

Les trois exercices sont indépendants

Exercice 1 (5,5 points) (+2pts)

Le principe d'utilisation d'une plaque chauffante consiste à faire circuler un courant électrique à travers une résistance dite de « chauffe », montée en série avec un générateur de tension. Le montage ci-contre (Figure 1) est un exemple de plaque chauffante équipée d'un réseau de résistances de valeurs R , $R/2$ et $2R$ pouvant être sélectionnées grâce à un thermostat (système d'interrupteurs) qui relie à chaque fois, deux entrées du réseau parmi les quatre (1, 2, 3 et 4) disponibles.

1° Recopier le schéma ci-contre sur votre copie et **sans faire de calculs**, indiquer les branches parcourues par un courant en précisant à chaque fois le sens, lorsqu'un générateur supposé idéal est placé entre 1 et 2 avec la borne + connectée à l'entrée 1 (3 et 4 étant libres).

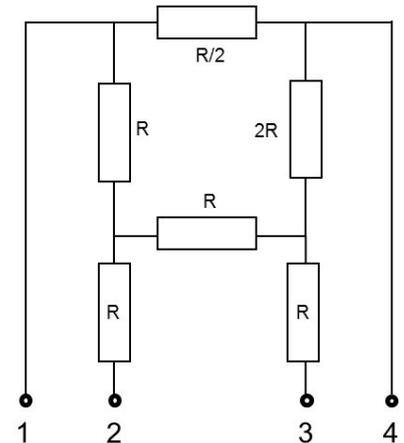


Figure 1

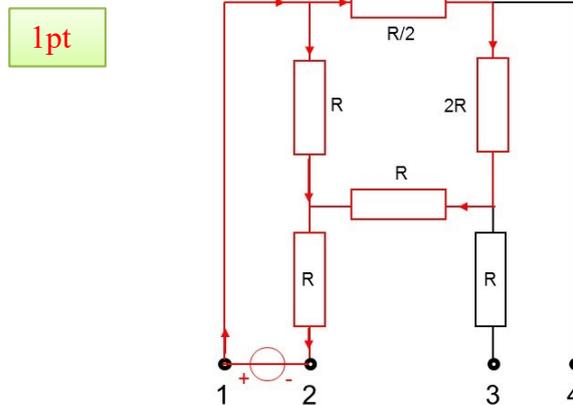


Figure 1

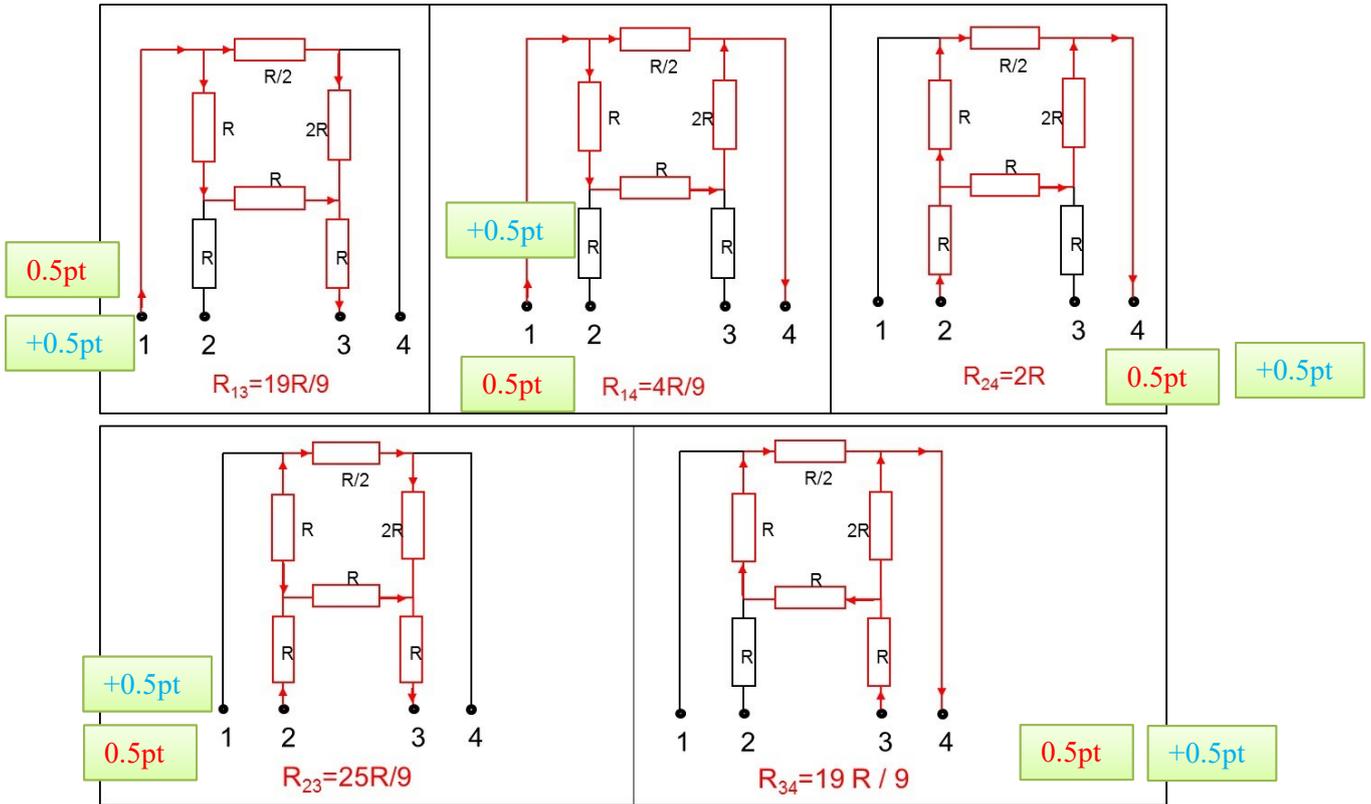
1pt

2° Déterminer la résistance équivalente R_{12} entre les entrées 1 et 2 en fonction de R .

$$R_{12} = \left(\frac{R}{2} + 2R + R\right) // (R) + R = \frac{7R}{2} R / \left(\frac{7R}{2} + R\right) + R = \frac{7R^2}{9R} + R = \frac{16R}{9}$$

1pt

3° Déterminer de la même manière, les résistances R_{13} , R_{14} , R_{23} , R_{24} et R_{34} puis les classer par ordre croissant des valeurs.



