



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *30/09/2013* par :

TRISTAN GRÉGOIRE

Étude de la population de pulsars milliseconde dans notre Galaxie à
l'aide du Télescope Spatial *Fermi-LAT*

JURY

PRÉNOM NOM

Professeur (UT3), Président

IRAP, Toulouse

École doctorale et spécialité :

SDU2E : Astrophysique, Sciences de l'Espace, Planétologie

Unité de Recherche :

Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie

Directeur de Thèse :

Jürgen KNÖDLESEDER

Rapporteurs :

Denis Dumora et Ismaël Cognard

SOMMAIRE

Sommaire	iii
Introduction	1
1 Une nouvelle source de rayons gamma	5
1.1 Les pulsars – De leur découverte à nos jours	5
1.2 Naissance et évolution d’une étoile à neutrons	7
1.2.1 Mort d’une étoile – Naissance d’une étoile à neutrons	7
1.2.2 Étoiles à neutrons et pulsars	8
1.2.3 Caractéristiques des pulsars	9
1.3 Les pulsars milliseconde	10
1.3.1 Une famille distincte	10
1.3.2 L’émission des pulsars milliseconde	14
1.4 Le satellite Fermi révèle la population de MSP en γ	16
1.4.1 L’observatoire Fermi	16
1.4.2 Le Large Area Telescope	16
1.4.3 Une nouvelle stratégie d’observation des pulsars	18
1.5 Étude de population des MSP : état des lieux	21
1.5.1 Étudier la population de MSP	21
1.5.2 Objectifs et enjeux	23
2 Modélisation de la population de MSP	25
2.1 Pourquoi et comment construire un modèle?	25
2.2 La physique du modèle	28
2.2.1 Distribution spatiale	28
2.2.2 Paramètres intrinsèques des MSP	31
2.2.3 Luminosité et flux γ	36
2.3 Analyse par maximum de vraisemblance	40
2.3.1 La vraisemblance	40
2.3.2 Le cas « Poissonien »	42
2.3.3 Monte Carlo et vraisemblance	44
2.4 Autour du modèle	45
2.4.1 Réduction du bruit statistique	45
2.4.2 Carte de sensibilité	49
2.4.3 Outils utilisés	50

SOMMAIRE

3	Caractéristiques de la population de MSP γ	53
3.1	1FGL – 11 mois de données avec le <i>Fermi</i> -LAT	53
3.1.1	Présentation du catalogue	53
3.1.2	Résultats des simulations	53
3.1.3	Étendre le catalogue : sources non-associées	56
3.2	Interprétation des résultats	59
3.2.1	Étude statistique	59
3.2.2	Impact de la sensibilité	60
3.2.3	Effet de l'efficacité η	62
3.2.4	Biais observationnels	63
3.3	Discussion	64
	Conclusion	67
	Annexes	69
	Références bibliographiques	71
	Index des citations	81
	Résumé et Abstract	84

INTRODUCTION

Malgré l'annonce en 1934 de [Baade et Zwicky](#) de l'existence d'étoiles à neutrons dans l'Univers, il fallut attendre la découverte impromptue du premier pulsar par J. Bell qui eut lieu 34 ans plus tard pour observer le premier signe d'existence des étoiles à neutrons. Ces dernières seraient issues de l'effondrement d'une étoile dont la masse peut être jusqu'à vingt fois supérieure à celle du Soleil. Lors de l'effondrement, les propriétés du progéniteur sont conservées et donnent naissance à une étoile extrêmement compacte dont la période de rotation est élevée (de l'ordre de la seconde). D'une taille relativement petite (~ 10 km), ces étoiles sont supposées abriter un champ magnétique très intense (de l'ordre de 10^{12} G). Ce dernier serait à l'origine d'une différence de potentiel permettant l'accélération de particule et donc l'émission de rayonnement. Un pulsar est donc une étoile à neutron que l'on peut observer depuis la Terre ; c'est-à-dire que cette étoile est capable d'émettre des rayonnements et que ceux-ci sont émis en direction de la Terre.

En peu de temps, de nombreux pulsars sont observés par les télescopes radios du monde entier et quatorze ans après la découverte du premier pulsar, [Backer, Kulkarni, Heiles, Davis, et Goss](#) observent pour la première fois un pulsar dont la période de rotation est de l'ordre de la milliseconde révélant ainsi une nouvelle classe de pulsar : les pulsars milliseconde (MSP). Ceux-ci sont supposés être beaucoup plus âgés que leurs semblables : les pulsars normaux avec des âges caractéristiques approchant l'âge de l'Univers. Leur très courte période de rotation a remis en question l'évolution des pulsars et soulevé par la même occasion de nombreuses interrogations quant à l'origine des MSP. [Alpar, Cheng, Ruderman, et Shaham](#) publient en 1982 que l'existence des pulsars milliseconde peut s'expliquer par une période de recyclage au cours de laquelle un pulsar normal évoluerait au sein d'un système binaire et par accréation de matière et conservation du moment cinétique verrait sa période diminuer. Rapidement, l'hypothèse que les systèmes binaires de faible masse (LMXB) puissent être les progéniteurs des MSP a été avancée mais l'incompatibilité des taux de naissance des MSP et des LMXB a posé et pose toujours problème. Un élément de réponse pourrait donc être apporté par une contrainte robuste du nombre de MSP dans notre Galaxie.

Initialement observés dans le domaine radio, les pulsars milliseconde, grâce à l'arrivée du satellite Fermi avec à son bord le *Large Area Telescope* (LAT), ont révélé leur émission γ . En effet, l'histoire des MSP montre qu'avant le *Fermi-LAT* seuls des indices d'émission γ avaient été observés mais rien ne confirmait définitivement l'émission à très haute énergie de ces objets. Des modèles théoriques ont vu le jour visant à expliquer cette émission. Et, malgré l'observation de près de 60 MSP avec le *Fermi-LAT*, aucun modèle, à l'heure actuelle, n'est satisfaisant et permet de comprendre parfaitement les mécanismes d'émission que se soit à haute énergie ou dans le

domaine radio. Cependant, en première approximation, il est possible d'estimer la luminosité des ces astres en considérant qu'elle est proportionnelle à leur perte d'énergie rotationnelle.

De plus, les études de population basées sur les données radio prédisent que les MSP seraient plusieurs dizaines, voire centaines de milliers, dans notre Galaxie. Le *Fermi*-LAT ne permettrait à ce jour d'en observer qu'une infime fraction. La majeure partie de la population, étant non résolue par le *Fermi*-LAT, devrait cependant contribuer à l'émission diffuse galactique dans le domaine γ .

Enfin, grâce à son fonctionnement en mode balayage, le *Fermi*-LAT fournit des données moins biaisées que les observatoires radios. En effet, dans le domaine radio, il faut tenir compte des caractéristiques instrumentales de chacun et surtout des effets de la scintillation galactique qui impacte la détection des MSP. De plus, la quantité non négligeable de MSP observés avant le début de cette thèse (~ 30) a permis d'envisager une étude statistique de la population de MSP dans notre Galaxie.

Cette thèse a pour objectif d'apporter des contraintes sur la population de pulsars milliseconde émetteurs de rayons γ dans notre Galaxie. Pour cela, un modèle Monte Carlo a été développé pendant près de deux ans qui, à l'aide d'une analyse par maximum de vraisemblance, a permis de comparer les données aux simulations. Ceci afin de contraindre la distribution spatiale, le nombre et la contribution des MSP à l'émission diffuse γ galactique. L'élaboration d'un tel modèle a donné lieu à de nombreux problèmes numériques qu'il a fallu résoudre ou contourner quand ces derniers étaient dus à des limitations matérielles. Cependant, des résultats robustes ont été obtenus et ont fait l'objet d'une publication dans la revue *Astronomy & Astrophysics* : Grégoire et Knödlseder [48].

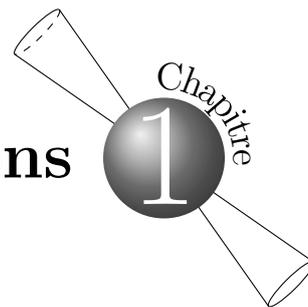
La première partie de ce manuscrit présente de façon détaillée l'histoire des pulsars milliseconde, de leur découverte à nos jours. On y trouvera également les descriptions de la formation d'une étoile à neutron, de la distinction entre pulsar et étoile à neutron et aussi des scénarios d'évolution du pulsar jusqu'au pulsar milliseconde. Les mécanismes mis en jeu lors de l'émission à haute énergie des MSP sont cités et un aperçu global du processus d'émission est décrit. Une brève description du *Fermi*-LAT est donnée afin de comprendre la procédure de détection d'un photon γ par l'instrument. Pour finir, un état des lieux de nos connaissances en matière de population de pulsars milliseconde est fait où l'on verra que les études ont essentiellement été réalisées dans le domaine radio.

La seconde partie est quant à elle consacrée à la description du modèle Monte Carlo élaboré tout au long de cette thèse. Nous y décrivons la physique et les hypothèses que nous avons utilisées afin de modéliser la population de MSP. Nous donnons aussi toutes les distributions statistiques mises en jeu et les paramètres qui vont nous permettre de les ajuster aux données. L'analyse par maximum de vraisemblance que nous avons appliquée afin de comparer nos simulations aux données du *Fermi*-LAT est détaillée : de la théorie de la vraisemblance à la mise en pratique dans notre cas. Pour finir, nous expliquons quels sont les outils que nous avons utilisés afin de réduire le bruit statistique très présent et ainsi apporter de meilleures contraintes.

Enfin la troisième et dernière partie présente les résultats obtenus avec 36 MSP observés par le *Fermi*-LAT et qui ont fait l'objet de la publication citée précédemment. Nous y verrons quelle est la distribution spatiale de la population de MSP et que le nombre de MSP dans la Voie Lactée n'est peut-être pas aussi grand que celui avancé par les études précédentes. Nous

détaillons dans cette partie l'analyse statistique et les tests que nous avons menés afin de vérifier la robustesse de nos résultats que nous discuterons à ce moment là.

Une nouvelle source de rayons γ : les pulsars milliseconde



Observés pour la première fois il y a presque 50 ans, les pulsars sont toujours de mystérieuses sources de rayonnement. Le lancement du satellite Fermi a marqué un tournant dans l'étude de ces astres en révélant le rayonnement γ des plus rapides d'entre eux : les pulsars milliseconde ; fournissant par la même occasion de nombreux indices sur les processus d'émission à haute énergie. L'étude des pulsars s'étend sur un large domaine de connaissances allant de la compréhension de la matière ultra-dense à l'accélération de particule dans un champ magnétique très élevé en passant par l'évolution stellaire et la fin de vie des étoiles. Comme nous le verrons au cours de cette thèse, nous allons ici nous focaliser sur l'étude des MSP (*millisecond pulsar*) en tant que population afin de caractériser leur répartition spatiale, leur nombre, et leur émission diffuse en nous appuyant sur les récentes données du LAT (*Large Area Telescope*) à bord du satellite Fermi.

1.1 Les pulsars – De leur découverte à nos jours

« [...] With all reserve we advance the view that a super-nova represents the transition of an ordinary star into a *neutron star*, consisting mainly of neutrons. Such a star may possess a very small radius and an extremely high density. [...] »

[...] Avec prudence nous avançons l'idée qu'une super-nova représente la transition d'une étoile ordinaire en étoile à neutron, essentiellement constituée de neutrons. Une telle étoile doit posséder un très petit rayon et une densité extrêmement élevée. [...]

(Baade et Zwicky, 1934)

Ce sont les termes utilisés par Baade et Zwicky pour introduire la notion d'étoile à neutron. D'après eux, une telle étoile se devait d'avoir un rayon très petit et une très forte densité. Aujourd'hui les observations confirment leurs prédictions, estimant que le rayon d'une étoile à neutron est de l'ordre de la dizaine de kilomètres. Quant à leur densité, il est communément accepté qu'elle soit de l'ordre de 10^{14} g cm⁻³ impliquant que de tels astres aient une masse d'environ $1.4 M_{\odot}$ ¹. Pour donner un ordre d'idée de ce que représente une telle densité on peut imaginer une sphère de 6×10^{24} kilogrammes (masse de la Terre) composée de la même matière que les étoiles à neutron ; elle aurait alors un rayon de 243 mètres.

1. Notation de la masse solaire ; $M_{\odot} \simeq 2 \times 10^{30}$ kg.

CHAPITRE 1. UNE NOUVELLE SOURCE DE RAYONS GAMMA

Quelques années plus tard, Pacini [78] et indépendamment Gold [45] font le lien entre les étoiles à neutron et les pulsars et prédisent qu'une étoile à neutron avec un fort dipôle magnétique devrait agir comme une immense dynamoélectrique fournissant ainsi une source d'énergie de radiation pour les nébuleuses l'entourant telle que la nébuleuse du Crabe.

Au cours de l'année 1967, l'équipe d'Antony Hewish utilise le radio télescope de l'observatoire de Mullard (au sud ouest de Cambridge) pour étudier la structure des sources radio compactes en observant la scintillation causée par les irrégularités dans le milieu interplanétaire. Très rapidement, Jocelyn Bell alors en thèse avec A. Hewish, observe un signal périodique. La régularité et l'extrême précision de sa période leur fait tout d'abord penser à un signal d'origine Humaine mais l'absence de parallaxe montre que la source du signal est située hors de notre Système Solaire. Une recherche préliminaire de sources semblables montre l'existence d'au moins trois autres signaux similaires suggérant que de telles sources pourraient être chose courante dans notre Galaxie.

Dans leur papier, Hewish et ses collaborateurs, tentent d'expliquer l'origine de cette « Rapidly Pulsating Radio Source » par des oscillations stables d'une naine blanche ou d'une étoile à neutron [54]. Le premier pulsar² vient d'être détecté en radio! Une trentaine d'années après avoir été prédit par Baade et Zwicky, l'existence des étoiles à neutron et donc des pulsars vient d'être confirmée par l'observation. Il s'en suit une recherche approfondie de ces astres dans le domaine radio conduisant à la découverte d'un grand nombre de pulsars.

Rapidement après la découverte du premier pulsar radio, le satellite UHURU lancé en 1970 découvre deux sources pulsantes³ dans le domaine d'énergie X [43]. Un an plus tard, grâce à un vol ballon, l'équipe de Browning *et coll.* [22] détecte des pulsations dans le domaine γ en provenance de la nébuleuse du Crabe. Aujourd'hui, on dénombre plus de 1800 pulsars dans le catalogue *ATNF* [71], catalogue regroupant la plupart des pulsars observés à ce jour. 2226 au 26/08/2013

Près d'un millier de pulsars ont été observés dans les trente années qui suivirent la détection du premier d'entre eux. Or à cette époque, on n'avait observé que des pulsars dont la période de rotation était comprise entre ~ 0.1 et ~ 1 seconde avec un taux de ralentissement de l'ordre de 10^{-14} s/s [68]. Il est possible d'estimer la durée de vie (ou âge caractéristique⁴) des ces pulsars et pour $P = 1$ seconde, et $\dot{P} \sim 10^{-14}$ s/s on trouve que cette famille de pulsar a une durée de vie de quelques millions d'années.

C'est alors que Backer *et coll.* [17], en 1982, découvrent PSR B1937+21 dont la très courte période de rotation de 1,558 milliseconde est la plus petite connue à ce jour. Sa période de rotation largement inférieure à 10 millisecondes fait de PSR B1937+21 le premier pulsar milliseconde observé en 1982. Avec un taux de ralentissement de $\sim 1.05 \times 10^{-19}$ s/s, taux plus petit que tous ceux observés à cette époque, on étend la durée de vie des pulsars milliseconde de quelques millions d'années à quelques centaines de millions voire quelques milliards d'années.

Auparavant observé comme une source radio, ses pulses n'ont été détectés qu'après de longues analyses expliquant les 14 ans entre la découverte du premier pulsar et celle du premier MSP. Seulement deux autres MSP ont été découverts avant la fin de la décade [68].

PSRJ1748-2446ad
est plus rapide

2. Pulsar aujourd'hui connu sous le nom de PSR B1919+21.

3. Sources nommées Hercules X-1 et Centaurus X-3.

4. Voir section 1.2.3 et en particulier l'équation 1.6.

L'inattendue découverte de ce pulsar milliseconde a remis en question l'idée que l'on se faisait d'une évolution lente des pulsars « normaux⁵ ». Évolution durant laquelle la vitesse de rotation d'un pulsar normal ralentissait suivant un taux donné par \dot{P} . Alpar *et coll.* [14] ont introduit, l'année de la découverte de ce MSP, l'idée selon laquelle les pulsars milliseconde seraient issus du recyclage de pulsars normaux au sein de systèmes binaires (nous reviendrons sur ce point dans la section 1.3).

Le temps d'analyse n'a pas posé problème très longtemps car les nouvelles techniques ont rapidement offert de grandes performances de calcul. Malgré cela, détecter un MSP reste difficile car la grande majorité d'entre eux fait partie de systèmes binaires. La vitesse le long de la ligne de visée varie alors périodiquement en fonction de l'orbite du pulsar rendant difficile la datation absolue des pulses rapprochés des MSP.

Il faut attendre l'année 2000 pour avoir le premier indice d'émission dans le domaine γ d'un pulsar milliseconde⁶ grâce à l'observatoire CGRO (*Compton Gamma Ray Observatory*) [62]. Le lancement du satellite *Fermi-LAT*, comme nous le verrons dans la section 1.4, a récemment permis d'établir ces derniers comme émetteur_s γ motivant ainsi une étude approfondie de leur population dans ce domaine d'énergie.

1.2 Naissance et évolution d'une étoile à neutron_s

Les pulsars sont en réalité des étoiles à neutron en rotation dont le rayonnement observé présente des pulsations. On peut alors se demander ce qu'est une étoile à neutron et surtout comment se forme-t-elle ? Dans cette section, nous allons apporter les meilleures réponses à ces questions en fonction des connaissances actuelles. Nous allons voir comment une étoile peut donner naissance à une étoile à neutron et nous terminerons en expliquant comment se forme les pulsars milliseconde et qui est leur plus probable progéniteur.

1.2.1 Mort d'une étoile – Naissance d'une étoile à neutron_s

Un lecteur intéressé par l'effondrement des étoiles et la formation des objets compacts pourra lire, entre autre, le chapitre 3 de la seconde édition du livre de Glendenning [44] d'où sont inspirées les explications ci-dessous.

Une étoile lumineuse a une durée de vie de quelques milliards d'années. Initialement composée d'hydrogène, sa composition évolue au cours de sa vie grâce à la nucléosynthèse qui a lieu dans son cœur. En effet, pour se maintenir et compenser la gravité, des réactions thermonucléaires s'amorcent dans son cœur produisant des éléments de plus en plus lourds au fur et à mesure que l'étoile vieillit. Commenant par fusionner l'hydrogène, ces réactions produisent peu à peu de l'hélium puis du carbone, de l'azote et de l'oxygène qui tour à tour vont fusionner compensant ainsi la gravité grâce à l'énergie dégagée lors des réactions de fusion.

Considérons maintenant une étoile massive dont la masse atteint 8 fois la masse du Soleil. Comme nous venons de le voir, son cœur, composé initialement d'hydrogène, s'enrichit peu à peu d'éléments de plus en plus lourds engendrés par des réactions thermonucléaires jusqu'à obtenir un cœur de fer. À ce stade, l'étoile est au seuil de sa mort. Son lourd cœur de fer va sous l'effet

5. On parle de pulsars normaux par opposition aux pulsars milliseconde.

6. PSR J0218+4232.

de son propre poids s'effondrer sur lui même, générant par la même occasion une formidable explosion qui va expulser son enveloppe externe dans le milieu alentour. Les mécanismes mis en jeu lors de cette explosion (supernova), et l'effondrement du cœur ne sont pas parfaitement connus tant ils sont rapides et énergétiques. Le reste du cœur stellaire se stabilise lorsque la matière qui le compose engendre une force suffisante pour compenser la gravité ; force issue de la pression de dégénérescence des neutrons. Le cœur est alors composé de neutrons, hypérons, leptons et probablement de quarks ; nous sommes en présence d'une *étoile à neutron*.

Maintenant si l'étoile de départ est une étoile de « faible⁷ » masse, le scénario précédent n'est plus valable. En effet, au stade où l'étoile brûle son hélium, des instabilités peuvent survenir et expulser l'enveloppe externe de l'étoile. Le cœur mis à nu va alors se contracter et ne se stabilisera que lorsque la pression de dégénérescence des électrons sera suffisante pour compenser la gravité donnant naissance à une naine blanche⁸.

Un autre type d'objet compact peut se former à partir d'une étoile massive : les trous noirs. En effet, en 1939, Oppenheimer et Volkoff [77] mirent en évidence qu'un cœur stellaire en effondrement ne se stabilisera pas en étoile à neutron si la masse de ce dernier dépasse une certaine masse critique dite d'Oppenheimer-Volkoff égale à $3.3 M_{\odot}$. L'effondrement du cœur continuera jusqu'à former un trou de masse stellaire.

Mais revenons à la formation des étoiles à neutron ; un autre scénario existe. On vient de voir qu'une étoile de faible masse peut donner naissance à une naine blanche dont l'équilibre (entre la gravité et les forces de pression) est maintenu par la pression de dégénérescence des électrons. Or, on peut très bien imaginer que cette étoile se trouve en présence de matière par la proximité, soit d'une étoile compagnon (système binaire), soit d'un nuage de gaz (nébuleuse planétaire par exemple). La naine blanche est un objet compact qui grâce à son champ gravitationnel va attirer et accréter la matière environnante. Or, en 1931, Chandrasekhar [25] a montré que la pression de dégénérescence des électrons ne peut supporter une masse supérieure à $1.44 M_{\odot}$. Donc si la masse d'une naine blanche parvient à dépasser cette limite, elle s'effondrera sur elle même et formera une étoile à neutron.

1.2.2 Étoiles à neutron et pulsars

Un pulsar est par définition une source radio pulsante observée depuis la Terre. Or, toutes les étoiles à neutron ne sont pas observables ni observées. En effet, les mécanismes d'émission expliquant les pulses que l'on observe sont détaillés dans la section 1.3.2. Les pulsations peuvent elles être expliquées à l'aide d'un modèle simple dit du « phare » [67]. On schématise une étoile à neutron par une étoile émettant un rayonnement unidirectionnel en rotation sur elle-même. Il est alors possible d'observer une étoile à neutron si, et seulement si, notre ligne de visée intercepte la direction du rayonnement de l'étoile. De plus, pour pouvoir observer des pulses, il faut que l'axe de rotation de l'étoile à neutron ne coïncide pas avec l'axe d'émission du rayonnement. On observe alors le même phénomène qu'un navire qui, lorsqu'il n'est pas trop éloigné de la côte, voit les pulses d'un phare.

Pour résumer, un pulsar est une étoile à neutron dont la direction d'émission des rayonnements passe par la Terre et dont l'axe de rotation et l'axe magnétique ne sont pas alignés,

7. Le mot faible ici est relatif et signifie inférieur à $8 M_{\odot}$.

8. Lors de leur découvertes, les naines blanches étaient les plus petits objets jamais observés dans l'Univers d'où leur nom.

rendant cette dernière *observable*. L'observation dépend ensuite de nombreux paramètres comme le flux, la présence ou non de matière sur la ligne de visée, la sensibilité des instruments, ...

1.2.3 Caractéristiques des pulsars

Nous venons de voir qu'un pulsar est issu de l'effondrement d'une étoile. Or, il est assez intuitif de se dire que certaines propriétés du progéniteur vont être « transmises » à l'étoile à neutron. La première et la plus évidente de ces caractéristiques est le moment cinétique qui est conservé au cours de l'effondrement, diminuant ainsi la période de rotation suivant la relation⁹ : $P_{\text{EN}} = P_{\star} \times (R_{\text{EN}}/R_{\star})^2$ où les indices _{EN} et _★ correspondent respectivement à l'étoile à neutron et l'étoile initiale et R et P sont le rayon et la période respectivement. Bien sûr, dans la pratique la conservation n'est pas parfaite car le système n'est pas à l'équilibre et des pertes d'énergie peuvent se produire, augmentant la période finale de l'étoile à neutron. De plus, une bonne partie du moment cinétique se « trouve » dans l'enveloppe de l'étoile qui elle est éjectée lors de l'effondrement. Cependant, les étoiles massives sont généralement des rotateurs rapides et comme leur effondrement tend à augmenter leur période de rotation, l'étoile à neutron obtenue sera donc une étoile dont la période de rotation sera très petite.

Seulement, un objet en rotation ne peut pas tourner sur lui-même au-delà d'une certaine vitesse critique sans se disloquer. Il est possible d'estimer cette vitesse limite et donc la période équivalente. Pour cela, on égalise la force gravitationnelle et la force centrifuge : $P_c = 2\pi R/\sqrt{GM/R}$ où $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ est la constante gravitationnelle. Dans le cas d'une étoile à neutron, on a $M = 1.4 M_{\odot}$ et $R = 10 \text{ km}$, ce qui nous donne $P_c \simeq 0.46 \text{ ms}$.

Nous venons ici d'introduire une des deux caractéristiques essentielles lorsque l'on parle de pulsar : la période de rotation. L'autre caractéristique est le taux de ralentissement \dot{P} et représente la dérivée de la période par rapport au temps. Grâce à ces deux grandeurs observables, on peut classer les pulsars par familles comme nous le verrons sur la figure 1.1 et dans la section 1.3.

Le moment magnétique est lui aussi conservé lors de l'effondrement, et donne lieu à un champ magnétique très intense. En effet, une étoile dont le champ magnétique est de l'ordre de la centaine de Gauss, produira une étoile à neutron avec un champ magnétique consistant avec celui observé chez les pulsars de l'ordre de 10^{12} G [68].

Un pulsar possède un fort champ magnétique B et est en rotation rapide sur lui-même. Or comme n'importe quel système en rotation, il possède une énergie rotationnelle $E = \frac{1}{2}I\Omega^2$ où I est le moment d'inertie¹⁰ et Ω la vitesse angulaire de rotation. La variation d'énergie rotationnelle est donc donnée par : $\dot{E} = I\Omega\dot{\Omega}$ que l'on peut exprimer en fonction de P et \dot{P} :

$$\dot{E} = -4\pi^2 I \dot{P} P^{-3} \simeq -3.95 \times 10^{31} \left(\frac{\dot{P}}{10^{-15}} \right) \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-3} \text{ (erg/s}^{-1}\text{)} \quad (1.1)$$

Jackson a montré que la puissance rayonnée par un dipôle en rotation peut s'écrire :

$$\dot{E}_{\text{rad}} = -\frac{1}{6c^3} B_{\text{pm}}^2 R^6 \Omega^4 \sin^2 \alpha \quad (1.2)$$

9. Il est facile de démontrer cette relation en partant du moment cinétique $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$. En coordonnées sphériques et pour une rotation suivant \vec{e}_z , on a $\vec{L} = mr^2\dot{\theta}$, où $\dot{\theta} = 2\pi/P (= \Omega)$. La conservation du moment cinétique implique alors que \vec{L} ne varie pas pendant l'effondrement et donc $\vec{L}_{\star} = R_{\star}^2/P_{\star} = R_{\text{EN}}^2/P_{\text{EN}} = \vec{L}_{\text{EN}}$

10. Dans le cas d'une sphère, $I = \frac{2}{5}MR^2$, où M et R sont la masse et le rayon de la sphère. Dans le cas d'un pulsar $M = 1.4M_{\odot}$ et $R = 10 \text{ km}$, et donc $I = 10^{45} \text{ g}\cdot\text{cm}^2$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, R le rayon du dipôle, Ω sa vitesse de rotation angulaire, B_{pm} le champ magnétique au pôle magnétique, et α l'angle entre l'axe de rotation et l'axe du dipôle. En faisant l'hypothèse que la variation d'énergie \dot{E} est perdue uniquement par le rayonnement d'ondes électromagnétiques par le champ magnétique du pulsar, on peut exprimer le champ magnétique à la surface en fonction de P et \dot{P} :

$$B_{\text{pm}} = 2 \times \frac{1}{R^3} \sqrt{\frac{3Ic^3}{8\pi^2 \sin^2 \alpha} P \dot{P}} \simeq 2 \times \left(3.2 \times 10^{19} \sqrt{\left(\frac{P}{1 \text{ s}}\right) \dot{P}} \right) \text{ (G)} \quad (1.3)$$

où l'indice pm signifie pôle magnétique par opposition à eq qui signifie équateur. Dans le cas d'un champ magnétique pris à l'équateur, un facteur $1/2$ entre en jeu donnant :

$$B_{\text{eq}} \simeq 3.2 \times 10^{19} \sqrt{\left(\frac{P}{1 \text{ s}}\right) \dot{P}} \text{ (G)} \quad (1.4)$$

Suivant les études on trouvera B_{pm} ou B_{eq} indifféremment noté B , il faut donc être prudent.

Avec un modèle simple de dipôle en rotation, nous venons de montrer qu'à partir de la mesure de P et \dot{P} , il est possible d'estimer le champ magnétique de surface (que se soit au pôle magnétique ou à l'équateur). Nous verrons au cours de cette thèse que malgré l'existence d'hypothèses et de modèles plus poussés, ce sont ces formules qui sont généralement utilisées.

De plus si l'on suppose que la vitesse de rotation du pulsar évolue dans le temps selon une loi de puissance d'indice n aussi appelé l'indice de freinage, on peut alors exprimer l'âge caractéristique du pulsar τ en fonction de la période et du taux de ralentissement [68] :

$$t_{\text{âge}} = \frac{P}{(n-1)\dot{P}} \left[1 - \left(\frac{P_0}{P}\right)^{n-1} \right] \quad (1.5)$$

Dans l'approximation du dipôle magnétique en rotation $n = 3$ et en supposant que la période initiale P_0 est très petite devant P , on a alors [23] :

$$\tau \simeq \frac{P}{2\dot{P}} \quad (1.6)$$

que l'on appelle généralement l'âge caractéristique du pulsar.

Toutes les grandeurs que l'on vient de voir ici sont utilisées pour caractériser les pulsars et les classer en différentes familles (voir section 1.3). Elles sont représentées sur la figure 1.1 où l'on peut voir que les pulsars milliseconde ont des champs magnétiques de l'ordre de 10^8 G, un âge caractéristique de quelques milliards d'années et une perte d'énergie rotationnelle supérieure à $10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.3 Les pulsars milliseconde

1.3.1 Une famille distincte

Nous avons vu dans la section 1.1, que la découverte des pulsars milliseconde est arrivée quelques années après celle du premier pulsar. Cette découverte était assez inattendue à l'époque car tous les pulsars observés présentaient des âges caractéristiques de quelques millions d'années. De plus, on s'attendait à ce qu'un pulsar perde de l'énergie et ralentisse au cours de sa vie (augmentant sa période). Or la découverte d'un pulsar milliseconde, dont on estime que l'âge

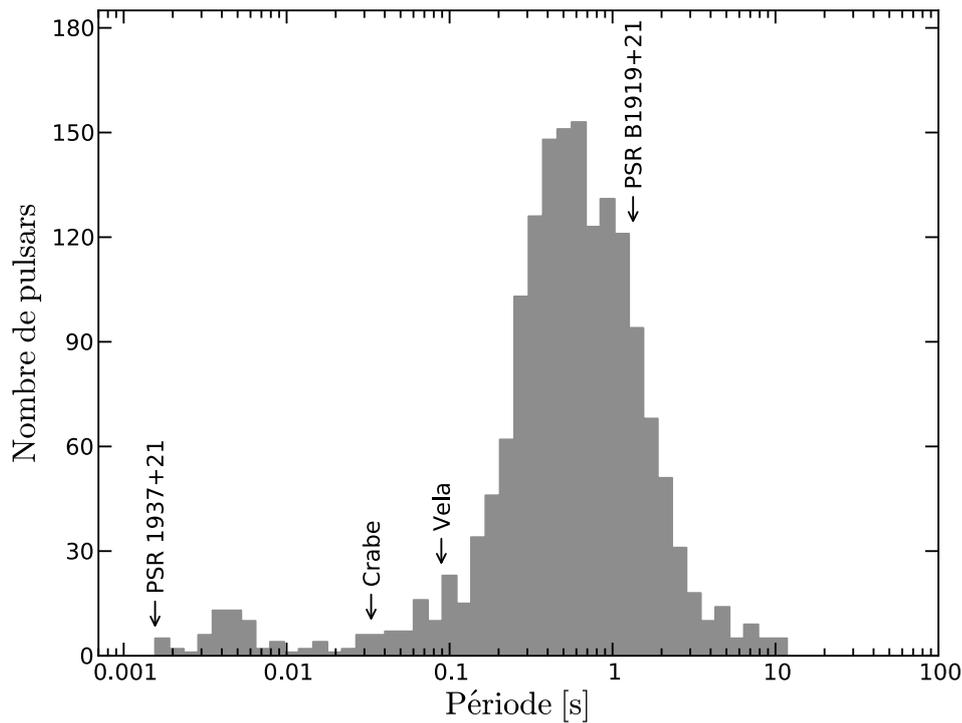
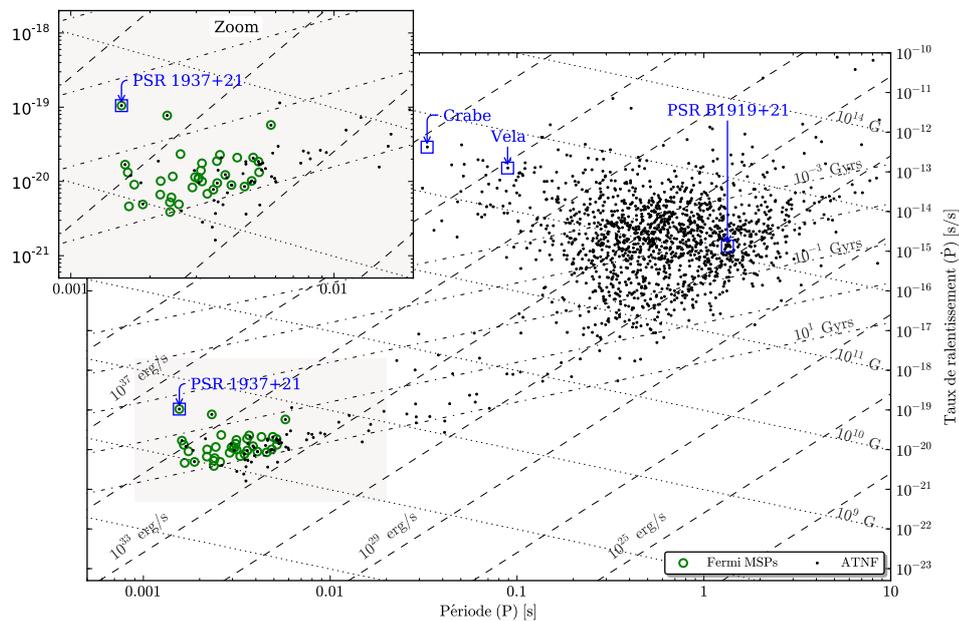

 (a) $N - \log P$

 (b) $P - \dot{P}$

Figure 1.1 – Sur ces deux graphiques, les deux familles de pulsars se distinguent par leur répartition en P et \dot{P} .

