5-3 Lois de l' évolution d'une substance radioactive

Un noyau ne vieillit pas. Il reste identique à lui-même, insensible aux solicitations extérieures par réactions chimiques. Il en est ainsi d'un noyau radioactif, jusqu'au moment *imprévisible* où il se désintègre.

5-3-1 Etude statistique de la désintégration

Un échantillon contient N_0 noyaux instables ou radioactifs. Soit p la probabilité par unité de temps qu'un noyau se désintègre. Après un intervalle de temps δt, le nombre de noyaux qui ce seront désintégrés est égale à ($N_0 \times p \times \delta t$) noyaux. Que se passe t-il pour les instants δt suivants ?

1

On appelle $N(t)$ le nombre de noyaux restant dans l'échantillon à l'instant t.

$$N(t=0) = N_0$$

$$N(t=1*\delta t) = N_0 - p\,\delta t\, N_0 = N_0 (1 - p\,\delta t)$$

$$N(t=2*\delta t) = N(t=1*\delta t) - p\delta t\, N(t=1*\delta t) = N(t=1*\delta t)\,(1- p\delta t) = N_0 (1- p\delta t)^2$$

$$N(t=3*\delta t) = N(t=2*\delta t) - p\delta t\, N(t=2*\delta t) = N(t=2*\delta t)\,(1- p\delta t) = N_0 (1- p\delta t)^3$$

…

$$N(t=n*\delta t) = N(t=(n-1)*\delta t) - p\delta t\, N(t=(n-1)*\delta t) = N(t=(n-1)*\delta t)\,(1- p\delta t)^{n-1} = N_0 (1- p\delta t)^n$$

L'évolution de $N(t)$ obeit à une loi exponentielle : $N(t=n*\delta t) = N_0\, e^{-p\,n\,\delta t} = N_0\, e^{-p\,t}$

Il existe un temps particulier T au bout duquel le nombre de noyaux restant n'est plus que de moitié. Soit $T=M\delta t$.

$$N(t=M*\delta t) = N(t=T) = N_0 (1- p\delta t)^M = N_0/2 \Longrightarrow 1/2 = (1- p\delta t)^M \Longrightarrow -Ln(2) = M\, Ln(1- p\delta t)$$

Or $\lim_{p\delta t \longrightarrow 0} Ln(1- p\delta t) = - p\delta t$

$$-Ln(2) = M(- p\delta t) = - p\,(M\,\delta t) = - p\,T$$

d'où $\boxed{p\,T = Ln(2) = constante}$

2

5-3-2 Loi de la décroissance radioactive

p ⟶ λ constante radioactive (s^{-1})

La loi de décroissance radioactive se met sous la forme : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

N_0 est le nombre de noyaux contenu dans la susbtance radioactive à un instant de référence t_0.

5-3-3 Période radioactive

On définit la période ou demi-vie $T_{1/2}$ comme étant le temps au bout duquel, il ne reste plus que la moitié du nombre initial de noyaux.

$T_{1/2} = Ln(2) / \lambda$

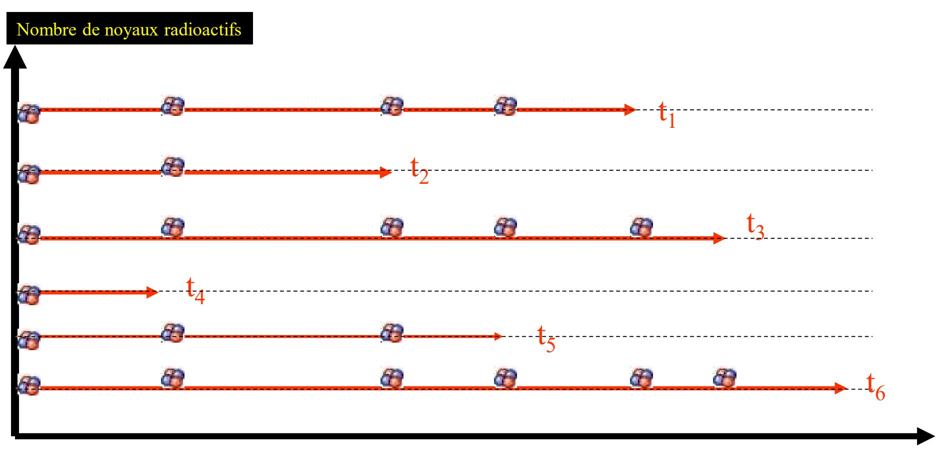
Remarque:

Domaine de variation de $T_{1/2}$:

$\mu s < T_{1/2} <$ 4,9 milliards d'années

3

5-3-4 Vie moyenne



t=0

temps

$$\frac{t_1+t_2+\ldots t_N}{N} = \tau$$

τ est la durée de vie moyenne

τ est une constante pour chaque espèce nucléaire

$\tau = 1 / \lambda$

5-3-5 Activité d'une source de rayonnement

L'activité A moyenne d'une source radioactive représente le nombre Δn de rayonnements émis dans l'intervalle de temps Δt.

L'activité à l'instant t est : $$A(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{dn}{dt}$$

Dans l'hypothèse d'un seul rayonnement émis par désintégration, on aura donc **$\Delta n = - \Delta N$**

D'où $$A(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{-\Delta N}{\Delta t} = -\frac{dN}{dt}$$

$A(t) = - (- N_0 \lambda e^{-\lambda t}) = \lambda N(t)$

Remarque

Pour de hautes activités l'unité utilisée est le Curie

1 Ci = 3,7 10^{10} Bq

Quelques exemples d'activité:

air (activité α) : 3O Bq/m^3

eau de mer : activité totale: 10 Bq/l

être humain : activité totale: 10 000 Bq

1 tonne de granit : activité totale 8 10^6 Bq

1 g de Radium (activité α) : 3.7 10^{10} Bq ou 1 Curie (1 Ci)

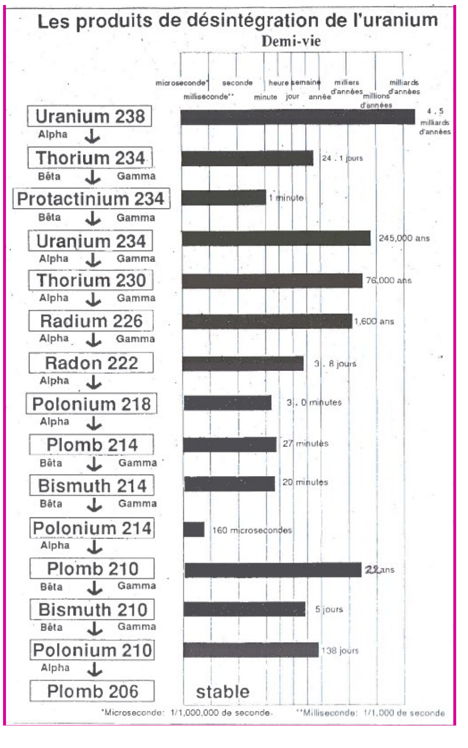
réacteur de 900 MW : activité en fission: 8.43 10^{19} Bq

