ELECTROCINETIQUE II

Classes préparatoires et 1er cycle
de l' Enseignement Supérieur

M. AICHE
e-mail: mourad.aiche@u-bordeaux.fr

Documents téléchargeables à l'adresse url :

ftp://www.cenbg.in2p3.fr/hshd/CPBx/Semestre_2
ou
ftp://ftp.cenbg.in2p3.fr/hshd/CPBx/Semestre_2

1

CP200A

7 CMx (série A)
7 TDs (A1 & A2)
2 TPs (A1 & A2 & A3)

	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Cours	27/01	03/02	10/02		24/02	03/03	10/03	17/03	
TD		05/02	12/02		26/02	05/03	12/03	19/03	26/03

	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
TP	06/04	13/04		27/04	04/05	11/05	18/05

Contrôle (DS) S15 - 12/04/2021 - 15:30-17:00 – B6/Amphithéâtre

2

Semestre 2 (7 CM + 7 TD)

3 - CIRCUITS ELECTRIQUES EN REGIME TRANSITOIRE

1- Introduction générale.
2- Régime transitoire dans des circuits du 1er ordre.
3- Régime transitoire dans des circuits du 2^{e} ordre.

4- L' Amplificateur Opérationnel (A.O.)

1- Généralité sur l'A.O.
1-1 Caractéristique de l'AO de gain fini
1-2 L'A.O. réel et l' A.O. idéal
1-3 Les deux régime de l' A.O. idéal

2- L'A.O.I en régime linéaire
2-1 L'amplificateur non inverseur
2-2 L'amplificateur inverseur
2-3 L'amplificateur sommateur
2-4 L'amplificateur soustracteur
2-5 L'amplificateur suiveur

5 - CIRCUITS ELECTRIQUES EN REGIME SINUSOIDAL

1. Définitions, généralités
1.1 Grandeurs périodiques s(t)
1.2 Grandeurs sinusoïdales
1.3 Circuits en régime permanent (ou forcé) sinusoidal

2. Dipôles en regime permanent sinusoïdal
2.1 Loi d'Ohm – impédance - admittance
2.2 Impédance élémentaire
2.3 Association d'impédances complexes
2.4 Générateurs sinusoïdaux
2.5 Association dipôle actif et dipôle passif

3. Analyse de circuits en régime sinusoïdal
3.1. Généralités
3.2. Méthode des mailles – méthode des noeuds
3.3. Théorème de Thévenin et Norton

3- CIRCUITS ELECTRIQUES EN REGIME TRANSITOIRE

3.1- Introduction générale

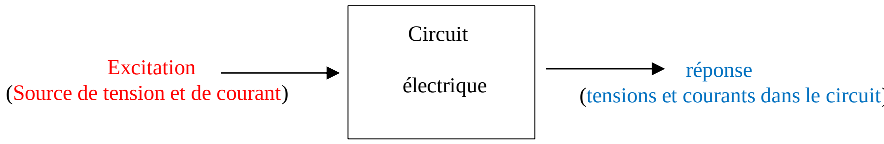
3.2- Régime transitoire dans des circuits du 1er ordre.

3.3- Régime transitoire dans des circuits du 2^{e} ordre.

3.1- Introduction générale

a) Excitation et réponse d'un circuit

Considérons un circuit électrique auquel on applique des sources de tension et de courant à un instant que l'on peut prendre comme origine des temps (t=0). Ces sources constituent l'excitation.
Les tensions et les courants induits dans les branches du circuit, constituent la réponse du circuit.



Sans excitation, le circuit est dit au repos.

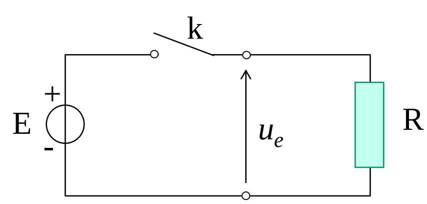
Il existe 2 types d'excitations :

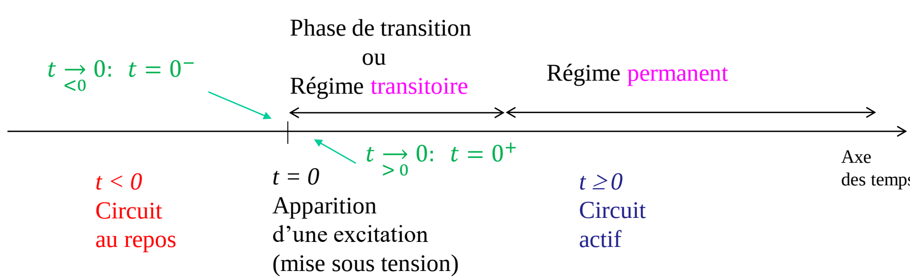
Un circuit est dit en régime continu, si l'excitation est <u>indépendante du temps.</u>
<u>Ex</u>: Tous les circuits étudiés au premier semestre, étaient en régime continu.