(a) Distribution en période des pulsars galactiques radios (pulsars ATNF dont on a exclu ceux qui sont associés à des amas globulaires). Sont indiqués : le premier pulsar observé (PSR B1919+21), le premier MSP observé (PSR 1937+21) et les fameux pulsars du Crabe et ~~Vela~~. **Vela**

(b) Diagramme $P - \dot{P}$ représentant le taux de ralentissement \dot{P} des pulsars en fonction de leur période de rotation P . Y sont représentés avec des points noirs, les pulsars radio du catalogue ATNF présents dans notre Galaxie et non associés à des amas globulaires. Les cercles verts symbolisent les pulsars milliseconde vu par le satellite Fermi-LAT dans le domaine γ . On a superposé de nombreuses lignes qui symbolisent la perte d'énergie rotationnelle \dot{E} , le champ magnétique B et l'âge caractéristique τ respectivement en tiret, pointillé, et « tiret-point ».

caractéristique (τ) est de l'ordre du milliard d'années et possédant une période de rotation plus petite que toute celle observée, vient contredire cette théorie.

Mais comment peut-on obtenir un pulsar milliseconde ($P \lesssim 30$ ms), âgé ($\tau \sim 10^9$ ans) et stable ($\dot{P} \lesssim 10^{-17}$ s/s)? La réponse vient du concept de système binaire et de recyclage des pulsars et qui a été introduite pour la première fois par Alpar *et coll.* [14]. Ce scénario est aujourd'hui considéré comme le modèle standard de formation des MSP. Tout commence avec un système binaire qui n'est autre qu'un couple d'étoiles lié par la gravité et orbitant l'une autour de l'autre. Considérons maintenant que l'une de ces étoiles soit un pulsar formé comme on l'a vu précédemment suite à l'effondrement d'une étoile massive. Dans la majorité des cas, la supernova, nécessaire à la formation du pulsar, expulse l'étoile compagnon ce qui explique que la majeure partie des pulsars observés sont des pulsars normaux. Cependant, si le compagnon est assez massif et que le système binaire a survécu à la supernova, le pulsar accrète la matière de son compagnon soit par vent stellaire soit par remplissage du Lobe de Roche. Un disque d'accrétion se forme alors autour de l'objet compact. La matière transite par ce disque avant de tomber sur la surface de l'étoile à neutron. Les frottements de matière au sein du disque sont à l'origine de l'émission d'un rayonnement thermique visible dans le domaine X. De tels systèmes binaires devraient alors être observables depuis la terre. Mais le fait le plus remarquable réside dans la transmission du moment cinétique de la matière accrétée à l'objet compact lors de sa chute sur sa surface. Cette petite quantité de moment cinétique accumulée sur plusieurs millions d'années permet au pulsar accrétant de gagner en vitesse de rotation devenant peu à peu un pulsar milliseconde.

Différents scénarios d'évolution d'un tel système existent et dépendent de la masse du compagnon. Ils sont résumés dans la figure 1.2. En effet, on distingue les systèmes binaires dont le compagnon a une masse élevée ($M \gtrsim 10 M_{\odot}$) que l'on nomme des HMXB (*High Mass X-rays Binaries*) de ceux dont la masse du compagnon est faible ($M \lesssim 1.5 M_{\odot}$) et appelés LMXB (*Low Mass X-rays Binaries*) [34].

Un système HMXB voit son compagnon évoluer rapidement (car c'est une étoile massive) et celui-ci arrive rapidement au stade de supernova. Si le système survit à cette gigantesque explosion on obtient alors un système binaire « double » composé d'une étoile à neutron nouvellement formée (résultat de l'explosion du compagnon) et d'un pulsar « moyennement » recyclé. Cependant, ce scénario semble aujourd'hui être remis en cause [31, 38]. De plus, il faut que le système binaire survive à deux supernovæ laissant peu de chance de survie à un tel système et expliquant le petit nombre de pulsars doubles observés à ce jour (au nombre de neuf [67]).

Au contraire dans le cas d'un système LMXB, le compagnon, ayant une masse plus faible, évolue plus lentement et augmente ainsi la phase d'accrétion du pulsar : période durant laquelle un pulsar est accéléré. On obtient alors un pulsar milliseconde (ou pulsar recyclé). Le devenir du compagnon varie et peut tout d'abord être totalement absorbé par le pulsar voire « évaporé » par le vent de particule relativiste généré par l'étoile à neutron [35]. D'autre part, le compagnon peut très bien devenir une naine blanche formant ainsi un double système étoile à neutron – naine blanche comme illustré par la figure 1.2. Le compagnon peut aussi simplement être expulsé suite à l'interaction avec une autre étoile, ce qui est plus probable dans les amas globulaires où la densité d'étoile est nettement plus élevée et augmente les chances d'interaction [67].

Il apparaît clairement que la formation d'un MSP est soumise à de nombreux aléas dont

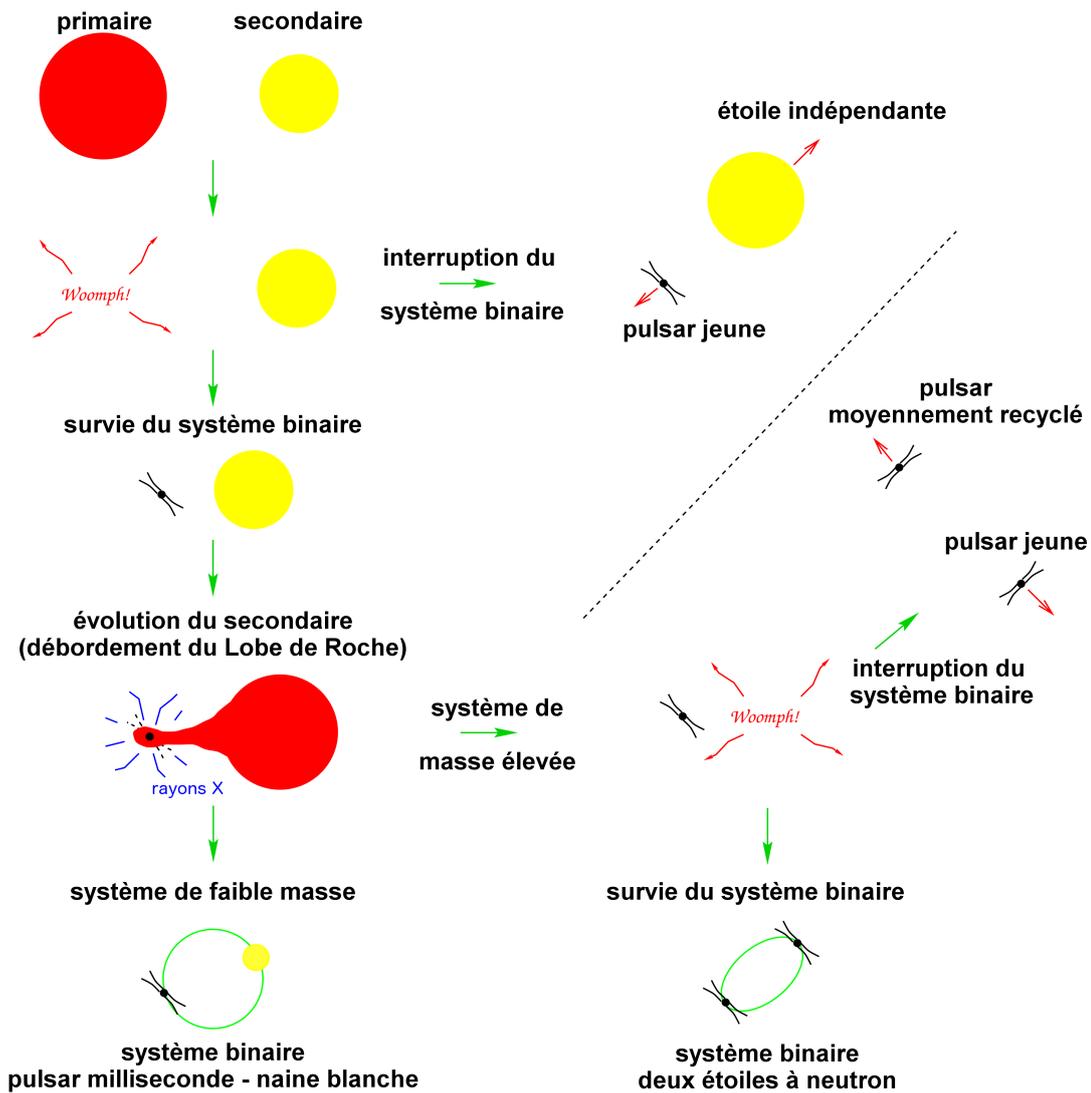


Figure 1.2 – Illustration résumant les différents scénarios d'évolution d'un système binaire qui donneront naissance à un pulsar. Tout commence avec un système composé de deux étoiles ; dont une primaire qui est massive et donne naissance à un pulsar. À partir de là, les différents scénarios d'évolution du système sont présentés. (Crédits : [67])

notamment la survie d'un système binaire à la supernova qui donne naissance au pulsar. Ce qui explique, en partie, que près de 80% des MSP sont dans des systèmes binaires. Dans le disque, et contrairement aux amas globulaires, il n'y a presque aucune chance pour qu'un pulsar capture une étoile massive et forme un système binaire. De plus, une grande durée de vie du système binaire est nécessaire pour recycler un pulsar et diminuer sa période de rotation de la seconde à la milliseconde. Ces difficultés expliquent le faible nombre de MSP présents dans notre Galaxie mais aussi soulève la question de savoir qui sont réellement leur progéniteurs? Un des objectifs de cette thèse est d'apporter des contraintes sur le nombre de pulsars milliseconde dans notre Galaxie. Une contrainte robuste de ce nombre permettrait d'apporter de nouvelles lumières sur ce problème.

1.3.2 L'émission des pulsars milliseconde

Nous venons de voir comment se forment de tels astres mais leur histoire nous montre que leur observation n'a pas été facile. Cela soulève la question de savoir comment ces objets émettent-ils un rayonnement, et dans quelles longueurs d'onde? Même aujourd'hui, après presque 50 ans d'étude, tous les mécanismes et processus physiques mis en jeu lors de l'émission de rayonnement d'un pulsar ne sont pas parfaitement connus. Dans cette section, les principaux modèles expliquant l'émission de rayonnement de ces objets seront présentés.

En 1969, Goldreich et Julian [46] proposèrent un modèle simple de dipôle magnétique pour expliquer le fonctionnement de la magnétosphère des pulsars. Pour simplifier les calculs, ils considérèrent que l'axe du dipôle magnétique était aligné avec l'axe de rotation. Malgré l'aspect simpliste de ce modèle, il sert encore aujourd'hui de référence lorsque l'on étudie la magnétosphère et l'émission de rayonnement des pulsars. La figure 1.3 représente la magnétosphère d'un pulsar dans le cas quelconque où l'axe de rotation du pulsar $\vec{\Omega}$ n'est pas aligné avec le dipôle magnétique \vec{B} .

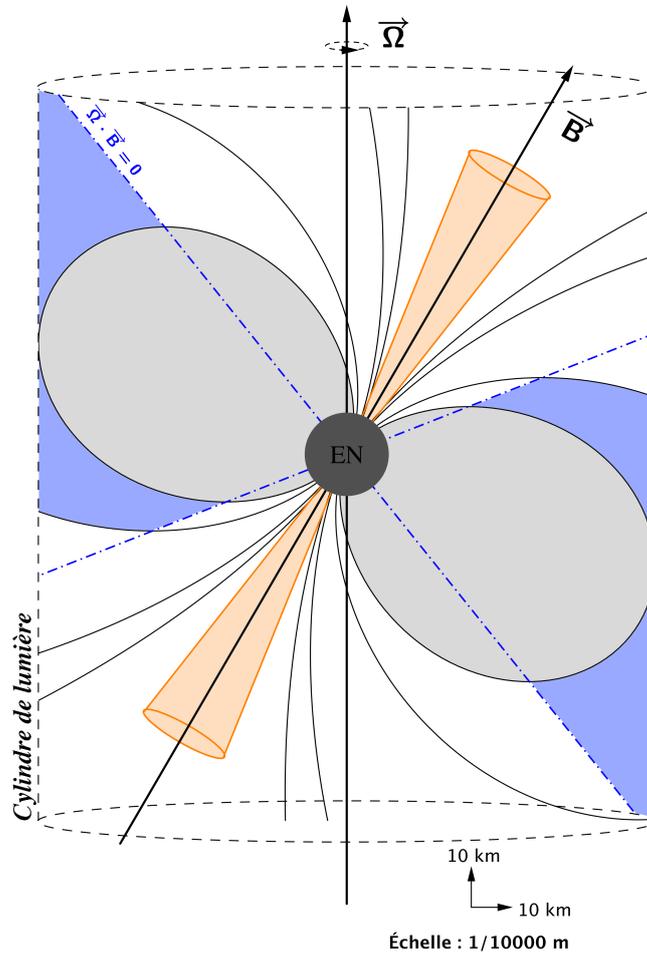


Figure 1.3 – Schéma de la magnétosphère d'un pulsar. L'étoile à neutron au centre est entourée de ses lignes de champ magnétique qui sont ouvertes au delà du cylindre de lumière (en pointillé). Les zones bleues sont les régions d'émission dites de l'Outer Gap et les deux cônes oranges sont celles du Polar Cap.

Avant d'aller plus loin avec les pulsars, attardons nous sur les processus physiques permettant d'émettre des rayonnements radio, X et γ . Un lecteur intéressé par les détails de ces phénomènes pourra lire, entre autre, le livre de Jackson [56].

- Commençons par le rayonnement cyclotron/synchrotron ; il est émis par une particule chargée accélérée dans un champ magnétique sous l'effet de la force de Lorentz. Plus la vitesse de la particule est grande, plus le rayonnement obtenu est focalisé dans la direction de propagation de la particule. La focalisation (*beaming*) est donc très importante pour des particules relativistes¹¹.
- Le second processus est le rayonnement de courbure. Ce rayonnement similaire au synchrotron se produit lorsqu'une particule est accélérée le long d'une ligne de champ magnétique courbe.
- Le dernier processus d'émission est la diffusion de photons par des électrons de haute énergie

11. particules dont la vitesse approche celle de la lumière

permettant aux photons « d'absorber » une partie de l'énergie de l'électron. On nomme ce rayonnement la diffusion Compton inverse.

Revenons au modèle de dipôle magnétique de [Goldreich et Julian](#) mais prenons le cas quelconque d'un angle ζ entre le dipôle magnétique \vec{B} et l'axe de rotation du pulsar \vec{R} illustré par la figure 1.3 ($\zeta = 30^\circ$). Dans le cas théorique d'un dipôle fixe (sans rotation) dans le vide, toutes ses lignes de champ magnétique sont fermées. Or, ici un pulsar est en rotation rapide voire très rapide dans les cas des MSP. La magnétosphère est donc en co-rotation avec le pulsar et sa vitesse de rotation augmente avec la distance à l'étoile à neutron.

Les particules piégées au sein de la magnétosphère tournent autour du pulsar avec une vitesse extrêmement élevée, vitesse qui peut être relativiste voire atteindre la vitesse de la lumière. On définit alors la limite théorique où une particule en co-rotation avec une étoile à neutron atteint la vitesse de la lumière comme étant le cylindre de lumière. Ce cylindre (en pointillé sur la figure 1.3) délimite aussi la région à l'intérieur de laquelle toutes les lignes de champ magnétique sont fermées (en gris sur la figure 1.3). Son rayon est défini par $R_{CL} = c/\Omega$ où Ω est la vitesse de rotation angulaire, aussi définie par $\Omega = P/2\pi$, et c est la vitesse de la lumière. On obtient alors une relation définissant le rayon du cylindre de lumière en fonction de la période de rotation du pulsar P :

$$r_c = cP/(2\pi) \tag{1.7}$$

Dans le cas d'un pulsar milliseconde ($P = 1.6$ ms et $c = 3 \times 10^8$ m/s) le rayon du cylindre de lumière est de ~ 80 km.

Pour être accélérée, une particule chargée doit être soumise à une différence de potentiel. Or, à l'intérieur des lignes de champ magnétique fermées, les particules ne sont soumises à aucune force et entrent en corotation avec la magnétosphère du pulsar. Le long des lignes de champ ouvertes, au contraire, une diminution de la densité de charge apparaît laissant une zone « vide » de charge. Ces zones sont appelées des *gap*. La différence de charge entre la surface de l'étoile à neutron et dans le gap entraîne la création d'un champ électrique qui va permettre d'accélérer des particules (électron ou positron suivant son signe). Les phénomènes de rayonnement de particules chargées décrits précédemment entreront alors en jeu pour expliquer l'émission des pulsars.

À l'heure actuelle, il existe deux grandes familles de modèles d'émission à haute énergie pour les pulsars. Dans le modèle du *Polar Cap/Slot Gap*, des paires e^\pm sont créées par le champ électrique¹² \vec{E}_\parallel qui est très élevé dans la région de la calotte polaire. Ces paires rayonnent des photons par l'un des trois processus décrits précédemment.

Dans le cas du *Polar Cap* (symbolisé par les cônes oranges sur la figure 1.3), les paires créées émettent des photons par synchrotron/cyclotron ou par diffusion Compton inverse. Ces photons peuvent à leur tour créer des paires qui de nouveaux peuvent émettre des photons et ainsi de suite produisant alors un rayonnement γ .

Dans le *Slot Gap*, les particules chargées primaires produisent des cascades mais elles sont toujours accélérées jusqu'à de hautes altitudes où elles émettent des photons par rayonnement de courbure, Compton Inverse et synchrotron.

Le modèle de l'*Outer Gap* prédit que les particules (électrons et/ou positrons) présentes dans le

12. L'indice \parallel signifie que l'on considère la composante parallèle au champ magnétique.

gap (une des quatre régions en bleues sur la figure 1.3) sont accélérées par le champ électrique \vec{E}_{\parallel} et émettent un rayonnement de haute énergie par rayonnement de courbure essentiellement [26, 80].

Bien que presque tous les pulsars émettent en radio, les processus à l'origine de l'émission dans ce domaine ne sont toujours pas très bien connus. Deux modèles ont été proposés pour expliquer cette émission mais ne sont toujours pas satisfaisants [89]. Un premier où le rayonnement serait issu d'un cône entouré de petits cônes emboîtés, et un autre où le cône d'émission serait peuplé de zones d'émission aléatoirement réparties. De récents travaux sembleraient indiquer que la réalité est plus proche d'un ~~mélange~~ mélange de ces deux modèles [67].

mélange

1.4 Le satellite Fermi révèle la population de MSP en γ

1.4.1 L'observatoire Fermi



Figure 1.4 – Le 11 Juin 2008 à 12h05, sur la base militaire de Cape Canaveral (Floride), une fusée United Launch Alliance Delta II 7920-H décolle avec à son bord l'observatoire Fermi.

(Crédits : NASA/Jerry Cannon, Robert Murray)

Le 11 juin 2008 une fusée américaine Delta II (voir photo du lancement figure 1.4) a mis sur orbite le successeur de CGRO¹³ : le satellite *Fermi* (anciennement nommé GLAST pour *Gamma-Ray Large Area Space Telescope*). Cet observatoire a été placé sur une orbite basse de 565 km inclinée de 25.6°. Il tourne autour de la Terre en 95 minutes et possède deux instruments : le GBM (pour *GLAST Burst Monitoring*, [73]) ; instrument consacré à la détection de sursauts γ d'énergie comprise entre 8 keV et 40 MeV et le LAT (pour *Large Area Telescope* [15]) qui est l'instrument principal de la mission et observe le ciel γ de 20 MeV à 300 GeV. Le *Fermi*-LAT fonctionne essentiellement en mode balayage : c'est à dire qu'il fait une première orbite en pointant une direction à 50° du zénith et bascule de manière à observer une direction de

-50° lors de la seconde orbite¹⁴. Grâce au grand champ de vue de 2.4 sr du LAT, le satellite balaye donc l'ensemble du ciel toutes les 3 heures et ceci de manière quasi-uniforme.

1.4.2 Le Large Area Telescope

Le LAT est composé des trois principaux modules : le trajectographe, le calorimètre et le bouclier d'anti-coïncidence. La disposition, des éléments et des instruments sur le satellite, est illustrée par la figure 1.5a, quant au principe de détection, il est schématisé sur la figure 1.5b.

13. L'observatoire *Compton Gamma Ray Observatory* a été en service de 1991–2000.

14. L'angle de basculement ou ~~rocking~~ rocking angle était de $\pm 35^\circ$ au début de la mission et a été changé pour $\pm 50^\circ$ le 27 Mai 2010.

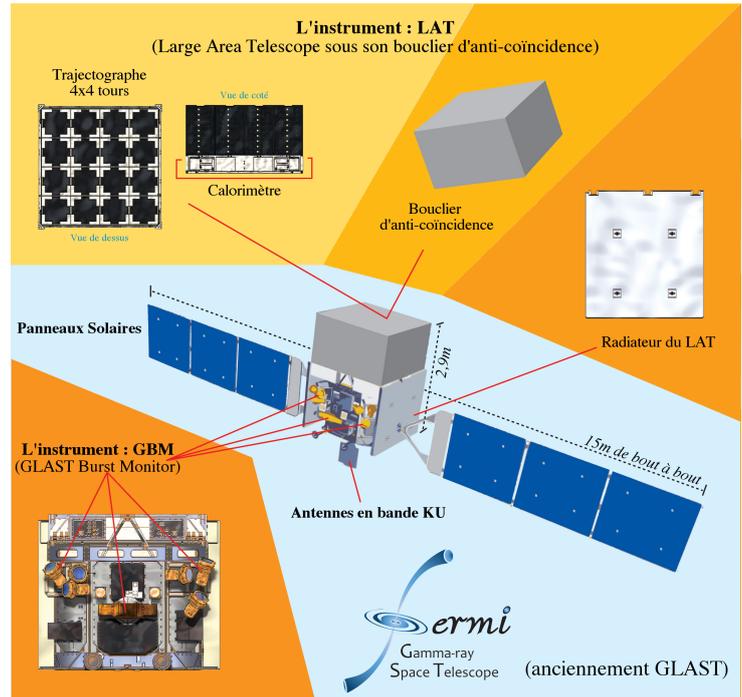
rocking

1.4. Le satellite Fermi révèle la population de MSP en γ

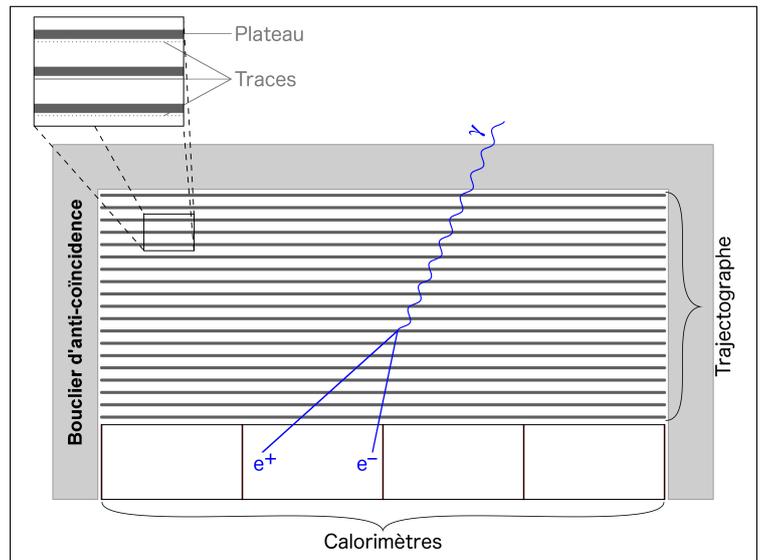
Comme son nom l'indique, le trajectographe sert à déterminer la trajectoire initiale du photon γ . Il est constitué de 19 plateaux qui contiennent une couche de tungstène pour l'interaction avec les photons, et une couche de détecteur de traces¹⁵ sur chaque face (sauf les deux plateaux aux extrémités qui n'ont qu'une couche de détecteur de traces). Chaque couche de traces est placée à 90° de sa précédente formant ainsi un quadrillage de façon à pouvoir reconstituer la trace en trois dimensions. D'autre part, pour optimiser la surface effective de collection et la reconstruction de la trace, l'épaisseur de tungstène varie d'un plateau à l'autre. À un moment donné, un photon pénétrant dans le trajectographe va : interagir avec un des plateaux de tungstène et créer une paire de e^\pm . Ces derniers seront ensuite détectés par chaque détecteur de traces qu'ils traverseront permettant ainsi la reconstruction de leur trajectoire et l'estimation de la direction d'origine du photon.

Le calorimètre, placé sous le trajectographe, recueille les paires de e^\pm créées par les photons incidents et détermine leur énergie. Il est constitué de plusieurs barreaux d'iodure de césium (CsI) enrichi au thallium (TI). Placés perpendiculairement d'une couche à l'autre, ces barreaux apportent une information spatiale supplémentaire pour la reconstruction de la trace dans le trajectographe.

Le tout est entouré par le bouclier d'anti-coïncidence dont le rôle est de certifier le rejet de particules chargées. En effet, un photon γ en présence de matière se décompose en paire e^\pm . Il est donc primordial pour un télescope γ d'être placé sur orbite afin de s'affranchir de l'absorption des rayons γ par l'atmosphère. Malheureusement, l'instrument sera alors soumis à un flux important de particules chargées qui peuvent interagir avec le LAT et créer un événement. Pour empêcher



(a) Fermi et ses principaux composants (Crédits : NASA)



(b) Schéma du LAT

Figure 1.5 – Figure regroupant un schéma de l'observatoire Fermi et un autre détaillant son instrument le LAT.

15. détecteurs à piste de silicium SSD (pour Silicon-Strip Detector)

CHAPITRE 1. UNE NOUVELLE SOURCE DE RAYONS GAMMA

cela, on a placé tout autour de l'instrument un bouclier d'anti-coïncidence dont le rôle est de rejeter tout événement qui ne serait pas issu d'un photon γ d'origine externe. Pour cela, on considère qu'un photon γ n'a qu'une très faible probabilité d'interagir avec le bouclier et ne sera donc détecté que par le trajectographe. Au contraire, une particule chargée a de fortes chances de déposer une partie de son énergie dans le bouclier. Un photon provenant d'une source externe sera donc un photon créant un événement dans le trajectographe et ne laissant pas de trace dans le bouclier d'où le nom d'« anti-coïncidence ».

Pendant on s'attend à ce qu'un photon γ de grande énergie ($>$ à 10 GeV) puisse créer, dans la gerbe, des photons sortant qui, avec une faible probabilité, pourraient être à l'origine¹⁶ d'une détection dans le bouclier. Cette détection ferait alors rejeter le photon initial. Pour éviter cela, le bouclier d'anti-coïncidence du LAT n'est pas monobloc mais constitué de nombreuses tuiles et rubans permettant de localiser spatialement les détections et de ne pas rejeter la détection d'un photon de très haute énergie. Cette nouveauté permet au LAT d'augmenter sa sensibilité à très haute énergie.

Ces trois modules, constituant le *Fermi-LAT*, fonctionnent en interaction et la détection d'un photon nécessite le recoupement des informations des trois modules. Tout d'abord, le bouclier permet de rejeter un événement si ce dernier ne provient pas d'un photon. Ensuite, on détermine la position de la source dans le ciel. Pour cela, il faut reconstruire la trajectoire parcourue par la paire de e^\pm dans l'instrument. La reconstruction de la trace est basée sur les informations du trajectographe évidemment, mais aussi du calorimètre. En effet, pour reconstruire la trajectoire de la paire de e^\pm on combine deux algorithmes. Le premier détermine quelle est la meilleure trajectoire en utilisant les données du calorimètre et du trajectographe. Le second fonctionne de la même manière mais n'utilise pas l'information du calorimètre. La combinaison des deux estimations donne alors la meilleure estimation de la direction d'origine du photon incident [15]. Pour finir, le calorimètre donne une estimation de l'énergie du photon incident à partir des mesures des énergies déposées par les e^\pm .

Un dernier point très important est la précision de datation absolue des événements mesurés par le télescope. Cette précision importante pour l'étude des sursauts γ , est nécessaire pour l'étude des pulsars et primordiale pour les pulsars milliseconde. Les tests, au sol et en vol, ont montrés que la précision de datation absolue est inférieure à 1 μs [3], garantissant la possibilité d'étudier les pulsars et notamment les MSP.

1.4.3 Une nouvelle stratégie d'observation des pulsars

Quelques mois après le lancement du satellite *Fermi*, deux papiers annoncent l'observation de 24 pulsars dont 8 MSP par le *Fermi-LAT*, [4, 6] le tout résumé dans un premier catalogue de pulsar publié l'année suivante : [5]. Ces observations, et notamment celles des MSP, marquent le début d'une révolution. En effet, en moins de 5 ans, le catalogue de pulsar milliseconde connus comme étant émetteur de rayon γ est passé de zéro avant Fermi, à 8 la première année et à près de 60 aujourd'hui (voir notamment : [11] et la figure 1.8). En cinq ans, le nombre de pulsars milliseconde observé en γ a été multiplié par un facteur 7.5.

Les excellentes performances du *Fermi-LAT*, en terme de surface efficace et de champ de vue, ont jouées un rôle majeur dans la découverte de ces sources de rayons γ . En effet, malgré

16. En effet, ces photons sortants peuvent à leur tour interagir et créer des photons Compton.

je croyais
que
l'ACD ne
mettait
en
évidence
que les
chargés?

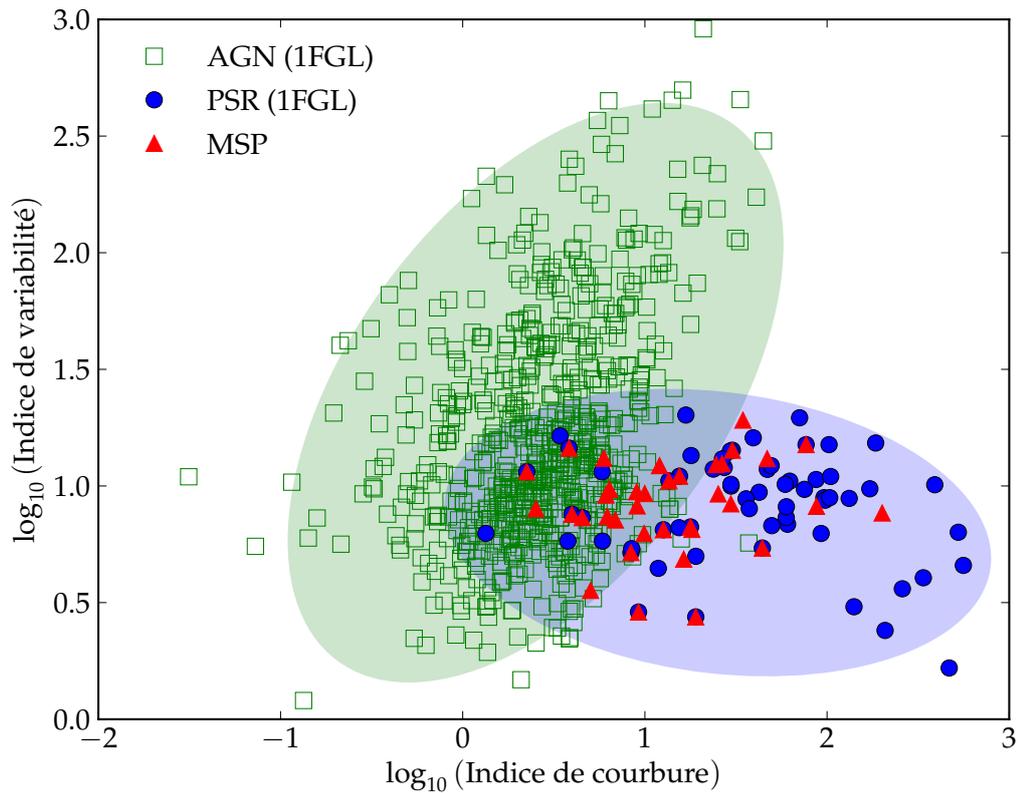


Figure 1.6 – Graphique en échelle logarithmique montrant l'indice de variabilité en fonction de l'indice de courbure pour les populations d'AGN et de pulsars. Les carrés verts, les cercles bleus et les triangles rouges représentent respectivement les AGN et pulsars du catalogue 1FGL et les MSP observés par le *Fermi-LAT*. \triangle Les ellipses ont ici pour unique but de souligner visuellement la distribution des populations d'AGN et de pulsars, et donc de mettre en évidence leur différence de variabilité et d'indice de courbure.

les indices d'émission γ de MSP, il était inattendu que des MSP soient observés en γ et surtout pas dans une telle proportion. De plus, il était assez inespéré de détecter des pulsations en γ pour un pulsar milliseconde comme cela a été le cas pour PSR J1823-3021A au sein de l'amas globulaire NGC 6624 [42].

Un fait essentiel a joué en faveur d'une telle révolution : leur caractéristique spectrale et leur stabilité particulière (mesurée grâce à l'indice de variabilité). La figure 1.6 représente la distribution des AGN¹⁷ et pulsars du premier catalogue de sources du *Fermi-LAT* : le catalogue 1FGL [1]. Cette figure, en échelle logarithmique, montre l'indice de variabilité en fonction de l'indice de courbure qui sont expliqués ci-dessous.

La variabilité d'une source (variation de son flux γ) au cours du temps dépend de l'échelle de temps que l'on considère. En effet, un pulsar milliseconde sera variable sur de très petites échelles de temps de l'ordre de la milliseconde, mais, parfaitement constant sur des périodes de plusieurs heures ou jours. Au contraire, un AGN sera variable sur des échelles de temps plus grandes allant de quelques heures à plusieurs jours. Dans le cas du catalogue 1FGL, la variabilité a été calculée sur une échelle de temps du mois, or, sur cette durée, un pulsar est stable [1]. Ce qui explique leur distribution « horizontale » et de faible valeur dans la figure 1.6.

L'autre caractéristique intéressante est l'indice de courbure qui quantifie l'écart entre un spectre

17. AGN désigne les noyaux actifs de galaxie soit *Active Galactic Nuclei*.

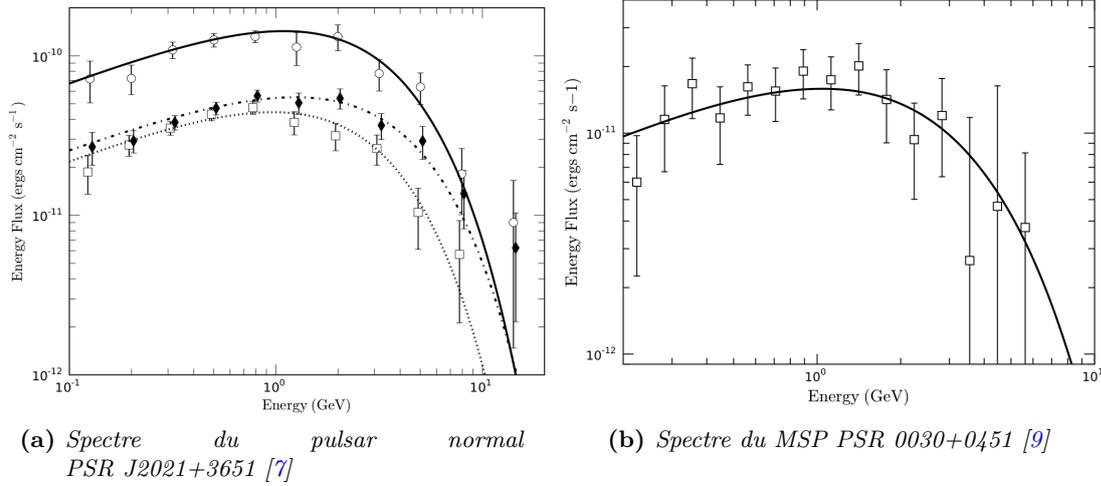


Figure 1.7 – Sur ces graphiques, sont représentés les spectres d’un pulsar normal et d’un pulsar milliseconde. Les points montrent les données avec les barres d’erreurs liées aux incertitudes de la mesure. Les courbes symbolisent le meilleur ajustement d’un spectre en loi de puissance à coupure exponentielle tel que décrit par la formule 1.8.

