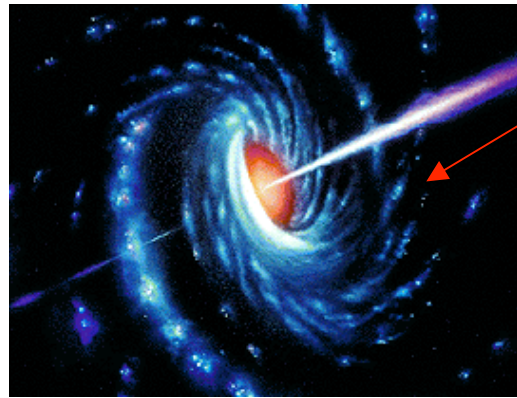




Les objets

Extraction de l'énergie



Accélération

Interaction avec la matière



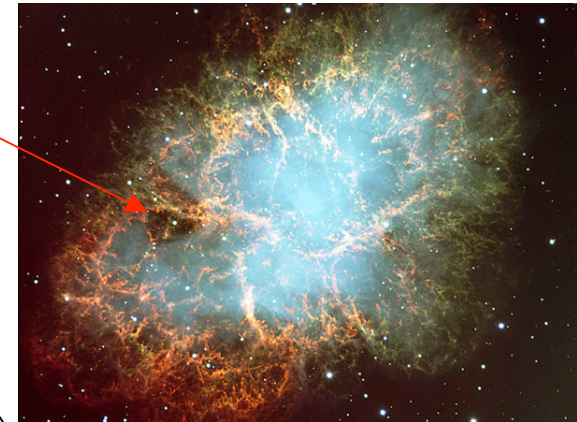
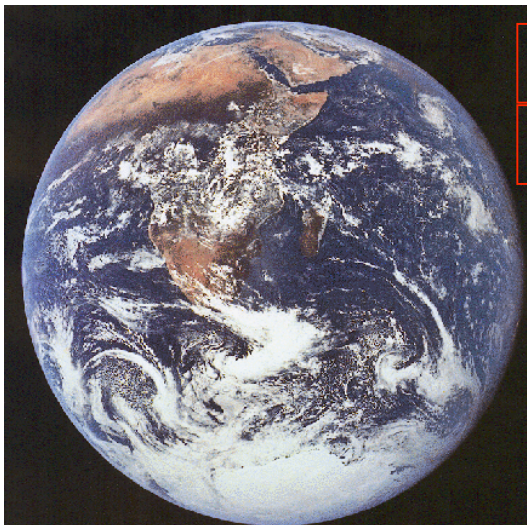
Propagation

Interaction avec la matière



Détection

Interaction avec la matière



Les objets

**Les mêmes phénomènes
Physiques se retrouvent à
toutes les étapes du
voyage des rayons cosmiques
vers la Terre**



Cours N°1 : Les premiers concepts

- Objectifs astroparticules des sources à la détection

- Cours essentiellement orienté vers l'astronomie gamma

- Cours Denis Dumora

- Les premiers concepts

- Extraire l'énergie des objets astrophysique

- Accélérer les particules

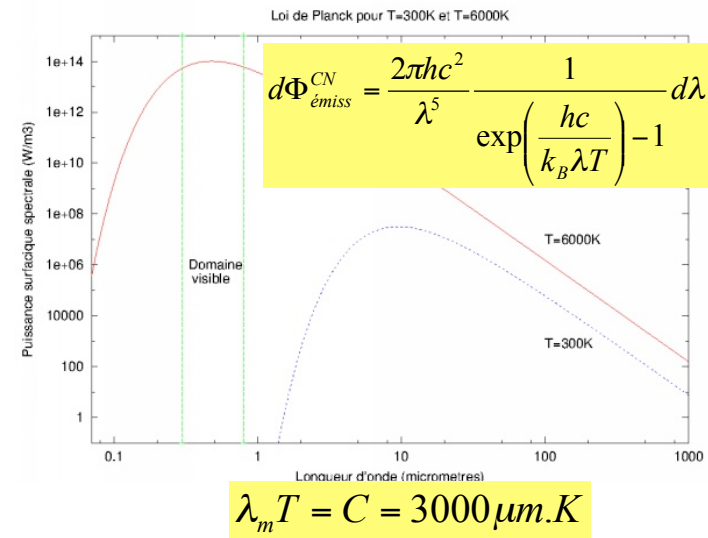
- Les rayons cosmiques

- Processus physiques conduisant à des photons de Haute Energie

- Observation des gamma de Haute Energie, techniques et résultats

Problématique

- Comment produire des particules énergétiques
 - Que voit-on?
 - Des spectres thermiques (rayonnement de corps noir Planck)
 - Des raies plus ou moins énergétiques.
 - Des spectres en loi de puissance.
 - Les mécanismes classiques (fusion de noyaux légers dans les étoiles).
 - Spectre de rayonnement : spectre thermique (Planck) Objets plus ou moins chauds
 - Energie: autour de $E = kT$ soit quelques keV pour quelques 10^6 degrés.
 - Spectre de raies atomiques ou nucléaires, lié à l'émission des différents éléments présents dans le milieu.
 - Comment expliquer les spectres en loi de puissance?



Problématique les spectres en loi de Puissance

- Ils sont partout !!!

- ☐ Dans le rayonnement électromagnétique (photons)

- Emission X
 - Emission γ

- ☐ Dans les rayons cosmiques

- Energie jusqu'à qqs $10^{20} eV$.

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha}$$

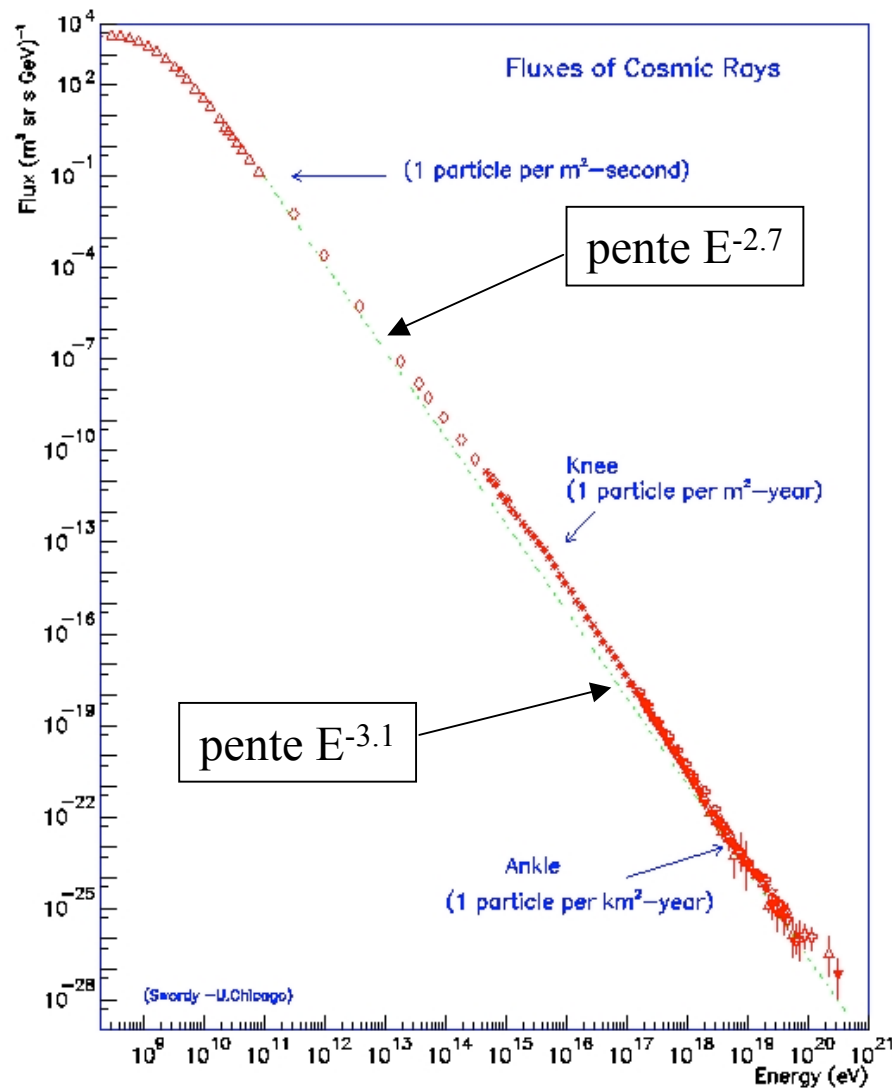
- Les spectres électromagnétiques haute énergie sont en loi de puissance

- ☐ Pour les sources Galactiques (Pulsars, Plérions, SNR,)
- ☐ Pour les sources Extra-Galactiques AGNs

- Qui dit spectre non thermique dit accélération de particules.