Un circuit est dit en régime variable, si l'excitation est <u>dépendante ou varie au cours du temps</u>.
<u>Ex</u>: prise de courant EDF (en salle de TP, à domicile)

5

b) Etablissement d'une excitation dans un circuit





La réponse d'un circuit électrique, suite à l'application d'une excitation, comprend un régime transitoire puis un régime permanent.

Durant le régime transitoire, les tensions et les courants évoluent avec le temps. Ce régime ne dure qu'un temps très bref.

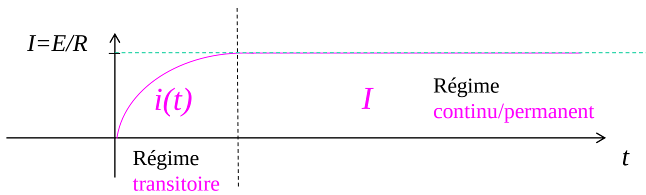
6

Lorsque le régime permanent est établi, les tensions et les courants dans le circuit n'évoluent plus au cours du temps et demeurent inchangés.

L'analyse du régime permanent consiste à déterminer la réponse d'un circuit électrique après que le régime transitoire soit terminé.

Récapitulatif

Excitation	Régime	Etude du circuit
Continue	Transitoire	Régime continu transitoire (régime transitoire)
	Permanent	Régime continu permanent (régime continu)
Variable	Transitoire	Régime variable transitoire
	Permanent	Régime variable permanent

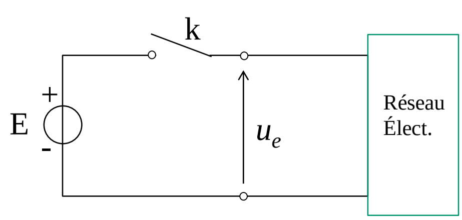


Notation

Les grandeurs électriques qui ne varient pas au court du temps sont par convention notées en lettres majuscules (E, U, I etc …)

Les grandeurs électriques qui varient au court du temps sont par convention notées en lettres minuscules (*e, u, i ou bien e(t), i(t), u(t) etc …*)

c) Modélisation d'une mise sous tension d'un réseau électrique



On ferme l'interrupteur k à t=0 :

$$\begin{cases} u_e(t) = 0 \quad pour \quad t < 0 \\ u_e(t) = E \quad pour \quad t \geq 0 \end{cases}$$

$u_e(t)$ est appelée tension échelon.

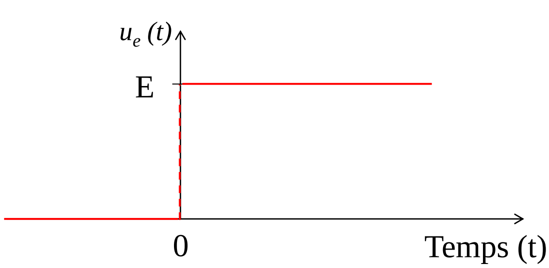
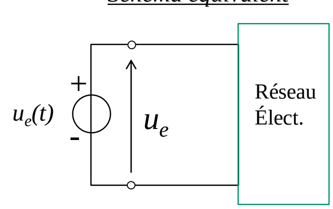
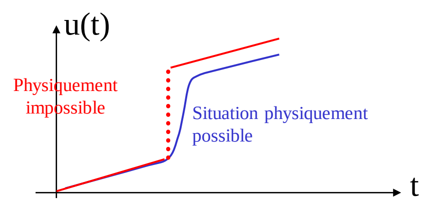


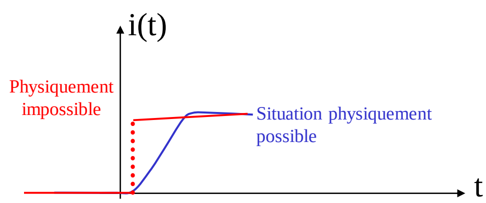
Schéma équivalent



d) Evolution continue des tensions et courants dans le réseau électrique

Les tensions est les courants réels ne peuvent présenter de discontinuité à l'instant correspondant à la fermeture de l'interrupteur k.

