

a) Une balle est lancée à la verticale vers le haut et retombe à son point de départ 4 s plus tard. Quelle était sa vitesse initiale ? (on néglige tout frottement)

b) Un skieur monte une piste par téléski à une vitesse moyenne de 5 kmh⁻¹. A quelle vitesse moyenne doit-il la redescendre (même distance) pour que sa vitesse moyenne soit de 10 kmh⁻¹ sur le trajet total ?

c) Deux trains roulent l'un vers l'autre à 20 kmh⁻¹ chacun. Une mouche fait des aller-retours d'un train à l'autre à une vitesse de 40 kmh⁻¹, en effectuant les demi-tours instantanément. Les deux trains sont séparés au départ de 200 km et on suppose toutes les trajectoires parallèles. Quelle est la distance parcourue par la mouche lorsque les deux trains se croisent ?

d) Toumaï s'entraîne au tennis sur un mur. En considérant que la balle arrive perpendiculairement sur le mur, quelle est sa vitesse après rebond ? Quelle est sa vitesse finale si Toumaï s'entraîne avec Lucie, qui frappe la balle à une vitesse v parallèle à la vitesse initiale ? Vous négligerez tous les frottements (le mur est lourd, Lucie ~~est~~ musclée), et considèrerez des collisions élastiques.

1- Les bases

Un vaisseau extraterrestre se dirige vers la Terre à une vitesse v en émettant un signal radio. A quelle vitesse arrive le signal sur notre planète ?

Quelle est la vitesse du signal observée par des astronautes dans une fusée en direction du vaisseau ? Si les extraterrestres atteignent une vitesse $v \rightarrow c$, ces observations sont-elles les mêmes ?

2- Le voyage de l'Enterprise.

L'Enterprise quitte la Terre (événement A) à destination de la planète Vulcain et y arrive (événement B) 10^7 secondes plus tard telles que mesurées par les horloges de l'Enterprise. Dès l'arrivée le capitaine Picard est téléporté sur Vulcain et le vaisseau retourne immédiatement vers la Terre. Picard laisse passer un temps T (mesuré par lui) puis envoie (événement C) un signal lumineux vers la Terre. Ce signal atteint la Terre (événement D) au moment même où l'Enterprise y arrive. L'Enterprise se déplace à 99% de la vitesse de la lumière, et on suppose que la téléportation est instantanée et que la Terre et Vulcain sont au repos l'une par rapport à l'autre.

a) Sur un diagramme espace-temps où la Terre est au repos (x et t orthogonaux), identifiez les événements et placez les différentes lignes d'univers ainsi que le parcours du signal lumineux.

b) Quelles horloges mesurent le temps propre entre A et B ? Entre B et C ? Entre A et D ?

- (exo 2)
- c) Combien de temps a duré le voyage total de l'Enterprise tel que mesuré par un observateur terrestre ?
- d) Quelle est la valeur de l'intervalle T mesuré par le capitaine Picard ?

3- Durée de vie d'une particule.

La durée de vie d'une particule est une quantité intrinsèque exprimée dans la référentielle de la particule.

Le muon μ (μ^+ ou μ^-) a une durée de vie $\tau = 2.2 \cdot 10^{-6}$ s.

- a) Combien vaut τ exprimée en unité de longueur (mètre).
- b) A quelle vitesse un μ produit par l'interaction d'un rayon cosmique dans l'atmosphère ($h = 15$ km) doit-il aller pour atteindre le sol (niveau de la mer) ?
- c) Quelles sont ses énergies cinétique et totale ($m_\mu = 105.7$ MeV) ?

4- neutron voyageur.

Un neutron d'énergie totale $E = 10^{14}$ MeV se déplace dans la galaxie, schématisée par un disque d'épaisseur 300 a.l. (année-lumières) et de rayon 50 000 a.l. La masse du neutron vaut $m_n \approx 1$ GeV.

- a) Quel est le facteur de Lorentz du neutron ?
- b) le neutron se déplace selon un axe perpendiculaire au plan galactique. ~~Quelle est~~ ^{vaut} pour lui l'épaisseur du plan ?
- c) La durée de vie du neutron vaut $\tau \approx 10^3$ s. Si celui-ci se déplacerait ~~dans~~ ^{selon} une direction radiale dans le plan, aurait-il le temps de traverser la galaxie ?