Classement : $R_{14} = \frac{4R}{9}$ $R_{12} = \frac{16R}{9}$ $R_{13} = R_{34} = \frac{19R}{9}$ $R_{24} = 2R$ $R_{23} = \frac{25R}{9}$

4° Quelles sont les deux bornes qui permettent d'obtenir la puissance maximale de chauffe ?

NB : Le recours à la transformation Kennelly n'est pas nécessaire dans cet exercice.

On sait que $P=UI$ avec U la tension aux bornes de la résistance équivalente R_{ij} .

Le générateur d'alimentation (supposons de fem E) est en série avec cette résistance. La loi des mailles donne : $E - R_{ij}I = 0$ soit $E = R_{ij}I = U$. La tension aux bornes de la résistance étant constante $U = E = R_{ij}I$, on en déduit que $P = EI$ est donc que la puissance est maximale si le courant I est maximal. Comme le produit $R_{ij} \cdot I$ est une constante, le courant I est maximal si R_{ij} est minimal. Conclusion : la puissance est maximale entre les bornes 1 et 4 ($R_{ij} = R_{14}$).

1 pt -0.5pt

Exercice 2 (8.5 points) (-1.5 points)

On demande à deux étudiants de proposer un schéma électrique du montage étudié lors d'une séance de travaux pratiques. Ce montage est composé d'un générateur de tension de f.e.m $E = 4V$ supposé idéal, alimentant un circuit composé de trois résistances fixes $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 6\Omega$ et d'une résistance variable r . Les deux schémas proposés (Fig. 2A et Fig. 2B) sont donnés ci-dessous :