5-3-6 **Filiations radioactives**

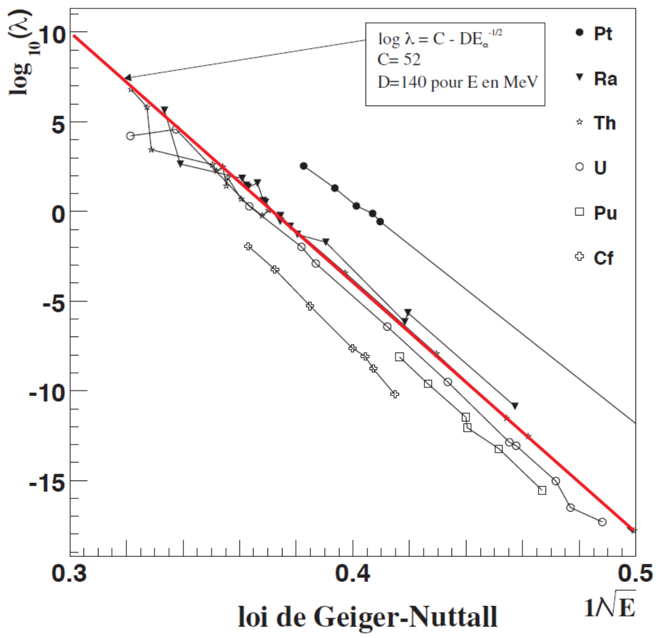
Tous les corps radioactifs naturel appartiennent à quatre grandes familles

Famille Radioactive	Nombre de masse de la forme	Nucleide initial	T1/2 (en années)	Nucléide final
Thorium	4n	232Th	$1{,}39\ 10^{10}$	208Pb
Neptunium	4n+1	237Np	$2{,}2\ 10^{6}$	209Bi
Uranium-Radium	4n+2	238U	$4{,}50\ 10^{9}$	206Pb
Uranium-Actinium	4n+3	235U	$8{,}52\ 10^{8}$	207Pb

7



8



loi de Geiger-Nuttall

9

Elément	Energie α (MeV)	Demi-vie
$^{212}_{84}$Po	8,95	3.10^{-7} s
$^{240}_{96}$Cm	6,40	27 j
$^{226}_{88}$Ra	4,90	$1,6.10^{3}$ années
$^{232}_{90}$Th	4,05	$1,4.10^{10}$ années
$^{228}_{92}$U	6,59	9,3 minutes
$^{230}_{92}$U	5,60	21 jours
$^{232}_{92}$U	5,21	73 années
$^{234}_{92}$U	4,70	$2,4.10^{5}$ années
$^{236}_{92}$U	4,45	23.10^{7} années
$^{238}_{92}$U	4,19	$4,4.10^{9}$ années

G. Gamow (1904-1968)

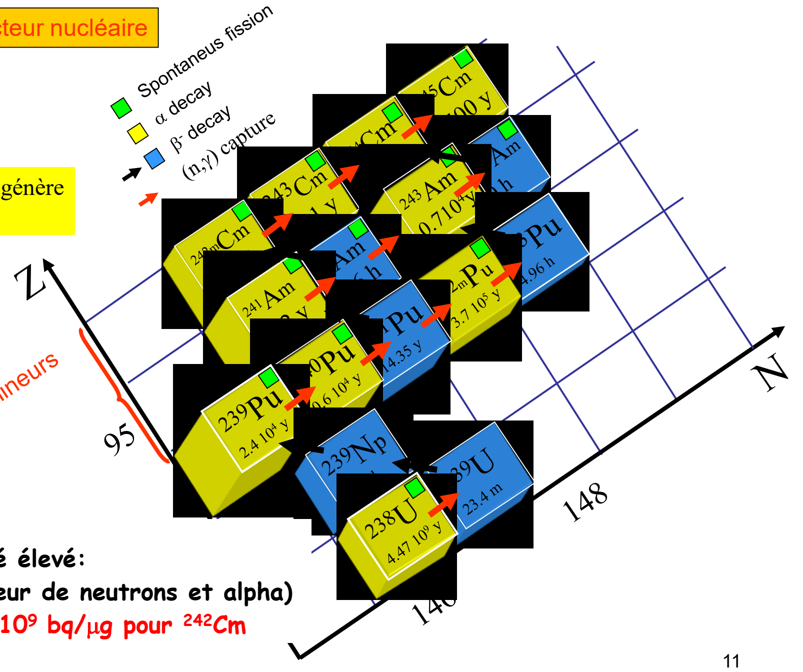
$$T_{1/2} = C_1 \; e^{C_2/\sqrt{E_\alpha}}$$

10

Dans un réacteur nucléaire

1g de Curium génère 2.6 watts !

Actinides Mineurs



Radiotoxicité élevé:
(Fort émetteur de neutrons et alpha)
$0.12 \cdot 10^9$ bq/μg pour ^{242}Cm

11

5-4 Evolution des produits de filiation.

Dans un certain nombre de cas, le radioélément A se désintègre pour former l'élément B qui à son tour est radioactif et forme le noyau C etc …

$$A \xrightarrow[\lambda_A]{} B \xrightarrow[\lambda_B]{} C \xrightarrow[\lambda_C]{} D \ \ldots$$

5-4-1 Equation générale pour une filiation à deux corps

$$A \xrightarrow[\lambda_A]{} B \xrightarrow[\lambda_B]{} C$$

On montre que : $B(t) = A_0 \dfrac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A}(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$

5-4-2 Equation générale pour une filiation à trois corps

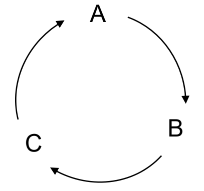
$$A \xrightarrow[\lambda_A]{} B \xrightarrow[\lambda_B]{} C \xrightarrow[\lambda_C]{} D \ \ldots$$

$$C(t) = A_0\left(\frac{1}{\lambda_A - \lambda_B}\frac{1}{\lambda_A - \lambda_C}e^{-\lambda_A t} + \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A}\frac{1}{\lambda_B - \lambda_C}e^{-\lambda_B t} + \frac{1}{\lambda_C - \lambda_A}\frac{1}{\lambda_C - \lambda_B}e^{-\lambda_C t}\right)\lambda_A\lambda_B$$

12

$$C(t) = A_0\left(\frac{1}{\lambda_A-\lambda_B}\frac{1}{\lambda_A-\lambda_C}e^{-\lambda_A t}+\frac{1}{\lambda_B-\lambda_A}\frac{1}{\lambda_B-\lambda_C}e^{-\lambda_B t}+\frac{1}{\lambda_C-\lambda_A}\frac{1}{\lambda_C-\lambda_B}e^{-\lambda_C t}\right)\lambda_A\lambda_B$$

Autre écriture :



$$i = \{A, B, C\} \;\; et \; j = \{A, B, C\}$$

$$C = A_0 \sum_{i=1}^{3} \frac{e^{-\lambda_i}}{\prod_{j\neq i}(\lambda_i - \lambda_j)} \prod_{i=1}^{2} \lambda_i$$

5-4-3 Equation générale pour une filiation à k corps

Si j'ai une filiation à k noyaux radioactifs, le nombre d'atomes présents à un instant donné est donné par l'expression

$$i = \{1,2,3, \dots k\} \;\; et \; j = \{1,2,3, \dots, k\}$$

$$N_k = N_0 \sum_{i=1}^{k} \frac{e^{-\lambda_i}}{\prod_{j\neq i}(\lambda_i - \lambda_j)} \prod_{i=1}^{k-1} \lambda_i$$

