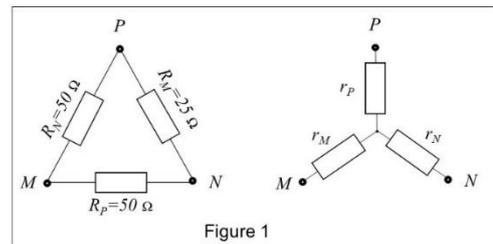


Les deux exercices sont indépendants

Exercice 1 (Application du cours)

Dans le circuit ci-contre (Figure 1), on cherche à remplacer le réseau de résistances joignant les sommets du triangle MNP, par un réseau équivalent, formant une étoile issue des mêmes sommets. Ces deux montages sont considérés comme équivalents si :



- a) Les courants qui arrivent/partent de M, N et P sont identiques.
- b) Les potentiels V_M , V_N et V_P sont identiques.

1° Les affirmations a) et b) sont-elles correctes ? (Répondre séparément pour a) et pour b))

Oui les courants aux nœuds M, N et P doivent être effectivement identiques

Oui les potentiels électriques doivent également être les mêmes.

Quelle est le nom de cette transformation ?

Cette transformation porte le nom de la transformation de Kennelly.

2° Donner l'expression littérale des résistances r_M , r_N et r_P en fonction de R_M , R_N et R_P .

$$r_M = \frac{R_N R_P}{R_M + R_N + R_P} \quad r_N = \frac{R_M R_P}{R_M + R_N + R_P} \quad r_P = \frac{R_M R_N}{R_M + R_N + R_P}$$

3° Application numérique : En déduire que $r_M = 20 \Omega$, $r_N = 10 \Omega$ et $r_P = 10 \Omega$.

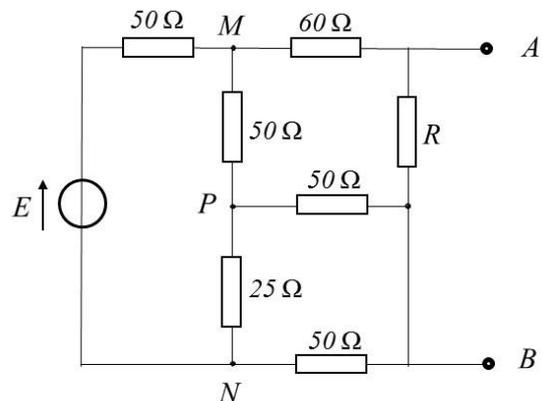
$$r_M = \frac{50 \cdot 50}{50 + 50 + 25} = \frac{50 \cdot 50}{5 \cdot 25} = 20 \Omega \quad r_N = \frac{25 \cdot 50}{5 \cdot 25} = 10 \Omega \quad r_P = \frac{25 \cdot 50}{5 \cdot 25} = 10 \Omega$$

Exercice 2

Le montage ci-contre est composé d'un générateur de tension qui alimente un réseau de résistances.

Sur l'ensemble de ces dipôles, deux n'ont pas de valeur attribuée : il s'agit de la résistance R et du générateur de tension de force électromotrice (f.e.m) E (voir le montage). On se fixe comme objectif, de déterminer les valeurs de la résistance R et de la tension E, qui permettent d'obtenir entre A et B un générateur de Thévenin équivalent au circuit, de f.e.m ($E_{Th} = 10V$) et de résistance interne ($R_{Th} = 10 \Omega$).

Il s'agit donc de déterminer l'expression de la résistance $R_{AB} = f(R)$ et de la tension $U_{AB} = f(E, R)$.



1° Rappeler sans démonstration, les relations qui lient R_{AB} , R_{Th} , U_{AB} et E_{Th} .

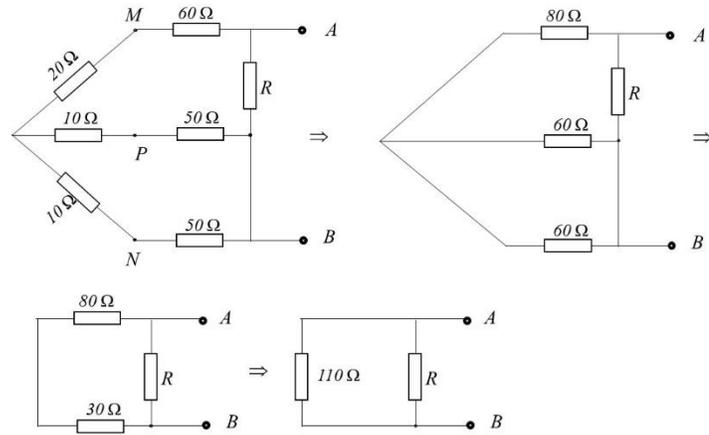
$$R_{Th} = R_{AB} \quad \text{et} \quad E_{Th} = U_{AB}$$

2° Déterminer l'expression de la résistance équivalente R_{AB} entre les bornes A et B du montage. (On utilisera le résultat de l'exercice 1). En déduire la valeur de R.

