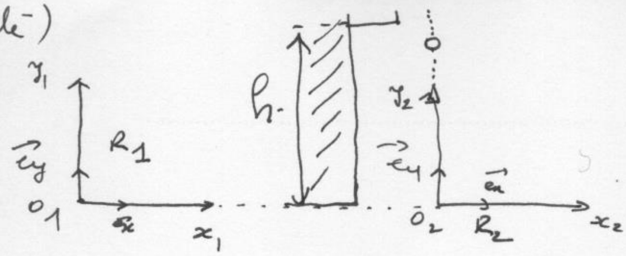
Ex 14 (suite)



Dans R_1.

$$\overrightarrow{O_1M} = x_1 \vec{e_x} + y_1 \vec{e_y}$$
$$\vec{v_1} = \dot{x}_1 \vec{e_x} + \dot{y}_1 \vec{e_y}$$
$$\vec{a_1} = \ddot{x}_1 \vec{e_x} + \ddot{y}_1 \vec{e_y}$$

Das R_2 :

$$\overrightarrow{O_2M} = x_2 \vec{e_x} + y_2 \vec{e_y}$$
$$\vec{V_2} = \dot{x}_2 \vec{e_x} + \dot{y}_2 \vec{e_y}$$
$$\vec{a_2} = \ddot{x}_2 \vec{e_x} + \ddot{y}_2 \vec{e_y}$$

Par application du PFD : $\sum \vec{f}_{app} = \vec{P} = m\vec{a_1} = m\vec{a_2}$ Dans les 2 repères galiléens..

avec $\vec{P} = m\vec{g} = \underline{-mg\vec{e_y}}$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = a_2 = -g}$$

d'autre part $\vec{V_1} = \vec{V_{21}} + \vec{V_2}$ ← vitesse relative dans R_2.

vitesse absolue ds R_1 — vitesse d'entraînement R_2 par rapport au repère R_1

cette équation donne : $\dot{x}_1 e_x + \dot{y}_1 e_y = \vec{V_{21}} + \dot{x}_2 \vec{e_x} + \dot{y}_2 \vec{e_y}$ (1)

La voiture se déplace à la vitesse $\vec{V}$ parallèlement à l'axe horizontal

d'où $\vec{V_{21}} = \vec{V} = V.\vec{e_x}$

On aboutit au système d'équation à partir de (1) :

$$\begin{array}{l} \vec{e_x} \\ \vec{e_y} \end{array} \begin{cases} \dot{x}_1 = V + \dot{x}_2 \\ \dot{y}_1 = \dot{y}_2 \end{cases}$$ m̂ vitesse ds les 2 repères.

si on étudie les conditions initiales à $t=0$:

Le boulet est lâché sans vitesse initiales.

$\Rightarrow$ Dans $\underline{R_1}$ $\dot{x}_1 = 0$ et $\dot{y}_1 = 0$ or $\dot{x}_1 = V + \dot{x}_2 \Leftrightarrow 0 = V + \dot{x}_2$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{x}_2 = -V}$$

Comme il n'y a pas de forces qui s'exercent horizontalement, d'après 1e loi de Newton le mvt est rectiligne uniforme $\Rightarrow$ $\dot{x}_1(t) = 0$ et $\dot{x}_2(t) = -V$, la coordonnée <u>des vecteurs vitesses</u> dans les 2 repères reste inchangée tout au long du mouvement.

donc $x_2(t) = -Vt + C$

avec la condition initiale $x_2(t=0) = 0 = C \Rightarrow C = 0$

d'où $\boxed{x_2(t) = -Vt}$

Dans le repère R_2 : $a_2 = \ddot{x}_2 \vec{e_x} + \ddot{y}_2 \vec{e_y} = -g\vec{e_y}$

Donc $\ddot{x}_2 = 0$ et $\ddot{y}_2 = -g$

~~Après une première idée~~

Après intégration $\dot{y}_2 = -gt + cte$

à $t=0$ $\dot{y}_2(t=0) = 0$ (sans vitesse initiale en x et en y)