- ☐ Les indices spectraux sont plus ou moins universels, donc peu de phénomènes différents sont mis en œuvre
- ☐ Ils conduisent à des particules énergétiques, ils doivent donc être efficaces...

Données observationnelles : flux



- Flux observé pour tous les primaires

Galactique: Supernovae

Galactique?, Étoiles à neutrons, super bulles, particules réaccélérées

Extragalactique?;
source?, composition?

Mais d'où vient cette énergie ?

- Qui dit accélération, implique qu'il faut prendre l'énergie quelque part.
 - Energie électromagnétique (par exemple les pulsars)
 - Mouvement dans des champs EM (turbulence, compression des lignes de champ)
 - Rotation d'aimants. (nécessite des champs très intenses)
 - Energie gravitationnelle
 - Par Accrétion de matière (nécessite des objets très massifs)
 - Energie cinétique
 - Translation (nuages en mouvement, chocs, .. (processus de Fermi))
 - Rotation (pulsars, trou noirs,...)
- Le couplage se fait au final par les champs ElectroMagnétiques $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Seules les particules chargées sont accélérées



Extraire de l'énergie des pulsars

- Pulsar = Etoile à neutrons en rotation rapide
 - Effondrement d'une étoile massive (quelques masses solaires)
 - Lors de la phase de collapse, l'énergie gravitationnelle est très importante (étoile massive).
 - La pression de radiation ne compense pas l'énergie gravitationnelle, l'étoile s'effondre.....
 - La pression de dégénérescence des électrons (pression de Fermi) non plus, l'état de naine blanche n'est pas stable, l'étoile s'effondre encore.....
 - La matière est comprimé, les électrons et les protons se recombinent (sorte de capture électronique géante). On a une étoile à neutrons.
 - La pression de dégénérescence des neutrons compense l'énergie gravitationnelle, l'état d'étoile à neutrons est stable.
 - Que reste-t-il de l'ancienne étoile?
 - La matière périphérique a été éjectée (Super Nova)
 - Le cœur de l'étoile de l'ordre d'une $M_{\odot}$ est condensé.
 - Le moment angulaire est conservé, l'étoile tourne donc très vite (Crabe période=33ms)
 - Les lignes de champ magnétique ont été gelées $B=10^{12}G$ ($B=100G$ pour l'étoile d'origine)

Extraire de l'énergie des Pulsars

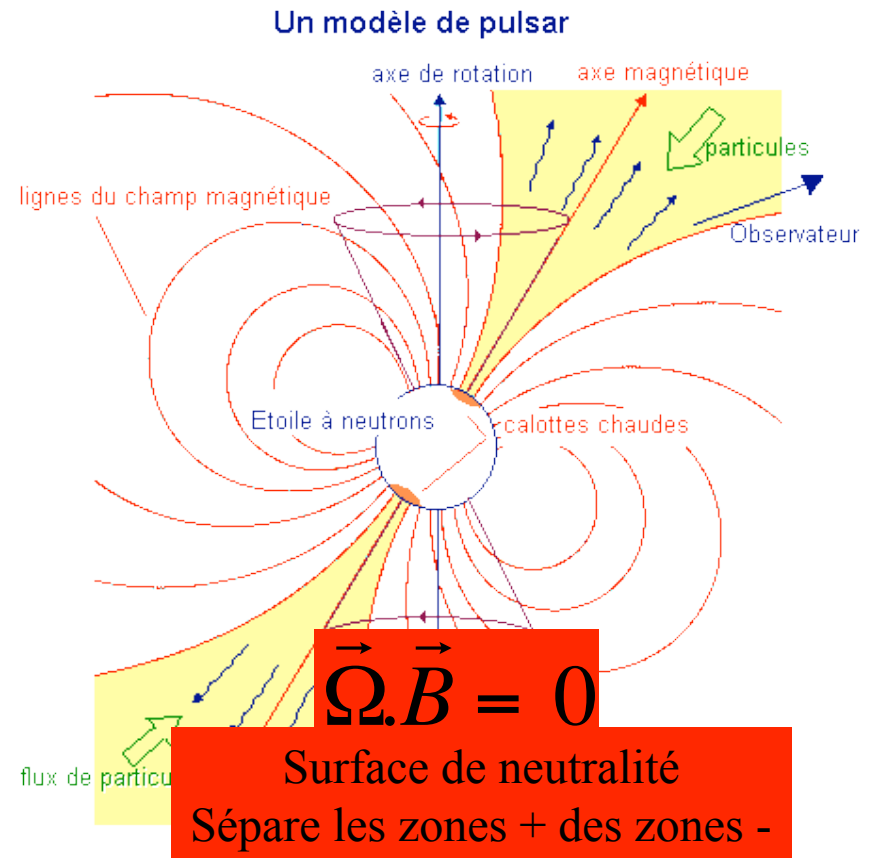
- Etoile à neutrons est en rotation rapide.
- Champ magnétique pas nécessairement aligné avec l'axe de rotation.
- La magnétosphère est en corrotation avec l'étoile.
- Etoile parfaitement conductrice
- On a alors un champ électrique

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}$$

- Même chose dans la magnétosphère?

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \rho \vec{\Omega} \times \vec{r} = \frac{1}{c^2} \vec{\Omega} \times \vec{r} \cdot \text{div} \vec{E}$$

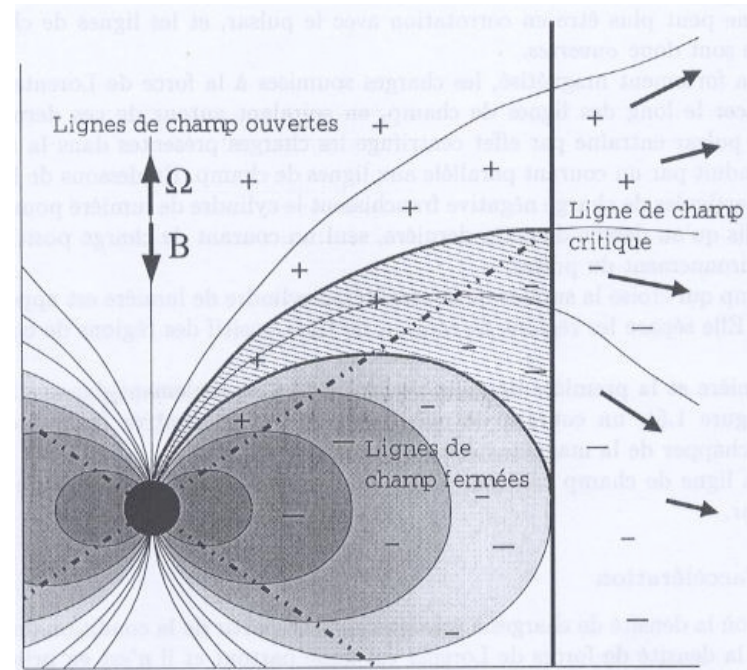
Densité de charges dans la magnétosphère →



