UNIVERSITÉ BORDEAUX 1
Sciences Technologies

Département de formation
Premier cycle

Année 2004/2005 SESSION DE MAI 2005

ETAPE : PING2, SPC2, CHIM2, 2PREA, MAT2

UE : PIN 201

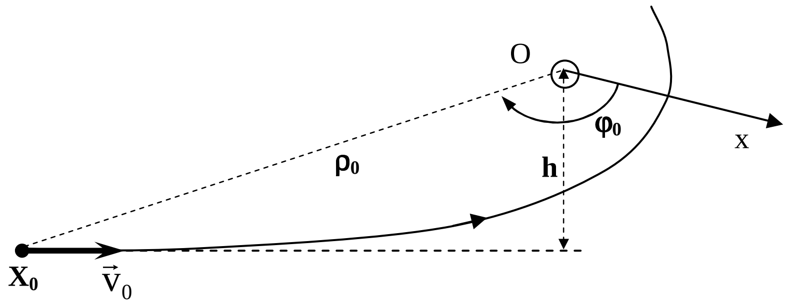
Epreuve de : Mécanique du point

Date : Mercredi 18 Mai 2005 Durée : 1h 30

Documents non autorisés

Problème 1 : Astéroïde *(13 pts)*

Un astéroïde de masse **m**, assimilable à un point matériel, désigné par **X**, s'approche de la Terre…
A un instant t_0 , on effectue une mesure de sa position et de son vecteur vitesse. On trouve :



- $\mathbf{OX_0} = \rho_0$ = 1 million de kilomètres,
- $\mathbf{v_0}$ = 1 km/s,
- le paramètre d'impact **h**, c'est-à-dire, la distance du centre O de la Terre au support de $\vec{v}_0$, vaut 150.000 km.

Sous l'effet de la force de gravitation terrestre, **X** suit une trajectoire qui l'amènera à passer au voisinage de la Terre. **On désigne par X_1 la position la plus proche** (position pour laquelle OX passe par un minimum $\mathbf{OX_1} = \rho_1$). On désire connaître la valeur de ρ_1 …

On négligera toute autre force que la force de gravitation exercée par la Terre (en particulier on néglige l'influence de la Lune et des autres astres, ainsi que l'existence de l'atmosphère terrestre). On considérera aussi que le référentiel géocentrique est un bon référentiel galiléen pour ce problème.

<u>Valeurs numériques</u> :

$G = 6{,}670 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$, m = 10 tonnes, $M_{Terre} = 6.10^{24}$ kg , $OX(t_0) = 10^6$ km, v_0 = 1 km/s, h = 150.000 km

A) Première partie : calcul de la distance minimale d'approche. [7 pts]

1) Que peut on dire de l'énergie mécanique de X dans le champ de force de gravitation terrestre et de son moment cinétique en O ?

2) Calculez l'énergie mécanique de X dans le champ de force de gravitation terrestre. **Par la suite vous désignerez cette valeur par E_0** .

3) Calculez la valeur du moment cinétique en O de l'astéroïde. **Par la suite vous désignerez cette valeur par σ_0** .

4) Que peut-on dire de la vitesse radiale de X au passage en X_1 ? En déduire la valeur de l'angle entre les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{OX}_1$.

5) En utilisant les résultats des quatre questions précédentes, trouvez une relation liant ρ_1 , E_0 , σ_0 , les masses et la constante de gravitation **G**.

6) En déduire la valeur de la distance minimale d'approche ρ_1 . La Terre risque-t-elle un cataclysme ?

B) Deuxième partie : équation de la trajectoire, position de X_1. [6 pts]

La forme générale de l'équation de la trajectoire de X en coordonnées polaires est donnée par : $\rho = \dfrac{P}{1 + e\cos\varphi}$

1) Exprimez les composantes en coordonnées polaires de la vitesse à $\mathbf{t_0}$, en fonction de $\mathbf{v_0}$, **h** et $\boldsymbol{\rho_0}$.

2) Rappelez l'expression du moment cinétique en coordonnées polaires.