(a) montre le spectre du pulsar normal PSR J2021+3651 possédant deux pulses P1 et P2 [7]. On peut voir le spectre de chaque pulse P1 et P2 représentés respectivement par des losanges noirs et des carrés blancs. Le spectre de deux pulses est symbolisés par des cercles blancs et son meilleur ajustement par la ligne noire.

(b) montre le spectre du pulsar milliseconde PSR J0030+0451 [9].

en loi de puissance et le spectre réel de la source. La figure 1.7 montre les spectres typiques d’un pulsar normal PSR J2012+3651 et d’un pulsar milliseconde PSR J0030+0451. Les mesures sont représentées par les points avec les barres d’erreurs et le meilleur ajustement est symbolisé par les courbes. Pour cet ajustement, les auteurs ont utilisés un spectre en loi de puissance à coupure exponentielle décrit par l’équation suivante [7, 9] :

$$\frac{dF_\gamma}{dE} = N_0 \times E^{-\Gamma} \times \exp\left(-\frac{E}{E_c}\right) \quad (1.8)$$

où E est l’énergie, N_0 le facteur de normalisation du spectre, Γ l’indice du spectre (> 0) et E_c l’énergie de coupure. Γ et E_c sont laissés libres et sont ajustés. Ce spectre, en loi de puissance à coupure exponentielle, est caractéristique des pulsars mais ne permet pas de distinguer un pulsar normal d’un pulsar milliseconde. Cependant, leur spectre est très différent d’une simple loi de puissance et leur confère ainsi un indice de courbure positif.

Les deux populations majoritaires de sources γ sont les AGN et les pulsars. Comme on peut le voir sur la figure 1.6, il est possible de séparer ces deux populations grâce à leur indice de courbure et leur indice de variabilité dans le temps. Une nouvelle approche dans la recherche de pulsar milliseconde a été construite à partir des sources non-associées¹⁸. En effet, une sélection suivant la variabilité et l’indice de courbure a permis de restreindre le nombre de candidats pulsars parmi les sources non-associées. Dans un deuxième temps, ces candidats pulsars ont été observés par les radio-astronomes afin de chercher des pulsations. Cette nouvelle manière de procéder a largement favorisé la découverte de nouveaux pulsars milliseconde en radio.

18. Lors du processus de construction d’un catalogue, on cherche pour chaque source si il existe une source déjà existante dans les catalogues connus et dans différentes longueur d’onde. Les sources qui n’ont aucune contrepartie et ne sont pas connues sont alors classées comme non-associées.

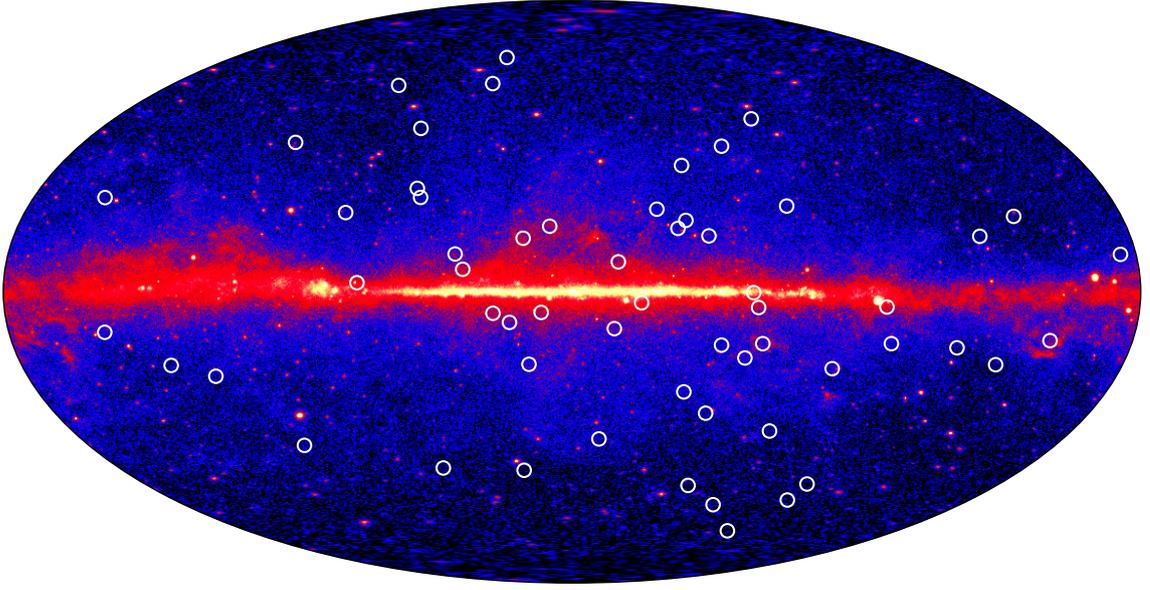


Figure 1.8 – Carte du ciel vue par le Fermi-LAT au bout de 36 mois. Les cercles blancs représentent les 58 MSP γ observés par le Fermi-LAT.

1.5 Étude de population des MSP : état des lieux

1.5.1 Étudier la population de MSP

Motivations

Nous avons vu précédemment que le modèle standard de formation des MSP prédit que ceux-ci sont issus du recyclage d'un pulsar jeune dans un système binaire X (voir section 1.3). Nous avons aussi vu que les LMXB ont une chance non négligeable de donner naissance à un MSP sans être détruits avant. Les LMXB seraient donc les candidats progéniteurs les plus prometteurs. Cette question de l'origine des MSP a fait l'objet de nombreuses études [92, 41] qui semblent s'accorder à dire qu'effectivement, les LMXB sont les plus probables progéniteurs des MSP [19]. Seulement, le nombre prédit de LMXB dans notre Galaxie n'est pas compatible avec la prédiction du nombre de MSP galactiques. D'un côté, nous avons la durée de vie des MSP ($\tau \sim 10^{10}$ ans, [23]) et le nombre total de MSP ($N_{\text{MSP}} \sim [40 - 200] \times 10^3$, [67, 70]) qui donne un taux de naissance de $N_{\text{MSP}}/\tau \sim 10^{-6} - 10^{-5} \text{ an}^{-1}$. De l'autre, la centaine de LMXB observés dans notre Galaxie avec des durée de vie de l'ordre de 0.1 à 1 milliards d'années donne un taux de naissance des LMXB de l'ordre de $10^{-7} - 10^{-6} \text{ an}^{-1}$ [63, 29, 67, 30]. Or, cette différence, d'un facteur ~ 10 entre le taux de naissance des MSP et des LMXB, est connue et malmène le modèle standard de formation des MSP malgré certains arguments en faveur de celui-ci [19, par exemple]. Mesurer le nombre de MSP avec précision dans notre Galaxie est donc un enjeu essentiel qui permettrait de résoudre ce fameux problème du taux de naissance, ou au moins, d'apporter de nouveaux éléments afin de mieux comprendre l'origine des MSP de notre Galaxie.

Lors de la naissance d'un pulsar, il y a peu de chances pour que la supernova soit parfaitement isotrope. Une anisotropie dans l'explosion va donner un fort élan au pulsar nouveau né et lui conférer ainsi une vitesse assez élevée ($\sim 250 - 450 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, [69, 52]). D'un autre côté les MSP sont issus d'un recyclage ; on s'attend donc à ce qu'ils aient une vitesse plus petite. En effet, on

estime leur vitesse initiale à environ $70 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ [84]. De plus, comme ce sont de vieux pulsars, ils ont eu le temps de parcourir une certaine distance dans la Galaxie, et, on s'attend à ce qu'ils suivent une distribution de vieilles étoiles possédants des hauteurs d'échelle de quelques centaines de parsecs [88]. Or, estimer la distribution spatiale des MSP permettrait, du même coup, de mieux comprendre leur évolution au sein de la Galaxie et de confirmer ces prédictions théoriques.

La figure 1.8 montre le ciel tel que le voit le *Fermi*-LAT au bout de 36 mois d'observation. Les cercles blancs symbolisent la position des 58 MSP observés par le *Fermi*-LAT au moment de la rédaction de ce manuscrit. On constate que le plan galactique est entièrement dominé par une émission diffuse. Bhattacharya et Srinivasan [20] ont montré, pour la première fois en 1991, qu'une population non résolue de MSP γ doit contribuer à l'émission diffuse. Or, ~~quelque soit~~ les études, on estime que le nombre de MSP non résolus doit être assez important. Cette partie de leur population devrait donc contribuer, de manière significative, à l'émission diffuse en γ . De plus, leur spectre, en loi de puissance à coupure exponentielle autour du GeV, pourrait peut-être expliquer une composante de l'émission diffuse que l'on observe et être un moyen de détecter cette composante [91, 94].

quelles que soient

Comprendre l'origine des MSP apporterait de nouveaux éléments pour étudier l'évolution stellaire et l'évolution galactique (nombre et distribution spatiale des MSP). Pour finir, l'estimation de la contribution des MSP au diffus γ , permettrait d'améliorer la sensibilité de détection du *Fermi*-LAT en permettant une meilleure soustraction du diffus lors du processus de détection de sources.

Revue des précédentes études

Historiquement, les MSP ont été observés pour la première fois dans le domaine radio en 1982. Une fois les MSP établis comme population à part entière (dans les années 90), de nombreuses études de population ont été menées de façon à essayer de déterminer leur nombre, leur distribution spatiale et leur origine (comme nous l'avons vu précédemment). Les premières études de modélisation de la population de pulsar milliseconde ont été menées au début des années 90, voir par exemple : [63, 66, 18]. Dans ces études, on injectait un grand nombre ($\sim 10^5 - 10^7$) d'objets dans un modèle galactique en utilisant une distribution Gaussienne de pulsar suivant¹⁹ r et z et en leur donnant une période et une luminosité radio [76, 57]. Les auteurs utilisaient des longueurs et hauteurs d'échelles, de $\sim 5 \text{ kpc}$ et de $\sim 100 - 300 \text{ pc}$ respectivement pour r et z , en s'appuyant sur l'hypothèse selon laquelle les MSP suivent une distribution de vieilles étoiles. Ils estimaient ensuite quelle partie de la population de pulsars milliseconde simulée était observable par chaque télescope radio et déduisaient par proportionnalité la quantité de MSP dans notre Galaxie. Leur estimations prédisaient que les MSP devait être au nombre de $\sim 10\,000 - 40\,000$ individus et pourrait même aller jusqu'à $300\,000$ individus. Ce qui, si l'on suppose une durée de vie des MSP de 10^{10} ans, donne un taux de naissance de l'ordre de $10^{-5} - 3 \times 10^{-6} \text{ an}^{-1}$ confirmant le problème du taux de naissance du modèle standard.

Des études plus récentes ont été menées toujours dans le domaine radio et ont réduit le nombre de MSP probables dans notre Galaxie à un intervalle allant de $30\,000$ à $200\,000$ individus [67, 70]. Ce qui laisse le problème du taux de naissance non résolu avec un $\tau_{\text{naissance}} \sim 3 \times 10^{-6} -$

19. r et z sont respectivement les dimensions radiale et verticale d'un système de coordonnées sphérique.

$2 \times 10^{-5} \text{ an}^{-1}$. Quant aux longueurs et hauteurs d'échelles, elles sont prises comme paramètres d'entrée de ces modèles et ne sont donc pas contraintes.

Beaucoup plus récemment, la révélation de la population de MSP comme émetteurs γ par le *Fermi*-LAT [6, 11], a relancé une série d'études de population tenant compte cette fois des données γ et radio : [37, 90]. Ces nouvelles études sont basées sur un modèle de population radio et contraignent la population de MSP γ à partir de ce modèle radio. Or, dans le modèle radio entre en compte les caractéristiques de chaque télescope radio utilisés dans l'étude. Les modélisations sont donc fortement biaisées du fait de l'utilisation de différents télescopes radios (ayant des caractéristiques observationnelles différentes). Un autre point délicat, est le fait qu'il n'y a pour le moment aucun lien entre l'émission radio des MSP et celle du domaine γ . Cependant ces études prédisent un nombre de MSP dans notre Galaxie de 40 000 à 50 000 individus et s'accordent à dire que leur distribution spatiale est de l'ordre de 4–5 kpc suivant la direction radiale, et de l'ordre de 0.5–1 kpc pour la direction verticale. De plus dans leur papier, Faucher-Giguère et Loeb font une estimation de la contribution des MSP à l'émission diffuse galactique et prédisent qu'elle serait de 5 à 15% de l'émission diffuse observée par le *Fermi*-LAT à haute latitude ($|b| \geq 40^\circ$).

1.5.2 Objectifs et enjeux

Découverts il y a près de trente ans, les MSP ont été l'attention de nombreuses études dans les années 90. Basées sur les premières observations dans le domaine radio, ces études sont fortement biaisées du fait de l'utilisation de télescopes radio ayant des sensibilités et résolutions différentes et fonctionnant en mode « pointé » (mode dans lequel le temps d'observation intervient sur la sensibilité). Nous avons aussi vu l'importance que peut avoir l'origine des MSP sur le modèle d'évolution standard. En effet, contraindre le nombre de MSP dans notre Galaxie est déterminant pour pouvoir remonter au principal progéniteur des MSP et apporter ainsi de nouvelles lumières sur la fin de vie des étoiles et de l'évolution stellaire.

Un autre point important, dans la détermination de l'origine des MSP, est leur distribution spatiale. En effet, il est communément admis que celle-ci suit celle des vieilles étoiles qui peuplent un disque galactique épais de quelques centaines de parsecs et donc insensible aux bras spiraux de la Galaxie.

Pour finir, à l'heure actuelle seule une petite fraction de la population de MSP est observée laissant deviner qu'une grande partie de ces derniers contribue à l'émission diffuse galactique dans le domaine γ . Émission qu'il est nécessaire de bien connaître afin d'améliorer la sensibilité de détection de sources.

Tous ces enjeux sont d'autant plus intéressants à contraindre que les récentes données et découvertes du *Fermi*-LAT laissent supposer qu'il sera possible d'apporter de meilleures contraintes que précédemment. Au moins, grâce au fait que le *Fermi*-LAT fonctionne en mode « balayage », observant de manière quasi-uniforme l'ensemble du ciel. Il était inconcevable de se passer du biais observationnel lors des précédentes études de population dans le domaine radio. Malheureusement, la nouvelle stratégie d'observation des MSP du *Fermi*-LAT ne permet pas de se passer totalement du biais radio mais devrait fournir un catalogue de MSP moins biaisé que celui fourni par les télescopes radio. De plus le nombre toujours croissant de MSP γ est aujourd'hui suffisant pour envisager des études statistiques de leur population.

Fort de ces motivations, nous avons construit un modèle Monte Carlo de population de pulsars milliseconde au sein de notre Galaxie. Ce modèle ne prendra pas en compte la population radio afin d'éviter d'introduire un biais observationnel supérieur à celui déjà présent dans l'échantillon de MSP du *Fermi*-LAT. Chaque jeu de paramètres sera ensuite comparé aux données à l'aide d'une méthode d'analyse par maximum de vraisemblance qui n'a jamais été appliquée à ce cas là.

Dans ce modèle, et contrairement à ces prédécesseurs, les longueurs et hauteurs d'échelles suivant r et z seront laissées libres et seront donc contraintes par le modèle à l'issue de l'analyse. Il sera aussi possible d'estimer qu'elle peut-être la contribution de la population de MSP à l'émission diffuse galactique dans le domaine γ . De la même manière, notre modèle fournira une mesure du nombre de MSP dans notre Galaxie apportant ainsi de nouveaux éléments afin de mieux comprendre l'origine des pulsars milliseconde au sein de notre Galaxie.

Modélisation de la population de pulsars milliseconde



Au fil de ce chapitre, nous allons aborder le travail de développement que j'ai mené au cours de ma thèse. Ce développement a abouti à l'élaboration d'un modèle de population de pulsar milliseconde. Nous allons tout d'abord nous pencher sur les motivations qui m'ont conduites à concevoir un modèle, puis après avoir décrit mon approche, nous aborderons l'analyse des simulations et la méthode de comparaison aux données du satellite *Fermi*-LAT.

2.1 Pourquoi et comment construire un modèle ?

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, les MSP ont été découverts il y a un peu plus de 30 ans et ont suscité de nombreuses études de population dans le domaine radio [70, 76]. Plus récemment avec l'arrivée du satellite Fermi, des études similaires ont été menées dans le domaine γ [37, 90]. Nous avons vu qu'il était essentiel de contraindre le nombre et la distribution spatiale des MSP afin d'améliorer notre compréhension de l'évolution stellaire au sein de notre Galaxie (voir section 1.5.1). Nous avons aussi vu qu'une contrainte robuste de la contribution des MSP à l'émission diffuse permettrait d'améliorer la sensibilité de détection des sources du *Fermi*-LAT. Il faut pour cela passer par une modélisation de la population de MSP afin d'obtenir une mesure de ces grandeurs.

Un modèle est un ensemble de théories simulant les propriétés physiques et le comportement de l'objet que l'on considère. Il est donc défini par les théories qu'il contient et est relié à la réalité par les paramètres dont il dépend. Une fois traduit en programme, celui-ci renvoi des résultats numériques correspondant à des « comportements » et des propriétés physiques.

Introduite en 1949, la méthode de Monte Carlo [74], est une approche statistique permettant de résoudre numériquement des équations. La figure 2.1 illustre une application simple de cette approche : l'estimation de la valeur de la constante π . On tire aléatoirement N points dans un carré de un mètre de coté. On dénombre la quantité de points inscrits dans le quart de cercle de centre (0,0) et de un mètre de rayon. On peut estimer l'aire du quart de cercle en considérant que celle-ci est donnée par : $\mathcal{A}_{\text{cercle}} = N_{\text{cercle}}/N \times \mathcal{A}_{\text{carré}} = 1/4 \pi_e R^2$. L'estimation de π est ensuite donnée par : $\pi_e = 4 N_{\text{cercle}}/N$. Comme on peut le voir sur ces quatre graphiques, la précision de la valeur estimée π_e dépend du nombre N de points que l'on a tiré aléatoirement. Ce petit cas montre qu'il est possible de résoudre des équations, des calculs de surface et de volumes grâce à des méthodes Monte Carlo.

De la même manière, en parcourant l'espace des paramètres d'un modèle, il est alors possible de contraindre ces paramètres par comparaison à chaque itération : les résultats à la réalité. On

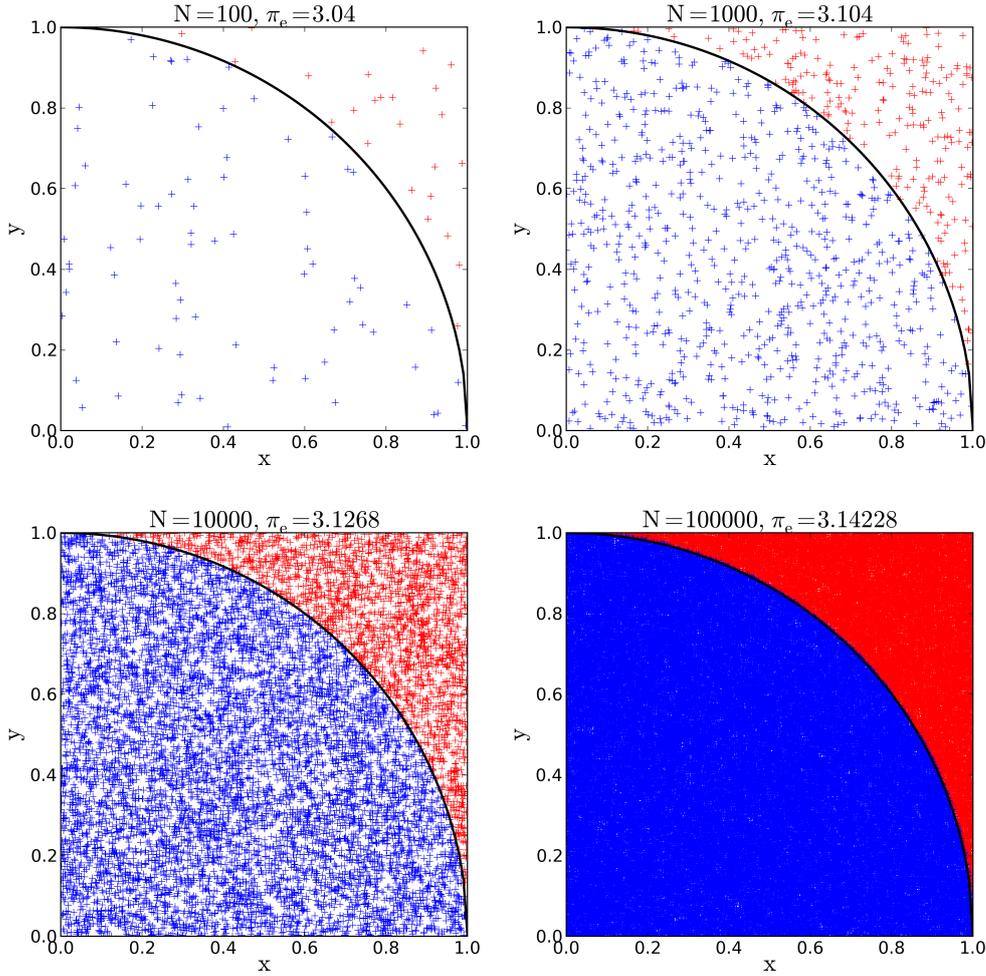


Figure 2.1 – Estimation de π par tirages aléatoires de N points. Plus N est grand, plus la valeur estimée de π s’approche de la valeur exacte.

aura alors réalisé une mesure indirecte de ces paramètres.

Dans notre cas, si l’on tire aléatoirement la distribution spatiale de la population de MSP et que l’on compare au données, il serait alors possible de tester différents paramètres spatiaux de manière itérative. De plus, si notre modèle tient compte de la sensibilité du *Fermi-LAT*, on pourrait alors imaginer séparer la population de MSP simulée en deux : d’un côté les MSP détectables et de l’autre les MSP indétectables. Les premiers serviraient à estimer le nombre de MSP dans la Galaxie et permettraient par comparaison aux observations de contraindre la distribution spatiale. Grâce à un tel modèle nous apporterions des éléments de réponses aux questions que l’on se pose concernant cette population d’étoile (voir section 1.5.1).

Nous venons de voir l’intérêt d’un modèle Monte Carlo de population de pulsar milliseconde. Maintenant nous allons nous pencher sur la question : comment construire un tel modèle ?

La figure 2.2 présente l’algorithme du modèle utilisé dans cette thèse. Le fonctionnement de chaque « boîte » notée « Fig-2.2-B*i* » est détaillé dans les sections suivantes où l’on présente la physique et les équations qui s’y cachent. Ici nous décrivons dans les grandes lignes les étapes de la modélisation et de l’analyse.

Après avoir chargé la liste des paramètres, le programme va parcourir l’espace des deux pa-

2.1. Pourquoi et comment construire un modèle ?

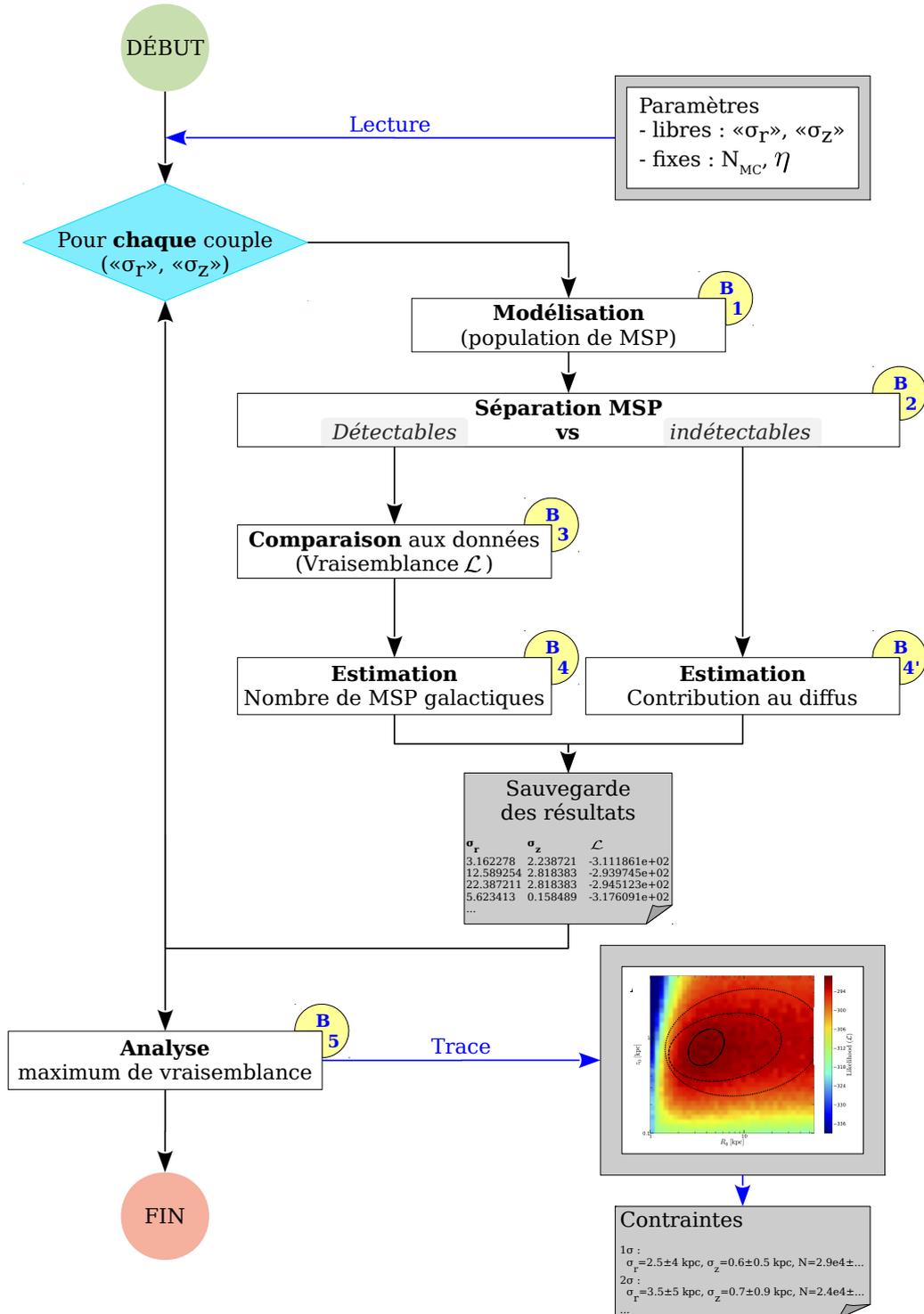


Figure 2.2 – Algorithme principal d'une simulation. Le fonctionnement de chaque « boîte » Fig-2.2-Bi est détaillé dans ce chapitre.

ramètres libres qui caractérisent la distribution spatiale qu’aura la population de MSP simulée. Ensuite, pour chacun de ces couples de paramètres, le programme va modéliser une population de N_{MC} MSP (Fig-2.2-B1).

Cette partie du programme se décompose en trois étapes (voir section 2.2) : la première permet de donner une position aux MSP dans notre Galaxie. La seconde consiste à leur attribuer des caractéristiques physiques comme une période P , un champ magnétique B et un âge caractéristique τ . Puis pour finir, on calcule la luminosité et le flux γ .

À partir de là, on sépare la population en deux échantillons que l’on va traiter indépendamment (Fig-2.2-B2). Le premier est constitué des MSP classés comme détectables : MSP pour lesquels le flux γ est supérieur à la sensibilité du *Fermi*-LAT. Bien entendue, les autres sont indétectables et forment le second échantillon.

Vient ensuite la comparaison entre la modélisation et les observations. Pour cela on compare la carte du ciel des MSP détectables, à celle observée par le *Fermi*-LAT (Fig-2.2-B3).

Finalement, on estime le nombre de MSP dans notre Galaxie à partir des MSP détectables et leur contribution à l’émission diffuse à partir des indétectables (Fig-2.2-B4 et Fig-2.2-B4’).

On recommence ces quatre étapes de modélisation, séparation, comparaison et estimation pour chaque jeu de paramètres libres, jusqu’à ce que l’on ait couvert toutes les valeurs possibles. On termine par la recherche d’un maximum de vraisemblance qui donnera la meilleure représentation de la réalité parmi toutes les modélisations réalisées (Fig-2.2-B5). Les sections suivantes détaillent chacune des étapes mentionnées ici.

2.2 La physique du modèle

Dans cette section, nous allons détailler la boîte Fig-2.2-B1 qui représente la modélisation de la population de MSP. C’est ici que vont être injectés la physique et les paramètres de la population que l’on souhaite simuler.

La première chose à faire lors d’une simulation de population c’est de déterminer le nombre d’individus que l’on veut représenter. Ici, ce nombre sera un paramètre fixe sur lequel on reviendra plus en détails dans la section 2.4.1, car, de son choix va dépendre les fluctuations statistiques du modèle. Pour le moment, il suffit de savoir qu’il est noté N_{MC} , et a une valeur très grande devant 1 afin de réduire le bruit statistique.

D’une manière générale, on commence par donner une position aux MSP simulés dans la Galaxie. Ensuite, il faut leur assigner une période P , et un taux de ralentissement \dot{P} afin de pouvoir faire une estimation de leur luminosité et du flux γ (voir section 1.2.3 pour une description de ces grandeurs). La partie modélisation proprement dite sera alors terminée.

2.2.1 Distribution spatiale

Du fait de leur grand âge, il est généralement admis que les MSP suivent la distribution de vieilles étoiles. Or, ces dernières ont une hauteur d’échelle de plusieurs centaines de parsecs [88]. Des études dynamiques d’évolution des MSP au sein du champ gravitationnel galactique [90] suggèrent des longueurs d’échelles de $R_0 \approx 4.2$ kpc en utilisant la distribution spatiale exponentielle suivante :

$$\rho(R) \propto \exp\left(-\frac{R}{R_0}\right) \quad (2.1)$$

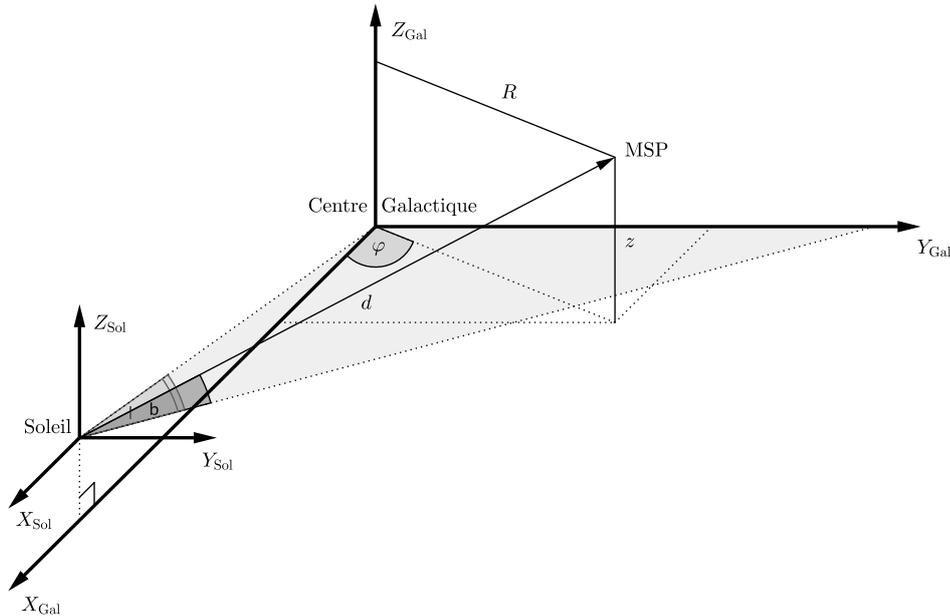


Figure 2.3 – Représentations des systèmes de coordonnées (R, z, φ) et (l, b, d) respectivement dans le repère galactocentrique et solaire. R est la distance au centre galactique, z la hauteur par rapport au plan galactique (plan X_{Gal} , Centre Galactique, Y_{Gal}) et φ l'angle azimutal. l et b sont la longitude et latitude galactiques et d est la distance entre le Soleil et le pulsar milliseconde considéré. Le Soleil est placé à une distance de 8.5 kpc du centre galactique et à 20 pc au dessus du plan galactique [?].

où $\rho(R)$ est une densité surfacique et R la distance au centre galactique [90] (voir figure 2.3). Cependant, d'autres études préconisent une distribution Gaussienne telle que :

$$\rho(R) \propto \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (2.2)$$

avec $\sigma_r \approx 5$ kpc [37]. Nous avons testé les deux distributions et nous verrons dans le chapitre suivant les résultats obtenus pour chaque distribution.

D'une manière générale, une distribution exponentielle est utilisée pour la distance au plan galactique z [37, 79, 90] :

$$N(z) \propto \exp\left(-\frac{|z|}{z_0}\right) \quad (2.3)$$

où $N(z)$ est la distribution de z , et z est la hauteur galactique mesurée depuis le plan galactique (voir figure 2.3). La hauteur d'échelle z_0 attendue varie suivant les études et serait comprise entre 0.5 kpc [90] et 1 kpc [37].

La position est obtenue par un tirage aléatoire d'une composante radiale et verticale suivant l'une des distributions précédentes où l'on a ajouté la contrainte $R \leq 15$ kpc. Par définition, ces équations sont axisymétriques et donc, pour chaque paires de coordonnées R et z , on tire aléatoirement un angle azimutal φ de manière uniforme dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

Ensuite, en supposant que le Soleil est placé à 8.5 kpc du centre galactique et à 20 pc au dessus du plan galactique [87], on convertit les coordonnées cylindriques « galactocentriques » (R, z, φ) en longitude l et latitude b galactiques et distance d au Soleil (voir le schéma 2.3).

On notera, ici, que cette manière de procéder permet de simuler des MSP uniquement dans le disque galactique, sans tenir compte d'une éventuelle composante du bulbe. Le choix de ne modéliser que la composante du disque a été motivé par le fait que les MSP observés, par le *Fermi*-LAT, sont proches de nous. La proximité des MSP rend le bulbe impossible à contraindre à l'aide des données du *Fermi*-LAT.

Dans la pratique...

2.A

L'implémentation de ces tirages dans le modèle a demandé un certain travail. Tout d'abord, il a fallu exprimer la distribution de manière analytique car, pour les équations 2.1 et 2.2, seule une densité surfacique est donnée. On obtient alors la distribution statistique en intégrant cette densité sur une surface soit : $N(R, \sigma) = \int_0^R 2\pi R' \rho(R', \sigma) dR'$ où σ correspond à R_0 et σ_r respectivement dans le cas exponentiel et gaussien. À partir de là, le raisonnement est le même pour toutes les distributions. On détermine la densité de probabilité $p_R(R)$ d'obtenir la valeur R suivant cette distribution :

$$p_R(R) = \frac{\int_0^R 2\pi R' \rho(R') dR'}{\int_0^{+\infty} 2\pi R' \rho(R') dR'} \quad (2.4)$$

Par définition, $p_R(R)$ est uniformément répartie dans l'intervalle $[0, 1]$. En inversant la relation précédente, il devient alors facile d'obtenir un tirage aléatoire suivant la distribution de notre choix. En effet, un simple tirage aléatoire uniforme de $P_R(R)$ dans l'intervalle $[0, 1]$ nous donne ainsi accès à une distribution statistique beaucoup plus complexe.

