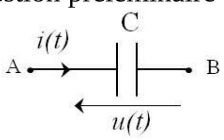
université de BORDEAUX	*ANNEE UNIVERSITAIRE 2016 / 2017* ***DST** DE PRINTEMPS* **PARCOURS / ETAPE : *CP200MPC*** **Code UE :** 4TBX208U **Epreuve :** *Electrocinétique 2* **Date :** *31 mars 2017* **Heure :** *14h00* **Durée :** *1h30* **Documents :** *non autorisés* **Epreuve de M/Mme :** *M. Aïche et D. Mondieig*	**Collège Sciences et technologies**

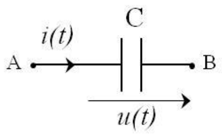
Il est conseillé de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Vous devez respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Exercice 1 (Régime transitoire)

1° Question préléminaire

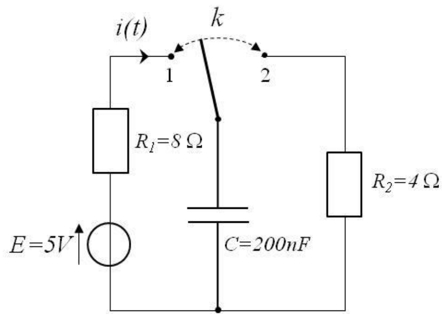
a) 

b) 

Donner sans démonstation la loi reliant la tension *u(t)* aux bornes d'un condensateur *C* parcouru par un courant *i(t)* dans les deux cas a) et b).

$a)\ i(t) = \frac{du}{dt}$ $\qquad b)\ \ i(t) = -\frac{du}{dt}$

On considère le circuit ci-contre comprenant un générateur de tension continue ***E***, deux résistances R_1 et R_2, et un interrupteur ***k*** à deux positions, permettant de relier la branche contenant un condensateur ***C***, à la position ***1*** ou à la position ***2***.



2° Le condensateur ***C*** étant déchargé, on bascule ***k*** sur la position ***1*** à un instant ***t*** que l'on prendra comme origine des temps (***t=0***). En utilisant la méthode des mailles, établir que la tension ***u(t)*** aux bornes du condensateur est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_1}u(t) = B_1$$

On précisera les expressions de τ_1 et B_1 en fonction de ***E***, R_1 et ***C***.

$E - R_1 i(t) - u(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad E - R_1 C\frac{du}{dt} - u(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{du}{dt} + \frac{1}{R_1 C}u(t) = \frac{E}{R_1 C}$

Par identification : $\tau_1 = \frac{1}{R_1 C} \quad et \quad B_1 = \frac{E}{R_1 C} = \frac{E}{\tau_1}$

3° Résoudre l'équation différentielle et donner l'expression de ***u(t)*** en respectant les conditions initiales.

Solution générale (SSM + sol. Particulière) : $u(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + E$

Condensateur déchargé à t=0-. Par continuité de la charge du condensateur, on a :

u(t=0⁻) = u(t=0⁺) = u(t=0) = 0 = A+E donc A=-E d'où : $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$

4° Quelle est la valeur limite de la tension ***u(t)*** longtemps après la fermeture de ***k*** en position 1 ?

Cela correspond à $t \to \infty$: $u_\infty = E$

5° En réutilisant le résultat de la question 3°, en déduire l'expression de la charge ***q(t)*** accumulée par le condensateur.

On sait que $q(t) = C\,u(t)$: $q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$

6° Donner l'expression littérale de la charge totale accumulée ***Q*** longtemps après la fermeture de l'interrupteur ***k*** puis la calculer numériquement en précisant l'unité.

$pour\ t \to \infty :\ Q = Cu_\infty = CE \quad App.Num:\ Q = 200\ nF \cdot 5V = 1\mu C$

7° Pour un temps infini, on dit que le condensateur est chargé à 100%, quelle est en pourcentage la charge du condensateur pour un temps $t = 5\,\tau$?

Le pourcentage en charge = $\frac{q(t)}{Q}$. $Pour\ t = 5\tau :\ \frac{q(5\tau)}{Q} = 1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = 1 - e^{-5} = 0{,}9932 = 99{,}32\%$

L'interrupteur k étant sur la position 1 depuis longtemps, on décide de le faire basculer sur la position 2 qu'on prendra de nouveau comme origine des temps ***(t=0)***.

8° En utilisant la méthode des mailles, établir que la tension ***u(t)*** aux bornes du condensateur est solution de l'équation différentielle : $\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_2}u(t) = B_2$ puis la résoudre en précisant les expressions de $\boldsymbol{\tau_2}$ et $\boldsymbol{B_2}$. Quel est le rôle du condensateur dans ce cas ?