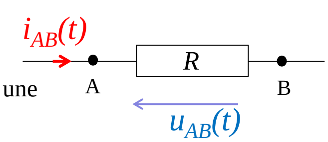




3.2- Régime transitoire dans des circuits du 1er ordre.

3.2.1- Résistor

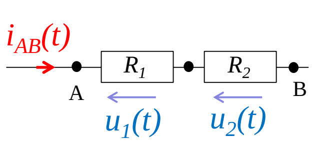
Soit un résistor de résistance R parcourue par un courant variable $i_{AB}(t)$. *Il apparait à ces bornes A et B* une différence de potentiel (ddp) $u_{AB}(t)$.



On admet qu'à chaque instant t, la loi d'Ohm est vérifiée :

$$\boxed{u_{AB}(t) = R\ i_{AB}(t)}$$

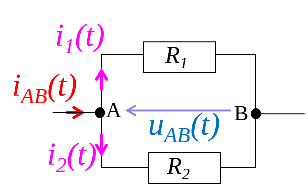
Montage en série



$$u_{AB}(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

$$u_{AB}(t) = (R_1 + R_2)\ i_{AB}(t)$$

Montage en dérivation

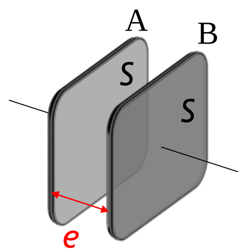


$$i_{AB}(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

3.2- Régime transitoire dans des circuits du 1er ordre.

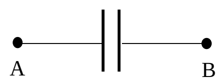
3.2.2- Condensateurs et dipôle (RC).

Un condensateur est l'ensemble formé par deux plaques métalliques planes A et B de surface S séparées par un milieu isolant (aussi appelé diélectrique) d'épaisseur e.

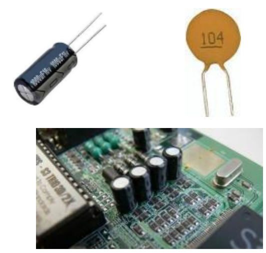


Historiquement, le premier diélectrique utilisé est l'air

Symbole électrique



Composants commercialisés



Un condensateur est caractérisé par sa capacité C, mesurée en Farad (F)

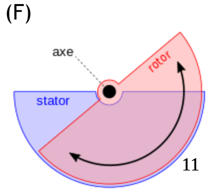
Pour un condensateur plan, sa capacité est définie comme :

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{e}$$

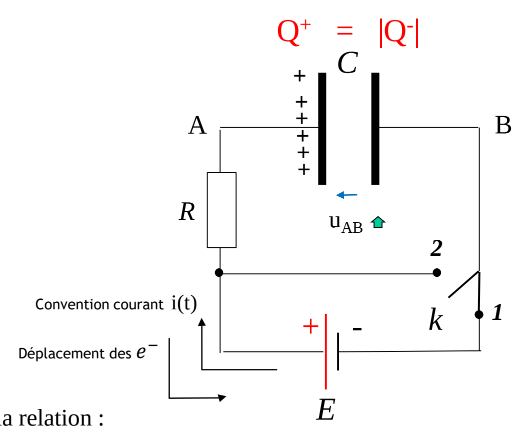
ε_0: *constante physique en électrostatique* appelée *permitivité du vide*

$Valeur \ \ \varepsilon_0 = 8{,}854\,187\,82\ 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$

Exemple : $S = 1\ cm^2 \ \ e = 0{,}25mm \Rightarrow C = 3{,}54\ pF$



Condensateur en situation de charge. Interrupteur en position 1



On admet la relation :
$Q^+ = |Q^-| = C \cdot U_{AB} = C \cdot E$

Au cours du temps on a: $q(t) = C \cdot u_{AB}(t)$ C: capacité du condensateur en Farad (F)

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = C \cdot \frac{du_{AB}(t)}{dt}$$

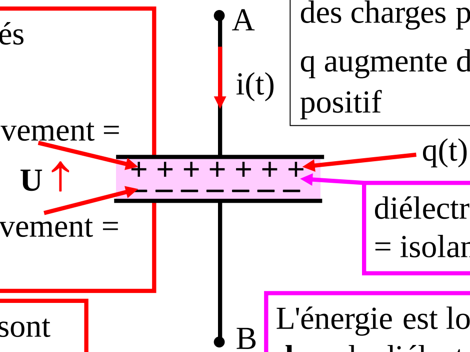
12

En résumé :

Les électrons sont chargés négativement.

