

Les trois exercices sont indépendants

Exercice 1 (8 points)

Dans le montage ci-contre (Figure 1), le générateur de tension de fem $E = 4V$, alimente un circuit composé de deux résistances de valeurs fixes $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ et d'une résistance variable r . On cherche à étudier les variations de la tension U aux bornes de la résistance variable, en fonction des valeurs de r . On notera cette fonction : $U = f(r)$.

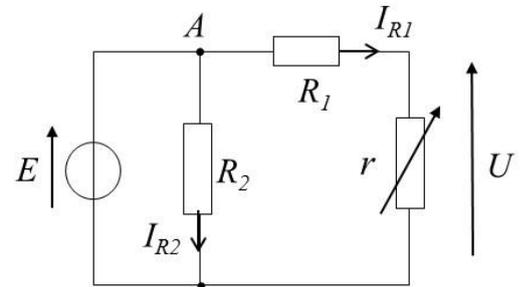


Figure 1

1°) Pour établir l'expression littérale de la fonction $f(r)$, on détermine dans un premier temps, l'expression des courants de mailles en fonction de E , R_1 , R_2 et r (en mettant en œuvre la méthode des mailles). En déduire l'expression littérale des courants I_{R1} et I_{R2} qui passent à travers les résistances R_1 et R_2 respectivement.

Rép :

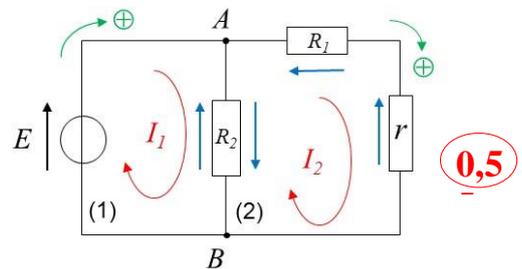
$b-n+1 = 2$ équations donc deux mailles sont nécessaires.

Maille (1) : $E - R_2 I_1 + R_2 I_2 = 0$ (0,5)
Maille (2) : $R_2 I_1 - R_2 I_2 - R_1 I_2 - r I_2 = 0$ (0,5)

(1) + (2) : $E - R_1 I_2 - r I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_1+r}$ (0,5)

En remplaçant dans (1) : $I_1 = I_2 + \frac{E}{R_2} = \frac{E}{R_1+r} + \frac{E}{R_2}$ (0,5)

$I_{R1} = I_2 = \frac{E}{R_1+r}$ (0,5) et $I_{R2} = I_{AB}^{(1)} + I_{AB}^{(2)} = I_1 + (-I_2) = \frac{E}{R_1+r} + \frac{E}{R_2} - \frac{E}{R_1+r} = \frac{E}{R_2}$ (0,5)



2°) Déduire de ce qui précède, l'expression littérale de la tension U en fonction de la résistance r , de la fem E et des autres dipôles composant le montage.

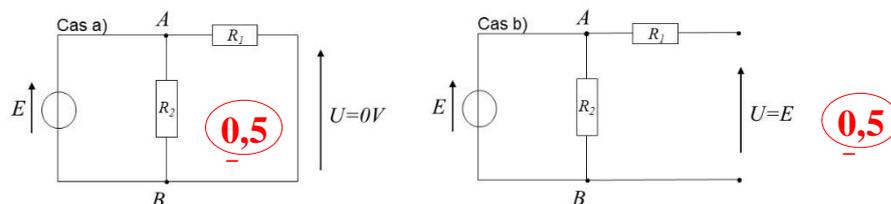
$U = r I_2 = \frac{r E}{R_1+r} = f(r)$ avec $f(r) = \frac{r E}{R_1+r}$ (0,5)

3°) Théoriquement, on peut faire varier les valeurs de r dans l'intervalle $[0; +\infty[$, calculer les valeurs limites de la tension U dans les deux cas suivants : a) $\lim_{r \rightarrow 0} f(r)$ b) $\lim_{r \rightarrow \infty} f(r)$?

a) $\lim_{r \rightarrow 0} f(r) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r E}{R_1+r} = 0V$ (0,5) b) $\lim_{r \rightarrow \infty} f(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r E}{R_1+r} = E = 4V$ (0,5)

4°) Proposer un schéma électrique équivalent au circuit de la figure 1 dans le cas a) puis b) de la question précédente.

