) et de sa transposée pour un état quelconque à N particules $|\psi\rangle$, on peut écrire, pour une observable à un corps \hat{F} ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{F} \rangle_\psi = \left(\frac{i}{\hbar} \langle \psi | \hat{H} \right) \hat{F} |\psi\rangle + \langle \psi | \hat{F} \left(\frac{-i}{\hbar} \hat{H} |\psi\rangle \right) = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{F}] \rangle_\psi \quad (22)$$

ce qui n'est autre que le théorème d'Ehrenfest appliqué à \hat{F} . Notons ici qu'aucune approximation n'a été faite, à savoir que l'état $|\psi\rangle$ peut être un état corrélé, et que \hat{H} est le Hamiltonien microscopique initial (voir Eqs. (4) et (5)). Comme \hat{F} se décompose comme une somme linéaire de $\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j$, il suffit de suivre les valeurs moyennes $\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle$ qui ne sont autres que les composantes de ρ .

Pour un opérateur indépendant du temps, on a, d'après l'Eq. (18),

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\psi = \frac{\partial}{\partial t} \rho_{ji} = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j] \rangle_\psi. \quad (23)$$

2.2 La théorie Hartree-Fock dépendante du temps (TDHF)

2.2.1 évolution exacte de $\rho^{(1)}$

Dans cette théorie, on décide de décrire "au mieux" les observables à un corps. Pour se faire, nous ferons une seule approximation, qui sera de considérer l'état du système comme un état de particules indépendantes à tout instant. On verra apparaître le fait que cette approximation implique tout naturellement une théorie de champ moyen. D'autres démonstrations de l'équation TDHF que celle proposée ici sont possibles. Nous avons choisi de partir du théorème d'Erhenfest car la démonstration est alors à la fois élégante, simple et rapide.

En remplaçant l'expression du Hamiltonien (Eq. (5)) dans l'équation d'évolution des ρ_{ji} (Eq. (23)), nous obtenons

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\psi = \sum_{kl} t_{kl} \langle [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l] \rangle_\psi + \frac{1}{4} \sum_{klmn} \bar{v}_{klmn} \langle [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m] \rangle_\psi. \quad (24)$$

Calculons tout d'abord le terme associé à l'énergie cinétique. En utilisant les Eqs. (120) et (121), on montre que

$$\begin{aligned} \langle [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l] \rangle_\psi &= \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l \rangle_\psi - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\psi \\ &= \delta_{jk} \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_l \rangle_\psi - \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_l \rangle_\psi - \delta_{il} \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j \rangle_\psi + \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_l \hat{a}_j \rangle_\psi \\ &= \delta_{jk} \rho_{li} - \delta_{il} \rho_{jk}. \end{aligned} \quad (25)$$

Le terme associé à l'énergie cinétique s'écrit alors

$$\sum_{kl} t_{kl} \langle [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l] \rangle_\psi = \sum_k (t_{jk} \rho_{ki} - t_{ki} \rho_{jk}). \quad (26)$$

Pour le terme d'interaction, nous devons tout d'abord exprimer la valeur moyenne du commutateur

$$\begin{aligned} \langle [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m] \rangle_\psi &= \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \rangle_\psi - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\psi \\ &= \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \rangle_\psi \delta_{jk} - \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \rangle_\psi \delta_{jl} + \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_n \hat{a}_m \rangle_\psi \\ &\quad - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_j \rangle_\psi \delta_{mi} + \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_m \hat{a}_j \rangle_\psi \delta_{ni} - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \hat{a}_j \rangle_\psi. \end{aligned} \quad (27)$$

Les deux termes avec 6 créateurs / annihilateurs s'annulent. Les autres termes sont des éléments de la matrice densité à deux corps. Celle-ci se décompose en une somme d'un produit de matrices densité à un corps $\rho^{(1)}$ et d'un terme non trivial $C^{(2)}$, encore appelé *matrice de corrélations* (voir annexe D), qui ne peut pas se décomposer comme un simple produit d'opérateurs à un corps. En utilisant cette décomposition (Eq. (154)), le commutateur de l'Eq. (27) devient

$$\begin{aligned} \left\langle \left[\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \right] \right\rangle_\psi &= (\rho_{mi}\rho_{nl} - \rho_{ml}\rho_{ni} + C_{mnil}) \delta_{jk} + (\rho_{mk}\rho_{ni} - \rho_{mi}\rho_{nk} + C_{nmik}) \delta_{jl} \\ &\quad + (\rho_{jl}\rho_{nk} - \rho_{jk}\rho_{nl} + C_{njkl}) \delta_{mi} + (\rho_{jk}\rho_{ml} - \rho_{jl}\rho_{mk} + C_{mjkl}) \delta_{ni} \end{aligned} \quad (28)$$

où les exposants ⁽¹⁾ et ⁽²⁾ de l'équation (154) ont été omis pour être concis. Le terme associé à l'interaction à deux corps dans l'Eq. (24) s'écrit alors

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{klmn} \bar{v}_{klmn} \left\langle \left[\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \right] \right\rangle_\psi &= \frac{1}{2} \sum_{klm} [\bar{v}_{jklm} (\rho_{li}\rho_{mk} - \rho_{lk}\rho_{mi} + C_{lmik}) \\ &\quad + \bar{v}_{klim} (\rho_{jl}\rho_{mk} - \rho_{jk}\rho_{ml} + C_{mjkl})] \\ &= \sum_{klm} \left[\bar{v}_{jklm} \left(\rho_{li}\rho_{mk} + \frac{1}{2} C_{lmik} \right) \right. \\ &\quad \left. - \bar{v}_{klim} \left(\rho_{jk}\rho_{ml} + \frac{1}{2} C_{jmkl} \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

où on a utilisé $\bar{v}_{klmn} = -\bar{v}_{klnm} = -\bar{v}_{tkmn}$ et les mêmes relations⁷ pour $C^{(2)}$. On peut finalement réécrire ce terme comme

$$\sum_k (U[\rho]_{jk} \rho_{ki} - U[\rho]_{ki} \rho_{jk}) + \frac{1}{2} \sum_{klm} (\bar{v}_{jklm} C_{kmil} - \bar{v}_{klim} C_{jmkl}) \quad (30)$$

où $U[\rho]$ est le champ moyen de Hartree-Fock. Il s'écrit comme une trace partielle

$$U[\rho]_{ij} = \sum_{kl} \bar{v}_{ikjl} \rho_{lk} = \langle i | \text{Tr}_2 \{ \bar{v}(1, 2) \rho(2) \} | j \rangle = \text{Tr}_2 \{ \bar{v}(1, 2) \rho(2) \}_{ij}. \quad (31)$$

La trace est effectuée sur les degrés de liberté de la particule 2 tandis que les indices i et j indiquent ceux de la particule 1. L'objet $U[\rho]$ obtenu après la trace partielle est donc une matrice représentant un opérateur à un corps. Dans la suite nous écrirons souvent $\bar{v}_{12} \equiv \bar{v}(1, 2)$ et $\rho_2 \equiv \rho(2)$ par soucis de compacité. L'équation (31) devient alors $U[\rho]_1 = \text{Tr}_2 \{ \bar{v}_{12} \rho_2 \}$.

Le deuxième terme de l'équation (30) correspond aux corrélations. Il fait intervenir lui aussi une trace partielle puisque

$$\sum_{klm} \bar{v}_{ilkm} C_{kmjl} = \text{Tr}_2 \{ \bar{v}_{12} C_{12} \}_{ij}. \quad (32)$$

En utilisant les équations (14), (24), (26), (30) et (32) on obtient l'équation d'évolution des éléments de la matrice densité à un corps

$$\begin{aligned} i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{ji} &= \sum_k [(t_{jk} + U_{jk}[\rho]) \rho_{ki} - (t_{ki} + U_{ki}[\rho]) \rho_{jk}] \\ &\quad + \frac{1}{2} [\text{Tr}_2 \{ \bar{v}_{12} C_{12} \}_{ji} - \text{Tr}_2 \{ C_{12} \bar{v}_{12} \}_{ji}]. \end{aligned} \quad (33)$$

⁷ $C^{(2)}$ est antisymétrique car $\rho^{(2)}$ l'est, ce qui découle directement des relations d'anticommutation (120) et de la définition de $\rho^{(2)}$ (Eq. (151))

L'antisymétrie de \bar{v}_{12} et C_{12} implique $\text{Tr}_2\{\bar{v}_{12} C_{12}\} = 2 \text{Tr}_2\{v_{12} C_{12}\}$ et conduit à

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{ji} = [h[\rho], \rho]_{ji} + \text{Tr}_2 [v_{12}, C_{12}]_{ji}. \quad (34)$$

où

$$h[\rho] = t + U[\rho] \quad (35)$$

est la matrice représentant le Hamiltonien Hartree-Fock. Notons que cette équation est exacte car jusqu'à présent nous n'avons fait aucune approximation.

2.2.2 champ moyen dépendant du temps

Dans la théorie TDHF, on néglige les corrélations $C^{(2)}$ de la matrice densité à deux corps (Eq. (154)) à tout instant t , ce qui revient à considérer que l'état du système est et reste un état de particules indépendantes. Ce dernier point est montré dans l'annexe F. L'évolution de la matrice densité à un corps ρ associée à cet état est donnée par l'équation TDHF qui s'obtient en négligeant le terme de corrélation dans l'équation (34)

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho = [h[\rho], \rho]. \quad (36)$$

Dans ce chapitre, nous ne considérons plus que des systèmes de particules indépendantes.

Dans l'Eq. (36), h et ρ sont des matrices représentant les opérateurs \hat{h} et $\hat{\rho}$ qui agissent dans l'espace de Hilbert des états à une particule. Leurs actions sur des états à une particule s'écrivent

$$\hat{\rho}|i\rangle = \sum_j \rho_{ji} |j\rangle \quad (37)$$

$$\hat{h}|i\rangle = \sum_j h[\rho]_{ji} |j\rangle \quad (38)$$

où $\{|i\rangle\}$ est une base quelconque de cet espace avec la relation de fermeture $\sum_i |i\rangle\langle i| = \hat{1}$. L'équation (36) peut s'écrire pour des opérateurs

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = [\hat{h}[\rho], \hat{\rho}]. \quad (39)$$

Faire l'approximation de particules indépendantes revient donc à ne garder de l'interaction que la partie champ moyen. Celle-ci dépend explicitement de la matrice densité à un corps du système. Cela revient à négliger l'interaction résiduelle $\hat{V}_{res} = \sum_{i<j=1}^N \hat{v}(i, j) - \sum_{i=1}^N \hat{U}[\rho](i)$. Dans la théorie TDHF, les particules évoluent donc indépendamment les unes des autres dans un champ moyen auto-cohérent (*i.e.* qui dépend de l'état du système, ici de sa matrice densité) généré par l'ensemble des particules. Aller au delà de TDHF signifie que l'on prend en compte une partie des corrélations, par exemple l'appariement, et par là même une partie de l'interaction résiduelle (voir chapitre 4.1).

L'équation (39) préserve la propriété $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$. On a donc à tout instant $\hat{\rho} = \sum_{n=1}^N |\nu_n\rangle\langle \nu_n|$ (Eq. (20)). L'équation TDHF peut alors se réécrire sous forme de N équations couplées par l'auto-cohérence du champ moyen

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} |\nu_n(t)\rangle = \hat{h}[\rho(t)] |\nu_n(t)\rangle, \quad 1 \leq n \leq N \quad (40)$$

En effet, les Eqs. (40) mènent à

$$i\hbar \sum_{n=1}^N \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} |\nu_n\rangle \right) \langle \nu_n| + |\nu_n\rangle \left(\frac{\partial}{\partial t} \langle \nu_n| \right) \right] = [\hat{h}, \hat{\rho}],$$

où nous reconnaissons dans le terme de gauche $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}$.

Les équations (40) ont la forme d'une équation de Schroedinger dans un espace de Hilbert des états à une particule avec un Hamiltonien dépendant du temps. Elles sont cependant non linéaires car le Hamiltonien dépend de l'état du système par l'intermédiaire de sa matrice densité. Nous voyons la difficulté de résoudre ce type d'équation. En effet, nous cherchons à d'écrire l'évolution du système entre un instant initial et un instant final, mais le Hamiltonien $\hat{h}[\rho]$ dépend lui même de l'état du système à l'instant final..

2.3 Interaction effective de Skyrme

Toutes les équations de ce cours sont valables quelque soit l'interaction. Cependant, si l'on veut faire des applications, il est nécessaire de choisir une interaction qui ne soit pas trop coûteuse numériquement. Dans le cadre de TDHF, le choix le plus répandu est l'interaction effective de type Skyrme [Sky56]. Dans sa forme standard, celle-ci s'écrit

$$\begin{aligned} \hat{v}(1,2) &= t_0 \left(1 + x_0 \hat{P}_\sigma \right) \hat{\delta} \\ &+ \frac{1}{2} t_1 \left(1 + x_1 \hat{P}_\sigma \right) \left(\hat{\mathbf{k}}^2 \hat{\delta} - \hat{\delta} \hat{\mathbf{k}}^2 \right) \\ &+ t_2 \left(1 + x_2 \hat{P}_\sigma \right) \left(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\delta} \hat{\mathbf{k}} \right) \\ &+ \frac{1}{6} t_3 \left(1 + x_3 \hat{P}_\sigma \right) \rho^\alpha(\hat{\mathbf{R}}) \hat{\delta} \\ &+ i W_0 \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \left(\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\delta} \hat{\mathbf{k}} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

avec $\hat{\delta} = \delta(\hat{\mathbf{r}}(1) - \hat{\mathbf{r}}(2))$, $\hat{\mathbf{k}} = (\hat{\mathbf{p}}(1) - \hat{\mathbf{p}}(2)) / \hbar$ (moment relatif), $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\boldsymbol{\sigma}}(1) + \hat{\boldsymbol{\sigma}}(2)$, $\hat{\mathbf{R}} = (\hat{\mathbf{r}}(1) + \hat{\mathbf{r}}(2)) / 2$, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}(i) = \hat{\sigma}_x(i) \mathbf{e}_x + \hat{\sigma}_y(i) \mathbf{e}_y + \hat{\sigma}_z(i) \mathbf{e}_z$, $\hat{\sigma}_{xyz}(i)$ sont les opérateurs agissant sur le spin de la particule i et sont représentés par les matrices de Pauli dans l'espace de spin, $\hat{P}_\sigma = (1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}(1) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}(2)) / 2$ est l'opérateur d'échange de spin et $\rho(\mathbf{r}) \equiv \sum_{s\tau} \rho^{(1)}(\mathbf{r}s\tau, \mathbf{r}s\tau)$ est la densité de particules au point \mathbf{r} . Les termes "t₁" et "t₂" sont non locaux et simulent une courte portée de l'interaction. Le terme "W₀" est le terme de spin-orbite.

Cette interaction présente l'avantage d'être de portée nulle, ce qui simplifie les calculs en représentation des coordonnées. Ses paramètres (t_{0-3} , x_{0-3} , W_0 et α) sont ajustés pour reproduire des propriétés de structure nucléaire, comme la saturation de la matière nucléaire infinie (voir entre autres [Cha97, Cha98, Mey00]).

Notons un point de détail dans la procédure d'ajustement de ces paramètres qui peut avoir son importance dans les études quantitatives de collisions nucléaires. Pour des calculs de structure, il est fréquent de retrancher à l'énergie une contribution due au mouvement du centre de masse (voir chapitre 3.2. de la référence [Cha98]) afin d'obtenir une meilleure description des noyaux dans leur référentiel intrinsèque. Une collision est par contre décrite par un observateur extérieur qui définit ainsi le repère du laboratoire. Il ne faut donc pas prendre en compte cette correction dans les ajustements de forces dédiées à des calculs de collisions. C'est par exemple ce qui différencie la paramétrisation SLy4, avec correction à un corps du mouvement du centre de masse [Cha98], de la paramétrisation SLy4d, sans cette correction [Kim97] (le d signifiant "dynamique").

Notons enfin que le terme " t_3 " de l'équation (41) dépend explicitement de la densité du système. En cela, et puisque la densité n'est *a priori* pas constante dans l'espace, l'interaction de Skyrme brise explicitement l'invariance par translation dans l'espace (mais pas l'invariance Galiléenne [Tho62]). En toute rigueur, il serait nécessaire de reformuler TDHF en terme de fonctionnelle de la densité, ce qui n'est pas l'objet de ce cours. Rappelons enfin que l'équation (41) n'est donnée qu'à titre indicatif : nous n'utilisons pas de forme explicite de l'interaction dans la dérivation des équations de ce cours.

2.4 Résolution de l'équation TDHF : aspects pratiques

Nous nous intéressons maintenant à la résolution pratique de TDHF dans le but d'étudier des collisions entre noyaux. Nous allons expliquer la réalisation d'un tel calcul pas à pas afin notamment de maîtriser au mieux les contraintes numériques du calcul. Pour effectuer un calcul TDHF il nous faut :

- construire l'état fondamental HF des partenaires de collision en résolvant leurs équations HF
- construire un unique Slater à partir de ces deux états en les plaçant à une distance D_0
- mettre les noyaux en vitesse en fonction de l'énergie et du moment angulaire désirés
- résoudre itérativement l'équation TDHF pour obtenir l'évolution des états occupés
- calculer les observables d'intérêt à partir de ces fonctions d'onde.

Les sous-chapitres 2.4.1 à 2.4.4 détaillent la construction du déterminant de Slater initial décrivant les deux noyaux dans leur état fondamental sur une trajectoire de Rutherford. Le sous-chapitre 2.4.5 décrit quant à lui la résolution de la dynamique du système.

2.4.1 états Hartree-Fock

On suppose qu'à l'instant initial, les deux partenaires de collision sont dans leur état fondamental. Pour être cohérent avec l'approche TDHF, nous calculons les états fondamentaux des partenaires de collision dans l'approximation de champ moyen. Les états à N particules indépendantes obtenus sont appelés états Hartree-Fock (HF) et sont donc associés à une matrice densité $\hat{\rho}$ qui rend stationnaire l'équation TDHF (Eq. (39)) et qui sont donc solution de l'équation HF statique

$$\left[\hat{h}[\rho], \hat{\rho} \right] = 0. \quad (42)$$

Cette équation reste abstraite tant que l'on n'a pas choisi une base d'états à une particule pour résoudre le problème concrètement. Comme deux opérateurs qui commutent possèdent la propriété d'avoir une base d'états propres commune, il est tout naturel de choisir cette base que l'on note $\{|\alpha\rangle\}$. On a ainsi $\hat{h} |\alpha\rangle = e_\alpha |\alpha\rangle$ et $\hat{\rho} |\alpha\rangle = n_\alpha |\alpha\rangle$ avec les nombres d'occupation $n_\alpha = 0$ ou 1. Les états occupés ($n_\alpha = 1$) servent à construire l'état à N particules indépendantes du noyau.

Les valeurs propres e_α de \hat{h} peuvent quant à elles être interprétées comme les énergies des états à une particule [Vau72]. L'état fondamental étant l'état d'énergie minimum, il s'obtient dans l'approximation HF en remplissant les N états de plus basses énergies. Il suffit donc de trouver les N états propres de \hat{h} qui ont les valeurs propres les plus basses pour pouvoir construire l'état HF.

2.4.2 méthode du temps imaginaire

La méthode du temps imaginaire [Dav80] est une des méthodes couramment utilisées pour trouver la valeur propre la plus basse d'un opérateur (s'il existe une borne inférieure à son

spectre de valeurs propres). Illustrons-la dans le cas simple d'une seule particule dans un potentiel extérieur. Considérons un *état d'essai* $|\nu_e\rangle$ que l'on décompose sur les états propres d'un Hamiltonien ($\hat{H}|\mu_n\rangle = E_n|\mu_n\rangle$)

$$|\nu_e\rangle = \sum_n c_n |\mu_n\rangle. \quad (43)$$

Appliquons l'opérateur $e^{-\beta\hat{H}}$ sur cet état

$$e^{-\beta\hat{H}}|\nu_e\rangle = \sum_n c_n e^{-\beta E_n} |\mu_n\rangle = e^{-\beta E_0} \sum_n c_n e^{-\beta(E_n - E_0)} |\mu_n\rangle. \quad (44)$$

L'état $|\mu_0\rangle$ de valeur propre la plus basse E_0 s'obtient alors par la relation

$$|\mu_0\rangle = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{e^{-\beta\hat{H}} |\nu_e\rangle}{\langle \nu_e | e^{-2\beta\hat{H}} |\nu_e\rangle^{1/2}} \quad (45)$$

car $e^{-\beta E_0} \geq e^{-\beta E_{n \neq 0}}$ et donc la composante $n = 0$ domine quand β devient grand. Le dénominateur est un facteur de normalisation car l'opérateur $e^{-\beta\hat{H}}$ n'est pas unitaire ($\beta \in \mathbb{R}$). La dénomination "temps imaginaire" vient du fait que $e^{-\beta\hat{H}}$ ressemble à un opérateur d'évolution en temps $e^{-i\hat{H}t/\hbar}$ avec un temps imaginaire $t = -i\hbar\beta$. Il est nécessaire de partir d'un état d'essai qui contienne une composante non nulle de l'état fondamental.

Obtenir le spectre d'états et de valeurs propres du Hamiltonien HF à une particule \hat{h} n'est pas aussi direct que le suggère l'équation (45). Deux difficultés sont à relever :

- Nous avons non pas une mais N particules et donc N états propres de \hat{h} à trouver. Il faut partir avec N états d'essai.
- Le problème est non linéaire car \hat{h} dépend de ρ et donc de la solution recherchée.

Pour s'affranchir de la première difficulté, nous appliquons la méthode à chaque état occupé en leur imposant de rester orthogonaux entre eux. On obtient ainsi les N états de plus basse énergie à condition qu'aucun de ces états ne soit orthogonal aux N états d'essai. Il est usuel de choisir pour états d'essai les fonctions d'onde à une particule de l'oscillateur harmonique ou issues du modèle de Nilsson par exemple. La seconde difficulté nécessite quant à elle de résoudre le problème itérativement. Il faut appliquer l'opérateur d'évolution sur un petit temps imaginaire $\Delta\beta$ puis recalculer la matrice densité et le nouveau champ moyen avant de procéder à l'itération suivante.

L'équation (46) donne un possible schéma de résolution avec la méthode du temps imaginaire.

$$\begin{aligned} \{|\nu_1^{(n)}\rangle \cdots |\nu_N^{(n)}\rangle\} &\Rightarrow \rho^{(n)} &\Rightarrow \hat{h}^{(n+1)} = \lambda \hat{h}[\rho^{(n)}] + (1 - \lambda) \hat{h}^{(n)} \\ &\uparrow &\downarrow \\ |\nu_i^{(n+1)}\rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_i} \left(|\nu_i'\rangle - \sum_{j=0}^{i-1} \langle \nu_j^{(n+1)} | \nu_i'\rangle |\nu_j^{(n+1)}\rangle \right) &\Leftarrow |\nu_i'\rangle = (1 - \Delta\beta \hat{h}^{(n+1)}) |\nu_i^{(n)}\rangle \end{aligned} \quad (46)$$

où \mathcal{N}_i est la norme de l'état entre parenthèses. Le paramètre λ est un facteur d'amortissement utilisé pour assurer la convergence [Bon05]. Il impose que le champ moyen soit un mélange du champ HF et du champ à l'itération $n - 1$. Les états à une particule sont ensuite évolués avec un pas en temps imaginaire "petit" pour assurer la convergence, et pour lequel l'opérateur d'évolution s'écrit au premier ordre $e^{-\Delta\beta \hat{h}^{(n)}} \simeq (1 - \Delta\beta \hat{h}^{(n)})$. Comme cette opération n'est pas unitaire, il est nécessaire d'orthonormaliser les états à une particule obtenus à l'aide de la procédure de Graham-Schmidt afin d'obtenir l'état à l'itération $n + 1$.

Il va de soi que le schéma proposé dans l'équation 46 n'est pas résolu numériquement tel quel, avec des opérateurs et des états de l'espace de Hilbert. En pratique, on choisit d'abord

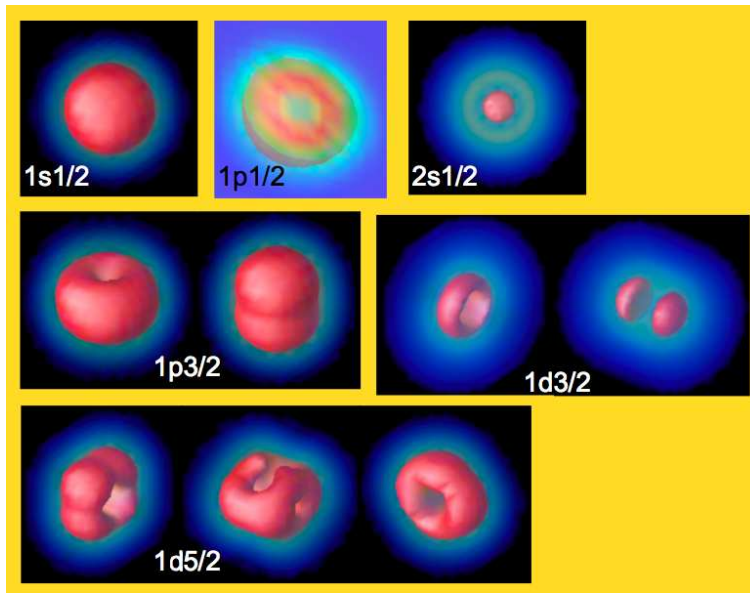


FIG. 1 – densité spatiale des états à une particule neutron de l' ^{16}O . L'état $1p_{1/2}$ est coupé en 2 pour montrer qu'il est creux en son centre.

une base de cet espace, par exemple les coordonnées $|\mathbf{r}s\tau\rangle$ ou celui des impulsions $|\mathbf{p}s\tau\rangle$ que l'on discrétise sur un réseau, ou encore une base d'oscillateur harmonique $|nljm\rangle$ que l'on tronque à une certaine valeur du nombre quantique principal n_{max} . Une fois la base choisie, on peut alors écrire les éléments de matrice des opérateurs et décomposer les états à une particule qui deviennent, par exemple, des fonctions d'onde spatiales si l'on choisit l'espace des coordonnées.

On obtient donc, après convergence, un jeu de fonctions d'onde à une particule occupées servant à construire l'état HF. Il est bien entendu aussi possible de déterminer les états non occupés d'énergies supérieures au niveau de Fermi, même si ceux-ci n'affectent ni la densité ni le champ moyen du système. La figure 1 représente les densités $|\varphi_\nu(\mathbf{r})^{s\tau}|^2$ associées aux états à une particule neutron de l' ^{16}O et obtenues à l'aide de la méthode du temps imaginaire. La résolution est effectuée dans l'espace des coordonnées discrétisé. Le réseau est pris assez grand pour traiter correctement les comportements asymptotiques des fonctions d'onde, donnant l'aspect diffus des densités. Les conditions aux limites du réseau utilisé sont dites à *bords durs*. Cela signifie que les fonctions d'onde s'annulent en dehors du réseau. Notons enfin que dans le calcul présenté, seuls les états $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ et $1p_{1/2}$ sont occupés⁸.

2.4.3 construction de l'état à deux noyaux

Chaque noyau est initialement dans son état fondamental HF. On dispose donc de deux états de particules indépendantes pour construire la condition initiale alors que l'équation TDHF (Eq. (36)) ne peut servir à décrire l'évolution que d'un seul déterminant de Slater.

Cependant il est possible de construire un état $|\phi\rangle = |\phi_{\nu_1 \dots \nu_A}\rangle$ de $A = A_1 + A_2$ particules indépendantes à partir de deux déterminants de Slater $|\phi_1\rangle = |\phi_{\alpha_1 \dots \alpha_{A_1}}\rangle$ et $|\phi_2\rangle = |\phi_{\beta_1 \dots \beta_{A_2}}\rangle$. Pour montrer sous quelles conditions cela est possible, considérons les matrices densité à un corps $\hat{\rho}_1 = \sum_{n=1}^{A_1} |\alpha_n\rangle\langle\alpha_n|$ et $\hat{\rho}_2 = \sum_{n=1}^{A_2} |\beta_n\rangle\langle\beta_n|$ de ces états. Comme il s'agit d'états de particules indépendantes, elles obéissent à la propriété $\hat{\rho}_i^2 = \hat{\rho}_i$ (voir chapitre 2.1.3).

⁸Chaque état représenté sur la figure 1 a une dégénérescence 2 car le calcul statique préserve la symétrie par renversement du temps.

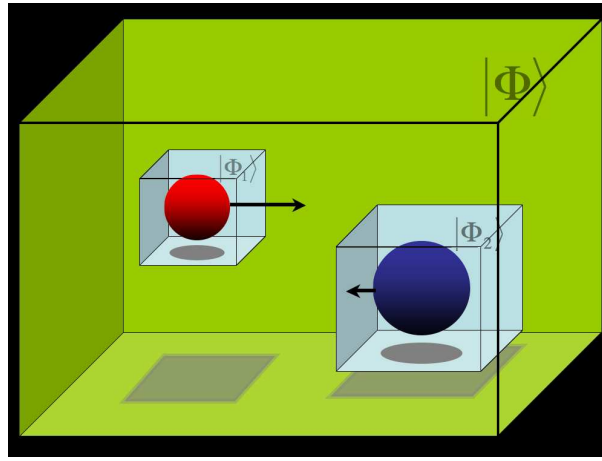


FIG. 2 – Schéma représentant les 2 réseaux HF initiaux inclus dans le réseau TDHF.

Calculons le carré de la matrice densité totale $\hat{\rho} = \hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2$

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}_1^2 + \hat{\rho}_2^2 + \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_2 \hat{\rho}_1 = \hat{\rho} + \sum_{m=1}^{A_1} \sum_{n=1}^{A_2} (|\alpha_m\rangle \langle \alpha_m | \beta_n\rangle \langle \beta_n| + \text{H.c.}) \quad (47)$$

où H.c. signifie *Hermitique conjugué*. On voit que pour avoir la propriété $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$, et donc pour que $|\phi\rangle$ soit un état de particules indépendantes, il faut que les états à une particule ayant servi à la construction des 2 états HF aient un recouvrement nul. En pratique, cela est possible grâce à la condition aux limites de bords durs qui impose que les fonctions d'onde soient nulles en dehors des réseaux qui ont servi à calculer leurs états HF. Il suffit alors de construire un réseau pour le calcul TDHF qui inclue les 2 réseaux initiaux sans que ces derniers ne se recouvrent (voir figure 2).

2.4.4 mise en mouvement des noyaux

La théorie TDHF est quantique, dans le sens où le système est représenté par une fonction d'onde à N particules. Cependant la restriction à des états de particules indépendantes n'autorise pas, en général, une interprétation *probabiliste* des voies de réaction. C'est ce que nous verrons notamment dans le cas de la fusion (la probabilité de fusion vaut 1 ou 0). Cela signifie que TDHF donne essentiellement pour résultat des *trajectoires classiques*.

On se place dans le référentiel du centre de masse du système total. Le paramètre d'impact b et la vitesse à l'infini v suffisent alors à décrire les vecteurs vitesse \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 des noyaux à l'instant initial du calcul TDHF ($t = 0$) où leur centres de masse sont distant de D_0 , à condition de considérer une trajectoire de Rutherford pour les temps $t \leq 0$. Cette dernière hypothèse est cohérente avec le fait que l'on suppose que les deux noyaux soient dans leur état fondamental à $t = 0$. En d'autre terme, on suppose qu'il n'y a pas eu de transfert d'énergie par excitation Coulombienne du mouvement relatif vers les degrés de liberté internes entre l'infini et la distance D_0 .

En utilisant les notations du chapitre 2.4.3, on donne une vitesse \mathbf{v}_i au noyau $i = 1$ ou 2 en lui appliquant une impulsion $\mathbf{P}_i = A_i m \mathbf{v}_i$. Cela se fait grâce à une translation de sa matrice densité ρ_i dans l'espace des impulsions [Tho62]

$$\hat{\rho}_i(t = 0) = e^{i m \mathbf{v}_i \cdot \hat{\mathbf{r}} / \hbar} \hat{\rho}_i e^{-i m \mathbf{v}_i \cdot \hat{\mathbf{r}} / \hbar} \quad (48)$$

où l'opérateur position $\hat{\mathbf{r}} = \hat{x} \mathbf{e}_x + \hat{y} \mathbf{e}_y + \hat{z} \mathbf{e}_z$ agit dans l'espace des états à une particule. Lorsque la dépendance en temps n'est pas indiquée sur ρ_i , il s'agit d'un état HF statique.

En pratique, si on choisit une représentation dans l'espace des coordonnées, ce sont donc les fonctions d'onde à une particule que nous allons suivre, et la transformation de l'équation (48) revient à appliquer une phase aux fonctions d'onde en chaque point du réseau . Les fonctions d'onde à l'instant initial s'écrivent ainsi

$$\begin{aligned}\varphi_{\alpha_n}^{st}(\mathbf{r}, t = 0) &= e^{i m \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{r}} \varphi_{\alpha_n}^{st}(\mathbf{r}) & 1 \leq n \leq A_1 \\ \varphi_{\beta_n}^{st}(\mathbf{r}, t = 0) &= e^{i m \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{r}} \varphi_{\beta_n}^{st}(\mathbf{r}) & 1 \leq n \leq A_2.\end{aligned}\quad (49)$$

Après cette transformation, il n'y a plus de raison de distinguer entre les fonctions d'onde à une particule de l'un ou l'autre des partenaires de collision.

2.4.5 évolution dynamique

Pour trouver l'évolution dynamique du système, nous devons résoudre les équations TDHF pour les états occupés (Eq. (40)). La difficulté vient principalement du fait que le Hamiltonien dépend du temps. En conséquence, comme dans le cas du temps imaginaire, une procédure spécifique doit être mise en place pour prendre en compte l'auto-cohérence du Hamiltonien HF dans le propagateur. Nous procédons donc itérativement par petits pas en temps Δt durant lesquels nous supposons que le Hamiltonien reste constant. Pour conserver l'énergie, il est nécessaire d'appliquer un algorithme symétrique par renversement du temps, et donc d'estimer le Hamiltonien à $t + \frac{\Delta t}{2}$ pour faire évoluer le système entre t à $t + \Delta t$ [Flo78]

$$|\nu(t + \Delta t)\rangle \approx e^{-i \frac{\Delta t}{\hbar} \hat{h}(t + \frac{\Delta t}{2})} |\nu(t)\rangle. \quad (50)$$

Une algorithmme possible est schématisé par

$$\begin{array}{ccccc} \{\nu_1^{(n)}\} \cdots \{\nu_N^{(n)}\} & \Rightarrow & \rho^{(n)} & \Rightarrow & \hat{h}^{(n)} \equiv \hat{h}[\rho^{(n)}] \\ & \uparrow & & & \downarrow \\ |\nu_i^{(n+1)}\rangle = e^{-i \frac{\Delta t}{\hbar} \hat{h}^{(n+\frac{1}{2})}} |\nu_i^{(n)}\rangle & & & & |\tilde{\nu}_i^{(n+1)}\rangle = e^{-i \frac{\Delta t}{\hbar} \hat{h}^{(n)}} |\nu_i^{(n)}\rangle \\ & \uparrow & & & \downarrow \\ \hat{h}^{(n+\frac{1}{2})} \equiv \hat{h}[\rho^{(n+\frac{1}{2})}] & \Leftarrow & \rho^{(n+\frac{1}{2})} = \frac{\rho^{(n)} + \tilde{\rho}^{(n+1)}}{2} & \Leftarrow & \tilde{\rho}^{(n+1)} \end{array} \quad (51)$$

où $|\varphi^{(n)}\rangle$ est une approximation de $|\varphi(t_n = n\Delta t)\rangle$. Dans cet algorithme, une première évolution est effectuée pour estimer la densité $\tilde{\rho}^{(n+1)}$ au pas en temps suivant. Le Hamiltonien HF servant à faire l'évolution est alors calculé à partir de la moyenne des densités $\rho^{(n)}$ et $\tilde{\rho}^{(n+1)}$.

D'autre part, l'opérateur d'évolution s'écrit sous forme d'une exponentielle. Numériquement, on ne sait pas appliquer directement une exponentielle d'opérateur et il est nécessaire de développer et de tronquer l'exponentielle. Ceci est possible car Δt est petit, mais ce n'est pas sans poser de problème car l'opérateur d'évolution perd alors son unitarité. Il est alors nécessaire de contrôler l'orthonormalité des fonctions d'onde au cours du temps.

3 Étude des réactions autour de la barrière avec TDHF

Les premières applications de TDHF en physique nucléaire datent d'une trentaine d'années, et concernent essentiellement la fusion [Bon76, Bon78, Flo78, Neg82]. La figure 3, extraite de la référence [Bon78] par P. Bonche *et al.*, illustre le succès des calculs de l'époque quant à la reproduction des sections efficaces de fusion au dessus de la barrière. Cependant les calculs comportaient des symétries limitant ainsi leur champ d'application. Ils utilisaient aussi des versions simplifiées de la force de Skyrme. Il n'y a que très récemment que des codes TDHF

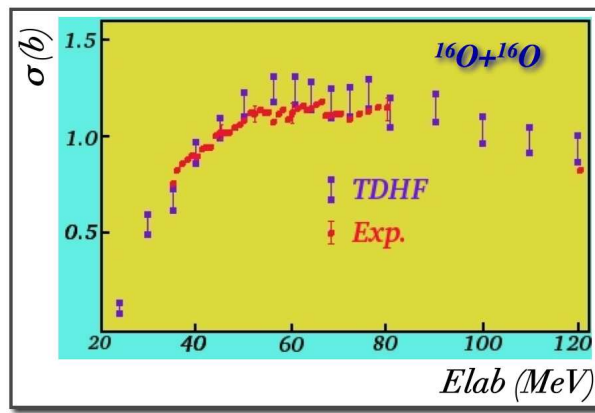


FIG. 3 – Une des toutes premières fonctions d’excitation de fusion obtenue avec un calcul TDHF comparée à l’expérience pour le système $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ [Bon78].

sans aucune symétrie et utilisant une fonctionnelle complète de Skyrme ont vu le jour [Uma06a]. Nous présentons ici quelques applications modernes de TDHF aux réactions nucléaires autour de la barrière de fusion. Tous les calculs sont réalisés dans l’espace des coordonnées avec la paramétrisation *SLy4d* [Kim97] de la force de Skyrme.

Après quelques généralités sur la fusion, nous examinerons la position de ces barrières avec TDHF. Ensuite nous étudierons le transfert de nucléons sous la barrière et nous conclurons sur les succès et limitations de TDHF.

3.1 Généralités sur la fusion

3.1.1 définition de la fusion

La réaction de fusion entre ions lourds est un processus qui implique deux noyaux en voie d’entrée et qui mène à la formation d’un système composé qui a perdu la mémoire de la voie d’entrée et décroît par un processus statistique (hypothèse de Bohr). Cette définition est simple, mais la mesure expérimentale n’est pas toujours triviale. En effet, les lois de conservations du moment angulaire et de l’énergie impliquent que le noyau composé est formé avec une grande énergie d’excitation et un grand moment angulaire. En conséquence, il décroît en émettant des particules (en plus des gammas), laissant le noyau final avec une distribution de masses proche du noyau composé, ou, alternativement, il décroît par fission. Il y a donc plusieurs voies de sortie à identifier dont certaines peuvent être dues à d’autres mécanismes de réaction. C’est le cas par exemple de la fission qui peut se confondre avec la quasifission (processus similaire mais ne passant pas par un noyau composé, donc gardant la mémoire de la voie d’entrée). De même il peut être difficile de distinguer entre la fusion complète et incomplète (fusion d’un fragment du noyau avec le partenaire de collision), notamment dans le cas de noyaux faiblement liés comme les noyaux exotiques. D’un point de vue expérimental, il n’est donc pas toujours évident de distinguer sans ambiguïté les événements de fusion.

3.1.2 modèle à une dimension

Traditionnellement, les réactions de fusion sont décrites à l’aide d’un modèle simple basé sur une barrière de potentiel à une dimension résultant de la compétition des parties nucléaire (attractive à courte portée) et Coulombienne (répulsive à longue portée) de l’interaction noyau-noyau (cf. figure 4). Dans ce cas, le degré de liberté principal est la distance r entre les centres

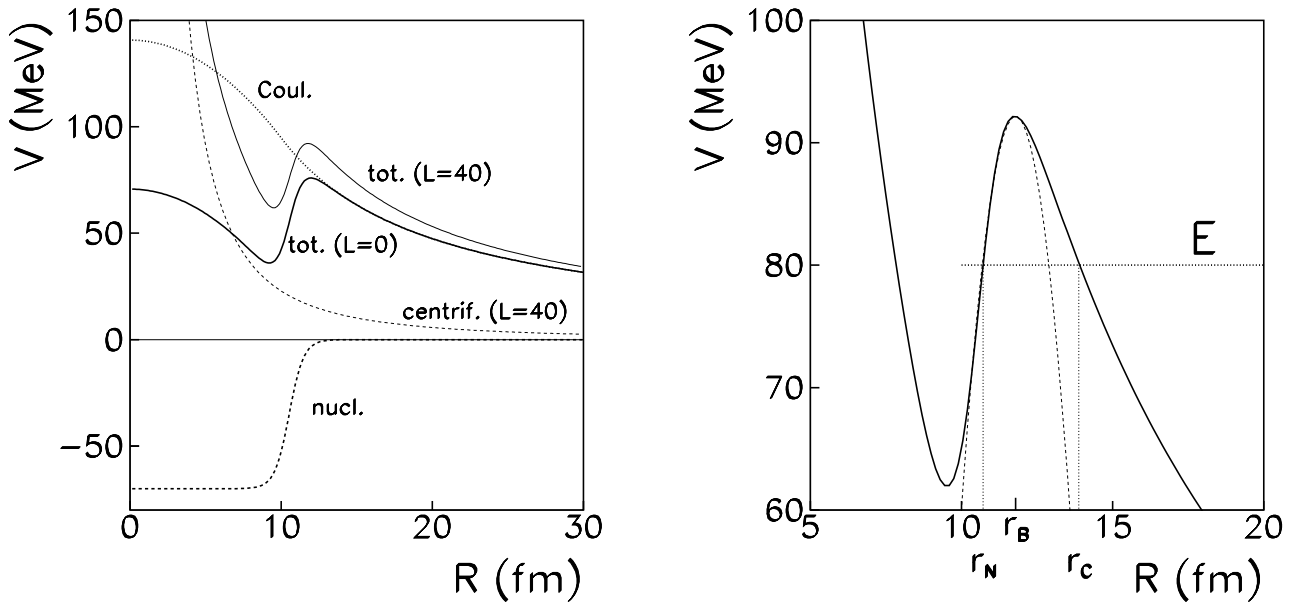


FIG. 4 – Gauche : exemple de potentiels nucléaire, Coulombien, centrifuge ($\ell = 40$), et totaux ($\ell = 0$ et $\ell = 40$) du système $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$. La paramétrisation de Wong est utilisée pour le potentiel nucléaire [Won73]. Droite : zoom autour de la barrière pour un moment orbital $\ell = 40$ où nous avons représenté les "points tournant" interne (en r_N) et externe (en r_C) à l'énergie E ainsi que l'approximation parabolique de la barrière (tirets).

de masse des noyaux. On suppose qu'il y a fusion lorsque le système atteint la région intérieure de la barrière ($r < r_N$ sur la figure 4).

Avec cette hypothèse, la section efficace de fusion s'exprime en fonction du coefficient de transmission $T_\ell(E)$ à travers la barrière pour chaque onde partielle ℓ .

$$\sigma_{fus}(E) = \sum_{\ell} \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E} (2\ell + 1) T_\ell(E) \quad (52)$$

où μ est la masse réduite du système. En dessous de la barrière ($E < B$), la fusion est interdite classiquement, mais peut survenir par effet tunnel. Les coefficients de transmission peuvent se calculer à l'aide de l'approximation WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin)

$$T_\ell(E) = \left[1 + \exp \left(\frac{2}{\hbar} \int_{r_C}^{r_N} dr \sqrt{2\mu(U(\ell, r) - E)} \right) \right]^{-1} \quad (53)$$

où $U(\ell, r)$ est le potentiel total (nucléaire + Coulomb + centrifuge) et r_C et r_N sont les "points tournants" à l'énergie E (cf. Fig. 4). Une autre hypothèse consiste à approximer le potentiel par une parabole de courbure $\hbar\omega_B$, ce qui est justifié pour des énergies pas trop en dessous de la barrière. Nous obtenons alors

$$T_\ell(E) = \frac{1}{1 + \exp [2\pi(B - E)/\hbar\omega_B]} \quad (54)$$

La somme sur les ondes partielles ℓ amène à la formule de Wong [Won73]

$$\sigma_{fus}(E) = \frac{R_C^2 \hbar \omega_B}{2E} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar \omega_B} (E - B) \right] \right\} \quad (55)$$

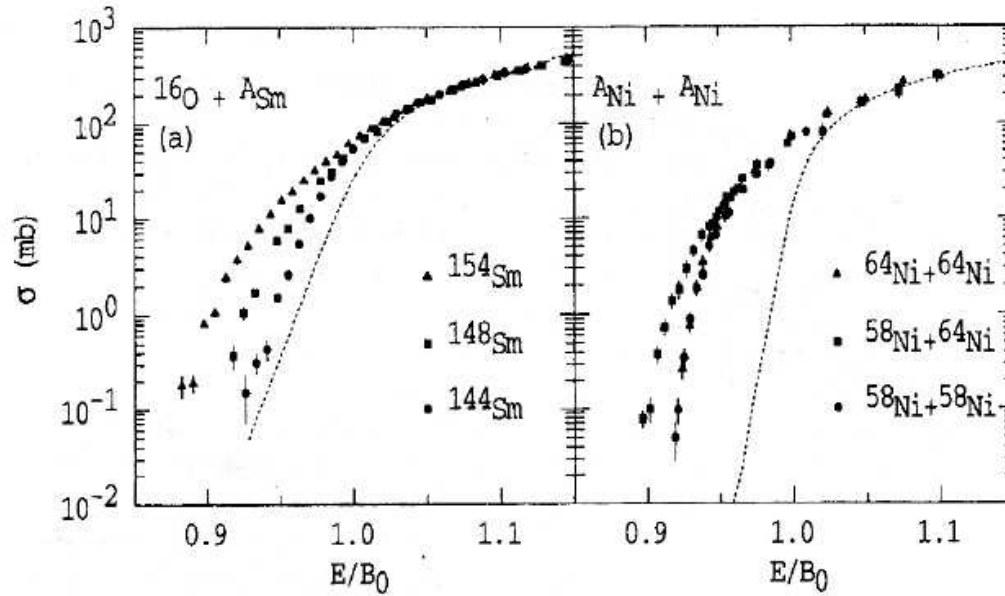


FIG. 5 – Sections efficaces de fusion de différents systèmes en fonction de l'énergie : ^{16}O sur différents isotopes de Samarium (gauche) et Nickel sur Nickel (droite). Les énergies dans le centre de masse sont divisées par la hauteur de la barrière. Les courbes représentent des prédictions du modèle de pénétration de barrière en une dimension avec des paramétrisations standards des potentiels noyau-noyau. Figure tirée de [Das98].

Les prédictions de ce modèle à une dimension sont comparées à l'expérience sur la figure 5. Elles sont satisfaisantes au dessus de la barrière mais sont mises en défaut en dessous. Le modèle sous-estime les sections efficaces de plusieurs ordres de magnitude sous la barrière et ce malgré le fait que les potentiels noyau-noyau (similaires à celui présenté sur la figure 4) sont connus avec une assez bonne précision, au moins pour $r \geq r_B$. De plus, les données expérimentales montrent une assez forte dépendance d'un isotope à l'autre qui ne peut pas être simplement expliquée par les différences de rayons des noyaux. Notons enfin que s'affranchir de l'approximation WKB ou de celle du potentiel parabolique n'améliore pas significativement les prédictions.

3.1.3 couplages entre mouvement relatif et degrés de liberté internes

Le problème vient du fait que l'on a traité les noyaux comme des objets sans structure, alors qu'il s'agit de systèmes complexes à plusieurs corps. En fait, la fusion autour de la barrière est affectée par le couplage entre la structure interne des noyaux et leur mouvement relatif. Or, prendre en compte la structure des noyaux nécessite d'introduire de nouveaux degrés de liberté du système. Il n'est alors plus possible de décrire le système juste avec la distance relative entre les noyaux. En d'autres termes, nous nous trouvons face à un cas de pénétration de barrières à plusieurs dimensions (voir [Lac02]), qui peut difficilement être simulé par un seul degré de liberté. Par exemple, si un de noyaux est déformé, alors la barrière dépend de son orientation lorsqu'il entre en contact avec son partenaire. Dans ce cas, il est nécessaire d'introduire un deuxième degré de liberté qui est l'orientation du noyau. C'est ce que nous verrons dans le cas de calculs TDHF par la suite.

La fusion sous la barrière offre une belle manifestation des effets des couplages aux degrés de liberté internes des noyaux sur l'effet tunnel. Ce couplage engendre un ensemble de barrières appelées *distribution de barrières*. L'effet le plus visible est une augmentation de la fusion sous

la barrière de l'approche à une dimension de plusieurs ordres de grandeur. Ceci est rendu possible par l'apparition de barrières plus basses grâce aux couplages⁹. Une bonne description des données expérimentales nécessite alors de prendre en compte les excitations inélastiques, notamment vers les modes collectifs, et dans certains cas le transfert (voir [Bal98, Das98]).

La situation peut changer dans le cas de noyaux faiblement liés. Dans ce cas, le noyau peut subir une cassure dans la voie d'entrée. Quel est l'effet de la cassure sur la fusion ? Augmente-t-elle sous la barrière comme dans le cas des autres couplages ou diminue-t-elle à cause de la diminution de flux de particules dans la voie d'entrée ? La question n'est toujours pas tranchée après une décennie d'études théoriques et expérimentales. Dans ce cadre, de nouvelles expériences de fusion autour de la barrière auront lieu au près des nouveaux accélérateurs d'ions radioactifs.

3.1.4 distribution de barrières

La distribution de barrières expérimentale $D_B^{exp}(E)$ s'obtient à partir de la fonction d'excitation $\sigma_{fus}(E)$ en calculant la quantité [Row91]

$$D_B^{exp}(E) = \frac{d^2(\sigma_{fus}E)}{dE^2}. \quad (56)$$

Elle peut être interprétée comme la probabilité pour que le système ait sa barrière de fusion à l'énergie E .

Sans que cela constitue une preuve, considérons le cas d'un modèle classique avec une seule barrière B . Dans ce cas, la distribution de barrière est proportionnelle à la distribution de Dirac $\delta(E - B)$. La limite classique ($\hbar \rightarrow 0$) de l'équation (55) donne $\sigma = 0$ sous la barrière et $\pi R_B^2(1 - \frac{B}{E})$ pour $E \geq B$. La distribution de barrière (Eq. (56)) donne alors bien le comportement attendu $D_B(E) = \pi R_B^2 \delta(E - B)$.

3.2 Barrières de fusion et fonction d'excitation

Dans ce chapitre, nous étudions la fusion avec TDHF. Les calculs numériques sont tirés de la référence [Sim07b] et de [Uma06b].

3.2.1 trajectoire des fragments

La première application "pratique" de TDHF consiste à suivre les trajectoires des noyaux au cours d'une collision. Lorsqu'il existe deux fragments distants, il est aisé de définir la distance qui les sépare. Par contre, lorsqu'ils sont en contact cela peut s'avérer plus compliqué. En pratique, on calcule l'axe principal de la distribution de matière (axe correspondant à la plus forte déformation), puis on cherche un minimum local du profil de densité le long de cet axe, définissant ainsi le plan de séparation en deux fragments dont il est aisé de calculer la distance entre les centres de masse (voir figure 6). Notons que cette distance ne s'annule pas, même pour une sphère.

3.2.2 barrière de fusion de deux noyaux sphériques

Intéressons nous, pour commencer, au système $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. Initialement, les noyaux sont dans leur état HF à une distance de 44.8 fm. La figure 7 donne l'évolution de la distance entre les fragments pour différentes collisions frontales¹⁰ ($b = 0$ fm) à des énergies dans le référentiel

⁹En contrepartie, les barrières qui apparaissent à plus haute énergie engendrent une diminution de la fusion au dessus de la barrière à une dimension.

¹⁰A titre indicatif, chaque trajectoire (i.e. une énergie donnée) nécessite environ 4h de calcul sur un processeur NEC/SX-8.

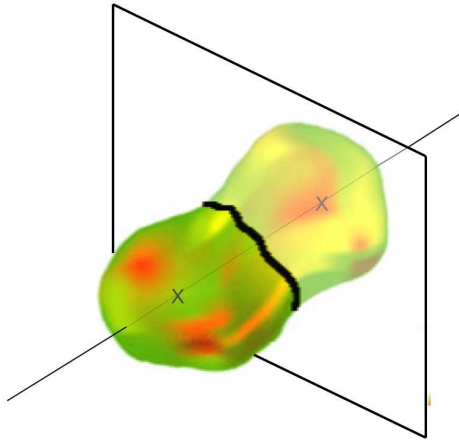


FIG. 6 – schéma illustrant la séparation en deux fragments lorsque les noyaux sont en contact.

du centre de masse comprises entre 74.2 et 75 MeV. On voit qu’après des phases d’approche peu différentes car les énergies sont voisines, les évolutions après 600 fm/c deviennent très différentes. On distingue notamment deux groupes de trajectoires :

- $E \leq 74.44$ MeV, les deux fragments se séparent en voie de sortie.
- $E \geq 74.45$ MeV, la distance reste inférieure à 10 fm.

Il est clair que l’interprétation est que le système s’est re-séparé en deux fragments dans le premier cas et a fusionné dans le second. Ces calculs prédisent donc une barrière de fusion entre 74.44 et 74.45 MeV. Expérimentalement, celle-ci se distribue autour de 74 MeV, avec une largeur à mi-hauteur de 4 MeV. Il est donc frappant d’obtenir un tel accord entre l’expérience et une théorie dans laquelle, rappelons-le, aucun ajustement sur des mécanismes de réaction n’est effectué.

Pour étudier plus en détail ce qui se passe autour de la barrière, nous avons représenté sur les figures 8 et 9 l’évolution des densités de nucléons $\rho(\mathbf{r}) = \sum_{s\tau} \rho(\mathbf{r}_{s\tau}, \mathbf{r}_{s\tau})$ juste au dessous et au dessus de la barrière. Dans le premier cas, le système ”hésite” à fusionner. Il forme un système di-nucléaire pendant un temps relativement long à l’échelle de la collision (~ 500 fm/c), durant lequel de la matière est échangée d’un noyau à l’autre. Puis la répulsion Coulombienne l’emporte et le système se sépare en deux fragments. Dans le deuxième cas, le système franchit la barrière de fusion grâce aux 10 keV supplémentaires pour former un noyau plus lourd. Enfin, ces figures illustrent la richesse des phénomènes physiques décrits par TDHF : la diffusivité des surfaces nucléaires, la formation d’un col au commencement de la fusion, la forme octupolaire du système composé...

L’accord entre barrières expérimentale et théorique est aussi bon pour toute une série de systèmes comme le montre la figure 10. Divers projectiles allant de l’ ^{16}O au ^{58}Ni et cibles allant du ^{40}Ca au ^{238}U sont considérées. Le barrière la plus basse correspond au système $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ et la plus haute au système $^{48}\text{Ti}+^{208}\text{Pb}$. Nous voyons sur cette figure que ces calculs TDHF, qui ne comportent pas d’ajustements sur les réactions [Kim97], donnent des résultats un peu plus proches de l’expérience que la barrière de Bass [Bas77, Bas80] alors que celle-ci est ajustée sur des barrières expérimentales.

3.2.3 barrières de fusion d’un noyau sphérique avec un noyau déformé

La fusion impliquant au moins un noyau déformé est intéressante car le système peut alors avoir plusieurs barrières aisément interprétables dans une approche classique en terme d’orientations du noyau. La figure 11 donne des exemples de distributions de barrières expérimentales (Eq. 56) de deux systèmes impliquant un noyau lourd déformé avec un noyau léger sphérique.

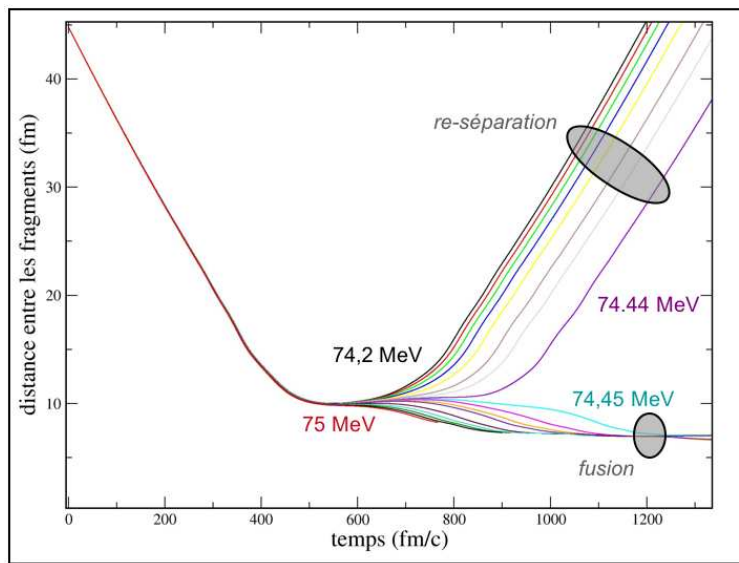


FIG. 7 – Distance entre les fragments lors de collisions centrales $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ à diverses énergies

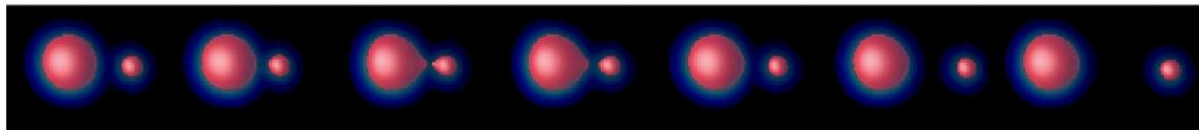


FIG. 8 – Evolution de la densité de nucléons du système $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ en collision frontale à une énergie du centre de masse de 74.44 MeV (juste en dessous de la barrière). La surface représente une isodensité à la moitié de la densité de saturation. Chaque figure est séparée en temps de 135 fm/c.

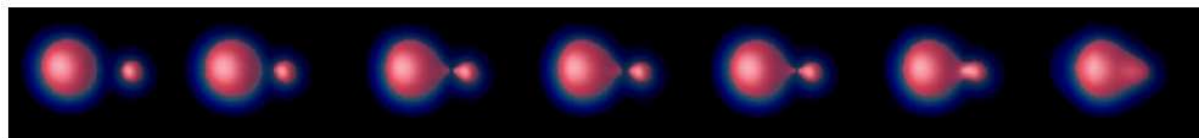


FIG. 9 – Idem figure 8 à 74.45 MeV (juste au dessus de la barrière).