électrode chargée positivement = manque d'électrons.

électrode chargée négativement = excès d'électrons.



dans ce cas i apporte des charges positives q augmente dq/dt est positif

diélectrique = isolant

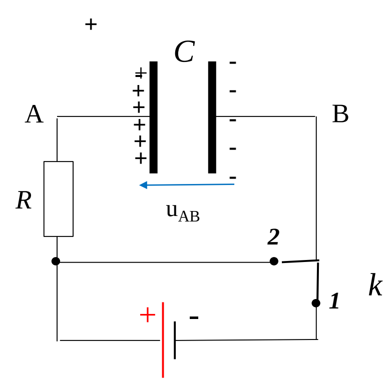
L'énergie est localisée **<u>dans</u>** le diélectrique

Les charges électriques sont localisées **<u>à la surface</u>** des conducteurs

Orientation du courant = sens de déplacement des charges **<u>positives</u>**

13

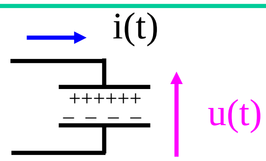
Condensateur en situation de décharge. Interrupteur en position 2



Le condensateur joue le rôle d'un générateur

14

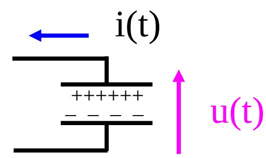
Condensateurs: Orientation et signes



Charge du condensateur:
Convention récepteur

$$i = +\frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = +C\frac{du(t)}{dt}$$



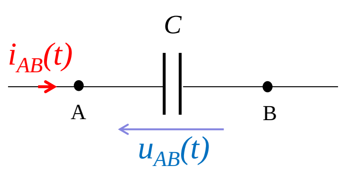
Décharge du condensateur:
Convention générateur

$$i = -\frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = -C\frac{du(t)}{dt}$$

15

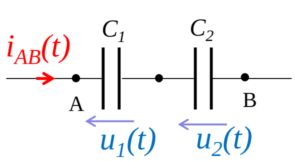
Symbole électrique



Convention de signe dipôle passif ou récepteur

$$\boxed{i_{AB}(t) = C\frac{d}{dt}u_{AB}(t)}$$

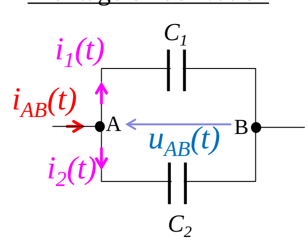
Montage en série/ équivalence



$u_{AB}(t) = u_1(t) + u_2(t)$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Montage en dérivation



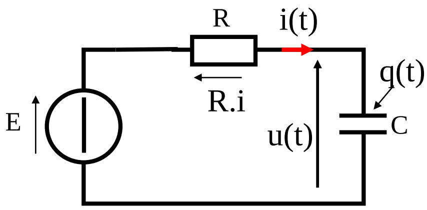
$i_{AB}(t) = i_1(t) + i_2(t)$

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$

16

Le dipôle RC: Charge du condensateur

Alimentation du circuit par un échelon de tension



à l'instant *t=0* le condensateur est déchargé *u(0)=0*, et *q(0)=0*. on ferme l'interrupteur *k* et le courant commence à passer.

Analyse du circuit:
Le circuit ne comporte qu'une seule maille.

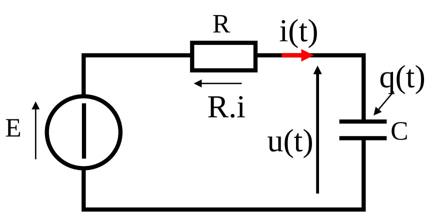
$$E - R.i - u(t) = 0$$

Dans ce cas le condensateur est le récepteur, (charge du condensateur).

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad \text{et} \quad q(t) = C \cdot u(t) \quad \text{d'où} \quad i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$

17

Le dipôle RC: Charge du condensateur



Mise en équation:

E = R.i(t) + u(t).

Nous avons trois variables: u(t), i(t), q(t) On exprime tout en fonction de l'une (au choix) de ces variables.

Écrivons cette équation en fonction de la tension u(t) :

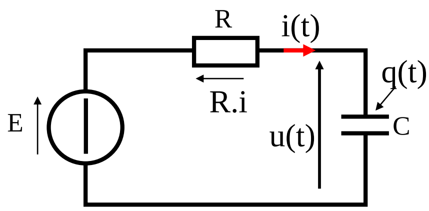
l'équation devient: $RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$

on écrit cette **équation différentielle** sous la forme: $\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u = \frac{E}{RC}$

C'est une équation différentielle du premier ordre avec second membre constant.