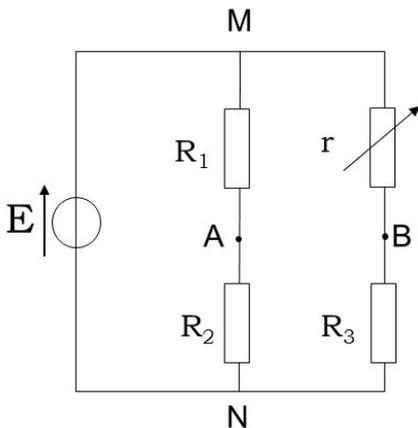


Fig. 2A

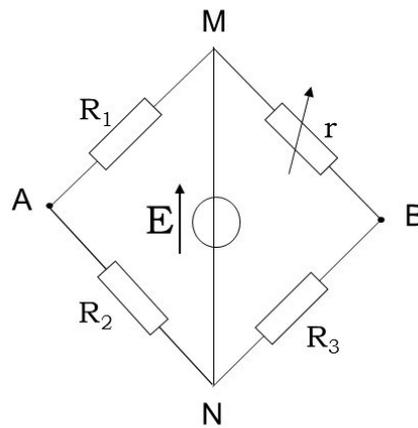


Fig. 2B

Question préliminaire : Ces deux schémas sont-ils équivalents ? Donner quelques éléments pour justifier votre réponse.

Ces deux schémas sont équivalents. Les branches contenant R_1 en série avec R_2 et R_3 en série avec r sont identiques dans les deux schémas et le générateur E est en dérivation par rapport à ces deux branches et la borne + est orientée de façon identique.

1,5 pts

On demande maintenant aux étudiants de relier les points A et B du circuit par un fil (de résistance nulle) et de déterminer la valeur du courant I_{AB} circulant à travers ce fil en fonction de la résistance variable r . Pour ce faire, on propose de mettre en œuvre le théorème de Thévenin et de déterminer le générateur de tension équivalent au circuit entre les points A et B à vide.

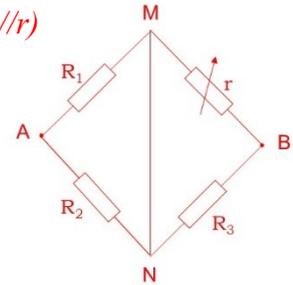
1° Déterminer l'expression littérale de la résistance R_{AB} équivalente au montage entre A et B en fonction de r, R_1, R_2 et R_3 .

*Dans le circuit de la figure 2B rendu passif entre A et B on a : $(R_1//R_2) + (R_3//r)$
(M et N désignent le même nœud)*

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 r}{R_3 + r}$$

1 pts

+ 0.5 pts



2° Déterminer l'expression littérale de la tension U_{AB} entre A et B en fonction de r, R_1, R_2, R_3 et E .

On remarque que le générateur est idéal et que ses bornes sont connectées aux nœuds M et N, par conséquent $U_{MN}=E$. On appelle I_1 et I_2 les courants dans les deux branches (voire figure)

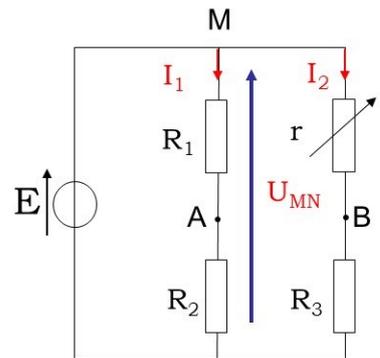
On peut écrire que la tension $U_{MN} = (R_1 + R_2) I_1 = (R_3 + r) I_2 = E$

D'où $I_1 = \frac{E}{(R_1 + R_2)}$ et $I_2 = \frac{E}{(R_3 + r)}$

On peut écrire la tension U_{AB} comme : $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB}$ ou bien $U_{AB} = U_{AN} + U_{NB}$

Avec la première relation de Chasles :

$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = -R_1 I_1 + r I_2 = -R_1 \frac{E}{(R_1 + R_2)} + r \frac{E}{(R_3 + r)}$$



$$U_{AB} = -\frac{R_1}{(R_1 + R_2)} E + \frac{r}{(R_3 + r)} E$$

2 pts

-1 pts

PS: On obtient plus rapidement le même résultat, en utilisant le « pont diviseur »

3° Quelles relations lient (R_{AB}, U_{AB}) à (R_{TH}, E_{TH}) ?