D'après l'énoncé la résistance $R_{AB} = R_{Th} = 10 \Omega$

Sur le schéma équivalent on a :

$$R_{AB} = \frac{R \cdot 110}{R + 110} = 10 \Omega \quad \Rightarrow \quad R = 11 \Omega$$



3° Pour déterminer la tension à vide $U_{AB} = V_A - V_B$, nous avons le choix entre différentes méthodes.

a) Quel est le nombre de nœuds principaux n et de branches b dans le circuit ?

$$n = 4 \quad \text{et} \quad b = 6$$

b) Quel est le nombre d'équations dont nous aurons besoin pour appliquer la méthode des mailles ? la méthode des nœuds ? Au vu du nombre d'équations, à quelle conclusion arrive-t-on ?

Pour la méthode des nœuds cela donne $n-1$ soit 3 équations

Pour la méthode des mailles cela donne $b-n+1$ soit 3 équations

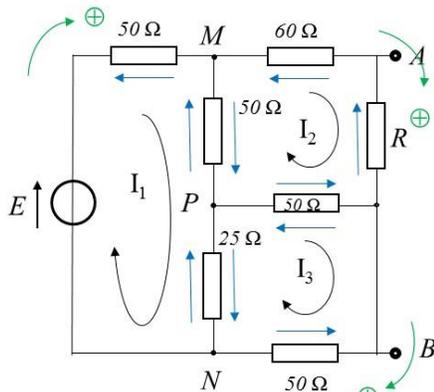
La complexité des calculs est du même ordre selon l'une ou l'autre méthode.

c) Analyse par la méthode des mailles.

Pour les applications numériques (On prendra $R = 11 \Omega$).

En conservant les sens arbitraires déjà choisis pour les courants de maille et en vous aidant du schéma ci-contre, exprimer la tension U_{AB} en fonction de la résistance R et du courant I_2 .

Ecrire les équations aux mailles afin de déterminer l'expression du courant I_2 en fonction de E . Les expressions des courants I_1 et I_3 , en fonction de E , ne sont pas demandées.



$$\text{maille (1): } E - 125 I_1 + 50 I_2 + 25 I_3 = 0$$

$$\text{maille (2): } 50 I_1 - 171 I_2 + 50 I_3 = 0$$

$$\text{maille (3): } 25 I_1 + 50 I_2 - 125 I_3 = 0$$

$$\begin{cases} -5 I_1 + 2 I_2 + I_3 = -\frac{E}{25} \\ 50 I_1 - 171 I_2 + 50 I_3 = 0 \\ I_1 + 2 I_2 - 5 I_3 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -5 I_1 + 2 I_2 + I_3 = -\frac{E}{25} \\ -151 I_2 + 60 I_3 = -\frac{2E}{5} \\ 12 I_2 - 24 I_3 = -\frac{E}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5I_1 + 2I_2 + I_3 = -\frac{E}{25} \\ -15I_2 + 60I_3 = -\frac{2E}{5} \\ -242I_2 = -E \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_2 = \frac{E}{242} \end{array} \right. \quad (\text{les expressions de } I_1 \text{ et } I_2 \text{ ne sont pas demandées})$$