18

Le dipôle RC: Charge du condensateur



<u>Résolution de cette équation différentielle</u>:

Solution homogène

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u = 0 \Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{dt}{RC}$$

$$Ln(u(t)) = -\frac{t}{RC} + \text{cste}$$

$$u(t) = e^{-\frac{t}{RC}+\text{cste}} = e^{cste} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Solution particulière $\quad u=cste=E$

Solution générale : $\quad u(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + E$

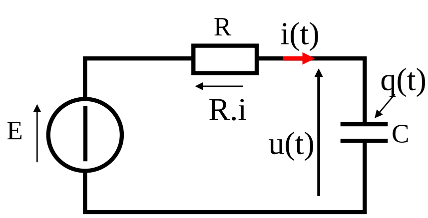
Conditions initiales : continuité de la charge électrique

$q(0^-) = q(0) = q(0^+) = 0 \quad \Rightarrow \quad u(0^-) = u(0) = u(0^+) = 0$

$$\boldsymbol{u(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

C'est donc bien une tension **<u>transitoire</u>**, qui tend rapidement vers une constante après la fermeture du circuit.

Le dipôle RC: Charge du condensateur

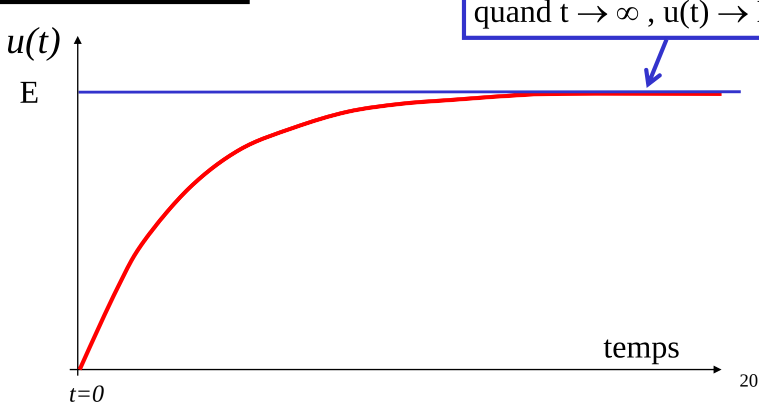


<u>La tension</u>

u(t) = E - R.i

$$\boldsymbol{u(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

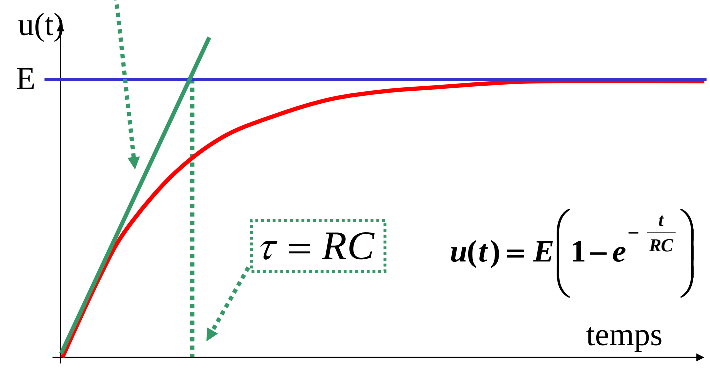
Asymptote:
quand t $\to \infty$, u(t) $\to$ E



Le dipôle RC: Charge du condensateur

Etude de la tangente à tension *u(t)*

$$\boxed{\text{pente à l'origine: } \left(\frac{du}{dt}\right)_{(t=0)} = \frac{E}{RC}}$$

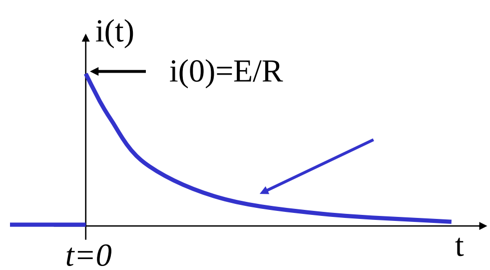


Unités: τ en seconde, R en ohm et C en Farad

Etude du courant dans le circuit

$$i(t) = C\frac{\mathrm{du(t)}}{dt} = C\frac{E}{RC}\,e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

D'après cette équation on a : $i(t=0) = \frac{E}{R}\,e^{0} = \frac{E}{R}$



Le courant traversant un condensateur présente une discontinuité à *t=0*.