En utilisant la valeur de la vitesse radiale à $\mathbf{t_0}$, trouvez une relation reliant le paramètre **P** de la trajectoire, son excentricité **e**, et $\boldsymbol{\varphi_0}$.

On posera, pour la suite $\mathbf{K} = \dfrac{\sigma_0\rho_0}{mv_0\sqrt{\rho_0^2 - h^2}}$. Réécrire la relation trouvée ci-dessus à l'aide de **K**.

3) Sachant que l'angle $\boldsymbol{\varphi_1}$ dans la position X_1 vaut 0 , trouvez une relation reliant **P** et **e** .

En utilisant la valeur de ρ à $\mathbf{t_0}$, trouvez une autre relation entre **P**, **e** et $\boldsymbol{\varphi_0}$.

4) On pose $\boldsymbol{\alpha = \rho_1 / \rho_0}$ et $\boldsymbol{\beta = K/ \rho_0}$. Exprimez $\cos\varphi_0$ et $\sin\varphi_0$ en fonction de α et β . En déduire l'expression de l'excentricité **e** en fonction de α et β . On ne demande pas le calcul numérique de e.

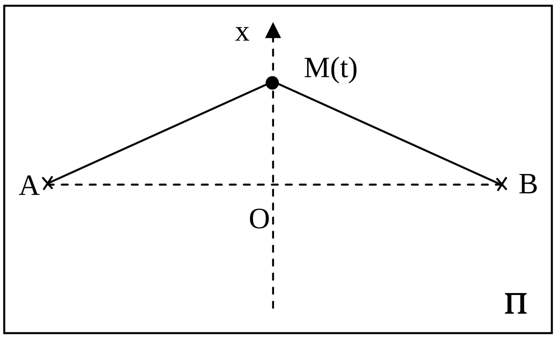
5) On trouve e= 1,06. Quelle est la nature de la trajectoire de **X ?**

6) Déduire des questions précédentes la valeur de l'angle ($\overrightarrow{OX_0}$, $\overrightarrow{OX_1}$) . Faire un dessin de la trajectoire en y figurant les positions X_0 et X_1 .

Problème 2 : Oscillations amorties [7 pts]

Un petit bloc **M** assimilable à un point matériel de masse **m** est accroché à deux ressorts de même longueur à vide l_v et de même raideur **k** dont les autres extrémités sont respectivement fixées en A et B (voir figure ci-contre).
M peut glisser sur une table plane horizontale **Π** recouverte d'une couche d'huile.

On choisit de modéliser la force de frottement subie par **M** par une force $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, où $\vec{v}$ désigne la vitesse de **M** par rapport au laboratoire
et α est un coefficient que l'on souhaite déterminer.



Vue depuis un point situé au-dessus de la table

On écarte **M** de sa position d'équilibre en le faisant glisser sur la table, le long de la médiatrice de AB, jusqu'à une position $\mathbf{M_0}$: $OM_0 = x_0 > 0$.
On lâche alors M sans vitesse initiale. M oscille alors sur la médiatrice de AB.

Valeurs numériques : m = 200 g , g = 10 ms^{-2} , k = 10 N/m, l_v = 5 cm, AB = 1 m, x_0 = 20 cm.

On admettra que l_v est négligeable devant AB.

1) Représentez sur un ou deux schémas toutes les forces exercées sur M.

2) Ecrire la relation vectorielle reliant les forces et l'accélération de M.

3) Montrez que la valeur algébrique, sur l'axe $O\vec{x}$, de la force élastique agissant sur M peut s'écrire (**- 2 kx**).

4) Que vaudrait la période des oscillations T_0 si la force de frottement était négligeable ?

5) Trouvez l'équation différentielle du mouvement de M en tenant compte de la force de frottement $\vec{f}$.

6) On constate que M oscille avec un mouvement oscillatoire amorti. Exprimez la fonction **x(t)** décrivant le mouvement de M pour les conditions initiales données, en utilisant le paramètre α .

7) L'amplitude est divisée par 3 au bout de 11 s. En déduire une estimation de α .

------------------------------------ FIN ------------------------------------