$$R_{TH} = R_{AB} \text{ et } E_{TH} = U_{AB}$$

0,5 pt

4° Comment choisir la résistance r (en fonction de R_1, R_2 et R_3) pour que la valeur de la tension U_{AB} soit positive ?

$$U_{AB} > 0 \quad \text{si} \quad -R_1 \frac{E}{(R_1 + R_2)} + r \frac{E}{(R_3 + r)} > 0 \Leftrightarrow \frac{r}{(R_3 + r)} > \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \Leftrightarrow r(R_1 + R_2) > R_1(R_3 + r)$$

$$U_{AB} > 0 \quad \text{si} \quad r(R_1 + R_2) - R_1 r > R_1 R_3 \Leftrightarrow r R_2 > R_1 R_3 \quad \text{càd} \quad r > \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

-0.5 pts

1 pts

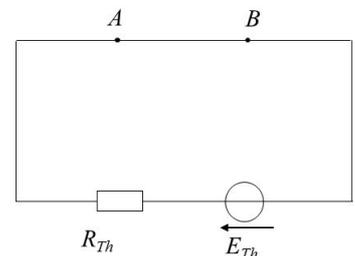
5° Représenter schématiquement le générateur de Thévenin trouvé, puis relier les bornes A et B par un fil. En déduire l'expression littérale du courant I_{AB} en fonction de E_{TH} et R_{TH} puis en fonction de r, R_1, R_2, R_3 et E .

$$E_{TH} = R_{TH} \cdot I_{AB} \Rightarrow I_{AB} = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$$

1 pts

-0.5 pts

$$I_{AB} = \frac{-\frac{R_1}{(R_1 + R_2)} E + r \frac{r}{(R_3 + r)} E}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 r}{R_3 + r}}$$



0,5 pts

6° Pour quelle valeur de r , le courant entre A et B s'annule-t-il ? Calculer r .

$$I_{AB} = 0 \Leftrightarrow \frac{-R_1 \frac{E}{(R_1+R_2)} + r \frac{E}{(R_3+r)}}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + R_3 r} = 0 \Leftrightarrow -R_1 \frac{E}{(R_1+R_2)} + r \frac{E}{(R_3+r)} = 0 \Leftrightarrow r = \frac{R_1 R_3}{R_2} \Rightarrow r = \frac{24}{10} = 2,4 \Omega$$

7° On remplace dans le montage de la Figure 2A et 2B, la résistance R_3 par une résistance inconnue X . On place un Ampèremètre entre A et B (l'Ampèremètre est équivalent à une très faible résistance que l'on négligera) et on modifie la valeur de la résistance r jusqu'à ce que le courant I_{AB} lu sur l'Ampèremètre soit nul. On trouve $r=22\Omega$. Quelle est alors la valeur de la résistance X ? Quel usage peut-on faire de ce montage ?

On remplace dans la réaction précédente R_3 par X , on obtient : $r = \frac{R_1 X}{R_2} \Rightarrow X = \frac{r R_2}{R_1} = \frac{22 \cdot 10}{4} \Omega = 55 \Omega$ 0,5 pts

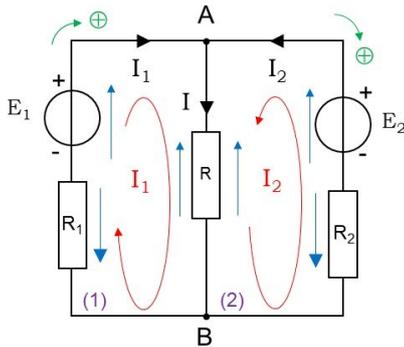
Ce montage réalise la fonction d'Ohmmètre (mesure de valeur de résistance)

0,5 pts

Exercice 3 (6 points) (+0 points)

En considérant le montage de la Figure 3 :

1° Donner l'expression littérale des courants I_1 , I_2 et I qui circulent dans les différentes branches du circuit (**conserver le sens des courants** de la Figure 3) en fonction de E_1 , E_2 , R_1 , R_2 et R . Pour ce faire, on mettra en œuvre la méthode des courants de maille.