Le dipôle RC: Aspect énergétique

Comment évolue l'énergie au cours d'un régime transitoire de charge de condensateur ?

Puissance p(t) = $u(t).i(t)$, Energie dW = $u(t).i.dt$

$q(t) = C\, u(t)$, ce qui donne $dq=Cdu$ et d'autre part, $dq=i.dt$.

Convention de signe : dW= $u_{AB}(t)\cdot i_{AB}(t)\cdot dt$

énergie fournie par le générateur

$$\int_0^{\infty} -E.i.dt = \int_0^{Q} -E.\frac{dq}{dt}.dt = \int_0^{Q} -E.dq = \int_0^{E} -E.C.du = -CE^2$$

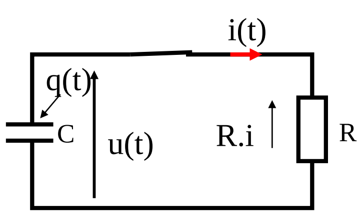
énergie stockée par le condensateur

$$\int_0^{\infty} u.i.dt = \int_0^{Q} u.\frac{dq}{dt}.dt = \int_0^{Q} u.dq = \int_0^{E} u.C.du = \frac{1}{2}CE^2$$

énergie perdue par effet Joule dans la résistance

$$\int_0^{\infty} u_R.i.dt = \int_0^{E} (E-u).C.du = C\left[\int_0^{E} E.du - \int_0^{E} u.du\right] = \frac{1}{2}CE^2$$

Le dipôle RC: Décharge du condensateur



à l'instant t=0 le condensateur est chargé u(0)≠0, il porte la charge q(0)=C.u(0)=C u_0 ; on ferme l' interrupteur k et le courant commence à passer.

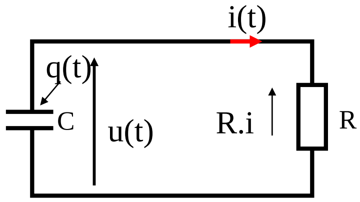
Analyse du circuit:
Le circuit ne comporte qu'une seule boucle maille.

u(t) = R.i.

Dans ce cas le condensateur est le générateur, (décharge du condensateur).

$$u(t) = \frac{q(t)}{C} \quad \text{et} \quad i(t) = -\frac{dq}{dt}$$

Le dipôle RC: Décharge du condensateur



Mise en équation:

u(t) = Ri(t)

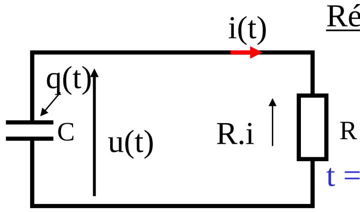
$$\frac{q(t)}{C} = R.i(t)$$

Choisissons la variable u(t).

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} \qquad u(t) = -R\frac{dq}{dt} = -RC\frac{du}{dt}$$

On écrit cette équation sous la forme: $\dfrac{du}{dt} = -\dfrac{u}{RC}$

Le dipôle RC: Décharge du condensateur

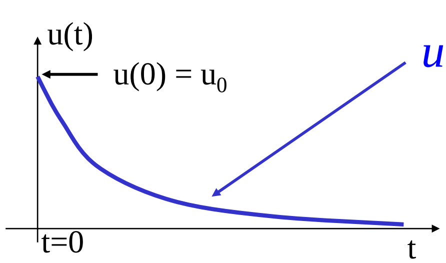


Résolution de cette équation différentielle:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{u}{RC} \qquad \frac{du}{u} = -\frac{dt}{RC}$$

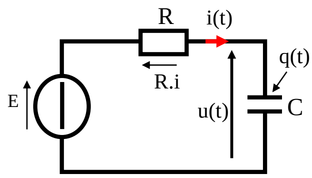
$t = 0 \Rightarrow u(0) = u_0$ $\quad \ln(u) = -\dfrac{t}{RC} + \ln(u_0)$