$R_2 i(t) - u(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -R_2 C\frac{du}{dt} - u(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{du}{dt} + \frac{1}{R_2 C}u(t) = 0$

Par identification : $\tau_2 = \frac{1}{R_2 C} \quad et \quad B_2 = \frac{E}{R_1 C} = \frac{E}{\tau_1}$

Solution générale: $u(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_2}}$

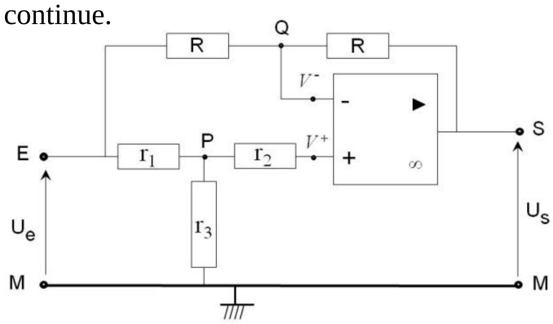
Condensateur est chargé à t=0-. Par continuité de la charge du condensateur, on a :

$u(t=0^-) = u(t=0^+) = u(t=0) = Q=CE = A$ *donc* $A=CE$ *d'où :* $u(t) = CE\ e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

En se déchargeant le condensateur joue le rôle de générateur dans le circuit.

<u>Exercice</u> 2 (Montage avec amplificateur opérationnel)

On considère le circuit ci-contre où l'amplificateur opérationnel est **supposé idéal** et fonctionne en régime linéaire. Le circuit est alimenté par une tension d'entrée ***Ue*** continue.



1) Quelle est la valeur du courant circulant dans la résistance r2 ?

En déduire l'expression du potentiel ***V*** $^+$ à l'entrée non inverseuse en fonction du potentiel ***VP*** en P.. En déduire, ensuite, l'expression de ***VP*** en fonction de la tension ***Ue*** et des résistances ***r1*** et ***r3***.

Le courant i+ qui devait circuler dans la résistance r2 est nul car l'AO est supposé idéal.

On en déduit que la ddp : Vp-V+=r2 i+=0 d'où VP=V+. En remarque que la tension Ue, r1 et r3 sont en série, on peut donc utiliser le pont diviseur :

$U_{PM} = V_P - V_M = V_P = \frac{r_3}{r_1+r_3}U_e \quad avec\ V_M = 0V$

2) Déterminer le coefficient d'amplification en tension :

A* = *US* / *Ue de ce montage.

Au nœud Q : $\frac{V_E-V_Q}{R}+\frac{V_S-V_Q}{R}+i^-=0 \quad donc\ V_E-V_S=2V_Q=2V_P=2\frac{r_3}{r_1+r_3}U_e=2\frac{r_3}{r_1+r_3}V_E$

$V_E-V_S=2\frac{r_3}{r_1+r_3}V_E \quad \Rightarrow \quad V_S=\left(2\frac{r_3}{r_1+r_3}-1\right)V_E=\left(\frac{r_3-r_1}{r_1+r_3}\right)V_E$

<u>Exercice</u> 3 (Régime sinusoïdal)

On considère le montage de la figure 1 qui est une association « R, L, C » série, constituée d'une bobine résistive (résistance ***r*** et inductance ***L***, ***r*** et ***L*** sont considérés comme deux dipôles en série), d'un condensateur de capacité C et d'un résistor de valeur R.

Cet ensemble est soumis entre A et B à la tension $e(t)=E_m\cos\omega t$. Soit $u_C(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi)$ la tension aux bornes du condensateur de capacité C.

Les données de l'énoncé sont les grandeurs : R, r, L, C, E_m, U_m, ω et φ.

<u>Remarque</u> : dans le texte de l'énoncé, les grandeurs complexes sont soulignées.

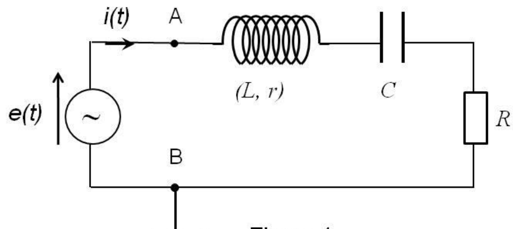


Figure 1.

1° Exprimer, en fonction de ω, la période *T* de la tension *e(t)*.

Rép : $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\ 10^{-2}=6{,}28\ 10^{-2}s$

2° Donner sans calcul, la relation entre la valeur efficace *E* du signal *e(t)* et son amplitude E_m.