Dans le cas gaussien, on résout analytiquement l'équation 2.4 et on obtient :

$$R = \sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(1 - P_R(R))} \quad (2.5)$$

σ_r est un paramètre du modèle et sera donc connu au moment du tirage, et $P_R(R)$ est tiré aléatoirement de manière uniforme entre 0 et 1. Afin de respecter la taille de la Galaxie, nous avons ajouté une contrainte sur la distance radiale obtenue : $R \leq 15$ kpc.

Malheureusement pour nous, l'équation 2.4 n'a pas de solution analytique dans le cas exponentiel (éq. 2.1). En effet, on arrive à l'équation :

$$P_R(R) = 1 - \exp\left(-\frac{R}{R_0}\right) \left[1 - \frac{R}{R_0}\right] \quad (2.6)$$

Afin de réaliser le tirage, la première idée a été de résoudre numériquement cette équation. La résolution numérique via la méthode de Newton-Raphson donne deux solutions dont nous ne gardons que celle appartenant à $[0, +\infty[$. Cette méthode, comme de nombreuses autres méthodes, est un processus itératif qui peut, dans certains cas, nécessiter un grand temps de calcul. Nous verrons plus tard que le temps de calcul nous a posé problème. Aussi, l'optimisation de ce tirage a permis de gagner en vitesse d'exécution.

Pour cela, nous avons construit une méthode dite de « rejet » dans laquelle on tire aléatoirement de manière uniforme une valeur de $R_{\text{tiré}}$ dans l'intervalle $[0, 15]$ kpc, et une valeur de $N(R, R_0)_{\text{tiré}}$ dans l'intervalle $[0, \max\{N(R, R_0)\}]$. Cette valeur de R est conservée si et seulement si : $N(R, R_0)_{\text{tiré}} \leq N(R_{\text{tiré}}, R_0)$. On réitère autant de fois que nécessaire ces tirages

de façon à obtenir N_{MC} valeurs valides de R . Cette méthode du rejet nous a permis de gagner un facteur ~ 18 en terme de temps de calcul pour un seul tirage de 10^7 valeurs.

La figure 2.6 illustre les tirages aléatoires obtenus à partir des méthodes décrites ci-dessus pour les coordonnées (R, z, φ) . La loi utilisée est superposée au tirage et montre que ces derniers sont représentatif des loi théoriques utilisées.

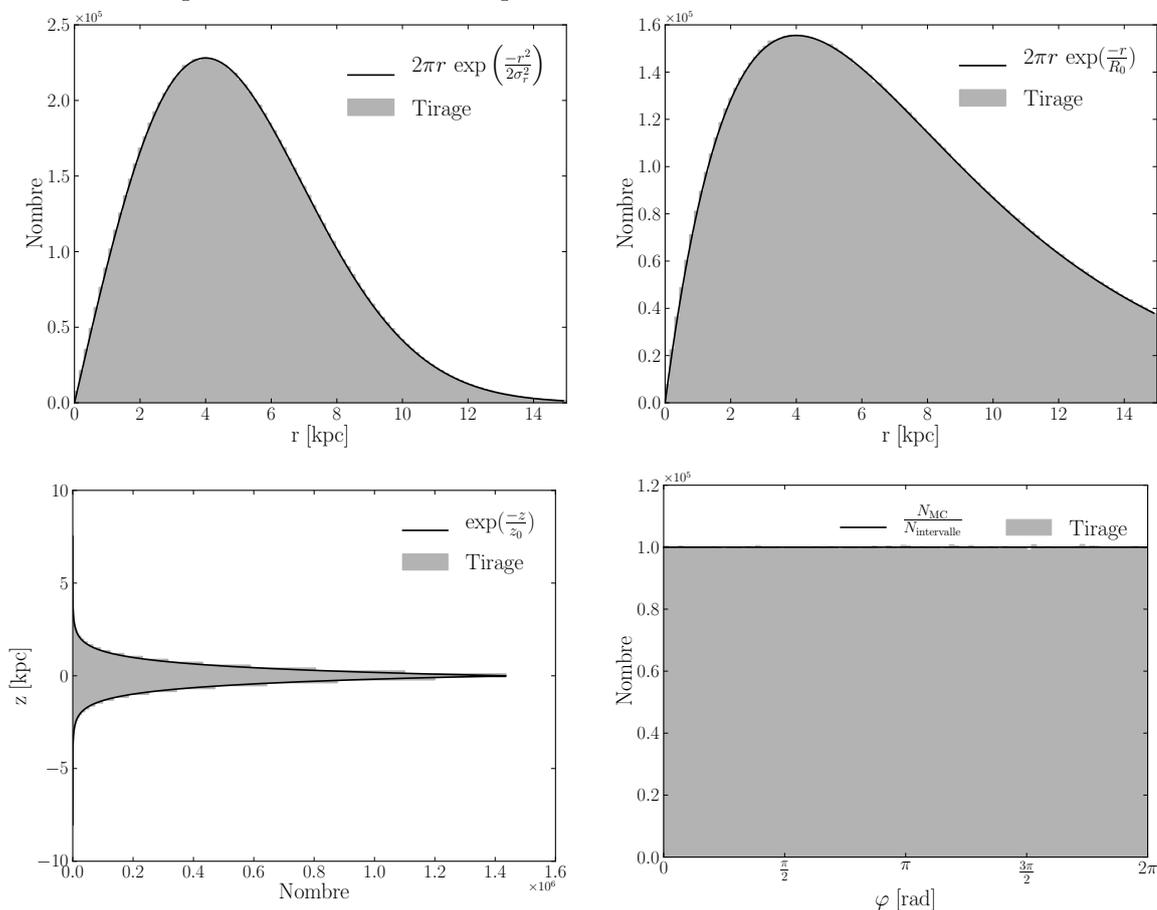


Figure 2.4 – Les quatre graphiques montrent les tirages aléatoires obtenus pour $N_{\text{MC}} = 10^7$. Les distributions théoriques utilisées lors du tirage sont superposées et, comme on peut le voir sur chaque graphique, nos tirages aléatoires sont très bien représentatifs des distributions théoriques.

2.2.2 Paramètres intrinsèques des MSP

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les MSP sont généralement comparés à des dipôles magnétiques en rotation rapide. Nous avons aussi vu et défini certaines grandeurs qui permettent de les caractériser comme la période de rotation, le taux de ralentissement, le champ magnétique, l'âge caractéristique ou encore la perte d'énergie rotationnelle. Un pulsar milliseconde est un objet complexe qu'il est malheureusement très difficile de connaître en détail d'autant plus que la réalité est loin d'être parfaitement connue. C'est pourquoi, nous avons décidé de limiter les hypothèses faites, et de ne pas nous aventurer dans une direction qui n'est pas encore approuvée. Pour cela nous avons basé notre modèle sur les récentes études [37, 90] dont nous allons détailler les deux approches.

La méthode FG basée sur Faucher-Giguère et Loeb [37]

C'est la première méthode que nous avons utilisée car elle suit une approche semi-empirique. Tout d'abord, nous tirons aléatoirement la période des N_{MC} MSP suivant la loi de puissance [28] :

$$N(P) \propto P^{-1} \tag{2.7}$$

où l'on ajoute la contrainte que $P \geq 1.5$ ms afin d'éviter d'avoir des MSP avec des périodes trop petites et du coup irréalistes (voir section 1.2.3).

Puis on utilise une loi log-normale afin de déterminer un champ magnétique :

$$N(\log B) \propto \exp \left\{ -\frac{(\log B - \langle \log B \rangle)^2}{2\sigma_{\log B}^2} \right\} \tag{2.8}$$

où $\langle \log B \rangle = 8$ et $\sigma_{\log B} = 0.3$. Les valeurs des paramètres ont été choisis afin d'être mieux représentatives de la distribution des MSP observés dans un diagramme $P - \dot{P}$ (voir figure ??). Enfin, nous calculons le taux de ralentissement \dot{P} , en utilisant l'équation 1.4. Finalement, nous avons introduit la « deathline » utilisée par Faucher-Giguère et Kaspi [36], et décrite par :

$$\frac{B}{P^2} = 0.17 \times 10^{12} \text{ (G/s}^2\text{)} \tag{2.9}$$

Elle symbolise la limite au delà de laquelle un pulsar, lors de son recyclage, n'émet plus et n'est donc plus observable. Elle est représentée sur la figure 2.7 par la zone bleue.

Dans la pratique...

2.B

De la même manière que pour la distribution spatiale (voir 2.A), nous avons implémenté ces tirages dans le modèle, et nous avons rencontré certaines difficultés détaillées ci-dessous.

Le champ magnétique B

Le tirage du champ magnétique suivant une loi log-normale a été très simple à implémenter. En effet, une fonction est donc fournie par la librairie scientifique Numpy afin de réaliser un tirage selon une loi normale. Il ne reste ensuite qu'à prendre la fonction réciproque du logarithme et on obtient un tirage suivant la loi décrite par l'équation 2.8. Le bout de code suivant illustre la simplicité d'un tirage log-normal où $\langle \log B \rangle = 8$ et $\sigma_{\log B} = 0.3$ pour $N_{MC} = 10^7$:

```
PYTHON
import numpy 1
logB = numpy.random.normal(8, 0.3, int(1e7)) 2
B = 10.0**logB 3
```

La période de rotation P

Un tirage, selon une loi de puissance, est généralement fourni par les librairies mathématiques des langages. Or, dans le cas de Python et de sa librairie scientifique Numpy, il n'existe pas de solution pour réaliser un tirage aléatoire suivant une loi de puissance avec un indice -1. En effet, il existe deux fonctions permettant un tirage avec un indice supérieur ou inférieur à -1, mais aucune pour la valeur particulière de -1. Il a donc fallu implémenter une

fonction capable de réaliser un tel tirage. Pour cela, nous avons défini la fonction de densité de probabilité $p_P(P)$ d'un tirage en loi de puissance d'indice β , soit $N(P) = P^\beta$ par :

$$p_P(P) = \frac{\int_{P_{\min}}^P N(P)dP}{\int_{P_{\min}}^{P_{\max}} N(P)dP} \quad (2.10)$$

où P_{\min} et P_{\max} sont la période minimale et maximale.

De la même manière que précédemment (voir 2.A), la densité de probabilité est uniformément répartie dans l'intervalle $[0, 1]$ et on inverse alors l'équation précédente afin de réaliser le tirage. Cependant, il faut distinguer le cas $\beta = -1$ du cas général $\beta \neq -1$, car la résolution analytique de l'équation 2.10 n'est pas la même. En effet pour $\beta = -1$, on obtient :

$$P = P_{\max} \times \left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right)^{p_P(P)} \quad (2.11)$$

et pour $\beta \neq -1$:

$$P = \left[P_{\min}^{\beta+1} + p_P(P) \left(P_{\max}^{\beta+1} - P_{\min}^{\beta+1} \right) \right]^{\frac{1}{\beta+1}} \quad (2.12)$$

Comme précédemment, il est alors possible de réaliser un tirage de N_{MC} valeur de P suivant une distribution en loi de puissance pour n'importe quelle valeur de l'indice β .

Pour finir, cette fonction est définie sur un intervalle fermé $[P_{\min}, P_{\max}]$. P_{\min} est fixé à 1.5 ms dans le cas de la méthode FG. P_{\max} a été fixé à 100 ms, car, par définition, un pulsar milliseconde doit avoir une période inférieure à quelques dizaines de millisecondes.

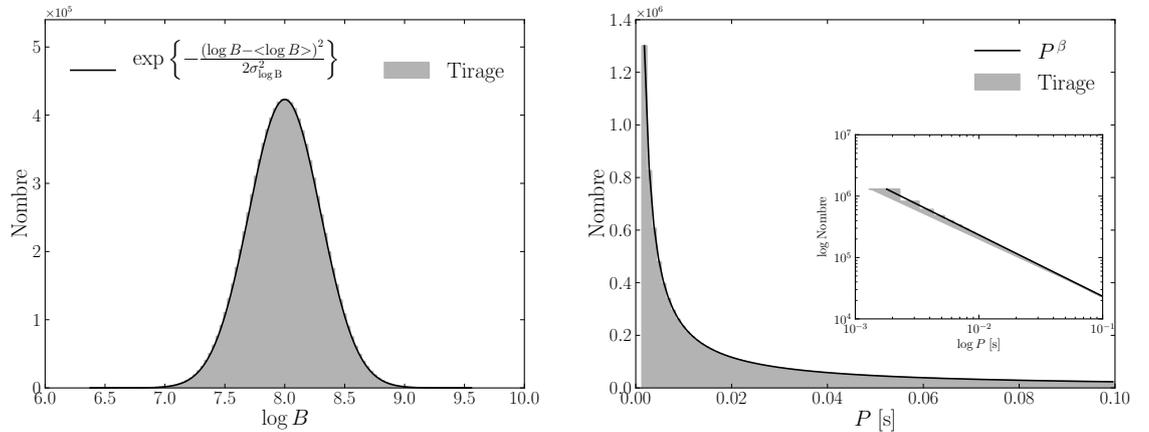


Figure 2.5 – Les deux graphiques montrent les tirages aléatoires obtenus pour $N_{MC} = 10^7$, respectivement pour le champ magnétique et la période. Les distributions théoriques utilisées lors du tirage sont superposées et, comme on peut le voir sur chaque graphique, nos tirages aléatoires sont très bien représentatifs des distributions théoriques.

La méthode ST basée sur Story *et coll.* [90]

Cette méthode présente une approche plus théorique et commence par tirer aléatoirement le champ magnétique des MSP en utilisant la distribution :

$$N(B_8) = \frac{1}{B_8 \ln(B_{\max}/B_{\min})} \quad (2.13)$$

où B_8 est le champ magnétique en unités de 10^8 G et $[B_{\min}, B_{\max}] = [0.1, 10] \times 10^8$ G.

Story et coll. utilisent des valeurs différentes pour B_{\min} et B_{\max} mais nous avons trouvé que celles-ci ne représentaient pas de manière satisfaisante la distribution des MSP observés par le *Fermi-LAT* dans un diagramme $P - \dot{P}$ (voir sous-section suivante et figure 2.7).

Ensuite, nous déterminons la période initiale P_0 des MSP par tirage aléatoire suivant :

$$P_0 = 0.18 \times 10^{3\delta/7} B_8^{6/7} \quad (2.14)$$

où l'on oblige que $P_0 \geq 1.3$ ms et où δ est un paramètre introduisant les variations du taux d'accrétion des progéniteurs de MSP [64]. L'utilisation de ce paramètre δ fait écho à la phase de recyclage des MSP, période durant laquelle ils sont accélérés par accrétion de matière. De la même manière que *Story et coll.*, nous tirons δ suivant une distribution linéaire qui augmente d'un facteur 4 entre 0 et 2.8.

Il faut ensuite estimer quelle est la période actuelle des MSP simulés et pour cela, il est nécessaire de connaître leur âge que nous tirons aléatoirement de manière uniforme dans l'intervalle $[0, 12] \times 10^9$ ans. Puis, en assumant que le champ magnétique est dipolaire et constant au cours du temps, on peut alors calculer la période actuelle des MSP simulés en utilisant la relation suivante :

$$P = \frac{1}{\sqrt{1.95 \times 10^{-23} \tau B_8^2 + P_0^2}} \quad (2.15)$$

Afin de faciliter la lecture, je résumerais ici tous les éléments du calcul. Parce que là, si tu n'as pas un peu d'expérience, tu ne retrouves pas ces résultats.

Finalement, le taux de ralentissement est donné par $\dot{P} = 9.77 \times 10^{-24} B_8^2 / P$.

Si l'on prend en compte la création de paire qui se produit en présence de forts champs électriques et/ou avec de très grande période, on définit alors une coupure ; un MSP sera visible uniquement s'il respecte cette coupure défini par [14] :

$$B_{12} P^{-2} \geq 1 \quad (2.16)$$

Tu considères des pulsars sans mouvement propre. Pour les millisecondes l'effet Shklovski peut sensiblement modifier les périodes apparentes.

où B_{12} est le champ magnétique en unité de 10^{12} G. Il est important de noter ici que dans leur étude, *Story et coll.* n'ont pas utilisé cette coupure qui est typique d'un modèle d'émission basé sur la création de paire comme c'est le cas pour les MSP.

Dans la pratique...

2.C

La méthode ST ne requiert pas d'implémentation particulière pour les tirages aléatoires. En effet, la distribution du champ magnétique est facile à déterminer et se résout analytiquement. On obtient :

$$B_8 = B_{\min} \left(\frac{B_{\max}}{B_{\min}} \right)^{p_{B_8}(B_8)} \quad (2.17)$$

où $p_{B_8}(B_8)$ est la densité de probabilité du champ magnétique B_8 en unité de 10^8 G. Comme précédemment, la densité de probabilité est uniformément répartie dans l'intervalle $[0, 1]$.

De la même manière, nous avons réalisé le tirage du paramètre δ suivant l'équation suivante :

$$\delta = \frac{2.8}{3} \left(-1 + \sqrt{1 + \mathcal{N} \times \frac{2 \times 3}{2.8} \times p_\delta(\delta)} \right) \quad (2.18)$$

où $\mathcal{N} = \int_0^{2.8} N(\delta') d\delta' = 7$ et $p_\delta(\delta)$ est la densité de probabilité uniformément répartie dans l'intervalle $[0, 1]$.

Malgré la relative simplicité des tirages aléatoires de cette méthode, la contrainte $P \leq 1.3$ ms est extrêmement couteuse en temps de calcul. En effet, cette contrainte est « rétro-active » car elle ne s'applique pas directement sur une distribution, mais sur le résultat de différents calculs issus des tirages aléatoires. Pour rappel, dans le cas de la méthode ST, P est déterminé à partir du calcul de P_0 , elle-même basée sur le tirage du champ magnétique et du paramètre δ . Il faut donc :

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. Tirer aléatoirement B | 4. Calculer $P_0(B, \delta)$ |
| 2. Tirer aléatoirement δ | 5. Calculer $P(P_0, \tau)$ |
| 3. Tirer aléatoirement τ | 6. Garder P si et seulement si $P \leq 1.3$ ms |

La probabilité d'obtenir N_{MC} valeurs de période qui respectent la contrainte $P \leq 1.3$ ms est relativement faible, ce qui entraîne de nombreux tirages, et par conséquent, un très grand temps de calcul. Afin de réduire ce temps de calcul, nous avons créé une « banque de tirage » dans laquelle nous nous contentons de lire la période et la dérivée de la période en fonction des paramètres d'entrée du modèle. La lecture d'un fichier, même très volumineux (comme c'est le cas ici), nécessite moins de temps que l'ensemble de ces tirages.

La figure 2.6 illustre encore une fois que nos tirages aléatoires sont fidèles aux lois théoriques.

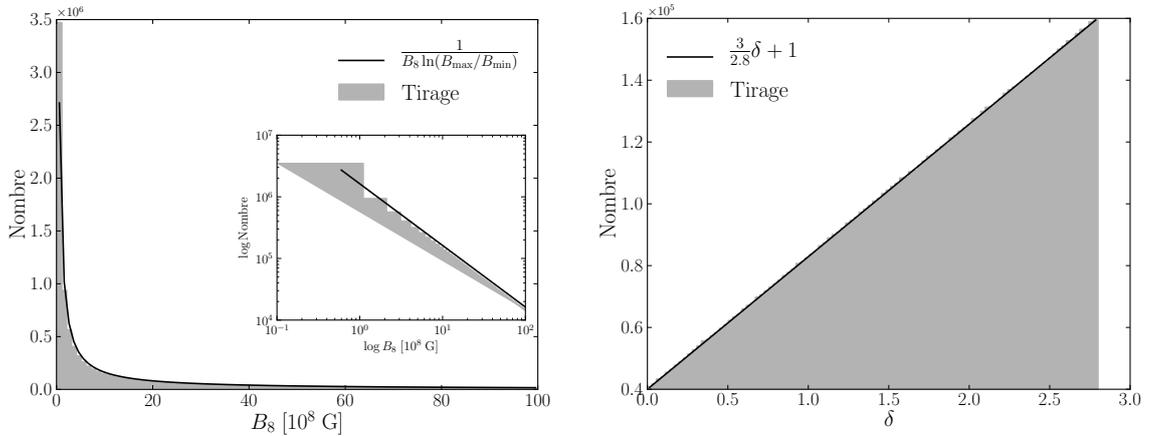


Figure 2.6 – Les quatre graphiques montrent les tirages aléatoires obtenus pour $N_{MC} = 10^7$, respectivement pour le champ magnétique et pour le paramètre δ . Les distributions théoriques utilisées lors du tirage sont superposées et, comme on peut le voir sur chaque graphique, nos tirages aléatoires sont très bien représentatifs des distributions théoriques.

Distribution dans un diagramme $P - \dot{P}$

La figure 2.7 montre les distributions de MSP dans un diagramme $P - \dot{P}$. On peut voir en cercles bleus les MSP simulés à partir de la méthode ST, et en carrés rouges ceux de FG. Les symboles pleins et vides sont respectivement les MSP détectables et indétectables d'une même simulation. Par comparaison avec les observations du *Fermi*-LAT (triangles verts), nous avons représenté le même nombre de MSP détectables (et indétectables) que ceux observés. Nous avons utilisés $[\sigma_r = 5, z_0 = 1]$ kpc et $[R_0 = 4.2, z_0 = 0.5]$ kpc respectivement pour les méthodes de FG et ST.

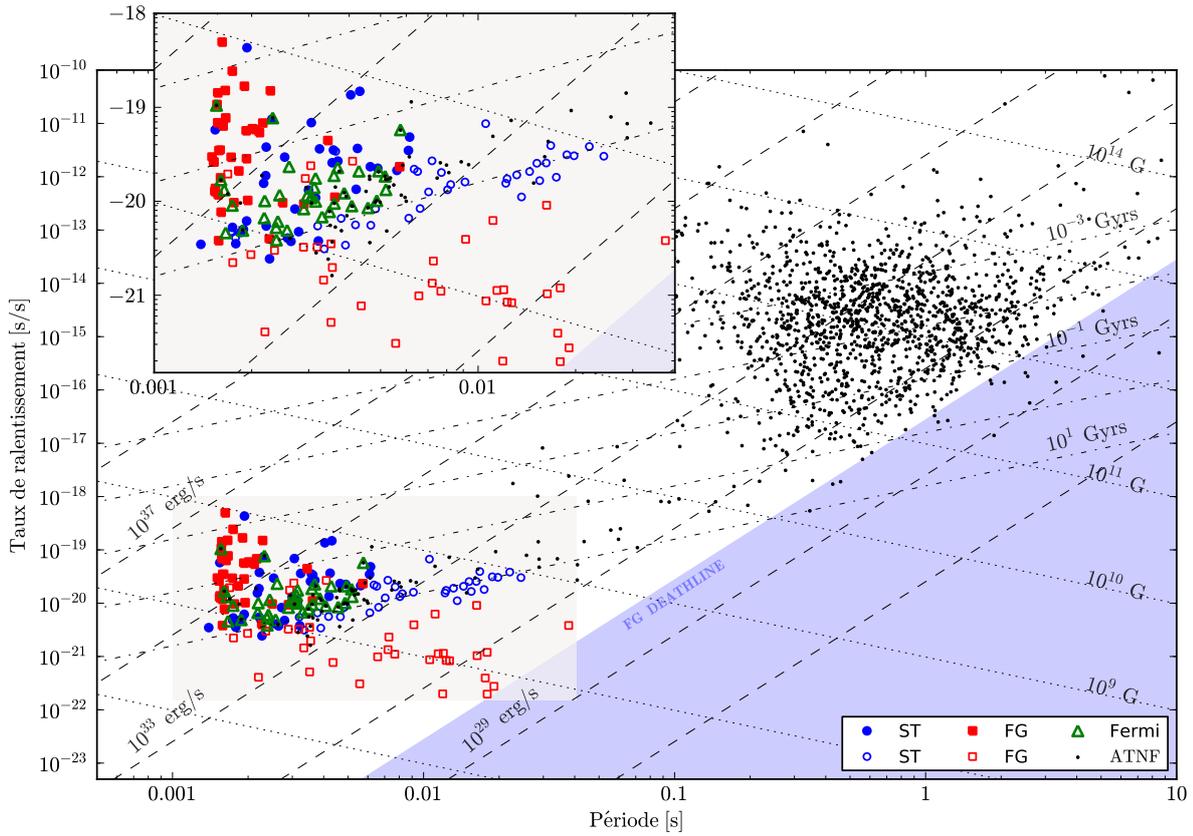


Figure 2.7 – Représentation de la population de pulsar dans un diagramme montrant le taux de ralentissement \dot{P} en fonction de P . Les différentes lignes montrent la perte d'énergie rotationnelle, le champ magnétique B et l'âge caractéristique τ respectivement avec des tirets, des pointillés et des « point-tiret ». Les points noirs représentent les pulsars galactiques du catalogue ATNF [71], et les triangles verts, les MSP observés par le Fermi-LAT. Quant aux cercles bleus et aux carrés rouges, ils montrent, respectivement, les MSP simulés suivant la méthode de ST ou de FG. Le même nombre de MSP simulés que de MSP observés a été tracé. Les symboles pleins et vides signifient respectivement que les MSP simulés sont détectables ou non.

En outre, il est important de noter que les paramètres des distributions utilisés ont été optimisés de façon à reproduire le plus fidèlement possible la distribution des MSP observés par le *Fermi-LAT*, justifiant ainsi l'emploi de valeurs différentes dans notre modèle.

Comme on peut le constater, la méthode de FG produit des MSP trop vieux avec des âges caractéristiques plus grand que l'âge de l'Univers. De plus, ces MSP trop âgés sont classés comme indétectables et vont donc contribuer à l'émission diffuse et affectant notre estimation du nombre de MSP dans la Galaxie. Au contraire, la méthode de ST semble mieux reproduire la distribution des MSP observés et notamment ne produit pas de MSP trop âgés. Ce qui nous laisse présager de meilleurs espoirs quant aux résultats avec cette méthode de modélisation.

2.2.3 Luminosité et flux γ

De nombreux modèles d'émission de rayonnement existent pour expliquer les photons γ que l'on observe en provenance de MSP (voir section 1.3.2). Cependant, malgré les bons résultats obtenus par le modèle de l'*Outer Gap* [6], rien ne permet de totalement discriminer les autres modèles comme le *Slot Gap* ou encore le *Polar Cap*. L'équation 1.1 donne une estimation de la

perte d'énergie rotationnelle d'un MSP. Une partie de cette énergie perdue, l'est par rayonnement. On peut donc simplement supposer que la luminosité γ observée représente une partie de cette énergie perdue. On appelle le pourcentage d'énergie rotationnelle perdue par émission de photon γ , l'efficacité (η). En exprimant \dot{E} en fonction de P et \dot{P} , il est alors possible d'obtenir une relation empirique reliant la luminosité γ (L_γ) aux caractéristiques que l'on vient de tirer, suivant l'une des deux approches précédentes (ST ou FG) soit :

$$L_\gamma = \eta \times |\dot{E}| = \eta \times \left| -4\pi^2 I \frac{\dot{P}}{P^3} \right| \quad (2.19)$$

Outre cette explication, si l'on observe la figure 2.8, on constate que L_γ suit grossièrement une loi de proportionnalité. Cette figure montre la luminosité γ des 36 MSP observés par le *Fermi*-LAT en fonction de leur perte d'énergie rotationnelle. La luminosité γ est calculée avec la même hypothèse d'isotropie que l'on fait dans notre modèle (voir ci-dessous). Elle est donc calculée en inversant l'équation 2.20 à partir des flux γ observés (voir 2.D).

L'estimation de la luminosité nécessite une bonne connaissance de la distance des MSP et de la géométrie de l'émission de rayonnement. Or, ces deux paramètres ne sont pas toujours très bien connus. En effet, la distance reste difficile à obtenir car les pulsars sont généralement trop loin pour avoir une bonne parallaxe, et l'estimation via la dispersion de la mesure nécessite une bonne estimation de la densité d'électron le long de la ligne de visée, ce qui n'est généralement pas le cas. La géométrie de l'émission et les grandes incertitudes sur la distance peuvent expliquer la

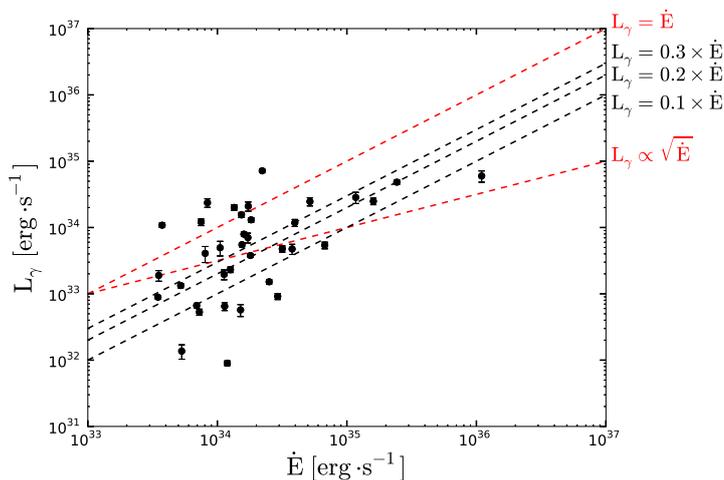


Figure 2.8 – Luminosité γ (L_γ) en fonction de la perte d'énergie rotationnelle \dot{E} . Les lignes en tirets indiquent les lois empiriques utilisées pour prédire la luminosité γ des pulsars milliseconde.

dispersion observée sur la figure 2.8. Cependant, on peut voir qu'une efficacité de $\eta = 0.2$ semble être une bonne moyenne. Un ajustement de η à l'aide d'un test du χ^2 , a permis de déterminer que $\eta = 0.24$ était la meilleure valeur possible pour les 36 MSP utilisés dans cet échantillon (voir 3.1.1). Nous avons arrondi à $\eta = 0.2$, mais nous avons aussi testé des valeurs allant de 0.05 [37] à 0.3, afin d'étudier l'effet de η qui sera discuté dans le chapitre suivant.

L'utilisation d'un modèle d'émission de rayonnement impose une certaine géométrie de l'émission. Or, ici, nous estimons simplement la luminosité γ sous l'hypothèse d'une émission isotrope. Nous considérons donc que le rayonnement est émis sur toute la surface du MSP de manière isotrope, le flux γ est alors donné par :

$$F_\gamma = \frac{L_\gamma}{\Delta\Omega d^2} \quad \text{Tu ne considères pas de beaming factor, as-tu estimé l'influence d'un beaming sur tes résultats?} \quad (2.20)$$

où l'on prend $\Delta\Omega = 4\pi$ sr dans le cas isotrope. Notons encore une fois, que le choix de $\Delta\Omega$ n'a aucune influence sur les résultats de nos simulations, car, nous utilisons la même valeur de $\Delta\Omega$,

d'une part pour l'estimation des luminosités γ à partir des observations, et d'autre part pour l'estimation des flux observés à partir des luminosités simulées.

Cette équation nous permet alors d'estimer le flux des MSP, et de séparer leur population en deux parties. D'un coté on trouvera les MSP détectables pour lesquels le flux est supérieur à la sensibilité du *Fermi*-LAT et de l'autre, les MSP indétectables. On comparera les MSP détectables aux observations afin de contraindre leur population.

Dans la pratique...

2.D

Conversion ph \rightarrow erg

Nous venons de voir que la luminosité γ des MSP observés est calculée à partir de l'équation 2.20, dans laquelle F_γ sera le flux observé par le *Fermi*-LAT. Or, ce flux mesuré est un flux de photon qu'il faut convertir en flux énergétique (en erg). Pour ce faire, nous utilisons le fait que les pulsars, d'une manière générale, et les MSP en particulier, ont un spectre en loi de puissance à coupure exponentielle (voir section 1.4.3 et équation 1.8). Il est alors possible de calculer le facteur de conversion entre un flux de photon et un flux énergétique, grâce à l'équation suivante :

$$f_{\text{ph}\rightarrow\text{erg}} = \frac{\int_{E_{\min}}^{+\infty} E \times N(E) \, dE}{\int_{E_{\min}}^{+\infty} N(E) \, dE} \tag{2.21}$$

où E est l'énergie, E_{\min} l'énergie minimale et $N(E)$ est la distribution en énergie des photons (autrement dit c'est le spectre, voir équation 1.8). Quant à $f_{\text{ph}\rightarrow\text{erg}}$, c'est le facteur de conversion tel que le flux énergétique $F_{\text{erg}} = f_{\text{ph}\rightarrow\text{erg}} \times F_{\text{ph}}$. Concrètement, le *Fermi*-LAT observe le ciel dans la gamme d'énergie allant de 20 MeV à 300 GeV. De plus, les catalogues de sources fournissent un flux en photon supérieur à 100 MeV. Une borne infin^{ie} ne peut être traduite numériquement et c'est pourquoi, nous avons donc pris $E_{\max} = 300$ GeV. E_{\min} a été fixée à 100 MeV.

Pour finir, l'estimation de ce facteur dépend des paramètres spectraux considérés : l'indice Γ et l'énergie de coupure E_c . Afin d'être cohérent avec la carte de sensibilité fournie lors du premier catalogue de pulsar [5], nous avons décidé d'utiliser les paramètres spectraux utilisés lors de la réalisation de cette carte soit : $\Gamma = 1.4$ et $E_c = 1.2$ GeV (voir équation 1.8).

Comparer avec les résultats du second catalogue.
Est-ce cohérent ?

Validation du modèle

À ce stade de la modélisation, nous avons voulu savoir si notre code ne recelait pas d'erreur et si notre implémentation était correcte. Pour cela, nous avons comparé la distribution des MSP simulés en fonction de leur flux ($\log N - \log F$) à celle fournie dans les papiers de Faucher-Giguère et Loeb [37] et Story *et coll.* [90].

La figure 2.9 illustre le fait que notre modèle est fidèle à la méthode de FG telle que décrite dans la publication [37]. En effet, comme on peut le voir sur le premier graphique de la figure, la distribution obtenue à l'aide de notre code, avec les mêmes paramètres que dans la publication (en rouge sur la figure et table 2.1, colonne « FG (papier) »), est exactement la même que celle du papier (en noir). Par ailleurs, les paramètres que nous avons préféré

utiliser dans cette thèse ont été choisi afin de représenter au mieux la distribution des MSP observés dans un diagramme $P - \dot{P}$ et ne sont pas les mêmes que ceux de la publication [37], mais correspondent à notre méthode FG. La distribution, obtenue avec ces paramètres, est montrée sur le même graphique en bleue et correspond aux paramètres de la colonne « FG » de la table 2.1. Il est à noter que la distribution obtenue avec les paramètres ajustés aux observations (en bleue) présente une forte coupure des faibles flux. Notre analyse est basée sur les MSP détectables (et donc à fort flux γ), elle n'est donc pas impactée par une telle coupure. Les flux coupés sont si faible que notre estimation de l'émission diffuse venant de la population de MSP indétectables n'est que très peu impactée.