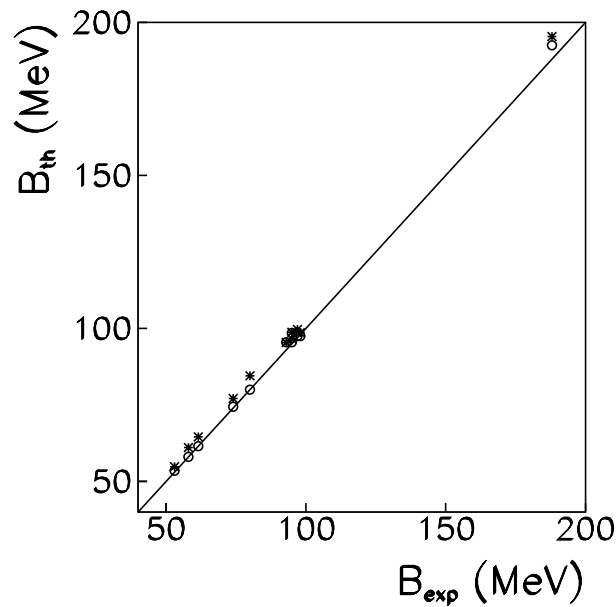


FIG. 10 – Barrières de fusion macroscopiques de Bass (étoiles) et de calculs TDHF (cercles) en fonction des barrières expérimentales (centroïdes des distributions de barrières) . Figure tirée de [Sim07b].

Ces distributions ont une largeur de ~ 10 MeV. L'effet Tunnel n'induisant qu'une largeur de $\sim 2 - 3$ MeV [Row91], l'étalement observé a donc une autre origine.

Les calculs TDHF permettent de comprendre cet étalement comme un effet de l'orientation du noyau déformé au point de contact. En effet, pour un noyau allongé, si l'axe de déformation est parallèle à l'axe de collision (à paramètre d'impact nul), alors TDHF prédit une barrière plus basse que dans le cas contraire où l'axe de déformation est perpendiculaire à l'axe de collision. Ces deux cas extrêmes définissent bien les limites inférieure et supérieure de la distribution de barrière comme l'indiquent les flèches sur la figure 11.

Cet effet est illustré sur la figure 12 où les potentiels sont obtenus à la suite de calculs TDHF des trajectoires de fusion. Dans le cas où les axes sont parallèles, le contact entre les noyaux a lieu pour une distance de séparation des centres de masse supérieure par rapport au cas où les

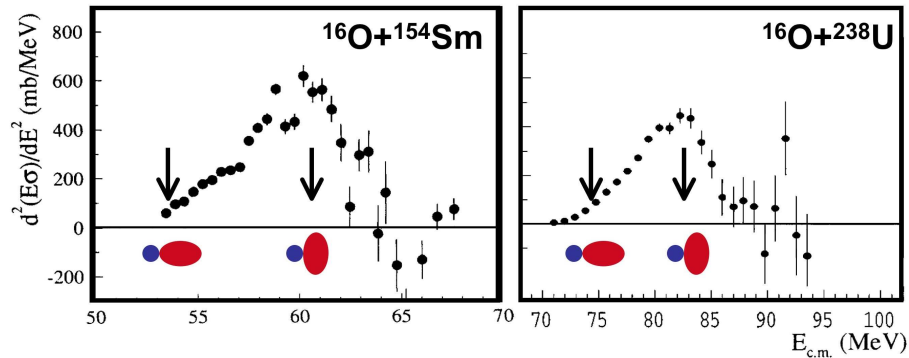


FIG. 11 – Distributions de barrières de fusion expérimentales pour deux systèmes. Les flèches représentent les barrières obtenues avec TDHF pour les différentes orientations du noyau déformé au point de contact.

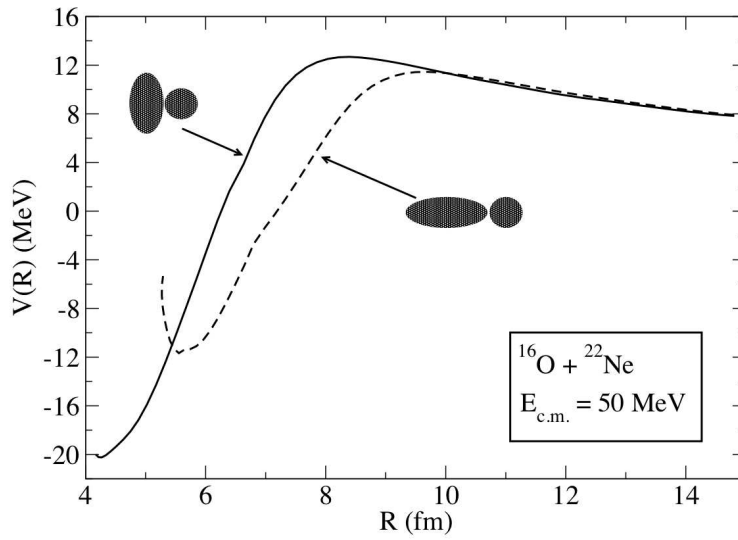


FIG. 12 – Potentiels noyau-noyau avec un noyau sphérique et un noyau déformé pour deux orientations différentes. Figure tirée de [Uma06b].

axes sont perpendiculaires. Il en résulte que la répulsion Coulombienne, diminuant avec cette distance, est donc plus faible et implique une barrière plus basse.

Nous remarquons aussi que les distributions de barrières de la figure 11 sont piquées pour les barrières les plus élevées. Cela signifie que le système a plus de chance de voir une barrière élevée qu’une barrière basse. Ceci est dû au fait que le noyau déformé est allongé et pas aplati. Pour le comprendre, imaginons un cas simplifié où l’axe de collision est l’axe z et où l’axe de déformation ne peut prendre que trois orientations, selon x , y ou z . Seul le cas où l’axe de déformation est selon z aura une barrière plus basse alors que les orientations selon x ou y auront une barrière plus élevée. Si la probabilité d’orientation est la même pour les trois axes, alors le système aura deux fois plus de chance d’avoir la barrière haute que la barrière basse. Ce modèle simplifié explique donc bien la forme des distributions de barrières de la figure 11. Si le noyau déformé était aplati, c’est alors la barrière basse qui serait la plus probable.

Dans cette simple interprétation, nous avons supposé une isotropie de distribution des orientations du noyau déformé au point de contact. Cette isotropie est en général brisée par l’interaction Coulombienne de longue portée qui a tendance à mettre le noyau en rotation pour qu’il se rapproche de la configuration où les axes de déformation et de collision sont perpendiculaires. Ceci est dû au fait que la répulsion Coulombienne est plus forte sur l’extrémité du noyau la plus proche du partenaire de collision que sur celle la plus éloignée, générant ainsi un couple mettant en rotation le noyau déformé. Cet effet de l’excitation Coulombienne peut modifier la distribution de barrière par rapport au ”cas isotrope”, et ce surtout si le noyau déformé est léger et son partenaire de collision lourd [Sim04].

Pour conclure ce chapitre, nous avons vu que la position de la barrière pouvait dépendre de la structure des partenaires de collisions. Bien qu’il soit difficile d’envisager des études de structure nucléaire en utilisant la position des barrières, il n’en demeure pas moins que leurs distributions peuvent distinguer, par exemple, une déformation aplatie d’une déformation allongée d’un partenaire de collision, donnant ainsi accès au signe du paramètre de déformation qu’il est difficile d’obtenir avec les techniques classiques de spectroscopie.

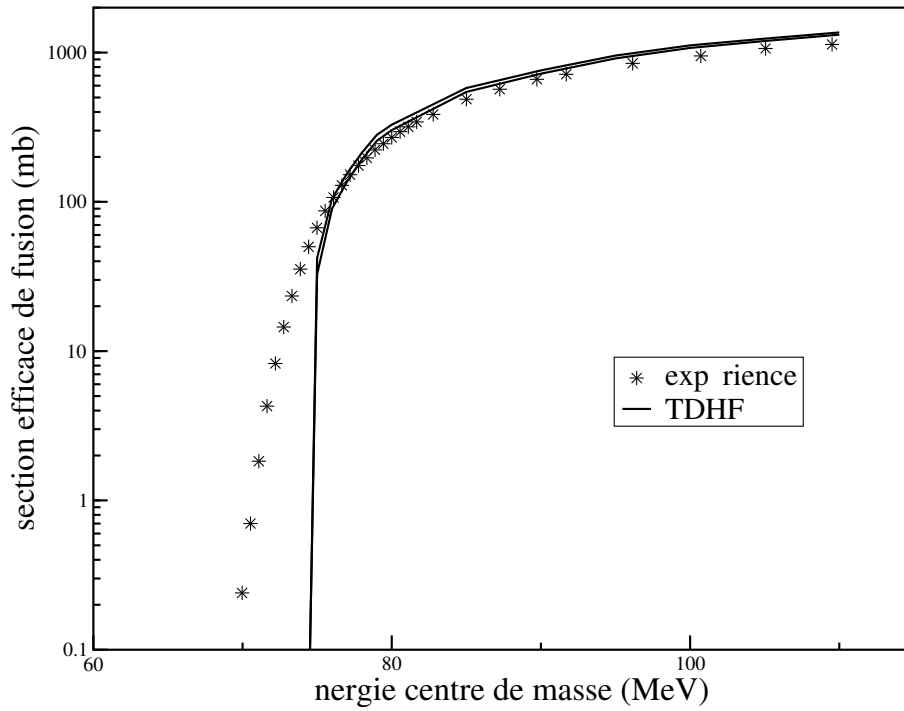


FIG. 13 – Section efficace de fusion expérimentale (étoiles) et provenant d'un calcul TDHF (lignes) du système $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$. Les lignes représentent les limites inférieure et supérieure des sections efficaces de fusion théoriques. Les barres d'erreur expérimentales sont inférieures aux étoiles.

3.2.4 fonction d'excitation

Jusqu'à présent nous nous sommes intéressés aux barrières de fusion qui s'obtiennent à partir de calculs TDHF à paramètre d'impact nul. Si l'on veut effectuer des calculs de fonctions d'excitation comme sur la figure 3, il faut réaliser des calculs à des énergies au dessus de la barrière et à des paramètres d'impact non nuls. La section efficace de fusion à une énergie donnée s'obtient alors en mesurant le moment angulaire orbital critique l_c en dessous duquel le système fusionne et au dessus duquel le système se sépare en deux fragments dans la voie de sortie.

La section efficace de fusion est donnée par l'Eq. (52) en fonction du coefficient de transmission $T_\ell(E)$ qui n'est autre que la probabilité de fusion à l'énergie du centre de masse E pour un moment angulaire $\sqrt{l(l+1)}\hbar$. La restriction à un état de particules indépendantes implique que $T_\ell(E) = 1$ pour $l \leq l_{max}(E)$ et 0 pour $l > l_{max}(E)$. Nous obtenons ainsi l'expression connue sous le nom de "quantum sharp cut-off formula" [Bla54]

$$\sigma_{fus}(E) = \frac{\pi\hbar^2}{2\mu E} (l_{max}(E) + 1)^2. \quad (57)$$

Pour éviter les discontinuités introduites par la coupure et le fait que $l_{max}(E)$ soit entier, nous approximations $(l_{max}(E) + 1)\hbar$ par son équivalent classique \mathcal{L}_c . Ce dernier est le seuil du moment angulaire classique $\mathcal{L} = \sqrt{2\mu E}b$, où b est le paramètre d'impact, en dessous duquel la fusion a lieu [Bas80]. Cette approximation est justifiée par le fait que $(l_{max} + 1)^2$ et \mathcal{L}_c^2/\hbar^2 sont tous deux plus grands que $l_{max}(l_{max} + 1)$ et plus petits que $(l_{max} + 1)(l_{max} + 2)$. Nous obtenons finalement l'expression classique pour la section efficace de fusion $\sigma_{fus}(E) \simeq \pi\mathcal{L}_c^2/2\mu E = \pi b^2$.

La figure 13 donne une comparaison des fonctions d'excitation expérimentale et obtenue par un calcul TDHF pour le système $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$. Les moments angulaires critiques étant obtenus

par dichotomie, le calcul donne une limite inférieure et supérieure de la section efficace de fusion à chaque énergie. On voit qu'au dessus de la barrière de fusion, les calculs TDHF reproduisent correctement la fonction d'excitation expérimentale, la surestimant toutefois d'environ 20%. Par contre, la nature classique des trajectoires TDHF interdit la fusion sous la barrière, et la section efficace chute alors brutalement pour s'annuler à la barrière.

3.3 Transfert de nucléons sous la barrière

Dans ce chapitre, nous étudions le transfert de nucléons sous la barrière avec TDHF. Pour cela, nous allons d'abord observer le nombre moyen de nucléon dans un fragment. Si celui-ci est différent de la voie d'entrée, alors il s'agit d'une signature possible du transfert. Nous calculerons ensuite la variance du nombre de nucléons dans un fragment. Celle-ci peut être non nulle en cas de transfert de nucléons.

3.3.1 observation du transfert

Nous avons vu sur la figure 8 deux noyaux qui entrent en contact, forment un col puis se séparent en deux fragments. Il n'y a *a priori* aucune raison que ces deux fragments aient les mêmes nombres de neutrons et de protons que dans la voie d'entrée (sauf dans les réactions symétriques). En effet, lors de la formation du col, un échange de nucléons est possible. Dans un tel calcul TDHF, ce sont les fonctions d'onde à une particule qui peuvent être transférées, au moins en partie, d'un noyau à l'autre et ainsi modifier le nombre de nucléons de chaque fragment.

Définissons l'opérateur qui mesure le nombre de particules "à droite" (région des $x < 0$). Il s'écrit dans l'espace des coordonnées

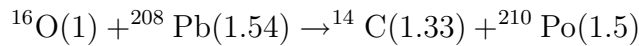
$$\hat{N}_D = \sum_{s\tau} \int d\mathbf{r} \hat{a}^\dagger(\mathbf{r}s\tau) \hat{a}(\mathbf{r}s\tau) \mathcal{H}(x) \quad (58)$$

où $\mathcal{H}(x)$ est la fonction de Heavyside valant 1 si $x > 0$ et 0 sinon.

En notant $\langle i|j \rangle_D = \sum_{s\tau} \int d\mathbf{r} \varphi_i^{s\tau*}(\mathbf{r}) \varphi_j^{s\tau}(\mathbf{r}) \mathcal{H}(x)$ le recouvrement dans la partie droite de deux états à une particule et en utilisant l'Eq. (165) pour un état de particules indépendantes $|\phi\rangle$, on obtient (dans la base qui a servit à construire $|\phi\rangle$)

$$\langle \hat{N}_D \rangle_\phi = \sum_{ij} \langle i|j \rangle_D \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\phi = \sum_i \langle i|i \rangle_D n_i. \quad (59)$$

La figure 14 donne le nombre moyen final de neutrons et de protons du petit fragment en voie de sortie lors de la réaction $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ en fonction de l'énergie. On voit que plus l'énergie augmente, plus ^{16}O tend à perdre des protons. À la barrière, il a transféré en moyenne ~ 2 protons au ^{208}Pb . Une explication possible est que, lors de la collision, les effets de couche responsables de la stabilité de ^{16}O et du ^{208}Pb disparaissent et c'est alors l'énergie d'asymétrie qui tente à "rééquilibrer" les rapport N/Z des deux noyaux. En effet, si on considère la réaction de transfert de deux protons



où les chiffres entre parenthèses sont les rapports N/Z des noyaux, on voit que les charges tendent à s'équilibrer entre le contact et la séparation en deux fragments. Notons que le même processus d'équilibration des charges a lieu lors de la fusion, et ce d'autant plus que l'asymétrie en N/Z est forte dans la voie d'entrée [Bon81, Cho93, Sim01, Sim07a].

Notons enfin que ces résultats sont en accord qualitatif avec l'expérience. En effet, il a été observé expérimentalement que le transfert d'un proton de ^{16}O vers le ^{208}Pb domine sous

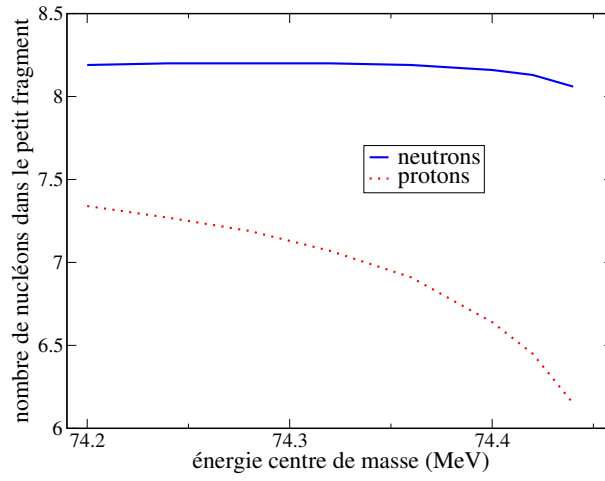


FIG. 14 – Nombre moyen de neutrons (ligne pleine) et de protons (ligne pointillée) dans le petit fragment en voie de sortie lors de collisions frontales $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ sous la barrière en fonction de l'énergie.

la barrière, tandis que celui de deux protons domine à partir de la barrière [Vul86]. De plus, toujours dans cette expérience, il n'est pas observé de transfert de proton du ^{208}Pb vers l' ^{16}O . Ces observations sont donc cohérentes avec les calculs TDHF.

3.3.2 états décrivant les fragments

Dans une collision à une énergie bien inférieure à la barrière, il n'y a pas de transfert et le petit fragment est dans ce cas un ^{16}O avec un *bon* nombre de protons et de neutrons¹¹. Cela se traduit par une variance nulle du nombre de particules à droite $\sigma_D = \sqrt{\langle \hat{N}_D^2 \rangle - \langle \hat{N}_D \rangle^2} = 0$.

Ce n'est plus le cas lorsqu'on se rapproche de la barrière à cause du transfert. Chaque fragment n'a plus un bon nombre de particules après la réaction et n'est donc plus un déterminant de Slater, mais un état corrélé, bien que l'état total décrivant les deux fragments reste, lui, un état de particules indépendantes. Pour nous en convaincre, calculons la variance de \hat{N}_D après la collision. Suivons pour cela la démarche de Dasso *et al.* [Das79]. En utilisant la relation d'anticommution (121), la relation de fermeture $\sum_i |i\rangle\langle i| = \hat{1}$, et l'Eq. (163), on montre de la même manière que lors du calcul de l'Eq. (59)

$$\langle \hat{N}_D^2 \rangle_\phi = \sum_{ijkl} \langle i|j \rangle_D \langle k|l \rangle_D \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l \rangle_\phi \quad (60)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{ijkl} \langle i|j \rangle_D \langle k|l \rangle_D \left(\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_l \rangle_\phi \delta_{jk} + \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\phi \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l \rangle_\phi - \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_l \rangle_\phi \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j \rangle_\phi \right) \\ &= \sum_i n_i \langle i|i \rangle_D + \sum_{i,j} n_i n_j \left(\langle i|i \rangle_D \langle j|j \rangle_D - |\langle i|j \rangle_D|^2 \right). \end{aligned} \quad (61)$$

Le carré de la variance s'écrit

$$\sigma_D^2 = \langle \hat{N}_D^2 \rangle_\phi - \langle \hat{N}_D \rangle_\phi^2 = \sum_{i=1}^N \langle i|i \rangle_D - \sum_{i,j=1}^N |\langle i|j \rangle_D|^2. \quad (62)$$

¹¹Avoir un "bon" nombre de nucléons signifie être un état propre de l'opérateur qui mesure le nombre de particules $\hat{N} = \sum_i |i\rangle\langle i|$.

Appliquée au petit fragment après la collision à 74.44 MeV, cette équation donne numériquement $\sigma_{D_p} \simeq 0.5$ pour les protons et $\sigma_{D_n} \simeq 0.3$ pour les neutrons. Ce résultat indique nettement que le fragment n'est pas un état pur, mais qu'il décrit un mélange quantique de plusieurs noyaux de nombres de nucléons différents. De plus, même si en moyenne le nombre de neutrons bouge peu, la variance non nulle indique que la probabilité de transfert de neutrons est, quant à elle, non nulle.

Enfin, la variance est maximale lorsque les recouvrements "droite" entre deux fonctions d'onde sont nuls, *i.e.* si on a $\langle i|j \rangle_D \propto \delta_{ij}$. L'Eq. (62) devient alors une distribution binomiale

$$\sigma_D^2 = \sum_{i=1}^N \langle i|i \rangle_D (1 - \langle i|i \rangle_D). \quad (63)$$

La variance est donc bornée par

$$\sigma_D \leq \sqrt{\langle \hat{N}_D \rangle_\phi \left(1 - \frac{\langle \hat{N}_D \rangle_\phi}{\langle \hat{N} \rangle_\phi} \right)} \leq \sqrt{N/4}. \quad (64)$$

Il s'agit d'une limite intrinsèque à tout état de particules indépendantes qui ne pourra donc jamais représenter des distributions de nucléons dans les fragments plus larges que cette valeur maximale. Il s'agit d'une limitation de TDHF car, en général, les calculs TDHF sous-estiment les largeurs de distributions de nucléons, notamment dans le cas de collisions profondément inélastiques qui peuvent mener à des largeurs de distributions de nombres de nucléons dans les fragments supérieures à la borne de l'Eq. (64) [Das79, Goe82]. Pour espérer reproduire ces largeurs, il faut s'affranchir de l'approximation de particules indépendantes.

3.4 Résumé : succès et limitations de TDHF

On a vu dans cette partie que TDHF était dans bien des cas compatible avec l'expérience :

- position des barrières
- forme des distributions des barrières avec des noyaux déformés
- fonction d'excitation
- populations de fragments sous la barrière (d'un point de vue qualitatif).

Nous avons aussi relevé des limitations à TDHF :

- pas de fusion sous la barrière
- limitation de la largeur des distributions du nombre de particules d'un fragment.

Il existe d'autres limitations intrinsèques à la théorie TDHF, non étudiées dans ce cours. TDHF n'inclut pas, par exemple la largeur d'étalement (couplage au noyau composé) dans la décroissance des résonances géantes [Lac04]. Ces limitations sont autant d'arguments qui poussent au développement de théories dynamiques allant au delà de l'approximation de particules indépendantes.

4 Théories dynamiques au delà de l'approximation de particules indépendantes

Dans les chapitres précédents, nous avons mis en avant certains succès et certaines limitations de l'approche de champ moyen pour décrire les réactions nucléaires. L'application de TDHF aux excitations et aux réactions nucléaires a permis des avancées importantes en physique nucléaire. Cependant, l'hypothèse de particules indépendantes amène à négliger des effets physiques qui peuvent jouer un rôle important dans les noyaux. Par exemple, certaines

corrélations de courtes et longues portées n'ont pu être incorporées en structure nucléaire qu'en traitant correctement l'appariement et, respectivement, en considérant des mélanges de configurations [Rin80].

De même, en augmentant l'énergie de collision de deux noyaux, le principe de Pauli devient moins efficace à bloquer les collisions directes entre deux nucléons dans le noyau. Il faut alors traiter explicitement les corrélations à deux corps. Ces dernières sont importantes, par exemple, pour thermaliser le système. Plusieurs approches ont été proposées pour introduire les corrélations au delà de l'approximation de particules indépendantes. Nous abordons succinctement certaines d'entre elles dans ce chapitre.

4.1 Champ moyen dynamique avec appariement

Dans les systèmes nucléaires une partie importante des corrélations qui est négligée lors de l'approximation de particules indépendantes correspond aux corrélations d'appariement [Rin80, Bri05]. Une méthode naturelle d'extension du champ moyen qui permet d'inclure ces corrélations est de considérer des états produits non plus de particules mais de quasi-particules, ce qui conduit à la théorie de Hartree-Fock-Bogoliubov dépendante du temps (TDHFB).

4.1.1 états produits de quasi-particules

Le théorème de Wick (voir annexe A) permet de calculer simplement des valeurs moyennes d'observables sur un vide quelconque, par exemple le vide de particule $|-\rangle$. Dans l'annexe E, nous montrons qu'un Slater est, d'une part, lui aussi un vide $|\phi\rangle$ (appelé vide HF) et qu'il est, d'autre part, un exemple trivial de vide de quasi-particule. La transformation canonique et unitaire de l'Eq. 159 qui définit les opérateurs de création $\hat{\beta}_\alpha^\dagger$ et d'annihilation $\hat{\beta}_\alpha$ de la quasi-particule α est appelée transformation de Bogoliubov [Bog58]. Le vide associé à ces quasi-particules s'écrit de façon générique comme

$$|\psi_{bogo}\rangle \sim \prod_k \hat{\beta}_k |-\rangle, \quad (65)$$

ce qui assure $\hat{\beta}_i |\psi_{bogo}\rangle = 0$.

Afin de montrer qu'un tel état permet de traiter l'appariement nucléaire, considérons le cas particulier où la transformation se met sous la forme diagonale par blocs 2×2

$$\hat{\beta}_p = u_p \hat{a}_p - v_p \hat{a}_{\bar{p}}^\dagger, \quad \hat{\beta}_{\bar{p}} = u_p \hat{a}_{\bar{p}} + v_p \hat{a}_p^\dagger. \quad (66)$$

Dans ce cas, v_p^2 est la probabilité que l'état p soit occupé et $u_p^2 = 1 - v_p^2$ celle qu'il ne le soit pas. Cette transformation est une transformation de type BCS [Bar57] où les états de particule p et \bar{p} forment une paire de Cooper. Par convention, les indices peuvent être positifs ou négatifs avec $\bar{p} = -p$. En effet, l'équation (65) s'écrit, en groupant les états de quasi-particules par paires et en utilisant les relations d'anticommutation (120) et (121)

$$|\psi_{bogo}\rangle = \prod_{p>0} \left(u_p + v_p \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{\bar{p}}^\dagger \right) |-\rangle. \quad (67)$$

C'est la forme standard des états BCS qui s'écrit en terme de paires de nucléons appariés $\{p, \bar{p}\}$. Plus généralement, toute transformation de Bogoliubov peut se mettre sous une forme similaire à l'équation précédente en utilisant la décomposition de Bloch-Messiah-Zumino [Blo62, Zum62, Rin80]. Ainsi, l'utilisation des vides de quasi-particule plus généraux que les vides HF permet de prendre en compte des corrélations d'appariement qui étaient négligés au niveau du champ moyen.

4.1.2 valeurs moyennes d'opérateurs sur un vide de quasi-particule

De la même manière que pour les vides HF, le théorème de Wick s'applique aux vides de quasi-particule. Cependant, les contractions de base ne sont plus uniquement celles associées à la matrice densité à un corps $\rho_{\alpha\beta} = \langle \hat{a}_\beta^\dagger \hat{a}_\alpha \rangle$ mais aussi celles associées à la matrice densité anormale définie par $\kappa_{\alpha\beta} = \langle \hat{a}_\beta \hat{a}_\alpha \rangle$ (ce qui implique aussi $\kappa_{\alpha\beta}^* = \langle \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\beta^\dagger \rangle$). Ces contractions s'annulent dans le cas de particules indépendantes. L'inversion de la transformation de Bogoliubov (Eq. (159)) nous permet d'exprimer les opérateurs \hat{a}^\dagger et \hat{a} en fonction des opérateurs de quasi-particule $\hat{\beta}^\dagger, \hat{\beta}$:

$$\begin{cases} \hat{a}_\alpha = \sum_i U_{\alpha i} \hat{\beta}_i + V_{\alpha i}^* \hat{\beta}_i^\dagger \\ \hat{a}_\alpha^\dagger = \sum_i V_{\alpha i} \hat{\beta}_i + U_{\alpha i}^* \hat{\beta}_i^\dagger. \end{cases} \quad (68)$$

Reportant ces expressions dans les éléments de matrice de ρ et κ et utilisant le fait que seules les contractions $\langle \hat{\beta}_i \hat{\beta}_i^\dagger \rangle$ sont non nulles, nous obtenons

$$\rho_{\alpha\beta} = \sum_i V_{\beta i} V_{\alpha i}^* = (V^* V^T)_{\alpha\beta}, \quad \kappa_{\alpha\beta} = (V^* U^T)_{\alpha\beta}. \quad (69)$$

L'ensemble de ces contractions est représenté par d'une matrice densité généralisée :

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i \rangle & \langle \hat{a}_j \hat{a}_i \rangle \\ \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i^\dagger \rangle & \langle \hat{a}_j \hat{a}_i^\dagger \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix}. \quad (70)$$

Ces nouvelles contractions permettent de prendre en compte des corrélations négligées jusqu'à présent. En effet, les composantes de la matrice densité à deux corps s'écrivent

$$\begin{aligned} \rho_{ijkl}^{(2)} = \langle ij | \hat{\rho}_{12} | kl \rangle &= \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_i \rangle = \overline{\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_i} \overline{\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_j} - \overline{\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j} \overline{\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_i} + \overline{\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger} \overline{\hat{a}_j \hat{a}_i} \\ &= \rho_{ik} \rho_{jl} - \rho_{il} \rho_{jk} + \kappa_{ij} \kappa_{kl}^*. \end{aligned} \quad (71)$$

Contrairement au cas d'un déterminant de Slater, la matrice de corrélation C_{12} ne s'annule pas. Dans le cas HFB, elle s'écrit sous une forme *séparable*

$$C_{ijkl} = \kappa_{ij} \kappa_{kl}^*. \quad (72)$$

Le problème est plus complexe qu'avec des vides HF. Par exemple, le nombre de particules n'est plus un bon nombre quantique. Les fluctuations associées à l'opérateur nombre de particules $\hat{N} = \sum_\alpha \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\alpha$ s'écrivent

$$\langle \hat{N}^2 \rangle - \langle \hat{N} \rangle^2 = 2 \text{Tr}(\kappa \kappa^\dagger) = 2 \text{Tr}(\rho - \rho^2). \quad (73)$$

En général, cette quantité est non nulle pour un vide de quasi-particule. La symétrie associée au nombre de particules est donc explicitement brisée. Dans un calcul de structure, par exemple, il faut contraindre le nombre de particules moyen. Par contre, dans la théorie TDHFB, les différents moments de \hat{N} sont des constantes du mouvement. Il n'est donc pas nécessaire de contraindre le nombre de particules dans un calcul dynamique.

4.1.3 équations TDHFB

Différentes méthodes permettent de dériver les équations du mouvement pour un système dans l'approximation Hartree-Fock-Bogoliubov [Rin80, Ben03, Bla86]. Ici, nous considérons une généralisation de la méthode décrite au chapitre 2.2. Connaître l'évolution du vide de quasi-particule revient à connaître les équations d'évolution des $\rho_{ij} = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i \rangle$ et $\kappa_{ij} = \langle \hat{a}_j \hat{a}_i \rangle$. Nous utilisons pour cela le théorème d'Ehrenfest

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho_{ji} = i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle = \langle [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j, \hat{H}] \rangle, \quad (74)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \kappa_{ji} = i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{a}_i \hat{a}_j \rangle = \langle [\hat{a}_i \hat{a}_j, \hat{H}] \rangle. \quad (75)$$

Équation d'évolution de la densité à un corps

Le terme de droite de l'Eq. (74) est calculé dans le cas d'un état corrélé et d'un Hamiltonien à deux corps dans le chapitre 2.2. Il suffit alors de remplacer les corrélations dans l'Eq. (29) par leur expression pour des quasi-particules indépendantes données par l'Eq. (72)

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} \rho_{ji} &= \sum_k (t_{jk} \rho_{ki} - t_{ki} \rho_{jk}) + \sum_{klm} (\bar{v}_{jklm} \rho_{li} \rho_{mk} - \bar{v}_{klim} \rho_{jk} \rho_{ml}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{klm} (\bar{v}_{jklm} \kappa_{ik}^* \kappa_{lm} - \bar{v}_{klim} \kappa_{kl}^* \kappa_{jm}) \\ &= \sum_k (h_{jk} \rho_{ki} - h_{ik} \rho_{jk} - \Delta_{jk} \kappa_{ki}^* + \kappa_{jk} \Delta_{ki}^*). \end{aligned} \quad (76)$$

On reconnaît h , la matrice du Hamiltonien HF auquel vient s'ajouter le champ d'appariement représenté par une matrice d'éléments

$$\Delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{kl} \bar{v}_{ijkl} \kappa_{kl}. \quad (77)$$

Équation d'évolution de κ

De manière similaire, l'équation d'évolution pour le tenseur d'appariement κ s'écrit

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} \kappa_{ji} &= \sum_{kl} t_{kl} \langle [\hat{a}_i \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l] \rangle + \frac{1}{4} \sum_{klmn} \bar{v}_{klmn} \langle [\hat{a}_i \hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_m \hat{a}_n] \rangle \\ i\hbar \frac{d}{dt} \kappa_{ji} &= \sum_k (t_{jk} \kappa_{ki} - t_{ki} \kappa_{kj}) + \sum_{klm} (\bar{v}_{kjl m} \rho_{lk} \kappa_{mi} - \bar{v}_{kil m} \rho_{lk} \kappa_{mj}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{klm} (\bar{v}_{kjl m} \rho_{ik} \kappa_{lm} - \bar{v}_{kil m} \rho_{jk} \kappa_{lm}) + \frac{1}{2} \sum_{mn} \bar{v}_{jimn} \kappa_{mn} \\ &= \sum_k (h_{jk} \kappa_{ki} + \kappa_{jk} h_{ki}^* - \Delta_{jk} \rho_{ki}^* - \rho_{jk} \Delta_{ki}) + \Delta_{ji}. \end{aligned} \quad (78)$$

Les équations (76) et (78) se mettent sous la forme

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho = [h, \rho] + \kappa \Delta^* - \Delta \kappa^*, \quad (79)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \kappa = h\kappa + \kappa h^* - \rho \Delta - \Delta \rho^* + \Delta. \quad (80)$$

En utilisant la matrice densité généralisée \mathcal{R} et le Hamiltonien HFB généralisé \mathcal{H} , défini par

$$\mathcal{H} \equiv \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix}, \quad (81)$$

on peut écrire ces équations sous une forme condensée

$$i\hbar \frac{d\mathcal{R}}{dt} = [\mathcal{H}, \mathcal{R}]. \quad (82)$$

C'est l'équation TDHFB qui généralise l'équation TDHF (Eq. (36)) en prenant en compte les corrélations d'appariement dans la dynamique.

4.1.4 application de la théorie TDHFB

En pratique, la résolution de l'équation TDHFB est plus complexe que pour la théorie TDHF. Ainsi, bien que les premières applications des théories de champ moyen à la dynamique des noyaux datent de plus de 30 ans, très peu de tentatives d'applications de la théorie TDHFB existent en raison de problèmes conceptuels et pratiques inhérents à cette théorie. La première difficulté est que les équations (TD)HFB doivent être résolues dans une base complète d'états alors que la théorie (TD)HF ne requiert qu'un nombre limité d'états (les états occupés). En pratique, il faut tronquer cette base. De plus, les calculs de champ moyen ont été rendus possible grâce aux forces dites de contact (i.e. de portée nulle, c'est à dire essentiellement les forces de Skyrme). Ces forces, très bien adaptées aux calculs (TD)HF, posent problème dans le canal d'appariement. Utiliser une telle force pour l'appariement conduit en particulier à une divergence de l'énergie de liaison lorsqu'on se place dans une base complète. En pratique, soit on utilise des forces de portée finie, soit on a recours à une troncature de la base par l'intermédiaire d'un cut-off et d'une procédure de renormalisation [Dob84, Bul02a, Bul02b, Bul03]. Bien que ces méthodes semblent être des solutions raisonnables pour le problème statique, leur mise en oeuvre dans un calcul dynamique doit être étudiée en détail.

Jusqu'à présent, la théorie TDHFB a été essentiellement appliquée sous sa forme linéarisée (méthode QRPA [Rin80, Kha02]) ou semi-classique (modèles hydrodynamiques [Tor87, Abr06]). Ce n'est que récemment que des applications en physique nucléaire avec l'interaction de Gogny ont vues le jour [Has07].

4.2 Quand sort-on de l'image de (quasi)particules indépendantes ?

Dans les chapitres précédents, nous avons considéré des évolutions dynamiques où l'état à N particules était contraint de rester dans une classe spécifique d'états d'essai (déterminants de Slater ou plus généralement vides de quasi-particule). Cette hypothèse ne donne qu'une approximation de la dynamique exacte. En général, nous nous attendons à ce qu'un système, initialement décrit par un état de (quasi-)particules indépendantes, s'écarte de cet état simple de façon significative au bout d'un certain temps à cause de l'interaction résiduelle.

Reprenant l'objectif initial, nous recherchons la meilleure description possible de la dynamique de systèmes quantiques auto-liés. Supposons que le système soit initialement bien décrit

par un déterminant de Slater¹², *i.e.* $|\psi(t=0)\rangle = |\phi\rangle$ avec $|\phi\rangle = \prod_{\alpha=1}^N \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} |-\rangle$, où α est l'indice des états initialement occupés (états de trou). La dynamique exacte de ce système est donnée par l'équation de Schrodinger dépendant du temps (Eq. (2)). Les théories de champ moyen, quant à elles, ne donnent qu'une évolution approchée du système¹³.

4.2.1 décomposition du Hamiltonien sur la base des états de particule (p) et de trou (h)

Pour décrire un système de particules indépendantes, nous n'avons besoin que des états occupés. Cependant, les nucléons dans un noyau ne sont pas totalement indépendants et la description en champ moyen n'est pas exacte. Pour préciser ce qui manque dans la description de champ moyen, nous complétons les états occupés par un jeu (éventuellement infini) d'états à une particule non occupés (aussi appelés états de particule). Indiquons ces états par $\bar{\alpha}$ (associé aux créateurs/annihilateurs $\hat{a}_{\bar{\alpha}}^{\dagger}$ et $\hat{a}_{\bar{\alpha}}$). La base complète vérifie

$$\sum_{\alpha} |\alpha\rangle \langle\alpha| + \sum_{\bar{\alpha}} |\bar{\alpha}\rangle \langle\bar{\alpha}| \equiv \hat{\rho} + (1 - \hat{\rho}) = \hat{1}. \quad (83)$$

En utilisant la relation de fermeture ci-dessus, tout opérateur de création \hat{a}_i^{\dagger} associé à un état à une particule $|i\rangle$ se décompose comme

$$\hat{a}_i^{\dagger} = \sum_{\alpha} \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} \langle\alpha | i\rangle + \sum_{\bar{\alpha}} \hat{a}_{\bar{\alpha}}^{\dagger} \langle\bar{\alpha} | i\rangle. \quad (84)$$

La base de particule-trou est particulièrement utile pour exprimer l'action d'un opérateur sur l'état $|\phi\rangle$ grâce aux propriétés

$$\hat{a}_{\alpha}^{\dagger} |\phi\rangle = \hat{a}_{\bar{\alpha}} |\phi\rangle = 0. \quad (85)$$

Reprenons l'expression générale de \hat{H} (Eq. (5)) et remplaçons les opérateurs de création des particules (i, j, k, l) par leurs expressions dans la base de particule-trou données par l'Eq. (84) et son Hermitique conjugué. En utilisant les relations d'anticommuation (120) et (121), les propriétés $\bar{v}_{ijkl} = -\bar{v}_{jikl} = -\bar{v}_{ijlk} = \bar{v}_{jilk}$ et $\text{Tr}_{12}(\bar{v}_{12}\rho_1\rho_2(1 - P_{12})) = 2\text{Tr}_{12}(\bar{v}_{12}\rho_1\rho_2)$ ainsi que les Eqs. (20), (31), (35) et (85), on montre que

$$\begin{aligned} \hat{H}|\phi\rangle &= \left\{ E[\rho] + \sum_{\bar{\alpha}\alpha} h[\rho]_{\bar{\alpha}\alpha} \hat{a}_{\bar{\alpha}}^{\dagger} \hat{a}_{\alpha} \right. && \iff \hat{H}_{CM}[\rho] \\ &+ \frac{1}{4} \sum_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\alpha\beta} \bar{v}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\beta\alpha} a_{\bar{\alpha}}^{\dagger} a_{\bar{\beta}}^{\dagger} a_{\beta} a_{\alpha} && \iff \hat{V}_{res}[\rho] \\ &\left. \right\} |\phi\rangle \end{aligned} \quad (86)$$

où $E[\rho] = \langle\phi|\hat{H}_{CM}|\phi\rangle = \text{Tr}[\rho(t + \frac{1}{2}U[\rho])]$ est l'énergie Hartree-Fock. Cette expression permet ainsi de comprendre l'approximation faite lorsque l'on se limite à une description de champ moyen, c'est à dire lorsqu'on néglige l'interaction résiduelle \hat{V}_{res} et qu'on ne garde que la partie champ moyen \hat{H}_{CM} du Hamiltonien. Précédemment, nous avons montré que le champ moyen permettait de décrire approximativement les degrés de liberté à un corps. Pour cela, nous avons utilisé le théorème d'Ehrenfest. Dans l'annexe G, nous proposons une autre dérivation de TDHF à l'aide du théorème de Thouless [Tho61]. La base de particule-trou est utilisée à chaque instant et l'approximation de champ moyen est faite explicitement en négligeant l'interaction résiduelle \hat{V}_{res} .

¹²La discussion ci-dessous se généralise aisément au cas d'un vide de quasi-particule.

¹³L'évolution en champ moyen n'est exacte que dans le cas particulier où le Hamiltonien ne contient que des opérateurs à un corps.

4.2.2 limitation de la théorie de champ moyen

Dans l'expression (86), il y a une séparation claire entre ce qui est traité proprement au niveau du champ moyen $\hat{H}_{CM}[\rho]$ et ce qui est négligé, *i.e.* l'interaction résiduelle $\hat{V}_{res}[\rho]$. Auto-risons nous quelques commentaires :

- La validité de l'approximation de champ moyen dépend de l'intensité de l'interaction résiduelle qui elle même dépend de l'état $|\phi\rangle$ et donc de la situation physique. À partir d'arguments simples [Lic76], le temps τ_{SD} à partir duquel l'image de particules indépendantes n'est plus valide peut s'exprimer par

$$\tau_{SD} = \frac{\hbar}{2} \left(\frac{1}{N} \sum_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\alpha\beta} |\langle \bar{\alpha}\bar{\beta} | \hat{v} | \alpha\beta \rangle|^2 \right)^{-1/2}. \quad (87)$$

En physique nucléaire, les valeurs typiques de l'interaction résiduelle mènent à $\tau_{SD} \simeq 100 - 200$ fm/c. Ainsi, même si initialement l'état se compose de particules indépendantes, l'évolution exacte dévie assez vite de la dynamique de champ moyen. Ce point est une motivation solide pour utiliser des théories au-delà du champ moyen en physique nucléaire.

- Il existe une expression alternative de l'interaction résiduelle valide dans n'importe quelle base

$$V_{res}[\rho]_{12} = \frac{1}{4} (1 - \hat{\rho}_1)(1 - \hat{\rho}_2) \bar{v}_{12} \rho_1 \rho_2. \quad (88)$$

Cette expression illustre le fait que l'interaction résiduelle associée à un Slater peut être interprétée comme une interaction "habillée" par la matrice densité de telle sorte qu'elle couple les états de particule aux états de trou, prenant ainsi en compte proprement le principe de Pauli. Physiquement, l'interaction résiduelle correspond à des collisions directes nucléon-nucléon entre des états occupés (2 trous) qui ne peuvent diffuser que vers des états non occupés (2 particules) à cause du blocage de Pauli. Nous disons parfois que l'interaction résiduelle a une nature 2 particules - 2 trous (2p-2h).

À cause de l'interaction résiduelle, l'état exact à N particules se décompose comme une superposition de plus en plus complexe de déterminants de Slater durant l'évolution. Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction de ce cours, la dynamique exacte est rarement accessible à cause de la complexité du problème à N corps nucléaire. L'approximation de particules indépendantes est l'approximation "zéro" en physique nucléaire. Elle donne une image trop simple des noyaux mais constitue un excellent point de départ pour inclure des corrélations. Dans le chapitre suivant, l'inclusion de corrélations au delà du champ moyen, comme les collisions nucléon-nucléon ou l'appariement sont discutées.

4.3 Dynamique corrélée générale : la hiérarchie BBGKY

En utilisant le théorème d'Ehrenfest (voir chapitre 2.1.4), nous avons montré que la théorie de champ moyen permettait de décrire l'évolution des degrés de liberté à un corps. Une extension naturelle du champ moyen est de suivre explicitement les degrés de liberté à deux corps. Considérons donc, maintenant, le théorème d'Ehrenfest pour les degrés de liberté à un et deux corps. Cela mène à deux équations couplées pour les éléments des matrices densité à un et deux corps $\rho_{ij}^{(1)} = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i \rangle$ et $\rho_{ijkl}^{(2)} = \langle \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_j \rangle$

$$\begin{cases} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_1 = [t_1, \rho_1] + \frac{1}{2} \text{Tr}_2 [\bar{v}_{12}, \rho_{12}] \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{12} = [t_1 + t_2 + \frac{1}{2} \bar{v}_{12}, \rho_{12}] + \frac{1}{2} \text{Tr}_3 [\bar{v}_{13} + \bar{v}_{23}, \rho_{123}]. \end{cases} \quad (89)$$

Ces équations sont les deux premières d'une hiérarchie d'équations appelée la hiérarchie de Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon (BBGKY) [Bog46, Bor46, Kir46] où l'évolution de la densité à trois corps est aussi couplée à la densité à 4 corps et ainsi de suite. Ici, nous nous restreignons aux équations sur $\rho^{(1)}$ et $\rho^{(2)}$ qui ont souvent servi de point de départ des théories au delà du champ moyen [Cas90, Rei94, Rei96, Ayi04].

4.4 La théorie de la matrice densité dépendant du temps (TDDM)

Nous avons montré que l'équation d'évolution de la matrice densité à un corps se réduit à l'équation TDHF si on néglige les corrélations à deux corps et au delà. C'est alors que les équation sur $\rho^{(1)}$ se réduisent à l'équation TDHF. Une extension naturelle qui inclut des effets à deux corps est de traiter explicitement les corrélations à deux corps et de négliger celles à trois corps ($C_{123} = 0$) et au delà¹⁴. Nous obtenons une théorie où la densité à un corps ρ_1 et les corrélations à deux corps C_{12} sont suivies au cours du temps. C'est la théorie de la "matrice densité dépendant du temps" (TDDM) (voir par exemple [Cas90])

$$\left\{ \begin{array}{l} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_1 = [h_1[\rho], \rho_1] + \frac{1}{2} \text{Tr}_2 [\bar{v}_{12}, C_{12}] \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} C_{12} = [h_1[\rho] + h_2[\rho], C_{12}] \\ \quad + \frac{1}{2} \left\{ (1 - \rho_1)(1 - \rho_2) \bar{v}_{12} \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_2 \bar{v}_{12} (1 - \rho_1)(1 - \rho_2) \right\} \iff B_{12} \\ \quad + \frac{1}{2} \left\{ (1 - \rho_1 - \rho_2) \bar{v}_{12} C_{12} - C_{12} \bar{v}_{12} (1 - \rho_1 - \rho_2) \right\} \iff P_{12} \\ \quad + \text{Tr}_3 [\bar{v}_{13}, (1 - P_{13}) \rho_1 C_{23} (1 - P_{12})] \iff H_{12} \\ \quad + \text{Tr}_3 [\bar{v}_{23}, (1 - P_{23}) \rho_1 C_{23} (1 - P_{12})] . \end{array} \right. \quad (92)$$

Nous identifions trois termes responsables de l'apparition des corrélations au cours du temps. Le premier, B_{12} , appelé le *terme de Born*, contient la physique des collisions directes nucléon-nucléon dans le milieu. En comparant B_{12} à l'Eq. (88), nous remarquons qu'il est proportionnel à l'interaction résiduelle. En effet, si nous partons d'un déterminant de Slater, alors c'est le seul terme non nul dans l'évolution de C_{12} sur un temps court. En particulier, c'est lui qui fait sortir le système du sous-espace des déterminants de Slater. L'interprétation physique des termes P_{12} et H_{12} est moins évidente. Par exemple, nous pouvons montrer que P_{12} est relié aux corrélations d'appariement [Toh04] (voir plus loin) tandis que H_{12} contient des corrélations $p-p$ et $h-h$ d'ordre supérieur. Le dernier terme est parfois modifié pour mieux traiter les lois de conservation (voir discussion dans [Pet94]).

Les applications de TDDM rencontrent deux difficultés majeures. Tout d'abord, nous considérons explicitement des degrés de liberté à deux corps. Nous travaillons donc, numériquement, avec des matrices de grandes tailles qu'il est nécessaire de tronquer. Ensuite, pour que les applications numériques ne soient pas trop lourdes, il est nécessaire d'utiliser des interactions de contact comme l'interaction de Skyrme par exemple. Ces interactions, qui ont une portée nulle dans l'espace des coordonnées \mathbf{r} , sont donc de portée infinie dans l'espace des impulsions \mathbf{k} . Ce comportement non physique de l'interaction est critique en pratique. En effet, lors de collisions nucléon-nucléon, les particules peuvent diffuser vers des états d'impulsion trop élevée. Il n'y a pas de solution triviale à ce problème dans le cadre de TDDM [Ayi04]. À cause

¹⁴En utilisant l'opérateur de permutation P_{12} entre deux particules ($P_{12} |ij\rangle = |ji\rangle$), la matrice des corrélations à deux corps s'écrit

$$C_{12} = \rho_{12} - \rho_1 \rho_2 (1 - P_{12}) \quad (90)$$

tandis que celle des corrélations à trois corps C_{123} devient

$$C_{123} = \rho_{123} - \rho_1 C_{23} (1 - P_{12} - P_{13}) - \rho_2 C_{13} (1 - P_{21} - P_{23}) - \rho_3 C_{12} (1 - P_{31} - P_{32}) - \rho_1 \rho_2 \rho_3 (1 - P_{13}) (1 - P_{12} - P_{23}) . \quad (91)$$

de ces difficultés, seules quelques applications ont été réalisées pour des vibrations collectives [Deb92, Luo99, Toh01, Toh02a], et très récemment pour des collisions nucléaires [Toh02b].

4.5 Liens entre TDDM et TDHFB

Le lien entre TDDM et TDHFB a été établi par Tohyama [Toh04]. En supposant des corrélations séparables dans les canaux p-p et h-h comme dans l'équation (72), nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\text{Tr}_2 [\bar{v}_{12}, C_{12}]_{\lambda\lambda'} &= \frac{1}{2} \sum_{kmn} \bar{v}_{\lambda k m n} C_{m n \lambda' k} - \frac{1}{2} C_{\lambda k m n} \bar{v}_{m n \lambda' k} \\ &= \Delta_{\lambda k} \kappa_{\lambda' k}^* - \kappa_{\lambda k} \Delta_{\lambda' k}^* = (\kappa \Delta^* - \Delta \kappa^*)_{\lambda\lambda'} \end{aligned} \quad (93)$$

où Δ est le champ d'appariement défini dans l'Eq. (77). Alors, l'évolution de la densité à un corps (première ligne de l'Eq. (92)) se réduit à

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho = [h[\rho], \rho] + \kappa \Delta^* - \Delta \kappa^*. \quad (94)$$

On retrouve ainsi l'Eq. (79) obtenue avec TDHFB.

Dans la référence [Toh04], Tohyama montre que négliger les termes B et H dans la seconde équation de (92) mène à une équation de type TDHFB pour les corrélations à deux corps. En ne gardant que P dans l'évolution de C_{12} dans l'Eq. (92) et en supposant toujours des corrélations séparables de la forme de l'Eq. (72), nous avons alors

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} C_{ijkl} &= i\hbar \left\{ \frac{d\kappa_{ij}}{dt} \kappa_{kl}^* + \kappa_{ij} \frac{d\kappa_{kl}^*}{dt} \right\} \\ &= \left[\sum_m (h_{im} \kappa_{mj} + h_{jm} \kappa_{im}) + \frac{1}{2} \sum_{mnpq} (\delta_{im} \delta_{jn} - \delta_{im} \rho_{jn} - \delta_{jn} \rho_{im}) \bar{v}_{mnpq} \kappa_{pq} \right] \kappa_{kl}^* \\ &\quad - \kappa_{ij} \left[\sum_m (\kappa_{ml}^* h_{mk} + \kappa_{km}^* h_{ml}) + \frac{1}{2} \sum_{mnpq} \kappa_{mn}^* \bar{v}_{mnpq} (\delta_{kp} \delta_{lq} - \delta_{kp} \rho_{ql} - \delta_{lq} \rho_{pk}) \right] \end{aligned} \quad (95)$$

où nous avons identifié les termes proportionnels à κ_{ij} et κ_{kl}^* . Ce dernier donne

$$i\hbar \partial_t \kappa_{ij} = \sum_m (h_{im} \kappa_{mj} + \kappa_{im} h_{mj}^*) + \frac{1}{2} \sum_{mn} (\bar{v}_{ijmn} - \sum_p \rho_{ip} \bar{v}_{pjmn} - \sum_p \rho_{jp} \bar{v}_{ipmn}) \kappa_{mn} \quad (96)$$

En utilisant l'expression du champ d'appariement (Eq. (77)), nous obtenons finalement l'équation TDHFB (Eq. (80)) donnant l'évolution du champ d'appariement. L'équation ci-dessus n'assure pas le fait que la matrice des corrélations demeure séparable au cours du temps. Cependant, en supposant qu'elle le soit, c'est à dire que $C_{ijkl}(t) \simeq \kappa_{ij}(t) \kappa_{kl}^*(t)$ soit valide à tous temps, l'équation du mouvement s'identifie alors avec l'équation TDHFB. Notons qu'il s'agit d'une dérivation alternative de l'équation TDHFB en partant de TDDM, ce qui permet, en outre, d'illustrer le contenu physique de P .

4.6 TDHF étendu et stochastique

Les corrélations d'appariement deviennent moins importantes lorsque l'excitation interne du système augmente. C'est alors que les collisions directes nucléon-nucléon sont supposées dominer les corrélations au delà du champ moyen. Il est possible de traiter cette partie des corrélations tout en échappant à la complexité de TDDM. Pour cela, il faut se focaliser sur l'évolution de

la matrice densité à un corps (comme pour TDHF), et traiter l'effet des corrélations sur cette évolution approximativement. Nous pouvons, par exemple, négliger les termes P et H dans l'évolution de C_{12} [Won78, Won79, Dan84, Bot90, Ayi80]. Ainsi, l'équation pour les corrélations à deux corps prend une forme simple

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}C_{12} - [h_1[\rho] + h_2[\rho], C_{12}] = B_{12}. \quad (97)$$

Pour résoudre cette équation formellement, développons les corrélations sur un intervalle de temps entre t_0 et t comme

$$C_{12}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t U_{12}(t, s) B_{12}(s) U_{12}^\dagger(t, s) ds + \delta C_{12}(t), \quad (98)$$

où $U_{12}(t, s)$ représente la propagation de deux particules indépendantes, $U_{12} = U_1 \otimes U_2$ avec $U(t, s) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_s^t h[\rho(t')] dt'\right)$. Dans l'expression (98), le premier terme représente les corrélations générées par l'interaction résiduelle durant cet intervalle de temps. Le second terme décrit la propagation des corrélations présentes initialement dans le système $C_{12}(t_0)$ de t_0 à t , *i.e.* $\delta C_{12}(t) = U_{12}(t, t_0)C_{12}(t_0)U_{12}^\dagger(t, t_0)$. En reportant cette expression dans l'évolution de la matrice densité à un corps ρ , nous obtenons une généralisation de la théorie TDHF

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\rho = [h[\rho], \rho] + K[\rho] + \delta K(t), \quad (99)$$

où $K[\rho]$, appelé *terme de collision*, s'écrit

$$K[\rho]_1 = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t ds \text{Tr}_2[v_{12}, U_{12}(t, s)B_{12}(s)U_{12}^\dagger(t, s)], \quad (100)$$

tandis que $\delta K(t)$ est donné par

$$\delta K_1(t) = \text{Tr}_2[v_{12}, \delta C_{12}(t)]. \quad (101)$$

Le terme $\delta K(t)$, qui prend en compte les corrélations initiales $C_{12}(t_0)$ est dominant à t_0 . En principe, ce terme contient tous les corrélations à tous les ordres qui se sont accumulées jusqu'au temps t_0 . Il s'agit donc, *a priori*, d'une quantité complexe à décrire et son traitement va clairement au delà d'une théorie de transport à un corps et une hypothèse statistique est généralement faite sur les corrélations initiales. Nous supposons donc que les corrélations exactes à deux corps accumulées jusqu'au temps t_0 correspondent à des fluctuations aléatoires. Il en résulte que la valeur moyenne des corrélations initiales est nulle. Cette hypothèse est connue sous le nom de *chaos moléculaire* en théorie classique des transports. Cette hypothèse équivaut à supposer que nous pouvons factoriser l'espace des phases de la densité à deux particules avant chaque collision [Kad62, Hua62]. L'équation (99) est alors remplacée par un ensemble d'évolutions à un corps

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\rho^n = [h[\rho^n], \rho^n] + K[\rho^n] + \delta K^n(t) \quad (102)$$

où " n " indique le chemin stochastique en question et où $\delta K^n(t)$ représente un opérateurs qui fluctue et qui s'annule en moyenne. La description statistique complète de $\delta K^n(t)$ peut être trouvée dans [Ayi01, Ayi04]. L'équation (102) est le point de départ de la plupart des théories de transport qui sont utilisées de nos jours dans la description des collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires. Cependant, à cause de sa complexité, l'équation (102) a été appliquée dans des cas réalistes essentiellement sous sa forme semi-classique, connue sous le nom de la théorie de Boltzmann-Langevin (voir [Cho04] pour une revue récente). Les réactions nucléaires à basse énergie sortent du cadre stricte d'application d'une telle approche semi-classique et nous nous focalisons sur sa version quantique dans la suite.

4.6.1 évolution moyenne : processus irréversibles dans TDHF étendu

Nous nous concentrons tout d'abord sur l'évolution moyenne et illustrons l'avantage de l'introduction d'un terme de collision en plus de la dynamique de champ moyen. En prenant la moyenne de l'équation (102) sur les différentes trajectoires, nous obtenons une équation où ρ^n est remplacée par la moyenne de la densité à un corps, notée $\bar{\rho}$ et où seul le terme de collision $K[\rho]$ reste. La théorie obtenue est appelée TDHF étendu (ETDHF) avec un terme de collision non-Markovien (ou encore avec des *effets de mémoire*). Le terme "non-Markovien" (par opposition à Markovien) vient du fait que le système au temps t dépend non seulement de la densité à cet instant, mais aussi de toute son histoire à cause de la présence de l'intégrale en temps dans l' Eq. (100).