$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \rho = -\frac{2\epsilon_0 \vec{\Omega} \cdot \vec{B}}{1 - \left(\frac{\vec{\Omega} \times \vec{r}}{c}\right)^2}$$

Extraire de l'énergie des Pulsars

- Que se passe-t-il?
 - Corrotation limitée par le cylindre de lumière.
 - Les particules spiralent le long des lignes de champ
 - Pour les lignes ouvertes, les particules s'échappent
- Est ce que ça accélère?
 - Non !
 - Sphère parfaitement conductrice
 - Même champ dans la magnétosphère
 - → Densité de force de Lorentz nulle
 - → Pas d'accélération
- Que changer au modèle.
 - On rajoute des petits excès de charge qui ne modifient pas l'équilibre électrique du système



- Où rajouter les excès de charges ?
 - Dans les zones de lignes de champ ouvertes, là où ils ne risquent pas d'être neutralisés.
 - → Excès de charge stables
 - Deux modèles
 - Calotte Polaire (Polar Cap)
 - Cavité Externe (Outer Gap)

Extraire de l'énergie des Pulsars

■ Calotte Polaire

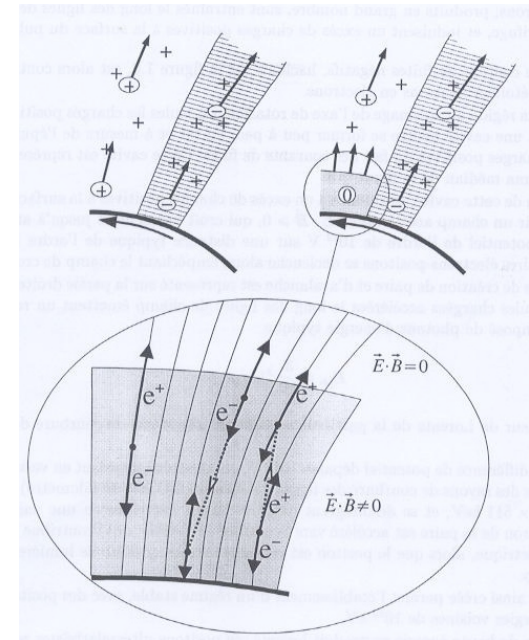
- Les électrons sont arrachés de la surface de l'étoile
- Ils s'échappent en suivant les lignes de champ
- La surface se charge positivement
- La zone + au voisinage du pôle se vide par courant de fuite
- ➔ une cavité neutre au voisinage de l'étoile chargée +

- ➔ **Champ accélérateur $U=10^{12}\text{V}$ sur $L=100\text{m}$**

- Pourquoi pas plus?
 - Particules chargées le long des lignes de champ ➔ Emission par rayonnement de courbure

$$E_{\text{photon}} \approx \frac{3}{2} \gamma^3 \hbar c / \rho$$
 - Champ $E \nearrow$ ou $L \nearrow \rightarrow E_{\text{photon}} > 1022\text{keV} \rightarrow$ Création de paire $e^+e^- \rightarrow$ Champ stabilisé

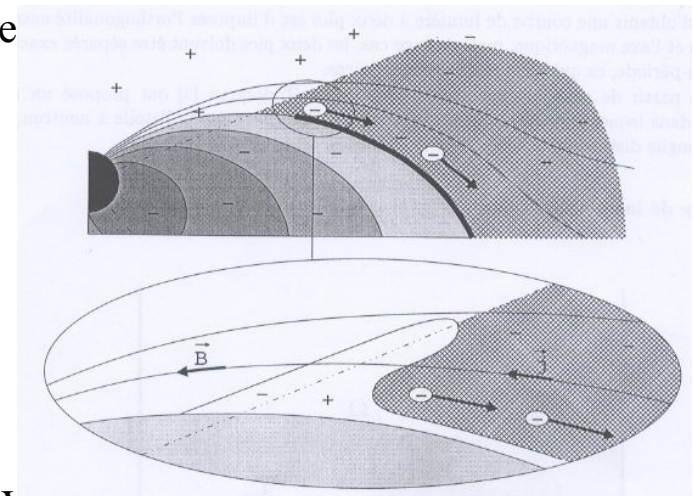
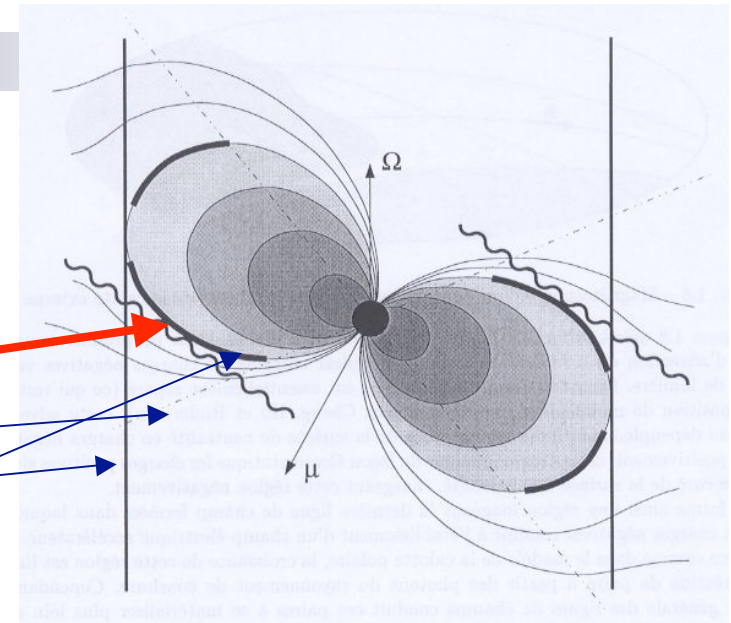
- Energie limitée à quelques GeV
 - Taille de la cavité = 100m
 - Champ limité