Pour terminer, le second graphique de la figure 2.9 montre les distributions de flux pour la méthode de ST. De la même manière que pour le premier graphique, sont montrés les distributions du papier (en noir), la nôtre utilisant les mêmes paramètres que le papier de référence (en rouge) et pour finir la nôtre avec nos paramètres (en bleue). Les colonnes « ST (papier) » et « ST » de la table 2.1 indiquent les valeurs des paramètres utilisés pour obtenir les distributions rouge et bleue respectivement. Comme on pouvait s'y attendre, notre modèle ne peut pas reproduire fidèlement les résultats du papier de Story *et coll.* [90]. En effet, malgré l'utilisation de la même méthode d'attribution des paramètres intrinsèques des MSP, notre estimation de la luminosité diffère de la leur, qui elle est basée sur un modèle d'émission individuel de MSP. De plus, nous avons introduit une coupure (voir équation 2.16) qui n'est pas utilisée par Story *et coll.* [90] et nous éloigne d'autant de leur méthode. Cependant notre modèle produit une distribution en flux proche de celle obtenue par Story *et coll.* [90] à l'aide de leur modèle d'émission prouvant ainsi que nos hypothèses sont fondées et peuvent s'appliquer ici.

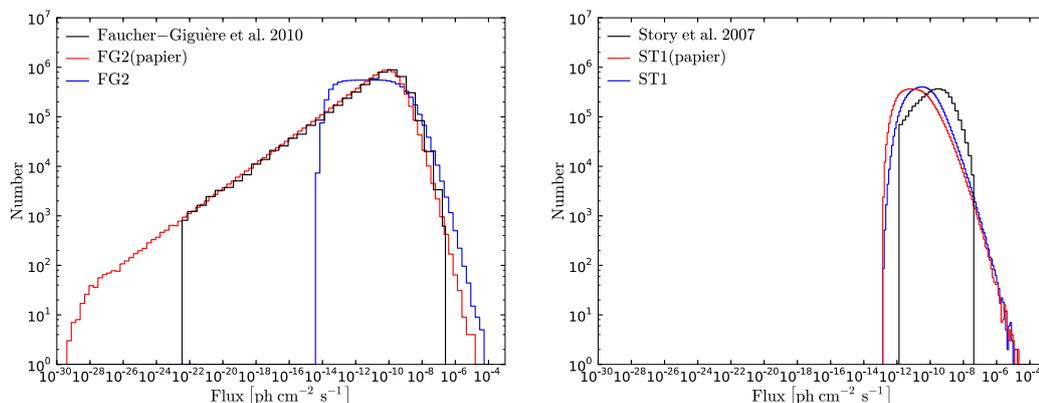


Figure 2.9 – Graphiques de la distribution du flux γ de l'ensemble de la population de MSP simulés. Le premier graphique (gauche) montre les distributions de flux γ issues : du papier [37] (noire), basée sur notre méthode avec le même paramètre que dans la publication de Faucher-Giguère et Loeb [37] (rouge), et basée sur notre méthode avec nos paramètres (bleue). Les distributions rouge et bleue correspondent respectivement aux valeurs des paramètres des colonnes « FG (papier) » et « FG ». Le second graphique (droite) montre la même chose pour la méthode ST. C'est-à-dire, que les distributions noire, rouge et bleue correspondent respectivement aux résultats de la publication de Story et coll. [90], de notre méthode ST avec les mêmes valeurs de paramètres que dans le papier [90] (colonne « ST (papier) »), et de notre méthode (colonne « ST »). Les colonnes citées font référence à la table 2.1.

		FG (papier)	FG	ST (papier)	ST
R	σ_r [kpc]	5.0	5.0	–	–
	R_0 [kpc]	–	–	4.2	4.2
z	z_0 [kpc]	1.0	1.0	0.5	0.5
B	σ_B	0.2	0.3	–	–
	$\langle \log B \rangle$	8	8	–	–
	B_{\min} [G]	–	–	1	0.1
	B_{\max} [G]	–	–	10^4	10^2
P	P_{\min} [ms]	1.5	1.5	1.3	1.3
	P_{\max} [ms]	100	100	100	100
	β	-2	-1	–	–
L$_{\gamma}$	η	0.05	0.2	0.2	0.2
Deathline (Éq. 2.9)		non	oui	–	–
Coupure (Éq. 2.16)		–	–	non	oui

Table 2.1 – Ici, sont présentées les valeurs des paramètres issues des publications (colonnes « papier »), et celles utilisées dans cette thèse (colonnes FG et ST). Pour rappel, les valeurs que nous avons choisies sont celles pour lesquelles la distribution de MSP détectables dans un diagramme $P - \dot{P}$ représentait le mieux les observations du Fermi-LAT. Un tiret « – » indique que ce paramètre n’est pas utilisé dans cette méthode.

Rappel de la signification des paramètres : $\sigma_r \rightarrow$ dist. gaussienne éq. 2.2, $R_0 \rightarrow$ dist. exponentielle éq. 2.1, $z_0 \rightarrow$ dist. exponentielle éq. 2.3, $\sigma_B, \langle \log B \rangle \rightarrow$ dist. log-normale éq. 2.8, $B_{\min}, B_{\max} \rightarrow$ loi de puissance éq. 2.13, $P_{\min}, P_{\max} \rightarrow$ limites, $\beta \rightarrow$ loi de puissance éq. 2.7, $\eta \rightarrow$ efficacité éq. 2.19.

2.3 Analyse par maximum de vraisemblance

Dans cette section, nous allons nous intéresser à la vraisemblance et à l’analyse des simulations Monte Carlo. Nous décrirons ici les étapes d’estimation (Fig-2.2-B3 et Fig-2.2-B4) et d’analyse (Fig-2.2-B5) qui nous permettront de comparer les résultats du modèle aux données et ensuite de contraindre les paramètres de ce dernier.

2.3.1 La vraisemblance

Un lecteur passionné par les statistiques et la vraisemblance pourra trouver de nombreuses informations dans le livre de [Kendall, Stuart, et Ord \[60\]](#) dont est inspirée une partie de cette section.

Soit X , une variable aléatoire continue ou discrète, indépendante et identiquement distribuée, la vraisemblance¹ de l’observation (ou probabilité d’observer X exprimé en fonction du

1. On parle aussi de *fonction de vraisemblance* mais par abus de langage on utilise plus souvent le terme *vraisemblance*.

paramètre θ) est donnée par :

$$\mathcal{L}(X|\theta) = \prod_{i=1}^N f(x_i|\theta) \quad (2.22)$$

où $f(x_i|\theta)$ est la densité de probabilité écrite ici indifféremment pour une variable aléatoire discrète ou continue. Le principe du maximum de vraisemblance, qui a été intensivement utilisé depuis la publication du papier de Fisher [40], nous dit que le maximum de la fonction de vraisemblance nous fournit un estimateur du paramètre θ (de valeur $\hat{\theta}$) dans l'intervalle de possibilités de θ . On peut donc écrire que

$$\mathcal{L}(x|\hat{\theta}) \geq \mathcal{L}(x|\theta) \quad (2.23)$$

ce qui revient à maximiser la fonction de vraisemblance définie en 2.22. On assume que θ peut prendre n'importe quelle valeur réelle dans un intervalle (qui peut être infini dans une ou deux directions).

D'une manière générale, l'estimation du paramètre θ est relativement simple. En effet, si la fonction de vraisemblance est doublement dérivable par rapport à θ sur son intervalle, alors les valeurs stationnaires de la vraisemblance dans cet intervalle sont données, si elles existent, par [60] :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x|\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.24)$$

Une condition suffisante (mais pas nécessaire) pour que ces valeurs stationnaires (disons $\tilde{\theta}$) soient des maximum locaux est que

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}(x|\tilde{\theta})}{\partial^2 \tilde{\theta}} < 0 \quad (2.25)$$

Si l'on trouve un maximum de la fonction de vraisemblance, on a alors résolu l'équation 2.23. Dans le cas où plusieurs maxima sont trouvés, il suffit de prendre le plus grand d'entre eux [60].

Dans la pratique, il est souvent plus simple de travailler avec le logarithme népérien de la fonction de vraisemblance, plutôt qu'avec la vraisemblance elle-même. Sous les conditions précédentes, on aura donc un maximum dès que

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} / \mathcal{L} \\ \mathcal{L} > 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

On cherche ensuite les solutions de « l'équation de vraisemblance » :

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \theta} = 0 \quad (2.27)$$

pour lesquelles la dérivée seconde est négative.

Il peut aussi arriver que certains paramètres ne soient pas explicités dans l'expression de la vraisemblance. Dans ces cas, on ne peut pas résoudre analytiquement l'équation de vraisemblance pour ces paramètres. On a alors recourt à des modèles numériques pour parcourir l'espace des paramètres et calculer la vraisemblance. Ensuite, le maximum de la vraisemblance nous donne une valeur approchée de l'estimateur de ces paramètres.

2.3.2 Le cas « Poissonien »

Cette méthode d’optimisation par maximum de vraisemblance est aujourd’hui couramment utilisée en science et particulièrement en astrophysique. Cash [24] a montré, en 1979, que l’on pouvait appliquer cette méthode à une expérience de comptage de photon (ce qui est le cas des observatoires à haute énergie comme le *Fermi*-LAT).

Pour rappel, si des évènements se produisent avec un taux moyen donné, et sont indépendants du temps écoulé depuis le dernier évènement, alors, la distribution qui exprime la probabilité qu’un nombre donné d’évènements se produisent dans un intervalle de temps fixé est définie par la distribution de Poisson². Or, le nombre de photon reçu par un détecteur est parfaitement décrit par une distribution de Poisson telle que définie ci-dessus.

Cash [24] considère le nombre de coups attendus dans un pixel donné (i) noté e_i (qui peut être un réel ou un entier) et le nombre entier de coups dans le même pixel i à la fin de l’expérience noté n_i . La probabilité p_{e_i} d’obtenir un résultat particulier avec le bon jeu de e_i est décrite par une distribution de Poisson :

$$p_{e_i} = \prod_{i=1}^{N_{\text{inter}}} \frac{\exp(-e_i)e_i^{n_i}}{n_i!} \tag{2.28}$$

où $n_i!$ est la factorielle de n_i et N_{inter} est le nombre total d’intervalles en énergie de l’expérience.

Pour rappel, nous voulons comparer la distribution spatiale des MSP observés à celle des MSP simulés. Pour cela, nous représentons les MSP sur une carte du ciel que nous découpons en pixels en utilisant la méthode HEALPix³ (voir section 2.4.3). Une représentation HEALPix du ciel pour une simulation est montrée dans la figure 2.10, où l’on peut voir une carte de tous les MSP simulés, des *indéetectables*, des *déetectables*, et une carte lissée des *déetectables* respectivement sur les cartes (a), (b), (c) et (d). Concrètement, afin de réduire le bruit statistique, nous lissérons la carte HEALPix des MSP déetectables, avant de la comparer aux observations (une illustration du lissage est donnée par les cartes 2.10c et 2.10d). De plus, la section 2.4.1 décrit le processus de lissage et ses motivations.

Le nombre de pulsars dans un pixel est parfaitement décrit par une statistique de Poisson. Il est alors possible d’appliquer un raisonnement similaire à celui de Cash [24] afin de calculer la vraisemblance entre une carte HEALPix de MSP observés et une même carte simulée.

Soit s_i , le nombre⁴ de MSP déetectables par notre modèle, on peut alors écrire $e_i = \alpha s_i$ où α est un facteur de normalisation de la population de MSP et e_i le nombre de MSP estimé. Appliqué au nombre de MSP simulés, ce facteur permet d’estimer le nombre N_{MSP} de MSP dans notre Galaxie :

$$N_{\text{MSP}} = \alpha \times N_{\text{MC}} \tag{2.29}$$

Le nombre n_i correspond au nombre de MSP observés par le *Fermi*-LAT dans le pixel i considéré. On peut alors écrire l’équation 2.28 dans notre cas où la probabilité p_{e_i} utilisée par Cash [24] n’est autre que la vraisemblance \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} \frac{\exp(-\alpha e_i)(\alpha e_i)^{n_i}}{n_i!} \tag{2.30}$$

2. Distribution introduite en 1837 par S. D. Poisson dans son livre [Probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités](#).

3. Format de carte dans lequel chaque pixel a le même angle solide.

4. Ce nombre s_i peut être réel surtout si la carte a été lissée.

Pas sur que cette notation soit cohérente avec la suite

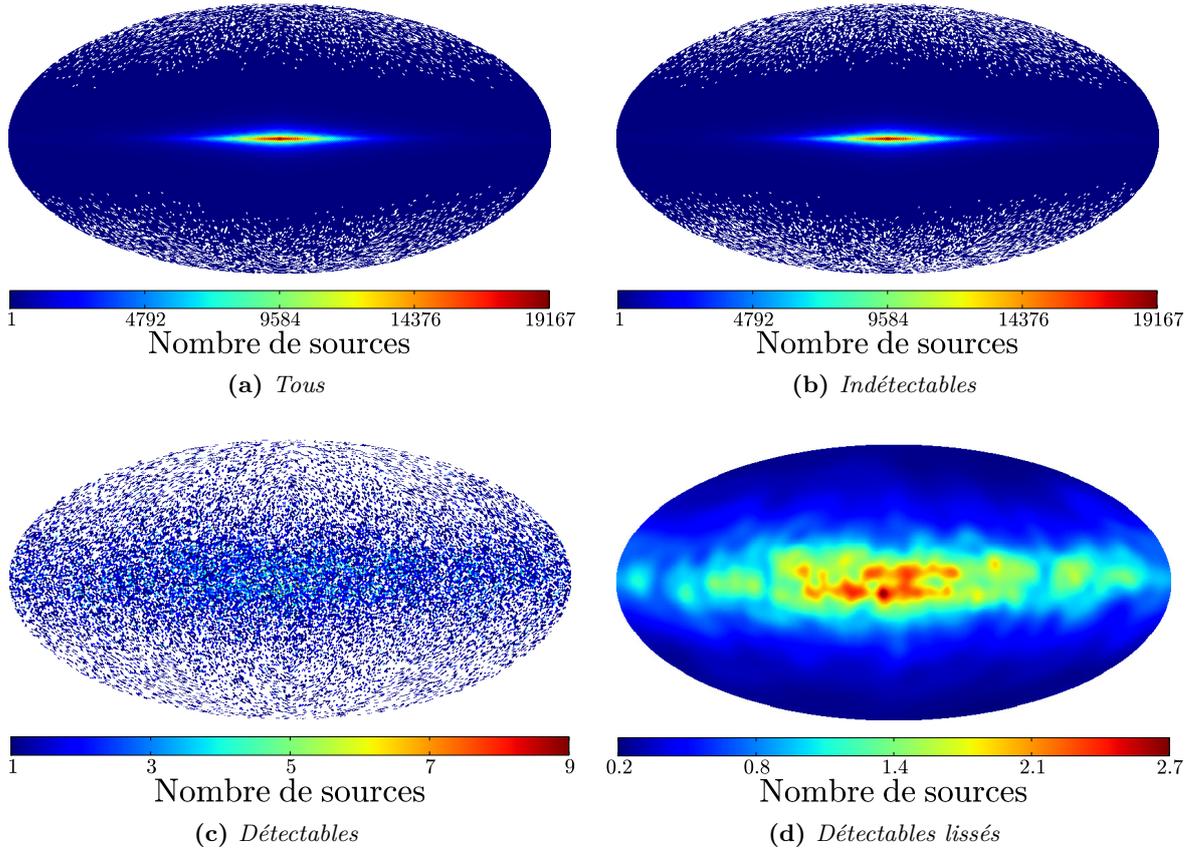


Figure 2.10 – Cartes HEALPix ($N_{\text{side}} = 64$) pour $R_0 = 4.2$ kpc et $z_0 = 500$ pc pour la méthode de ST. Les cartes montrent l'ensemble de la population simulée (a), les sous populations des MSP indétectables (b) détectables (c), et la carte lissée des MSP détectables (d).

Le passage par le logarithme népérien donne la relation suivante :

$$\ln(\mathcal{L}) = \sum_{i=1}^N n_i \ln(\alpha e_i) - \alpha e_i - \ln(n_i!) \quad \text{Manque des parenthèses} \quad (2.31)$$

qui simplifie le traitement numérique. L'équation 2.27 donne alors dans notre cas :

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} \frac{n_i}{\alpha} - e_i \quad \text{ici aussi} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} n_i - \sum_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} e_i \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha} = 0 \quad (2.33)$$

On calcule la dérivée seconde suivant α du logarithme népérien de la vraisemblance, et l'on obtient

$$\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial^2 \alpha} = \sum_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} -\frac{n_i}{\alpha^2} \quad (2.34)$$

qui est négative pour toute valeur de α (n_i étant positif). On a donc un maximum de vraisem-

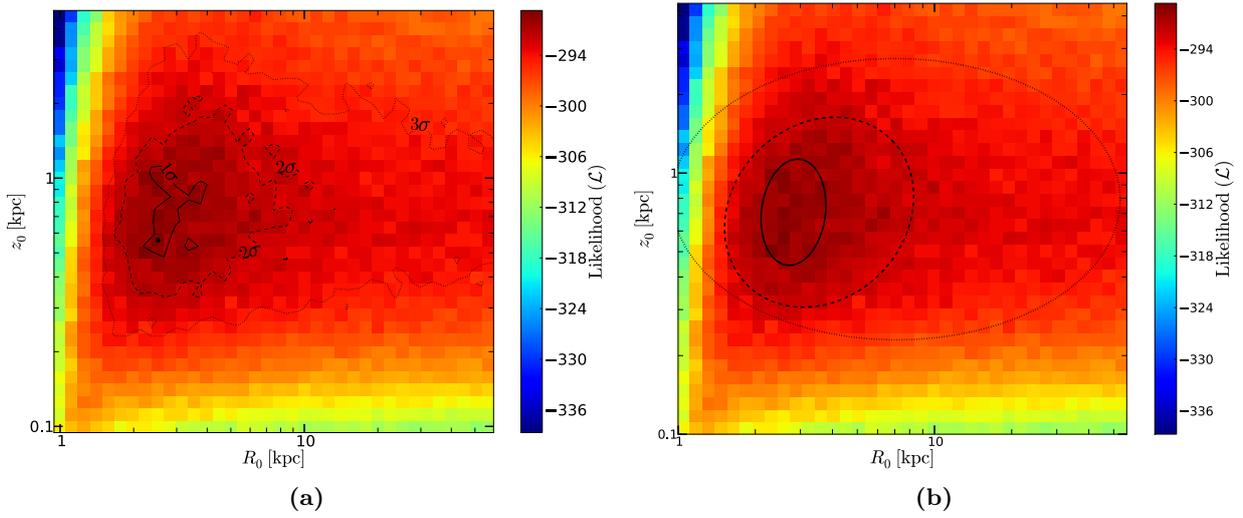


Figure 2.11 – Ces deux graphiques représentent la vraisemblance dans l’espace des paramètres à la fin d’une simulation Monte Carlo ($N_{\text{MC}} = 10^7$). Les axes représentent les paramètres libres (ici z_0 et R_0) de la distribution spatiale des MSP simulés. La couleur montre la variation de la vraisemblance, depuis le bleu pour les valeurs minimales, au rouge pour le maximum. Les contours et les ellipses sont donnés pour une confiance 1, 2 et 3σ respectivement en trait plein, tiret et pointillé.

blance pour :

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} n_i}{\sum_{i=1}^{N_{\text{pixel}}} e_i} = \frac{\text{Nombre de MSP observés}}{\text{Nombre de MSP simulés détectables}} \quad \text{Les notations ne me semblent pas cohérentes avec ce que tu as écrit précédemment} \quad (2.35)$$

On vient ainsi d’utiliser la vraisemblance afin de contraindre le nombre de MSP dans notre Galaxie. En effet, la contrainte sur le paramètre α nous permet, connaissant N_{MC} , d’estimer N_{MSP} à l’aide de la relation 2.29.

2.3.3 Monte Carlo et vraisemblance

Confiance	$\Delta\chi_{\text{ddl}=2}^2$	$\Delta\mathcal{L}$
1 σ 68.30%	2.30	1.15
2 σ 95.40%	6.16	3.08
3 σ 99.99%	11.83	5.915

Table 2.2 – Confiance pour une variation de $\chi_{\text{ddl}=2}^2$ à deux degrés de liberté et équivalence pour une variation de vraisemblance.

Les deux paramètres de la distribution spatiale ne sont pas explicités dans le calcul de la vraisemblance et ne peuvent donc pas être contraint analytiquement. On va pour cela utiliser le fait que le maximum de vraisemblance à l’issue de la simulation nous indiquera alors quels sont les meilleures valeurs possibles pour ces paramètres. Nous obtiendrons ainsi une contrainte sur la distribution spatiale de MSP. Sur la figure 2.11a, on a représenté la vraisemblance dans l’espace des paramètres z_0 et R_0 .

On a utilisé une échelle de couleur allant, du minimum en bleu, au maximum en rouge.

Pour compléter cette analyse, nous voulons déterminer quelle est la probabilité pour que les valeurs réelles soient bien celles que l’on obtient. En d’autres termes, nous voulons connaître quelle confiance peut-on accorder à ces résultats ?

En 1938, Wilks [95] a formulé un théorème (qui porte aujourd’hui son nom) qui montre, sous certaines conditions⁵, que la fonction $-2\ln\mathcal{L}$ suit une distribution du χ_{ddl}^2 (où ddl est le nombre de degré de liberté). Or, une variation de χ_{ddl}^2 ($\Delta\chi_{\text{ddl}}^2$) peut être exprimée en terme de « $n\sigma$ » (voir table 2.2 et [83]). Grâce au théorème de Wilks, il est alors possible d’exprimer une variation de vraisemblance ($\Delta\mathcal{L}$) selon $n\sigma$. On peut alors tracer, sur le graphique 2.11a, des contours englobants toutes les valeurs comprises entre le maximum de vraisemblance et un certain degré de confiance. Ces contours nous donnent alors un intervalle de valeurs possibles pour chaque paramètre, permettant ainsi d’estimer la précision d’une contrainte en fonction de la confiance qu’on lui accorde. Les contours à 1, 2 et 3σ ont été tracés sur la figure 2.11a respectivement en trait plein, tiret et pointillé.

En choisissant un niveau de confiance, on peut alors contraindre les paramètres libres dans un intervalle. Cependant, comme on peut le voir sur la figure 2.11a, les contours de confiance sont fortement soumis aux fluctuations statistiques. Nous allons voir, dans la section suivante, comment les réduire.

2.4 Autour du modèle

2.4.1 Réduction du bruit statistique

Nous avons vu précédemment que le nombre de MSP simulés N_{MC} a été pris très grand devant 1. En effet, nous avons initialement commencé avec $N_{\text{MC}} = 10^6$ mais le bruit statistique était important et ce malgré un lissage des cartes de MSP détectables (sur lequel nous reviendrons). Très vite, nous avons augmenté N_{MC} afin de réduire le bruit statistique dans nos modélisations. Seulement, plus ce nombre est grand, plus le temps de calcul est important. Et, malgré l’utilisation de 40 processeurs et l’optimisation des tirages aléatoires, une simulation de $N_{\text{MC}} = 10^7$ MSP nécessite deux jours de calculs intenses pour parcourir l’ensemble de l’espace des paramètres. La figure 2.11a montre la vraisemblance pour $N_{\text{MC}} = 10^7$ et l’on peut voir qu’il y a toujours d’importantes fluctuations statistiques et ce malgré un grand nombre de MSP simulés et un lissage de la carte du ciel des MSP détectables.

Lissage

La limite matérielle et le temps de calcul ne nous permettant pas d’augmenter indéfiniment N_{MC} , nous avons lissé les cartes du ciel des MSP détectables avant de les comparer aux observations. Pour cela, nous avons utilisé un lissage Gaussien adaptatif qui change la largeur de la gaussienne et adapte le lissage en fonction d’un nombre seuil N_{min} [32]. L’influence de ce paramètre sur le lissage est très importante et sa valeur doit être la même pour toutes les simulations afin d’obtenir des résultats cohérents entre eux (voir 2.E pour plus de détails sur le lissage). Dans le but d’optimiser le lissage, ce qui revient à trouver un compromis entre perte d’information et bruit statistique, nous avons utilisé le profil en latitude des MSP détectables. En effet, nous avons décidé de comparer des profils en latitude pour différentes valeurs de N_{min} mais aussi pour différents jeux de paramètres du modèle en essayant de trouver une valeur de ce seuil de lissage pour laquelle le profil en latitude n’était plus soumis à des fluctuations statistiques sans être

5. $N \rightarrow \infty$, densité de probabilité définie sur l’intervalle considéré et r paramètres parmi p fixés [21, page 311]

Peut-être que c'est ici qu'il faut un tableau pour résumer l'ensemble des paramètres du modèle

C'est peut-être ici aussi qu'il faudrait discuter de l'évolution des incertitudes avec NMC

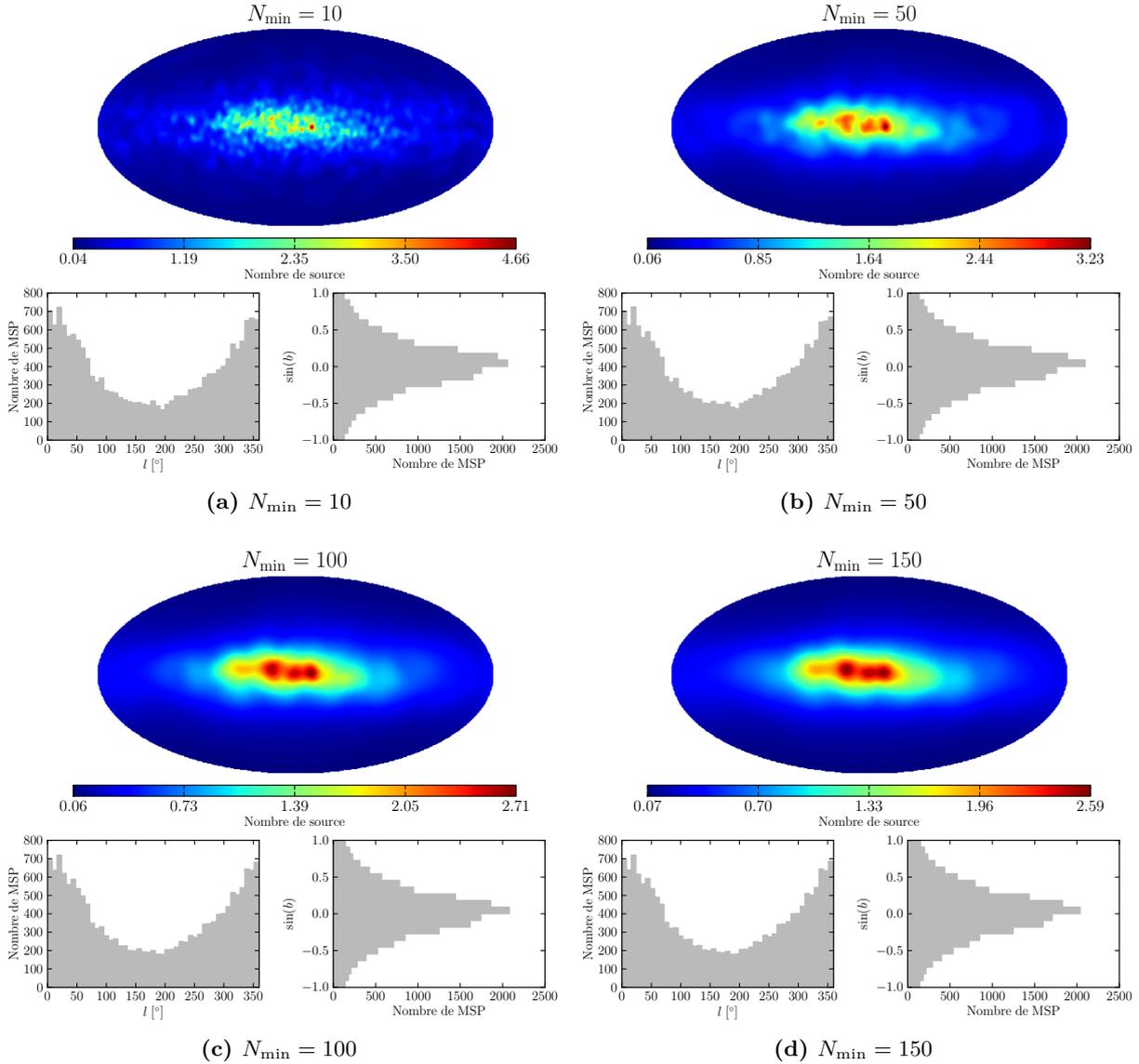


Figure 2.12 – Graphiques de validation du lissage, où l’on peut voir une représentation HEALPix de la carte de MSP détectables lissée, ainsi que les profils en latitude et longitude associés. La simulation de la population de MSP a été faite avec un modèle basé sur la méthode ST, pour les paramètres spatiaux suivant : $R_0 \simeq 4.47$ kpc et $z_0 = 0.5$ kpc. Les figures (a–c) montrent l’évolution du lissage en fonction du paramètre N_{\min} pour les valeurs 10, 50, 100 et 150.

déformé par le lissage.

Les figures 2.12 et 2.13 montrent l’évolution du lissage pour une simulation du modèle basé sur la méthode ST, avec les paramètres spatiaux respectifs ($R_0 \simeq 4.47$ kpc, $z_0 = 0.5$ kpc) et ($R_0 \simeq 4.47$ kpc, $z_0 = 0.05$ kpc). Il apparait que le lissage tend à disperser verticalement la population de MSP détectables comme on peut facilement le voir sur la figure 2.13. De plus, les structures que l’on peut observer lors d’un faible lissage ($N_{\min} = 10$) sont suffisamment gommées par un lissage où $N_{\min} = 50$ et persistent avec l’augmentation du lissage. Enfin, que l’on prenne des paramètres spatiaux extrêmes (très grands ou très petits) ou bien des paramètres moyens, un lissage supérieur à 50 déforme la distribution spatiale de la population de MSP détectables et un lissage inférieur n’est pas satisfaisant au regard de la réduction des fluctuations statistiques.

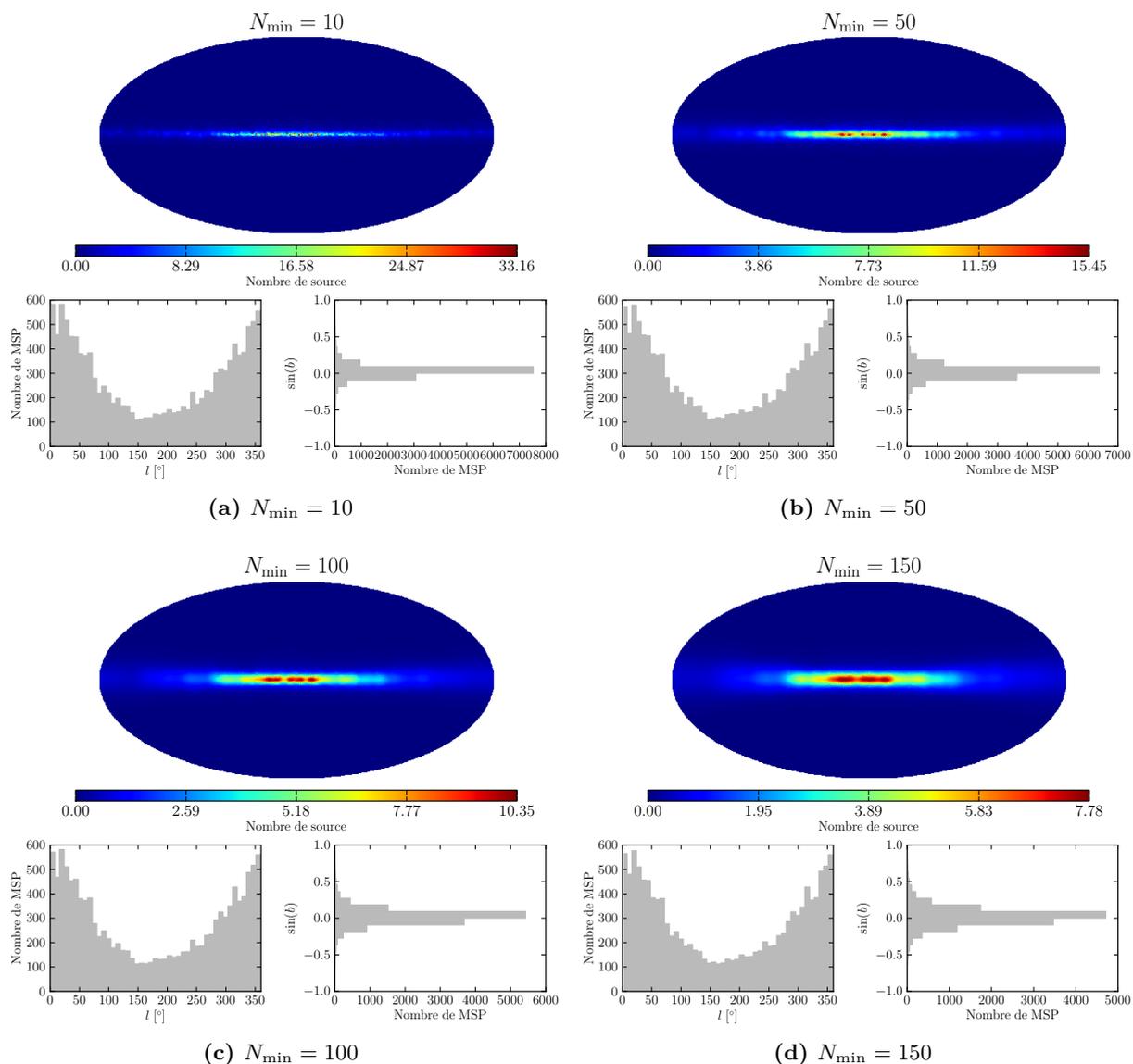


Figure 2.13 – Graphiques de validation du lissage, où l’on peut voir une représentation HEALPix de la carte de MSP détectables lissée, ainsi que les profils en latitude et longitude associés. La simulation de la population de MSP a été faite avec un modèle basé sur la méthode *ST*, pour les paramètres spatiaux suivant : $R_0 \simeq 4.47$ kpc et $z_0 = 0.05$ kpc. Les figures (a–c) montrent l’évolution du lissage en fonction du paramètre N_{\min} pour les valeurs 10, 50, 100 et 150.

Finalement, le meilleur compromis, entre perte d’information et réduction du bruit, est obtenu pour $N_{\min} = 50$. C’est cette valeur qui sera utilisée pour le reste de cette thèse. Une illustration du lissage est donnée par les cartes HEALPix 2.10c et 2.10d (avant et après lissage).

Dans la pratique...

2.E

Ce principe de lissage introduit par Ebeling *et coll.* [32], permet un lissage intense pour les régions de faible statistique et un faible lissage pour les régions où la statistique est importante. Cette différence, entre régions de faible et forte statistique, est caractérisée par le paramètre N_{\min} , d’où son importance. Pour cela, on utilise une gaussienne dont la largeur à mi-hauteur est adaptée au fur et à mesure du lissage. En effet, on commence avec une largeur

à mi-hauteur pour la gaussienne très petite, de l'ordre de la taille d'un pixel de la carte, et à chaque itération, cette largeur à mi-hauteur est augmentée, jusqu'à ce qu'elle atteigne 180° ou que tous les pixels de la carte aient été lissés.