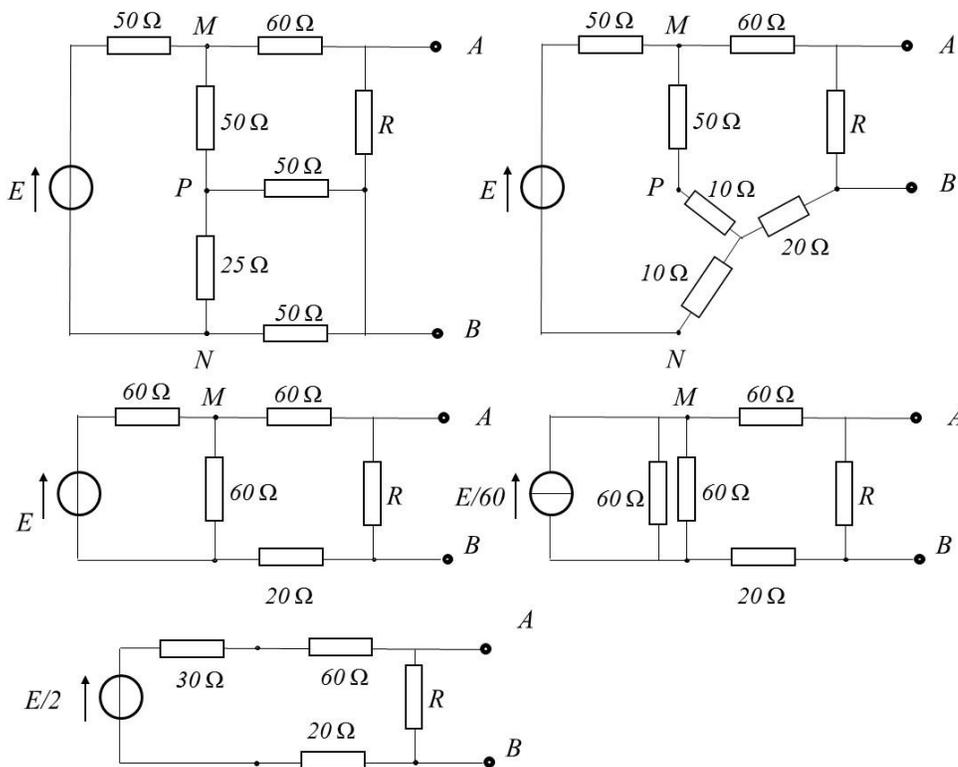
Déterminer l'expression de la tension U_{AB} en fonction de E

$$U_{AB} = R \cdot I_2 = 11 \cdot \frac{E}{242}$$

(On prendra $R = 11 \Omega$). En déduire la valeur de E.

$$U_{AB} = E_{Th} = 10V = 11 \cdot \frac{E}{242} \Rightarrow E = 220V$$

- d) On souhaite vérifier, par une autre méthode, la valeur de E obtenue précédemment. Nous opérerons par transformations successives du montage. Repérer d'abord le triangle PNB formé par les résistances de valeur 25Ω , 50Ω et 50Ω et les remplacer par un montage de résistances en étoile.



- e) Appliquer au montage ainsi obtenu, les transformations: générateur de tension \Leftrightarrow générateur de courant jusqu'à l'obtention d'une seule maille.

Déterminer l'expression de la tension U_{AB} en fonction de E (On prendra $R = 11 \Omega$).

En déduire la valeur de E et la comparer au résultat précédent.

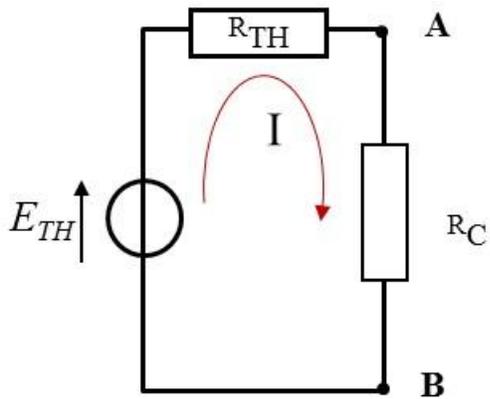
A ce stade on peut appliquer le diviseur de tension (ou pont diviseur) :

$$U_{AB} = \frac{R}{R+110} \cdot \frac{E}{2} = \frac{11}{121} \cdot \frac{E}{2} = \frac{E}{22} \Rightarrow U_{AB} = \frac{E}{22} \text{ et } U_{AB} = E_{Th} = 10V \Rightarrow E = 220$$

Même valeur que précédemment.

4° On branche maintenant une résistance R_c aux bornes A et B du générateur de Thévenin

- a) Dessiner d'abord le circuit équivalent au dipôle AB et placer la résistance R_c aux bornes A et B



- b) Calculer l'intensité du courant I qui traverse la résistance R_c . Quel est le sens de passage du courant I (de A vers B ou l'inverse) ?

Un seul générateur est ici actif, le courant circule de A vers B.

Loi des mailles donne :
$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_c} = \frac{10}{10 + 1000} \approx 9,90 \text{ mA}$$

On donne $R_c = 1 \text{ k}\Omega$

- Fin -