

Vous devez respecter les notations de l'énoncé et préciser pour chaque réponse, le numéro de la question posée.

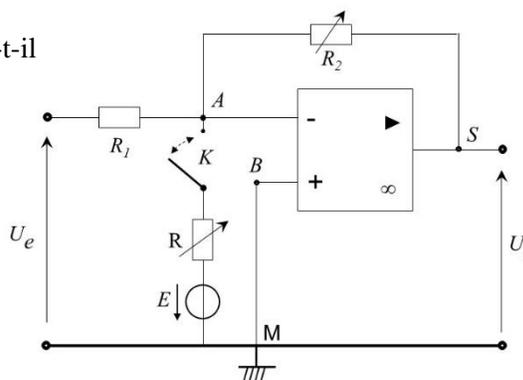
**Exercice 1** (Amplificateur opérationnel) (5.5 points)

On étudie le circuit de la figure ci-contre, comprenant une résistance  $R_1 = 580\Omega$ , deux résistances variables  $R_2$  et  $R$  dont on aura à déterminer les valeurs, un générateur de tension continue  $E = 14V$ , un interrupteur  $K$  et un amplificateur opérationnel (A.O) idéal, alimenté par deux tensions  $-V_{cc}$  et  $+V_{cc}$ , avec  $V_{cc} = 15V$ .

- a) Rappeler à quelles conditions, l'A.O fonctionne-t-il en régime linéaire ?

Rép : 0.5pt

- la tension de sortie soit comprise entre  $+V_{cc}$  et  $-V_{cc}$
- présence d'une contre-réaction négative
- la tension de sortie  $U_s = A U_e$  avec  $A$  le coefficient d'amplification constant.



- b) L'interrupteur  $K$  étant ouvert, établir la relation littérale qui lie la tension de sortie  $U_s$  à la tension d'entrée  $U_e$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .

Rép : Méthode des nœuds. Au nœud A :  $\frac{U_e + U_{MA}}{R_1} + \frac{U_{SA}}{R_2} + i^- = 0$

AO est idéal  $\Rightarrow i^- = 0$  et  $V_A = V_B = 0V$

Donc :  $\frac{U_e}{R_1} + \frac{U_s}{R_2} = 0 \Rightarrow U_s = -\frac{R_2}{R_1} U_e$  1 pt

- c) La tension  $U_e$  est générée par une électrode qui permet de mesurer le  $pH$  d'une solution. Cette dépendance en fonction du  $pH$  est linéaire et a pour expression :

$$U_e = -0,058 \cdot pH + 0,406 V \quad \text{avec } 0 \leq pH \leq 14$$

- d) En déduire l'expression de la tension  $U_s$  en fonction de  $pH$  et de la résistance variable  $R_2$ .

Rép :

$$U_s = -\frac{R_2}{R_1} (-0,058 \cdot pH + 0,406) \quad 0.5pt$$

- e) Dans cette expression de la forme  $U_s = a \cdot pH + b$ , le coefficient  $a$ , représente la pente  $\frac{\Delta U_s}{\Delta pH}$ . Calculer la valeur à donner à  $R_2$  pour que la tension  $U_s$  varie de 0,1 V lorsque le  $pH$  varie d'une unité.

Rép : par identification avec l'équation de  $U_s$  :  $a = \frac{R_2}{R_1} 0,058 = \frac{\Delta U_s}{\Delta pH} = \frac{0,1}{1} = 0,1$

D'où  $R_2 = \frac{a}{0,058} R_1 = \frac{0,1}{0,058} \cdot 580 = 1 k\Omega$  1 pt

- f) On ferme maintenant l'interrupteur K, donner la nouvelle expression de la tension de sortie  $U_S$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $E$  et  $R$ .

Rép : Méthode des nœuds. Au nœud A :  $\frac{U_e + U_{MA}}{R_1} + \frac{U_{SA}}{R_2} + \frac{-E + U_{MA}}{R} + i^- = 0$

En appliquant AO idéal :  $\frac{U_e}{R_1} + \frac{U_S}{R_2} + \frac{-E}{R} = 0 \Rightarrow \frac{U_S}{R_2} = \frac{E}{R} - \frac{U_e}{R_1} \Rightarrow U_S = R_2 \left( \frac{E}{R} - \frac{U_e}{R_1} \right)$  1 pt

- g) Calculer la valeur à donner à  $R$  pour que la tension de sortie  $U_S = 0,7$  V pour  $pH = 7$ .