Pour chaque largeur de gaussienne, on sélectionne tous les pixels de la carte lissée avec cette gaussienne pour lesquels le nombre de source est supérieur ou égal au seuil N_{\min} choisi. Ces pixels sont ajoutés au lissage total de la carte originale et ne pourront pas être lissés une seconde fois.

Comme on peut s'en douter ce procédé de lissage est « chronophage ». Malgré l'utilisation dans certains cas d'une décomposition en harmonique sphérique (afin d'améliorer la vitesse d'exécution), le lissage est ce qui consomme le plus de temps dans notre modèle.

Ajustement d'ellipses

Malheureusement, le lissage et la modélisation d'un grand nombre de MSP ne permettent pas de réduire de manière satisfaisante le bruit statistique. Nous avons donc décidé d'ajuster les contours de confiance par des ellipses. L'ajustement d'ellipses peut, dans certains, cas se résoudre analytiquement, et ainsi éviter d'utiliser des processus itératifs et coûteux en temps de calcul. En effet, si l'on souhaite ajuster une région avec une ellipse, on peut utiliser les moments d'inertie de cette région pour calculer les paramètres de l'ellipse [75, 93]. La figure 2.11b illustre l'ajustement de contours avec des ellipses dans le cas pratique d'une simulation. On peut comparer ces ellipses aux contours présents sur la figure 2.11a.

Dans la pratique...

2.F

L'ajustement d'ellipse sert dans de nombreux domaines et Mulchrone et Choudhury [75] ont montré que cet ajustement pouvait être fait à partir du calcul des moments centrés d'une région \mathcal{R} à deux dimensions (le détail des calculs est décrit dans la publication de Mulchrone et Choudhury [75]).

Considérons une ellipse de demi-petit axe a , de demi-grand axe b et dont l'axe majeur (b) est orienté suivant un angle ϕ . L'ajustement d'une telle ellipse sur une région \mathcal{R} est alors définie en fonction des moments de cette région par :

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2u_{11}}{u_{20} - u_{02}} \right) \quad (2.36)$$

$$a = \sqrt{\frac{2(u_{20} + u_{02} + \Delta)}{u_{11}}} \quad (2.37)$$

$$b = \sqrt{\frac{2(u_{20} + u_{02} - \Delta)}{u_{11}}} \quad (2.38)$$

où les termes u_{ij} sont les moments d'ordre i, j de la région \mathcal{R} et Δ est donné par :

$$\Delta = \sqrt{4u_{11}^2 + (u_{20} - u_{02})^2} \quad (2.39)$$

Dans le cas où la région \mathcal{R} est définie par n points (x_i, y_i) avec $i = 1, 2, \dots, n$; il est alors

possible d'écrire ces moments en fonction des coordonnées des points soit :

$$u_{20} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.40)$$

$$u_{02} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.41)$$

$$u_{11} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (2.42)$$

où \bar{x} et \bar{y} sont définis par :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.43)$$

et :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.44)$$

En regroupant toutes ces équations, il est alors possible d'ajuster rapidement des ellipses sur les contours de confiance et ainsi obtenir la figure 2.11b.

2.4.2 Carte de sensibilité

Un élément essentiel de la séparation des MSP simulés en deux ensembles, détectables ou non, est la carte de sensibilité du *Fermi*-LAT. Cette carte, donne une estimation du flux minimum qu'une source ponctuelle doit avoir afin d'être : détectée par l'instrument et intégrée dans le catalogue de source du *Fermi*-LAT. Bien évidemment, la sensibilité de l'instrument augmente en fonction du temps, il est donc important de prendre une carte de sensibilité correspondant aux données que l'on utilise.

La significativité d'une source ponctuelle est définie par le Test Statistique (*TS*) [72] :

$$TS = 2\Delta \ln(\mathcal{L}) = 2 \times (\ln \mathcal{L}^* - \ln \mathcal{L}^0) \quad (2.45)$$

où \mathcal{L}^* et \mathcal{L}^0 sont respectivement l'hypothèse où la source est incluse dans le modèle, et l'hypothèse nulle dans laquelle la totalité de l'émission est supposée venir du fond (émission diffuse, et bruit instrumental). Au sein de la collaboration *Fermi*, une source est considérée comme significative si son *TS* est supérieur ou égal à 25 ce qui se traduit en terme de σ à environ 4.16σ . Il est possible d'exprimer le *TS* en fonction du bruit de fond $B(E)$, du spectre de la source $S(E)$ de la réponse impulsionnelle du *Fermi*-LAT $PSF(\theta, E)$ et de la surface effective de l'instrument $A_{\text{eff}}(E)$:

$$TS = 2T_0 \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} A_{\text{eff}}(E) dE \left(\int_0^\pi B(E) (1 + g(\theta, E)) \times \ln(1 + g(\theta, E)) d\Omega - S(E) \right) \quad (2.46)$$

où E est l'énergie, θ la position de la source et $g(\theta, E)$ est le ratio local de l'émission de la source sur le bruit de fond soit :

$$g(\theta, E) = \frac{S(E) PSF(\theta, E)}{B(E)} \quad (2.47)$$

En injectant $TS = 25$ dans l'équation 2.46, en assumant une loi de puissance d'indice $\Gamma = 2.2$ pour $S(E)$, et en résolvant cette équation, on obtient le seuil de détection d'une source ponctuelle du *Fermi-LAT* pour une position θ . La dépendance de ce seuil en fonction de θ (aussi appelé la sensibilité) nous fournit alors une carte de sensibilité telle que celle montrée par la figure 3.4.

Le traitement des données et la réponse instrumentale sont inclus dans cette estimation de la sensibilité, et certaines hypothèses sur le spectre des sources (loi de puissance d'indice 2.2), sur le bruit instrumental et sur bruit de fond astrophysique ont été faites [1, voir l'annexe A]. Nous verrons l'impact de cette carte dans la section 3.2.2.

2.4.3 Outils utilisés

Nous venons de décrire tout le processus de modélisation et d'analyse de notre modèle Monte Carlo de population de MSP. Ici, nous donnons une description de certains outils utilisés.

Format HEALPix

Le format HEALPix (*Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelization*) a été inventé pour traiter correctement les données du fond diffus cosmologique (par exemple BOOMBRANG ou WMAP) [47]. Outre la rapidité, l'autre avantage important de cette pixelisation est le fait que tous les pixels possèdent le même angle solide. Comme avec n'importe quelle carte, la résolution est le paramètre primordial pour travailler. Avec HEALPix, la résolution est notée $N_{\text{side}} = 2^k$ où k représente le niveau de résolution que l'on veut. Pour finir, une carte de résolution N_{side} possède un nombre de pixel défini par $N_{\text{pix}} = 12 \times N_{\text{side}}^2$ où chaque pixel aura la même surface sur la sphère, soit un angle solide de $\Omega_{\text{pix}} = \pi / (3N_{\text{side}}^2)$ sr.

Évidemment, on aura tendance à vouloir prendre la résolution la plus grande possible afin d'améliorer la précision des simulations. Or, plus une carte contient de pixel, plus le temps de calcul pour la vraisemblance, mais surtout pour le lissage, sera important. Comme souvent, il faut donc trouver un compromis entre précision et temps d'exécution. Pour finir, il ne sert à rien d'avoir une précision de position plus importante que celle que l'on a avec les données. Or, la réponse impulsionnelle ou PSF (*Point Spread Function*) du *Fermi-LAT* aux alentours du GeV est de l'ordre de 0.7° [15].

En tenant compte de toutes ces considérations, nous avons choisi de prendre $N_{\text{side}} = 64$, ce qui fournit des cartes de $N_{\text{pix}} = 49152$ pixels dont l'angle solide est de $\Omega_{\text{pix}} \simeq 2.6 \times 10^{-4}$ sr soit environ 0.8 degrés carrés, et qui représente des pixels d'environ 0.5° de rayon. Notre choix de pixelisation n'introduira pas une grande perte de précision sur la position à cause de l'utilisation d'une carte contenant des pixels trop grands.

Langage de programmation et contraintes numériques

Dès le début de la thèse, l'utilisation du langage Python s'est imposé, de par sa simplicité mais aussi grâce à ses modules scientifiques et surtout graphiques (comme Matplotlib). L'élaboration d'un code permettant de simuler la population de MSP n'est pas si simple et nous avons rencontré de nombreux problèmes numériques. Le plus important d'entre eux est le temps de calcul. En effet, nous avons vu que plus N_{MC} est grand, meilleure est la contrainte sur les paramètres. Cependant, cela demande toujours plus de calcul et donc plus de temps. Afin de gagner du temps,

et de pouvoir augmenter ce nombre, j'ai du paralléliser le modèle de façon à utiliser pleinement les ressources dont nous disposions au laboratoire, soit une quarantaine de processeurs.

Le second point matériel qu'il a fallu prendre en compte a été la mémoire vive (RAM) disponible, car comme on peut l'imaginer, simuler 10^7 MSP est extrêmement gourmand en mémoire. Heureusement, de ce côté là nous avons un peu de marge avec 264 Go de RAM disponible. Cependant, une simulation parallélisée utilise près de 80% de cette quantité, marquant ainsi une autre limite matérielle à notre modèle.

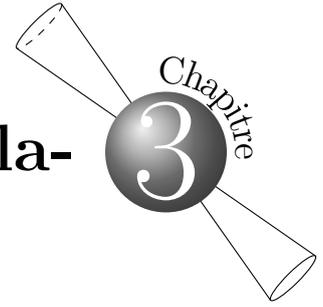
Un dernier point, non négligeable, est le grand volume des résultats des simulations ne permettant pas de tout stocker sur un disque dur. En effet, pour chaque modélisation, nous avons 11 paramètres codés en flottant sur une architecture 64bits, multiplié par le nombre N_{MC} de MSP simulés, multiplié le nombre de jeu de paramètres testés. Ce qui nous donne au total plusieurs téraoctets d'espace disque si l'on veut sauvegarder l'ensemble des simulations. Nous avons donc restreint la sauvegarde des paramètres aux plus essentiels, réduisant ainsi l'espace disque utilisé, sans toutefois permettre une post-analyse complète des simulations.

Un tableau de chiffrage résumé, même s'il n'es pas nécessairement intéressant du point de vue de la physique permettrait de se rendre compte de l'ampleur de la tâche de simulation

Un tableau résumant l'ensemble des paramètres produits permettrait de cerner un peu mieux l'espace de phase de ta simulation. C'est un outil utile pour un éventuel lecteur, pense que ta thèse a vocation à être lue.

Un chiffrage de l'évolution du temps de calcul avec N permettrait aussi de se rendre compte pourquoi, il aurait été difficile de réduire drastiquement les incertitudes statistiques qui resteront largement dominantes dans ta simulation.

Caractéristiques de la population de MSP γ



Dans ce dernier chapitre, nous allons **décrire** les résultats obtenus grâce au modèle **décrit** dans le chapitre précédent. Les résultats ont été obtenus à partir d'un échantillon de 36 MSP et ont fait l'objet d'une publication dans *Astronomy & Astrophysics* : Grégoire et Knödseder [48]. Une analyse statistique a été faite afin de vérifier la validité des résultats obtenus. Nous discuterons aussi de l'effet de l'efficacité η et de la carte de sensibilité (voir section 2.2.3 et 2.4.2). Pour finir, l'interprétation des résultats sera discutée.

3.1 1FGL – 11 mois de données avec le *Fermi*-LAT

3.1.1 Présentation du catalogue

Nous avons vu dans le premier chapitre que de nombreux pulsars milliseconde ont été observés en γ par le *Fermi*-LAT. Plus les données s'accumulent, plus de MSP sont observés. Il a donc fallu figer un échantillon à un moment donné de façon à faire notre étude de population. À ce moment là, le premier catalogue de sources du *Fermi*-LAT (1FGL [1]) avait bénéficié d'une intense recherche de pulsar parmi ses sources non-associées grâce à la communauté des radio astronomes. En effet, lors de la publication du catalogue, sur les 1451 sources du catalogue, 821 ont été associées avec des sources connues à d'autres longueurs d'onde et 630 ont été classées comme non-associées. Le temps que le catalogue soit publié, 9 sources ont été associées à des MSP montrant clairement un spectre particulier en loi de puissance à coupure exponentielle aux alentours du GeV. Une fraction non négligeable des sources du catalogue 1FGL présentaient des caractéristiques spectrales similaires, et des recherches de pulsation en radio parmi ces sources ont rapidement permis l'identification de 27 MSP jusque là inconnus. 36 MSP ont donc été découverts parmi les sources du catalogue 1FGL et ont été listés dans la table 3.1 où l'on a indiqué leur longitude et latitude galactique (l et b). Ce petit échantillon est suffisant pour faire une étude statistique et nous allons présenter, dans ce chapitre, les résultats obtenus avec ces 36 MSP ainsi que le modèle détaillé dans le chapitre précédent.

3.1.2 Résultats des simulations

Les résultats de l'analyse du maximum de vraisemblance sont présentés sur la figure 3.1 et résumés dans la table 3.2. Pour les deux méthodes de simulation de P et \dot{P} : ST et FG, nous avons testé les deux distributions spatiales proposées (2.1 et 2.2) pour les modèles ST1, ST2, FG1

Nom 1FGL	l (°)	b (°)	réf.	Nom 1FGL	l (°)	b (°)	réf.
J0023.5+0930	111.523	-52.743	A	J1614.0-2230	352.541	20.301	2, 3
J0030.4+0451	113.142	-57.611	1, 2, 3	J1658.8-5317	334.977	-6.577	10
J0034.3-0534	111.493	-68.069	4	J1713.9+0750	28.820	25.210	P3
J0101.0-6423	301.219	-52.700	10	J1744.4-1134	14.794	9.179	2, 3
J0103.1+4840	124.933	-14.155	A	J1747.4-4035	350.195	-6.338	10
J0218.1+4232	139.509	-17.527	2, 3	J1810.3+1741	44.570	16.840	A
J0340.4+4130	153.794	-11.022	P1	J1858.1-2218	13.537	-11.373	P4
J0437.2-4715	253.395	-41.964	2, 3	J1902.0-5110	345.579	-22.405	10
J0610.7-2059	227.786	-18.071	P3	J1938.2+2125	57.207	-0.092	9
J0613.7-0200	210.413	-9.3047	2, 3	J1959.6+2047	59.193	-4.703	9
J0614.1-3328	240.482	-21.819	5	J2017.3+0603	48.623	-16.020	6
J0751.1+1807	202.730	21.086	2, 3	J2043.2+1709	61.887	-15.317	11
J1024.6-0718	251.702	40.524	P3	J2047.6+1055	57.159	-19.750	P4
J1124.4-3654	284.189	22.772	P2	J2124.7-3358	10.926	-45.438	2, 3
J1231.1-1410	295.529	48.406	5	J2214.8+3002	86.909	-21.663	5
J1446.8-4702	322.527	11.394	8	J2216.1+5139	99.979	-4.154	A
J1514.1-4945	325.229	6.832	A	J2241.9-5236	337.420	-54.950	7
J1600.7-3055	344.045	16.452	P3	J2302.8+4443	103.415	-13.984	6

Table 3.1 – Liste des 36 MSP observés par le Fermi-LAT et utilisés dans cette section. l et b sont respectivement la longitude et latitude galactique exprimées en degré. Nous avons distingué les annonces lors de conférences ou publications en ajoutant un P à la référence.

(A) Manchester et coll. [71]; (1) Abdo et coll. [10]; (2) Abdo et coll. [6]; (3) Abdo et coll. [5]; (4) Abdo et coll. [2]; (5) Ransom et coll. [85]; (6) Cognard et coll. [27]; (7) Keith et coll. [59]; (8) Keith et coll. [58]; (9) Guillemot et coll. [51]; (10) Kerr et coll. [61]; (11) Guillemot et coll. [50]; (P1) Guillemot [49]; (P2) Hessels et coll. [53]; (P3) Parent [81]; (P4) Ray et coll. [86]

et FG2 où 1 et 2 correspondent respectivement à une distribution exponentielle et gaussienne. Pour toutes ces modélisations, 10^7 MSP ont été simulés ($N_{MC} = 10^7$).

La figure 3.1 montre pour chaque modèle le logarithme de la vraisemblance $\ln(\mathcal{L})$ comme une fonction des paramètres radial (R_0 ou σ_r) et vertical (z_0). Sur chaque graphique, nous avons appliqué la même dynamique de couleur de façon à pouvoir comparer visuellement ces résultats. De plus, comme nous l’avons vu précédemment, des ellipses ont été ajustées sur les contours de confiance à 1, 2 et 3σ respectivement représentées en trait plein, tiret et pointillé. Les paramètres d’échelle ont été contraints en prenant le centre de l’ellipse à 2σ . Le minimum et maximum dans cette ellipse ont permis de donner des incertitudes à cette estimation. Le facteur α donné au centre de l’ellipse à 2σ nous permet ensuite d’estimer le nombre de MSP N_{MSP} dans notre Galaxie grâce à l’équation 2.29. Les valeurs obtenues sont résumées dans la table 3.2.

Si l’on compare les modèles ST1 et FG1 d’un coté, et ST2 et FG2 de l’autre, on constate que le choix de la modélisation de P et \dot{P} a un impact important sur les résultats indépendamment de la distribution spatiale utilisée. En effet, les modèles FG donnent des valeurs de paramètres plus élevés que les modèles ST. Comme on peut le voir sur la figure 2.7, les pulsars détectables simulés par la méthode FG ont une luminosité moyenne plus élevée que ceux simulés avec ST. De plus, les MSP de FG sont vus à des distances plus grandes. Pour un jeu de paramètres donné, leur distribution spatiale est plus concentrée vers le plan et le centre galactique que celles de ST. Par conséquent, des échelles radiales et verticales plus grandes sont nécessaires pour ajuster les simulations aux observations.

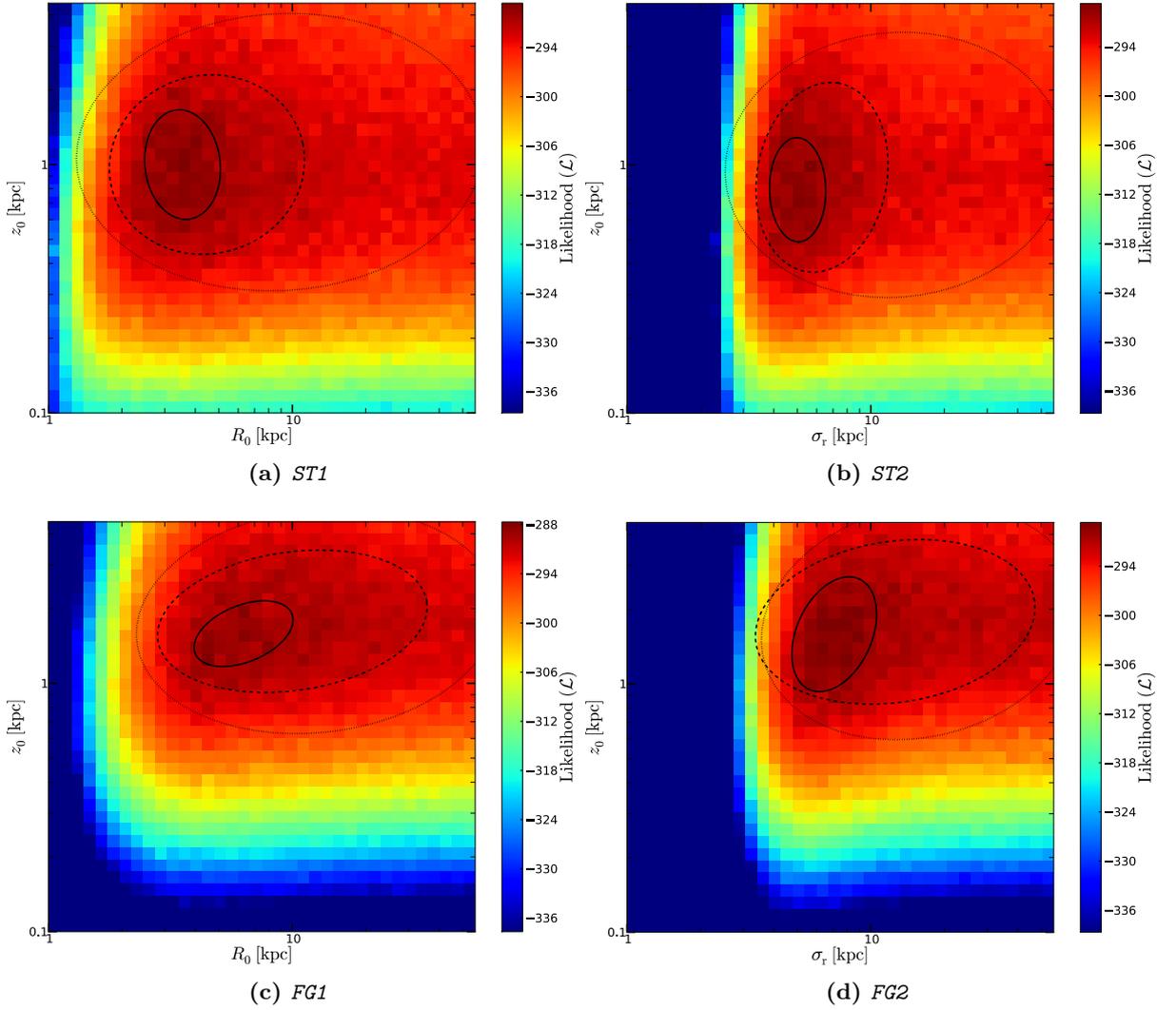


Figure 3.1 – Graphiques représentant la logarithmique de la vraisemblance comme une fonction du paramètre radial R_0 ou σ_r et du paramètre vertical z_0 pour quatre modèles de population de MSP (voir le texte). Les contours montrent les ellipses de confiance à 1, 2 et 3σ qui ont été estimées à partir de la vraisemblance (carte de couleur). La table 3.2 résume les valeurs numériques de ces résultats.

En résumé, les modèles ST suggèrent des échelles verticales z_0 de l'ordre de ~ 1 kpc, alors que les modèles FG prédisent une hauteur d'échelle de l'ordre de ~ 1.8 kpc. Pour l'échelle radiale exponentielle R_0 , les modèles ST suggèrent une valeur de ~ 4 kpc, alors que les modèles FG prédisent ~ 10 kpc. L'utilisation d'une distribution radiale gaussienne mène à des valeurs de σ_r de ~ 6 kpc et ~ 13 kpc respectivement pour ST2 et FG2.

En plus des paramètres spatiaux, notre analyse permet une prédiction du nombre (N_{MSP}) total de MSP dans notre Galaxie qui serait potentiellement détectables dans le domaine γ . À cause de la luminosité plus élevée des MSP simulés avec FG, un plus grand nombre d'entre eux devient détectable avec ce modèle. La normalisation des modèles est donnée par le fait que dans un même volume, le nombre de MSP détectables simulés doit correspondre au nombre de MSP observés, ce qui nous donne le facteur de normalisation α (2.35). Par conséquent, ce nombre N_{MSP} prédit par les modèles FG est plus petit (~ 4000) que celui des modèles ST (~ 10000).

À partir de la population indétectable de MSP simulés, notre modèle nous permet aussi de

Nom du modèle	ST1	ST2	FG1	FG2
Distribution Spatiale	Exp.	Gauss.	Exp.	Gauss.
R_0/σ_r (kpc)	4_{-3}^{+7}	6_{-3}^{+5}	10_{-7}^{+26}	13_{-9}^{+34}
z_0 (kpc)	$1.0_{-0.6}^{+1.3}$	$0.9_{-0.5}^{+1.3}$	$1.8_{-0.9}^{+1.7}$	$1.8_{-0.9}^{+2.0}$
N_{MSP} (10^3)	11_{-4}^{+4}	9_{-3}^{+3}	4_{-1}^{+1}	4_{-1}^{+1}
$F_{ b \leq 10^\circ, l \leq 30^\circ}$ (10^{-7})*	21_{-7}^{+7}	16_{-5}^{+5}	8_{-3}^{+3}	7_{-2}^{+2}
$F_{ b \geq 40^\circ}$ (10^{-7})*	$0.24_{-0.08}^{+0.08}$	$0.22_{-0.07}^{+0.07}$	$0.15_{-0.05}^{+0.05}$	$0.15_{-0.05}^{+0.05}$

Table 3.2 – Résultats de l’analyse du maximum de vraisemblance obtenus pour les 36 MSP décrits dans la table 3.1 (voir figure 3.1). Les paramètres R_0 , σ_r et z_0 sont exprimés en kpc. N_{MSP} est le nombre total de MSP dans la Voie Lactée donné en unité de 10^3 .

$F_{|b|\leq 10^\circ, |l|\leq 30^\circ}$ est l’intensité moyenne au-dessus de 100 MeV de la population de MSP indétectables en unité de 10^{-7} ph cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} dans la région centrale de la Galaxie; région définie par $|l| \leq 30^\circ$ and $|b| \leq 10^\circ$.

$F_{|b|\geq 40^\circ}$ représente la même intensité au-dessus de 100 MeV des MSP indétectables à haute latitude soit $|b| \geq 40^\circ$. Les incertitudes sont dues aux fluctuations statistiques et ont été données pour une confiance de 2σ .

(*) exprimé en ph cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} .

donner une estimation de la contribution de la population galactique de MSP à l’émission diffuse galactique [20]. Nous estimons cette intensité F_Ω en sommant les flux individuels au-dessus de 100 MeV de tous les MSP indétectables dans une région donnée Ω divisé par l’angle solide de cette région :

$$F_\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{(l,b) \in \Omega} F_\gamma \quad (3.1)$$

$$F_\gamma < F_{\text{sensibilité}}$$

Le flux diffus présente la même tendance que le nombre attendu de MSP dans notre Galaxie, c’est-à-dire que les modèles ST prédisent un flux diffus supérieur aux modèles FG. En effet, les modèles ST prédisent une contribution à l’émission diffuse des MSP galactiques dans la région centrale de $\sim 2 \times 10^{-6}$ ph cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} contre $\sim 0.8 \times 10^{-6}$ ph cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} pour les modèles FG. Ce résultat correspond à un total de 1%, ou moins, du flux diffus galactique observé par le *Fermi*-LAT dans cette région [13]. À hautes latitudes, les modèles ST, prédisent un flux diffus γ de $\sim 2.0 \times 10^{-8}$ ph cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} contre $\sim 1.5 \times 10^{-8}$ ph cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} pour les modèles FG. Cette intensité correspond environ à 1‰ de l’intensité de l’émission extra-galactique [8].

3.1.3 Étendre le catalogue : sources non-associées

Nous venons de comparer nos modélisations avec les 36 MSP observés par le *Fermi*-LAT dans le catalogue 1FGL. C’est grâce aux recherches de pulsations radio des sources 1FGL présentant des caractéristiques spectrales similaires au MSP γ qu’une partie de ces MSP a été découverte après la publication du catalogue 1FGL. De nombreuses sources non-associées dans le catalogue 1FGL présentent les mêmes caractéristiques spectrales (loi de puissance à coupure exponentielle) que les MSP. La classification des sources non-associées du catalogue 1FGL est longuement détaillée dans la publication de Ackermann *et coll.* [12]. Nous avons montré, dans la section 1.4.3,

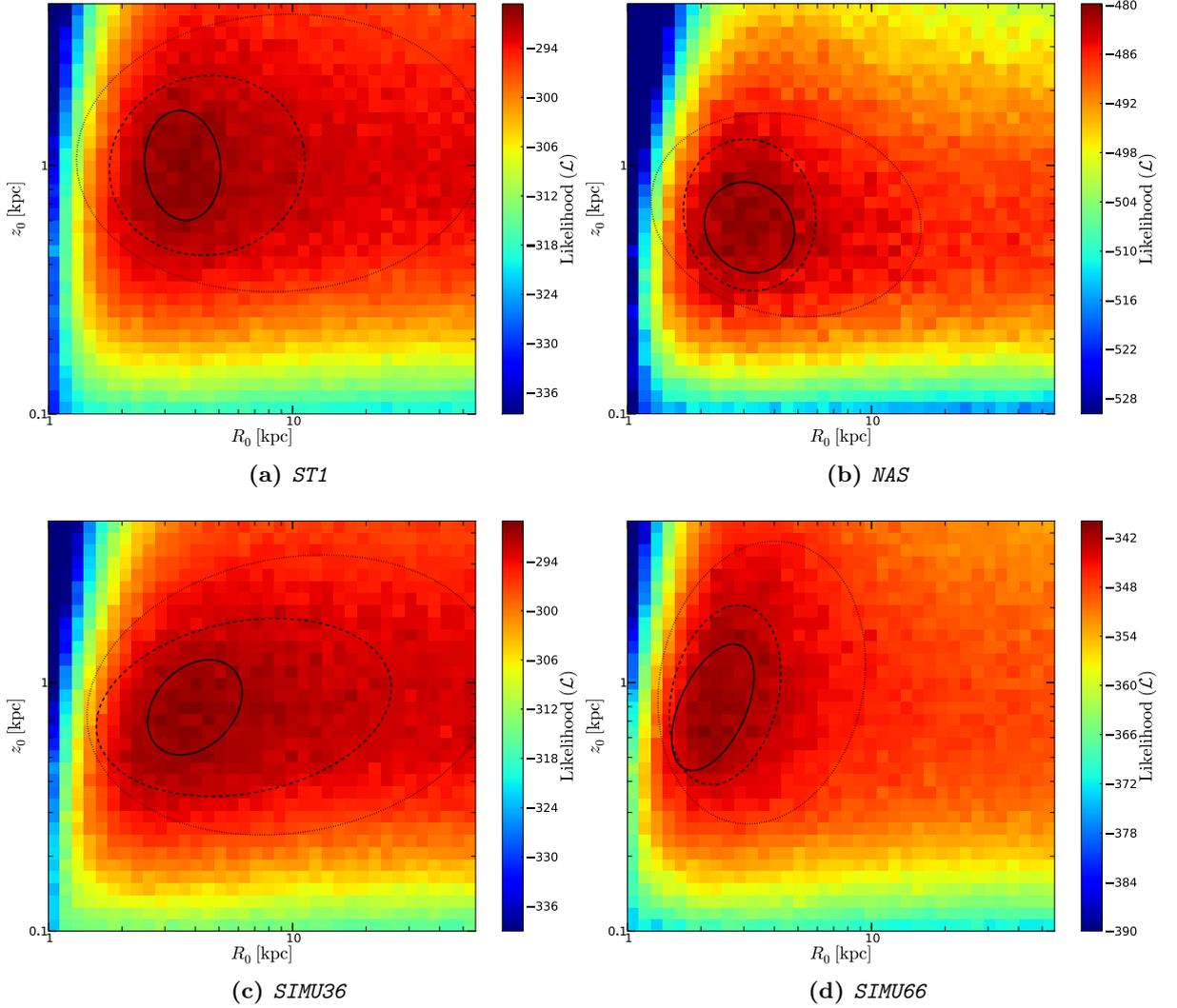


Figure 3.2 – Graphiques représentant la logarithmique de la vraisemblance comme une fonction du paramètre radial R_0 ou σ_r et du paramètre vertical z_0 pour le modèle *ST1*. D’en haut à gauche à en bas à droite, les graphiques montrent les résultats obtenus pour l’échantillon : 36 MSP (a), 66 MSP candidats (b), 36 MSP simulés (c) et 66 MSP simulés (d). Les contours montrent les ellipses de confiance à 1, 2 et 3σ qui ont été estimées à partir de la vraisemblance (carte de couleur). Toutes les cartes ont la même dynamique de couleur pour le logarithme de la vraisemblance. La table 3.3 résume les valeurs numériques de ces résultats.

que l’indice de courbure et la variabilité des sources permettaient de distinguer les pulsars des autres sources du catalogue : les AGN. La troisième grande catégorie de source étant les sources non-associées, Ackermann *et coll.* [12] ont basé leur classification de sources sur les indices de courbure et de variabilité. Pour cela, ils utilisent deux approches statistiques différentes et indépendantes (*Classification Tree* et *Logistic Regression*), afin de classer les sources non-associées à partir de ces indices. Ils fournissent aussi une classification résultant de la combinaison de ces deux méthodes que nous avons prises pour notre étude, car elle est plus contraignante que chacune des deux autres méthodes. Nous avons donc sélectionné l’ensemble des sources non-associées qui ont été classées comme candidates pulsar par les deux méthodes développées par Ackermann *et coll.* [12].

Nom du modèle	ST1	SIMU36	NAS	SIMU66
N_{MSP}	36	36	66	66
Donnée	obs.	sim.	obs.	sim.
R_0 (kpc)	4_{-3}^{+7}	6_{-5}^{+19}	3_{-1}^{+3}	3_{-1}^{+2}
z_0 (kpc)	$1.0_{-0.6}^{+1.3}$	$0.8_{-0.4}^{+1.0}$	$0.6_{-0.3}^{+0.6}$	$0.9_{-0.5}^{+1.2}$
$N_{\text{MSP}} (10^3)$	11_{-4}^{+4}	10_{-4}^{+4}	22_{-14}^{+14}	29_{-8}^{+8}
$F_{ b \leq 10^\circ, l \leq 30^\circ} (10^{-7})^*$	21_{-7}^{+7}	17_{-7}^{+7}	63_{-40}^{+40}	81_{-23}^{+23}
$F_{ b \geq 40^\circ} (10^{-7})^*$	$0.24_{-0.08}^{+0.08}$	$0.18_{-0.07}^{+0.07}$	$0.2_{-0.1}^{+0.1}$	$0.4_{-0.1}^{+0.1}$

Table 3.3 – Les notations utilisées sont les mêmes que celles données dans la table 3.2. La ligne Données indique si les résultats ont été obtenus avec des données tirés des observations (obs.) ou bien de simulation (sim.).

(*) exprimé en $\text{ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$.

À partir de cette sélection, nous avons exclu les sources douteuses classées ¹ *c*.

Comme nous l’avons vu précédemment, les pulsars normaux et milliseconde ont sensiblement la même signature spectrale et il n’est pas possible de les distinguer ainsi (voir section 1.4.3). Cependant, les pulsars normaux, étant majoritairement jeunes, sont supposés avoir une hauteur d’échelle plus petite. L’exclusion du plan galactique devrait donc permettre d’éliminer une partie de pulsars normaux parmi les candidats MSP. Donc, nous avons aussi exclu le plan galactique soit tous les candidats dont la latitude était inférieure à 10° . Nous avons ainsi obtenu une liste de 38 sources, qui ajoutées aux MSP observés par le *Fermi*-LAT (dont nous avons retiré les MSP dans le plan galactique ($|b| \leq 10^\circ$)), nous laisse avec 66 sources dans cet échantillon étendu de candidats MSP dans le catalogue 1FGL.

La figure 3.2b montre la distribution du logarithme de la vraisemblance obtenue pour ces 66 sources. Nous avons exclu, lors du calcul de la vraisemblance, les pixels HEALPix du plan galactique ($|b| \leq 10^\circ$) de façon à rester cohérent avec notre échantillon de sources. Pour comparaison, nous montrons sur la figure 3.2a les résultats obtenus avec les 36 MSP et le modèle ST1.