Il est possible de trouver, à chaque instant, les états propres $|\alpha(t)\rangle$ de $\bar{\rho}(t)$, l'opérateur dans l'espace de Hilbert à une particule associé à $\bar{\rho}(t)$. Cette base d'états propres est appelée *base naturelle* ou encore *base canonique*. La matrice densité moyenne s'écrit alors

$$\hat{\bar{\rho}}(t) = \sum_{\alpha} |\alpha(t)\rangle n_{\alpha}(t) \langle \alpha(t)|. \quad (103)$$

En faisant l'*hypothèse de couplage faible* et en utilisant la théorie des perturbations au premier ordre, l'équation ETDHF peut se transformer en une équation maîtresse généralisée qui donne l'évolution des nombres d'occupation en tenant compte du principe de Pauli

$$\frac{d}{dt} n_{\alpha}(t) = \int_{t_0}^t ds \{ (1 - n_{\alpha}(s)) \mathcal{W}_{\alpha}^{+}(t, s) - n_{\alpha}(s) \mathcal{W}_{\alpha}^{-}(t, s) \}. \quad (104)$$

où la forme explicite des noyaux associés au gain \mathcal{W}_{α}^{+} et à la perte \mathcal{W}_{α}^{-} sont donnés dans [Lac99]. Ainsi, contrairement à TDHF où les nombres d'occupation sont constants au cours du temps, dans ETDHF, les n_{α} évoluent et peuvent éventuellement s'équilibrer pour décrire un noyau thermalisé. Dans la référence [Lac99], l'inclusion des corrélations avec ETDHF a été testée dans le cas simple de deux nucléons en interaction dans un potentiel extérieur harmonique à une dimension. Dans ce cas, la dynamique exacte peut être résolue numériquement. Sur la figure 15, nous comparons l'évolution exacte des nombres d'occupation à la prédiction ETDHF dans le cas où le système est initialement décrit par un état non corrélé.

La figure 15 montre que ETDHF est capable de reproduire l'évolution exacte des nombres d'occupation et d'une observable à un corps sur un temps long (voir [Lac99] pour les détails du calcul). Ce résultat est encourageant et indique que ETDHF est appropriée pour décrire la dissipation quand l'interaction résiduelle est faible. Cette application a aussi montré l'importance des effets de mémoire pour décrire proprement des systèmes quantiques en interaction, et ce au prix d'un accroissement significatif de l'effort numérique.

4.6.2 discussion sur TDHF stochastique

L'hypothèse sous-jacente de ETDHF limite son cadre d'application sur des temps courts. La dynamique sur des temps longs nécessite l'inclusion à la fois de la dissipation et des fluctuations et donc de résoudre explicitement la version stochastique de la théorie de transport (Eq. (102)) appelée TDHF stochastique (STDHF). Jusqu'à maintenant, STDHF a été essentiellement appliqué dans la limite semi-classique en négligeant les effets non-Markoviens. Ce n'est que récemment que la théorie quantique incluant tous les effets de mémoire a été appliquée à l'étude des vibrations de petite amplitude [Lac01]. Dans ce cas, la description de l'amortissement des résonances géantes est considérablement améliorée en incluant à la fois les noyaux associés à la dissipation et aux fluctuations. Cependant, à cause de difficultés numériques et conceptuelles, l'application de la mécanique quantique stochastique aux grandes amplitudes, comme les collisions nucléaires, reste un problème ouvert.

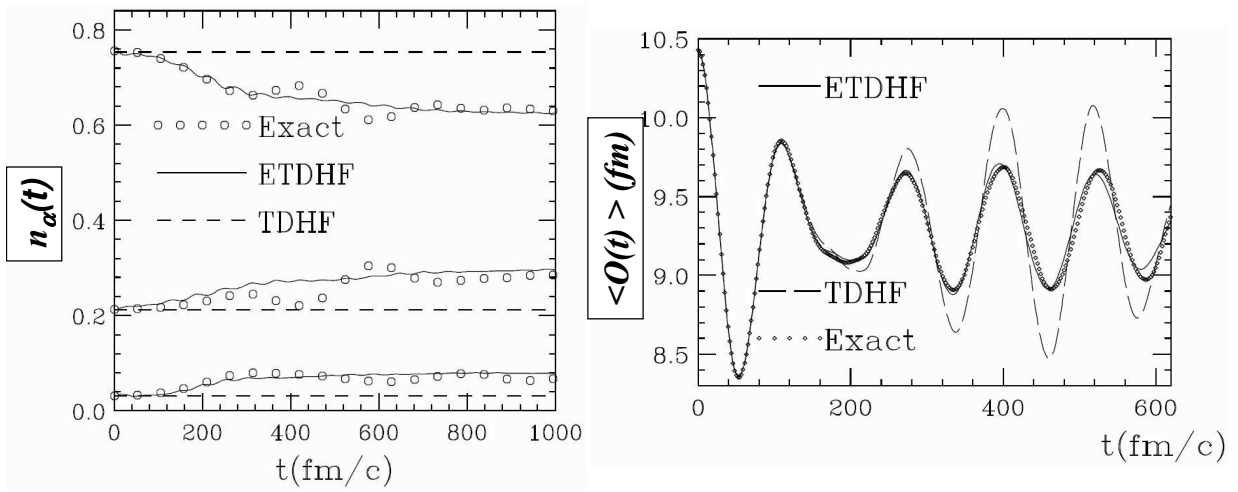


FIG. 15 – Évolutions exacte (cercles), TDHF (tirets) et ETDHF (ligne) de deux nucléons en interaction dans un potentiel extérieur harmonique. À gauche : nombres d’occupation ; à droite : position du centre de masse (tiré de [Lac99]).

Notons que de nombreux travaux sont dédiés aux dérivations formelles de la mécanique quantique dissipative [Kad62] et/ou aux équations stochastiques pour des fermions incluant des effets Markoviens et non-Markoviens [Ayi80, Wei81, Bal81, Ayi88, Lac01, Rei92a, Rei92b, Ohn95]. Dans toutes ces approches, la partie résiduelle de l’interaction introduit du désordre par dessus le champ moyen. Elles aboutissent à des équations de transport complexes difficilement applicables à des cas réalistes. Notons le lien établi récemment entre les équations dissipatives de l’évolution de la matrice densité à un corps et les sauts quantiques entre déterminants de Slater en utilisant soit la théorie des perturbations, soit la connexion entre ETDHF [Rei92a, Rei92b] et les équations de Lindblad [Lac06a] généralement présente dans les théories de systèmes quantiques ouverts [Bre02]. De nouvelles perspectives sont offertes par ces théories dans lesquelles la densité à N corps est explicitement remplacée par une moyenne sur les densités associées aux déterminants de Slater $D = \overline{|\phi^n\rangle\langle\phi^n|}$ évoluant selon une équation STDHF.

4.7 Intégrale fonctionnelle et traitement exact du problème à N corps d’un système corrélé avec des théories de champ moyen stochastique

4.7.1 discussion générale

Partant, à l’instant initial, d’un déterminant de Slater $|\psi(t=0)\rangle = |\phi(t_0)\rangle$, les corrélations vont se développer au cours du temps, menant à un état corrélé que l’on peut écrire

$$|\psi(t)\rangle = \sum_k c_k(t) |\phi_k(t)\rangle \quad (105)$$

où $|\phi_k\rangle$ est une base complète de déterminants de Slater, éventuellement dépendants du temps. De ce fait, la densité à N corps s’écrit (voir annexe C)

$$\hat{D}(t) = \sum_{k,k'} c_k(t) c_{k'}^*(t) |\phi_k(t)\rangle \langle\phi_{k'}(t)| \quad (106)$$

Les versions étendue et stochastique de TDHF, présentées au chapitre 4.6, approximent implicitement la matrice densité à N corps du système par sa partie diagonale [Rei92a, Lac06a]

$$\hat{D}(t) \simeq \sum_k P_k |\phi_k(t)\rangle \langle \phi_k(t)| \quad (107)$$

où $P_k = |c_k(t)|^2$. Ainsi, les probabilités P_k obéissent à une équation maîtresse qui, éventuellement, peut être simulée par des sauts quantiques. La matrice densité s'obtient en effectuant la moyenne sur les chemins stochastiques, *i.e.*

$$\hat{D}(t) \simeq \overline{|\phi_k(t)\rangle \langle \phi_k(t)|}. \quad (108)$$

Voici ce que cela signifie physiquement. Les degrés de liberté non pertinents (internes et complexes) interagissent avec les degrés de liberté pertinents (à une particule) et induisent une décroissance rapide vers zéro des éléments de matrices hors diagonaux. Ce phénomène est un processus de décohérence [Kue73, Kie03]. Il est clair qu'une telle approximation induit une perte d'effets quantiques comme les interférences entre les différentes voies. Nous nous attendons donc à ce que TDHF et toutes ses extensions décrites précédemment échouent dans la description d'effets purement quantiques à N corps.

L'objectif de ce chapitre est de démontrer qu'il est toujours possible de traiter exactement la matrice densité à N corps donnée par l' Eq. (106) grâce à un processus stochastique approprié entre les déterminants de Slater. La densité exacte sera obtenue par la moyenne des trajectoires stochastiques

$$\hat{D}(t) \simeq \overline{|\phi_k(t)\rangle \langle \phi'_k(t)|} \quad (109)$$

où les états de gauche diffèrent de ceux de droite.

4.7.2 techniques de l'intégrale fonctionnelle dans un cas modèle

Les techniques de l'intégrale fonctionnelle ont souvent été utilisées pour remplacer le problème à N corps exact par une moyenne sur différents problèmes à un corps effectifs [Lev80a, Lev80b, Neg88]. Dans la référence [Koo97], les auteurs utilisent une méthode Monte-Carlo, appelée *Shell-Model Monte-Carlo* (SMMC), pour obtenir les propriétés des états fondamentaux du système à N corps. Récemment, cette technique a été combinée avec la théorie de champ moyen pour obtenir les équations TDHF stochastiques qui, en moyenne, mènent à l'évolution exacte [Car01, Jui02]. Nous donnons ici une brève description de ces méthodes.

4.7.3 introduction aux intégrales fonctionnelles

Nous faisons une fois encore l'approximation qu'à un temps donné, l'état du système est un déterminant de Slater $|\psi(t)\rangle = |\phi\rangle$. Sur un petit pas en temps Δt , nous avons

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = \exp\left(\frac{\Delta t}{i\hbar}\hat{H}\right)|\phi(t)\rangle \simeq \left(1 + \frac{\Delta t}{i\hbar}\hat{H} + o(\Delta t)\right)|\phi(t)\rangle. \quad (110)$$

L'état $|\psi(t + \Delta t)\rangle$ n'est plus un état de particules indépendantes à cause de la présence d'une interaction à deux corps dans \hat{H} . Cependant, il peut toujours s'écrire comme une somme de déterminants de Slater. Par simplicité, nous supposons que le Hamiltonien \hat{H} s'écrit comme la somme d'un opérateur à un corps \hat{H}_1 et du carré d'un opérateur à un corps¹⁵ \hat{O} , *i.e.* $\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{O}^2$.

¹⁵Le carré d'un opérateur à un corps contient une partie "un corps" et une partie "deux corps". En effet, en utilisant les relations (120) et (121), on montre que $\left(\sum_{ij} f_{ij}\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_j\right)^2 = \sum_{ijk} f_{ik}f_{kj}\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_j + \sum_{ijkl} f_{ij}f_{kl}\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_k^\dagger\hat{a}_l\hat{a}_j$.

Introduisons la notation $G(x)$ pour une distribution de probabilités Gaussienne et normalisée de la variable x avec pour valeur moyenne zéro et pour variance 1

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \ xG(x) = 0, \quad \overline{x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \ x^2G(x) = 1. \quad (111)$$

Définissons le nombre complexe $\Delta\omega \equiv \sqrt{\frac{2\Delta t}{i\hbar}}$ et l'opérateur à un corps $\hat{S}(\Delta t, x)$ par

$$\hat{S}(\Delta t, x) \equiv \frac{\Delta t}{i\hbar} \hat{H}_1 + x\Delta\omega \hat{O}. \quad (112)$$

En prenant la valeur moyenne sur x de $e^{\hat{S}(\Delta t, x)}$ et en ne gardant que les termes d'ordre Δt , nous obtenons

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \ e^{\hat{S}(\Delta t, x)} G(x) = 1 + \frac{\Delta t}{i\hbar} \hat{H}_1 + \bar{x} \Delta\omega \hat{O} + \frac{1}{2} \overline{x^2} (\Delta\omega)^2 \hat{O}^2 + o(\Delta t) = 1 + \frac{\Delta t}{i\hbar} \hat{H} + o(\Delta t). \quad (113)$$

Nous retrouvons le propagateur exact sur un temps court. Notons que des relations plus générales peuvent être obtenues en utilisant la transformation de Hubbard-Stratonovich (voir par exemple [Koo97]). En utilisant la relation ci-dessus, nous voyons que

$$\exp\left(\frac{\Delta t}{i\hbar} \hat{H}\right) |\phi(t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \ G(x) e^{\hat{S}(\Delta t, x)} |\phi(t)\rangle \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dx \ G(x) |\phi_x(t + \Delta t)\rangle. \quad (114)$$

Chaque $|\phi_x(t + \Delta t)\rangle$ est un déterminant de Slater grâce à la nature "un corps" de \hat{S} . En effet, le théorème de Thouless [Tho61] stipule que l'exponentielle d'un opérateur à un corps transforme un Slater en un autre Slater (voir annexe G pour le cas d'une transformation unitaire). Nous avons ainsi montré que l'évolution exacte peut-être obtenue en remplaçant l'état exact par un ensemble de déterminants de Slater.

La technique peut être itérée pour chaque $|\phi_x(t + \Delta t)\rangle$ afin d'obtenir la dynamique exacte sur un temps long comme une moyenne sur des déterminants de Slater. Autorisons-nous quelques commentaires :

- La dynamique ne préserve pas l'orthogonalité des fonctions d'onde à une particule puisque $\hat{S}(\Delta t, x)$ n'est a priori pas Hermitique. Cette non-orthogonalité doit être traitée proprement durant l'évolution en temps [Jui02, Lac05].
- En partant de la densité à N corps $\hat{D}(t) = |\phi(t)\rangle \langle\phi(t)|$ à un temps intermédiaire, la densité moyenne s'écrit avec deux états

$$\hat{D}(t) = \overline{|\phi_1(t)\rangle \langle\phi_2(t)|}. \quad (115)$$

L'état $|\phi_1\rangle$ évolue selon l'Eq. (114) tandis que $\langle\phi_2|$ évolue selon

$$\langle\phi_2(t + \Delta t)| = \langle\phi_2(t)| \exp\left\{-\frac{\Delta t}{i\hbar} \hat{H}_1 + y\Delta\omega^* \hat{O}\right\} \quad (116)$$

où y est un *bruit* indépendant de x avec une moyenne en zéro et $\overline{y^2} = 1$. Puisque l'évolution est exacte, toute observable à un, deux ou k corps \hat{A} estimée par $\langle\hat{A}\rangle \equiv \text{Tr}(D(t)A)$ suit elle aussi la dynamique exacte.

4.7.4 Hamiltonien général à N corps

Au chapitre précédent, nous avons montré comment la dynamique d'un Hamiltonien à deux corps simplifié, pouvait être remplacée par un processus stochastique entre déterminants de Slater. Nous utilisons maintenant l'expression (86) comme un point de départ pour introduire l'évolution en champ moyen stochastique (SMF). Dans cette expression, le Hamiltonien est naturellement décomposé en une partie à un corps \hat{H}_{CM} et une partie à deux corps $\hat{V}_{res}[\rho]$. Or, l'interaction résiduelle peut toujours être écrite comme une somme de carrés d'opérateurs à un corps [Koo97] $\langle \bar{\alpha}\bar{\beta}|\hat{v}_{12}|\alpha\beta\rangle = \sum_{\Lambda} c_{\Lambda} \langle \bar{\alpha}|\hat{O}_{\Lambda}|\alpha\rangle \langle \bar{\beta}|\hat{O}_{\Lambda}|\beta\rangle$, où \hat{O}_{Λ} est un opérateur à un corps et c_{Λ} un jeu de constantes (éventuellement complexes). La généralisation des résultats précédents est donc directe en utilisant cette dernière propriété. L'interaction résiduelle \hat{V}_{res} se factorise comme $\hat{V}_{res} = \frac{1}{4} \sum_{\Lambda} c_{\Lambda} \hat{O}_{\Lambda}^2$ où $\hat{O}_{\Lambda} \equiv \sum_{\alpha\bar{\alpha}} \langle \bar{\alpha}|\hat{O}_{\Lambda}|\alpha\rangle \hat{a}_{\bar{\alpha}}^{\dagger} \hat{a}_{\alpha}$. Ainsi, pour des interactions réalistes, nous devons introduire autant de variables stochastiques Gaussiennes et indépendantes qu'il y a d'opérateurs dans cette somme. En pratique, ce nombre définit l'effort numérique à réaliser, qui est souvent prohibitif. C'est pour cette raison qu'il y a peu d'applications de SMF et que celles-ci ne concernent que la dynamique de systèmes simplifiés. Enfin, l'extension des théories stochastiques ci-dessus à des états HFB est donnée dans [Lac06b] tandis qu'un lien explicite avec les évolutions d'observables est étudié dans les références [Lac07, Lac05].

4.8 Résumé

Dans ce chapitre, nous avons abordé des possibilités d'extensions de TDHF. Certaines incluent les corrélations d'appariement (comme TDHFB et TDDM). D'autres se concentrent sur les collisions directes entre nucléons (ETDHF). La plupart de ces théories n'ont jamais été appliquées à des cas réalistes. Leurs utilisations dans le cadre du problème à N corps nucléaire est un vrai challenge pour l'avenir.

Une autre difficulté a été honteusement glissée sous le tapis dans ce cours. Il s'agit du fait que toutes les applications à la physique nucléaire des théories quantiques de transport (comme TDHF) reposent sur l'introduction d'interactions effectives (essentiellement de type Skyrme). Ces interactions ont mené au concept plus général de la théorie de l'Énergie Fonctionnelle de la Densité (EDF). Cette théorie est supposée, comme dans le cas de la Théorie de la Fonctionnelle de la Densité (DFT) en matière condensée, incorporer la plupart des corrélations au niveau du champ moyen. Dans ce cas, l'idée d'aller "au delà du champ moyen" n'a plus de raison d'être. Par exemple, toutes les théories présentées dans ce cours (TDHF, étendu, stochastique...) partent d'un Hamiltonien. Le lien entre EDF et le Hamiltonien microscopique n'étant pas direct, les dérivations à partir d'un Hamiltonien peuvent servir de guide, mais une formulation propre dans le cadre de EDF est nécessaire. La validité et les fondations de EDF pour l'étude des propriétés statiques des noyaux font actuellement débat. Il serait bon d'avoir les mêmes discussions sur ce qui devrait être finalement appelé EDF dépendant du temps (TDEDf) et non plus TDHF dans le cadre de la physique nucléaire.

Remerciements

Ce cours est dédié à la mémoire de Paul Bonche, précurseur de l'utilisation de TDHF en physique nucléaire, et auteur du code TDHF3D que nous avons utilisé pour la majeure partie des applications numériques de ce cours. Nous remercions de manière générale nos collaborateurs théoriciens de structure nucléaire utilisant les méthodes basées sur le champ moyen pour de nombreuses discussions éclairantes. Enfin, nous remercions Andrea Vitturi pour sa contribution sur la fusion.

A Rappels de mécanique quantique

Nous faisons ici un bref rappel de mécanique quantique dans le cadre de la *seconde quantification*. Seuls les concepts utiles pour ce cours seront introduits. Pour plus de détails, voir par exemple [Mes59, Bla86].

A.1 opérateurs de création et d'annihilation de particule

L'état à une particule $|i\rangle$, dont la composante de la fonction d'onde de spin s et d'isospin τ s'écrit

$$\varphi_i^{s\tau}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r}s\tau | i \rangle, \quad (117)$$

s'obtient en appliquant l'opérateur de création de particule \hat{a}_i^\dagger sur un vide de particule $|-\rangle$

$$\hat{a}_i^\dagger |-\rangle = |i\rangle. \quad (118)$$

Son opérateur Hermitique conjugué est l'opérateur d'annihilation $\hat{a}_i |i\rangle = |-\rangle$. Un opérateur d'annihilation appliqué sur le vide de particule donne zéro

$$\hat{a}_i |-\rangle = 0 \quad \forall i. \quad (119)$$

Cette dernière propriété donne une définition du vide associé aux opérateurs \hat{a}^\dagger et \hat{a} .

Nous considérons un système de Fermions identiques. Dans ce cas, le principe d'exclusion de Pauli implique que l'on ne puisse pas créer deux particules dans le même état $\hat{a}_i^\dagger |i\rangle = 0$. Ces opérateurs obéissent aux relations d'anticommutation

$$\{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger\} = \{\hat{a}_i, \hat{a}_j\} = 0 \quad (120)$$

$$\{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j\} = \delta_{ij} \quad (121)$$

où $\{a, b\} = ab + ba$.

Il peut être utile de changer de base à une particule, et d'exprimer les opérateurs de création et d'annihilation des états de la nouvelle base en fonction de ceux de la base des états $\{|i\rangle\}$. Les deux bases doivent être complètes. Par exemple, le passage dans la base des coordonnées s'écrit

$$\hat{a}(\mathbf{r}s\tau) = \sum_i \varphi_i^{s\tau}(\mathbf{r}) \hat{a}_i \quad (122)$$

$$\hat{a}_i^\dagger(\mathbf{r}s\tau) = \sum_i \varphi_i^{s\tau*}(\mathbf{r}) \hat{a}_i^\dagger. \quad (123)$$

En utilisant la relation de fermeture $\sum_{s\tau} \int d\mathbf{r} |\mathbf{r}s\tau\rangle \langle \mathbf{r}s\tau| = 1$, nous inversons aisément ces relations

$$\hat{a}_i = \sum_{s,\tau} \int d\mathbf{r} \varphi_i^{s\tau*}(\mathbf{r}) \hat{a}(\mathbf{r}s\tau) \quad (124)$$

$$\hat{a}_i^\dagger = \sum_{s,\tau} \int d\mathbf{r} \varphi_i^{s\tau}(\mathbf{r}) \hat{a}^\dagger(\mathbf{r}s\tau). \quad (125)$$

A.2 états à N particules identiques

Notons $|\psi\rangle$ un état à N particules identiques qui, de manière générale, sont corrélées. Les nombres d'occupation d'un état de particules corrélées, par opposition à indépendantes, prennent des valeurs entre 0 et 1. Un état à N particules indépendantes, noté $|\phi\rangle$, s'écrit donc comme un simple produit antisymétrisé de N états à une particule (encore appelé *déterminant de Slater* à cause de la forme spécifique de leur fonction d'onde associée, voir Eq. (140))

$$|\phi\rangle \equiv |\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle = \sqrt{N!} \hat{\mathcal{A}} |1 : \nu_1, 2 : \nu_2, \dots, N : \nu_N\rangle, \quad (126)$$

où $|1 : \alpha, 2 : \beta\rangle$ signifie que la particule 1 est dans l'état $|\alpha\rangle$ et la particule 2 dans l'état $|\beta\rangle$. Le facteur $\sqrt{N!}$ est un facteur de normalisation tandis que l'opérateur d'antisymétrisation s'écrit

$$\hat{\mathcal{A}} = \frac{1}{N!} \sum_{\text{permutation } P} \text{sign}(P) P \quad (127)$$

où $\text{sign}(P) = 1$ (resp. -1) pour un nombre pair (impair) de permutations de particules. Par exemple, l'action de $\hat{\mathcal{A}}$ sur un état à 2 particules s'écrit

$$\hat{\mathcal{A}} |1 : \alpha, 2 : \beta\rangle = \frac{1}{2} (|1 : \alpha, 2 : \beta\rangle - |1 : \beta, 2 : \alpha\rangle). \quad (128)$$

Dans le formalisme de la seconde quantification, un état de particules indépendantes s'écrit simplement

$$|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle = \left(\prod_{i=1}^N \hat{a}_{\nu_i}^\dagger \right) |-\rangle. \quad (129)$$

A.3 théorème de Wick

Le théorème de Wick permet, par exemple, de calculer des valeurs moyennes d'observables pour des états de particules indépendantes. Avant d'énoncer le théorème, nous définissons le terme de *contraction*. Soit \hat{A} et \hat{B} deux opérateurs de création et/ou d'annihilation (ou encore des combinaisons linéaires de ces opérateurs) et $|0\rangle$ leur vide associé. Il peut s'agir d'un vide de particule $|-\rangle$ mais aussi d'un vide HF, noté $|\phi\rangle$, (voir annexe E) ou encore d'un vide HFB (état de quasi-particules indépendantes, voir partie 4.1) par exemple. La contraction $\overline{\hat{A}\hat{B}}$ est alors la valeur moyenne du produit $\hat{A}\hat{B}$ sur ce vide

$$\overline{\hat{A}\hat{B}} = \langle 0 | \hat{A}\hat{B} | 0 \rangle. \quad (130)$$

Le théorème de Wick s'énonce :

La valeur moyenne d'un produit d'opérateurs de création et d'annihilation sur leur vide associé $|0\rangle$ est égale à la somme de tous les produits possibles des contractions de paires de ces opérateurs, chaque produit de contraction étant multiplié par $+$ ou $-$ en fonction de la parité de la permutation requise pour amener ensemble les opérateurs contractés.

Calculons, à titre d'exemple, le recouvrement entre deux états de deux particules indépendantes

$$\langle \phi_{\alpha\beta} | \phi_{\mu\nu} \rangle = \langle - | \hat{a}_\beta \hat{a}_\alpha \hat{a}_\mu^\dagger \hat{a}_\nu^\dagger | - \rangle. \quad (131)$$

Les contractions se calculent simplement et valent $\overline{\hat{a}_i \hat{a}_j} = \overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger} = 0$ et $\overline{\hat{a}_i \hat{a}_j^\dagger} = \langle i | j \rangle$. On obtient alors

$$\langle \phi_{\alpha\beta} | \phi_{\mu\nu} \rangle = \overline{\hat{a}_\beta \hat{a}_\nu^\dagger} \overline{\hat{a}_\alpha \hat{a}_\mu^\dagger} - \overline{\hat{a}_\beta \hat{a}_\mu^\dagger} \overline{\hat{a}_\alpha \hat{a}_\nu^\dagger} = \langle \beta | \nu \rangle \langle \alpha | \mu \rangle - \langle \beta | \mu \rangle \langle \alpha | \nu \rangle. \quad (132)$$

On peut généraliser ce résultat au recouvrement de deux états de N particules indépendantes construits à partir de deux bases orthonormées d'états à une particule différentes $\{|\nu\rangle\}$ et $\{|\alpha\rangle\}$

$$\langle \phi_{\nu_1 \dots \nu_N} | \phi_{\alpha_1 \dots \alpha_N} \rangle = \langle - | \hat{a}_{\nu_N} \dots \hat{a}_{\nu_1} \hat{a}_{\alpha_1}^\dagger \dots \hat{a}_{\alpha_N}^\dagger | - \rangle. \quad (133)$$

Le terme de droite est une valeur moyenne d'opérateurs de création et d'annihilation de particule sur leur vide associé. On peut alors utiliser le théorème de Wick et montrer que le recouvrement précédent s'écrit comme le déterminant de la matrice des contractions, et donc des recouvrements $\langle \nu_j | \alpha_i \rangle$

$$\langle \phi_{\nu_1 \dots \nu_N} | \phi_{\alpha_1 \dots \alpha_N} \rangle = \begin{vmatrix} \overline{\hat{a}_{\nu_1} \hat{a}_{\alpha_1}^\dagger} & \dots & \overline{\hat{a}_{\nu_N} \hat{a}_{\alpha_1}^\dagger} \\ \vdots & & \vdots \\ \overline{\hat{a}_{\nu_1} \hat{a}_{\alpha_N}^\dagger} & \dots & \overline{\hat{a}_{\nu_N} \hat{a}_{\alpha_N}^\dagger} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \langle \nu_1 | \alpha_1 \rangle & \dots & \langle \nu_N | \alpha_1 \rangle \\ \vdots & & \vdots \\ \langle \nu_1 | \alpha_N \rangle & \dots & \langle \nu_N | \alpha_N \rangle \end{vmatrix}. \quad (134)$$

A.4 base des états à N particules

En partant d'une base orthonormée d'états à une particule, il est toujours possible de construire une base orthonormée d'états à N particules indépendantes. Pour le montrer, il suffit d'écrire le recouvrement de deux de ces états. Celui-ci est un cas particulier de l'Eq. (134) où les bases d'états à une particule sont identiques

$$\langle \phi_{\nu_1 \dots \nu_N} | \phi_{\nu'_1 \dots \nu'_N} \rangle = \begin{vmatrix} \delta_{\nu_1 \nu'_1} & \dots & \delta_{\nu_N \nu'_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_{\nu_1 \nu'_N} & \dots & \delta_{\nu_N \nu'_N} \end{vmatrix}. \quad (135)$$

Ce recouvrement vaut ± 1 si $|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle$ et $|\phi_{\nu'_1 \dots \nu'_N}\rangle$ contiennent exactement les mêmes états à une particule occupés, et 0 si au moins un état à une particule est occupé dans un seul des états à N particules. On a donc construit une base orthonormée d'états à N particules indépendantes¹⁶. Nous pouvons aussi montrer qu'une telle base est une base complète des états à N particules, corrélés ou non. En d'autres termes, il est toujours possible d'écrire un état quelconque à N particules comme une somme d'états à N particules indépendantes

$$|\psi\rangle = \sum_{\nu_1 \dots \nu_N} C_{\nu_1 \dots \nu_N} |\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle. \quad (136)$$

A.5 fonction d'onde à N particules

Le théorème de Wick permet aussi d'écrire la fonction d'onde à N particules indépendantes comme un recouvrement d'états de particules indépendantes. Considérons un Slater construit à partir des états de base $|\xi_n\rangle \equiv |\mathbf{r}_n s_n \tau_n\rangle$, où \mathbf{r} est la position, s la projection du spin et τ celle de l'isospin. D'après l'Eq. (126), celui-ci s'écrit

$$|\xi_1 \dots \xi_N\rangle = \sqrt{N!} \hat{\mathcal{A}} |1 : \xi_1 \dots N : \nu_N\rangle. \quad (137)$$

Il s'agit donc d'un état normé et antisymétrisé qui permet d'écrire la fonction d'onde à N particules

$$\psi(\xi_1 \dots \xi_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \langle \xi_1 \dots \xi_N | \psi \rangle \quad (138)$$

¹⁶En toute rigueur, il faut aussi montrer que la base est complète

où nous avons noté $\int d\xi \equiv \sum_{s\tau} \int d\mathbf{r}$. Pour des particules indépendantes, la fonction d'onde devient

$$\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}(\xi_1 \dots \xi_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \langle -|\hat{a}(\xi_N) \dots \hat{a}(\xi_1) \hat{a}_{\nu_1}^\dagger \dots \hat{a}_{\nu_N}^\dagger | - \rangle \quad (139)$$

D'après l'Eq. (134), la fonction d'onde s'écrit alors comme un déterminant de Slater

$$\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}(\xi_1 \dots \xi_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \varphi_{\nu_1}(\xi_1) & \dots & \varphi_{\nu_1}(\xi_N) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{\nu_N}(\xi_1) & \dots & \varphi_{\nu_N}(\xi_N) \end{vmatrix}. \quad (140)$$

Vérifions que cette fonction d'onde est bien normée

$$\begin{aligned} \text{Norm}[\phi] &= \int d\xi_1 \dots d\xi_N \phi_{\nu_1 \dots \nu_N}^*(\xi_1 \dots \xi_N) \phi_{\nu_1 \dots \nu_N}(\xi_1 \dots \xi_N) \\ &= \frac{1}{N!} \int d\xi_1 \dots d\xi_N \begin{vmatrix} \varphi_{\nu_1}^*(\xi_1) & \dots & \varphi_{\nu_1}^*(\xi_N) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{\nu_N}^*(\xi_1) & \dots & \varphi_{\nu_N}^*(\xi_N) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \varphi_{\nu_1}(\xi_1) & \dots & \varphi_{\nu_1}(\xi_N) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{\nu_N}(\xi_1) & \dots & \varphi_{\nu_N}(\xi_N) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (141)$$

En développant les déterminants et en utilisant $\int d\xi \varphi_i^*(\xi) \varphi_j(\xi) = \delta_{ij}$, on obtient

$$\begin{aligned} \text{Norm}[\phi] &= \frac{1}{N!} \int d\xi_1 \dots d\xi_N \sum_{\text{Permutation } P} P\{\varphi_{\nu_1}^*(\xi_1) \varphi_{\nu_1}(\xi_1) \dots \varphi_{\nu_N}^*(\xi_N) \varphi_{\nu_N}(\xi_N)\} \\ &= 1. \end{aligned} \quad (143)$$

Pour trouver une relation de fermeture dans l'espace de Hilbert à N particules, il faut chercher l'opérateur $\hat{1}_N$ tel que $\langle \phi | \hat{1}_N | \phi \rangle = \langle \phi | \phi \rangle = \text{Norm}[\phi]$. En utilisant les Eqs. (138) et (141) ainsi que la base de Slater définie par l'Eq. (137), nous obtenons

$$\hat{1}_N = \frac{1}{N!} \int d\xi_1 \dots d\xi_N |\xi_1 \dots \xi_N\rangle \langle \xi_1 \dots \xi_N|. \quad (144)$$

B Observables à un corps

Les observables à un corps s'écrivent comme une somme d'opérateurs agissant sur les coordonnées de chaque particule i de manière indépendante

$$\hat{F} = \sum_{i=1}^N \hat{f}(i). \quad (145)$$

En seconde quantification, elles s'écrivent

$$\hat{F} = \sum_{ij} \underbrace{\langle i | \hat{f} | j \rangle}_{f_{ij}} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j. \quad (146)$$

En effet, l'action de \hat{F} sur un état de N particules indépendantes donne le même état avec ces deux écritures. En utilisant les Eqs. (145), (126), (128) et en notant que $\hat{f}|j\rangle = \sum_i f_{ij}|i\rangle$, on

obtient

$$\begin{aligned}
\hat{F}|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle &= \sum_{i=1}^N \hat{f}(i) \sqrt{N!} \hat{A} |1 : \nu_1, \dots, N : \nu_N\rangle \\
&= \sum_{i=1}^N \sqrt{N!} \sum_{\mu} f_{\mu\nu_i} \hat{A} |1 : \nu_1, \dots, i : \mu, \dots, N : \nu_N\rangle \\
&= \sum_{i=1}^N \sum_{\mu} f_{\mu\nu_i} \hat{a}_{\nu_1}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_{i-1}}^{\dagger} \hat{a}_{\mu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu_{i+1}}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_N}^{\dagger} |-\rangle.
\end{aligned} \tag{147}$$

L'Eq. (146) donne quant à elle

$$\hat{F}|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle = \sum_{\mu\nu} f_{\mu\nu} \hat{a}_{\mu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu} \hat{a}_{\nu_1}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_N}^{\dagger} |-\rangle \tag{148}$$

Seuls les ν correspondant à un état occupé ν_i vont contribuer à cause de l'Eq. 119

$$\begin{aligned}
\hat{F}|\phi_{\nu_1 \dots \nu_N}\rangle &= \sum_{i=1}^N \sum_{\mu} f_{\mu\nu_i} \hat{a}_{\mu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu_1}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_{i-1}}^{\dagger} (-1)^{i+1} \hat{a}_{\nu_i} \hat{a}_{\nu_i}^{\dagger} \hat{a}_{\nu_{i+1}}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_N}^{\dagger} |-\rangle \\
&= \sum_{i=1}^N \sum_{\mu} f_{\mu\nu_i} \hat{a}_{\nu_1}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_{i-1}}^{\dagger} \hat{a}_{\mu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu_{i+1}}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\nu_N}^{\dagger} |-\rangle
\end{aligned} \tag{149}$$

où nous avons utilisé les Eqs. (120) et (121). On retrouve bien le résultat de l'Eq. (147). Le tableau 2 donne quelques exemples d'observables à un corps fréquemment utilisées lors de la description de la structure et des réactions nucléaires.

C Matrice Densité

La matrice densité d'un état à N particules $|\psi\rangle$ contient toute l'information sur le système (tout comme $|\psi\rangle$) et s'écrit comme un opérateur dans l'espace de Hilbert à N particules $\hat{D} = |\psi\rangle\langle\psi|$ (voir par exemple [Sur95, Abe96, Lac04]). Si nous ne nous intéressons qu'aux observables à M corps ($M \leq N$), alors nous n'avons besoin que de la matrice densité à M -corps de l'état $|\psi\rangle$. Celle-ci s'écrit comme un opérateur dans l'espace de Hilbert à M particules à partir de la matrice densité \hat{D}

$$\hat{\rho}^{(M)} = \frac{N!}{(N-M)!} \text{Tr}_{M+1 \dots N} \hat{D}. \tag{150}$$

Elle peut être aussi représentée par un tenseur dont un élément s'écrit

$$\rho_{\nu_1 \dots \nu_M, \mu_1 \dots \mu_M}^{(M)} = \langle \nu_1 \dots \nu_M | \hat{\rho}^{(M)} | \mu_1 \dots \mu_M \rangle = \langle \psi | \hat{a}_{\mu_M}^{\dagger} \dots \hat{a}_{\mu_1}^{\dagger} \hat{a}_{\nu_1} \dots \hat{a}_{\nu_M} | \psi \rangle. \tag{151}$$

Dans l'espace des coordonnées ($\xi \equiv \{\mathbf{r} \mathbf{s} \tau\}$), nous avons

$$\rho^{(M)}(\xi_1 \dots \xi_M, \xi'_1 \dots \xi'_M) = \frac{N!}{(N-M)!} \int d\xi_{M+1} \dots d\xi_N \psi^*(\xi'_1 \dots \xi'_M \xi_{M+1} \dots \xi_N) \psi(\xi_1 \dots \xi_N). \tag{152}$$

Les autres notations $\rho^{(M)} \equiv \rho_{1 \dots M} \equiv \rho(1 \dots M)$ sont parfois utilisées. Elle contient toute l'information à M -corps du système et sert donc à calculer n'importe quelle observable à M -corps $\hat{O}^{(M)}$

$$\begin{aligned}
\langle \hat{O}^{(M)} \rangle_{\psi} &= \int d\xi_1 \dots d\xi_M d\xi'_1 \dots d\xi'_M \rho^{(M)}(\xi'_1 \dots \xi'_M, \xi_1 \dots \xi_M) O^{(M)}(\xi_1 \dots \xi_M, \xi'_1 \dots \xi'_M) \\
&= \text{Tr}_{1 \dots M} [\rho^{(M)} O^{(M)}].
\end{aligned} \tag{153}$$

observable	écriture standard	écriture en seconde quantification
Position du centre de masse \hat{R}	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{r}}(i)$	$\frac{1}{N} \sum_{s\tau} \int d\mathbf{r} \mathbf{r} \hat{a}^\dagger(\mathbf{r}s\tau) \hat{a}(\mathbf{r}s\tau)$
Impulsion du centre de masse \hat{P}	$\sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{p}}(i)$	$\sum_{s\tau} \int d\mathbf{p} \mathbf{p} \hat{a}^\dagger(\mathbf{p}s\tau) \hat{a}(\mathbf{p}s\tau)$
Nombre de particules \hat{N}	$\sum_i \hat{1}(i)$	$\sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$
Moment monopolaire \hat{Q}_0	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{r}}(i)^2$	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{s\tau} \int d\mathbf{r} r^2 \hat{a}^\dagger(\mathbf{r}s\tau) \hat{a}(\mathbf{r}s\tau)$
Moment quadrupolaire \hat{Q}_{20}	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} \sum_{i=1}^N (2\hat{z}(i) - \hat{x}(i) - \hat{y}(i))$	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} \sum_{s\tau} \int d\mathbf{r} (2z - x - y) \hat{a}^\dagger(\mathbf{r}s\tau) \hat{a}(\mathbf{r}s\tau)$

TAB. 2 – exemples d’observables à un corps.

D Corrélations à deux corps

Lorsque nous calculons une valeur moyenne d’observable à deux corps, par exemple celle du Hamiltonien \hat{H} , on a besoin, en principe, de la matrice densité à deux corps $\rho^{(2)}$ du système (voir annexe C). Celle-ci comporte une partie triviale, non corrélée, qui s’écrit en fonction de la matrice densité à un corps, et une partie corrélée, notée $C^{(2)}$. Les éléments de la matrice densité à deux corps s’écrivent alors

$$\rho_{ijkl}^{(2)} = \langle \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_j \rangle_\psi = \rho_{jl}^{(1)} \rho_{ik}^{(1)} - \rho_{il}^{(1)} \rho_{jk}^{(1)} + C_{ijkl}^{(2)} \quad (154)$$

Les corrélations $C^{(2)}$ sont donc la partie de la matrice densité à deux corps qui ne peut pas se décomposer en un produit d’opérateurs à un corps.

Il est possible d’écrire la matrice densité à deux corps sous la forme

$$\rho_{12} = \rho_1 \rho_2 (1 - P_{12}) + C_{12} \quad (155)$$

où P_{12} représente un opérateur de permutation des indices des particules 1 et 2. Rappelons que les notations $O^{(2)} \equiv O(1, 2) \equiv O_{12}$ sont équivalentes. Notons qu’il est possible de définir des corrélations plus générales, à M -corps, de façon similaire à partir de la densité à M -corps [Lac04].

E Vide Hartree-Fock et de quasi-particule

Un déterminant de Slater est parfois appelé un état de vide HF. L’état $|\phi\rangle$ est en effet un vide pour les opérateurs de création \hat{b}_μ^\dagger et d’annihilation \hat{b}_μ exprimés dans la base des états à

une particule qui ont servi à construire le Slater

$$\hat{b}_\mu^\dagger = (1 - n_\mu) \hat{a}_\mu^\dagger + n_\mu \hat{a}_\mu \quad (156)$$

$$\hat{b}_\mu = (1 - n_\mu) \hat{a}_\mu + n_\mu \hat{a}_\mu^\dagger \quad (157)$$

où $n_\mu = 1$ pour un état occupé (appelé état de *trou*) et 0 pour un état non occupé (état de *particule*). En effet, ces opérateurs obéissent bien aux Eqs. (120) et (121) et $|\phi\rangle$ est bien leur vide associé puisque

$$\hat{b}_\mu |\phi\rangle = 0 \quad \forall \mu. \quad (158)$$

Un Slater est un cas particulier de vide de quasi-particule. Les opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particule s'écrivent en fonction des opérateurs de création et d'annihilation de particule ($\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_i$)

$$\begin{cases} \hat{\beta}_\alpha = \sum_i U_{i\alpha}^* \hat{a}_i + V_{i\alpha}^* \hat{a}_i^\dagger \\ \hat{\beta}_\alpha^\dagger = \sum_i U_{i\alpha} \hat{a}_i^\dagger + V_{i\alpha} \hat{a}_i. \end{cases} \quad (159)$$

où les matrices U et V sont choisies de sorte que les opérateurs de quasi-particule obéissent aux règles d'anticommutation fermioniques (Eqs. (120) et (121)). Le vide associé à ces quasi-particules s'obtient en annihilant toutes les quasi-particules du vide de particule

$$|\psi_{bogo}\rangle = \mathcal{C} \prod_k \hat{\beta}_k |-\rangle \quad (160)$$

où \mathcal{C} est un facteur de normalisation. On voit en particulier que cette expression assure $\hat{\beta}_i |\psi_{bogo}\rangle = 0$.

F Lien entre les corrélations et les états de particules indépendantes

Dans cette annexe nous allons montrer, en appliquant le théorème de Wick, qu'annuler les corrélations $C^{(2)}$ est équivalent à considérer un état de particules indépendantes. En utilisant le fait que le Slater $|\phi\rangle$ est un vide pour les opérateurs \hat{b}_μ (voir annexe E), et en inversant les relations (156) et (157) dans une base quelconque $|i\rangle$

$$\hat{a}_i^\dagger = \sum_\mu \langle \mu | i \rangle \left[n_\mu \hat{b}_\mu + (1 - n_\mu) \hat{b}_\mu^\dagger \right] \quad (161)$$

$$\hat{a}_i = \sum_\mu \langle i | \mu \rangle \left[n_\mu \hat{b}_\mu^\dagger + (1 - n_\mu) \hat{b}_\mu \right] \quad (162)$$

avec $n_\mu = 0$ ou 1, on peut appliquer le théorème de Wick pour calculer les éléments de la matrice densité à deux corps d'un état de particules indépendantes $|\phi\rangle$

$$\rho_{ijkl}^{(2)} = \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_j \rangle_\phi = \overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_k^\dagger} \overline{\hat{a}_i \hat{a}_j} + \overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j} \overline{\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_i} - \overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i} \overline{\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j} \quad (163)$$

où les contractions $\overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j}$ sont prises dans le vide HF $|\phi\rangle$. Ces contractions sont triviales puisque, par définition, $\overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j} = \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle_\phi = \rho_{ji}$ et, en utilisant l'Eq. (119), $\overline{\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger} = \overline{\hat{a}_j \hat{a}_i} = 0$. On obtient finalement l'expression des éléments de la matrice densité à deux corps d'un état de particules indépendantes $|\phi\rangle$

$$\rho_{ijkl}^{(2)} = \rho_{jl}^{(1)} \rho_{ik}^{(1)} - \rho_{il}^{(1)} \rho_{jk}^{(1)} \quad (164)$$

où l'on voit que les corrélations ont disparues. Faire l'approximation de particules indépendantes revient bien à négliger les corrélations $C^{(2)}$ dans la matrice densité à deux corps.

Remarquons enfin que les éléments de la matrice densité à un corps associée à l'état de particules indépendantes $|\phi\rangle$ se calculent aisément en utilisant les Eqs. (161) et (162) dans la base $\{|\mu\rangle\}$ qui a servi à construire $|\phi\rangle$. En rappelant que $\langle\hat{b}_\mu\hat{b}_\nu^\dagger\rangle_\phi = \delta_{\mu\nu}$ et en utilisant l'Eq. (158), nous obtenons

$$\rho_{\nu\mu} = \overline{\hat{a}_\mu^\dagger\hat{a}_\nu} = n_\mu \delta_{\mu\nu} \quad (165)$$

G Évolution en champ moyen avec le théorème de Thouless

Nous supposons tout d'abord que seul $\hat{H}_{CM}[\rho]$ contribue à l'évolution, *i.e.* nous négligeons explicitement l'interaction résiduelle \hat{V}_{res} dans l'Eq. (86). Supposant un état de particules indépendantes $|\phi\rangle$ à t_0 et un petit intervalle de temps dt pendant lequel $\hat{H}_{CM}[\rho]$ peut être considéré comme constant, l'état à $t_0 + dt$ s'écrit

$$|\psi(t_0 + dt)\rangle \simeq \exp\left(\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}[\rho]\right)|\phi\rangle \quad (166)$$

où $\hat{H}_{CM}[\rho] = E[\rho] + \sum_{\beta\alpha} h[\rho]_{\beta\alpha} \hat{a}_\beta^\dagger\hat{a}_\alpha$, et $E[\rho] = \text{Tr}[\rho(t + \frac{1}{2}U[\rho])]$.

D'après le théorème de Thouless [Tho61], une exponentielle d'opérateurs à un corps transforme un déterminant de Slater en un autre Slater. Nous avons en effet

$$\exp\left(\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}(\rho)\right)|\phi\rangle = \Pi_\alpha \hat{a}_{\alpha+d\alpha}^\dagger |-\rangle \quad (167)$$

où les états $|\alpha + d\alpha\rangle \equiv |\alpha(t + dt)\rangle$ sont la nouvelle base d'états à une particule déduite des $|\alpha\rangle$ lors d'une évolution en champ moyen. L'équation (167) se montre en utilisant le fait que $e^{-\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}} = 1$ et $e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}|-\rangle = e^{\frac{dt}{i\hbar}E_0[\rho]}|-\rangle$

$$\begin{aligned} e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}|\phi\rangle &= e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}\Pi_\alpha \hat{a}_\alpha^\dagger |-\rangle \\ &= e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}\hat{a}_{\alpha_1}^\dagger e^{-\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}\hat{a}_{\alpha_2}^\dagger e^{-\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}} \dots e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}\hat{a}_{\alpha_N}^\dagger e^{-\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}e^{\frac{dt}{i\hbar}E_0[\rho]}|-\rangle. \end{aligned}$$

Le facteur de phase global $e^{\frac{dt}{i\hbar}E_0[\rho]}$ n'affecte pas l'état du système. Les opérateurs \hat{a}_α^\dagger se transforment comme $\hat{a}_{\alpha+d\alpha}^\dagger = e^{\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}\hat{a}_\alpha^\dagger e^{-\frac{dt}{i\hbar}\hat{H}_{CM}}$. On montre aisément que les $\hat{a}_{\alpha+d\alpha}$ et $\hat{a}_{\alpha+d\alpha}^\dagger$ obéissent aux relations d'anticommunitation fermioniques (Eqs. (120) et (121)). Ce sont donc des créateurs et des annihilateurs agissant sur le vide de particule $|-\rangle$. L'état $|\psi(t + dt)\rangle$ est donc bien un déterminant de Slater et l'évolution en champ moyen ne sortira pas le système du sous-espace des états de particules indépendantes.

Nous allons voir que pour retrouver l'évolution des états à une particule dans le champ moyen du système, il est utile de réécrire l'action du champ moyen sur $|\phi\rangle$ en utilisant $\hat{a}_\beta^\dagger\hat{a}_\alpha|\phi\rangle = \delta_{\alpha\beta}|\phi\rangle$. Nous obtenons alors

$$\begin{aligned} \hat{H}_{CM}[\rho]|\phi\rangle &= \left(-\frac{1}{2}\text{Tr}(\rho U[\rho]) + \sum_{\beta\alpha} \langle\beta|h[\rho]|\alpha\rangle \hat{a}_\beta^\dagger\hat{a}_\alpha + \sum_{\beta\alpha} \langle\bar{\beta}|h[\rho]|\alpha\rangle \hat{a}_\beta^\dagger\hat{a}_\alpha\right)|\phi\rangle \\ &= \left(-\frac{1}{2}\text{Tr}(\rho U[\rho]) + \sum_{i\alpha} \langle i|h[\rho]|\alpha\rangle \hat{a}_i^\dagger\hat{a}_\alpha\right)|\phi\rangle \quad (168) \end{aligned}$$

où $\{|i\rangle\}$ est une base complète à une particule. La constante $-\frac{1}{2}Tr(\rho U[\rho])$ induit une phase globale et n'influence pas l'évolution à une particule. En utilisant l'expression du champ moyen de l'Eq. (168) et en ne gardant que l'ordre 1 en dt dans l'expression des $\hat{a}_{\alpha+d\alpha}^\dagger$, nous avons

$$\hat{a}_{\alpha+d\alpha}^\dagger = \hat{a}_\alpha^\dagger + \frac{dt}{i\hbar} [\hat{H}_{CM}, \hat{a}_\alpha^\dagger] + o(dt^2) = \hat{a}_\alpha^\dagger + \frac{dt}{i\hbar} \sum_i \hat{a}_i^\dagger \langle i | \hat{h}[\rho] | \alpha \rangle + o(dt^2). \quad (169)$$

L'évolution des états à une particule s'obtient en appliquant l'Eq. (169) sur le vide de particule

$$i\hbar \frac{d|\alpha+d\alpha\rangle - |\alpha\rangle}{dt} = i\hbar \partial_t |\alpha\rangle = \hat{h}[\rho] |\alpha\rangle. \quad (170)$$

Nous retrouvons l'évolution standard en champ moyen. Nous avons ainsi montré que les équations de champ moyen s'obtiennent en négligeant l'interaction résiduelle.

Le fait que nous retrouvons exactement l'évolution TDHF des états à une particule est dû à l'écriture spécifique du Hamiltonien de champ moyen dans l'Eq. (168). Si, par contre, nous gardons l'expression initiale de \hat{H}_{CM} donnée dans l'Eq. (86), alors nous obtenons

$$i\hbar \frac{d|\alpha\rangle}{dt} = (1 - \hat{\rho}) \hat{h}[\rho] |\alpha\rangle. \quad (171)$$

Ces évolutions d'états à une particule diffèrent de l'évolution standard (Eq. (170)) mais contiennent cependant la même information car elles mènent aussi à l'équation TDHF

$$i\hbar \partial_t \hat{\rho} = i\hbar \sum_\alpha [(\partial_t |\alpha\rangle) \langle \alpha| + |\alpha\rangle \langle \partial_t \alpha|] = (1 - \hat{\rho}) \hat{h}[\rho] \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{h}[\rho] (1 - \hat{\rho}) = [\hat{h}[\rho], \hat{\rho}]. \quad (172)$$

Références

- [Abe96] Y. Abe, S. Ayik, P.-G. Reinhard and E. Suraud, Phys. Rep. **275**, 49 (1996).
- [Abr06] V.I. Abrosimov, D.M. Brink, A. Dellafiore and F. Matera, 11th Int. Conf. on Nuclear Reaction Mechanisms, Varenna (Italy); arXiv :nucl-th/0610087 (2006).
- [Ayi80] S. Ayik, Z. Phys. A **298**, 83 (1980).
- [Ayi88] S. Ayik and C. Gregoire, Phys. Lett. B **212**, 269 (1988).
- [Ayi01] S. Ayik and Y. Abe, Phys. Rev. C **64**, 024609 (2001).
- [Ayi04] S. Ayik, D. Lacroix and Ph. Chomaz, Prog. Part. Nucl. Phys. **52**, 497 (2004).
- [Bal98] A.B. Balantekin and N. Takigawa, Rev. Mod. Phys. **70**, 78 (1998).
- [Bal81] R. Balian and M. Veneroni, Ann. Phys. **135**, 270 (1981).
- [Bar57] J. Bardeen, L.N. Cooper and J.R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [Bas77] R. Bass, Phys. Rev. Lett. **39**, 265 (1977).
- [Bas80] R. Bass, *Nuclear Reactions* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- [Ben03] M. Bender, P.-H. Heenen and P.-G. Reinhard, Rev. Mod. Phys. **75**, 121 (2003).
- [Ben07] M. Bender, *Proceedings of the International Les Houches School on "Exotic Nuclei : New Challenges"*, May 7-18 2007, Les Houches, France; to appear in Eur. Phys. J. Special Topics.
- [Bla54] J. S. Blair, Phys. Rev. **95**, 1218 (1954).
- [Bla86] J. Blaizot and G. Ripka, *Quantum Theory Of Finite Systems* (MIT Press, Cambridge, 1986).

- [Blo62] C. Bloch and A. Messiah, Nucl. Phys. **39**, 95 (1962).
- [Bog46] N.N. Bogoliubov, J. Phys. (URSS) **10**, 256 (1946).
- [Bog58] N.N. Bogoliubov, Sov. Phys. JETP **7**, 41 (1958).
- [Boh69] A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* Vol. I, chapter 2 (Benjamin, Reading, MA., 1969)
- [Bon76] P. Bonche, S. Koonin and J. W. Negele, Phys. Rev. C **13**, 1226 (1976).
- [Bon78] P. Bonche, B. Grammaticos and S. Koonin, Phys. Rev. C **17**, 1700 (1978).
- [Bon81] P. Bonche and N. Ngô, Phys. Lett. B **105**, 17 (1981).
- [Bon05] P. Bonche, H. Flocard and P.H. Heenen, Comp. Phys. Com. **171**, 49 (2005).
- [Bor46] H. Born and H.S. Green, Proc. Royl. Soc. **A188**, 10 (1946).
- [Bot90] W. Botermans and R. Malfliet, Phys. Rep. **198**, 115 (1990).
- [Bre02] H.P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford Univ. Press, 2002).
- [Bri05] D.M. Brink and R.A. Broglia, *Nuclear Superfluidity : Pairing in finite systems* (Cambridge Univ. Press, 2005).
- [Bul02a] A. Bulgac and Y. Yu, Phys. Rev. Lett. **88**, 042504 (2002).
- [Bul02b] A. Bulgac, Phys. Rev. C **65**, 051305 (2002).
- [Bul03] A. Bulgac and Y. Yu, Phys. Rev. Lett. **90**, 222501 (2003).
- [Car01] I. Carusotto, Y. Castin and J. Dalibard, Phys. Rev. A **63**, 023606 (2001).
- [Cas90] W. Cassing and U. Mosel, Prog. Part. Nucl. Phys. **25**, 235 (1990).
- [Cha97] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer et R. Schaeffer, Nucl. Phys. A **627**, 710 (1997).
- [Cha98] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer et R. Schaeffer, Nucl. Phys. A **635**, 231 (1998).
- [Cho93] Ph. Chomaz, M. Di Toro and A. Smerzi, Nucl. Phys. A **563**, 509 (1993).
- [Cho04] Ph. Chomaz, M. Colonna and J. Randrup, Phys. Rep. **389**, 263 (2004).
- [Dan84] P. Danielewicz, Ann. Phys. **152**, 305 (1984).
- [Das79] C.H. Dasso *et al.*, Z. Phys. A **289**, 395 (1979).
- [Das98] M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley et A.M. Stefanini, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **48**, 401 (1998).
- [Dav80] K.T.R. Davies, H. Flocard, S. Krieger and M.S. Weiss, Nucl. Phys. A **342**, 111 (1980).
- [Deb92] F.V. De VBlasio *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**,1663 (1992).
- [Dob84] J. Dobaczewski, H. Flocard and J. Treiner, Nucl. Phys. A **422**, 103 (1984).
- [Dob07] J. Dobaczewski, M.V. Stoistov, W. Nazarewicz and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **76**, 054315 (2007).
- [Flo78] H. Flocard, S.E. Koonin and M.S. Weiss, Phys. Rev. C **17**, 1682 (1978).
- [Goe82] *Time-Dependent Hartree-Fock and Beyond*, ed. K. Goeke and P.-G. Reinhard, Lecture Notes in Physics, vol. 171 (1982).
- [Gog75] D. Gogny, *Nuclear Self-Consistent Fields*, ed. G. Ripka and M. Porneuf (North-Holland, Amsterdam, 1975) p. 333.
- [Hag99] K. Hagino, N. Rowley and A.T. Kruppa, Comp. Phys. Comm. **123**, 143 (1999).
- [Has07] Y. Hashimoto and K. Nodeki, arXiv :nucl-th/0707.3083 (2007).

