UNIVERSITE BORDEAUX 1 Sciences Technologies	Année 2001-2002	jeudi 4 avril 2002
	Gu : MIAS2	UE : MIAS202
	DS de Mécanique	Durée : 1h 20
	Documents non autorisés	
Département de formation Premier cycle	Epreuve de M. AICHE	

<u>Il sera tenu compte de la présentation</u>

Exercice I

Dans un repère orthonormé R(O, $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$), l'étude du mouvement d'un mobile M supposé ponctuel, conduit aux expressions suivantes pour le vecteur vitesse et l'accélération en coordonnées cylindriques :

$$\vec{v} = \mathrm{a}\alpha\,\mathrm{t}\,\vec{\mathrm{e}}_\theta$$

$$\vec{\gamma} = \mathrm{a}\alpha\,\vec{\mathrm{e}}_\theta - a\alpha^2 t^2 \vec{e}_\rho$$

où a et α sont des constantes positives et t le temps.

1) Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération.
2) Déterminer l'expression des vecteurs unitaires de la base de Frenet $\vec{u}_t$ *et* $\vec{u}_n$ en fonction de ceux de la base cylindrique.
3) Calculer le rayon de courbure R_c.
4) Déterminer l'expression de θ en fonction de α et t. (On prendra θ=0 pour t =0)
5) En déduire l'expression du vecteur position $\vec{OM}$.
6) Calculer en fonction de θ, l'angle ϕ que fait à chaque instant le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ avec le vecteur $\vec{OM}$.
7) Quelle est la nature du mouvement ? Quelle est la nature de la trajectoire ? La trajectoire est-elle plane ?

Exercice II

On considère un repère orthonormé R (O, $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$), dans lequel on défini un cercle (*C*) passant par O et centré en H sur l'axe Ox (Figure 1), par l'intersection du plan (xOy) avec un cylindre de rayon R et d'axe parallèle à Oz.

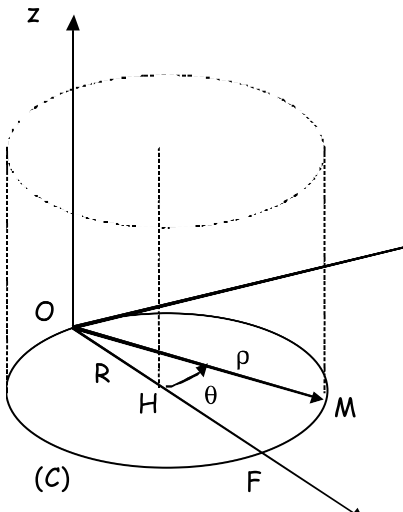

Figure 1

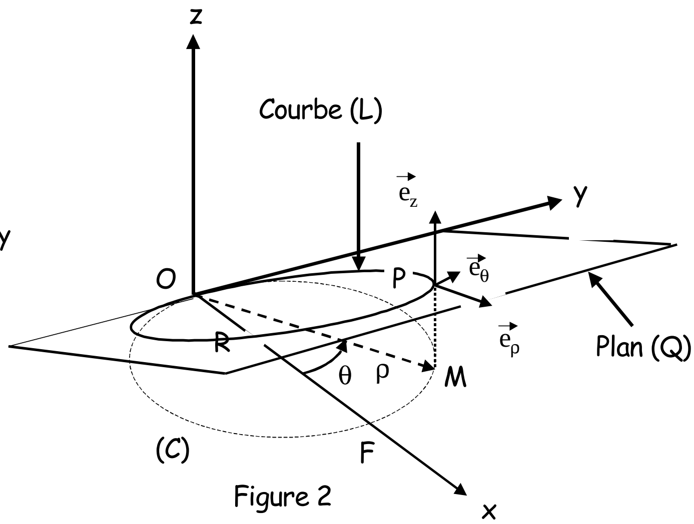

Figure 2

1) Montrer que l' équation du cercle (*C*) en coordonnées (ρ,θ) se met sous la forme $\rho = 2R \cos \theta$.
2) Soit M un point sur la circonférence et F le point d'intersection du cercle avec l'axe Ox. Montrer que les droites passant par les points (O,M) et (M,F) sont perpendiculaires. (*On pourra utiliser le produit scalaire)*

On considère maintenant un plan (Q) contenant l'axe Oy, et incliné d'un angle ϕ par rapport au plan (xOy), tel que $\mathrm{tg}\phi = a$. L'équation de (Q) en coordonnées cylindriques est :

$$Z = a\, \rho \cos \theta$$

On défini alors la courbe (L), par l'intersection du cylindre précédent avec le plan (Q) (Figure 2) . Cette courbe est une ellipse.

On se propose d'étudier dans le repère local R_l ($P, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$) le mouvement du point P décrivant la courbe (L) avec l' équation horaire $\theta = \omega\, t$.

3) Déterminer <u>explicitement</u> en fonction du temps les expressions de la vitesse $\vec{V}_P$ et de l'accélération $\vec{\gamma}_P$ du point P, ainsi que le vecteur unitaire $\vec{u}_t$ tangent à la courbe (L).
4) Les points P_0 et P_1 sont respectivement définis comme les positions particulières de P pour $\theta_0 = \omega\, t = 0$ et $\theta_1 = \omega\, t = \pi/4$.

Déterminer, en ces points particuliers, les grandeurs $\vec{V}_P$ et $\vec{\gamma}_P$ ainsi que l'accélération tangentielle $\vec{\gamma}_t$, et l'accélération normale $\vec{\gamma}_n$, la normale principale $\vec{u}_n$ du trièdre de Frenet, et le rayon de courbure R_c en fonction de R et a.