

TP modélisation MESP 803

Optique physique 2 : Diffraction

La limitation fondamentale du pouvoir de résolution d'un instrument d'optique est due à la diffraction des ondes lumineuses par la pupille d'entrée de l'instrument. Ce phénomène apparaît donc essentiellement comme un effet néfaste. Néanmoins il existe un certain nombre de situations où à l'inverse la diffraction peut aider à résoudre un objet composite comme une étoile double ou permettre l'estimation du diamètre angulaire d'une étoile : c'est le cas de l'occultation d'une étoile par la Lune. Cette diffraction ne s'effectuant plus dans les conditions de Fraunhofer nous calculerons dans une première partie la figure de diffraction créée par une fente à distance finie (diffraction de Fresnel). Nous comparerons ce résultat avec celui de Fraunhofer puis nous retrouverons la limitation classique du pouvoir de résolution par le critère de Rayleigh. Nous établirons enfin dans la seconde partie l'intensité diffractée par un bord d'écran dans un cas réaliste et nous étudierons l'influence de la cohérence temporelle puis spatiale sur la forme de cette figure.

A Diffraction par une fente

A.1 Expression de l'amplitude diffractée

1. Rappeler l'énoncé du principe de Huygens-Fresnel.
2. Une onde plane monochromatique inclinée d'un angle θ_0 sur l'horizontale est diffractée par une fente de largeur a . On observe l'amplitude diffractée en un point de coordonnée x sur un écran placé à une distance D_0 de l'objet diffractant (cf. figure 1a). En supposant que $D_0 \gg (x - X)$ montrer que l'amplitude sur l'écran d'observation de l'onde diffractée s'écrit :

$$A(x) = K \int_{X=-a/2}^{X=a/2} \exp \left(-\frac{i\pi(x-X)^2}{\lambda D_0} - i\frac{2\pi X \theta_0}{\lambda} \right) dX$$

où X repère la position des sources fictives de la pupille diffractante et K est une constante.

Remarque : dans l'approximation de Fraunhofer on ne garde que les termes linéaires en x et X .

3. Ré-écrire l'expression de l'amplitude en fonction de l'angle d'inclinaison $\alpha = \frac{x}{D_0}$ et construire une fonction Python $J_{D_0}(\alpha)$ susceptible de calculer l'intensité sur l'écran pour différente valeur de D_0 en fonction de α . On pourra utiliser la fonction `quad` de la sous-bibliothèque `scipy.integrate`.

A.2 Tracé de l'intensité

1. Tracer sur un même graphe l'intensité diffractée en fonction de α pour une largeur de fente $a = 0.5$ mm, une longueur d'onde $\lambda = 500$ nm et une inclinaison de l'onde incidente nulle ($\theta_0 = 0$) et pour des distances $D_0 = 10$ cm, 20 cm et 1.0 m (cf. figure 1b).

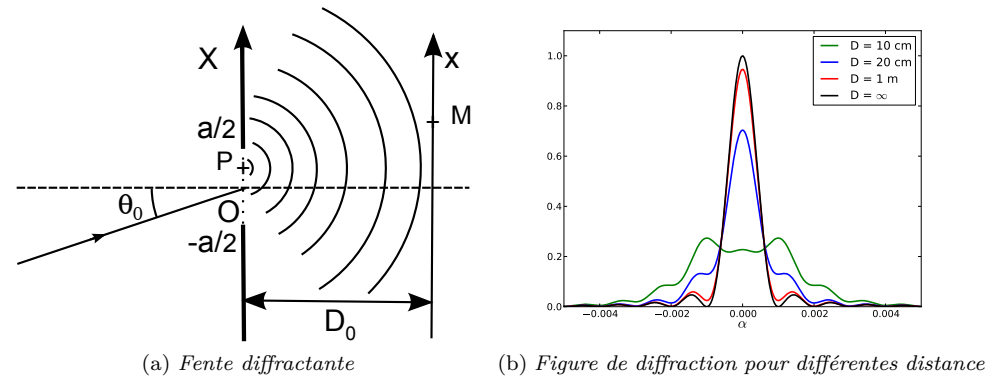


FIGURE 1 – de Fresnel à Fraunhofer

2. Comparer avec l'intensité calculée dans l'approximation de Fraunhofer. On pourra construire une animation où la distance D_0 évolue de 10 cm à 1.0 m et où sur chaque « image » on représente la tache de diffraction et sa comparaison dans l'approximation de Fraunhofer.