- [Hua62] K. Huang, *Statistical Mechanics*, (Wiley, N.Y., 1962).
- [Iac91] F. Iachello and P. van Isacker, *The Interacting Boson-Fermion Model* (Cambridge Univ. Press, 1991).
- [Jui02] O. Juillet and Ph. Chomaz, Phys. Rev. Lett. **88**, 142503 (2002).
- [Kad62] L.P. Kadanoff and G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (Benjamin, N.Y., 1962).
- [Kha02] E. Khan, N. Sandulescu, M. Grasso and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **66**, 024309 (2002).
- [Kim97] K.-H. Kim, T. Otsuka and P. Bonche, J. Phys. G **23**, 1267 (1997).
- [Kie03] C. Kiefer *et al.*, *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Springer, N.Y., 2003).
- [Kir46] J.G. Kirwood, J. Chem. Phys. **14**, 180 (1946).
- [Koo97] S.E. Koonin, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **47**, 463 (1997).
- [Kue73] O. Kuebler and H.D. Zeh, Ann. Phys. **76**, 405 (1973).
- [Lac99] D. Lacroix, Ph. Chomaz and S. Ayik, Nucl. Phys. A **651**, 369 (1999).
- [Lac01] D. Lacroix, S. Ayik and Ph. Chomaz, Phys. Rev. C **63**, 064305 (2001).
- [Lac02] D. Lacroix, cours de l'école Joliot-Curie (2002).
- [Lac04] D. Lacroix, S. Ayik and Ph. Chomaz, Prog. Part. Nucl. Phys. **52**, 497 (2004).
- [Lac05] D. Lacroix, Phys. Rev. C **71**, 064322 (2005).
- [Lac06a] D. Lacroix, Phys. Rev. C **73**, 044311 (2006).
- [Lac06b] D. Lacroix, nucl-th/0605033 (2006).
- [Lac07] D. Lacroix, Annals Phys. **322**, 2055 (2007).
- [Lev80a] S. Levit, Phys. Rev. C **21**, 1594 (1980).
- [Lev80b] S. Levit, J.W. Negele and Z. Paltiel, Phys. Rev. C **21**, 1603 (1980).
- [Lic76] P.C. Lichtner and J.J. Griffin, Phys. Rev. Lett. **37**, 1521 (1976).
- [Luo99] H.-G. Luo *et al.*, Nucl. Phys. A **652**, 164 (1999).
- [Mes59] A. Messiah, *Mécanique Quantique* (Dunod, 1959).
- [Mey00] J. Meyer, cours de l'école Joliot Curie (2000).
- [Mor99] C.R. Morton *et al.*, Phys. Rev. C **60**, 044608 (1999).
- [Neg82] J.W. Negele, Rev. Mod. Phys. **54**, 913 (1982).
- [Neg88] J.W. Negele and H. Orland, *Quantum Many Particles* (Frontiers in Physics, Addison-Wesley pub. comp., N.Y., 1988).
- [Ohn95] A. Ohnishi and J. Randrup, Phys. Rev. Lett. **75**, 596 (1995).
- [Pet94] A. Peter *et al.*, Nucl. Phys. A **573**, 93 (1994).
- [Rei92a] P.-G. Reinhard and E. Suraud, Ann. Phys. **216**, 98 (1992).
- [Rei92b] P.-G. Reinhard and E. Suraud, Nucl. Phys. A **545**, 59 (1992).
- [Rei94] P.-G. Reinhard and C. Toepffer, Int. J. Mod. Phys. E **3**, 435 (1994).
- [Rei96] P.-G. Reinhard, Y. Abe, S. Ayik and E. Suraud, Phys. Rep. **275**, 49 (1996).
- [Rin80] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag 1980).
- [Row91] N. Rowley, G.R. Satchler and P.H. Stelson, Phys. Lett. B **254**, 25 (1991).
- [Sag97] R.N. Sagaidak *et al.*, in *Proc. of VI International School-Seminar "Heavy Ion Physics"*, Dubna, 1997, ed. Yu. Ts. Oganessian and R. Kalpakchieva (World Scientific, Singapore, 1998), p. 323.

- [Sim01] C. Simenel, Ph. Chomaz and G. de France, Phys. Rev. Lett. **86**, 2971 (2001).
- [Sim03] C. Simenel and Ph. Chomaz, Phys. Rev. C **68**, 024302 (2003).
- [Sim04] C. Simenel, Ph. Chomaz and G. de France, Phys. Rev. Lett. **93**, 102701 (2004).
- [Sim07a] C. Simenel, Ph. Chomaz and G. de France, Phys. Rev. C **76**, 024609 (2007).
- [Sim07b] C. Simenel and B. Avez, Contribution to XIV Nuclear Physics Workshop at Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 26-29 (2007); to appear in Int. J. Phys. E17; nucl-th/0711.0934.
- [Siw05] K. Siwek-Wilczyńska, I. Skwira and J. Wilczyński, Phys. Rev. C **72**, 034605 (2005).
- [Sky56] T. Skyrme, Phil. Mag. **1**, 1043 (1956).
- [Sto07] J.R. Stone and P.-G. Reinhard, Prog. in Part. and Nucl. Phys. **58**, 587 (2007).
- [Sur95] E. Suraud, cours de l'école Joliot-Curie (1995).
- [Tho61] D.J. Thouless, Nucl. Phys. **21**, 225 (1961).
- [Tho62] D.J. Thouless and J.G. Valatin, Nucl. Phys. **31**, 211 (1962).
- [Toh01] M. Tohyama and A.S. Umar, Phys. Lett. B **516**, 415 (2001).
- [Toh02a] M. Tohyama and A.S. Umar, Phys. Lett. B **549**, 72 (2002).
- [Toh02b] M. Tohyama and A.S. Umar, Phys. Rev. C **65**, 037601 (2002).
- [Toh04] M. Tohyama and S. Takahara, Prog. Theor. Phys. **112**, 499 (2004).
- [Tor87] M. Di Toro and V.M. Kolomietz, Z. Phys. A **328**, 285 (1987).
- [Uma06a] A.S. Umar and V.E. Oberacker, Phys. Rev. C **73**, 054607 (2006).
- [Uma06b] A.S. Umar and V.E. Oberacker, Phys. Rev. C **74**, 021601 (2006).
- [Vau72] D. Vautherin and D.M. Brink, Phys. Rev. C **5**, 626 (1972).
- [Vul86] E. Vulgaris *et al.*, Phys. Rev. C **33**, 2017 (1986).
- [Wei81] H.A. Weidenmuller *et al.*, Ann. Phys. **139**, 190 (1981).
- [Won73] C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **31**, 766 (1973).
- [Won78] C.Y. Wong and H.H.K. Tang, Phys. Rev. Lett. **40**, 1070 (1978).
- [Won79] C.Y. Wong and H.H.K. Tang, Phys. Rev. C **20**, 1419 (1979).
- [Zum62] B. Zumino, J. Math. Phys. **3**, 1055 (1962).

Réactions de dissociation: aspects théoriques

Daniel Baye

Physique Quantique, C.P. 165/82, et

Physique Nucléaire Théorique et Physique Mathématique, C.P. 229,

Université Libre de Bruxelles (ULB), B1050 Brussels, Belgium

Résumé

Les réactions de dissociation sont un des principaux outils pour l'étude de noyaux de courte durée de vie. En particulier, la dissociation coulombienne permet d'obtenir des informations sur les propriétés spectroscopiques des noyaux à halo et sur les facteurs astrophysiques de réactions de capture radiative. Les études les plus simples sont basées sur la théorie des perturbations et en particulier sur son premier ordre. Cependant, la validité de l'approximation du premier ordre peut être limitée pour des systèmes étendus comme les noyaux à halo et ses conditions ne sont pas toujours satisfaites dans les expériences existantes. Des modèles plus élaborés sont disponibles: résolution de l'équation de Schrödinger semi-classique dépendant du temps, approximations eikonale et eikonale dynamique, méthode des voies couplées avec un continu discrétisé (CDCC). Ces méthodes sont passées en revue et résumées. Leur intérêt et leurs limitations sont discutés. Les dissociations du ^{11}Be et du ^8B sont traitées comme exemples de ces diverses approximations.

Abstract

Breakup reactions are one of the main tools for the study of exotic nuclei. In particular, Coulomb breakup is expected to provide information on spectroscopic properties of halo nuclei and on astrophysical S factors for radiative-capture reactions. The simplest studies are based on perturbation theory and especially on its first order. However the validity of the first-order approximation may be limited for extended systems such as halo nuclei and its conditions are not always satisfied in existing experiments. More elaborate reaction models are available: resolution of the semi-classical time-dependent Schrödinger equation, eikonal and dynamical eikonal approximations, method of coupled discretized-continuum channels (CDCC). These methods are reviewed and summarized. Their interest and limitations are discussed. The ^{11}Be and ^8B breakups are treated as examples of the various approximations.

1 Introduction

The short lifetime of exotic nuclei does not allow many techniques of analysis. One possibility is to study their decay products. Another possibility compatible with their in-flight production is to collide them with some target nucleus [1-4]. Because of their fragility due to low binding energies, one of the main decay channels is usually the breakup channel. Breakup is a dissociation of the projectile into two or more fragments caused by the interaction with the target nucleus. Here we are interested in breakup processes where the target state remains unchanged (also called elastic breakup or diffractive breakup [5]).

The goal of such experiments is to deduce properties of the projectile initial bound state from the measurement of fragment distributions. Indeed, during the collision process forces act differently on the constituents of the projectile if it displays some amount of clusterization, i.e. if it can be considered as containing subentities grouping several nucleons. The distribution of emitted fragments provides information on this cluster structure of the projectile. However final-state interactions, i.e. interactions between the fragments after the breakup has occurred, may make the interpretation unclear.

An important particular case is Coulomb breakup where the collision can be considered as distant enough so that the nuclear interactions between projectile and target can be neglected. This can be realized for the breakup in the Coulomb field of a heavy nucleus when the scattering angles are small enough. This process is particularly interesting because it provides information on the electromagnetic transition properties of the projectile into the continuum. Moreover Coulomb breakup provides an indirect technique of measurement of cross sections for radiative-capture reactions of astrophysical interest [6, 7].

The analysis of experimental data on breakup reactions inevitably requires the use of some theoretical model [8]. The theoretical description of breakup is difficult because it is a many-body problem in the continuum, both for the initial and final states. Even the simplest case that we study in the following involves three particles in the final channel and thus requires solving a three-body Schrödinger equation in the continuum in the presence of Coulomb forces. This problem thus also requires approximations in the treatment of the reaction mechanism. The aim of the present review is to describe and discuss some of the most efficient reaction descriptions applied in breakup models.

In section 2, we recall some basics of two-body scattering theory and present the three-body model on which various approximate reaction descriptions will be applied. Section 3 is devoted to semi-classical approximations. Purely quantal approximations are described in section 4. Finally, section 5 contains concluding comments.

This text is adapted from Ref. [9].

2 Three-body breakup model

2.1 Two-body bound and scattering states of the projectile

In breakup reactions of loosely bound systems, the projectile is usually broken into very specific fragments. One can consider that a cluster structure preexists dominantly in the projectile. Such a structure may be described in a microscopic way where

all nucleons are taken into account. However, most present breakup calculations are based on a much simpler description where the internal structure of the fragments is neglected. Internal effects are simulated by the phenomenological interactions between the clusters. The probability of the considered cluster structure in the ground-state wave function of the projectile is simulated by a phenomenological multiplicative factor called *spectroscopic factor*.

Here we assume that the projectile P is made of two structureless clusters. Its two components will be called the core (c) with mass m_c and charge $Z_c e$ and fragment (f) with mass m_f and charge $Z_f e$. The internal structure of P can thus be described by the two-body effective potential acting between these clusters. After separation of the centre-of-mass motion, its Hamiltonian for the internal motion reads

$$H_0 = \frac{p^2}{2\mu_{cf}} + V_{cf}(r), \quad (2.1)$$

where \mathbf{r} and \mathbf{p} are the relative coordinate and momentum and $\mu_{cf} = m_c m_f / m_P$ is the core-fragment reduced mass ($m_P = m_c + m_f$). The real effective potential V_{cf} between core and fragment may depend on the orbital momentum of the relative motion and may contain spin-orbit terms. In the following, we do not consider spin-orbit effects for simplicity.

At negative energies $E_{nl} < 0$, bound-state wave functions ϕ_{nlm} verify

$$H_0 \phi_{nlm}(\mathbf{r}) = E_{nl} \phi_{nlm}(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

where n is the radial quantum number, l is the orbital momentum and m is its projection. They satisfy the orthonormality property

$$\langle \phi_{nlm} | \phi_{n'l'm'} \rangle = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (2.3)$$

In spherical coordinates, they factorize as

$$\phi_{nlm}(\mathbf{r}) = r^{-1} Y_l^m(\Omega) u_{nl}(r) \quad (2.4)$$

where $\Omega = (\theta, \varphi)$ represents the angular variables. The radial wave functions u_{nl} decrease asymptotically as

$$u_{nl}(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} N_{nl} \exp(-\kappa_{nl} r) \quad (2.5)$$

where $\kappa_{nl} = \sqrt{2\mu_{cf}|E_{nl}|}/\hbar$ and N_{nl} is the asymptotic normalization constant (ANC).

At positive energies $E > 0$, scattering wave functions ϕ_{klm} for a given partial wave l verify

$$H_0 \phi_{klm}(\mathbf{r}) = E \phi_{klm}(\mathbf{r}) \quad (2.6)$$

where the wavenumber k is given by $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu_{cf}$. Scattering states are not square-integrable but their normalization can be fixed in different ways. Here we choose a wavenumber normalization defined by

$$\langle \phi_{klm} | \phi_{k'l'm'} \rangle = \delta(k - k') \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (2.7)$$

These states are orthogonal for $k \neq k'$ and their normalization is fixed by a Dirac delta function of $k - k'$. They are orthogonal to the bound states, $\langle \phi_{klm} | \phi_{n'l'm'} \rangle = 0$. Together with the bound states, the partial-wave scattering wave functions verify the closure relation

$$\sum_{nlm} |\phi_{nlm}\rangle \langle \phi_{nlm}| + \sum_{lm} \int_0^\infty |\phi_{klm}\rangle \langle \phi_{klm}| dk = 1. \quad (2.8)$$

Partial scattering waves can be factorized as [10]

$$\phi_{klm}(\mathbf{r}) = r^{-1} Y_l^m(\Omega) u_{kl}(r). \quad (2.9)$$

The radial functions u_{kl} are real bounded solutions of the differential equations

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu_{cf} V_{cf}(r)}{\hbar^2} + k^2 \right) u_{kl}(r) = 0 \quad (2.10)$$

with the initial condition $u_{kl}(0) = 0$. Except for a normalization factor, these solutions are unique at given energy. With (2.7), this factor is fixed by

$$\int_0^\infty u_{kl}(r) u_{k'l}(r) dr = \delta(k - k'). \quad (2.11)$$

The asymptotic behaviour of the radial scattering waves is

$$u_{kl}(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} [\cos \delta_l F_l(\eta, kr) + \sin \delta_l G_l(\eta, kr)] \quad (2.12)$$

$$\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi - \eta \ln 2kr + \sigma_l + \delta_l) \quad (2.13)$$

where F_l and G_l are the regular and irregular Coulomb functions [11] depending on the Sommerfeld parameter $\eta = Z_c Z_f e^2 / \hbar v_{cf}$ (v_{cf} is the core-fragment relative velocity). The energy-dependent phase shift δ_l is due to the effect of potential V_{cf} . At very large distances, the oscillatory behaviour (2.13) of the radial wave function is distorted by the long-range Coulomb force through the varying phase $-\eta \ln 2kr$ and the Coulomb phase shift $\sigma_l = \arg \Gamma(l + 1 + i\eta)$. These corrections vanish when the fragment is a neutron ($Z_f = 0$).

Collision theory requires other types of states, known as the *stationary scattering states* [10], which are also bounded solutions of the Schrödinger equation at energy E ,

$$H_0 \phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = E \phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r}). \quad (2.14)$$

The outgoing stationary scattering states $\phi_{\mathbf{k}}^{(+)}$ present the asymptotic behaviour

$$\phi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (2\pi)^{-3/2} \left(e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \dots)} + f_{\mathbf{k}}(\Omega) \frac{e^{i(kr + \dots)}}{r} \right) \quad (2.15)$$

involving a Coulomb-distorted plane wave corresponding to the initial wavevector \mathbf{k} and an outgoing spherical wave. The dots recall the possible existence of logarithmic

Coulomb terms. The coefficient f_k modulating the outgoing wave is the *scattering amplitude* at energy E which provides the elastic cross section

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_k(\Omega)|^2. \quad (2.16)$$

The ingoing stationary scattering states $\phi_{\mathbf{k}}^{(-)}$ are obtained from the outgoing ones by the time reversal operation

$$\phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) = \left(\phi_{-\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r})\right)^*. \quad (2.17)$$

They thus display the asymptotic behaviour

$$\phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (2\pi)^{-3/2} \left(e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \dots)} + f_k^*(\Omega) \frac{e^{-i(kr + \dots)}}{r} \right) \quad (2.18)$$

characterized by an ingoing spherical wave and a plane wave representing a final motion in direction \mathbf{k} . While $\phi_{\mathbf{k}}^{(+)}$ is associated with initial scattering states, $\phi_{\mathbf{k}}^{(-)}$ will be useful to describe final breakup states. Both types of states satisfy the orthogonality and normalization properties

$$\langle \phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)} | \phi_{\mathbf{k}'}^{(\pm)} \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (2.19)$$

with a normalization imposing the factor $(2\pi)^{-3/2}$ in Eqs. (2.15) and (2.18). These states also satisfy closure relations together with the bound states,

$$\sum_{nlm} |\phi_{nlm}\rangle \langle \phi_{nlm}| + \int |\phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}\rangle \langle \phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}| d\mathbf{k} = 1. \quad (2.20)$$

The stationary scattering states can not easily be constructed explicitly. It is thus convenient to expand them in partial waves. Since they are solutions of the same equation at the same energy, they can be expressed as a function of the ϕ_{klm} defined with (2.6) and (2.7) according to

$$\phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = k^{-1} \sum_{lm} i^l Y_l^{m*}(\Omega_k) e^{\pm i(\sigma_l + \delta_l)} \phi_{klm}(\mathbf{r}) \quad (2.21)$$

where Ω_k is the direction of \mathbf{k} . Partial waves of $\phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}$ can be defined as

$$\phi_{klm}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = k \int Y_l^m(\Omega_k) \phi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = i^l e^{\pm i(\sigma_l + \delta_l)} \phi_{klm}(\mathbf{r}). \quad (2.22)$$

Their radial parts only differ from the real solutions u_{kl} of Eq. (2.10) by a phase factor,

$$u_{kl}^{(\pm)}(r) = i^l e^{\pm i(\sigma_l + \delta_l)} u_{kl}(r). \quad (2.23)$$

2.2 Three-body Schrödinger equation

The breakup description will take place in a simple three-body model involving three structureless particles. The projectile P described with the two-body model of section

2.1 collides a pointlike target T with mass m_T and charge $Z_T e$. The Hamiltonian of this three-body model reads

$$H = \frac{p_f^2}{2m_f} + \frac{p_c^2}{2m_c} + \frac{p_T^2}{2m_T} + V_{cf} + V_{fT} + V_{cT} \quad (2.24)$$

where \mathbf{p}_i is the momentum of particle i and V_{ij} is some interaction between particles i and j . This equation can describe elastic and inelastic scatterings and breakup but can not describe many other processes such as excitation of the core or target. In order to simulate some effects of these missing channels, the core-target interaction V_{cT} and the fragment-target interaction V_{fT} are chosen as complex optical potentials [12]. The imaginary parts of these potentials simulate the disparition of flux from the initial channel.

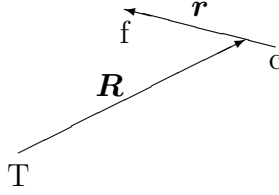


Figure 1: Jacobi coordinates.

In order to solve Eq. (2.24), it is convenient to introduce Jacobi coordinates (see Fig. 1) and their conjugate momenta [13]. In addition to the centre-of-mass coordinate \mathbf{R}_{cm} and the total momentum \mathbf{P}_{cm} , one defines the internal projectile coordinate and momentum

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_c, \quad \mathbf{p} = \frac{m_c \mathbf{p}_f - m_f \mathbf{p}_c}{m_P} \quad (2.25)$$

and the projectile-target relative coordinate and momentum

$$\mathbf{R} = \frac{m_f \mathbf{r}_f + m_c \mathbf{r}_c}{m_P} - \mathbf{r}_T, \quad \mathbf{P} = \frac{m_T (\mathbf{p}_f + \mathbf{p}_c) - m_P \mathbf{p}_T}{m_P + m_T}. \quad (2.26)$$

The corresponding orbital momenta $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ and $\mathbf{L} = \mathbf{R} \times \mathbf{P}$ allow writing the total internal orbital momentum of the three-body system as

$$\mathbf{J} = \mathbf{l} + \mathbf{L}. \quad (2.27)$$

If spins were taken into account, the total angular momentum would be obtained by coupling the total internal orbital momentum with the total spin.

After separation of the centre-of-mass motion, the three-body Schrödinger equation becomes

$$\left(\frac{P^2}{2\mu_{PT}} + H_0 + V_{PT}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right) \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = E_{\text{tot}} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \quad (2.28)$$

where μ_{PT} is the projectile-target reduced mass and the projectile-target potential is given by

$$V_{PT}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = V_{cT} \left(\mathbf{R} - \frac{m_f}{m_P} \mathbf{r} \right) + V_{fT} \left(\mathbf{R} + \frac{m_c}{m_P} \mathbf{r} \right). \quad (2.29)$$

The main problem is to approximately solve Eq. (2.28) in the continuum.

3 Semi-classical approximation

3.1 Time-dependent Schrödinger equation

The semi-classical approximation consists in a quantal description of the internal motion in the projectile and a classical description of the projectile-target relative motion [14]. The reference frame can conveniently be chosen at the centre of mass of the projectile. A trajectory $\mathbf{R}(t)$ with an impact parameter b and an initial velocity v is selected to describe the target motion with respect to the projectile. In order that the notion of trajectory be valid, the reduced de Broglie wavelength $\hbar/P = 1/K$ must be small with respect to the impact parameter, i.e., $Kb \gg 1$. Since energy is conserved on this trajectory, excitation energies of the projectile should be negligible with respect to the projectile energy. Because the nuclear interaction is complex in an optical potential, its effect is usually not taken into account in the choice of a trajectory. The trajectory is thus in general a Rutherford hyperbola due to Coulomb effects only (see Appendix A), or even a straight line if only small scattering angles are considered.

The target motion induces a time-dependent potential acting on the projectile [15-26]. If $\mathbf{R}(t)$ represents the trajectory of the target with respect to the projectile, the evolution of the system is given by the time-dependent Schrödinger equation

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\mathbf{r}, t) = [H_0 + V(\mathbf{r}, t)]\Psi(\mathbf{r}, t) \quad (3.1)$$

where the time-dependent potential V is defined by

$$V(\mathbf{r}, t) = V_{PT}(\mathbf{R}(t), \mathbf{r}) - \frac{(Z_c + Z_f)Z_T e^2}{R(t)}. \quad (3.2)$$

The last term in this expression compensates the fact that the particle follows a Coulomb trajectory and that a Coulomb potential is already included in the trajectory definition. As it does not depend on \mathbf{r} , its effect is just modifying the phase of the wave function. It can thus be included or omitted without modifying the physical results. The solution of Eq. (3.1) can be formally written as

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = U(t, t_0)\Psi(\mathbf{r}, t_0) \quad (3.3)$$

where U is the evolution operator from t_0 to t . Operator U is unitary if V is real. The initial condition is fixed by

$$\Psi(\mathbf{r}, t_0) \xrightarrow[t_0 \rightarrow -\infty]{} e^{-iE_0 t_0/\hbar}\phi_0(\mathbf{r}) \quad (3.4)$$

where ϕ_0 is the ground-state wave function of H_0 and the phase factor arises from Eq. (3.1) when V is negligible. The physics of the reaction is deduced from the wave function at $+\infty$.

3.2 Cross sections

Here and in the following, we assume for simplicity that the system has a single bound state. The probability that the system remains in its ground state with wave function ϕ_0 is

$$P_0 = |\langle\phi_0|\Psi(+\infty)\rangle|^2 \quad (3.5)$$

Hence, the elastic cross section is given by

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_R}{d\Omega} P_0(b) \quad (3.6)$$

where the Rutherford cross section

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = |f_C(\Omega)|^2 = \frac{\eta^2}{4k^2 \sin^4 \frac{1}{2}\theta} \quad (3.7)$$

is obtained from the Coulomb scattering amplitude f_C [Eq. (4.27)]. To make sense, Eq. (3.6) must be complemented by a relation between the scattering angle θ and the impact parameter b , such as relation $b = a \cot \frac{1}{2}\theta$ valid for a Coulomb trajectory, where $a = \eta/k$ is half the distance of closest approach in head-on collisions (see Appendix A).

The breakup momentum distribution is given by

$$\frac{dP}{d\mathbf{k}} = \left| \langle \phi_{\mathbf{k}}^{(-)} | \Psi(+\infty) \rangle \right|^2 \quad (3.8)$$

where $\phi_{\mathbf{k}}^{(-)}$ is a solution of the Schrödinger equation (2.14) with asymptotic behaviour defined by (2.18). The corresponding cross section reads

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}} = 2\pi \int_0^\infty b db \frac{dP}{d\mathbf{k}}. \quad (3.9)$$

The total probability is obtained from the closure relation (2.20) as

$$P_0 + \int \frac{dP}{d\mathbf{k}} d\mathbf{k} = \langle \Psi(+\infty) | \Psi(+\infty) \rangle. \quad (3.10)$$

If all potentials are real, these probabilities sum up to one. Because of absorption in V_{cT} and V_{fT} , the norm of $\Psi(+\infty)$ and thus the sum are smaller than unity.

Expression (3.8) can be expanded in partial waves with (2.21) as

$$\frac{dP}{d\mathbf{k}} = k^{-2} \left| \sum_{lm} (-i)^l Y_l^m(\Omega_k) e^{i(\sigma_l + \delta_l)} \langle \phi_{klm} | \Psi(+\infty) \rangle \right|^2 \quad (3.11)$$

where ϕ_{klm} is defined by (2.9). After integration over the direction Ω_k of emission of the fragments, one obtains the momentum distribution

$$\frac{dP}{dk} = k^2 \int d\Omega_k \frac{dP}{d\mathbf{k}} = \sum_{lm} |\langle \phi_{klm} | \Psi(+\infty) \rangle|^2. \quad (3.12)$$

The energy distribution then reads

$$\frac{dP}{dE} = \left(\frac{dE}{dk} \right)^{-1} \frac{dP}{dk} = \frac{1}{\hbar v_{cf}} \sum_{lm} |\langle \phi_{klm} | \Psi(+\infty) \rangle|^2 \quad (3.13)$$

where v_{cf} is the relative velocity between core and fragment. Eq. (3.13) leads to the differential cross section with respect to the energy of the relative motion between the projectile fragments

$$\frac{d\sigma}{dE} = 2\pi \int_0^\infty b db \frac{dP}{dE}. \quad (3.14)$$

3.3 First-order perturbation theory

The time-dependent Schrödinger equation (TDSE) reads

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi(t) = [H_0 + V(t)] \Psi(t). \quad (3.15)$$

If the potential is small enough, the first-order perturbation approximation $\Psi^{(1)}(t)$ of the wave function is obtained by replacing $\Psi(t)$ in the right-hand side of (3.15) by $\Psi(-\infty) = e^{-iH_0 t/\hbar} \phi_0$ [Eq. (3.4)]. By projecting on $|\phi_{klm}\rangle$, one obtains

$$e^{iEt/\hbar} \langle \phi_{klm} | \Psi^{(1)}(+\infty) \rangle = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \langle \phi_{klm} | V(t) | \phi_0 \rangle dt, \quad (3.16)$$

with the Bohr frequency $\omega = (E - E_0)/\hbar$. This approximation can be used in the probability distribution (3.13) and the cross section (3.14).

3.4 Coulomb breakup at first order

In the important particular case of Coulomb breakup, potential (3.2) reads

$$V^C(\mathbf{r}, t) = \frac{Z_c Z_T e^2}{|\mathbf{R}(t) - \frac{m_f}{m_P} \mathbf{r}|} + \frac{Z_f Z_T e^2}{|\mathbf{R}(t) + \frac{m_c}{m_P} \mathbf{r}|} - \frac{(Z_c + Z_f) Z_T e^2}{R(t)}. \quad (3.17)$$

With the von Neuman expansion

$$\frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{r_{<}^{\lambda}}{r_{>}^{\lambda+1}} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} Y_{\lambda}^{\mu*}(\Omega') Y_{\lambda}^{\mu}(\Omega), \quad (3.18)$$

where $r_{>} = \max(r, r')$, $r_{<} = \min(r, r')$, and the far-field approximation $R > r$, one obtains

$$V^C(\mathbf{r}, t) \approx Z_T e \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{Y_{\lambda}^{\mu*}(\Omega_R)}{R^{\lambda+1}} \mathcal{M}_{\mu}^{(E\lambda)}. \quad (3.19)$$

The electric multipole operators

$$\mathcal{M}_{\mu}^{(E\lambda)} = Z_{\text{eff}}^{(E\lambda)} e r^{\lambda} Y_{\lambda}^{\mu}(\Omega) \quad (3.20)$$

involve the effective charges

$$Z_{\text{eff}}^{(E\lambda)} = Z_c \left(\frac{m_f}{m_P} \right)^{\lambda} + Z_f \left(-\frac{m_c}{m_P} \right)^{\lambda}. \quad (3.21)$$

Effective charges are useful to estimate the importance of the role of the various multipoles. When the fragment is a neutron ($Z_f = 0$), the E2 component is small. For example, for the breakup of ^{11}Be into $^{10}\text{Be} + \text{n}$, the E1 charge is $4/11 \approx 0.36$ and the E2 charge is $4/121 \approx 0.03$. The situation is quite different when the fragment is a proton ($Z_f = 1$). For the breakup of ^8B into $^7\text{Be} + \text{p}$, the E1 charge is $3/8 \approx 0.38$ but the E2 charge is larger, $53/64 \approx 0.83$.

The scalar products (3.16) become up to an irrelevant phase factor

$$\langle \phi_{klm} | \Psi^{(1)}(+\infty) \rangle \approx \frac{Z_T e}{i\hbar} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \langle \phi_{klm} | \mathcal{M}_{\mu}^{(E\lambda)} | \phi_0 \rangle I_{\lambda\mu} \quad (3.22)$$

with the integrals over time,

$$I_{\lambda\mu} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \frac{Y_{\lambda}^{\mu*}[\Omega_R(t)]}{R(t)^{\lambda+1}} dt. \quad (3.23)$$

For a straight-line trajectory $\mathbf{R}(t) = \mathbf{v}t + \mathbf{b}$, their analytical expression is given from Eq. (15) of Ref. [27] as

$$I_{\lambda\mu} = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{\pi}} \frac{i^{\lambda+\mu}}{\sqrt{(\lambda+\mu)!(\lambda-\mu)!}} \left(\frac{\omega}{v}\right)^{\lambda} K_{|\mu|} \left(\frac{\omega b}{v}\right) \quad (3.24)$$

which involves a Hankel function $K_n(x)$ [11].

For simplicity, we now assume $l_0 = 0$ and denote the radial wave function of the ground state as u_0 . Selection rules in (3.22) then provide $\lambda = l$ and $\mu = m$. Let us define the dipole strength ($\lambda = 1$) as

$$\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{1}{\hbar v_{cf}} \sum_m |\langle \phi_{k1m} | \mathcal{M}_m^{(E1)} | \phi_0 \rangle|^2 = \frac{3(Z_{\text{eff}}^{(E1)} e)^2}{4\pi \hbar v_{cf}} \left| \int_0^{\infty} u_{k1}(r) r u_0(r) dr \right|^2. \quad (3.25)$$

With (3.24), the probability distribution (3.13) of dipole breakup of the projectile P into core c and fragment f reads at first order

$$\frac{dP^{(1)}(E1)}{dE} = \frac{16\pi}{9} \left(\frac{Z_T e}{\hbar v}\right)^2 \left(\frac{\omega}{v}\right)^2 [K_0(x)^2 + K_1(x)^2] \frac{dB(E1)}{dE} \quad (3.26)$$

where $x = \omega b/v$. The electric dipole breakup cross section is given by

$$\frac{d\sigma^{(1)}(E1)}{dE} = 2\pi \int_{b_{\min}}^{\infty} b db \frac{dP^{(1)}(E1)}{dE}, \quad (3.27)$$

where the smallest impact parameter b_{\min} corresponds to the maximum scattering angle in the experiment. With the integral

$$\int x K_n^2(x) dx = \frac{1}{2} x^2 [K_n^2(x) - K_{n-1}(x) K_{n+1}(x)] \quad (3.28)$$

and recurrence relations [11], it can be written as

$$\frac{d\sigma^{(1)}(E1)}{dE} = \frac{32\pi^2}{9} \left(\frac{Z_T e}{\hbar v}\right)^2 x_{\min} K_0(x_{\min}) K_1(x_{\min}) \frac{dB(E1)}{dE} \quad (3.29)$$

with $x_{\min} = \omega b_{\min}/v$. When the first-order perturbation and far-field approximations are valid, a measurement of the breakup cross section provides the electric dipole strength which in turn provides the cross section for the radiative-capture process $c(f, \gamma)P$ [6]

$$\sigma_{\gamma}(E1) \propto \frac{dB(E1)}{dE} \quad (3.30)$$

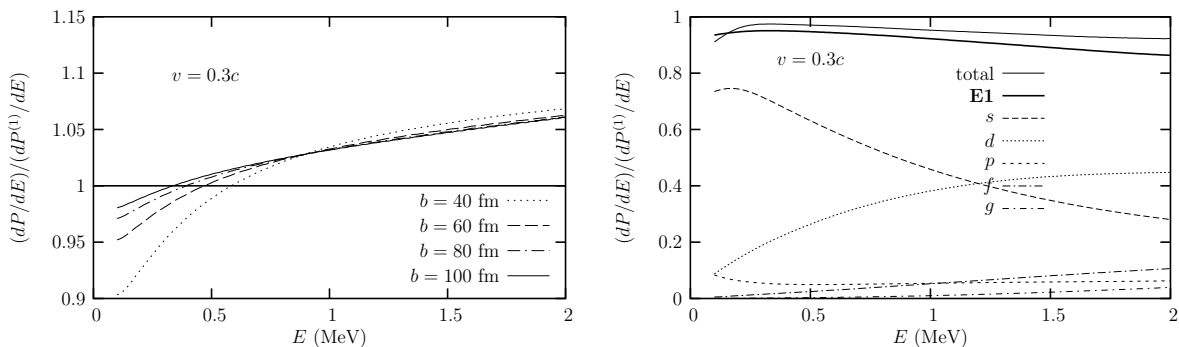


Figure 2: Accuracy of first-order perturbation theory for ^{11}Be breakup in the left panel and ^8B breakup in the right panel (adapted from Ref. [30]).

(see Refs. [28, 29] for a detailed expression of σ_γ). The validity of the simple first-order approximation is however limited, even at large impact parameters as shown by Fig. 2.

In Fig. 3 are shown ratios of breakup probability distributions calculated by solving the time-dependent Schrödinger equation (see section 3.5) to the corresponding first-order quantities at large impact parameters [30]. The ^{11}Be breakup is presented in the left panel. One observes that even at very large impact parameters, the first-order E1 approximation does not reproduce the time-dependent results. The accuracy is about 5 %. Moreover the energy dependence is different. For the ^8B breakup presented in the right panel, the first-order result contains both E1 and E2 components. The ratio is always smaller than unity.

A simple analytical approximation exists for the dipole strength of a bound neutron [13, 31]. Let us use it to illustrate a technique of determination of the spectroscopic factor S . The scattering wave ϕ_{klm} is approximated by a partial wave $k\sqrt{2/\pi}j_l(kr)Y_l^m(\Omega)$ of a plane wave and the initial ground-state wave function ϕ_0 by its asymptotic behaviour $N_0r^{-1}e^{-\kappa_0r}Y_0^0(\Omega)$ [Eq. (2.5)]. A simple integration in (3.25) using $j_1 = -j_0'$ leads to

$$\frac{dB(\text{E1})}{dE} = \frac{3}{\pi^2}(Z_{\text{eff}}^{(\text{E1})}e)^2 \frac{\hbar^2}{\mu_{cf}E_0^2} \frac{SN_0^2}{2\kappa_0} f\left(\frac{E}{|E_0|}\right) \quad (3.31)$$

where a spectroscopic factor S is introduced as explained in section 2.1 to simulate the fact that the projectile does not have a pure core-neutron structure. Function f is given by

$$f(x) = \frac{x^{3/2}}{(x+1)^4}. \quad (3.32)$$

It has a maximum at $x = 3/5$ so that, according to this simple model, the dipole strength can be expected to be maximum near $E = 3|E_0|/5$. The shapes of the dipole strength and of the breakup cross section are thus very sensitive to the value of the ground-state energy for weakly bound systems.

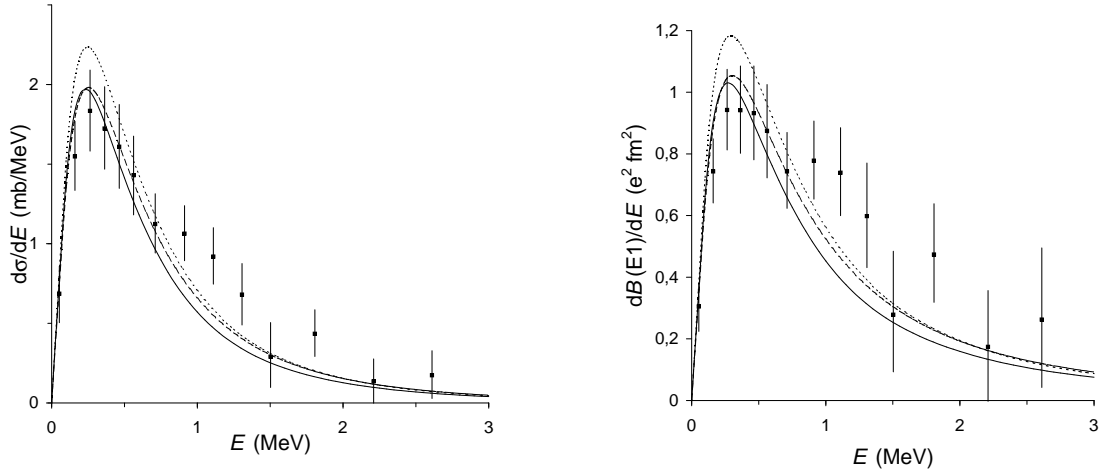


Figure 3: Breakup cross section (left, $b_{\min} = 13$ fm) and E1 strength (right) for the ^{11}Be breakup on ^{208}Pb at 72 MeV/nucleon obtained with Saxon-Woods potentials of Ref. [26] without spin-orbit term (full lines) and of Ref. [33] (dotted lines) and with Eq. (3.31) (dashed lines). Experimental data from Ref. [32].

As an example, we consider the ^{11}Be breakup. The ^{11}Be one-neutron halo nucleus possesses two weakly bound states: a $1/2^+$ ($l = 0$) ground state with a neutron separation energy $S_n = 0.503$ MeV and a $1/2^-$ ($l = 1$) excited state with $S_n = 0.183$ MeV. In Fig. 3, the maximum of the experimental E1 strength of Ref. [32] is located near 0.3 MeV, as expected from the simple model (3.31). Let us now describe and discuss the determination of the spectroscopic factor performed in Ref. [32]. In Ref. [32], the ANC in Eq. (3.31) is deduced from the ground-state wave function in a square well with radius 4 fm, which provides $N_0 = 0.783 \text{ fm}^{-1/2}$. As shown by the dashed curves in Fig. 3, a fit of the RIKEN data leads to $S \approx 1$ [32]. However, expression (3.31) should be replaced by a more realistic calculation involving a potential. Let us use Saxon-Woods potentials to calculate the radial wave functions appearing in (3.25). The potential of Ref. [26] (adapted from Ref. [20]) reproduces the two bound states of ^{11}Be . Here we neglect the spin-orbit term for simplicity. The potential $-V_0/[1 + \exp((r - 2.669)/0.6)]$ with $V_0 = 59.5$ MeV for $l = 0$ and 40.5 MeV for $l > 0$ provides the full curves in Fig. 3 which are very close to the dashed curves. With this potential, the ANC is $0.837 \text{ fm}^{-1/2}$ and the spectroscopic factor is also close to one. However if one uses the potential $-59.05/[1 + \exp((r - 2.75)/0.62)]$ of Ref. [33] which only reproduces the ground-state energy, the results (dotted lines) are rather different in spite of a similar ANC of $0.845 \text{ fm}^{-1/2}$. The deduced spectroscopic factor (≈ 0.8) is then smaller with such a potential. The ‘measured’ spectroscopic factor is thus sensitive to the potential choice because the transition strength also depends on the properties of the final scattering state as explained in Ref. [34] with time-dependent (section 3.5) and CDCC (section 4.4) calculations. Since the potential of Ref. [33] does not reproduce the $l = 1$ weakly bound state, its validity for the $l = 1$ final scattering state, and hence the derived spectroscopic factor, are dubious.

The interest of working with the E1 strength is that it allows comparing experiments at different energies (provided that the first-order approximation is valid in both cases).

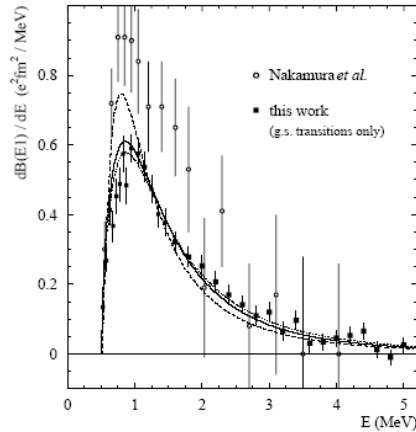


Figure 4: Comparison of E1 strengths from the GSI and RIKEN experiments in 2003 (Fig. 6 from Ref. [35]).

Data for the dipole strength but with a different normalization were obtained at GSI from an experiment at much higher energies [35]. A comparison in Fig. 4 shows that the GSI data taken at 520 MeV/nucleon do not agree with the RIKEN data of that time. The GSI normalization was eventually confirmed at RIKEN [33] following a recalibration [36, 33] and leads to a reduction by a factor 0.85 of the data of Ref. [32]. The spectroscopic factor should thus be reduced accordingly. This reduction and the controversial potential choice in Ref. [33] then lead to a much smaller spectroscopic factor. As shown by this example, determinations of spectroscopic factors may thus be affected by potential choices in a non negligible way. The uncertainty on the ^{11}Be spectroscopic factor remains rather large, because of the uncertainties on both the data normalization and the potential choice.

3.5 Numerical resolution of the TDSE

The TDSE (3.1) is solved from $-T$ to $+T$ (T large) by small time steps Δt . A three-dimensional (3D) representation of the projectile internal wave function is needed. Because of the angular-momentum dependence of the V_{cf} interaction, it is preferable to use spherical coordinates [17-24, 26, 37-40]¹. The wave function can be represented on a 3D mesh, as depicted in Fig. 5 [26]. The evolution of the wave function after a time interval Δt is obtained with the evolution operator U according to Eq. (3.3),

$$\psi(t + \Delta t) = U(t + \Delta t, t)\psi(t). \quad (3.33)$$

For a small enough time step, approximations of this operator can be derived. See references [26, 41, 9] for more information.

The ^{11}Be breakup on a ^{208}Pb target has been studied with this technique [24, 26]. In that case, the dissociation is mostly due to the Coulomb interaction. The ^{11}Be nucleus

¹Cartesian coordinates are employed in Ref. [25].

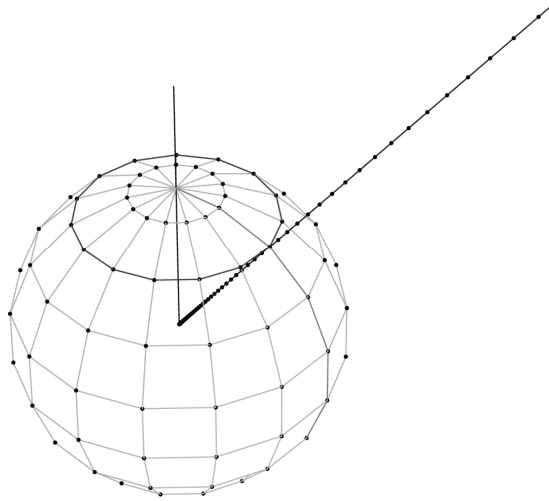


Figure 5: Example of three-dimensional discretization: two-dimensional angular mesh on a sphere and radial mesh.

displays a $5/2^+$ ($l = 2$) resonance at 1.27 MeV ($\Gamma = 0.10 \pm 0.02$ MeV) above the $^{10}\text{Be} + n$ threshold. This resonance is not observed in experiments on heavy targets. On a light ^{12}C target however, the dashed curve in Fig. 6 shows that a resonance is clearly visible [37]. That it is the $5/2^+$ resonance is shown by the $d5/2$ contribution (dotted curve). The resonance is also visible in the experimental data but seems to be much broader. The agreement becomes very good when the theoretical results are convoluted with the experimental resolution (full curve). After the choice of a $^{10}\text{Be} + n$ potential reproducing the ^{11}Be properties, the theoretical calculation does not contain any parameter fit. The results are sensitive to the separation energy as shown by the example of the ^{19}C breakup in Ref. [24].

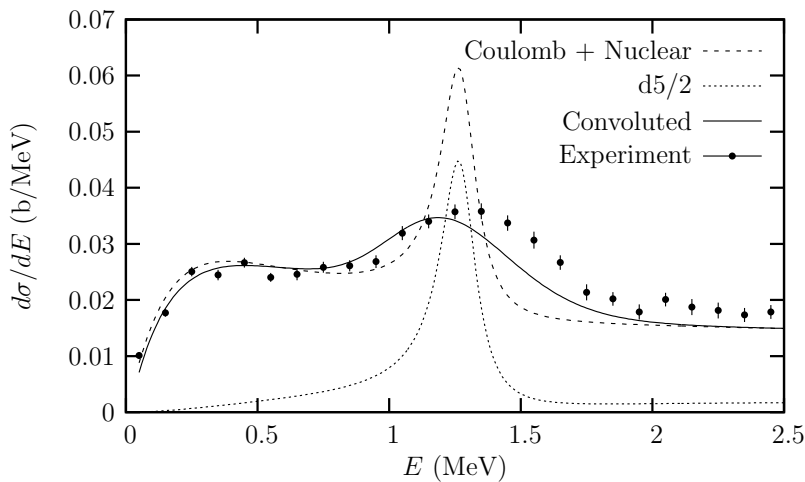


Figure 6: Cross section for the ^{11}Be breakup on ^{12}C at 67 MeV/nucleon (adapted from Ref. [37]). Experimental data from Ref. [33].

3.6 Summary and comments

First-order perturbation theory shows that, at energies of most experiments, breakup is dominated by the E1 contribution for a neutron halo and by E1+E2 contributions for a proton halo as indicated by the effective charges (3.21). At MSU and RIKEN energies between about 40 and 80 MeV/nucleon, higher-order corrections are not negligible. In particular, a second-order E1-E1 transition may lead to important corrections. Higher-order corrections probably become negligible at GSI energies (around 250 MeV/nucleon) but relativistic effects may then play a role.

Numerical resolutions of the TDSE are accurate but time-consuming. The semiclassical treatment is valid mainly for integrated cross sections. Differential cross sections can not be calculated when a plausible trajectory can not be determined, or are not realistic because interference effects are missing. But we shall see in section 4.3 that it is also the basis of a quantal approximation giving access to angular distributions.

4 Quantum approximations

4.1 Cross sections

General expression

Let us first derive the expression of breakup cross sections by starting from the general non-relativistic expression of a cross section [42, 43],

$$d^{3N}\sigma = \frac{(2\pi)^4}{\hbar v} |\tilde{T}_{fi}|^2 \delta \left(\sum_{f=1}^N E'_f - E_1 - E_2 - Q \right) \delta \left(\sum_{f=1}^N \mathbf{k}'_f - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 \right) \left(\prod_{f=1}^N d\mathbf{k}'_f \right). \quad (4.1)$$

This expression describes a reaction with two particles in the entrance channel with initial wavevectors \mathbf{k}_1 and \mathbf{k}_2 and energies E_1 and E_2 ; v is the asymptotic initial relative velocity between these particles. The outgoing channel with threshold energy Q involves N particles with final wavevectors \mathbf{k}'_f and energies E'_f ($f = 1$ to N). The $3N$ -differential cross section corresponds to a situation where the final particles occupy a volume element $\prod_{f=1}^N d\mathbf{k}'_f$ of phase space around the directions $\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, \dots, \mathbf{k}'_N$. The energy and wavenumber (or momentum) conservation laws are included in the Dirac δ functions. Dynamical effects are included in the transition matrix element \tilde{T}_{fi} .

The T -matrix element can be defined in several equivalent ways [42, 43]. Here it is a matrix element of the interaction potential. The wave function in the ket is the exact solution of the Schrödinger equation with a normalization such as in Eq. (2.15). The wave function in the bra describes $N - 1$ free relative motions of the N final particles.

The general procedure then consists in integrating over the final total momentum \mathbf{K}'_{cm} . Momentum conservation is then satisfied. A $3N - 4$ differential cross section is obtained by integrating over one final energy. This energy can be chosen in various ways and in various reference frames in order to match the conditions of a given experiment. When some variables are not measured, further integrations are necessary.

Elastic scattering

Let us first consider the simple example of elastic scattering ($N = 2$). The wavevectors of the final particles (which remain identical to the initial P and T particles) can be

replaced by the total and relative wavevectors

$$\mathbf{K}'_{\text{cm}} = \mathbf{k}'_P + \mathbf{k}'_T, \quad \mathbf{k}' = \frac{m_T \mathbf{k}'_P - m_P \mathbf{k}'_T}{m_P + m_T}. \quad (4.2)$$

Integration over the total wavevector leads to

$$d^3\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar v} |T_{fi}|^2 \delta\left(\frac{\hbar^2 k'^2}{2\mu_{PT}} - E - Q\right) d\mathbf{k}' \quad (4.3)$$

where factors $(2\pi)^{-3/2}$ have been explicitly removed from the matrix element T_{fi} . The transition matrix element is thus now defined as

$$T_{fi} = (2\pi)^3 \tilde{T}_{fi} = \langle e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} | V_{PT} | \psi(\mathbf{r}) \rangle. \quad (4.4)$$

It involves the exact scattering wave function of the two-body Hamiltonian normalized as $\psi(\mathbf{r}) \xrightarrow{z \rightarrow -\infty} e^{i(kz + \dots)}$ where the dots recall the possible existence of Coulomb distortion. With the decomposition in spherical components $d\mathbf{k}' = k'^2 dk' d\Omega$ and the δ function property

$$\delta[f(x) - f(x_0)] = \frac{1}{|f'(x_0)|} \delta(x - x_0), \quad (4.5)$$

the differential elastic cross section becomes

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\mu_{PT}^2}{\hbar^4} |T_{fi}|^2 = |f_k(\Omega)|^2, \quad (4.6)$$

where the last equality arises from (2.16), and $k' = k$. Comparing (4.4) with (4.19) below, one verifies that the scattering amplitude is indeed related to the T -matrix element by

$$f_k(\Omega) = -\frac{\mu_{PT}}{2\pi\hbar^2} T_{fi}. \quad (4.7)$$

Breakup

Now we consider the more complicated breakup case ($N = 3$). The different final wavevectors can be replaced by the total momentum and the relative momenta (2.25) and (2.26),

$$\mathbf{K}'_{\text{cm}} = \mathbf{k}'_f + \mathbf{k}'_c + \mathbf{k}'_T, \quad \mathbf{K}' = \frac{m_T(\mathbf{k}'_f + \mathbf{k}'_c) - m_P \mathbf{k}'_T}{m_P + m_T}, \quad \mathbf{k} = \frac{m_c \mathbf{k}'_f - m_f \mathbf{k}'_c}{m_P}. \quad (4.8)$$

Notation \mathbf{k} is preferred to notation \mathbf{k}' since there is no ambiguity. Integration over the total wavevector leads to

$$d^6\sigma = \frac{1}{(2\pi)^5 \hbar v} |T_{fi}|^2 \delta\left(\frac{\hbar^2 K'^2}{2\mu_{PT}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu_{cf}} - E - Q\right) d\mathbf{k} d\mathbf{K}'. \quad (4.9)$$

Three factors $(2\pi)^{-3/2}$ have been explicitly removed from the transition matrix element defined as

$$T_{fi} = (2\pi)^{9/2} \tilde{T}_{fi} = \langle e^{i\mathbf{K}' \cdot \mathbf{R}} \phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) | V_{PT} | \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle \quad (4.10)$$

with the asymptotic normalization

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \xrightarrow{Z \rightarrow -\infty} e^{i(KZ+\dots)} \phi_0(\mathbf{r}) \quad (4.11)$$

and a similar normalization for $\phi_{\mathbf{k}}^{(-)}$. If one integrates over the norm of the final relative momentum $\mathbf{K}' = (K', \Omega)$, one obtains the 5-differential cross section in the centre-of-mass frame,

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}d\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{\mu_{PT}K'}{\hbar^3 v} |T_{fi}|^2. \quad (4.12)$$

The derivation of expressions for laboratory cross sections with the above procedure is discussed in Ref. [44]. An example that can be obtained from (4.9) is given by Eqs. (15) and (16) of Ref. [45].

4.2 Eikonal approximation

Potential scattering

Before applying this approximation to breakup, let us consider the simpler case of potential scattering,

$$\left(\frac{p^2}{2\mu} + V(r) \right) \psi = E\psi \quad (4.13)$$

According to Ref. [46], the wave function is factorized as

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} \hat{\psi}(\mathbf{r}). \quad (4.14)$$

With the velocity $v = \hbar k/\mu$, the Schrödinger equation becomes

$$\left(\frac{p^2}{2\mu} + vp_z + V(r) \right) \hat{\psi} = 0. \quad (4.15)$$

This is still an exact expression. At high energy, the new function $\hat{\psi}$ is expected to verify

$$|\Delta \hat{\psi}| \ll k |\nabla \hat{\psi}| \quad (4.16)$$

since k is large. Most of the wave function variation is included in factor e^{ikz} . Hence, Eq. (4.15) can be approximated as

$$\left(-i\hbar v \frac{\partial}{\partial z} + V(r) \right) \hat{\psi}^{\text{eik.}} = 0. \quad (4.17)$$

The wave function at the eikonal approximation thus reads

$$\psi^{\text{eik.}}(\mathbf{r}) = \exp \left[ikz - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(\mathbf{b}, z') dz' \right]. \quad (4.18)$$

Coordinate \mathbf{r} is now written as (\mathbf{b}, z) . This notation emphasizes the similarity between its transverse part $\mathbf{b} = (x, y)$ and the semi-classical impact parameter. The asymptotic

expression of the eikonal wave function is however not correct as shown by a comparison with (2.15).

The exact scattering amplitude is formally given by [10, 42, 43]

$$f_k(\Omega) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \exp(-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}) V(r) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (4.19)$$

Its calculation requires the resolution of the Schrödinger equation. However this expression is also useful to derive approximations such as the Born expansion. When $V(r)$ is short-ranged, the correctness of the asymptotics of ψ is not crucial and (4.19) can be used for deriving a scattering amplitude with the eikonal wave function ψ^{eik} .

Let us define the transferred momentum $\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$. At small scattering angles θ , the expression $\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} - kz = \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$ appearing in f_k can be approximated by $\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}$. This corresponds to considering \mathbf{q} as orthogonal to the z axis. Then the scattering amplitude becomes

$$\begin{aligned} f_k(\theta) &\approx -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz V(\mathbf{b}, z) \exp\left[-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(\mathbf{b}, z') dz'\right] \\ &= \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} [1 - e^{i\chi(\mathbf{b})}] \end{aligned} \quad (4.20)$$

where the phase-shift function is defined as

$$\chi(\mathbf{b}) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{b}, z) dz. \quad (4.21)$$

Since potential V is spherically symmetric, one can integrate over φ in (4.20) with

$$J_n(z) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(z \cos \varphi - n\varphi)} d\varphi \quad (4.22)$$

and obtain the eikonal amplitude

$$f_k^{\text{eik.}}(\theta) = ik \int_0^{\infty} b db J_0(qb) [1 - e^{i\chi(b)}]. \quad (4.23)$$

Coulomb scattering

The analytical case of Coulomb scattering illustrates the problems encountered when the potential is not short-ranged. The phase-shift function takes the simple form

$$\chi_C(b) = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{b^2 + z^2}} dz \quad (4.24)$$

but, unfortunately, the integral diverges. Following Ref. [46], let us introduce a cut off $a \gg b$. The integral from $-a$ to $+a$ gives the dominant term

$$\chi_C(b) \approx 2\eta \ln \frac{b}{2a}. \quad (4.25)$$

The scattering amplitude then reads

$$f_C^{\text{eik.}}(\theta) = f_C(\theta) e^{-2i\eta \ln 2ka} \quad (4.26)$$

where

$$f_C(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2 \frac{1}{2}\theta} e^{2i(\sigma_0 - \eta \ln \sin \frac{1}{2}\theta)} \quad (4.27)$$

is the exact quantum expression [10, 42, 43]. Both (4.26) and (4.27) lead to the Rutherford cross section (3.7). However, these amplitudes differ by an arbitrary phase.

Two-body breakup

Now let us consider the breakup of a two-body system [5, 47-49]. In Eq. (2.28), the relative-motion three-body wave function is replaced by

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = e^{iKZ} \hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \quad (4.28)$$

with $\mathbf{K} = \mathbf{k}_P - \mathbf{k}_T$ where \mathbf{k}_P and \mathbf{k}_T are the projectile and target wavevectors. The initial projectile-target wavenumber K is related to the total energy E_{tot} in the c.m. frame and to the internal energy E_0 of the projectile by

$$E_{\text{tot}} = \frac{\hbar^2 K^2}{2\mu_{PT}} + E_0. \quad (4.29)$$

With the initial velocity $v = \hbar K / \mu_{PT}$, the Schrödinger equation becomes

$$\left(\frac{P^2}{2\mu_{PT}} + vP_Z + H_0 + V_{PT}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) - E_0 \right) \hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0. \quad (4.30)$$

Like in (4.16), we assume

$$|\Delta_R \hat{\Psi}| \ll K |\nabla_R \hat{\Psi}| \quad (4.31)$$

at large K . Moreover we also perform the adiabatic approximation consisting in replacing H_0 by E_0 , i.e. we assume that the internal energy of the projectile does not vary much. This approximation is expected to be especially valid for a weakly-bound halo nucleus. With both approximations, the Schrödinger equation becomes

$$\left(-i\hbar v \frac{\partial}{\partial Z} + V_{PT}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right) \hat{\Psi}_{\text{eik.}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0. \quad (4.32)$$

The solution satisfying the initial condition (4.11) reads

$$\hat{\Psi}_{\text{eik.}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \exp \left[-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^Z V_{PT}(\mathbf{b}, Z', \mathbf{r}) dZ' \right] \phi_0(\mathbf{r}) \quad (4.33)$$

where coordinate \mathbf{R} is now written as (\mathbf{b}, Z) with its transverse part $\mathbf{b} = (X, Y)$. A reasoning similar to the one developed for potential scattering leads to the elastic amplitude

$$f_k^{\text{eik.}}(\theta) = iK \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} S_0^{\text{eik.}}(b). \quad (4.34)$$

The transferred momentum reads here $\mathbf{q} = \mathbf{K}' - \mathbf{K}$ and

$$S_0^{\text{eik.}}(b) = \lim_{Z \rightarrow +\infty} \langle \phi_0(\mathbf{r}) | \hat{\Psi}_{\text{eik.}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle - 1. \quad (4.35)$$

The limit of the wave function can be written with $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_\perp, z)$ as

$$\lim_{Z \rightarrow +\infty} \hat{\Psi}_{\text{eik.}}(\mathbf{r}, \mathbf{b}, Z) = e^{i\chi(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{b})} \phi_0(\mathbf{r}) \quad (4.36)$$

where, from (4.33) and (2.29),

$$\chi(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{b}) = \chi_{cT} \left(\left| \mathbf{b} - \frac{m_f}{m_P} \mathbf{r}_\perp \right| \right) + \chi_{fT} \left(\left| \mathbf{b} + \frac{m_c}{m_P} \mathbf{r}_\perp \right| \right) \quad (4.37)$$

and $\chi_{cT}(b)$ and $\chi_{fT}(b)$ are given by (4.21) for V_{cT} and V_{fT} , respectively.