Extraire de l'énergie des Pulsars

■ Cavité externe

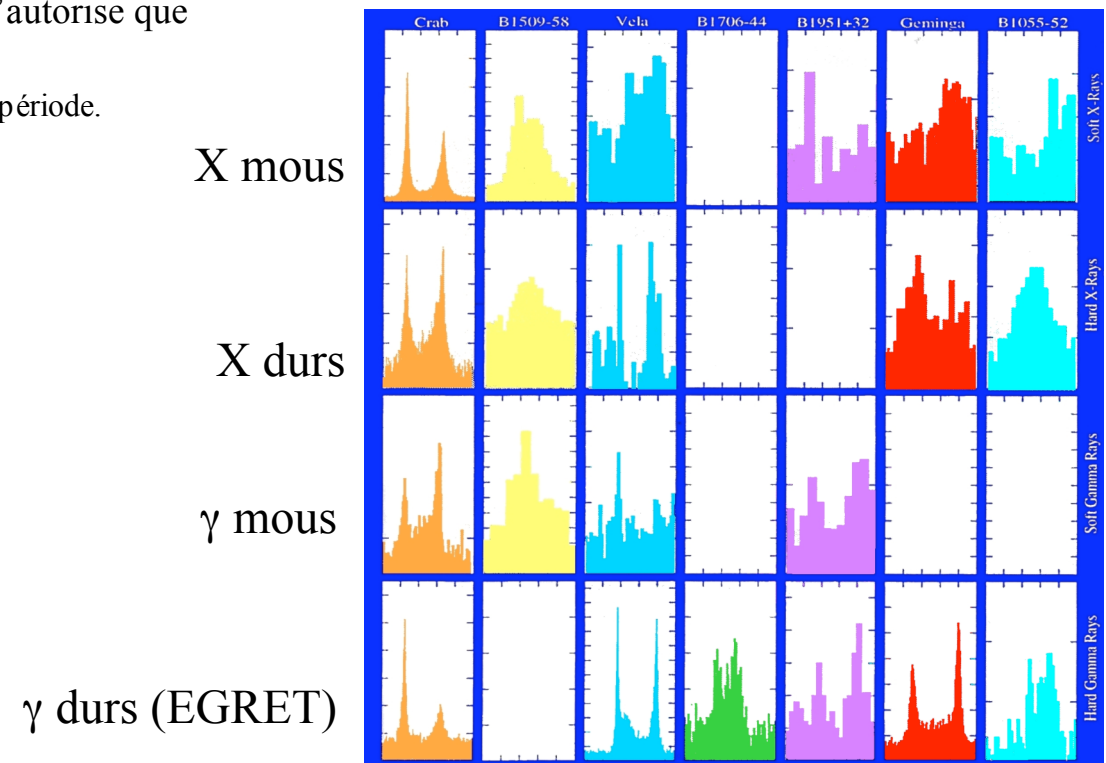
- Ω et $\mathbf{B}$ ne sont pas colinéaires
- Cavités accélératrices entre
 - Surface de neutralité
 - Le cylindre de lumière
 - La dernière ligne de champ fermée
- La rotation entraîne les charges - vers le cylindre de lumière
- La zone voisine de la surface de neutralité est dépeuplée
- Influence les charges + sont repoussées de l'autre côté de la zone de neutralité.
- Le long de la dernière ligne de champ fermée
 - Déficit de charge $\rightarrow$ Zone d'accélération
- Limitation ? Le rayonnement de courbure.
 - Courbure faible $\rightarrow$ Zone accélératrice plus grande.
- L'énergie maximale n'est limitée qu'à quelques 100GeV



Extraire de l'énergie des Pulsars

■ Et ça marche?

- ☐ Pas vraiment !
- ☐ Les données observationnelles ne sont pas bien décrites par les modèles
- ☐ Par exemple : La présence des doubles pics dans les phasogrammes
 - Géométriquement Polar Cap n'autorise que
 - ☐ 1 pic
 - ☐ 2 pics déphasés d'une demi-période.



Extraire de l'énergie des AGNs

- La source d'énergie auprès des objets massifs est l'énergie gravitationnelle
- Le trou noir central accrète la matière.
- Rappel: Energie gravitationnelle

$$-E_g = -\frac{GmM}{R} \quad \text{vitesse de libération} \Rightarrow E_c = -E_g \Rightarrow V^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2 \quad \text{et} \quad V < c \quad V < c \Rightarrow \text{rayon de Schwarzschild } R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$-E_g = -\frac{GmM}{R} = \frac{GM}{R_s} \frac{R_s}{R} m = \frac{1}{2} \frac{R_s}{R} mc^2$$

- ☐ Pour la Terre $R_s = 1mm$
- ☐ Pour le Soleil $R_s = 3km$
- ☐ Pour ces objets R_s est à l'intérieur de l'objet, l'accrétion est très peu efficace.



Extraire de l'énergie des AGNs

- Dans le cas d'un trou noir, la matière peut théoriquement s'approcher jusqu'à R_S . Donc l'extraction d'énergie devrait pouvoir atteindre 50% de l'énergie de masse.
- En fait, on peut montrer (on ne le montrera pas, je le ferai peut-être l'année prochaine)
 - Que l'émission s'arrête pour un trou noir statique à $R=3R_S$.
 - Il faut envisager un trou noir en rotation pour extraire plus d'énergie. En effet, les particules spiralent en arrivant sur le trou noir, elles passent donc plus de temps dans son voisinage avant de disparaître. La limite canonique est **41%** de l'énergie de masse est extraite avant que la particule ne disparaisse.

Extraire de l'énergie des AGNs

■ Luminosité des astres accrétants

- Pour une masse accrétée à un taux $\frac{dM}{dt}$
- La puissance maximale émise s'écrit

$$L = \frac{1}{2} \frac{dM}{dt} c^2 \frac{R_s}{R}$$

- L'efficacité du mécanisme d'accrétion s'écrit alors

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{R_s}{R} \frac{dM}{dt} c^2 \text{ augmentation d'énergie de masse}$$

- $\eta \sim 10^{-5}$ pour le soleil
- Il nécessite la présence d'astre compacts pour être efficace

Extraire de l'énergie des AGNs

■ Limitations du mécanisme

- Efficacité limitée par la pression de rayonnement qui repousse la matière accrétée
- Interaction du rayonnement émis avec les électrons à une distance r de l'astre par diffusion Thompson -> Force répulsive

$$F = \frac{L\sigma_T}{4\pi r^2 c}$$

- F en $1/r^2$ comme la gravitation, il existe donc une luminosité critique au delà de laquelle la répulsion l'emporte sur l'accrétion.
- Cette luminosité est la luminosité d'*Eddington*

$$L_{Eddington} = \frac{4\pi G M m_H c}{\sigma_T} \approx 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \text{ erg.s}^{-1}$$

Pour une accrétion sphérique

Accélération par les champs électromagnétiques

- Dans le milieu interstellaire $\langle E \rangle \approx 0$
 - Neutre et conducteur
- Les champs **E** ne sont que transitoires
 - Reconnexion magnétique (explosions solaires)
 - Ondes Electromagnétiques
- Les champs **E** peuvent être produits dans des « machines »
 - Machines à induction
- Champs magnétiques
 - densité d'énergie $\epsilon_B \sim 1 \text{ eV.cm}^{-3} \sim \epsilon_{\text{opt}} \sim \epsilon_{\text{CMBR}} \sim \epsilon_{\text{CR}}$
 - D'où viennent-ils?
 - Plasmas astrophysiques
 - Mouvement à grande échelle de milieux ionisés (nuages magnétisés)
 - Turbulence du milieu interstellaire (turbulences, inhomogénéités de B, ondes plasma)
 - Instabilités dans les milieux hydro et magnétohydrodynamiques
 - On arrive souvent à l'équipartition, ce qui autorise les échanges entre structures macroscopiques et particules individuelles.
 - Quelques particules arrivent à acquérir de très hautes énergies.

Accélérer avec un champ magnétique?????

- Comment est-ce possible?

- On sait que les champs magnétiques ne travaillent pas !

$$\vec{F} \perp \vec{B}$$

- Champs **B** variables

$$\nabla \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- Par changement de référentiel **B** est vu comme **E**

- $E' = v \times B$ (pour $v/c \ll 1$)

- En principe le champ **E** qui travaille peut toujours être identifié

- Mais c'est souvent plus facile de travailler avec **B**

→ On a donc accélération par changement de référentiel



Processus de Fermi

- Le champ magnétique va donc être au cœur de l'accélération de Fermi
 - « nuages magnétisés » = « miroirs magnétiques »
 - Vont intervenir :
 - Bouteilles magnétiques
 - Mur magnétiques
 - Ligne de champ courbe
- Un champ magnétique accélérateur : Comment comprendre le principe

Processus de Fermi

■ Analogie simple : le tennis

□ Premier cas : le rebond sur le mur

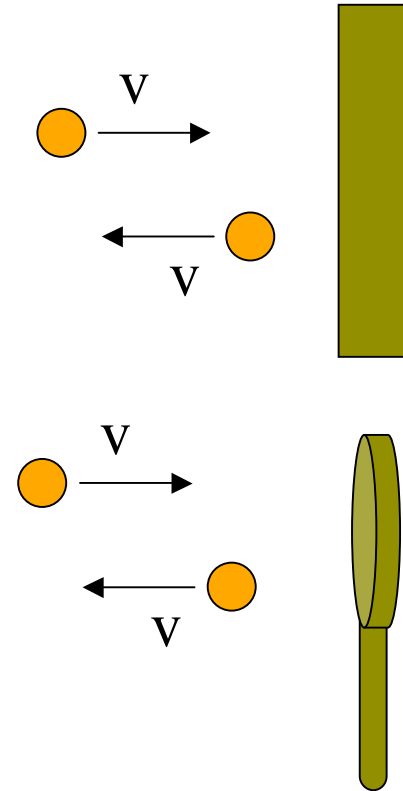
- Pas d'accélération
- Pas de décélération
- L'Energie est inchangée....