13

Exercice 1

Le signalement d'une concentration anormalement élevée en ^{210}Pb (3,6 10^{-4} Bq/m^3) dans une aire expérimentale, déclenche une campagne de mesures à l'initiative du service radioprotection du laboratoire. La première piste suivie par le service, est l'étude de la radioactivité atmosphérique et plus particulièrement, la concentration en ^{210}Pb due à la décroissance du ^{222}Rn. Ces deux noyaux sont effectivement liés par la chaîne de désintégration ci-dessous :

$$^{222}_{86}Rn \xrightarrow[T_1=3,8j]{\alpha} {}^{218}_{84}Po \xrightarrow[T_2=3,1mn]{\alpha} {}^{214}_{82}Pb \xrightarrow[T_3=26,8mn]{\beta^-} {}^{214}_{83}Bi \xrightarrow[T_4=19,8mn]{\beta^-} {}^{214}_{84}Po \xrightarrow[T_5=162\mu s]{\alpha} {}^{210}_{82}Pb \xrightarrow[T_6=22ans]{\beta^-} {}^{210}Bi$$

$$^{210}_{83}Bi \xrightarrow[T_7=5,0j]{\beta^-} {}^{210}_{84}Po \xrightarrow[T_8=138,4j]{\alpha} {}^{206}_{82}Pb$$

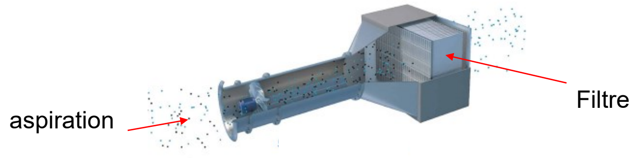
La première hypothèse raisonnable est de considérer que le Radon, présent dans l'air, est en équilibre séculaire avec ses descendants à vie courte jusqu'au ^{214}Po inclus.

1°) Que cherche à vérifier le service radioprotection à travers cette étude?

Soit n_1 et a_1 respectivement, le nombre d'atomes et l'activité α du ^{222}Rn présents par unité de volume d'air dans l'aire expérimentale.

2° Déterminer le nombre d'atomes et les activités a_2, ...,a_5 des isotopes de la chaîne du ^{218}Po au ^{214}Po présents par unité de volume d'air en fonction de l'activité a_1 du ^{222}Rn présents dans ce même volume d'air à un instant donné.

La seconde hypothèse formulée par le service est de considérer que la concentration du ^{222}Rn est stable dans l'aire expérimentale. Par ailleurs, on sait que l'ensemble des descendants du ^{222}Rn se fixe sur les aérosols naturels et on peut ainsi les concentrer en aspirant l'air à travers un filtre qui arrête ces aérosols.



Soit D le débit d'air à travers le filtre, c'est à dire le volume d'air traversant le filtre par unité de temps

3° Montrer que le nombre de noyaux de ^{218}Po retenus sur le filtre par unité de temps est donnée par

$$\alpha T_2 \quad avec \quad \alpha = \frac{a_1 D}{Ln2}$$

a) En déduire l'activité A_2 en ^{218}Po qui s'accumule sur le filtre.

b) Au bout de combien de temps cette activité atteint-elle sa valeur de saturation à 10^{-3} près ?

On obtient alors un équilibre où il s'accumule autant de noyaux de ^{218}Po par unité de temps qu'il s'en désintègre.

4° a) Donner l'expression, en fonction du temps, de l'activité A_3 en ^{214}Pb qui s'accumule sur le filtre.
On n'oubliera pas que les descendants du radon, et donc le ^{214}Pb, sont présents et en équilibre dans l'air aspiré à travers le filtre.

b) Au bout de combien de temps peut-on considérer qu'un équilibre est atteint à 10^{-3} près ?
On fera les approximations que justifient les valeurs relatives de T_2 et T_3.

5° Au bout d'un certain temps (que l'on ne cherchera pas), il y aura également équilibre pour l'activité A_4 en ^{214}Bi accumulée sur le filtre. Sans faire de nouveau calculs, donner l'expression de l'activité A_4 apparaissant à partir de ce moment sur le filtre.

En déduire également l'activité A_5 en ^{214}Po à l'équilibre.

6° On effectue l'aspiration à travers le filtre pendant un temps très long devant celui nécessaire à l'établissement des équilibres précédents et considère, en première approximation, que ces équilibres sont atteints instantanément. Soit δ l'activité par unité de volume d'air en ^{210}Pb.

Donner, en fonction du temps, l'évolution de l'activité A_6 due au ^{210}Pb présente sur le filtre pendant l'aspiration.

7° On a pu mesurer l'activité A_6 du ^{210}Pb à la fin de l'aspiration, calculer δ.

On donne : $A_6 = 0{,}11 Bq$, $a_1 = 0{,}19 Bq.m{-}3$, $D = 12 m^3.h{-}1$, Temps d'aspiration : $50h$

Exercice 2: Age du système solaire

Les deux isotopes 235 et 238 de l'Uranium ont les caractéristiques suivantes:

	période	abondance
^{235}U	$7.04\ 10^{8}$ ans	0.720 %
^{238}U	$4.47\ 10^{9}$ ans	99.28 %

On peut supposer que au vue de leur position très voisine dans le tableau des nucléides, au moment où a commencé à s'isoler le nuage de poussières et d'atomes qui a formé le système solaire, leurs abondances étaient identiques et donc égales à 50 %.
Leurs abondance actuelles résulteraient donc essentiellement de la différence de leurs périodes radioactives respectives.

Calculer avec ces hypothèse le temps t écoulé depuis le début de l'histoire du système solaire.

Soit t le temps écoulé depuis la formation du système solaire, N_0 le nombre d'atomes intiaux de l'un des deux isotopes et N(t) le nombre d'atomes restants actuellement On peut écrire:

$N(t)=N_0.e^{-\lambda t}$ et donc:

$$\frac{N_{235}(t)}{N_{238}(t)}=\frac{N_{235}(0).e^{\lambda_{235}t}}{N_{238}(0).e^{\lambda_{238}t}}$$

soit: $t = (\lambda_{238} - \lambda_{235})^{-1}\ Ln(0.72/99.28)$ **avec:** $\lambda_{238}= Ln(2)/\ 4.47\ 10^{9}$

et donc: $t = 5.936\ 10^{9}$ **ans**

17

Exercice 3:

Calculer l'activité d'1 gramme de curium (^{244}Cm)

Donnée $T_{1/2}$ = 18,1 ans.

Activité de l' échantillon d'1 gramme : A = n . λ

Nombre d'atomes de ^{244}Cm — Constante radioactive du ^{244}Cm

N_A= 6.022 10^{23} atomes de ^{244}Cm → 244,06 grammes

n atomes de ^{244}Cm → 1 gramme

$$n=\frac{6{,}022\ \ 10^{23}}{244{,}06}=2{,}467\ \ 10^{21}\ \ \text{atomes}$$

$$\lambda=\frac{Ln2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}69315}{18{,}1\times365\times24\times3600}=1{,}214\ \ 10^{-9}\ \ s^{-1}$$

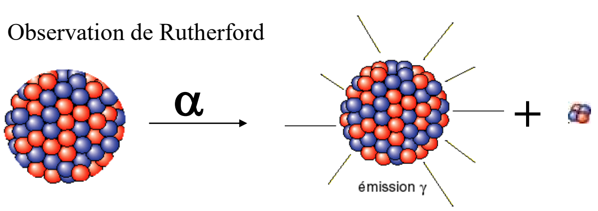
A = 2,995 10^{12} Bq = 2995 milliards de désintégrations/seconde

