

TP modélisation MESP 803

Interlude magnétique

Exercice n° 1 *Dipôle magnétique*

On rappelle l'expression du champ magnétique produit par un dipôle de moment magnétique \mathbf{M}

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[3(\mathbf{M} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\mathbf{M}]}{r^5}$$

1. Établir le système d'équations différentielles auxquelles obéissent les lignes de champ magnétique de ce système. On se placera dans un plan méridien (xOz) en prenant pour axe Oz la direction du moment magnétique \mathbf{M} .
2. Tracer les lignes de champ en partant de points situés dans le plan équatorial. On prendra soin de régulariser les divergences à l'emplacement du dipôle (en $r = 0$) en rajoutant une constante (petite) au dénominateur.

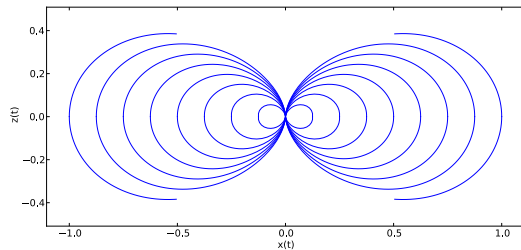


FIGURE 1: Allure des lignes de champ magnétique pour un dipôle

Exercice n° 2 *Champ d'une spire circulaire*

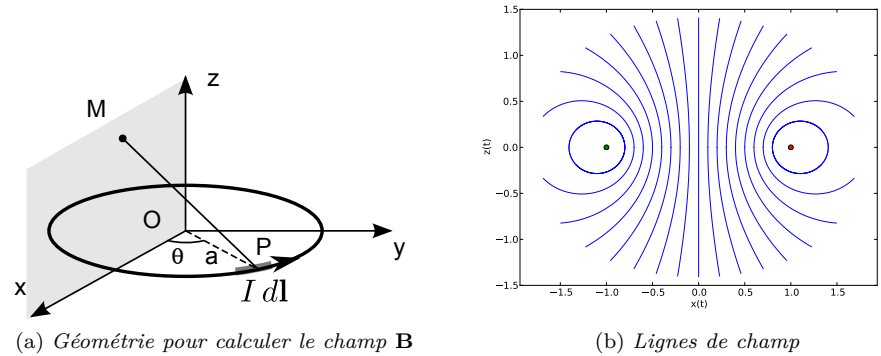
On considère à présent le champ magnétique engendré par une spire de rayon a placée dans le plan (xOy) où O est le centre de la spire et qui est parcourue par un courant d'intensité I . Compte tenu des symétries on peut se placer dans le plan méridien (xOz) pour tracer les lignes de champ (pourquoi?) .

1. Montrer en utilisant la loi de Biot et Savart que le système d'équations différentielles auxquelles obéissent les lignes de champ magnétique s'écrit

$$\frac{dx}{dt} = K \int_0^\pi \frac{z \cos \theta}{r^3} d\theta \quad \text{et} \quad \frac{dz}{dt} = K \int_0^\pi \frac{a - x \cos \theta}{r^3} d\theta$$

avec $r = \sqrt{x^2 + z^2 + a^2 - 2ax \cos \theta}$ (cf. figure 2a pour la définition des variables)

2. Construire un programme sur le modèle de l'exercice précédent afin de tracer les lignes de champ magnétique en partant de points situés dans le plan équatorial et placés à l'intérieur de la spire.

FIGURE 2: Spire parcourue par un courant I

3. Généraliser votre programme pour déterminer les lignes de champ dans le montage des bobines d'Helmoltz.

Exercice n° 3 *Induction*

On place un petit aimant de moment magnétique \mathbf{M} le long de l'axe d'une spire circulaire de rayon $a = 1$ cm et dont l'orientation est aussi suivant cet axe. L'aimant a une aimantation d'intensité $M = 1$ A.m².

1. Calculer le flux du champ magnétique créé par l'aimant à travers la spire pour une distance donnée par rapport au centre de la spire.
2. On déplace à présent l'aimant à vitesse constante de façon à traverser la spire. Calculer la force électromotrice e induite par le mouvement de l'aimant pour différentes vitesses.

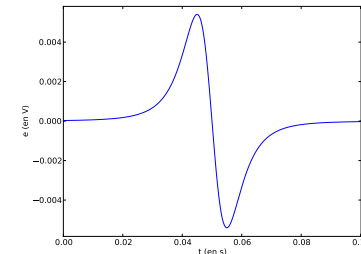


FIGURE 3: f.e.m. d'induction d'un aimant traversant la spire