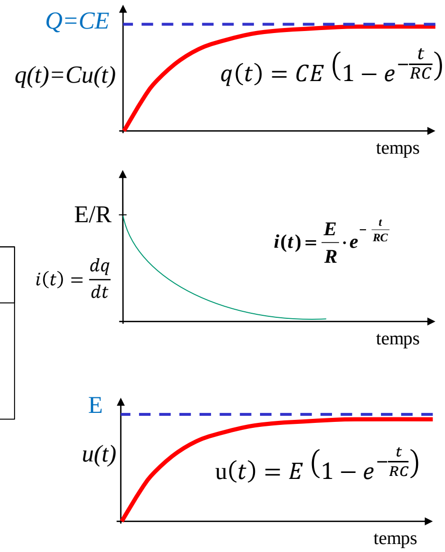
$$u(t) = u_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

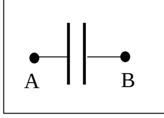
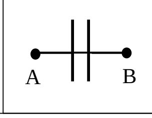
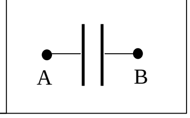


En résumé

Pour un condensateur initialement déchargé, en situation de charge on obtient :





	$t = 0^+$ *transitoire*	$t \to \infty$ *permanent*
		

Pour un condensateur initialement déchargé uniquement

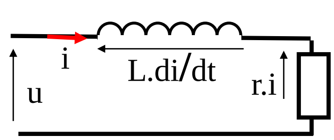
3.2.3- Inductances et dipôle (RL).

Une bobine est constitué par l'enroulement d'une grande longueur de fil conducteur. Un noyau de matériau magnétique à l'intérieur.
Une bobine traversée par un courant génère un champ magnétique.

Considérons une bobine d'inductance L orientée en convention récepteur.
Une bobine réelle présente toujours une résistance interne r.

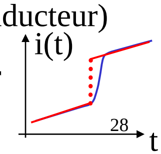
<u>Relation intensité - tension</u>:

$$u = r.i + L\frac{di}{dt}$$



En régime continu, i = cte donc L.di/dt = 0 (= fil conducteur)

<u>Relations de continuité</u>: Le courant i ne peut présenter de discontinuité, la tension ne peut être infinie.



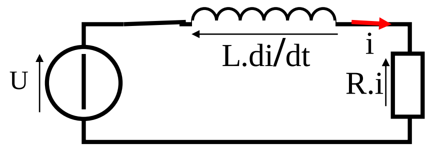
Le dipôle RL: évolution temporelle

Dipôle RL série: Alimentation par une source de tension parfaite.

<u>évolution temporelle du courant</u>

R est la résistance totale du circuit

$$U = R.i + L\frac{di}{dt}$$



à l'instant t=0, on ferme l'interrupteur k et le courant commence à passer. i(0)=0 .

$$i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

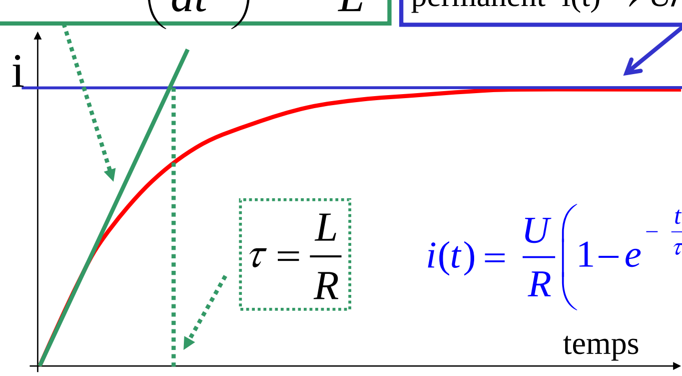
29

Le dipôle RL: évolution temporelle

$$i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

pente à l'origine: $\left(\frac{di}{dt}\right)_{(t=0)} = \frac{U}{L}$

Asymptote: en régime permanent $i(t) \rightarrow U/R$



$$\tau = \frac{L}{R}$$

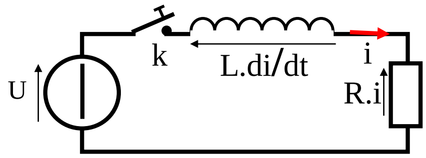
$$i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

30

<u>Unités</u>: τ en seconde, R en ohm (Ω) et L en Henry (H)

Le dipôle RL: aspect énergétique

Comment évolue l'énergie au cours d'un transitoire d'établissement du courant dans une inductance?