The eikonal T -matrix for breakup is given by

$$T_{fi} \approx i\hbar v \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} S^{\text{eik.}}(\mathbf{k}, \mathbf{b}) \quad (4.38)$$

with

$$S^{\text{eik.}}(\mathbf{k}, \mathbf{b}) = \lim_{Z \rightarrow +\infty} \langle \phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) | \hat{\Psi}_{\text{eik.}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle = \langle \phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) | e^{i\chi(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{b})} | \phi_0(\mathbf{r}) \rangle. \quad (4.39)$$

It provides the eikonal approximation of the breakup cross section

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}d\Omega} = \frac{KK'}{(2\pi)^5} \left| \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} S^{\text{eik.}}(\mathbf{k}, \mathbf{b}) \right|^2. \quad (4.40)$$

This expression can be evaluated by a direct integration. It is also convenient to expand it in partial waves [47]. This will be described in section 4.3 for a more general case. Expressions (4.46) to (4.49) and (4.51) are also valid here when using (4.36).

The Coulomb divergence problem is also present here. The divergence can be avoided by truncating the integration at some impact parameter such as $b_{\text{max}} = \hbar v/2|E_0|$ proposed in Ref. [48]. In Fig. 7, this approximation (dashed line) performed with the potential of Ref. [26] is compared for ^{11}Be breakup with a first-order perturbation calculation as in Fig. 3 (full line). Here the more recent RIKEN data of Ref. [33] are displayed. In Refs. [50, 51], the eikonal wave function (4.33) has been used as final state in various expressions to deduce possible corrections for the eikonal approximation. Such a correction, which is explicitly displayed and applied in Ref. [49], and does not require any truncation leads to the dotted curve in Fig. 7. These results are closer to experiment. The comparison with experiment would require a convolution with the experimental energy resolution which might still improve the agreement [52].

4.3 Dynamical eikonal approximation

Dynamical effects in the projectile or between its fragments are not neglected when the eikonal approximation (4.31) is performed but the adiabatic approximation $H_0 \rightarrow E_0$ is not performed. The Schrödinger equation for the dynamical eikonal approximation (DEA) then reads

$$i\hbar v \frac{\partial}{\partial Z} \hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = (H_0 + V_{PT} - E_0) \hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (4.41)$$

With the replacement $t = Z/v$, this equation is formally identical to the semi-classical Schrödinger equation (3.1) with straight-line trajectories [53, 54]. The solution $\hat{\Psi}(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ of (4.41) is thus proportional to the solution $\hat{\Psi}_{\text{s.c.}}(\mathbf{r}, Z/v)$ of the TDSE (3.1). However, some care must be taken here because one needs this solution for all values of vector \mathbf{b} . The TDSE must be solved for each impact parameter b but one does not wish to solve

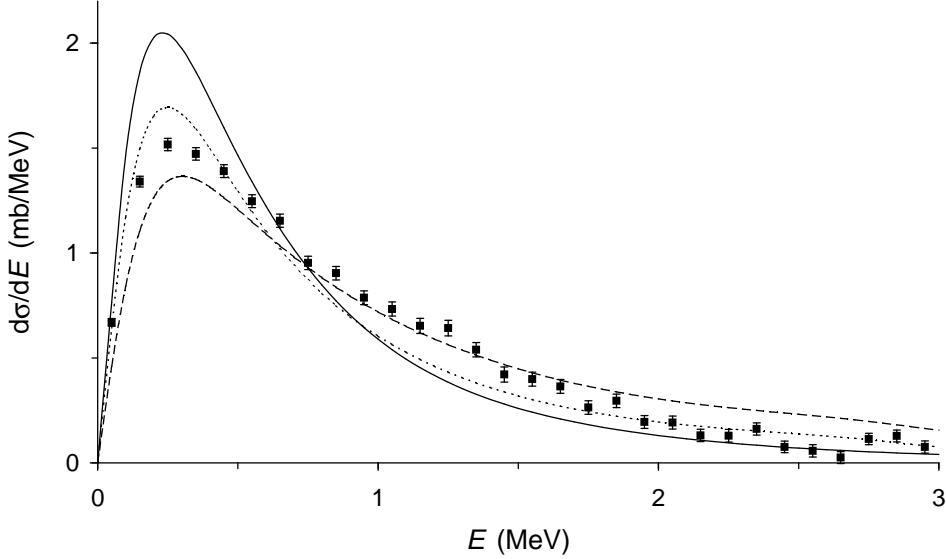


Figure 7: Angle-integrated cross sections for the elastic breakup of ^{11}Be on ^{208}Pb at 68 MeV/nucleon. Eikonal approximation with cutoff (dashed line) and with a correction [51, 49] (dotted line). The first-order results (full line) are shown for comparison. Experimental data from 0° to 6° (dots) [33].

it more than once at a given b . For a given ‘impact parameter’ b , solutions at different angles (see Fig. 8) are coherently related by a rotation as [54]

$$\Psi_{\text{DEA}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = e^{iKZ} e^{-i\varphi_b l_z} \hat{\Psi}_{\text{s.c.}}(\mathbf{r}, Z/v). \quad (4.42)$$

The elastic-breakup amplitude can be defined as

$$S(\mathbf{k}, \mathbf{b}) = \lim_{Z \rightarrow +\infty} \langle \phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) | \hat{\Psi}_{\text{s.c.}}(\mathbf{r}, Z/v) \rangle \quad (4.43)$$

and provides the breakup cross section (4.40) but now for the DEA. It is more convenient to use a partial-wave expansion

$$S(\mathbf{k}, \mathbf{b}) = (2\pi)^{3/2} k^{-1} \sum_{lm} Y_l^m(\Omega_k) e^{-im\varphi_b} S_{klm}(b). \quad (4.44)$$

If the semi-classical cross section is expanded as

$$\lim_{Z \rightarrow +\infty} \hat{\Psi}_{\text{s.c.}}(\mathbf{r}, Z/v) = \frac{1}{r} \sum_{lm} \hat{\psi}_{lm}(r) Y_l^m(\Omega_r), \quad (4.45)$$

the partial breakup amplitudes are simply given by

$$S_{klm}(b) = \lim_{Z \rightarrow +\infty} \langle \phi_{klm}^{(-)} | \hat{\Psi}_{\text{s.c.}}(\mathbf{r}, Z/v) \rangle = i^{-l} e^{i(\sigma_l + \delta_l)} \int_0^\infty u_{kl}(r) \hat{\psi}_{lm}(r) dr. \quad (4.46)$$

With (4.22), the cross section reads

$$\frac{d\sigma}{dkd\Omega} = \frac{KK'}{k^2} \left| \sum_{lm} i^{-|m|} Y_l^m(\Omega_k) e^{-im\varphi} \int_0^\infty b db J_{|m|}(qb) S_{klm}(b) \right|^2. \quad (4.47)$$

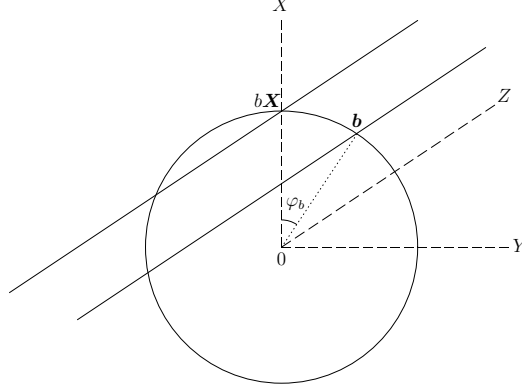


Figure 8: Schematic representation of the rotation in Eq. (4.42) between trajectories parallel to the Z axis (full lines) with impact vectors $b\mathbf{X}$ at angle 0 and \mathbf{b} at angle φ_b .

It depends on the angle difference $\varphi_k - \varphi$ of the azimuthal angles of \mathbf{k} and \mathbf{K}' and is thus invariant with respect to rotations around the Z axis.

When the direction of emission of the fragments is not determined, an integration over Ω_k and a change of variable lead to

$$\frac{d\sigma}{dE d\Omega} = \frac{KK'}{\hbar v_{cf}} \sum_{lm} \left| \int_0^\infty b db J_{|m|}(qb) S_{klm}(b) \right|^2. \quad (4.48)$$

When the projectile c.m. direction is not determined, an integration over Ω with $q = 2K \sin \frac{1}{2}\theta$ and $KK' \approx K^2$ provides

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar v_{cf}} \sum_{lm} \int_0^\infty b db S_{klm}^*(b) \int_0^\infty b' db' S_{klm}(b') \int_0^{2K} q dq J_{|m|}(qb) J_{|m|}(qb'). \quad (4.49)$$

Since wavenumber K is large, one can approximate the upper bound of the integral over q by $+\infty$. The resulting integral is

$$\int_0^\infty q dq J_m(qb) J_m(qb') = \frac{1}{b} \delta(b - b') \quad (4.50)$$

and leads to the expression

$$\frac{d\sigma}{dE} \approx \frac{2\pi}{\hbar v_{cf}} \sum_{lm} \int_0^\infty b db |S_{klm}(b)|^2 \quad (4.51)$$

which is identical to the semi-classical expression (3.14). Notice that Coulomb effects do not cause any divergence in the DEA.

The DEA has the important advantage over a semi-classical calculation that it provides elastic differential cross sections. In the left panel of Fig. 9, the elastic scattering of ^{11}Be on ^{12}C [53] is compared with GANIL data at 49.3 MeV/nucleon [55]. The agreement is very good. However, the simpler eikonal approximation (4.34) provides a similar agreement. In the right panel, the results of both approximations are compared for the elastic scattering of ^{11}Be on the heavier target ^{208}Pb at the lower energy

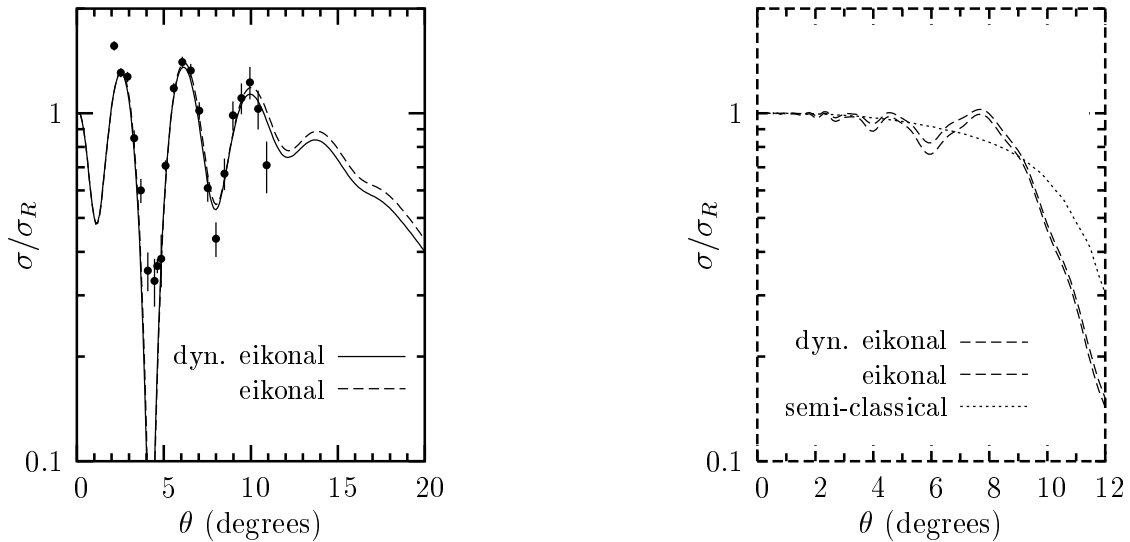


Figure 9: Elastic scattering of ^{11}Be on ^{12}C at 49.3 MeV/nucleon (left) and on ^{208}Pb at 20 MeV/nucleon (right) (Figs. 1 and 2 from Ref. [53]). Experimental data from Ref. [55].

20 MeV/nucleon. Because Coulomb breakup dominates, the difference between both approximations is larger but they remain qualitatively similar. A semi-classical cross section (dotted line) can be calculated here with a Coulomb trajectory. The average behaviour of the differential cross section is reproduced but interference effects are missing.

Angle-integrated breakup cross sections of ^{11}Be on ^{208}Pb at 69 MeV/nucleon are displayed in Fig. 10 [54]. One observes that approximation (4.51), or equivalently a semi-classical calculation, give very close results to those of an angular integration from 0 to 6 degrees. They slightly underestimate the experimental data [33]. An integration up to 1.3° corresponding to large impact parameters is in an even better agreement with the data except possibly beyond 1 MeV. It indicates that the spectroscopic factor should be close to one.

The breakup of ^8B on ^{208}Pb is illustrated in Figs. 11 and 12. Here the fragment is a proton. The E2 effective charge is much larger (see section 3.4). Several experiments have attempted to evaluate the importance of the E2 contribution. Longitudinal momentum distributions of ^7Be are especially sensitive to the interference between the E1 and E2 multipoles. Such an effect induces an asymmetry in the data of Ref. [56]. This asymmetry is obtained with first-order perturbation theory but could not be reproduced in CDCC calculations [57] (see Fig. 14). One observes in Fig. 11 that the E2 component is essential to induce this asymmetry. Without any adjusted parameter, the DEA provides a fair reproduction of data at 44 MeV/nucleon but the agreement is not so good at 81 MeV/nucleon [58]. Angular distributions measured at RIKEN [59] are also well reproduced by the DEA under exactly the same conditions of calculation. If valid, first-order perturbation theory would allow extracting the radiative-capture cross section (3.30) from breakup data but the E2 component and the role of higher-order corrections make this extraction difficult and thus inaccurate [58].

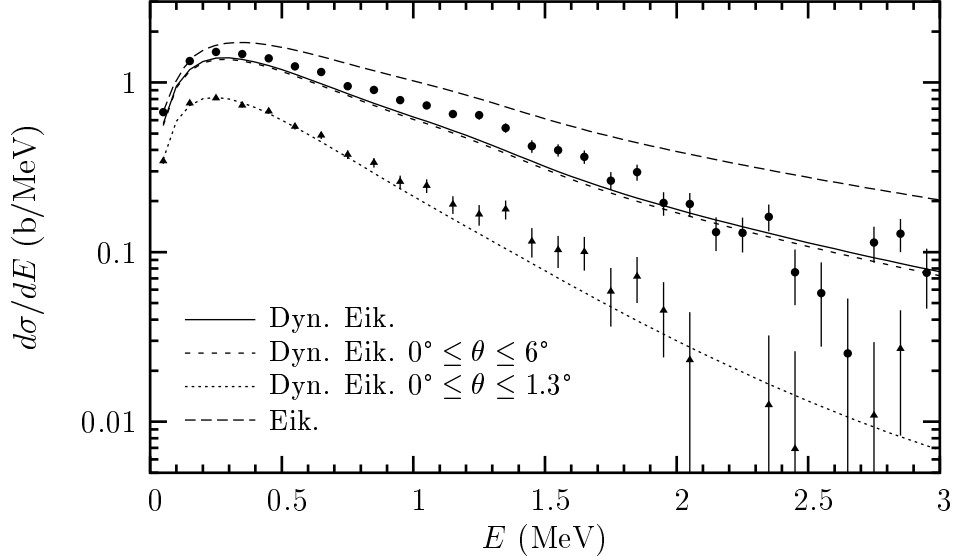


Figure 10: Angle-integrated cross sections for the elastic breakup of ^{11}Be on ^{208}Pb at 69 MeV/nucleon (Fig. 9 from Ref. [54]). The curve labeled 'Dyn. Eik.' is obtained with Eq. (4.51). The curve labeled 'Eik.' corresponds to the eikonal approximation (4.39). The other curves are obtained by integrating numerically Eq. (4.47). Experimental data from 0° to 6° (dots) and from 0° to 1.3° (triangles) [33].

4.4 Method of coupled discretized-continuum channels

The principle of a coupled-channel method is to expand the wave function in Eq. (2.28) over the complete set of eigenstates of H_0 , the coefficients of the expansion depending on \mathbf{R} . The unknown coefficients satisfy an infinite system of coupled differential equations which must be truncated at some level. When there is only one bound state, this procedure becomes much more complicated because of the important role played by continuum states.

The expansion can in principle be performed over stationary scattering states as [60, 61]

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \phi_0(\mathbf{r})X_0(\mathbf{R}) + \int \phi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r})X_{\mathbf{k}}(\mathbf{R})d\mathbf{k}. \quad (4.52)$$

This procedure is not usable in practice. First, one has to take rotational invariance into account and expand the partial wave for each total angular momentum J . Indeed the three-body Hamiltonian commutes with the total orbital momentum $\mathbf{J} = \mathbf{l} + \mathbf{L}$ [Eq. (2.27)]. The existence of the good quantum numbers J and M leads to a simpler partial-wave expansion

$$\Psi^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = (rR)^{-1} \left(\sum_L Y_{l_0 L}^{JM} u_{0l_0}(r) X_{0l_0 L}^J(R) + \sum_{lL} Y_{lL}^{JM} \int_0^\infty u_{kl}(r) X_{klL}^J(R) dk \right) \quad (4.53)$$

where u_{0l_0} is the ground-state radial wave function and u_{kl} is defined by (2.10) and (2.11). The coupled spherical harmonics

$$Y_{lL}^{JM}(\Omega_r, \Omega_R) = \sum_{mm'} (lLmm'|JM) Y_l^m(\Omega_r) Y_L^{m'}(\Omega_R) \quad (4.54)$$

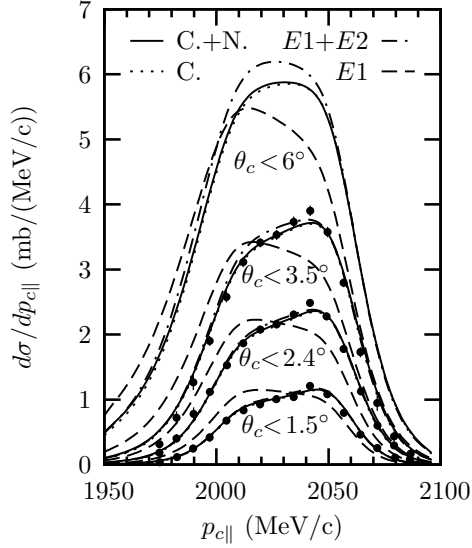


Figure 11: DEA calculations of longitudinal momentum distributions of ${}^7\text{Be}$ obtained by dissociation of ${}^8\text{B}$ on Pb at 44 MeV/nucleon for various ${}^7\text{Be}$ scattering-angle cuts (Fig. 1 from Ref. [58]). Experimental data from [56]. DEA calculations are performed using Coulomb plus nuclear (full lines), purely Coulomb (dotted lines), $E1 + E2$ (dash-dotted lines), and $E1$ (dashed lines) P - T interactions.

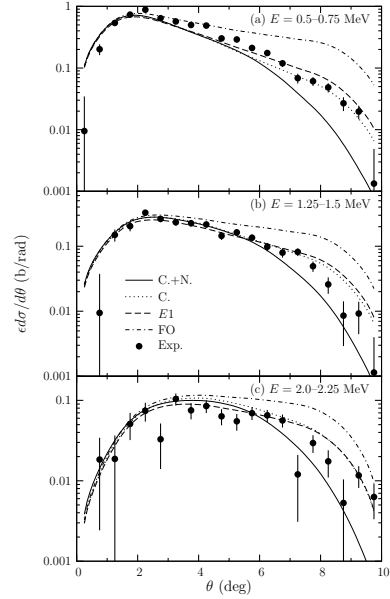


Figure 12: DEA calculations of angular distributions for the breakup of ${}^8\text{B}$ on Pb at 52 MeV/nucleon over three energy ranges: DEA calculations (with convolution) using Coulomb plus nuclear (full lines), purely Coulomb (dotted lines), and $E1$ (dashed lines) P - T interactions; first-order calculations with $E1 + E2$ strengths (dash-dotted lines) (Fig. 6 from Ref. [58]). Experimental data from [59].

are common eigenfunctions of \mathbf{l}^2 , \mathbf{L}^2 , \mathbf{J}^2 and J_z . Since l and L are not good quantum numbers, they appear as summation indices in (4.53). The corresponding system would also involve a continuous infinity of equations because the expansion in scattering functions ϕ_{klm} still contains an integral over wavenumber k .

Therefore, it has been proposed to replace ϕ_{klm} by a discretized continuum [60], i.e. by a finite set of square-integrable functions

$$\phi_{klm} \rightarrow \phi_{ilm} = r^{-1}u_{il}(r)Y_l^m(\Omega_r), \quad i = 1, \dots, N \quad (4.55)$$

satisfying for each partial wave the orthonormality conditions

$$\langle \phi_{ilm} | \phi_{i'lm} \rangle = \delta_{ii'} \quad (4.56)$$

and diagonalizing the internal Hamiltonian

$$\langle \phi_{ilm} | H_0 | \phi_{i'lm} \rangle = E_{il} \delta_{ii'}. \quad (4.57)$$

The discrete energies E_{il} are positive, except the ground-state energy $E_{0l_0} < 0$. They have no physical meaning unless they correspond to some narrow resonance.

The method of coupled discretized-continuum channels [60, 61, 62] (or continuum-discretized coupled channels [63]) is better known as CDCC. The CDCC approximation consists in the finite expansion [45, 57, 60-69]

$$\Psi_{\text{CDCC}}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = (rR)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{lL} Y_{iL}^{JM} u_{il}(r) X_{iL}^J(R). \quad (4.58)$$

The sum includes the bound state and the discretized scattering states. Introducing (4.58) in the Schrödinger equation (2.28) and projecting leads to the N coupled-channel equations

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu_{PT}} \left(\frac{d^2}{dR^2} - \frac{L(L+1)}{R^2} \right) + V_{iL, iL}^J(R) + E_{il} - E_{\text{tot}} \right] X_{iL}^J(R) + \sum_{i' l' L' \neq iL} V_{iL, i' l' L'}^J(R) X_{i' l' L'}^J(R) = 0. \quad (4.59)$$

The potential matrix elements are defined by

$$V_{iL, i' l' L'}^J(R) = \langle Y_{iL}^{JM} r^{-1} u_{il} | V_{PT} | Y_{i' l' L'}^{JM} r^{-1} u_{i' l'} \rangle. \quad (4.60)$$

In this expression, the integration is performed over \mathbf{r} and Ω_R . Equations (4.59) can now be solved in analogy with those of the traditional coupled-channel problem [70].

Two main variants exist for the choice of the discretized continuum. In the first variant, pseudostates are constructed by solving the Schrödinger equation for the internal motion using the expansion [61, 62, 65, 69]

$$\phi_{ilm}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N C_{jl}^{(i)} \varphi_{jlm}(\mathbf{r}) \quad (4.61)$$

where some square-integrable basis states have been chosen as

$$\varphi_{jlm}(\mathbf{r}) = \Gamma_{jl}(r) Y_l^m(\Omega_r). \quad (4.62)$$

The Γ_{jl} are often Gaussian functions [62, 63] or can be based on a transformed harmonic oscillator [69]. The energies and coefficients are given by the system of N variational equations

$$\sum_{j=1}^N (\langle \varphi_{j'lm} | H_0 | \varphi_{jlm} \rangle - E_{il} \langle \varphi_{j'lm} | \varphi_{jlm} \rangle) C_{jl}^{(i)} = 0. \quad (4.63)$$

Usually, only states below some chosen maximal energy are kept in the CDCC calculation.

The second variant consists in constructing average scattering states over momentum bins [60, 62, 66],

$$\phi_{ilm}(\mathbf{r}) = \frac{1}{W_i} \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi_{klm}(\mathbf{r}) f_i(k) dk. \quad (4.64)$$

Such states are square-integrable if f_i is square-integrable. They are orthogonal because of (2.7). They are normed when

$$W_i = \left(\int_{k_{i-1}}^{k_i} |f_i(k)|^2 dk \right)^{1/2}. \quad (4.65)$$

The energies are given by

$$E_{il} = \frac{\hbar^2}{2\mu_{cf}W_i^2} \int_{k_{i-1}}^{k_i} |f_i(k)|^2 k^2 dk. \quad (4.66)$$

A simple example for non-resonant states is given by $f_i(k) = 1$ and $W_i = (k_i - k_{i-1})^{1/2}$. The corresponding energies are

$$E_{il} = \frac{\hbar^2(k_i^2 + k_i k_{i-1} + k_{i-1}^2)}{6\mu_{cf}}. \quad (4.67)$$

Basis states with $f_i(k) = 1$ are mostly used for $l > 0$ [45]. For a resonance, a discretization in small momentum bins requires too much computer time. The Lorentzian form factor $f_{il}(k) = i\frac{1}{2}\Gamma/(E - E_{Rl} + i\frac{1}{2}\Gamma)$ is preferable [71, 63]. The average energy is then equal to the resonance energy $E_{il} = E_{Rl}$.

In order to calculate the cross section (4.12), one needs an expression for the partial transition matrix element

$$T_{iL}^J(K, k) = \langle Y_{iL}^{JM} R^{-1} u_{KL}^{(-)}(R) r^{-1} u_{kl}^{(-)}(r) | V_{PT} | \Psi_{CDCC}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle \quad (4.68)$$

where the wave function is replaced by its CDCC approximation. The $u^{(-)}$ radial functions are defined by (2.23) but here for plane or Coulomb waves. However, what is available is the discretized expression

$$\hat{T}_{jL}^J(K) = \langle Y_{iL}^{JM} R^{-1} u_{KL}^{(-)}(R) r^{-1} u_{jl}(r) | V_{PT} | \Psi_{CDCC}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle. \quad (4.69)$$

Its calculation requires a multipole expansion of the interaction. The situation is schematically depicted in Fig 13. An approximation of (4.68) can be obtained by interpolation. Using in (4.68) the approximate closure relation

$$\sum_{jlm} |\phi_{jlm}\rangle \langle \phi_{jlm}| \approx 1, \quad (4.70)$$

one obtains from (4.69) [45]

$$T_{iL}^J(K, k) \approx \sum_j \langle \phi_{klm}^{(-)} | \phi_{jlm} \rangle \hat{T}_{jL}^J(K). \quad (4.71)$$

This expression can be used with both types of discretized continuum.

The results of CDCC calculations for the ${}^8\text{B}$ breakup into ${}^7\text{Be}$ and p are displayed in Figs. 14 and 15. Fig. 14 should be compared with Fig. 11 since both models concern the same experimental data [56]. The CDCC results do not reproduce the asymmetry of the data (left panel) [57]. Increasing the E2 component by a factor 1.6 leads to a good agreement with experiment (right panel) but this modification can not receive a physical justification.

In Fig. 15 are displayed CDCC results [68] corresponding to the upper panel in Fig. 12. Cross sections are presented with (filtered) and without (unfiltered) convolution with the experimental energy resolution. The quality of the agreement with experiment is similar for CDCC and for DEA, which indicates that both methods are accurate in this projectile-energy domain.

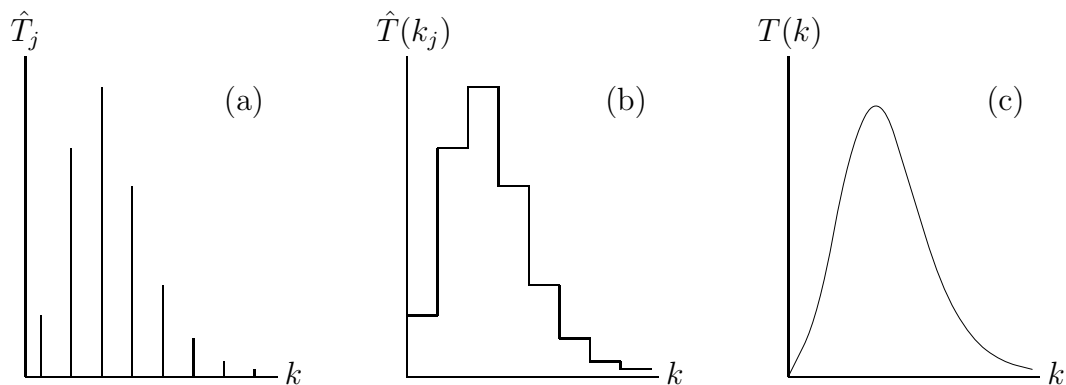


Figure 13: Schematic representation of the different types of approximation (adapted from Ref. [63]): (a) Eq. (4.69) for pseudostates, (b) Eq. (4.69) for momentum bins, (c) interpolation (4.71).

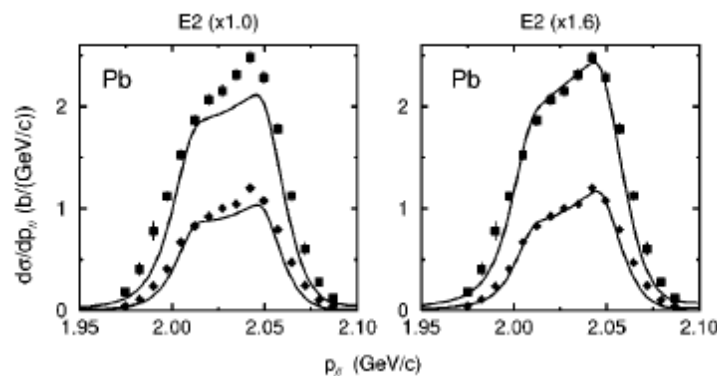


Figure 14: CDCC calculations of longitudinal momentum distributions of ${}^7\text{Be}$ obtained by dissociation of ${}^8\text{B}$ on Pb at 44 MeV/nucleon for ${}^7\text{Be}$ scattering angles smaller than 2.4 and 1.5 degrees (Fig. 5 from Ref. [57]). Experimental data from [56].

4.5 Summary and comments

The CDCC method, as a purely quantal method, has the advantage of being valid at low energies but can also be applied at rather high energies. Besides its long computational times, its main drawback is the difficulty of assessing its convergence. The discretization of the continuum requires some skill. Controlling the accuracy is difficult. Extensions to core excitation are in progress [72]. Among the two different types of bases used, the pseudostate basis seems more promising for studying the breakup of three-body projectiles [73].

The dynamical eikonal approximation is only valid at rather high energies and rather small scattering angles. Coulomb effects are treated without difficulty. The DEA improves and complements the semi-classical approximation for which various codes are available. An extension to three-body projectiles is difficult as it involves much larger computing times.

The usual eikonal approximation is significantly simpler but needs care when dealing

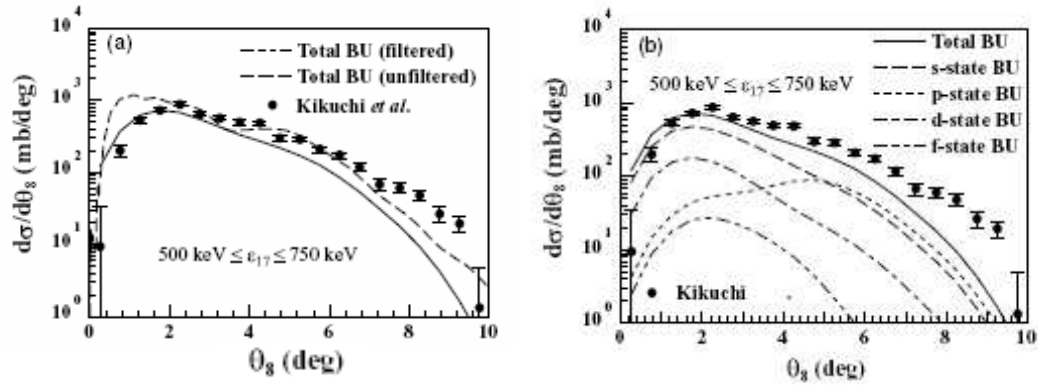


Figure 15: CDCC angular distributions for the breakup of ^8B on Pb at 52 MeV/nucleon over the 0.5 – 0.75 energy range (Fig. 3 from Ref. [68]). Left panel: influence of convolution (filtering); right panel: partial-wave decomposition. Experimental data from [59].

with the Coulomb force. The error introduced by Coulomb terms can not easily be estimated. It provides physically good results when the nuclear force dominates.

Other methods exist such as the adiabatic approximation [74, 75] or DWBA [76, 77].

5 Conclusion

The theory of breakup reactions offers several accurate approximations covering a broad energy range that allow an interpretation of various experiments. However, it is based until now on rather simple, and even too simple, models of the projectile structure. The sensitivity to the projectile model seems to be rather weak provided that the value of the projectile binding energy is correct. The precise form of final scattering states is often assumed not to play a significant role but this point deserves verification.

An additional difficulty is that experiments are not very accurate and usually require unpleasant convolutions of theoretical results to simulate the resolution and acceptance of the detectors. Little can then be learned about the projectile from two-body breakup reactions. The determination of spectroscopic factors is affected by various uncertainties (accuracy of the normalization of the data, knowledge of ANC, choice of potential). The two-body breakup on a light target can be used as a tool to search for resonances. The Coulomb breakup on heavy targets is useful for assessing astrophysical S factors for nuclear astrophysics but its accuracy is uncertain [58].

Several methods can now be applied to three-body breakup (CDCC, eikonal, ...). They will allow studying coincidence observables that are more difficult to measure but less sensitive to the absolute normalization of cross sections. They should lead to interesting information about the projectile structure through the study of correlations between the emitted fragments.

The main challenge for models is to improve the projectile description by using microscopic models, involving nucleon-nucleon forces and full antisymmetrization. Before

such calculations can be performed with ab initio wave functions [78], a useful step will be extending the present reaction models to projectile descriptions within the simpler microscopic cluster model [79].

Acknowledgments

I thank V. Melezhik, P. Capel and G. Goldstein for our fruitful collaborations. I also thank Y. Suzuki for interesting discussions on the eikonal approximation. This text presents research results of the Belgian program P5/07 on interuniversity attraction poles initiated by the Belgian-state Federal Services for Scientific, Technical and Cultural Affairs.

Appendix A: Hyperbolic trajectory

Parametric equations of an hyperbolic Coulomb (or Rutherford) trajectory are given by [14]

$$R = a(\epsilon \cosh \omega + 1), \quad (\text{A.1})$$

$$\cos \vartheta = \frac{\sqrt{\epsilon^2 - 1} \sinh \omega}{\epsilon \cosh \omega + 1}, \quad (\text{A.2})$$

$$vt = a(\epsilon \sinh \omega + \omega), \quad (\text{A.3})$$

as a function of a parameter ω varying from $-\infty$ to $+\infty$. In (A.2), ϑ is the angle between \mathbf{R} and the symmetry axis of the trajectory. As a function of the scattering angle θ , the eccentricity parameter ϵ is defined by

$$\epsilon = \frac{1}{\sin \frac{1}{2}\theta} \quad (\text{A.4})$$

and the impact parameter b is given by

$$b = a \cot \frac{1}{2}\theta. \quad (\text{A.5})$$

In these expressions, $a = Z_P Z_T e^2 / 2E$ is half the distance of closest approach in head-on collisions.

Bibliography

- [1] I. Tanihata, J. Phys. G **22**, (1996) 157.
- [2] P.G. Hansen, A.S. Jensen and B. Jonson, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **45**, (1995) 505.
- [3] T. Aumann, Eur. Phys. J. A **26**, (2005) 441.
- [4] M.D. Cortina-Gil, *Réactions de dissociation: aspects expérimentaux*, Ecole Joliot-Curie, Maubuisson 2007.
- [5] K. Hencken, G.F. Bertsch and H. Esbensen, Phys. Rev. C **54**, (1996) 3043.
- [6] G. Baur, C.A. Bertulani and H. Rebel, Nucl. Phys. **A458**, (1986) 188.
- [7] G. Baur, K. Hencken and D. Trautmann, Prog. Part. Nucl. Phys. **51**, (2003) 487.
- [8] J. Al-Khalili and F. Nunes, J. Phys. G **29**, (2003) R89.
- [9] D. Baye, Proceedings Les Houches 2007, to be published.
- [10] C.J. Joachain, *Quantum Collision Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1975).
- [11] M. Abramowitz and I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (Dover, New York, 1970).
- [12] P.E. Hodgson, *Nuclear heavy-ion reactions* (Clarendon, Oxford, 1978).
- [13] Y. Suzuki, R.G. Lovas, K. Yabana and K. Varga, *Structure and reactions of light exotic nuclei* (Taylor and Francis, London, 2003).
- [14] K. Alder and A. Winther, *Electromagnetic excitation* (North-Holland, Amsterdam, 1975).
- [15] G.F. Bertsch and C.A. Bertulani, Nucl. Phys. **A556**, (1993) 136.
- [16] C.A. Bertulani and G.F. Bertsch, Phys. Rev. C **49**, (1994) 2839.
- [17] T. Kido, K. Yabana and Y. Suzuki, Phys. Rev. C **50**, (1994) R1276.
- [18] H. Esbensen, G.F. Bertsch and C.A. Bertulani, Nucl. Phys. **A581**, (1995) 107.
- [19] H. Esbensen and G.F. Bertsch, Nucl. Phys. **A600**, (1996) 37.
- [20] T. Kido, K. Yabana and Y. Suzuki, Phys. Rev. C **53**, (1996) 2296.

- [21] S. Typel and H.H. Wolter, Z. Naturforsch. A **54**, (1999) 63.
- [22] V.S. Melezhik and D. Baye, Phys. Rev. C **59**, (1999) 3232.
- [23] V.S. Melezhik and D. Baye, Phys. Rev. C **64**, (2001) 054612.
- [24] S. Typel and R. Shyam, Phys. Rev. C **64**, (2001) 024605.
- [25] M. Fallot, J.A. Scarpaci, D. Lacroix, P. Chomaz and J. Margueron, Nucl. Phys. **A700**, (2002) 70.
- [26] P. Capel, D. Baye and V.S. Melezhik, Phys. Rev. C **68**, (2003) 014612.
- [27] H. Esbensen and C.A. Bertulani, Phys. Rev. C **65**, (2002) 024605.
- [28] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs et al., Nucl. Phys. **A656**, (1999) 3.
- [29] D. Baye and E. Brainis, Phys. Rev. C **61**, (2000) 025801.
- [30] P. Capel and D. Baye, Phys. Rev. C **71**, (2005) 044609.
- [31] S. Typel and G. Baur, Nucl. Phys. **A759** (2005) 247.
- [32] T. Nakamura, S. Shimoura, T. Kobayashi, T. Teranishi, K. Abe, N. Aoi, Y. Doki, M. Fujimaki, N. Inabe, N. Iwasa et al., Phys. Lett. B **331**, (1994) 296.
- [33] N. Fukuda, T. Nakamura, N. Aoi, N. Imai, M. Ishihara, T. Kobayashi, H. Iwasaki, T. Kubo, A. Mengoni, M. Notani et al., Phys. Rev. C **70**, (2004) 054606.
- [34] P. Capel and F.M. Nunes, Phys. Rev. C **73**, (2006) 014615.
- [35] R. Palit, P. Adrich, T. Aumann, K. Boretzky, B.V. Carlson, D. Cortina, U. Datta Pramanik, T.W. Elze, H. Emling, H. Geissel et al., Phys. Rev. C **68**, (2003) 034318.
- [36] T. Nakamura, N. Fukuda, N. Aoi, H. Iwasaki, T. Kobayashi, T. Kubo, A. Mengoni, M. Notani, H. Otsu, H. Sakurai et al., Nucl. Phys. **A722**, (2003) 301c.
- [37] P. Capel, G. Goldstein and D. Baye, Phys. Rev. C **70**, (2004) 064605.
- [38] S. Typel and G. Baur, Phys. Rev. C **64**, (2001) 024601.
- [39] H. Esbensen and G.F. Bertsch, Nucl. Phys. **A706**, (2002) 383.
- [40] H. Esbensen, G.F. Bertsch and K.A. Snover, Phys. Rev. Lett. **94**, (2005) 042502.
- [41] D. Baye, *Reaction mechanisms for rare isotope beams*, Editor B.A. Brown, AIP Conf. Proc. **791** (AIP, New York, 2005) p. 1.
- [42] M.L. Goldberger and K.M. Watson, *Collision Theory*, (John Wiley & Sons, New York, 1964).

- [43] R.G. Newton, *Scattering Theory of Waves and Particles* (Springer, New York, 1982).
- [44] H. Fuchs, Nucl. Instrum. Meth. **200**, (1982) 361.
- [45] J.A. Tostevin, F.M. Nunes and I.J. Thompson, Phys. Rev. C **63**, (2001) 024617.
- [46] R.J. Glauber, *High energy collision theory* in Lectures in Theoretical Physics, Vol. 1, Editors W.E. Brittin and L.G. Dunham (Interscience, New York, 1959) p. 315.
- [47] H. Esbensen and G.F. Bertsch, Phys. Rev. C **64**, (2001) 014608.
- [48] B. Abu-Ibrahim and Y. Suzuki, Phys. Rev. C **62**, (2000) 034608.
- [49] B. Abu-Ibrahim and Y. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **112**, (2004) 1013.
- [50] J. Margueron, A. Bonaccorso and D.M. Brink, Nucl. Phys. **A703**, (2002) 105.
- [51] J. Margueron, A. Bonaccorso and D.M. Brink, Nucl. Phys. **A720**, (2003) 337.
- [52] B. Abu-Ibrahim and Y. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **114**, (2005) 901.
- [53] D. Baye, P. Capel and G. Goldstein, Phys. Rev. Lett. **95**, (2005) 082502.
- [54] G. Goldstein, D. Baye and P. Capel, Phys. Rev. C **73**, (2006) 024602.
- [55] M.D. Cortina-Gil, PhD thesis, Université de Caen (1996).
- [56] B. Davids, D.W. Anthony, S.M. Austin, D. Bazin, B. Blank, J. Caggiano, M. Chartier, H. Esbensen, P. Hui, C. Powell et al., Phys. Rev. Lett. **81**, (1998) 2209.
- [57] J. Mortimer, I. J. Thompson and J. A. Tostevin, Phys. Rev. C **65**, (2002) 064619.
- [58] G. Goldstein, P. Capel and D. Baye, Phys. Rev. C **76**, (2007) 024608.
- [59] T. Kikuchi, T. Motobayashi, N. Iwasa, Y. Ando, M. Kurokawa, S. Moriya, H. Murakami, T. Nishio, J. Ruan (Gen), S. Shirato et al., Phys. Lett. B **391**, (1997) 261.
- [60] G. Rawitscher, Phys. Rev. C **9**, (1974) 2210.
- [61] R.Y. Rasoanaivo and G. Rawitscher, Phys. Rev. C **39**, (1989) 1709.
- [62] M. Kawai, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89**, (1986) 11.
- [63] T. Matsumoto, T. Kamizato, K. Ogata, Y. Iseri, E. Hiyama, M. Kamimura and M. Yahiro, Phys. Rev. C **68**, (2003) 064607.
- [64] M. Yahiro, Y. Iseri, H. Kameyama, M. Kamimura and M. Kawai, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89**, (1986) 22.

- [65] N. Austern, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Kawai, G. Rawitscher and M. Yahiro, Phys. Rep. **154**, (1987) 125.
- [66] F.M. Nunes and I. J. Thompson, Phys. Rev. C **59**, (1999) 2652.
- [67] K. Ogata, M. Yahiro, Y. Iseri, T. Matsumoto and M. Kamimura, Phys. Rev. C **68**, (2003) 064609.
- [68] K. Ogata, S. Hashimoto, Y. Iseri, M. Kamimura and M. Yahiro, Phys. Rev. C **73**, (2006) 024605.
- [69] A.M. Moro, F. Pérez-Bernal, J.M. Arias and J. Gómez-Camacho, Phys. Rev. C **73**, (2006) 044612.
- [70] P. Fröbrich and R. Lipperheide, *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon, Oxford, 1996).
- [71] Y. Sakuragi, M. Yahiro and M. Kamimura, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89**, (1986) 136.
- [72] N.C. Summers, F.M. Nunes and I. J. Thompson, Phys. Rev. C **74**, (2006) 014606.
- [73] T. Matsumoto, T. Ogami, K. Ogata, Y. Iseri, M. Kamimura and M. Yahiro, Phys. Rev. C **73**, (2006) 051602.
- [74] R.C. Johnson, J.S. Al-Khalili and J.A. Tostevin, Phys. Rev. Lett. **79**, (1997) 2771.
- [75] J.A. Tostevin, S. Rugmai and R.C. Johnson, Phys. Rev. C **57**, (1998) 3225.
- [76] R. Chatterjee, P. Banerjee and R. Shyam, Nucl. Phys. **A675**, (2000) 477.
- [77] M. Zadro, Phys. Rev. C **70**, (2004) 044605.
- [78] S.C. Pieper, R.B. Wiringa and J. Carlson, Phys. Rev. C **70**, (2004) 054325.
- [79] K. Wildermuth and Y.C. Tang, *A Unified Theory of the Nucleus* (Vieweg, Braunschweig, 1977).

Knockout reactions: experimental aspects*

Dolorès Cortina Gil

*Universidad de Santiago de Compostela,
E-15782 Santiago de Compostela, España*

Résumé

La disponibilité des faisceaux instables a favorisé le développement d'une activité importante dans le domaine des réactions directes. Dans le cas particulier des faisceaux exotiques de haute énergie, les réactions de cassure des projectiles, appelées réactions de knockout dans ce texte, ont été très intensivement étudiées. Ce cours donne une vue d'ensemble des résultats expérimentaux obtenus en appliquant cette technique. La sensibilité de la méthode aux différents aspects expérimentaux est illustrée par la description de quelques cas particuliers. L'utilisation des réactions de knockout en tant qu'outil spectroscopique est discutée en détail.

Abstract

The availability of radioactive beams has given rise to intense activity in the field of direct reactions. The removal of one(two)-nucleon (referred to as nucleon knockout in this text) from a fast exotic projectile has been extensively investigated. This lecture provides a general overview of the experimental results achieved using this technique. The sensitivity of the method to different experimental aspects is illustrated with a few examples. Special attention is given to the application of nucleon-knockout reactions as a general purpose spectroscopic tool.

Contents

1	Introduction	362
2	Reactions with fast radioactive beams	363
2.1	Experimental aspects	365
3	Experimental determination of observables measured in knockout reactions	366
4	Overview of experimental programs on knockout reactions	372

*This lecture is complementary to the one given by Daniel Baye(in this school) where theoretical aspects of dissociation reactions are introduced

5	Halo states	374
5.1	One-neutron halo ^{11}Be	374
5.2	One-proton halo ^8B	376
6	Knockout reactions as general purpose spectroscopic tool	378
6.1	Determination of spectroscopic factors	378
6.2	Comparison with Coulomb dissociation experiments	382
6.3	Bench mark of nuclear structure models	383
7	Two nucleon removal	385
8	Summary	386

1 Introduction

Let's consider a fast projectile approaching a target at rest. Once the projectile and the target are close enough, they will react. The nature of the projectile-target interaction can be nuclear (light target) or Coulomb (heavy target) in its origin. For large impact parameters, the reaction would be peripheral, and would result in the dissociation or breakup of the projectile into one (or a few) nucleon(s) (neutrons or protons) that would be ejected at large angles and a quasi-projectile (very often called core-fragment) that would continue its path almost unaffected by the reaction, with almost the same energy as the projectile.

At projectile relativistic energies, these reactions are considered to be direct. They proceed in a single step and the reaction mechanism can be formally described using semi-classical approximations (see details in D. Baye lecture). Comparatively, this “simple” reaction channel, associated with the removal of a single (few) nucleon, is quite favoured, giving these processes relatively high cross-sections.

These reactions have been used to elucidate the wave function of exotic nuclei (projectile). The superposition of different removed-nucleon + core-fragment configurations resulting after breakup creates a realistic picture of the original exotic projectile wave function. Therefore, the projectile wave function can be factorised as:

$$|Projectile \rangle = \sum C^2 S (|core \rangle \otimes |nucleon \rangle) \tag{1}$$

where $|core \rangle$ and $|nucleon \rangle$ represent the core-fragment and removed nucleon wave function and $C^2 S$ are the spectroscopic factors associated with each configuration.

The aim of this lecture is to provide an overview of the achievements and limitations related to the application of knockout reactions as spectroscopic tools, with special emphasis on the experimental aspects of the method. The lecture is structured around the presentation of a few selected experimental examples. Some of them, where the determination of the physical observables depends entirely on the detection of the emerging core-fragment after knockout, are known as inclusive measurements. These measurements would provide a weighted picture of the different core-fragment + removed-nucleon that form the structure of the ground state of the exotic projectile under study. In other cases, the core-fragment detection will be complemented by its eventual gamma de-excitation. These are known as exclusive measurements, and are sensitive to the individual core-fragment + removed nucleon contributions of the ground

state of the exotic projectile. They would provide experimental access to the corresponding spectroscopic factors.

Different names have been used in the literature to refer to these kind of reactions (i.e.: nucleon removal, nucleon breakup and nucleon knockout). This last name was adopted by the NSCL community in their publications and is probably the most widely used (see review articles and references therein [1, 2, 3]). The choice of this name was not naive, it was already used more than three decades ago to refer to quasi-free scattering reactions induced either by high energy protons and electrons, (p,2p) and (e,e'p), known to be very powerful spectroscopic tools. Indeed “proton-knockout” using high-energy electrons (e,e'p) was studied extensively in the 1980s, and was considered the only experimental method able to provide absolute spectroscopic factors in well-bound nuclei [4, 5].

Here we will use the term “knockout reactions” to refer to these reaction channels. Figure 1 shows the reaction mechanism for the particular case of two-proton knockout of a ^{28}Mg projectile by a light ^9Be target (discussed later in section 7).

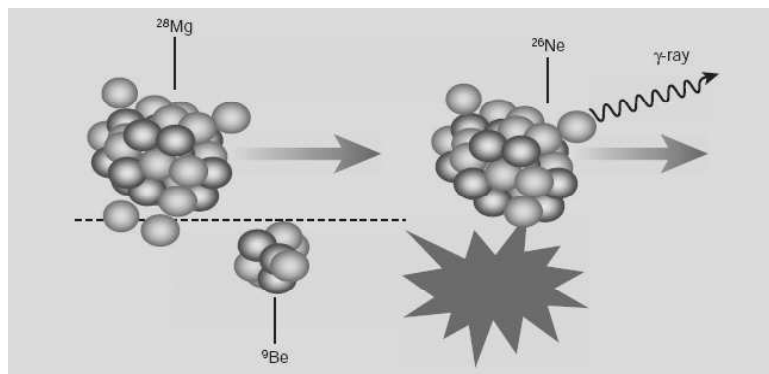


Figure 1: *Schematic representation of a two-proton knockout of an unstable ^{28}Mg projectile at ≈ 67 MeV/nucleon by a stable beryllium target [6, 7]. Two of the four loosely bound protons are removed during the reaction, leaving a core of ^{26}Ne .*

Most of this lecture is dedicated to the particular case of one-nucleon nuclear knockout reactions, induced by light targets. The particular cases of one-nucleon Coulomb (interaction with heavy targets) knockout and two-nucleon knockout reactions will be discussed in the last sections. Interested readers can find complementary information in the following review articles [1, 2, 3], and their references.

2 Reactions with fast radioactive beams

The interest in exploring the structure of nuclei far from the β stability valley is not a recent topic in modern nuclear physics. The first experiments with radioactive secondary beams were performed more than fifty years ago ([8] and references therein). They were limited to the available experimental tools and concentrated on radioactivity experiments (i.e.: decay radiation, masses and determination of ground-state properties). Subsequent technological progress made it possible to apply techniques that had been developed for stable beams to the case of secondary beams. An example of this is the intense transfer reactions program developed with

secondary beams at GANIL in the last few years [9].

The advent of fast radioactive beams produced by projectile fragmentation and the development of the in-flight identification technique for the emerging fragments was an important milestone in the systematic study of unstable nuclei. It is important to mention the pioneering work of Tanihata and collaborators in the systematic investigations of matter radii of exotic nuclei [10, 11]. A few years later, nucleon-knockout [13] was used for the first time to obtain spectroscopic information on unstable nuclei. Since then, this method has been used extensively.

Nucleon-knockout and transfer reactions are quite complementary. Both methods are considered excellent spectroscopic tools and allow the microscopic structure of a given nucleus to be determined in its ground and excited states. Transfer reactions yield high cross sections (1mb) at relatively low energies (in the range 20-30 MeV/nucleon) whereas the optimum range for knockout reactions is associated with projectile energies around 100 MeV/nucleon and higher. The cross section of this process can vary from well above 100 mb, for loosely bound nuclei, to 1 mb for tight nuclei. In a good approximation, at beam energies above 60-70 MeV/nucleon, the internal degrees of freedom in a nucleus can be considered “frozen” during the collision [12]. Within this picture known as “adiabatic approximation” the momentum of the recoil fragment after one-nucleon removal provides a measurement of the wave function of the removed nucleon. Another big advantage of working at higher energies is that the reaction mechanism description is simplified, which permits the use of a semi-classical approximation of the reaction with regard to the impact parameter of the relative motion of projectile and target.

The knockout process to a given final state includes different contributions. “Stripping” or inelastic breakup refers to cases where the removed nucleon reacts with the target, the nucleon is scattered to large angles and the target is excited. “Diffraction” or elastic breakup, corresponds to reactions where the target remains in its ground state and the removed nucleon is emitted in forward direction, almost at the projectile velocity. The third contribution, called Coulomb dissociation, corresponds to electromagnetic elastic breakup and plays a minor role in the case of light targets (see details in D. Baye’s lecture and [1]). The so-called single particle cross-section (σ_{sp}) of the process can be expressed as:

$$\sigma_{sp} = \sigma_{str} + \sigma_{dif} + \sigma_{Cou} \quad (2)$$

where σ_{str} , σ_{dif} and σ_{Cou} stand for stripping, diffraction and Coulomb contributions, respectively .

In the most cases, the largest contribution is stripping , but for very loosely-bound nuclei (haloes) the role of “diffraction” can be important. Both contributions are very often calculated using “eikonal” or “Glauber” theory based in the assumption that the projectile’s constituents follow straight-line paths- with constant velocity (see D. Baye’s lecture and [1, 14]).

Different approaches have been used to compute these contributions. Originally they were calculated using the so-called “black disk” model, based on geometrical considerations. In this model, the stripping contribution leaves the wave function unchanged throughout space, except for a cylinder where it vanishes [15, 16, 17]. The idea behind it is the fact that all reactions with an impact parameter smaller than the sum of the target and core nucleus radii will destroy this last one. Consequently, this region of the wave function is never sampled in these reactions. The radius of the cylinder is chosen according to the effective target radius and the impact parameter, in order to reproduce empirical nucleon and core-target reaction

cross sections at the energies of interest. A more accurate picture of these single-particle cross sections is provided by the “spectator-core” approximation to the many-body eikonal theory. This approximation uses more realistic nucleon- and core-target elastic S -matrices than the black disk approximation. The expressions for stripping and diffractive single-particle cross sections are given by:

$$\sigma_{str} = \frac{1}{2j+1} \int d\vec{b} \sum_m \langle \Psi_{jm} | 1 - |S_n|^2 |S_c|^2 | \Psi_{jm} \rangle \quad (3)$$

$$\sigma_{dif} = \frac{1}{2j+1} \sum_{\sigma, m} \int d\vec{k} \int d\vec{b} \langle \Psi_{\vec{k}\sigma} | 1 - (S_n S_c) | \Psi_{jm} \rangle^2 \quad (4)$$

where Ψ_{jm} is the removed-nucleon core wave function and $|S_n|$ and $|S_c|$ are the S - matrices or projectile functions for the removed-nucleon target and core target. $\Psi_{\vec{k}}$ represent continuum breakup states. A detailed explanation of how these expressions are determined is presented by J. Tostevin in [59, 20, 18]. There are other approaches that do not involve these “adiabatic and eikonal” approximations such as [19, 21].

The cross section is then assumed to be the sum of all possible states of the product of the single-particle cross section (given by the sum in equation 2) and a spectroscopic factor (C^2S).

$$\sigma = \sum_j C^2S(nlj) \sigma_{sp}(S_n, nlj) \quad (5)$$

The spectroscopic factors reflect the “different probability of existence” associated to each particular configuration (see the N. Keeley and A. Poves lectures for details on the spectroscopic factor concept).

Cross sections determined in this way are compared with the experimentally obtained cross sections to deduce experimental spectroscopic information.

Another source of information comes from the momentum distribution of the remaining core-fragment. In the “sudden” approximation, the momentum distribution of the $A-1$ fragment in the rest frame of the projectile is equal (but with opposite sign) to the momentum of the removed nucleon. This core fragment momentum distribution provides information on the knockout nucleon wave function. The comparison of experimental core-fragment momentum distributions with theoretically evaluated distributions, taking into account removed nucleons in different orbits (with different angular momenta), would allow us to assign the angular momentum of the removed nucleon and subsequently the spin and parity of the ground state of the exotic nuclei being studied.

2.1 Experimental aspects

To perform a knockout experiment induced by exotic nuclei you need:

- a) high-energy secondary beams
- b) a detection system able to select the reaction channel and ensure a kinematically complete measurement (i.e: identification and tracking of projectiles and core-fragments, high precision measurement of the core-fragment moment and discrimination of the different possible core-fragment excited states).

Currently, high-energy secondary beams are produced by projectile fragmentation of stable beams that are generated by heavy ion accelerators such as synchrotrons and cyclotrons. Projectile fragmentation results in a cocktail beam composed of the various fragments that are produced. The final intensity of the secondary beams must be sufficient to guarantee the success of the experiment: a minimum intensity of a few particles per second is necessary to perform inclusive exploratory investigations. This intensity will depend on different factors. Among the most important are:

- the type of accelerator used: cyclotrons generally provide higher intensities than synchrotrons.
- the choice of projectile: the closer the primary projectile and the secondary beams are in A and Z , the higher the production cross section.
- the target thickness. Working at high energies makes it possible to use relatively thick targets, which have a larger number of atoms and thus a greater secondary particle yield.