0,5 pts

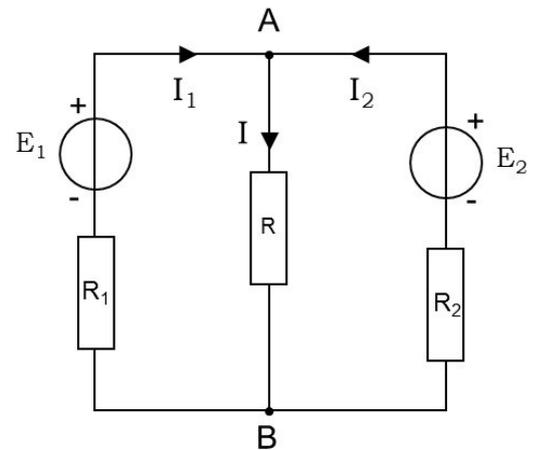


Figure 3

+0,5 pts

Maille (1) : $E_1 - RI_1 - R_1 I_1 - RI_2 = 0 \Leftrightarrow E_1 - (R + R_1) I_1 - RI_2 = 0 \Leftrightarrow (R + R_1) I_1 + RI_2 = E_1$ 0,5 pts

Maille (2) : $-E_2 + RI_1 + RI_2 + R_2 I_2 = 0 \Leftrightarrow E_2 = (R + R_2) I_2 + RI_1 = 0 \Leftrightarrow RI_1 + (R + R_2) I_2 = E_2$ 0,5 pts

Par la méthode de combinaison, on multiplie l'équation de la maille (1) par $-R$ et l'équ. de la maille (2) par $(R+R_1)$ et on fait la somme. Il reste :

$$-RRI_2 + (R + R_1)(R + R_2) I_2 = -RE_1 + E_2 (R + R_1) \Leftrightarrow I_2 = \frac{-RE_1 + E_2 (R + R_1)}{R_1(R + R_2) + RR_2}$$
 0,5 pts

Par un calcul similaire on obtient pour I_1 :

$$I_1 = \frac{E_1(R + R_2) - E_2 R}{R(R + R_1) + R_1 R_2}$$
 0,5 pts

Pour le courant dans la branche MN :

$$I = I_1 + I_2 = \frac{E_1(R + R_2) - E_2 R - RE_1 + E_2 (R + R_1)}{R(R + R_1) + R_1 R_2} = \frac{R_2 E_1 + R_1 E_2}{R(R + R_1) + R_1 R_2}$$
 0,5 pts

2° Quelle condition sur le courant I_1 doit être respectée pour que le générateur de f.e.m E_1 fonctionne en dipôle actif ? Pour quelles valeurs de E_1 , fonction de R , R_2 et E_2 , cette condition est-elle respectée ?

Le générateur E_1 fonctionne en dipôle actif si la flèche de tension à ses bornes et celle du courant qui le traverse, sont orientées dans le même sens. Dans le montage de la figure 3, si le sens indiqué pour I_1 est correct alors, d'après la convention de signe, la valeur du courant I_1 doit être positive.

$$I_1 > 0 \Leftrightarrow \frac{E_1(R + R_2) - E_2 R}{R(R + R_1) + R_1 R_2} > 0 \Leftrightarrow E_1(R + R_2) - E_2 R > 0 \Leftrightarrow$$

0,5 pts

$$E_1 > \frac{E_2 R}{(R + R_2)}$$

1pt

-0.5 pts

3°) On suppose que la f.e.m. E_2 du générateur 2 est constante et la f.e.m. du générateur 1 peut varier entre E_{1min} et E_{1max} . La résistance R étant fixée, trouver la valeur de R_1 telle que le courant débité par le générateur 2 soit nul, lorsque $E_1 = E_{1max}$.

Application numérique (E_1 varie entre 6 et 7V, $R = 100\Omega$, $E_2 = 1,5V$)

$$I_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{-RE_{1max} + E_2(R + R_1)}{R(R + R_1) + R_1 R_2} = 0 \Leftrightarrow -RE_{1max} + E_2(R + R_1) = 0 \Leftrightarrow R_1 = R \left(\frac{E_{1max}}{E_2} - 1 \right)$$

1 pt

-0.5 pts

A.N :

$$R_1 = 100 \left(\frac{7}{1,5} - 1 \right) = \frac{1100}{3} \Omega = 366,67 \Omega$$

0,5 pt

- FIN -