Rép :  $\frac{U_e}{R_1} + \frac{U_S}{R_2} = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{\left(\frac{U_e}{R_1} + \frac{U_S}{R_2}\right)}$  Appli. Num. :  $R = \frac{14}{\left(\frac{-0.058 \cdot 7 + 0.406 + 0.7}{0.58} + 1\right)} = 20 \text{ k}\Omega$  0.5pt

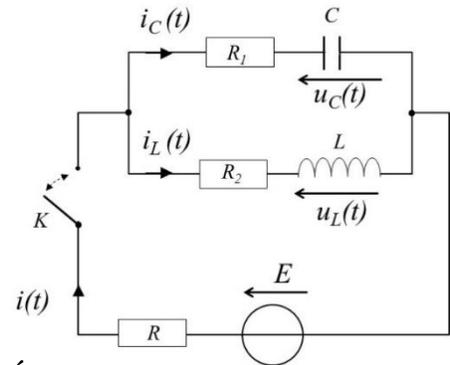
- h) Donner la relation entre  $U_S$  et  $pH$ . Donner la valeur du  $pH$  pour  $U_S = 0,34$  V

$$U_S = R_2 \left( \frac{E}{R} - \frac{U_e}{R_1} \right) = 1 \text{ k}\Omega \left( \frac{14}{20} - \frac{-0.058 \cdot pH + 0.406}{0.580} \right) = 0.7 + 0.1 \cdot pH - 0.7 = 0.1 \cdot pH$$

D'où  $U_S = 0.1 \cdot pH$  0.5pt Application pour  $U_S = 0.34$  V on a un  $pH = 3,4$  0.5pt

### Exercice 2 (Régime transitoire) (5 points)

On considère le circuit ci-contre comprenant un générateur de tension continue  $E$  de résistance interne  $R$  relié à travers un interrupteur  $K$  à deux branches montées en dérivation, comprenant les dipôles  $(R_1, C)$  et  $(R_2, L)$ . Les courants  $i(t)$ ,  $i_C(t)$ ,  $i_L(t)$  s'établissent dans le circuit lorsqu'à  $t=0$  on ferme l'interrupteur  $K$ . Le condensateur  $C$  est initialement déchargé. On notera  $t = 0^-$  l'instant précédent immédiatement la fermeture de  $K$  et  $t = 0^+$  l'instant suivant immédiatement la fermeture de  $K$ .



Remplir le **Tableau 1** de la feuille jointe en annexe en **justifiant les réponses**.

### Exercice 3 (Régime variable) (9.5 points)

On considère le montage de la figure 1, alimenté par une source de tension alternative sinusoïdale  $e(t)$ , placée entre les bornes A et B du circuit. La fréquence du générateur est réglée de sorte que la pulsation  $\omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ . Les capacités des condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  sont égales à  $12,5 \text{ mF}$  et  $25 \text{ mF}$  respectivement. On donne  $R_1 = \frac{8}{3} \Omega$  et  $R_2 = 12 \Omega$ .

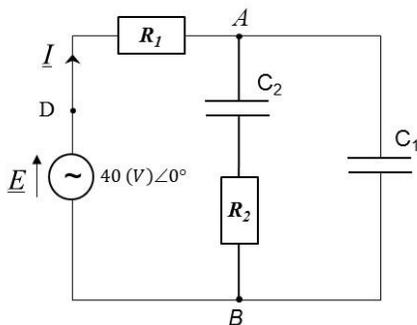


Figure 1

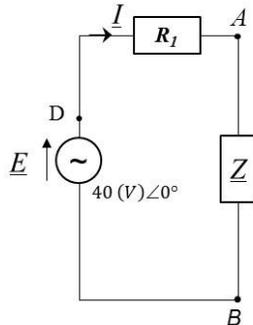


Figure 2

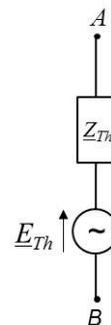


Figure 3

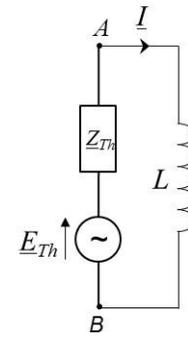


Figure 4

- 1°- On considère le circuit de la **Figure 1**. Ecrire l'expression temporelle de  $e(t) = u_{DB}(t)$ .

