Université Bordeaux 1 Sciences Technologies

Département de formation
Premier cycle

Année 2003/2004 SESSION DE SEPTEMBRE 2004

ETAPE : PING2, SPC2, CHIM2, 2PREA, MAT2

UE : PIN 201

Epreuve de : Mécanique du point

Date : Jeudi 2 Septembre 2004 **Durée : 1h 30**

Documents non autorisés

Une particule de masse m, assimilée à un point matériel M est soumise de la part de l'origine O d'un repère galiléen à une force centrale de la forme :

$$\vec{f} = Km\frac{\vec{r}}{r^3}$$

ou $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ est le rayon vecteur et K une constante. A grande distance de l'origine O, la particule incidente est en mouvement rectiligne uniforme et se déplace vers O à la vitesse $\vec{v}_0$ sur une droite parallèle à l'axe Ox et coupant Oy à l'ordonnée b (b>0). On traitera le problème en coodonnées polaires (r,ϕ) avec $r = \left\|\overrightarrow{OM}\right\|$ et ϕ désigne l'angle polaire compris entre l'axe Ox et le vecteur position $\vec{r}$. Dans tout le problème, on négligera la force de pesanteur et les éventuels frottements.

1) Quel doit être le signe de K pour que cette force soit répulsive ?
2) En supposant que cette force dérive d'une énergie potentielle E_p, donnez l'expression de cette énergie sachant que E_p tend vers 0 à l'infini.
3) Donnez l'expression de l'énergie mécanique E de la particule en fonction de la distance OM=r et de sa vitesse v. Pour quelle raison E est-elle constante ? Donner la valeur de E en utilisant les conditions initiales de la particule.
4) Montrer que le produit vectoriel $\vec{C} = \vec{r} \wedge \vec{v}$ par rapport à O, est une constante du mouvement. En utilisant les conditions initiales, montrer que le vecteur $\vec{C}$ se met sous la forme $\vec{C} = C\,\vec{e}_z$ avec $C = -b\,v_0$ et $\vec{e}_z$ un vecteur unitaire perpendiculaire au plan xOy.
5) Donnez l'expression des vecteurs positions et vitesse, $\vec{r}$ *et* $\vec{v}$, dans la base locale $(\vec{e}_r, \vec{e}_\phi)$.
6) Donner l'expression générale du moment cinétique σ de M par rapport à O en fonction de m, r *et* $\dot{\phi}$.
7) En combinant les résultats des questions précédentes, montrer que r vérifie l'équation suivante : $v_0^2 - 2\,\dfrac{K}{r} - \dfrac{v_0^2\, b^2}{r^2} = \dot{r}^2$
8) En supposant K > 0, déterminer la distance minimale d'approche $r = r_m$ entre la particule incidente et le point O. On cherchera à résoudre l'équation $\dfrac{dr}{dt} = 0$. Quelle est l'expression la vitesse angulaire $\dot{\phi}_m$ au point correspondant à $r = r_m$.

9) En examinant le cas particulier ou b=0, monter que la particule incidente à une vitesse nulle à la distance $r = r_m$. On pourra utiliser la conservation de l'énergie mécanique. Décrire brièvement le mouvement de la particule incidente.