5 - Désintégrations

exo 3

a> Un pion neutre π^0 , au repos dans le laboratoire, se désintègre en émettant 2 photons. Donnez l'énergie des 2 photons mesurée dans le laboratoire en fonction de la masse du π^0 . Quelle est leur vitesse relative ?

b> On considère maintenant une particule (hypothétique !) de masse m qui se désintègre au repos en donnant une paire électron-positron. Calculez la vitesse relative des deux particules, sachant que la vitesse de l'électron vaut $\beta = 0.67$. Quelle est l'énergie ^{totale} du positron ? De l'électron ?

Application numérique : $m_e \approx \frac{1}{2} \text{ MeV}$. Que vaut la masse m de la particule initiale ?

6 - Energie seuil d'une réaction.

On considère la réaction $a + b \rightarrow 1 + 2 + \dots + n$ de production de n particules (masses m_i) dans le référentiel du laboratoire. On définit le référentiel du laboratoire par $\vec{p}_b = \vec{0}$ et on cherche l'énergie cinétique minimale de a nécessaire pour produire $(1 + 2 + \dots + n)$.

a> Montrez que les n particules finales ne peuvent pas être toutes produites au repos dans le laboratoire.

b> On se place dans le référentiel du centre de masse (c.m.) de la réaction défini par $\sum_{i=1}^n \vec{p}'_i = \vec{0} = \sum_{j=1}^n \vec{p}'_j$.

On note $E, T, \vec{p}$ l'énergie totale, l'énergie cinétique et la quantité de mouvement (on "prime" les variables dans le c.m. : $E', T', \vec{p}'$). $c = 1$ de sorte que

$$E = T + m = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}.$$

Explicitiez la conservation de l'énergie au (exo 4)
seuil de production des m_i et montrez que, au seuil,
on a

$$(T'_a + T'_b)_{\text{seuil}} = -Q$$

où $-Q \stackrel{\text{df}}{=} \sum m_i - (m_a + m_b)$: "chaleur de réaction".

En vous appuyant sur l'invariance sous les transf.
de Lorentz du produit de deux 4-vecteurs, montrez
que l'on a

$$(E'_a + E'_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2m_b E_a$$

En explicitant les énergies totales en fonction des
énergies cinétiques et des masses, montrez qu'au
seuil :

$$(T_a)_{\text{seuil}} = \frac{-Q}{2m_b} \left\{ \sum_{i=1}^n m_i + m_a + m_b \right\}.$$

c) le processus de "création de paires" (matérialisa-
tion d'un photon en particule + anti-particule) est
parfois noté

$$\gamma \rightarrow p \bar{p}$$

$$\text{ou } \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Pourquoi, écrite sous cette forme, la réaction n'est-
elle pas possible ?

Montrez que l'énergie ^{minimale} d'un photon nécessaire à la
production d'une paire $e^+ e^-$ vaut

$$E_\gamma = 2m_e \left(1 + \frac{m_e}{\pi} \right)$$

où π est une masse dont vous donnerez le sens
physique.

7- Effet Doppler.

(exos)

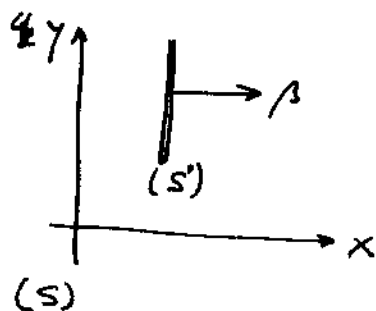
Une source de rayonnement se déplace à vitesse β dans le laboratoire, selon l'axe $\hat{x}$. Elle émet un photon d'énergie E' qui se propage selon une direction d'angle θ' avec l'axe $\hat{x}'$ dans son référentiel.

a) Exprimez les composantes du 4-vecteur impulsion du photon dans le référentiel de la source.

b) En déduire par transformation de Lorentz les 4 composantes E, p_x, p_y et p_z de l'impulsion du photon, ainsi que le cosinus de l'angle θ de sa direction de propagation avec l'axe $\hat{x}$, dans le référentiel du labo.

c) En vous souvenant que $E = h\nu$, exprimez ν en fonction de β et ν' dans le cas où le photon est émis vers un observateur placé en $x=0$. Quelle est la limite ultrarelativiste? Que vaut la limite non relativiste? Que vous évoque-t-elle? [Considérez que les origines des 2 repères sont confondues à $t=0$].