Avec ces nouveaux MSP candidats, les paramètres d’échelles sont mieux contraints. En effet, notre modèle prédit une échelle radiale de $R_0 \sim 3$ kpc, une échelle verticale de $z_0 \sim 0.6$ kpc et un nombre total $N_{\text{MSP}} \sim 22000$ MSP émetteurs de rayons γ dans la Voie Lactée. Ce nombre est un facteur ~ 2 plus grand que notre estimation faite avec les 36 MSP observés, ce qui reflète directement le plus grand nombre de MSP dans l’échantillon étendu. Il faut noter que l’échantillon de MSP candidats a été construit uniquement sur les propriétés spectrales particulières des MSP, celui-ci peut donc tout à fait contenir des sources qui ne sont pas des MSP. Il faut donc prendre les résultats obtenus comme des limites supérieures. D’autre part, certaines sources non-associées ont un flux trop faible pour avoir une quelconque particularité spectrale (et pourraient donc être des MSP). Le nombre réel de MSP dans notre Galaxie pourrait donc être légèrement supérieur.

Avec cet échantillon étendu, le flux diffus dans la région centrale est maintenant de

Est-ce qu'on peut estimer la contamination de l'échantillon a posteriori maintenant que l'on a sensiblement plus de données?

1. Le *flag c* dans le catalogue 1FGL signifie que la source peut potentiellement ne pas en être une et être simplement une fausse détection ($c \Rightarrow \text{caution}$).

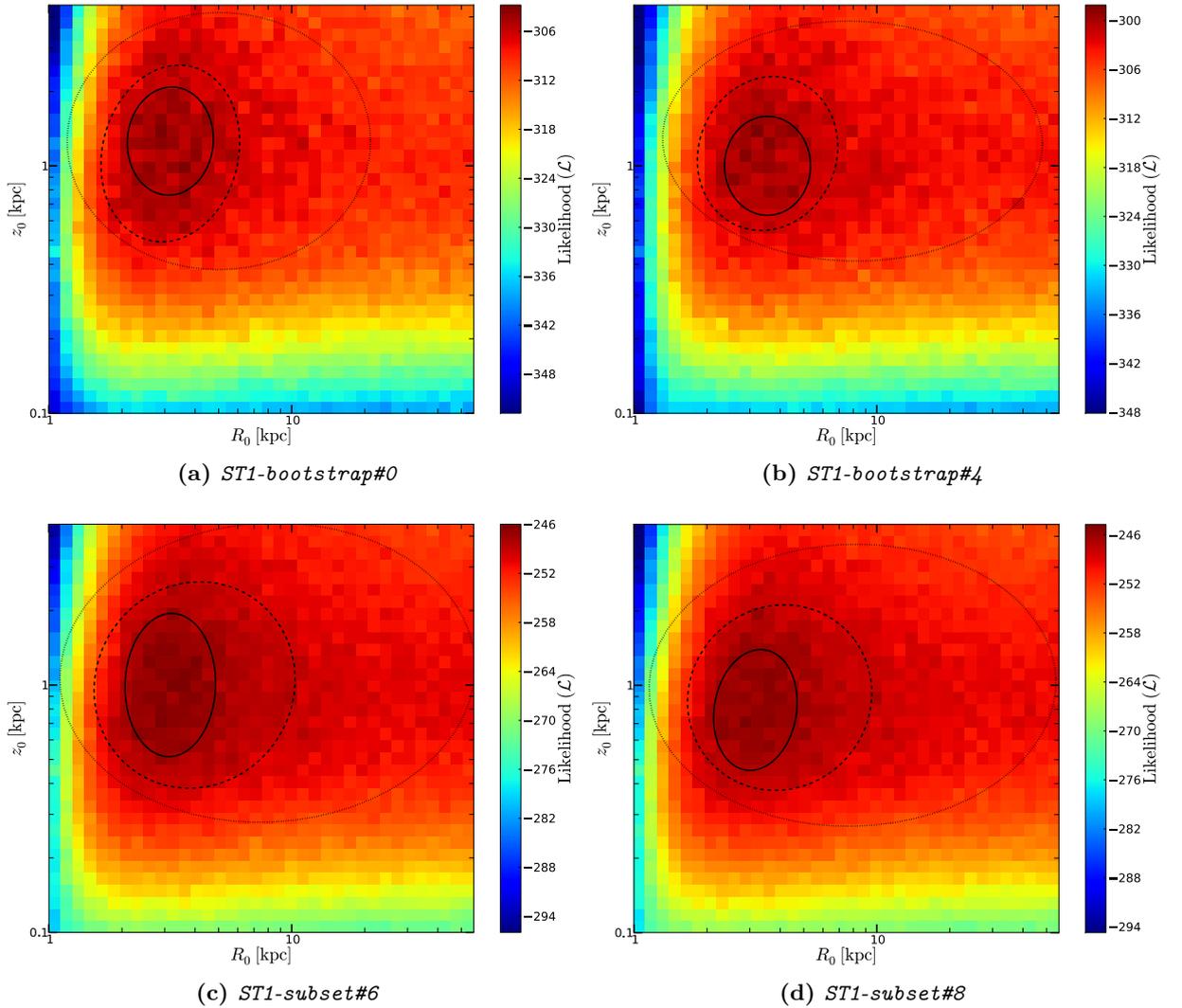


Figure 3.3 – Figure illustrant les résultats des tests statistiques : méthode de Cyrano (bootstrap) et de sous-échantillonnage. Les deux graphiques du haut illustrent les résultats pour deux catalogue (sur dix) générés grâce à la méthode du bootstrap. Les deux du bas quant eux illustrent les résultats pour deux catalogues (sur dix) obtenus par tirage aléatoire d'un sous-échantillon de 30 MSP parmi les MSP observés. Nous avons choisit de montrer ici deux cas sur dix afin d'illustrer les variations possibles des ellipses.

$F_{|b|\leq 10^\circ, |l|\leq 30^\circ} \sim 6 \times 10^{-6} \text{ ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ soit environ 2% du flux observé dans cette région. À haute latitude, la contribution des MSP prédite par ce modèle avec l'échantillon étendu est de $F_{|b|\geq 40^\circ} \sim 2 \times 10^{-8} \text{ ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ soit environ 0.4% de l'intensité observée.

3.2 Interprétation des résultats

3.2.1 Étude statistique

Idéalement, les résultats obtenus devraient correspondre aux données utilisées (MSP ou candidats MSP) et les contours de confiance devraient refléter les incertitudes statistiques essentiellement dues au petit nombre de MSP observés. Nous allons voir, dans cette section, à quel point nos résultats sont impactés par les fluctuations statistiques, et nous allons chercher les possibles biais dans notre analyse.

Aussi appelé la méthode du Cyrano, l'approche du *bootstrap* est une analyse statistique d'un échantillon tiré aléatoirement parmi les éléments des données [39]. Plus simplement, on va constituer un certain nombre d'échantillons factices à partir d'un échantillon de données, en tirant aléatoirement le même nombre d'objets dans l'échantillon factice parmi ceux de l'échantillon de données. On crée ainsi de nouveaux échantillons contenant des objets réels qui peuvent contenir plusieurs fois le même objet ou pas du tout suivant le tirage aléatoire. Ici, nous avons donc tirés 36 MSP parmi les 36 MSP observés créant ainsi une représentation des données avec une fluctuation statistique.

Nous avons créé 10 échantillons factices par *bootstrap*, que nous avons ensuite comparés aux simulations suivant la même méthode que pour les données. Les figures 3.3a et 3.3b montrent deux résultats sur les dix réalisés. Comme on peut le voir sur ces graphiques, les ellipses varient pour chaque catalogue mais restent compatibles aux fluctuations statistiques près avec celles obtenues à partir des données. Ce qui nous a permis de conclure que la forme des contours est essentiellement dirigée par la statistique de l'échantillon de MSP observés.

D'un autre côté, nous avons aussi constitué des sous échantillons de 30 MSP tirés aléatoirement parmi les 36 MSP observés. Les figures 3.3c et 3.3d, illustrent à nouveau deux résultats sur les dix réalisés. Comme on peut le constater sur ces graphiques, les résultats obtenus avec les sous échantillons sont sensiblement identiques à ceux obtenus avec le *bootstrap*. Ceci confirme donc que la forme des contours est principalement due aux fluctuations statistiques.

Un troisième test a été mené, dans lequel nous avons simulé, avec notre modèle, 20 catalogues factices de MSP dont on connaît l'ensemble des paramètres (distribution spatiale). Nous avons réalisé 20 catalogues simulés que nous avons tous analysés. La figure 3.2c illustre le résultat obtenu avec un catalogue en particulier simulé à partir du modèle ST1. Les paramètres obtenus pour ce catalogue sont indiqués dans la troisième colonne de la table 3.3. Les résultats pour ce catalogue particulier sont raisonnablement proches de ceux obtenus pour les 36 MSP observés par le *Fermi*-LAT et mettent en avant qu'au moins 1 échantillon simulés sur 20 (c'est-à-dire 5%) produit des contours de confiance qui sont compatibles avec ceux obtenus pour les MSP observés. Il est important de noter ici que les valeurs obtenues pour ces résultats à 2σ sont compatibles, aux incertitudes près, aux valeurs injectées dans les catalogues soit $R_0 = 4.2$ kpc et $z_0 = 500$ pc, confirmant ainsi que notre méthode est fiable. Cette conclusion est importante car elle met en évidence que notre méthode d'analyse n'introduit pas de biais supplémentaire lors de l'estimation des paramètres spatiaux de la population de MSP galactiques. En particulier, les résultats montrent que la distribution verticale des MSP semblerait être légèrement plus grande que ce que l'on s'attendait à trouver et qui avait été supposée dans les études précédentes [90].

Finalement, nous avons aussi simulés 20 catalogues pour une population de 66 MSP. La figure 3.2d montre les contours de confiance obtenus, et la dernière colonne de la table 3.3 indique les valeurs des paramètres. Ces simulations confirment les résultats et les conclusions que nous avons tirés avec les 36 MSP.

3.2.2 Impact de la sensibilité

La sensibilité est au cœur de notre analyse. Elle est primordiale lors de la séparation des MSP détectables et indétectables. Or, pour notre étude, nous avons utilisé la carte de sensibilité publiée pour le catalogue 1FGL qui est basée sur l'hypothèse que toutes les sources ont un

Ca serait quand même bien d'avoir une évaluation quantitative du raisonnement proche. Je ne suis pas certain que chacun soit raisonnable de la même façon. Cette terminologie est assez inhabituelle dans un manuscrit de thèse.

spectre en loi de puissance avec un indice spectral de $\Gamma = 2.2$ [1]. Une représentation de cette carte de sensibilité est montrée sur la figure 3.4.

La figure 3.5 montre les flux des 36 MSP au-dessus de 100 MeV en fonction de la valeur de la sensibilité à la position de ces derniers. Idéalement tous les MSP devraient être au-dessus de la ligne en trait plein qui indique la frontière pour laquelle le flux des MSP est égal à la sensibilité. En effet, pour qu'une source ponctuelle soit détectée par le *Fermi*-LAT, il faut que son flux soit supérieur ou égal à la sensibilité de l'instrument. Or, un MSP (1FGL J1600.7-3055) ne respecte pas cette règle. Cependant, une inspection approfondie de ce cas, nous a montré qu'il possède un indice spectral anormalement « dur » ($\Gamma = 1.8$). À cause de la résolution angulaire du *Fermi*-LAT, autrement dit la réponse impulsionnelle (*PSF*), qui décroît lorsque l'énergie augmente, il est plus facile pour le *Fermi*-LAT de détecter des sources avec un spectre dur (Γ élevé). La sensibilité correspondante devrait donc être plus faible pour de telles sources.

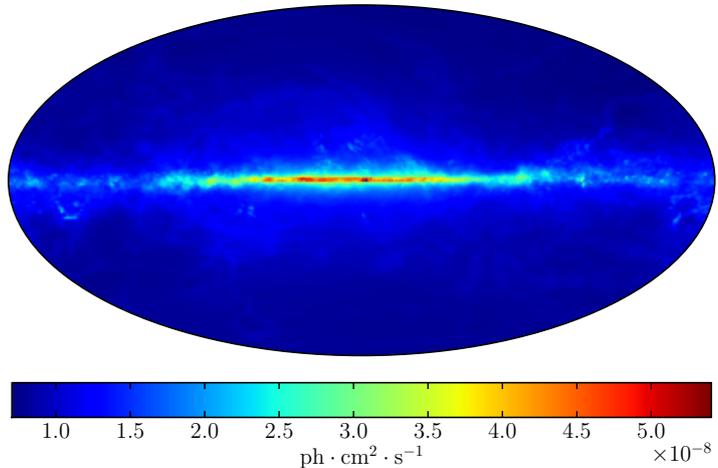


Figure 3.4 – Carte de sensibilité du *Fermi*-LAT pour 11 mois de données publiée dans le catalogue 1FGL [1].

Le ratio entre le flux F_{MSP} et la sensibilité $F_{\text{sensibilité}}$ pour une source donnée, doit approximativement être proportionnel au ratio de la « significativité » (σ) et du niveau requis pour la détection (σ_0) soit :

$$\frac{F_{\text{MSP}}}{F_{\text{sensibilité}}} \approx \frac{\sigma}{\sigma_0} \approx \sqrt{\frac{TS}{25}} \quad (3.2)$$

Dans le catalogue 1FGL, la significativité d'une source est mesurée en utilisant le Test Statistique (*TS*) [1] qui, grossièrement, est proportionnel au carré de la significativité. Le seuil de détection d'une source a été fixé à $TS = 25$ pour 1FGL [1]. Nous pouvons utiliser cette relation afin d'ajuster la sensibilité au flux des 36 MSP. Dans ce but, nous avons multiplié la sensibilité par un facteur s et déterminé la valeur de ce facteur qui minimise la relation suivante :

$$\chi^2 = \sum \frac{\left(F_{\text{MSP}} - sF_{\text{sensibilité}}\sqrt{TS_{\text{MSP}}/25}\right)^2}{(\Delta F_{\text{MSP}})^2}, \quad (3.3)$$

où Δ_{MSP} est l'erreur statistique du flux mesuré de la source considérée et TS_{MSP} le Test Statistique de ce même MSP. L'ajustement de ce facteur s nous donne une valeur $s = 1.4$ qui est illustrée par la ligne en tiret sur la figure 3.5. En utilisant une carte de sensibilité 1FGL mise à l'échelle avec un facteur $s = 1.4$, on réduit l'échelle radiale R_0 de 4 kpc à 3 kpc et la hauteur d'échelle z_0 de 1.0 kpc à 0.6 kpc dans le cas du modèle ST1. D'un autre côté, le nombre de MSP attendus N_{MSP} dans la Galaxie augmente de 11 000 à 18 000. D'une manière générale, augmenter la sensibilité (c'est-à-dire réduire la sensibilité de détection du *Fermi*-LAT) augmente le nombre de MSP détectables ce qui mène à un facteur α plus grand lors de l'analyse par maximum de

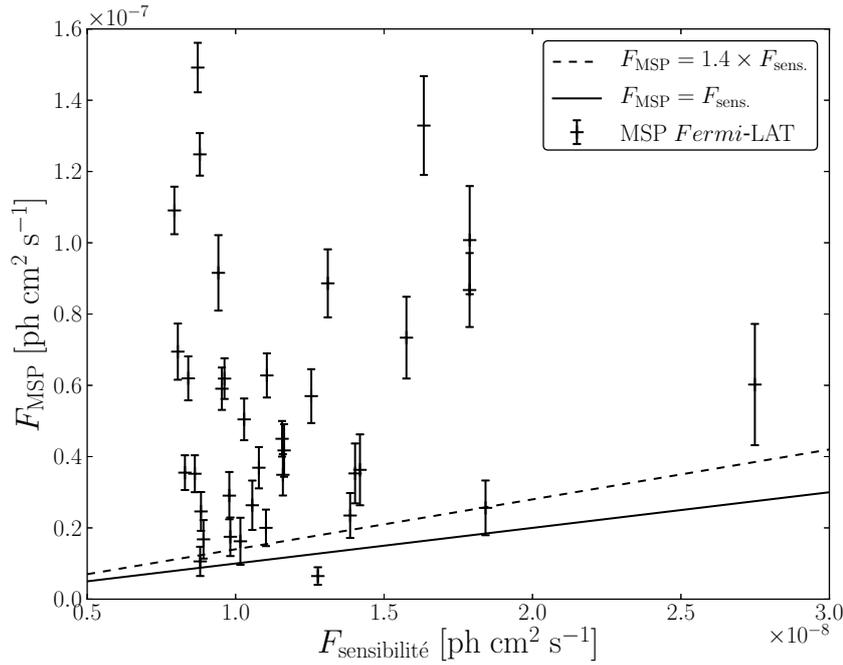


Figure 3.5 – Flux de MSP observés par le Fermi-LAT au-dessus de 100 MeV (F_{MSP}) en fonction de la sensibilité ($F_{\text{sensibilité}}$). Les lignes en trait plein et tiret montrent respectivement $F_{\text{MSP}} = F_{\text{sensibilité}}$ et $F_{\text{MSP}} = 1.4 \times F_{\text{sensibilité}}$.

vraisemblance. Par conséquent, le nombre total de MSP N_{MSP} et la contribution à l'émission diffuse augmentent.

Pour le premier catalogue de pulsar [5], une carte de sensibilité a été calculée pour une source avec un spectre en loi de puissance à coupure exponentielle avec un indice spectral $\Gamma = 1.4$ et une énergie de coupure $E_c = 2.2$ GeV. Nous avons mis à l'échelle cette carte de sensibilité qui avait été construite pour 6 mois de données pour le catalogue 1FGL (basé sur 11 mois de données). Pour ce faire, nous avons multiplié la carte par le facteur $\sqrt{11/6} \simeq 1.35$. L'utilisation de cette carte de sensibilité, en lieu et place de celle du catalogue 1FGL, fournit la même échelle radiale $R_0 = 4$ kpc, et réduit la hauteur d'échelle z_0 de 1.0 kpc à 0.8 kpc. Quant au nombre de MSP N_{MSP} , il augmente de 11 000 à 16 000.

Les effets sur les résultats de la carte de sensibilité ne sont pas négligeables, mais au vu des grandes incertitudes statistiques, l'utilisation de l'une ou de l'autre des cartes de sensibilité n'affecte pas nos conclusions.

3.2.3 Effet de l'efficacité η

Une autre source d'incertitude dans notre modèle vient de notre choix concernant la luminosité γ et notamment de la valeur de l'efficacité η qui est très mal contrainte par l'échantillon de MSP dont nous disposons (voir section 2.2.3 et figure 2.8). Nous avons donc exploré différentes valeurs d'efficacité $\eta = 0.05, 0.1, 0.2$ et 0.3 pour le modèle ST1. Les résultats concernant les paramètres spatiaux et le nombre de MSP attendus N_{MSP} sont montrés dans la figure 3.6.

La première tendance que l'on observe est la croissance des paramètres spatiaux lors de l'augmentation de η . En effet, une plus grande efficacité η mène à un plus grand volume de la Galaxie qui devient détectable, et à une distribution spatiale des MSP détectables qui est

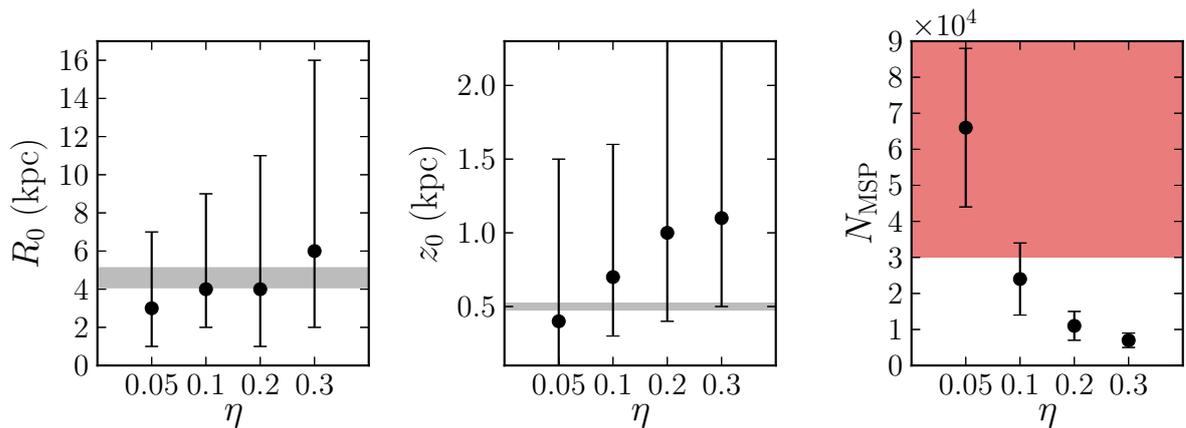


Figure 3.6 – Impact de l’efficacité η sur les paramètres spatiaux (R_0 et z_0) et le nombre N_{MSP} de MSP dans notre Galaxie pour le modèle ST1. Les barres d’erreurs sont données avec une confiance de 2σ . Les zones grises et rouge représentent l’espace des valeurs attendues pour chaque paramètre respectivement des études [37, 90] et des études radios.

plus concentrée en direction du plan et du centre galactique. Par conséquent, l’ajustement des paramètres spatiaux fournit alors une estimation de ces derniers. Estimation qui augmente avec η . Cependant, l’augmentation de ces paramètres sur l’intervalle de valeurs testées de η est au maximum de l’ordre de 2 ce qui est inférieur aux erreurs statistiques.

La seconde tendance est la diminution du nombre de MSP dans la Galaxie N_{MSP} lorsque η augmente. Cet effet a lui aussi été observé lors de la comparaison des modèles ST et FG, et est expliqué par l’augmentation du volume exploré par le *Fermi*-LAT qui augmente avec η pour une sensibilité donnée. Cet effet est largement significatif du fait qu’il domine les erreurs statistiques de l’échantillon. Heureusement, la dépendance de N_{MSP} à l’égard de η s’affaiblit au fur et à mesure que l’efficacité augmente, et qu’elle est supérieure à 20%. La figure 2.8 montre que la valeur optimale de η pour les 36 MSP a été trouvée entre 0.2 et 0.3 et il semble exclu que η puisse être inférieur à 0.1. Notre estimation de η pour cet échantillon est donc fiable et assez solide pour être utilisée en l’état comme il a été fait jusqu’à présent.

3.2.4 Biais observationnels

L’utilisation des données γ du *Fermi*-LAT permet grâce à son fonctionnement en mode « balayage » de s’affranchir de biais observationnels comme on peut en avoir en utilisant des données radios provenant de différents télescopes (avec des caractéristiques instrumentales différentes). Cependant, la nouvelle stratégie, utilisée pour détecter des pulsars avec le *Fermi*-LAT, repose sur la détection de pulsation dans le domaine radio, ce qui laisse la porte ouverte à certains biais. Malgré la détection marginale de pulsation dans le domaine γ , il n’est à ce jour pas possible de s’affranchir totalement des biais observationnels.

Pour conclure, un biais observationnel provenant de la détection des pulsations dans le domaine radio devrait être présent dans les données que nous avons utilisées, mais, ce biais sera inférieur à celui que l’on aurait eu en utilisant uniquement les données radio. Une analyse plus profonde des données et notamment de la distribution de leur distance révélerait peut-être ce biais et permettrait alors d’en tenir compte dans nos conclusions.

3.3 Discussion

Notre analyse de la population de 36 MSP γ observés par le *Fermi*-LAT nous a permis de contraindre dans un premier temps leur distribution spatiale. Seulement, les erreurs statistiques restent importantes. Notre analyse suggère des échelles radiales de $R_0 \sim 4$ kpc pour une distribution exponentielle et de ~ 6 kpc dans le cas d'une distribution gaussienne le tout en utilisant l'approche ST. Pour ce modèle (ST1), la hauteur d'échelle obtenue z_0 est de l'ordre de 1 kpc. L'approche alternative de FG, suggère des valeurs plus élevées, mais cette méthode produit des MSP qui semblent incompatibles avec les données γ et prédit des MSP avec des âges caractéristiques supérieurs à l'âge de l'Univers. Nous nous sommes donc concentrés dans cette section sur les résultats obtenus avec la méthode ST et donc le modèle ST1.

Si l'on ajoute les sources 1FGL non-associées aux MSP observés, nous avons constaté une diminution des paramètres spatiaux donnant $R_0 \sim 3$ kpc et $z_0 \sim 0.6$ kpc. Ces valeurs sont compatibles avec celles que l'on s'attendait à obtenir pour une population de MSP [90].

Il est important de noter que l'estimation de la hauteur d'échelle z_0 peut être biaisée par une mauvaise estimation de la sensibilité du *Fermi*-LAT proche du plan galactique. La carte de sensibilité reflète uniquement la limite statistique lors du processus de détection d'une source ponctuelle par le *Fermi*-LAT. Or une mauvaise modélisation de l'émission diffuse ajoute nécessairement des incertitudes systématiques qui ne sont pas quantifiées. Cependant, nous avons refait une analyse en excluant cette région critique (soit $|b| \leq 10^\circ$), et les résultats obtenus sont en accords avec ceux obtenus avec le plan galactique. On a ainsi montré que nos résultats sont robustes malgré ces possibles erreurs lors de l'estimation du fond diffus galactique.

Un autre résultat intéressant de notre analyse est le nombre de MSP attendus dans notre Galaxie N_{MSP} . Il faut préciser ici que le nombre réel de MSP dans la Galaxie sera forcément supérieur au nombre N_{MSP} que l'on donne tout au long de ce manuscrit, car une fraction des MSP n'émettent pas dans le domaine γ ou bien leur émission n'est pas focalisée dans la direction de la Terre. En utilisant la plus plausible des deux méthodes (soit la méthode ST), notre modèle estime qu'il devrait y avoir entre 9 000 – 11 000 MSP émetteurs de rayon γ dans notre direction dans la Voie Lactée, avec une incertitude statistique de $\pm 4 000$ à 2σ . Notre analyse avec le catalogue étendu (incluant les candidats MSP) augmente N_{MSP} à $22 000 \pm 14 000$ individus. De plus, l'augmentation de l'efficacité η au-dessus de 0.2 diminue N_{MSP} . Pour finir, les études radio estiment, en extrapolant la densité locale de MSP à la Galaxie tout entière, que le nombre de MSP devrait être compris entre 30 000 et 200 000. Ce résultat est marginalement compatible avec nos résultats [28, 70, 67]. Il est évident que notre analyse à partir des données γ favorise de plus petits nombre de MSP N_{MSP} que les chiffres avancés par les études précédentes.

Si l'on assume un temps de vie des MSP de 10 milliards d'années pour les MSP [23] il est alors possible de traduire le nombre N_{MSP} de 9 000 – 11 000 en taux de naissance de $0.9 - 1.1 \times 10^{-6} \text{ an}^{-1}$. Cette valeur du taux de naissance est trois fois plus petite que celle conventionnelle déduite des études radios [28, 67, 39, 90]. D'un autre côté, le taux de naissance des LMXB probable progéniteur des MSP est estimé être entre $10^{-7} - 10^{-6} \text{ an}^{-1}$ [29, 63, 66] et la différence avec le taux de naissance des MSP estimé grâce aux données radios est connue comme étant le « problème du taux de naissance » (*birthrate problem*). Notre estimation est, certes, toujours un peu trop élevée, mais tend à se rapprocher de ce taux de naissance, réduisant ainsi ce problème.

Faucher-Giguère et Loeb [37] suggèrent dans leur étude, que 10 à 20% de l'émission γ diffuse à haute latitude détectée par le *Fermi*-LAT pourrait venir de MSP non résolus. Notre analyse au contraire suggère une intensité moyenne au-dessus de 100 MeV inférieure à 1% de l'émission diffuse et tend à conclure que les MSP ne contribuent probablement pas de manière significative à l'émission diffuse isotrope dans le domaine γ .

Au contraire, dans la région centrale de la Galaxie, quelques pour cent de l'émission diffuse γ pourraient être attribuée à des MSP non résolus par le *Fermi*-LAT. Les caractéristiques spectrales particulière des MSP pourraient éventuellement permettre une extraction de cette composante.

CONCLUSION

Intrigants objets, les pulsars milliseconde ont, depuis leur découverte, suscité de nombreuses études visant à mieux les comprendre. Dès la première observation d'un MSP par Backer *et coll.* [17], de nombreuses questions ont été soulevées et sont, aujourd'hui encore, sans réponses précises. En effet, le nombre de MSP dans notre Galaxie n'est pas très bien connu et ce malgré de nombreuses études prédisant que ces astres devraient être entre 30 000 et 200 000 dans notre Galaxie. Les LMXB sont souvent considérés comme étant les plus probables progéniteurs des MSP, mais l'origine des MSP reste incertaine. Cependant, le taux de naissance des LMXB n'est pas compatible avec celui des MSP.

Du fait de leur grand âge, les MSP devraient avoir une distribution spatiale proche de celle des vieilles étoiles soit une hauteur d'échelle de l'ordre de 500 pc.

Enfin, la révélation, par le *Fermi*-LAT, de l'émission de rayonnements γ chez les MSP apporte un nouveau point de vue sur cette population. En effet, observés jusque là dans le domaine radio où de nombreux biais observationnels sont présents, c'est la première fois qu'une étude de population des MSP peut être réalisée en utilisant uniquement des données γ . De plus, une population de sources non résolues et émettrices de rayons γ contribue à l'émission diffuse galactique. Grâce à leur spectre en loi de puissance à coupure exponentielle au GeV, la contribution de ces derniers pourrait expliquer le pic d'émission autour du GeV observé dans le diffus galactique.

La première étape de cette thèse a été de développer un modèle Monte Carlo de population de MSP au sein de notre Galaxie. Basé sur les études de Faucher-Giguère et Loeb [37], Story *et coll.* [90], nous avons construit notre propre modèle en choisissant les paramètres intrinsèques permettant de reproduire au mieux la distribution $P - \dot{P}$ des 36 MSP γ observés. Après une étape de validation de l'ensemble des tirages aléatoires du modèles, nous avons vérifié que nous étions capable de reproduire les résultats des études originelles [37, 90].

Nous avons utilisé une analyse de vraisemblance afin de comparer nos simulations aux observations. Couplée au modèle Monté Carlo, cette analyse nous a permis d'obtenir des contraintes sur la distribution spatiale, le nombre et la contribution à l'émission diffuse. L'utilisation d'une méthode de lissage adaptatif a été nécessaire afin de réduire le bruit statistique et de renforcer nos contraintes. De plus, différents tests statistiques indépendants ont été menés, et ont prouvé que nos résultats sont robustes à 2σ aux fluctuations statistiques près.

L'ensemble de notre étude a été faite avec un échantillon de 36 MSP observés par le *Fermi*-LAT, mais aussi, avec un échantillon étendu de 66 objets comprenant des MSP candidats et des MSP observés. Les paramètres spatiaux que nous avons déterminé sont compatibles avec

Conclusion

les études précédentes faites à partir de données radios et prédisent des longueurs et hauteurs d'échelle de l'ordre de ~ 4 kpc et ~ 1 kpc respectivement.

La taille estimée de la population de MSP γ au sein de notre Galaxie n'est pas aussi élevée que celle des études radios ce qui réduit l'écart entre les taux de naissance des MSP et celui des LMXB. En effet, nous prédisons une population de MSP d'environ 20 000 individus alors que les études radios prédisent entre 30 000 et 200 000 MSP. Une très récente étude [65], tend à confirmer que le nombre de MSP serait plutôt de l'ordre de 30 000 MSP. Sans toutefois établir les LMXB comme progéniteur unique des MSP, nos résultats tendent à confirmer que ces derniers seraient les principaux progéniteurs des MSP dans la Galaxie.

De plus, nous avons montré que la contribution d'une population non résolue de MSP à l'émission γ diffuse serait de l'ordre de quelques pour cent dans la région centrale de la Galaxie et de quelques pour mille à haute latitude. Une récente étude [55] appuie cette dernière conclusion révélant ainsi la justesse de nos résultats.

Pour finir, une étude avec 66 MSP candidats et MSP observés a été menée et montre que l'augmentation du nombre de sources dans l'échantillon permet d'obtenir des contraintes sensiblement moins bruitées et par conséquent plus précises. Cette dernière conclusion nous laisse espérer qu'avec un plus grand nombre de MSP notre analyse fournirait de meilleurs résultats, plus précis et plus robustes.

Un modèle est toujours améliorable et le nôtre ne fait pas exception à la règle. Une des premières améliorations possibles serait de prendre en compte une composante de la population de MSP réparties dans le bulbe galactique. Notre échantillon actuel ne permet pas de contraindre une quelconque composante du bulbe car nos observations ne vont pas aussi loin. Cependant, on peut supposer que les observations futures permettront d'observer des MSP suffisamment loin afin de contraindre le bulbe galactique. De plus, si le bulbe abrite une population de MSP, cette dernière contribuera nécessairement à l'émission diffuse galactique γ . Notre estimation pourrait donc être revue à la hausse si tel était le cas.

Bien entendu, un plus grand nombre de MSP apportera aussi des indications plus complètes sur leurs caractéristiques intrinsèques, améliorant ainsi nos chances de reproduire, grâce à un modèle, leur population.

Notre étude apporte, pour la première fois, des contraintes robustes des propriétés de la population de MSP émetteurs de rayons γ dans notre Galaxie. Cependant, la question de leur origine reste irrésolue malgré l'allègement du problème du taux de naissance. Afin d'approfondir cette question, il serait intéressant de revoir le taux de naissance des LMXB. Le même genre de modèle pourrait alors être adapté au LMXB et apporterait de nouvelles contraintes, et qui sait, établirait peut-être les LMXB comme progéniteurs majeurs de MSP dans notre Galaxie.

ANNEXES

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, A. ALLAFORT, E. ANTOLINI, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLEET, G. BARBIELLINI et COLL. : Fermi Large Area Telescope First Source Catalog. *The Astrophysical Journal Supplement*, 188:405–436, juin 2010.
- [2] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, A. ALLAFORT, L. BALDINI, J. BALLEET, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, R. D. BLANDFORD, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, A. BOUVIER, J. BREGEON, A. BREZ, M. BRIGIDA, P. BRUEL, T. H. BURNETT, S. BUSON, G. A. CALIANDRO, R. A. CAMERON, F. CAMILO, P. A. CARAVEO et COLL. : Discovery of Pulsed γ -Rays from PSR J0034-0534 with the Fermi Large Area Telescope : A Case for Co-Located Radio and γ -Ray Emission Regions. *The Astrophysical Journal*, 712:957–963, avril 2010.
- [3] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, J. AMPE, B. ANDERSON, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, R. BAGAGLI, L. BALDINI, J. BALLEET et COLL. : The on-orbit calibration of the fermi large area telescope. *Astroparticle Physics*, 32(3–4):193 – 219, 2009. ISSN 0927-6505.
- [4] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, B. ANDERSON, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLEET, G. BARBIELLINI, M. G. BARING, D. BASTIERI, B. M. BAUGHMAN, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, G. F. BIGNAMI, R. D. BLANDFORD, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND et COLL. : Detection of 16 Gamma-Ray Pulsars Through Blind Frequency Searches Using the Fermi LAT. *Science*, 325:840–, août 2009.
- [5] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLEET, G. BARBIELLINI, M. G. BARING, D. BASTIERI et COLL. : The First Fermi Large Area Telescope Catalog of Gamma-ray Pulsars. *The Astrophysical Journal Supplement*, 187:460–494, avril 2010.
- [6] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLEET, G. BARBIELLINI et COLL. : A Population of Gamma-Ray Millisecond Pulsars Seen with the Fermi Large Area Telescope. *Science*, 325:848–852, août 2009.
- [7] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, W. B. ATWOOD, L. BALDINI, J. BALLEET, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, M. BATTELINO, B. M. BAUGHMAN, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, E. D. BLOOM, G. BOGAERT, A. W. BORGLAND, J. BREGEON, A. BREZ, M. BRIGIDA, P. BRUEL, T. H. BURNETT, G. A. CALIANDRO, R. A. CAMERON, F. CAMILO, P. A. CARAVEO, J. M. CASANDJIAN, C. CECCHI, E. CHARLES, A. CHEKHTMAN, A. W. CHEN, C. C. CHEUNG, J. CHIANG, S. CIPRINI, I. COGNARD, J. COHEN-TANUGI, L. R. COMINSKY, J. CONRAD et COLL. : Pulsed Gamma-rays from PSR J2021+3651 with the Fermi Large Area Telescope. *The Astrophysical Journal*, 700:1059–1066, août 2009.