18

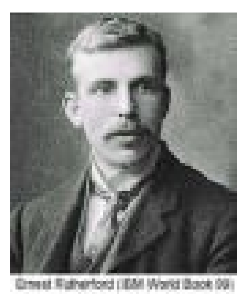
6 - Masse et énergie du noyau

19

Observation de Rutherford



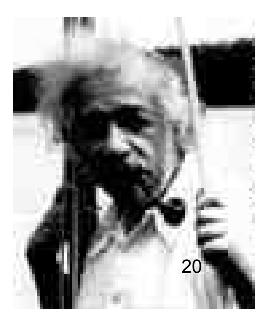
$M_X > M_Y + M_\alpha$



Constat : Déficit en masse

Equivalence: masse ⟷ énegie $E = M C^2$

La masse est une “matérialisation” de l’énergie



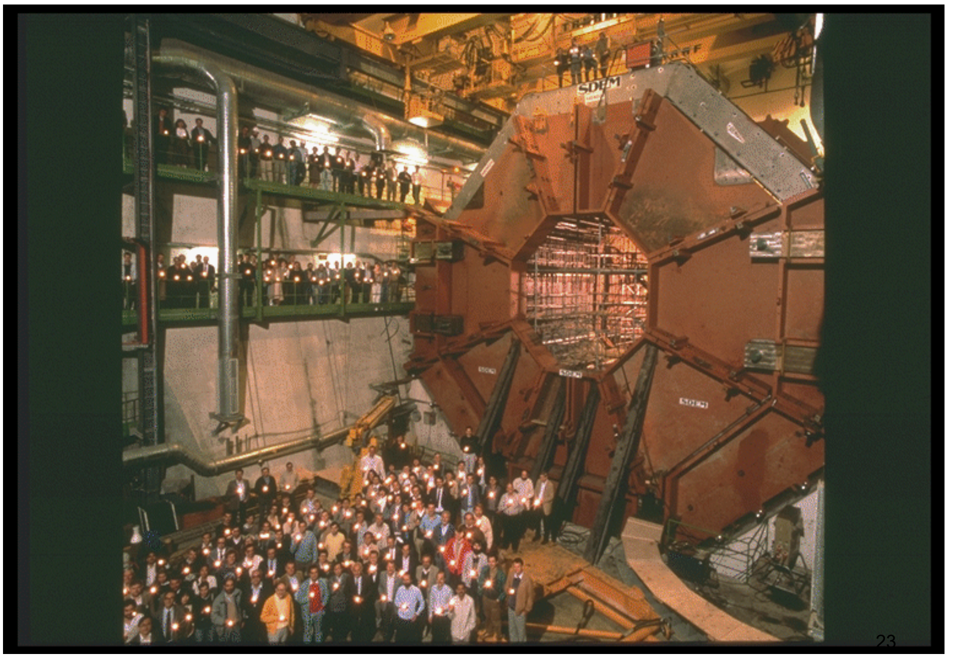
20

The 'LEP' electron - positron collider
at CERN in Geneva

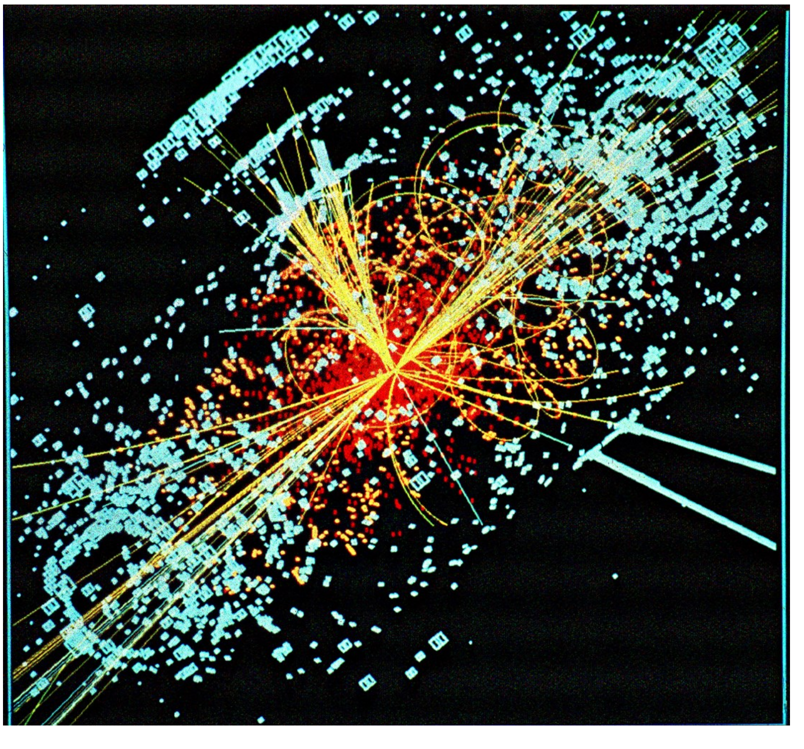
21

Le tunnel
28 km de
circonférence.

22



23



24

6-1 unité de masse atomique

En 1960 au congrès d'Ottawa (Canada) on décide que la masse d'une mole de ^{12}C serait égale exactement à 12g. Dans une mole il y a $6,022\ 10^{23}$ atomes.

La masse d'un atome de ^{12}C est :

$12g/\ 6,022\ 10^{23} = 1,992679\ 10^{-23}$ g = $1,992679\ 10^{-26}$ kg.

Dans un atome de ^{12}C il y a 12 nucléons. La masse des 12 nucléons est donc de $1,992679\ 10^{-26}$ kg.

La masse moyenne d'un nucléon ou unité de masse atomique (u) est :

masse d'1 nucléon = $1,992679\ 10^{-26}$ kg/12 = $1,660566\ 10^{-27}$ kg

La masse d'un atome de ^{12}C est égale à 12 u

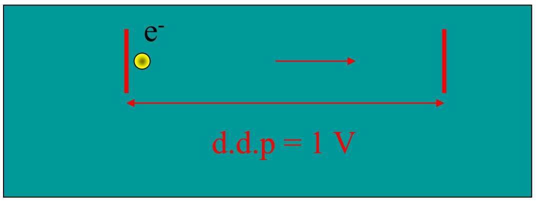
avec : 1 u = (1,660566 +/- 0.000009) 10^{-27} kg

25

Cette masse équivaut en énergie, grâce à la relation d'Einstein
$E = 1u \times c^2$

c est la vitesse de la lumière est égale à $2,99792\ 10^8$ m/s $\approx 3\ 10^8$ m/s
<u>Calcul pour 1 uma:</u>
E = 1,660566 10-27 kg x $(2,99792\ 10^8$ m/s)2 = $1,49243\ 10^{-10}$ J

Recherche d'une autre unité adaptée au noyau atomique.
1 eV = q U = $(1,6022\ 10^{-19}$ C) x (1 V) = $1,6022\ 10^{-19}$ J



Calcul pour 1 u :

$$E = \frac{1,660566\ 10^{-27} \times (2,99792\ 10^{8})^2}{1,6022\ 10^{-19}} = 931,5016\ 10^{6}\ \text{eV}$$

26

D'ou 1 u = 931,5016 MeV/c^2

La masse de l'atome ^{12}C est exactement égale à 12 u

Par la suite, la masse atomique de tous les éléments chimiques connus est mesurée relativement à celle du carbone ^{12}C

Exemple :

$m_{e-} = 0,00054$ u

$M_{at}(^4He) = 4,002\ 603$ u

$M_{at}(^{14}N) = 14,003\ 074$ u

Masse ^1H (proton): $(1,007\ 825\ 0319 \pm 0,0000000006)$ u

Masse du neutron : $(1,008\ 664\ 9236 \pm 0,0000000023)$ u

Le neutron est légèrement plus lourd que le proton.
Un proton ou un neutron à une masse plus grande en dehors du noyau.