$$U = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$p(t) = U.i = (Ri + L\frac{di}{dt}).i$$

$$dW = p.dt = U.idt = Ri^2dt + L.i.di$$

i varie de 0 à I

$dW_L = L.i.di$

$$W_L = \int_{i=0}^{i=I} L.idi = \frac{1}{2}LI^2$$

énergie fournie par la source

effet Joule

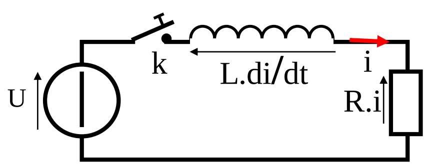
énergie stockée dans l'inductance

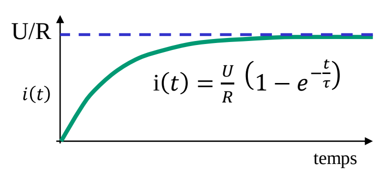
l'énergie stockée dans l'inductance est $\frac{1}{2}LI^2$

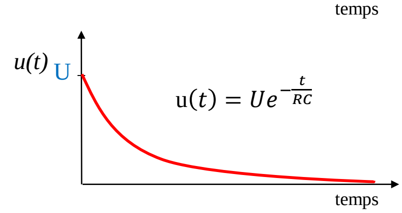
31

En résumé

En situation d'établissement du courant :





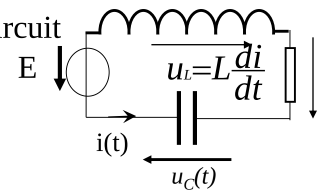


	$t = 0^+$ *transitoire*	$t \to \infty$ *permanent*
 A B	 A B	 A B

32

3.3- Régime transitoire dans des circuits du 2^e ordre. Le dipôle RLC

Analyse du circuit



$u_R = Ri \qquad i(t) = C\frac{du_C}{dt}$

$$\boxed{E - u_c - u_R - u_L = 0}$$

mise en équation (SSM) $\quad u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} = 0$

on pose $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\omega_0^2 \cdot \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0$$

on pose $RC\omega_0^2 = 2\lambda$ $\quad \boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2\lambda\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0 \text{ forme "canonique"}}$

33

Le dipôle RLC: Oscillations amorties

Solutions de cette équation $\quad \frac{d^2u}{dt^2} + 2\lambda\frac{du}{dt} + \omega_0^2 . u(t) = 0$

$r^2 \qquad r \qquad 1$

équation caractéristique $\quad r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0 \qquad \Delta = 4\left(\lambda^2 - \omega_0^2\right)$

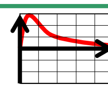
$\Delta > 0$	régime apériodique
$\Delta = 0$	régime critique
$\Delta < 0$	régime pseudo-périodique = oscillations amorties

34

Le dipôle RLC: Oscillations amorties

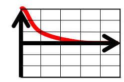
$\Delta > 0$ Régime apériodique

$$u = e^{-\lambda t}\left(Ae^{-(\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}).t} + Be^{+(\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}).t}\right)$$



$\Delta = 0$ Régime critique

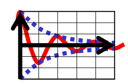
$$u = e^{-\lambda t}(At + B)$$



$\Delta < 0$ Régime pseudo-périodique = oscillations amorties

$$u = e^{-\lambda t}[A\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\ .t) + B\sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\ .t)]$$

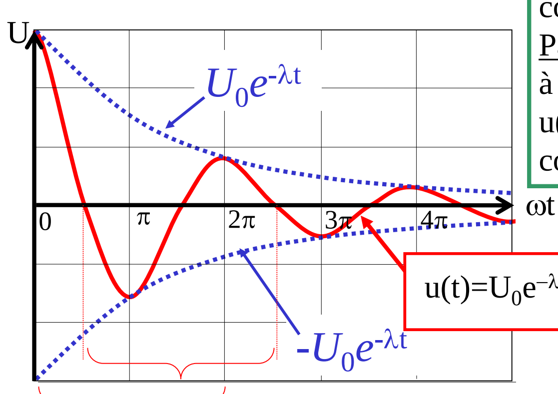
$$ou\ \ u = e^{-\lambda t}.C\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\ .t + \varphi)$$



35

Le dipôle RLC: Oscillations amorties

$$u = e^{-\lambda t}\ C\ \cos[(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2})t + \varphi\ ]$$



<u>Les conditions initiales</u> permettent de déterminer les constantes C et φ.
<u>Par exemple</u>:
à l'instant t=0, C est chargé $u(0) = U_0$. on ferme k et le courant commence à passer.

Donc $C=U_0$ et $\varphi=0$

$$u(t)=U_0e^{-\lambda t}\cos(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\ \ t)$$

$\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}$ est la pseudo-pulsation.

λ est le coefficient d'amortissement.

36

37