□ Premier cas bis : La raquette immobile

- Même chose

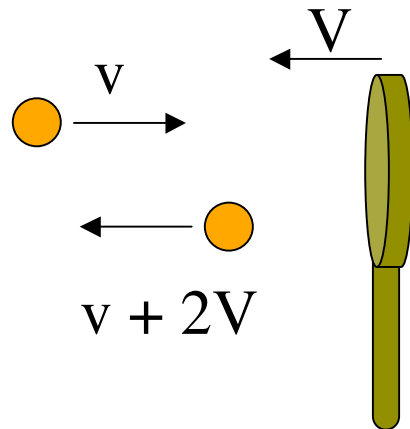
□ Mais alors qu'est ce qui accélère la balle ?

□ Comment peut-on jouer au tennis ?

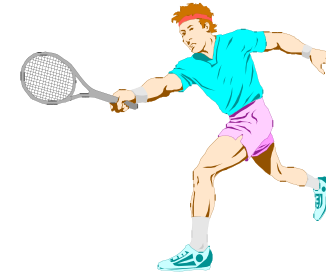


Processus de Fermi

- L'astuce c'est qu'il faut frapper la balle...



Dans le référentiel de la raquette
la vitesse de la balle est inchangée



Sébastien
Grosjean

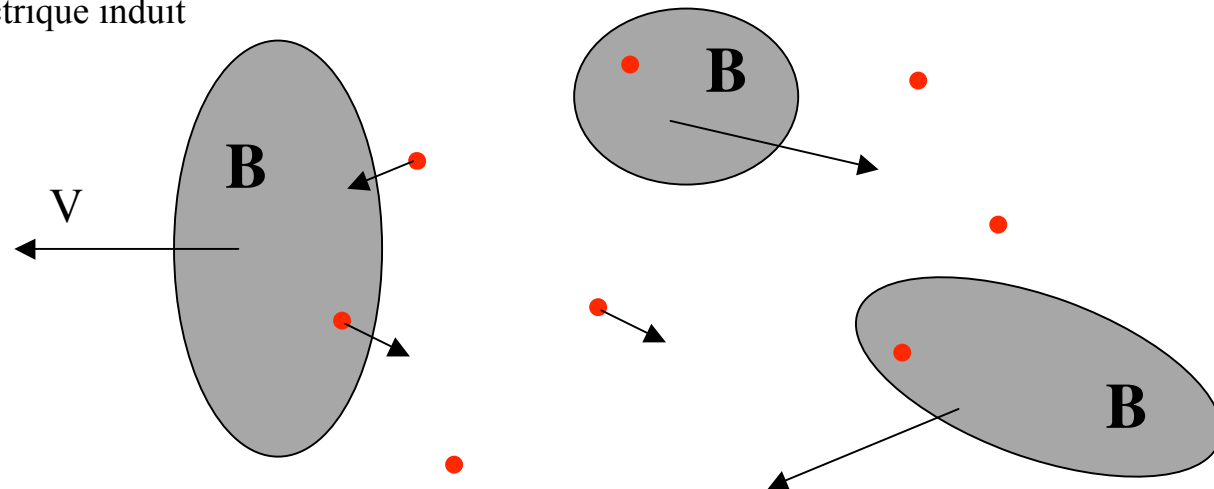
- Ni gain, ni perte d'énergie... dans le référentiel de la raquette

→ On a donc accélération par changement de référentiel

- On peut obtenir l'effet inverse par amorti....

Processus de Fermi

- Dans le cas qui nous occupe
 - Balle = particule chargée
 - Raquette = « miroir magnétique »
- L'accélération va se faire
 - Par réflexion sur un nuage magnétisé en mouvement
 - Double changement de référentiel
 - Champ électrique induit





Processus de Fermi

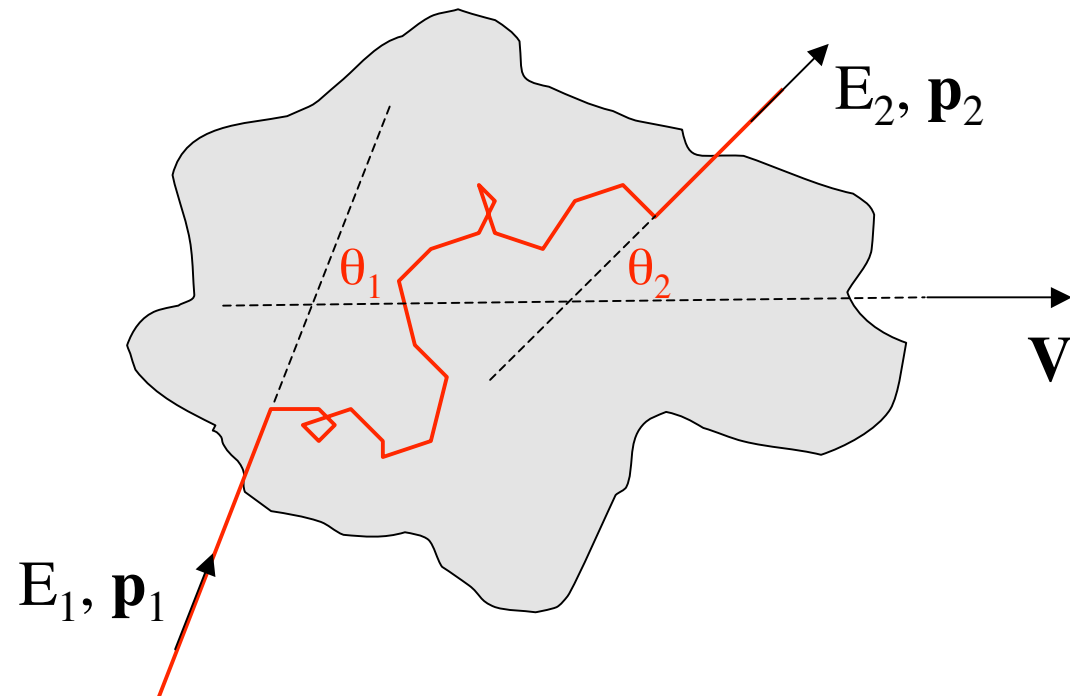
- La règle du jeu
 - Processus stochastique
 - Quand la particule est réfléchi sur un miroir magnétique venant vers elle, dans une collision frontale, elle **gagne** de l'énergie
 - Quand une particule est réfléchi sur un miroir magnétique s'éloignant d'elle, dans une collision fuyante, elle **perd** de l'énergie.
 - Les collisions frontales sont **plus fréquentes** que les collisions fuyantes.
 - Pourquoi ? Simple, penser aux voitures sur l'autoroute...
- Ces processus conduisent donc à un gain net en énergie.....

Accélération de Fermi du second ordre (un peu de quantitatif)

- Les direction d'incidence et de sortie sont aléatoires.

$$E_1' = \gamma E_1 (1 - \beta \cos \theta_1)$$

$$E_2 = \gamma E_2' (1 + \beta \cos \theta_2')$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta_2' - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2'}{1 - \beta^2} - 1$$

Accélération de Fermi du second ordre

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta'_2 - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta'_2}{1 - \beta^2} - 1$$

■ Moyennons...