27

6-2 Excès de masse

L'excès de masse (ΔM) d'un atome ^AX, est la différence entre la masse de cet atome et A fois la masse correspondant à l'unité de masse atomique:

$$\Delta M = (M_{atomique} - A)\ u$$

Pour des raisons pratiques, le calcul de bilan d'énergie en physique nucléaire, se fait exclusivement en utilisant l'excès de masse.

ΔM s'exprime en u.m.a mais le plus souvent en MeV/c^2 ou c est la vitesse de la lumière.

Exemple:

$M_{at}(^4He) = 4,002\ 603$ u

$\Delta^4He = 4,002\ 603 - 4 = 0,002\ 603$ u

$= 0,002\ 603 \times 931,5016\ MeV/c^2$

$\Delta^4He = 2,4246\ MeV/c^2$

28

6-3 Energie de liaison

6-3-1 Le défaut de masse

C'est la différence entre la masse des nucléons , neutrons et protons constituant un noyau et la masse au repos de ce noyau:

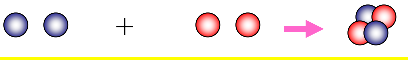
$$\text{défaut de masse}(A,Z) = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M(^A_Z X) \quad \text{en u}$$

Les tables de masse usuelles indiquent non pas les masses nucléaires mais les masses atomiques.

$$\begin{aligned}\text{défaut de masse}(A,Z) &= Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M(^A_Z X)\\ &= Z \cdot m_p + Z\, m_e + N \cdot m_n - M(^A_Z X) - Z\, m_e\\ &= Z \cdot M_{at}(H) + N \cdot m_n - M_{at}(X) \quad \text{en u}\end{aligned}$$

Exemple:

Défaut de masse de ^{4}He = $2\, M_{at}(H) + 2 \cdot m_n - M_{at}(^4He)$



$2 \times 1{,}007\,825 + 2 \times 1{,}008\,664 - 4{,}002\,603 = 0{,}030375$ u

$= 28{,}294$ MeV/c^2

6-3-2 L'énergie de liaison B

C'est l'énergie minimum nécessaire pour décomposer le noyau en ses constituants soit :

$$B(A,Z) = \text{défaut de masse}(A,Z) \cdot c^2 \qquad \text{en MeV}$$

$$B(A,Z) = (Z \cdot m_p + Z\, m_e + N \cdot m_n) \cdot c^2 - M(^A_Z X) \cdot c^2 - Z\, m_e \cdot c^2$$

$$B(A,Z) = (Z \cdot M_{at}(H) + N \cdot m_n - M_{at}(X))\, c^2$$

L'énergie de liaison par nucléon : est égale à l'énergie de liaison divisée par le nombre de nucléons du noyau. On la représente par B/A en MeV

A quoi correspond fondamentalement l'énergie de liaison par nucléon ?

B/A représente la perte de masse moyenne d'un nucléon dans le noyau

Pour ^{4}He : B/A = 28,294/4 = 7,07 MeV

Energie de liaison par nucléon

Calculer l'énergie de liaison par nucléon du $^{56}_{26}Fe$, en utilisant l'excès de masse.

$M(^{1}H) = 1{,}007\ 825$ u
$Mn = 1{,}008\ 664$ u
$\Delta(^{56}Fe) = -60{,}601\ MeV/c^2$

$\Delta(^{1}H) = 1{,}007\ 825 - 1\ u = 0{,}007\ 825 \times 931{,}5016 = 7{,}2890\ MeV/c^2$

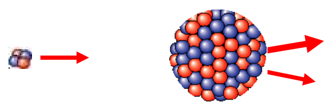
$\Delta(n) = 1{,}008\ 664 - 1\ u = 0{,}008\ 664 \times 931{,}5016 = 8{,}0705\ MeV/c^2$

$$B(^{56}Fe) = [Z . M_{at}(H) + N . m_n - M_{at}(^{56}Fe)]\, c^2$$
$$= [Z . (A + \Delta M_{at}(H)) + N . (1 + \Delta(n)) - (A + \Delta M_{at}(^{56}Fe))]\, c^2$$
$$= [Z . \Delta M_{at}(H) + N . \Delta(n) - \Delta M_{at}(^{56}Fe)]\, c^2$$
$$= 26 \times 7{,}2890 + 30 \times 8{,}0705 - (-60{,}601)$$
$$= 492{,}23\ MeV$$

B/A = 8.78 MeV

32

6-4 **Réactions nucléaires et lois de conservation**



A (projectile)

B (Noyau cible)

D (Noyau résiduel)

C (éjectile)

On écrit :

Pour une réaction nucléaire $A + B \longrightarrow C + D$

Pour une désintégration radioactive $A \longrightarrow B + C + \ldots$

1) Conservation de la charge

$$Z_A + Z_B = Z_C + Z_D$$

2) Conservation du nombre de nucléons

$$A_A + A_B = A_C + A_D$$

3) Conservation de l'énergie totale ($E_{Cinétique} + E_{Masse}$)

$$E^C_A + E^C_B + M_A c^2 + M_B c^2 = E^C_C + E^C_D + M_C c^2 + M_D c^2$$

<u>Req:</u> Dans certains cas le noyau C ou D ou les 2 peuvent être excités :

$$A + B \longrightarrow C^* + D^*$$

$$E_{CA} + E_{CB} + M_A c^2 + M_B c^2 = E_{CC} + E_{CD} + M_C c^2 + M_D c^2 + E_C^* + E_D^*$$

4) Conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{P}_A + \vec{P}_B = \vec{P}_C + \vec{P}_D$$

5) Conservation du moment cinétique

$$\vec{L}_{A,B} = \vec{L}_{C,D}$$

6-5 la chaleur de réaction (Q)

C'est la différence entre l'énergie de masse des noyaux initiaux réagissant et l'énergie de masse des noyaux produits (ou finaux) :
$Q = [\ \Sigma(\text{masses initiales}) - \Sigma(\text{masses finales})\ ] \cdot c^2$

$$\mathbf{Q = (M_A c^2 + M_B c^2) - (M_C c^2 + M_D c^2)}$$

$$E^C_A + E^C_B + Q = E^C_C + E^C_D \longrightarrow Q = (E^C_C + E^C_D) - (E^C_A + E^C_B)$$

Q = énergies cinétiques finales – énergies cinétiques initiales

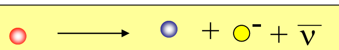
Q>0 réaction exoénergétique (libération d'énergie)
Q<0 réaction endoénergétique, possible si $E_c^{\text{entrée}} + Q > 0$
Q=0 diffusion élastique ou inélastique (la masse est conservée)

La chaleur de réaction représente l'énergie dégagée ou absorbée lors d'une réaction ou d'une désintégration nucléaire.