- [8] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, M. AJELLO, W. B. ATWOOD, L. BALDINI, J. BALLE, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, B. M. BAUGHMAN, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, R. D. BLANDFORD, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, J. BREGEON, A. BREZ, M. BRIGIDA, P. BRUEL, T. H. BURNETT, S. BUSON, G. A. CALIANDRO, R. A. CAMERON, P. A. CARAVEO, J. M. CASANDJIAN, E. CAVAZZUTI, C. CECCHI, Ö. CELIK, E. CHARLES et COLL. : Spectrum of the Isotropic Diffuse Gamma-Ray Emission Derived from First-Year Fermi Large Area Telescope Data. *Physical Review Letters*, 104(10):101101, mars 2010.
- [9] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLE, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, M. BATTELINO, B. M. BAUGHMAN, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, J. BREGEON, A. BREZ, M. BRIGIDA, P. BRUEL, T. H. BURNETT, G. A. CALIANDRO, R. A. CAMERON, P. A. CARAVEO, J. M. CASANDJIAN, C. CECCHI, E. CHARLES, A. CHEKHTMAN, C. C. CHEUNG, J. CHIANG, S. CIPRINI, R. CLAUS, I. COGNARD, J. COHEN-TANUGI, L. R. COMINSKY, J. CONRAD, S. CUTINI, C. D. DERMER, A. de ANGELIS, F. de PALMA et COLL. : Pulsed Gamma Rays from the Millisecond Pulsar J0030+0451 with the Fermi Large Area Telescope. *The Astrophysical Journal*, 699:1171–1177, juillet 2009.
- [10] A. A. ABDO, M. ACKERMANN, W. B. ATWOOD, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLE, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, M. BATTELINO, B. M. BAUGHMAN, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, J. BREGEON, A. BREZ, M. BRIGIDA, P. BRUEL, T. H. BURNETT, G. A. CALIANDRO, R. A. CAMERON, P. A. CARAVEO, J. M. CASANDJIAN, C. CECCHI, E. CHARLES, A. CHEKHTMAN, C. C. CHEUNG, J. CHIANG, S. CIPRINI, R. CLAUS, I. COGNARD et COLL. : Pulsed Gamma Rays from the Millisecond Pulsar J0030+0451 with the Fermi Large Area Telescope. *The Astrophysical Journal*, 699(2):1171, 2009.
- [11] A. A. ABDO, M. AJELLO, A. ALLAFORT, L. BALDINI, J. BALLE, G. BARBIELLINI, M. G. BARING, D. BASTIERI, A. BELFIORE, R. BELLAZZINI et COLL. : The second fermi large area telescope catalog of gamma-ray pulsars. Soumis, 2013.
- [12] M. ACKERMANN, M. AJELLO, A. ALLAFORT, E. ANTOLINI, L. BALDINI, J. BALLE, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, R. D. BLANDFORD, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, A. BOUVIER, T. J. BRANDT, J. BREGEON, M. BRIGIDA, P. BRUEL, R. BUEHLER, T. H. BURNETT, S. BUSON, G. A. CALIANDRO, R. A. CAMERON, P. A. CARAVEO, J. M. CASANDJIAN, E. CAVAZZUTI, C. CECCHI, Ö. CELIK, E. CHARLES, A. CHEKHTMAN et COLL. : A Statistical Approach to Recognizing Source Classes for Unassociated Sources in the First Fermi-LAT Catalog. *The Astrophysical Journal*, 753:83, juillet 2012.
- [13] M. ACKERMANN, M. AJELLO, W. B. ATWOOD, L. BALDINI, J. BALLE, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, B. BERENJI, R. D. BLANDFORD, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, T. J. BRANDT et COLL. : Fermi-LAT Observations of the Diffuse γ -Ray Emission : Implications for Cosmic Rays and the Interstellar Medium. *The Astrophysical Journal*, 750:3, mai 2012.

- [14] M. A. ALPAR, A. F. CHENG, M. A. RUDERMAN et J. SHAHAM : A new class of radio pulsars. *Nature*, 300:728–730, décembre 1982.
- [15] W. B. ATWOOD, A. A. ABDO, M. ACKERMANN, W. ALTHOUSE, B. ANDERSON, M. AXELSSON, L. BALDINI, J. BALLEST, D. L. BAND, G. BARBIELLINI et COLL. : The Large Area Telescope on the Fermi Gamma-Ray Space Telescope Mission. *The Astrophysical Journal*, 697:1071–1102, juin 2009.
- [16] W. BAADE et F. ZWICKY : Cosmic Rays from Super-novae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 20:259–263, mai 1934.
- [17] D. C. BACKER, S. R. KULKARNI, C. HEILES, M. M. DAVIS et W. M. GOSS : A millisecond pulsar. *Nature*, 300:615–618, décembre 1982.
- [18] M. BAILES et D. LORIMER : The Millisecond Pulsar Population. Dans A. S. FRUCHTER, M. TAVANI et D. C. BACKER, éditeurs : *Millisecond Pulsars. A Decade of Surprise*, volume 72 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 17, 1995.
- [19] D. BHATTACHARYA : The Origin of Millisecond Pulsars. Dans S. JOHNSTON, M. A. WALKER et M. BAILES, éditeurs : *IAU Colloq. 160 : Pulsars : Problems and Progress*, volume 105 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 547, 1996.
- [20] D. BHATTACHARYA et G. SRINIVASAN : Gamma-ray from millisecond pulsars. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 12:17–25, 1991.
- [21] S. BRANDT : *Data analysis : statistical and computational methods for scientists and engineers*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 3^e édition, 1999. Translated by Gowan, Glen.
- [22] R. BROWNING, D. RAMSDEN et P. J. WRIGHT : Detection of Pulsed Gamma Radiation from the Crab Nebula. *Nature Physical Science*, 232:99–101, août 1971.
- [23] F. CAMILO, S. E. THORSETT et S. R. KULKARNI : The magnetic fields, ages, and original spin periods of millisecond pulsars. *The Astrophysical Journal*, 421:L15–L18, 1994.
- [24] W. CASH : Parameter estimation in astronomy through application of the likelihood ratio. *The Astrophysical Journal*, 228:939–947, mars 1979.
- [25] S. CHANDRASEKHAR : The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 15:115, juin 1994.
- [26] K. S. CHENG, C. HO et M. RUDERMAN : Energetic radiation from rapidly spinning pulsars. I - Outer magnetosphere gaps. II - VELA and Crab. *The Astrophysical Journal*, 300:500–539, janvier 1986.
- [27] I. COGNARD, L. GUILLEMOT, T. J. JOHNSON, D. A. SMITH, C. VENTER, A. K. HARDING, M. T. WOLFF, C. C. CHEUNG, D. DONATO, A. A. ABDO, J. BALLEST, F. CAMILO, G. DESVIGNES, D. DUMORA, E. C. FERRARA, P. C. C. FREIRE, J. E. GROVE, S. JOHNSTON, M. KEITH, M. KRAMER, A. G. LYNE, P. F. MICHELSON, D. PARENT, S. M. RANSOM, P. S. RAY, R. W. ROMANI, P. M. SAZ PARKINSON, B. W. STAPPERS, G. THEUREAU, D. J.

- THOMPSON, P. WELTEVREDE et K. S. WOOD : Discovery of two millisecond pulsars in fermi sources with the nançay radio telescope. *The Astrophysical Journal*, 732(1):47, 2011.
- [28] J M CORDES et David F CHERNOFF : Neutron star population dynamics. i. millisecond pulsars. *The Astrophysical Journal*, 482, 1997.
- [29] J. COTE et E. H. P. PYLYSER : The birthrates of galactic low mass binary radio pulsars and their progenitor systems. *Astronomy and Astrophysics*, 218:131–136, juillet 1989.
- [30] HaiLang DAI et XiangDong LI : The low-mass x-ray binary-millisecond radio pulsar birthrate problem revisited. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 53(1):125–129, 2010. ISSN 1674-7348.
- [31] Jasinta D.M. DEWI : Current perspective on the formation of the double pulsar J0737–3039. *New Astronomy Reviews*, 54(3–6):145 – 147, 2010.
- [32] H. EBELING, D. A. WHITE et F. V. N. RANGARAJAN : ASMOOTH : a simple and efficient algorithm for adaptive kernel smoothing of two-dimensional imaging data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 368:65–73, mai 2006.
- [33] B. EFRON : Bootstrap methods : Another look at the jackknife. *The Annals of Statistics*, 7:1–26, 1979.
- [34] É. ÉRGMA et A. G. MASEVICH : Low-mass x-ray binaries and millisecond pulsars. *Astrophysics*, 36:82–101, 1993.
- [35] É. V. ÉRGMA et A. V. FEDOROVA : Is it possible to evaporate the companion stars of ultra-rapid pulsars ? *Astronomy and Astrophysics*, 242:125–127, février 1991.
- [36] C.-A. FAUCHER-GIGUÈRE et V. M. KASPI : Birth and Evolution of Isolated Radio Pulsars. *The Astronomical Journal*, 643:332–355, mai 2006.
- [37] Claude-André FAUCHER-GIGUÈRE et Abraham LOEB : The pulsar contribution to the gamma-ray background. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2010(01):005–005, janvier 2010.
- [38] R. D. FERDMAN, I. H. STAIRS, M. KRAMER, R. P. BRETON, M. A. MCCLAUGHLIN, P. C. C. FREIRE, A. POSSENTI, B. W. STAPPERS, V. M. KASPI, R. N. MANCHESTER et A. G. LYNE : The Double Pulsar : Evidence for Neutron Star Formation without an Iron Core-collapse Supernova. *The Astrophysical Journal*, 767:85, avril 2013.
- [39] L. FERRARIO et D. WICKRAMASINGHE : The birth properties of Galactic millisecond radio pulsars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 375:1009–1016, mars 2007.
- [40] R. A. FISHER : On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 222(594-604):309–368, 1922.
- [41] J. FRANK, A. R. KING et J. LASOTA : Low-mass x-ray binary evolution and the origin of millisecond pulsars. *The Astrophysical Journal*, 385:L45–L48, 1992.

- [42] P. C. C. FREIRE, A. A. ABDO, M. AJELLO, A. ALLAFORT, J. BALLE, G. BARBIELLINI, D. BASTIERI, K. BECHTOL, R. BELLAZZINI, R. D. BLANDFORD, E. D. BLOOM, E. BONAMENTE, A. W. BORGLAND, M. BRIGIDA, P. BRUEL, R. BUEHLER, S. BUSON, G. CALIANDRO et COLL. : Fermi Detection of a Luminous γ -Ray Pulsar in a Globular Cluster. *Science*, 334:1107–, novembre 2011.
- [43] R. GIACONNI, E. GURSKY, H. ans Kellog, E. SCHREIR et H. TANANBAUM : Discovery of periodic x-ray pulsations in centaurus x-3 from uhuru. *The Astrophysical Journal*, 167, juillet 1971.
- [44] Norman K. GLENDENNING : *Compact stars.- 2nd ed. / Springer, 2000.* The Observatory, 2^e édition, 2000.
- [45] T. GOLD : Rotating Neutron Stars as the Origin of the Pulsating Radio Sources. *Nature*, 218:731–732, mai 1968.
- [46] P. GOLDREICH et W. H. JULIAN : Pulsar Electrodynamics. *The Astrophysical Journal*, 157:869, août 1969.
- [47] K. M. GÓRSKI, E. HIVON, A. J. BANDAY, B. D. WANDELT, F. K. HANSEN, M. REINECKE et M. BARTELMANN : HEALPix : A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere. *The Astrophysical Journal*, 622:759–771, avril 2005.
- [48] T. GRÉGOIRE et J. KNÖDLSIEDER : Constraining the Galactic millisecond pulsar population using Fermi Large Area Telescope. *Astronomy and Astrophysics*, 554, juin 2013.
- [49] L. GUILLEMOT : Multiwavelength analysis of four gamma-ray millisecond pulsars. *Dans Radio Pulsars : An astrophysical key to unlock the secret of the Universe*, 2010.
- [50] L. GUILLEMOT, P. C. C. FREIRE, I. COGNARD, T. J. JOHNSON, Y. TAKAHASHI, J. KATAOKA, G. DESVIGNES, F. CAMILO, E. C. FERRARA, A. K. HARDING, G. H. JANSSEN, M. KEITH, M. KERR, M. KRAMER, D. PARENT, S. M. RANSOM, P. S. RAY, P. M. SAZ PARKINSON, D. A. SMITH, B. W. STAPPERS et G. THEUREAU : Discovery of the millisecond pulsar psr j2043+1711 in a fermi source with the nançay radio telescope. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012.
- [51] L. GUILLEMOT, T. J. JOHNSON, C. VENTER, M. KERR, B. PANCAZZI, M. LIVINGSTONE, G. H. JANSSEN, P. JAROENJITTICHAJ, M. KRAMER, I. COGNARD, B. W. STAPPERS, A. K. HARDING, F. CAMILO, C. M. ESPINOZA, P. C. C. FREIRE, F. GARGANO, J. E. GROVE, S. JOHNSTON, P. F. MICHELSON, A. NOUTSOS, D. PARENT, S. M. RANSOM, P. S. RAY, R. SHANNON, D. A. SMITH, G. THEUREAU, S. E. THORSETT et N. WEBB : Pulsed Gamma Rays from the Original Millisecond and Black Widow Pulsars : a case for Caustic Radio Emission ? *The Astrophysical Journal*, 744:33, 2012.
- [52] B. M. S. HANSEN et E. S. PHINNEY : The pulsar kick velocity distribution. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 291:569, novembre 1997.

- [53] J. W. T. HESSELS, M. S. E. ROBERTS, M. A. McLAUGHLIN, P. S. RAY, P. BANGALE, S. M. RANSOM, M. KERR, F. CAMILO, M. E. DECESAR et The Fermi PSC : A 350-mhz gbt survey of 50 faint fermi gamma-ray sources for radio millisecond pulsars. *Dans Radio Pulsars : An astrophysical key to unlock the secret of the Universe*, 2010.
- [54] A. HEWISH, S. J. BELL, J. D. H. PILKINGTON, Scott P. F. et R. A. COLLINS : Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source. *Nature*, 217:709–713, février 1968.
- [55] D. HOOPER, I. CHOLIS, T. LINDEN, J. SIEGAL-GASKINS et T. SLATYER : Pulsars Cannot Account for the Inner Galaxy’s GeV Excess. *ArXiv e-prints :1305.0830*, mai 2013.
- [56] J. D. JACKSON : *Classical electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc., 3^e édition, 1998.
- [57] S. JOHNSTON et M. BAILES : New limits on the population of millisecond pulsars in the galactic plane. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 252:277–281, septembre 1991.
- [58] M. J. KEITH, S. JOHNSTON, M. BAILES, S. D. BATES, N. D. R. BHAT, M. BURGAY, S. BURKE-SPOLAOR, N. D’AMICO, A. JAMESON, M. KRAMER, L. LEVIN, S. MILIA, A. POSSENTI, B. W. STAPPERS, W. van STRATEN et D. PARENT : The high time resolution universe pulsar survey - iv. discovery and polarimetry of millisecond pulsars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 419(2):1752–1765, 2012.
- [59] M. J. KEITH, S. JOHNSTON, P. S. RAY, E. C. FERRARA, P. M. SAZ PARKINSON, Ö. CELIK, A. BELFIORE, D. DONATO, C. C. CHEUNG, A. A. ABDO, F. CAMILO, P. C. C. FREIRE, L. GUILLEMOT, A. K. HARDING, M. KRAMER, P. F. MICHELSON, S. M. RANSOM, R. W. ROMANI, D. A. SMITH, D. J. THOMPSON, P. WELTEVREDE et K. S. WOOD : Discovery of millisecond pulsars in radio searches of southern fermi large area telescope sources. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 414:1292–1300, 2011.
- [60] Maurice KENDALL, Alan STUART et J. Keith ORD : *The advanced theory of statistics*. London , C. Griffin & Co., 4^e édition, 1977-1983. Vol. 1. Distribution theory . Vol. 2. Inference and relationship . Vol. 3. Design and analysis, and time-series.
- [61] M. KERR, F. CAMILO, T. J. JOHNSON, E. C. FERRARA, L. GUILLEMOT, A. K. HARDING, J. HESSELS, S. JOHNSTON, M. KEITH, M. KRAMER, S. M. RANSOM, P. S. RAY, J. E. REYNOLDS, J. SARKISSIAN et K. S. WOOD : Five new millisecond pulsars from a radio survey of 14 unidentified fermi-lat gamma-ray sources. *The Astrophysical Journal Letters*, 748(1):L2, 2012.
- [62] L. KUIPER, W. HERMSEN, F. VERBUNT, D. J. THOMPSON, I. H. STAIRS, A. G. LYNE, M. S. STRICKMAN et G. CUSUMANO : The likely detection of pulsed high-energy gamma -ray emission from millisecond pulsar PSR J0218+4232. *Astronomy & Astrophysics*, 359:615–626, juillet 2000.
- [63] S. R. KULKARNI et R. NARAYAN : Birthrates of low-mass binary pulsars and low-mass X-ray binaries. *The Astrophysical Journal*, 335:755–768, décembre 1988.

- [64] F. K. LAMB et Wenfei YU : Spin rates and magnetic fields of millisecond pulsars. *Dans Binary radio pulsars*, 2004.
- [65] L. LEVIN, M. BAILES, B. R. BARSDELL, S. D. BATES, N. D. R. BHAT, M. BURGAY, S. BURKE-SPOLAOR, D. J. CHAMPION, P. COSTER, N. D'AMICO, A. JAMESON, S. JOHNSTON, M. J. KEITH, M. KRAMER, S. MILIA, C. NG, A. POSSENTI, B. STAPPERS, D. THORNTON et W. van STRATEN : The High Time Resolution Universe Pulsar Survey VIII : The Galactic millisecond pulsar population. *ArXiv e-prints :1306.4190*, juin 2013.
- [66] D. LORIMER : *The Galactic Population of Millisecond and Normal Pulsars*. Thèse de doctorat, The University of Manchester, 1994.
- [67] D. R. LORIMER : Binary and Millisecond Pulsars. *Living Reviews in Relativity*, 11, novembre 2008.
- [68] A. LYNE et F GRAHAM-SMITH : *Pulsar Astronomy*. Cambridge University Press, 3^e édition, 2006.
- [69] A. G. LYNE et D. R. LORIMER : High birth velocities of radio pulsars. *Nature*, 369:127–129, mai 1994.
- [70] A. G. LYNE, R. N. MANCHESTER, D. R. LORIMER, M. BAILES, N. D'AMICO, T. M. TAURIS, S. JOHNSTON, J. F. BELL et L. NICASTRO : The Parkes Southern Pulsar Survey - II. Final results and population analysis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 295:743–755, avril 1998.
- [71] R. N. MANCHESTER, G. B. HOBBS, A. TEOH et M. HOBBS : The australia telescope national facility pulsar catalogue. *The Astrophysical Journal*, 129:1993–2006, avril 2005. URL <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat>.
- [72] J. R. MATTOX, D. L. BERTSCH, J. CHIANG, B. L. DINGUS, S. W. DIGEL, J. A. ESPOSITO, J. M. FIERRO, R. C. HARTMAN, S. D. HUNTER, G. KANBACH, D. A. KNIFFEN, Y. C. LIN, D. J. MACOMB, H. A. MAYER-HASSELWANDER, P. F. MICHELSON, C. von MONTIGNY, R. MUKHERJEE, P. L. NOLAN, P. V. RAMANAMURTHY, E. SCHNEID, P. SREEKUMAR, D. J. THOMPSON et T. D. WILLIS : The Likelihood Analysis of EGRET Data. *The Astronomical Journal*, 461:396, avril 1996.
- [73] C. MEEGAN, N. BHAT, V. CONNAUGHTON, M. BRIGGS, R. DIEHL, G. FISHMAN, J. GREINER, R. M. KIPPEN, A. von KIENLIN, C. KOUVELIOTOU, G. LICHTI, W. PACIASAS, R. PREECE, H. STEINLE et C. WILSON-HODGE : The GLAST Burst Monitor. *Dans* S. RITZ, P. MICHELSON et C. A. MEEGAN, éditeurs : *The First GLAST Symposium*, volume 921 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 13–18, juillet 2007.
- [74] Nicholas METROPOLIS et S. ULAM : The monte carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247):335–341, 1949.
- [75] Kieran F. MULCHRONE et Kingshuk Roy CHOUDHURY : Fitting an ellipse to an arbitrary shape : implications for strain analysis. *Journal of Structural Geology*, 26(1):143 – 153, 2004.

- [76] R. NARAYAN : The birthrate and initial spin period of single radio pulsars. *The Astrophysical Journal*, 319:162–179, août 1987.
- [77] J. R. OPPENHEIMER et G. M. VOLKOFF : On Massive Neutron Cores. *Physical Review*, 55:374–381, février 1939.
- [78] F. PACINI : Energy Emission from a Neutron Star. *Nature*, 216:567–568, novembre 1967.
- [79] B. PACZYŃSKI : A test of the galactic origin of gamma-ray bursts. *The Astrophysical Journal*, 348:485–494, janvier 1990.
- [80] B. PANCRAZI : *Étude multilongueur d’onde des pulsars milliseconde*. Thèse de doctorat, Université Toulouse III – Paul Sabatier, 2011.
- [81] D. PARENT : First gamma-ray pulsations from the msp j1823-3021a in ngc 6624. *Dans Radio Pulsars : An astrophysical key to unlock the secret of the Universe*, 2010.
- [82] S. D. POISSON : *Probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*. Bachelier, Imprimeur-Libraire, 1^{er} édition, 1837.
- [83] William H. PRESS, Saul A. TEUKOLSKY, William T. VETTERLING et Brian P. FLANNERY : *Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007.
- [84] R. RAMACHANDRAN et D. BHATTACHARYA : Kinematics of Low-Mass X-ray Binaries and Millisecond Pulsars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 288:565–571, juillet 1997.
- [85] S. M. RANSOM, P. S. RAY, F. CAMILO, M. S. E. ROBERTS, Ö. ÇELİK, M. T. WOLFF, C. C. CHEUNG, M. KERR, T. PENNUCCI, M. E. DECESAR, I. COGNARD, A. G. LYNE, B. W. STAPPERS, P. C. C. FREIRE, J. E. GROVE, A. A. ABDO, G. DESVIGNES, D. DONATO, E. C. FERRARA, N. GEHRELS, L. GUILLEMOT, C. GWON, A. K. HARDING, S. JOHNSTON, M. KEITH, M. KRAMER, P. F. MICHELSON, D. PARENT, P. M. SAZ PARKINSON, R. W. ROMANI, D. A. SMITH, G. THEUREAU, D. J. THOMPSON, P. WELTEVREDE, K. S. WOOD et M. ZIEGLER : Three millisecond pulsars in fermi lat unassociated bright sources. *The Astrophysical Journal Letters*, 727, janvier 2011.
- [86] P. S. RAY, A. A. ABDO, D. PARENT, D. BHATTACHARYA, B. BHATTACHARYYA, F. CAMILO, I. COGNARD, G. THEUREAU, E. C. Ferrara A. K. HARDING, D. J. THOMPSON, P. C. C. FREIRE, L. GUILLEMOT, Y. GUPTA, J. ROY, J. HESSELS, S. Johnston M. KEITH, R. SHANNON, M. Kerr P. F. MICHELSON, R. W. ROMANI, M. KRAMER, M. A. MCLAUGHLIN, S. M. RANSOM, M. S. E. ROBERTS, P. M. Saz PARKINSON, M. ZIEGLER, D. A. SMITH, B. W. STAPPERS, P. WELTEVREDE et K. S. WOOD : Radio searches of fermi lat sources and blind search pulsars : The fermi pulsar search consortium. *Dans The Fermi Symposium*, 2011.
- [87] B Cameron REED : The Sun’s displacement from the galactic plane from spectroscopic parallaxes of 2400 OB Stars. *The Royal Astronomical Society of Canada*, 100:146–148, août 2006.

- [88] A. C. ROBIN, C. REYLÉ, S. DERRIÈRE et S. PICAUD : A synthetic view on structure and evolution of the Milky Way. *Astronomy and Astrophysics*, 409:523–540, octobre 2003.
- [89] F. G. SMITH : *Pulsars*. Cambridge University Press, 1979.
- [90] Sarah A STORY, P. L. GONTHIER et A. K. HARDING : Population synthesis of radio and gamma-ray millisecond pulsars from the galactic disk. *The Astrophysical Journal*, 671:713–726, 2007.
- [91] A. W. STRONG : Source population synthesis and the Galactic diffuse gamma-ray emission. *Astrophysics and Space Science*, 309:35–41, juin 2007.
- [92] M. TAVANI : Birthrates of galactic millisecond pulsars and their low-mass x-ray binary precursors. *The Astrophysical Journal*, 366:L27–L31, 1991.
- [93] M. R. TEAGUE : Image analysis via the general theory of moments. *Journal of the Optical Society of America*, 70:920–930, août 1980.
- [94] W. WANG, Z. J. JIANG et K. S. CHENG : Contribution to diffuse gamma-rays in the Galactic Centre region from unresolved millisecond pulsars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 358:263–269, mars 2005.
- [95] S. S. WILKS : The large-sample distribution of the likelihood ratio for testing composite hypotheses. *The Annals of Mathematical Statistics*, 9(1):60–62, 1938.

INDEX DES CITATIONS

A	
Abdo <i>et coll.</i> [10].....	54, 72
Abdo <i>et coll.</i> [11].....	18, 23, 72
Abdo <i>et coll.</i> [1].....	19, 50, 53, 61, 71
Abdo <i>et coll.</i> [2].....	54, 71
Abdo <i>et coll.</i> [3].....	18, 71
Abdo <i>et coll.</i> [4].....	18, 71
Abdo <i>et coll.</i> [5].....	18, 38, 54, 62, 71
Abdo <i>et coll.</i> [6].....	18, 23, 36, 54, 71
Abdo <i>et coll.</i> [7].....	20, 71
Abdo <i>et coll.</i> [8].....	56, 71
Abdo <i>et coll.</i> [9].....	20, 72
Ackermann <i>et coll.</i> [12].....	56, 57, 72
Ackermann <i>et coll.</i> [13].....	56, 72
Alpar <i>et coll.</i> [14].....	1, 7, 12, 34, 72
Atwood <i>et coll.</i> [15].....	16, 18, 50, 73
B	
Baade et Zwicky [16].....	1, 5, 73
Backer <i>et coll.</i> [17].....	1, 6, 67, 73
Bailes et Lorimer [18].....	22, 73
Bhattacharya [19].....	21, 73
Bhattacharya et Srinivasan [20].....	22, 56, 73
Brandt [21].....	45, 73
Browning <i>et coll.</i> [22].....	6, 73
C	
Camilo <i>et coll.</i> [23].....	10, 21, 64, 73
Cash [24].....	42, 73
Chandrasekhar [25].....	8, 73
Cheng <i>et coll.</i> [26].....	16, 73
Cognard <i>et coll.</i> [27].....	54, 73
Cordes et Chernoff [28].....	32, 64, 74
Cote et Pylser [29].....	21, 64, 74
D	
Dai et Li [30].....	21, 74
Dewi [31].....	12, 74
E	
Ebeling <i>et coll.</i> [32].....	45, 47, 74
Efron [33].....	60, 74
Érgma et Fedorova [35].....	12, 74
Érgma et Masevich [34].....	12, 74
F	
Faucher-Giguère et Kaspi [36].....	32, 74
Faucher-Giguère et Loeb [37].....	23, 25, 29, 31, 32, 37–39, 63, 64, 67, 74
Ferdman <i>et coll.</i> [38].....	12, 74
Ferrario et Wickramasinghe [39].....	64, 74
Fisher [40].....	41, 74
Frank <i>et coll.</i> [41].....	21, 74
Freire <i>et coll.</i> [42].....	19, 74
G	
Giacconi <i>et coll.</i> [43].....	6, 75
Glendenning [44].....	7, 75
Gold [45].....	6, 75
Goldreich et Julian [46].....	14, 15, 75
Górski <i>et coll.</i> [47].....	50, 75
Grégoire et Knödlseeder [48].....	2, 53, 75
Guillemot [49].....	54, 75
Guillemot <i>et coll.</i> [50].....	54, 75
Guillemot <i>et coll.</i> [51].....	54, 75
H	
Hansen et Phinney [52].....	21, 75
Hessels <i>et coll.</i> [53].....	54, 75
Hewish <i>et coll.</i> [54].....	6, 76
Hooper <i>et coll.</i> [55].....	68, 76
J	
Jackson [56].....	9, 14, 76
Johnston et Bailes [57].....	22, 76
K	
Keith <i>et coll.</i> [58].....	54, 76
Keith <i>et coll.</i> [59].....	54, 76
Kendall <i>et coll.</i> [60].....	40, 41, 76
Kerr <i>et coll.</i> [61].....	54, 76
Kuiper <i>et coll.</i> [62].....	7, 76
Kulkarni et Narayan [63].....	21, 22, 64, 76

L

Lamb et Yu [64]	34, 76
Levin <i>et coll.</i> [65]	68, 77
Lorimer [66]	22, 64, 77
Lorimer [67]	8, 12, 13, 16, 21, 22, 64, 77
Lyne <i>et coll.</i> [70]	21, 22, 25, 64, 77
Lyne et Graham-Smith [68]	6, 9, 10, 77
Lyne et Lorimer [69]	21, 77

M

Manchester <i>et coll.</i> [71]	6, 36, 54, 77
Mattox <i>et coll.</i> [72]	49, 77
Meegan <i>et coll.</i> [73]	16, 77
Metropolis et Ulam [74]	25, 77
Mulchrone et Choudhury [75]	48, 77

N

Narayan [76]	22, 25, 77
--------------------	------------

O

Oppenheimer et Volkoff [77]	8, 78
-----------------------------------	-------

P

Pacini [78]	6, 78
Paczyński [79]	29, 78
Pancrazi [80]	16, 78
Parent [81]	54, 78
Poisson [82]	42, 78
Press <i>et coll.</i> [83]	45, 78

R

Ramachandran et Bhattacharya [84]	22, 78
Ransom <i>et coll.</i> [85]	54, 78
Ray <i>et coll.</i> [86]	54, 78
Reed [87]	29, 78
Robin <i>et coll.</i> [88]	22, 28, 78

S

Smith [89]	16, 79
Story <i>et coll.</i> [90]	23, 25, 28, 29, 31, 33, 34, 38, 39, 60, 63, 64, 67, 79
Strong [91]	22, 79

T

Tavani [92]	21, 79
Teague [93]	48, 79

W

Wang <i>et coll.</i> [94]	22, 79
Wilks [95]	45, 79

Résumé :

Le *Fermi Large Area Telescope* (*Fermi-LAT*) a récemment révélé une grande population de pulsars milliseconde (MSP) émetteurs de rayonnement γ dans notre Galaxie. Le but de notre étude est de déterminer les propriétés de cette population de source γ à partir de l'échantillon de 36 MSP observé par le *Fermi-LAT*.

Nous avons développé un modèle Monte Carlo afin de prédire la distribution spatiale et la luminosité γ de la population de MSP. En utilisant la sensibilité du *Fermi-LAT*, nous avons séparé les MSP en deux échantillons de MSP *déTECTABLES* et *INDÉTECTABLES*. Une analyse par maximum de vraisemblance nous a permis de comparer les MSP *déTECTABLES* à l'échantillon observé et d'en déduire les paramètres de la distribution spatiale et le nombre total de MSP attendus dans notre Galaxie. Les MSP *INDÉTECTABLES* correspondants nous ont fourni une estimation de l'émission de rayonnements γ provenant de MSP dans notre Galaxie. Nous avons aussi appliqué notre modèle à un échantillon étendu de 66 MSP qui combine les MSP observés et les sources non-associées ayant des caractéristiques similaires à celles de MSP.

En utilisant les 36 MSP observés, notre analyse suggère l'existence d'au moins 9 000 – 11 000 MSP émetteurs de rayons γ dans la Voie Lactée. L'analyse du maximum de vraisemblance prédit une échelle exponentielle radiale de ~ 4 kpc et une hauteur d'échelle exponentielle de ~ 1 kpc. Les résultats sont robustes aux incertitudes systématiques introduites lors de l'estimation de la sensibilité du *Fermi-LAT*.

Notre analyse fournit pour la première fois des contraintes sur la population de MSP en se basant sur des données γ . Les échelles radiales et verticales sont compatibles avec les études radios menées précédemment. Pour finir, notre analyse suggère que la contribution des MSP à l'émission diffuse dans le domaine γ n'est pas significative.

Mots clefs : pulsar milliseconde – population – Galaxie – rayons γ – vraisemblance



Abstract:

The *Fermi Large Area Telescope* (*Fermi-LAT*) has recently revealed a large population of gamma-ray emitting millisecond pulsars (MSPs) in our Galaxy. We aim to infer the properties of the Galactic population of γ -ray emitting MSPs from the samples detected by the *Fermi-LAT*.

We developed a Monte Carlo model to predict the spatial and gamma-ray luminosity distribution of the Galactic MSP population. Based on the estimated detection sensitivity of *Fermi-LAT*, we split the model population into *detectable* and *undetectable* samples of MSPs. Using a maximum likelihood method, we compared the *detectable* sample to a set of 36 MSPs detected by *Fermi-LAT*, and we derived the parameters of the spatial distribution and the total number of gamma-ray emitting MSPs in the Galaxy. The corresponding *undetectable* sample provided us with an estimate for the expected diffuse emission from unresolved MSPs in the Milky Way. We also applied our method to an extended sample of 66 MSPs that combines firmly detected MSPs and γ -ray sources that show characteristics reminiscent of MSPs.

Using the sample of 36 MSPs detected by *Fermi-LAT*, our analysis suggests the existence of 9 000 – 11 000 γ -ray emitting MSPs in the Galaxy. The maximum likelihood analysis suggests an exponential radial scale length of ~ 4 kpc and an exponential vertical scale height of ~ 1 kpc for the underlying MSP population. The results are robust with respect to systematic uncertainties in the estimated *Fermi-LAT* detection sensitivity.

For the first time our analysis provides γ -ray based constraints on the Galactic population of MSPs. The radial scale length and vertical scale height of the population is consistent with estimates based on radio data. Our analysis suggests that MSPs do not provide any significant contribution to the isotropic diffuse γ -ray background emission.

Keywords: pulsar millisecond – population – Galaxy – γ -ray – likelihood