□ Angle de sortie, a priori complètement aléatoire $\rightarrow \langle \cos \theta'_2 \rangle = 0$

□ Angle d'entrée

■ Probabilité proportionnelle aux vitesses relatives ($v - V \cos \theta$)

■ $\rightarrow \langle \cos \theta_1 \rangle = -\beta / 3$

■ Au final....

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 + \beta^2 / 3}{1 - \beta^2} - 1 \approx \frac{4}{3} \beta^2$$

... second ordre en V/c

Processus de Fermi

■ Taux de gain en énergie

□ Soit L , le libre parcours moyen entre les nuages le long d'une ligne de champ

□ Temps moyen entre deux collisions

■ ϕ « pitch-angle »

$$\left\langle \frac{L}{c \cos \phi} \right\rangle \approx \frac{2L}{c}$$

□ Temps d'accélération

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2 V^2}{3 c L} E = \frac{E}{\tau_{acc}} \quad \text{avec} \quad \tau_{acc} = \frac{3 L}{2 c} \beta^{-2}$$

□ τ_{acc} indépendant de E , c'est ce qui définit un processus de Fermi

Spectres en loi de puissance

- Le taux d'accélération est donné par $\frac{dE}{dt} = \frac{E}{\tau_{acc}}$
 - Avec τ_{acc} indépendant de E
- Le temps d'échappement est indépendant de E $\rightarrow dP_{esc} = \frac{E}{\tau_{esc}}$
- L'injection d'énergie est continue E_0 à un taux: $\dot{N}_0$
- Evolution de l'énergie $E(t) = E_0 \exp\left(\frac{t}{\tau_{acc}}\right)$ ou $t(E) = \tau_{acc} \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$
- Les particules d'énergie comprise entre E et E+dE ont été injectée à E_0 entre t(E) et t(E+dE)

$$dt = \frac{dE}{\frac{dE}{dt}} = \frac{\tau_{acc}}{E} dE$$
- Pendant ce temps, le nombre de particules injectée a été $\dot{N}_0 dt$, seule une fraction $\frac{E_0}{E}$ a échappé.
- Au final :
$$N(E) = \frac{\dot{N}_0 \tau_{acc}}{E_0} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-x} \quad \text{avec} \quad x = 1 + \frac{\tau_{acc}}{\tau_{esc}}$$

Problème avec les Processus de Fermi

- Inefficace

- ☐ $L \sim 1 \text{ pc} \rightarrow t_{\text{coll}} \sim \text{quelques années}$
- ☐ $\beta \sim 10^{-4} \rightarrow \beta^2 \sim 10^{-8}$
- ☐ $\rightarrow \tau_{\text{acc}} > 10^8 \text{ ans} \text{ !!!! } (\tau_{\text{CR}} \sim 10^7 \text{ ans})$

Les échelles observées sont plus petites

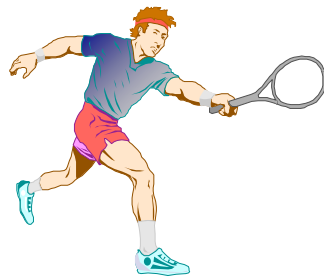
- De plus, les pertes dominant à basse énergie

- On obtient des spectres en loi de puissance, mais....

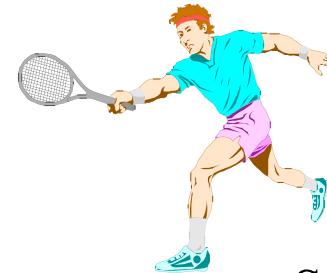
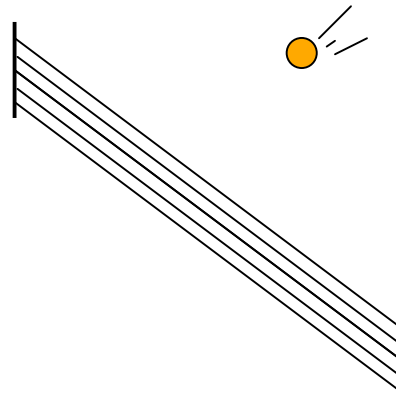
...Pas d'indice universel

Rendre le jeu plus intéressant

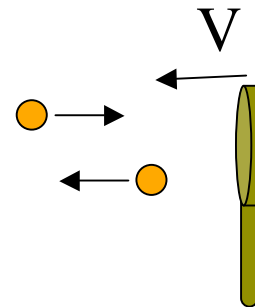
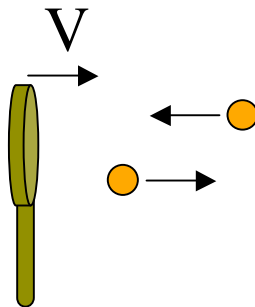
- Le tennis à deux joueurs, c'est mieux



Olivier Rochus

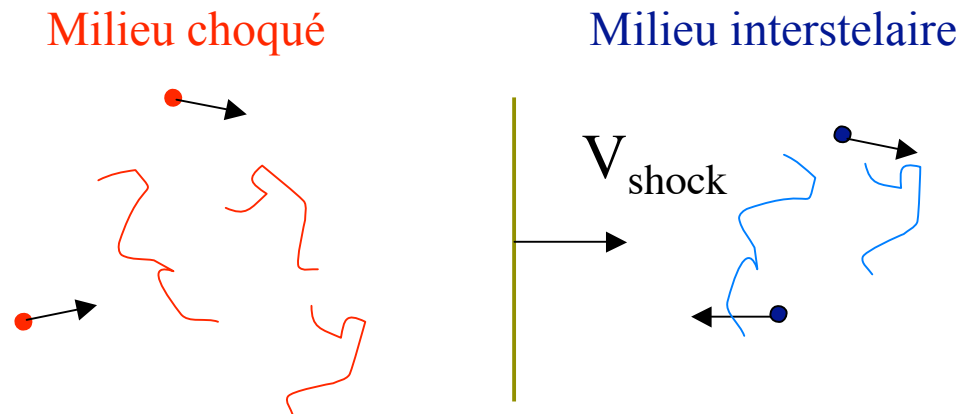


Sébastien
Grosjean



Où retrouve-t-on ce modèle ?

- Accélération diffusive par onde de choc (par exemple dans les explosions de Super Novae)

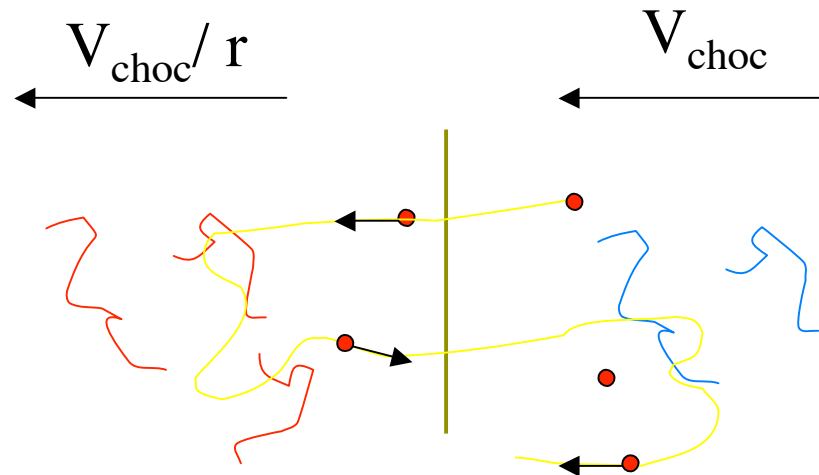


- Des ondes magnétiques sont produites
 - Dans le milieu aval : par le choc (compression, turbulence, instabilités...)
 - Dans le milieu amont : par les particules énergétiques elle même.
 - « Isotropisation » de la distribution dans le référentiel local

Gagnant à tous les coups !