35

6-6 Bilan énergétique de la radioactivité naturelle

6-6-1 Radioactivité β^-

β^-: 

$${}^{A}_{Z}X_{N} \xrightarrow{\beta^-} {}^{A}_{Z+1}Y^{*}_{N-1} + e^- + \bar{\nu}$$

Conservation de l'énergie totale

$$M_x c^2 = M_Y c^2 + m_{e^-} c^2 + E^c_{e^-} + E^c_\nu + E^c_Y + E^* \qquad (m_\nu = 0)$$

$$\underbrace{M_x c^2 + Z m_{e^-} c^2}_{} = \underbrace{M_Y c^2 + Z m_{e^-} c^2 + m_{e^-} c^2}_{} + E^c_{e^-} + E^c_\nu + E^c_Y + E^*$$

$$M_{at}(X)\, c^2 = M_{at}(Y)\, c^2 + E^c_{e^-} + E^c_\nu + E^c_Y + E^*$$

$$M_{at}(X)\, c^2 - M_{at}(Y)\, c^2 = E^c_{e^-} + E^c_\nu + E^c_Y + E^*$$

$$\boxed{Q_{\beta^-} = E^c_{e^-} + E^c_\nu + E^c_Y + E^*}$$

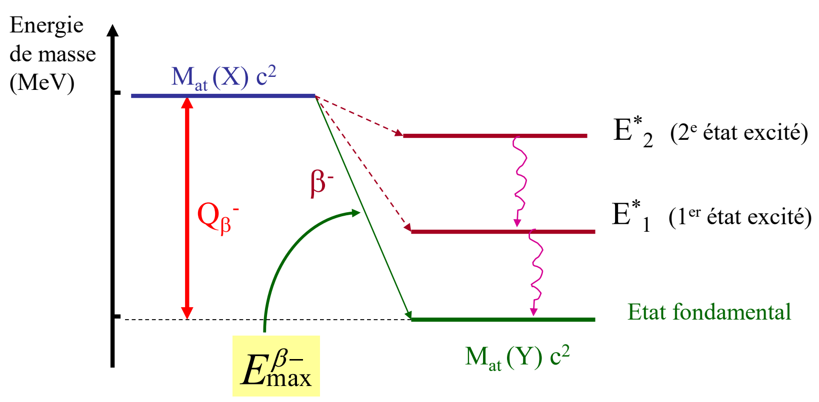
La désintégration β^- **ne peut avoir lieu que** si $Q_{\beta^-} > 0$

36

Diagramme d'énergie

$Q_{\beta^-} = M_{at}(X)\,c^2 - M_{at}(Y)\,c^2 = E^c_{e-} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^*$

Si $Q_{\beta^-} > 0 \Rightarrow M_{at}(X)\,c^2 - M_{at}(Y)\,c^2 > 0 \Rightarrow M_{at}(X)\,c^2 > M_{at}(Y)\,c^2$



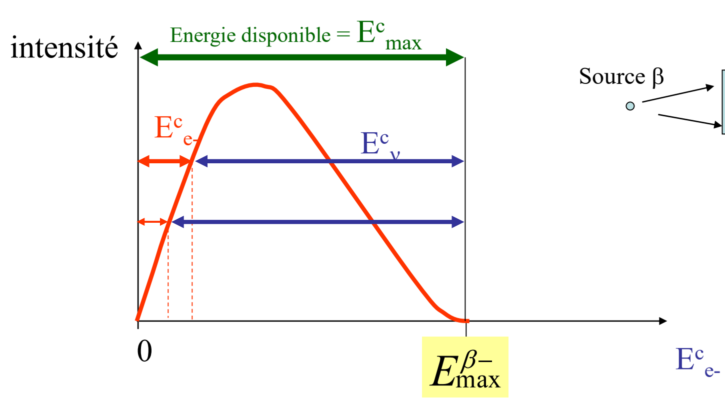
37

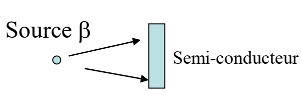
Pour une énergie d'excitation E^* donnée, l'énergie restante ($Q_{\beta^-} - E^*$) est partagé entre l'électron et le neutrino sous forme d'énergie cinétique. E^c_Y est négligeable devant celle de l'électron et du neutrino.

$Q_{\beta^-} - E^* \approx E^c_{e-} + E^c_{\nu} = E^c_{max}$

Lorsque $E^c_{\nu} = 0$, $E^c_{e-} = E^c_{max}$

Réaction à 3 corps: l'énergie cinétique est partagée entre les 3 corps.





38

6-6-2 Radioactivité β^+

β^+ ● $\longrightarrow$ ● + $\circ^+$ + ν

$${}^{A}_{Z}X_{N} \xrightarrow{\beta^+} {}^{A}_{Z-1}Y^{*}_{N+1} + e^+ + \nu$$

Conservation de l'énergie totale

$$M_x c^2 = M_Y c^2 + m_{e+} c^2 + E^c_{e+} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^* \qquad (m_\nu = 0, \quad m_{e+} = m_{e-})$$

$$\underbrace{M_x c^2 + Z m_{e-} c^2}_{M_{at}(X)\,c^2} = \underbrace{M_Y c^2 + (Z-1)\, m_{e-} c^2}_{M_{at}(Y)\,c^2} + \underbrace{m_{e-} c^2 + m_{e-} c^2}_{2\,m_{e-} c^2} + E^c_{e-} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^*$$

$$M_{at}(X)\, c^2 = M_{at}(Y)\, c^2 + 2\, m_{e-} c^2 + E^c_{e-} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^*$$

$$M_{at}(X)\, c^2 - M_{at}(Y)\, c^2 - 2\, m_{e-} c^2 = E^c_{e+} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^*$$

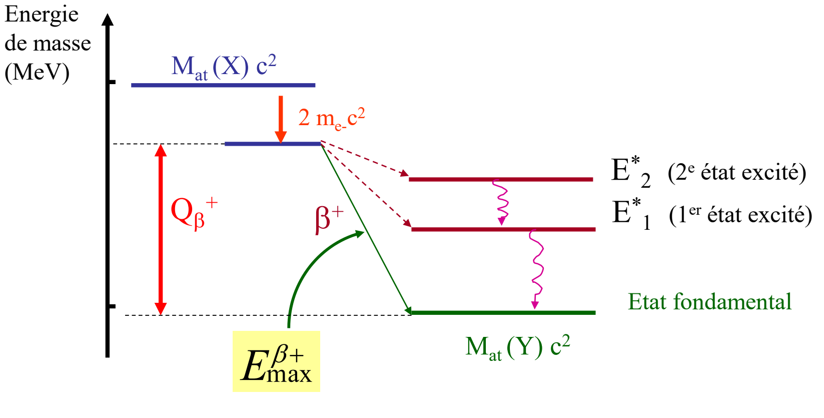
$\boxed{Q_{\beta}^{+} = E^c_{e+} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^*}$ La désintégration β^+ **ne peut avoir lieu que** si $Q_{\beta}^{+} > 0$

Diagramme d'énergie

$$M_{at}(X)\, c^2 - M_{at}(Y)\, c^2 - 2\, m_{e-} c^2 = E^c_{e-} + E^c_{\nu} + E^c_Y + E^*$$

Si $Q_{\beta}^{+} > 0 \Rightarrow M_{at}(X)\, c^2 - M_{at}(Y)\, c^2 - 2\, m_{e-} c^2 > 0 \Rightarrow M_{at}(X)\, c^2 - 2\, m_{e-} c^2 > M_{at}(Y)\, c^2$

$\boxed{Q_{\beta}^{+} \approx E^c_{e+} + E^c_{\nu} + E^*}$ E^c_Y est négligeable



6-6-3 Radioactivité α

α : $\longrightarrow {}^{4}_{2}He_{2}$

$${}^{A}_{Z}X_{N} \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2}Y^{*}_{N-2} + {}^{4}_{2}He_{2}$$