A.3 Critère de Rayleigh

On suppose à présent que deux sources incohérentes, de même intensité et situées à l'infini sont séparées angulairement d'un angle β . On se placera dans cette question dans l'approximation de Fraunhofer.

1. Tracer sur le même graphe, l'intensité dans le plan d'observation en fonction α pour chacune des sources prises indépendamment, ainsi que de l'intensité résultante lorsque les deux sources sont présentes simultanément.
2. Créer une animation en faisant varier l'angle β . Retrouver le critère de Rayleigh.
3. Examiner le cas où les deux sources n'ont pas la même intensité.

B Diffraction par un bord d'écran : occultation d'une étoile par la Lune

B.1 Position du problème

On considère ici le phénomène d'occultation d'une étoile par le déplacement de la Lune devant la « sphère des fixes ». C'est un certain MacMahon qui le premier en 1909, a eu l'idée d'estimer le temps de disparition d'une étoile de diamètre apparent 1 mas¹ en environ 1/500 de seconde qu'il estima accessible expérimentalement.

Sachant que la Lune effectue une rotation autour de la Terre pendant environ 27 jours, retrouver ce résultat.

Dans la foulée Eddington montra la même année qu'il fallait tenir compte de la diffraction par le bord de la Lune pour calculer correctement la phase d'occultation, c'est ce que nous allons entreprendre dans les questions suivantes.

B.2 Source ponctuelle et monochromatique

Dans le cas de la diffraction par un bord d'écran l'approximation de Fraunhofer n'est jamais applicable (pourquoi ?) ; il nous faut donc revenir à la formule de Fresnel établie plus haut et adaptée à cette géométrie. On supposera dans cette question que la source est ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm.

1. Montrer qu'en incidence normale et avec les notations de la première partie, l'intensité reçue au niveau du sol s'écrit

$$I = I_0 \int_0^\infty \exp \left[-i\pi \frac{(x - X)^2}{\lambda D_0} \right] dX$$

où D_0 est la distance Terre-Lune que l'on prendra égale à 380 000 km.

2. Sachant que $x = -vt$ où v est la vitesse de déplacement de la Lune par rapport à la Terre (supposée fixe pour simplifier) et l'origine des temps est prise à la position de l'ombre géométrique, tracer l'intensité détectée au cours du temps. On prendra une échelle de temps en milliseconde adaptée au processus.

B.3 Source polychromatique

En pratique une source stellaire n'est jamais monochromatique.

1. En supposant le spectre de la source centrée sur la longueur d'onde de 500 nm avec une largeur spectrale de 200 nm établir une expression de l'intensité détectée au niveau du sol.
2. Tracer le signal détecté et comparer avec la solution monochromatique.

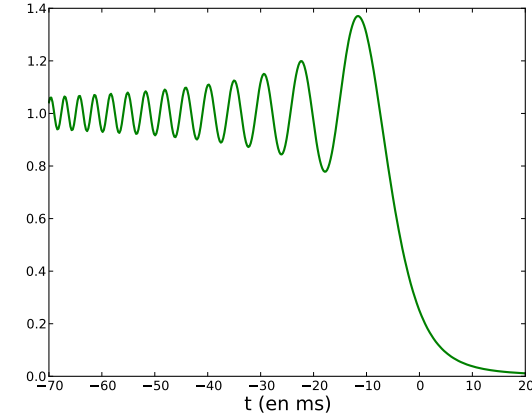


FIGURE 2 – Figure de diffraction par un bord d'écran

B.4 Source étendue : diamètre angulaire

On suppose enfin dans cette partie que la source possède une extension angulaire β .

1. En découpant la source étendue en source incohérente, établir une expression de l'intensité détectée.
2. Tracer le signal détecté pour différents diamètres angulaires. Conclure.

1. mas = milliarcsecond = 10^{-3} seconde d'arc