Faire un dessin à main levée des deux circuits (sur la copie à rendre) et reporter sur chacun d'eux la tension U limite.



5°) Quelle valeur doit-on donner à la résistance r pour obtenir une tension $U = \frac{E}{3}$? Calculer l'intensité des courants I_{R1} et I_{R2} .

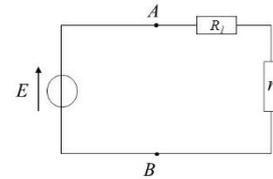
$U = \frac{E}{3} = \frac{r E}{R_1+r} \Rightarrow r = \frac{R_1}{2} = 2\Omega$ (0,5)

$$I_{R1} = \frac{E}{R_1+r} = \frac{2}{3}A \text{ et } I_{R2} = \frac{E}{R_2} = \frac{2}{5}A \quad (0,5)$$

6°) On décide maintenant de déconnecter la résistance R_2 sans modifier le reste du montage de la Figure 1. Etablir la nouvelle expression littérale du courant traversant la résistance r et la comparer avec celle du courant I_{R1} obtenue précédemment. Que constatez-vous ? La tension U est-elle influencée par l'absence de la résistance R_2 ?

Une seule maille : $E - R_1 I + r I = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{R_1+r} \Rightarrow I_{R1} = I = \frac{E}{R_1+r} \quad (0,5)$

On obtient pour I_{R1} la même expression que précédemment. La tension U n'est donc pas influencée par la présence ou l'absence de la résistance $R_2 \quad (0,5)$



Exercice 2 : (5 points)

En considérant le montage ci-contre (Figure 2)

1°) Déterminer le sens et les valeurs numériques des courants qui circulent dans les différentes branches du circuit.

$$U_{AB} = E \Rightarrow \frac{U_{AB}}{R} = 30 \text{ mA à travers } R=100\Omega \quad (0,5)$$

$$\text{à travers le générateur (Loi de Kirchhoff)} \quad 10 \text{ mA} = 40 \text{ mA} - 30 \text{ mA} \quad (0,5)$$

$$\text{à travers la résistance } R_0 \text{ passe un courant de } 40 \text{ mA} \quad (0,5)$$

2°) Calculer la tension U_{AP} .

$$U_{AP} = U_{AB} + U_{BP} = E + R_0 \cdot I_0 = 3V + 50 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 5V \quad (0,5)$$

3°) Quelles sont les puissances électriques mises en jeu :

- par le générateur de courant du dipôle AP.
- par le générateur de tension E.
- par les dipôles résistors R et R_0 .

Préciser si les dipôles sont actifs ou passifs et vérifier le bilan énergétique.

$$P_E = U_{AB} \cdot I_{AB} = 3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 30 \text{ mW} \quad (0,5) \quad P_R = 3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 90 \text{ mW} \quad (0,5)$$

$$P_{R0} = U_{BP} \cdot I_{BP} = (-3 + 5) \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 80 \text{ mW} \quad (0,5) \quad P_{g.c} = U_{AP} \cdot I_{AP} = 5V \cdot -40 \text{ mA} = -200 \text{ mW} \quad (0,5)$$

$$\text{Bilan énergétique : } 90+80+30-200=0 \text{ mW donc bilan vérifié.} \quad (0,5)$$