Conservation de l'énergie totale

$$M_x c^2 = M_Y c^2 + m_\alpha c^2 + E^c_\alpha + E^c_Y + E^*$$

$$M_x c^2 + Z m_{e-} c^2 = M_Y c^2 + (Z-2) m_{e-} c^2 + 2 m_{e-} c^2 + m_\alpha c^2 + E^c_\alpha + E^c_Y + E^*$$

$$M_{at}(X) c^2 = M_{at}(Y) c^2 + M_{at}(He) c^2 + E^c_\alpha + E^c_Y + E^*$$

$$M_{at}(X) c^2 - M_{at}(Y) c^2 - M_{at}(He) c^2 = E^c_\alpha + E^c_Y + E^*$$

$$Q_\alpha = E^c_\alpha + E^c_Y + E^*$$

La désintégration α **ne peut avoir lieu que** si $Q_\alpha > 0$

41

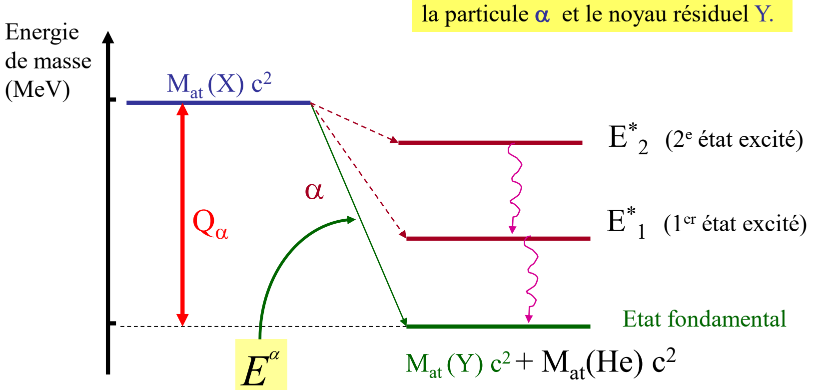
Diagramme d'énergie

$$M_{at}(X) c^2 - M_{at}(Y) c^2 - M_{at}(He) c^2 = E^c_{e-} + E^c_\nu + E^c_Y + E^*$$

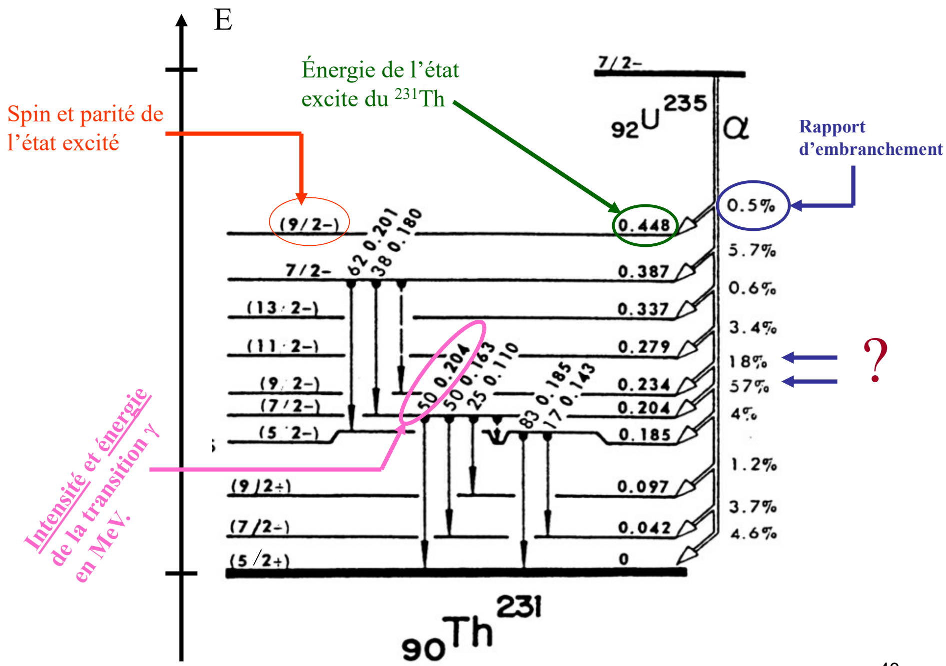
Si $Q_\alpha > 0$ ➡ $M_{at}(X) c^2 - M_{at}(Y) c^2 > 0$ ➡ $M_{at}(X) c^2 > M_{at}(Y) c^2$

$$Q_\alpha = E^c_\alpha + E^c_Y + E^*$$

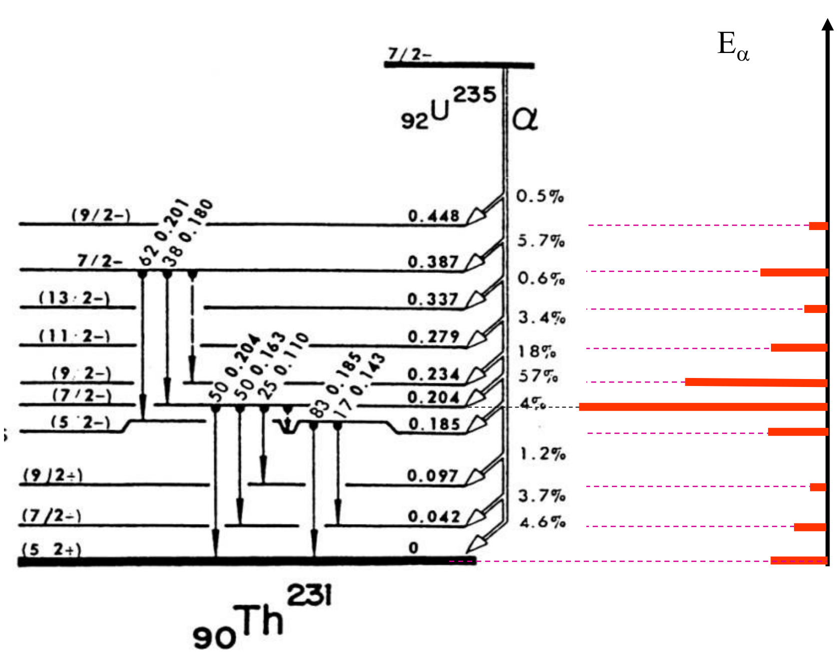
Pour chaque E^*, l'énergie disponible est répartie de manière unique entre la particule α et le noyau résiduel Y.



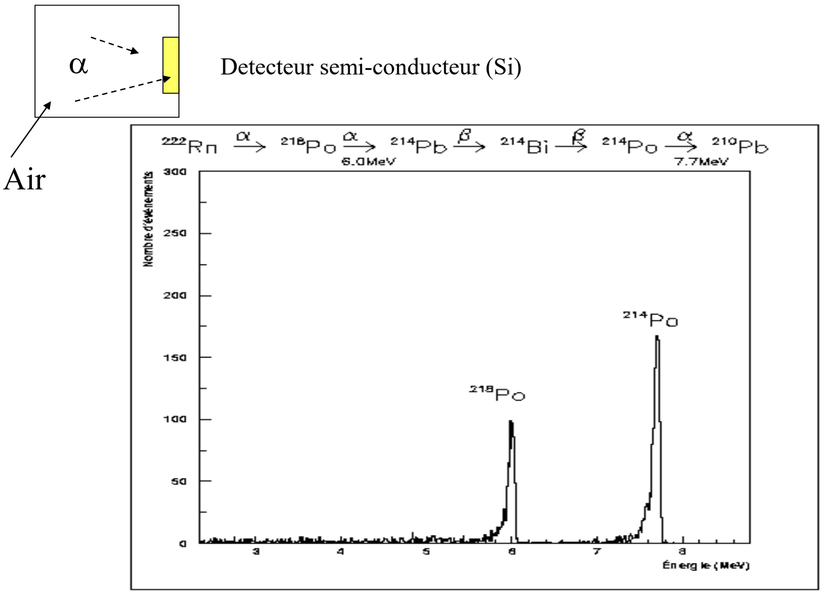
42


E
Spin et parité de l'état excité
Énergie de l'état excite du 231Th
Rapport d'embranchement
?
Intensité et énergie de la transition γ en MeV.
7/2−
92U235
α
(9/2−) 0.448 0.5%
7/2− 0.387 5.7%
(13/2−) 0.337 0.6%
(11/2−) 0.279 3.4%
(9/2−) 0.234 18%
(7/2−) 0.204 57%
(5/2−) 0.185 4%
(9/2+) 0.097 1.2%
(7/2+) 0.042 3.7%
(5/2+) 0 4.6%
62 0.201
38 0.180
50 0.204
50 0.163
25 0.110
83 0.185
17 0.143
90Th231