$\Rightarrow \dot{y}_2 = -gt$

enfin $y_2(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + cte$

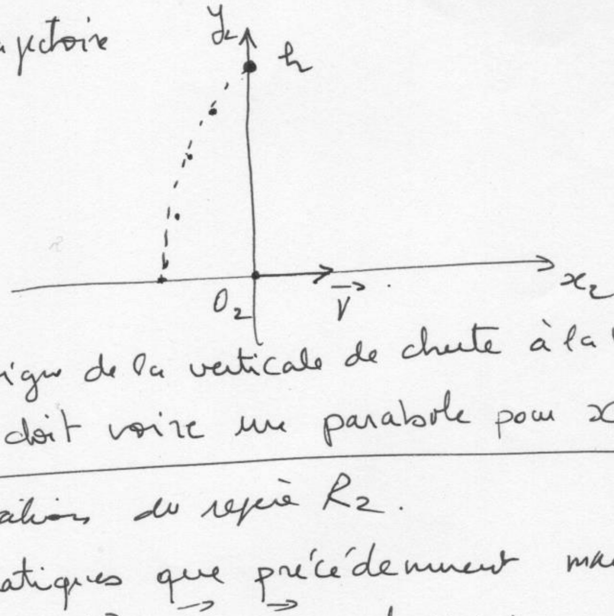
avec la condition initiale $y_2(t=0) = h \Rightarrow \underline{cte = h}$.

Finalement $\underline{x_2(t) = -Vt}$ et $\underline{y_2(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h}$.

Pour trouver la trajectoire du point M (boulet) il faut éliminer le temps en combinant les équations horaires $x_2(t)$ et $y_2(t)$.

$t = -\frac{x_2}{V}$ dans y_2 : $\boxed{y_2(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x_2^2}{V^2} + h}$

Allure de la trajectoire



L'origine O_2 s'éloigne de la verticale de chute à la vitesse V, l'observateur doit voir une parabole pour $x_2 < 0$.

<u>2e cas</u> accélération du repère R_2.

m̂ équ. cinématiques que précédemment mais

La dérivation de $\vec{V_1} = \vec{V_{21}} + \vec{V_2}$ donne :

$\frac{d\vec{V_1}}{dt} = \frac{d\vec{V_{21}}}{dt} + \frac{d\vec{V_2}}{dt} \Rightarrow \vec{a}_1 = \vec{a}_{21} + \vec{a}_2$

accélération d'entraînement en translation sans rotation (donc pas de $\vec{\Omega}$)

Dans le repère 1 (galiléen)

$\vec{a}_1 = -g\,\vec{e_y}$ (idem)

$\vec{a}_{21} = a_{21}\,\vec{e_x}$ Le repère 2 accélère tout en restant sur une trajectoire rectiligne.

$\ddot{x}_1 \vec{e_x} + \ddot{y}_1 \vec{e_y} = a_{21}\vec{e_x} + \ddot{x}_2 \vec{e_x} + \ddot{y}_2 \vec{e_y}$

Dans le repère 1 : $\ddot{x}_1 = 0$ et $\ddot{y}_1 = -g$ (2e loi de Newton)

D'après cette équation : comme vu

$$\begin{cases} \vec{e_x} & \ddot{x}_1 = a_{21} + \ddot{x}_2 = 0 \quad (\ddot{x}_1 = 0) \\ \vec{e_y} & \ddot{y}_1 = \ddot{y}_2 \end{cases}$$

$\Rightarrow \quad \ddot{x}_2 = -a_{21}$ accélération ds le repère 2 du boulet = à moins l'accélération du repère 2/1. C'est normal le repère 2 s'éloigne en accélérant par rapport à la verticale de chute.

En résumé :

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 = -a_{21} \\ \ddot{y}_2 = -g \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{aligned} \dot{x}_2 &= -a_{21} t + cte \\ \dot{y}_2 &= -gt + cte \end{aligned}$$

avec les conditions initials $\dot{x}_2(0) = 0$ et $\dot{y}_2(0) = 0$ d'après l'énoncé. $\Rightarrow$ Les 2 ctes sont donc nulles.

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -a_{21} t \\ \dot{y}_2 = -gt \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_2 &= -\frac{1}{2} a_{21} t^2 + cte \\ y_2 &= -\frac{1}{2} g t^2 + cte \end{aligned}$$

idem à $t=0$ $x_2(0) = 0$ et $y_2(0) = h$ $\Rightarrow$ ctes $= 0$ et cte $= h$ respectivement.

d'où $\begin{cases} x_2(t) = -\frac{1}{2} a_{21} t^2 \\ y_2(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases}$.

en éliminant le temps : $y_2(x) = -\frac{1}{2} g \left(-\frac{2x_2}{a_{21}} \right) + h$

$$\boxed{y_2(x) = +\frac{g}{a_{21}} x_2 + h}$$

c'est l'équ d'une droite affine.

La trajectoire est une droite de coeff directeur $\frac{g}{a_{21}}$