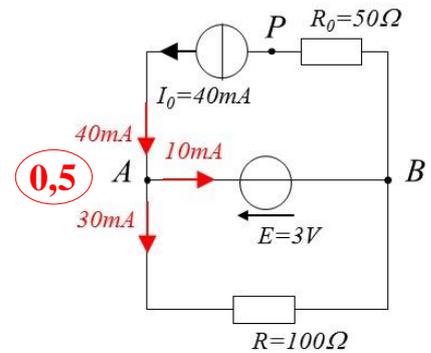


Figure 2

EXERCICE 3 (7 points)

Le schéma électrique de la Figure 3 est composé de deux générateurs de tension E_1, E_2 et d'un générateur de courant I_0 qui ensemble alimentent un réseau de résistances. On se fixe comme objectif, de déterminer le courant I_{AB} qui circule à travers le fil reliant les bornes A et B du montage. On se propose d'appliquer le théorème de Thévenin pour déterminer les caractéristiques (E_{Th}, R_{Th}) du générateur équivalent au circuit entre A et B. Pour ce faire, on commencera par déconnecter le fil conducteur qui relie les bornes A et B (voir Figure 4). On remarquera que le circuit ainsi obtenu est composé de 3 mailles indépendantes les unes des autres.

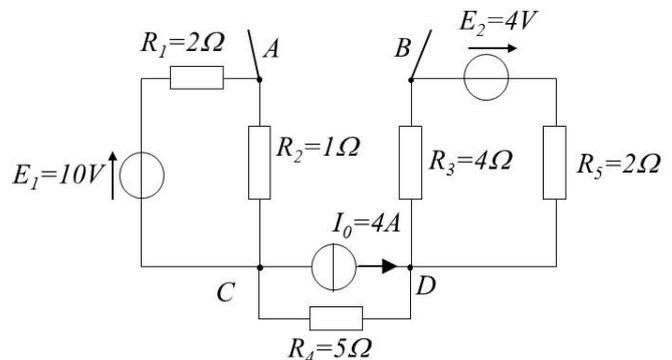
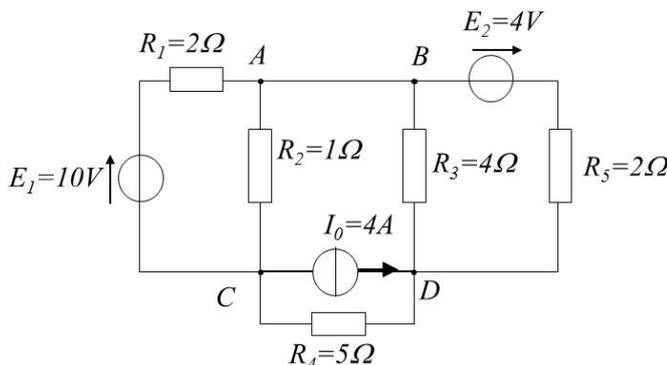


Figure 3

Figure 4

Etude du circuit de la Figure 4.

1°) Rappeler sans démonstration, les relations qui lient R_{AB} , R_{Th} , U_{AB} et E_{Th} .

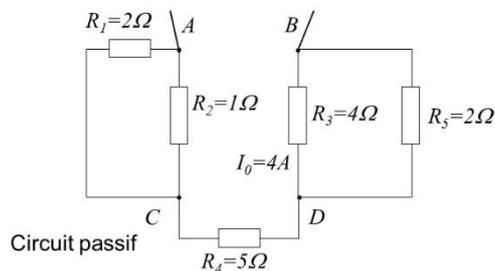
$R_{AB} = R_{Th}$ et $U_{AB} = E_{Th}$ (0,5)

2°) Déterminer l'expression littérale de la résistance équivalente R_{AB} entre les bornes A et B du montage et montrer par le calcul que $R_{AB} = 7\Omega$.

$R_{AB} = R_1 // R_2 + R_4 + R_3 // R_5 =$

$R_{AB} = \frac{2 \cdot 1}{2+1} + 5 + \frac{4 \cdot 2}{4+2} = \frac{2}{3} + 5 + \frac{8}{6} = \frac{2+5 \cdot 3+4}{3} = 7\Omega$

$R_{Th} = 7\Omega$ (1)



3°) Pour déterminer la tension à vide $U_{AB} = V_A - V_B$, nous avons le choix entre différentes méthodes.

a) Quel est le nombre de nœuds principaux n et de branches b dans le circuit ?