Milieu choqué

Milieu interstellaire



- Chaque fois qu'elle traverse le choc la particule voit un « mur magnétique » approchant à la vitesse $V=(1-1/r)$
- ➔ Il n'y a que des collisions frontales !!!!!



Y-a un truc!

- Oui mais léger...
- Il faut que la particule puisse traverser plusieurs fois le choc.
- Donc il faut qu'elle puisse tourner dans les milieux...
.... Sans perte d'énergie
- Il faut avoir affaire à un choc non collisionnel !!!!!!!
 - Dans les chocs de super nova, par exemple
 - La longueur d'arrêt du choc est $\sim 1\text{pc}$
 - Le rayon de Larmor des particules $r_L = p/qB \sim 10^{-8}\text{pc}$

Spectre en énergie

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta'_2 - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta'_2}{1 - \beta^2} - 1$$

■ Moyennons...

- D'amont en aval $\rightarrow \langle \cos \theta_1 \rangle = -2/3$
- D'aval en amont $\rightarrow \langle \cos \theta'_2 \rangle = 2/3$

■ Au final....

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{E} = \frac{4}{3} \beta = \frac{4}{3} \frac{r-1}{r} \frac{V_{choc}}{c}$$

... premier ordre en V/c

- $\Delta E > 0$, le processus accélère les particules.
- $\Delta E/E = \text{Cste}$, c'est un processus de Fermi
- $\Delta E/E$ proportionnel à $\Delta v/c$, c'est un processus du premier ordre

Spectre en énergie

- Ce processus conduit-il à une loi de puissance?
- A chaque cycle (2 traversées du choc)
 - Gain en énergie proportionnel à E : $E_{n+1}=kE_n$
 - Probabilité d'échappement en aval : $P = 4V_{\text{choc}}/rc$
 - Probabilité de retraverser le choc : $Q=1-P$
- Après n cycles
 - $E=k^n E_0$
 - $N=N_0 Q^n$
- En éliminant n ,
 - $\ln(N/N_0)=-y\ln(E/E_0)$ avec $y=-\ln(Q)/\ln(k)$
 - $N=N_0(E/E_0)^{-y}$

$$N(E)dE \propto E^{-x}dE \quad \text{avec} \quad x = 1 + y = 1 - \frac{\ln Q}{\ln k}$$

Un dernier petit miracle...

- On a

$$N(E)dE \propto E^{-x}dE \quad \text{avec} \quad x = 1 - \frac{\ln(1 - P_{esc})}{\ln(1 + \Delta E/E)}$$

- Pour un choc non-relativiste

- ☐ $P_{esc} \ll 1$
- ☐ $\Delta E/E \ll 1$

$$\Rightarrow x = 1 + \frac{P_{esc}}{\Delta E/E} = \frac{r+2}{r-1}$$

- Où r est le rapport de compression du choc

- ☐ Dans le cas d'un choc fort $r = (\gamma+1)/(\gamma-1)$ (γ =rapport des capacités calorifiques)
- ☐ Pour un gaz monoatomique ou ionisé $\gamma = 5/3$
- ☐ $\Rightarrow x=2$ c'est tout à fait compatible avec les observations !!!!!!!!!



Conclusion

- On a vu quelques mécanismes d'accélération particuliers
 - Ils permettent d'atteindre les hautes énergies
 - Fermi donne des lois de puissance
 - Seuls des chargés sont accélérés.

- Reste à voir comment ces particules arrivent à nous...

- Et surtout nous n'avons toujours pas de gamma.....

Retour sur Fermi

■ Accroissement de l'énergie dans le référentiel Galactique

- Vitesse du nuage $\mathbf{V}$
- Energie de la particule E_{in}
- Impulsion // à $\mathbf{V}$ $p_{in//}$
- Impulsion ortho $p_{in\perp}$

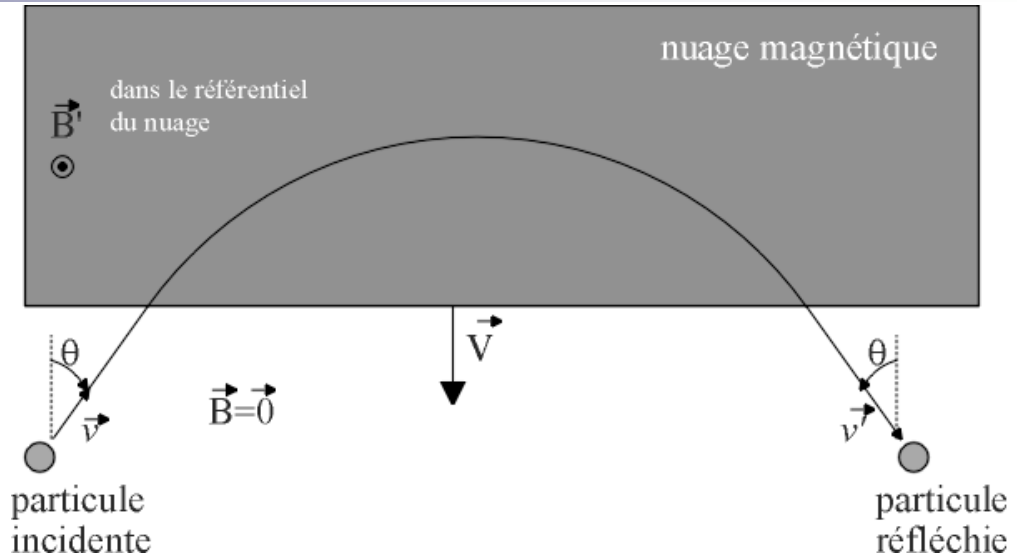
■ Passage dans le référentiel du nuage

$$\begin{cases} \frac{E'_{in}}{c} = \gamma \left(\frac{E_{in}}{c} - \beta p_{in//} \right) \\ p'_{in//} = \gamma \left(p_{in//} - \beta \frac{E_{in}}{c} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_{in} = \gamma (E_{in} - p_{in//} V) \\ p'_{in//} = \gamma \left(p_{in//} - \frac{V}{c^2} E_{in} \right) \end{cases}$$

■ On a $E'_{in} = E'_{out} \quad p'_{in//} = p'_{out//} \quad p'_{in\perp} = p'_{out\perp}$

■ Retour dans le référentiel Galactique

$$\begin{cases} E_{out} = \gamma (E'_{out} + p'_{out//} V) \\ p_{out//} = \gamma \left(p'_{out//} + \frac{V}{c^2} E'_{out} \right) \end{cases}$$



Retour sur Fermi

- Les relations sur l'énergie donnent

$$E_{out} = \gamma \left(\gamma (E_{in} - p_{in//} V) - \gamma \left(p_{in//} - \frac{V}{c^2} E_{in} \right) V \right)$$
$$E_{out} = \gamma^2 \left(E_{in} \left(1 + \frac{V^2}{c^2} \right) - 2 p_{in//} V \right)$$