43


Eα
7/2−
92U235
α
(9/2−) 0.448 0.5%
7/2− 0.387 5.7%
(13/2−) 0.337 0.6%
(11/2−) 0.279 3.4%
(9/2−) 0.234 18%
(7/2−) 0.204 57%
(5/2−) 0.185 4%
(9/2+) 0.097 1.2%
(7/2+) 0.042 3.7%
(5/2+) 0 4.6%
62 0.201
38 0.180
50 0.204
50 0.163
25 0.110
83 0.185
17 0.143
90Th231

44



Les spectres α sont des spectres de raies

Exercice

Le ${}^{10}_{6}C$ est instable et se désintègre en émettant un positon. Une expérience de coïncidence montre qu'environ 2% des désintégrations conduisent à 2 raies γ d'énergie $1{,}02 MeV$ et $0{,}72 MeV$ et 98% des désintégrations conduisent à une raie γ d'énergie $0{,}72 MeV$.

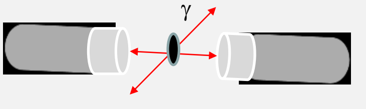
a) Dessiner le schéma de désintégration de ${}^{10}_{6}C$

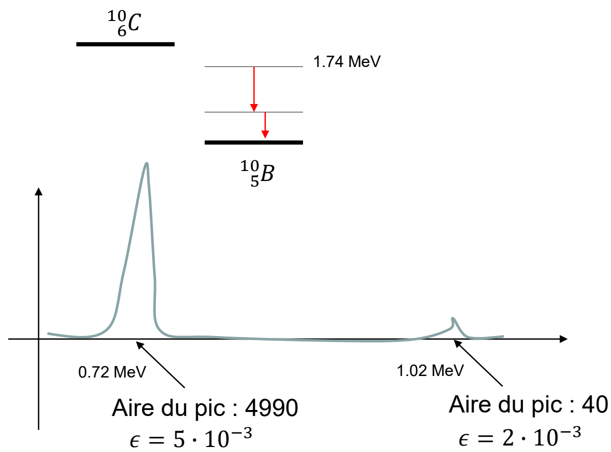
b) Calculer l'énergie de désintégration Q et l'énergie maximale des positons émis

On donne les excès de masse :

$\Delta\,{}^{10}_{6}C$: $15698{,}7 keV$

$\Delta\,{}^{10}_{5}B$: $12050{,}7 keV$





Vérifier l'exactitude des rapports d'embranchements et calculer le nombre d'atomes de $^{10}_{6}C$ dans l'échantillon.

47

6-7 L' énergie de séparation d'un (ou plusieurs) nucléon(s)

C'est l'énergie minimum nécessaire pour extraire un (ou plusieurs) nucléon(s) (séparément ou ensemble) du noyau avec une vitesse nulle.

Ex: Energie de séparation d'un neutron pour le noyau $^{A}_{Z}X$:

$$S_n + m(^{A}_{Z}X).c^2 = m(^{A-1}_{Z}X).c^2 + m_n.c^2$$

Qu'elle est l'énergie de séparation d'un neutron dans l'^{236}U ?

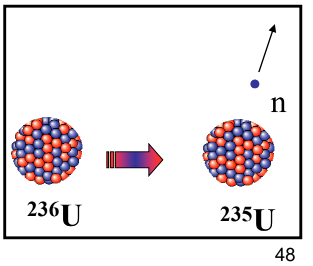
$$Sn(^{236}U) + m(^{236}U).c^2 = m(^{235}U).c^2 + m_n c^2$$

Isotope	masse(u)	énergie de liaison (MeV)	Excès de masse (MeV)
^{235}U	235.043922	1783.8712	40.9132
^{236}U	236.045561	1790.4159	42.4398
^{1}n	1.00866492	0.	8.0713

$Sn(^{236}U) = (235{,}043922 + 1{,}008664923 - 236{,}0455561)\ C^2$

$Sn(^{236}U) = 6.544$ MeV

C'est l'énergie de liaison du dernier neutron de ^{236}U.



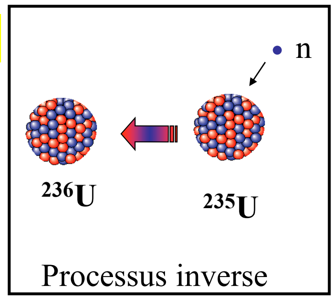
48

On réalise la fusion d' un neutron d'énergie thermique(1/40 eV) avec un noyau de ^{235}U.

$$^{235}U + n \Rightarrow {}^{236}U^{*} \text{ ou } {}^{236}U + E^{*}$$

$$m(^{235}U).c^2 + m_n c^2 = m(^{236}U).c^2 + E^{*}$$

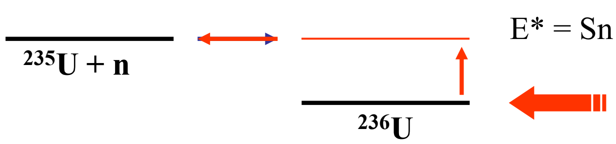
$E^{*} = 6.544$ MeV



Le noyau formé par capture d'un neutron, peut-il être dans son état fondamental ?

réponse:

Lorsqu'un neutron thermique fusionne avec un noyau, le noyau formé est excité à une énergie égale à l'énergie nécessaire à la séparation d'un neutron.

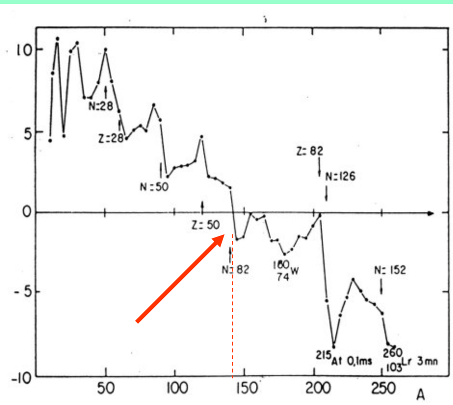


49

Lorsque l'energie de séparation est positive, la séparation n'est possible qu'en fournissant de l'énergie au système. La séparation devient spontanée si au contraire l'énergie de séparation est négative.

Les émetteurs α sont essentiellement des noyaux lourds: quelle est la valeur la plus faible du nombre de masse le long de la ligne de stabilité à partir de laquelle les noyaux ne sont pas théoriquement stables par rapport à l'émission α?

On tracera la fonction $S_\alpha = f(A)$.



C'est donc autour de A=150 que l'énergie de séparation des α devient négative, et donc tous les noyaux de masse supérieure sont instables par rapport à l'émission α. Les périodes α sont cependant si longues qu'elles ne sont en général pas mesurables et ces isotopes peuvent être considérés comme stables.

50