Knockout experiments are performed using very powerful magnetic spectrometers. These devices are composed of a set of electric and magnetic elements that guarantee optimum transport of secondary projectiles and emerging fragments. Electromagnetic spectrometers also act as filters allowing the selection of one (or a few) secondary fragments from among all the species produced after fragmentation of the projectile. They are equipped with various detectors to ensure identification and tracking of ions traversing the system in an event-by-event basis. Last but not least, spectrometers provide a very accurate determination of the momentum of the nuclei, which makes it possible to translate the position distribution of the core fragments into the momentum change induced in a knockout target. Interested readers will find further details on those topics in P. Roussel-Chomaz's lectures (in this school) and [26].

Projectile fragmentation uses inverse kinematics, which means that the fast projectile is heavier than the target. This has interesting kinematic consequences. All fragments produced are emitted in forward direction at velocities similar to that of the projectile and with a relatively small angular aperture, which helps to increase the transmission of fragments through the spectrometer.

The energy of the secondary beam also plays an important role in determining experimental constraints. The higher the secondary beam energy, the smaller the angular aperture of the cone in which the reaction fragments are emitted. The result is a more efficient transmission of projectile and core-fragments through the magnetic spectrometer for higher energies.

3 Experimental determination of observables measured in knockout reactions

In this section we will introduce the observables needed to obtain experimental access to the exotic projectile wave function, namely the momentum distribution of the core-fragments resulting after nucleon knockout and the cross section associated with this reaction channel. The longitudinal momentum distribution of the core-fragment after knockout provides information about the wave function of the removed nucleon whereas spectroscopic factors (C^2S) are determined from the removal cross sections. Gamma de-excitation of the core-fragment can also be

measured with gamma detector arrays. The coincident detection of core-fragment momentum distribution and removal cross-section with gamma-rays provides information on each individual contribution to the exotic projectile wave function (see equation 1).

Figure 2 shows a schematic view of the generic experimental setup at the FRagment Separator (FRS) at GSI [23]. The determination of all the observables introduced in this section will be referred to this example. Other devices extensively used to perform measurements of this kind are the A1900/S800 spectrograph at NSCL/MSU [25] and the SPEG energy loss spectrometer at GANIL [24].

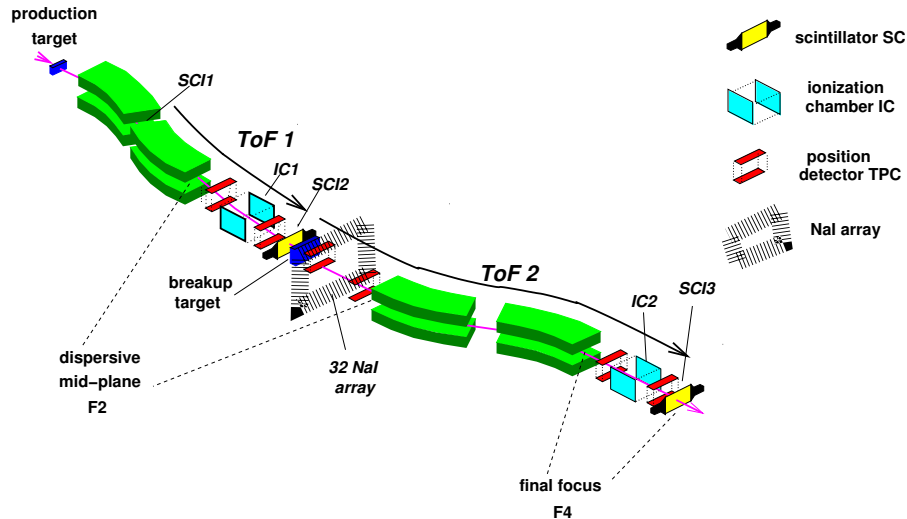


Figure 2: A schematic view of the FRagment Separator (FRS) with its detection set-up. Complete identification with ToF (SC) and energy-deposition (IC) measurements is possible in both sections of the spectrometer. Several position sensitive detectors (TPC) provide projectile and fragment tracking as well as measurement of fragment momentum distribution. A γ detector (NaI) provides coincident measurement of fragments with its γ -ray deexcitation .

The first section of the spectrometer is tuned to transport the nucleus of interest until it reaches to the intermediate image plane, where the knockout reaction is induced. Other fragmentation products that fit inside the spectrometer acceptance will be transported as well (as shown in the left panel of Figure 3). The spectrometer section behind the knockout target is then set to the magnetic rigidity of the $A^{-1}Z$ X fragments produced in the one-neutron knockout reaction (right panel of Figure 3).

At the same time, we also have to ensure an unambiguous selection of the reaction channel. This is achieved by the double identification of the exotic projectile before the knockout target and the remaining core-fragment after knockout target. Figure 3 illustrates a particular case corresponding to the ^{40}Ar fragmentation at 1 GeV/nucleon performed at the FRS. The first section of the spectrometer was tuned to select ^{20}O fragments (right panel), whereas the second section was tuned to select ^{19}O fragments emerging from the one-neutron knockout on a carbon target. In this particular measurement, identification was achieved by determining the A/Z ratio from Time of Flight (ToF) measurements with plastic scintillators, and energy losses ($\approx Z^2$) recorded by ionisation chambers.

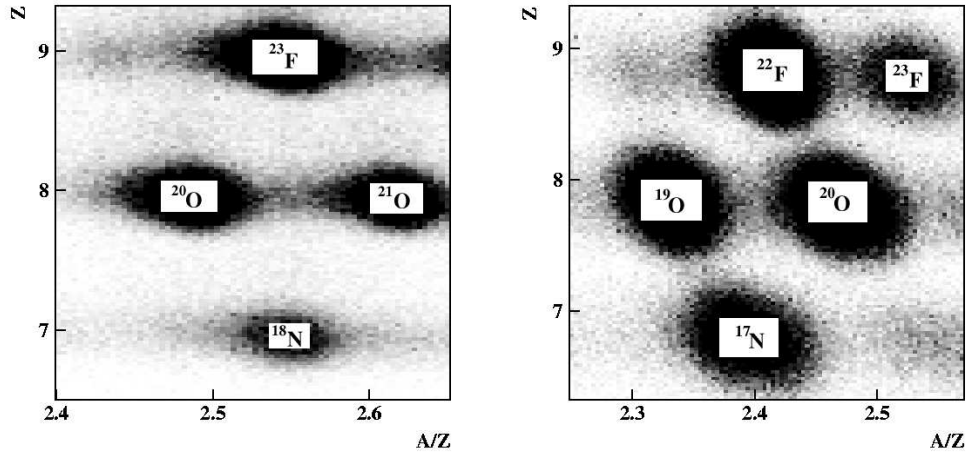


Figure 3: Identification of different secondary beams (left) and the corresponding one-neutron removal core-fragments (right) emerging after one-neutron knockout on a carbon target. This cocktail beam was obtained by fragmentation of ^{40}Ar at 1 GeV/nucleon impinging on a Be target [22].

In the “adiabatic” approximation mentioned in section 2, the momentum of the core-fragment after one-nucleon removal provides information on the wave function of the removed nucleon. Narrow momentum distributions have been associated with large spatial extension of the removed nucleon. This was clearly observed in experiments with halo nuclei that will be presented in detailed later in this lecture (section 5). In more general terms, core-fragment momentum distribution is sensitive to the angular momentum of the removed nucleon. For example, the momentum width due to knockout is around 50 MeV/c for an s ($l=0$) neutron, and around 300 MeV/c for a d ($l=2$) neutron. The core-fragment momentum is determined by measuring the velocity shift induced by the knockout target. To determine velocity shift, position sensitive detectors measure the position distribution of the one-nucleon removal residue at the final spectrometer focal plane.

It is important to keep in mind that the experimental determination of core-fragment momentum distributions requires high-resolution measurements, which are obtained by the use of spectrometers. The most stringent cases would correspond to the narrow momentum distributions of halo nuclei (see section 5), where a single-particle hole yields a FWHM in the order of 50-80 MeV/c in the core-fragment momentum distribution.

The momentum distribution of the core-fragment measured (p_f) at the final focus reflects the momentum shift induced in the knockout reaction. This momentum distribution is obtained from the positions of the fragments, measured at the reaction point (X_R) and final focus (X_F) according to the equation.

$$p_f = Q_f B \rho \left(1 + \frac{X_F}{D_2} + \frac{X_R}{D_1} \right) \quad (6)$$

where $B\rho$ is the magnetic rigidity and D_1 and D_2 the dispersion of the different sections of

the spectrometer.

In theory, position distribution measurements are possible in the longitudinal and transversal directions to the beam direction. These quantities make it possible to determine the longitudinal (parallel) and transverse (perpendicular) contributions with respect to the beam direction of the core-fragment momentum distribution. Both projections should contain the same information but the longitudinal distribution is preferred because it is less affected by Coulomb diffraction and diffractive scattering mechanisms (see section 2 and references therein).

From now on, we will always refer to core-fragments longitudinal momentum distributions. The experimental determination of the core-fragment momentum distribution is measured in the laboratory reference system and then transformed to the co-moving system using the corresponding Lorentz transformation.

The final core-fragment momentum resolution depends not only on the tracking and magnetic solving power but also on the quality of the primary beam (spot size and angular alignment) and the amount of matter at the mid-plane (angular energy straggling). Most of these contributions can be experimentally evaluated by measuring the momentum distribution of the projectile (without knockout target)[28, 27], which can be used for deconvolution (FWHM reported in literature are always corrected by this value). Figure 4 shows these effects for the case of ^{19}C at 910 MeV/nucleon.

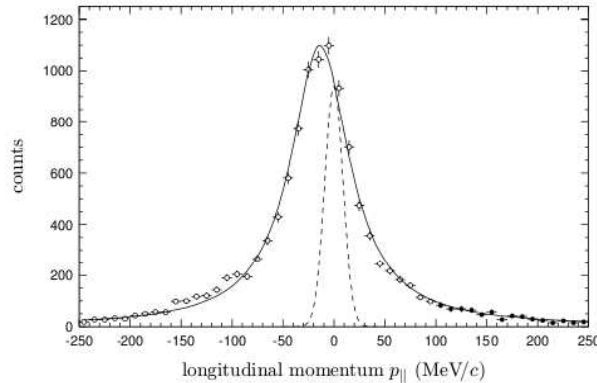


Figure 4: *Longitudinal momentum distribution of ^{18}C fragments from one-neutron knockout of ^{19}C at 910 MeV/nucleon on a carbon target. The dashed profile represents the measured system resolution with a width of 19.9 MeV/c [27].*

The left panel in Figure 5 shows core-fragments momentum distributions of different carbon projectiles, at almost 1 GeV/nucleon, after one-neutron knockout ranging from the bound case of ^{12}C with a FWHM of 220 ± 12 MeV/c to the loosely bound ^{19}C with a FWHM of 71 ± 3 MeV/c. These experimental results show the different nature of the removed neutron, and indicate the presence of an s-neutron in ground state configuration in the one-neutron halo nuclei ^{19}C [28].

The one-nucleon removal cross section is deduced from the ratio between the exotic projectile, which comes from direct counting of the number of projectiles in front of the knockout

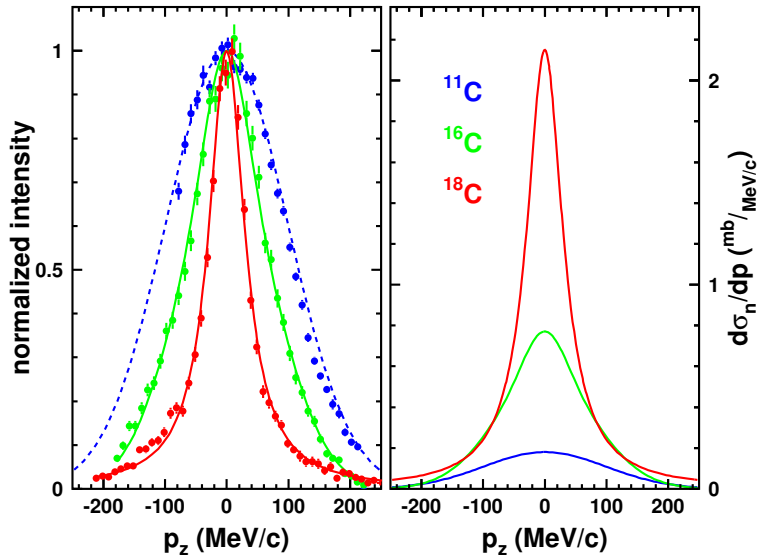


Figure 5: *Longitudinal momentum distributions of different carbon fragments, at ≈ 910 MeV/nucleon, emerging from one-neutron knockout reactions, normalised to the unit (left) and to the measured removal cross-sections. Data extracted from [28, 27].*

target, and the number of knockout residues. This last quantity is determined at the final focal plane of the spectrometer and must be corrected for the corresponding fragment transmission in the spectrometer section between the knockout target and the detection point. This transmission is evaluated by means of relatively complicated simulation programs that account for the ion-optical transport of the nuclei through the spectrometer. Other corrections, such as secondary reactions in the knockout target, detector efficiency and data acquisition dead time are also considered. The right panel of Figure 3 shows the measured momentum distributions for the different C isotopes, normalized to the corresponding cross sections. It is important to mention that in principle these two inclusive observables, core-fragment momentum distribution and nucleon removal cross section, are determined independently.

The experimental setup should also provide information on core-fragment de-excitation after knockout. The most common method for distinguishing the different core-fragment configurations contributing to the exotic nuclei wave function, which means to differentiate whether the core-fragment is in its ground state or in an excited state, is the coincident detection of the eventual core-fragment gamma- de-excitation with previously introduced observables (exclusive measurements). Therefore, the gamma-ray detector has to be located near the knockout target. Different gamma detector arrays have been used. The first experiments were performed with scintillation-based detectors (namely NaI(Tl) and CsI(Tl)) with moderate intrinsic energy resolution. In the last years they have been replaced by Ge detectors with excellent intrinsic energy resolution but considerably smaller efficiency in detecting high energy gamma-rays.

The recorded gamma-ray spectra, emitted by relativistic moving sources would be influenced by the Doppler effect (shift and broadening). The Doppler shift represents the gamma energy transformation between the laboratory and the rest reference system. The left panel in Figure 6

shows the evolution of the Doppler shift with the polar angle. For the forward angles ($\theta < 40$ degrees), this effect significantly increases the energy in the laboratory system, which is translated into a lower detection efficiency in the gamma detector (the detection efficiency of a gamma detector depends on the gamma energy, the higher the gamma energy the lower the efficiency). Doppler broadening reflects the effect of the angular aperture of the gamma detector in the final energy resolution of the system. The right panel of Figure 6 shows the evolution of this effect with the polar angle (for a given detector angular aperture). The energy resolutions shown in this picture are calculated without considering the intrinsic energy resolution of the gamma detector used. We can also see in (Figure 6) that the Doppler shift and broadening become more dramatic as the energy of the emitter increases. The Doppler shift can be corrected by determining the velocity of the emitter and the gamma-rays emission direction. However, the broadening effect is determined by the velocity of the emitter and the detector angular aperture, and cannot be corrected. The final energy resolution will be dominated by this kinematic broadening. Thus, detector segmentation becomes a key factor, the larger the segmentation the better the energy resolution.

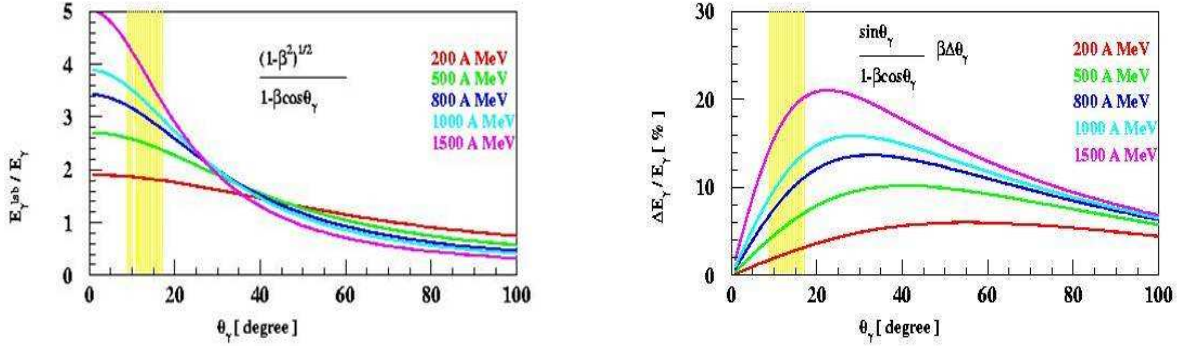


Figure 6: *Doppler shift and Doppler broadening for gamma-rays emitted by relativistic sources at different energies (curves generated for detectors with angular aperture of about four degrees).*

These “weak” points- small efficiency for energetic γ -rays and finite angular segmentation- limit the performances of gamma arrays and constitute the main uncertainty in the determination of exclusive observables. To illustrate all these effects, we see in the left panel of Figure 7 an example of a gamma detector used to perform these coincidence measurements, the MINIBALL [29] Ge array, placed at the intermediate focal plane of the FRS. The right panel of Figure 7 shows an example of a gamma energy spectra recorded in a recent experiment [31] using this detector to probe the single particle properties around ^{54}Ca (^{47}Ca here depicted was used as the reference case), where a shell closure effect for $N=34$ ($Z=20$) was predicted [30]. In this case, the emitter energy was ≈ 500 MeV/nucleon ($\beta \approx 1.53$). We can observe in this figure that the energy resolution achieved for the peak ≈ 570 keV is around a few percent. This energy resolution is considered a good result for in-beam gamma ray spectroscopy for relativistic moving sources, but it is nowhere near the intrinsic energy resolution of these Ge detectors (well below 1%).

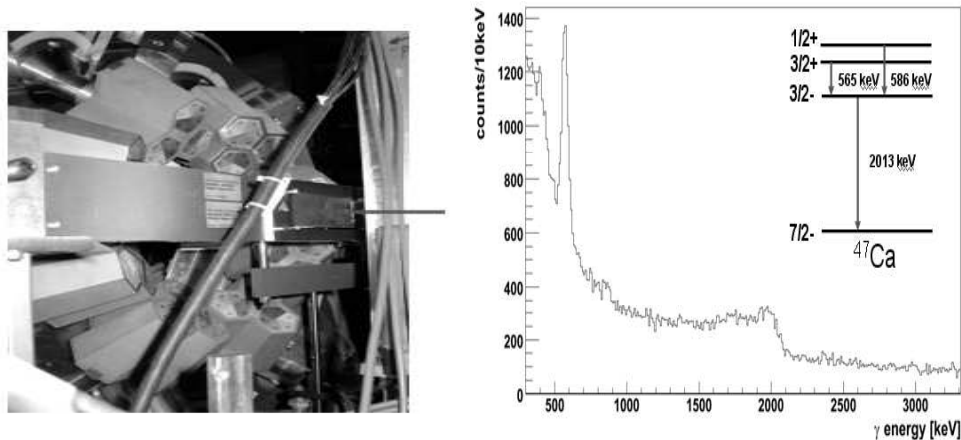


Figure 7: *Left: MINIBALL detector in its configuration at the intermediate focal plane of the FRS for recent knockout experiments. Right: Gamma-rays recorded from the ^{47}Ca core-fragment de-excitation following the reaction $^9\text{Be}(^{48}\text{Ca}, ^{47}\text{Ca}+\gamma)X$ at around 500 MeV/nucleon [31].*

4 Overview of experimental programs on knockout reactions

Knockout reactions have been used since the mid-1980's to investigate the nuclear structure of exotic nuclei. The first experiments focused on the study of neutron-halo states and were later extended to other exotic species. Even though this has revealed to be a very powerful method, the cases investigated concentrated on the light part of the nuclide chart. This is mainly due to the technical limitations associated with the production of secondary beams. It is important to keep in mind that the neutron dripline has only been reached for nuclei with low Z (up to $Z=12$). Consequently, this is where most of the knockout experiments have been performed so far.

NSCL/MSU was the first laboratory to implement the nuclear-knockout technique [32], and is still the most active in the field. For many years, knockout experiments at NSCL have focused on the study of n-rich nuclei at intermediate energies (50-150 MeV/nucleon) [1, 3]. They have also pioneered the application of the knockout technique to the study of heavier nuclei [33] and have more recently extended their experimental studies to the removal of two nucleons [7, 77, 78, 3].

In a similar energetic domain, GANIL has also applied the knockout technique on several occasions [35], whereas RIKEN has concentrated on the study of Coulomb induced breakup [71, 69]. GSI, working in a higher energetic regime (500-1000 MeV/nucleon), has carried out investigations on both Coulomb [68, 70, 72] and nuclear [28, 56, 22] knockout.

Figure 8, shows some very recent results [34] obtained at the FRS(GSI), of inclusive momentum distributions of residual nuclei after one-neutron knockout, on top of a chart of the nuclides. The vertical axis in this picture corresponds to the Z number and the horizontal axis to the N number of the exotic projectile before fragmentation. Several neutron-rich isotopes could be investigated in a single experiment where a cocktail secondary beam was produced

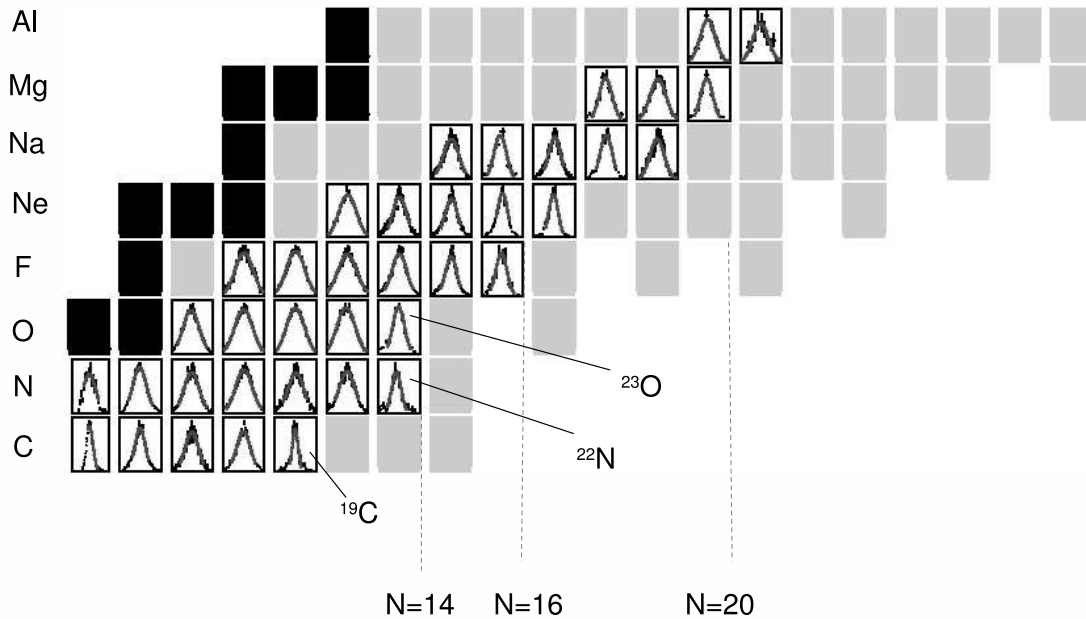


Figure 8: *Inclusive longitudinal momentum distributions of the $A-1$ fragments after one-neutron removal from the various projectiles indicated here on top of a chart of nuclides. Black squares correspond to stable isotopes. The measurements were performed at GSI using beam energies around 700 MeV/nucleon [34].*

by nuclear fragmentation of ^{40}Ar at 700 MeV/nucleon. Though qualitative, the evolution of the momentum distribution in this figure reflects the structural changes presented by nuclei approaching the dripline. For example one can observe the narrowness of the distribution for well known “halo states” such as ^{19}C , or the $N=14$ sub-shell effect (^{22}N , ^{23}O , ^{24}F , ^{25}Ne ,...). This figure also reveals the potential of this technique to perform exploratory investigations, as indicated by Sauvan et al. [35], in earlier work .

The information provided by the ensemble of data obtained over at least 25 years, in different facilities and at different energetic domains is quite coherent, even though the quality is each time determined by the particular experimental conditions. For example, detection quality of the remaining fragments after knockout is excellent in experiments at higher energies, whereas the in-beam coincidence gamma detection is easier to implement at intermediate energies (see section 3 for details).

5 Halo states

Near the neutron dripline the large neutron excess and the small neutron binding energy can lead to dramatic changes in the nuclear structure. Though the years, special attention has been given to the case of nuclear halo states, where the single-particle picture provided by the shell model is unusually realistic. When approaching the driplines the separation energy of the last nucleon, or pair of nucleons, decreases gradually and the bound nuclear states come close to the continuum. In some cases, the combination of the short range of the nuclear force and the low separation energy of the valence nucleons results in considerable tunneling into the classical forbidden region and a more or less pronounced halo may be formed. A halo nuclei can be visualized as an inert core surrounded by a low density halo of valence nucleon(s) [36]. The formation of halo states is especially characteristic for light nuclei in the dripline regions, although not all of these can form a halo.

Analysis and interpretation of knockout experiments dedicated to the study of “halos” has undoubtedly led to a better understanding of the knockout technique and to its development and application as a powerful spectroscopic tool. In earlier experiments, the experimental signatures of these phenomena were the narrow momentum distribution of the emerging fragments after one-neutron knockout, this reflecting the large spatial extension of the removed nucleon, and the large one-neutron removal cross sections that constitute a complementary source for structure information (see [36] for a detailed compilation). These first experiments relied uniquely in the detection of the core-fragments and are known as “inclusive” measurements. However, we should not forget that the nuclei under study are located far away from the beta-stability line and that the resulting core-fragments are exotic nuclei themselves. As a result, core-polarisation effects are quite common. Indeed, it soon became evident that a non negligible fraction of the measured neutron-removal cross section was populating excited states in the residue. This meant that the observed longitudinal momentum distributions were in reality the superposition of broad components associated with core-fragment excited states onto the narrow distribution associated with the halo states (mainly in the core-fragment ground state).

The use of gamma-ray coincidence (described in section 3) has made it possible to separate these different contributions which in turn has made it possible to determine the partial cross-sections of the different core states. The observables extracted under these conditions are referred to as “exclusive”. This exclusive experimental information, together with an adequate model describing both the structure of the nuclei involved and the reaction mechanism, allows for the experimental determination of spectroscopic factors. As we pointed out in section 3, this coincidence technique is not exempt from experimental problems. Cases involving nuclei with complex decay schemes, and/or with many weak transitions would be associated with larger experimental errors that would make a detailed analysis difficult or impossible. However, as in the case of “halos”, nuclei close to the driplines exhibit very few bound states making this determination easier.

In the following paragraphs, we will concentrate on the description of two well-known cases ^{11}Be and ^8B , which correspond to one-neutron and one-proton halo states, respectively.

5.1 One-neutron halo ^{11}Be

Our first example is ^{11}Be with only three bound excited states and a one-neutron separation energy of ~ 500 keV. The ground state of ^{11}Be , considered as a $1/2^+$ intruder from the sd shell, is a well known one-neutron halo state. First experimental evidences came from the

measurement of the half-life of the 320 keV excited state of ^{11}Be , suggesting an extremely strong E1 transition [38], and the narrow momentum distribution of ^{10}Be core-fragments resulting after one-neutron knockout of ^{11}Be [39]. The naive picture of an inert ^{10}Be core and a neutron in a 1s shell, soon gave way to a more complex picture where the pertinence of this inert core was questioned.

The most favourable scenario consisted of an admixture of a neutron in a $0d_{5/2}$ coupled to the first excited state in ^{10}Be (2^+), but theoretical predictions ranged in their estimates from 7% to 40% [43, 44]. The experimental situation was ambiguous, with different results from a $^{10}\text{Be}(d,p)^{11}\text{Be}$ experiment providing quite different spectroscopic factors [45, 46, 47], some of them incompatible with earlier Coulomb dissociation experiments [48, 49]. The knockout experiment performed by T. Aumann et al. [37] at NSCL (A1900/S800) shed light on this question. They produced a secondary beam of ^{11}Be at 60 MeV/nucleon by nuclear fragmentation of ^{16}O . The ^{11}Be beam impinged on a Be target producing the one-neutron knockout. A NaI(Tl) array located around the removal target recorded the gamma-rays in coincidence with the ^{10}Be fragments, which were analysed with the tracking detectors located at the end of S800 (see experimental details in [37]). The resulting gamma-energy spectrum is displayed in the left panel of Figure 9, where the solid line represents a fit to the experimental spectrum. The different gray lines correspond to a Montecarlo simulation of the individual decay lines. The gamma-rays facilitated the experimental determination of partial cross-sections that are

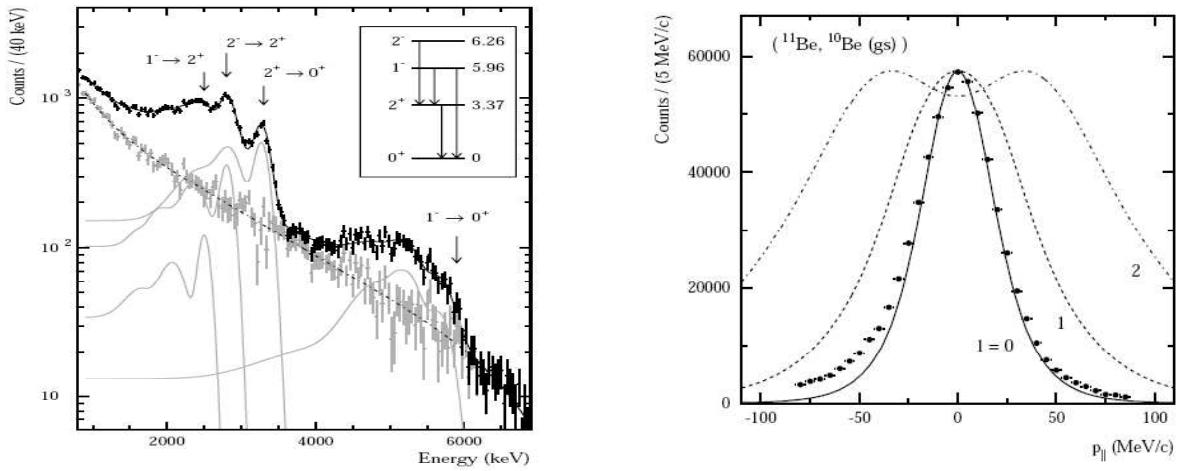


Figure 9: *Left: Doppler-corrected gamma energy spectrum measured with the NaI array in coincidence with ^{10}Be core-fragments emerging from the $^9\text{Be}(^{12}\text{Be}, ^{11}\text{Be}+\gamma)X$ one-neutron knockout. Right: Longitudinal momentum distribution of the ^{10}Be ground state fragments. The curves are calculations assuming a knockout reaction from s, p, and d states [37].*

summarised in table 1. The calculations shown in this table correspond to single-particle cross sections in the spectator-core eikonal three-body model. They are given separately for knockout (stripping) and diffractive breakup. The theoretical cross-section for a given ^{10}Be core final state and the removed nucleon j value, is assumed to be the product of a spectroscopic factor (C^2S) [50] and a single-particle cross section, which is the sum of the different contributions mentioned above. This theoretical cross section is then compared with the experimental values, allowing us to test the picture provided by the reaction mechanism description and the nuclear structure (spectroscopic factors calculated within the shell model), to determine how realistic

Table 1: *Partial cross sections (mb) to all final states I^π observed in ^{10}Be after one-neutron knockout from ^{12}Be . Different contributions of theoretical single-particle cross sections in the eikonal model are reported. The sum multiplied by the spectroscopic factor is compared with the experimental values [37].*

I^π	l	CS	σ_{sp}^{knock}	σ_{sp}^{diff}	σ^{other}	σ^{theo}	σ^{expt}
0^+	0	0.74	125	98	10	172	203(31)
2^+	2	0.18	36	14	11	17	16(4)
1^-	1	0.69	25	9		23	17(4)
2^+	1	0.58	25	9		20	23(6)
Σ						224	259(39)

it is. Table 1 shows a quite good agreement between the experimental results and theoretical calculations. This result also corroborates a dominance of s-wave single particle configuration for the ground-state.

With this experimental setup, it was possible to discriminate the ground-state from the other excited states for the ^{10}Be fragment momentum distribution. The results are shown in the right panel of Figure 9, together with calculations assuming a knockout reaction from s , p and d neutrons. Here we see that the narrow momentum distribution (FWHM = 47.7(6) MeV/c), associated with the ^{10}Be g.s, is only compatible with the case of nucleon removal from a $1s$ state. The momentum distributions for the excited states are consistent for the 6.0 MeV gamma-ray with the known $p_{3/2}$ core state assignment, while the momentum gated on the $2^+ \rightarrow 0^+$ transition (3.4 MeV) contains contributions from both p and d neutrons. This experiment was then very successful in determining the ground state structure of ^{11}Be , quantifying the admixture of the ^{10}Be excited core to it. It provided a good understanding of the reaction mechanism and structure of the nuclei involved.

5.2 One-proton halo ^8B

Another interesting case is ^8B . With one bound state and a one-proton separation energy of 137 keV, ^8B is the only known nucleus with a proton halo structure in its ground state. Experimental evidence for it was seen in earlier measurements of a large one-proton removal cross section of 98 ± 6 mb (on carbon) and a narrow longitudinal momentum distribution of 93 ± 5 MeV/c [51, 52, 53].

Because it is an $A = 8$ nucleus, reactions involving ^8B are important to understand how the nucleosynthesis bridges the $A = 8$ mass gap. In particular, the astrophysical interest in ^8B stems from its key role in the production of high-energy solar neutrinos [54]. The need for accuracy in this number has not diminished after the reports on neutrino oscillations [55]. Indeed, the proton capture rate of ^7Be strongly depends on the structure of ^8B .

When describing ^8B as a one-proton halo system, one should keep in mind that the ^7Be core is itself a weakly bound system, which can be considered as a two-body system ($^4\text{He} + ^3\text{He}$). The ^7Be $3/2^-$ ground state is bound by 1.587 MeV, and the only bound state below the $\alpha + ^3\text{He}$ threshold is the $1/2^-$ state at 429 keV excitation energy. If ^8B is treated as a two-body system, there are three possible ways to couple a proton to the ^7Be core: the last proton in ^8B can be in either a $p_{3/2}$ or a $p_{1/2}$ state, and the possible ground state configurations of ^8B ($I^\pi=2^+$) thus are:

- a) $\psi(^7\text{Be}(3/2^-)) \otimes \psi(p(3/2^-))$
- b) $\psi(^7\text{Be}(3/2^-)) \otimes \psi(p(1/2^-))$
- c) $\psi(^7\text{Be}(1/2^-)) \otimes \psi(p(3/2^-))$

An experiment was performed at the FRS (GSI) [56] with a ^8B beam at 936 MeV/nucleon, produced by nuclear fragmentation of a ^{12}C primary beam. This ^8B beam impinged on a C target located at the intermediate focal plane of the FRS. Fragment longitudinal momentum distributions after proton knockout and the cross section of the process were determined in the experiment. An array of NaI(Tl) detectors, located close to the knockout target and covering the forward direction, allowed the coincidence measurement of the 429 keV γ rays. Tracking detectors located at the final focal plane determined the momentum distribution of the ^7Be fragments after one-proton removal process of ^8B . This coincidence measurement provided direct information about the contribution from configuration (c) to the ^8B ground state wave function.

The gamma-rays recorded in the experiment are presented in the left panel of Figure 10. A summary of the experimental results achieved is also shown in Table 2. The theoretical values were obtained using the eikonal approximation with a three body model ($^4\text{He}+^3\text{He}+t$) to describe the ^8B wave function.

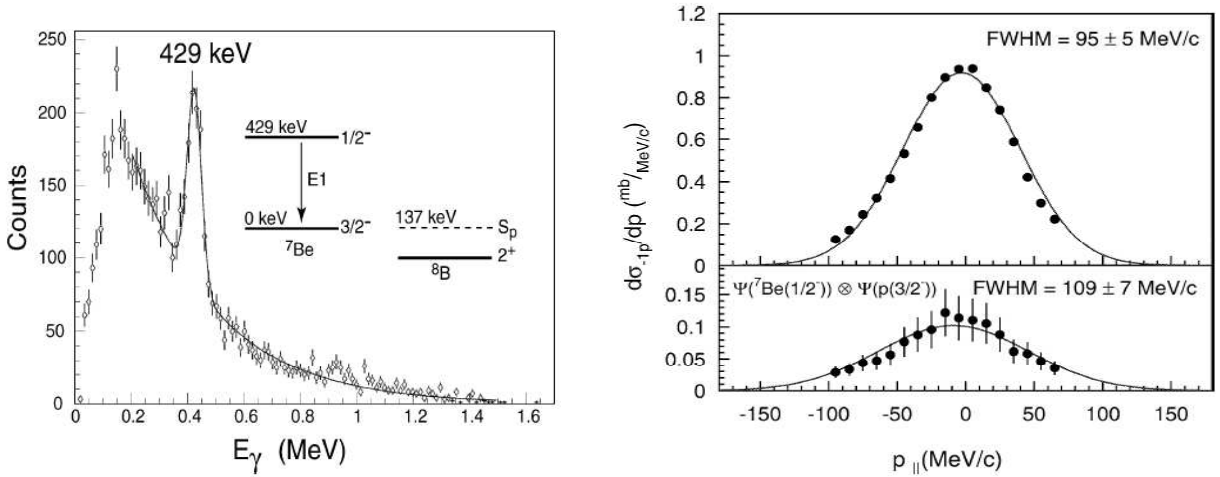


Figure 10: *Left: Energy spectrum of γ rays after Doppler correction in coincidence with ^7Be fragments after one-proton removal reactions of ^8B in a carbon target. Right: (top) Inclusive and (bottom) exclusive $p_{||}$ momentum distribution of ^7Be core-fragments emerging from the $^{12}\text{C}(^8\text{B}, ^7\text{Be}+\gamma)X$ one-proton knockout. Exclusive data refer to contributions in coincidence with the 429 keV state in ^7Be . In both cases, the full curve represents the theoretical calculation folded with the experimental resolution and scaled to match the amplitude of the experimental spectrum. The widths of these curves are 99 and 130 MeV/c respectively [56].*

The gamma coincidence also allowed to discriminate the fragment longitudinal distribution involving configuration (c) from the others. In this case the removed protons are always in a p state as shown the right panel of Figure 10, and no appreciable difference in the fragment momentum distribution width is observed.

The ratio of the cross section of ^7Be in its excited state to the total cross section is found to be $13 \pm 3\%$ which is in excellent agreement with the theoretical value of 14%. This indicates

Table 2: Comparison between theoretical and experimental results for inclusive and in coincidence, one-proton removal cross sections and p_{\parallel} (FWHM) after one proton removal of ${}^8\text{B}$. The theoretical widths in this table include the experimental resolution.

	σ_{-1p} (mb) exp.	σ_{-1p} (mb) theo.	p_{\parallel} (MeV/c) exp.	p_{\parallel} (MeV/c) theo.
total	94 ± 9	82	95 ± 5	99
excited	12 ± 3	11.5	109 ± 7	130

that the $\psi({}^7\text{Be}(1/2^-)) \otimes \psi(\text{p}(3/2^-))$ component in the ${}^8\text{B}$ ground state wave function has a significant weight of about 16%. The ratio between the experimental and theoretical cross section indicates how realistic the ‘‘prescription’’ used in the used model is. This will be explained later in section 6.1. Based on this the results for ${}^8\text{B}$ shown an excellent agreement with the calculations, indicating the good quality of the reaction mechanism description and ${}^8\text{B}$ nuclear structure used, as we saw for ${}^{11}\text{Be}$.

6 Knockout reactions as general purpose spectroscopic tool

6.1 Determination of spectroscopic factors

We saw in section 5 that knockout reactions are able to determine the nuclear structure of weakly bound halo states. The question now is whether this technique can be applied to the study of other exotic species. I would like to introduce the discussion by illustrating it with another example: that of ${}^{23}\text{O}$ [22] studied by neutron-knockout at relativistic energies (939 MeV/nucleon) at the FRS-GSI. ${}^{23}\text{O}$, with a neutron separation energy of 2.7 MeV, lies very close to the dripline and has no bound excited states below 4 MeV [57]. In the nuclide chart, it is surrounded by ${}^{22}\text{O}$ (A-1 core-fragment), with a first excited 2^+ level at 3.17 MeV and ${}^{24}\text{O}$ (dripline) with no excited states below 4 MeV [57]. Both neighbors seem to be double magic nuclei, indicating a persistence of the proton-magic shell at $Z=8$ and (sub-) shell closures at $N=14$ and $N=16$. Previous experimental work on this nucleus yielded contradictory results concerning spin and parity assignment for the ground state of ${}^{23}\text{O}$ [35, 58], which motivated a deeper investigation of this nucleus. The experimental measurement of the core-fragment momentum distribution and gamma-rays in coincidence was performed with the same experimental setup as the case described for ${}^8\text{B}$. The left panel of Figure 11 shows the energy spectrum of gamma-rays recorded in coincidence with the ${}^{22}\text{O}$ fragments. This gamma spectrum was used to determine the exclusive cross section for different final core-fragment states. The broad peak observed at higher energy is assumed to be due to the 3.2 MeV and the 2.6 MeV transitions that the NaI(Tl) detectors could not resolve. The exclusive momentum distributions were extracted assuming that all ${}^{22}\text{O}$ excited levels decay through the first excited state at 3.2 MeV. This peak was, therefore, used to gate the longitudinal momentum distribution in order to obtain the exclusive momentum distribution of the ${}^{22}\text{O}$ ground state (Figure 11 right). Comparison of the momentum distribution involving ${}^{22}\text{O}$ in its g.s with calculations performed within the eikonal approximation, assuming angular momenta $l = 0$ and $l = 2$, and in particular the agreement with the case $l = 0$, favoured the configuration of a $2s_{1/2}$ neutron coupled to the ${}^{22}\text{O}(0^+)$ core.

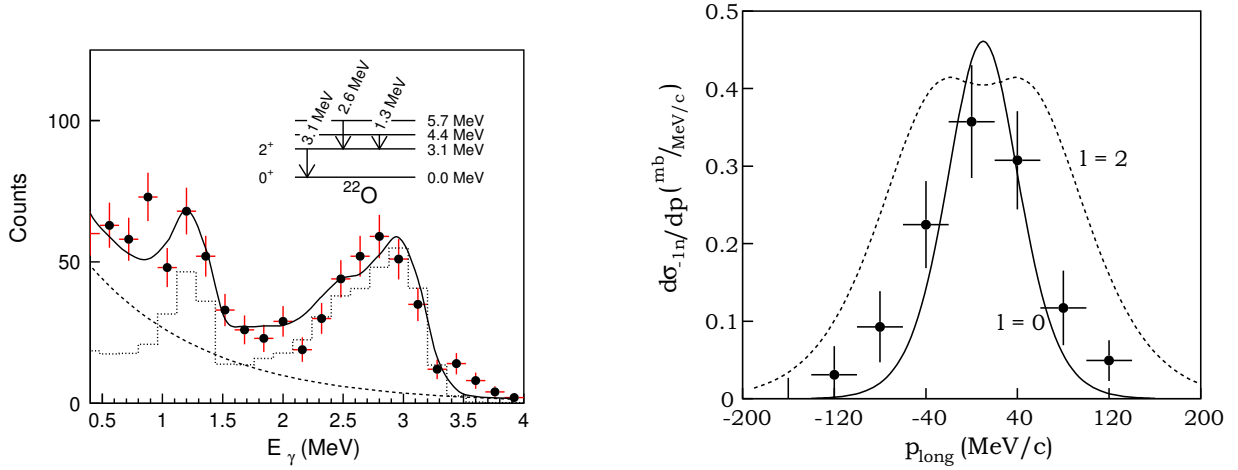


Figure 11: *Left: Spectrum of γ rays in coincidence with ^{22}O fragments after one-neutron removal from ^{23}O in a carbon target. The spectrum shown here has been obtained from the measured γ -ray spectrum after Doppler correction. The experimental spectrum is compared with the result of a GEANT simulation adopting the level scheme shown above. Right: Ground-state exclusive momentum distribution for ^{22}O fragments after one-neutron knock-out reaction from ^{23}O compared with calculations assuming $l = 0$ and $l = 2$*

This agreement also led us to conclude that the ground-state spin of ^{23}O is $I^\pi = 1/2^+$ which brought the experimental controversy to an end.

Using the eikonal approach [59], one-neutron removal cross sections were also obtained for the individual single-particle configurations. For the neutron knockout from the $2s$ shell the calculated cross section is 51 mb, in agreement with the experimental value of 50 ± 10 mb. This result confirms the large spectroscopic factor for the s -neutron ($C^2S = 0.8$) obtained by shell-model calculations [60]. The knockout of a neutron from the $1d$ -shell in this calculation results in ^{22}O either in the 2^+ state (20.0 mb), or in the 3^+ state (18.3 mb). The contribution of neutron knockout from deeper p shells ($1^-, 0^-$ states) amounts to 15 mb. Comparison of these experimental data with theoretical predictions shows that the contribution of excited states is significantly smaller. The discrepancy might be related to the experimental errors associated with the extraction of exclusive observables (mainly the gamma-ray detector), or the deficiencies of the relatively simple single-particle model that was used.

Table 3: *Comparison of measured and calculated cross-sections and spectroscopic factors for $^{12}\text{C}(^{23}\text{O}, ^{22}\text{O} + \gamma)X$ one-neutron knockout [22].*

E (MeV)	I^π	σ_{sp} (mb)	$\sigma_{exp.}$ (mb)	$S_{exp.}$	C^2S [60]
0	0^+	51	50 ± 12	0.97(23)	0.80
3.2	2^+	20	10.5 ± 2.6	0.52(23)	2.13
4.5	3^+	18	14 ± 4	0.77(23)	3.08
5.8	$1^-, (0^-)$	15	10.5 ± 2.6	0.7(23)	0.85(0.33)
Sum		104.5	85 ± 15		

Further investigations of these findings are certainly needed and take us back to the question at hand: To what extent can knockout reactions be used to determine spectroscopic factors? A few decades ago, various methods were used to experimentally determine the spectroscopic factors in stable nuclei. One of them, was nucleon transfer, which exhibits a high sensitivity to single-particle components in the wave function. This method is also used today with unstable nuclei. Another method consists of using quasi-free reactions such as (p,2p), induced by high energy proton beams, to excite deep-hole states. These reactions also gave us access to the associated single-particle properties.

However, the “cleanest” method is the quasi-free “proton knockout” using high energy electrons (e,e’p), that allows us to determine the spectroscopic factors of proton single-particle states [4, 61, 5]. It is very interesting to note that these investigations found that the measured spectroscopic factors for deep-hole proton states over quite a large nuclear mass range, were lower by a factor 0.5-0.6 than those calculated by the shell model. Indeed, the term of “knockout reactions” as it refers to nucleon removal or breakup was inspired from reactions of this kind. P.G. Hansen and J.A. Tostevin [1] analysed how well the spectroscopic factors deduced from several partial knockout cross sections in the $p - sd$ shell (measured for most cases at NSCL), compared with spectroscopic factors estimated by shell model calculations. Figure 12 shows that the results agreed very well in general. However it is possible to identify cases that do not follow the general trend, such as the core-excited states in ^{23}O neutron-knockout.

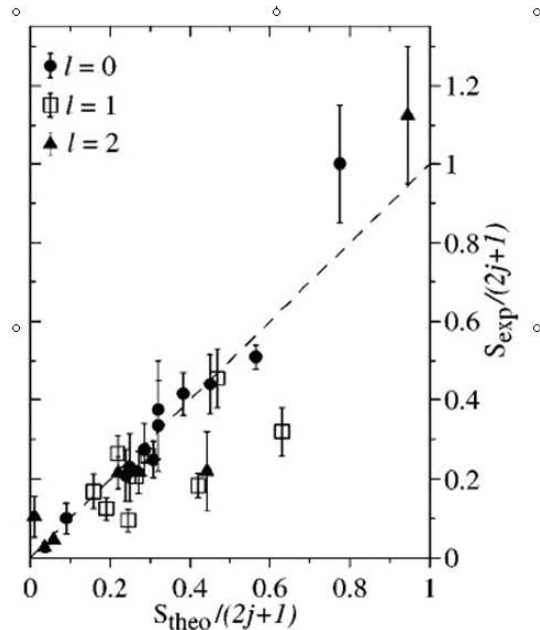


Figure 12: *Experimental versus theoretical spectroscopic factors in units of the sum-rule value $(2j + 1)$. The dashed line is the diagonal. Both quantities show a correlation with a scale factor close to one [1].*

The diagonal in Figure 12 shows the correlation between experimental and theoretical spectroscopic factors with a scale factor close to one. It is interesting to notice that the points clearly lying below this correlation line correspond to high energy excited states. This seems

to be connected to the quenching of the spectroscopic factors observed two decades ago in (e,e'p). These observations were further investigated by Tostevin et al. [62]. Figure 13 summarises these investigations and confirms the existence of a quenching or empirical reduction factor of spectroscopic factors (R_s), defined as the ratio between experimental and theoretical exclusive cross sections. This picture is a compilation of experimental results from quasi-free “proton knockout” using high energy electrons (e,e'p), along with proton and neutron knockout. It shows the dependence of the quenching factor with the difference between the proton and neutron separation energy (ΔS). It is interesting to note that the physical occupancies are

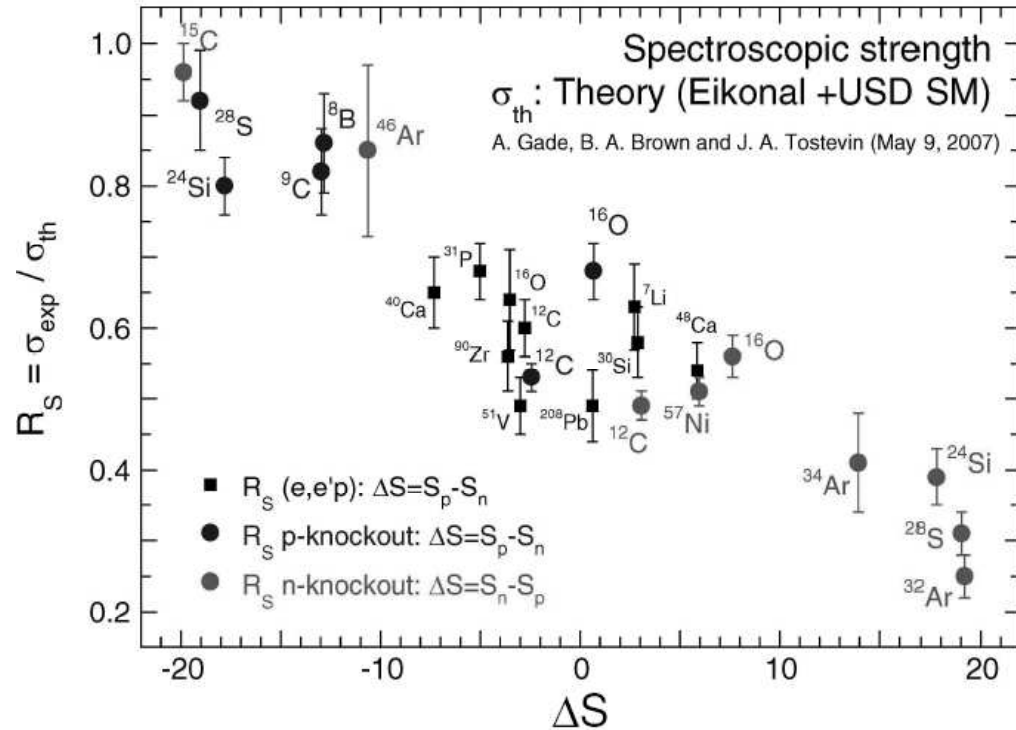


Figure 13: *Summary of quenching or empirical reduction factor obtained for spectroscopic factors evaluated from knockout reactions[62].*

in general much lower than those suggested by the shell model, however this discrepancy is smaller for loosely bound nuclei (≈ 0.85 left top corner in Figure 12). Cases corresponding to proton-removal, with values ranging from 0.5 to 0.6, are in agreement with the findings obtained earlier with quasi-free “proton knockout” (e,e'p) reactions. Knockout of deeply bound nucleon (right bottom corner in Figure 12) is associated with R_s factors lower than 0.4. Using (e,e'p) [63] as an analogy again, this small reduction factor is interpreted in terms of correlation effects that reveal the simplified picture of nuclei provided by effective-interaction theories such as the shell model. Measurements of absolute nucleon occupancies, such as those provided by both quasi-free “proton knockout (e,e'p) and nucleon removal reactions would help to quantify these correlation effects.

To complete the picture, note that Figure 13 contains a mixture of exclusive and inclusive information. In the inclusive knockout cross section the quenching factor R_s is defined as the ratio of the experimental cross section to the sum of the theoretical cross sections to any state lying below the neutron threshold.

We will complete this overview with some details about the experimental study of ^{32}Ar [64] via one-neutron knockout at 61 MeV/nucleon, probably the most bound case investigated so far with this technique, which leads to the proton-dripline nucleus ^{31}Ar . This nucleus, with a $5/2^+$ ground state is peculiar because it has no bound excited states. Direct measurement of the core-fragment provides exclusive information without need of gamma coincidence.

From the experimental point of view there is an important difference between this experiment and all the others previously discussed. The S800 spectrograph was operated in “focus mode” with larger acceptance but lower intrinsic momentum resolution, as shown in Figure 14. The theoretical momentum distributions depicted in this figure were calculated using the black-

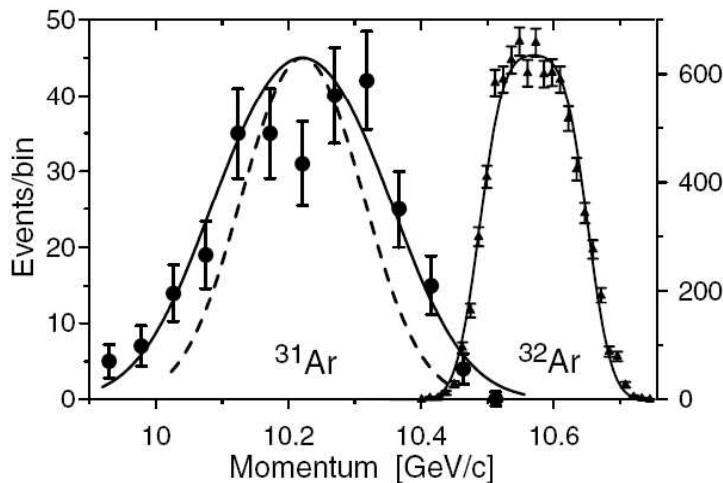


Figure 14: Longitudinal momentum distribution of ^{31}Ar residues after one-neutron knockout reaction, compared with theoretical calculations assuming $l=0$ (dashed line) and $l=2$ (solid line) knocked-out neutrons. The unreacted projectile beam ^{32}Ar fitted with a rectangular distribution folded with a Gaussian resolution function is also shown. [64].

disk model [1] and folded with the measured response of the apparatus. This spectrum clearly associates the reaction with a $l=2$ knockout neutron, confirming the spin and parity assignment for the ^{31}Ar ground state of $5/2^+$. Comparison of the experimental cross section 10.4(13) mb with the theoretical one yields a surprisingly low quenching factor of 0.24(3). The authors of this work compared this case with ^{22}O , which has the same neutron number $N=14$ and $Z=8$ protons, and considered as almost doubly magic nucleus. The quenching factor, R_s , obtained in this case is 0.70(6) (using an average of two different experimental results [35, 22] as experimental cross section), which is well above the result obtained for ^{32}Ar . The authors suggested that this very strong quenching indicates nuclear structure effects, reflecting correlations linked to the high neutron separation energies (22.0 MeV) in very asymmetric nuclear matter.

In spite of such significant experimental and theoretical progress, much remains to be understood. The determination of absolute spectroscopic factors with nucleon removal reactions induced by radioactive beams will undoubtedly be a topic of discussion in coming years.

6.2 Comparison with Coulomb dissociation experiments

Coulomb induced one-neutron removal has also been widely used [68, 69, 70, 71, 72] as spectroscopic tool in a way quite similar to the nuclear case addressed in this lecture. In this case,

the observable that provides the spectroscopic information is the dipole-strength distribution, extracted from the differential cross-section for the electromagnetic excitation, which can be calculated using the semi-classical approximation described in [65, 66, 67].

The interesting task of comparing spectroscopic factors determined by both methods was undertaken by T. Aumann [2]. Figure 15 summarises the main results obtained for the $2s_{1/2}$ halo states, using both methods in different experiments at various energies. Squares represent data obtained in the energy regime 50-100 MeV/nucleon whereas circles correspond to energies between 0.4- 1 GeV/nucleon. Open symbols correspond to results deduced from nuclear knockout and filled symbols represent cases of Coulomb-induced knockout. The results show the consistency of the experimental methods used. Different model analyses yield spectroscopic factors within 10-20%. No clear systematic difference could be observed except that spectroscopic factors deduced by Coulomb dissociation are slightly lower than the others.

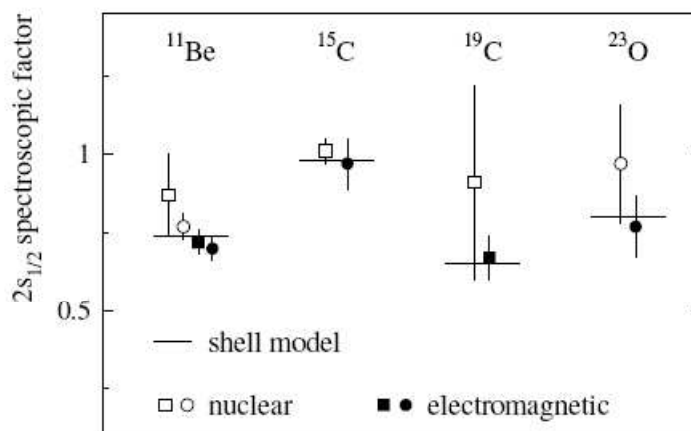


Figure 15: *Spectroscopic factors of $s_{1/2}$ halo states, investigated by nuclear and Coulomb breakup. Squares represent data obtained in the energy regime 50-100 MeV/nucleon whereas circles correspond to energies between 0.4- 1 GeV/nucleon. Open symbols correspond to results deduced from nuclear knockout and filled symbols represent cases of Coulomb-induced knockout[2].*

6.3 Bench mark of nuclear structure models

In section 6.1, we observed the important role that nucleon knockout plays in the experimental determination of absolute spectroscopic factors. We also mentioned that the difficulty of determining these quantities increases significantly as we move farther away from the nucleon dripline, with core fragments exhibiting an important number of possible final states.