- Avec $\theta = -(\vec{v}, \vec{V})$ $p_{in} = -\frac{Ev \cos \theta}{c^2}$

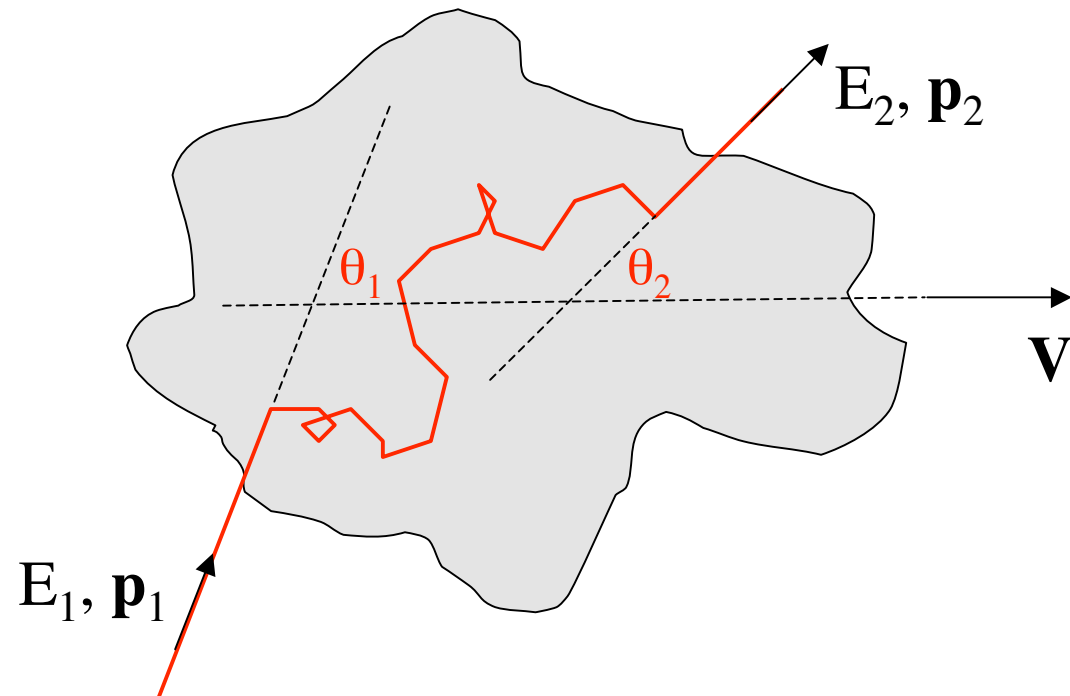
$$E_{out} \approx \gamma^2 E_{in} \left(1 + \frac{2vV \cos \theta}{c^2} \right) \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = -2 \frac{\vec{v} \cdot \vec{V}}{c^2}$$

Accélération de Fermi du second ordre (un peu de quantitatif)

- Les direction d'incidence et de sortie sont aléatoires.

$$E_1' = \gamma E_1 (1 - \beta \cos \theta_1)$$

$$E_2 = \gamma E_1' (1 + \beta \cos \theta_2')$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta_2' - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2'}{1 - \beta^2} - 1$$

Accélération de Fermi du second ordre

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta'_2 - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta'_2}{1 - \beta^2} - 1$$

■ Moyennons...

□ Angle de sortie, a priori complètement aléatoire $\rightarrow \langle \cos \theta'_2 \rangle = 0$

□ Angle d'entrée

■ Probabilité proportionnelle aux vitesses relatives ($v - V \cos \theta$)

■ $\rightarrow \langle \cos \theta_1 \rangle = -\beta / 3$

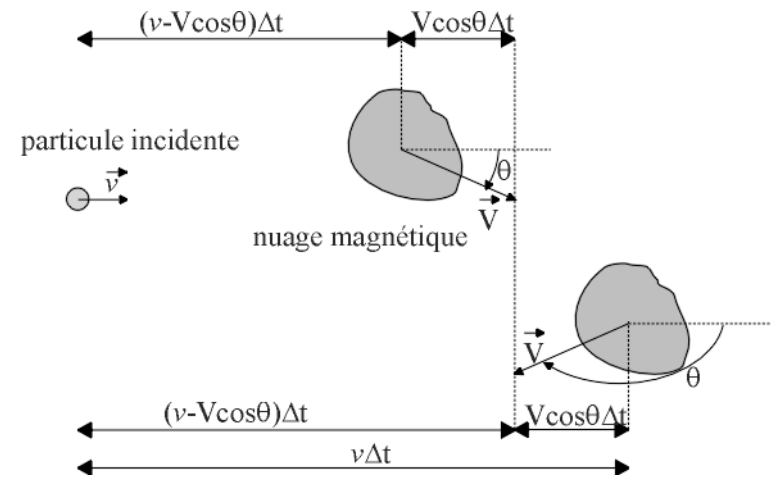
■ Au final....

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 + \beta^2 / 3}{1 - \beta^2} - 1 \approx \frac{4}{3} \beta^2$$

... second ordre en V/c

Retour sur Fermi

- Calcul des angles moyens
- Pour l'angle d'entrée
 - Mouvement des nuages isotrope
 - Densité de nuage de vitesse V faisant un angle θ avec v uniforme
- Nombre de nuages rencontrés
 - Sous un angle θ
 - Durant Δt .



$$N(\theta) \propto (v - V \cos \theta) \Delta t$$

- Donc

$$P(\theta_{in}) \propto (v - V \cos \theta_{in})$$

- On a alors

$$\langle \cos \theta_{in} \rangle = \frac{\int_{-1}^1 \cos \theta_{in} (v - V \cos \theta_{in}) d(\cos \theta_{in})}{\int_{-1}^1 (v - V \cos \theta_{in}) d(\cos \theta_{in})} = \frac{-2V/3}{2v} \approx -\frac{1}{3} \beta$$

Retour sur Fermi premier ordre



■ Hypothèses

- La distribution des particules amont est isotrope
- n_0 leur densité volumique

■ Nombre de particules dont la vitesse fait avec la normale au front de choc un angle compris entre θ et $\theta + d\theta$

$$dn(\theta) = \frac{n_0}{4\pi} d\Omega(\theta) = \frac{1}{2} n_0 \sin \theta d\theta$$

■ Vitesse des particules par rapport au choc

$$v \cos \theta$$

■ Nombre de particules traversant pendant dt , la surface élémentaire dS sous un angle θ

$$d^4 N = v \cos \theta dn(\theta) dt d^2 S = \frac{1}{2} n_0 v \sin \theta \cos \theta d\theta dt d^2 S$$

Retour sur Fermi premier Ordre

- Lorsqu'une particule traverse le choc d'amont en aval la probabilité que son angle d'incidence soit θ_{in} est $\cos\theta_{in} \sin\theta_{in} d\theta_{in}$

- On a alors

$$\langle \cos\theta_{in} \rangle = \frac{\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta_{in} \sin\theta_{in} d\theta_{in}}{\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta_{in} \sin\theta_{in} d\theta_{in}} = -\frac{2}{3}$$

- On trouve l'opposé lorsqu'une particule traverse le choc d'aval en amont

Extraire de l'énergie des Pulsars

- Si la sphère est parfaitement conductrice, le champ statique annule immédiatement le champ induit $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$ $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}$
- Dans la magnétosphère (en corrotation)

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \rho \vec{\Omega} \times \vec{r} = \frac{1}{c^2} \vec{\Omega} \times \vec{r} \cdot \text{div} \vec{E}$$

- Calcul

$$\text{div} \vec{E} = -\text{div} \left\{ (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} \right\} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{div} \left\{ (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} \right\} = -(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \cdot \vec{\text{rot}} \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{\text{rot}} (\vec{\Omega} \times \vec{r})$$

$$\text{div} \left\{ (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} \right\} = -\frac{1}{c^2} (\vec{\Omega} \times \vec{r})^2 \cdot \text{div} \vec{E} + 2\vec{\Omega} \cdot \vec{B}$$

$$\left(1 - \frac{(\vec{\Omega} \times \vec{r})^2}{c^2} \right) \text{div} \vec{E} = -2\vec{\Omega} \cdot \vec{B}$$

Densité de charges dans la magnétosphère →

$$\vec{\Omega} \times \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Omega y \\ \Omega x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\text{rot}} (\vec{\Omega} \times \vec{r}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\Omega y \\ \Omega x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega + \Omega \end{pmatrix} = 2\vec{\Omega}$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \rho = -\frac{2\epsilon_0 \vec{\Omega} \cdot \vec{B}}{1 - \left(\frac{\vec{\Omega} \times \vec{r}}{c} \right)^2}$$