8- Réflexion sur un miroir mobile.



Un miroir (S') se déplace dans le laboratoire (S) à une vitesse β perpendiculaire à son plan et orientée selon l'axe $\hat{x}$. Un rayon lumineux arrive sur le miroir sous un angle d'incidence i mesuré dans le laboratoire. Le rayon lumineux définit par ailleurs le plan (x, y) .

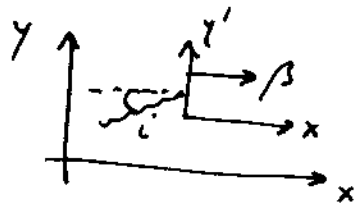
a) E_i, P_{ix}, P_{iy} et P_{iz} sont les composantes du 4-vecteur impulsion exprimées dans le laboratoire. Les "lois de ^{Snell-}Descartes" sont bien éprouvées pour des miroirs au repos par rapport à l'observateur, vous les appliquerez donc dans le référentiel du miroir.

Explicitiez les composantes E'_i, P'_{ix}, P'_{iy} et P'_{iz} dans le référentiel du miroir, en fonction de celles E_i, P_{ix}, P_{iy} et β .

En déduire E'_r, P'_{rx}, P'_{ry} et P'_{rz} du photon réfléchi.

Calculez alors E_r, P_{rx}, P_{ry} et P_{rz} pour le photon réfléchi telle qu'observées dans le laboratoire, et toujours en fonction de $E_i, P_{ix}, P_{iy}, P_{iz}$ et β .

b) Réflexion "fuyante": cas où le photon rattrape le miroir.



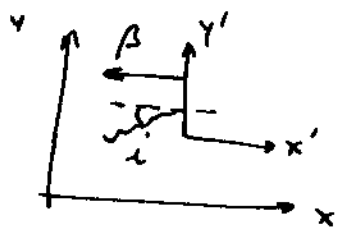
Que vaut le rapport $\frac{E_r}{E_i}$ en fonction de β et θ_i ?

Qu'arrive-t-il lorsque l'angle d'incidence vaut $i=0$?
Limite ultrarelativiste? Limite non relativiste?

Que vaut $\cos \theta_r$ pour l'angle de réflexion tel que mesuré dans le laboratoire? Justifiez l'utilisation de guillemets pour "lois de Snell-Descartes".

Limite non relativiste? Cas $i=0$?

c > réflexion "frontale" : le photon vient à la rencontre du miroir.



Mêmes questions...

g > Décalage gravitationnel vers le rouge.

On considère des atomes à deux niveaux E_1 et E_2 qui émettent lors d'une transition un photon d'énergie

$$\hbar \omega_0 = E_2 - E_1$$

L'énergie d'un atome dans l'état E_1 s'écrit

$$E_1 = m_0 c^2 + E_1, \text{ et } E_2 = m_0 c^2 + E_2 \text{ pour l'état } E_2.$$

a > Un atome dans l'état E_2 est élevé d'un point A à un point B situé à l'altitude h , dans un champ de pesanteur générant une accélération g . Montrez que l'on peut écrire pour l'énergie totale de l'atome en B

$$E_2^B = m_0 c^2 + E_2 + \frac{E_2^A}{c^2} g h \text{ où } E_2^A \text{ est son énergie totale au point A.}$$

b > l'atome émet en B un photon et se retrouve dans l'état E_1 avec une énergie totale $E_1^B = m_0 c^2 + E_1 + \frac{E_2^A}{c^2} g h$. On redescend alors l'atome au point A. Montrez que son énergie totale y vaut $E_1^A = m_0 c^2 + E_1 + (E_2 - E_1) \frac{g h}{c^2}$.

c > l'atome absorbe en A le photon émis en B et se retrouve alors dans son état E_2 .

Montrez ~~en utilisant~~ que la fréquence du photon récupéré en A s'écrit

$$\nu_A = \nu_0 \left(1 - \frac{g h}{c^2} \right)$$

Conclusion ?