However, it is important to stress that even in these complex cases the nucleon-knockout technique has proven to be very useful in providing structural information. An example of this is the neutron- knockout of ^{28}Ne [73]. This experiment was performed at NSCL with a secondary beam of about 80 MeV/nucleon using a segmented Ge configured in nine angle pairs ranging from 24° to 147° . Figure 16, left, shows three gamma-rays at 0.119, 0.765, and 0.885 MeV, recorded from the ^{27}Ne de-excitation. The 0.119 and 0.765 MeV gamma-rays were found to be in coincidence, suggesting that only two excited states were populated, as shown in the inset of this figure, and confirming previous work [74].

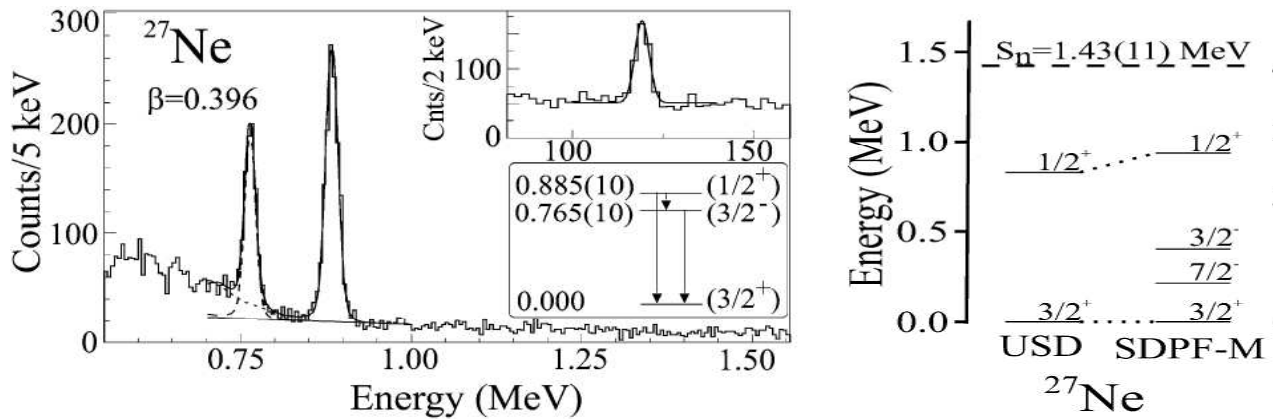


Figure 16: *Left: Doppler-reconstructed gamma-ray energy spectra from single-neutron removal from ^{28}Ne . Right: Bound states predicted for ^{27}Ne by USD and SDPF-M calculations. [73].*

The exclusive longitudinal momentum distributions were obtained by applying the coincidence method. Both ^{27}Ne excited states were associated with removed neutrons with $l=0$ or $l=1$ but the large experimental errors frustrated hopes for a definitive assignment. The momentum distribution of ^{27}Ne ground state was significantly broader, but quantitative interpretation was not possible.

Figure 16, right, shows two different shell-model calculations for ^{27}Ne . Both models give very different predictions for the neutron-rich Ne isotopes, which are located in a transitional region between $N = 16$ and $N = 20$. Conventional calculations performed with the Universal SD (USD) interaction with a limited configuration space, do not allow for intruder configurations across the $N = 20$ gap, and thus fail to reproduce shell-breaking effects near $N = 20$. SDPF-M calculations indicate that intruder configurations are important for ^{27}Ne ($N = 17$), even in the low-lying level scheme. On the other hand, SDPF-M predictions in this transitional region compare well with known level structures and electromagnetic moments.

What is interesting here is that the ^{27}Ne measured gamma rays show the presence of low-lying states and thus contradict the USD shell model, which predicts only one bound excited state, and are consistent with the SDPF-M shell model calculations.

Further analysis in terms of exclusive cross-sections was also carried out by the authors, who calculated single particle cross sections in the three-body reaction model [59]. The ratio of experimental and single particle cross sections made it possible to determine experimental spectroscopic factors. However, spectroscopic factors from the SDPF-M model were not yet available, providing only an upper limit, in quite good agreement with the experimental spectroscopic factors.

This experiment reports direct evidence of population of the $3/2^-$ intruder state in ^{27}Ne in the knockout of a single neutron from the ground state of ^{28}Ne . There are two important implications to this experimental finding; first, that this low-lying negative parity state is consistent with a narrower shell gap for exotic nuclei with $Z \ll N$ and $N \approx 20$; second, it clearly favoured Monte Carlo shell-model calculations with the modern SDPF-M interaction that successfully describe neutron-rich nuclei in the vicinity of $N = 20$, where normal and intruder configurations coexist at low excitation energy.

Consequently, this example demonstrates the general importance of direct reactions and particularly nucleon-knockout for the study of exotic nuclei. It is a bench-mark experiment in the predictive power of large-scale shell-model calculations.

7 Two nucleon removal

A few years ago, the panorama of “direct reactions” induced by exotic beams was enlarged by Bazin and collaborators [7], who suggested the two-proton removal of very neutron-rich nuclei as a single step direct reaction.

It is based on the idea that the competing two-step process of a first proton-knockout followed by a proton evaporation is strongly suppressed in comparison with the neutron evaporation from the neutron-rich intermediate state, which is shown in Figure 17 (extracted from in [75]). Later on, the two-neutron knockout from neutron-deficient projectiles was shown to be a direct process as well. There has been rather intense activity around this topic during the last years in the NSCL community, in both experimental [7, 77, 78, 79] and theoretical [75, 76] aspects (see also review articles [1, 3]).

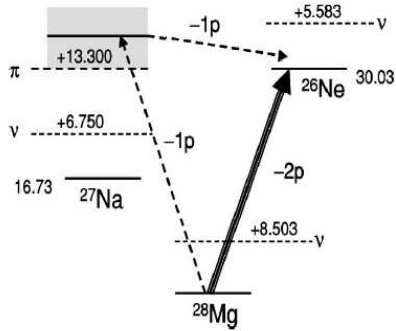


Figure 17: *Energy diagram of the neutron-rich $N=16$ isotones (^{28}Mg , ^{27}Na , and ^{26}Ne), illustrating that direct population of the bound states of ^{26}Ne from ^{28}Mg , is favoured over the two step process of one-proton removal to excited ^{27}Na followed by proton evaporation[75].*

The inclusive cross-section of the two-nucleon knockout process is significantly smaller than the corresponding one-nucleon process, reaching maxima of only a few mb. Even though the cross-sections are small, interesting results have already been obtained. Among these are experimental observables with inclusive momentum distribution for the emerging fragment and the associated cross-sections (both inclusive and exclusive). The inclusive residue (projectile minus two nucleons) momentum distributions obtained so far do not allow us to extract quantitative spectroscopic information. Investigations of this kind will certainly increase in the near future.

It is also important to emphasize the developments in the description of the reaction mechanism for the two-nucleon knockout process. Early work by Bazin and collaborators [7] included a simplified model where the two removed nucleons were uncorrelated and diffractive processes were completely neglected. In its present form, the description includes ingredients of eikonal reaction theory and correlated many-body wave functions from shell-model calculations. With these considerations, the cross-section of the two-nucleon removal process is expressed as (to compare with equation 2 for one-nucleon knockout)

$$\sigma_{sp} = \sigma_{str} + \sigma_{str-dif} + \sigma_{dif} \quad (7)$$

where σ_{str} and σ_{dif} correspond to events where both nucleons are either absorbed or elastically scattered respectively, and $\sigma_{str-dif}$ corresponds to one nucleon absorbed by the target, while the other scatters elastically (details on the reaction model can be found in [75, 76]).

The strong effect of including correlations in the reaction mechanism description is shown in Figure 18 which presents the result of ${}^9\text{Be}({}^{28}\text{Mg}, {}^{26}\text{Ne}+\gamma)X$ two -proton knockout cross-sections to individual final states of ${}^{26}\text{Ne}$ and compares it with calculations of correlated and uncorrelated protons

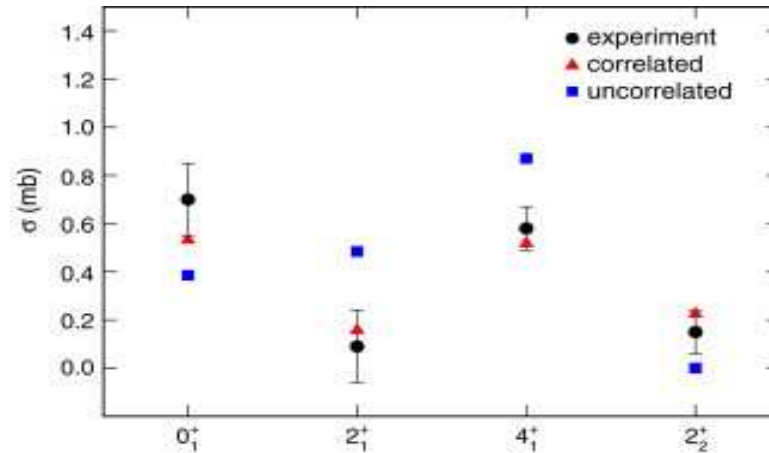


Figure 18: *Cross-sections of individual final states(circles) in the two-proton knockout reaction[7], compared with the corresponding theoretical cross-section [76] for correlated(triangles) and uncorrelated(squares) protons (figure extracted from [3]).*

8 Summary

We have presented in this lecture the interesting implications of using “knockout reactions” as an appropriate technique for investigating the nuclear structure of exotic nuclei. The aim of this lecture was also to emphasize the experimental and conceptual aspects associated to these kind of experiments and their possible ramifications in the analysis and interpretation of the results. Theoretical aspects of the method are subject of Daniel Baye’s lecture (in this school).

Halo nuclei, which have a relatively simple and well-known nuclear structure, were used to show the power of the method. Experiments of one-nucleon knockout from halo states provide a very satisfactory description of the reaction mechanism, making it possible to experimentally deduce the structure of the involved nuclei.

Though generally successful, application of the technique to more complex nuclei, is not without experimental “difficulties” that complicate the extraction of quantitative information. Reactions of this kind have been used to measure the physical occupancies (C^2S) associated with the different configurations that define the ground state of the exotic nuclei under study. The experimental spectroscopic factors obtained are generally smaller than those predicted by the large-scale shell model. The existence of these quenching factors has been interpreted in terms of correlation effects pointing out the simplified picture of nuclei provided by shell model calculations. The technique has also proven useful for bench-marking different structure models.

Even though great progress has been made, the situation is not yet clear and the determination of absolute spectroscopic factors with nucleon removal reactions induced by radioactive beams will certainly be a hot topic in the next years. The relatively recent extension of the technique to the study of two-nucleon removal looks promising, though it has not yet provided quantitative information. This will also be a subject for investigation in coming years.

Construction of new generation facilities (i.e: NUSTAR/FAIR, BIGRIPS and NFS), in the near future, will significantly increase the intensity of the available exotic beams. This, together with the development of new specific detection systems (i.e : R3B@NUSTAR/FAIR) will open new perspectives in this field.

References

- [1] P.G. Hansen and J.A. Tostevin, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **53** (2003) 219.
- [2] T. Aumann, *Eur.Phys.J.* **A26** (2005) 441.
- [3] A. Gade and T. Glasmacher, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **60**(2008) 161
- [4] V.R. Pandharipande, I. Sick, P.K.A. de Witt Hubers, *Rev. Mod. Phys.* **69** (1997) 981.
- [5] G.J. Kramer, H.P. Blok and Lapikas, *Nucl. Phys.* **A679** (2001) 267.
- [6] D. Warner, *Nature* **425** (2003) 570.
- [7] D. Bazin et al., *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 012501.
- [8] P.G. Hansen, *Nucl. Phys.* **A 682** (2001) 310
- [9] W. Catford, *Jour. Phys.* **G31** (2005) S1655
- [10] I. Tanihata et al., *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 2676.
- [11] I. Tanihata, *Nucl. Phys.* **A 693** (2001) 1.
- [12] J.S. Al-Khalili et al., *Nucl. Phys.* **A 581** (1995) 331.
- [13] T. Kobayashi et al., *Phys. Rev. Lett.* **60** (1988) 2599.
- [14] R.J. Glauber, *Lectures in theoretical physics*, ed WE Brittin, New York, Interscience (1954).
- [15] K. Gottfried, *Quantum Mechanics*, p. 113, New York: Benjamin (1966)
- [16] P. G. Hansen, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 1016.
- [17] H. Esbensen, *Phys. Rev.* **C 53** (1996) 2007.
- [18] J. Tostevin, *Nucl. Phys.* **A 682** (2001) 320.
- [19] H. Esbensen and G.F. Bertsch, *Phys. Rev.* **C 64** (2001) 014608.
- [20] V. Maddalena, *Phys. Rev.* **C 63** 024613.

- [21] A. Bonaccorso and D.M. Brink, Phys. Rev. **C 38** (1988) 1776.
- [22] D. Cortina-Gil et al., Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 062501.
- [23] H. Geissel et al., Nucl. Inst. Meth. **B 70** (1992) 286.
- [24] D Bianchi et al., Nucl. Instr. Meth. **A 276** (1989) 509.
- [25] D.J. Morrissey et al., Nucl. Instrum. Meth. **B 126** (1997) 316.
- [26] W. Mittig, *Spectromètres magnétiques et électriques comme détecteurs de haute résolution et comme filtres sélectifs*, Ecole Joliot-Curie (1994).
- [27] Th. Baumann, PhD Dissertation, University of Giessen (1999).
- [28] Th. Baumann et al., Phys. Lett. **B 439** (1998) 256.
- [29] J. Eberth et al., Prog. in Part. and Nucl. Pys. **46** (2001) 389.
- [30] M. Honma et al., Phys. Rev. **C 65** (2002) 061301.
- [31] P. Maierbeck et al., Proc. of Finustar conference 2007
- [32] N.A. Orr et al., Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 2050.
- [33] A. Gade et al., Phys. Rev. **C 74** (2006) 047302.
- [34] C. Rodriguez, PhD Thesis, Universidad de Santiago de Compostela, on progress.
- [35] E. Sauvan et al., Phys. Lett **B 491** (2000) 1.
E. Sauvan et al., Phys. Rev **C 69** (2004) 044603.
- [36] B. Jonson, Phys. Rep. 289 (2004) 1
- [37] T. Aumann et al., Phys. Rev. Lett **84** (2000) 35.
- [38] D. J. Millener et al., Phys. Rev. **C 28** (1983) 497.
- [39] J. H. Kelley et al., Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 30.
- [40] J. Hüfner and M. C. Nemes, Phys. Rev. **C 23** (1981) 2538.
- [41] A. Navin et al., Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 5089.
- [42] H. Sagawa, B. A. Brown, and H. Esbensen, Phys. Lett. **B309** (1993) 1.
- [43] F. M. Nunes, I. J. Thompson, and R. C. Johnson, Nucl. Phys. **A 596** (1996) 171.
- [44] T. Suzuki, T. Otsuka, and A. Muta, Phys. Lett. **B 364** (1995) 69.
- [45] D. L. Auton, Nucl. Phys. **A 157** (1970) 305.
- [46] B. Zwieglinski, W. Benenson, and R. G. H. Robertson, Nucl. Phys. **A 315** (1979) 124.
- [47] N. K. Timofeyuk and R. C. Johnson, Phys. Rev. **C 59** (1999) 1545.

- [48] R. Anne et al., Nucl. Phys. **A 575**(1994) 125.
- [49] T. Nakamura et al., Phys. Lett. **B 331**(1994) 296.
- [50] E. K. Warburton and B. A. Brown, Phys. Rev. **C 46** (1992) 923.
- [51] W. Schwab et al., Zeit. Phys. **A 350** (1995) 283.
- [52] M.H. Smedberg et al., Phys. Lett. **B 452** (1999) 1
- [53] D. Cortina-Gil et al., Eur. Phys. J. **A 10** (2001) 49
- [54] J.N. Bahcall et al., Phys. Lett. **B 433** (1998) 1
- [55] Q. R. Ahmad et al., Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 071301
- [56] D. Cortina-Gil et al., Phys.Lett. **B 529** (2002) 36
- [57] M. Staniou et al., Phys. Rev. **C 69** (2004) 0234312 .
- [58] R. Kanungo et al., Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 142502.
- [59] J.Tostevin, Jour. of Phys. **G 25** (1999) 735.
- [60] B.A. Brown, P.G. Hansen and J.A. Tostevin, Phys. Rev. Lett **90** (2003) 159201
- [61] S. Gales, Ch .Stoyanov, A.I. Vdovin, Phys. Rep. **166** (1988) 125
- [62] J.F. Tostevin,, Invited plenary talk at INPC07, June (2007) Tokyo. Proceedings to be published in Nucl. Phys. A
- [63] W.H. Dickhoff and C. Barbieri, Prog. in Part. and Nucl. Phys. **52** (2004) 377
- [64] A. Gade et al., Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 042501
- [65] G. Baur, C.A. Bertulani, Nucl. Phys. **A 480** (1988) 615
- [66] G. Baur, C.A. Bertulani, H. Rebel, Nucl. Phys. **A 458** (1986) 188
- [67] C.A. Bertulani,G. Baur, Phys. Rep. **163** (1988) 299
- [68] R. Palit et al., , Phys. Rev. **C 68** (2003) 034318
- [69] N. Fukuda et al., Phys. Rev. **C 70** (2004) 054606
- [70] U. Datta-Pramanik et al., , Phys. Lett. **B 551** (2003) 63
- [71] T. Nakamura et al., Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1112
- [72] C. Nociforo et al., Phys. Lett. **B 605** (2005) 79
- [73] J.R. Terry et al., Nucl. Phys. **A 640** (2006) 86
- [74] A. Obertelli et al., Phys. Rev. **C 71** (2005) 024304.
- [75] J. Tostevin, G. Podolyak, B.A. Brown and P.G. Hansen, Phys. Rev **C 70** (2004) 064602

- [76] J.A. Tostevin and B.A. Brown, Phys. Rev. **C 74** (2006) 064604
- [77] K. Yoneda et al., Phys. Rev. **C 74** (2006) 021303
- [78] A. Gade et al., Phys.Rev. **C 74** (2006) 021302
- [79] A. Gade et al., Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 072502

LA RECHERCHE EN ŒNOLOGIE

Caractérisation chimique du vieillissement défectueux des vins blancs secs.

ALEXANDRE PONS

*Faculté d'œnologie de Bordeaux,
Laboratoire d'œnologie générale
33405 Talence*

Résumé

La recherche en œnologie est l'étude scientifique du raisin et du vin, de leurs compositions et des phénomènes dont ils sont le siège. De part la diversité des phénomènes étudiés, la science œnologique est une « science carrefour » où se rencontrent de nombreuses disciplines telles que la microbiologie, la génétique, la biochimie et les sciences analytiques (techniques chromatographiques, techniques de spectrométrie de masse).

Après un bref rappel des techniques de vinification traditionnelles en blanc, nous développerons plus en détail les activités du laboratoire d'œnologie générale axées sur la caractérisation des composés volatils impliqués dans l'arôme des vins. Ces travaux de recherche seront illustrés par l'étude particulière du vieillissement aromatique défectueux des vins blancs secs.

I. INTRODUCTION

L'œnologie, selon la définition de J. Ribéreau-Gayon, est la science qui traite du vin, des éléments qui le constituent, de sa préparation et de sa conservation. Par extension, la recherche en œnologie est l'étude scientifique du raisin et du vin, de leur composition et des phénomènes dont ils sont le siège.

Si le vin a toujours côtoyé les grandes civilisations et leurs plus grands savants, il fallu attendre le début du 19^e siècle avec le Baron Chaptal pour entrevoir une ébauche de science œnologique. Son avènement fut associée aux découvertes de Louis Pasteur sur la microbiologie, immortalisées dans son ouvrage intitulé « Etudes sur le Vin » (1866). Ces travaux démontrent l'existence de micro-organismes nommés « levures », présents naturellement à la surface des raisins, qui sont responsables de la fermentation spontanée de la vendange foulée (fermentation alcoolique).

La transformation du raisin en vin, puis les changements et les traitements successifs qu'il subit ; conservation en cuve ou élevage en barrique, collages, filtrations, vieillissement en bouteille, mettent en jeu des phénomènes complexes. Ces phénomènes peuvent être de nature chimique et le plus souvent biochimique. Initiée par les premiers travaux de Pasteur, l'étude du vin et ses transformations a suscité depuis un nombre considérable de travaux, intégrant les progrès croissants des disciplines aussi diverses que la microbiologie, la génétique et bénéficiant des avancées récentes des sciences analytiques (méthodes chromatographiques, détections par spectrométrie de masse...).

Les acquisitions récentes se résument, en schématisant, à deux volets : approfondissement de l'identification des molécules qui constituent le vin et lui donnent ses qualités olfactives et gustatives – l'étude détaillée de la physiologie et de la biochimie des fermentations (alcoolique, malolactique).

L'activité principale du laboratoire d'œnologie Générale de la Faculté d'œnologie de Bordeaux concerne la caractérisation des composés volatils impliqués dans l'arôme variétal des vins, l'étude des formes précurseurs dans le raisin et des mécanismes de leur révélation au cours de la fermentation alcoolique. Le domaine de compétence acquis dans l'analyse des arômes nous conduit aussi à des travaux de caractérisation d'autres composés volatils impliqués par exemple dans le vieillissement des vins blancs secs ainsi que dans la compréhension des mécanismes de leur formation.

II. INTRODUCTION A LA VINIFICATION DES VINS BLANCS SECS.

La vinification est l'ensemble des procédés mis en œuvre pour transformer le jus de raisin en vin. Elle composée de plusieurs étapes le plus souvent issues de l'empirisme. Par ajustement successif au cours des siècles, les maîtres de chai ont mis au point des techniques de vinification adaptées aux cépages locaux pour y faire les meilleurs vins. La science œnologique a su dégager les principes expliquant le bien fondé de certains usages ; ils constituent les fondements de la vinification des grands vins dont nous allons exposer les points importants.

1. LE CHOIX DES CEPAGES

L'encépagement du vignoble bordelais est dominé par deux variétés appartenant à l'espèce *Vitis Vinifera* : le sauvignon blanc et le sémillon.

Le sauvignon

Au 19^{ème} siècle, avant le phylloxéra, le sauvignon blanc était, à Bordeaux, le principal cépage blanc de qualité. En 1854, il représentait jusqu'à 80 % de l'encépagement des

meilleurs crus de Sauternes comme Yquem et La Tour Blanche. Après le phylloxéra, le sauvignon blanc a été remplacé par le sémillon productif et de culture plus facile.

L'expression aromatique du sauvignon est profondément influencée par la maturité et le terroir. Son caractère le moins fin est la note poivron vert de l'isobutylméthoxypyrazine ; il donne alors un vin très acide, dur, métallique, à finale parfois amère. C'est la marque des raisins pas assez mûrs, produits à rendements excessifs ou simplement cueillis trop tôt.

Plus mûr, le sauvignon donne des vins présentant une large palette aromatique aux notes végétales (genêt, feuille de tomate, bourgeon de cassis), fruitées (pamplemousse, citron, pêche blanche, mangue, goyave, fruit de la passion). Certains vins ont aussi des odeurs de fumée, de viande rôtie voire même de truffe, après quelques années de vieillissement des meilleures bouteilles.

Le sémillon

C'est un cépage particulièrement productif dont il faut limiter le rendement par la taille. Dans les vins secs, le sémillon donne des caractères aromatiques très fins variables selon le terroir : citronné et pêche blanche sur le calcaire, abricot frais et orange sur les graves, toujours plus ou moins grillé, fumé, toasté.

2. RECOLTE DES RAISINS

La production de grands vins nécessite premièrement la récolte de raisins de qualité amenés à maturité. La cueillette des raisins blancs destinés à élaborer des vins de qualité, qu'elle soit manuelle ou mécanique exige des précautions particulières. De leur cueillette à leur réception à la cave les raisins doivent être le plus intact possible pour limiter l'oxydation des goûts. L'emploi de gaz inerte tel que le dioxyde de carbone sous forme de neige carbonique incorporée directement dans la vendange est une technique courante.

3. LA VINIFICATION

La vinification est une opération délicate dont le bon déroulement reste conditionné par le savoir-faire du vinificateur et de l'œnologue.

Tout commence par le travail du raisin et du moût. Cette étape appelée « préfermentaire », doit permettre d'extraire et de clarifier le jus tout en limitant les phénomènes oxydatifs nuisibles à la stabilité des arômes du vin.

La transformation du raisin en moût est le plus souvent obtenu par pressurage immédiat discontinu, en raisin entier ou après foulage. Le *foulage* consiste à rompre la pellicule du raisin de façon à en libérer immédiatement la pulpe et une partie du jus. Le *pressurage* a pour objectif de séparer le jus des parties solides de la baie (pépins, pellicules). Ces étapes imposent une protection du jus vis à vis des phénomènes oxydatifs, par addition de dioxyde de soufre (SO₂) sous forme liquide en complément d'un inertage au dioxyde de carbone (gazeux). Il faut en moyenne 1,3 à 1,5 kg de raisin pour produire 1 litre de moût ou de vin.

A l'issue de ces opérations le moût obtenu est très trouble, il doit être *débourbé* c'est à dire séparé de ses impuretés et parties solides (bourbes) avant de fermenter.

La *fermentation alcoolique*, phase principale de la vinification, est un phénomène naturel au cours duquel les sucres du raisin (glucose et fructose) sont transformés en éthanol sous l'action du métabolisme levurien (*Saccharomyces cerevisiae*). Cette transformation s'accompagne d'un dégagement de gaz carbonique. En marge de cette activité principale, la levure est le siège d'une autre transformation d'intérêt majeur dans le cas des raisins de sauvignon. L'arôme variétal si caractéristique des vins de sauvignon, évoquant à la fois des arômes de pamplemousse, de fruit de la passion, de genêt... provient de précurseurs inodores formés dans le raisin au cours de la maturation. Ces précurseurs d'arômes, sont transformés en arômes par les levures au cours de la fermentation alcoolique.

Ainsi, c'est véritablement la fermentation alcoolique qui donne naissance à l'arôme variétal des vins de sauvignon.

4. L'ELEVAGE

À l'issue de la fermentation alcoolique, le vin est apte à la consommation, tout au moins dans le cas des vins courants qui ne sont plus susceptibles d'amélioration. Les vins fins, par contre, voient leurs qualités organoleptiques s'améliorer au cours d'une période de vieillissement plus ou moins longue, mais comportant au moins 6 à 12 mois ; une conservation en fûts de bois de petite capacité (pièce de 225 litres) permet une dissolution de certains principes aromatiques du bois et une pénétration d'air, donc une certaine oxydation ; cette première phase est suivie d'un vieillissement en bouteille, à l'abri de l'air, dans des conditions réductrices. On aborde ici un des aspects qui restent les plus mystérieux de l'œnologie ; en effet, ces transformations affectent essentiellement les substances responsables de la couleur, de l'arôme et du goût. La connaissance des substances odoriférantes et des pigments reste encore aujourd'hui limitée. Cependant, même si les mécanismes intimes des transformations qui se produisent pendant le vieillissement ne sont pas complètement élucidés, l'empirisme raisonné a fixé les conditions les plus favorables à ce vieillissement.

À côté des transformations normales qui l'améliorent, le vin, milieu biologique d'une grande complexité, peut subir des transformations accidentelles qui se traduisent par des altérations dont souffre la qualité.

III. ETUDE DU VIEILLISSEMENT DEFECTUEUX DES VINS BLANCS SECS.

1. INTRODUCTION

Les vins blancs secs dits de « grande garde » sont susceptibles au cours de leur conservation en bouteille de préserver les caractéristiques olfactives du vin jeune tout en développant des nuances aromatiques spécifiques. Ainsi, les arômes de pamplemousse, de fruits exotiques propres aux vins issus du cépage sauvignon, peuvent évoluer à la faveur du temps vers des notes minérales et parfois truffées. Ce type de vieillissement n'est malheureusement pas général. Le plus souvent, l'évolution des vins blancs est marquée par la perte rapide des arômes fruités et l'apparition de nuances plus lourdes rappelant la cire, la naphthaline, ou encore l'encaustique. On qualifie ce vieillissement de prématuré, defectueux ou atypique.

Les composés volatils responsables de ces arômes sont aujourd'hui connus. Le phénylacétaldéhyde, à odeur de rose fanée, participe avec le méthional, identifié par Escudero [1] à l'odeur caractéristique du vin blanc évolué [2]. Selon Rapp [3], la 2-aminoacétophénone intervient plus spécifiquement dans le vieillissement atypique des vins blancs secs allemands.

Un autre composé, le sotolon (4,5-diméthyl-3-hydroxy-2(5H)-furanone), contribue significativement à l'arôme de vieillissement defectueux des vins blancs secs [2, 4, 5]. Les seuils de perception en solution hydroalcoolique et dans un vin blanc sec sont respectivement de 2 µg/L et de 7 µg/L [5]. Cette furanone chirale, évoquant à la fois le curry et la noix est très odorante. Les teneurs rencontrées dans les vins blancs secs sont le plus souvent inférieures à 10 µg/L.

La très forte implication de ce dernier composé à la formation des nuances cire et miel perçues à la dégustation des vins blancs secs prématurément vieillis et le handicap commercial que constitue ce défaut, nous a amené à étudier les mécanismes de formation du sotolon dans les vins.

Nous présentons dans cette partie des résultats récents concernant les voies de formation du sotolon dans les vins blancs secs et l'évolution de sa teneur au cours de la conservation des vins en bouteille.

2. MISE EN EVIDENCE D'UN MECANISME DE FORMATION DU SOTOLON DANS LES VINS BLANCS SECS

2.1 Incidence de la teneur en oxygène dissous sur la formation du sotolon des vins blancs secs

Les mécanismes chimiques à l'origine de la formation du sotolon dans les vins mettent en jeu l'oxygène. On explique ainsi les fortes teneurs en sotolon retrouvées dans les vins élevés en conditions oxydatives tels que les vins jaunes du Jura [6], les porto ou les vins doux naturels [7]. La présence de sotolon dans les VDN est d'ailleurs largement accentuée dans les bouteilles présentant un bouchage défectueux (bouteilles couleuses).

La vinification traditionnelle des vins blancs secs est conduite à l'abri de l'oxygène. Au cours de l'élevage en barrique, la présence de lies de levures associée au dioxyde de soufre limite l'érosion de l'arôme variétal ainsi que la formation du sotolon [5]. Lors de la conservation des vins en bouteille, il n'est pas rare de constater une évolution rapide et défectueuse de l'arôme des vins. Le caractère aléatoire de cette dépréciation de l'arôme est lié, selon divers auteurs, à la grande variabilité de la perméabilité à l'oxygène de l'obturateur en liège [8, 9].

Pour toutes ces raisons il nous a semblé utile de vérifier l'implication des phénomènes oxydatifs dans la formation du sotolon lors de la conservation des vins blancs secs en bouteille.

Nous avons analysé après sept années de conservation quarante bouteilles d'un même vin blanc sec de Pessac Léognan, millésime 1997, issu d'un même lot d'embouteillage. Le bouchage est effectué par un obturateur en liège naturel 1^{er} catégorie. L'oxygène dissous des vins est mesuré grâce à une électrode de type polarographique (Orbisphère), connectée à un système de perçage échantillonnage. Ce système permet de mesurer la concentration en oxygène dissous directement dans la bouteille bouchée par application d'une contre pression d'azote (Figure 1).



Figure 1 : Matériel de dosage de l'oxygène dissous dans les vins en bouteille. (a) électrode à oxygène, (b) système de perçage échantillonnage.

Nous montrons qu'il existe dans les échantillons de vins blancs secs analysés des teneurs variables en oxygène dissous. Ces dernières sont très fortement corrélées à la concentration en sotolon ($R^2 = 0,938$) (Figure 2). Les teneurs en oxygène dissous mesurées se situent le plus souvent entre 5 et 100 $\mu\text{g/L}$. Dans cette gamme de concentration en oxygène, la teneur en sotolon du vin reste inférieure à son seuil de perception dans les vins (7 $\mu\text{g/L}$). Seules des teneurs supérieures à 500 $\mu\text{g/L}$ permettent d'atteindre ce seuil.

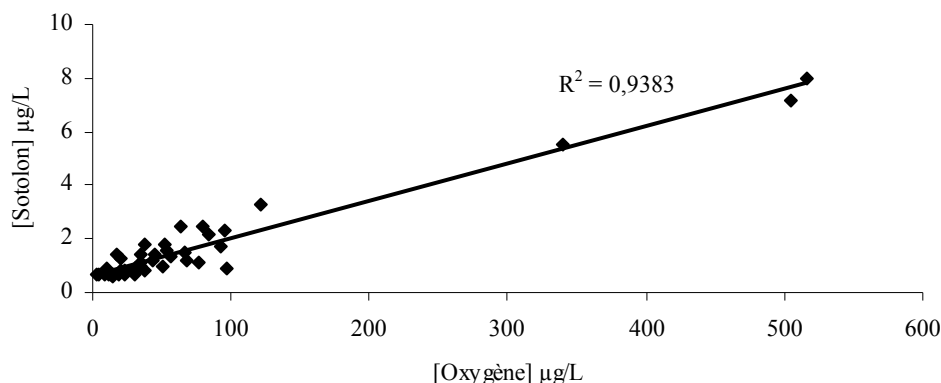


Figure 2 : Relation entre la teneur en oxygène dissous et la concentration en sotolon des vins en bouteille.

La présence d'oxygène dissous dans les échantillons de vins analysés, provoque par ailleurs une diminution de leur teneur en dioxyde de soufre libre (Figure 3).

Ces résultats montrent clairement le rôle de l'oxygène dans la formation du sotolon lors de la conservation des vins en bouteille. Mais quels sont les mécanismes de formation de ce composé dans les vins blancs secs ?

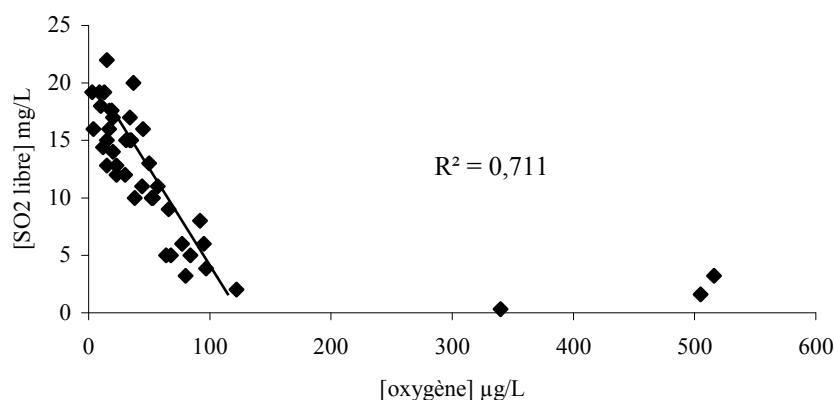


Figure 3 : Relation entre la teneur en oxygène dissous et la teneur en SO_2 libre des vins en bouteille.

2.2 Identification d'une voie de formation du sotolon dans les vins blancs secs

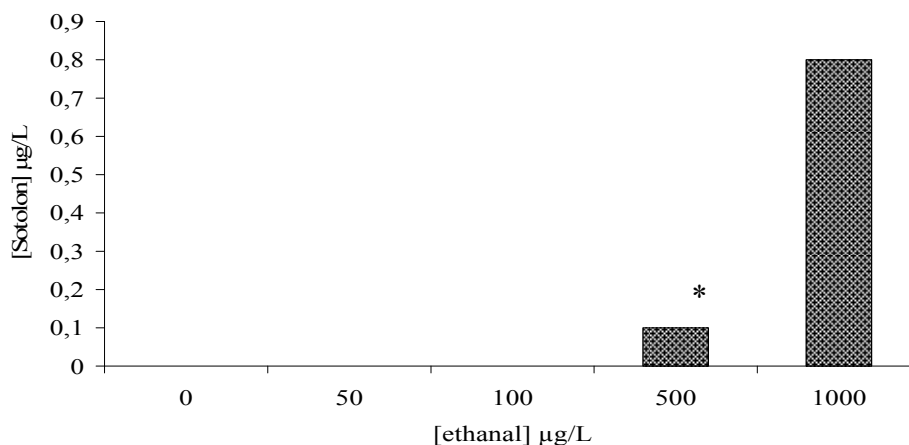
En 1995, Pham identifie pour la première fois une voie de formation du sotolon dans les vins jaunes du Jura élevés sous voile de levures en conditions oxydatives. Il met en évidence à partir de teneurs élevées en acétaldéhyde (250 mg/L) et en acide α -cétobutyrique (100 mg/L), placées en solution synthétique, la formation de grandes quantités de sotolon.

Après avoir montré la présence de réactions d'oxydation dans les vins conservés en bouteille, nous avons cherché à savoir si la voie de formation du sotolon décrite dans les vins jaunes du Jura pouvait également se produire dans les vins blancs secs.

Les teneurs en acide α -cétobutyrique des vins sont comprises entre 0,2 et 15 mg/L (Pons, 2006). Dans les vins blancs secs, les teneurs en éthanal varient de quelques dizaines à 150 mg/L. Cependant, l'éthanal a une très grande affinité pour le dioxyde de soufre. Selon les travaux de Blouin [10], 99,7% de l'éthanal est sous forme combinée dans le vin. Cela signifie qu'à 100 mg/L d'éthanal correspondent seulement 30 μ g/L d'éthanal sous forme libre dans un vin blanc sec contenant du SO₂ libre. Bien qu'il n'existe pas de méthode de dosage de la fraction libre de l'éthanal dans les vins, on peut imaginer qu'en présence de dioxyde de soufre libre la fraction libre de l'acétaldéhyde soit en moyenne 100 fois plus faible que la teneur en acide α -cétobutyrique des vins.

L'ensemble de ces observations nous amène à penser que si la réaction entre l'éthanal et l'acide α -cétobutyrique est susceptible de se produire dans les vins, il est fort probable que la teneur en éthanal conditionne la formation du sotolon. Nous avons déterminé la concentration en acétaldéhyde à partir de laquelle la présence d'acide α -cétobutyrique pouvait initier la formation du sotolon dans une solution synthétique de composition proche du vin.

Les différentes modalités de notre expérimentation conditionnées en flacons hermétiques sont placées à l'étuve à 40°C puis analysées après 30 jours de conservation. Le sotolon est détecté à partir de 500 μ g/L d'éthanal libre. Pour une teneur en éthanal de 1 mg/L, la réaction produit 0,8 μ g/L de sotolon (Figure 4). C'est une teneur faible mais produite sur une courte période comparée à un vieillissement en bouteille en cave. Ces résultats montrent que cette réaction d'aldolisation à l'origine du sotolon dans les vins jaunes du Jura permet aussi d'expliquer la présence du sotolon en faible concentration en solution synthétique de composition proche du vin.



* : présents à l'état de traces

Figure 4 : Incidence de la concentration en éthanal d'un milieu modèle supplémenté en acide α -cétobutyrique sur la formation du sotolon.

Afin de vérifier ce résultat dans le cas d'un vieillissement en cave, nous avons analysé des échantillons de vins blancs secs issus d'un même lot et conservés 8 années en bouteille. Les vins ont été conservés dans un chai de stockage maintenu à une température constante de 16 °C. Pour chaque échantillon, le sotolon et l'acide α -cétobutyrique sont dosés après extraction et injection en chromatographie en phase gazeuse couplée à la spectrométrie de masse.

Nous montrons que les teneurs en acide α -cétobutyrique et en sotolon des vins sont très fortement corrélées (Figure 5). Il semble que l'acide α -cétobutyrique soit bien un précurseur du sotolon lors de la conservation des vins blancs secs.

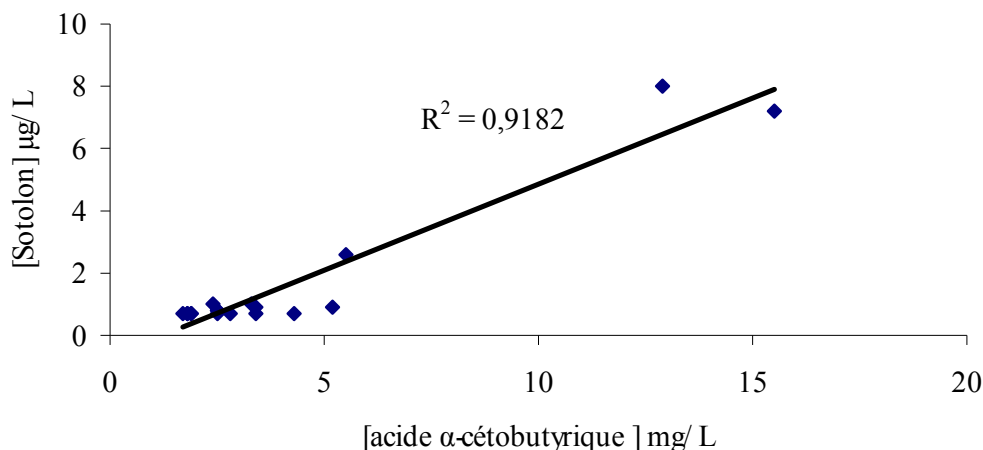


Figure 5 : Teneurs en sotolon selon la concentration en acide α -cétobutyrique des vins analysés.

L'origine de l'éthanal du vin est connue : il est produit en quantité importante par la levure au cours de la fermentation alcoolique. L'éthanal formé au cours de l'élevage en barrique et de la conservation du vin en bouteille provient majoritairement de l'oxydation de l'éthanol. En revanche, l'origine de l'acide α -cétobutyrique des vins blancs secs demeure encore incertaine.

2.3 Origine de l'acide α -cétobutyrique des vins blancs secs

Nous avons analysé de nombreux échantillons de vins conservés en bouteille, présentant ou non une évolution prématurée de leurs arômes (Tableau I). L'acide α -cétobutyrique est présent dans tous les vins analysés. Sa teneur semble être accentuée par des mécanismes oxydatifs. Ces observations nous ont conduit à imaginer deux origines distinctes de ce composé dans les vins.

Tableau I : Valeur moyenne et teneurs extrêmes en acide α -cétobutyrique rencontrées lors de l'analyse de 30 vins blancs secs prématurément vieillis ou non.

	Teneur minimale	Teneur maximale	Moyenne
acide α -cétobutyrique (mg/L)	0,2	15	2,9

2.3.a Origine biochimique

Selon Charpentier [6], la réaction biochimique de désamination de la thréonine par *Saccharomyces cerevisiae* permet d'expliquer la présence de l'acide α -cétobutyrique dans les vins jaunes du Jura conservés en fûts sous voile de levure.

S'inspirant de ce résultat, nous avons évalué l'aptitude de onze souches de levures à la fois commerciales et issues de la collection de la Faculté d'œnologie, à produire ce composé en milieu modèle. Les analyses sont effectuées à la fin de la fermentation alcoolique, lorsque la teneur en sucres réducteurs devient inférieure à 2 g/L.

Comme pour d'autres composés volatils du vin [11, 12], nous mettons en évidence l'existence d'un effet souche sur la formation de l'acide α -cétobutyrique. Les teneurs en acide α -cétobutyrique varient de 0,9 mg/L pour la souche K à 7,1 mg/L pour la souche BO2 (Figure 6).

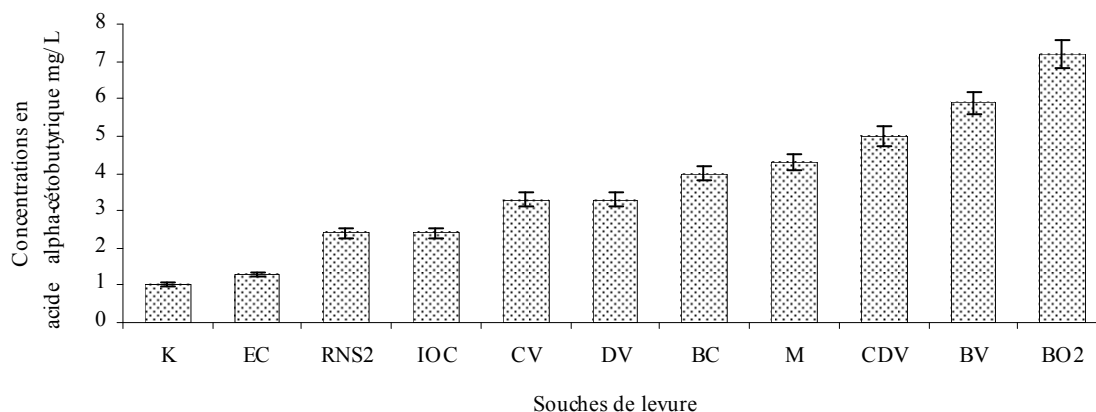


Figure 6 : Incidence de la souche de levure sur la teneur en acide α -cétobutyrique d'une solution synthétique après fermentation alcoolique.

Les teneurs en acide α -cétobutyrique dosées dans nos conditions expérimentales sont surestimées par rapport à celles des vins. En effet, tous nos dosages sont effectués avant addition de SO_2 au milieu. Nous montrons qu'en milieu synthétique, la présence de 30 mg/L de SO_2 libre conduit à une diminution de la teneur en acide α -cétobutyrique de l'ordre de 50 %.

L'origine fermentaire de ce composé permet d'expliquer sa présence systématique dans tous les vins analysés.

2.3.b Origine chimique

Deux voies chimiques de formation de l'acide α -cétobutyrique sont décrites dans la littérature : la réaction de peroxydation de l'éthanal [13] ainsi que la réaction de la thréonine avec le glucose [7]. Nous montrons que ces mécanismes ne permettent pas la production d'acide α -cétobutyrique lors d'un vieillissement accéléré en solution synthétique.

La recherche de précurseurs de l'acide α -cétobutyrique dans les vins nous a conduit à étudier sa distribution dans différents aliments. Ainsi, le recoupement des données bibliographiques et des nouvelles connaissances acquises sur le vieillissement défectueux des vins blancs secs nous a permis d'identifier un nouveau précurseur de l'acide α -cétobutyrique (Pons, 2006).

Nous montrons que la dégradation oxydative de l'acide ascorbique peut produire des quantités importantes d'acide α -cétobutyrique dans un milieu modèle renfermant 12 % vol d'éthanol, 100 mg/L d'acide ascorbique placé à 40°C, durant 6 mois.

Afin d'évaluer la contribution de l'acide ascorbique à la formation de l'acide α -cétobutyrique dans les vins, nous avons réalisé l'expérimentation suivante. Additionnés ou non d'acide ascorbique (50 mg/L) des échantillons de vin blanc sec sont conservés en présence d'oxygène dans une étuve à 40°C (Figure 7).

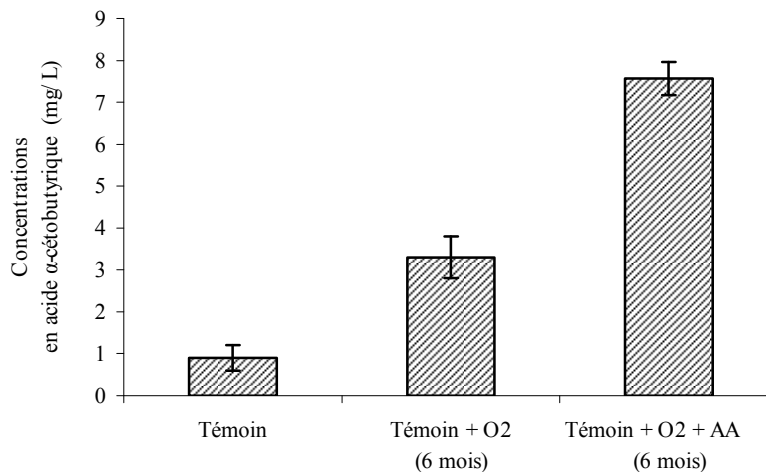


Figure 7 : Teneurs en acide α -cétobutyrique des échantillons de vin supplémentés ou non en acide ascorbique (50 mg/L).

Les teneurs en acide α -cétobutyrique sont significativement plus importantes après 6 mois de conservation à 40 °C que celles du vin témoin. Ces concentrations sont d'autant plus importantes que le vin est supplémenté en acide ascorbique.

Dans nos conditions expérimentales, l'addition d'acide ascorbique à la dose moyenne utilisée dans la pratique, en favorisant l'apparition du précurseur du sotolon doit vraisemblablement contribuer à l'apparition du défaut de vieillissement prématuré des vins blancs secs. Nous proposons de vérifier cette hypothèse lors d'un vieillissement en bouteille en cave.

3. INCIDENCE DE L'ADDITION D'ACIDE ASCORBIQUE SUR L'ÉVOLUTION DE LA TENEUR EN SOTOLON DES VINS BLANCS SECS.

L'acide ascorbique est utilisé en œnologie pour ses propriétés antioxydantes. Nous montrons que la dégradation oxydative de ce composé peut conduire à la formation de l'acide α -cétobutyrique, susceptible par réaction avec l'éthanal, de former du sotolon.

Aussi, avons-nous imaginé que l'efficacité de l'acide ascorbique dans la prévention des phénomènes oxydatifs susceptibles d'affecter la couleur et l'arôme des vins blancs secs, puisse dépendre des conditions d'oxydation subies par le vin lors de la conservation en bouteille, et par conséquent de la perméabilité aux gaz des obturateurs choisis.

Afin d'apprécier le rôle de l'acide ascorbique, nous avons comparé l'évolution d'un même vin de sauvignon embouteillé avec de l'acide ascorbique (8 g/hL) ou sans acide ascorbique. Les deux lots de vin sont bouchés par deux familles d'obturateurs possédant des perméabilités aux gaz différentes (mesures effectuées par le Laboratoire National d'Essais). La perméabilité à l'oxygène de l'obturateur synthétique utilisée dans notre expérimentation (300 μ L d'O₂/mois) est dix fois plus élevée que celle de l'obturateur en liège naturel 1^{er} catégorie (<30 μ L d'O₂/mois).

3.1 Evolution de la teneur en acide ascorbique

Comme nous l'avons précédemment rappelé, l'acide ascorbique est instable dans le vin. Cette instabilité est catalysée par la présence d'oxygène moléculaire. L'évolution de la teneur en acide ascorbique des vins blancs au cours de la conservation en bouteille (24 mois) est présentée à la figure 8.

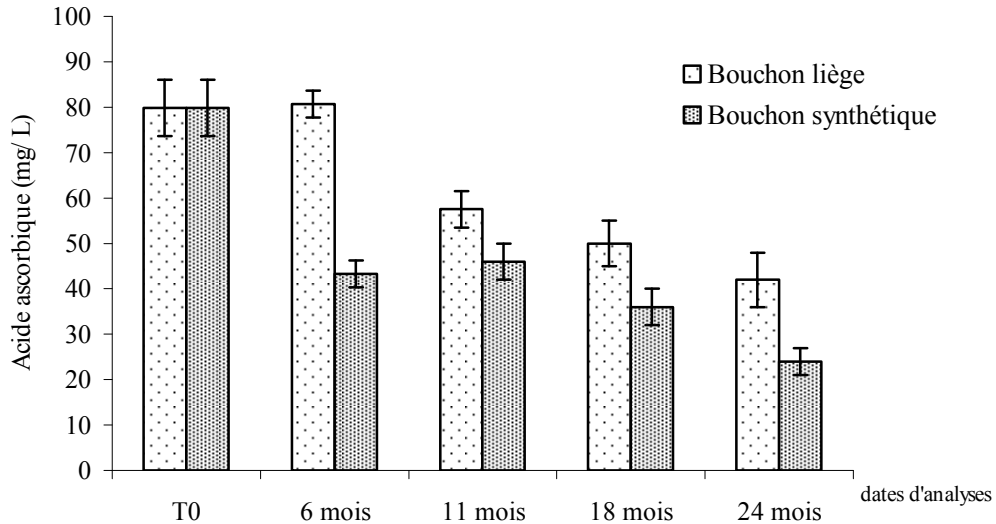


Figure 8 : Incidence de l'obturbateur sur la teneur en acide ascorbique du vin.

Six mois après la mise en bouteille, la teneur en acide ascorbique est stable pour l'échantillon bouché liège. En revanche, elle a déjà diminué de 50 % dans la modalité obturée par un bouchon synthétique. Ces résultats montrent que la dégradation de l'acide ascorbique dans le vin est d'autant plus rapide que le système de bouchage est perméable à l'oxygène.

La diminution des concentrations en acide ascorbique laisse présager l'existence de réactions d'oxydation initiées par la présence d'oxygène moléculaire dans le vin.

3.2 Evolution de la teneur en oxygène dissous

La détermination des teneurs en oxygène dissous des bouteilles bouchées est réalisée grâce au système précédemment décrit (Orbisphère). Après un mois de stockage (T0), on n'observe pas de différence entre les teneurs en oxygène dissous des modalités étudiées (Figure 9).

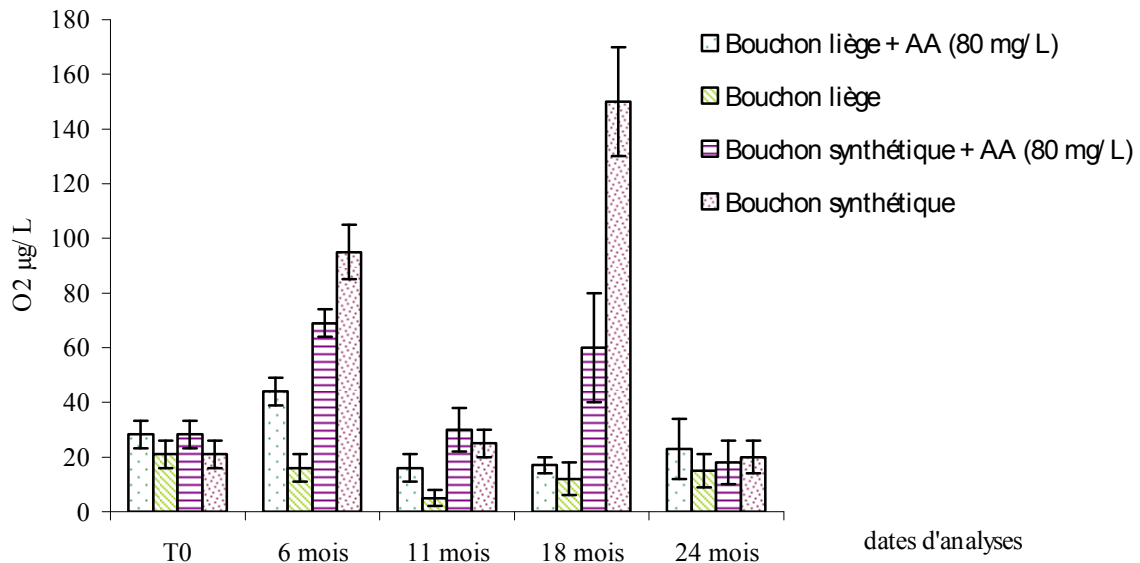


Figure 9 : Incidence du type d'obturbateur et de la présence d'acide ascorbique sur la teneur en oxygène dissous des vins.

Ces teneurs sont comprises entre 5 et 46 µg/L pour les modalités bouchées par un obturateur en liège naturel. Pour une modalité donnée, on observe des variations sensibles de la teneur en oxygène dissous mesurée en bouteille.

Les teneurs en oxygène dissous des échantillons bouchés par un obturateur synthétique varient quant à elles de 12 et 162 µg/L. A T0, on n'observe pas de différences entre les modalités supplémentées ou non en acide ascorbique. En revanche, dans les échantillons prélevés à 6 et 18 mois, les teneurs en oxygène dissous sont très élevées. Dans ce cas, la présence d'acide ascorbique semble accélérer la consommation de l'oxygène.

En effet, dans les échantillons bouchés avec un obturateur synthétique, l'oxygène dissous mesuré à 6 et 18 mois est significativement plus faible en présence d'acide ascorbique. Curieusement et contrairement à ce que l'on observe dans les échantillons obturés par un bouchon en liège naturel, l'oxygène dissous mesuré dans les modalités obturées par un bouchon synthétique varie considérablement au cours du temps.

Nous avons formulé l'hypothèse suivante pour expliquer ce phénomène.

Les dosages à 6 et 18 mois sont effectués au mois de janvier, en hiver. Les dosages à 12 et 24 mois sont réalisés en été. La température du chai de stockage n'étant pas régulée, on peut penser que le volume du vin dans la bouteille varie, provoquant des changements de pression. Si l'obturateur est perméable à l'oxygène comme c'est le cas du bouchon synthétique testé, la contraction du liquide provoquée par un refroidissement de l'atmosphère ambiante va initier un transfert d'air dans la bouteille. La consommation de l'oxygène par les constituants du vin est un phénomène continu et supposé régulier à l'échelle de notre expérimentation. Les teneurs élevées en oxygène dissous reflètent par conséquent une pénétration d'oxygène supérieure à sa consommation par le vin. Les températures basses ralentissent par ailleurs les réactions d'oxydation des constituants du vin.

Le phénomène inverse se produit très vraisemblablement en été. Le transfert d'oxygène à travers un obturateur en liège n'a pas été mis en évidence lors de notre expérimentation. Cependant, la présence d'une concentration même faible en oxygène dissous dans ces échantillons suggère l'existence d'un transfert d'oxygène à travers le système d'obturation.

La mesure de l'oxygène dissous dans les bouteilles nous renseigne sur l'état d'oxydation du vin. Nous montrons que des quantités variables d'oxygène dissous peuvent être mesurées dans le vin même en présence d'acide ascorbique. La présence simultanée d'oxygène et d'acide ascorbique peut elle conduire à la formation du sotolon ?

3.3 Evolution de la teneur en sotolon des vins

Nous avons suivi l'évolution de la teneur en sotolon des différents échantillons. Les résultats sont présentés figure 10.

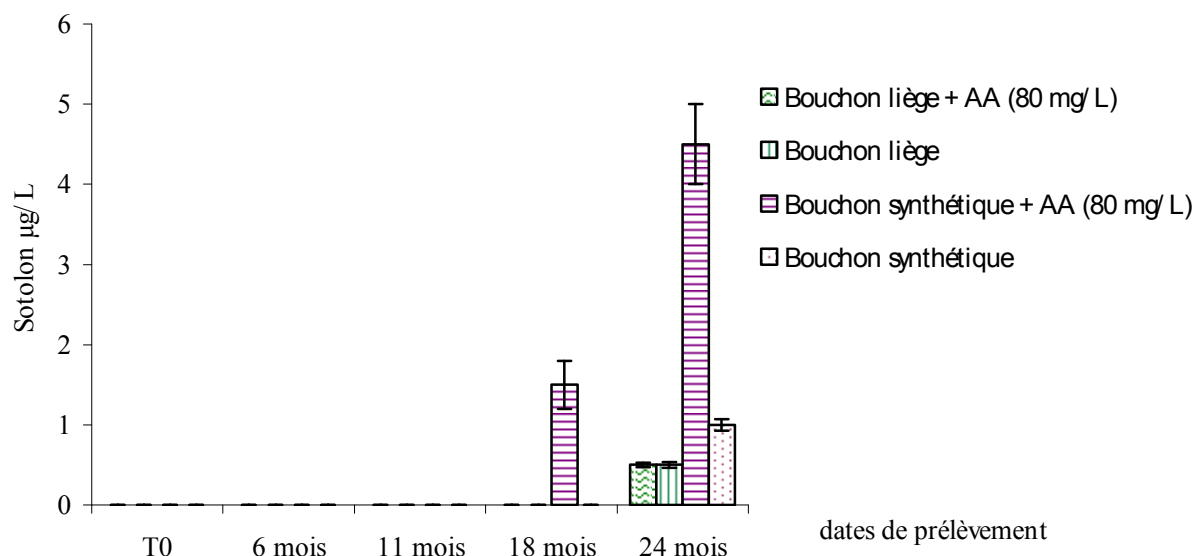


Figure 10 : Incidence du type d'obturateur et de la présence d'acide ascorbique sur l'évolution de la teneur en sotolon au cours de la conservation d'un vin.