Quelle est l'amplitude efficace complexe  $\underline{E}$  qui lui est associée, sous la forme cartésienne  $a+jb$  ?

Rép :  $e(t) = 40\sqrt{2} \cos(10t)$  0.5pt  $\underline{E} = 40$  0.5pt

2° Calculer les impédances complexes  $\underline{Z}_1$  et  $\underline{Z}_2$  associées aux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$ .

Rép :  $\underline{Z}_1 = -\frac{j}{C_1\omega} = -\frac{j}{12.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = -8j$  0.5pt       $\underline{Z}_2 = -\frac{j}{C_2\omega} = -\frac{j}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = -4j$  0.5pt

3°- On simplifie le circuit de départ pour obtenir celui de la **Figure 2**.

a) Calculer l'impédance complexe  $\underline{Z}$  de la **Figure 2** (sous la forme cartésienne a+jb).

Rép :  $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{R2}} \Rightarrow \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{R2})}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{R2}} = \frac{-8j \cdot (-4j + 12)}{12 - 12j} = -\frac{8(1+3j)}{3(1-j)} = -\frac{8(1+3j)(1+j)}{3 \cdot 2} = \frac{8}{3}(1-2j)$

$$\underline{Z} = \frac{8}{3}(1-2j) \quad 1 \text{ pt}$$

b) En déduire :

- l'expression de l'amplitude efficace complexe  $\underline{I}$  et temporelle  $i(t)$  du courant délivré par le générateur

Rép : Dans la maille :

$$\underline{E} - \underline{R}_1 \cdot \underline{I} - \underline{Z} \cdot \underline{I} = 0 \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{R}_1 + \underline{Z}} = \frac{40}{\frac{8}{3} + \frac{8}{3}(1-2j)} = \frac{15 \cdot (1+j)}{4} \quad 0.5 \text{ pt}$$

0.5 pt  $\underline{I} = \frac{15}{4}(1+j) \Rightarrow |\underline{I}| = \frac{15 \cdot \sqrt{2}}{4}$  et  $\varphi_I = \text{atan}\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{\pi}{4}$  d'où  $i(t) = \frac{15 \cdot \sqrt{2}}{4} \sqrt{2} \cos\left(10t + \frac{\pi}{4}\right)$  0.5 pt

- l'expression de l'amplitude efficace complexe  $\underline{U}_{AB}$  et temporelle  $u_{AB}(t)$  de la tension entre A et B.

Rép :

$$\underline{U}_{AB} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = \frac{8}{3}(1-2j) \cdot \frac{15}{4}(1+j) = 10(3-j) \quad \text{d'où} \quad \underline{U}_{AB} = 10(3-j) \quad 0.5 \text{ pt}$$

$$|\underline{U}_{AB}| = 10\sqrt{10} ; \varphi_U = \text{atan}\left(-\frac{1}{3}\right) = -18.4^\circ \quad \text{d'où} \quad u_{AB}(t) = 10\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{18.4\pi}{180}\right) \quad 0.5 \text{ pt}$$

4°- Trouver le générateur de tension sinusoïdale de Thévenin (**Figure 3**) équivalent à l'ensemble du circuit de la **Figure 1**, entre les points A et B. Montrer que  $\underline{E}_{Th} = 10(3-j)$  et  $\underline{Z}_{Th} = \frac{2}{3}(3-j)$ .

Rép : entre A et B la tension du générateur de Thévenin est égale à la tension entre A et B :

0.5 pt  $\underline{E}_{Th} = \underline{U}_{AB} = 10(3-j)$  et  $\underline{Z}_{Th} = \underline{Z}_{AB} = \frac{\underline{Z}}{R1} = \frac{\frac{8}{3}(1-2j) \cdot \frac{8}{3}}{\frac{8}{3}(2-2j)} = \frac{4}{3} \cdot \frac{(1-2j) \cdot (1+j)}{2} = \frac{2}{3}(3-j) \quad 1 \text{ pt}$

5°- On branche entre les bornes A et B du générateur de Thévenin une bobine L. Quelle valeur faut-il donner à l'inductance L pour que l'impédance équivalente du circuit devienne résistive ? Calculer dans ces conditions la valeur efficace du courant  $i(t)$  débité par le générateur de Thévenin de valeur efficace  $E_{Th}$ . Donner l'expression temporelle du courant  $i(t)$ .