$n = 4$ $b = 6$ (0,5)

b) Quel est le nombre d'équations dont nous avons besoin pour appliquer :

c) la méthode des mailles ? $b - n + 1 = 3$ équations (0,5)

- la méthode des nœuds ? $n - 1 = 3$ équations (0,5)

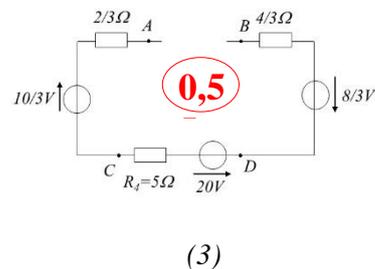
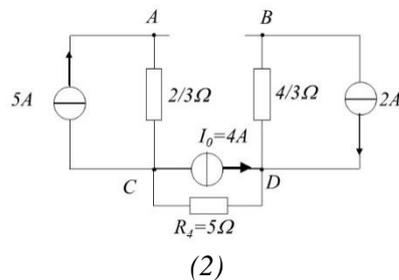
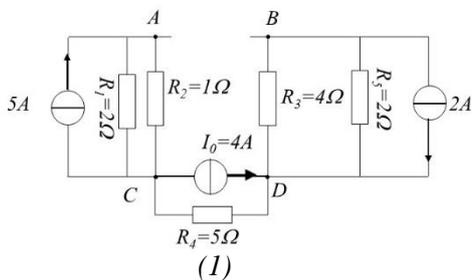
- Au vu du nombre d'équations calculées ci-dessus, à quelle conclusion arrive-t-on ?

Les deux méthodes sont équivalentes (0,5)

4°) Par application de la méthode des mailles ou bien en procédant par transformations successives générateur de tension

↔ générateur de courant, déterminer l'intensité et le sens de circulation des courants dans les différentes branches du circuit. En déduire que la valeur de la tension $U_{AB} = -14V$.

Par transformation g.t ↔ g.c :



Dans le circuit transformé (1), le courant dans R_2 entre A et C : (diviseur de courant) $I_{AC} = \frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{10}{3}A$

Dans le circuit transformé (1), le courant dans R_3 entre B et D : (diviseur de courant) $I_{DB} = \frac{2}{6} \cdot 2 = \frac{2}{3}A$

Dans le circuit transformé (1), le courant dans R_4 entre C et D : (générateur de courant) $I_{DC} = 4A$

Conclusion :

- le courant dans la maille de gauche vaut 10/3A et va de A vers C (0,5)

- le courant dans la maille de droite vaut 2/3A et va de D vers B (0,5)

- le courant dans la maille du bas vaut 4A et va de D vers C (0,5)

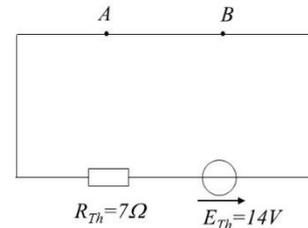
- Le circuit final (3) étant ouvert entre A et B, aucun courant ne circule (seules les tensions des générateurs existent):

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB} = \frac{10}{3} - 20 + \frac{8}{3} = -14V \quad \mathbf{1}$$

5°) Dessiner le générateur de Thévenin équivalent au circuit de la Figure 4 entre A et B puis relier ses bornes par un fil conducteur. On reportera sur le dessin les valeurs obtenues pour (E_{Th}, R_{Th}) ainsi que l'emplacement de la borne + du générateur.

Calculer dans ces conditions, la valeur du courant I_{AB} qui circule dans le fil reliant les bornes A et B

$$I_{BA} = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} = \frac{14}{7} = 2A \quad \mathbf{0,5}$$



- FIN -