A T0, le vin témoin ne contient pas de sotolon. Après 18 mois, seule la modalité obturée par un bouchon synthétique et additionnée d'acide ascorbique renferme du sotolon. Six mois plus tard (t = 24 mois), les teneurs en sotolon sont plus importantes mais restent inférieures à son seuil de perception (7 µg/L). A ce stade de l'expérimentation, le sotolon est également détecté dans les autres modalités étudiées, mais en quantité plus faible.

Nous avons montré que l'acide ascorbique en présence d'éthanol et d'oxygène pouvait conduire à la formation de l'acide α -cétobutyrique, précurseur du sotolon dans les vins. Les teneurs en sotolon retrouvées dans les vins additionnés d'acide ascorbique et obturés par des bouchons synthétiques indiquent clairement que cette réaction peut également se produire dans le vin. En revanche, à ce stade de l'expérimentation, les teneurs en sotolon retrouvées dans les échantillons bouchés avec le liège naturel sont trop faibles pour conclure sur le rôle de l'acide ascorbique dans la formation du sotolon en conditions d'oxydation ménagée.

3.4 Analyse sensorielle

Afin d'évaluer l'impact organoleptique de l'ajout d'acide ascorbique à la mise en bouteille, on réalise une dégustation triangulaire. Il est demandé au jury de dégustateurs de retrouver parmi trois verres, les deux échantillons identiques et de préciser leur préférence. Le Tableau II rassemble les résultats des dégustations effectuées à intervalle régulier (6 mois) par un même jury de dégustateurs.

Tableau II : Résultats des tests triangulaires réalisés sur des vins supplémentés ou non en acide ascorbique (80 mg/L) pour chaque type d'obturateur, au cours de la conservation.

Modalité	6 mois	12 mois	18 mois	24 mois
Bouchage synthétique	Ns	**	**	**
Bouchage liège	Ns	Ns	Ns	*

Ns : non significatif ; * significatif à $p < 0,05$; ** significatif à $p < 0,01$

Durant les 6 premiers mois de conservation, la présence d'acide ascorbique dans les échantillons ne provoque aucune modification de l'arôme du vin perceptible par les dégustateurs, et ce quel que soit l'obturateur utilisé.

A partir de 12 mois de conservation, les différences deviennent significatives pour les modalités bouchées par l'obturateur synthétique. L'emploi d'un obturateur en liège moins perméable à l'oxygène retarde les modifications de l'arôme du vin liées aux phénomènes oxydatifs. Dans ces conditions, les différences perçues par l'analyse sensorielle deviennent statistiquement significatives après 24 mois de stockage seulement.

Les résultats des tests de préférence sont présentés dans le tableau III.

Tableau III : Résultats des tests de préférence menés sur les vins supplémentés ou non en acide ascorbique (80 mg/L) pour chaque type d'obturateur au cours de la conservation.

Modalité	6 mois	12 mois	18 mois	24 mois
Bouchage synthétique	Ns	AA80*	AA80*	AA80*
Bouchage liège	Ns	Ns	Ns	AA80*

* $p < 0,05$; AA80 : vin + acide ascorbique 80 mg/L

Les échantillons supplémentés en acide ascorbique (AA80) à l'embouteillage sont toujours jugés plus aromatiques et plus « jeunes » par les dégustateurs. Ce constat est d'autant plus marqué que le vin est soumis à un stress oxydatif important (obturateur synthétique). Dès 12 mois de stockage, la dégustation comparative (test triangulaire) des échantillons obturés par un bouchon synthétique montre que les vins contenant de l'acide ascorbique sont systématiquement préférés par le jury de dégustateurs.

Ainsi, la présence ou l'absence d'acide ascorbique dans un vin bouché par un obturateur en liège n'affecte pas son évolution dans les premières années de sa conservation. A l'inverse, le bouchage d'un vin sans acide ascorbique par un obturateur très perméable à l'oxygène provoque une évolution oxydative de son arôme.

5. CONCLUSION

Nous venons d'exposer au cours de ces quelques pages des nouvelles connaissances relatives à la compréhension des mécanismes chimiques impliqués dans le vieillissement aromatique prématuré des vins blancs secs.

Comme nous l'avons introduit dans la première partie de notre travail, le vin, au cours de son évolution, est le siège de multiples réactions de nature chimique et le plus souvent biochimique. Son rythme est variable selon le type de vin, l'origine, le millésime. Par analogie avec l'évolution d'un être vivant on peut distinguer une période de jeunesse (post-fermentaire), suivie des stades de la maturation, de l'âge mûr, puis de la vieillesse, enfin de la désagrégation et la « mort du vin ». Cette évolution du vin peut être suivie par des marqueurs analytiques spécifiques rendant compte du caractère oxydatif et irréversible de ce vieillissement.

La compréhension des mécanismes de formation du sotolon nous a permis d'étudier les facteurs influençant son apparition dans les vins. Nous mettons clairement en évidence le rôle majeur du choix de l'obturateur sur la formation du sotolon au cours de la conservation des vins. Plus l'obturateur est perméable à l'oxygène, plus la teneur en sotolon dans les vins blancs secs est importante.

Le rôle de l'acide ascorbique sur la prévention des phénomènes oxydatifs pouvant survenir dans les vins est également discuté. Il apparaît clairement que l'addition d'acide ascorbique à un vin bouché par un obturateur en liège de très bonne qualité, peu perméable

à l'oxygène, retarde la manifestation du vieillissement aromatique défectueux. A l'inverse, si l'obturateur est perméable à l'oxygène, la présence d'acide ascorbique conduira à la libération d'acide α -cétobutyrique et favorisera en cela la formation de sotolon dans le vin.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Escudero, A., et al., *Clues about the role of methional as character impact odorant of some oxidized wines*. J. Agric. Food Chem., 2000. **48**: p. 4268-4272.
2. Ferreira, A.C.S., T. Hogg, and P. Ghedes de Pinho, *Identification of key odorants to the typical aroma of oxidation spoiled white wines*. J. Agric. Food Chem., 2003. **51**: p. 1377-1381.
3. Rapp, A., G. Versini, and H. Ullemeyer, *2-Aminoacetophenon: Verursachende Komponente der "Untypischen Alterungsnote"("Naphthalinton", "Hybridton") beim Wein*. Vitis, 1993. **32**: p. 61-62.
4. Escudero, A., J. Cacho, and V. Ferreira, *Isolation and identification of odorants generated in wine during its isolation: a gas chromatography-olfactometric study*. Eur. Food Res. Technol., 2000. **211**: p. 105-110.
5. Lavigne-Cruège, V. and D. Dubourdieu. *Role of glutathione on development of aroma defects in dry white wines*. in *13th International Enology Symposium*. 2002. Montpellier.
6. Pham, T.T., et al., *Optimal conditions for the formation of sotolon from alpha-ketobutyric acid in the french "Vin Jaune"*. J. Agric. Food Chem., 1995. **43**: p. 2616-2619.
7. Cutzach, I., P. Chatonnet, and D. Dubourdieu, *Rôle du sotolon dans l'arôme des vins doux naturels, influence des conditions d'élevage et de vieillissement*. J. Int. Sci. Vigne Vin, 1998. **32**(4): p. 223-233.
8. Sanchez, J. and J.M. Aracil, *Gaseous permeability of different obturators*. Bulletin de l'O.I.V., 1998. **71**: p. 279-283.
9. Ferreira, V., et al., *Quantitative determination of sotolon, maltol, and free furaneol in wine by solid-phase extraction and gas chromatography-ion-trap mass spectrometry*. J. Chromatography A, 2003. **1010**: p. 95-103.
10. Blouin, J., *Contribution à l'étude des combinaisons de l'anhydride sulfureux dans les moûts et les vins*. 1965, Faculté des sciences de l'Université de Bordeaux. p. 117.
11. Darriet, P., *Recherches sur l'arôme et les précurseurs d'arôme du Sauvignon*, in *Faculté d'oenologie*. 1993, Université de Bordeaux II: Bordeaux.
12. Murat M.L., M.I., Darriet Ph., Lavigne V., Tominaga T., Dubourdieu D., *Effect of Saccharomyces cerevisiae yeast strains on the liberation of volatile thiols in Sauvignon blanc*. Am. J. Enol. Vitic., 2001. **52**(2): p. 136-139.
13. Pisarnitsky, A.K., A.A. Bezzubov, and I.A. Egorov, *Nonenzymatic formation of 4,5-dimethyl-3-Hydroxy-2(5H)-furanon in foodstuffs*. 1985: p. 642-646.

SEMINAIRES JEUNES

Étude de la structure des noyaux non liés ${}^7,9\text{He}$ et ${}^{10}\text{Li}$

Hicham AL FALOU, LPC Caen

Les systèmes non liés ${}^7,9\text{He}$ et ${}^{10}\text{Li}$ ont été étudiés par des réactions de cassure de faisceaux de noyaux riches en neutrons (${}^8\text{He}$, ${}^{11}\text{Be}$ et ${}^{14}\text{B}$) à haute énergie. Leur énergie de décroissance a été reconstruite grâce à la détection en coïncidence du fragment chargé (${}^{6,8}\text{He}$ et ${}^9\text{Li}$) dans un télescope $\Delta E - E$ (CHARISSA) et du neutron dans le multidétecteur DéMoN.

Une approche théorique basée sur l'approximation soudaine a été utilisée pour modéliser les réactions menant à des états finaux non liés. Les distributions en énergie de décroissance calculées ont été convoluées avec la réponse du dispositif expérimental obtenue en utilisant un code de simulation spécifiquement développé pour notre étude, puis comparées aux données.

Le système ${}^{10}\text{Li}$ a été produit avec un faisceau de ${}^{11}\text{Be}$. Nos résultats ont confirmé la poursuite de l'inversion des niveaux $\nu s_{1/2}$ et $\nu p_{1/2}$ dans la chaîne des isotones $N=7$. Quant au système ${}^9\text{He}$, l'isotone le plus exotique exploré ici, produit avec des faisceaux de ${}^{11}\text{Be}$ et de ${}^{14}\text{B}$, la structure observée à très basse énergie pourrait correspondre à un état s virtuel ($a_s \approx -3-0$ fm), impliquant la poursuite de l'inversion dans l' ${}^9\text{He}$ avec une interaction coeur-neutron beaucoup plus faible que dans le cas du ${}^{10}\text{Li}$ ($a_s = -14 \pm 2$ fm). Dans le cas de la cassure du ${}^{14}\text{B}$, le spectre en énergie de décroissance présente une résonance vers $E_r \approx 1,2$ MeV avec une structure probable d'un état excité $1/2^-$ dans l' ${}^9\text{He}$.

Le système ${}^7\text{He}$ a été étudié avec trois faisceaux différents (${}^8\text{He}$, ${}^{11}\text{Be}$ et ${}^{14}\text{B}$). L'existence d'un état excité à basse énergie ($E_r \sim 1$ MeV), proposé comme étant le partenaire en spin-orbite ($1/2^-$) de l'état fondamental ($3/2^-$), n'a pas été prouvée.

Etude des noyaux très légers riches en neutrons au-delà de la limite de stabilité et tests de détecteurs.

Tarek AL KALANEE, GANIL Caen

Le sujet de la thèse porte sur la problématique des noyaux légers riches en neutrons. D'un point de vue expérimental, la disponibilité de faisceaux secondaires d'intensité accrue et de nouveaux ensembles de détection de grande efficacité ont permis de réaliser des expériences pour étudier la structure de noyaux tels que ${}^5\text{H}$, ${}^7\text{He}$, ${}^9\text{He}$, ${}^{10}\text{Li}$, qui sont tous non liés mais dont les premiers états se manifestent par des résonances dans les spectres de réactions de transfert ou de break-up. Dans la région des noyaux très légers riches en neutrons, l'isotope ${}^9\text{He}$ suscite un intérêt tout particulier à cause de sa valeur extrême du rapport $N/Z = 3.5$.

Depuis la première observation de l' ${}^9\text{He}$ en 1987 par K. K. Seth, les informations sur ce noyau restent incomplètes. Récemment deux nouvelles expériences ont été réalisées (au GANIL et au JINR DUBNA, Russie). Dans ces deux travaux, la même réaction a été utilisée (${}^8\text{He}(d,p){}^9\text{He}$), mais des résultats différents ont été obtenus sur la spectroscopie de ${}^9\text{He}$.

Pour obtenir des données de meilleure qualité et résoudre ce problème, la même expérience a été répétée pendant le stage de M2 qui était fait sous la direction de Mme Roussel-Chomaz du GANIL, avec des intensités de faisceau accrues et avec une nouvelle génération de détecteurs MUST2 de grande efficacité. Le but de la thèse est donc de sonder le noyau ${}^9\text{He}$ et de chercher ses états excités, pour lever les ambiguïtés qui existent à l'heure actuelle sur ce noyau.

Corrélations de neutrons : aspects expérimentaux et théoriques

Marlène ASSIE, IPN Orsay

Les noyaux borroméens permettent l'étude des corrélations à deux corps entre les neutrons du halo dans un milieu de faible densité. Dans le cas de l' ^6He , on s'attend à deux configurations dominantes : la configuration di-neutron et la configuration cigare. De nombreuses études expérimentales ont été menées afin de mettre en évidence cette structure à l'aide de différents mécanismes de réaction, sans pour autant amener à un consensus entre tous les résultats. C'est pourquoi une nouvelle expérience a été réalisée au GANIL en utilisant le mécanisme du "Towing Mode" correspondant à la cassure nucléaire de l' ^6He sur une cible de ^{208}Pb . La détection des particules chargées (α) est assurée par un ensemble ΔE - E constitué d'un Silicium à pistes et d'un Silicium-Lithium. Les neutrons émis à grand angle sont, quant-à eux, détectés par un premier ensemble de détecteurs, le Neutron Wall, placé dans l'axe de la cible, et par un second ensemble, EDEN placé de part et d'autre de la cible (de 70 à 110 degrés). La distribution en angle relatif entre les neutrons est ainsi obtenue en coïncidence avec un α . Une comparaison avec la distribution angulaire que l'on aurait obtenue sans aucune corrélation permet, d'ores et déjà de conclure que des corrélations entrent en jeu dans la réaction.

Afin de les étudier plus en détail, la fonction de corrélation à deux corps, extraite expérimentalement, va être comparée à un calcul théorique. Celui-ci se base sur une approche au-delà du champ moyen où les corrélations d'appariement et les collisions sont prises en compte. Les premiers tests ont porté sur l'étude des propriétés statiques de la chaîne isotopique des oxygènes et sont en accord avec les résultats obtenus avec des théories incluant les effets d'appariement. Le code dynamique est en cours de développement et permettra d'obtenir des informations sur le rôle que jouent les corrélations dans la dynamique.

Etude de la décroissance directe de la résonance géante monopolaire de ^{40}Ca

Benoît AVEZ, SPhN CEA Saclay

Les résonances géantes sont des excitations collectives du noyau atomique. Leurs énergies se trouvent au delà du seuil d'émission de nucléons. Une partie de leur largeur est donc due à l'émission de nucléons : c'est la décroissance directe. Celle-ci est étudiée au moyen d'une approche en champ moyen dynamique (TDHF) dans le cas de la résonance géante monopolaire du Calcium 40. Les spectres d'énergie des nucléons émis ont été calculés et sont compatibles avec l'interprétation microscopique des résonances géantes en terme de superposition d'excitations 1 particule - 1 trou. Les spectres d'émission de nucléons nous informent ainsi sur les orbites de nucléons individuelles qui participent à l'excitation.

Cette étude s'inscrit dans une approche plus générale de la dynamique nucléaire et notamment la résolution des équations de champ moyen dynamique incluant les corrélations d'appariement : la théorie Hartree-Fock-Bogoliubov dépendant du temps (TDHFB).

Etude de la réaction $^{12}\text{C}(^6\text{Li}, d)^{16}\text{O}$ à $E(^6\text{Li}) = 48.2 \text{ MeV}$

Amel BELHOUT, Laboratoire des Sciences Nucléaires, USTHB Alger

Le taux de combustion de l'hélium fourni par la réaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ constitue toujours l'une des plus importantes données dans l'astrophysique nucléaire [1]. La réaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ procède essentiellement via le mécanisme de capture directe mais aussi fortement influencée par les niveaux résonnants voisins du noyau composé ^{16}O . Trois états excités sont d'une importance cruciale pour la détermination du taux de la réaction stellaire $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. A cet égard, les

largeurs réduites- α (γ_α^2) de ces états portent un intérêt essentiel et doivent être déterminées avec la plus haute précision possible.

D'un point de vue spectroscopique, les sections efficaces élevées des réactions de transfert induites sur le ^{12}C par les projectiles $^{6,7}\text{Li}$ devraient être de bonnes candidates pour l'évaluation des valeurs de γ_α^2 . Ces quantités sont connues pour le rôle crucial qu'elles jouent dans la détermination du facteur astrophysique S (0.3 MeV) et le taux de la réaction $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ aux énergies stellaires. Nous nous sommes intéressés à la réaction de transfert $^{12}\text{C}({}^6\text{Li},d)^{16}\text{O}$ et nous avons mesuré les distributions angulaires pour la diffusion inélastique à $E({}^6\text{Li}) = 48.2$ MeV conduisant à l'état fondamental et les dix premiers états excités dans le noyau ^{16}O [2]. L'analyse de ces distributions angulaires, principalement dans le cadre de l'Approximation de Born des Ondes Distordues (DWBA), a permis d'extraire les facteurs spectroscopiques et les largeurs réduites- α des états de ^{16}O d'intérêt astrophysique. L'étude de la variation des γ_α^2 en fonction du rayon d'interaction nous a amenés à contraindre ce dernier à des valeurs supérieures ou égales à 6.5 fm. Finalement, les données de la réaction $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ ont été analysées dans le cadre de la théorie de la matrice R pour deux valeurs du rayon $a = 6.5$ et 7.7 fm.

[1] W.A.Fowler, Rev. Mod. Phys., 56 (1981)149.

[2] A. Belhout et al., Nucl. Phys. A 793 (2007) 178.

Calcul du spectre d'émission γ induite par interactions nucléaires des particules énergétiques et application aux observations de l'astronomie γ .

Hinda BENHABILES, CSNSM Orsay

L'étude des raies gamma émises par des phénomènes comme les éruptions solaires ou l'interaction du rayonnement cosmique avec le milieu interstellaire comporte des informations cruciales pour la compréhension des processus et mécanismes d'accélération des particules énergétiques et sur les propriétés du milieu d'accélération. L'observation et l'astronomie gamma connaissent un développement récent qui est en train de devenir un des moyens d'observation essentiel pour l'astrophysique nucléaire. En effet depuis le lancement de satellites comme RHESSI et INTEGRAL, équipés de détecteurs Ge de haute résolution spectrale, une analyse détaillée des formes et d'intensités des raies- γ est possible. L'interprétation de cette analyse nécessite la connaissance des sections efficaces de production des raies- γ sur une large gamme d'énergie. En effet, les ions accélérés que ce soit dans les éruptions solaires ou dans le RC produisent une multitude de raies- γ par interaction nucléaire avec le milieu interstellaire composé de gaz et de poussière. Principalement il s'agit de particules légères, proton et alpha interagissant avec les noyaux les plus abondants ^{12}C , ^{14}N , ^{16}O , ^{24}Mg , ^{56}Fe ... de la surface du soleil ou du milieu interstellaire, une fois excités, par des collisions inélastiques ou des réactions de spallation, ces noyaux se désexcitent via des transitions électromagnétiques et émettent ainsi des raies- γ .

La détermination des sections efficaces de production des raies- γ n'est qu'indirecte, elle repose en fait sur des calculs extensifs de réactions nucléaires, sur la comparaison avec des données expérimentales existantes et sur des mesures auprès des accélérateurs pour certaines réactions importantes. C'est dans ce cadre que s'inscrit cette étude, nous voulons donc déterminer avec précision les sections efficaces et donc les fonctions d'excitation des raies- γ de tous les noyaux abondants pour obtenir une base de données complète et pour pouvoir calculer l'émission totale de raies- γ nucléaires dans des phénomènes impliquant des particules énergétiques. De ces interactions, seules les sections efficaces de production de quelques raies et pour quelques noyaux sont suffisamment connues. Pour étendre à d'autres énergies et d'autres noyaux, nous

avons effectué en décembre 2006 une expérience auprès de l'accélérateur du Tandem de l'IPNO, en envoyant des faisceaux de proton et d'alpha sur des cibles gazeuses de N_2O , CO_2 , N_2 et Ne pour une large gamme d'énergie.

Les résultats obtenus pour cette manip sont représentés sous forme de spectres, un nombre de coups en fonction de l'énergie. Nous avons donc une multitude de spectres avec des dizaines des raies- γ par énergie et par cible qui sont à analyser.

Vers une compréhension du ^{13}Be et du ^{14}Be dans un modèle RPA particule-particule

Guillaume BLANCHON, INFN Pisa

Proche de la limite de stabilité, de nouveaux types de noyaux ont été découverts comme les noyaux à halo de neutrons. On utilise des modèles de structure à trois corps pour étudier les caractéristiques des noyaux avec deux neutrons dans le halo. Nous utilisons le modèle RPA particule-particule avec une interaction effective de Gogny et une interaction neutron-cœur prenant en compte le couplage particule-vibration. Ce modèle permet de considérer les corrélations à deux corps dans le cœur. Nous regardons les isotopes de Beryllium riches en neutrons ($A=8,14$). Afin de retrouver les résultats expérimentaux pour les états 0^+ , 1^- et 2^+ , les rms, $B(E1)$ et $B(E2)$, on suggère l'inversion des couches $2s$ et $1p_{1/2}$ dans le potentiel $n+^{12}Be$ comme celle observée dans le potentiel $n+^{10}Be$. Nous utiliserons les fonctions d'onde à trois corps obtenues pour des calculs de réaction de fragmentations de noyaux halo à deux neutrons.

Ajustement des données en astrophysique nucléaire à l'aide de la matrice R

Alix DAMMAN, PNTPM UL Bruxelles

La méthode de la matrice R est particulièrement efficace dans la région des basses énergies où la densité d'états est faible. C'est notamment le cas en astrophysique nucléaire. L'intérêt de cette méthode est de pouvoir extrapoler la section efficace aux énergies stellaires inaccessibles expérimentalement. En effet, ces énergies correspondent au domaine $E < 1MeV$ où l'effet de la barrière coulombienne fait chuter brutalement la section efficace.

La matrice R utilise un petit nombre de paramètres liés aux résonances mais peut également être appliquée aux réactions non-résonantes. On compte trois paramètres par résonance : énergie, largeur partielle dans la voie d'entrée et de sortie. Ceux-ci sont appelés « observés » et ne sont pas directement utilisés par le modèle. Aux paramètres « observés » correspondent les paramètres appelés « formels » : pôles, largeurs réduites d'entrée et de sortie. Le passage des paramètres observés vers les formels constitue la difficulté du modèle. Des interférences apparaissent lorsque des résonances de même spin-parité sont considérées simultanément. Plusieurs courbes de section efficace sont mathématiquement possibles.

Deux exemples d'ajustement des données sont l'étude des réactions $^3He(^3He,2p)\alpha$ et $^{18}F(p,\alpha)^{15}O$. La première est une réaction non-résonante pour laquelle on simule l'effet des résonances éloignées à l'aide d'un pôle de fond. Il s'agit d'une résonance très large placée à plus énergie. La seconde réaction est multi-résonante et présente trois résonances $3/2^+$ qui interfèrent entre elles. Le manque de données dans la région des interférences empêche le choix de la bonne courbe de section efficace.

Etude des noyaux exotiques au voisinage de la fermeture de couches N=28

Carole FORCE, GANIL Caen

Je suis actuellement en deuxième année de thèse de physique nucléaire au GANIL (Grand Accélérateur National d'Ions Lourds), à Caen sous la direction de Stéphane Grévy et d'Olivier Sorlin. Ma thèse traite de l'étude des noyaux exotiques riches en neutrons autour du nombre magique en neutrons N=28. Dans le cadre de cette thèse, une expérience a eu lieu en juin 2006 et a consisté à produire un noyau exotique riche en neutrons, le ^{44}S qui a 28 neutrons et 16 protons dans un état particulier, l'état isomère 0^+_2 . La production de ce noyau dans l'état 0^+_2 avait déjà été effectuée avec une faible statistique. Le ^{44}S se situe sur la carte des noyaux dans la colonne neutrons N=28, en dessous du ^{48}Ca qui est connu pour être un noyau doublement magique et stable. Des études ultérieures laissent présager que le nombre magique N=28 disparaîtrait pour les noyaux exotiques riches en neutrons situés sous le ^{48}Ca , ce qui induit la déformation de ces noyaux comme par exemple pour le ^{44}S . L'état 0^+_2 étant un état excité, il décroît par gamma vers le fondamental en passant par le premier état excité ou décroît directement par émission d'électrons de conversion interne vers le fondamental. L'analyse de cette expérience permettra de connaître la probabilité de décroître par gamma ou par électrons, cette connaissance apportera de nouvelles informations sur la déformation du ^{44}S . Une deuxième expérience va avoir lieu cette année, elle consistera à étudier la dépendance de l'interaction spin-orbite, interaction introduite dans l'hamiltonien du modèle en couches et responsable de l'apparition du nombre magique 28, à la densité protons des noyaux exotiques riches en neutrons à N=28. Cette analyse permettra d'expliquer l'affaiblissement de l'interaction spin-orbite dans ces noyaux.

Ballade dans les émetteurs protons

Florence de GRANCEY, GANIL Caen

En cherchant à comprendre l'origine de l'énergie des étoiles, le professeur Shadoko (inventeur du théorème de la passoire) c'est intéressé aux ^{17}Ne , possible point de fuite du cycle Carbone Azote Oxygène. En balayant la littérature attirée à ce noyau, notre éminent scientifique a constaté que de nombreuses problématiques de structure nucléaire pouvaient être traitées en étudiant le ^{17}Ne et ses voisins :

Par exemple, en mesurant le fondamental du ^{18}Na , actuellement inconnu, il devient possible d'apporter des informations sur la décroissance deux protons issue du ^{19}Mg , actuellement recherchée. Ce type de décroissance est un phénomène mal connu, qui peut théoriquement se réaliser via deux mécanismes différents : émission d'un quasi particule d' ^2He ou émission de deux protons par décroissances séquentielles. Outre la vérification des calculs théoriques, préciser le mécanisme utilisé par le ^{19}Mg apporterait des indications sur la structure de ce noyau.

De même, étudier les niveaux du ^{16}F via la décroissance proton du ^{17}Ne permet d'apporter des renseignements supplémentaires sur la forme des résonances et leur lien avec le temps de vie des noyaux. En effet, la récente découverte du comportement non exponentiel de la loi de décroissance pour des temps longs laisse entrevoir une possible modification du comportement des noyaux lorsque ceux-ci sont formés à basse énergie.

Pour résoudre ces questions, une expérience de diffusion élastique résonante $^{17}\text{Ne} + p \rightarrow ^{18}\text{Na}$ puis de diffusion inélastique $^{17}\text{Ne} (p,p')^{17}\text{Ne}$ seront réalisées au Ganil en octobre 2007. Car de toute façon, « quand on sait pas où l'on va, il faut y aller... et ce le plus vite possible » :)

Introduction à la Dynamique Moléculaire Fermionique (FMD)

Karim HASNAOUI, GANIL Caen

La dynamique moléculaire fermionique consiste à résoudre les équations de mouvements d'un système de fermions en interactions. Ce type de modèle est tout à fait adapté à l'extraction de données thermodynamiques, aussi bien pour les systèmes finis tel que les noyaux, que pour les systèmes infinis, tel que les écorces des proto-étoiles et étoiles à neutrons. Le code de calcul FMD développé au GANIL, est basé sur le formalisme de base établi par H. Feldmeier, dans lequel nous avons ajouté une interaction de type Skyrme Lyon. Le fait de travailler avec la fonctionnelle de Skyrme présente de nombreux avantages. Dans un premier temps, elle reproduit très bien les propriétés de la matière nucléaire très riche en neutrons, ce qui est tout à fait adapté aux différents contextes étudiés, surtout si l'on souhaite extraire des informations quantitatives. Ensuite la complexité du code de calcul a pour conséquence d'être modifiée par rapport au précédent code de calculs FMD développés. Le temps de calcul tend à être réduit de manière considérable, notamment si l'on cherche à étudier des systèmes constitués d'un très grand nombre de particules (typiquement pour des systèmes plus gros que le calcium 40). Enfin l'implémentation de l'interaction Coulombienne pour les systèmes infinis où l'on doit tenir compte de la longue portée de l'interaction Coulombienne, est d'autant plus aisée en utilisant l'équation de Poisson. Des outils permettant d'extraire des informations sur la thermodynamique tel que le thermomètre nucléaire, ont également été implémentés.

Mesures de sections efficaces de fission d'intérêt pour la transmutation

Grégoire KESSEDJIAN, CEN Bordeaux

Les réacteurs actuels produisent deux types de déchets dont la gestion et le devenir soulèvent des problèmes. Il s'agit d'abord de certains produits de fission dont la durée de vie dépasse souvent le million d'années, mais aussi des noyaux lourds au-delà de l'uranium appelés actinides mineurs. Ces actinides mineurs sont essentiellement des isotopes de Np, Am et Cm. Ils cumulent une radio-toxicité élevée, car souvent émetteurs alpha, gamma ou neutrons, avec une durée de vie pouvant aller de quelques années, tel que le ^{244}Cm , à plusieurs millions d'années à l'instar du ^{237}Np .

Actuellement les actinides mineurs sont stockés en surface en attente d'une solution définitive encore à l'étude. Deux options sont envisagées : le stockage en site géologique profond et l'incinération de ces déchets dans un flux de neutrons rapides, c'est-à-dire, la transmutation par fission. Cette dernière option fait l'objet de nombreuses recherches dont l'objectif est de démontrer sa faisabilité à partir de réacteurs à neutrons rapides (RNR-GenIV) ou de systèmes innovants assistés par accélérateurs (ADS).

Ces études font appel à de nombreuses données neutroniques. Malheureusement, ces bases de données présentent encore de nombreuses insuffisances pour parvenir à des résultats fiables. Ces disparités sont à l'origine d'un vaste effort international de mesures de sections efficaces auquel contribue le groupe Aval du Cycle et Énergie Nucléaire (ACEN) du CENBG. L'objectif de ces mesures est ici d'actualiser des données nucléaires parfois très anciennes et de les compléter. Nous avons ainsi repris la mesure de la section efficace de fission de ^{243}Am avec une nouvelle approche expérimentale. La mesure directe des sections efficaces neutroniques d'actinides mineurs constitue très souvent un véritable défi compte-tenu de la forte activité, de la rareté et des difficultés techniques que soulève la fabrication de cibles isotopiquement pures. Pour cela, le groupe ACEN a développé une méthode indirecte utilisant les réactions de transfert. L'interaction d'un faisceau d' ^3He , délivré par le Tandem de l'IPN Orsay, sur une cible

mince d' ^{243}Am permet d'alimenter les voies de réactions $^{243}\text{Am}(^3\text{He},d)^{244}\text{Cm}$, $^{243}\text{Am}(^3\text{He},t)^{243}\text{Cm}$ et $^{243}\text{Am}(^3\text{He},a)^{241}\text{Am}$. Pour chaque noyau, le produit de la probabilité de fission mesurée expérimentalement par la section efficace de formation par neutron du noyau composé, calculée par le modèle optique semi-microscopique (E.Bauge, CEA DAM), fournit la section efficace neutronique de fission. Ainsi, nous avons pu mesurer les sections efficaces de fission de $^{241}\text{Am}(n,f)$, du $^{242}\text{Cm}(n,f)$ et du $^{243}\text{Cm}(n,f)$ dans le domaine des neutrons rapides.

Recherche d'états clusters $^{12}\text{C}-^{16}\text{O}$ dans le ^{28}Si par la réaction de capture radiative résonante

Dorothee LEBHERTZ, IPHC Strasbourg

Il est connu que dans certaines voies de réactions entre ions lourds-légers des résonances étroites ($\Gamma \sim 200$ keV) apparaissent. C'est par exemple le cas pour la voie de capture radiative $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},\gamma)^{28}\text{Si}$, où existent des résonances à bas spins, à des énergies proches de la barrière de Coulomb. Une résonance étroite correspond à une durée de vie relativement longue du noyau composite formé qui pourrait se présenter sous forme d'une molécule nucléaire. Dès lors, les transitions électromagnétiques permettant sa désexcitation doivent présenter les signatures spécifiques d'une grande déformation. Pour étudier ce phénomène, nous avons effectué une expérience de capture radiative $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},\gamma)^{28}\text{Si}$. La capture radiative est la réaction qui conduit, après fusion complète des noyaux cible et projectile, à un noyau composé qui ne se désexcite que par émission γ . Comme la voie de capture radiative est de l'ordre de 10^5 fois moins probable que les autres voies de fusion évaporation, pour étudier les γ de cette réaction, il faut sélectionner les noyaux de recul de ^{28}Si à 0° . Pour ce faire, il nous fallait un séparateur de recul à 0° très performant qui pouvait rejeter au moins 10^{12} particules du faisceau par seconde. C'est pourquoi nous avons utilisé le spectromètre à 0° Dragon à Triumf (Vancouver, Canada), les γ étant alors mesurés en coïncidence dans un ensemble de BGO situé autour de la cible.

Les résultats obtenus montrent que la capture radiative n'alimente pas seulement la bande du fondamental de ^{28}Si , mais également d'autres bandes comme la bande prolate $K^\pi=0^+$ (0_3^+ à 6.7 MeV) ou la bande $K^\pi=3^-$ (3_1^- à 6.9 MeV), ainsi que un ou plusieurs états aux environs de 11 MeV. Près de cette énergie, la théorie prédit des bandes très déformées et/ou clusters, mais c'est également là que les premiers états $T=1$ du ^{28}Si se manifestent. Pour la suite de l'investigation rendez-vous l'année prochaine à Maubuisson.

Mesures de décroissance β des noyaux de $^{83,84,85}\text{Ga} \rightarrow ^{83,84,85}\text{Ge}$ à ALTO

Matthieu LEBOIS, IPN Orsay

L'exploration des régions les plus exotiques de la carte des noyaux permet de tester la validité des nombres magiques prédits par le modèle en couche. Dans la région du ^{78}Ni , qui est attendu comme doublement magique, le statut du nombre $N=50$ est particulièrement débattu. L'IPN d'Orsay, grâce à des expériences menées sur PARRNe, a apporté de nouvelles indications sur l'évolution de ce nombre magique. Ainsi, les résultats sur le ^{83}Ge , obtenus à PARRNe, ont été interprétés par un modèle de couplage faible entre le cœur pair-pair de ^{82}Ge et le neutron de la couche $d_{5/2}$. Cela a été considéré comme une preuve expérimentale du maintien de $N=50$. Toutefois, l'évolution de ce nombre ne peut être établie que par l'étude des noyaux les plus proches du ^{78}Ni . Mais cela nécessite le développement de faisceaux radioactifs.

Une expérience effectuée au CERN a permis de valider l'utilisation de la photofission dans le cadre de la technique ISOL pour la production de noyaux exotiques riches en neutrons. Depuis,

l'IPN d'Orsay est impliqué dans la construction d'un nouvel accélérateur dans les bâtiments du tandem d'Orsay. Cette installation, dénommée ALTO (Accélérateur Linéaire et Tandem d'Orsay), a produit son premier faisceau radioactif en juillet 2006 pour des mesures de production. Ces dernières ont démontré, qu'avec une intensité de $10 \mu\text{A}$ et une énergie de 50 MeV pour le faisceau incident d'électrons, l'installation ALTO pourra atteindre les 10^{11} fissions/s. Ce nouvel accélérateur nous rapprochera du ${}^{78}\text{Ni}$ en produisant des noyaux très riches en neutrons.

L'amélioration d'un facteur 100 dans les productions par rapport à PARRNe (faisceau de deutons d'intensité $1 \mu\text{A}$ et 26 MeV), permettra de renouveler l'expérience sur la mesure de la décroissance β du ${}^{83}\text{Ga} \rightarrow {}^{83}\text{Ge}$. L'objectif est de compléter le schéma de niveaux afin de confirmer l'hypothèse du couplage faible en comparant les résultats obtenus à un calcul réalisé dans le cadre de ce modèle. De plus, une étude de la décroissance ${}^{84}\text{Ga} \rightarrow {}^{84}\text{Ge}$ pourra être menée. Cette mesure apportera des informations sur l'ordre des couches neutrons au-delà de $N=50$. Enfin, une dernière expérience devrait permettre de déterminer la période du ${}^{85}\text{Ge}$.

Liens entre les propriétés statistiques et dynamiques des fragments produits lors des collisions d'ions lourds aux énergies de Fermi

Grégory LEHAUT, LPC Caen

Le phénomène de multifragmentation (émission multiple et simultanée de fragments) est l'un des phénomènes dominants observés dans les collisions violentes entre ions lourds autour de 40 MeV par nucléon (énergie de Fermi). Il a été proposé récemment que ce phénomène pourrait être relié à l'existence de la transition de phase liquide-gaz de la matière nucléaire ; celui-ci résulterait alors de l'exploration du diagramme de phase de la matière nucléaire finie lors de la collision et de l'excitation d'un certain nombre de degrés de liberté (compression / rotation / déformation / chauffage) du système. Il n'est cependant pas clair à l'heure actuelle quelle est l'origine de ce mécanisme de fragmentation, à savoir si celui-ci est purement induit par la dynamique de la collision (déformation, rotation) ou par seulement les propriétés thermodynamiques et statistiques de la matière nucléaire (température, densité). Le but de ce travail est d'essayer de répondre à cette question. Pour cela, nous utilisons les données issues du multidétecteur INDRA, pour les réactions entre ions lourds ${}^{124,129}\text{Xe}$ et ${}^{\text{nat}}\text{Sn}$ entre 15 et 50 MeV/nucléon, ainsi que deux approches théoriques permettant de confronter les différents scénarii : une approche statistique (Gaz sur réseau ou Lattice-gas Model) et une approche dynamique (modèle HIPSE).

Fusion avec des noyaux faiblement liés autour de la barrière coulombienne

Antoine LEMASSON, GANIL Caen

Afin de fusionner, les noyaux doivent passer, en subissant l'effet tunnel, la barrière de potentiel, créée par la somme des forces électrostatiques et nucléaires. Le phénomène d'effet tunnel ne dépend pas seulement de la distance relative entre les noyaux mais d'autres degrés de liberté. L'effet des excitations internes (rotations, vibrations etc.) des noyaux interagissant l'un avec l'autre pendant la collision peut changer les probabilités de fusion par plusieurs ordres de grandeur [1]. La mesure de la fonction d'excitation à des énergies de bombardement au voisinage de la barrière coulombienne permet d'obtenir des informations sur l'effet des structures exotiques et des états non liés sur les mécanismes réactionnels.

Les noyaux "faiblement liés" riches en neutrons (par exemple ${}^6\text{He}$ (${}^4\text{He} + 2n$), ${}^8\text{He}$ (${}^4\text{He} + 4n$), ${}^7\text{Li}$ ($\alpha + t$)) présentent des propriétés particulières telles qu'une faible énergie de séparation neutron et/ou des structures exotiques (par exemple des halos de neutrons). On s'attend à ce que ces

propriétés particulières influencent fortement les probabilités d'effet tunnel et par conséquent les taux des réactions nucléaires [2].

Afin de déterminer les effets de telles propriétés, la mesure de section efficace par spectroscopie γ a été réalisée avec le système ${}^7\text{Li} + {}^{198}\text{Pt}$ qui forme le noyau composé ${}^{205}\text{Tl}$. La prochaine étape consiste en la mesure de la section efficace de fusion à l'aide d'un faisceau d'ions radioactifs pour le système ${}^8\text{He} + {}^{197}\text{Au}$ qui forme le même noyau composé par une autre voie entrante. Les produits d'évaporation issus de la formation de ce noyau composé sont des isotopes du Tl qui sont instables par capture électronique. La mesure est effectuée "hors faisceaux" en étudiant la décroissance radioactive des noyaux fils des produits d'évaporation. Alors qu'il est possible d'atteindre des intensités de faisceau de l'ordre de 10^{10} pps dans le cas du noyau stable ${}^7\text{Li}$, des difficultés expérimentales peuvent apparaître avec les faisceaux d'ions radioactifs comme ${}^8\text{He}$ dont l'intensité est de l'ordre de 10^5 pps. La perte de cinq ordres de grandeur d'intensité de faisceaux nécessite une amélioration importante de la sensibilité expérimentale. Pour ce faire, l'utilisation d'une méthode de coïncidences X- γ est envisagée.

L'étude des mécanismes réactionnels à travers la mesure de section efficace de fusion avec des noyaux faiblement liés vise une meilleure compréhension des effets des structures exotiques sur la dynamique nucléaire aux énergies autour de la barrière coulombienne. Ces informations sont importantes pour la production d'éléments superlourds ainsi que pour les réactions d'intérêt astrophysique.

[1] R. G. Stokstad, et al., Phys. Rev. C 21 (1978) 2152 ; M. Beckerman et al., Phys. Rev. C 25 (1982) 837 .

[2] L.F. Canto et al., Phys. Rep. 424 (2006) 1 and N. Keeley et al., Prog. in Part. and Nucl. Phys 59 (2007) 579

Etude de la structure et des corrélations au delà de la stabilité

Anne LEPRINCE, LPC Caen

Un des enjeux majeurs dans la physique nucléaire aujourd'hui est de comprendre la structure nucléaire loin de la vallée de stabilité bêta. Dans ce contexte l'étude des noyaux légers très riches en neutrons est particulièrement intéressante. Du point de vue théorique des modèles sophistiqués développés récemment (tels que les approches « ab initio », modèle en couche dans le continuum, AMD, ...) sont capables de prédire les propriétés des systèmes légers ($A < 16$). Expérimentalement nous pouvons atteindre la « dripline » de neutrons seulement jusqu'à l'oxygène. Par conséquent, les noyaux légers très riches en neutrons constituent un « banc d'essai » essentiel pour notre compréhension de la structure nucléaire et un grand intérêt dans la physique nucléaire actuelle.

Dans cette optique le groupe Exotiques est engagé dans un programme expérimental auprès du GANIL qui explore la structure et les corrélations dans les noyaux légers riches en neutrons. Le travail de ma thèse concerne l'étude des isotopes d'hélium lithium et béryllium qui se situent au delà de la « dripline » de neutron (${}^9\text{He}$, ${}^{10,12}\text{Li}$ et ${}^{13}\text{Be}$). Les données des expériences utilisant les multidétecteurs CHARISSA (particules chargés), DEMON (neutrons) et des faisceaux radioactifs de ${}^{14,15}\text{B}$ seront exploitées pour reconstruire les systèmes non liés. Ensuite des simulations complètes seront effectuées pour comparer les prédictions avec les résultats des analyses.

Spectroscopie des noyaux exotiques légers avec Must2

Xavier MOUGEOT, CEA Saclay

L' ${}^6\text{He}$ est un noyau exotique faiblement lié, avec une structure en halo de deux neutrons, dont seul le premier état excité à 1.8 MeV, 2^+ et résonant, est connu. Les modèles théoriques les plus récents prédisent une succession d'états 2^+ , 1^+ , 0^+ entre 4 et 9 MeV. La recherche expérimentale de ces états doit donc permettre de tester et contraindre ces modèles et les interactions utilisées dans ces calculs.

Le manque de données spectroscopiques provient à la fois du choix des réactions et des énergies incidentes utilisées pour peupler ces états résonants, et des difficultés expérimentales qu'il y a à extraire ces résonances du fond physique.

Malgré un dispositif qui n'était pas optimisé pour cette mesure, une précédente expérience du groupe [1] a mis en évidence que la réaction de transfert ${}^8\text{He}(p,t){}^6\text{He}$ à 15.6 MeV/n constitue un bon choix pour peupler les états résonants de l' ${}^6\text{He}$.

Nous avons donc mené une expérience, actuellement en cours d'analyse, au printemps 2007 à Ganil, pour l'étude de cette réaction directe, en cinématique inverse, par la méthode de la masse manquante. Le dispositif expérimental, constitué de deux détecteurs de faisceau (Cats) et de cinq télescopes à particules chargées (Must2), offre une très large couverture angulaire. Grâce à cette dernière et à la très bonne identification des particules de Must2, des coïncidences entre les partenaires léger et lourd de la réaction éliminent le fond physique dans lequel les résonances sont noyées. Enfin, les spins et parités des états finaux de l' ${}^6\text{He}$ sont fixés par le moment angulaire transféré, qui sera déduit de la forme des distributions angulaires des sections efficaces pendant l'analyse.

[1] F. Skaza *et al.*, Phys. Lett. B 646 (2007) 5

Etude de la double magicité de ${}^{78}\text{Ni}$

Baptiste MOUGINOT, IPN Orsay

Depuis plus de vingt ans, nous savions que l'édifice nucléaire basé sur des séquences de couches et donc de gaps figés était altéré et devait être révisé, voir reconstruit, dans certains cas d'états nucléaires extrêmes tels que les noyaux très instables. Sous-jacents à ces changements dans l'agencement de couches nucléoniques, il s'agit de la force tenseur qui suivant les configurations des nucléons de valences, peut diminuer ou augmenter leurs énergies de liaison. Cette interaction est connue seulement d'une manière qualitative et a besoin d'être étudiée dans ses détails afin d'être incluse dans les modèles qui tentent de prédire le comportement des noyaux les plus exotiques, aujourd'hui inaccessibles.

Nous projetons d'étudier cette interaction afin de pouvoir prédire si la structure du noyau de repère Ni-78 serait dominée par l'existence de larges gaps $Z=28$ et $N=50$ comme le suggérerait notre connaissance des noyaux stables ou si l'un ou les deux de ses gaps seraient altérés par l'interaction entre les protons et neutrons de valences.

Une expérience sera faite auprès du Grand Accélérateur National d'Ions Lourds à Caen. Elles auront comme objectif une réaction de transfert dans laquelle un proton est enlevé d'un faisceau radioactif de Zn-72, $\text{Zn-72}(d,\text{He-3})$. Les résultats obtenus serviront de déterminer les mécanismes de réactions et de contraindre l'interaction forte et ils permettront d'élucider la question de la persistance ou non de la double-magicité du noyau de Ni-78, ayant un impact important dans la discipline

Etude de la structure du noyau à halo ^{11}Li et du sous système non lié ^{10}Li

Thomas ROGER, GANIL Caen

Avec le développement des faisceaux radioactifs, l'étude des noyaux s'est étendue loin de la vallée de stabilité et a conduit à la découverte de nouvelles structures comme les halos.

L'étude de leur structure permet d'affiner les modèles théoriques loin de la stabilité. En particulier, le noyau de ^{11}Li possède un halo de deux neutrons, et nous nous proposons dans ce travail de déterminer la corrélation des neutrons, c'est-à-dire la configuration (di-neutron ou cigare) du halo. Le moyen le plus approprié pour accéder aux corrélations est d'utiliser un faisceau de ^{11}Li et d'étudier la réaction de pickup de deux neutrons : $p(^{11}\text{Li},^9\text{Li})t$. Cette expérience a été réalisée à TRIUMF (Canada) auprès de l'installation ISAC2 à l'aide de la cible active MAYA.

En outre, le noyau de ^{11}Li étant borroméen, afin de pouvoir le décrire correctement, il est nécessaire de connaître la structure de ses sous systèmes. Et si l'interaction neutron-neutron est bien connue, l'interaction ^9Li -neutron l'est beaucoup moins. Parallèlement à l'étude de la réaction de pickup de deux neutrons, on étudie également la réaction de transfert d'un seul neutron : $p(^{11}\text{Li},^{10}\text{Li})d$. L'étude des distributions angulaires des deutons produits, à l'aide de calculs en canaux couplés, permet d'accéder à la structure (position des niveaux, spin, parité et facteurs spectroscopiques) de la résonance ^{10}Li .

Enfin, les données de diffusion élastique du ^{11}Li sur les protons et les noyaux de ^{12}C constituant le gaz de la cible active vont nous permettre de construire un potentiel optique pour le noyau ^{11}Li , nécessaire pour les calculs de section efficaces

Caractérisation d'un détecteur HPGe dans le cadre de l'étude des transitions de Fermi super-permises, $0^+ \rightarrow 0^+$

Jérôme SOUIN, CEN Bordeaux-Gradignan

La décroissance β est expliquée par la transformation d'un neutron en proton ou inversement depuis la découverte du neutron par J. Chadwick en 1932. Cette théorie a été établie par E. Fermi en 1934. Ce processus de radioactivité qui fait intervenir l'interaction faible au sein du noyau est donc utilisé pour tester la validité de ce modèle.

Une des possibilités est d'avoir recours aux désintégrations de Fermi super-permises pour par exemple vérifier l'hypothèse de la conservation du courant vecteur (CVC) ou l'unitarité de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM).

Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer expérimentalement, le plus précisément possible, l'énergie de la transition, la période radioactive et le pourcentage d'alimentation β .

Simulation et étude de la détection des particules chargées pour un détecteur ancillaire d'AGATA

Aurélien VANCRAYENEST, IPN Lyon

La nécessité de la détection des particules chargées en association avec les multidétecteurs segmentés gamma est reconnue pour les expériences de spectroscopie gamma, avec des faisceaux radioactifs. C'est le cas notamment dans les recherches sur les réactions de fusion évaporation qui sont l'un des thèmes de recherche du groupe matière nucléaire de Lyon. Dans le

cadre de la collaboration R&D sur le détecteur AGATA, un travail est déjà entamé concernant la détection des gammas par les détecteurs segmentés dans l'environnement GEANT4.

Mon travail de thèse se situe dans le cadre de recherche sur la détection gamma, plus spécifiquement sur les détecteurs ancillaires de particules chargées.

J'ai ainsi entamé des simulations de la détection des particules légères chargées dans le même environnement que les travaux en cours, par souci de cohérence et parce que GEANT4 est un outil adapté à la simulation de l'interaction des particules avec la matière. La première étape de mon travail consiste en la simulation d'un détecteur $\Delta E-E$ en silicium et l'utilisation de sources de particules légères chargées a permis de retrouver les grandeurs caractéristiques de ce type de détecteurs.

J'ai montré qu'avec ce type de simulations nous pouvions retrouver les valeurs des dépôts d'énergie pour différents types de particules et donc valider l'utilisation de GEANT4 dans ce cadre de travail. La prochaine étape sera de tester différentes géométries de détecteurs ainsi que différents matériaux, notamment les Silicium NTD présentant une grande homogénéité permettant l'identification des particules par analyse de la forme du signal produit.

Le groupe Matière Nucléaire est également impliqué dans l'analyse des données pour les expériences avec le démonstrateur d'AGATA et c'est afin de simuler ces expériences qu'une partie de mon travail porte sur les générateurs de particules chargées provenant de l'évaporation à partir du noyau composé formé avec des faisceaux radioactifs. J'ai dans ce cadre, simulé des spectres de particules légères chargées ayant une distribution maxwellienne en énergie par une méthode de Monte Carlo. La prochaine étape consistera à utiliser ces particules de type évaporation comme source pour les simulations des détecteurs ancillaires d'AGATA.

L'objectif à long terme de ce travail est d'étudier la complémentarité d'un multidétecteur segmenté gamma et d'un ancillaire pour particules légères en vue de la détection en coïncidence des particules chargées et des gammas pour les expériences réalisées avec des faisceaux radioactifs.

LISTE DES PARTICIPANTS

ADAHCHOUR Abderrahim

PNTPM – Université Libre de Bruxelles – CP229 – B-1050 BRUXELLES - *adahchour@ucam.ac.ma*

AL FALOU Hicham

LPC/ISMRA - 6, Boulevard du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *alfalou@lpccaen.in2p3.fr*

AL KALANEE Tarek

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *kalanee@ganil.fr*

ASSIE Marlène

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *assie@ipno.in2p3.fr*

AVEZ Benoît

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – Bât. 703 - F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex – *benoit.avez@cea.fr*

BAUGE Eric

CEA/DIF/DPTA/SPN – BP 12 – F-91680 BRUYÈRES-LE-CHÂTEL – *eric.bauge@cea.fr*

BAYE Daniel

PNTPM – Université Libre de Bruxelles – CP229 – B-1050 BRUXELLES - *dbaye@ulb.ac.be*

BELHOUT Amel

USTHB - Faculté de Physique – BP 32 – El Alia – Bab Ezzouar – Alger – Algérie – *amel.belhout@gmail.com*

BELIER Gilbert

CEA/DIF/DPTA/SPN – BP 12 – F-91680 BRUYÈRES-LE-CHÂTEL – *gilbert.belier@cea.fr*

BENHABLES Hinda

CSNSM – Bâtiment 104-108- F-91405 ORSAY - *benhabil@csnsm.in2p3.fr*

BLANCHON Guillaume

INFN Pisa - Largo Pontecorvo - 3, Edificio C, 56127 PISA, ITALY - *blanchon@df.unipi.it*

BLANK Bertram

CENBG – BP 120 –F-33175 GRADIGNAN Cedex – *blank@cenbg.in2p3.fr*

CAPEL Pierre

PNTPM – Université Libre de Bruxelles – CP229 – B-1050 BRUXELLES - *pierre.capel@ulb.ac.be*

CORTINA GIL Dolorès

Univ. de Santiago de Compostela – E-15786, Santiago de Compostela, Espagne - *d.cortina@usc.es*

CUGNON Joseph

Université de Liège – Physics Department B5 – B-4000 Sart Tilman LIEGE 1 – Belgique – *j.cugnon@ulg.ac.be*

CZAJKOWSKI Serge

CENBG – Rue du Solarium – BP 110 – F-33175 GRADIGNAN Cedex – *czajkows@cenbg.in2p3.fr*

DAMMAN Alix

PNTPM – Université Libre de Bruxelles – CP229 – B-1050 BRUXELLES - *pdesc@ulb.ac.be*

DESCOUEMONT Pierre

PNTPM – Université Libre de Bruxelles – CP229 – B-1050 BRUXELLES - *pdesc@ulb.ac.be*

DUFOUR Marianne

IPHC Strasbourg - 23 Rue du Loess - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 – *mdufour@ires.in2p3.fr*

FERNANDEZ Bernard

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - *bernard.fernandez@wanadoo.fr*

FORCE Carole

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *carole.force24@wanadoo.fr*

FRANCHOO Serge

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *franchoo@ipno.in2p3.fr*

GIOT Lydie

SUBATECH – BP 20722 – 4 rue A. Kastler – F-44307 NANTES Cedex 3 – *lydie.giot@subatech.in2p3.fr*

de GRANCEY Florence

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *degrancey@ganil.fr*

HASNAOUI Karim

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *hasnaoui@ganil.fr*

KEELEY Nicholas

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - *keeley@fuw.edu.pl*
Dpt of Nuclear Reactions – The Andrzej Soltan Institute for Nuclear Studies – ul. Hoza 69, 00-681 Warsaw - Poland

KESSEDJIAN Grégoire

CENBG – Rue du Solarium – BP 110 – F-33175 GRADIGNAN Cedex – *kessedji@cenbg.in2p3.fr*

LACROIX Denis

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *lacroix@ganil.fr*

LEBHERTZ Dorothee

IPHC Strasbourg - 23 Rue du Loess - F-67037 STRASBOURG Cedex 2 – *dorothee.lebhzert@ires.in2p3.fr*

LEBOIS Matthieu

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *lebois@ipno.in2p3.fr*

LEFEBVRE-SCHUHL Anne

CSNSM – Bâtiment 104-108- F-91405 ORSAY - *anne.lefebvre-schuhl@csnsm.in2p3.fr*

LEHAUT Gregory

LPC/ISMRA - 6, Boulevard du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex - *lehaut@lpccaen.in2p3.fr*

LEMASSON Antoine

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *lemasson@ganil.fr*

LEPRINCE Anne

LPC/ISMRA - 6, Boulevard du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex – *leprince@lpccaen.in2p3.fr*

LOPEZ Olivier

LPC/ISMRA - 6, Boulevard du Maréchal Juin - F-14050 CAEN Cedex – *lopezo@in2p3.fr*

MEOT Vincent

CEA/DIF/DPTA/SPN – BP 12 – F-91680 BRUYÈRES-LE-CHÂTEL – *vincent.meot@cea.fr*

MOUGEOT Xavier

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - *xmougeot@cea.fr*

MOUGINOT Baptiste

IPN Orsay – 15 rue Georges Clémenceau – F-91406 ORSAY Cedex – *mouginot@ipno.in2p3.fr*

de OLIVEIRA SANTOS François

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *oliveira@ganil.fr*

PONS Alexandre

Faculté d'œnologie – 351 Cours de la Libération – 33405 TALENCE

PORQUET Marie-Geneviève

CSNSM – Bâtiment 104-108- F-91405 ORSAY – *porquet@csnsm.in2p3.fr*

POVES Alfredo

Departamento de Física Teórica - Univ. Autónoma, Cantoblanco – E-28049 MADRID - *alfredo.poves@uam.es*

REDON Nadine

IPN Lyon – 43 Bld du 11 Novembre 1918 – F-69622 VILLEURBANNE Cedex – *redon@ipnl.in2p3.fr*

ROGER Thomas

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *roger@ganil.fr*

ROUSSEL-CHOMAZ Patricia

GANIL – BP 55027 – Bld Henri Becquerel – F-14076 CAEN Cedex - *patricia.chomaz@ganil.fr*

SIMENEL Cédric

DSM/DAPNIA/SPhN – CEA Saclay – F-91191 GIF-SUR-YVETTE Cedex - *cedric.simanel@cea.fr*

SOUIN Jérôme

CENBG – BP 120 –F-33175 GRADIGNAN Cedex – *souin@cenbg.in2p3.fr*

SPARENBERG Jean-Marc

PNTPM – Université Libre de Bruxelles – CP229 – B-1050 BRUXELLES - *jmspar@ulb.ac.be*

VANCRAEYENEST Aurélie

IPN Lyon – 43 Bld du 11 Novembre 1918 – F-69622 VILLEURBANNE Cedex – *a.vancraeyenest@ipnl.in2p3.fr*