

TP modélisation MESP 703 : Mécanique 2

Programme minimal de résolution d'une équation différentielle utilisant la bibliothèque odeint de scipy.integrate

```
### -*- coding: cp1252 -*-
"""
Modèle basique de programme d'intégration de l'équation différentielle
vectorielle :
dY/dt=F(Y,t)
Application à la recherche de la trajectoire d'un mobile soumis à la pesanteur
"""
from __future__ import division # pour éviter la division entière
from pylab import *
from scipy import *
from scipy.integrate import odeint

#initialisation
z_ini = 0
vz_ini = 10
tini = 0
tfin = 5
Npas = 20
g = 10

def F ( Y , t ):
    [ z , vz ] = Y
    eq1 = vz
    eq2 = -g
    return [ eq1 , eq2 ]

cond_ini = [ z_ini , vz_ini ]
t = linspace ( tini , tfin , Npas )
Yn = odeint ( F , cond_ini , t )
[ z , vz ] = Yn . T

plot ( t , z , 'o' , label = ur'solution numérique' )
show ()
```

Exercice n° 1 Oscillateur harmonique linéaire

1. Résoudre numériquement l'équation

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

Comparer avec la solution analytique

2. Introduire une dissipation linéaire

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

- (a) Retrouver numériquement le comportement attendu des 3 régimes : pseudo-périodique, critique et sur-amorti.
- (b) Représenter ces trois régimes sur un même graphe.
- (c) Tracer les portraits de phase (trajectoire dans l'espace $(\theta, \dot{\theta})$) pour les trois régimes

Exercice n° 2 Effet non-linéaires

1. Étudier le cas d'une dissipation non linéaire

$$\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta}|\dot{\theta}| + \omega_0^2\theta = 0$$

Comparer avec la solution linéaire.

2. Oscillateur de Van der Pol

$$\ddot{\theta} + \lambda \left[\left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 - 1 \right] \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

3. équation de Duffing

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \left(\theta - \frac{\theta^3}{6} \right) = 0$$

étudier la période en fonction de l'amplitude. Comparer avec la solution de Borda.

Exercice n° 3 Régime forcé

1. cas linéaire

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = A \cos \omega t$$

courbes de résonance

2. cas non-linéaire

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2 \left(\theta - \frac{\theta^3}{6} \right) = A \cos \omega t$$

étudier l'apparition d'un cycle d'hystérésis.