Donner l'expression de l'amplitude complexe $\underline{E}$.

Rép : $E=\frac{E_m}{\sqrt{2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}\ V \quad et \quad \underline{E}=Ee^{j0}=$

$E \quad (\ e(t)\ est\ la\ tension\ de\ référence\ pour\ les\ phases)$

3° Rappeler l'expression de l'impédance $\underline{Z_C}$ complexe du condensateur et calculer son module.

Rép : $\underline{Z_C}=\frac{1}{jC\omega} \quad et \quad \left|\underline{Z_C}\right|=\left|\frac{1}{jC\omega}\right|=\frac{1}{C\omega} \quad A.N:\ \left|\underline{Z_C}\right|=\frac{1}{200\ 10^{-6}\cdot 10^2}=20\ \Omega \quad et \quad \underline{Z_C}=-20j$

4° Même question pour l'impédance complexe $\underline{Z_{AB}}$ du dipôle ***AB***.

Rép : Les dipôles sont en série avec le générateur : $\underline{Z_{AB}}=\underline{Z_L}+\underline{Z_r}+\underline{Z_R}+\underline{Z_C}$

$\underline{Z_{AB}}=(R+r)+j\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)=100(1+2j)\Omega \quad et\ \left|\underline{Z_{AB}}\right|=100\sqrt{5}\ \Omega=223{,}6\ \Omega$

5° Déterminer l'expression complexe du courant $\underline{\boldsymbol{I}}$ délivré par le générateur ***e(t)*** et préciser son module et son argument. A quelle grandeur électrique correspond le module de $\underline{\boldsymbol{I}}$?

Rép : loi des mailles : $\underline{E}-\underline{U_L}-\underline{U_R}-\underline{U_C}=0 \quad \Rightarrow \quad \underline{E}-\left(\underline{Z_L}+\underline{Z_r}+\underline{Z_R}+\underline{Z_C}\right)\underline{I}=0$

$\underline{E}-\underline{Z_{AB}}\,\underline{I}=0 \ \Rightarrow\ \underline{I}=\frac{\underline{E}}{\underline{Z_{AB}}}=\frac{5\sqrt{2}}{100\ (1+2j)}=\frac{\sqrt{2}}{100}(1-2j)\ \ et\ \left|\underline{I}\right|=\frac{|\underline{E}|}{\left|\underline{Z_{AB}}\right|}=\frac{5\sqrt{2}}{100\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{100} \ \Rightarrow\ I=31{,}62\ mA$

$\varphi_I=atan\left(\frac{-2}{1}\right)=-63{,}43°$

6° En déduire l'expression de l'amplitude efficace complexe de la tension aux bornes du condensateur ***C*** et préciser la phase ***φ***.

Rép : $\underline{U_C}=\underline{Z_C}\,\underline{I}=-20j\cdot\frac{\sqrt{2}}{100}(1-2j)=\frac{\sqrt{2}}{5}(-2-j) \quad \Rightarrow U=\left|\underline{U_C}\right|=\frac{\sqrt{10}}{5}=0{,}632\ V$

$\underline{U_C}=\left|\underline{U_C}\right|(cos\varphi+jsin\varphi)=\frac{\sqrt{2}}{5}(-2-j)=\frac{\sqrt{10}}{5}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}-j\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\Rightarrow cos\varphi=-\frac{2}{\sqrt{5}}\ ,sin\varphi=-\frac{1}{\sqrt{5}}\ et\ \varphi=\mathrm{atan}\left(\frac{1}{2}\right)$

Deux solutions : $\varphi=26{,}56°\ \ ou\ bien\ \varphi=206{,}56°\ ou\ \varphi=-153{,}44°$

La valeur de 26,56° ne donne pas un cosinus et un sinus négatif. On prendra comme valeur la plus
petite des deux soit -153,44°

8° En déduire l'expression de $\boldsymbol{U_m}$. Calculer $\boldsymbol{U_m}$.

Rép : $U_m=U\sqrt{2}. \qquad U_m=\frac{\sqrt{10}}{5}\cdot\sqrt{2}=2\frac{\sqrt{5}}{5}=0{,}894\ V$

9° Déterminer, l'expression temporelle de $\boldsymbol{u_C(t)}$.

Rép : $u_c(t) = 2\frac{\sqrt{5}}{5}\ cos\left(100\,t - \frac{153,44\pi}{180}\right) = 0,894\cos(100\,t - 2,677)\,V$

Données : $E_m = 10\,V$; $\omega = 10^2\,rad\,s^{-1}$; $L = 2,2\,H$; $C = 500\,\mu F$; $R = 98\Omega$; $r = 2\Omega$