Rép : Soit  $\underline{Z}_L$  l'impédance de la bobine :  $\underline{Z}_L = jL\omega = j10L$  0.25 pt

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_{Th} + \underline{Z}_L \Rightarrow \underline{Z}_e = \frac{2}{3}(3-j) + j10L = 2 + j\left(10L - \frac{2}{3}\right) \quad 0.25 \text{ pt}$$

Pour que  $\underline{Z}_e$  soit résistive il faut que la partie réactive de l'impédance (imaginaire) soit nulle :

Il faut que :

$$\left(10L - \frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow L = \frac{1}{15} \text{ Henry} \quad 0.25 \text{ pt}$$

$\underline{E}_{Th} = \underline{Z}_e \cdot \underline{I} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E}_{Th}}{\underline{Z}_e} = \frac{10(3-j)}{2} = 5(3-j)$  d'où  $I = |\underline{I}| = 5\sqrt{10}$  et  $\varphi_I = \text{atan}\left(-\frac{1}{3}\right) \approx -18.4^\circ$

0.5 pt

0.5 pt

Et donc :  $i(t) = 5\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{18.4\pi}{180}\right)$  **0.25 pt**

**Question bonus (1 point)**

Retrouver l'expression de la tension  $\underline{U}_{AB}$  en utilisant la "méthode des nœuds" appliquée au montage de la **Figure 1**).

Rép : Au nœud A :

$$\frac{E + \underline{U}_{BA}}{Z_{R1}} + \frac{\underline{U}_{BA}}{Z_1} + \frac{\underline{U}_{BA}}{Z_2 + Z_{R2}} = 0 \Rightarrow \frac{E}{Z_{R1}} = \underline{U}_{AB} \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2 + Z_{R2}} + \frac{1}{Z_{R1}} \right) \Rightarrow \frac{E}{8/3} = \underline{U}_{AB} \left( \frac{1}{-8j} + \frac{1}{-4j + 12} + \frac{1}{8/3} \right)$$

$$\frac{3E}{2} = \underline{U}_{AB} \left( \frac{j}{2} + \frac{3+j}{10} + \frac{3}{2} \right) \Rightarrow 15 \cdot 40 = \underline{U}_{AB} (6j + 18) \Rightarrow \underline{U}_{AB} = \frac{100 \cdot (3 - j)}{10}$$

**D'où**  $\underline{U}_{AB} = 10 \cdot (3 - j)$

**FIN**

**Annexe** à détacher et à joindre à votre copie

Nom	
Prénom	
Groupe	

**Exercice 2** (Tableau 1 : Remplir le tableau ci-dessous en **justifiant les réponses**)

	$t = 0^-$	$t = 0^+$	Régime permanent ( $t \rightarrow +\infty$ )
<b>0.75 pt</b> $i_L(t)$	0	0	$\frac{E}{R_2 + R}$
<b>0.75 pt</b> $i_C(t)$	0	$\frac{E}{R_1 + R}$	0
<b>0.75 pt</b> $i(t)$	0	$\frac{E}{R_1 + R}$	$\frac{E}{R_2 + R}$
<b>0.75 pt</b> $u_C(t)$	0	0	$\frac{R_2}{R_2 + R} E$
<b>0.75 pt</b> $u_L(t)$	0	$\frac{R_1}{R_1 + R} E$	0

Justifications des réponses :

$t = 0^-$

Aucun courant, aucune tension dans le montage. Le condensateur est non chargé.

**0.25 pt**

$t = 0^+$

Condensateur se comporte en interrupteur fermé – continuité de la tension  $u(0^+) = u(0^-)$

Bobine se comporte en interrupteur ouvert – continuité du courant  $i(0^+) = i(0^-)$

**0.5 pt**

$t \rightarrow +\infty$

Condensateur se comporte en interrupteur ouvert – courant  $i_C$  nul

Bobine se comporte en interrupteur fermé – tension  $u_L$  nulle

**0.5 pt**